

# MODELES PROSPECTIFS DE MORTALITE AVEC DERIVE CONTRAINTE

APPLICATION AU RISQUE DE LONGEVITE POUR UN REGIME DE RENTES

**Frédéric PLANCHET\***

***ISFA – Laboratoire SAF***

*Université Claude Bernard – Lyon 1*

*50 avenue Tony Garnier*

*69007 LYON*

*FRANCE*

***WINTER & Associés***

*18, avenue Félix Faure*

*69007 LYON*

*FRANCE*

## RESUME

L'anticipation de la tendance future des taux de mortalité est un exercice délicat et une mauvaise anticipation de la dérive a des conséquences financières importantes pour un régime de rentes viagères (cf. le passage des TPG 1993 aux TGH / TGF 05).

Plutôt que de chercher à anticiper la dérive future uniquement à partir des informations passées, on construira un modèle intégrant comme contrainte a priori une évolution de l'espérance de vie à un âge fixé (qui pourra être simplement modélisée par une évolution linéaire, l'ordonnée à l'origine et la pente devenant des paramètres du modèle).

L'objectif de ce travail sera de définir un modèle de ce type, de l'appliquer à un régime de rentes viagères et de montrer en quoi il peut permettre une meilleure gestion technique du risque de mortalité.

MOTS-CLEFS : Tables prospectives, extrapolation, lissage, rentes viagères, mortalité stochastique.

## ABSTRACT

The anticipation of the future tendency of the death rates is a delicate exercise and a bad anticipation of the drift has important financial consequences for a pension plan.

Rather than to seek to anticipate the future drift only starting from information passed, one will build an integral model as forced a priori an evolution of the life expectancy at a fixed age (who could be simply modelled by a linear evolution, the ordinate in the beginning and the slope becoming of the parameters of the model).

The objective of this work will be to define a model of this type, to apply it to a pension plan and to show in what it can allow a better technical management of the risk of mortality.

KEYWORDS : Prospective tables, extrapolation, adjustment, life annuities, stochastic mortality.

---

\* fplanchet@winter-associes.fr

## SOMMAIRE

|      |   |    |
|------|---|----|
| 1.   | Introduction .....  | 3  |
| 2.   | Le modèle de mortalité.....   | 5  |
| 2.1. | Rappels sur le modèle de Lee-Carter .....                           | 5  |
| 2.2. | Fermeture de la table .....   | 6  |
| 2.3. | Présentation générale du modèle.....                                | 6  |
| 2.4. | Une spécification simple du modèle .....                            | 8  |
| 3.   | Application numérique .....   | 9  |
| 3.1. | Passage du modèle Lee-Carter standard au Lee-Carter logistique..... | 9  |
| 3.2. | Analyse de la composante prospective.....                           | 11 |
| 3.3. | Application à un régime de rentes viagères .....                    | 13 |
| 4.   | Conclusion.....   | 14 |

## 1. INTRODUCTION

Les analyses prospectives de mortalité conduisent à anticiper les évolutions futures des taux de décès aux différents âges. Dans les modèles maintenant classiques de construction de tables prospectives, comme le modèle de Lee-Carter (voir notamment LEE et CARTER [1992], LEE [2000], SITHOLE et al. [2000]) ou les modèles poissoniens (*cf.* BROUHNS et al. [2002] et PLANCHET et THEROND [2006] pour une présentation et une discussion de ces modèles), la dérive de mortalité future est anticipée à partir des observations passées.

Même en admettant qu'il est légitime de prolonger dans les années à venir les tendances observées par le passé (on pourra se reporter à CAREY et TULAPURKAR [2003] pour des analyses intégrant des considérations biologiques et environnementales, ainsi que GUTTERMAN et VANDERHOOF [1999] pour une discussion sur ce point), plusieurs sources d'incertitude viennent perturber la détermination de la tendance future : choix de la période d'observation, fluctuations stochastique des taux de mortalité, événements exceptionnels, *etc.*. Cette incertitude fait peser sur les assureurs de rentes viagères et les régimes de retraite un risque systématique (non mutualisable) dont l'impact financier peut être très important.

Ainsi, en France, la récente actualisation des tables utilisées par les assureurs pour le provisionnement des rentes viagères illustre les difficultés d'une telle anticipation et les enjeux financiers associés : par rapport aux tables TPG<sup>1</sup> 1993 en vigueur jusqu'au 31/12/2006, les nouvelles tables TGH 05 et TGF 05 qui entrent en vigueur le 01/01/2007 conduisent à des majorations de provision parfois supérieures à 20%, comme l'illustre le tableau suivant :

| Age | Génération | TPG 1993 | Femmes   | Femmes / TPG | Hommes   | Hommes / TPG |
|-----|------------|----------|----------|--------------|----------|--------------|
| 50  | 1955       | 26,81647 | 28,40552 | 5,9%         | 26,75507 | -0,2%        |
| 55  | 1950       | 24,26368 | 25,95575 | 7,0%         | 24,07474 | -0,8%        |
| 60  | 1945       | 21,50832 | 23,30185 | 8,3%         | 21,25828 | -1,2%        |
| 65  | 1940       | 18,53412 | 20,39677 | 10,0%        | 18,22126 | -1,7%        |
| 70  | 1935       | 15,39467 | 17,28922 | 12,3%        | 15,08772 | -2,0%        |
| 75  | 1930       | 12,25679 | 14,08680 | 14,9%        | 12,05698 | -1,6%        |
| 80  | 1925       | 9,35194  | 10,96271 | 17,2%        | 9,12890  | -2,4%        |
| 85  | 1920       | 6,88306  | 8,15548  | 18,5%        | 6,64827  | -3,4%        |
| 90  | 1915       | 4,93310  | 5,89309  | 19,5%        | 4,73880  | -3,9%        |
| 95  | 1910       | 3,46780  | 4,29408  | 23,8%        | 3,40109  | -1,9%        |

Fig. 1 : Comparaison des coefficients de provisionnement TPG 1993 et TGH/TGF 05

Dans ce contexte il apparaît opportun de rechercher à mesurer le risque associé à cette erreur

<sup>1</sup> Tables obtenues sur la base de la mortalité de la population féminine sur la période 1961-1987, utilisées depuis le 1<sup>er</sup> juillet 1993.

d'anticipation et de quantifier son impact en terme de provisions pour un régime de rentiers.

