

**Mémoire présenté devant le Centre d'Études Actuarielles
pour l'obtention du diplôme
du Centre d'Études Actuarielles
et l'admission à l'Institut des Actuaires
le : _____**

Par : **Jean OULHEN**

Titre : **Modélisation de l'écoulement des dépôts à vue dans le cadre d'une
gestion actif-passif bancaire**

Confidentialité : NON OUI (Durée : 1an 2 ans)
Les signataires s'engagent à respecter la confidentialité indiquée ci-dessus

Membre présent du jury de
l'Institut des Actuaires :

signature

Entreprise : **BPCE**

Nom : CHRISTOPHE D'HARNOV
Signature : 

Membres présents du jury du
Centre d'Études Actuarielles :

Directeur de mémoire en entreprise :

Thomas BEHAR

Nom : Luc
Signature : 

Vincent DAMAS

Gérard CROSET

Invité :

Arnaud COHEN

Nom : _____
Signature : _____

Jean-Pierre DIAZ

Brigitte DUBUS

Paul ESMEIN

**Autorisation de publication et de
mise en ligne sur un site de
diffusion de documents actuariels**
(après expiration de l'éventuel délai de
confidentialité)

Michel FROMENTEAU

Stéphane MENART

Christophe IZART

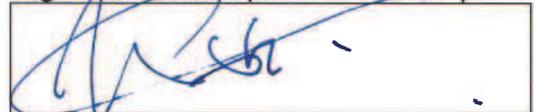
Pierre PETAUTON

Florence PICARD

Olivier LOPEZ

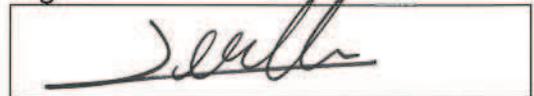
Secrétariat :

Signature du responsable entreprise



Bibliothèque :

Signature du candidat



Modélisation de l'écoulement des dépôts à vue dans le cadre d'une gestion actif-passif bancaire

Remerciements

Je remercie BPCE qui m'a offert l'opportunité de réaliser ces travaux dans le cadre de ma formation au CEA, et plus particulièrement Tchim Silué, directeur de mes travaux, ainsi que Christian Prudent et Damien Louvet, dont l'aide et l'expérience précieuses ont largement contribué à développer et enrichir ma réflexion personnelle.

J'adresse également un remerciement à mes correspondants au sein du CEA, Christian Robert et Olivier Lopez, pour leur disponibilité et pour la qualité de leur suivi et de leurs conseils méthodologiques.

Mes remerciements vont enfin aussi, à mes proches et amis qui m'ont soutenu et encouragé tout au long de mon parcours au CEA.

Note de synthèse

Résumé

Ce mémoire traite de la modélisation des dépôts à vue dans le cadre d'une gestion actif-passif bancaire. Nous présentons l'enjeu des ressources à vue pour une banque de détail traditionnelle, dans un environnement aux dimensions économique, réglementaire et commerciale, dynamique et exigeant ; et les objectifs que doit poursuivre en conséquence le cadre de gestion construit. Après avoir étudié les apports des développements fournis par la littérature, nous montrons l'intérêt de proposer un modèle utilisant des caractéristiques comportementales de niveau client pour appréhender la stabilité à moyen-long terme de l'encours de dépôts, en intégrant les orientations nouvelles du cadre Bâle 3. L'application du modèle aux données de comptes à vue de clients particuliers d'un réseau de banques régionales françaises permet d'illustrer l'horizon d'écoulement de l'encours de dépôts à vue en vision statique extinctive de bilan, pour deux classes distinctes de comptes segmentés par un critère de stabilité. Nous montrons enfin comment les résultats obtenus s'intègrent dans le cadre de la gestion actif-passif de la banque.

Mots-clés

Gestion actif-passif / ALM ; dépôts à vue ; Bâle 3 ; stabilité ; survie des comptes ; dynamique d'encours.

Problématique

Les dépôts à vue de la clientèle constituent pour une banque de détail traditionnelle un élément essentiel de son fonctionnement. En France les comptes à vue et les livrets financent environ deux tiers des crédits au secteur non financier. La ressource collectée, à un taux d'intérêt en général réduit voire nul¹, permet à la banque d'assurer son rôle de financeur de l'économie en limitant sa dépendance aux marchés financiers, et ainsi proposant des crédits à des taux modérés et à des conditions lissées dans le temps. La viabilité de ce modèle d'intermédiation suppose cependant une stabilité de la ressource issue des dépôts sur des horizons correspondant à ceux des crédits octroyés à la clientèle. Si par définition les clients détenteurs d'un compte « à vue » détiennent l'option de modifier le niveau de leur dépôt sans préavis ni pénalité, à une échéance immédiate, une observation élémentaire suggère que l'effet de masse permet en pratique de considérer une large part de ces encours comme pérenne sur des horizons relativement longs. Ce constat sert de point de départ au développement par la fonction gestion actif-passif de modèles statistiques de projection à moyen-long terme des encours de dépôts à vue, qui sont à la base des pratiques de gestion de liquidité, de couverture en taux, et de tarification interne (et donc de répartition analytique de résultat) entre métiers de la banque.

Le rôle de la gestion actif-passif de la banque est d'analyser les risques de taux d'intérêt et de liquidité naissant du désadossement, des actifs et des passifs au bilan, et de proposer des solutions de gestion desdits risques. Les outils et pratiques de gestion actif-passif ont dû s'adapter dans les années récentes à un environnement dynamique : la crise économique et financière traversée depuis 2008, les évolutions réglementaires récentes telles que le nouveau cadre Bâle 3, et la modification progressive de la relation des clients avec leur banque, incitent ces dernières à se doter d'outils plus fins d'évaluation et de pilotage des risques liés à leur activité. La gestion des dépôts à vue revêt dans ce contexte un enjeu majeur intégrant les dimensions financière, réglementaire et commerciale. Si la banque ne dispose pas de moyen

¹ Hors coût de fonctionnement du réseau commercial

certain de couvrir systématiquement les variations de soldes de dépôts à vue résultant des retraits et versements des clients, elle cherche à les prévoir en ajustant le remplacement des encours au meilleur compromis entre long terme, optimisant le niveau de marge mais accroissant le risque de liquidité, et court terme, plus conservatrice du point de vue de la liquidité mais conduisant à un rendement sous-optimal. Le modèle proposé doit ainsi permettre d'optimiser le couple rendement/risque lié au remplacement des dépôts, et inciter en la valorisant à la collecte de dépôts « stables » au sens réglementaire.

Démarche

Une première partie de notre étude permet de décrire le cadre global d'objectifs, de règles et d'instruments de la gestion actif-passif dans lequel s'appréhende le modèle de dépôts à vue. Le modèle statistique doit en effet trouver sa traduction dans les indicateurs de mesure et de gestion des risques de liquidité et de taux, selon des visions dites statique (extinction du bilan) et dynamique (intégrant des prévisions d'activité), ainsi que dans le mécanisme de tarification interne des flux entre métiers de la banque.

Nous dressons dans une deuxième partie un état des lieux des pratiques et ressources théoriques en matière de modélisation des dépôts à vue. La problématique revêtant un enjeu concurrentiel pour les banques, elles restent en général silencieuses dans leur communication financière sur les modèles qu'elles utilisent, donnant tout au plus quelques orientations méthodologiques mais ne révélant que peu de résultats. La littérature académique fournit en revanche un support utile à la construction d'un modèle de dépôt, montrant plusieurs variantes autour d'une conception centrale de la dynamique d'encours. Nous proposons alors de réutiliser cette dynamique appliquée à l'encours moyen par compte, en l'enrichissant d'un modèle de nombre de comptes, et de critères permettant de qualifier le niveau de « fidélité » des clients ainsi que préconisé par les évolutions réglementaires dites de Bâle 3 qui retiennent dans le futur ratio de liquidité « LCR » une segmentation des dépôts en deux catégories, les stables et les moins stables, assorties de pondérations traduisant des taux de fuites distincts en situation de crise.

La troisième partie permet de développer le modèle proposé en l'appliquant au stock de comptes à vue de clients particuliers d'un réseau de banques régionales françaises. Nous utilisons une base historique² de nombres de comptes et d'encours en fin de mois, observés à des dates mensuelles successives, dans laquelle les comptes sont regroupés en fonction d'un indicateur commercial qualifiant deux dimensions : l'équipement du client déposant, et le niveau d'activité de son compte. L'ensemble des agrégats résultant des croisements des données ci-dessus constitue donc la population étudiée à partir de laquelle nous procédons à l'analyse de deux variables distinctes :

- d'une part l'évolution du nombre de comptes dans le temps pour chaque génération d'ouverture, de laquelle nous dérivons un taux de clôture, que nous considérons en utilisant le formalisme des modèles de durée de vie,
- d'autre part l'encours moyen par compte calculé à partir de l'encours global et du nombre de comptes de chaque agrégat.

Le critère de classification commerciale utilisé permet de segmenter le stock de comptes en deux populations aux comportements différents.

La quatrième partie décrit comment le modèle statistique obtenu s'intègre dans le cadre de la gestion actif-passif de la banque et permet de répondre à ses objectifs. En vision projective, l'écoulement calculé du stock initial de dépôts dans le temps permet de mesurer l'horizon et le rythme auquel l'encours s'éteindrait en vision statique. Cette analyse permet de mesurer le niveau d'adossement en liquidité et en

² Historique de 2006 à mi-2011

taux entre actifs et passifs clientèle au bilan de la banque, et d'apprécier ainsi le « gap » clientèle structurel porté.

La finalité du modèle n'étant autre que de permettre la traduction du comportement d'un produit bancaire en acte de gestion financière, nous utilisons la formulation du modèle d'encours par génération pour déterminer une loi flux, représentant le profil de remplacement dans des instruments de marché des flux disponibles observables à chaque date. Ce procédé, qui permet le passage du modèle statistique au modèle de gestion, en rapprochant à une réalité de marché des flux de capitaux et d'intérêts liés au comportement de la clientèle par nature incertains, trouve également son utilité dans la détermination des taux de cession internes.

Principaux résultats et enseignements

Plusieurs résultats importants sont mis en évidence :

Sur les nombres de comptes et les taux de clôture :

- Comme l'intuition pouvait le laisser prévoir, le rythme des clôtures de comptes n'est pas constant avec l'ancienneté d'ouverture. Des taux de clôture significativement en écart par rapport à leur moyenne apparaissent notamment dans les premières années d'ouverture.
- Les taux de clôture ne sont pas marqués par des effets économiques ou saisonniers.
- La segmentation par l'indicateur commercial confirme l'intérêt de regrouper ensemble les comptes de clients équipés et/ou actifs en une catégorie de comptes dits « stables », qui présentent un comportement nettement différent de celui des comptes de clients ni équipés ni actifs que nous qualifions de « non stables ». En effet au bout de 30 ans d'ancienneté d'une génération, alors qu'il reste plus de 50% de comptes stables ouverts, il en reste moins de 2% de la catégorie non stable.
- La modélisation de la survie des comptes au-delà d'une certaine ancienneté est sujette à caution car l'évolution ne paraît plus guidée par des comportements explicables. Observant toutefois une augmentation drastique des taux de clôture aux âges élevés, nous procédons à une modélisation simplifiée aboutissant à une disparition complète des comptes à 780 mois. Cette approche est probablement plus conservatrice que la réalité. Par ailleurs nous comparons les taux de clôture obtenus avec des taux de mortalité, considérant que ces derniers doivent constituer un niveau minimum de fermeture de comptes lorsque l'âge des clients détenteurs augmente avec celui du compte.

Sur l'encours moyen par compte :

- Une saisonnalité annuelle marquée s'observe, qui marque les effets économiques et civils (périodes de vacances, versement du 13^{ème} mois, paiement des impôts...etc.).
- Des disparités apparaissent entre établissements régionaux dans le niveau de l'encours moyen et son évolution, caractéristiques de niveaux de richesse eux-mêmes variant avec la géographie.
- L'ancienneté d'ouverture des comptes se révèle être un facteur déterminant dans l'évolution de l'encours par compte qui va croissant avec le temps.
- La dépendance, intuitive en première approche, du niveau d'encours aux taux d'intérêt ou aux facteurs économiques, n'est pas confirmée, indiquant sur la période historique analysée l'effet prédominant de la préférence pour la liquidité des déposants qui utilisent leur compte à vue comme réserve disponible plutôt que support de passage entre investissements ou épargne.
- La qualification de l'équipement et de l'activité des clients conduit à des profils d'évolution différents de l'encours moyen de leur compte. En revanche il apparaît moins nettement que pour les taux de clôture, une séparation entre les comptes de clients équipés et/ou actifs (qualifiés de « stables » du point de vue des nombres de comptes) et les autres (qualifiés d'instables).
- Les données permettent de calibrer un modèle basé sur une dynamique de variation par période de l'encours par compte, intégrant outre un caractère autorégressif, une fonction de croissance matérialisant un « effet richesse », polynomiale croissante avec l'ancienneté du compte.

Le produit des deux variables précédentes aboutit au modèle de l'encours global par génération de comptes, à partir duquel nous obtenons une formulation de la « loi flux », profil de remplacement par maturités des flux disponibles constatés à chaque période. Elle distingue une part replacée à long terme représentant la composante pérenne de l'encours de dépôts, et une part devant être gérée à court terme qui matérialise une composante plus volatile de l'encours subissant les effets combinés de la fermeture des comptes et des retraits des clients.

La loi flux permet à son tour de calculer le profil d'écoulement du stock en vision statique, par reconstitution de la stratification actuelle de l'encours à partir des générations passées. L'écoulement de l'encours à une date donnée résulte donc de l'échéancement progressif des placements passés opérés selon la loi flux déterminée.

Le modèle construit, aboutissant à des profils de lois flux distincts selon le niveau de stabilité du compte, permet donc d'appliquer une tarification elle aussi distincte incitant la sphère commerciale à la collecte de dépôts favorablement pris en compte dans le futur ratio réglementaire LCR, et répond ainsi à l'un des objectifs fixés initialement.

Limites et pistes d'amélioration

Des limites de plusieurs natures à l'étude réalisée peuvent être mises en évidence.

A la fois le souci de simplicité du modèle, et certaines limitations techniques, nous ayant conduit à ne travailler que sur un nombre réduit de critères explicatifs, ont possiblement pu entraîner la présence d'hétérogénéité dans les sous-groupes de population de clients étudiés, dont le comportement peut dépendre de caractères inobservés. La prise en compte de variables de niveau client supplémentaires s'avérerait alors intéressante, telles que l'âge ou la catégorie socioprofessionnelle du déposant, avec la contrepartie d'accroître la volumétrie de données à traiter.

En outre, calibrer un modèle d'évolution d'encours sur plusieurs dizaines d'années à partir d'un historique de données de quelques années seulement incite à la prudence. Ainsi n'ayant pu suivre de bout en bout la vie d'un groupe de compte, de son ouverture jusqu'à son attrition complète, nous avons dû reconstituer une évolution moyenne à partir de comportements observés « par tranches », grâce aux apports des modèles de durée de vie. Mais il est apparu difficile de modéliser fidèlement l'évolution de l'encours et surtout du nombre de comptes pour les comptes d'âge élevé, en raison du caractère peu représentatif des quelques comptes restant en vie au-delà d'une certaine ancienneté. Une approche simplifiée a été proposée aboutissant à des résultats probablement plus conservateurs que la réalité.

Par ailleurs, il est à noter que la période couverte par l'historique utilisé, de 2006 à 2011, a été perturbée par une crise ayant vraisemblablement modifié le comportement des déposants. De manière générale on peut faire la supposition d'une évolution dans le temps du comportement des clients, que ne permet pas véritablement de capter le modèle.

Bien qu'aucune dépendance de l'encours de dépôts au taux de marché n'ait été prouvée, il paraît logique de penser que des effets de compensation interviennent dans le temps entre dépôt à vue et autres supports d'épargne dont les volumes dépendent de leurs conditions de rémunération et donc indirectement de taux de marché et de facteurs économiques. Sur la période considérée, pour les dépôts non rémunérés l'effet arbitragiste des clients semble masqué par celui de la préférence pour la liquidité. On peut rappeler que l'historique utilisé couvre une période de taux relativement bas, et qu'ici encore une analyse sur un historique plus profond aurait peut-être révélé une dépendance significative aux taux d'intérêt. L'inconvénient serait alors une complexité accrue du modèle d'écoulement puisque celui-ci devrait reposer sur des simulations de taux, impliquant une plus grande variabilité des profils d'écoulement dans le temps.

Ainsi cette étude trouverait son prolongement dans la confrontation avec des résultats obtenus sur des échantillons couvrant une période historique plus profonde. Également il serait utile d'élargir l'analyse à d'autres types de dépôts, rémunérés, réglementés, afin de capter dans une approche globale les effets de transfert d'épargne des déposants entre différents produits, ainsi qu'à d'autres natures de clientèle, par exemple les entreprises, avec probablement d'autres critères de stabilité à considérer.

Executive summary

Abstract

This paper deals with demand deposits modeling in a bank ALM framework. We introduce the stakes of sight liabilities for a traditional retail bank in a dynamic economic, regulatory and business context, and thus the objectives that should be met by the model framework. We first analyze the inputs provided by academic resources, and we demonstrate the assets of a model using client behavioral data to explain the stickiness of outstanding deposits in the long term, inspired by guidelines given by the new Basel 3 regulation. The application of the model to the retail data of a French regional banks network illustrates the survival time and schedule of deposits in a static balance sheet analysis, with a stability criterion leading to two distinct groups of deposits. Finally, we show how the model fits into the ALM framework and what are its benefits.

Key words

ALM ; demand deposits ; Basel 3 ; stickiness ; survival model ; deposit dynamics.

Topic

Demand deposits are a key element of traditional retail banking business. In France, sight deposits fund about two thirds of loans to non-financial sector. This liquidity raised at a low or even zero interest rate, allows the bank to act as a funding institution of the “real economy” by reducing its dependence on financial markets, and to provide loans by softening market impacts on customer loans rates. However this business model sustainability requires that the deposits expected term matches that of loans granted to customers. By definition, demand deposits customers hold an option to withdraw or to raise any amount without notice and penalty. But a basic observation tells that law of large numbers allows considering part of the amounts as stable on the long term. This statement is the initial step for developing ALM statistical models to forecast outstanding deposits, which are commonly used in liquidity and interest rate risks management and fund transfer pricing within the bank.

The goal of ALM is to analyze interest rate and liquidity risks arising from assets and liabilities mismatches and build solutions to manage these risks. In the last few years the ALM practices have evolved with a dynamic environment: the economic and financial crisis experienced since 2008, the recent regulatory developments such as the new Basel 3 framework, and the changes in the relationship that customers have with their bank, spurred them to enhance their practices for a better assessment and control of risks ensuing from their activity. In this context, demand deposits management is a major concern at the junction of financial, regulatory and commercial dimensions. If the bank has no way of systematically hedging variations of deposits balances, it has to predict them and find the optimal reinvestment strategy among long-term investments generally more profit-making but increasing liquidity risk, and short-term investments, more liquidity risk-adverse but leading to a sub-optimal margin. Moreover and finally the model has to push towards regulatory compliance by helping create incentives for businesses to favor raising stable deposits instead of unstable ones.

Method

The first part of this study describes the overall set of ALM objectives, principles and tools, in which the demand deposits model is to be seen: in particular, the indicators for measuring and managing liquidity

and interest rate risks, in both static (balance sheet run-off) and dynamic (including business forecasts) analysis, and in internal fund transfer pricing system.

We draw in the second part a state of play of theoretical developments and practices on sight deposits modeling. Banks generally don't disclose any results, but only some methodological guidelines about deposits survival in their financial reports, for the underlying competitive issue it takes. The academic resources provide some useful tools to build a deposit model, showing several developments around a main concept of deposits balance dynamics. We propose to use this dynamics equation applied to the average balance per deposit account, enhancing it with an accounts survival model and criteria to qualify the stickiness of customers as recommended by Basel 3 framework and in particular in future "LCR" liquidity ratio which assigns specific weights to deposits whether they are qualified of stable or less stable.

The third section applies the proposed model to the retail deposits data of a French regional banks network. We use historical data³ gathering information about the number of accounts and their end-of-month outstanding amount, observed at successive monthly dates, in which each account is marked by a commercial indicator qualifying two dimensions: the customer equipment with the bank, and his level of activity. From the aggregates made up from crossing these data, we analyze two distinct variables:

- The first one is the evolution in time of the number of accounts of each generation of accounts, or its equivalent, the accounts closing rate, for which we use the concepts of life and survival theory,
- The second one is the average amount per account issuing from the total outstanding amount and number of accounts of each aggregate.

The commercial classification criterion allows us to identify different behaviors in terms of survival time among the population of accounts.

The fourth part describes how the statistical model complies with the bank's ALM framework's objectives. In a balance-sheet projection analysis, the survival over time of the initial outstanding deposits leads us to build the static run-off schedule, allowing identifying the mismatches between client assets and liabilities in both liquidity and interest rate risks, and measure the natural client gap the bank has to hedge.

The purpose of the statistical model is to help translate the behavior of a commercial product into a financial hedging decision. So we transform the model formula giving the deposits balance for an account generation in order to compute a flow pattern representing the reinvestment schedule in financial assets of various maturities of the net amount that becomes available each month. This process, which links the statistical model to the hedging model, is also crucial in the fund transfer pricing determination.

Key results

Several important results can be highlighted:

On the numbers of accounts and closing rates:

- As could be expected, the accounts closing rate is not a straight-line when the account gets older. In particular in the early years after opening, the accounts can show closing rates significantly different from their average.
- The closing rates do not appear to be affected by any seasonal or economic effect.
- The analysis using the commercial customer indicator demonstrates the point of gathering accounts of customers having a strong relationship with the bank or which are highly active accounts, in a category which can be qualified as "stable", which behave significantly differently from others, which we designate as "unstable". Indeed after a 30-years time, more than half of the stable accounts of a generation still survive, while less than 2% of unstable ones do.

³ Observations from 2006 to mid-2011

- The reliability of the modeled survival of the accounts beyond a certain maturity is questionable. Indeed the evolutions at older account ages are not driven by any consistent behaviors any more. However after noticing a drastic increase of closing rates at high ages, we perform a simple but conservative approach leading to a complete attrition of the accounts after 780 months. Furthermore we compare the resulting closing rate with mortality rates, inferring that the latter must be a minimum level of closure rates when the deposit holder's age increases with the account's one.

On the average balance per account:

- We can confirm an annual seasonality, which we can link to economic and calendar events (holidays, salary bonuses, taxes payments...etc.).
- Discrepancies appear between regional institutions in the level and evolution of the balance per account, which features the wealth level variability with geography.
- The age of the account is proven to be a differential factor in the evolution of the balance per account, which follows an increasing progression over time.
- The dependence of the account balance on interest rate or economic factors that could be expected on first thought is actually not confirmed, meaning that on the studied historical period, liquidity preference overrides the effects of customers' trade-offs between their zero-remuneration deposit and investments that offer more attractive returns.
- The qualification of the customer relationship and activity led to different patterns of evolution over time of the accounts average balance. However the differences are not as strong as on the previously mentioned closing rates, between accounts referred to as "stable" and "unstable".
- We could calibrate a model based on the dynamics of outstanding balance variation by month, including an autoregressive factor, and a growth function which is the expression of a "wealth effect" as a polynomial equation increasing over time.

Limits, and going further

This analysis shows limits of several kinds.

For a matter of simplicity of the model, and technical reasons, we worked on a limited number of explanatory variables, which could possibly result in the presence of heterogeneity in the subgroups of accounts whose behavior may depend on unobserved factors. Taking into account additional client-level variables, such as its age or socio-economic class, could prove valuable but with the drawback of increasing the volume of data to process.

In addition, calibrating deposit balance projection model over several decades from a few-years-deep historical dataset calls for caution. Since we were unable to analyze a same group of accounts from their opening to complete attrition, we had to rebuild the mean evolution pattern depending on age, from behaviors observed on partial age intervals, using survival analysis methods. But the average outstanding balance and especially the account closing rates was difficult to compute accurately for high deposit ages, with regard to the few accounts still alive beyond older ages. We then proposed a simplified approach leading to probably more conservative results than the reality.

Furthermore, it should be noted that the historical period from 2006 to 2011, on which the model was calibrated, was disrupted by a major crisis that probably changed the behavior of depositors. In general we could make the assumption of an evolution in time of customers' behavior that was not really captured by the model.

Although no dependence of the outstanding deposits balances on market rates could be proven, it makes sense to consider that compensation effects do occur between deposits and other savings instruments depending on the saving rate and thus indirectly to market rates and economic factors. For zero-rate deposits, it appears that on the period of study, customers' liquidity preference prevailed against return trade-offs. But it should be noticed that the historical data covers a period of rather low interest rates,

and here again an analysis based on a longer dataset might have revealed different results. The downside would be an increased complexity of the model since it would require simulations of market or economic factors, implying a higher variability of the deposits balances projections over time. Thus this study could be extended by comparing its outcomes to results obtained from deeper historical samples. An application of the model to other types of deposits (involving market-dependent or supervised interest rates) could capture a comprehensive transfer effect of depositors' savings between different products. Extending to other types of customer, such as small or medium businesses, would probably lead to consider different stability criteria.

Sommaire

INTRODUCTION.....	13
CHAPITRE 1 LA GESTION ACTIF-PASSIF, LES DIFFERENTS RISQUES EN JEU, ET LES OUTILS DE MESURE	15
1.1. INTRODUCTION : LA FONCTION DE TRANSFORMATION DES BANQUES COMMERCIALES	15
1.2. LES RISQUES EN JEU	16
1.2.1. <i>Le risque de liquidité</i>	16
1.2.2. <i>Le risque de taux</i>	17
1.3. LES OBJECTIFS DE LA GESTION ACTIF-PASSIF ET SES OUTILS	18
1.3.1. <i>Les objectifs de la gestion actif-passif</i>	18
1.3.2. <i>Les outils de la gestion actif-passif</i>	19
1.3.2.1. Instruments d'analyse	19
1.3.2.2. Indicateurs de gestion du risque de liquidité	20
1.3.2.3. Indicateurs de gestion du risque de taux	23
1.3.2.4. Taux de cession internes	25
1.4. CONCLUSION.....	26
CHAPITRE 2 METHODES ET PRATIQUES EXISTANTES DE MODELISATION DES RESSOURCES A VUE EN GESTION ACTIF-PASSIF BANCAIRE.....	27
2.1. CONTEXTE	27
2.1.1. <i>L'enjeu des ressources à vue en gestion actif-passif bancaire</i>	27
2.1.2. <i>La modélisation des ressources à vue</i>	28
2.2. LES MODELES DE DEPOTS A VUE EXISTANTS : ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE.....	29
2.2.1. <i>Les modèles fournis par la littérature</i>	29
2.2.2. <i>L'approche du portefeuille de réplication</i>	32
2.2.3. <i>Les pratiques des banques</i>	35
2.3. L'INTERET D'UNE MODELISATION « COMPORTEMENTALE »	36
2.3.1. <i>Recherche des facteurs explicatifs</i>	36
2.3.2. <i>Les évolutions de l'environnement réglementaire</i>	37
2.4. CONCLUSION.....	38
CHAPITRE 3 ÉTUDE D'UN MODELE COMPORTEMENTAL D'ECOULEMENT DES DEPOTS A VUE	39
3.1. ANALYSE PRELIMINAIRE DES DONNEES	39
3.1.1. <i>Présentation des données</i>	39
3.1.2. <i>Analyse par la volatilité de l'encours</i>	43
3.2. PRESENTATION DU MODELE ET CADRE CONCEPTUEL	45
3.3. MODELISATION DU NOMBRE DE COMPTES.....	46
3.3.1. <i>Modèle du nombre de comptes</i>	46
3.3.2. <i>Analyse des taux de clôture</i>	49

3.3.3.	<i>Résultats empiriques</i>	57
3.3.3.1.	Approche par des lois paramétriques usuelles.....	60
3.3.3.2.	Modélisation directe du taux de clôture	63
3.3.3.3.	Conclusions sur la modélisation du taux de clôture	74
3.4.	MODELISATION DE L'ENCOURS MOYEN PAR COMPTE.....	75
3.4.1.	<i>Analyse préliminaire des facteurs d'influence</i>	75
3.4.2.	<i>Modèle de l'encours par compte</i>	81
3.4.3.	<i>Résultats empiriques</i>	82
3.4.3.1.	Résultats des estimations.....	82
3.4.3.2.	Conclusions sur la modélisation de l'encours moyen par compte	88
3.5.	MODELE DE L'ENCOURS PAR GENERATION	89
3.6.	ANALYSE CRITIQUE DES RESULTATS OBTENUS	90
3.7.	L'APPLICATION DES RESULTATS DU MODELE DANS LE CADRE DE LA GESTION ACTIF-PASSIF DE LA BANQUE ..	91
3.7.1.	<i>La « loi flux », ou comment passer du modèle au replicating portfolio</i>	91
3.7.2.	<i>L'écoulement dans les indicateurs de gestion</i>	94
3.7.2.1.	L'écoulement en gestion du risque de taux.....	94
3.7.2.2.	L'écoulement en gestion du risque de liquidité	96
3.7.3.	<i>Tarification interne</i>	100
	CONCLUSION	101
	BIBLIOGRAPHIE	102
	ANNEXE 1 : CRITERES DE STABILITE DES DEPOTS SELON BALE 3	104
	ANNEXE 2 : AJUSTEMENT DES LOIS DE SURVIE PAR DES DISTRIBUTIONS PARAMETRIQUES CLASSIQUES	105

Introduction

Les dépôts à vue et comptes sur livrets constituent pour les banques commerciales « traditionnelles » un élément essentiel de leur fonctionnement, procurant une part significative de la ressource, à taux d'intérêt en général réduit, nécessaire au financement de leur activité de crédit, comme l'illustre le graphique suivant :

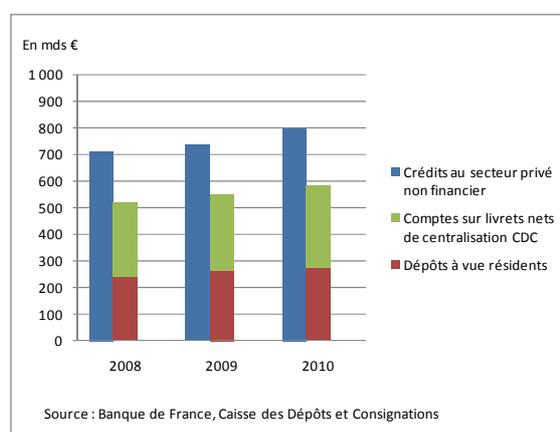


Figure 0-1 : Évolution au cours des 3 dernières années des encours au bilan des banques françaises de crédits au secteur privé non financier, dépôts à vue, et comptes sur livrets, nets de la part centralisée à la Caisse des Dépôts et Consignations (CDC)

L'enjeu pour le gestionnaire actif-passif naît du désadossement en taux et en liquidité entre ces ressources d'une part, et les crédits financés d'autre part. Les dépôts à vue et comptes sur livrets (hors produits réglementés qui répondent à des caractéristiques spécifiques, par exemple l'épargne logement) sont par nature exigibles à tout instant sans pénalité, pour certains non rémunérés, d'autres présentant une rémunération indexée sur des taux de marché court terme ou encore réglementée. Ils sont employés au financement de crédits en général à moyen-long terme, dont les intérêts sont, au moins pour le marché des particuliers en France, en majorité fixes. De la différence d'horizon d'exigibilité provient le risque de liquidité ; de la différence de nature de taux provient le risque de taux. La gestion actif-passif (ou Assets and Liabilities Management, ALM⁴) a pour rôle de maîtriser ces risques, ce qui ne signifie pas les annuler totalement puisque la prime de risque rémunérant le rôle d'intermédiation de la banque est précisément à la source d'une part importante de son résultat.

