

Mémoire présenté le :

pour l'obtention du Diplôme Universitaire d'actuariat de l'ISFA et l'admission à l'Institut des Actuaire

Par : Cyprien HERBRETEAU

Titre Impacts des nouvelles tables du BCAC en termes de provisionnement, construction d'une loi de maintien et d'un outil de tarification pour l'incapacité

Confidentialité : [] NON [x] OUI (Durée : [] 1 an [x] 2 ans)

Les signataires s'engagent à respecter la confidentialité indiquée ci-dessus

Membre présents du jury de l'Institut des Actuaire signature Entreprise : ACTUARIELLES

Nom : Anne MARION

Signature :

Directeur de mémoire en entreprise :

Nom : Adrien VOGT

Signature :

Invité :

Nom :

Signature :

Autorisation de publication et de mise en ligne sur un site de diffusion de documents actuariels (après expiration de l'éventuel délai de confidentialité)

Signature du responsable entreprise

[Signature of Adrien VOGT]

Signature du candidat

[Signature of Cyprien HERBRETEAU]

Secrétariat : Christine DRIGUZZI

Bibliothèque : Patricia BAROLO

Résumé

Mots-clés : Arrêt de travail, Incapacité, Provisions, Kaplan-Meier, Whittaker-Henderson, Méthode par simulations, Tables du BCAC

A travers ce mémoire nous cherchons à étudier les impacts des nouvelles tables du BCAC sur un portefeuille d'assurés d'une mutuelle d'assurance. L'idée étant de pouvoir identifier si une des tables du BCAC est adaptée à notre portefeuille. Nous construisons aussi un outil de tarification de la garantie incapacité.

La présentation du contexte réglementaire ainsi que le cadre général de la prévoyance collective nous rappelle à quel point ce milieu est rigoureusement supervisé et contrôlé.

Une analyse des données dont nous disposons nous permet de constater que le portefeuille est majoritairement masculin et régionalisé.

L'étude de la liquidation des prestations de notre portefeuille sur la période 2009-2015 a permis de constater que les nouvelles tables du BCAC semblaient adaptées à notre portefeuille en matière de provisionnement. En effet, avec ces tables la liquidation des prestations est relativement constante dans le temps.

Nous décidons ensuite de construire notre propre loi de maintien, basée sur les données dont nous disposons. Nous utilisons les méthodes de Kaplan-Meier et de Whittaker-Henderson pour la construction et le lissage. Notre population présente une sinistralité plus faible que celles induites par le BCAC.

Enfin, nous construisons un outil de tarification par simulations de la garantie incapacité. L'avantage d'une telle méthode est qu'il est alors aisé d'établir de nombreuses statistiques usuelles. Le test de l'outil sur l'année 2009 permet de le valider. La franchise étant un élément crucial du contrat, dont dépend à la fois le tarif et les garanties, nous décidons d'y consacrer une brève étude.

Abstract

Keywords : Work stoppage, Disability, Reserves, Kaplan-Meier, Whittaker-Henderson, Method by simulations, BCAC tables

With this paper we want to study impacts given by the new BCAC tables on an insurance portfolio. Our idea is to identify if among BCAC tables versions one is fitted to our portfolio. We also build a quotation tool for disability guarantee.

The introduction of juridic context and definitions of group life insurance reminds us how it is supervised and controlled.

The analysis of our data allows us to highlight how the studied portfolio is mainly composed by men and regionalized.

The benefits evolution study on the 2009-2015 period shows BCAC tables new version seems to fit our portfolio in the reserving topic. Indeed with these tables the benefits evolution is quite constant through time.

Now we decide to build our own disability maintaining law, based on our data. We use Kaplan-Meier and Whittaker-Henderson methods for building and smoothing. The studied population presents less claims than ones suggested by BCAC tables.

To finish we decide to create our quotation tool for disability, based on simulations method. With this method we can easily build a lot of common statistics. We validate our tool by testing it on 2009 year. Because insurance premium and benefits depend on the deductible period of the contract, we make a brief study on it.

Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier Anne MARION pour son accueil au sein du cabinet ACTUARIELLES et de la confiance qu'elle m'a accordée. Je la remercie également pour le temps qu'elle a pris pour relire mon mémoire, et des conseils avisés qu'elle a pu me donner.

Par ailleurs, je souhaite également remercier tout particulièrement Adrien VOGT de m'avoir bien encadré dans mes travaux. Je lui suis en effet très reconnaissant d'avoir toujours été présent pour répondre à mes interrogations ou me faire partager son expérience afin de me guider au mieux dans mes travaux.

Plus globalement, je tiens à remercier l'ensemble du cabinet ACTUARIELLES pour leur formidable accueil. Je les remercie de m'avoir tous fait partager leur expérience, chacun à leur manière.

En outre, je tiens également à remercier Denis CLOT de m'avoir accordé du temps à la relecture de mon mémoire, et aux conseils qu'il a pu me donner.

Pour finir, je souhaitais également remercier Frédéric PLANCHET pour sa grande disponibilité et ses réponses précises à mes questions.

Cyprien HERBRETEAU

Sommaire

Résumé	0
Abstract	1
Remerciements	2
ACTUARIELLES, spécialiste de la protection sociale	7
Abréviations et chiffres-clés	9
Parmi tous les produits de prévoyance, la présente étude porte sur le risque arrêt de travail	10
I L'arrêt de travail : garantie clé en France	13
1 Législation et réglementations	13
1.1 Loi de mensualisation de 1978 impose un maintien de salaire par l'em- ployeur	13
1.2 Loi Evin du 31 décembre 1989 garantit le maintien des prestations, même en cas de résiliation	13
1.2.1 L'article 2 interdit les discriminations en collectif	14
1.2.2 L'article 7 impose à l'assureur la constitution de provisions	14
1.2.3 L'article 7-1 impose le maintien de la garantie décès	14
1.2.4 L'article 15 oblige l'assureur à présenter annuellement les comptes à l'assuré	14
1.3 La loi du 8 août 1994 impose à l'employeur d'organiser la revalorisation future des prestations en cas de changement d'assureur	14
1.4 L'arrêté du 28 mars 1996 fixe les règles de provisionnement que les assureurs doivent respecter	15
1.5 La loi du 9 novembre 2010 décale de deux ans l'âge de liquidation de la retraite	16
1.6 Les Accords Nationaux Interprofessionnels	16
1.6.1 Les garanties incapacité et invalidité bénéficient désor- mais d'une période de portabilité	16

1.6.2 La durée de portabilité passe de neuf à douze mois	17
1.7 On parle désormais de recommandation	17
1.8 Pourquoi ne pas avoir généralisé la prévoyance?	18
2 La garantie arrêt de travail couvre deux risques	20
2.1 Tout d'abord, l'incapacité temporaire	20
2.1.1 Laquelle est liée à la capacité de travail	20
2.1.2 Est partiellement prise en charge par la Sécurité sociale	20
2.1.2.1 L'arrêt de travail peut être d'origine privée	21
2.1.2.2 Ou professionnelle	22
2.2 Elle peut aboutir à une invalidité	22
2.2.1 D'origine non professionnelle	22
2.2.2 Ou professionnelle	23
2.2.3 La Sécurité sociale couvre également de manière partielle l'in-	
validité	23
2.1.2.1 Lorsque l'arrêt de travail est d'origine privée	23
2.1.2.2 Ou professionnelle	24
2.3 Le maintien de salaire employeur constitue la première partie des in-	
demnités complémentaires	25
2.4 Les organismes assureurs interviennent en relais du maintien de l'em-	
ployeur	26
2.4.1 L'établissement des comptes permet de piloter le régime	28
2.4.2 Une juste évaluation des provisions constitue le sujet crucial des	
assureurs	29
2.4.2.1 Un sur-provisionnement aggrave la charge sinistre	30
2.4.2.2 Une dégradation du résultat à prévoir en cas de mali	
de liquidation	31
2.4.3 Il est important de connaître les spécificités de son portefeuille .	32

II L'analyse de la sinistralité d'un portefeuille spécifique justifie quelle table est la plus adaptée **34**

1 Une population atypique et régionale	35
1.1 Un portefeuille en constante croissance	36
1.2 Un portefeuille majoritairement masculin	37
1.3 Un portefeuille très représenté dans trois départements	38
1.4 Le portefeuille vieilli sur la période étudiée	40
2 La cartographie de la sinistralité permet de mettre en évidence une	
 majorité d'arrêts inférieurs à un mois	43
2.1 Une proportion de sinistres à provisionner de l'ordre de 11 % en incapacité	43
2.2 Les arrêts sont un peu différents selon le sexe de l'assuré	45
2.2.1 Près de 97 % des sinistres en incapacité durent moins d'un an .	45

2.2.2 Les femmes restent un peu plus longtemps en arrêt que les hommes, mais la fréquence de survenance est identique	46
2.2.3 Les températures basses favorisent les arrêts	49
2.2.4 La proportion d'arrêts chez les moins de 30 ans et les plus de 55 ans est plus élevée chez les femmes	51

3 La liquidation des prestations permet de justifier l'intérêt d'une table réglementaire plutôt qu'une autre	53
3.1 La constitution des provisions mathématiques pour un incapable	53
3.2 La constitution des provisions mathématiques pour un invalide	55
3.3 Les nouvelles tables semblent plus adaptées à notre portefeuille	56
3.3.1 Les nouvelles tables sont plus en adéquation avec notre portefeuille	56
3.3.2 Pour l'invalidité, les résultats sont en revanche moins satisfaisants	60

III Construction d'une loi de maintien en incapacité sur la base des données **63**

1 Il existe différents types de tables de maintien en incapacité	63
1.1 Il existe différentes versions des tables du BCAC	63
1.1.1 Les tables de 1996, actuellement utilisées par de nombreux assureurs	63
1.1.2 De nouvelles tables construites en 2013 sont encore en cours d'étude	64
1.2 Une table d'expérience permet à l'assureur de mieux cibler son portefeuille	64
1.2.1 Une table d'expérience permet une meilleure représentation de la sinistralité de son portefeuille	65
1.2.2 En plus d'être chronophage, une table d'expérience doit être certifiée régulièrement	65
1.3 Les tables tiennent compte de l'âge à la survenance et de l'ancienneté dans l'arrêt	66
2 Estimation par la méthode de Kaplan-Meier d'une loi de maintien	67
2.1 La loi de maintien est estimée sans distinction de sexe	67
2.1.1 La table construite concerne le risque incapacité	67
2.1.2 La loi de maintien est estimée sur 36 mois	68
2.1.3 L'estimation de la loi de maintien est faite sans distinction d'âge à la survenance	68
2.1.4 La loi construite est mixte	68
2.2 La méthode de Kaplan-Meier permet d'estimer la fonction de survie	69
2.2.1 Quelques notations pour définir le contexte	69
2.2.2 La méthode de Kaplan-Meier repose sur un principe	70
2.2.2.1 Estimer la loi de maintien revient à estimer la fonction de survie	70
2.2.2.2 L'intervalle de confiance permet de rendre le résultat crédible .	72

2.3 Les résultats sont lissés par la méthode Whittaker-Henderson	73
3 La sinistralité de notre portefeuille est plus courte que celles suggérées par les tables du BCAC	76
3.1 Notre portefeuille présente des taux de sorties d'incapacité supérieurs à ceux du BCAC sur les arrêts courts	76
3.2 L'erreur d'estimation est d'autant plus importante que nos données sont moins nombreuses	78
IV Construction d'un outil de tarification pour la garantie incapacité	81
1 Méthode par simulations avec comme variable la charge de prestations	81
1.1 L'engagement de l'assuré doit être égal à l'engagement de l'assureur . .	81
1.2 Un tarif établi sur la base de multiples scénarios	83
1.3 Notre modèle est régi par des hypothèses que nous avons dû prendre .	86
2 L'outil permet de tarifier la garantie incapacité avec notre loi de maintien	87
2.1 Nous obtenons une cotisation exprimée en % du salaire, limité à la TA	87
2.2 Sur la base de l'année 2012, nous validons les résultats obtenus avec notre outil	90
2.3 Impacts d'une franchise	91
Conclusion	93
Bibliographie	95
Annexe 1 - Liquidation des prestations incapacité	96
Annexe 2 - Loi de maintien en incapacité	97
Annexe 3 - Probabilités de maintien estimées puis lissées	98
Annexe 4 - Lois de maintiens du BCAC pondérées et loi de maintien construite	99

ACTUARIELLES, spécialiste de la protection sociale

ACTUARIELLES a été créée par Anne MARION en 1996 afin de développer le conseil aux organisations syndicales dans le domaine de la protection sociale complémentaire. A présent, ACTUARIELLES est reconnue par les partenaires sociaux, qui, en plus des compétences techniques, lui reconnaissent des compétences relationnelles. Celles-ci sont indispensables pour maintenir une paix sociale lors des négociations concernant les modifications des régimes de santé et de prévoyance.

La société exerce son activité auprès des partenaires sociaux, des entreprises et des organismes assureurs. Les domaines d'intervention du cabinet s'orientent autour de trois principaux axes : la formation, la négociation et l'actuariat technique.

La formation

Elle apporte un savoir-faire en protection sociale auprès de différents acteurs de l'assurance : les commerciaux, les administrateurs, les marqueteurs, etc.

Son objectif est de transférer des connaissances aux participants afin de les rendre plus autonomes devant les décisions qu'ils seront amenés à prendre, mais aussi de les tenir informés de l'actualité.

Les formations sont généralement très appréciées des participants.

Voici quelques exemples de formations que le cabinet anime :

- "L'actuariat sans formule"
- "Représentation graphique des données"
- "Solvabilité 2 : devenir honorable et compétent"

La négociation collective

Le cabinet ACTUARIELLES apporte un soutien technique lors des négociations des régimes frais de santé, prévoyance et retraite. Le rôle du cabinet est de conseiller les partenaires sociaux avec des outils techniques afin de permettre aux différentes parties de trouver un accord.

Les missions techniques

Le cabinet intervient également sur des missions techniques d'actuariat, telles que :

- Audit de régime de prévoyance et santé
- Calcul et/ou validation de provisions
- Tarification de produits d'assurance
- Projection de risques
- Analyse des comptes de résultats et établissement des comptes de résultats prévisionnels
- Evaluation de passifs sociaux
- Evaluation des impacts des réformes (fiscaux, sociaux) comme la généralisation de la complémentaire santé pour tous

Abréviations et chiffres-clés

Liste des principales abréviations utilisées dans la suite :

ACPR : Autorité de Contrôle Prudentiel et de Résolution

ANI : Accord National Interprofessionnel

BCAC : Bureau Commun des Assurances Collectives

CCN : Convention Collective Nationale

CPAM : Caisse Primaire d'Assurance Maladie

CSP : Catégorie Socio-Professionnelle

DUE : Décision Unilatérale de l'Employeur

EEE : Espace Economique Européen

IJ : Indemnités Journalières

IP : Institution de Prévoyance

IPP : Incapacité Permanente Partielle

PASS : Plafond Annuel de la Sécurité Sociale

PMSS : Plafond Mensuel de la Sécurité Sociale

S/P : rapport Sinistres / Primes

SMIC : Salaire Minimum de Croissance

TME : Taux Moyen des emprunts d'Etat

Valeur en 2017	Montant
PASS	39 228€
PMSS	3 269€
SMIC mensuel	1 480,27€

Parmi tous les produits de prévoyance, la présente étude porte sur le risque arrêt de travail

Aujourd'hui en France, la prévoyance correspond à une couverture permettant de se protéger contre les aléas de la vie. La prévoyance peut se diviser en deux grandes catégories de risques : la prévoyance lourde et les frais médicaux.

La prévoyance lourde regroupe les risques à fortes conséquences financières pour l'assuré. Il s'agit des risques décès, incapacité, invalidité et dépendance. Cela correspond aux risques qui interrompent ou suspendent l'activité professionnelle de l'assuré. La conséquence pour ce dernier est tout simplement la perte partielle ou totale de ses revenus. Les garanties principales associées ont pour objectif de compenser cette perte financière. Les prestations peuvent prendre diverses formes : capital, rentes, indemnités journalières.

Les frais médicaux sont engagés lors de consultations chez le médecin ou lors d'hospitalisations par exemple. Il s'agit plus généralement de toutes les garanties offertes par une complémentaire santé. Ici, les garanties servent à couvrir l'assuré des frais qu'il engage lorsqu'il est malade. Les prestations sont versées en espèces.

Par ailleurs, les contrats de prévoyance peuvent être souscrits soit à titre individuel soit à titre collectif. Dans le cas d'un contrat collectif, c'est le chef d'entreprise qui va souscrire auprès d'un organisme assureur un contrat permettant de couvrir ses salariés.

Dans la suite de ce mémoire, nous allons nous intéresser uniquement aux risques d'incapacité et d'invalidité, dans le cadre d'un contrat collectif. Une des raisons de ce choix est qu'il s'agit de garanties extrêmement importantes mais trop souvent oubliées ou négligées lors de la négociation de contrats.

L'objet de ce mémoire est de déterminer dans un premier temps si une des tables du BCAC est adaptée ou non au portefeuille étudié. Pour ce faire, nous travaillerons

sur le volet du provisionnement.

Nous souhaitons par ailleurs dans ce mémoire construire une loi de maintien en incapacité, sur la base de nos données. Nous pourrions alors comparer notre loi de maintien à celles du BCAC.

Enfin, nous construirons un outil de tarification de la garantie incapacité, avec la loi de maintien construite. L'objectif étant d'obtenir un outil simple d'utilisation et rapide d'exécution pour l'utilisateur.

La franchise étant un élément important d'un contrat de prévoyance, un petit focus sera fait sur le sujet.

Partie 1
L'arrêt de travail : garantie clé en
France

1 - Législation et réglementations

1.1 Loi de mensualisation de 1978 impose un maintien de salaire par l'employeur

La loi de mensualisation du 19 janvier 1978 est consécutive à l'accord national interprofessionnel du 10 décembre 1977 relatif à la mensualisation.

Elle va poser les principes de la mensualisation de la paie, et des catégories de salariés exclues de ces dispositions. Quel que soit le nombre de jours composant le mois, le salarié bénéficie à présent de la même rémunération tous les mois.

Elle introduit par ailleurs l'obligation de maintien de salaire par l'employeur en cas d'arrêt de travail suite à une maladie, un accident de travail ou une maladie professionnelle. Cette obligation est cependant soumise à certaines conditions, qui seront explicitées ultérieurement.

1.2 Loi Evin du 31 décembre 1989 garantit le maintien des prestations, même en cas de résiliation

A la base de la prévoyance collective en France, la loi Evin a pour objectif d'harmoniser les règles aux trois types d'organismes assureurs (entreprises d'assurance, mutuelles et IP).

Plus précisément, cette loi va renforcer les garanties offertes aux assurés en matière d'assurances de personne (dont dépend le risque arrêt de travail).

Tous les articles de la loi ne requièrent pas la même attention. Je vais donc m'attarder sur les plus importants.

Afin d'alléger la rédaction, je ne mentionnerai par la suite que le risque arrêt de travail. Mais il est important de ne pas oublier qu'elle traite aussi d'autres risques comme le décès par exemple.

Les articles suivants se situent dans le cadre d'opérations collectives couvrant le risque arrêt de travail. Par ailleurs, on suppose que le contrat est mis en place soit par convention collective, soit par un accord collectif, soit par référendum ou soit par DUE.

1.2.1 L'article 2 interdit les discriminations en collectif

L'organisme assureur ne peut pas refuser un adhérent malade dont la pathologie est survenue avant la signature du contrat, de la convention ou de son adhésion, sous réserve des sanctions prévues en cas de fausse déclaration.

1.2.2 L'article 7 impose à l'assureur la constitution de provisions

En cas de résiliation ou non renouvellement du contrat à l'issue de la période de couverture, l'assureur doit maintenir le versement des prestations au niveau atteint. Cela concerne les prestations immédiates ou différées, acquises ou nées durant la vie du contrat.

Par ailleurs, il est impératif pour l'assureur d'avoir constitué des provisions suffisantes pour couvrir à tout moment son engagement sur tous les contrats souscrits.

1.2.3 L'article 7-1 impose le maintien de la garantie décès

Cet article est rédigé à la suite de l'article 7. En cas de décès d'un assuré avant le terme de sa période d'incapacité de travail ou d'invalidité, le non renouvellement ou la résiliation du contrat n'a aucun effet la maintien de sa garantie.

Par ailleurs, on retrouve la même obligation de couvrir à tout moment l'engagement par des provisions suffisantes.

1.2.4 L'article 15 oblige l'assureur à présenter annuellement les comptes à l'assuré

Il expose l'obligation pour l'assureur de remettre annuellement au chef d'entreprise un rapport sur les comptes. Le document doit notamment présenter de manière précise et claire les méthodes utilisées pour calculer les différentes provisions constituées au cours de l'exercice.

1.3 La loi du 8 août 1994 impose à l'employeur d'organiser la revalorisation future des prestations en cas de changement d'assureur

Il est question dans ce texte de modifier la législation française de sorte qu'elle soit conforme aux directives européennes. Trois grands axes structurent ce texte.

Le premier point est relatif aux dispositions générales de la protection sociale complémentaire des salariés. Les modalités de mise en place, de modification ou de remise en cause des régimes de prévoyance deviennent identiques pour les entreprises, indépendamment de la nature de l'organisme assureur.

Il est ensuite question des institutions de prévoyance et notamment des dispositions qui les régissent. Il existe à présent trois types d'institutions qui possèdent chacune leur réglementation : les institutions professionnelles, les institutions inter-professionnelles et les institutions d'entreprise.

La dernière grande modification s'attarde sur les couvertures sous formes de rente des garanties incapacité de travail et invalidité. En cas de changement d'assureur et si l'acte de mise en place prévoit ce type de garantie, l'entreprise doit organiser la revalorisation future des prestations en cours de service, et maintenir la garantie décès pour les personnes en arrêt de travail.

1.4 L'arrêté du 28 mars 1996 fixe les règles de provisionnement que les assureurs doivent respecter

Il fixe les règles de provisionnement pour les garanties incapacité et invalidité. Cet arrêté est inscrit dans les trois codes suivants :

- Code des assurances, article A331-22
- Code de la Sécurité sociale, article R731-4
- Code de la mutualité, référencé comme l'article 1er bis de l'arrêté du 27 juillet 1988 modifié relatif au montant des engagements techniques

Il est précisé que les provisions techniques de ces prestations sont la somme de trois provisions :

- Provisions pour l'incapacité en cours : concernent les adhérents incapables
- Provisions pour l'invalidité en attente : il s'agit d'une majoration aux provisions ci-dessus. Elles concernent donc les incapables (qui sont susceptibles de devenir invalides)
- Provisions pour l'invalidité en cours : concernent les invalides

Concernant le calcul de ces différentes provisions, il doit être réalisé à l'aide des éléments suivants :

- Lois de maintiens en incapacité et en invalidité
- Un taux d'actualisation, au maximum égal à 75 % du TME moyen des 24 derniers mois. Il est calculé sur la base semestrielle et est plafonné à 4,5 %

Les organismes assureurs peuvent utiliser deux types de lois de maintien :

- Les tables réglementaires du BCAC

- Des tables établies par leurs soins, certifiées par un actuair e indépendant de l'entreprise, et agréé par l'une des associations d'actuaire s reconnues par l'ACPR.

1.5 La loi du 9 novembre 2010 décale de deux ans l'âge de liquidation de la retraite

Cette loi porte réforme sur la retraite. Le texte prévoit que l'âge minimum de liquidation de la retraite passe de 60 à 62 ans. Pour percevoir le taux plein sans remplir les conditions de durée de cotisation, l'âge légal passe de 65 à 67 ans. A noter que ces évolutions concernent les générations à partir de 1956. Pour celles nées avant 1956, l'évolution se fait par tranche de 4 mois comme suit [8] :

Date de naissance	Age légal de départ à la retraite	Age d'obtention du taux plein
Avant le 01/07/1951	60 ans	65 ans
Après le 01/07/1951	60 ans et 4 mois	65 ans et 4 mois
1952	60 ans et 8 mois	65 ans et 8 mois
1953	61 ans	66 ans
1954	61 ans et 4 mois	66 ans et 4 mois
1955	61 ans et 8 mois	66 ans et 8 mois
Après 1956	62 ans	67 ans

1.6 Les Accords Nationaux Interprofessionnels

Il s'agit d'un accord portant sur les conditions de travail et les garanties sociales des salariés. Etant national, cet accord couvre l'ensemble du territoire français. Le terme « interprofessionnel » signifie que l'accord touche de nombreux secteurs d'activité.

Les accords nationaux interprofessionnels sont signés entre les syndicats de salariés et d'employeurs. Ainsi l'accord obtenu est applicable à tous les employeurs membres d'un syndicat patronal signataire.

1.6.1 Les garanties incapacité et invalidité bénéficient désormais d'une période de portabilité

L'ANI du 11 janvier 2008 a prévu la mise en place du maintien des garanties santé et prévoyance d'entreprise.

Ce dispositif s'adresse aux employés dont le contrat de travail a été rompu et qui

perçoivent une allocation chômage (exception faite en cas de licenciement pour faute lourde). Ces derniers garderont pendant une certaine période le bénéfice des garanties collectives qu'ils avaient avec leur entreprise lorsqu'ils travaillaient. Les prestations incapacité et invalidité sont donc concernées par la portabilité.

La durée de la portabilité correspondait à la durée du dernier contrat de travail, ne pouvant toutefois pas excéder 9 mois.

Afin d'en bénéficier, l'ancien salarié devra fournir à son ancien employeur un justificatif d'allocations chômage. Cela permet d'éviter au régime de l'ancienne entreprise de couvrir d'anciens salariés ayant retrouvés un nouvel emploi.