En pratique les observations ci-dessus conduisent à la conclusion que le régime de rente est soumis à un risque de modèle important. Il est ainsi possible de reformuler les conséquences du passage des tables TPG 1993 aux tables<sup>2</sup> TGH 05 évoquées ci-dessus en rapprochant l'évolution anticipée de l'espérance de vie à 60 ans dans les deux modèles prospectifs. On obtient ainsi :

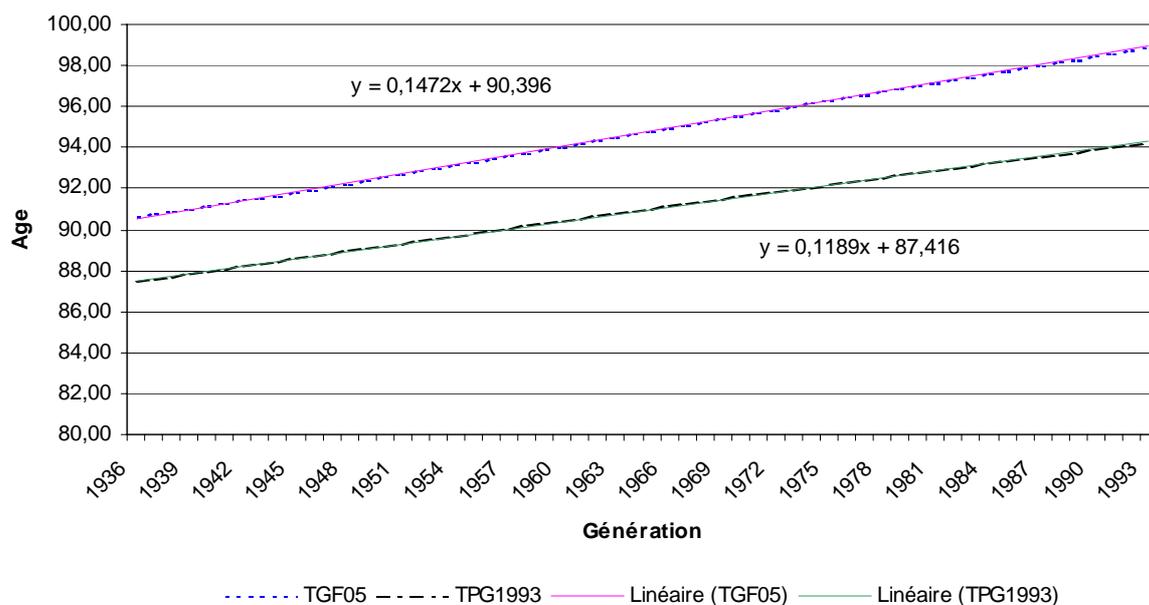


Fig. 2 : Evolution anticipée de l'espérance de vie à 60 ans

On observe que non seulement les niveaux absolus diffèrent sensiblement, mais également que la vitesse de croissance de l'espérance de vie à 60 ans a été sensiblement sous-estimée en 1993 : alors que les TPG 1993 anticipent une augmentation de 1,4 mois par an, les tables TGF 05 prévoient une dérive de 1,8 mois par an, soit 23 % de plus. On note également que les anticipations de l'espérance de vie suivent des tendances linéaires, ce que nous utiliserons par la suite.

Ceci illustre la difficulté à anticiper la tendance de dérive de la mortalité future à partir de données historiques<sup>3</sup>. Dans ce contexte, on propose d'utiliser comme paramètre de contrôle du modèle, en le fixant comme une contrainte *ex ante* l'espérance de vie à un âge donné (60 ans) et son évolution future. Une telle approche permet de quantifier par exemple l'impact sur les charges du régime d'une erreur de 0,1 mois / an sur la vitesse de dérive de cette espérance et d'intégrer explicitement des indicateurs de l'impact sur l'évaluation de l'engagement du

<sup>2</sup> On rappelle que les TPG 1993 sont des tables féminines.

<sup>3</sup> Les populations de référence utilisées pour les 2 séries de tables diffèrent, mais on obtiendrait les mêmes conclusions en utilisant des tables prospectives INSEE à la place des TGF 05.

régime d'une erreur de modèle.

On utilise pour cela dans la présente étude le modèle de Lee-Carter (voir notamment LEE et CARTER [1992], LEE [2000], SITHOLE et al. [2000]) pour construire une surface de mortalité  $\mu(x,t)$ . Après un ajustement des taux passés, les taux de mortalité pour les années futures se déduisent de l'extrapolation de la composante temporelle en intégrant la contrainte posée *a priori*. On peut noter que l'utilisation de la variante log-Poisson (cf. BROUHNS et al. [2002]) conduirait à des résultats très proches, qui ne seront pas repris ici.