L'objectif du gestionnaire actif-passif est donc également celui de la préservation de la marge d'intérêt dans un environnement risqué, par la réduction de la sensibilité de cette marge aux événements exogènes à la banque, par exemple à la variation des niveaux de taux d'intérêt ou de primes de liquidité. La gestion actif-passif doit alors développer des instruments de gestion cohérents avec cet objectif.

En effet, une gestion des encours de dépôts à vue strictement conforme à leur caractère exigible à la demande voudrait qu'ils soient replacés à un horizon très court terme, voire quotidien au taux de marché du jour-le-jour. Ce remplacement, qui annulerait certes le risque de liquidité, ne serait cependant pas de nature à assurer une sensibilité réduite de la marge d'intérêt puisque celle-ci dépendrait directement de l'évolution du taux de marché court terme.

⁴ Dans la suite il sera utilisé indifféremment les termes de gestion actif-passif ou le sigle de sa traduction anglo-saxonne, ALM.

Par ailleurs une observation élémentaire indique une relative stabilité dans le temps des encours de dépôts à vue et de comptes sur livrets. Ce constat sert de point de départ au développement de modèles statistiques d'« écoulement » à un horizon moyen-long terme en liquidité et de remplacement en taux, qui sont à la base des pratiques de gestion de liquidité, de couverture en taux, et de tarification interne (et donc de répartition analytique de résultat) entre métiers de la banque.

Cette étude s'inscrit dans le cadre des activités du Département Gestion Actif-Passif du Groupe BPCE, qui a l'objectif de développer pour les banques régionales de ses réseaux de banque de détail (Banques Populaires et Caisses d'Épargne) les outils de gestion de leurs ressources clientèles sans échéance contractuelle, en s'appuyant sur une nouvelle approche statistique.

Après avoir présenté dans une première partie les enjeux et instruments de la gestion actif-passif, nous détaillerons les produits concernés par cette étude et les facteurs influant sur leurs évolutions, et passerons en revue les pratiques existantes documentées. Nous développerons alors plus particulièrement un modèle basé sur une approche comportementale, que nous appliquerons au cas des banques régionales considérées. Nous étudierons alors comment les résultats obtenus s'intègrent dans le cadre de la gestion actif-passif de la Banque.

Chapitre 1 La gestion actif-passif, les différents risques en jeu, et les outils de mesure

1.1. Introduction : la fonction de transformation des banques commerciales

Les banques commerciales se caractérisent par leur fonction de transformation, des dépôts en crédits. Décrite de manière élémentaire, la transformation ou l'intermédiation bancaire consiste pour ces dernières à utiliser les ressources qui leur sont confiées par leurs déposants, le plus souvent à court terme ou à vue, pour les employer dans l'octroi de crédits à l'économie selon des échéances plus longues. De manière plus détaillée, la transformation des fonds s'opère sur plusieurs de leurs caractéristiques :

- La liquidité : transformation de dettes exigibles en actifs illiquides,
- La maturité : transformation de dettes à court terme en actifs à long terme,
- Le risque de crédit : transformation de dépôts sans risque en actifs risqués.

Cette transformation, qui constitue pour les banques l'un des moteurs de leur rentabilité, est assise sur l'hypothèse fondamentale qu'une partie des dépôts à vue reste durablement stable en période normale (nous reviendrons ultérieurement sur la notion de « période normale » à laquelle s'opposera celle de période de crise ou de stress). C'est cette stabilité supposée des dépôts, qui autorise donc leur remplacement en des créances à moyen voire long terme.

L'information détenue par la banque sur ses débiteurs étant privée, les actifs bancaires sont peu liquides et leurs risques complexes à transférer ou encore à assurer. Un tel modèle, qualifié de « banque de relation », est fondé sur le mode de financement stable que les banques trouvent auprès de leurs déposants. Berlin et Mester [4] ont démontré ce lien fort entre le rôle distinctif des banques « relationnelles », et la structure de leur passif ; un accès à des dépôts à vue abondants augmentant la capacité à offrir des crédits à long terme à des conditions lissées dans le temps en raison de la faible élasticité aux variations des taux de la demande de dépôts.

L'opération de transformation expose la banque au risque de liquidité en cas de retraits massifs, problème partiellement résolu par le système de garantie des dépôts.

Ce modèle est cependant depuis plusieurs années en évolution. En effet il apparaît depuis quelques années un gap de financement par les clients, lié d'une part aux innovations financières entraînant le déclin des dépôts dans les portefeuilles des agents non financiers, alors que d'autre part les volumes de crédits ont au contraire connu une croissance rapide. L'accroissement de la part des fonds de gestion dans la collecte des dépôts de la clientèle en lieu et place des banques, et l'effet de « désintermédiation » en découlant, a rompu le fonctionnement du modèle de banque de relation, et introduit un risque systémique dès lors que ces fonds cessent de refinancer les banques comme l'a montré la crise de liquidité de 2008.

Le modèle de la « banque de transaction » s'est développé, optimisant l'utilisation avec leurs clients d'informations et de contrats standardisés, exploitant les économies d'échelle et de gamme en vendant de multiples services aux mêmes clients. Les banques doivent alors faire davantage appel aux ressources empruntées sur les marchés de gros (« wholesale funding ») pour combler le gap de financement des clients. Cette dépendance accrue au marché constitue une source de vulnérabilité à des événements financiers ou économiques exogènes, qu'il convient de mesurer et de maîtriser.

1.2. Les risques en jeu

La position d'intermédiaire financier de la banque, introduite précédemment, expose son bilan aux risques liés à un déséquilibre entre ressources et emplois. Parmi ces risques qui sont de natures nombreuses et diverses, on distinguera ici particulièrement ceux de liquidité et de taux, dont les conséquences en termes de gestion des ressources à vue seront celles développées dans la suite de cette étude.

On citera de manière non exhaustive et sans en approfondir la description, d'autres types de risques auxquels les banques font face, et qui sont largement détaillés dans la littérature : le risque de crédit, le risque de change, le risque de solvabilité, le risque lié à la valeur de marché des positions, les risques opérationnels, le risque de modèle, ou encore le risque comptable.

Les risques de liquidité et de taux sont présentés distinctement. Alors que le risque de taux peut avoir des incidences économiques sur le résultat de la banque, le risque de liquidité est un enjeu pour sa survie. En outre, on peut considérer que la couverture d'un risque de taux est toujours possible, au moyen de dérivés de marché, mais qu'à l'occurrence du risque de liquidité il est déjà trop tard pour couvrir. Ces deux risques répondent à deux cadres méthodologiques qu'il convient donc de différencier, même si on verra que les facteurs en étant à l'origine sont parfois communs, et que la gestion qui en découle doit permettre de réconcilier les contraintes liées à chaque risque. En effet comme le souligne Bessis [5], les analyses en taux et en liquidité sont liées, puisque tout besoin prévisionnel de liquidité sera financé à un taux aujourd'hui incertain, sauf couverture particulière. Donc tout besoin de liquidité couvert de façon différée engendre un risque de taux. Un autre exemple peut être cité : celui des remboursements anticipés sur les crédits octroyés à la clientèle, dont le niveau dépend partiellement des taux d'intérêt, et qui peuvent avoir une incidence sur le montant à refinancer et donc sur la gestion de liquidité.

1.2.1. Le risque de liquidité

Le règlement français CRBF 97-02⁵, modifié par l'arrêté ministériel du 5 mai 2009, définit le risque de liquidité comme :

« le risque pour l'entreprise assujettie de ne pas pouvoir faire face à ses engagements ou de ne pas pouvoir dénouer ou compenser une position en raison de la situation du marché, dans un délai déterminé et à un coût raisonnable. »

De même le Comité de Bâle⁶ a défini en 2008, dans ses « Principles for Sound Liquidity Risk Management and Supervision » [9], le risque de liquidité :

« Liquidity is the ability of a bank to fund increases in assets and meet obligations as they come due, without incurring unacceptable losses. »

Le rôle des banques décrit précédemment, de transformation de dépôts court terme en crédits à moyen-long terme, les rend particulièrement sensibles au premier des deux risques, celui du refinancement, qu'identifie le Comité de Bâle :

- Le risque de refinancement de la banque :

⁵ Règlement n° 97-02 du 21 février 1997 du Comité de la Réglementation Bancaire et Financière, relatif au contrôle interne des établissements de crédit et des entreprises d'investissement

⁶ Le Comité de Bâle (Basel Committee on Banking Supervision) réunit au sein de la Bank for International Settlements (BIS) à Bâle, les représentants des autorités de supervision bancaire et des banques centrales de 27 pays et nations : Afrique du Sud, Allemagne, Arabie Saoudite, Argentine, Australie, Belgique, Brésil, Canada, Chine, Corée, Espagne, États-Unis, France, Hong-Kong, Inde, Indonésie, Italie, Japon, Luxembourg, Mexique, Pays-Bas, Royaume-Uni, Russie, Singapour, Suède, Suisse, Turquie.

« Funding liquidity risk is the risk that the firm will not be able to meet efficiently both expected and unexpected current and future cash flow and collateral needs without affecting either daily operations or the financial condition of the firm. »

- Le risque d'illiquidité du marché :

« Market liquidity risk is the risk that a firm cannot easily offset or eliminate a position at the market price because of inadequate market depth or market disruption. »

La gestion actif-passif doit donc développer un système d'indicateurs et de gestion permettant de pérenniser la capacité de la banque à honorer ses engagements futurs, dans un environnement potentiellement instable car affecté par d'une part des événements exogènes tels que des crises financières (par exemple celle récente des *subprimes* à partir de 2007), économiques, politiques (citons l'évènement du 11 septembre 2001), et d'autre part des facteurs comportementaux de ses clients, dont les réactions face à une rumeur peuvent s'avérer destructrices (l'histoire des ruées bancaires fournit plusieurs exemples, dont un récent est celui de Northern Rock en 2007⁷).

Les recommandations du Comité de Bâle visent donc à exiger des institutions bancaires la mise en place de dispositifs permettant la gestion d'un risque qui peut prendre un caractère systémique, lorsque la défaillance d'un seul établissement peut avoir des répercussions sur l'ensemble du marché.

1.2.2. Le risque de taux

Comme le risque de liquidité, le risque de taux est défini à la fois aux niveaux français et mondial.

En France le CRBF 97-02 définit le risque de taux d'intérêt global comme :

« le risque encouru en cas de variation des taux d'intérêt du fait de l'ensemble des opérations de bilan et de hors-bilan, à l'exception, le cas échéant, des opérations soumises aux risques de marché. »

Le Comité de Bâle, dans ses « Principles for the Management and Supervision of Interest Rate Risk » [8], définit le risque de taux :

« Interest rate risk is the exposure of a bank's financial condition to adverse movements in interest rates. »

À l'instar du risque de liquidité, le risque de taux naît donc pour la banque de sa situation d'intermédiaire financier, transformant des ressources court terme en général indexées sur des taux courts variables (à l'exception des comptes courants non rémunérés en France), en emplois à long terme en partie à taux fixe. Deux approches coexistent dans la mesure et la gestion du risque de taux :

- Une approche en sensibilité des revenus, s'intéressant à la marge nette d'intérêt, concourant directement au résultat de la banque, qui est reliée à l'évolution des taux de marché, tant à leur niveau absolu, qu'à l'écart entre taux de maturités courtes et longues (notion de forme de la courbe des taux).
- Une approche en valeur économique, visant à mesurer l'effet des variations de taux sur la valorisation des actifs, passifs, et instruments de hors-bilan, elle aussi affectée par le niveau des taux entrant dans le calcul d'actualisation des flux futurs.

⁷ La banque britannique Northern Rock a dû être nationalisée en 2008 après que des difficultés à se refinancer suite à la crise des *subprimes* l'aient conduit à faire appel à la Banque d'Angleterre en prêteur de dernier ressort, appel ayant entraîné une ruée pendant plusieurs jours en septembre 2007 des déposants aux guichets pour retirer leurs avoirs.

Il convient donc de mesurer de manière exhaustive le degré de sensibilité du résultat aux taux d'intérêts, et de le maintenir à un niveau acceptable et assumé par l'établissement.

Le Comité de Bâle identifie à cet effet plusieurs sources de risque de taux :

- Le risque lié au niveau et à la forme de la courbe des taux,
- Le risque de base,
- Le risque optionnel.

1.3. Les objectifs de la gestion actif-passif et ses outils

1.3.1. Les objectifs de la gestion actif-passif

Les définitions des missions confiées au département de gestion actif-passif d'une banque sont multiples, et ont d'ailleurs évolué au cours du temps, à la fois dans la littérature, et en pratique dans les établissements bancaires. Adam [2] décrit plusieurs schémas organisationnels possibles de la gestion actif-passif, qui peut dans certains cas être rattachée à la fonction de gestion des risques, ou à celle de trésorerie, ou encore intégrée à la direction financière. L'organisation choisie traduit en général le périmètre de responsabilité et d'action dévolu à l'ALM.

On peut néanmoins identifier un socle commun à ces définitions.

Rappelons au préalable que les opérations au bilan d'une banque « universelle » peuvent être compartimentées selon leur objet :

- Les opérations de marché ou de *trading*,
- Les opérations liées à l'activité commerciale.

La gestion actif-passif s'intéresse à la deuxième catégorie d'opérations, la première étant encadrée par des dispositifs appropriés de suivi des risques de marché, hors du champ de l'ALM.

La définition formulée en 1995 par Bessis [5] est toujours d'actualité : « *la gestion actif-passif a pour rôle d'assurer une visibilité suffisante sur les résultats futurs et les aléas qui les affectent.* » Elle doit pour cela mettre en place des dispositifs adaptés de mesure, de pilotage des risques et d'aide à la décision des dirigeants de la banque, satisfaisant en outre aux exigences réglementaires.

Son objectif prioritaire est donc celui de la préservation de la pérennité et de la rentabilité de l'établissement dans un environnement risqué. En premier lieu elle pilote le risque de liquidité (soit l'optimisation du placement des ressources et du refinancement des emplois) et couvre les risques de taux et de change. Elle utilise pour cela des outils de mesure et instruments de couverture qui seront détaillés dans les paragraphes suivants.

La mission de préservation du résultat implique également d'intégrer les évolutions des standards comptables qui ont un effet direct sur le calcul dudit résultat. Faisons référence à l'introduction des normes IFRS qui ont nécessité à partir de 2005 de reconsidérer notamment les stratégies de couverture du risque de taux au regard de leurs impacts comptables dans le nouveau référentiel. La gestion actif-passif doit en conséquence s'exercer en collaboration étroite avec la fonction comptable de la banque.

Qu'elle soit ou non centre de profit, l'ALM est également en charge de définir les conditions de partage de la marge entre les activités de la banque au moyen de la définition de taux de cession internes (notion qui sera développée ci-après) cohérents avec la stratégie commerciale de la banque.

Citons enfin d'autres activités qui peuvent dans certains cas être du ressort de la gestion actif-passif selon les établissements : par exemple le pilotage des investissements financiers, ou l'ingénierie financière au service du développement commercial et du marketing.

1.3.2. Les outils de la gestion actif-passif

1.3.2.1. Instruments d'analyse

Nous balayons en les décrivant succinctement les outils d'analyse à la disposition du gestionnaire actif-passif, déjà largement développés dans la littérature. Ghieu [19] par exemple fait une présentation détaillée des concepts de base couramment utilisés. L'ALM étant une fonction faisant de plus en plus appel à des techniques statistiques et quantitatives, nous en évoquerons également certaines, exposées par Adam [2].

Impasse ou gap

Une impasse (ou le gap), outil de base en ALM, constitue la différence entre les emplois et les ressources du bilan pour un ensemble d'opérations, à une date donnée. Bien qu'à chaque date présente, le bilan comptable est équilibré par construction, il n'en est pas de même lorsqu'on projette l'impasse à des dates ultérieures. On construit donc un profil d'impasse dans le temps, selon un pas d'analyse en général mensuel mais qui peut selon les besoins être plus fin, jusqu'à quotidien.

Le gap est calculé, soit à partir de la totalité des opérations inscrites au bilan, voire au hors-bilan, à la date de calcul, en intégrant éventuellement des hypothèses d'opérations futures (notion d'impasse dynamique explicitée ci-après), soit restreint à un sous-ensemble d'opérations ayant des caractéristiques communes comme le type de taux (fixe, variable...etc.).

Visions statique et dynamique

Les risques de taux et de liquidité sont mesurés selon des approches différentes et complémentaires suivant l'horizon d'analyse. On distingue en effet :

- L'approche statique qui retient l'évolution future des encours d'opérations déjà engagées au bilan et au hors-bilan à la date d'analyse. Il s'agit d'une vision extinctive du bilan, faisant l'hypothèse d'un arrêt d'activité commerciale de la banque. L'analyse statique permet de mesurer en liquidité ou en taux, les risques structurels liés aux opérations passées.
- L'approche dynamique qui élargit le périmètre d'analyse en ajoutant à l'évolution future des opérations en stock, celle des prévisions d'activité sur les exercices en cours et suivants. Les hypothèses de production nouvelle considérées sont issues des prévisions de développement commercial de la banque, et peuvent être complétées par des prévisions de financement des emplois ou de placement des ressources, ainsi que par des prévisions de couverture au moyen d'instruments dérivés.

Écoulement et cycle de vie

La gestion actif-passif assigne à l'ensemble des opérations un cycle de vie en modélisant les dates d'échéance, que ces dernières soient contractuelles (cas d'un crédit classique) ou non (cas d'un compte à vue) : elle définit ainsi la vitesse de sortie du bilan des différents produits, ou fonction d'écoulement.

Nous définirons plus précisément les concepts relatifs à l'écoulement des encours dans les chapitres suivants.

La vitesse d'écoulement est fonction notamment de :

- La nature et les caractéristiques des clients,
- La politique commerciale de la banque,
- La concurrence,
- La conjoncture économique,
- L'état des marchés financiers.

Modèles statistiques

Le bilan d'une banque commerciale peut paraître simple au premier abord, et composé de produits réagissant « linéairement » aux évolutions du marché et notamment des taux. En réalité de nombreuses composantes optionnelles, intégrées de manière explicite ou implicite aux produits de la clientèle, complexifient la mesure des risques de taux et de liquidité. La gestion actif-passif a connu en conséquence un développement croissant des modèles statistiques visant à simuler l'évolution future de variables ayant un effet direct sur le comportement du bilan de la banque ou sur la marge d'intérêt réalisée.

Citons par exemple :

- les remboursements anticipés de crédits par les clients ou de comptes à terme des déposants, qui réagissent en partie rationnellement aux taux du marché mais pas seulement, des facteurs liés à leur équation patrimoniale entrant en jeu ;
- le taux de la future production de crédits à taux fixe, corrélé aux taux de marché mais intégrant également des effets commerciaux et concurrentiels ;
- le taux de conversion des dépôts « épargne logement » en crédits à taux bonifié, dépendant non linéairement des taux de marché, de facteurs comportementaux, et réglementaires.

La modélisation de l'évolution des dépôts à vue en est un autre exemple, qui fait l'objet de cette étude.

Équivalent delta

L'objectif de l'ALM, de la réduction de la sensibilité du résultat de la banque aux variations des taux, a conduit à développer des méthodes inspirées des techniques de finance de marché et de gestion de portefeuille. La notion de « delta hedging » de portefeuille, couramment utilisée en salles de marché, a donné naissance à la méthode de l'« équivalent delta » en gestion actif-passif, permettant de linéariser l'effet d'options incorporées aux produits clientèle ou financiers du bilan de la banque commerciale, et donc d'envisager une couverture de taux globale (une « macro-couverture ») au moyen d'instruments simples et non optionnels tels que les swaps de taux.

1.3.2.2. Indicateurs de gestion du risque de liquidité

L'appréhension du risque de liquidité nécessite une gamme d'indicateurs adaptés aux horizons court, moyen et long termes.

- A court terme, il s'agit de mesurer le besoin immédiat de trésorerie, et évaluer la capacité de la banque à résister à une situation de crise.
- A plus long terme, l'objectif est de faire ressortir les excédents ou déficits structurels de liquidité, découlant de la structure naturelle du bilan de la banque, et du niveau de la transformation en liquidité opérée dans le cadre du financement de l'activité de crédit à la clientèle.

Plusieurs instruments de mesure répondent à ces objectifs. Certains sont couramment utilisés pour les besoins de gestion interne, telle l'impasse de liquidité statique, d'autres revêtent un caractère réglementaire, tel le coefficient de liquidité à un mois, ou les futurs ratios de liquidité Bâle 3.

Impasses statique et dynamique de liquidité

Nous avons introduit précédemment le concept d'impasse, central en gestion actif-passif, qui consiste à projeter dans le temps les décalages entre actifs et passifs, écoulés selon leurs caractéristiques contractuelles ou bien conventionnellement. L'ensemble des postes du bilan est pris en compte, ainsi que certains produits de hors-bilan occasionnant des besoins de liquidité prévisibles (tels que les lignes de crédits accordées à des contreparties clientes ou financières) dont l'occurrence et les volumes font l'objet de modélisations statistiques.

Par construction nul à la date courante (le bilan étant comptablement équilibré), le gap de liquidité apparaît dès lors que les emplois et les ressources ne sont pas parfaitement adossés en liquidité, c'est-à-dire dans le cas général lorsque qu'un actif d'une certaine maturité est refinancé par un passif plus court (cf. la transformation décrite précédemment). L'impasse de liquidité est l'instrument qui va permettre au gestionnaire actif-passif et au trésorier de calculer les besoins ou excédents probables de trésorerie aux différentes dates futures, et de piloter la stratégie de refinancement ou de placement sur les marchés en fonction des objectifs et limites de gestion internes, et des anticipations faites sur l'environnement de marché sur lequel intervient la banque.

S'il est construit uniquement à partir des opérations en stock à la date de calcul, on parle de gap « statique », qui mesure dans une vision extinctive du bilan les besoins ou excédents de liquidité liés aux opérations négociées par le passé. Si l'on incorpore au calcul les prévisions d'encours futurs commerciaux et/ou financiers, on parle alors de gap « dynamique » de liquidité. Le gap dynamique est basé sur des prévisions de productions nouvelles qui dépendent directement des hypothèses d'activité liées à la stratégie commerciale de la banque, donc incertaines. L'analyse dynamique permet néanmoins d'estimer un besoin futur de financement de l'activité commerciale à court et moyen terme, et de bâtir un plan de refinancement de marché en conséquence.

La vision dynamique est également le point de départ de l'analyse des scénarios de stress de liquidité décrits dans la section suivante.

Stress de liquidité

Les calculs d'impasses effectués en scénario « normal », sont complétés par des analyses en situations dites « de stress », ayant pour objectif de mesurer la capacité de la banque à résister à une crise financière, spécifique ou généralisée, détériorant les conditions de liquidité.

Le Comité de Bâle préconise l'évaluation de plusieurs types de scénarios de stress :

*« A bank should conduct stress tests on a regular basis for a variety of short-term and protracted institution-specific and market-wide stress scenarios (individually and in combination) to identify sources of potential liquidity strain and to ensure that current exposures remain in accordance with a bank's established liquidity risk tolerance. A bank should use stress test outcomes to adjust its liquidity risk management strategies, policies, and positions and to develop effective contingency plans. »*⁸

Ainsi on distingue :

- Un stress spécifique à la signature de la banque, provoqué par une perte de confiance dans sa solidité financière qui réduit l'accès au marché des capitaux. La crise se traduit également par une baisse des dépôts clientèle (en stock et en flux). Pour contrebalancer ces effets défavorables, l'établissement doit considérer des réductions à court terme d'actifs, clientèle et financiers.

⁸ Comité de Bâle, « Principles for Sound Liquidity Risk Management and Supervision » (2008), Principe 10

- Un stress affectant l'ensemble du système financier, se traduisant par une fermeture générale des marchés de capitaux, et une forte limitation des capacités de cession d'actifs. Tous les établissements étant dans la même situation, la baisse de la production de ressources clientèle peut être considérée comme plus faible (moyennant un surcoût), et celle de la production nouvelle de crédits peut en revanche être plus importante qu'en crise de signature sans effet d'image négatif puisque la crise est généralisée.
- La combinaison des deux scénarios ci-dessus, mixant les effets d'une crise de liquidité affectant l'ensemble du système financier à une crise de défiance plus marquée sur la signature de la banque.

La banque doit constituer, pour se prémunir contre une situation de stress, une réserve de liquidité disponible composée d'actifs hautement liquides, dont la cession aisée même en crise, permet d'équilibrer les besoins de liquidité accrus :

« A bank should maintain a cushion of unencumbered, high quality liquid assets to be held as insurance against a range of liquidity stress scenarios, including those that involve the loss or impairment of unsecured and typically available secured funding sources. »⁹

Gestion réglementaire de la liquidité à court-terme : coefficient de liquidité à un mois et Liquidity Coverage Ratio

Les banques françaises sont assujetties depuis le 30 juin 2010 au calcul du Coefficient de liquidité, défini par l'arrêté ministériel du 5 mai 2009 « relatif à l'identification, la mesure, la gestion et le contrôle du risque de liquidité ». Il s'agit d'un ratio rapportant à l'horizon d'un mois, en situation de stress, les liquidités obtenues d'encaissements contractuels et d'actifs liquides, aux exigibilités résultant des décaissements à prévoir.

Suite à la crise financière, le Comité de Bâle a proposé un nouveau cadre normatif de la gestion de la liquidité, visant à renforcer la robustesse des banques en situation de stress financier et économique, et à favoriser l'harmonisation des règles internationales de supervision du risque de liquidité.

Le LCR ou « ratio de couverture de liquidité » est un ratio de court terme qui oblige les établissements bancaires à détenir un stock d'actifs sans risque, facilement négociables qui compenserait les flux nets décaissés dans une situation de crise (stress) sur une période d'un mois. Ce ratio peut être défini comme un stress test au calibrage normalisé sur la liquidité à horizon de 30 jours.

$$LCR = \frac{\text{Réserve d'actifs liquides}}{\text{Flux décaissés nets (30 jours)}} > 100\%$$

Le LCR oblige les banques à constituer un matelas minimum « d'actifs liquides de bonne qualité » et à restructurer les échanges de leurs flux de trésorerie ou à fixer des échéances tacites contractuellement, visant à se doter d'un profil de liquidité suffisant pour faire face à une crise systémique et spécifique. Le minimum réglementaire sur le LCR à 100% entre en vigueur en 2015.

Gestion réglementaire de la liquidité à moyen-terme : Net Stable Funding Ratio

Le NSFR ou « ratio de financement net stable » est un ratio à moyen / long terme qui vise à évaluer la structure de financement des banques en comparant les niveaux de financement stables requis et

⁹ Comité de Bâle, « Principles for Sound Liquidity Risk Management and Supervision » (2008), Principe 12.

disponibles dans une situation de crise (stress) sur une période d'un an. Il caractérise le profil de risque de liquidité des banques à partir de leur structure bilantielle sous hypothèses de stress à horizon d'un an avec le but d'inciter les banques à accroître la part des actifs financés par des ressources stables.

$$NSFR = \frac{\text{Financement stable disponible (ASF)}}{\text{Financement stable requis (RSF)}} > 100\%$$

Le minimum réglementaire du NSFR à 100% entre en vigueur en 2018.

1.3.2.3. Indicateurs de gestion du risque de taux

La gestion du risque de taux d'intérêt couvre non seulement les effets des scénarios les plus probables, mais aussi ceux des scénarios les plus néfastes, par exemple :

- les risques de hausse des taux courts et d'inflation forte, en cas d'inversion de la courbe des taux ou de hausse généralisée des taux,
- le risque structurel à la baisse des taux, lié au remplacement des dépôts à taux fixe,
- le risque d'aplatissement par la baisse des taux longs, qui pénalise la rentabilité des crédits à taux fixe produits.

Elle dispose, pour calibrer son intervention, d'instruments qui sont décrits ci-après.

Impasses par type de taux

Les postes du bilan de la banque peuvent être distingués en fonction du type de taux sur lequel ils sont indexés:

- Les taux fixes
- Les taux révisables ou variables. Par exemple :
 - o Taux monétaires tels que l'EONIA¹⁰, l'Euribor¹¹
 - o Taux de swap long terme tels que le taux de CMS¹²
- Le taux de l'inflation
- Les taux réglementés : par exemple le taux du livret A (établi selon une formule basée sur l'Euribor 3 mois, l'EONIA et le taux de l'inflation ; mais qui reste à la main du législateur)

On construit alors, à l'instar du gap de liquidité présenté précédemment, en y ajoutant les dérivés inscrits en hors-bilan, un gap de taux par projection dans le temps du décalage entre passifs et actifs faisant référence à une même nature de taux :

- Le gap de taux fixe comprend les opérations à taux fixe ainsi que les opérations à taux révisable dont le taux est connu et fixé jusqu'à la date de prochaine révision
- Le gap d'index regroupe les opérations basées sur un même index de taux (par exemple l'Euribor 3 mois)

¹⁰ Euro OverNight Index Average : taux moyen pondéré constaté pour des prêts en blanc au jour le jour sur le marché interbancaire entre un panel de banques

¹¹ EURo InterBank Offered Rate : moyenne des cotations sur 13 maturités, d'une semaine à un an, des taux offerts par le même panel de banques sur les dépôts en euros

¹² Constant Maturity Swap

Les instruments optionnels peuvent également être pris en compte en gap de taux, selon une méthode normative, ou bien de manière plus fine en utilisant la représentation par équivalent delta présentée précédemment.

Le gap de taux est analysé principalement en vision statique, soit construit à partir de l'ensemble des opérations au bilan à la date de calcul. En effet l'on peut considérer en première approche que les encours futurs, qui seront produits à un taux dépendant des taux de marché, et donc le financement ou le remplacement sera fait également à taux de marché, n'introduisent pas de risque de taux supplémentaire. En réalité on fait le constat que la production future certes dépend des taux de marché, mais avec des effets de dé-corrélation (par exemple sur les dépôts à vue à taux fixe) ou d'inertie (par exemple sur les crédits à taux fixe dont les conditions s'ajustent avec retard aux taux de marché) qui engendrent une sensibilité aux mouvements des taux du revenu de la banque. Le gap de taux dynamique, intégrant des prévisions de productions futures, complète donc utilement l'analyse statique.