Par ailleurs, un ancien salarié en arrêt maladie, dont les indemnités chômage seraient suspendues, continuerait de bénéficier du maintien de garanties.

La portabilité prend effet à la date de rupture du contrat de travail, ce qui permet d'éviter un vide dans la période de couverture.

Enfin, concernant le financement, il peut être assuré via un système de mutualisation entre les actifs et les anciens salariés « portés ». A défaut, le dispositif sera financé par les parties concernées (anciens salariés et ancien employeur) à parts prédéfinies applicables aux salariés de l'entreprise. Un salarié peut alors refuser de payer sa part, auquel cas il se verra refuser la portabilité de ses garanties.

1.6.2 La durée de portabilité passe de neuf à douze mois

L'ANI du 11 janvier 2013 traite entre autres de la sécurisation de l'emploi. Du point de vue de la prévoyance collective, cela se traduit par une amélioration de l'effectivité de la portabilité des droits.

La durée de portabilité des garanties passe 9 à 12 mois. Le financement sera systématiquement mutualisé.

Cette généralisation a été convenue au niveau des branches professionnelles et des entreprises.

1.7 On parle désormais de recommandation

Le 13 juin 2013, le Conseil Constitutionnel a décidé de censurer les clauses de désignation. Ces dernières s'appliquaient au niveau des branches professionnelles.

En effet, les branches pouvaient désigner un organisme assureur (exclusivement une IP). Ainsi, toutes les entreprises qui relevaient de la branche professionnelle avaient

l'obligation de souscrire leur couverture collective chez l'assureur désigné.

Les clauses de désignation ont été remplacées par les clauses de recommandation en 2013. Désormais, les branches professionnelles recommandent simplement des organismes assureurs (IP, entreprises d'assurance, mutuelles). Les organismes recommandés s'engagent à respecter le tarif préfixé pour les garanties prévues par la branche. Mais en aucun cas, les entreprises relevant de la branche sont obligées de s'assurer chez un recommandé.

Cette mesure a donc permis de relancer la concurrence entre les différents types d'assureurs. Les clauses de désignation durant 5 ans et certaines ayant été renouvelées juste avant la censure, il existe donc encore des désignations en vigueur. Les dernières prendront donc fin durant les premiers mois de 2018.

1.8 Pourquoi ne pas avoir généralisé la prévoyance ?

Bien que mon mémoire ne traite pas des frais de santé, je souhaite faire un rapide focus sur la généralisation de la complémentaire santé en France.

Depuis le 1er janvier 2016, toutes les entreprises du secteur privé ont l'obligation de mettre en place une couverture complémentaire frais de santé collective. Concernant le financement du régime, la part employeur doit être au minimum de 50 %. Concernant les garanties proposées, on parle d'un panier de soins minimum qui correspond aux garanties minimales que tous les régimes doivent proposer.

Avant la généralisation de la complémentaire santé, près de 94 % des salariés étaient déjà couverts par un contrat frais de santé (individuel ou collectif). La généralisation ne va donc avoir qu'un effet marginal en termes de couverture de la population. Elle va plutôt modifier le panorama de l'assurance santé, en modifiant les proportions entre individuel et collectif.

Aujourd'hui en France, moins de la moitié de la population est couverte pour le risque arrêt de travail. L'impact d'une généralisation de la couverture collective complémentaire prévoyance lourde (incapacité, invalidité, décès) aurait été plus important qu'en frais de santé.

Par ailleurs, on peut peut-être imaginer qu'après avoir généraliser la couverture complémentaire frais de santé, le gouvernement va désormais s'intéresser à la prévoyance lourde.

Cependant, avec la part employeur de 50 % minimum prévue pour la couverture frais de santé, il semble compliquer de demander au chef d'une TPE de financer en

plus une couverture prévoyance désormais. Pire encore, le budget alloué pour financer le régime frais de santé va peut-être obliger certains employeurs à piocher dans la part auparavant prévue pour la prévoyance lourde, les obligeant donc à baisser les garanties proposées pour ces risques.

Et pourtant les risques incapacité, invalidité et décès ont, d'un point de vue assurantiel, de bien plus lourdes conséquences financières que le risque santé. Il convient donc de s'interroger sur le bien-fondé de la généralisation de la complémentaire santé. N'y avait-il pas mieux à faire, notamment en prévoyance lourde ?

2 - La garantie arrêt de travail couvre deux risques

2.1 Tout d'abord, l'incapacité temporaire

2.1.1 Laquelle est liée à la capacité de travail

La définition de l'incapacité de travail est donnée dans l'article L 321-1 du code de la Sécurité sociale. Elle correspond à « l'incapacité physique constatée par le médecin traitant [...] de continuer ou de reprendre le travail ».[1]

L'incapacité ne peut excéder une durée de trois ans. En effet, une personne incapable passe nécessairement en invalidité au bout de ce délai triennal.

En clair, il existe quatre états de sorties de l'incapacité :

- Le rétablissement (impliquant de facto le retour à l'emploi)
- Le passage en invalidité
- Le décès
- La mise à la retraite

2.1.2 Est partiellement prise en charge par la Sécurité sociale

Les prestations versées par la Sécurité sociale en cas d'incapacité dépendent de différents facteurs. Elles seront plus ou moins élevées selon l'origine de l'arrêt de travail.

Le salaire journalier retenu pour le calcul de l'indemnité journalière est défini à l'article R 433-4 du code de la Sécurité sociale comme :

- 1/30,42 du montant de la paye du mois civil antérieur à la date de l'arrêt de travail lorsque le salaire est réglé mensuellement ou dans les cas autres que ceux mentionnés aux cas suivants
- 1/28 du montant des deux ou des quatre dernières payes du mois civil antérieur à la date de l'arrêt de travail, si le salaire est réglé toutes les deux semaines ou chaque semaine
- 1/365 du montant du salaire des douze mois civils antérieurs à la date de l'arrêt de travail, lorsque l'activité de l'entreprise n'est pas continue ou présente un caractère saisonnier ou lorsque la victime exerce une profession de

manière discontinue

Depuis 2012, le salaire mensuel utilisé dans ce calcul est plafonné à 1,8 SMIC.

2.1.2.1 L'arrêt de travail peut être d'origine privée

Pour que la Sécurité sociale verse des prestations au salarié en arrêt de travail, ce dernier doit remplir certaines conditions. [2]

Si la durée de l'arrêt de travail n'excède pas 6 mois, alors pour ouvrir ses droits le salarié doit :

- Avoir travaillé au moins 150 heures (ou 200 heures si la date d'interruption est antérieure au 1er février 2015) au cours des 3 mois civils ou des 90 jours précédant l'arrêt
- Ou avoir perçu un salaire au moins égal à 1 015 fois le montant du SMIC horaire au cours des 6 mois civils précédant l'arrêt

Dès lors que la durée de l'arrêt de travail dépasse les 6 mois, alors si l'assuré veut continuer à être indemnisé, il doit :

- Justifier de 12 mois d'immatriculation en tant qu'assuré social auprès de l'assurance maladie à la date d'interruption de travail
- Avoir de plus travaillé au moins 600 heures (ou 800 heures si la date d'interruption est antérieure au 1er février 2015) au cours des 12 mois civils ou des 365 jours précédant l'arrêt, ou
- Avoir perçu un salaire au moins égal à 2 030 fois le SMIC horaire pendant les 12 mois civils ou les 365 jours précédant l'arrêt.

En ce qui concerne la période d'indemnisation, quelle que soit la durée de l'arrêt, un délai de carence de 3 jours sera appliqué par la Sécurité sociale.

Dans le cas où l'assuré a 3 enfants ou plus à charge, alors la période d'indemnisation se décompose en deux parties. En effet, à partir du 31ème jour d'arrêt l'assuré se verra appliquer une majoration de son indemnité journalière.

Les prestations que verse la sécurité sociale dans le cas d'un arrêt de travail d'origine privée sont résumées dans le tableau qui suit.

Nombre d'enfants à charge	Période d'indemnisation	Pourcentage du salaire journalier	Montant maximum
1 ou 2	à partir du 4 ^{ème} jour	50 %	43,40 €
3 ou plus	à du 4 ^{ème} au 30 ^{ème} jour	50 %	43,80 €
3 ou plus	à partir du 31 ^{ème} jour	66,66 %	58,40 €

2.1.2.2 Ou professionnelle

Dans cette situation les prestations versées par la Sécurité Sociale sont supérieures à celles de la situation précédente.[2]

L'indemnisation de l'arrêt de travail commence au 1^{er} jour. Elle se termine soit lorsque le salarié est totalement guéri, soit lorsque son état est consolidé. Il n'y a donc pas de délai de carence observé comme précédemment.

La période d'indemnisation se décompose en deux périodes qui se distinguent par le montant de l'indemnité journalière versée. Cette dernière se calcule en pourcentage d'un salaire journalier de référence égal à 0,834 % du PASS.

- Du 1^{er} au 28^{ème} jour d'arrêt : 60 %
- A partir du 29^{ème} jour d'arrêt : 80 %

Si la durée de l'arrêt de travail excède 3 mois, alors en cas d'augmentation générale des salaires on peut constater une revalorisation des prestations.

2.2 Elle peut aboutir à une invalidité

2.2.1 D'origine non professionnelle

L'article L341-1 du code de la Sécurité sociale définit l'invalidité d'un assuré comme « réduisant dans des proportions déterminées, sa capacité de travail ou de gain, c'est-à-dire le mettant hors d'état de se procurer, dans une profession quelconque, un salaire supérieur à une fraction de la rémunération normale perçue dans la même région par des travailleurs de la même catégorie, dans la profession qu'il exerçait avant la date de l'interruption de travail suivie d'invalidité ou la date de la constatation médicale de l'invalidité si celle-ci résulte de l'usure prématurée de l'organisme ».[1]

Dans la définition, il est à préciser que les « proportions déterminées » correspondent dans les faits à un pourcentage de 66,66 %.

L'invalidité est aujourd'hui répertoriée en trois catégories (définies dans l'article L341-4 du code de la Sécurité sociale) :

- 1^{ère} catégorie : l'assuré invalide est en mesure d'exercer une activité rémunérée
- 2^{ème} catégorie : l'assuré invalide se trouve dans l'impossibilité d'exercer la moindre activité rémunérée
- 3^{ème} catégorie : l'assuré invalide ne peut exercer la moindre profession rémunérée et a besoin, en plus, de l'assistance d'une tierce personne pour effectuer les actes ordinaires de la vie

Sont classifiés comme actes ordinaires de la vie les actions suivantes entre autres : manger, boire, faire sa toilette, se lever d'un siège, se déplacer au sein de son logement, se relever après une chute,...

2.2.2 Ou professionnelle

Dans le cas où l'assuré devient invalide à la suite d'une maladie professionnelle ou d'un accident du travail, on parle d'incapacité permanente.

Une fois l'état de consolidation (ie. état stable, n'évoluant plus) proclamé, l'assuré est convoqué par le service médical de sa caisse d'assurance maladie. Il y est examiné par un médecin-conseil qui va définir son taux d'incapacité.

Pour définir ce taux d'incapacité, la CPAM utilise les critères suivants : la nature de l'infirmité, l'état général, l'âge, les facultés physiques et mentales et les aptitudes et qualifications professionnelles.

Le médecin utilise un barème indicatif que l'on retrouve en annexe du code de la Sécurité sociale.

L'assuré touchera alors un montant soit sous forme de capital, soit sous forme de rente d'incapacité permanente. Cela dépend du taux d'incapacité permanente.

2.2.3 La Sécurité sociale couvre également de manière partielle l'invalidité

A l'instar de l'incapacité, l'assuré peut prétendre à une pension d'invalidité versée par la Sécurité sociale. Cependant, le versement de telles prestations dépend de différents critères, et notamment de l'origine de l'arrêt de travail.

2.2.3.1 Lorsque l'arrêt de travail est d'origine privée

Pour prétendre percevoir une pension d'invalidité, l'assuré ne doit pas avoir atteint l'âge légal de départ à la retraite. Ce dernier varie en fonction de la date de naissance de l'assuré, mais est compris entre 60 et 62 ans (ceci est une conséquence de la réforme des retraites de 2010).

Par ailleurs, sa capacité de travail doit être réduite d'au moins deux tiers pour être reconnu invalide.

Il est par ailleurs impératif que l'assuré soit immatriculé auprès des services de

la Sécurité sociale depuis au moins 12 mois. Cette période s'apprécie à compter du 1er jour du mois de survenance de l'interruption de travail suivie d'invalidité, ou de la constatation de l'état d'invalidité résultant de l'usage prématurée de l'organisme de l'assuré.

Il faut enfin que l'assuré remplisse une des conditions suivantes [2] :

- Avoir cotisé sur un salaire au moins égal à 2 030 fois le SMIC horaire au cours des 12 mois civils précédant l'interruption de travail,
- Avoir travaillé au moins 600 heures au cours des 12 mois précédant l'interruption de travail ou la constatation de l'état d'invalidité.

La pension d'invalidité est calculée en pourcentage de la rémunération moyenne des 10 dernières années (salaires plafonnés dans la limite du PASS).

La pension d'invalidité dépend de la catégorie d'invalidité dans laquelle se trouve l'assuré.

Invalidité	Pourcentage retenu	Montant minimum perçu	Montant maximum perçu
1 ^{ère} catégorie	30 %	281,93 €	980,70 €
2 ^{ème} catégorie	50 %	281,93 €	1 634,50 €
3 ^{ème} catégorie	50 %, majoré de 40 % au titre de la majoration pour tierce personne	1 386,12 €	2 738,68 €

Une fois par an et par application d'un coefficient de majoration, les pensions sont revalorisées.

2.2.3.2 Ou professionnelle

Comme vu précédemment, dans le cas présent l'indemnisation dépend du taux d'IPP fixé par le médecin-conseil de la CPAM.

Le type d'indemnisation dépend de ce taux [3] :

- Si le taux d'IPP est inférieur à 10 % : indemnité forfaitaire en capital (versement unique)
- Si le taux d'IPP est égal ou supérieur à 10 % : rente viagère jusqu'au décès

Dans le premier cas, les différents montants de capitaux pouvant être versés sont répertoriés dans le tableau ci-dessous :

Taux d'IPP	Capital perçu
1 %	411,12 €
2 %	668,20 €
3 %	976,44 €
4 %	1 541,13 €
5 %	1 952,33 €
6 %	2 414,71 €
7 %	2 928,25 €
8 %	3 493,59 €
9 %	4 110,06 €

Pour le calcul de la rente d'invalidité, le salaire annuel de l'assuré pris en compte correspond à la rémunération effective totale perçue lors des 12 mois précédant l'arrêt de travail consécutif à l'accident ou la maladie. Le salaire annuel de référence pris en compte est compris entre 18 281,80 € et 146 254,40 €.

Le salaire annuel est découpé en trois tranches de rémunération. Afin de déterminer le montant de la rente, on ne prend en compte le salaire que dans les proportions suivantes :

- Salaire inférieur à 36 563,60 € : 100 %
- Salaire entre 36 563,60 € et 146 254,40 € : 33,33 %
- Salaire supérieur à 146 254,40 € : 0 %

Une fois le salaire annuel déterminé, il ne reste plus qu'à le multiplier par le taux d'incapacité retenu. Ce dernier obtenu par la somme de deux éléments :

- La moitié de la partie inférieure à 50 %
- La partie supérieure à 50 % augmentée de moitié

*Par exemple, si le taux d'IPP est fixé à 80 %, on retiendra comme taux (50 % / 2) + (30 % * 1,5) = 70 %*

2.3 Le maintien de salaire employeur constitue la première partie des indemnités complémentaires

La loi de mensualisation de 1978 a introduit la notion de maintien de salaire par l'employeur en cas d'arrêt de travail. Ce versement est complémentaire aux indemnités versées par la Sécurité sociale. Par ailleurs, la période d'indemnisation est limitée dans le temps.

Afin de pouvoir prétendre y bénéficier, le salarié doit remplir quelques conditions [4] :

- Justifier d'au moins un an d'ancienneté dans l'entreprise (le calcul se fait à partir du premier jour d'absence)

- Avoir transmis à l'employeur le certificat médical sous 48 heures
- Bénéficier des indemnités journalières de la Sécurité sociale
- Etre soigné en France ou dans l'un des états membres de l'EEE

Concernant le montant de la prestation versée par l'employeur, il doit respecter les conditions suivantes :

- Pendant les 30 premiers jours d'arrêt de travail, le salarié doit percevoir, en sommant les IJ de la CPAM et le maintien de salaire employeur, 90 % de la rémunération brute qu'il aurait dû percevoir en travaillant.
- Pendant les 30 jours d'arrêts suivants, le salarié doit percevoir 66,66 % de cette même rémunération.

A noter que si le salarié a perçu au cours des 12 mois précédents des versements de la part de l'employeur au titre d'autres indemnités, alors la durée de versement est déduite du nombre de jours déjà indemnisés.

Par ailleurs, il existe des majorations des durées de versement qui dépendent de l'ancienneté du salarié dans l'entreprise. Le tableau ci-après les précise.

Ancienneté	Nombre de jours à 90 %	Nombre de jours à 66,66 %
1 à 5 ans	30	30
6 à 10 ans	40	40
11 à 15 ans	50	50
16 à 20 ans	60	60
21 à 25 ans	70	70
26 à 30 ans	80	80
31 ans et plus	90	90

De plus, il existe pour ces prestations un délai de carence. L'employeur se doit de respecter une période de franchise de 7 jours à chaque arrêt de travail.

Enfin, toutes ces dispositions peuvent être modifiées en cas de dispositions conventionnelles plus favorables, si l'entreprise relève d'une CCN plus « généreuse ».

2.4 Les organismes assureurs interviennent en relais du maintien de l'employeur

En matière de prévoyance collective complémentaire, la seule obligation légale concerne la CCN Cadres de 1947. Dans cette dernière, il est explicitement dit que l'employeur doit verser, au profit des bénéficiaires des articles 4 et 4bis de cette CCN, une cotisation d'au moins 1,50 % de la tranche de rémunération inférieure au PMSS. Cette cotisation versée à un organisme assureur doit être affectée en priorité à une couverture en cas de décès.

Cependant, des entreprises mettent également en place des régimes collectifs de

prévoyance complémentaire pour les salariés non concernés par cette obligation légale.

Le graphique suivant présente un exemple de couverture pouvant être mis en place. Il permet de présenter comment les différents acteurs interviennent, dans le cas d'un salarié percevant une rémunération inférieure à 1,8 SMIC. Il s'agit d'un cas où l'incapacité résulterait sur une invalidité de première catégorie.

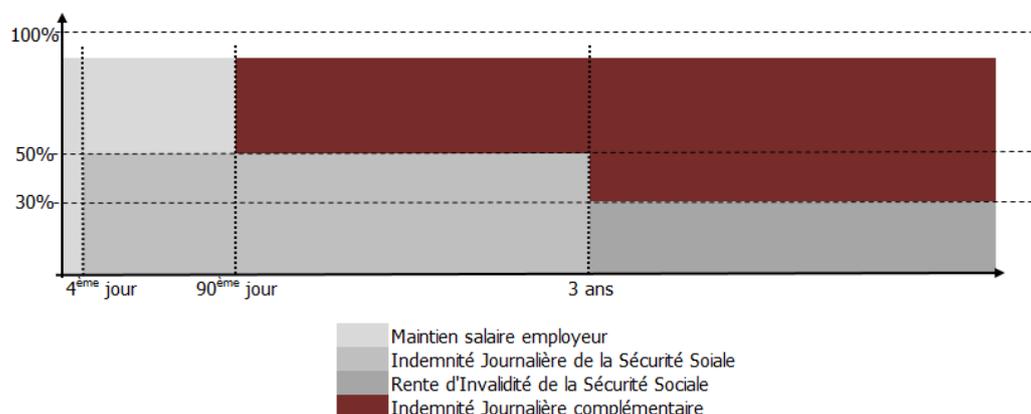


FIGURE 1 – L'organisme complémentaire intervient en relais de l'employeur

On notera la période de carence de 3 jours avant le début d'indemnisation de la Sécurité Sociale. Par ailleurs, on note bien que les IJSS ne sont versées que pendant trois ans au maximum.

Il ne s'agit ici que d'un exemple. Beaucoup de situations sont envisageables. En effet, le maintien du salaire par l'employeur peut durer plus ou moins de 90 jours selon ce qui est inscrit dans l'acte fondateur de la CCN. Le niveau de prestations peut différer également.

Pour ce qui est des indemnités complémentaires, il en est de même. Le niveau des prestations peut être plus ou moins élevé. On peut également envisager la mise en place d'une franchise plus ou moins longue. Ces différents paramètres ont une importance certaine puisqu'ils détermineront le montant de la prime d'assurance à payer.

Enfin, il existe trois différents acteurs intervenant sur le marché de l'assurance complémentaire :

- Les sociétés d'assurance, régies par le Code des assurances
- Les mutuelles, régies par le Code de la mutualité
- Les institutions de prévoyance, régies par le Code de la Sécurité sociale

Les organismes assureurs auprès desquels ont été souscrits les contrats collectifs obligatoires ont l'obligation de présenter annuellement un rapport sur les comptes du contrat (cf. loi Evin art. 15).

Il est donc primordial pour un assureur de pouvoir piloter les régimes de prévoyance, afin de présenter aux entreprises chaque année des comptes les plus « justes » possibles.

2.4.1 L'établissement des comptes permet de piloter le régime

Afin de pouvoir suivre les différents régimes sur lesquels l'assureur a des engagements, ce dernier établit des comptes de résultat annuels. Ils peuvent être de deux natures :

- Compte comptable (année N) : il traduit le résultat de tous les flux qui ont lieu l'année N
- Compte en survenance (année N) : il traduit le résultat de tous les flux relatifs aux sinistres survenus en N

Pour analyser l'équilibre des régimes de prévoyance, on s'intéresse donc aux comptes en survenance.

Dans ces comptes sont notamment présentés les paiements de prestations afférentes aux sinistres nés l'année de survenance étudiée, et ce pour chacune des années de déroulement. On y indique également les provisions constituées censées couvrir le paiement des prestations futures.

Ces différents éléments permettent donc d'établir le S/P de l'année, pour le comparer à 1.

En posant les éléments suivants et en considérant $M \geq N$:

- $Prestas_N, M$ = prestations cumulées payées au 31/12/M au titre des sinistres nés en N
- $Provisions_N, M$ = provisions constituées le 31/12/M au titre des sinistres nés en N
- $Primes_N$ = primes nettes de frais et de taxes payées au titre des contrats de l'année N

Le S/P de l'année de survenance N est calculé au 31/12/N avec la formule suivante :

$$\boxed{\frac{S}{P} = \frac{Prestas_N, N + Provisions_N, N}{Primes_N}} \quad (1)$$

Pour calculer le S/P de l'année de survenance N, mais cette fois-ci au 31/12/N+1 (ou toute autre année postérieure à N), il faut légèrement modifier la formule précédente.

$$\boxed{\frac{S}{P} = \frac{Prestas_N, N + 1 + Provisions_N, N + 1}{Primes_N}} \quad (2)$$

Il ne reste alors plus qu'à comparer le S/P à 1 pour connaître son résultat.

- $S/P < 1$: résultat technique bénéficiaire
- $S/P > 1$: résultat technique déficitaire

Ce dernier va donc permettre de suivre l'équilibre du régime et donc, si une augmentation ou une baisse des primes est à envisager.

Les risques incapacité et invalidité sont à déroulement long. Il faut généralement plusieurs années pour que l'assureur ait intégralement réglé un sinistre.

Analyser l'équilibre d'une année de survenance requiert donc des données longitudinales sur plusieurs exercices comptables. Cela permettra donc de mieux apprécier les résultats très volatils de ces risques.

Un principe assurantiel énoncé dans la loi Evin veut que l'assureur soit en mesure de couvrir à tout instant les engagements qu'il a pris avec les assurés.

Connaissant les prestations qu'il a payé, c'est donc sur le montant à provisionner que règne l'inconnu pour l'assureur.

2.4.2 Une juste évaluation des provisions constitue le sujet crucial des assureurs

Les provisions constituées se comptabilisent comme de la charge sinistre (en atteste l'équation (2)).

Les provisions vont donc influencer fortement le résultat, et notamment celles concernant l'attente d'invalidité et l'invalidité.

L'idéal est de provisionner un montant qui serait exactement égal à tous les paiements futurs de prestations. Cela permettrait d'avoir une charge sinistre constante dans le temps.