Les applications numériques du présent travail sont reprises des résultats obtenus dans EL HERR et al. [2007].

## 2. LE MODELE DE MORTALITE

### 2.1. RAPPELS SUR LE MODELE DE LEE-CARTER

Le modèle retenu pour construire les tables prospectives est adapté du modèle de Lee-Carter (LEE et CARTER [1992]). On rappelle que la modélisation proposée pour le taux instantané de mortalité dans Lee-Carter est la suivante :

$$\ln \mu_{xt} = \alpha_x + \beta_x k_t + \varepsilon_{xt}, \quad (1)$$

en supposant les variables aléatoires  $\varepsilon_{xt}$  indépendantes, identiquement distribuées selon une loi  $N(0, \sigma^2)$  et que l'on dispose d'un historique  $t_m \leq t \leq t_M$ . La question de l'ajustement des paramètres du modèle n'est pas abordée ici. Le lecteur intéressé pourra se reporter aux nombreuses références sur le sujet (citées par exemple dans PLANCHET et THEROND [2006]).

Une fois ajustée la surface de mortalité sur les données passées, il reste à modéliser la série  $(k_t)$  pour extrapoler les taux futurs ; pour cela, on utilise en général une modélisation très simple que la base d'une régression linéaire en supposant une tendance affine :

$$k_t^* = at + b + \gamma_t, \quad (2)$$

avec  $(\gamma_t)$  un bruit blanc gaussien de variance  $\sigma_\gamma$ . On obtient ainsi des estimateurs  $\hat{a}$  et  $\hat{b}$  qui permettent de construire des surfaces projetées en utilisant simplement  $k_t^* = \hat{a}t + \hat{b}$ .

Dans la suite, après avoir brièvement présenté la méthode de fermeture de la table proposée, on présente une adaptation de ce modèle qui prend en compte une contrainte que l'on se fixe *a*

*priori* sur l'évolution future des taux de mortalité.

## 2.2. FERMETURE DE LA TABLE

L'estimation des taux bruts de mortalité n'est en général possible que jusqu'à un âge limite relativement éloigné de l'âge maximum de survie. En pratique, les valeurs brutes estimées présentent une grande instabilité aux âges élevés du fait du faible effectif disponible. On dispose ainsi rarement de données de bonne qualité au-delà de 90-95 ans. Par conséquent, on a recours à une méthode de fermeture permettant de compléter la table avant d'effectuer l'ajustement.

Les différentes méthodes de fermeture de table ne seront pas détaillées ici et le lecteur intéressé pourra, sur ce sujet, consulter PLANCHET et THEROND [2006] ou encore DENUIT et QUASHIE [2005].

On retient dans cette étude un modèle simple dans lequel les taux de mortalité aux grands âges, jusqu'à 120 ans, sont extrapolés en se basant sur la formule suivante :

$$q_x = a \times \exp(bx), \quad (3)$$

où  $a$  et  $b$  sont des réels déterminés par la contrainte  $q_{120} = 1$  et par le raccordement aux taux  $q_x$  pour les âges inférieurs à  $x_0 = 86$ , âge auquel nous commençons l'extrapolation.

Au surplus, on rappelle que dans le contexte de l'évaluation de l'engagement d'un régime de rentes viagères, compte tenu de l'âge moyen des rentiers, la méthode de fermeture finalement retenue n'a qu'une importance relative (voir PLANCHET et THEROND [2006] pour une quantification de cet impact).

## 2.3. PRESENTATION GENERALE DU MODELE

La formulation usuelle du modèle de Lee-Carter  $\ln \mu_{xt} = \alpha_x + \beta_x k_t$  repose sur un modèle implicitement décrit en temps continu. Toutefois, pour le besoin des applications numériques, il s'avère nécessaire de faire une hypothèse permettant de se ramener aux observations, par nature discrètes. L'hypothèse classique consiste à supposer la constance de la fonction de hasard sur chaque carré du diagramme de Lexis, ce qui conduit à  $\mu_{xt} = -\ln(1 - q_{xt})$ .

Dans un premier temps, afin d'éviter cette hypothèse (contestable aux âges élevés notamment), le modèle est écrit directement en temps discret en utilisant les « logits » des taux de décès :

$$\ln \frac{q_{xt}}{1-q_{xt}} = \alpha_x + \beta_x k_t. \quad (4)$$

Comme la transformation inverse de la fonction logistique est  $y \rightarrow \frac{e^y}{1+e^y}$  il est équivalent de poser :

$$q_{xt} = \frac{\exp(\alpha_x + \beta_x k_t)}{1 + \exp(\alpha_x + \beta_x k_t)}. \quad (5)$$

Cette approche présente l'avantage de proposer une paramétrisation explicite des taux de décès  $q_{xt}$ . En ce qui concerne l'estimation des paramètres du modèle, la démarche est strictement identique à celle proposée par Lee-Carter, en remplaçant systématiquement  $\ln \mu_{xt}$  par  $\ln \frac{q_{xt}}{1-q_{xt}}$ . Cette formulation est de plus bien adaptée à la prise en compte d'une contrainte sur l'évolution de l'espérance de vie (générationnelle) à un âge donné pour la partie prospective ; en effet on a :

$$e_{xt} = \sum_{h>0} \prod_{k=0}^{h-1} (1 - q_{x+k,t+k}), \quad (6)$$

et on dispose d'une expression explicite pour  $q_{xt}$  en fonction des paramètres  $(\alpha, \beta, k)$ . On peut également remarquer que :

$$q_{xt} = 1 - \frac{e_{xt}}{1 + e_{x+1,t+1}}. \quad (7)$$

Disposer d'une surface prospective complète est équivalent à déterminer les valeurs  $(k_t ; t \geq t_M)$ . On se donne  $(e_{xt} ; t \geq t_M)$  pour un âge  $x$  fixé ; on veut en déduire les valeurs  $(k_t ; t \geq t_M)$ .