Sensibilité de la marge nette d'intérêts

L'indicateur de sensibilité de la marge nette d'intérêt (MNI) permet de quantifier l'impact du risque de taux porté par le bilan de la banque, sur son résultat. Il intègre les hypothèses de développement commercial sur l'horizon de planification. Son objectif est de mesurer l'influence d'une petite variation des taux d'intérêt, ne remettant pas en cause les volumes, sur la marge d'intérêts future en découlant.

Le calcul de la MNI suppose de pouvoir simuler l'évolution future des différents types de taux sur lesquels sont indexés les produits du bilan. Ces prévisions se font généralement selon plusieurs scénarios de taux pouvant être assortis de différentes probabilités d'occurrence.

Le taux de la production future d'éléments à TF, tels que les crédits, est simulé selon un modèle quantitatif calibré préalablement qui détermine leur évolution en fonction de celle de taux de marché court et/ou long terme selon la maturité du produit considéré.

Les effets de l'activation ou désactivation des options sont également pris en compte.

Il est utile de compléter l'analyse en calculant par exemple :

- L'élasticité des marges à la production, notamment de celles des crédits, liée à l'effet concurrentiel, qui influe sur le niveau de sensibilité de la marge d'intérêt,
- Une sensibilité de la marge sur différents scénarios de prévisions commerciales traduisant un ajustement des volumes en fonction de facteurs exogènes (mouvements des taux de marché, crise économique, effet concurrentiel, etc.).

La sensibilité de la marge d'intérêt est calculée sur des scénarios de taux de plusieurs natures, par rapport à celle déterminée sur un scénario de référence. Les facteurs de sensibilité recherchés sont :

- à une translation de la courbe des taux : par exemple hausse ou baisse généralisée des taux de 1%,
- à une rotation de la courbe des taux : par exemple pentification ou aplatissement de la courbe par respectivement une baisse des taux courts associée simultanément à une hausse des taux longs, ou bien une hausse des taux courts associée simultanément à une baisse des taux longs.

Sensibilité de la valeur actuelle nette du bilan

La réglementation donne, outre des principes, peu de directives opérationnelles en matière de gestion du risque de taux, la calibration des outils, la définition des objectifs et limites de gestion étant en général

laissées à l'appréciation des établissements, dont les pratiques font néanmoins l'objet d'audits par les autorités de supervision.

L'un des seuls indicateurs réglementaires de gestion du taux, préconisé par le Comité de Bâle dans « Principles for the Management and Supervision of Interest Rate Risk » [8], est celui de la sensibilité à un choc de taux de la valeur actuelle nette du bilan de la banque, qui ne doit pas excéder 20% de ses fonds propres :

« Banks must provide the results of their internal measurement systems, expressed in terms of the threat to economic value, using a standardised interest rate shock. »¹³

« This standardised rate shock should in principle be determined by banks, based on (...) an upward and downward 200 basis point parallel rate shock. »¹⁴

« Banks must hold capital to support the level of interest rate risk they undertake. Supervisors should be particularly attentive to the capital sufficiency of "outlier banks" – those whose interest rate risk in the banking book leads to an economic value decline of more than 20% of the sum of Tier 1 and Tier 2 capital following the standardised interest rate shock or its equivalent. »¹⁵

Cette approche en valeur économique est complémentaire de celle en revenu présentée ci-dessus.

1.3.2.4. Taux de cession internes

L'évaluation de la performance de la banque repose sur la capacité à mesurer la contribution de ses différents métiers (métiers commerciaux, gestion actif-passif, activités de compte propre, etc.) et différents marchés de la banque commerciale.

Une présentation purement comptable des résultats ne permet pas d'identifier directement la contribution analytique de chaque métier et de chaque marché. Il est donc nécessaire de procéder à des ventilations internes pour distinguer la création de valeur née de la négociation avec les clients de celle venant des opérations de gestion financière, dans le cas où l'ensemble de ces activités est exercée par la banque.

Pour distinguer les résultats des métiers et marchés, le système de mesure passe par un dispositif de cessions internes de fonds entre ceux-ci et la gestion actif-passif, qui permet, outre l'établissement de la tarification des produits, de dé-corréler le coût des ressources (ou le gain sur les excédents) de l'activité commerciale, qui reste maîtresse des concepts relatifs à sa fonction. La répartition des marges entre activités financières et métiers commerciaux rend la stratégie commerciale plus efficiente, d'une part en isolant la performance des opérations réalisées par les réseaux de l'évolution des marchés, d'autre part en centralisant la responsabilité de la gestion globale du risque de liquidité et de taux au niveau de la gestion actif-passif.

Ces cessions internes se traduisent par exemple par la « vente » par les unités commerciales à la gestion actif-passif des ressources clientèles et par « l'achat » des refinancements des crédits. Ce dispositif est complété par une cession interne des fonds propres et par le refinancement par la gestion actif-passif de l'activité de compte propre.

Un moyen de garantir l'objectivité du système de mesure des performances, est de répliquer pour les cessions les caractéristiques des contrats clientèle en montant et en durée, les taux étant déterminés à partir des conditions auxquelles la banque se finance sur les marchés financiers pour des opérations de même durée. Mais des pratiques variées existent.

¹³ Comité de Bâle, « Principles for the Management and Supervision of Interest Rate Risk » (2004), Principle 14

¹⁴ Comité de Bâle, « Principles for the Management and Supervision of Interest Rate Risk » (2004), §81

¹⁵ Comité de Bâle, « Principles for the Management and Supervision of Interest Rate Risk » (2004), §84

Également, les opérations avec la clientèle étant assorties d'options comportementales, les cessions peuvent faire appel à des représentations conventionnelles et/ou modélisées qui peuvent s'écarter des conditions contractuelles et se traduisant donc par des taux de cession internes adaptés.

On comprend qu'en particulier, la tarification des passifs sans échéance contractuelle fera appel à un modèle d'écoulement qui devra refléter la valeur de la ressource collectée pour la banque.

1.4. Conclusion

Les missions et les outils de la gestion actif-passif se sont adaptés à un environnement économique et réglementaire dynamique. Au-delà de la réponse aux exigences réglementaires, les instruments développés doivent permettre l'optimisation du couple rendement/risque, en conciliant les contraintes de la gestion des risques de liquidité et de taux inhérents à l'activité commerciale. Compte tenu de l'enjeu des ressources à vue pour une banque commerciale traditionnelle française, que nous allons mettre en évidence dans le chapitre suivant, un modèle d'écoulement des dépôts non échéancés doit particulièrement intégrer ces objectifs.

Chapitre 2 **Méthodes et pratiques existantes de modélisation des ressources à vue en Gestion Actif-Passif bancaire**

La question de la modélisation des ressources à vue est posée depuis plusieurs années dans les banques qui les utilisent largement pour équilibrer un modèle d'intermédiation dans lequel « les dépôts financent les crédits ». Nous verrons dans cette partie, quelles sont les approches retenues et leurs intérêts, et dans quelle mesure les évolutions récentes du cadre réglementaire de gestion de la liquidité incitent à utiliser sous un angle nouveau les caractéristiques « comportementales » des clients pour modéliser l'évolution de leurs dépôts.

2.1. **Contexte**

2.1.1. **L'enjeu des ressources à vue en gestion actif-passif bancaire**

La modélisation des dépôts à vue est pour la fonction de gestion actif-passif d'une banque, l'un de ses principaux défis dans l'évaluation des risques de bilan globaux, de taux d'intérêt et de liquidité.

Au vu du poids que représentent les ressources à vue pour les banques françaises, on comprend l'effet qu'aura la manière dont elles sont modélisées sur la mesure des risques effectuée. Or la nature même de ces produits fait qu'il n'existe pas de solution certaine de gestion des risques qu'ils génèrent. Les instruments dont il est question (comptes chèques, comptes de dépôt rémunérés ou non, livrets) n'ont pas de date contractuelle d'échéance, et offrent au déposant l'option de retirer tout ou partie de ses avoirs, ou de les accroître, sans préavis ni pénalité réelle.

Alors que sur d'autres produits emportant des options explicites ou implicites à la main du client, la banque a des moyens de les compenser, par exemple en agissant sur le taux de rémunération, sur l'exercice d'une pénalité...etc., sur les dépôts à vue non rémunérés, ou les livrets à taux réglementés, elle n'en a aucun.

L'exercice de cette option peut être lié à un comportement arbitragiste du déposant qui réagit aux conditions économiques ou aux anticipations qu'il peut avoir (par exemple la hausse ou la baisse des taux d'intérêt ayant un effet sur le rendement de son épargne indexée sur des taux de marché) mais bien souvent il s'agit de décisions relevant de sa situation personnelle (niveau de vie, secteur d'activité, événements familiaux ou professionnels...etc.).

Plusieurs recherches académiques ont été menées sur le sujet, mettant l'accent sur des facteurs explicatifs et des instruments de mesure variés, avec des objectifs eux aussi parfois différents. Mais à l'inverse de produits cotés ou négociés sur un marché, il n'existe pas ici de confrontation du modèle à une « réalité de marché ».

Des pratiques diverses existent également dans le monde bancaire international, en général adaptées aux contraintes comptables et de gestion locales. Ainsi, alors que les banques anglo-saxonnes chercheront à approfondir particulièrement la question de la valorisation des encours de ressources à vue qu'elles portent à leur bilan, en cohérence avec les référentiels comptables imposant le modèle de la « *fair-value* », les établissements européens et notamment français s'intéresseront davantage à l'échéancement dans le temps des encours portés, privilégiant des approches visant à optimiser le profil de leur remplacement en taux et en liquidité.

Que ces pratiques soient basées sur des conventions de gestion propres à chaque banque, ou sur des approches statistiques, elles ont chacune leurs avantages et leurs inconvénients, qu'il convient d'avoir à l'esprit dans l'appréhension des risques mesurés. Une vision trop courte de l'échéancement dans le temps des ressources à vue surestimerait l'exposition à la hausse des taux d'intérêt, alors qu'au contraire une

vision trop longue indiquera une exposition à la baisse des taux, assortie d'un risque de liquidité sous-évalué.

L'enjeu de la modélisation des ressources à vue est aussi concurrentiel. Du niveau de stabilité temporelle de ces ressources estimé par la banque, dépendra la durée des refinancements à coût de marché qu'elle aura à réaliser pour financer son activité de crédit, avec un impact direct sur l'évolution de sa marge d'intérêt. C'est pourquoi les états de communication financière restent en général sibyllins sur la question, et qu'il est rare de connaître publiquement les critères précis retenus par une banque pour modéliser ses ressources et les résultats obtenus.

2.1.2. La modélisation des ressources à vue

La modélisation des ressources à vue en gestion actif-passif est plus complexe que ne l'est celle d'un produit de marché qui repose sur le principe de faire un lien (de « répliquer » le produit) avec d'autres produits de marchés cotés simples. Le caractère non cessible des dépôts sur un marché, requiert pour modéliser leur comportement optionnel de faire appel à d'autres concepts que l'application d'une formule ou d'un modèle classique type Black & Scholes utilisant des paramètres de marché observables.

La question du calcul de la valeur des dépôts, souvent celle abordée dans la littérature, doit répondre à celle de l'horizon d'actualisation des flux futurs. Bien que le client puisse retirer ses avoirs à tout moment, on observe en réalité une certaine stabilité des fonds dans le temps. Dès lors, la détermination de l'horizon temporel sur lequel on peut raisonnablement considérer comme stable le dépôt, est cruciale.

Le modèle, si sophistiqué soit-il, ne peut en outre s'appréhender de manière isolée mais s'inscrit dans un ensemble global de règles de gestion définies dans le cadre ALM de la banque. Sa finalité n'est autre que de permettre la traduction du comportement d'un produit bancaire en acte de gestion financière. Modéliser par exemple conventionnellement l'écoulement d'un dépôt à vue linéairement sur une maturité de plusieurs années, ne correspond pas à la réalité des caractéristiques fondamentales du dépôt, mais permet de représenter le portefeuille financier hypothétique (ou « portefeuille de réplication », notion qui sera développée) dans lequel seraient replacées les ressources, et en conséquence d'être un outil d'aide à la décision de couverture et des évaluations financières.

Un écoulement conventionnel à long terme des dépôts autorisera ainsi le remplacement de la ressource dans des crédits à long terme, augmentant la transformation et donc le rendement (cf. Campos et Dupré [15]). A contrario un écoulement à court terme reflètera une gestion prudente mais n'optimisant pas le résultat de transformation. La banque devant gérer le risque et non le minimiser à tout prix par un adossement en durée parfait, l'horizon d'écoulement retenu traduit par conséquent le compromis du couple rendement / risque de la transformation.

La question de l'horizon d'écoulement et de la stabilité des dépôts à vue va également s'avérer essentielle dans la détermination du prix de transfert interne de la ressource entre métiers de l'établissement. Sheehan [29] évoque la nécessité d'un dispositif de transfert interne valorisant la stabilité dans le temps du dépôt.

Nous avons évoqué précédemment la nécessité dans le cadre d'une gestion actif-passif de simuler des scénarios dits de stress de liquidité. Il est important de préciser, avec Bardenhewer [3], qu'un même modèle ne pourra être utilisé à la fois pour prévoir des flux de liquidité en situation normale, et pour mesurer les effets de tels scénarios de stress. En effet la gestion d'une situation de crise, plutôt que de reposer sur des modèles quantitatifs sophistiqués, devra s'appuyer davantage sur la mise en application dans un délai court des processus de plans d'urgence documentés au préalable au sein de la banque. Ainsi, bien qu'intégrant les orientations fournies par la réglementation en matière de gestion de stress de liquidité, le modèle recherché entrera dans le cadre de la gestion des dépôts en situation normale de marché.

Mentionnons enfin l'indispensable évolution qu'ont dû suivre les méthodes de modélisation des ressources bancaires non échéancées. Auparavant essentiellement concentrées sur la gestion du risque de taux lié au remplacement des encours à vue, les pratiques ont dû s'adapter à l'expérience de la crise récente qui a amené l'exigence d'une gestion de la liquidité beaucoup plus fine. Également, la pression concurrentielle accrue et le développement de nouveaux produits d'épargne attractifs a rendu plus volatil le niveau des dépôts non rémunérés, objets d'un arbitrage de plus en plus actif des déposants entre rentabilité du placement, et préférence pour la liquidité les incitant à conserver une part de leurs avoirs sous une forme immédiatement disponible.

2.2. Les modèles de dépôts à vue existants : étude bibliographique

2.2.1. Les modèles fournis par la littérature

Le développement des premiers modèles d'évaluation des dépôts à vue est intervenu dans les années 1990 lorsque des recherches académiques et de praticiens ont commencé à analyser l'évolution d'encours de dépôts dans différents scénarios économiques et de taux. Des méthodes quantitatives sophistiquées inspirées de techniques d'évaluation d'actifs de marché de type Monte-Carlo, ont été appliquées à la modélisation des dépôts à vue, conduisant à des équations complexes liant évolution des taux et des volumes de dépôts, que nous présenterons dans cette section, par ordre chronologique.

Ces méthodes sont tournées essentiellement vers la question de la valorisation des dépôts. En l'absence d'une valeur de marché observable, l'estimation de la valeur d'un actif financier par l'actualisation des flux futurs est largement répandue. Pour un actif de maturité déterminée ne comportant pas d'option de remboursement anticipé, le calcul d'actualisation est aisé. Pour un dépôt à vue en revanche, cette approche simple se confronte à plusieurs obstacles : l'option que détient le déposant de retirer immédiatement des avoirs ou d'effectuer des versements d'une part, et, selon le produit considéré, l'option que détient la banque d'ajuster le taux de rémunération du contrat d'autre part. La plupart des modèles considèrent donc la dynamique de l'encours de dépôt ou plus exactement de sa variation, en partant du principe de « conservation de la matière », soit que la variation d'encours sur une période donnée est égale à la somme des flux créditeurs et débiteurs sur cette période. La dynamique en *delta* de la forme d'un processus autorégressif¹⁶ d'ordre 1, traduit l'observation empirique de l'inertie des dépôts : l'encours à une date donnée est largement dépendant du niveau d'encours à la date précédente.

L'équation modélisée prend alors la forme suivante, où nous notons $E(t)$ l'encours à la date t , $FC(t)$ les flux créditeurs et $\lambda(t)$ le taux de retrait net par période :

$$dE(t) = (FC(t) - \lambda(t) \cdot E(t)) \cdot dt$$

Le modèle peut aussi s'écrire de la manière suivante :

$$dE(t) = \lambda(t) \cdot (E^*(t) - E(t)) \cdot dt$$

où l'on considère un encours cible $E^*(t)$ à long terme vers lequel converge l'encours à une vitesse $\lambda(t)$ comprise entre 0 et 1.

Certains modèles introduisent une composante optionnelle reflétant le comportement arbitragiste du client, en fonction de sources d'incertitude souvent réduites à celle sur l'évolution des taux d'intérêt de marché, soit directement, soit indirectement via le taux de rémunération servi. Le taux de marché est

¹⁶ La modélisation d'une série temporelle sous une forme autorégressive d'ordre p consiste à retenir comme variables explicatives de la série à la date t , ses p valeurs aux dates $t-1, t-2, \dots, t-p$.

alors lui-même modélisé par un processus qui peut être déterministe ou stochastique pour les approches les plus évoluées.

Citons à titre d'exemple plusieurs approches proposées de modélisation de l'encours.

Selvaggio (1996)

L'un des premiers modèles ayant fait l'objet de publication est celui de Selvaggio en 1996 [28].

L'encours cible E^* est supposé être relié aux niveaux des taux d'intérêt r_t et de variables macro-économiques (telles que la croissance, l'inflation, etc.) représentées par un vecteur Y_t :

$$\log(E_t^*) = \alpha + \beta_1 \cdot \log(r_t) + \beta_2 \cdot \log(Y_t)$$

L'encours de dépôts réel E (transformé en log) converge vers l'encours cible avec une vitesse constante λ :

$$\log(E_t) - \log(E_{t-1}) = \lambda \cdot (\log(E_t^*) - \log(E_{t-1}))$$

Dupré (1996), et Jarrow et Van Deventer (1998)

Dupré [14] construit un modèle simple dans lequel l'encours de dépôts à vue (transformé en log) évolue en fonction du niveau des taux d'intérêt :

$$d \log(E_t) = (\alpha - \beta \cdot r_t) \cdot dt$$

où le terme de tendance α représente le comportement non financier des déposants, et β relie la croissance de l'encours à l'évolution des taux de marché r .

L'équation proposée par Jarrow et Van Deventer [21] ajoute une dépendance au temps et à la variation des taux d'intérêt :

$$d \log(E_t) = (\alpha_1 + \alpha_2 \cdot t + \alpha_3 \cdot r_t) \cdot dt + \alpha_4 \cdot dr_t$$

L'intégration de E prend une forme simple, exploitable directement pour le calcul d'une valeur de l'encours de dépôts par actualisation des flux futurs :

$$E_t = E_0 \cdot e^{(\alpha t - \beta \int_0^t r(s) ds)}$$

L'expression permet alors un calcul après le choix d'un modèle de taux d'intérêt adapté, déterministe ou stochastique.

Office of Thrift Supervision (2001)

L'Office of Thrift Supervision¹⁷ (OTS) propose en 2001 [25] un modèle (le « Net portfolio value model ») visant au calcul de la valeur économique des différents produits du bilan des banques et établissements qu'il supervise. Le modèle suggéré pour les dépôts à vue rémunérés est le suivant :

¹⁷ L'Office of Thrift Supervision est le premier régulateur fédéral US des « savings associations » qui incluent les « federal savings banks » ainsi que les « savings and loans ».

$$E_t = E_{t-1} \cdot \left(a + b \cdot \arctan\left(d + c \cdot \frac{i_t}{r_t}\right) + e \cdot i_t \right)^{1/2}$$

où E_t est l'encours de dépôts restant à la date t , montant net des retraits et versements des clients ainsi que de la capitalisation des intérêts, i_t le taux de rémunération des dépôts et r_t le taux de marché à la date t . Le modèle, adapté aux dépôts rémunérés, nécessite de simuler le taux de rémunération en plus du taux de marché.

L'intégration du modèle va permettre ici encore un calcul direct de la valeur du stock de dépôts au bilan de la banque à la date considérée, sans aucune hypothèse de production nouvelle, soit en vision statique tel que décrit précédemment.

On remarque que pour des dépôts non rémunérés ($i_t=0$) la formule aboutit à un modèle simpliste :

$$E_t = E_{t-1} \cdot \alpha$$

où le taux de croissance α de l'encours de dépôts est constant.

Frachot (2001)

Frachot propose un modèle comportemental d'évolution de l'encours global de dépôts à vue au bilan de la banque, à partir d'une analyse de chaque contrat, inspiré de celui de Selvaggio qu'il fait évoluer en considérant que l'encours de dépôts s'ajuste asymétriquement en fonction du niveau des taux. L'encours EC_t de chaque compte à la date t est supposé converger vers une cible EC^* à la vitesse λ :

$$EC_t - EC_{t-1} = \lambda \cdot (EC^* - EC_{t-1}) + \beta \cdot 1_{\{R_t < s\}}$$

Le dernier terme de l'équation représente un effet volume qui tend à accroître le montant cible de dépôt lorsque le taux de marché R_t est inférieur à un seuil s .

L'agrégation sur l'ensemble des comptes ouverts se fait en supposant que la distribution des seuils s de chaque client déposant suit une loi normale. Cela conduit à :

$$E_t - E_{t-1} = \lambda \cdot (E^* - E_{t-1}) + \beta \cdot \left(1 - \Phi\left(\frac{R_t - R^*}{\nu}\right) \right)$$

où Φ est la fonction de répartition de la loi normale centrée réduite.

Ici seule l'évolution de l'encours est modélisée en fonction des taux, mais pas l'attrition que Frachot considère comme indépendante des conditions de marché.

Adam, Laurent et Rebérioux (2004)

Adam, Laurent et Rebérioux [1] introduisent une modélisation de l'encours de dépôts à vue non rémunérés basée sur un mouvement brownien :

$$\frac{dE}{E} = \mu_E \cdot dt + \sigma_E \cdot dW_E$$

où W_E un mouvement brownien lié par un taux de corrélation ρ à l'évolution du taux de marché Libor¹⁸ L modélisée par un brownien W_L :

$$\frac{dL}{L} = \mu_L \cdot dt + \sigma_L \cdot dW_L$$
$$\frac{dW_E}{dW_L} = \rho \cdot dt$$

L'étude de Adam et al. aboutit à l'identification de stratégies optimales de gestion et de remplacement des encours de dépôts à vue en regard du risque de taux d'intérêt, selon plusieurs mesures de risques distinctes : variance, *value at risk*, ou *expected shortfall*.

Apports des modèles

Les modèles présentés ci-dessus livrent des outils essentiellement tournés vers les problématiques de valorisation du stock de dépôts au bilan de la banque (cohérentes avec le cadre anglo-saxon de la *fair-value*), et de mesure du risque de taux d'intérêt engendré par cet instrument non échéancé. Dans la tentative d'expliquer l'évolution future des encours de dépôts, la source d'incertitude est alors souvent réduite à celle sur les taux d'intérêt.

Martin en 2006 [22] a livré un important travail visant à comparer les qualités des modèles de dépôts à vue fournis par la littérature. Il démontre que les différents modèles étudiés, lorsqu'ils sont utilisés pour expliquer les accroissements des encours, parviennent à s'ajuster de manière satisfaisante aux données réelles. En revanche les paramètres ne semblent pas stables dans le temps, et les qualités prédictives des modèles ne sont pas toujours bonnes lorsqu'on cherche à estimer l'encours futur de dépôts.

On remarquera qu'une modélisation de l'encours impliquant une dépendance, directe ou indirecte, aux taux de marché, suppose de calibrer un modèle de taux. Les calculs de valorisation vont alors présenter une grande sensibilité au modèle retenu. En vision « en couru », lorsque l'objectif est de concevoir un profil d'écoulement de l'encours initial, on fait appel par exemple à des techniques telles que l'équivalent delta mentionné au §1.3.2, qui permettent de matérialiser un effet taux probabilisé dans l'écoulement. Toutefois les modèles se confrontent à la difficulté à prévoir l'évolution à long terme des taux. En pratique il peut s'avérer inadapté de gérer un risque de liquidité ou de taux à long terme à partir d'écoulements peu stables dans le temps car dépendants de simulations de taux de marché dont le calibrage est nécessairement fréquent.

Par ailleurs, les études vues ci-dessus s'intéressent à la prévision de l'encours, mais n'évoquent pas la question du nombre de comptes, facteur qui intervient, on le verra, significativement dans l'évolution de l'encours global.

2.2.2. L'approche du portefeuille de réplication

Nous avons mentionné précédemment que l'utilisation en gestion actif-passif d'un modèle d'écoulement ou de valorisation, doit permettre de traduire la quantification d'un risque en une décision de gestion

¹⁸ London InterBank Offered Rate : taux de référence du marché monétaire qui peut être libellé dans différentes devises. Pour une devise et une maturité donnée, le Libor est une moyenne de cotations des taux offerts par un échantillon de grandes banques établies à Londres.

financière, ou de couverture du risque, consistant par exemple à réduire la sensibilité de la valeur d'un actif ou d'un passif, ou bien à adosser les flux probables à percevoir ou à verser.

Les modèles cités dans la section précédente, s'ils permettent d'estimer l'évolution dans le temps, et de valoriser avec un risque de modèle non nul, l'encours de dépôts en fonction de facteurs de risque tels que le taux d'intérêt, ne répondent pas totalement au besoin de l'ALM. En effet le passage à une stratégie de couverture ou de gestion nécessite des développements complémentaires.

Le problème auquel fait face la gestion actif-passif s'agissant des dépôts à vue non rémunérés, n'est pas tant celui de la modélisation du passif qui est à taux fixe nul, que de la modélisation de l'actif dans lequel ils doivent être replacés dans l'optique d'une réduction de la sensibilité du résultat de la banque. Une solution réside alors dans la technique du portefeuille de réplication, inspirée des pratiques de finance de marché et de gestion de portefeuille.

Le portefeuille de réplication statique

D'une manière générale, la méthode consiste en une analyse sur une période historique des encours de dépôts à vue, à partir desquels la composition d'un portefeuille dit « de réplication » d'actifs ou de dérivés (tels que des obligations à taux fixe ou indexé, zéro-coupon, des swaps, etc.) est établie de telle sorte que les flux découlant du portefeuille fictif se rapprochent le plus possible de ceux constatés sur le stock de dépôts réels. La duration du stock de dépôts est alors calculée comme celle du portefeuille de réplication constitué selon les critères ci-dessus.

On calcule la marge d'intérêt issue du remplacement du volume de dépôts disponible dans le portefeuille constitué d'actifs de marché (donc de taux et de prix observables) de différentes maturités correspondant à la stratégie d'investissement recherchée (le portefeuille est dit « statique » lorsque l'allocation entre actifs est constante dans le temps). L'optimisation d'un critère spécifique, par exemple la stabilité de la marge sur la période historique considérée, peut être recherchée. La méthode du portefeuille de réplication relève donc d'un problème d'optimisation sous contraintes, dont le résultat recherché est le vecteur des poids d'allocation entre les actifs de chaque maturité.

Le processus nécessite de définir en premier lieu une stratégie d'investissement, consistant à déterminer les maturités sur lesquels les flux issus du portefeuille seront réinvestis chaque mois, avec les poids recherchés $X_1, X_2 \dots X_n$:

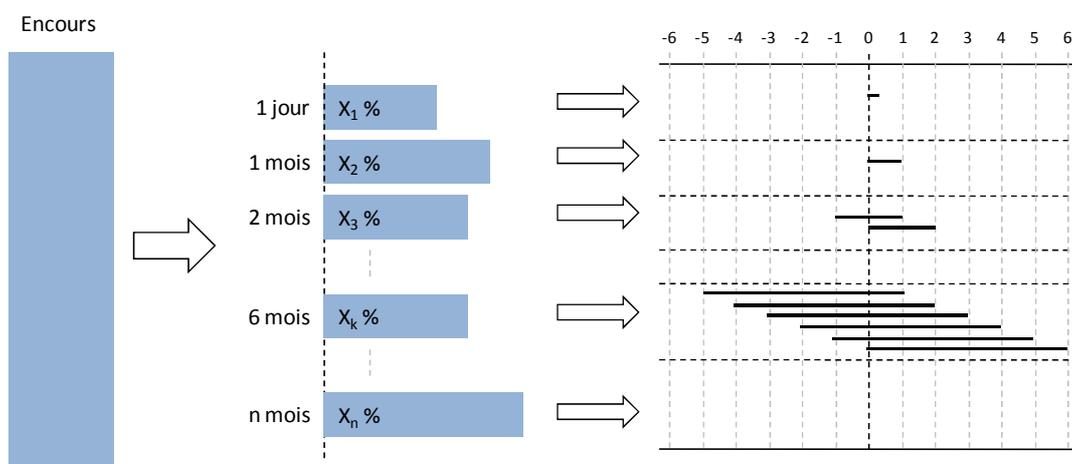


Figure 2-1 : Schéma de remplacement de l'encours par strates de maturités, Source : Liquidity risk measurement - modeling non-maturing products – Bardenhewer [3]

Chaque mois le flux total résultant de la somme de la projection d'encours modélisée et des tombées d'investissements sur les différentes maturités, est alors replacé sur un ensemble de contrats de plusieurs maturités selon l'allocation fixée du portefeuille.

On peut identifier une composante volatile, représentant une part de l'encours ou du flux couverte à court terme sur le marché monétaire, qui permet de limiter les positions vendeuses qui résulteraient de replacements pour une part excessive sur des maturités longues.

Le taux de rendement du portefeuille de réplication peut alors être calculé à partir des taux actuels et historiques de ses composants. Un portefeuille de réplication représente un remplacement théorique des ressources non échancées issues des dépôts, qui peut être utilisé également pour déterminer un prix de transfert interne (cf. le taux de cession interne défini dans le chapitre précédent) de ces ressources. Le portefeuille de réplication peut tout aussi bien n'être pas seulement théorique, mais peut représenter les placements ou couvertures réels effectués. Un changement de modélisation, se traduisant par un changement dans le portefeuille de réplication, peut dès lors avoir un impact direct sur le résultat courant et futur.