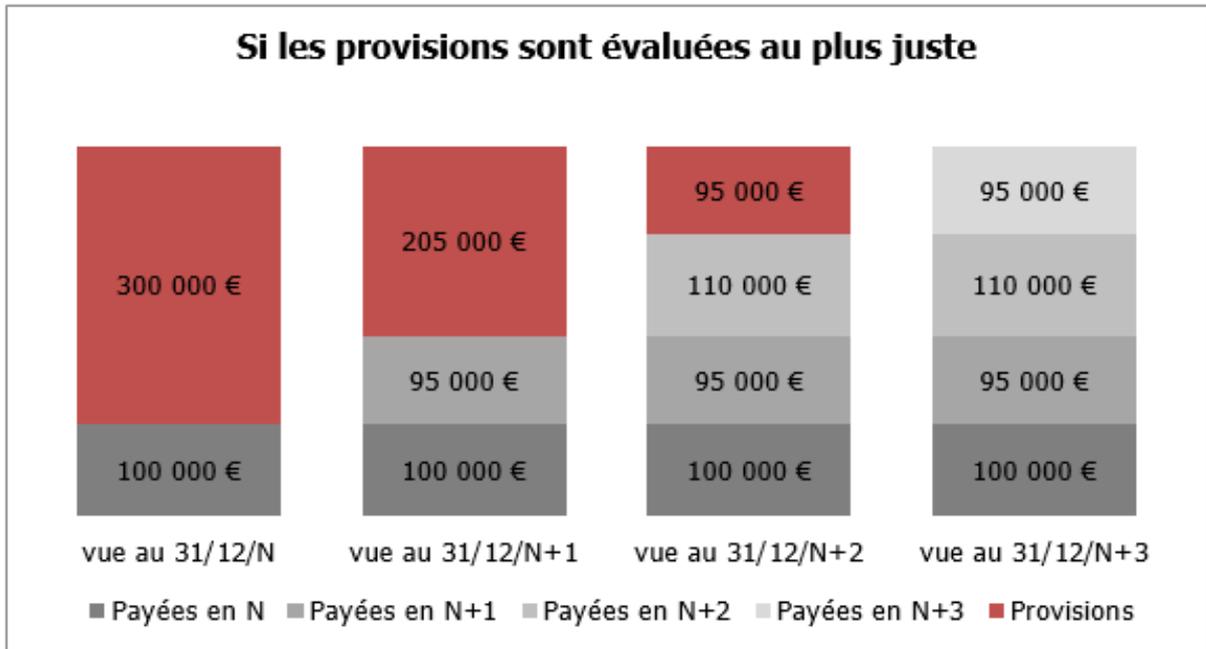


FIGURE 2 – Des provisions incapacité correctement évaluées pour un déroulement sur 4 ans

Malheureusement, il est très compliqué de provisionner le montant exact nécessaire pour couvrir les paiements futurs puisque le paiement des prestations à venir dépend de nombreux paramètres. Par exemple, si la table utilisée pour le calcul des provisions n'est pas adaptée aux spécificités de la population couverte, il y a un risque de surprovisionner ou sous-provisionner le compte.

2.4.2.1 Un surprovisionnement aggrave la charge sinistre

Si l'assureur provisionne un montant trop important à l'ouverture du sinistre, alors à la clôture de celui-ci la charge sinistre anticipée aura été plus importante que la charge réelle.

L'assureur récupèrera alors un montant de provision, ce qui constitue le **boni de liquidation**.

En revanche, le surprovisionnement aggrave le S/P du compte. En effet, les provisions se comptabilisent dans la charge sinistre et donc le S/P est fonction croissante des provisions.

L'assureur pourrait donc être tenté de réclamer une hausse de cotisation à l'assuré pour rééquilibrer un S/P déficitaire. Ce déficit n'étant que le résultat d'un surprovisionnement du compte, est pourtant artificiel.

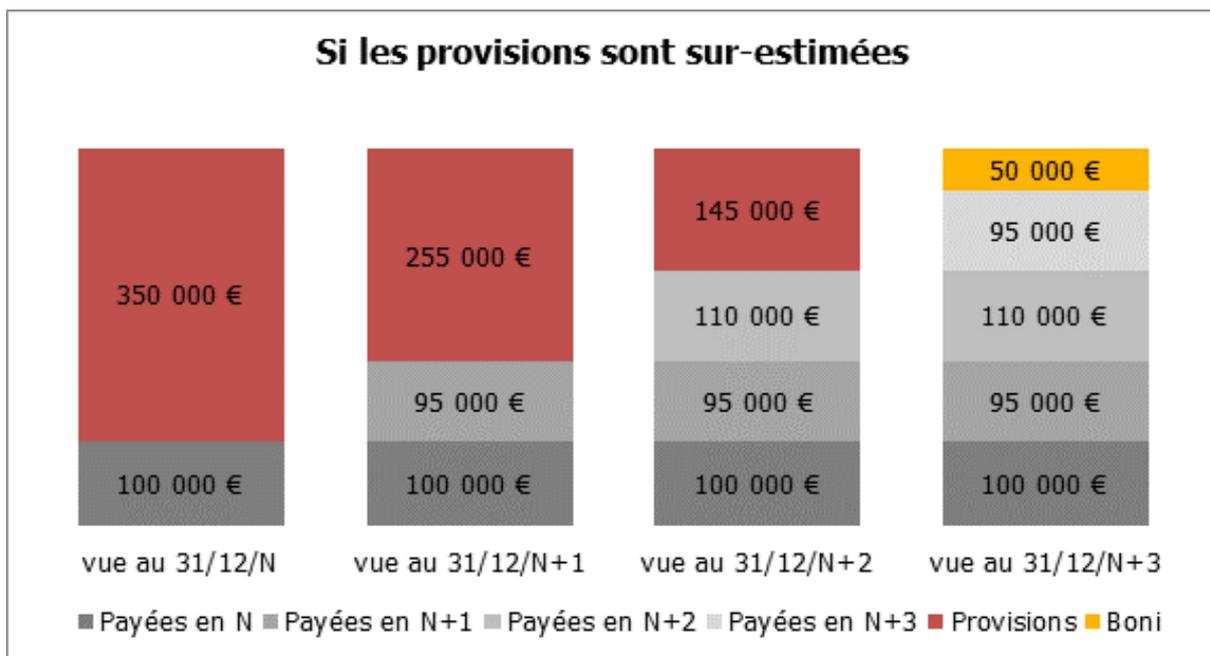


FIGURE 3 – Un boni de liquidation de 50 000 €

2.4.2.2 Une dégradation du résultat à prévoir en cas de mali de liquidation

A l'inverse du cas précédent, si l'assureur ne constitue pas assez de provisions à l'ouverture du sinistre, il devra forcément provisionner à nouveau lors du déroulement du sinistre. L'assureur devant être en mesure d'honorer ses engagements à chaque instant.

Le montant supplémentaire que l'assureur doit provisionner constitue un **mali de liquidation**.

Un sous-provisionnement initial permet d'alléger la charge de sinistre tant qu'il n'est pas constaté. Ainsi cela contribue à améliorer le S/P.

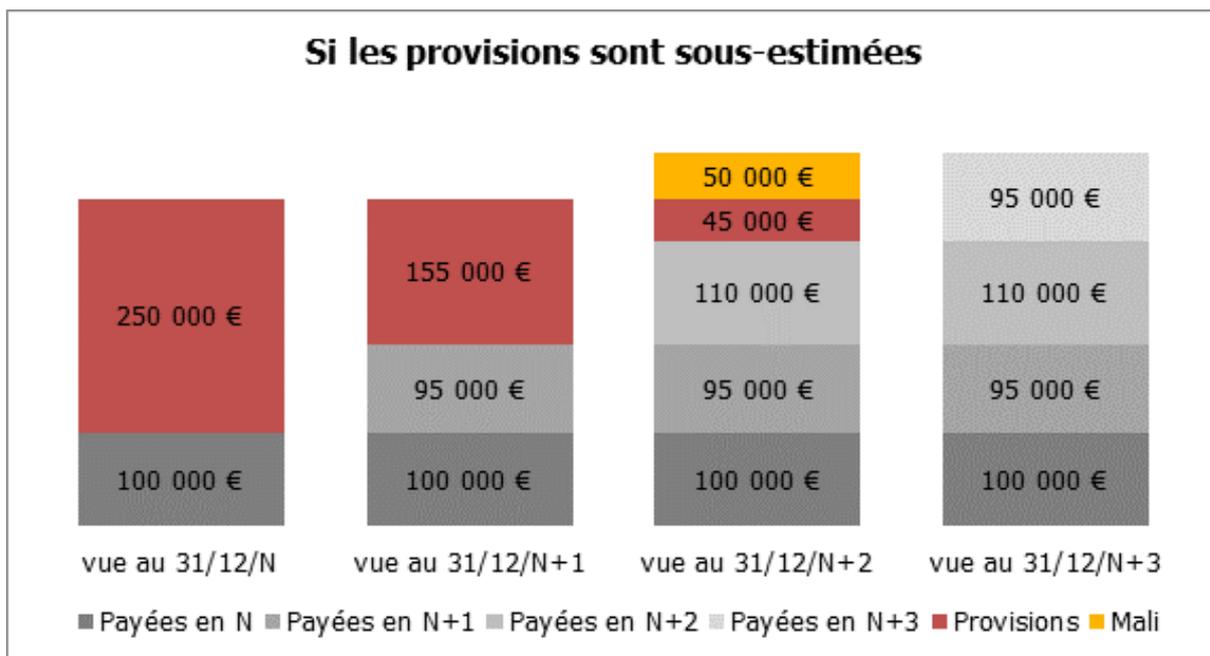


FIGURE 4 – Un mali de liquidation de 50 000 €

2.4.3 Il est important de connaître les spécificités de son portefeuille

Pour calculer les provisions mathématiques afférentes aux risques incapacité et invalidité, les assureurs sont tenus d'utiliser différentes tables.

Le BCAC propose des tables réglementaires. Cependant, un assureur peut choisir d'utiliser ses propres tables d'expériences construites en se basant sur sa propre expérience. Ces tables doivent être certifiées par un actuaire certificateur. Ce dernier doit être indépendant de l'entreprise et agréé par l'une des associations d'actuaire reconnues par l'ACPR.

Comme les provisions calculées dépendent majoritairement de ces tables, il est primordial que ces dernières soient les plus adaptées aux particularités du portefeuille.

Cependant, faire certifier des tables d'expériences propres à son portefeuille coûte cher à la fois en temps et en argent. C'est pourquoi les petites structures utilisent généralement les tables réglementaires proposées par le BCAC, quitte à avoir quelques écarts de provisionnement.

Partie 2

L'analyse de la sinistralité d'un portefeuille spécifique justifie quelle table est la plus adaptée

Après avoir posé le cadre juridique et présenté de manière globale en quoi consiste l'assurance prévoyance contre le risque arrêt de travail, l'objectif de cette seconde partie est double.

Tout d'abord, nous présenterons les données que nous utilisons dans le cadre de ce mémoire. Cette présentation se fera en deux temps.

Nous commencerons par présenter le portefeuille d'assurés en notre possession. Cela permettra de connaître les spécificités de la population étudiée.

Ensuite, nous étudierons la base de données de la sinistralité associée au portefeuille reçu. Nous établirons donc ici encore des résultats permettant de cartographier les sinistres de notre portefeuille.

Enfin, le deuxième temps de ce chapitre sera consacré à l'étude de la liquidation des prestations. Cela nous permettra de tirer des premières conclusions sur le fait qu'une des tables du BCAC puisse être adaptée ou non à notre portefeuille.

1 - Une population atypique et régionale

Nous allons ici établir quelques statistiques concernant la population constituant notre portefeuille. Cela va nous permettre de relever d'éventuelles particularités concernant nos données.

L'objectif de ce mémoire étant de comparer les anciennes (1996) et les nouvelles (2014) tables règlementaires, la structure de la population permettra d'expliquer certains résultats.

Le fichier recensant les contrats prévoyance sur la période étudiée présente pour chacune des lignes au plus vingt informations.

Afin de ne travailler qu'avec des variables représentatives seules les suivantes sont retenues :

- Numéro d'individu de l'adhérent
- Numéro de contrat de l'adhérent
- Sexe de l'adhérent
- Date de naissance de l'adhérent
- Date d'adhésion du contrat
- Date de radiation du contrat
- Garantie souscrite
- Code postal de l'adhérent

Une fois les données reçues et analysées de prime abord, nous constatons qu'un traitement des données est nécessaire afin de pouvoir les étudier correctement.

Le traitement consiste à écarter toutes les lignes qui n'ont pas d'intérêt pour notre étude (garantie autre que l'incapacité ou l'invalidité) ou pour lesquelles une information importante est manquante ou erronée, comme par exemple :

- le sexe n'est pas disponible
- la date de naissance n'est pas disponible ou erronée
- la date de radiation précède la date d'adhésion

Une fois le traitement effectué, plus de 95 % des données initiales concernant la population sont conservées car exploitables pour nos études.

Nous pouvons donc à présent élaborer différentes études statistiques et spatiales sur le portefeuille.

1.1 Un portefeuille en constante croissance

Tout d'abord, une première statistique qu'il est utile de connaître est la répartition des adhérents selon la garantie souscrite. Il est primordial de connaître précisément la population sous risques pour connaître les éventuels sinistres auxquels l'assureur est susceptible de faire face.

Pour cela, il convient de calculer l'exposition de chacun des contrats par année, pour connaître l'exposition globale du portefeuille sur chaque garantie possible.

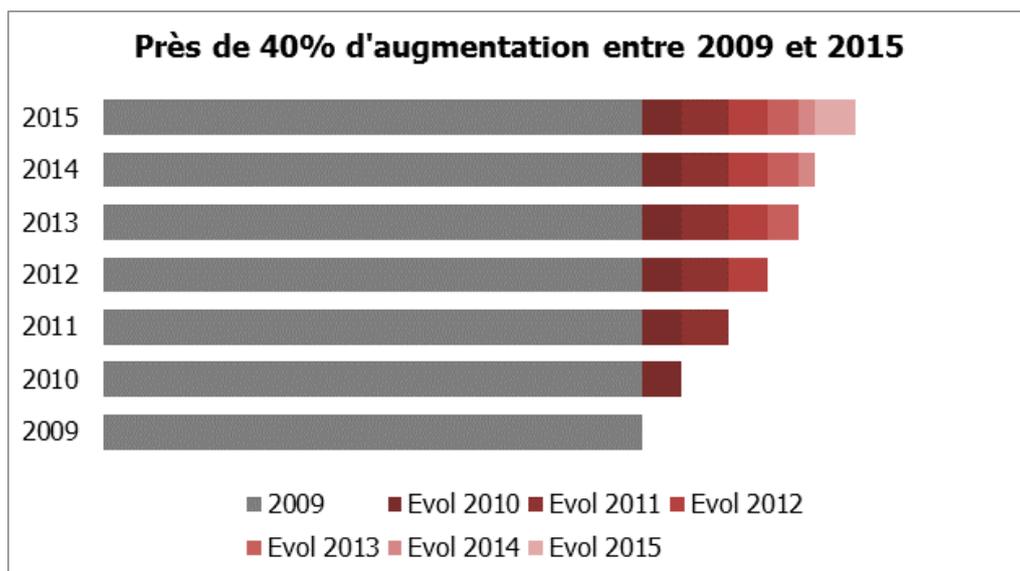


FIGURE 5 – Un portefeuille en constante croissance

Le graphe ci-dessus montre que le portefeuille dont nous disposons n'a cessé de croître entre 2009 et 2015.

Dans le tableau suivant, nous présentons l'exposition du portefeuille par garanties, sur la période étudiée.

	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015
Incapacité	1 968	1 788	1 731	1 642	1 645	1 672	1 687
Incapacité + invalidité	12 785	14 050	15 430	16 622	17 482	17 906	18 985
Invalidité	127	116	99	83	76	72	76
Total	14 879	15 954	17 261	18 347	19 203	19 650	20 749
Evolution (base 2009)		7,2 %	16,0 %	23,3 %	29,1 %	32,1 %	39,4 %

Les individus n'ayant choisi que la garantie invalidité représente une frange marginale du portefeuille. En effet, leur proportion est inférieure à 1 % chaque année considérée. Cette proportion diminue même au cours du temps.

Afin d'étudier la proportion d'adhérents possédant la garantie incapacité d'une part, et la garantie invalidité d'autre part, un regroupement des effectifs est effectué.

Les adhérents disposant de la couverture incapacité sont ceux dont le contrat couvre soit l'incapacité, soit l'incapacité et l'invalidité. De la même manière, nous obtenons ceux de l'invalidité.

Nous retrouvons les résultats dans le tableau suivant.

La proportion du portefeuille disposant de chacune des garanties est indiquée.

Evidemment, un adhérent qui dispose d'une couverture incapacité et invalidité est comptabilisé deux fois dans ce tableau.

	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015
Incapacité	14 752	15 838	17 161	18 264	19 127	19 578	20 672
Invalidité	12 911	14 166	15 530	16 705	17 558	17 977	19 062
Incapacité (en %)	99,15 %	99,27 %	99,42 %	99,55 %	99,61 %	99,63 %	99,63 %
Invalidité (en %)	86,78 %	88,79 %	89,97 %	91,05 %	91,43 %	91,49 %	91,87 %

On remarque que quasiment tous les assurés possèdent une couverture incapacité. Seuls quelques cas à la marge ne sont pas couverts par cette garantie.

1.2 Un portefeuille majoritairement masculin

Un des critères discriminants d'entrée en incapacité ou en invalidité est le sexe. En effet, les arrêts de travail des femmes et des hommes peuvent être différents, en termes de fréquence et de durée notamment.

Preuve en est, construire des tables d'expérience par sexe est envisageable. Ceci indique bien que d'un point de vue prudentiel, il ne faut pas traiter tout à fait de la même manière les arrêts des femmes et ceux des hommes. Cela n'est vrai que si des différences relatives au sexe existent sur le portefeuille étudié bien sûr.

Nous présentons donc ci-dessous la répartition hommes/femmes du portefeuille.

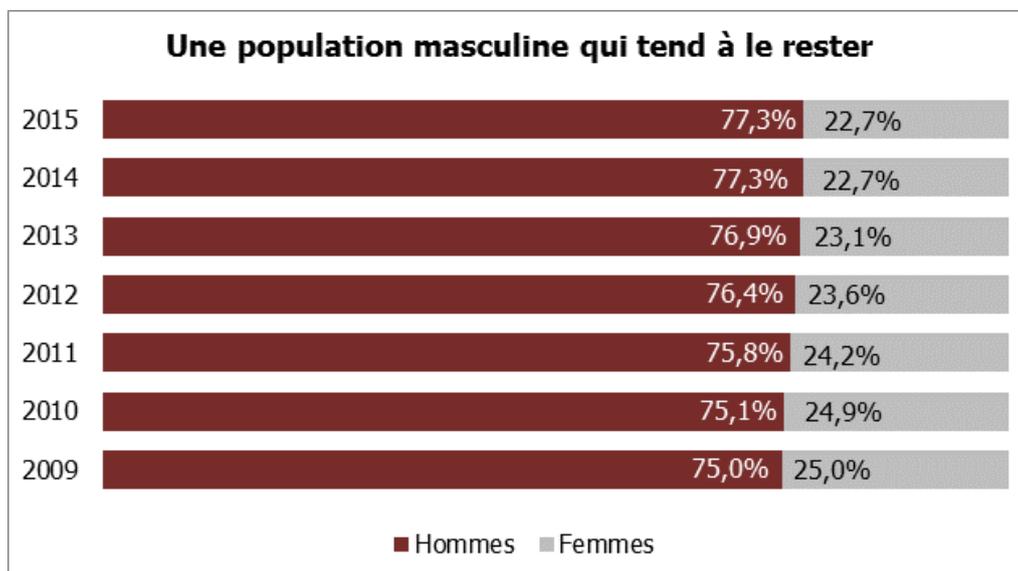


FIGURE 6 – Une population très masculine

On remarque que la proportion d’hommes qui s’établit à 77,3 % en 2015 n’a cessé de croître au cours de la période étudiée.

1.3 Un portefeuille très représenté dans trois départements

Nous allons désormais nous intéresser à la répartition des adhérents sur le territoire français. Nous cherchons à savoir s’il s’agit d’un portefeuille plutôt local ou qui s’étend sur tout le territoire.

Les adhérents pour lesquels le code postal est inconnu sont écartés pour l’élaboration de cette statistique.

	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015
Nombres d’adhérents	14 879	15 954	17 261	18 347	19 203	19 650	20 749
Données manquantes	12	18	23	22	23	23	55
Données gardées (en %)	99,92 %	99,89 %	99,87 %	99,88 %	99,88 %	99,89 %	99,73 %

La répartition géographique des adhérents est étudiée pour chacune des années de 2009 à 2015. Les résultats étant globalement similaires d’une année à l’autre, ne sont représentés que les résultats des années limites, soit 2009 et 2015.

Trois départements concentrent près de 40% des assurés

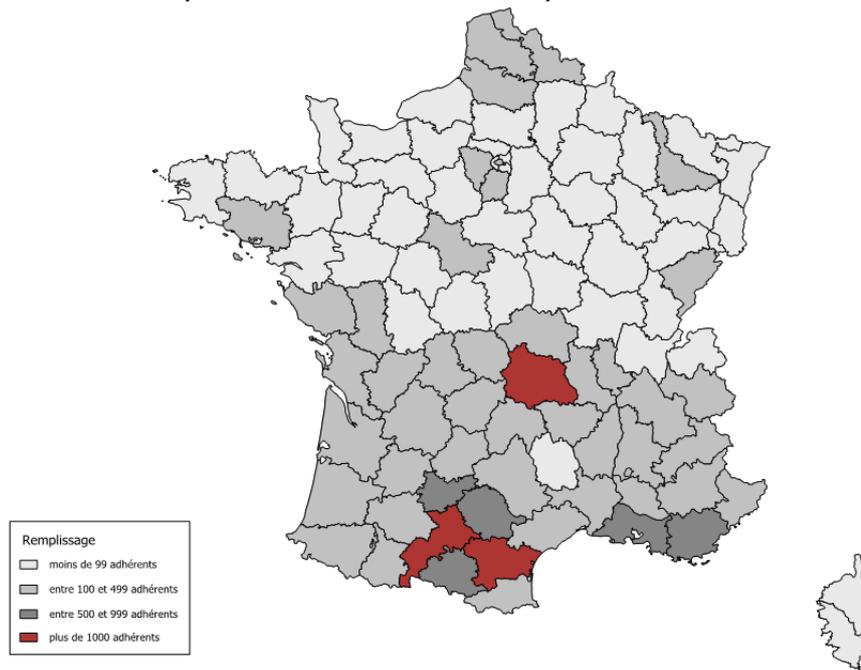


FIGURE 7 – Le portefeuille est globalement localisé dans le Sud

En 2009 (figure 7), nous répertorions la présence de plus de 1 000 adhérents dans les départements de la Haute-Garonne, de l'Aude et du Puy de Dôme. Il y en a même plus de 3 000 en Haute-Garonne !

Par ailleurs, nous constatons que les départements situés dans la partie sud de la France présentent une population d'au moins 100 adhérents, exception faite de la Lozère et de la Corse.

A l'inverse, la très grande majorité des départements situés dans la partie supérieure du territoire français n'atteignent pas la centaine d'adhérents.

La figure 8 présente l'exposition du portefeuille en 2015 par département.

En comparaison à 2009, nous observons bien que le portefeuille s'est agrandi entre 2009 et 2015 puisque de moins en moins de départements présentent moins de cent adhérents.

En outre, si les départements déjà très représentés en 2009 le sont encore, de nombreux départements situés au nord du pays semblent s'être bien développés, à l'image notamment du Nord passant le millier d'assurés.

Cependant, les deux départements du sud les plus représentés compte tout de même toujours pour 20 % du portefeuille. Ce dernier est donc tout de même très régional.

Le nombre d'adhérents du Nord a progressé

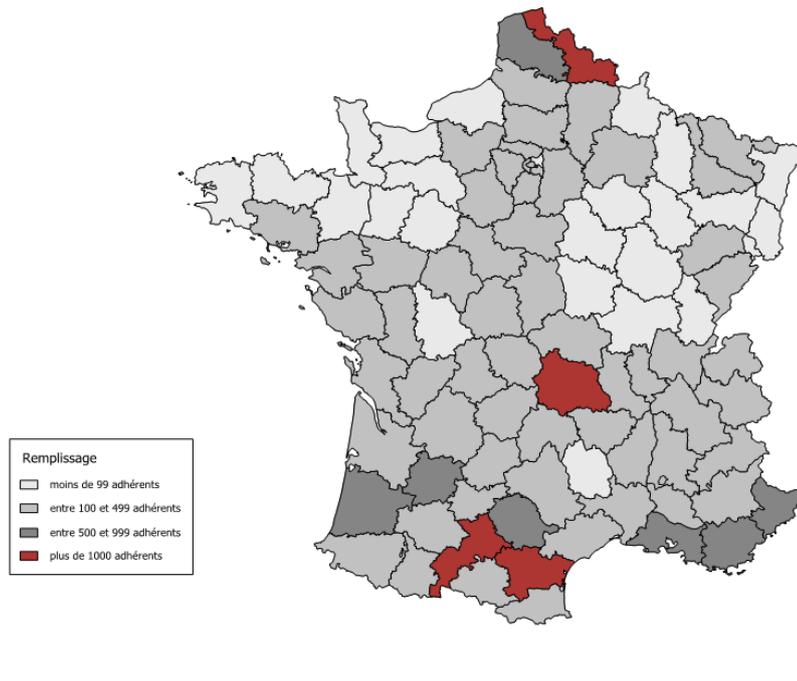


FIGURE 8 – On observe une légère migration du portefeuille au Nord

1.4 Le portefeuille vieillit sur la période étudiée

Enfin, pour cibler les adhérents du portefeuille, nous nous intéressons à leur âge.

Les tables réglementaires dépendent en partie de l'âge de l'adhérent lors de la survenance de l'arrêt de travail. Il est donc important de savoir si notre portefeuille est inhabituellement jeune ou âgé.

D'expérience, un assuré âgé restera en général plus longtemps en arrêt qu'un jeune assuré. Cependant, un jeune assuré peut coûter plus cher à l'assureur s'il tombe en invalidité, et qu'il reste alors en arrêt jusqu'à la liquidation de sa retraite.

Les adhérents sont alors répartis selon la classe d'âge dans laquelle ils se trouvent, pour chacune des années allant de 2009 à 2015.

A noter que l'âge de l'adhérent est calculé au 1^{er} janvier de chaque année.

Les différentes classes d'âge utilisées sont présentées dans la table suivante :

Classe d'âge	Âges retenus
C15	de 15 à 19 ans
C20	de 20 à 24 ans
C25	de 25 à 29 ans
C30	de 30 à 34 ans
C35	de 35 à 39 ans
C40	de 40 à 44 ans
C45	de 45 à 49 ans
C50	de 50 à 54 ans
C55	de 55 à 59 ans
C60	de 60 à 64 ans
C65	de 65 à 69 ans

Dans la même idée que pour la répartition géographique, seuls les résultats des années 2009 et 2015 sont représentés. Cela permet de présenter l'évolution de l'âge des effectifs sur la période étudiée. Les résultats pour les années 2010 à 2014 se situent globalement entre ceux de 2009 et 2015.