A ce stade, il reste donc à spécifier l'âge  $x_0$  retenu comme « âge pivot » pour l'intégration de l'avis d'expert dans le modèle, ainsi que la forme de l'évolution future de l'espérance de vie à cet âge, c'est à dire la forme de  $t \rightarrow e_{x_0 t}, t \geq t_M$ .

On notera ici que par « continuité » de  $(k_t)$ , la valeur  $k_{t_M+1}$  ne doit pas être « trop loin » de  $k_{t_M}$ , ce qui induit une contrainte sur  $t \rightarrow e_{x_0 t}, t \geq t_M$ . Dans les cas (les plus courants en

pratique) où l'allure générale de  $(k_t)$  est linéaire, on peut ainsi imaginer de simplement introduire l'avis d'expert au travers d'une rupture de pente sur la droite  $t \rightarrow k_t, t \geq t_M$ . Toutefois cette approche ne sera pas privilégiée du fait du caractère non immédiatement appréhensif de  $(k_t)$ , l'espérance de vie résiduelle étant une notion intuitivement plus aisée.

#### 2.4. UNE SPECIFICATION SIMPLE DU MODELE

La spécification la plus simple que l'on puisse imaginer pour  $t \rightarrow e_{x_0t}, t \geq t_M$ , et globalement en phase avec les observations passées, est une évolution linéaire de l'espérance de vie future. Cette forme est au surplus en phase avec ce que l'on constate sur les tables prospectives usuelles (TGP 1993, TGH/TGF 05, etc.). On pose donc :

$$e_{x_0}(t) = a \times t + b, \quad (8)$$

$a$  et  $b$  étant les 2 paramètres de notre modèle fixé *ex ante* par l'avis d'expert.

Dans le cas général, une fois fixée la forme de  $t \rightarrow e_{x_0t}, t \geq t_M$ , la détermination de  $t \rightarrow k_t, t \geq t_M$  au travers de la relation  $e_{xt} = \sum_{h>0} \prod_{k=0}^{h-1} (1 - q_{x+k,t+k})$  n'est pas simple car il est délicat de fixer un horizon *a priori* pour limiter le nombre de  $(k_t)$  pris en compte. On propose donc ici d'utiliser des coefficients approchés, obtenus en contraignant  $(k_t)$  à avoir une forme polynomiale :

$$k(t) = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3, t \geq t_M. \quad (9)$$

Avec cette hypothèse, on a une relation de la forme  $e_x(t) = \varphi_x(a_0, a_1, a_2, a_3)$  et on se ramène ainsi à rechercher  $\theta = (a_0, a_1, a_2, a_3)$  minimisant l'écart quadratique entre les valeurs « à dire d'expert » pour l'espérance de vie à l'âge pivot et la prédiction de ces valeurs par le modèle, c'est à dire à chercher à résoudre le programme :

$$\underset{(a_0, a_1, a_2, a_3)}{\text{Min}} \sum_{t=t_M}^{t_M+h} (a + bt - \varphi_{x_0t}(a_0, a_1, a_2, a_3))^2 \quad (10)$$

avec :

$$\sum_{h>0} \prod_{k=0}^{h-1} \left( 1 - \frac{\exp\left(\alpha_{x+k} + \beta_{x+k} \left( a_0 + a_1(t+k) + a_2(t+k)^2 + a_3(t+k)^3 \right)\right)}{1 + \exp\left(\alpha_{x+k} + \beta_{x+k} \left( a_0 + a_1(t+k) + a_2(t+k)^2 + a_3(t+k)^3 \right)\right)} \right) = \varphi_{xt}(a_0, a_1, a_2, a_3) \quad (11)$$

La résolution du programme ci-dessus ne pose pas de problème particulier numériquement. On notera simplement qu'il convient de projeter les taux de décès sur un horizon bien plus important que l'horizon de projection des espérances de vie résiduelles : par exemple, pour estimer l'espérance de vie à 65 ans en 2050 il faut disposer des taux de décès jusqu'en 2105 dans l'hypothèse d'un âge maximum de survie de 120 ans.

### 3. APPLICATION NUMERIQUE

L'illustration numérique proposée ici est structurée en trois parties : dans un premier temps, nous justifions de la pertinence de l'utilisation des logits des taux de décès en lieu et place de la fonction de hasard, puis nous analysons le comportement de notre modèle pour sa composante prospective en introduisant l'avis d'expert. Enfin, on montre l'application que l'on peut faire de ce modèle pour la quantification du risque de longévité porté par un régime de rentes viagères.