Remarques sur la méthode du portefeuille de réplication

La technique du portefeuille de réplication, couramment utilisée, comme nous le voyons au §2.2.3, parmi les banques européennes, souffre de plusieurs inconvénients :

- Elle ne tient pas compte de l'option du déposant de retirer massivement ses fonds. Si les clients procèdent à des retraits, par exemple en raison d'une hausse des taux, alors que le processus d'optimisation du portefeuille a conduit à des positions long terme, la banque se trouve dans une situation de problème de liquidité, les tombées d'actifs ne couvrant plus les retraits de passifs. La gestion par la méthode du portefeuille de réplication ne dispense pas de disposer d'outils alternatifs tels que la vision du « stress de liquidité » décrite précédemment.
- Le résultat du calcul d'allocation dépend de la base de données historiques sur laquelle sont calibrés les poids du portefeuille : un historique de baisse des taux aura tendance à produire un remplacement sur des maturités plus longues, et inversement.

Ce dernier point met en avant la nécessité de recalibrer périodiquement le portefeuille pour tenir compte de l'évolution de l'environnement de marché. Nous avons évoqué les conséquences que pouvaient avoir un changement de modélisation des dépôts à vue sur le résultat de la banque. Il convient donc, en cas de recalibrage du portefeuille, de tenir compte des conditions de marché dans lesquelles la redistribution des allocations au sein du portefeuille peut donner lieu à des ventes d'actifs ou des interruptions de couvertures, avec ici encore un impact direct sur le résultat de l'établissement.

Mentionnons en outre que des recherches récentes ont été menées pour donner à la technique du portefeuille de réplication une dimension dynamique. Alors que dans l'approche du portefeuille de réplication statique, les placements arrivant à échéance sont systématiquement reconduits sur la même maturité, et les poids des actifs dans le portefeuille étant constants, les modèles dynamiques permettent une plus grande faculté d'adaptation face aux évolutions du comportement des clients ou de l'environnement de marché. Le lecteur intéressé pourra se référer aux travaux de Frauendorfer et Schürle [18] qui ont proposé une évolution de la méthode du portefeuille de réplication introduisant le caractère aléatoire de l'évolution future des taux de marché, du taux et de l'encours de dépôts. Leur approche permet d'adapter dynamiquement le processus de remplacement en ajustant au moment de chaque investissement, l'allocation idéale en fonction de scénarios stochastiques d'évolution des paramètres.

2.2.3. Les pratiques des banques

Le cabinet PriceWaterhouseCoopers¹⁹ a conduit en 2006 un sondage [27] sur les pratiques de 60 banques européennes en matière de gestion actif-passif. Il en est ressorti, s'agissant de la gestion des ressources non échéancées, les résultats suivants, que nous estimons utile de présenter ici pour illustrer la diversité des méthodes rencontrées.

Environ les deux tiers des banques interrogées utilisent une méthode statistique d'estimation de la maturité des dépôts à vue, le reste utilisant la technique du portefeuille de réplication. Cette observation se vérifie aussi bien au sein des grandes banques que des plus petites.

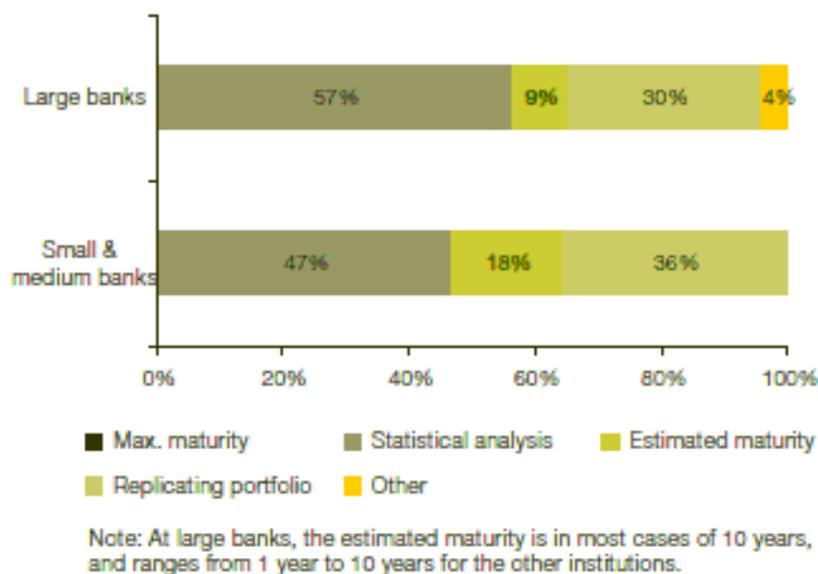


Figure 2-2 : Modèles de dépôts à vue, Source : PriceWaterhouseCoopers, 2006 [27]

Les différences de pratiques ont des explications vraisemblablement à la fois réglementaires et liées aux caractéristiques des produits modélisés. Alors qu'une analyse statistique de la décomposition entre parts stable et volatile des dépôts apparaît pertinente lorsqu'il s'agit de produits non rémunérés, une étude de la modélisation par le portefeuille de réplication de l'évolution du taux servi au client est plus adaptée dans le cas de dépôts rémunérés.

Cette pratique se rapproche alors de celle utilisée dans le cas de produits à taux réglementé, qui font plus largement appel à des modèles de réplication :

¹⁹ Cabinet d'audit, de conseil et d'expertise comptable

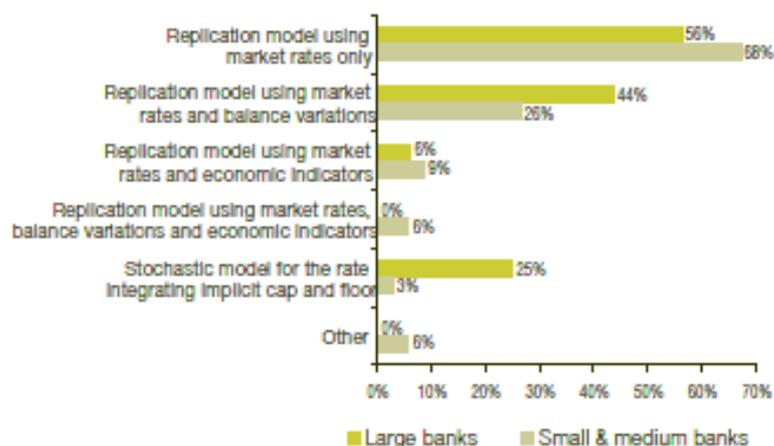


Figure 2-3 : Modèles de dépôts à taux réglementé, Source : PriceWaterhouseCoopers, 2006 [27]

2.3. L'intérêt d'une modélisation « comportementale »

2.3.1. Recherche des facteurs explicatifs

Dans son étude sur la modélisation des dépôts à vue, Dupré [14] évoque la difficulté à utiliser un modèle économétrique basé sur des grandeurs telles que le taux de chômage ou la croissance du PIB, même si l'on parvient à montrer que l'adéquation d'un tel modèle à la réalité observée peut être bonne. En effet cette approche suppose de disposer d'un modèle de prévision à long terme des variables explicatives elles-mêmes, dont on sait toute la difficulté.

Il convient alors selon Dupré de construire un modèle dont les paramètres sont interprétables et pour lesquels il est possible d'estimer une plage de variation.

Certains facteurs explicatifs de l'évolution à long terme des dépôts à vue sont à rechercher dans le caractère comportemental du client.

Une modélisation du comportement a priori rationnel du client arbitrant entre les différents supports d'épargne à sa disposition aboutirait à un modèle linéaire en fonction de l'évolution des taux. Mais l'analyse est plus complexe. En réalité le client n'est pas parfaitement rationnel. Par exemple, la préférence pour la liquidité a une valeur difficilement quantifiable mais bien réelle. En outre, l'information n'est pas parfaite sur le marché. Ajoutons que même si le développement de la banque en ligne l'accélère, la fonction arbitragiste du client n'est pas parfaite non plus. La sensibilité financière des déposants est très variable, et ils ne gèrent pas tous dynamiquement les montants qu'ils laissent sur leurs différents supports d'épargne, par exemple en raison de coûts annexes (transferts entre banques...etc.). Si certains clients réagissent instantanément à une évolution des conditions économiques, d'autres y sont partiellement voire totalement insensibles. Sur une base agrégée, on doit donc considérer un effet de seuil, et qu'une part de l'encours de dépôts à vue n'est jamais retirée, constituant une part « stable » modélisée distinctement, qui peut être réinvestie sur un horizon moyen voire long terme.

Citons à titre d'exemple l'étude menée par l'Observatoire de l'épargne réglementée²⁰, présentée dans son rapport annuel remis en juillet 2010 au Gouvernement et au Parlement, traitant de l'« évolution de l'épargne réglementée depuis la généralisation de la distribution du livret A » [11].

²⁰ L'Observatoire de l'épargne réglementée, créé par la loi de modernisation de l'Économie du 4 août 2008, est « chargé de suivre la mise en œuvre de la généralisation de la distribution du livret A, notamment son impact

L'analyse utilise des statistiques Banque de France sur le nombre de livrets A, LEP ou LDD ouverts, les encours correspondants, et les versements et les retraits effectués par période de temps, l'âge du détenteur du livret, l'ancienneté du livret, la profession et catégorie sociale du détenteur pour toute nouvelle ouverture.

L'étude fait ressortir des résultats intéressants en termes de concentration des encours de livrets A, et de fréquence et montant des opérations effectuées sur le compte en fonction de l'encours déposé. Elle met en évidence des traits caractéristiques du comportement des détenteurs de livret A, qui utilisent soit (pour la plupart) le produit comme substitut ou complément à un compte courant, soit (pour une minorité) comme un produit d'épargne de précaution, dont le solde est proche du plafond et sur lequel ils effectuent peu de mouvements. Les observations montrent également des disparités de détention des encours selon l'âge et la catégorie socioprofessionnelle des déposants.

2.3.2. Les évolutions de l'environnement réglementaire

Le Comité de Bâle suggère en 2000 que la gestion du risque de liquidité lié aux dépôts à vue doit reposer sur une analyse statistique historique du comportement des déposants selon les caractéristiques des produits :

« Analysing the liability side of the balance sheet for sources of funding requires a bank to understand the characteristics of their fund providers and funding instruments. To evaluate the cash flows arising from a bank's liabilities, a bank would first examine the behaviour of its liabilities under normal business conditions. This would include establishing :

- *the normal level of roll-overs of deposits and other liabilities;*
- *the effective maturity of deposits with non-contractual maturities, such as demand deposits and many types of savings accounts;*
- *the normal growth in new deposit accounts. »²¹*

« As in assessing roll-overs and new requests for loans, a bank could use several possible techniques to establish the effective maturities of its liabilities, such as using historical patterns of deposit behaviour. For sight deposits, whether of individuals or businesses, many banks conduct a statistical analysis that takes account of seasonal factors, interest rate sensitivities, and other macroeconomic factors. »²²

En 2008, apparaît dans les préconisations du Comité de Bâle la nécessité de caractériser l'inertie, ou la stabilité, des dépôts en fonction de facteurs influençant le comportement des clients :

« In estimating the cash flows arising from its liabilities, a bank should assess the "stickiness" of its funding sources – that is, their tendency not to run off quickly under stress. (...) A bank should also consider factors that influence the "stickiness" of retail deposits, such as size, interest-rate sensitivity, geographical location of depositors and the deposit channel. »²³

Plus récemment, le cadre réglementaire Bâle 3 introduit des lignes directrices plus précises quant à l'appréciation du caractère stable des dépôts :

sur l'épargne des ménages, sur le financement du logement social et sur le développement de l'accessibilité bancaire ».

²¹ Comité de Bâle, « Sound Practices for Managing Liquidity in Banking Organizations » (2000), §42.

²² Comité de Bâle, « Sound Practices for Managing Liquidity in Banking Organizations » (2000), §43.

²³ Comité de Bâle, « Principles for Sound Liquidity Risk Management and Supervision » (2008), §30.

« Stable deposits, which receive a minimum run-off factor of at least 5% in every jurisdiction, are those deposits that are fully covered by an effective deposit insurance scheme or by a public guarantee that provides equivalent protection and where:

- *the depositors have other established relationships with the bank that make deposit withdrawal highly unlikely; or,*
- *the deposits are in transactional accounts (e.g. accounts where salaries are automatically deposited). »²⁴*

L'identification de la part stable du dépôt, qui dans le calcul du LCR fait l'objet d'un traitement distinct de celui de la part instable, fait appel à des critères tels que :

- le niveau d'équipement du client traduisant la durabilité de sa relation avec la banque,
- ou à défaut le caractère transactionnel de son compte, influant là aussi sur la pérennité du dépôt et donc de la source de financement pour la banque.

2.4. Conclusion

Plusieurs approches de modélisation de l'encours de dépôts ont été proposées, à différents niveaux de sophistication. Elles reposent en général sur l'observation du caractère auto-régressif de l'encours, amenant à une dynamique d'encours connaissant plusieurs déclinaisons selon la forme prise par l'expression des flux créditeurs et débiteurs. Nous utiliserons dans nos travaux une telle dynamique.

Par ailleurs l'entrée en vigueur en 2015 du minimum réglementaire sur le ratio « LCR » décrit précédemment conduit les banques à adopter dès aujourd'hui des pratiques favorisant l'atteinte de cet objectif. L'introduction de la notion de stabilité basée sur des caractéristiques de niveau client créé donc dorénavant un lien entre la stratégie commerciale et marketing de l'établissement, et la mesure de la pérennité des ressources constituées par les dépôts à vue. L'enjeu va donc être, en cohérence avec la cible réglementaire, dans la recherche des informations déterminant pour chaque compte ouvert, s'il peut être qualifié de stable. Ces données entreront par la suite dans la construction du modèle d'écoulement étudié.

²⁴ Comité de Bâle, « Basel III: International framework for liquidity risk measurement, standards and monitoring » (2010), §56.

Chapitre 3 Étude d'un modèle comportemental d'écoulement des dépôts à vue

L'étude développée ici a pour objectif de proposer un modèle statistique d'écoulement des dépôts à vue intégrant des critères comportementaux du client, et les lignes directrices données par l'évolution réglementaire Bâle 3.

Partant de l'intuition que le comportement d'un client détenteur d'un compte à vue évolue dans le temps, nous étudions comment l'âge d'un compte peut être utilisé comme variable explicative essentielle du modèle caractérisant la vie de ce compte. Ainsi nous utiliserons une décomposition de l'encours global au bilan par strates chacune d'âge distinct, correspondant donc chacune à une génération d'ouverture des comptes.

En outre, le caractère stratégique que revêtira la gestion des ratios Bâle 3 pour les banques, rendra nécessaire de disposer d'outils internes adaptés à ce nouvel environnement réglementaire. Inciter le réseau commercial à la collecte de dépôts stables pourra par exemple être l'un de ces outils. Nous avons vu précédemment que Bâle 3 distingue les dépôts à vue selon qu'ils sont stables ou moins stables, les dépôts stables bénéficiant d'un traitement plus favorables que les autres. Nous proposerons donc un modèle permettant de considérer séparément l'évolution des dépôts stables et celle des dépôts moins stables. Il conviendra pour cela d'identifier préalablement les facteurs permettant de qualifier la stabilité du dépôt (cf. Annexe 1 pour une description détaillée des critères de stabilité Bâle 3), puis de décliner le modèle d'écoulement aux deux populations distinctes de dépôts.

3.1. Analyse préliminaire des données

3.1.1. Présentation des données

Les données utilisées consistent en une base historique de l'encours et du nombre de comptes correspondant, pour chaque produit considéré, constituée en sortie des systèmes de gestion des banques régionales. La profondeur de l'historique disponible va de début 2006 à mi-2011.

Les axes d'analyse qualitatifs ou quantitatifs disponibles sont décrits dans le tableau 3-1.

Champ	Description
Code établissement	Identifiant unique de l'établissement régional
Date d'arrêté	Date de fin de mois d'observation
Génération	Mois d'ouverture du compte
Indicateur client synthétique	6 modalités (critères d'activité et d'équipement détaillés en annexe 1) : 1. Client actif et équipé (en banque principale) 2. Client inactif équipé 3. Client actif non équipé 4. Client inactif non équipé 5. Client en dehors du périmètre de calcul de l'activité (moins de 16 ans, contentieux, décédé) équipé 6. Client en dehors du périmètre de calcul de l'activité, non équipé
Encours fin de mois	Somme de l'encours en fin de mois des comptes de l'agrégat
Nombre de comptes	Total du nombre de comptes de l'agrégat

Tableau 3-1 : Données et axes d'analyses disponibles

Chaque ligne représente donc un agrégat de comptes ouverts au cours d'un même mois passé, observés à une même date de l'historique, dont on connaît le nombre et l'encours à la fin du mois.

Remarquons que la base de données restituant des encours en fin de mois, ne permet pas de mesurer les variations de soldes de comptes qui se produisent infra-mensuellement en raison des décalages entre flux débiteurs et créditeurs dans le mois. Nous ferons ici l'approximation d'une interpolation linéaire de l'encours du stock de comptes de chaque agrégat entre deux fins de mois successives, en gardant comme un axe d'évolution la modélisation des variations infra-mensuelles d'encours dont on peut montrer qu'elles peuvent atteindre dans certains cas des montants significatifs.

Dans la suite les établissements régionaux sont identifiés par un code numérique.

Code établissement	Nom
2	
8	
9	
19	
35	
36	
38	
39	
46	
47	
56	
66	
67	
68	
76	
78	
87	

Pour des raisons de confidentialité les noms d'établissements sont ici tenus anonymes

Tableau 3-2 : Codes des établissements régionaux

Quelques statistiques descriptives du stock de comptes, toutes générations de comptes confondues, sont présentées ci-dessous, relevées à une date d'observation unique (ici le 31/12/2010) :

- L'encours en fin de mois de l'agrégat,
- Le nombre de comptes de l'agrégat,
- L'encours moyen par compte (déduit des deux données précédentes),
- L'âge moyen ou ancienneté moyenne des comptes de l'agrégat, calculée comme l'écart entre la date d'ouverture du compte et la date d'observation.

Les données sont disponibles par établissement régional.

Code établissement	Encours fin de mois (en €)		Nombre de comptes		Encours moyen par compte (en €)	Ancienneté moyenne (en mois)
2	1 234 571 468	13%	325 043	10%	3 798	199
8	840 262 124	9%	299 191	9%	2 808	237
9	363 314 448	4%	135 024	4%	2 691	189
19	378 936 781	4%	111 721	4%	3 392	241
35	416 626 920	4%	157 095	5%	2 652	222
36	363 596 868	4%	122 280	4%	2 973	204
38	495 452 002	5%	180 890	6%	2 739	231
39	418 256 299	4%	138 175	4%	3 027	203
46	364 898 889	4%	108 314	3%	3 369	187
47	450 694 234	5%	209 098	7%	2 155	226
56	407 345 173	4%	104 524	3%	3 897	221
66	592 132 618	6%	190 089	6%	3 115	201
67	450 308 904	5%	171 055	5%	2 633	226
68	655 305 443	7%	199 109	6%	3 291	192
76	296 240 029	3%	153 477	5%	1 930	239
78	844 141 491	9%	275 455	9%	3 065	208
87	1 041 990 371	11%	278 269	9%	3 745	232
Total général	9 614 074 062	100%	3 158 809	100%	3 044	215

Tableau 3-3 : Ventilation des encours et nombres de comptes au 31/12/2010 par établissement

La variabilité de l'encours moyen des comptes et de leur ancienneté moyenne d'un établissement à l'autre, laisse envisager des évolutions des stocks de comptes propres à chacun.

Les données ci-dessous sont présentées de manière agrégée pour l'ensemble des établissements, cette fois segmentées par modalité de l'indicateur client synthétique.

Ind. Client	Encours fin de mois (en €)		Nombre de comptes		Encours moyen par compte (en €)	Ancienneté moyenne (en mois)
1	3 796 757 117	39%	1 069 529	34%	3 550	220
2	175 814 951	2%	66 113	2%	2 659	212
3	4 130 881 275	43%	1 245 660	39%	3 316	219
4	1 372 553 804	14%	712 206	23%	1 927	182
5	16 464 778	0%	23 176	1%	710	186
6	114 696 781	1%	40 560	1%	2 828	284
N/D	6 905 357	0%	1 565	0%	4 412	123
Total général	9 614 074 062	100%	3 158 809	100%	3 044	215

Tableau 3-4 : Ventilation des encours et nombres de comptes au 31/12/2010 par indicateur client

Quelques remarques :

- L'ancienneté moyenne des comptes de dépôts affectés des modalités 1, 2 et 3 de l'indicateur client est plus élevée que celle des comptes de modalité 4, traduisant une durée de vie plus longue de comptes de clients actifs ou équipés. L'encours moyen par compte suit la même distinction.
- Les comptes pour lesquels l'indicateur client synthétique est non renseigné représentent une part marginale du total.
- On note la part très faible (2%) de clients affectés de la modalité n°2 de l'indicateur (équipés mais inactifs). L'observation ne surprend pas si l'on considère qu'un client équipé (d'au moins 3 familles de produits selon le critère retenu) l'est dans beaucoup de cas d'un crédit, et voit donc son compte courant mouvementé de flux débiteurs et créditeurs réguliers. L'équipement du client implique donc généralement un caractère actif de son compte.

On représente pour l'un des établissements, l'évolution dans le temps, sur la période d'historique disponible pour ce dernier, de l'encours global de dépôts, du nombre de comptes, et de l'encours moyen par compte qui s'en déduit :

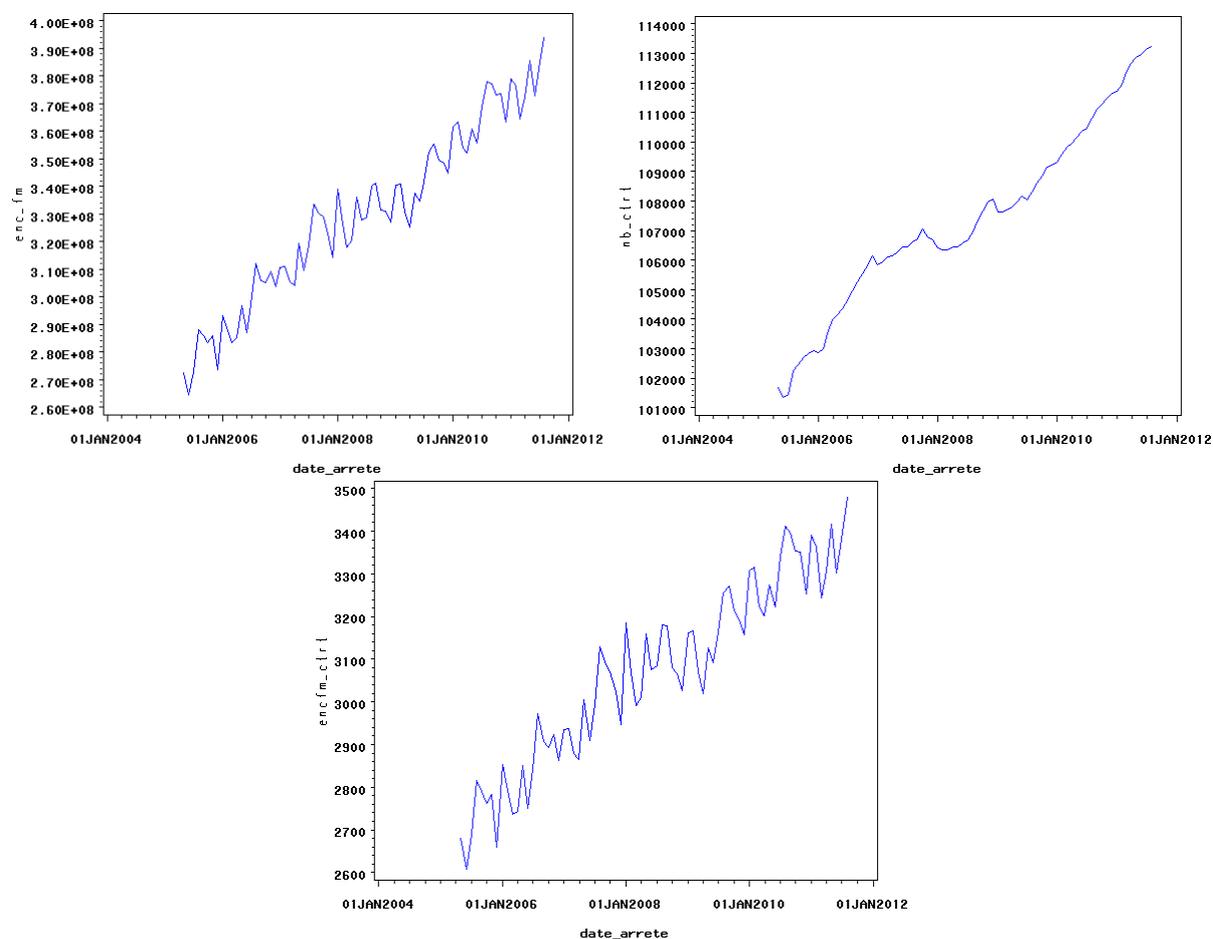


Figure 3-1 : Évolution dans le temps de l'encours total de dépôts à vue (en haut à gauche), du nombre de comptes (en haut à droite), et de l'encours moyen par compte (en bas), pour un établissement

On peut observer graphiquement une saisonnalité annuelle des encours (qui sera confirmée par la suite), à relier aux évènements annuels tels que le paiement par les clients de leurs impôts, les congés, les fêtes de fin d'année...etc.

L'évolution dans le temps de l'encours global subit également des variations de tendance, en particulier après début 2008 qui marque une rupture concomitante avec le début de la crise économique ayant suivi celle des *subprimes*. Cela suggère de rapprocher l'évolution des encours des conditions de marché et économiques (taux d'intérêts, niveaux des bourses...etc.), dont on peut penser qu'elles influent sur les comportements d'épargne et d'investissement des clients.

Si l'on s'intéresse à l'évolution dans le temps de l'encours correspondant à un ensemble de générations de comptes ouverts à des dates comprises dans des tranches délimitées, on peut observer des tendances croissantes laissant envisager un profil d'encours stable à moyen terme. Le graphique 3-2 présente de telles évolutions pour les tranches de dates d'ouverture suivantes :

- Toutes générations ouvertes entre 1900 et 1970 (identifiées par « 1900 »)
- Toutes générations ouvertes entre 1970 et 1974 (identifiées par « 1970 »)

- Toutes générations ouvertes entre 1975 et 1979 (identifiées par « 1975 »)
- ...
- Toutes générations ouvertes entre 1990 et 1994 (identifiées par « 1990 »)
- Puis toutes générations par année d'ouverture (identifiées par l'année)

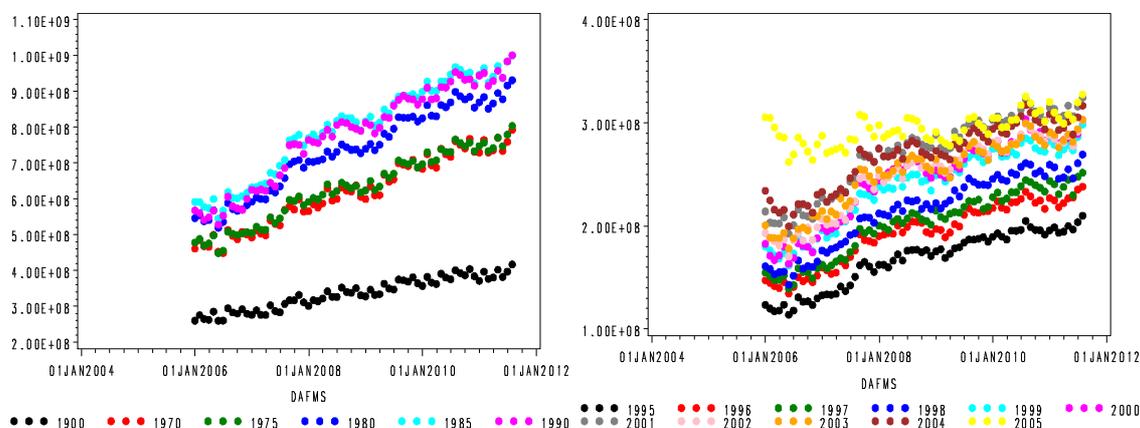


Figure 3-2: Évolution dans le temps de l'encours de groupes de générations par tranches de dates d'ouverture

3.1.2. Analyse par la volatilité de l'encours

Demey, Frachot et Riboulet [13] évoquent une méthodologie « grossière » de construction d'un profil d'écoulement des dépôts à vue en vision statique, basée sur l'observation de la variabilité de l'encours sur différentes durées. Il paraît intéressant d'en représenter ici les résultats comme préliminaire et base de comparaison à ceux découlant de la modélisation comportementale qui sera développée par la suite.

La méthode consiste en un calcul de l'écart-type des variations d'encours sur des périodes de durée de 1 mois à la plus longue pouvant être déduite de l'historique disponible. On en déduit une structure par terme permettant de calculer, sous hypothèse de normalité des variations d'encours, une courbe de quantiles à un taux donné.

Disposant d'un historique d'encours décomposés par générations d'ouverture des comptes, nous procédons au calcul (développé par l'auteur sous les logiciels SAS et Excel) de la quantité V_j^i suivante, pour chaque période de temps i variant de 1 mois à la durée de l'historique n , représentant le taux de variation moyen de l'encours par génération de comptes, sur une période de durée i observé à la date j :

$$V_j^i = \frac{\sum_{\text{génération } G} (E_j^G - E_{j-i}^G)}{\sum_{\text{génération } G} E_{j-i}^G}$$

où E_j^G représente l'encours total d'une génération G à la date d'historique j .

Le procédé consiste alors à déterminer, à un niveau de confiance α choisi, pour chaque durée i , un intervalle de confiance relatif à la distribution des V_j^i , supposée normale (hypothèse confortée par le graphique 3-3 présentant la densité empirique des taux de variation), estimé lorsque j varie de $i+1$ à N . Le taux de variation négative maximum au niveau α sur la période i représente alors l'écoulement d'encours

à l'horizon i . Le calcul, direct pour les horizons i compris entre 1 et $N-1$, peut être extrapolé pour les horizons plus lointains en utilisant la propriété de dilatation de l'écart-type avec la racine carrée du temps.

L'historique dont nous disposons est d'une durée de 67 mois. Néanmoins la nécessité de calculer des statistiques sur un nombre suffisant d'observations oblige à réduire la durée maximale des périodes sur lesquelles les variations sont mesurées. Ainsi nous retenons ici $N=54$ mois afin que chaque moyenne calculée porte au minimum sur un horizon d'une année.