Le graphique suivant permet donc de distinguer que les moins de 30 ans sont moins nombreux en 2015 qu'ils ne l'étaient en 2009. A l'inverse, les plus de 30 ans sont plus nombreux en 2015. Cette différence est due à deux phénomènes :

- les assurés présents en 2009 et encore présents en 2015 ont vieilli et ont changé de classe
- les assurés arrivés après 2009 et présents en 2015 ont plus de 30 ans pour la majorité

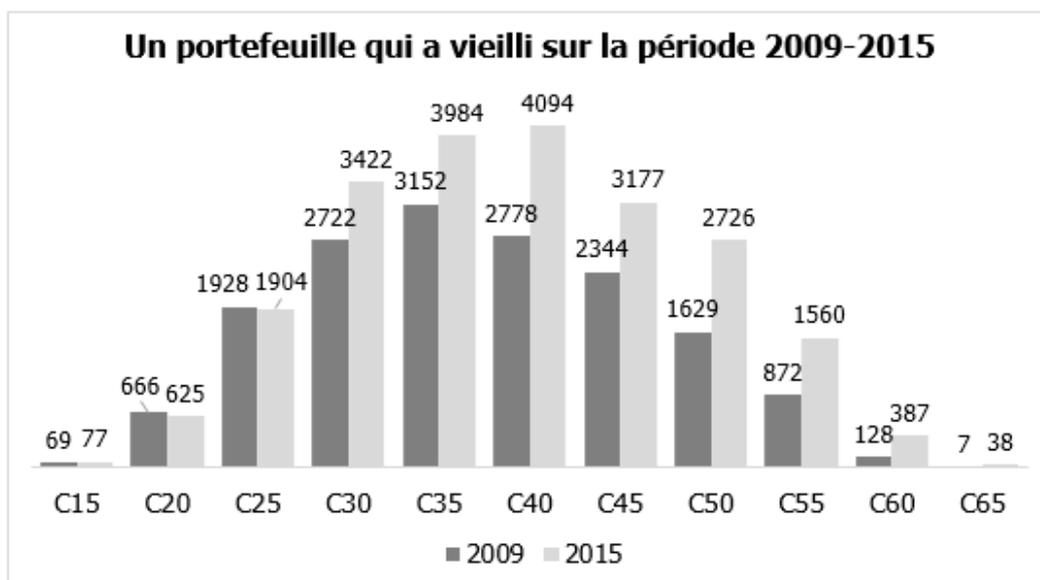


FIGURE 9 – Une population plus nombreuse et plus âgée en 2015

Enfin, nous représentons sur le graphique suivant l'évolution de l'âge moyen du portefeuille. Ce graphique permet de confirmer le vieillissement des assurés.

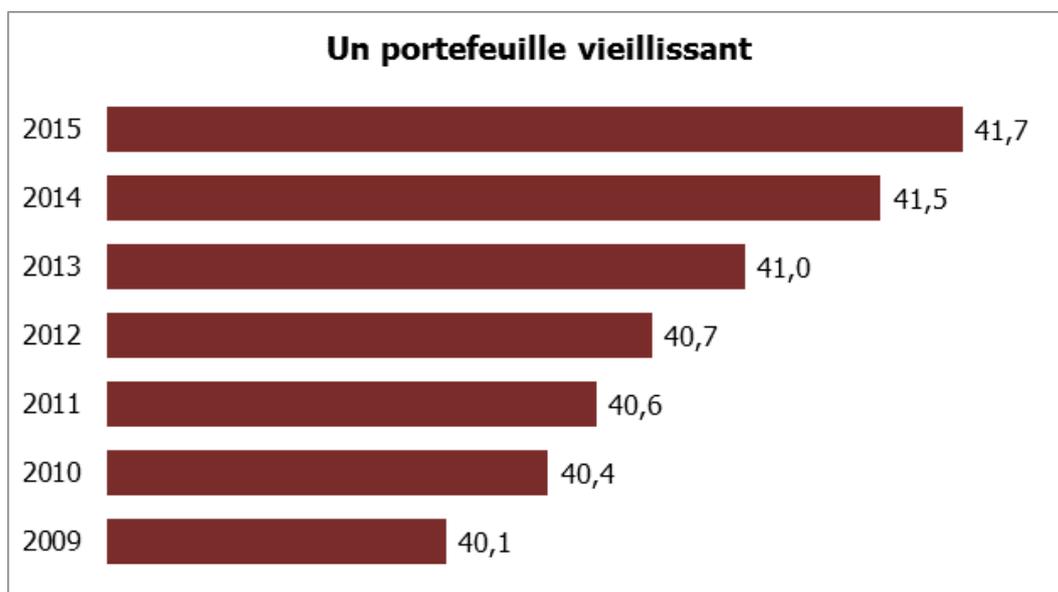


FIGURE 10 – L'âge moyen du portefeuille n'a cessé d'augmenter entre 2009 et 2015

2 - La cartographie de la sinistralité permet de mettre en évidence une majorité d'arrêts inférieurs à un mois

A l'instar du fichier démographique, certaines informations de la base de données de sinistres sont parfois mal renseignées, voire erronées. Par conséquent, certaines variables ne seront pas étudiées, et un traitement des données est nécessaire.

Chacune des lignes correspond donc à un sinistre survenu au cours de la période étudiée.

Pour chacun de ces sinistres, on dispose des informations suivantes :

- Numéro d'individu
- Numéro de sinistre
- Date de naissance
- Numéro de contrat
- Sexe
- Date de survenance
- Date de début d'indemnisation : correspond à la première date de paiement
- Date de fin d'indemnisation : correspond à la dernière date de paiement
- Montants de prestations payées pour chacune des années étudiées
- Date d'invalidité : uniquement pour les sinistres invalidité

2.1 Une proportion de sinistres provisionnés de l'ordre de 11 % en incapacité

Dans un premier temps, on s'intéresse au nombre de sinistres provisionnés à chaque exercice comptable. Les résultats sont inscrits dans le tableau suivant :

Incapacité	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015
Adhérents	14 752	15 838	17 161	18 264	19 127	19 578	20 672
Sinistres provisionnés	179	237	283	286	294	298	302
Taux	1,21 %	1,50 %	1,65 %	1,57 %	1,54 %	1,52 %	1,46 %

On constate donc que le taux de provisionnement en incapacité est très faible, de l'ordre de 1,5 % environ. Cela suppose que la majorité des sinistres ne doivent pas être très longs (quelques jours à quelques semaines), dans la mesure où peu de sinistres nécessitent le calcul d'une provision. Il y a donc peu de sinistres se développant sur plusieurs exercices, relativement au nombre global de sinistres.

Invalidité	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015
Adhérents	12 911	14 166	15 530	16 705	17 558	17 977	19 062
Sinistres provisionnés	0	11	20	35	63	79	100
Taux	100 %	0,08 %	0,13 %	0,21 %	0,36 %	0,44 %	0,52 %

En invalidité, le taux de provisionnement est globalement plus faible qu'en incapacité. Cela s'explique par le fait que les sinistres en invalidité sont simplement moins fréquents. En revanche, ce taux augmente sur la période car une fois en invalidité, l'assuré ne peut plus en sortir, sauf s'il décède ou qu'il atteint l'âge de liquidation de la retraite.

En 2009, le taux est de 0 % car nous ne regardons que les sinistres survenus à partir du 1^{er} janvier 2009.

Par ailleurs, pour chacune des années, on s'intéresse au nombre de sinistres pour lesquels une prestation a été versée. Les résultats sont inscrits dans le tableau suivant :

	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015
Incapacité	1 617	2 114	2 627	2 522	2 437	2 851	2 801
Invalidité	0	12	21	35	63	79	100

Ces résultats permettent d'obtenir, pour chacune des années, la proportion de sinistres en cours à provisionner au 31 décembre. Le tableau suivant expose ces résultats, par risque :

	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015
Incapacité	11,1 %	11,2 %	10,8 %	11,3 %	12,1 %	10,4 %	10,8 %
Invalidité	0 %	91,7 %	95,2 %	100 %	100 %	100 %	100 %

L'invalidité étant permanente, une fois qu'un sinistre est en cours, il sera à provisionner tous les ans, et les cas de sorties sont rares. Ceci explique pourquoi la proportion

est proche ou égale à 100 % et ne varie que très peu.

En incapacité, en revanche, de nombreux petits sinistres surviennent et se clôturent dans la même année. Ceci explique pourquoi la proportion d'arrêts faisant l'objet d'une provision en fin d'année est de l'ordre de 10 à 15 %.

2.2 Les arrêts sont légèrement différents selon le sexe de l'assuré

On cherche à connaître la durée des sinistres, mais aussi la saisonnalité de la survenance des sinistres. En outre, pour s'intéresser à la fréquence des arrêts par sexe, nous allons nous intéresser à la proportion hommes/femmes qui ont des sinistres. On va également chercher à répartir les arrêts selon l'âge à la survenance.

2.2.1 Près de 97 % des sinistres en incapacité durent moins d'un an

Les sinistres sont répartis en 3 catégories selon leur durée. Les résultats de ce premier tri sont donnés dans le tableau ci-dessous :

Durée	Nombre de sinistres incapacité	Proportion
Inférieure à 1 an	15 011	96,6 %
De 1 à 2 ans	361	2,3 %
De 2 à 3 ans	164	1,1 %

A l'évidence, l'immense majorité des sinistres durent moins d'un an. Le découpage pour ces sinistres n'est donc pas très satisfaisant si nous souhaitons avoir une idée plus précise de leur durée.

Nous allons donc nous intéresser qu'aux sinistres d'une durée inférieure à un an ici, et procéder à une nouvelle segmentation plus fine.

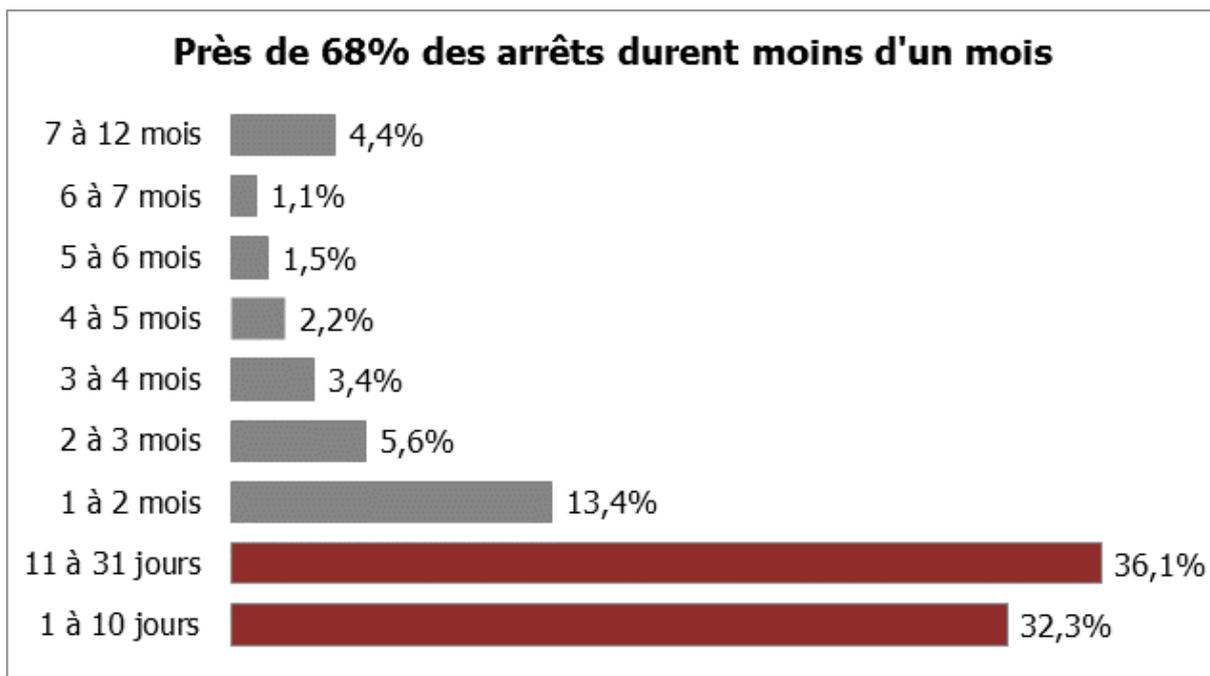


FIGURE 11 – Les arrêts de moins d'un mois sont fréquents

2.2.2 Les femmes restent un peu plus longtemps en arrêt que les hommes, mais la fréquence de survenance est identique

A présent, on va segmenter les arrêts selon le sexe de l'assuré. La proportion des sinistres est la suivante :

Sexe	Nombre de sinistres incapacité	Proportion
Hommes	12 040	77,5 %
Femmes	3 496	22,5 %

On retrouve donc globalement la proportion hommes/femmes du portefeuille. Cela semble indiquer que la fréquence du nombre d'arrêts n'est pas modifiée par le sexe.

On s'intéresse à présent à la durée des arrêts mais en segmentant l'étude suivant le sexe. Le profil des hommes est très semblable au profil global. Ceci semble logique dans la mesure où ces derniers représentent plus de 75 % des assurés et des sinistres.

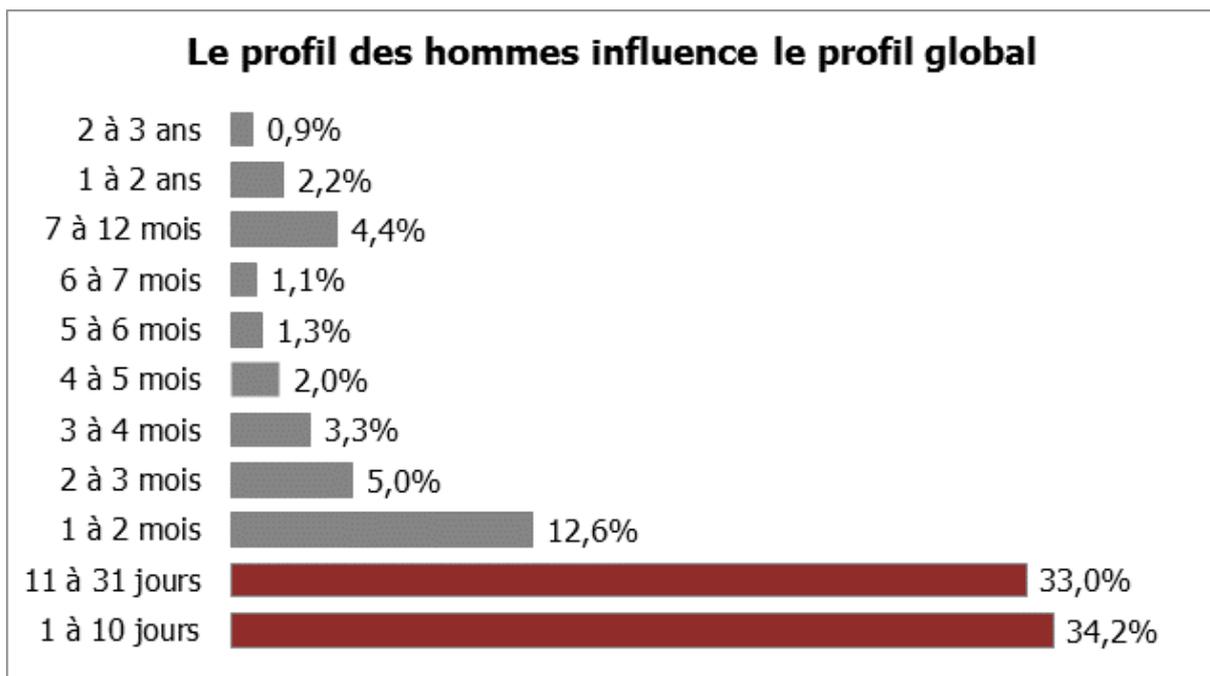


FIGURE 12 – Les hommes, de part leur forte présence, influencent le résultat global

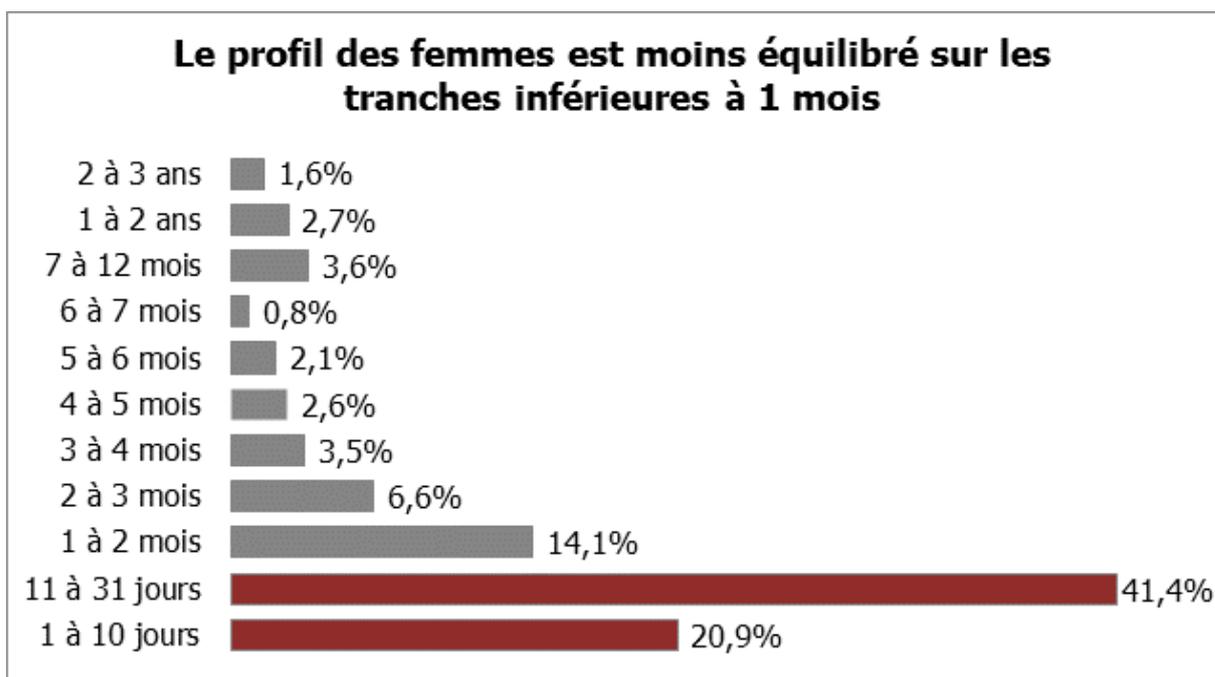


FIGURE 13 – Les arrêts des femmes sont un peu plus longs que ceux des hommes

Concernant les femmes, bien que le profil soit très semblable au profil global, il présente quand même quelques particularités notoires.

En effet, les arrêts supérieurs à un an sont en proportion plus importants chez les femmes que chez les hommes.

Par ailleurs, on remarque que les arrêts inférieurs à 10 jours sont moins nombreux,

en proportion, que chez les hommes. A l'inverse, ceux allant de onze à trente et un jours sont bien plus nombreux.

Cela est à considérer avec précaution. En effet, il convient de regarder encore plus en détail les arrêts inférieurs à un mois, pour s'assurer que la plupart des arrêts des femmes ne durent pas 11 jours lorsque ceux des hommes sont de 10 jours. Dans ce cas-là, il serait compliqué de conclure sur le fait que les femmes restent bien plus longtemps en arrêt que les hommes.

Nous avons donc regardé pour chaque sexe le nombre d'arrêts dont la durée est comprise entre 1 et 31 jours. Le graphique suivant présente les pourcentages cumulés.

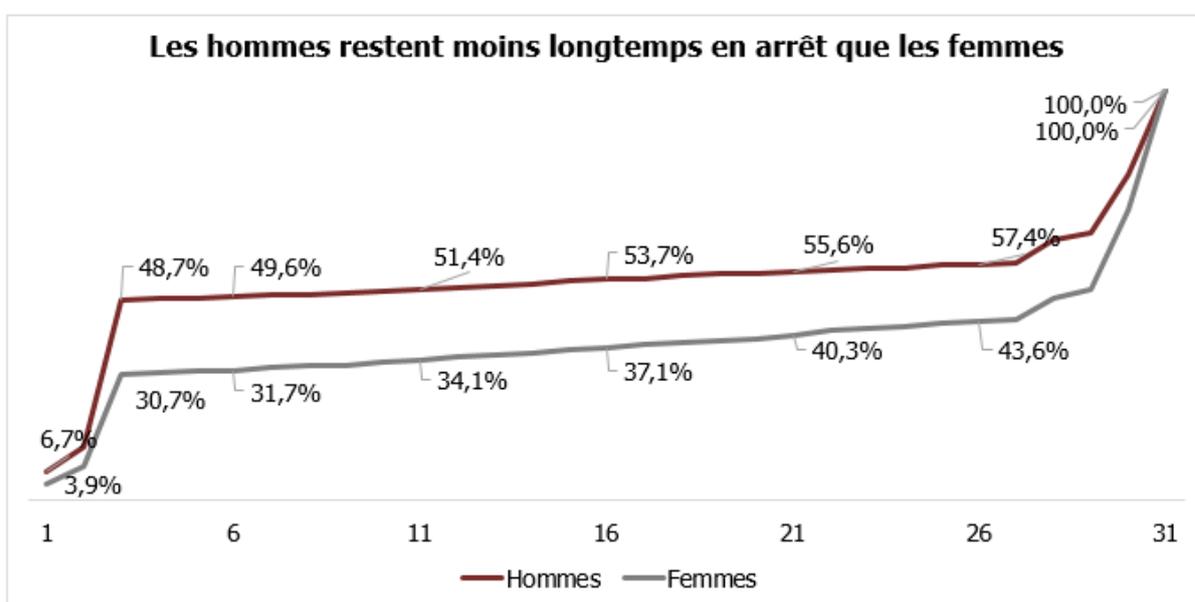


FIGURE 14 – Les femmes restent en arrêts plus longtemps que les hommes

Cela permet donc de confirmer que sur notre portefeuille les femmes restent en arrêt un peu plus longtemps que les hommes.

Pour terminer cette analyse, la durée moyenne des arrêts confirme que les femmes restent en arrêts plus longtemps que les hommes.

Sexe	Durée
Hommes	66 jours
Femmes	78 jours
Global	68 jours

En outre, le graphique suivant illustre la durée moyenne, en jours, des sinistres par mois de survenance.

On constate que les sinistres survenant en janvier sont de loin les plus longs.

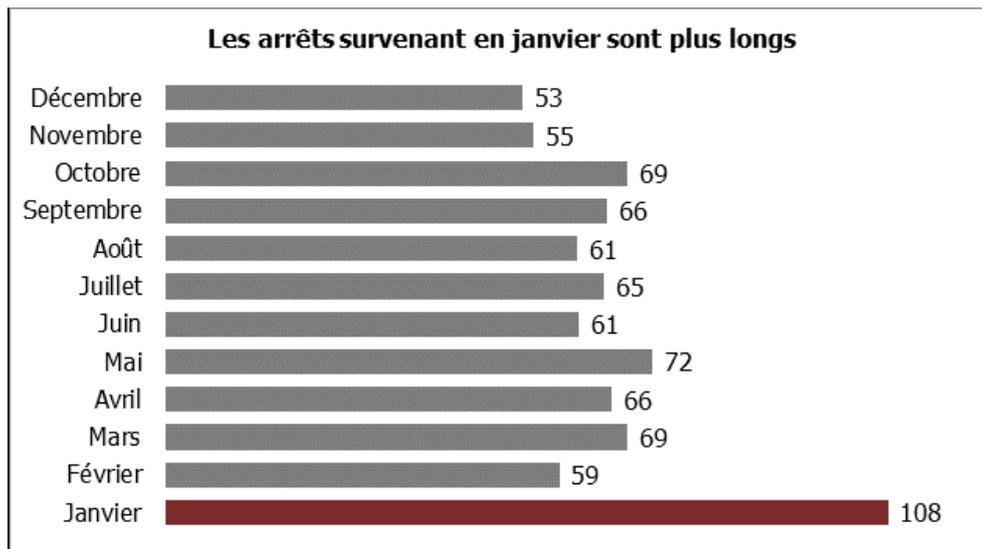


FIGURE 15 – Les arrêts survenant en janvier durent en moyenne plus de 100 jours

2.2.3 Les températures basses favorisent les arrêts

Un premier graphique reprend la survenance des arrêts pour le portefeuille au global, sans distinction de sexe. On constate alors aisément une certaine propension des arrêts pour les mois froids.