#### 3.1. PASSAGE DU MODELE LEE-CARTER STANDARD AU LEE-CARTER LOGISTIQUE

La table prospective utilisée dans cette étude est construite à partir des tables du moment fournies par l'INED<sup>4</sup> dans MESLE et VALLIN [2002]. L'ajustement sur les données historiques du modèle de Lee-Carter « logistique » conduit à la surface de mortalité suivante :

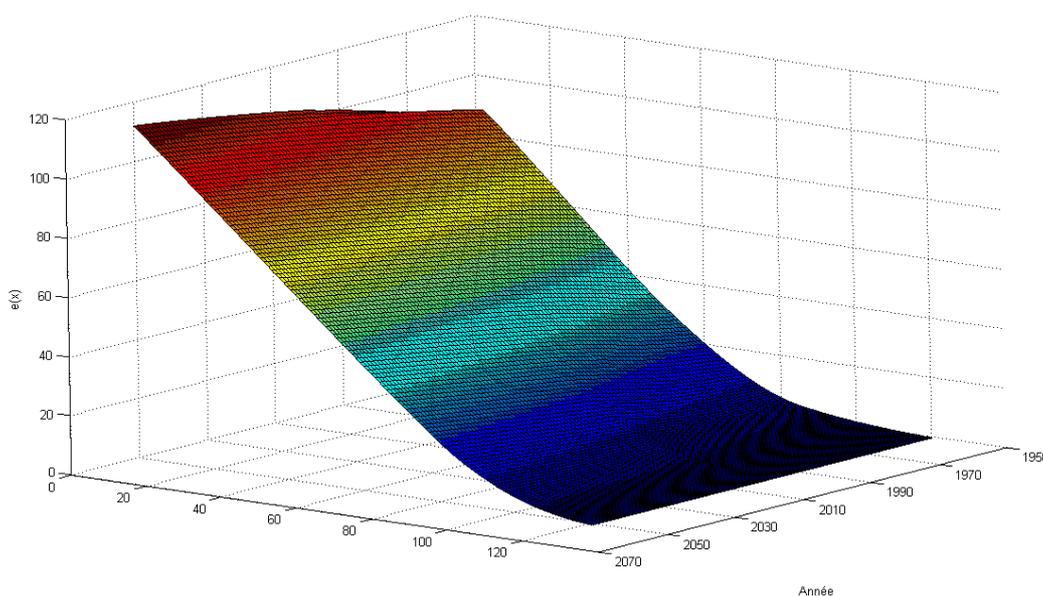


Fig. 3 : Surface de mortalité ajustée (Lee-Carter sur les logits)

La proximité des deux modèles (Lee-Carter standard et Lee-Carter logistique) est illustrée par

<sup>4</sup> Ces tables sont disponibles sur [http://www.ined.fr/publications/cdrom\\_vallin\\_mesle/Tables-de-mortalite/Tables-du-moment/Tables-du-moment-XX.htm](http://www.ined.fr/publications/cdrom_vallin_mesle/Tables-de-mortalite/Tables-du-moment/Tables-du-moment-XX.htm)

la comparaison des différents paramètres, effectuée ci-dessous :

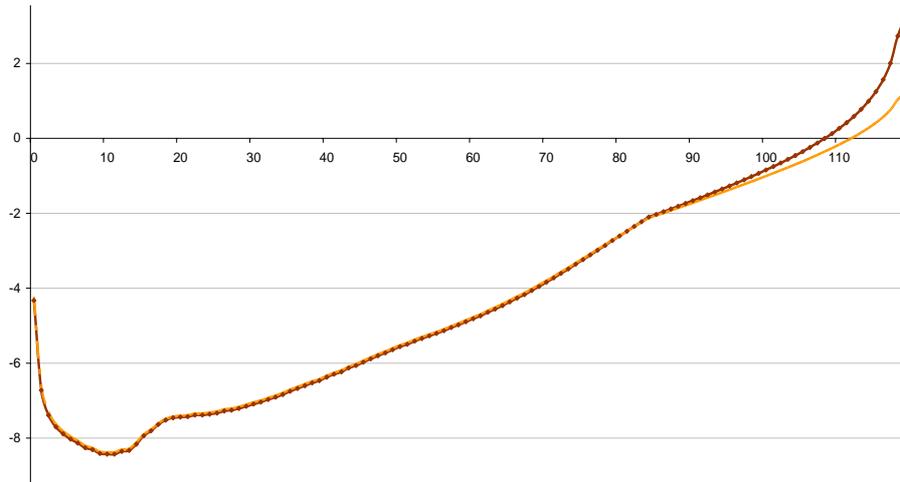


Fig. 4 : Comparaison des estimations de  $\alpha_x$

On note comme attendu un écart qui se creuse aux âges élevés et une grande proximité des valeurs ailleurs ; la situation est analogue avec le paramètre  $\beta_x$  :

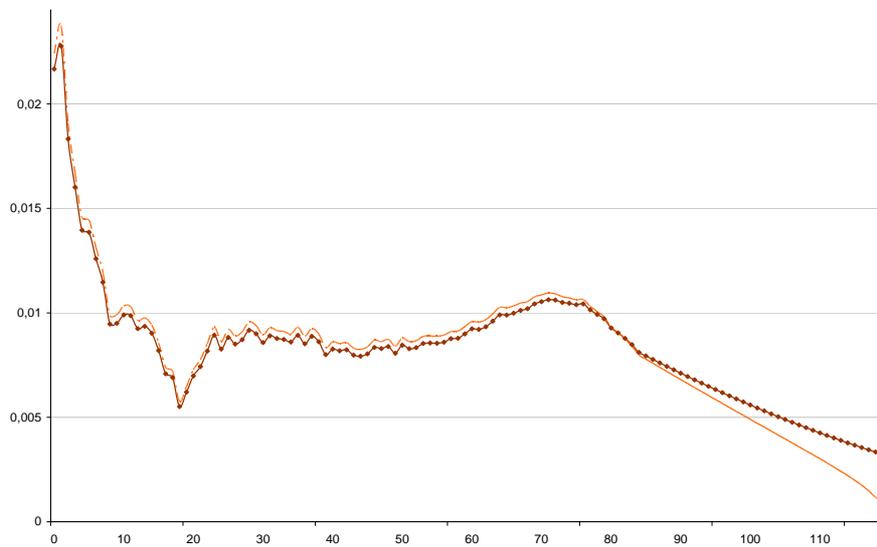


Fig. 5 : Comparaison des estimations de  $\beta_x$

Pour ce qui concerne la composante temporelle, les différences entre les deux modèles sont négligeables :