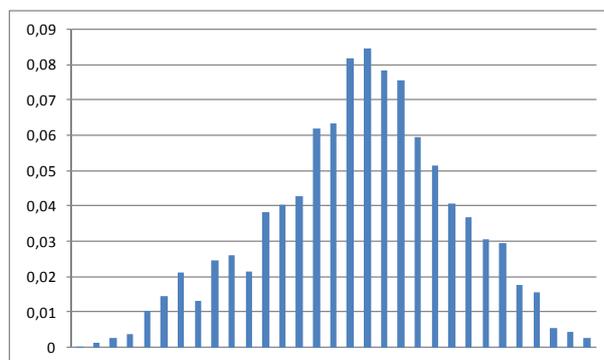


Figure 3-3 : Densité empirique des taux de variation d'encours (toutes durées confondues)

Les résultats sont reportés sous la forme du graphique 3-4, où 3 écoulements distincts sont présentés :

- L'écoulement « moyen » correspondant à des taux de variation moyens empiriques
- L'écoulement « minimum » correspondant aux taux de variation négatifs maximums observés
- L'écoulement au taux $\alpha = 5\%$, obtenu selon la méthode décrite ci-dessus

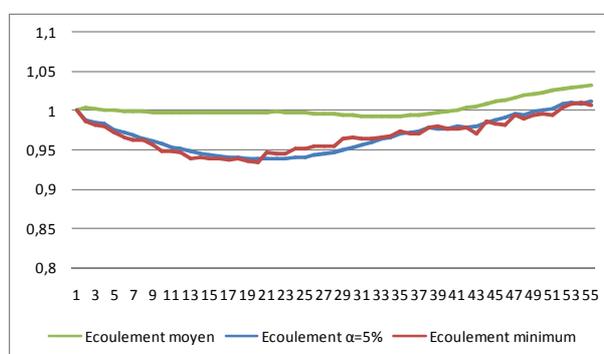


Figure 3-4 : Écoulements empiriques

La structure obtenue conduit à plusieurs observations utiles à la suite de l'étude :

La variabilité à 1 mois apparaît faible (égale à 1,2% au niveau de confiance $\alpha = 5\%$), ce qui ne confirme que modérément la pertinence de l'identification d'une part « volatile » distincte de la part « stable » de l'encours, écoulée à court terme.

L'encours ne subit une décroissance que sur les 24 premiers mois, y compris dans le cas le plus défavorable (cf. écoulement minimum), pour ensuite croître voire même dépasser son niveau initial au-delà de 48 mois.

L'extrapolation au-delà des maturités sur lesquelles une observation directe est possible, est réalisée en retenant comme référence l'écart-type calculé à 18 mois et en en déduisant celui aux multiples de 18 mois.

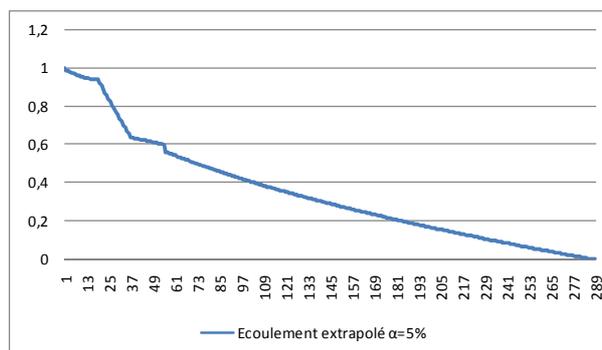


Figure 3-5 : Écoulement extrapolé

Le calcul extrapolé conduit à un profil qui s'éteint au bout de 286 mois soit 23 ans et 10 mois (durée moyenne de 99 mois soit 8 ans et 3 mois).

Cette méthode, simpliste car raisonnant sur des variations globales d'encours par périodes sans en analyser les facteurs, permet néanmoins de confirmer une certaine stabilité de l'encours sur des horizons relativement longs, hors nouvelles ouvertures de comptes.

Cet exercice trouve son prolongement dans les développements suivants, qui vont tenter d'expliquer les variations d'encours global par 2 effets : celui du nombre de comptes et celui de l'encours moyen par compte.

3.2. Présentation du modèle et cadre conceptuel

L'encours global de dépôts est décomposé en deux variables, indépendantes a priori, dont les comportements sont étudiés distinctement :

- le nombre de comptes ouverts,
- le solde moyen par compte ;

la connaissance d'une prévision de chacune de ces variables permettant de reconstituer l'encours total.

L'influence de plusieurs types de variables explicatives sur l'écoulement sera analysée :

- Variables et indices de marché ou économiques : taux d'intérêt, inflation. L'absence de marchés liquides liés à d'autres variables macro-économiques ou de conjoncture a priori influentes sur le niveau des dépôts, telles que le PIB, les fluctuations du marché de l'immobilier, ou encore le contexte concurrentiel, rend difficile leur exploitation ou leur interprétation a posteriori puisque la banque ne disposerait pas de moyen de se couvrir contre leur évolution.
- Variables unitaires de niveau client : caractéristiques qualitatives permettant de segmenter la population de comptes analysés : type de client, stabilité de la relation, etc. Notons que l'utilisation de ces variables nécessite de manipuler d'importantes volumétries de données.
- Caractéristiques unitaires de niveau compte : ancienneté du compte.

Cadre conceptuel : le modèle d'écoulement

Inspirons-nous du formalisme introduit par Demey, Frachot et Riboulet [13].

La fonction d'écoulement $S_{flux}(t, T)$ d'un flux est définie comme la probabilité qu'un euro de versé à la date t dans le bilan, soit $F(t)$, soit encore présent à la date ultérieure T . Ainsi :

$$F(t, T) = F(t) \times S_{flux}(t, T)$$

Précisons que le profil d'écoulement du stock, soit d'un euro présent au bilan à la date t , n'est a priori pas le même que celui de la production nouvelle ; puisque le stock à une date donnée étant une somme de strates correspondant à des versements passés écoulés, son écoulement en vision statique (hypothèse d'absence de productions nouvelles futures) dépend de l'historique des montants initiaux respectifs de ces strates, et reflète donc la chronologie des productions passées. Si l'on note $E(t)$ l'encours au bilan à la date t :

$$E(t) = \sum_{i=-\infty}^t F(i) \cdot S_{flux}(i, t) \quad \text{Équation 3-1}$$

son écoulement à la date T ultérieure se calcule par :

$$E(t, T) = \sum_{i=-\infty}^t F(i) \cdot S_{flux}(i, T)$$

et on peut par conséquent écrire la fonction d'écoulement du stock S_{stock} à partir de celle de la production nouvelle S :

$$S_{stock}(t, T) = \frac{\sum_{i=-\infty}^t F(i) \cdot S_{flux}(i, T)}{\sum_{i=-\infty}^t F(i) \cdot S_{flux}(i, t)}$$

Il convient de définir une propriété importante que nous utiliserons par la suite : celle d'homogénéité de la fonction d'écoulement. Une fonction d'écoulement S est dite homogène si :

$$S(t, T) = S(T - t)$$

cela signifiant que la part d'encours écoulée à une date donnée ne dépend que de la durée de sa présence au bilan. Nous exploiterons largement dans le modèle proposé la notion d'ancienneté des comptes ouverts au bilan.

Remarquons qu'une formulation du modèle en temps continu permettrait d'exprimer la loi flux comme la dérivée de la loi stock, chaque flux représentant une variation d'encours sur une période infinitésimale de temps. Nous pourrions vérifier cette propriété sur les résultats obtenus au terme de l'application du modèle.

3.3. Modélisation du nombre de comptes

3.3.1. Modèle du nombre de comptes

Plusieurs facteurs influent sur le nombre de comptes ouverts au bilan de la banque pour un produit donné :

- Des facteurs structurels engendrant une attrition progressive du nombre de comptes (départs de la clientèle, décès, etc.)
- Une conquête de nouveaux clients, dépendante certes du contexte démographique mais de manière plus marquée de la politique commerciale et de fidélisation de la banque.

L'analyse en vision dite statique ou extinctive du bilan nécessite donc de calculer le profil d'évolution du nombre de comptes en mesurant le taux d'attrition soit de la vitesse de fermeture des comptes ouverts à la date de départ.

Nous utilisons à cet effet le formalisme et les résultats de la théorie des modèles de durée de vie, dont nous rappelons ici les définitions. Le lecteur intéressé pourra se reporter à Planchet et Thérond [26].

Rappels conceptuels sur les modèles de durée de vie

La théorie des modèles de durée offre un formalisme et un cadre théorique adaptés à la modélisation d'une variable aléatoire positive, qui dans le cas étudié représente la durée écoulée avant fermeture du compte.

Les données représentant des observations de durées sont souvent incomplètes (présentant des troncutures ou censures), non gaussiennes, et sont échantillonnées en général sur une durée d'observation plus courte que le phénomène à étudier. Dès lors, il est nécessaire d'adapter les outils existants ou d'en développer de nouveaux, utilisant des méthodes non paramétriques ad-hoc ou bien des distributions paramétriques asymétriques spécifiques telles que les lois log-normale, de Weibull...etc.

Si T est une variable aléatoire positive de durée de vie, elle peut être décrite par plusieurs fonctions qui déterminent chacune entièrement sa loi :

- Les fonctions usuelles :

- $F(t)$ la fonction de répartition de T :

$$F(t) = P[T < t]$$

- $f(t)$ sa densité telle que :

$$F(t) = \int_0^t f(x) \cdot dx$$

- 3 fonctions particulièrement adaptées à l'analyse des durées de vie :

- $S(t)$ sa fonction de survie, complémentaire de sa fonction de répartition, qui mesure la probabilité de survivre au moment t :

$$S(t) = 1 - F(t) = P[T \geq t]$$

- $h(t)$ le taux de risque (ou taux de hasard), densité de mortalité en t conditionnée par la survie jusque-là:

$$h(t) = \frac{P[t \leq T \leq t + dt / T \geq t]}{dt} = \frac{f(t)}{S(t)}$$

- $H(t)$ la fonction de risque cumulée :

$$H(t) = \int_0^t h(x) \cdot dx$$

On a la propriété suivante :

$$H(t) = -\ln S(t)$$

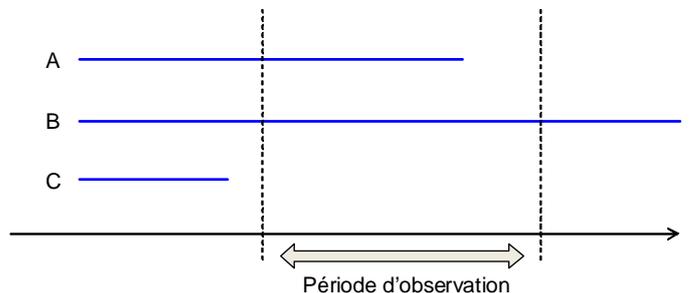
qui s'écrit également :

$$h(t) = \frac{d(-\ln S(t))}{dt}$$

La connaissance de l'une des 5 fonctions ci-dessus permet de caractériser totalement le phénomène de durée de vie observé. Il est donc équivalent d'estimer la loi de survie S ou bien la fonction de hasard h . En pratique l'objet d'étude détermine la fonction adaptée au problème posé.

Dans le cas général, les données observées peuvent être sujettes aux phénomènes de censure et de troncature. On parle de censure à droite (respectivement à gauche) d'une variable d'intérêt X lorsque l'observation de la censure C indique que $X \geq C$ (respectivement $X \leq C$), les deux types de censure pouvant se produire de manière concomitante. La troncature à gauche (respectivement à droite) signifie que la variable X n'est pas observable lorsqu'elle est inférieure (respectivement supérieure) à un seuil T . Les deux phénomènes diffèrent par le fait qu'en présence de censure on dispose d'une information partielle (la valeur de X est supérieure ou inférieure au seuil) alors que dans le cas d'une troncature l'information sur les observations en-deçà ou au-delà du seuil est perdue.

Prenons l'exemple de 3 individus A, B et C d'une même génération, observés pendant une période déterminée. La figure ci-dessous illustre les cas sans censure ni troncature (A), avec censure à droite (B) et troncature à gauche (C).



La base de données utilisée dans le cadre de cette étude est un stock de comptes, suivi à des dates successives. L'échantillon présente une troncature à gauche et une censure à droite :

- les comptes fermés avant le début de la période d'observation ne sont pas référencés dans la base de données (notons que la troncature à gauche conduit à sur-représenter les générations anciennes) ;
- la période d'observation est limitée dans le temps à une date au-delà de laquelle la survie du stock de comptes restant est inconnue.

On montre que la présence d'une troncature gauche ne modifie pas la détermination de la fonction de hasard en fonction des observations disponibles. En revanche la censure à droite rend inadaptée une analyse en fréquence et un ajustement par un modèle linéaire classique. C'est justement l'apport des modèles de durée de vie de permettre de prendre en compte ce phénomène.

Les estimations empiriques de taux de hasard qui seront présentées dans la suite seront obtenues à partir de l'estimateur de Nelson-Aalen ou plus exactement découleront de l'estimateur de Nelson-Aalen du taux

de hasard cumulé²⁵. Nous parlerons indifféremment de taux de hasard ou de taux de clôture de compte, désignant la même grandeur calculée de la manière décrite ci-dessous.

Disposant de séries chronologiques de nombres de comptes, et donc de nombres de clôtures, agrégées selon les axes d'analyse énumérés dans le tableau 3-1, nous pouvons calculer à chaque date d'observation mensuelle un taux de clôture discret défini comme le rapport du nombre de clôtures de comptes dans le mois au nombre de comptes en fin de mois précédent :

$$\text{Taux de clôture mois } M_i = \hat{h}_{NA}(i) = \frac{\text{Nb de clôtures mois } M_i}{\text{Nb de comptes ouverts en fin de mois } M_{i-1}}$$

Le calcul fait sur une base mensuelle correspond donc à la discrétisation de la variable sous-jacente continue définie par le taux instantané de clôture $h_{NA}(t)$:

$$\hat{h}_{NA}(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\text{Nb de clôtures entre } t \text{ et } t + \Delta t}{\text{Nb de comptes ouverts en } t}$$

Les estimations de fonction de survie seront calculées par l'estimateur de Kaplan-Meier²⁶ :

$$\text{Survie mois } M_i = \hat{S}_{KM}(i) = \prod_{\text{Mois } M_j < M_i} (1 - \text{Taux de clôture mois } M_j)$$

3.3.2. Analyse des taux de clôture

Analyse de la densité du taux de clôture

Le tracé figure 3-6 de la densité (estimation par noyau gaussien) du taux de clôture fait ressortir en première approche, lorsque le taux est calculé à partir de l'évolution du stock de comptes et non de nombres non nuls de clôtures, une concentration forte sur la valeur nulle (figure de gauche). Si l'on exclut la valeur 0, la densité apparaît uni-modale mais asymétrique (figure du milieu). Une transformation par le logarithme népérien du taux de clôture donne une distribution plus symétrique (figure de droite). On note la présence de valeurs extrêmes qui conduisent à une queue de distribution épaisse à droite.

²⁵ L'estimateur de Nelson-Aalen est un estimateur non paramétrique du taux de hasard cumulé utilisé dans l'analyse des durées de vie. Il s'exprime :

$$\hat{H}_{NA}(t) = \sum_{t_i \leq t} \frac{d_i}{r_i}$$

où d_i et r_i représentent respectivement le nombre d'évènements et le nombre d'individus à risque à l'instant t_i .

²⁶ L'estimateur de Kaplan-Meier (aussi appelé estimateur Produit-Limite) est un estimateur non paramétrique de la fonction de survie d'une population d'individus, qui s'exprime, en utilisant les mêmes notations que ci-dessus :

$$\hat{S}_{KM}(t) = \prod_{t_i \leq t} \frac{r_i - d_i}{r_i}$$

On montre que S_{KM} est un estimateur du maximum de vraisemblance.

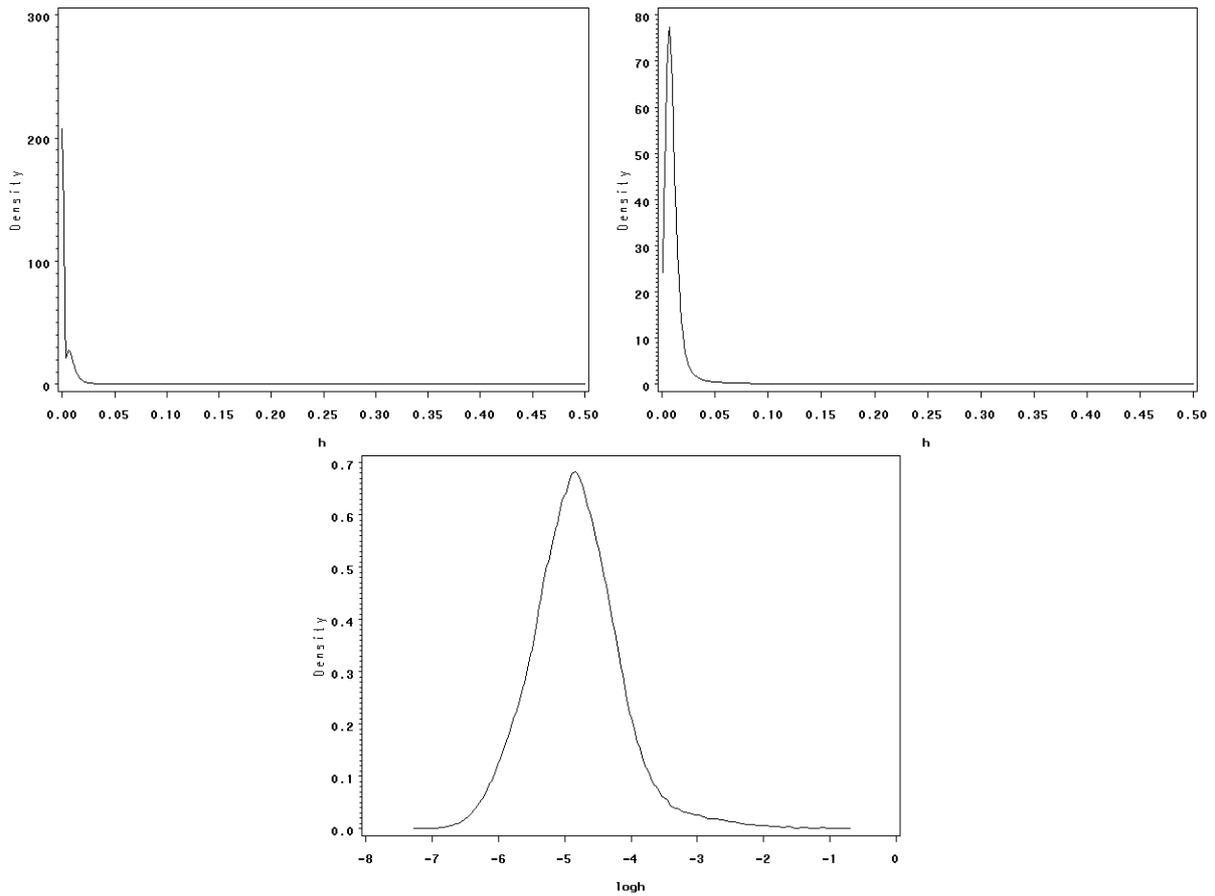


Figure 3-6 : Densité empirique du taux de clôture et du taux de clôture transformé en log

Le graphique ci-dessous du nuage des taux de clôture en fonction du nombre de comptes de chaque agrégat confirme l'hypothèse faite que les taux de clôture élevés commencent à apparaître pour des agrégats de faible nombre de comptes (ici, graphiquement, moins de 100).

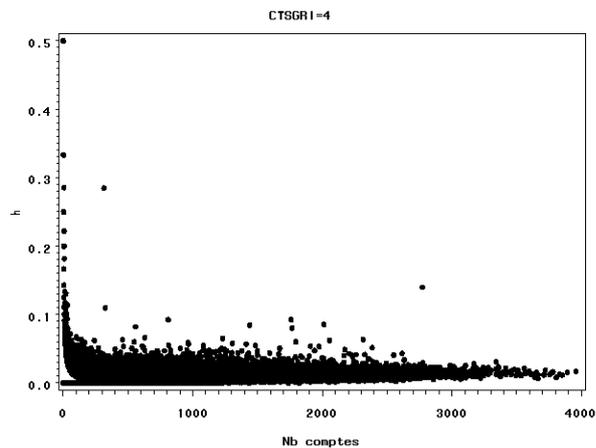


Figure 3-7 : Densité empirique du taux de clôture et du taux de clôture transformé en log

On peut remarquer par ailleurs que les agrégats de très faible nombre de comptes sont essentiellement ceux d'ancienneté élevée, et qu'au-delà d'une certaine ancienneté (ici graphiquement 550 mois) ne subsistent que peu de comptes.

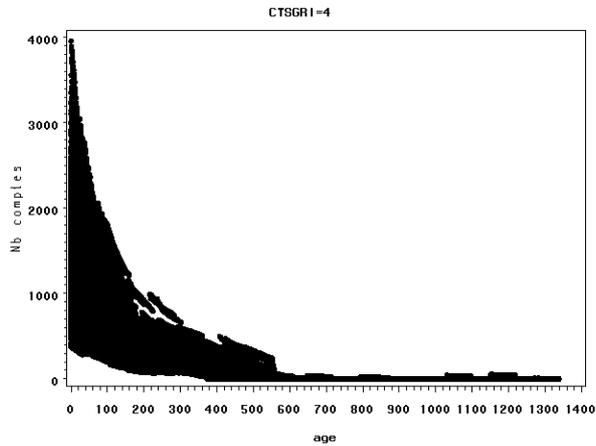


Figure 3-8 : Nombre de comptes en fonction de l'âge

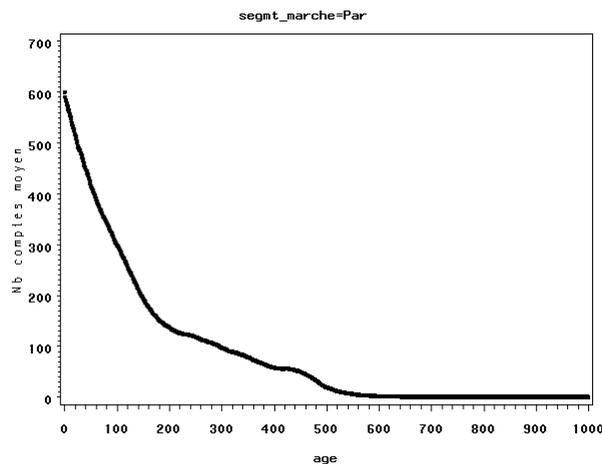


Figure 3-9 : Nombre moyen de comptes par âge

Ainsi on pourra raisonnablement s'attendre à des taux de clôture croissant fortement à partir d'âges élevés, en raison à la fois de la disparition réelle des comptes mais aussi d'un effet technique lié au faible nombre de comptes résiduels auquel se rapporte le nombre de clôtures qui aura pour conséquence de sur-estimer le taux de clôture réel.

Lorsque l'on retrace la densité estimée du taux de clôture h en écartant les agrégats d'ancienneté supérieure à 540 mois et les taux nuls, l'épaisseur de queue de distribution à droite se trouve réduite. Le calcul des quantiles montre que les taux de clôture supérieurs à 0,091 représentent moins de 0,5% des observations.

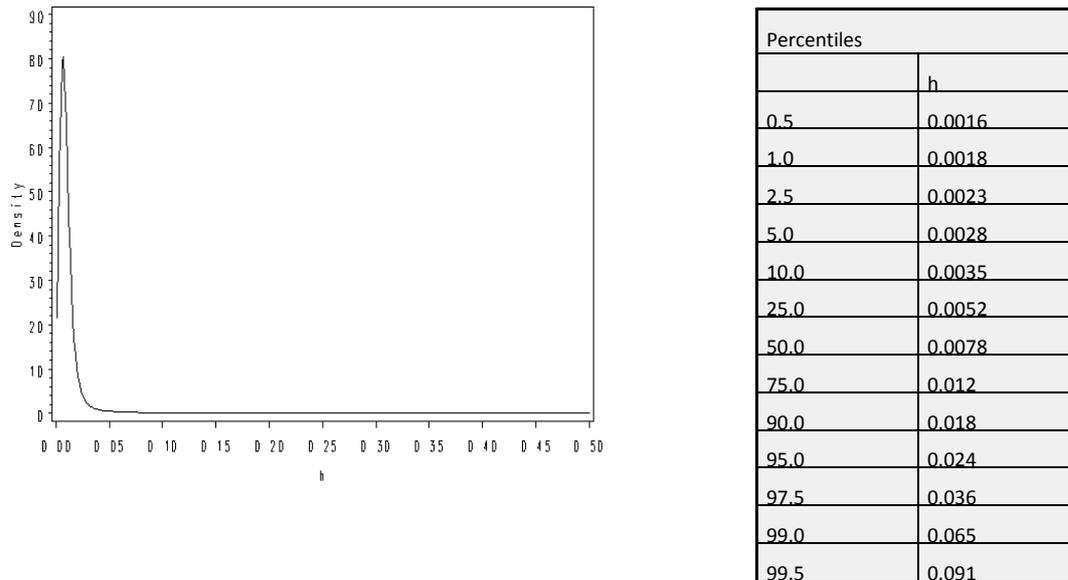


Figure 3-10 : Densité et quantiles du taux de clôture pour les âges de comptes inférieurs à 540 mois

Le test de Kolmogorov-Smirnov d'adéquation à une loi normale du log des taux de clôture, mené par la procédure SAS UNIVARIATE²⁷ ne permet pas de conclure positivement : la p-value inférieure à 1% conduit à rejeter l'hypothèse nulle d'adéquation à une loi normale. La sensibilité du test au grand nombre de points servant à l'estimation influe vraisemblablement sur son résultat.

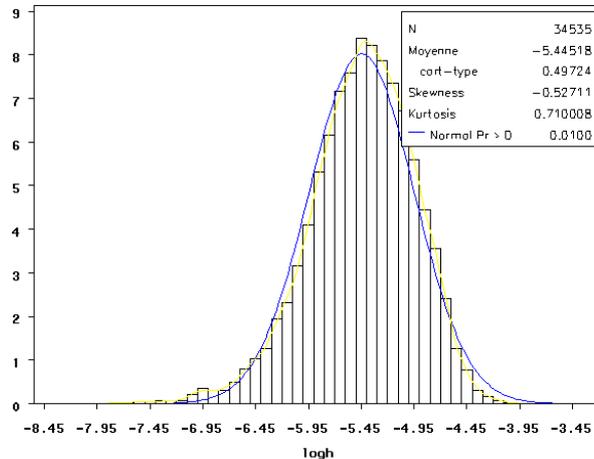


Figure 3-11 : Densité du log du taux de clôture (pour les âges de comptes inférieurs à 540 mois) et test d'adéquation à une loi normale

²⁷ La procédure UNIVARIATE produit un résumé statistique complet de variables numériques et propose des fonctionnalités d'analyse de distributions « univariées » telles qu'histogrammes, estimateurs de densité, tests d'ajustement à des distributions usuelles...etc.

Disparités régionales

Les densités empiriques du log du taux de clôture pour chaque établissement (représentés par un code numérique) et les diagrammes en boîtes correspondants sont présentés respectivement sur les graphiques 3-12 et 3-13. Les profils de densités et leur dispersion apparaissent proches d'un établissement à l'autre, certains étant moins réguliers que d'autres. Les moyennes toutefois légèrement décalées signifient que les profils d'évolution des nombres de comptes montreront des disparités, dépendantes vraisemblablement de la stratégie commerciale de chaque établissement. Des facteurs d'évolution démographique régionale ne sont également pas à exclure.

L'observation est confirmée par un test d'égalité des moyennes du log du taux de clôture mené par la procédure SAS ANOVA²⁸, en introduisant le code établissement comme variable catégorielle, qui donne le résultat d'une p-value inférieure à 0,0001 (pour une statistique F égale à 1128,03) conduisant à rejeter l'hypothèse nulle d'égalité des distributions entre établissements.

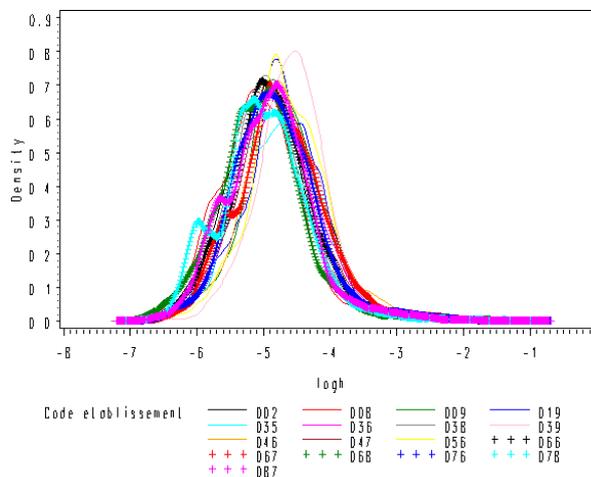


Figure 3-12 : Densité empirique du log du taux de clôture par établissement

²⁸ La procédure ANOVA, programme d'analyse de la variance, permet la comparaison de moyennes entre des sous-populations identifiées par une variable de classification.

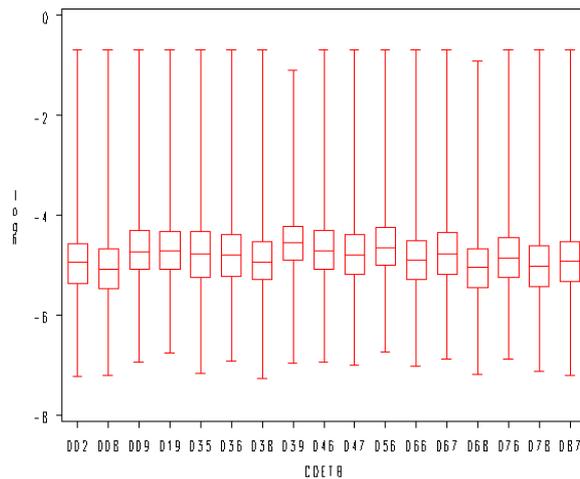


Figure 3-13 : Diagramme en boîtes comparatif du log du taux de clôture entre établissements

Caractéristiques comportementales de niveau client

L'influence de facteurs caractérisant la stabilité du compte (activité du compte et équipement du client) est vérifiée visuellement ci-dessous.