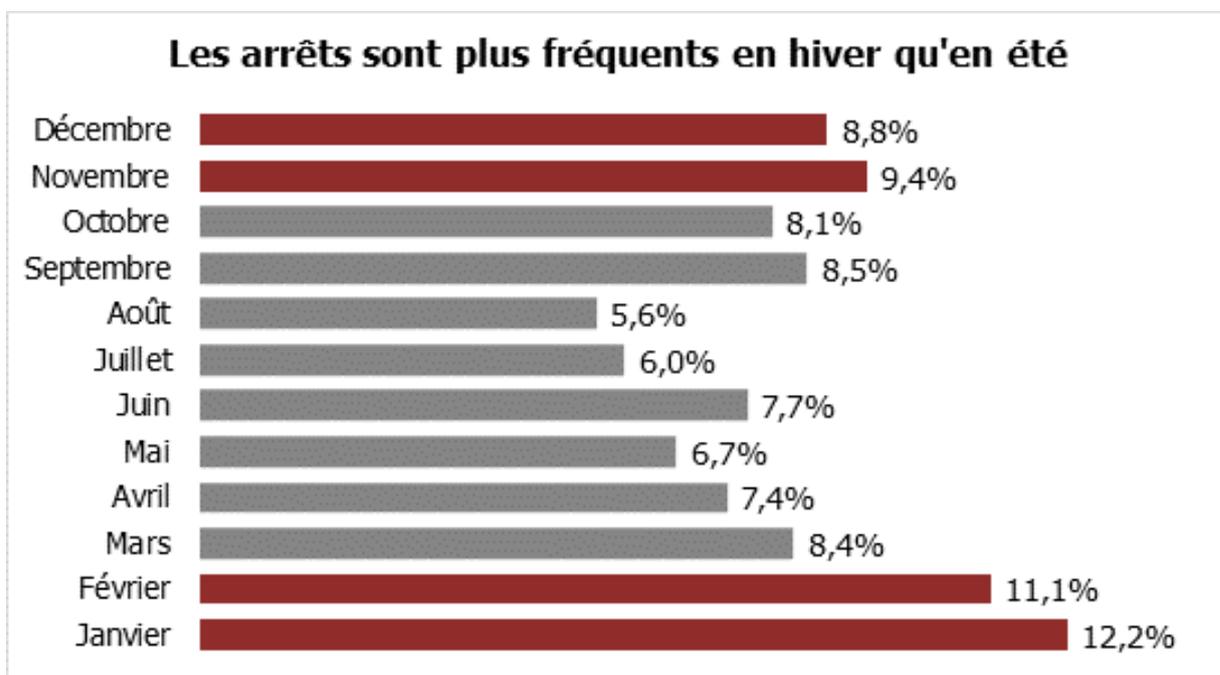


FIGURE 16 – Les arrêts sont plus fréquents pendant les saisons froides

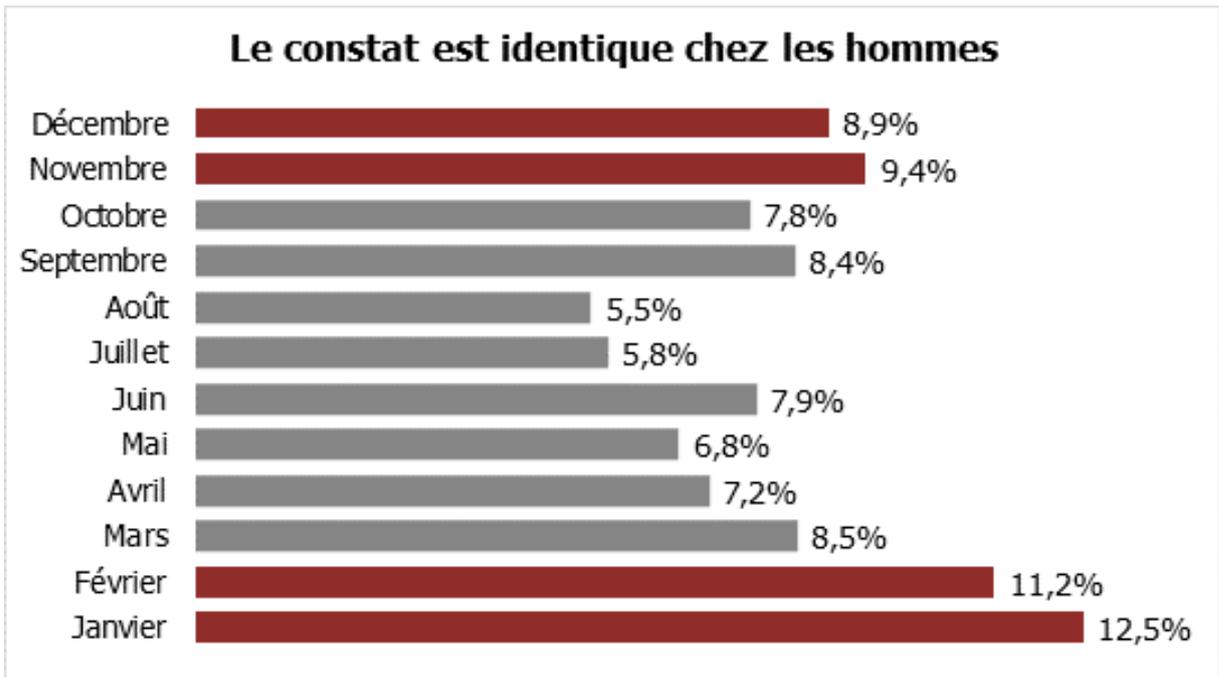


FIGURE 17 – Chez les hommes, l’été n’est pas propice aux arrêts de travail

Comme pour la durée des arrêts, les hommes influencent grandement le résultat global. Nous retrouvons donc tout naturellement les mêmes observations que pour l’ensemble des arrêts, sans distinction de sexe.

En revanche, chez les femmes, il semble plus difficile de dire que la survenance est très conditionnée au choix du mois. Evidemment, les mois de mai à août présentent des proportions inférieures aux autres, tout comme les mois de janvier et février proposent des taux un peu supérieurs aux autres. Mais pour les six mois restants, les résultats sont très proches.

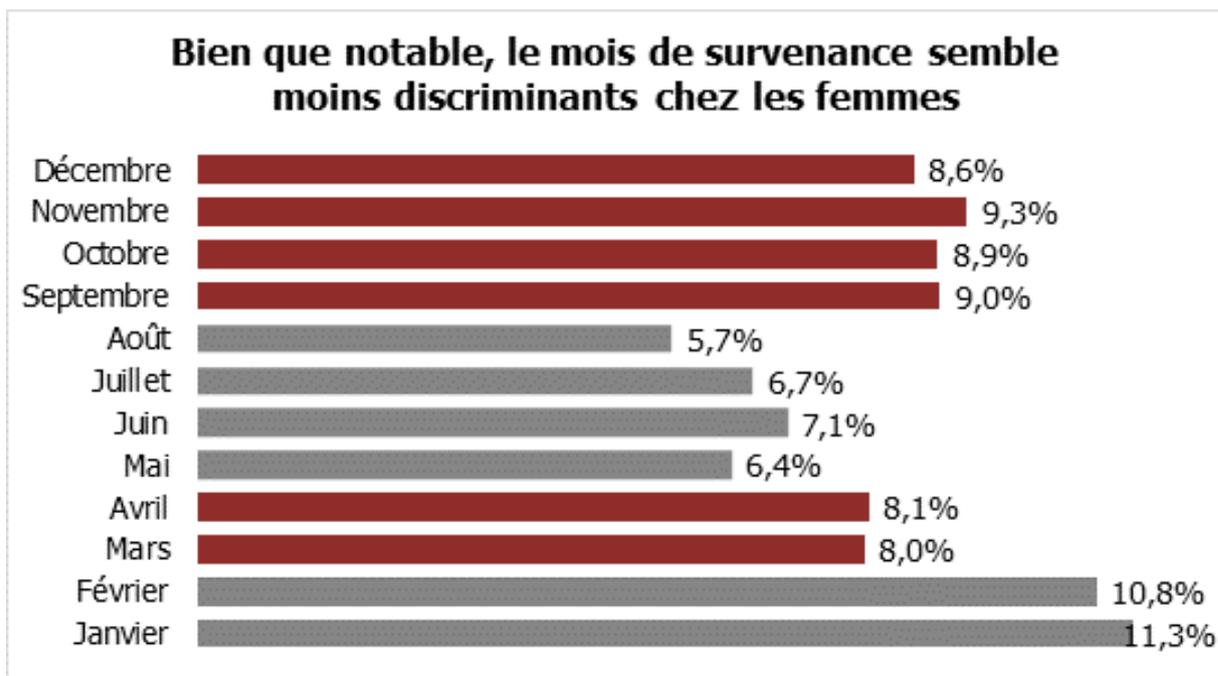


FIGURE 18 – Chez les femmes, les différences sont marquées d'un mois à l'autre

2.2.4 La proportion d'arrêts chez les moins de 30 ans et les plus de 55 ans est plus élevée chez les femmes

On s'intéresse ici à la répartition des sinistres incapacité selon l'âge à la survenance et le sexe.

On constate la proportion de sinistres survenant après 60 ans est quasi identique quelque soit le sexe. Cette conclusion se retrouve pour les âges inférieurs à 35 ans. En effet, il faut garder à l'esprit que le nombre de femmes dans le portefeuille n'est pas très important sur ces tranches d'âges, ainsi que le nombre de sinistres... Donc ces proportions sont relativement volatiles.

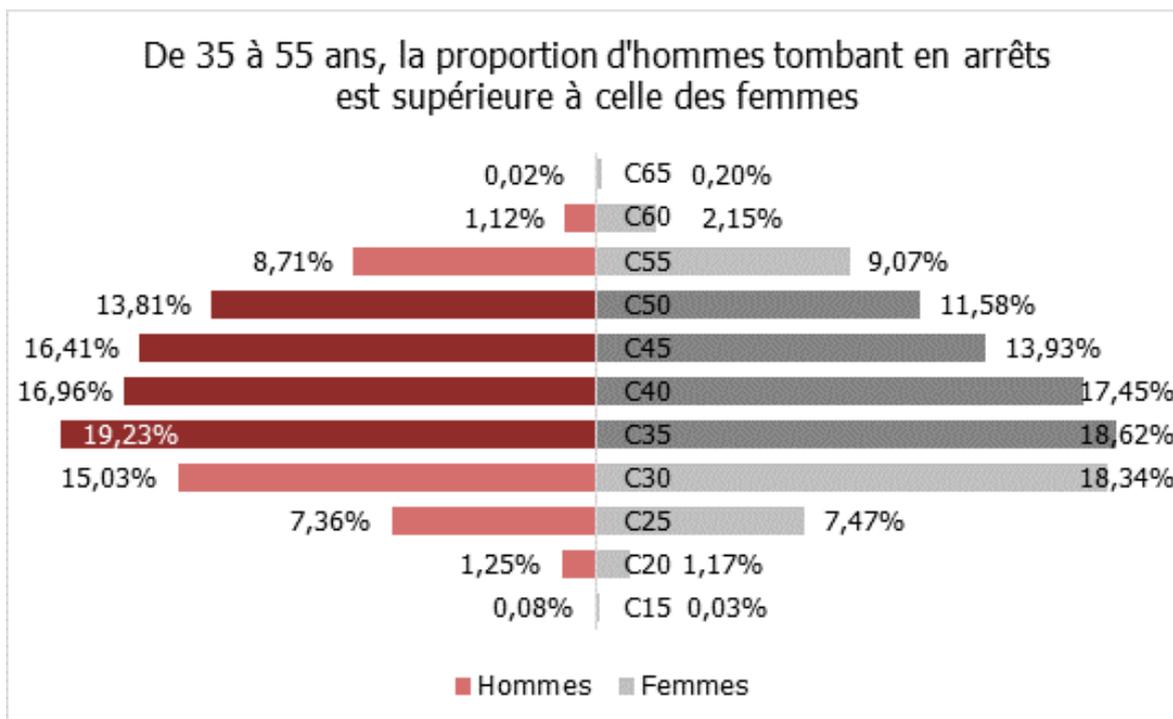


FIGURE 19 – Aux âges élevés et faibles la proportion d'arrêts est semblable quel que soit le sexe

Conclusion

Le premier résultat intéressant concerne la proportion de sinistres en cours devant faire l'objet d'un calcul de provisions. S'il n'est pas très conséquent pour l'incapacité, de l'ordre de 11 %, ce dernier est proche de 100 % en invalidité. Un individu invalide ne pouvant quitter l'invalidité que par décès ou mise à la retraite.

Ces résultats ont ensuite été confirmés par la durée des sinistres du portefeuille. Une proportion non négligeable de sinistres présentant une durée inférieure à un mois, ces derniers ne font généralement pas l'objet d'un calcul de provisions.

Les hommes et les femmes ne semblent pas plus disposés l'un que l'autre à tomber en arrêt. En effet, la proportion des arrêts des hommes correspond approximativement à la proportion d'hommes du portefeuille d'assurés.

En revanche, les femmes restent en arrêts un peu plus longtemps que les hommes en moyenne.

Les mois d'hiver semblent plus propices aux arrêts de travail, en particulier chez les hommes.

Enfin, la proportion d'assurés entrant en incapacité est extrêmement importante entre 30 et 54 ans.

3 - La liquidation des prestations permet de justifier l'intérêt d'une table réglementaire plutôt qu'une autre

Règlementairement, les assureurs sont tenus de constituer des provisions. Cela s'inscrit dans le but de couvrir à tout moment leurs engagements vis-à-vis des assurés.

Les provisions sont de diverses natures. Dans notre cas, nous nous intéressons à celles relatives au risque arrêt de travail.

Nous allons donc, sur la base des sinistres de notre portefeuille, calculer trois provisions différentes :

- Une provision pour le maintien en incapacité
- Une provision pour l'attente d'invalidité
- Une provision d'invalidité

Il convient de préciser que les deux premières sont évaluées pour les incapables possédant une couverture incapacité et invalidité (alors susceptibles de passer en invalidité), alors que la dernière provision n'est calculée que dans le cas d'une invalidité avérée.

Dans le cas d'un assuré ne possédant que la garantie incapacité, aucune provision pour attente d'invalidité ne sera évaluée pour lui.

3.1 La constitution des provisions mathématiques pour un incapable

Tout d'abord, nous allons définir quelques notations nécessaires pour la suite :

- x : âge de l'assuré lors de la survenance de l'arrêt de travail
- a : ancienneté dans l'arrêt de travail
- i : taux d'actualisation annuel
- $l^{\text{inc}}(x, k)$: effectif entré en incapacité à l'âge x et encore en arrêt après k mois

- $s^{\text{inc}}(x, k)$: effectif entré en incapacité à l'âge x et devenant invalide au cours du mois k

La liquidation d'un sinistre peut s'étaler sur plusieurs années comptables. C'est dans ce cas, à la clôture de chaque année comptable, que l'assureur évaluera les provisions qu'il doit constituer. Cela lui permet d'anticiper les futurs paiements qu'il devra effectuer au titre des sinistres déjà en cours.

Ainsi, à la fin de chaque année comptable, il peut réévaluer ses comptes en survenance pour suivre la liquidation de ses prestations. Cela lui permet donc de savoir si la liquidation est stable dans le temps (absence de boni/mali de liquidation) ou non.

Afin de calculer les provisions afférentes à ces sinistres, l'assureur utilise trois tables différentes :

- une table de maintien en incapacité
- une table de passage en invalidité
- une table de maintien en invalidité

La première sert à évaluer la durée probable de l'arrêt en cours. Cette évaluation se fait selon l'âge à la survenance de l'arrêt x , et l'ancienneté a de ce dernier dans l'arrêt.

La seconde table utilisée permet de connaître la probabilité que l'incapable passe en invalidité. La troisième de connaître la durée probable de l'invalidité. La combinaison des deux permet alors de calculer la provision à constituer dans le cas où l'assuré passerait dans l'état d'invalidité.

En effet, les prestations en cas d'invalidité étant généralement bien supérieures à celles de l'incapacité, il est important d'anticiper un passage en invalidité afin de toujours être en accord avec le principe de la loi Evin.

Nous allons maintenant présenter les différentes formules utilisées et qui permettent de calculer les provisions mathématiques. Ces formules sont toutes explicitées dans le cas d'une prestation de 1 €.

Pour calculer la provision mathématique afférente à l'incapacité en cours, on utilise la formule suivante :

$$PM^{\text{inc}}(x, a) = \sum_{k=a}^{36} (1+t)^{-\frac{(k-a)}{12}} * \frac{l^{\text{inc}}(x, k)}{l^{\text{inc}}(x, a)} \quad (3)$$

Pour calculer la provision mathématique du passage en invalidité, on utilise la formule suivante :

$$PM^{\text{inv att}}(x, a) = \sum_{k=a}^{35} (1+t)^{-\frac{(k-a)}{12}} * \frac{s(x, k)}{l^{\text{inc}}(x, a)} * PM^{\text{inv}}(x + \frac{k}{12}, 0) \quad (4)$$

Le terme $PM^{\text{inv}}(x + \frac{k}{12}, 0)$ est déterminé par interpolation linéaire avec les valeurs entières encadrant $x + \frac{k}{12}$.

Si l'on note $Int(x)$ la partie entière de x , alors on a la formule suivante d'interpolation linéaire :

$$PM^{\text{inv}}(x + \frac{j}{12}, 0) = PM^{\text{inv}}(Int(x + \frac{k}{12}), 0) - [(x + \frac{j}{12}) - Int(x + \frac{j}{12})] * X \quad (5)$$

Dans l'équation précédente, on utilise la notation suivante :

$$X = [PM^{\text{inv}}(Int(x + 1 + \frac{k}{12}), 0) - PM^{\text{inv}}(Int(x + \frac{k}{12}), 0)] \quad (6)$$

En conclusion, on obtient donc la provision mathématique à constituer en cas d'incapacité comme la somme des deux provisions précédentes, c'est à dire :

$$\boxed{PM^{\text{incap}}(x,a) = PM^{\text{inc}}(x,a) + PM^{\text{inv att}}(x,a)} \quad (7)$$

3.2 La constitution des provisions mathématiques pour un invalide

Dans le cas de l'invalidité, la démarche est similaire à celle de l'incapacité. Nous calculons à la fin de chaque année comptable les provisions à constituer pour les arrêts d'invalidité.

Cependant, contrairement à l'incapacité, les possibilités de sortie de l'état d'invalidité sont le décès ou la liquidation de la retraite. Ce qui implique que les arrêts d'invalidité peuvent durer très longtemps.

Les tables utilisées pour le provisionnement de l'invalidité sont différentes de celles utilisées dans le cas de l'incapacité.

La table de maintien en invalidité permet de déterminer, selon l'âge à la survenance de l'assuré, le nombre d'années où l'assuré sera invalide.

Ces tables, dont une présentation plus théorique aura lieu dans la troisième partie de ce mémoire, ont été établies par le BCAC sur un portefeuille spécifique. Il n'est donc pas impossible qu'elles ne soient pas adaptées à un portefeuille très spécifique dont la population présenterait des caractéristiques tout à fait différentes de celles de la population utilisée par le BCAC.

D'un point vue plus mathématique, on calcule la provision mathématique à l'aide de la formule suivante :

$$PM^{\text{inv}}(x, a) = \sum_{k=a}^{\hat{\text{age}}_{\text{retraite}}-x} (1+t)^{-(k-a)} * \frac{l^{\text{inv}}(x, k)}{l^{\text{inv}}(x, a)} \quad (8)$$

Ici, $l^{\text{inv}}(x, k)$ correspond à l'effectif entrant en invalidité à l'âge x et étant toujours en invalidité au bout de k années.

Bien évidemment, les autres notations sont identiques à celles utilisées pour le calcul dans le cas de l'incapacité.

3.3 Les nouvelles tables semblent plus adaptées à notre portefeuille

Pour étudier la liquidation des prestations de notre portefeuille, nous avons recalculé pour chaque année comptable les provisions mathématiques à constituer.

C'est à dire que nous avons répertorié au 31 décembre de chaque année entre 2009 et 2015 les sinistres en cours, à la fois incapacité et invalidité.

Ainsi, pour chacune des années, on a calculé les provisions mathématiques à constituer de chaque sinistre, avec les anciennes tables d'une part et les nouvelles tables d'autre part.

Connaissant l'année de survenance de chaque sinistre, on a donc pu construire les triangles de liquidation pour l'incapacité et l'invalidité.

3.3.1 Les nouvelles tables sont plus en adéquation avec notre portefeuille

Nous allons commencer par présenter de manière générale les triangles de liquidation.

Un triangle de liquidation théorique est représenté ci-dessous.

Survenance	Déroulement				
	N	N+1	N+2	N+3	N+4
1	$C_{1,N}$	$C_{1,N+1}$	$C_{1,N+2}$	$C_{1,N+3}$	$C_{1,N+4}$
2	$C_{2,N}$	$C_{2,N+1}$	$C_{2,N+2}$	$C_{2,N+3}$	
3	$C_{3,N}$	$C_{3,N+1}$	$C_{3,N+2}$		
4	$C_{4,N}$	$C_{4,N+1}$			
5	$C_{5,N}$				

FIGURE 20 – Les $C_{i,j}$ sont de natures différentes, selon ce que le triangle représente

Il existe différents types de triangle. En effet, on peut construire des triangles de paiements mais aussi des triangles de provisions.

Par ailleurs, les triangles de paiement peuvent être cumulés ou non. Comme leur nom l'indique, les triangles de paiements cumulés présentent le montant de prestations payées depuis la survenance à chaque année de déroulement. Il est très facile de passer d'un triangle de paiements cumulés à un triangle de paiements par année de déroulement par simple soustraction (et inversement, par simple addition).

Les années de survenance sont représentées en ligne et les années de déroulement en colonne. Ces dernières sont nommées $N, N + 1, N + 2...$ puisque les années représentées dépendent évidemment de l'année de survenance.

L'exemple ci-dessus présente 5 années de survenance pour 5 années de déroulement. Pour $i = 1, \dots, 5$ et pour $j = N, \dots, N + 4$, les $C_{i,j}$ représentent les paiements ou les provisions (selon le type de triangle choisi) de l'année de survenance i et de l'année de déroulement j .

Dans le cadre de ce mémoire, pour l'étude de la liquidation des prestations nous utiliserons des triangles de paiements cumulés pour les prestations payées. Pour les provisions, les triangles ne sont en revanche pas des triangles cumulés.

Pour établir les triangles de liquidation afférents aux prestations d'incapacité, nous avons procédé par étapes.

Dans un premier temps, nous avons construit le triangle des prestations payées. Puis nous avons calculé les provisions à constituer par année comptable.

Il convient tout de même de préciser que la provision pour attente d'invalidité (calculée pour les incapables) n'est pas comprise dans ces triangles.

Pour obtenir le triangle de liquidation de la charge de prestations totales, il suffit alors de sommer les deux triangles précédents.

Les résultats obtenus avec les anciennes et les nouvelles tables sont dans les tableaux ci-dessous.

Charge de prestations avec anciennes tables

Survénance	Déroutement						
	N	N+1	N+2	N+3	N+4	N+5	N+6
2009	2 538 668 €	2 432 227 €	2 342 002 €	2 336 658 €	2 336 658 €	2 336 658 €	2 336 658 €
2010	3 453 954 €	3 280 338 €	3 350 376 €	3 353 923 €	3 353 923 €	3 353 923 €	- €
2011	3 827 873 €	3 276 335 €	3 274 632 €	3 292 586 €	3 292 586 €	- €	- €
2012	3 992 894 €	3 529 802 €	3 511 000 €	3 513 685 €	- €	- €	- €
2013	4 140 067 €	3 739 713 €	3 755 210 €	- €	- €	- €	- €
2014	4 309 935 €	3 791 891 €	- €	- €	- €	- €	- €
2015	4 034 033 €	- €	- €	- €	- €	- €	- €

Charge de prestations avec nouvelles tables

Survénance	Déroutement						
	N	N+1	N+2	N+3	N+4	N+5	N+6
2009	2 349 237 €	2 368 840 €	2 332 868 €	2 336 658 €	2 336 658 €	2 336 658 €	2 336 658 €
2010	3 113 008 €	3 179 631 €	3 328 659 €	3 353 923 €	3 353 923 €	3 353 923 €	- €
2011	3 483 673 €	3 207 552 €	3 264 245 €	3 292 586 €	3 292 586 €	- €	- €
2012	3 615 255 €	3 442 591 €	3 499 674 €	3 513 685 €	- €	- €	- €
2013	3 691 691 €	3 635 660 €	3 739 517 €	- €	- €	- €	- €
2014	3 868 272 €	3 689 332 €	- €	- €	- €	- €	- €
2015	3 610 302 €	- €	- €	- €	- €	- €	- €

FIGURE 21 – Les charges de prestations sont en augmentation

Nous remarquons par ailleurs qu'à partir de l'année de déroulement $N + 3$, les résultats n'évoluent plus ; ce qui est tout à fait normal dans la mesure où l'incapacité ne peut pas excéder une durée de 3 ans.

Nous commençons par présenter uniquement l'année de survénance 2009 afin de comprendre comment interpréter ce graphique.

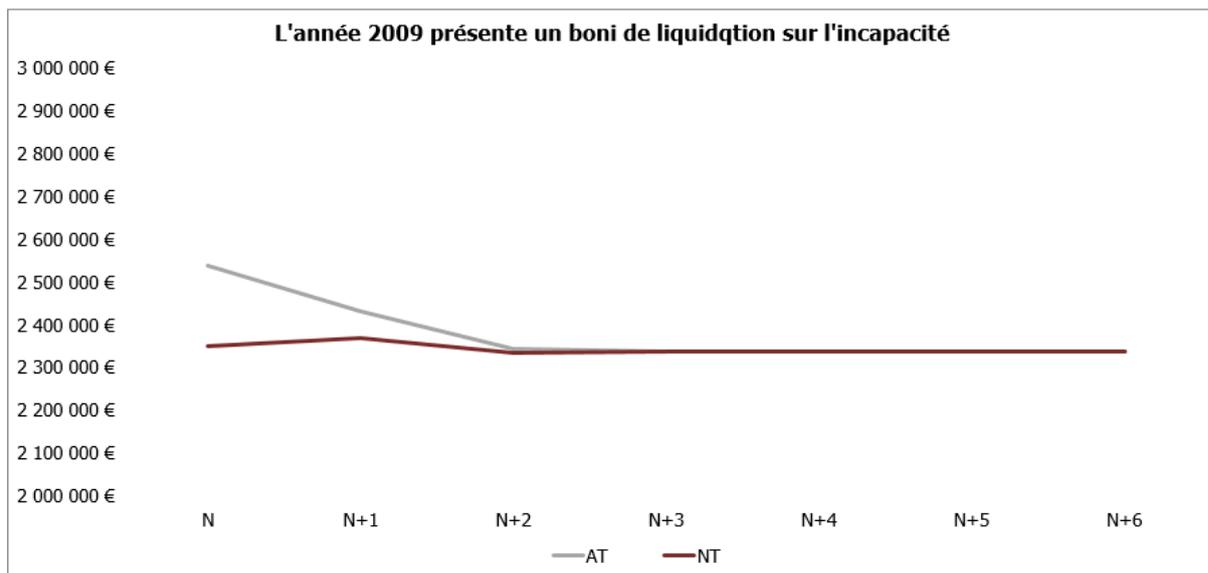


FIGURE 22 – Les nouvelles tables semblent plus en adéquation avec notre portefeuille

Pour chaque année de déroulement nous connaissons la charge de prestations (prestations payées depuis la survenance + provisions constituées). C'est ce que nous représentons ici sur ce graphique.