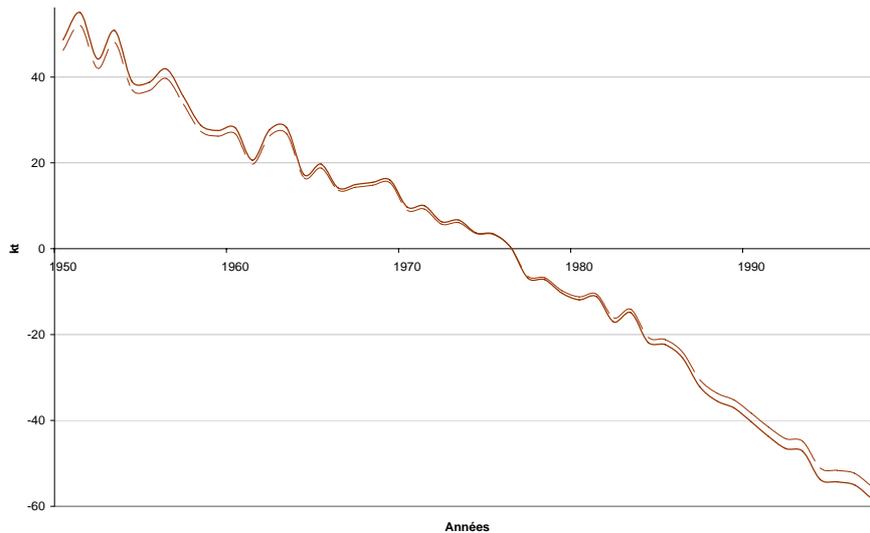


Fig. 6 : Comparaison des estimations de  $k_t$

On utilise dorénavant la version du modèle sur la base des logits des taux de décès. Les résultats ci-après illustrent le comportement du modèle contrôlé par l'avis d'expert.

### 3.2. ANALYSE DE LA COMPOSANTE PROSPECTIVE

Afin de simplifier l'expression de l'avis d'expert, d'une part, et d'assurer la continuité de l'évolution de l'espérance de vie, d'autre part, on contraint  $e_{64}(t_M)$  à être égale à la valeur issue de l'ajustement initial, soit environ 28 ans sur nos données.

Il reste alors à fixer  $e_{64}(t)$  pour une date  $t$  déterminée *ex ante*. On retient  $t = 2050$  comme horizon d'expression de l'avis d'expert, soit une opinion prospective à environ 50 ans. Deux situations sont alors comparées :  $e_{64}(2050) = 38$  (qui sera notre situation de référence) et  $e_{64}(2050) = 48$ .

On s'intéresse tout d'abord à l'impact de l'intégration de l'avis d'expert dans la projection du paramètre temporel :

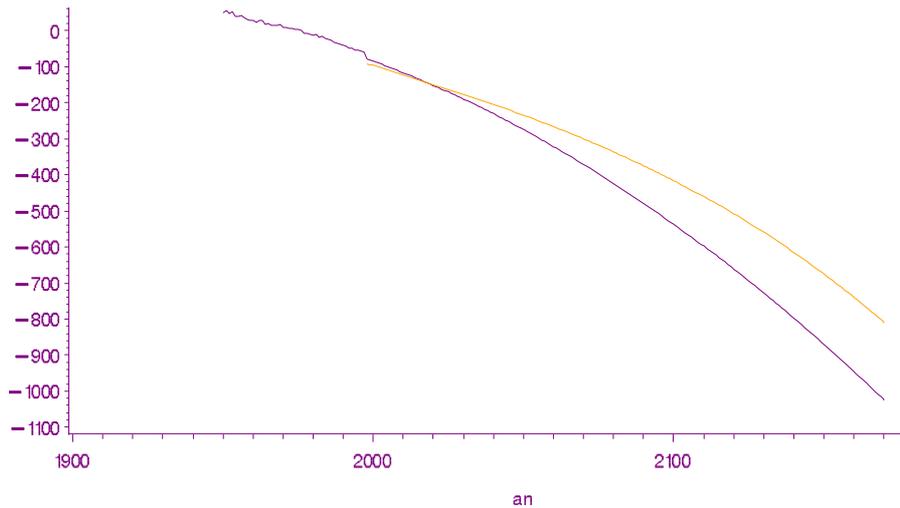


Fig. 7 : Comparaison des estimations de  $k_t$  dans le modèle contraint et le modèle non contraint

Le rapport des deux surfaces de mortalité ainsi obtenues sur la plage d'âges 60-120 ans est représenté ci-après :