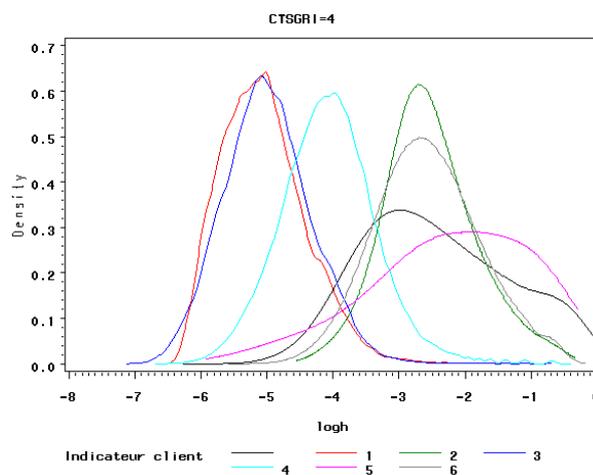
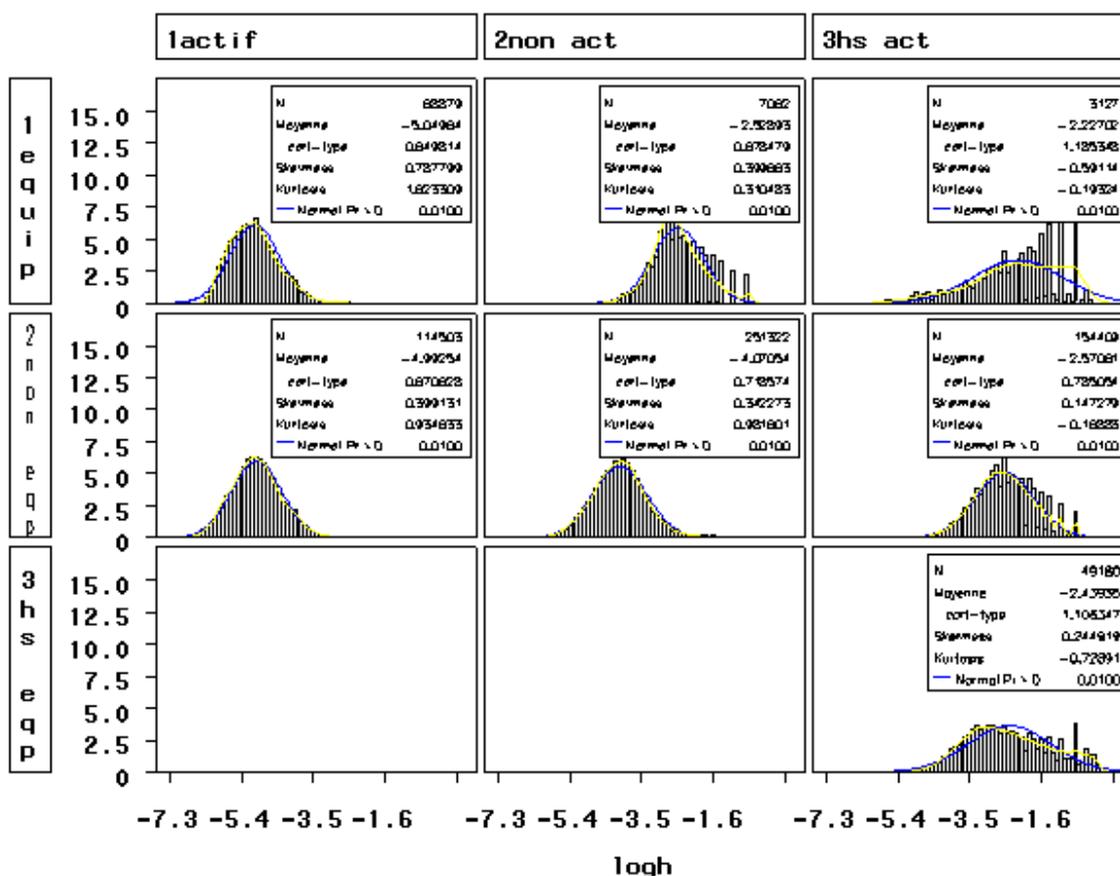


Figure 3-14 : Densité empirique du log du taux de clôture en fonction de l'indicateur client

On peut noter que les taux de clôture apparaissent concentrés autour d'une même valeur pour les modalités 1 (client actif et équipé) et 3 (client actif et non équipé) de l'indicateur. Les modalités 2 (client non actif et équipé - dont on a pu voir qu'elle représente une part minoritaire de comptes) et 4 (client non actif et non équipé) sont quant à elles décalées. Les modalités 5 et 6 (hors périmètre d'activité) sont également décalées. Il en ressort que le critère d'activité est le critère prépondérant devant celui d'équipement.

Une analyse croisée (procédure SAS UNIVARIATE) permet de mesurer l'influence de chaque critère, d'activité et d'équipement, sur la densité du taux de clôture (ici transformé en log) :



Les résultats de la procédure UNIVARIATE ne permettent pas à encore de conclure à l'adéquation à une loi normale des distributions du log du taux de clôture pour chaque modalité de l'indicateur client. Le test de Kolmogorov-Smirnov conduit dans chaque cas au rejet de l'hypothèse nulle d'adéquation à une loi normale (p-value inférieure à 0,01).

Effets économiques et saisonniers sur le taux de clôture

Nous vérifions dans un premier temps que le taux de clôture des comptes n'est pas affecté d'une saisonnalité annuelle, par un test mené sous SAS par l'algorithme X11²⁹.

La série des nombres de clôtures de comptes sera donc utilisée sans correction d'effets « de calendrier ».

On cherche dans un deuxième temps à détecter une éventuelle influence du niveau des taux d'intérêts sur le taux de clôture des comptes. On présente ci-dessous les diagrammes en boîtes du log du taux de clôture en fonction de la valeur de 2 index distincts : l'Euribor 3 mois et le taux de swap 5 ans.

²⁹ L'algorithme X11 appliqué à une série temporelle X_t la décompose en plusieurs termes, qui dans sa version multiplicative sont :

- $-Z_t$ la tendance
- $-S_t$ le facteur saisonnier
- $-\varepsilon_t$ la perturbation

tels que $X_t = Z_t \cdot S_t \cdot \varepsilon_t$

La méthode X11 repose sur un principe itératif d'estimation des différentes composantes, grâce à des moyennes mobiles adéquates. Le lecteur pourra se référer à « Comprendre la méthode X11 », D. LADIRAY et B. QUENNEVILLE (juillet 1999) pour une présentation exhaustive de l'algorithme.

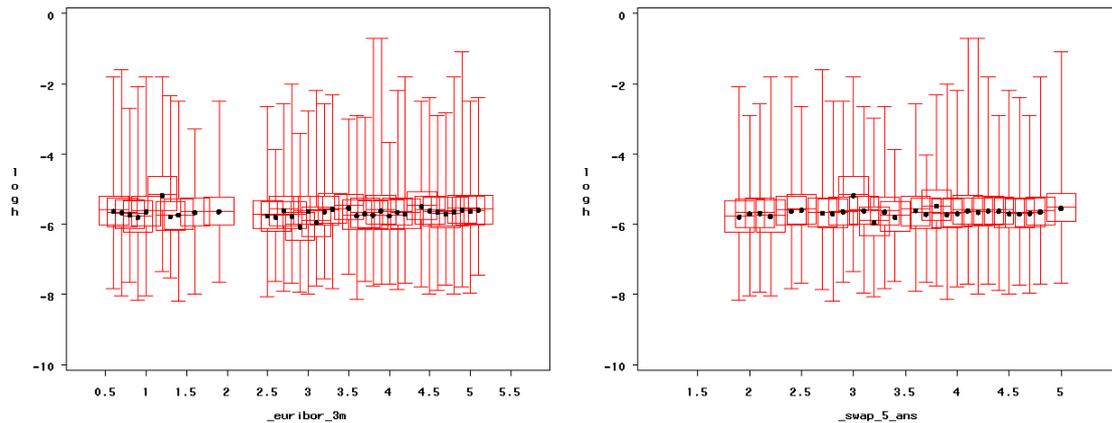


Figure 3-15 : Diagrammes en boîtes log du taux de clôture en fonction des taux d'intérêt (Euribor 3 mois, à gauche, et taux de swap 5 ans, à droite)

Aucune tendance marquée de la distribution des taux de clôture n'apparaît en fonction de la valeur des taux. Ce constat était prévisible si l'on considère qu'un éventuel effet d'éviction du compte de dépôt à vue d'un client au profit d'autres produits de placement rémunérés, n'entraîne en général pas nécessairement la fermeture du compte mais simplement la baisse de son encours. Nous retenons que le taux de clôture reste davantage marqué par des effets structurels et comportementaux que par des effets économiques conjoncturels qui seront captés par l'évolution de l'encours moyen par compte.

Effet de l'âge sur le taux de clôture

L'influence pressentie de l'âge des comptes sur les taux de clôture peut être vérifiée sur les graphiques ci-dessous, présentant les nuages de points respectivement du taux de clôture (calculé sur données non agrégées tel que défini au §3.3.1) et de son logarithme, en fonction de l'âge des comptes.

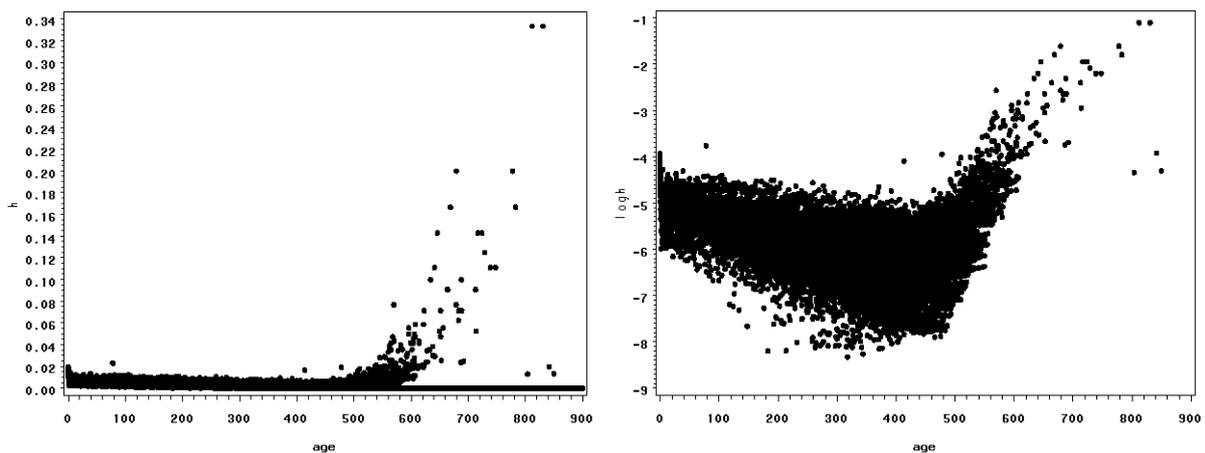


Figure 3-16 : Nuages de points du taux de clôture et de son log en fonction de l'âge des comptes

On note une rupture du profil à partir d'un certain âge entre 400 et 500 mois, au-delà duquel les taux de clôture semblent augmenter exponentiellement. Le constat est à rapprocher de celui fait ci-dessus qui

mettait en évidence un effet possible d'augmentation des taux de clôture en raison du faible nombre de comptes résiduel à partir desquels ils sont calculés.

Conclusion : choix des variables

Les analyses préliminaires précédentes ont permis de retenir plusieurs hypothèses :

- l'évolution du nombre de comptes n'est pas influencée par des facteurs saisonniers,
- le taux de clôture des comptes ne suit pas une tendance marquée en fonction de la date d'observation,
- les facteurs économiques ne seront pas retenus comme variables explicatives de l'évolution du taux de clôture, leurs effets étant captés par l'étude de l'encours moyen des comptes.

Ainsi les deux informations qui seront utilisées pour expliquer l'évolution du taux de clôture seront d'une part l'ancienneté du compte, et d'autre part une information de niveau client permettant de qualifier le niveau d'activité et d'équipement du client et en conséquence comme nous allons le voir plus précisément, le niveau de stabilité de son compte.

3.3.3. Résultats empiriques

Nous avons pu observer une rupture de l'évolution du taux de clôture qui sur les données non agrégées présentées figure 3-16 se produit entre 400 et 500 mois d'ancienneté. Nous procéderons donc à une segmentation de la droite des âges en deux parties :

- Les âges inférieurs ou égaux à un seuil à déterminer plus précisément pour chaque catégorie de comptes pour lesquels nous calculerons les estimateurs définis au §3.3.1 du taux de hasard et des courbes de survie pour les données agrégées par indicateur client (donc sans distinction des générations d'ouverture) ;
- Les âges supérieurs à ce même seuil pour lesquels nous ferons l'hypothèse d'une croissance en moyenne linéaire avec l'âge du taux de clôture transformé en log, calibrée à partir des taux calculés sur les données non agrégées (en effet l'agrégation reviendrait à sous-estimer les taux de clôture mesurés par augmentation du nombre de comptes auxquels ils se rapportent).

L'observation faite précédemment des densités de taux de clôture a montré une influence marquée du critère d'activité client sur les clôtures de comptes. Elle est confirmée par l'estimation des courbes de survie et taux de hasard correspondants (estimées jusqu'à 480 mois d'ancienneté) représentés ci-dessous pour chaque modalité de l'indicateur.

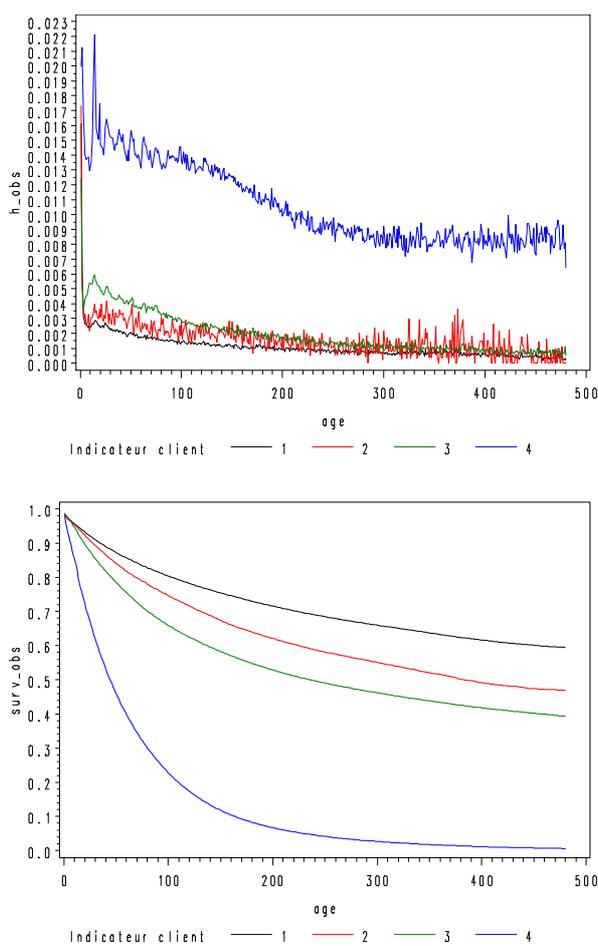


Figure 3-17 : Taux de hasard et courbes de survie empiriques, sur données agrégées par indicateur client

On voit apparaître une distinction nette entre les courbes de survie résultant des modalités 1, 2 et 3 de l'indicateur d'une part, et 4 d'autre part. Les modalités 5, 6 et non renseigné sont écartées de l'analyse, compte tenu du caractère marginal de l'encours concerné et peu représentatif car hors périmètre (cf. tableau 3-4).

Le cadre Bâle 3 préconise la distinction de 2 types de dépôts : les stables et les moins stables. Les dépôts sont considérés comme stables lorsque le compte est actif ou lorsque le client entretient avec sa banque une relation durable. On peut alors rapprocher ces critères de ceux mesurés dans les sections précédentes, et former deux groupes d'agrégats :

- Les comptes « stables » correspondant aux modalités 1, 2 et 3 de l'indicateur client,
- Les comptes « non stables » correspondant à la modalité 4.

Indicateur de stabilité	Encours fin de mois (en €)	Nombre de comptes	Encours moyen par compte (en €)	Ancienneté moyenne (en mois)
1	8 103 453 342	2 381 302	3 403	219
0	1 372 553 804	712 206	1 927	182
Hors périmètre ou N/D	138 066 915	65 301	2 114	264
Total général	9 614 074 062	3 158 809	3 044	215

Tableau 3-5 : Répartition des encours et nombres de comptes par critère de stabilité

On procède alors à l'estimation des taux de hasard et des courbes de survie sur les données ainsi agrégées. Les types d'agrégats constitués sont :

- Particuliers, comptes stables : type 'pa1'
- Particuliers, comptes non stables : type 'pa0'

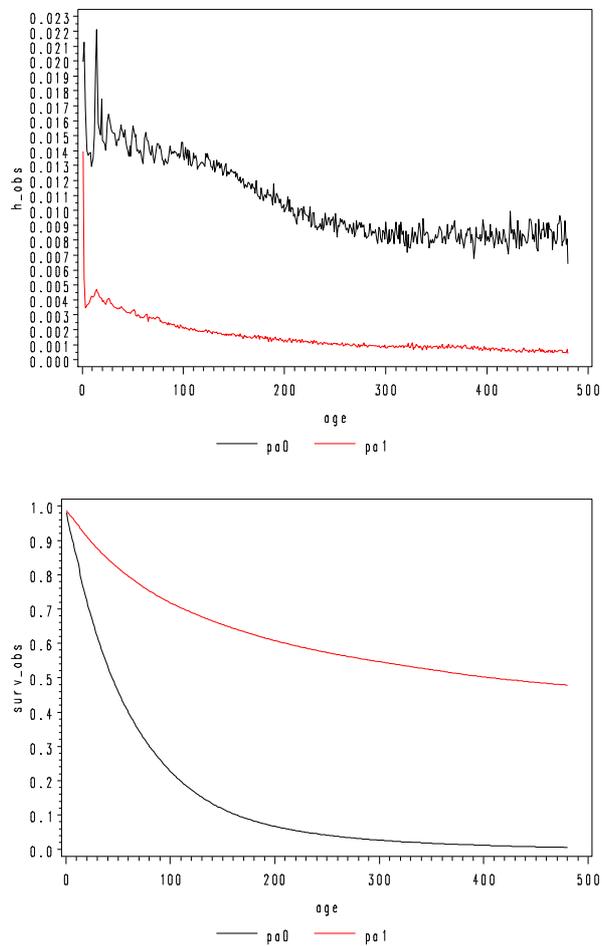


Figure 3-18 : Taux de hasard et courbes de survie empiriques, sur données agrégées par critère de stabilité

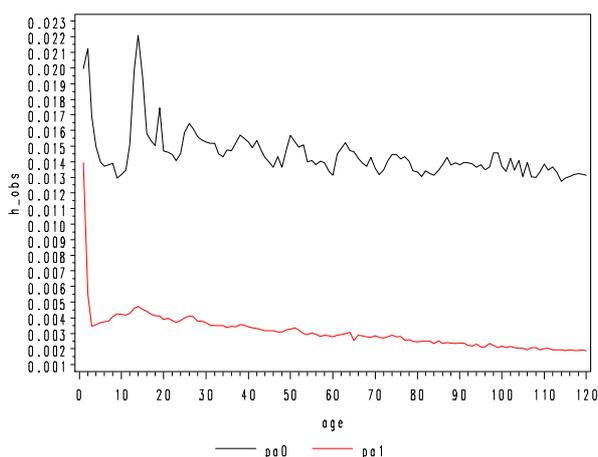


Figure 3-19 : Taux de hasard empiriques, sur données agrégés par critère de stabilité (zoom sur 10 ans)

On note sur le taux de clôture de comptes « jeunes » (de quelques années d'ancienneté seulement) du segment des Particuliers non stables, un schéma cyclique se reproduisant pendant environ 8 ans, qui consiste en un taux plus élevé sur les âges multiples de 12 mois décalés de 2 mois (2, 14, 26 mois...etc.). L'effet est particulièrement marqué sur les mois 2 et 14. Il traduit des décisions des clients de fermer leur compte, soit rapidement après son ouverture soit à des dates correspondant aux dates anniversaires de l'ouverture du compte. On peut expliquer ce phénomène en rappelant qu'il s'agit là de comptes non actifs de clients non équipés d'autres produits bancaires, que la réception d'un relevé annuel ou d'une éventuelle échéance de frais à payer peuvent inciter à clore.

Un taux de clôture plus élevé est observable également au premier mois après l'ouverture de comptes de particuliers stables.

Ces points particuliers nécessiteront d'être traités distinctement dans la modélisation du taux de clôture en fonction de l'ancienneté des comptes.

3.3.3.1. Approche par des lois paramétriques usuelles

En général étant donné un échantillon de données, une analyse paramétrique, lorsqu'elle est possible, présente des avantages par rapport à une approche non paramétrique. En effet elle permet la synthèse de l'information contenue dans les données dans un nombre réduit de paramètres, et facilite l'ajustement du modèle puisque l'estimation des paramètres pourra se satisfaire d'un échantillon de taille modeste. L'interprétation des paramètres revêt alors une grande valeur pour l'étude menée, et ils peuvent faire l'objet de tests et intervalles de confiance. Toutefois l'approche paramétrique suppose de formuler des hypothèses fortes sur la distribution des données, qui ne sont pas toujours réalistes. La statistique non paramétrique offre alors une alternative utile lorsque peu d'hypothèses sont possibles, qui même si elle n'offre que peu de lisibilité en termes d'interprétation, peut servir de référence afin de juger de la qualité des modèles paramétriques envisagés.

Ainsi compte tenu des avantages que présenterait l'ajustement de la loi de survie des comptes à un modèle paramétrique nous tentons une analyse par des lois classiquement utilisées dans les modèles de durée.

Dans chaque cas la valeur du ou des paramètres sera approchée par la méthode des moindres carrés ordinaires.

Notons que l'échantillon étudié, qui consiste en l'observation d'un stock et de nombre de clôtures de comptes à une fréquence mensuelle, est donc discret. L'analyse paramétrique en temps continu

nécessiter alors de postuler l'existence d'une variable sous-jacente continue dont une discrétisation à partir de l'ensemble des points d'observation permet d'obtenir la variable observée. C'est alors à cette variable sous-jacente que les modèles de régression sont appliqués.

Nous adoptons par la suite les notations suivantes (t et k représentant respectivement en temps continu et discret l'ancienneté du compte) :

$S(t)$: fonction de survie des comptes en temps continu ($t \in \mathbb{R}^+$)

$S(k)$: fonction de survie des comptes en temps discret ($k \in \mathbb{N}$)

$h(t)$: taux de clôture instantané des comptes en temps continu ($t \in \mathbb{R}^+$)

$h(k)$: taux de clôture instantané des comptes en temps discret ($k \in \mathbb{N}$)

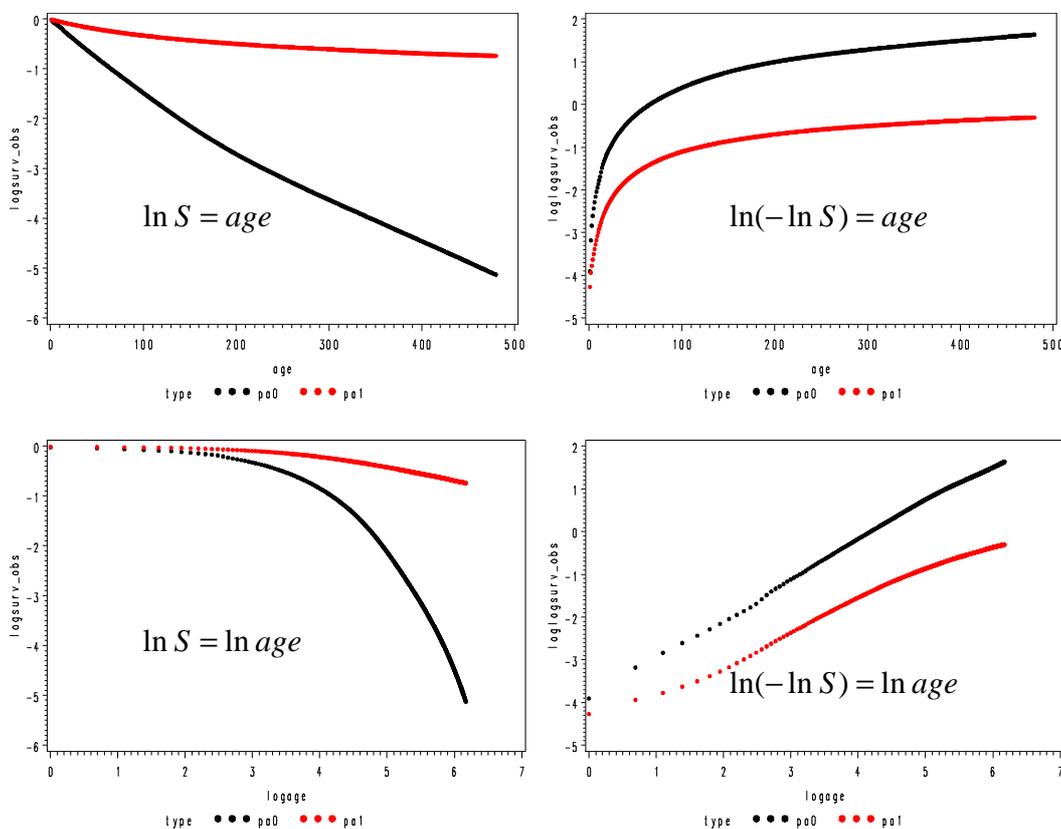
Ainsi, en considérant que la date 0 représente la date de constatation du stock de dépôts, en temps continu on a la relation :

$$\forall t \geq 0, S(t) = \exp\left(-\int_0^t h(s) \cdot ds\right)$$

et en temps discret (chaque incrément représentant une unité d'ancienneté du compte) :

$$\forall k \geq 1, S(k) = \prod_{i=0}^{k-1} (1 - h(i))$$

Nous procédons à une analyse graphique préliminaire des fonctions relatives à la survie des comptes. On représente ci-dessous pour chaque agrégat de comptes, les transformées par logarithme de la fonction de survie, $\ln(S)$, $\ln(-\ln(S))$ et $\ln((1-S)/S)$, en fonction alternativement de l'âge et du logarithme de l'âge. Les représentations sont limitées aux âges de comptes inférieurs à 480 mois.



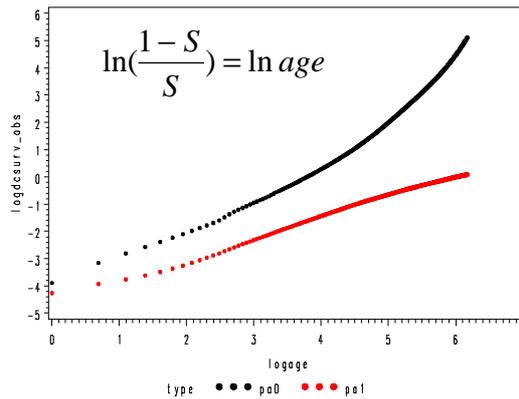


Figure 3-20 : Courbes de survie transformées en log, agrégées par critère de stabilité

On remarque des formes linéaires :

- pour les comptes de Particuliers non stables, de la courbe $\ln(-\ln S)$ en fonction du log de l'âge (graphique du milieu à droite) : suggère qu'un modèle de Weibull peut s'avérer adapté. En effet si $\ln(-\ln S(t)) = a \cdot \ln t + b$ alors on reconnaît après transformation le modèle de Weibull :

$$S(t) = e^{-\exp(b) \cdot t^a}$$

- pour les comptes de Particuliers stables de la courbe $\ln((1-S)/S)$ en fonction du log de l'âge (graphique du bas) qui oriente vers un modèle log-logistique. En effet si $\ln\left(\frac{1-S(t)}{S(t)}\right) = a \cdot \ln t + b$ alors on reconnaît après transformation le modèle log-logistique :

$$S(t) = \frac{1}{1 + e^{b \cdot t^a}}$$

Nous procédons à plusieurs expériences successives, dont les résultats sont reportés en annexe 2, visant à mesurer l'adéquation des lois de survie des agrégats de comptes considérés à des distributions paramétriques candidates couramment utilisées dans la modélisation de durées de vie :

- Exponentielle,
- Weibull,
- Log-logistique.

Les données utilisées sont les séries de taux de clôture par âge de compte, agrégées par marché et par indicateur de stabilité. Les estimations de paramètres sont calculées par régression linéaire par les moindres carrés ordinaires sous la procédure SAS REG.

Bien que certains des modèles estimés présentent des résultats satisfaisants en termes d'explication et d'ajustement aux données, nous proposons d'affiner la modélisation en remarquant que l'évolution des taux de hasard en fonction de l'âge présente des ruptures de tendance qui ne peuvent être correctement prises en compte par les fonctions vues. Nous étudions alors dans la section suivante la pertinence d'un modèle par parties, découpant l'horizon de survie des comptes en plusieurs tranches à chacune desquelles est associé un jeu de paramètres adaptés.

3.3.3.2. Modélisation directe du taux de clôture

La forme de modèle retenue est proche de celle de la loi de Gompertz³⁰ généralisée par Risser³¹ :

$$h(t) = K \cdot e^{\alpha_0 + \alpha_1 \cdot t + \alpha_2 \cdot t^2}$$

dans laquelle K représente le niveau général de hasard, et α_1, α_2 matérialisent le rythme d'augmentation du taux de hasard avec l'âge des comptes.

On modélise ici la transformée en log du taux de clôture afin de disposer ultérieurement d'intervalles de confiance à valeurs strictement positives sur la prévision de taux de clôture qui sera obtenue par transformation inverse, en exponentielle :

$$\ln(h(t)) = \beta_0 + \beta_1 \cdot t + \beta_2 \cdot t^2$$

Particuliers « stables »

La représentation ci-dessous du nuage de points des taux de clôture et de leur logarithme en fonction de l'âge pour les comptes de Particuliers dits stables, montre un point de rupture que l'on peut situer à 450 mois. Ainsi nous procédons à une modélisation en deux parties comme annoncé en début de §3.3.3.

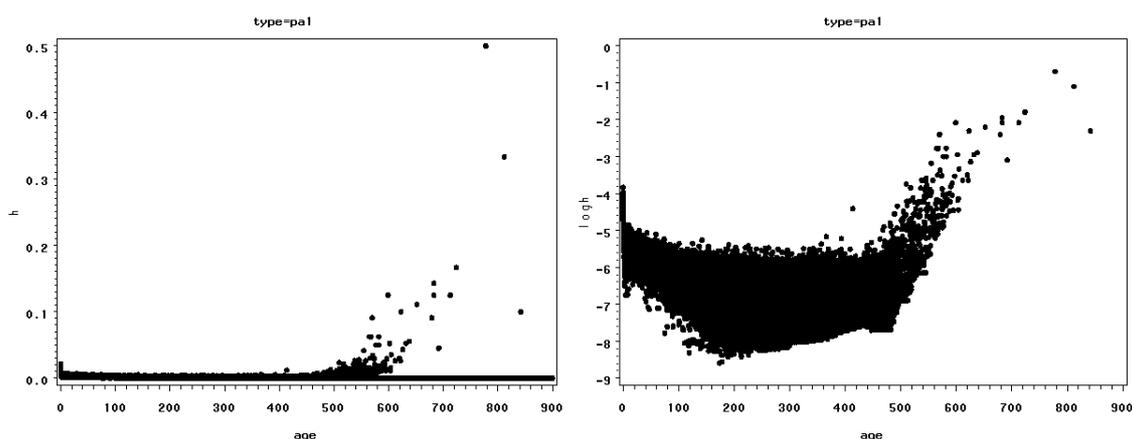


Figure 3-21 : Nuages de points du taux de clôture et de son log en fonction de l'âge des comptes (Particuliers stables)

Modèle pour les âges de comptes inférieurs à 450 mois

³⁰ Le modèle de Gompertz (1825) décrit la dynamique de la mortalité d'une population en suggérant que le taux de mortalité q augmente exponentiellement avec l'âge t :

$$q = K \cdot e^{r \cdot t}$$

Ce modèle est largement utilisé en démographie et gérontologie pour des prévisions adéquates du taux de mortalité chez certaines espèces.