Sachant que plus nous déroulons l'année de survenance plus la charge de prestations est juste dans la mesure où les provisions (qui sont estimées) ont une proportion plus faible.

Par ailleurs, nous remarquons que les courbes sont planes à partir de l'année de survenance $N + 2$. Comme l'incapacité dure trois ans, la liquidation est donc terminée et la charge de prestations totalement connue (ici égale à un peu plus de 2 300 000 €).

Nous voyons que la courbe grise connaît une belle décroissance au long du déroulement. Cela s'explique par le fait que les anciennes tables nous ont demandé un montant de provisions plus importants que ce que le risque nous a finalement réellement coûté.

Nous observons alors un boni de liquidation.

Pour la courbe rouge en revanche, la liquidation est relativement plate. C'est typiquement le genre de situation qu'un assureur recherche ; pouvoir maîtriser au mieux son risque en cours.

L'évolution de la liquidation des prestations pour chaque année de survenance est représentée dans le graphique ci-dessous. Attention, l'axe des ordonnées ne débute pas à 0 sur le graphique, ceci dans un souci de visibilité.

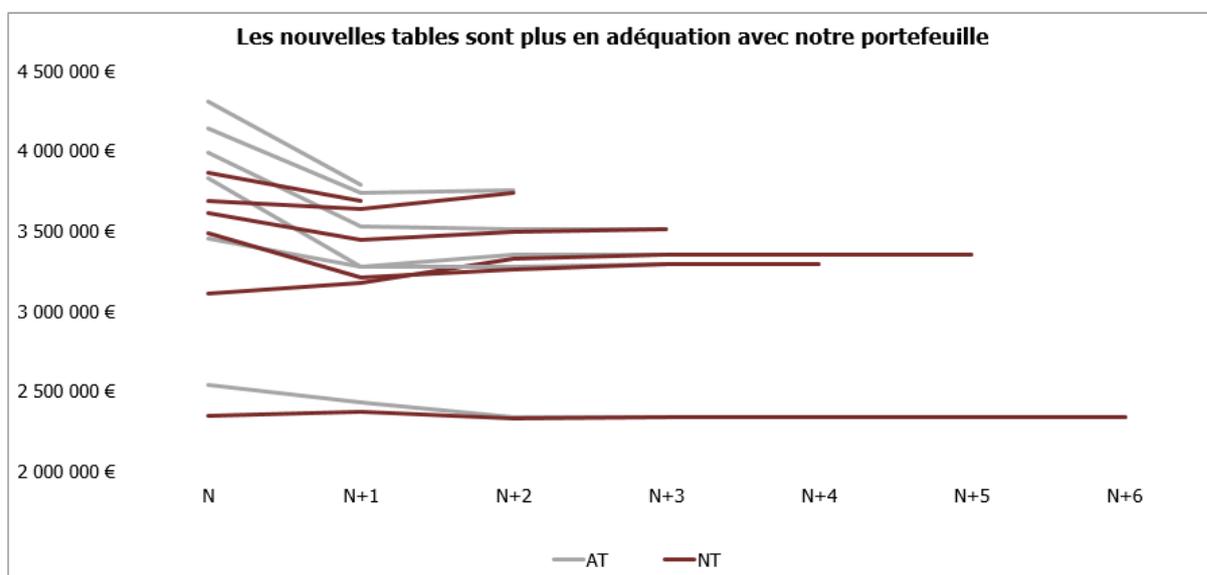


FIGURE 23 – Des boni de liquidation sont observés pour l'incapacité

Pour bien comprendre le graphique, il faut préciser que plus les courbes du graphe

sont longues, plus l'année de survenance est éloignée d'aujourd'hui. Ainsi les courbes les plus longues correspondent à l'année 2009, et les plus courtes à 2014.

Par ailleurs, les courbes grises sont les résultats obtenus avec les anciennes tables ; les rouges étant afférentes aux nouvelles tables.

On constate, en outre, que les tables du BCAC (anciennes et nouvelles) ont tendance à sur-provisionner. C'est d'autant plus vrai sur les années les plus récentes.

Cependant, les boni de liquidation sont beaucoup moins importants avec les nouvelles tables. Ces dernières semblent donc plus en adéquation avec notre portefeuille et sa sinistralité, pour le risque incapacité.

On remarque bien ici que les charges de prestations ne cessent d'augmenter depuis 2009. Cela est dû à une sinistralité plus importante. Mais cela semble cohérent dans la mesure où le portefeuille d'assurés n'a cessé de croître sur la même période.

Nous pouvons supposer que les arrêts étudiés sont dans l'ensemble plus courts que ceux ayant servi à établir les lois de maintien du BCAC.

Par ailleurs, sont disponibles en annexe 1 la liquidation des prestations incapacité année par année. Cela permet d'avoir une meilleure vision pour chacune des années.

3.3.2 Pour l'invalidité, les résultats sont en revanche moins satisfaisants

Dans le cas de l'invalidité, il faut tenir compte de deux provisions différentes qu'il convient de sommer aux prestations payées pour obtenir la charge des prestations totales :

- les provisions d'attente d'invalidité pour les incapables
- les provisions de maintien en invalidité pour les invalides

Les études réalisées ont permis de mettre en évidence que les nouvelles tables étaient plus prudentes que les anciennes.

Sur le portefeuille étudié, nous constatons un écart de l'ordre de 12 % à la hausse avec les nouvelles tables.

Cet écart illustre bien le fait que les nouvelles tables sont plus prudentes que les anciennes. Elles sur-évaluent les provisions en invalidité, par rapport aux anciennes tables.

Cependant, nous n'avons pas assez de recul pour conclure sur le fait que l'une ou l'autre des tables soit adaptée à notre portefeuille.

En effet, nous ne disposons pas d'un historique assez conséquent pour tirer des conclusions crédibles.

Partie 3
**Construction d'une loi de maintien
en incapacité sur la base des
données**

1 - Il existe différentes types de tables de maintien en incapacité

Comme nous l'avons énoncé précédemment, le Code des assurances demande à ce que le calcul des provisions techniques d'incapacité soit fait en utilisant la loi de maintien du BCAC.

Cependant, une entreprise d'assurance peut préférer utiliser sa propre loi d'expérience. Cette dernière devant être, en revanche, certifiée par un actuair e indépendant et agréé par l'une des associations d'actuai res reconnues par l'ACPR.

1.1 Il existe différentes versions des tables du BCAC

Nous allons ici nous intéresser aux deux dernières versions des tables du BCAC.[5]

1.1.1 Les tables de 1996, actuellement utilisées par de nombreux assureurs

La loi Evin de 1989 impose aux assureurs la constitution de provisions techniques pour l'incapacité notamment.

C'est pourquoi le BCAC crée des tables de provisionnement, qui sont ensuite utilisées par les assureurs.

En 1993, le BCAC rend ses résultats.[7] Cependant, les différents calculs à effectuer pour obtenir les différentes provisions techniques ne sont précisés que dans l'arrêt du 28 mars 1996.

En 2010, ces tables ont été modifiées par l'arrêt du 24 décembre. Ces modifications permettent en fait de tenir compte des impacts de la réforme des retraites de la même année.

Aujourd'hui, ces tables que l'on appelle plus généralement les « tables de 1996 » ou les « anciennes tables du BCAC » sont encore très utilisées par de nombreux organismes assureurs.

En effet, étant fournies par le BCAC, il s'agit de tables réglementaires « prêtes à l'emploi ».

Par la suite, lorsque nous parlerons des « anciennes tables », nous ferons donc référence à ces tables.

1.1.2 De nouvelles tables construites en 2013 sont encore en cours d'étude

La sinistralité actuelle n'est peut-être plus tout à fait la même que celle de 1996. Il est donc légitime de se demander si ces tables sont effectivement très adaptées à notre époque.

C'est entre autres ce qui a motivé la construction de nouvelles tables, en 2013.

Ces « nouvelles tables du BCAC », en comparaison aux tables de 1996, semblent sous-provisionner d'environ 11 % si l'on ne tient pas compte de la CSP.

En tenant compte de la CSP, elles permettraient même d'abaisser encore un peu plus les provisions, de l'ordre de 16 %.

Ces résultats sont ceux obtenus sur le risque incapacité par Hasna BAGUI, en charge de la refonte des tables du BCAC en 2013.[6]

Ces tables ne sont cependant toujours pas officiellement utilisées par les assureurs. En effet, aucun arrêté à ce jour n'a instauré leur application par les assureurs.

1.2 Une table d'expérience permet à l'assuré de mieux cibler son portefeuille

Une table d'expérience se base, comme son nom l'indique, sur l'historique du portefeuille de l'assureur.

Un organisme assureur est donc autorisé, s'il le souhaite, à ne pas utiliser les tables réglementaires du BCAC.

1.2.1 Une table d'expérience permet une meilleure représentation de la sinistralité de son portefeuille

Un organisme peut donc choisir de construire sa propre loi de maintien, en ne se basant que sur l'expérience qu'il a de son portefeuille.

Le principal intérêt d'un tel choix est bien évidemment d'obtenir une loi de maintien qui soit la plus représentative possible de la sinistralité de son portefeuille.

Cela est notamment vrai si le portefeuille d'un assureur présente une population très spécifique.

Les tables réglementaires suggèrent une certaine sinistralité.

Un assureur qui constaterait que la sinistralité de son portefeuille est très différente de celle induite par le BCAC aurait tout intérêt à construire sa propre loi d'expérience.

En effet, le risque pour l'assureur est alors de :

- sur-provisionner si sa sinistralité semble plus « légère » que celle du BCAC
- sous-provisionner si sa sinistralité semble plus « lourde » que celle du BCAC

1.2.2 En plus d'être chronophage, une table d'expérience doit être certifiée régulièrement

La construction d'une table implique un certain investissement de la part de l'assureur.

Cet investissement se compte tant en termes de temps que d'argent.

Ensuite, la table d'expérience doit nécessairement être certifiée par un actuaire agréé. Ce dernier devant être forcément indépendant pour éviter toute situation de conflit d'intérêt. Il doit faire partie de l'Institut des Actuaire, en plus d'être certifié par l'ACPR.

En outre, les tables d'expérience ont une durée de validité. En effet, les tables d'expérience en incapacité-invalidité ne sont valides que pour une durée de 4 ans.

Cela indique bien qu'elles sont à revoir régulièrement.

En l'absence de suivi, la durée de validité est abaissée à 2 ans.

1.3 Les tables tiennent compte de l'âge à la survenue et de l'ancienneté dans l'arrêt

Une table de maintien en arrêt de travail est représentée sous forme de tableau à double entrée.

Les lignes représentent les âges à l'entrée en arrêt de travail. Chaque colonne présente une ancienneté dans l'arrêt de travail.

Ci-dessous est représenté un exemple de loi de maintien. Seules certaines valeurs sont représentées, par manque de place.

âge / ancienneté	0	1	2	3	...	34	35	36
20	10 000	4 414	2 676	1 939	...	33	24	18
21	10 000	4 638	2 855	2 064	...	33	23	17
22	10 000	4 848	3 024	2 173	...	33	22	17
23	10 000	5 026	3 169	2 274	...	43	32	25
...
...
...
65	10 000	6 647	4 931	3 957	...	260	233	213

FIGURE 24 – Echantillon de la loi de maintien incapacité des nouvelles tables

Une telle table présente les $l_{x,t}$. Cela correspond en fait au nombre de personnes entrées en arrêt de travail à l'âge x , qui sont encore dans cet état après t périodes.

Les périodes t peuvent être exprimées sous différentes mesures de temps. Le choix dépend de la quantité de données utilisables. Plus la segmentation est fine, plus les résultats seront précis. Cependant, plus la segmentation est fine, plus le nombre de données utilisables doit être important.

Dans le cas d'une loi de maintien en incapacité, les périodes sont généralement exprimées en mois. Dans ce cas, $t_{max} = 36$ puisque l'incapacité ne dure que trois ans au maximum.

Le principe utilisé pour élaborer ces tables est assez simple. Tout d'abord, nous recensons une population initiale pour chaque âge, 10 000 personnes dans le cas ci-dessus.

Puis on regarde à chaque période les effectifs restants, ie. le nombre de personnes encore présents dans l'état étudié.

On remarque par exemple que sur les 10 000 personnes de 25 ans entrant en incapacité, seules 18 le sont encore au bout de 36 mois.

2 - Estimation par la méthode de Kaplan-Meier d'une loi de maintien

L'objectif de ce chapitre est de présenter les hypothèses retenues pour la construction de la loi de maintien, ainsi que la méthode d'estimation retenue.

2.1 La loi de maintien est estimée sans distinction de sexe

Le cadre de travail retenu permet de définir la population sur laquelle la loi de maintien est estimée, tant en termes de sexe que d'âge, ou encore d'ancienneté.

2.1.1 La table construite concerne le risque incapacité

Lorsque l'on souhaite construire des tables d'expérience sur la base d'un portefeuille de données, on estime généralement trois tables :

- Une loi de maintien en incapacité
- Une loi de passage en invalidité
- Une loi de maintien en invalidité

Dans le cadre de ce mémoire, nous ne construirons qu'une loi de maintien en incapacité.

En effet, nous ne disposons pas de données suffisamment consistantes pour construire une loi de maintien en invalidité qui soit crédible.

2.1.2 La loi de maintien est estimée sur 36 mois

En ce qui concerne le fractionnement de la loi de maintien, plusieurs alternatives sont possibles.

En effet, l'idéal serait de pouvoir construire une loi de maintien avec des anciennetés exprimées en jours. Cela permettrait d'obtenir des résultats très fins.

Cela suppose cependant de disposer d'un nombre de données extrêmement important pour que le résultat soit crédible.

C'est pourquoi nous avons fait le choix d'un fractionnement mensuel. Comme il s'agit de la garantie incapacité, nous estimerons donc notre table de maintien pour des arrêts allant de 0 à 36 mois.

Nous pourrions noter que dans le cas des tables du BCAC, les anciennetés sont également en mois.

2.1.3 L'estimation de la loi de maintien est faite sans distinction d'âge à la survenance

A cette étape, il est envisageable de construire une loi de maintien par âge, par classes d'âge ou encore sans distinction de l'âge à la survenance.

Evidemment, le choix retenu permet d'obtenir des résultats plus ou moins précis. Plus la segmentation est fine, plus les résultats seront précis ensuite.

Cependant, pour que la segmentation soit crédible, les données utilisées doivent être suffisantes.

Dans notre cas, nous ne disposons pas de données suffisamment conséquentes pour envisager une segmentation par âge ou par même par classes d'âge.

Nous avons donc construit une table unique, sans distinction d'âge à la survenance.

2.1.4 La loi construite est mixte

De manière générale, il est possible de construire des tables par sexe, si les données pour chacun des sexes sont suffisantes.

Nous avons remarqué auparavant que la sinistralité des femmes et celles des hommes ne présentent pas de grosses différences au global.

Il ne semble donc pas opportun, de ce point de vue, de construire une table pour chaque sexe.

Par ailleurs, nous ne disposons pas d'un portefeuille extrêmement large, et la proportion de femmes n'est pas très importante.

La construction d'une table pour les femmes n'est donc pas envisageable, faute de données suffisantes.

C'est donc pour ces raisons que nous construirons une table mixte.

2.2 La méthode de Kaplan-Meier permet d'estimer la fonction de survie

Nous avons fait le choix d'une méthode d'estimation non-paramétrique.

Le risque incapacité étant court (maximum trois ans), le choix d'un modèle paramétrique semblait plus risqué.

Ici, nous partons donc sans a priori sur la loi que nous cherchons à estimer.

Par ailleurs, nous avons fait le choix d'utiliser l'estimateur de Kaplan-Meier.[10]

Ce choix se justifie par le fait que nous disposions de données sinistre par sinistre.

2.2.1 Quelques notations pour définir le contexte

Nous allons définir quelques éléments pour énoncer la méthode ensuite.

Commençons par définir T_x comme la variable aléatoire non négative. T_x représente la durée de maintien d'un individu devenu incapable à l'âge x .

La fonction de survie de cette variable aléatoire sera notée $S_x(t)$ au point t .

$$S_x(t) = \mathbb{P}[T_x > t] = 1 - F_x(t) \quad (9)$$

$F_x(t)$ est la fonction de répartition de la variable T_x . En notant $f_x(t)$ la fonction de densité, on a la relation suivante :

$$F_x(t) = \int_0^t f_x(s) ds \quad (10)$$

La fonction de hasard $h_x(t)$ caractérise la distribution de T_x . En l'intégrant, et en supposant $S_x(0) = 1$, on obtient la relation suivante :

$$S_x(t) = e^{-\int_0^t h_x(s) ds} \quad (11)$$

Par ailleurs, il arrive que l'on parle de fonction de hasard cumulé. Cette dernière, notée $H_x(t)$, s'écrit ainsi :

$$H_x(t) = \int_0^t h_x(s) ds \quad (12)$$

Ces fonctions étant présentées, nous allons à présent définir les notations qui seront utilisées pour décrire la méthode d'estimation de Kaplan-Meier.

- x : âge de l'individu. Les âges sont entiers.
- t_i : dates allant de 1 à m ($m = 36$ dans notre cas)
- n_i : nombre d'individus en incapacité en t_i
- p_i : probabilité d'être en incapacité en t_i
- q_i : probabilité de quitter l'état d'incapacité en t_i
- d_i : nombre d'individus sortis d'incapacité en t_i

2.2.2 La méthode de Kaplan-Meier repose sur un principe

2.2.2.1 Estimer la loi de maintien revient à estimer la fonction de survie

Par cette méthode non-paramétrique, on cherche à estimer $S_x(t)$, la fonction de survie pour un âge x .

Lorsque l'on entreprend une estimation par Kaplan-Meier, on se base sur le principe suivant : « être encore en incapacité après un instant t , c'est être en incapacité juste avant cet instant t et de ne pas en sortir à cet instant ».

Nous commençons par discrétiser la période d'estimation en m intervalles du type $[t_i, t_{i+1}[$, $i = 1, \dots, m$. Dans notre cas, les intervalles représentent une durée d'un mois chacun, et $t_m = 36$.

Soit T_x la durée de l'arrêt d'un individu d'âge x à la survenance. Lorsque l'arrêt se termine dans l'intervalle $[t_i, t_{i+1}[$, on a alors $T_x = t_i$.

La probabilité de sortie de l'état d'incapacité à la date t_i est $q_i = \mathbb{P}[T_x = t_i | T_x \geq t_i]$.

De manière intuitive, la probabilité qu'un individu d'âge x se maintienne en incapacité jusqu'à une date comprise dans l'intervalle $[t_i, t_{i+1}[$ correspond à la probabilité qu'il se soit maintenu incapable sur tous les intervalles précédents (ie. $[t_0, t_1[, \dots, [t_{i-1}, t_i[$).

Cela se traduit, de manière mathématique, comme suit :

$$\forall t \in [0, t_m] \quad S_x(t) = \prod_{t_i < t} (1 - q_i) \quad (13)$$

Rappelons qu'à la date t_i , nous observons d_i sorties de l'état d'incapacité, pour une population initiale sous risque n_i .

On peut donc dire qu'à l'instant t_i , les individus ont donc une probabilité de sortie égale à q_i . La loi de probabilité du nombre de sorties d'incapacité est donc une loi binomiale dont les paramètres sont (n_i, q_i) .

Nous estimons ensuite les q_i par la méthode du maximum de vraisemblance. Nous obtenons alors l'estimateur suivant :

$$\hat{q}_i = \frac{d_i}{n_i} \quad \forall i = 1, \dots, m \quad (14)$$

Enfin, notre estimateur de Kaplan-Meier pour la loi de maintien s'écrit donc :

$$\hat{S}_x(t) = \prod_{t_i < t} (1 - \hat{q}_i) = \prod_{t_i < t} \left(1 - \frac{d_i}{n_i}\right) \quad (15)$$

Cet estimateur est calculé uniquement en cas de sortie d'un individu à l'instant t_i . En toute rigueur, il n'y a pas de situation d'ex-æquo car la probabilité que deux individus sortent exactement au même instant est nulle presque sûrement.

Cependant, comme nous comptabilisons les arrêts en jours, puis nous les reportons en mois, nous sommes en présence d'observations discrètes. De fait, nous sommes dans l'obligation de considérer des cas d'ex-æquo.

Par conséquent, nous utiliserons la formule approchée suivante pour estimer notre loi de maintien en incapacité :

$$\boxed{\hat{S}_x(t) = \prod_{i=0}^t \left(1 - \frac{d_i}{n_i}\right)} \quad (16)$$

Par ailleurs, pour déterminer la population sous risque n_i juste avant la date t_i , il convient de faire attention aux éventuels individus tronqués ou censurés.

Cependant, nous ne développerons pas plus ce point dans la mesure où pour estimer notre loi de maintien en incapacité, nous n'avons aucune donnée censurée ou tronquée.

En effet, nos données ne comprenaient que des sinistres survenus à partir du 1^{er} janvier 2009. Il n'y avait donc aucun sinistre déjà en cours à la date d'ouverture de la période observée.

Par ailleurs, nous n'avons pas pris en compte les sinistres non clôturés au 31 décembre 2015. Ces derniers étant très peu nombreux au regard de l'ensemble de sinistres, nous avons jugé que ne pas les considérer ne porterait pas atteinte à la fiabilité des résultats obtenus.

2.2.2.2 L'intervalle de confiance permet de rendre le résultat crédible

Lorsque nous obtenons un résultat d'estimation, il est très important que ce dernier soit accompagné d'un intervalle de confiance.

En effet, l'intervalle de confiance permet d'encadrer le résultat estimé et donc de mesurer la précision du résultat. La longueur de l'intervalle de confiance permet de donner une idée de la précision du résultat.

Nous commençons d'abord par présenter la variance de l'estimateur de Kaplan-Meier.

La variance de Greenwood de l'estimateur de Kaplan-Meier permet de donner une estimation de la variance de la fonction de survie. Elle se note :

$$\boxed{Var(\hat{S}_x(t)) = \hat{S}_x(t)^2 * \sum_{t_i < t} \frac{d_i}{n_i(n_i - d_i)}} \quad (17)$$

On peut donc construire un intervalle de confiance de niveau de confiance $1 - \alpha$ en utilisant la variance de Greenwood.

Le théorème de convergence asymptotique de l'estimateur de Kaplan-Meier justifie la normalité asymptotique de ce dernier.

On peut donc écrire la relation suivante :

$$Z = \frac{\hat{S}_x(t) - S_x(t)}{\sqrt{Var(\hat{S}_x(t))}} \sim \mathcal{N}(0, 1) \quad (18)$$

Cela permet donc d'obtenir pour notre estimateur de la loi de maintien un intervalle de confiance de la forme :

$$\boxed{IC_{1-\alpha} = [\hat{S}_x(t) - Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{Var(\hat{S}_x(t))}; \hat{S}_x(t) + Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{Var(\hat{S}_x(t))}]} \quad (19)$$

A noter que dans le cas où $\alpha = 5\%$, $Z_{1-\frac{\alpha}{2}} = 1,96$. Cela donne donc un intervalle de confiance à 95 %.

2.3 Les résultats bruts sont lissés par la méthode Whittaker-Henderson

Les taux de sorties obtenus par Kaplan-Meier sont dits « bruts » car ces derniers ne correspondent pas exactement au phénomène que nous cherchons à évaluer.

Une certaine variabilité, non représentative de la durée de l'arrêt, est induite par des fluctuations d'échantillonnage. Nous allons donc chercher à la supprimer en utilisant une méthode de lissage.

Le lissage peut être défini comme un arbitrage entre la fidélité aux observations d'une part, et la régularité des taux d'autre part.

En effet, il est important que la suite des taux lissés soit suffisamment proche des taux bruts, tout en étant la plus régulière possible.

Bien qu'il existe des méthodes de lissage paramétrique, nous avons fait le choix d'une méthode non-paramétrique : celle de Whittaker-Henderson.

Nous avons choisi cette dernière car il s'agit de la méthode utilisée par le BCAC pour le lissage des barèmes de provisions mathématiques pour les risques incapacité et invalidité.

Définitions des notations

- $U = (u_1, \dots, u_n)$: matrice contenant les valeurs à lisser
- $V = (v_1, \dots, v_n)$: matrice contenant les valeurs lissées
- w_i : poids accordé au taux de sortie après un arrêt de i mois
- W : matrice carrée contenant les poids (w_1, \dots, w_n) sur sa diagonale
- $M = F + h.S$
- $K_z.V = (\Delta_z(v_i))$, pour $i = 1, \dots, n - z$ et $\Delta_z(v_i) = \sum_{k=0}^z C_z^k \cdot (-1)^{z-k} \cdot v_i + k$

Principe de la méthode

Cette méthode permet de combiner un critère de fidélité aux données brutes à un critère de régularité des données lissées.

Cette combinaison est assurée grâce à deux paramètres h et z , entiers positifs.