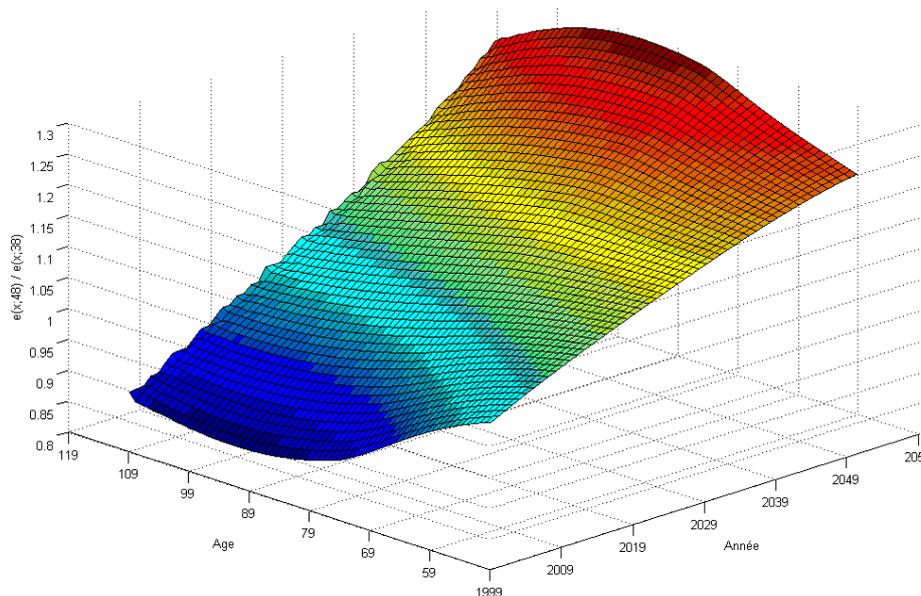


Fig. 8 : Surface de mortalité ajustée (Lee-Carter sur les logits)

On note en premier lieu que l'avis d'expert formulé à un âge donné se répercute sur l'ensemble des âges. Il s'agit là d'une conséquence du caractère très structurant (et donc très contraignant) du modèle de Lee-Carter, dans lequel la seule donnée de  $t \rightarrow k_t, t \geq t_M$  détermine entièrement la surface prospective pour tous les âges.

On remarque, ce qui n'est pas intuitif, qu'anticiper une augmentation plus importante de l'espérance de vie à 64 ans conduit à court terme à réviser à la baisse l'estimation de l'espérance de vie aux âges plus élevés pendant quelques années. Bien entendu, dans le long

terme, l'espérance de vie à tous les âges concernés devient supérieure à l'espérance qui était anticipée dans le modèle de référence.

Cette évolution comparée des espérances de vie dans les deux situations est la conséquence d'une projection de long terme des taux de sortie instantanés. La figure ci-après présente l'évolution du rapport des taux des décès dans les deux hypothèses de travail :

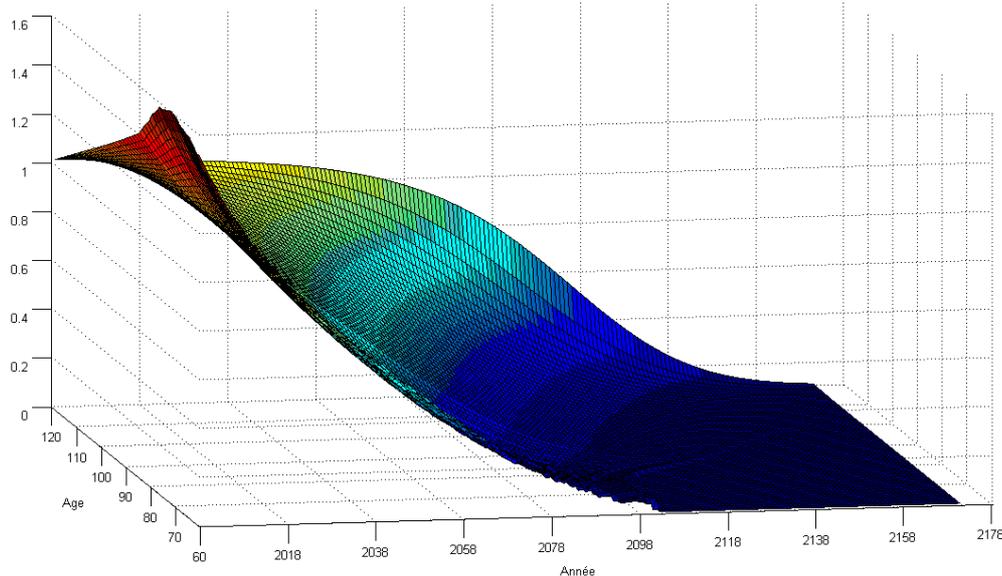


Fig. 9 : Surface de mortalité ajustée (Lee-Carter sur les logits)

On retrouve en mode « inversé » les caractéristiques de la surface précédente. On observe que l'écart d'espérance de vie anticipé à 64 ans à un horizon d'environ 50 ans (+ 26 %) implique une décroissance beaucoup plus forte des taux de décès à tous les âges (au-delà de 60 ans). On observe ainsi des abattements de plus de 90 % après un siècle.

Cela donne une idée de la contrainte que représente un gain d'espérance de vie résiduelle à 64 ans sur les taux de décès annuels. En d'autres termes, une faible variation des taux de décès annuels n'impacte quasiment pas l'espérance de vie résiduelle. En d'autres termes l'engagement d'un régime de rente est peu sensible à des phénomènes instantanés affectant la mortalité sur une année.

### 3.3. APPLICATION A UN REGIME DE RENTES VIAGERES

Un régime de rente est confronté principalement à un risque financier et, de manière seconde, à un risque de mauvaise anticipation de la mortalité des rentiers ; ce risque de longévité (voir PLANCHET et al. [2006]) doit, dans le contexte du projet de réforme des règles prudentielles « Solvabilité 2 », être quantifié. Le modèle que nous proposons ici permet de proposer une

évaluation de ce risque, nous illustrons cela dans la suite de ce paragraphe.