³¹ Risser élargit le modèle en proposant une forme polynomiale de la dépendance à l'âge :

$$q = K \cdot e^{a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + \dots + a_n t^n}$$

La représentation du taux de clôture en fonction de l'âge des comptes a montré (cf. graphiques 3-18) un profil non linéaire sur les premiers mois d'ancienneté : taux décroissants sur les 3 premiers mois, puis croissants jusqu'au 14^{ème} mois, puis à nouveau décroissants. On crée donc des tranches d'âges aux comportements linéaires, représentées dans l'équation par des variables indicatrices.

La variable à expliquer est le logarithme népérien du taux de clôture. Les régresseurs sont l'âge du compte, et l'âge élevé au carré.

L'équation d'estimation des paramètres prend la forme suivante :

$$\ln(h) = c + A1 \cdot 1_{\{age_t=1\}} + (\alpha_0 + \alpha_1 \cdot t) \cdot 1_{\{3 \leq age_t < 14\}} + (\beta_1 \cdot t + \beta_2 \cdot t^2) \cdot 1_{\{14 \leq age_t < 360\}} + \gamma_1 \cdot t \cdot 1_{\{age_t \geq 360\}} + \sigma \cdot \varepsilon_t$$

Les résultats obtenus par la procédure SAS REG sont reportés dans le tableau 3-6.

Variable	Estimation	Écart-type	P-value test de Student
c	-5.35547	0.01499	<.0001
A1	1.08030	0.08279	<.0001
α_0	-0.39104	0.06424	<.0001
α_1	0.02722	0.00681	<.0001
β_1	-0.00864	0.00018436	<.0001
β_2	0.00001051	4.808842E-7	<.0001
γ_1	-0.00466	0.00003954	<.0001
R ²	0.9814		

Tableau 3-6 : Résultat de 1^{ère} estimation MCO des paramètres du modèle de taux de clôture (Particuliers stables)

Le pouvoir explicatif du modèle est très satisfaisant (R² proche de 1).

Cependant le test de White³² permet de détecter la présence d'hétéroscédasticité des résidus : statistique du khi2=81,41 ; p-value<0,0001. Le graphique 3-22 du nuage des résidus en fonction de l'âge montre d'ailleurs une forme caractéristique de résidus hétéroscédastiques : leur variance augmente pour les âges élevés, pour lesquels on a vu que les taux de clôture calculés devenaient plus erratiques. La présence d'hétéroscédasticité biaise le calcul de variance des paramètres et nuit à la fiabilité des intervalles de confiance sur les valeurs des paramètres du modèle et sur les résidus. L'estimation des paramètres n'est toutefois pas biaisée.

Une première solution est alors de tenter de réduire l'influence relative des observations pour les âges élevés, en pondérant chaque observation de taux de clôture par l'encours porté par l'agrégat considéré. On effectue alors une régression linéaire par les moindres carrés pondérés (MCP), utilisant l'encours comme poids de chaque observation. Le résultat est meilleur, mais ne permet toujours pas de passer le test de White et d'accepter l'homoscédasticité des résidus au niveau de confiance de 95% (statistique du khi2=65,08 ; p-value<0,0001).

Nous corrigeons alors les écarts-types des estimations en utilisant la méthode issue des travaux de White, faisant intervenir un estimateur de la matrice de covariance des estimations robuste à une hétéroscédasticité de forme inconnue, ou « HCCME » (Heteroskedasticity Consistent Covariance Matrix

³² Les travaux de H. White sont restitués dans [30].

Estimator), asymptotiquement convergent en présence d'hétéroscédasticité³³. Nous utilisons ici la forme basique dite « HCO » (qui offre de bon résultats si, comme dans notre cas, l'échantillon est de taille suffisante) dans laquelle la variance des résidus est estimée par les résidus MCO élevés au carré.

Les résultats des estimations corrigées, obtenus par la procédure SAS REG, sont reportés dans le tableau 3-7.

Le test de Durbin-Watson permet de valider l'absence d'auto-corrélation d'ordre 1 des résidus au niveau de confiance 95% (statistique D=1,945 ; p-value=0,2005 ; coefficient d'auto-corrélation d'ordre 1=0,024) ;

Variable	Estimation	Écart-type	P-value test de Student
c	-5.35100	0.010226	<.0001
A1	1.07582	0.010226	<.0001
α_0	-0.39550	0.012854	<.0001
α_1	0.02723	0.001169	<.0001
β_1	-0.00871	0.000145	<.0001
β_2	0.00001072	<0.00000	<.0001
γ_1	-0.00467	0.000036	<.0001
R ²	0.9864		
σ	0.08092724		

Tableau 3-7 : Résultat de 2^{ème} estimation par MCP des paramètres du modèle de taux de clôture, avec correction de l'hétéroscédasticité par HCO (Particuliers stables)

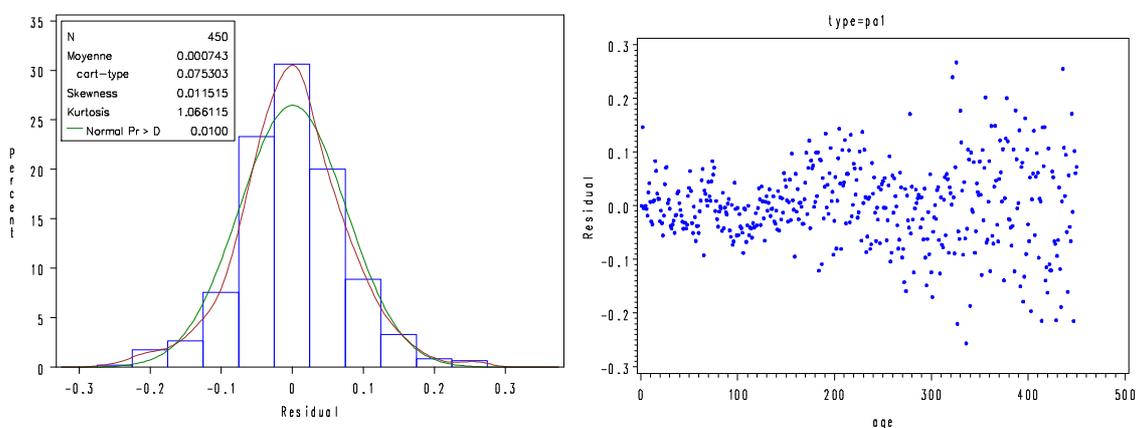


Figure 3-22 : Résidus : Densité et nuage de points en fonction de l'âge (Particuliers stables)

Le test de Kolmogorov-Smirnov ne permet pas de valider l'hypothèse de normalité des résidus au niveau 95% (statistique D=0,049179 ; p-value<0,01). Toutefois leur distribution présente (cf. graphique 3-22) d'assez bonnes propriétés graphiques pour que nous puissions la considérer comme une approximation satisfaisante de la loi normale.

³³ Une forme simple a été proposée par Eicker (1963) et White (1980) : « HCO » ; puis perfectionnée par MacKinnon (1985) puis Long et Erwin (2000) : HC1, HC2, HC3.

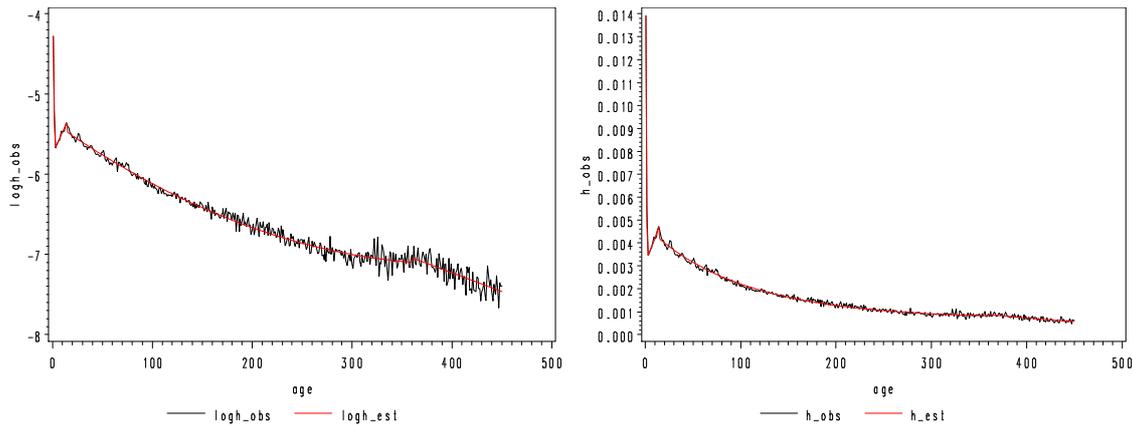


Figure 3-23 : Taux de clôture transformé en log et non transformé observé et projeté (Particuliers stables)

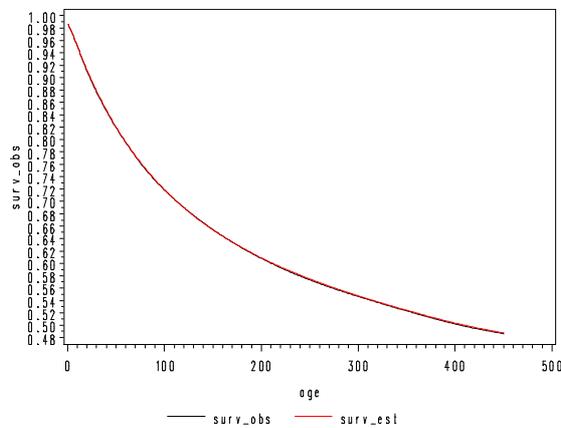


Figure 3-24 : Fonction de survie observée et projetée (Particuliers stables)

Le modèle permet de reproduire fidèlement l'évolution des taux de clôture sur les premiers âges. Au-delà d'une certaine ancienneté lorsque la variabilité des taux de clôture augmente, l'approximation par une évolution linéaire semble adaptée dans la mesure où les données observées sont sujettes à caution, les taux de clôture étant calculés relativement à des nombres de comptes réduits.

La transformation exponentielle du modèle en log estimé permet d'interpréter les principaux paramètres, en l'exprimant sous la forme d'une loi de Gompertz « généralisée ».

Le taux de clôture estimé peut s'écrire :

$$h(t) = e^c \cdot \eta(t)$$

avec :

$$\eta(t) = \begin{cases} e^{A_1} & \text{si } \hat{\text{age}}_t = 1 \\ e^{\alpha_0} \cdot (e^{\alpha_1})^t & \text{si } 3 \leq \hat{\text{age}}_t < 14 \\ (e^{\beta_1})^t \cdot (e^{\beta_2})^{t^2} & \text{si } 14 \leq \hat{\text{age}}_t < 360 \\ (e^{\gamma_1})^t & \text{si } \hat{\text{age}}_t \geq 360 \end{cases}$$

et les valeurs estimées suivantes :

Variable	Estimation
e^c	0,0047
e^{A1}	2,9324
$e^{\alpha 0}$	0,6733
$e^{\alpha 1}$	1,0276
$e^{\beta 1}$	0,9913
$e^{\beta 2}$	1,0000
$e^{\nu 1}$	0,9953

Ainsi le niveau de référence e^c du taux de clôture mensuel ressort donc à 0,47%, soit un taux annuel de 5,5%. Le 1^{er} mois d'âge voit un taux multiplié par près de 3. Il chute alors brutalement pour ensuite croître linéairement pendant 1 an. Au-delà, le taux de clôture décroît à partir du niveau de référence, à un rythme s'amortissant progressivement ($e^{\beta 1}$ et $e^{\nu 1} < 1$).

Les intervalles de confiance à 95% obtenus sur les paramètres permettent de construire un intervalle de confiance du même niveau sur le taux de clôture, tel qu'illustré par le graphique 3-25.

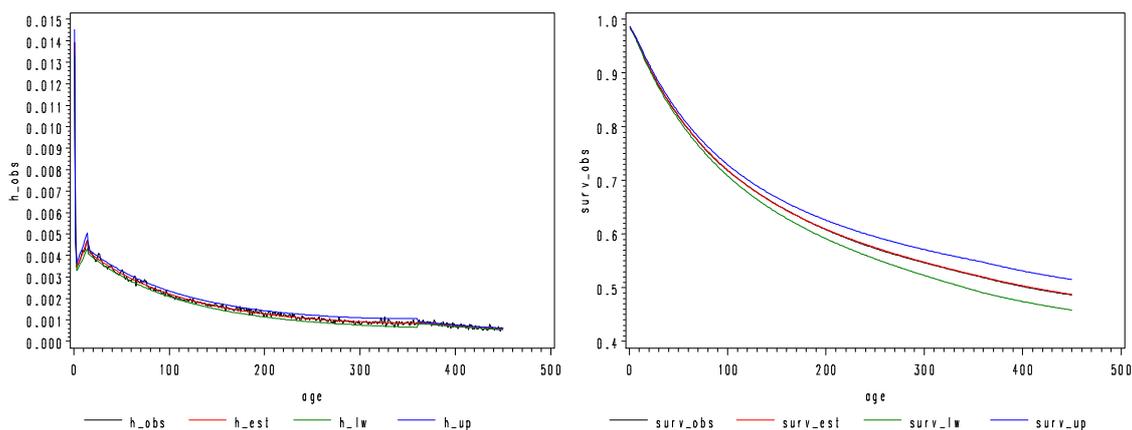


Figure 3-25 : Intervalles de confiance à 95% du taux de clôture et de la loi de survie en fonction de l'âge (Particuliers stables)

Modèle pour les âges de comptes supérieurs à 450 mois

Nous approchons ici linéairement (régression par le critère des moindres carrés ordinaires) le logarithme du taux de clôture en fonction de l'âge des comptes.

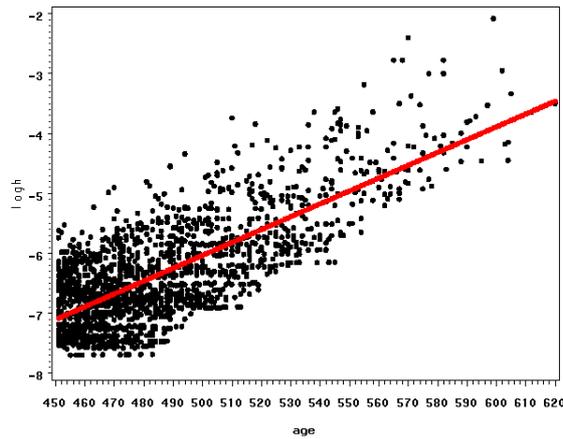
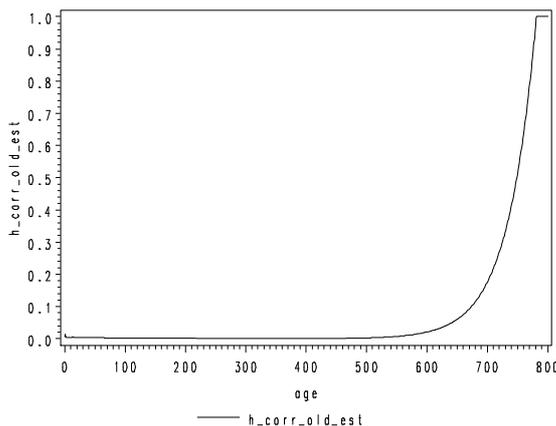


Figure 3-26 : Régression linéaire du log du taux de clôture en fonction de l'âge du compte pour les âges supérieurs à 450 mois (Particuliers stables)

Bien que les qualités statistiques de la régression soient peu satisfaisantes (notamment, $R^2=0,56$), nous avons choisi une approche volontairement simplificatrice et retenons les résultats en conséquence. Le calcul aboutit à une pente de la droite en log égale à 0,02144 ce qui signifie un taux de clôture mensuel augmentant exponentiellement à un taux de 1,0217.

Modèle complet

La jointure des deux parties du modèle aboutit aux évolutions du taux de clôture et de la loi de survie tracées ci-dessous. On note que le taux de clôture estimé atteint le niveau de 1 à 780 mois ce qui signifie qu'aucun compte ne survie au-delà. En réalité on observe dans le stock de comptes certains dépassant cet âge mais ils ne représentent que 0,05% du total des comptes et 0,15% du total d'encours. Le modèle ainsi calibré paraît donc une bonne approximation tout en proposant une vision plus conservatrice que l'observé, aboutissant à une disparition plus rapide des comptes.



Pour des raisons de confidentialité la fonction de survie obtenue n'est pas présentée.

Figure 3-27 : Taux de clôture et fonction de survie estimés et projetés (Particuliers stables)

Les intervalles de confiance à 95% obtenus sur les paramètres permettent de construire un intervalle de confiance du même niveau sur la loi de survie, tel qu'illustré par le graphique 3-28.

Pour des raisons de confidentialité la fonction de survie obtenue n'est pas présentée.

Figure 3-28 : Intervalles de confiance à 95% du taux de clôture et de la loi de survie en fonction de l'âge (Particuliers stables)

Particuliers « non stables »

A l'instar des Particuliers stables nous représentons ci-dessous le nuage de points des taux de clôture et de leur logarithme en fonction de l'âge des comptes. Il montre un point de rupture que l'on peut situer ici à 420 mois. Ainsi nous procédons également à une modélisation en deux parties.

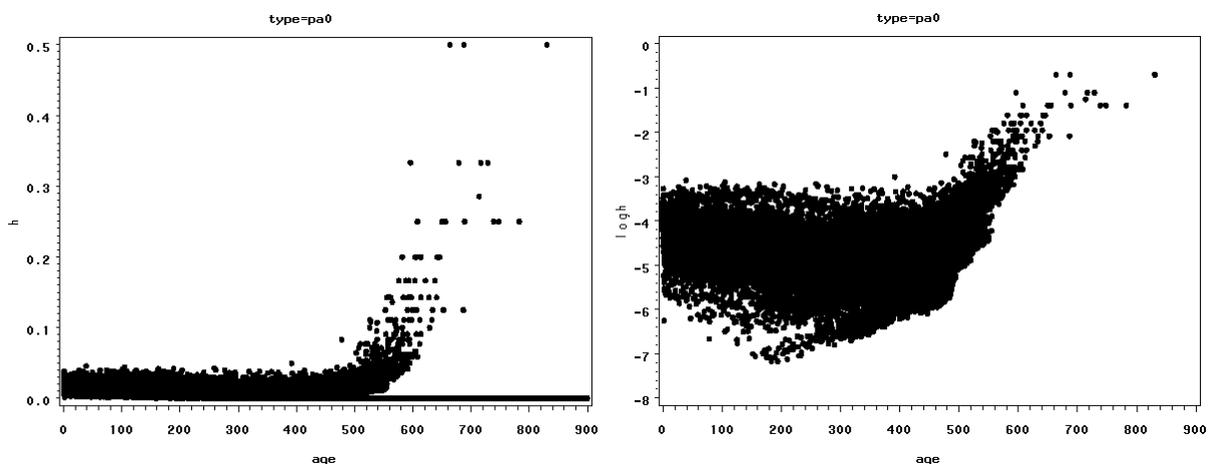


Figure 3-29 : Nuages de points du taux de clôture et de son log en fonction de l'âge des comptes (Particuliers non stables)

Modèle pour les âges de comptes inférieurs à 420 mois

Le même raisonnement et les mêmes outils que ceux employés ci-dessus, sont appliqué à l'estimation du modèle pour les Particuliers de la catégorie « non stable ». Aussi nous présentons les résultats de manière plus succincte, sans reprendre les étapes intermédiaires qui n'apportent pas d'autre enseignement que ce qui a déjà été décrit dans les paragraphes précédents.

Les observations faites en introduction de cette section (cf. graphique 3-18), conduisent à positionner des variables indicatrices permettant de capter l'effet marqué sur certains âges tels que 1, 2, 13, 14 et 15. Nous n'isolons que ces 5 points et choisissons d'approximer linéairement le taux de clôture sur les autres points.

L'équation d'estimation des paramètres prend alors la forme suivante :

$$\ln(h) = c + A1 \cdot 1_{\{age_t=1\}} + A2 \cdot 1_{\{age_t=2\}} + A13 \cdot 1_{\{age_t=13\}} + A14 \cdot 1_{\{age_t=14\}} + A15 \cdot 1_{\{age_t=15\}} + \alpha_1 \cdot t \cdot 1_{\{age_t < 150\}} + (\beta_0 + \beta_1 \cdot t + \beta_2 \cdot t^2) \cdot 1_{\{age_t \geq 150\}} + \sigma \cdot \varepsilon_t$$

Les résultats obtenus par la procédure SAS REG, utilisant les MCP avec pondération par l'encours, et correction de l'hétéroscédasticité par la méthode « HCO » de White, sont reportés dans le tableau 3-8.

Variable	Estimation	Écart-type	P-value test de Student
c	-4.18909	0.015833	<.0001
A1	0.27674	0.015673	<.0001
A2	0.34073	0.015513	<.0001
A13	0.28647	0.013753	<.0001
A14	0.39243	0.013593	<.0001
A15	0.26506	0.013434	<.0001
α_1	-0.00111	0.000163	<.0001
β_0	0.50658	0.033511	<.0001
β_1	-0.00607	0.000222	<.0001
β_2	0.00000812	<0.00000	<.0001
R ²	0.9582		
σ	0.05521069		

Tableau 3-8 : Résultat d'estimation MCP des paramètres du modèle de taux de clôture, avec correction de l'hétéroscédasticité par HCO (Particuliers non stables)

Le pouvoir explicatif du modèle est ici encore très satisfaisant (R² proche de 1).

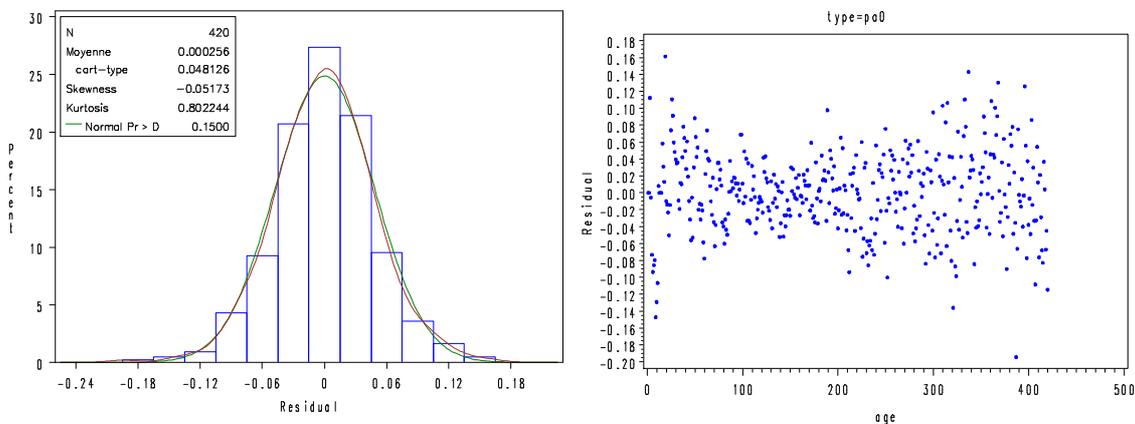


Figure 3-30 : Résidus : Densité et nuage de points en fonction de l'âge (Particuliers non stables)

Le test de Durbin-Watson met en évidence une auto-corrélation des résidus positive (statistique $D=1,202$; $p\text{-value}<0,0001$; coefficient d'auto-corrélation d'ordre 1= $0,39$).

Le test de Kolmogorov-Smirnov permet de valider l'hypothèse de normalité des résidus au niveau 95% (statistique $D=0,029514$; $p\text{-value}>0,15$).

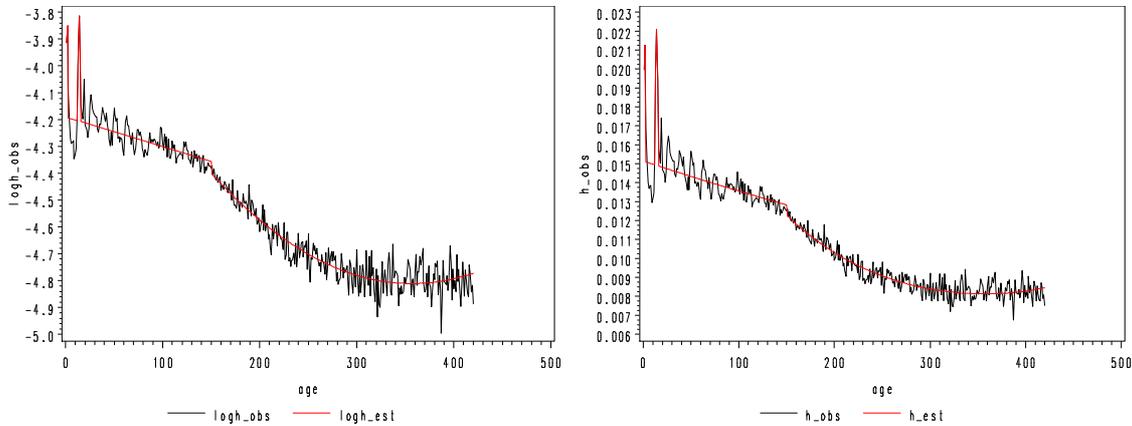


Figure 3-31 : Taux de clôture transformé en log et non transformé observé et projeté (Particuliers non stables)

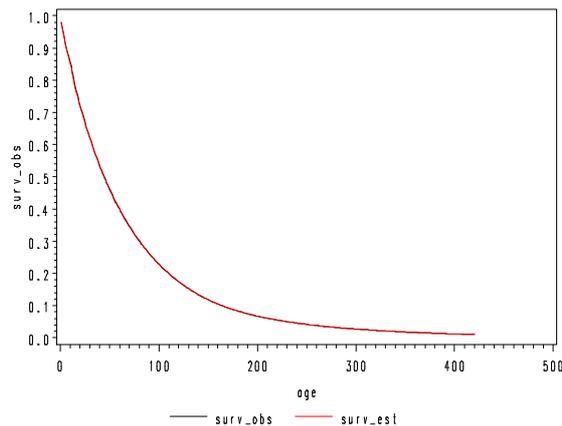


Figure 3-32 : Fonction de survie observée et projetée (Particuliers non stables)

Le modèle permet de reproduire de manière satisfaisante l'évolution des taux de clôture, en dehors des premières années d'âge où une approximation linéaire des variations cycliques a volontairement été retenue, et des âges élevés où la pondération par un encours faible conduit à un modèle qui s'écarte des observations.

L'ajustement à la fonction de survie observée reste toutefois très bon.

La transformation exponentielle du modèle en log estimé permet d'interpréter les principaux paramètres, en l'exprimant sous la forme d'une loi de Gompertz « généralisée ».

Le taux de clôture estimé peut s'écrire :

$$h(t) = e^c \cdot \eta(t)$$

avec :

$$\eta(t) = \begin{cases} e^{A1} & \text{si } \hat{\text{age}}_t = 1 \\ e^{A2} & \text{si } \hat{\text{age}}_t = 2 \\ e^{A13} & \text{si } \hat{\text{age}}_t = 13 \\ e^{A14} & \text{si } \hat{\text{age}}_t = 14 \\ e^{A15} & \text{si } \hat{\text{age}}_t = 15 \\ (e^{\alpha_1})^t & \text{si } \hat{\text{age}}_t < 150 \\ e^{\beta_0} \cdot (e^{\beta_1})^t \cdot (e^{\beta_2})^{t^2} & \text{si } \hat{\text{age}}_t \geq 150 \end{cases}$$

et les valeurs estimées suivantes :

Variable	Estimation
e^c	0,0152
e^{A1}	1,3188
e^{A2}	1,4060
e^{A13}	1,3317
e^{A14}	1,4806
e^{A15}	1,3035
e^{α_1}	0,9989
e^{β_0}	1,6596
e^{β_1}	0,9939
e^{β_2}	1,0000

Ainsi le niveau de référence e^c du taux de clôture mensuel ressort 3 fois plus élevé que celui des Particuliers stables à 1,5%, soit un taux annuel de 16,8%. Les 1^{er}, 2^{ème}, 13^{ème}, 14^{ème} et 15^{ème} mois d'âge affichent en outre par rapport à ce niveau de référence un taux multiplié par un facteur entre 1,3 et 1,5 amenant à un taux de clôture annualisé compris entre 21 et 24%.

Les intervalles de confiance à 95% obtenus sur les paramètres permettent de construire un intervalle de confiance du même niveau sur le taux de clôture, tel qu'illustré par le graphique 3-33.

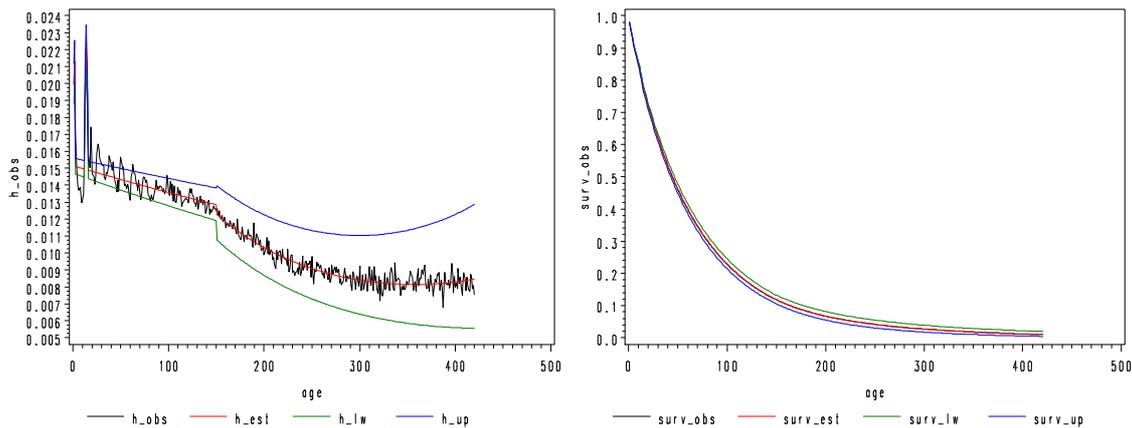


Figure 3-33 : Intervalles de confiance à 95% du taux de clôture et de la loi de survie en fonction de l'âge (Particuliers non stables)

Modèle pour les âges de comptes supérieurs à 420 mois

Nous approchons ici encore linéairement (régression par le critère des moindres carrés ordinaires) le logarithme du taux de clôture en fonction de l'âge des comptes.