Les critères sont définis comme ci-après :

- Critère de fidélité : $F = \sum_{i=1}^n w_i (v_i - u_i)^2$
- Critère de régularité : $S = \sum_{i=1}^{n-z} (\Delta_z(v_i))^2$, où Δ_z est la différence d'ordre z entre les valeurs de V .

L'objectif est de minimiser la somme des deux critères

Les poids w_i sont introduits dans l'objectif d'accorder des importances différentes aux observations.

L'idée de la méthode est de minimiser la matrice M , c'est-à-dire rendre la somme des deux critères la plus petite possible.

On cherche donc le vecteur qui minimise M , que l'on notera $V^* = (v_1^*, \dots, v_n^*)$.

Nous avons la relation suivante : $M = {}^t(V - U).W.(V - U) + h.{}^tV.({}^tK_z.K_z).V$.

Nous complétons le carré de façon à avoir l'expression suivante : $M = {}^t(V - X).(W + h.({}^tK_z.K_z).(V - X)) + \delta$, δ étant indépendant de V .

Nous allons à présent développer les deux expressions obtenues pour M , puis nous supprimons ce qui est indépendant de V . Il nous reste alors à égaliser les expressions restantes. Nous obtenons alors l'égalité suivante : $W.U = (W + h.({}^tK_z.K_z)).X$.

Nous avons alors $X = (W + h.({}^tK_z.K_z))^{-1}.W.U$.

M est maximal si $V - X = 0$.

La solution à notre problème de lissage est donc $V^* = (W + h.({}^tK_z.K_z))^{-1}.W.U$.

Il reste désormais à déterminer les valeurs des paramètres h et z .

En effet, comme nous avons décidé de donner la même importance à toutes les observations, les poids sont unitaires et égaux.

Paramètre z

Les auteurs de la méthode ont réalisé différents essais. Leurs observations ont abouti aux conclusions suivantes :

- Si $z = 1$ ou $z = 2$, les irrégularités ne sont pas suffisamment lissées
- Si $z = 4$, le lissage tend à représenter une droite

La conclusion a donc été de retenir le paramètre $z = 3$, indépendamment de la courbe à lisser.

La matrice K_3 est alors de la forme :

$$\begin{pmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -1 & 3 & -3 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 3 & -3 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -1 & 3 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & -1 & 3 & -3 & 1 \end{pmatrix}$$

Cette matrice possède $(n - 3)$ lignes et n colonnes.

Paramètre h

Le paramètre h permet de choisir l'intensité du lissage. Généralement, il convient de tester différentes valeurs et de choisir celle qui semble la plus opportune.

Il faut garder à l'esprit que plus h est grand plus le critère de régularité a de l'importance vis-à-vis du critère de fidélité aux données brutes.

Nous avons testé les valeurs $h = 0,5$, $h = 1$, $h = 5$ et $h = 10$ pour lisser nos taux de sorties bruts.

Le résultat a montré qu'avec $h = 0,5$, le lissage semblait déjà très bien. Utiliser une valeur plus élevée ne semblait pas optimal. La plus grande régularité semblait inférieure à la perte de fidélité aux valeurs brutes que cela engendrerait.

Cependant, il est possible que pour d'autres études faites dans ce mémoire le lissage nécessite une valeur différente pour h et il le sera alors précisé.

3 - La sinistralité de notre portefeuille est plus courte que celles suggérées par les tables du BCAC

Notre objectif ici n'est pas de construire une loi de maintien que nous souhaitons utiliser dès l'année suivante pour calculer les provisions mathématiques.

Notre objectif est de pouvoir construire une loi de maintien que nous comparerons avec les lois de maintien du BCAC.

Pour ce faire, on va déterminer quelle serait la loi de maintien du BCAC (ancienne et nouvelle) moyenne en la pondérant des âges de notre population.

On pourra alors aisément comparer des lois de maintien basées sur une même population.

3.1 Notre portefeuille présente des taux de sorties d'incapacité supérieurs à ceux du BCAC sur les arrêts courts

La théorie étant posée, nous calculons à présent les probabilités de maintien en incapacité brutes. Ces calculs sont réalisés par la méthode de Kaplan-Meier présentée précédemment, et d'après les hypothèses de travail définies.

Nous déduisons alors de ces résultats notre loi de maintien en incapacité, sur la base de nos données.

Nous lisons ensuite ces différents résultats par la méthode de Whittaker-Henderson présentée précédemment. Nous rappelons que nous choisissons ici $h = 0,5$.

Les lois de maintien obtenues, brute et lissée, sont présentées dans l'annexe 2.

Le tableau de l'annexe 3 présente quant à lui les probabilités de maintien en incapacité. Une colonne correspond aux taux estimés par Kaplan-Meier, l'autre colonne reprenant ces taux lissés.

Par ailleurs, nous avons représenté avec le graphique de la figure 25 les probabilités conditionnelles de maintien par ancienneté.

En ce qui concerne les valeurs du BCAC, nous avons déterminé la loi de maintien en faisant une moyenne pondérée sur les âges des personnes de notre portefeuille nous servant à la construction de la loi de maintien.

Comparé aux tables du BCAC (anciennes et nouvelles), notre portefeuille présente donc la particularité d'avoir des taux de maintien plus faibles sur les arrêts courts, mais plus importants sur les arrêts longs.

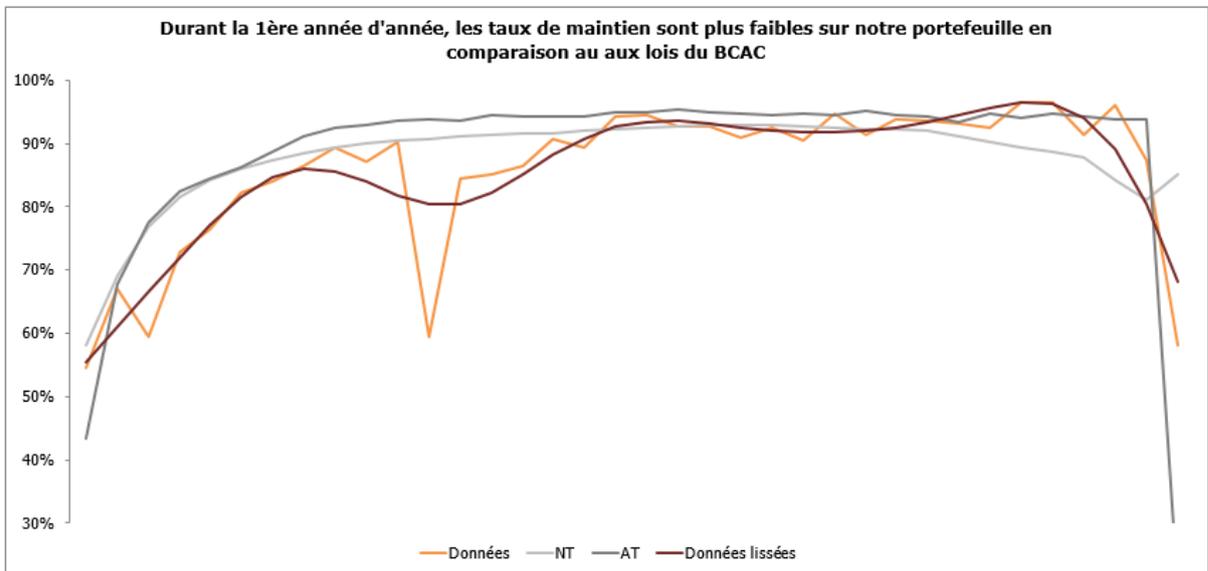


FIGURE 25 – Notre portefeuille présente des probabilités de maintien inférieures aux tables du BCAC sur les arrêts courts

On constate bien sur la figure 26 que notre loi de maintien décroît plus rapidement que celles du BCAC. Cela confirme donc que les assurés de notre portefeuille présentent une sinistralité en moyenne plus courte que les standards élaborés par le BCAC. L'annexe 4 présente les lois de maintien du BCAC pondérées de notre portefeuille, ainsi que notre loi de maintien lissée.

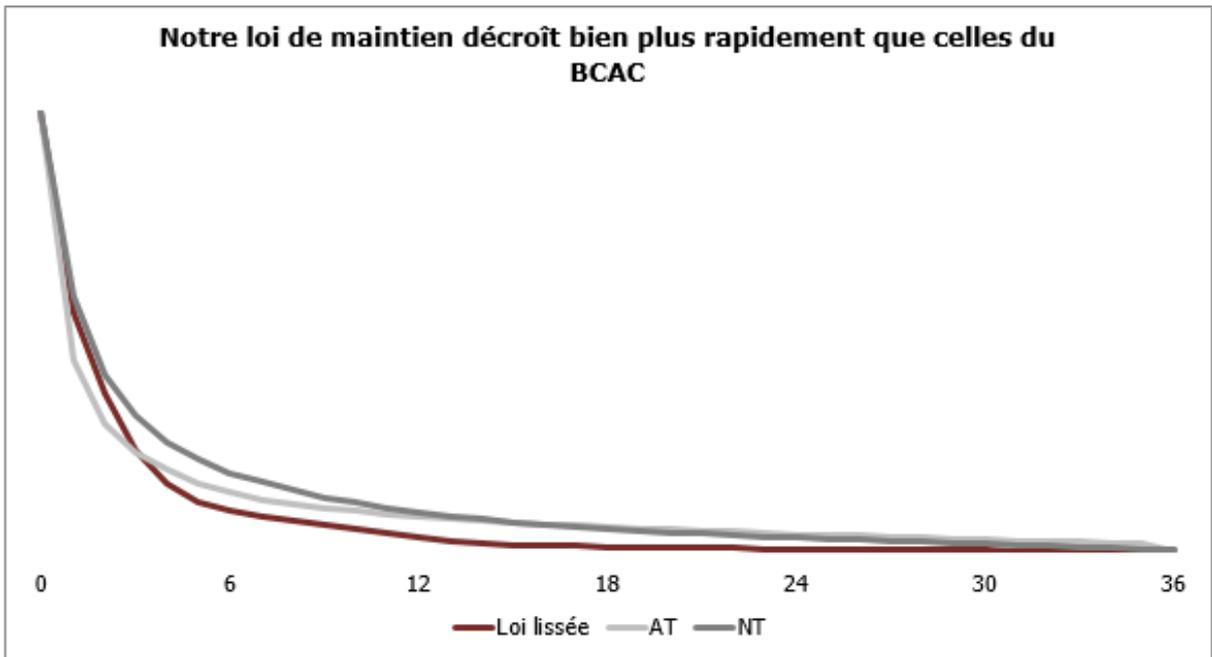


FIGURE 26 – Une décroissance plus rapide pour notre loi de maintien

En effet, à partir du 4^{ème} mois d'arrêt, il reste moins d'assurés en incapacité avec notre loi de maintien qu'avec celles du BCAC.

De plus, notre loi de maintien est en tout point inférieure à la loi de maintien des nouvelles tables.

La loi de maintien de l'ancien BCAC décroît plus rapidement sur les arrêts courts que la nouvelle loi de maintien du BCAC. Cependant, elle stagne assez rapidement et à partir du 16^{ème} mois d'arrêt, elle décroît plus lentement que celle du nouveau BCAC.

3.2 L'erreur d'estimation est d'autant plus importante que nos données sont moins nombreuses

En nous basant sur la méthode de calcul des intervalles de confiance présentée précédemment, nous avons pu calculer un intervalle de confiance pour chacune des valeurs estimées de la loi de maintien.

Nous avons alors calculé la largeur relative de l'intervalle de confiance pour chacun des points.

La représentation des résultats obtenus correspond au graphique ci-dessous.

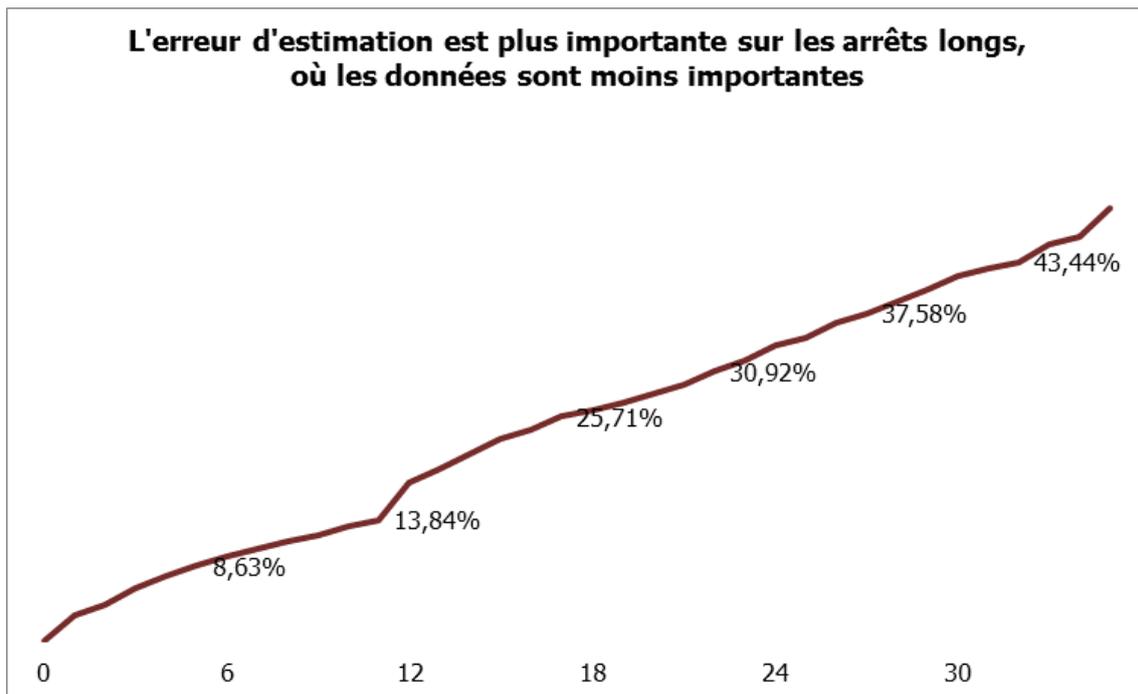


FIGURE 27 – Nos estimations sont moins précises sur les arrêts longs, où les données sont moins nombreuses

On remarque que la largeur relative de l'intervalle de confiance est croissante avec la durée de l'arrêt.

Comme analyse, nous pouvons donc en conclure que nos estimations sont plus fiables pour les arrêts courts.

Cela semble assez logique dans la mesure où nos données sont de moins en moins importantes au fur et à mesure que la durée de l'arrêt augmente.

Il ne paraît donc pas surprenant que la largeur relative de l'intervalle de confiance soit élevée pour les longs arrêts.

Partie 4
**Construction d'un outil de
tarification pour la garantie
incapacité**

1 - Méthode par simulations avec comme variable la charge de prestations

Les enjeux de ce chapitre sont multiples. Tout d'abord, pourquoi construire un outil de tarification ? Comment ce dernier fonctionne ? Quelles sont les hypothèses retenues pour son élaboration ?

Voilà les questions auxquelles nous apporterons une réponse.

1.1 L'engagement de l'assuré doit être égal à l'engagement de l'assureur

Pour commencer, nous allons commencer par définir quelques notations.

- $i_{12} = (1 + i)^{1/12} - 1$: taux d'actualisation mensuel, où i est le taux annuel
- $v^k = \frac{1}{(1+i_{12})^k}$: coefficient d'actualisation à l'instant k
- P : prime mensuelle payée par l'assuré à l'assureur
- IJ_k : indemnité versée en k par l'assureur à l'assuré
- x : âge de l'assuré en $t = 0$
- ${}_k p_x$: probabilité pour un individu d'âge x d'être en vie à l'âge $x + k$
- $entree_x$: taux d'entrée en incapacité pour un individu d'âge x
- ${}_k maintenance$: probabilité pour un individu de se maintenir en incapacité pendant k mois

On note de manière générale $VAP(X)$ la valeur actuelle probable de l'engagement relatif à la personne X .

L'engagement de l'assuré est constitué du paiement de ses primes

En ce qui concerne l'engagement que l'assuré prend, il est relativement aisé à représenter et à comprendre.

En effet, lorsque l'assuré souscrit au contrat d'assurance, il s'engage à verser à l'assureur une prime périodique (ou unique éventuellement) à l'assureur.

Afin de représenter l'engagement de l'assuré en $t = 0$ (à la date d'effet du contrat), il convient d'actualiser les flux.

Dans notre cas, il s'agit d'un contrat d'une durée d'un an, à versement de primes mensuelles.

La valeur actuelle probable de l'assuré s'écrit donc comme suit :

$$\boxed{\text{VAP}(\text{assuré}) = \sum_{k=1}^{12} P \cdot {}_k p_x \cdot v^k \cdot 1_{(x + \frac{k}{12} \leq 65)}} \quad (20)$$

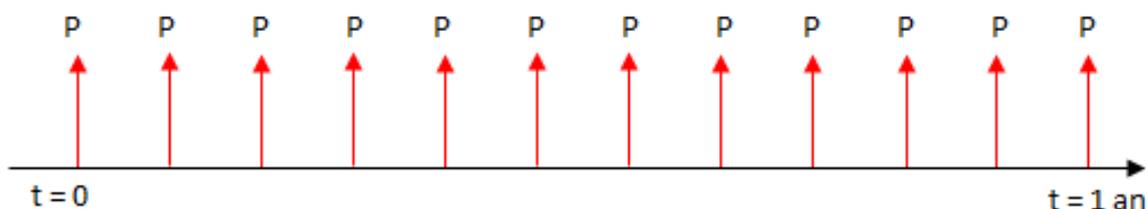


FIGURE 28 – L'engagement de l'assuré se traduit par le versement mensuel d'une prime

L'assureur s'engage à verser une indemnité prédéfinie à l'assuré en incapacité, à partir d'une date fixée dans le contrat

L'engagement de l'assureur est un peu plus complexe à appréhender que l'engagement de l'assuré.

En effet, l'assureur s'engage à verser une indemnité journalière à l'assuré si ce dernier entre en incapacité.

Cependant, le versement des indemnités ne commence qu'après la période de franchise prédéfinie au contrat. Dans notre cas, la franchise est d'un mois. L'indemnisation ne commencera qu'à partir du 31^{ème} jour d'arrêt.

Par ailleurs, l'indemnisation dure aussi longtemps que l'assuré est en incapacité, dans la limite de 36 mois. Ainsi, dans notre cas, un assuré ne pourra percevoir, au titre de l'incapacité, que jusqu'à 35 mois d'indemnités.

Les indemnités journalières peuvent être revalorisées annuellement.

La valeur actuelle probable de l'assureur s'écrit donc comme suit :

$$\boxed{\text{VAP}(\text{assureur}) = \sum_{k=1}^{12} \text{entrée}_{x + \frac{i-1}{12}} \sum_{k=i}^{35+i} {}_k \text{maintien} \cdot I J_k \cdot v^k \cdot 1_{(x + \frac{k}{12} \leq 65)}} \quad (21)$$

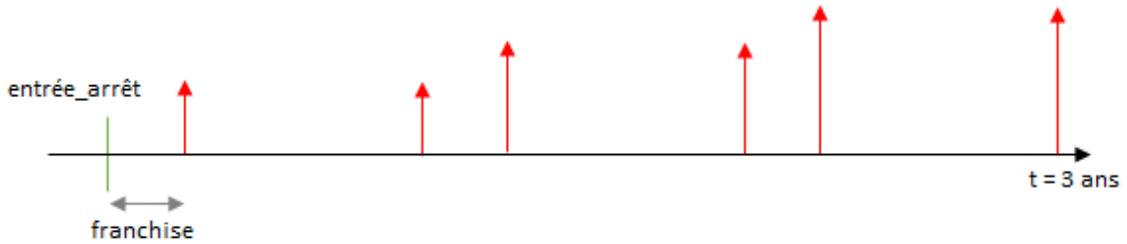


FIGURE 29 – L'engagement de l'assureur est actualisé

La prime est obtenue en égalant les engagements respectifs

Connaissant les engagements pris par chacune des parties ayant signé le contrat d'assurance, il est alors aisé d'obtenir la prime d'assurance.

En effet, l'équilibre technique du contrat repose sur le fait qu'à l'instant $t = 0$, l'engagement que prend l'assuré doit être égal à celui de l'assureur.

On obtient alors la prime P que l'assuré devra payer en posant l'équation ci-dessous, puis en isolant le terme P .

$$\boxed{\text{VAP}(\text{assureur}) = \text{VAP}(\text{assuré})} \quad (22)$$

Puis,

$$P = \frac{\sum_{k=1}^{12} \text{entrée}_{x+\frac{i-1}{12}} \sum_{k=i}^{35+i} {}_k\text{maintien} \cdot IJ_k \cdot v^k \cdot 1_{(x+\frac{k}{12} \leq 65)}}{\sum_{k=1}^{12} {}_k p_x \cdot v^k \cdot 1_{(x+\frac{k}{12} \leq 65)}} \quad (23)$$

Il convient de préciser qu'il s'agit ici de la prime pure, c'est-à-dire celle qui correspond exactement au coût du risque.

L'assureur va ensuite y ajouter les frais qu'il souhaite pour obtenir la prime commerciale, effectivement payée par l'assuré.

1.2 Un tarif établi sur la base de multiples scénarios

Il sera ici présenté le principe de l'outil de tarification de la garantie incapacité construit.

Ce dernier s'appuie sur une méthode par simulations.[9]

Evaluation de la charge sinistres d'une année par la méthode de Monte-Carlo

Le principe est assez facile à appréhender. On cherche à simuler la charge de sinistres annuelle du portefeuille.

Puis, on réitère l'opération pour un grand nombre de simulations noté N , afin d'obtenir N scénarios différents.

Le principal intérêt de la méthode est que la variable aléatoire que nous cherchons à estimer correspond à la charge de sinistres.

Nous cherchons alors à estimer les différentes caractéristiques de cette variable aléatoire. La méthode de Monte-Carlo nous permet donc, *in fine*, d'obtenir différents résultats tels que la moyenne, les extrema ou des intervalles de confiance notamment.

Concrètement, l'outil de simulation prend en compte deux éléments aléatoires :

- l'entrée en incapacité de l'assuré
- la durée de l'incapacité de l'assuré (ie. le maintien en arrêt)

Les deux paragraphes suivants expliquent comment sont simulés les deux aléas de la situation.

L'entrée en incapacité simulée avec une loi binomiale

On considère ici qu'un assuré d'âge x a une probabilité $ei_x\%$ de tomber en arrêt de travail dans l'année. Par conséquent, la probabilité pour ce même assuré d'âge x de ne pas tomber en arrêt de travail dans l'année est de $1 - ei_x\%$.

Ainsi, l'entrée en incapacité est simulée à l'aide d'une loi de Bernoulli de paramètre ei_x , où x correspond à l'âge de l'assuré considéré.

Concrètement, dans l'outil de tarification construit, pour un scénario donné on simule pour chaque assuré un nombre aléatoire tiré sur une loi uniforme $[0,1]$.

Pour chaque âge de 20 à 66 ans, on dispose du taux d'entrée en incapacité. Ces taux d'entrée ont été établis sur la base des données du portefeuille dont nous disposons.

Il convient alors de comparer pour chaque assuré son taux d'entrée en incapacité avec la valeur tirée aléatoirement pour lui.

Notons u la valeur aléatoire tirée pour un assuré quelconque d'âge x :

- Si $u \leq ei_x$: l'assuré aura un arrêt dans l'année

- Si $u > ei_x$: l'assuré n'aura pas d'arrêt dans l'année

La loi de maintien permet de définir la durée des arrêts simulés

Nous connaissons désormais quels assurés auront un arrêt dans l'année. Il convient alors de simuler la durée des arrêts qui surviendront.

Pour y parvenir, nous allons simuler pour chaque assuré s un nouveau nombre aléatoire tiré d'une loi uniforme $[0,1]$. Nous noterons cette valeur m_s .

La loi de maintien en incapacité nous permet de connaître la répartition des arrêts par durée.

Pour la loi de maintien donnée, nous notons ma_k la proportion d'arrêts de durée k , $k = \{0, \dots, 36\}$.

Nous allons donc comparer m_s avec les ma_k .

- Si $m_s \leq ma_0$: l'arrêt dure moins d'un mois
- Si $ma_0 < m_s \leq ma_1$: l'arrêt dure 1 mois
- ...
- Si $ma_{k-1} < m_s \leq ma_k = 1$: l'arrêt dure k mois
- ...
- Si $ma_{35} < m_s \leq ma_{36} = 1$: l'arrêt dure 36 mois

La charge d'un sinistre correspond alors au produit de la durée et du montant de l'indemnité

A ce stade, on connaît désormais les assurés qui auront un arrêt dans l'année, ainsi que la durée de chacun des arrêts.

Pour chaque assuré, nous disposons également du montant de l'indemnité mensuelle perçue en cas d'arrêt de travail.

Posons les notations suivantes :

- CS : charge de sinistres totale du portefeuille
- CS(s) : charge de sinistres de l'assuré s
- IM(s) : indemnité mensuelle de l'assuré s
- DA(s) : durée de l'arrêt de l'assuré s

La charge de sinistre pour chaque assuré s est alors définie comme suit :

$$\boxed{CS(s) = IM(s) * DA(s)} \quad (24)$$

Pour un scénario donné, on obtient donc la charge de sinistre totale en sommant les charges de sinistres individuelles.

$$\boxed{CS = \sum_s CS(s)} \quad (25)$$

L'outil contient une boucle sur tout le processus présenté auparavant.

La boucle est contruite autour du nombre N de simulations que nous souhaitons implémenter.

Le programme est conçu de sorte qu'il trie par ordre croissant les scénarios pour chacune des tables. Cela permet ensuite de faciliter la recherche des extrema ou de la médiane notamment.