Nous utilisons pour cette illustration un portefeuille<sup>5</sup> constitué de 374 rentiers de sexe féminin âgés en moyenne de 63,8 ans au 31/12/2005. La rente annuelle moyenne s'élève à 5,5 k€ La figure 2 *infra* présente les flux de prestations espérés en fonction du temps obtenu à partir de la table de mortalité TV 2000.

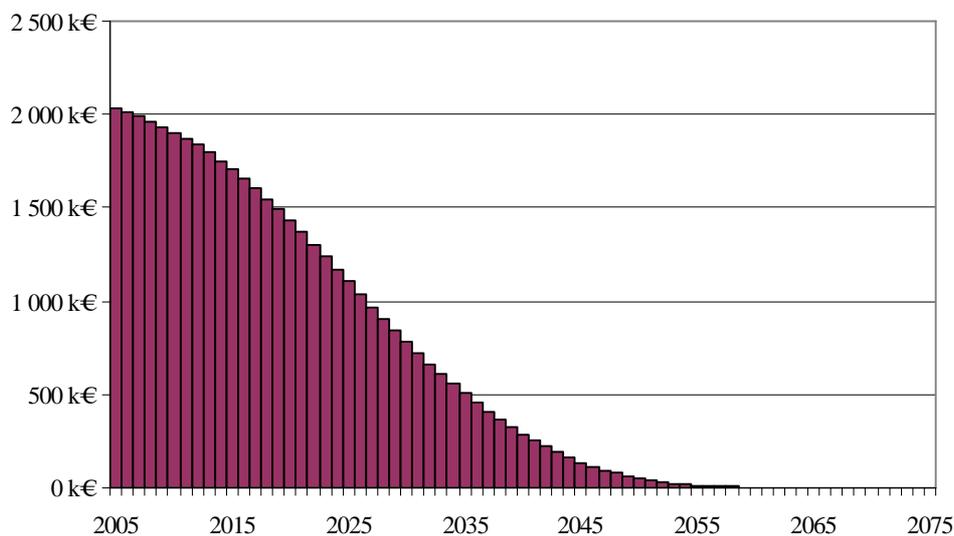


Fig. 10 : Flux de prestations espérées

En raisonnant pour simplifier à taux technique nul (*ie* le capital constitutif d'un € de rente est exactement égal à l'espérance de vie à cet âge), on trouve que l'engagement du régime passe de 67 M€ dans la situation de référence  $e_{64}(2050) = 38$  à 70,9 M€ en supposant une valeur cible plus élevée de 10 ans. Cet écart d'un peu moins de 6 % peut être associé au risque de longévité.

On remarquera incidemment que l'écart de 10 ans sur 50 ans de projection est cohérent avec l'écart de presque 2 ans observé sur 10 ans lors de l'actualisation des tables réglementaires en France (voir l'introduction du présent article).

#### 4. CONCLUSION

Alors que la mauvaise anticipation de l'espérance de vie future aux âges de service des prestations constitue un risque majeur pour les régimes de rente, le modèle proposé fournit un outil opérationnel simple à mettre en œuvre et de nature à permettre une mesure de la sensibilité de l'engagement du régime à diverses hypothèses d'évolution de cette espérance de

<sup>5</sup> Il s'agit en fait du portefeuille utilisé dans PLANCHET et al. [2006].

vie.

En particulier, le modèle proposé fournit un cadre simple et justifiable pour quantifier un besoin en capital spécifique pour le risque de longévité porté par le régime de rentes de manière plus lisible et plus robuste que les modèles stochastiques de mortalité.

## **BIBLIOGRAPHIE**

- BROUHNS N., DENUIT M., VERMUNT J.K. [2002] « A Poisson log-bilinear regression approach to the construction of projected lifetables », *Insurance: Mathematics and Economics*, vol. 31, 373-393.
- CAREY J.R., TULAPURKAR S. Ed. [2003] *Life Span, Evolutionary, Ecological and Demographic Perspectives*, Population and Development Revue (sup. to vol. 29) , Population Council.
- GUTTERMAN S., VANDERHOOF I.T. [1999] « Forecasting changes in mortality: a search for a law of causes and effects », *North American Actuarial Journal*, vol. 2, 135-138.
- EL HERR R., SARAC-DEDIC J., FERRIER C., SILVANT M. [2007] « Modèles de mortalité avec dérive contrainte », *Rapport de groupe de travail ISFA*.
- LEE R.D., CARTER L. [1992] « Modelling and forecasting the time series of US mortality », *Journal of the American Statistical Association*, vol. 87, 659–671.
- LEE R.D. [2000] « The Lee–Carter method of forecasting mortality, with various extensions and applications », *North American Actuarial Journal*, vol. 4, 80–93.
- MESLE F., VALLIN J. [2002] « Comment améliorer la précision des tables de mortalité aux grands âges ? Le cas de la France », *Population n°4*, INED, 603.
- PLANCHET F., JUILLARD M., FAUCILLON L. [2006], « Quantification du risque systématique de mortalité pour un régime de rentes en cours de service », *Assurance et gestion des risques*, Vol. 75.
- PLANCHET F., LELIEUR V. [2006] « Construction de tables de mortalité prospectives : le cas des petites populations », à paraître dans le *Bulletin Français d'Actuariat*, vol. 7 n°14
- PLANCHET F., THÉRON P.E. [2006] *Modèles de durée – applications actuarielles*, Paris : Economica.
- SITHOLE T., HABERMAN S., VERRALL R.J. [2000] « An investigation into parametric models for mortality projections, with applications to immediate annuitants and life office pensioners », *Insurance: Mathematics and Economics*, vol. 27, 285–312.