1.3 Notre modèle est régi par des hypothèses que nous avons dû prendre

Afin de construire notre outil de tarification, il nous a fallu poser quelques hypothèses, plus ou moins restrictives.

Un des objectifs principaux de la démarche consistait en la construction, sous Excel et avec VBA, d'un outil performant et facile d'utilisation. L'idée n'étant pas d'obtenir l'outil le plus précis possible.

En effet, nous souhaitions un programme avec un bon rapport entre la précision des résultats et la complexité du programme. Par conséquent, pour obtenir un programme rapide dans l'exécution, il nous a fallu prendre des hypothèses qui ont fait perdre en précision sur les résultats. Nous souhaitions un programme dont le temps d'exécution n'excède pas quelques minutes.

Ci-dessous sont listées les différentes hypothèses retenues que nous avons retenues :

- la charge de prestation simulée correspond à la charge totale du sinistre
- un assuré ne peut avoir qu'un seul arrêt dans l'année
- on utilise l'outil au 01/01/2016
- la franchise par défaut est de 1 mois
- nous avons choisi de faire tourner l'outil sur 50 000 simulations

2 - L’outil permet de tarifer la garantie incapacité avec notre loi de maintien

2.1 Nous obtenons une cotisation exprimée en % du salaire, limité à la TA

En se situant dans le contexte exposé précédemment, nous avons donc lancé l’outil de tarification afin d’obtenir les résultats que nous souhaitons établir.

L’objectif étant d’obtenir la cotisation que chaque assuré devra payer pour être couvert en incapacité.

La répartition des arrêts semble suivre une loi normale centrée

Nous avons commencé par représenter les 50 000 scénarios obtenus suite à notre simulation. Pour ce faire, nous avons rangé par classes les 50 000 scénarios, puis nous avons compté le nombre de scénarios par classe. Les classes sont établies selon la charge totale obtenue.

Le graphique ci-dessous représente la répartition des scénarios par classe. Pour rappel, il s’agit de résultats obtenus avec la loi de maintien que nous avons construite.

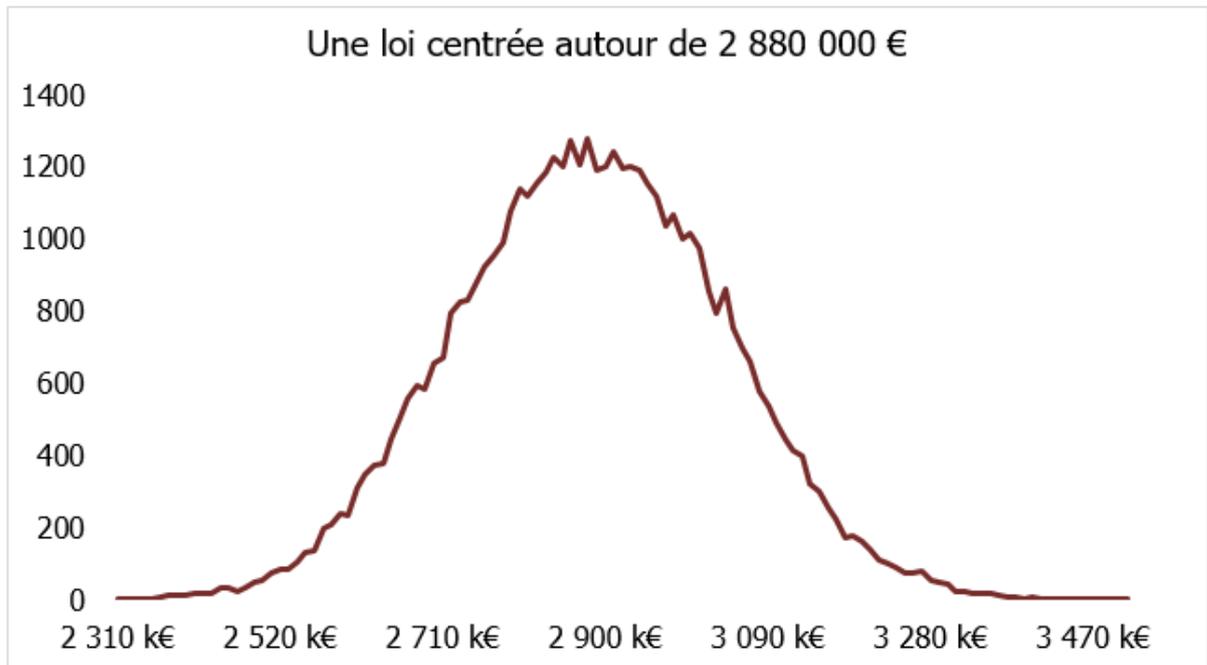


FIGURE 30 – La charge de sinistre semble suivre une loi normale centrée

On remarque que la distribution des scénarios semblent suivre une loi normale centrée autour de 2 900 000 €.

On peut noter que la courbe n'est pas lissée. Cependant, nous pouvons ajouter que plus le nombre de simulations est important, plus la courbe sera lissée « naturellement ».

Les différents indicateurs statistiques établis et présentation de la cotisation

L'outil de tarification, en plus de simuler des scénarios, stockent les résultats de ces derniers et calcule différents indicateurs statistiques usuellement utilisés.

Nous commençons par représenter ci-dessous le box-plot des simulations. Cela permettra d'apprécier graphiquement les résultats obtenus.

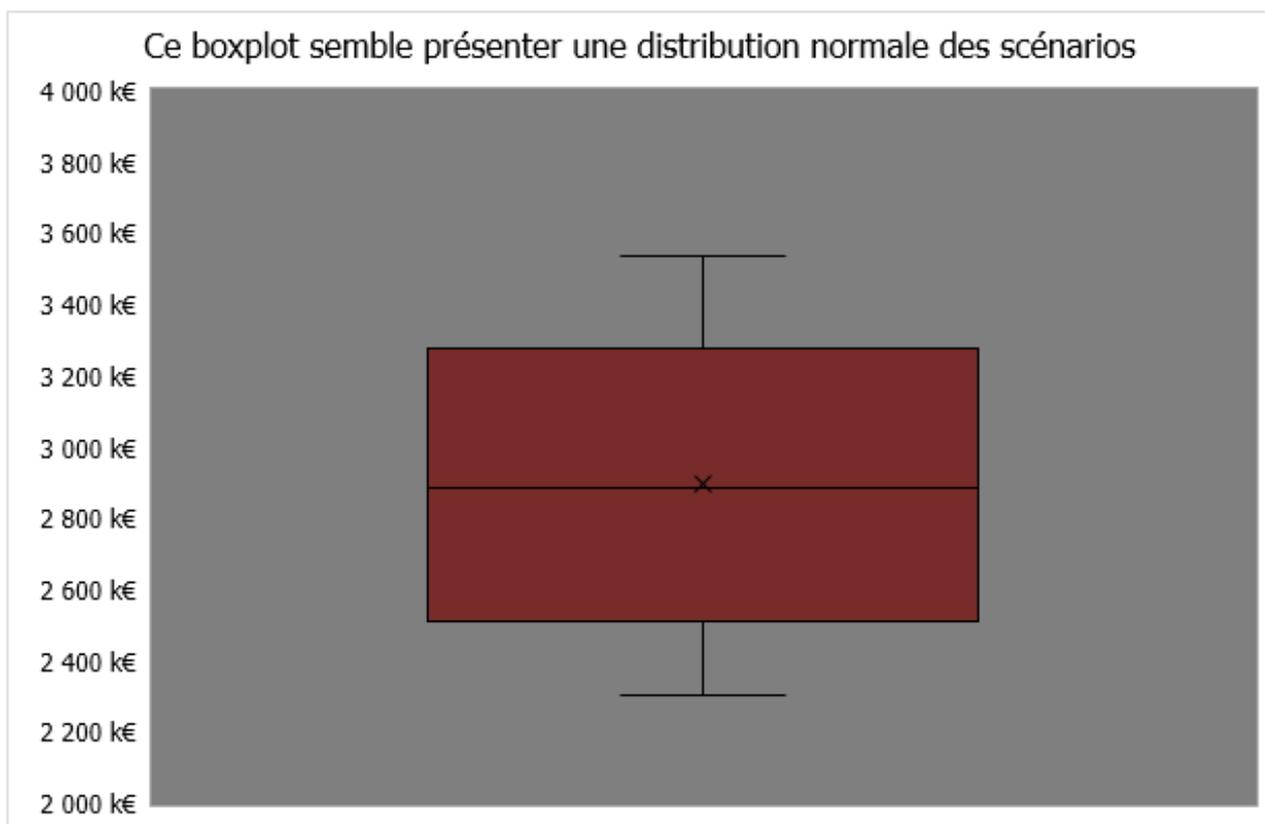


FIGURE 31 – La médiane et la moyenne sont quasiment égales

Par ailleurs, l'outil dresse le tableau de résultats suivant :

	Simulations	Cotisation moyenne en €	% salaire limité à la TA
Minimum	2 306 662,77 €	118 €	0,40%
Moyenne	2 882 619,99 €	147 €	0,50%
Médiane	2 882 499,22 €	147 €	0,50%
Maximum	3 534 573,74 €	180 €	0,61%
IC_95% -	2 576 468,70 €	131 €	0,45%
IC_95% +	3 188 771,28 €	163 €	0,55%

FIGURE 32 – Nous obtenons une cotisation exprimée en pourcentage du salaire, limité à la TA

Ici sont donc représentés les extrema, la moyenne, la médiane ainsi que les bornes de l'intervalle de confiance à 95 %.

L'outil est programmé pour trier les scénarios par ordre croissant. Il est donc assez aisé de déterminer les extrema ainsi que la médiane.

Par ailleurs, la moyenne ainsi que les intervalles de confiance sont calculés avec les formules développées plus tôt dans ce mémoire.

En se basant sur la population de la simulation on obtient la charge annuelle moyenne par assuré.

Nous pouvons alors déterminer la prime annuelle individuelle exprimée en pourcentage du salaire limité à la TA.

2.2 Sur la base de l'année 2012, nous validons les résultats obtenus avec notre outil

Suite à la présentation des résultats globaux donnés précédemment pour une simulation au 1^{er} janvier 2016, nous souhaitons ici tester la validité de l'outil construit.

En effet, il est important de savoir si nos résultats sont corrects. Pour ce faire, nous allons utiliser la cotisation établie précédemment avec l'outil. En l'appliquant sur une année passée et dont le déroulement est terminé, nous pourrions alors savoir si le tarif semble correct.

La population du portefeuille étudié n'ayant pas changé de manière significative entre 2009 et 2016, nous allons tester l'outil sur l'année 2012. Comme la durée maximale de l'incapacité est de trois ans, le déroulement de cette année de surveillance est donc terminé et la charge globale de sinistres de l'année 2012 est donc totalement connue aujourd'hui.

Lorsque nous avons étudié la liquidation des prestations, nous avons vu que la charge de sinistres incapacité de l'année 2012 est de 3 513 685 €.

Nous avons alors calculé le montant de cotisations que nous aurions perçu en 2012 sur l'ensemble des adhérents présents dans le portefeuille cette année-là.

Nous avons donc pris la liste complète des adhérents en 2009 et avons calculé pour chacun le montant de cotisation dû, corrigé prorata temporis de la présence dans le portefeuille.

Nous présentons donc dans le tableau ci-dessous les résultats obtenus.

Prestations payées	3 513 685 €	
Prime perçue	3 372 549 €	-4%

FIGURE 33 – Un probable écart de l'ordre de 4 %

Nous pouvons noter un écart de l'ordre de 4 % à la baisse sur le montant de cotisations perçues en comparaison à la charge de prestations réellement observée en 2012.

Nous considérons quand même que l'écart est acceptable dans la mesure où nous avons pris des hypothèses relativement restrictives, pouvant expliquer ces écarts à la baisse.

En effet, notre outil limite à un arrêt par an et par assuré. Or en réalité il est possible qu'un assuré ait plusieurs arrêts sur une même année.

Par ailleurs, dans notre outil nous ne prenons pas en compte les effets de l'inflation, qui peut expliquer en partie l'écart observé.

Il est donc important de rappeler que l'outil ne donne qu'une estimation de la charge de sinistres.

Pour conclure, nous pouvons donc dire que les résultats obtenus permettent de valider l'outil construit. Cependant, ce dernier reste à affiner afin de limiter les effets dus aux hypothèses retenues.

2.3 Impacts d'une franchise

Dans cette partie nous avons décidé d'utiliser l'outil pour différentes franchises et de regarder les différences entre les résultats obtenus pour chacune des franchises.

L'idée étant de pouvoir identifier quelle franchise serait la plus adaptée si l'on recherche le meilleur rapport entre le prix d'un contrat et la garantie proposée.

En effet, il est évident que plus la franchise sera élevée, plus le prix sera faible. Cependant, ce rapport n'évolue pas de manière linéaire à priori. Si tel est bien le cas, il est alors possible d'effectuer un arbitrage entre le prix et la durée de la franchise.

Nous avons donc décidé de travailler sur cinq franchises différentes : 1 mois, 2 mois, 3 mois, 6 mois et 9 mois.

Comme la majorité des arrêts sont courts, il a été choisi de tester des valeurs de franchises pour 1, 2 et 3 mois car cela peut avoir une certaine importance. Puis, nous avons cherché des franchises un peu plus élevées mais que nous pouvons retrouver sur le marché de la prévoyance collective (6 et 9 mois).

Nous représentons ci-dessous 2 tableaux. Le premier reprend les différents indicateurs statistiques obtenus pour chaque franchise. Le second présente alors les différentes cotisations obtenues dans le cas de chacune des franchises.

	1 mois	2 mois	3 mois	6 mois	9 mois
Minimum	2 304 519 €	1 689 441 €	1 299 937 €	710 394 €	384 634 €
Moyenne	2 882 643 €	2 222 153 €	1 798 387 €	1 119 428 €	709 034 €
Médiane	2 883 495 €	2 222 824 €	1 798 555 €	1 118 805 €	708 312 €
Maximum	3 474 106 €	2 782 441 €	2 347 774 €	1 604 630 €	1 115 097 €
IC_95% -	2 575 648 €	1 936 705 €	1 531 824 €	900 913 €	530 723 €
IC_95% +	3 189 637 €	2 507 602 €	2 064 951 €	1 337 943 €	887 345 €

FIGURE 34 – La charge moyenne est bien fonction décroissante de la franchise

	1 mois	2 mois	3 mois	6 mois	9 mois
Simulations	2 882 643 €	2 222 153 €	1 798 387 €	1 119 428 €	709 034 €
Cotisation moyenne en €	147 €	113 €	92 €	57 €	36 €
% salaire, limité à la TA	0,50%	0,38%	0,31%	0,19%	0,12%

FIGURE 35 – La cotisation diminue plus rapidement sur les passages d'une petite franchise à une autre

L'impact d'une augmentation de la franchise est plus important si l'on travaille sur les franchises courtes. Passer d'une franchise d'un mois à deux mois aura un plus gros impact que de passer d'une franchise de deux à trois mois.

En effet, le passage d'une franchise d'un mois à deux mois induit une baisse de la charge moyenne de 23 %. Cependant, le passage d'une franchise de deux à trois mois n'est que de 19 %.

Cela peut notamment s'expliquer par le fait que les arrêts ne sont pas équirépartis par durée d'ancienneté. Le nombre d'arrêts recensés est plus important sur les petites anciennetés (quelques mois) que sur les anciennetés plus importantes.

Choisir entre une franchise d'un mois ou de deux mois aura donc un impact important sur la proportion de sinistres couverts.

Conclusion

En étudiant la liquidation des prestations sur un portefeuille spécifique, nous avons mis en évidence que les nouvelles tables semblaient adaptées à celui-ci sur le risque incapacité.

L'évolution de la charge de prestations au cours du temps était effectivement relativement constante. Ceci induit donc qu'en utilisant les nouvelles tables, l'assureur pourrait piloter le régime de ce portefeuille sans constater de boni ou mali de liquidation importants; ce qui est la situation idéale recherchée par les assureurs.

Concernant le risque invalidité en revanche, il est difficile pour nous de déterminer si une des tables est adaptée à notre portefeuille. En effet, l'historique dont nous disposions était insuffisant pour établir des conclusions crédibles. Cependant, nous avons constaté que les nouvelles tables sont plus prudentes que les anciennes tables sur ce risque.

La loi de maintien en incapacité, basée sur l'expérience de nos données, a permis de constater que notre population présentait une sinistralité plus faible que celles induites par les tables du BCAC.

Cela permet notamment de rebondir sur le fait qu'en termes de provisionnement les nouvelles tables semblent plus adaptées, puisqu'elles provisionnent moins que les anciennes tables, pour le risque incapacité.

La loi de maintien en incapacité nous a ensuite permis d'élaborer un outil de tarification de la garantie incapacité. Ce dernier ayant pour objectif premier de pouvoir estimer rapidement et facilement le tarif pour une population d'assurés.

L'outil a pu être validé en testant sur une année passée la cotisation obtenue pour notre portefeuille, malgré un léger écart d'estimation.

Enfin, nous pouvons noter que l'augmentation de la franchise a un impact plus important sur les franchises faibles que sur les franchises élevées.

Afin de poursuivre les travaux engagés dans ce mémoire, nous pourrions envisager la piste d'étude suivante.

Les garanties incapacité et invalidité sont très importantes d'un point de vue assurantiel, comme nous l'évoquons au début de ce mémoire. Bien souvent elles ne sont pourtant pas considérées par les employeurs et/ou les salariés.

Nous pourrions envisager de mener une réflexion, à l'instar de ce qui a été fait par le gouvernement en santé, sur le niveau de garanties qu'il conviendrait de proposer si nous imaginions généraliser la prévoyance lourde à tous les salariés.

L'idée serait donc de déterminer quelles garanties essentielles proposer, puis établir le tarif correspondant.

Bibliographie

- [1] legifrance.gouv.fr.
- [2] service-public.fr.
- [3] ameli.fr.
- [4] <http://www.mutuellebleue.fr/actu-et-prevention/incollableu/le-maintien-de-la-remuneration-en-cas-d-absence-pour-maladie-ou-accident>.
- [5] <http://www.ressources-actuarielles.net/>.
- [6] Hasna BAGUI. *Refonte des lois de maintien en incapacité temporaire de travail*. PhD thesis, ISFA, 2013.
- [7] BCAC. Provisionnement des indemnités journalières et des rentes d'invalidité. 1993.
- [8] Richard LIM. *Provisionnement en arrêt de travail et impact de la réforme des retraites*. PhD thesis, ISFA, 2012.
- [9] Camille MOSSE. *Construction d'un indicateur de maintien en arrêt de travail - Apport des simulations à la tarification et à la décision*. PhD thesis, ISFA, 2007.
- [10] Frédéric PLANCHET Pierre THEROND. *Modèles de Durée : Applications actuarielles*. Broché, 2006.

Annexe 1 : Liquidation des prestations incapacité

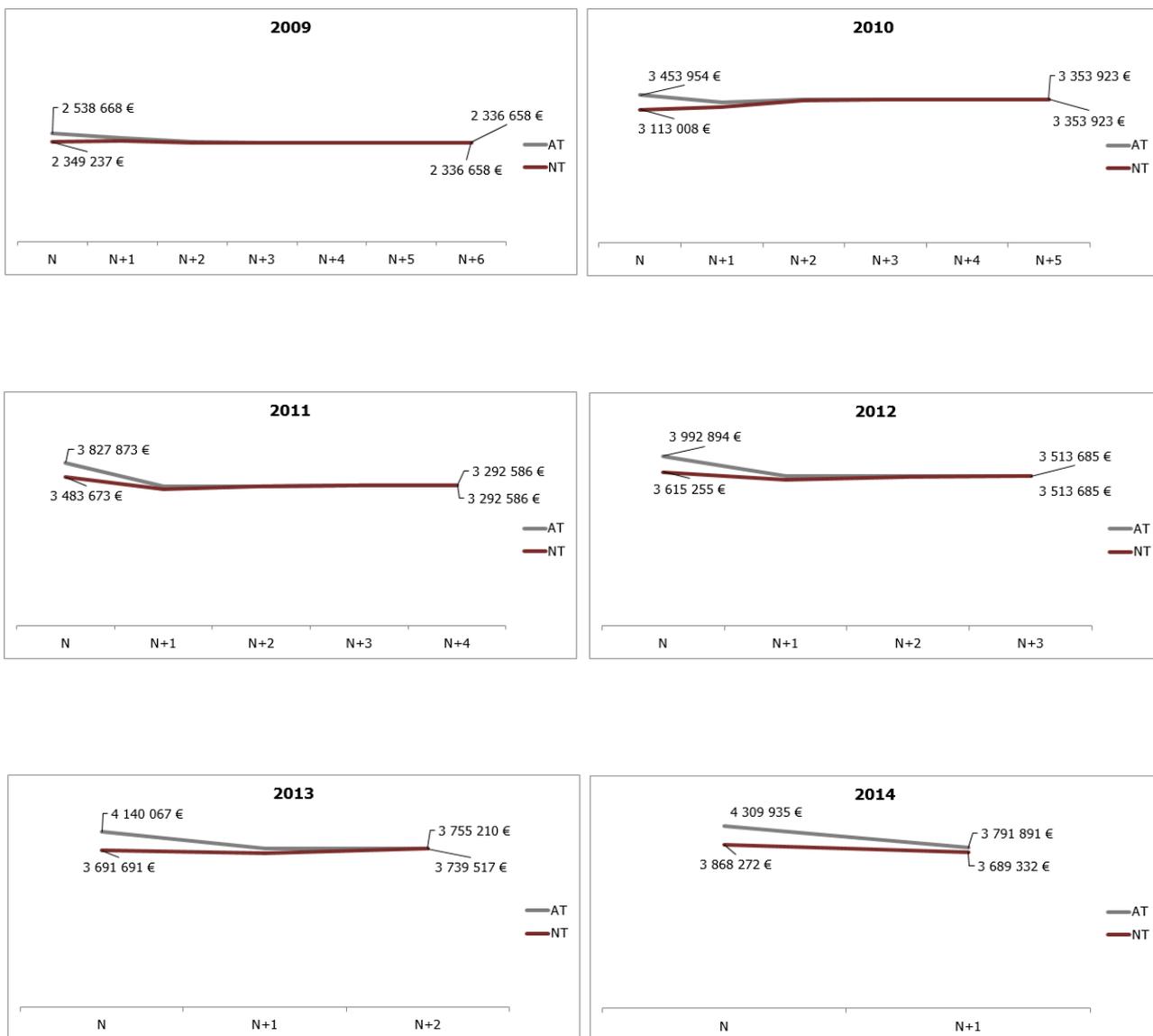


FIGURE 36 – Une liquidation relativement stable dans le temps

Annexe 2 : Loi de maintien en incapacité

Ancienneté dans l'arrêt	Loi de maintien brute	Loi maintien lissée (h=0,5)
0	10000	10000
1	5445	5436
2	3647	3592
3	2172	2305
4	1580	1553
5	1208	1169
6	993	970
7	835	841
8	721	739
9	645	652
10	562	564
11	507	461
12	302	345
13	255	259
14	217	210
15	188	184
16	171	168
17	153	155
18	144	145
19	136	135
20	126	126
21	117	116
22	106	107
23	98	98
24	89	90
25	84	83
26	77	77
27	72	72
28	67	67
29	63	62
30	58	59
31	56	56
32	54	53
33	49	51
34	47	47
35	41	39
36	24	25

FIGURE 37 – Loi de maintien en incapacité, brute et lissée

Annexe 3 : Probabilités de maintien estimées puis lissées

Ancienneté dans l'arrêt	S^(j) brutes	S^(j) lissées (h=0,5)
1	54,45%	54,36%
2	36,47%	35,92%
3	21,72%	23,05%
4	15,80%	15,53%
5	12,08%	11,69%
6	9,93%	9,70%
7	8,35%	8,41%
8	7,21%	7,39%
9	6,45%	6,52%
10	5,62%	5,64%
11	5,07%	4,61%
12	3,02%	3,45%
13	2,55%	2,59%
14	2,17%	2,10%
15	1,88%	1,84%
16	1,71%	1,68%
17	1,53%	1,55%
18	1,44%	1,45%
19	1,36%	1,35%
20	1,26%	1,26%
21	1,17%	1,16%
22	1,06%	1,07%
23	0,98%	0,98%
24	0,89%	0,90%
25	0,84%	0,83%
26	0,77%	0,77%
27	0,72%	0,72%
28	0,67%	0,67%
29	0,63%	0,62%
30	0,58%	0,59%
31	0,56%	0,56%
32	0,54%	0,53%
33	0,49%	0,51%
34	0,47%	0,47%
35	0,41%	0,39%
36	0,24%	0,25%

FIGURE 38 – Probabilités de maintien en incapacité, estimées par Kaplan-Meier et lissées par Whittaker-Henderson

Annexe 4 : Lois de maintien du BCAC pondérées et loi de maintien construite

Ancienneté	Tables 1996	Tables 2014	Données
0	10000	10000	10000
1	4334	5821	5436
2	2938	4022	3592
3	2276	3089	2305
4	1877	2517	1553
5	1583	2119	1169
6	1364	1822	970
7	1208	1592	841
8	1101	1410	739
9	1019	1261	652
10	948	1134	564
11	888	1026	461
12	833	930	345
13	779	847	259
14	736	773	210
15	694	708	184
16	654	649	168
17	617	596	155
18	586	550	145
19	556	509	135
20	530	471	126
21	504	438	116
22	476	406	107
23	450	377	98
24	426	350	90
25	402	324	83
26	383	299	77
27	362	275	72
28	341	254	67
29	318	231	62
30	302	209	59
31	284	187	56
32	269	166	53
33	254	145	51
34	238	122	47
35	223	99	39
36	43	84	25

FIGURE 39 – Notre loi de maintien décroît bien plus rapidement que celles du BCAC