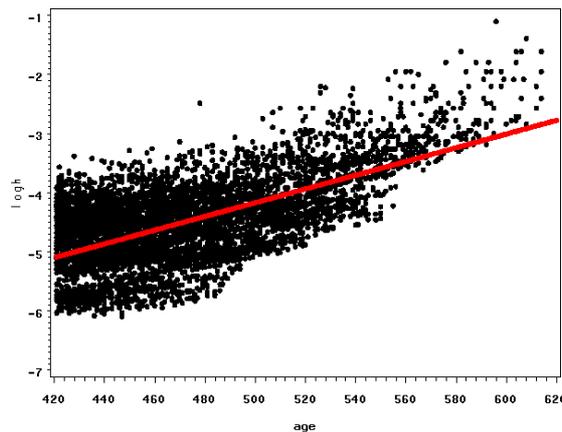


Figure 3-34 : Régression linéaire du log du taux de clôture en fonction de l'âge du compte pour les âges supérieurs à 420 mois (Particuliers non stables)

Ici encore les qualités statistiques de la régression sont assez pauvres ($R^2=0,40$). Toutefois pour les mêmes raisons que celles vues précédemment, nous en retenons les résultats. Le calcul aboutit à une pente de la droite en log égale à 0,01162 ce qui signifie un taux de clôture mensuel augmentant exponentiellement à un taux de 1,0117.

Modèle complet

La jointure des deux parties du modèle aboutit aux évolutions du taux de clôture et de la loi de survie tracées ci-dessous. On note que le taux de clôture estimé atteint le niveau de 1 à 860 mois ce qui signifie qu'aucun compte ne survie au-delà. En réalité on observe dans le stock total un nombre négligeable de comptes dépassant cet âge (0,01% du total des comptes et 0,02% du total d'encours). Le modèle ainsi calibré constitue donc une bonne approximation légèrement plus conservatrice que l'observé.

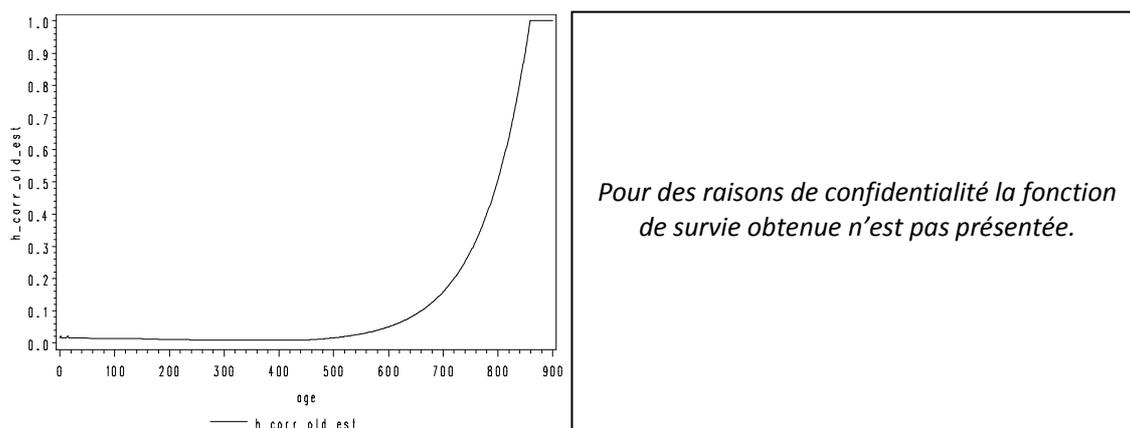


Figure 3-35 : Taux de clôture et fonction de survie estimés et projetés (Particuliers non stables)

Les intervalles de confiance à 95% obtenus sur les paramètres permettent de construire un intervalle de confiance du même niveau sur la loi de survie, tel qu'illustré par le graphique 3-36.

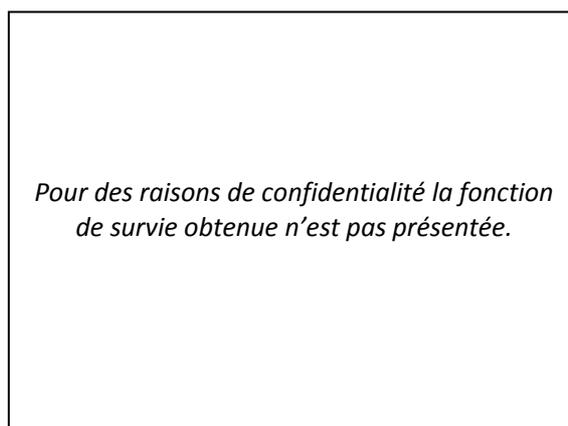


Figure 3-36 : Intervalles de confiance à 95% du taux de clôture et de la loi de survie en fonction de l'âge (Particuliers non stables)

3.3.3.3. Conclusions sur la modélisation du taux de clôture

La méthode employée a permis de construire un modèle de bonne qualité en termes d'explication et d'ajustement aux données historiques jusqu'à une certaine ancienneté des comptes, égale à 450 mois pour les Particuliers stables et 420 mois pour les non stables. Cependant certaines propriétés n'ont pu toujours être validées (notamment l'absence d'auto-corrélation des résidus et leur normalité). Ainsi les tests statistiques permettant de valider la stabilité du modèle ne sont pas parfaitement fiables. Des exercices réguliers de revue et d'éventuel recalibrage des paramètres s'avèreront donc nécessaires dans le temps.

Au-delà des seuils d'ancienneté ci-dessus nous avons volontairement retenu une approche simple mais conservatrice qui matérialise l'accroissement exponentiel des taux de clôture avec l'ancienneté des comptes. Simple car elle représente linéairement (après transformation en log) une évolution dont

l'explication en réalité peu s'avérer difficile (les facteurs comportementaux pour de très anciens dépôts sont peu identifiables) ; mais conservatrice car elle revient à faire disparaître plus rapidement les comptes que ne le montre l'observation du stock en vie (qui comporte, certes pour une part minime, des dépôts vieux de plus de 70 ans).

Remarquant que le taux de clôture des comptes, à partir d'un certain âge, ne peut être inférieur au taux de mortalité des clients détenteurs, nous comparons à titre d'illustration le taux de clôture des comptes à un taux de mortalité. Ne disposant pas dans la base de données utilisée de l'information sur l'âge du client, nous procédons de manière approchée en intégrant le fait que l'indicateur synthétique utilisé permet d'isoler les clients de moins de 16 ans. On peut alors établir, pour la catégorie des clients de 16 ans ou plus, que l'âge du client est d'au moins 16 ans plus élevé que celui du compte observé. Nous calculons alors un taux de clôture minimum pour les âges élevés estimé à partir du taux de mortalité mesuré sur une table de mortalité classique décalé de 16 ans³⁴.

L'estimation du taux de clôture minimum est réalisée en utilisant la table TH00-02³⁵ (plus courte qu'une loi de survie féminine, elle permet une approche plus prudente du profil de survie des comptes).

Le taux de mortalité mensuel correspondant à la table de mortalité choisie est représenté par une fonction de Gompertz :

$$h(t) = K \cdot e^{a \cdot t}$$

Un ajustement sur les âges 55 et 100 ans aboutit à un paramètre a de croissance du taux de mortalité mensuel égal à 1,00749, qui on le remarque est inférieur aux paramètres calculés sur chaque catégorie de comptes (respectivement 1,0217 pour les stables et 1,0117 pour les non stables). Ainsi nous vérifions que l'approche retenue n'entre pas en contradiction avec la remarque faite sur le lien entre ancienneté du compte et âge du détenteur.

3.4. Modélisation de l'encours moyen par compte

3.4.1. Analyse préliminaire des facteurs d'influence

Outre l'âge du compte, plusieurs variables explicatives possibles de l'évolution de l'encours moyen par compte sont identifiées, dont l'influence éventuelle est vérifiée :

- Une composante saisonnière annuelle
- Des facteurs économiques et de marché

Saisonnalité

Nous avons pu observer sur le graphique 3-1 un cycle saisonnier affectant l'encours des dépôts. Nous confirmons ici l'observation, au moyen de l'algorithme X11 implémenté dans SAS, qui permet d'identifier une saisonnalité et d'en corriger les effets.

³⁴ On ne considère pas ici le cas d'un compte joint où le compte peut subsister au-delà du premier décès. Cependant envisager la clôture anticipée du compte revient à adopter une position prudente.

³⁵ La table TH00-02, homologuée par l'arrêté du 20/12/2005, est utilisée pour le provisionnement des engagements en cas de décès des activités d'assurance, sur une population masculine.

Nous appliquons l'algorithme X11 multiplicatif aux séries d'encours moyen par compte, sur un pas mensuel, segmentées par type de client (nous reprenons la segmentation vue sur les nombres de comptes) :

- Particuliers, comptes stables (type 'pa1')
- Particuliers, comptes non stables (type 'pa0')

Les coefficients saisonniers multiplicatifs mesurés sont présentés sur le graphique 3-37.

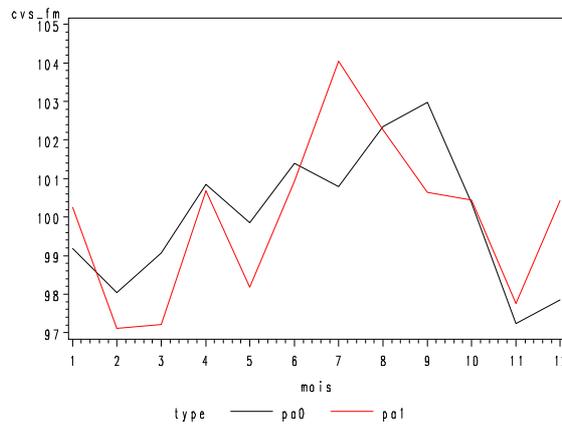


Figure 3-37 : Coefficients saisonniers mensuels multiplicatifs (de janvier à décembre) sur encours moyen par compte

On identifie pour les particuliers une saisonnalité plus marquée sur les comptes stables que les non stables. On rappelle que les comptes stables incluent les comptes « actifs » fréquemment mouvementés de versements et prélèvements ; il est donc logique de les voir subir fortement les effets saisonniers économiques et civils (périodes de vacances, versement du 13^{ème} mois, paiement des impôts...etc.).

On utilise dans la suite des analyses l'encours désaisonnalisé, présentés sur les graphiques 3-38.

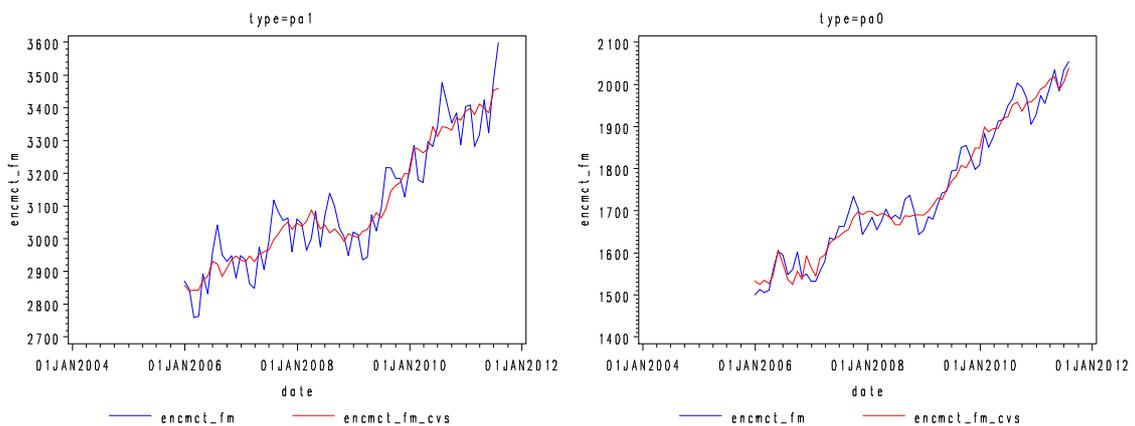


Figure 3-38 : Encours moyen par compte brut et désaisonnalisé, par type de compte : particuliers stables (gauche), particuliers non stables (droite)

Effet de la stabilité du compte

On mesure la dépendance de l'encours moyen par compte normalisé à leur ancienneté, en considérant l'encours à chaque âge rapporté à celui à l'âge 0 :

$$encmct_100(\hat{age} = t) = \frac{encmct(\hat{age} = t)}{encmct(\hat{age} = 0)}$$

La segmentation des encours par l'indicateur client synthétique traduisant l'équipement du client et l'activité du compte, fait ressortir là encore une influence significative, illustrée par les graphiques ci-dessous.

À l'instar de ce qui a été réalisé sur les nombres de comptes, nous regroupons en un unique agrégat de comptes dits « stables » les modalités 1, 2 et 3 de l'indicateur, et formons avec la modalité 4 un agrégat de comptes « non stables ». En effet même s'il apparaît moins clairement pour les encours moyens que pour les taux de clôture une différence entre ces deux groupes de modalités, nous choisissons par souci de cohérence avec le modèle du nombre de comptes le même regroupement. Nous traçons sur les graphiques 3-39 l'évolution de l'encours moyen par compte en fonction de l'âge des comptes, pour chacune des catégories ainsi formées.

On note que les encours affectés de la modalité 2 de l'indicateur ressortent très à l'écart des autres. On rappelle toutefois que la modalité 2 représentant une part marginale de l'encours total (2% au 31/12/2010), elle n'aura qu'un poids faible dans l'agrégat de comptes stables.

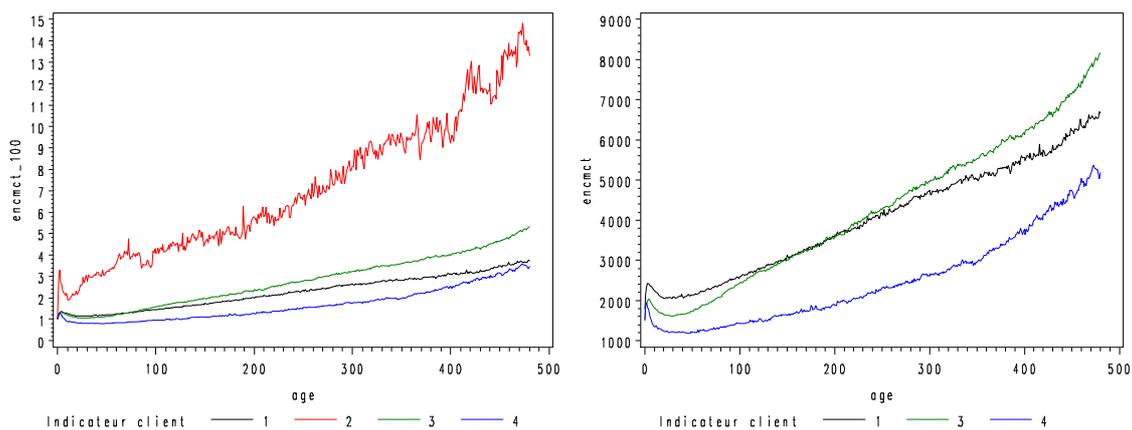


Figure 3-39 : Évolution de l'encours moyen par compte non normalisé avec l'âge du compte, par modalité de l'indicateur client

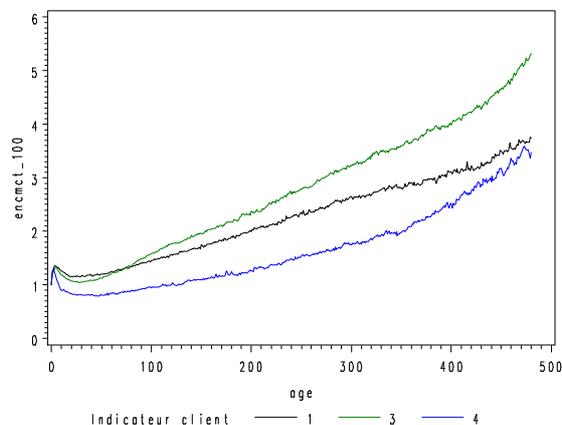


Figure 3-40 : Évolution de l'encours moyen par compte normalisé avec l'âge du compte, par modalité de l'indicateur client

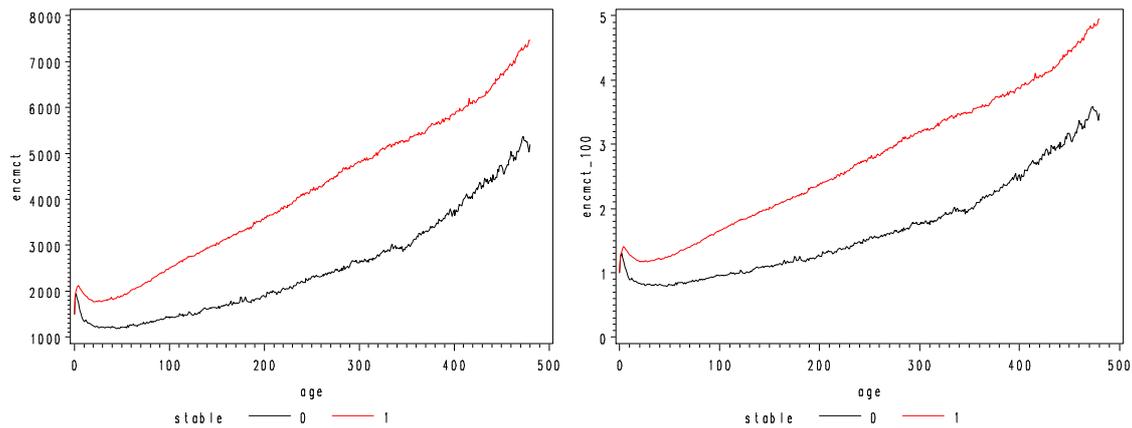


Figure 3-41 : Évolution de l'encours moyen par compte (brut et normalisé) avec l'âge du compte, par catégorie de stabilité

Effet économiques

Nous avons évoqué dans les sections précédentes la préférence pour la liquidité qui confère au client titulaire d'un dépôt à vue des caractéristiques comportementales spécifiques, qui ne sont pas guidées par des critères arbitragistes. La dépendance au niveau des taux d'intérêt de l'encours par compte de dépôt à vue serait sous cette hypothèse assez faible. Toutefois, le dépôt à vue faisant partie d'une offre globale de produits d'épargne de la banque, on peut penser a contrario que des phénomènes de transfert de liquidités peuvent intervenir entre supports tels que le compte chèque, le livret rémunéré...etc. Ainsi l'évolution des taux de marché pourrait influencer sur les versements opérés sur les produits rémunérés, au détriment de l'épargne non rémunérée. Une observation du phénomène de compensation entre dépôts à vue et livrets est possible à l'échelle nationale, si l'on utilise les séries historiques de données Banque de France. En 2008 l'encours des livrets profite d'une décollecte sur les dépôts à vue. Le coefficient de corrélation des différences premières des deux séries ressort à -0,58.

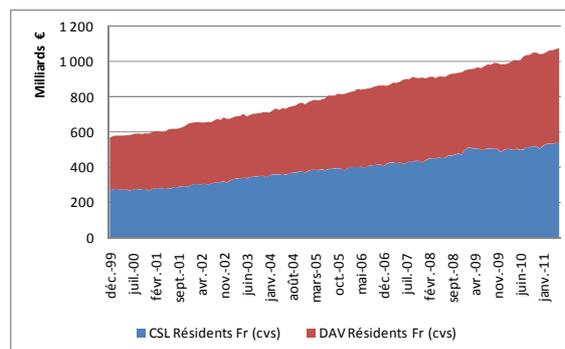


Figure 3-42 : Encours nationaux de dépôts à vue et comptes sur livrets Résidents français (source données Banque de France)

La figure 3-38 semble confirmer sur les données étudiées cette observation d'une baisse de l'encours moyen par compte pendant l'année 2008. Toutefois le tracé, figure 3-43, de l'évolution pour chaque année de l'historique, de l'encours moyen normalisé par compte en fonction de l'âge des comptes, ne montre pas de disparités marquées selon l'année d'observation. Nous retenons donc l'hypothèse d'un comportement homogène dans le temps des encours de dépôts en fonction de l'âge des comptes.

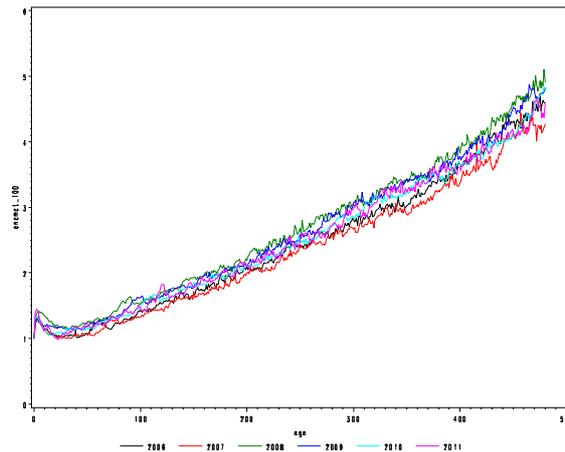


Figure 3-43 : Évolution de l'encours moyen par compte normalisé avec l'âge du compte, par année d'observation

Nous tentons néanmoins de capter indirectement un effet économique, par la mesure de l'influence des taux d'intérêt (qui matérialisent un facteur d'évolution des encours de comptes sur livrets) sur les encours de dépôts à vue.

Le nuage de points des taux de variation mensuelle d'encours de dépôts, par rapport à des taux de marché (ici l'Euribor 3 mois et le taux de swap de maturité 5 ans), ne fait apparaître aucune tendance marquée.

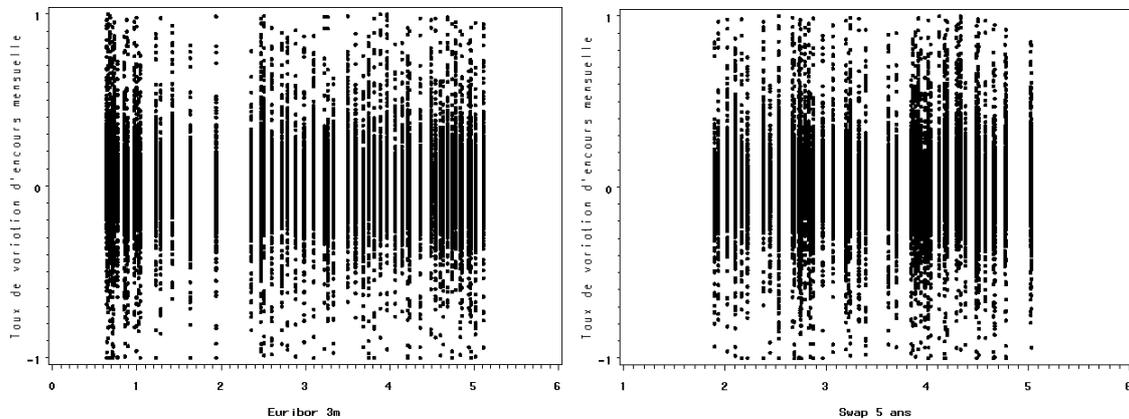


Figure 3-44 : Nuage de points des taux de variation mensuelle d'encours de dépôts, par rapport à l'Euribor 3 mois (graphique de gauche) et au taux de swap de maturité 5 ans (graphique de droite)

L'absence d'influence notable est confirmée par régression linéaire : l'hypothèse de significativité du paramètre est rejetée dans les deux cas.

On ne retient donc pas de modèle utilisant une dépendance aux taux d'intérêt. Notons la profondeur d'historique disponible permet de couvrir un spectre de valeurs des taux d'intérêts assez large, mais perturbé par les effets d'une crise économique violente qui a pu biaiser les comportements des déposants vis-à-vis des conditions de taux. Le résultat aurait pu être différent sur un historique plus long.

Disparités régionales

L'encours moyen par compte présente également des disparités par établissement, dont l'explication se trouve probablement dans le facteur géographique et la « richesse » relative de chaque région. À titre d'illustration, l'encours moyen par compte de particuliers dans deux régions différentes présenté figure 3-46 montre des niveaux d'encours significativement différents mais des évolutions au contraire proches de l'encours normalisé.

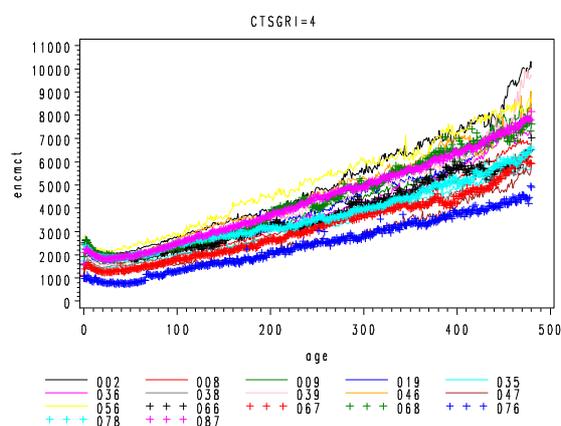


Figure 3-45 : Évolution de l'encours moyen par compte avec l'âge du compte, par établissement

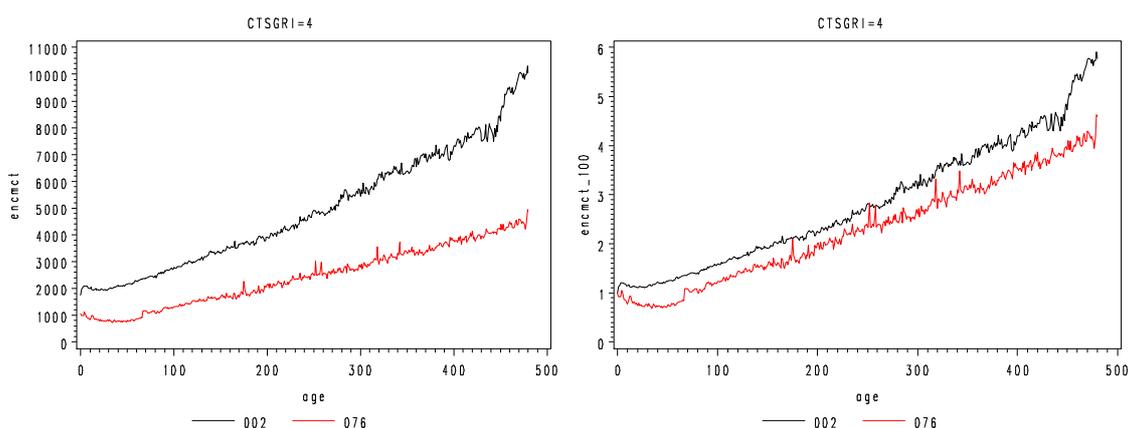


Figure 3-46 : Évolution de l'encours moyen par compte (brut et normalisé) avec l'âge du compte, pour deux régions différentes

Conclusion : choix des variables

L'encours moyen par compte est dépendant à la fois de facteurs structurels (tels que le niveau de richesse des clients), et de fluctuations saisonnières à court terme liées à l'annualisation d'un certain nombre d'événements (congrés, impôts, fêtes de fin d'année...etc.). L'effet des conditions macroéconomiques matérialisé par celui des taux d'intérêt n'est pas confirmé.

Les analyses préliminaires ont en revanche montré une nette influence des critères de stabilité sur l'évolution de l'encours moyen par compte en fonction de l'ancienneté depuis l'ouverture du compte. Nous développons donc un modèle utilisant l'âge du compte comme variable explicative, différencié par niveau de stabilité. Bien qu'une diversité entre établissements régionaux apparaît également, la

contrainte de produire des indicateurs de gestion actif-passif assurant une comparabilité entre établissements implique de retenir un même modèle pour tous. Nous ne différencierons donc pas la forme du modèle par établissement. Toutefois son application à une structure d'encours spécifique à chaque établissement permettra de refléter cette diversité.

3.4.2. Modèle de l'encours par compte

Le tracé de l'autocorrélogramme partiel de la variable d'encours moyen par compte fait ressortir un caractère autorégressif d'ordre 1 marqué et jusqu'à l'ordre 5 de manière moins sensible. La série différenciée à l'ordre 1 présente elle aussi un caractère autorégressif d'ordre 1.

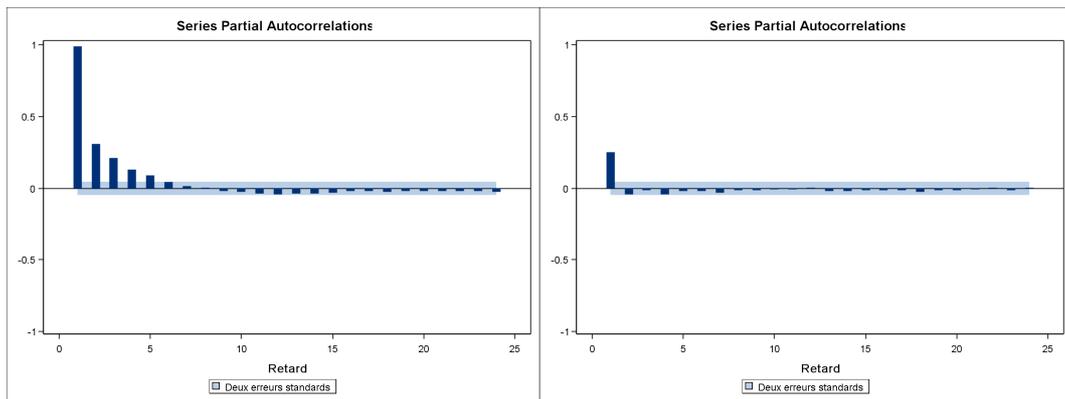


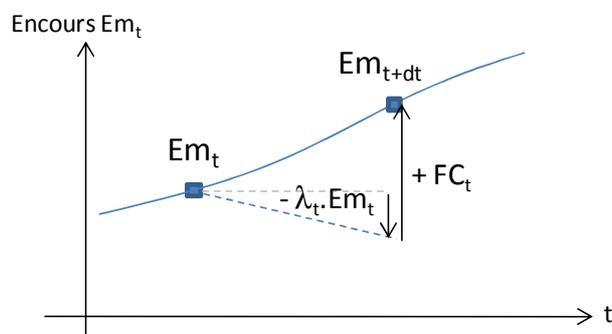
Figure 3-47 : Autocorrélogrammes partiels des séries d'encours moyen par compte, non différencié et différenciée à l'ordre 1

Par souci de simplicité du modèle, et de capacité à en interpréter les paramètres, nous restreignons l'effet « mémoire » à l'ordre 1 de la série non différenciée.

Reprenons ainsi le formalisme introduit par Demey, Frachot et Riboulet [13] et écrivons ainsi la dynamique de l'encours moyen par compte que nous désignerons par E_m :

$$dE_m(t) = (FC(t) - \lambda(t) \cdot E_m(t)) \cdot dt \quad \text{Équation 3-2}$$

qui signifie que la variation d'encours sur un compte entre deux dates d'observation successives est égale à la somme sur la période de flux créditeurs $FC(t)$ moins les flux débiteurs exprimés comme une fraction $\lambda(t)$ de l'encours disponible.



Nous ferons l'hypothèse que le taux de variation de l'encours λ est constant dans le temps³⁶. Le modèle se résout alors sous la forme suivante en faisant apparaître le principe, introduit par Selvaggio, de l'existence d'un encours cible E_m^* visé par les clients, autour duquel évolue l'encours de chaque compte :

$$E_m(T) = E_m^* + f(t, T, r) + (E_m(t) - E_m^*) \cdot e^{-\lambda(T-t)}$$

où $f(t, T)$ est une fonction dépendante du profil de production nouvelle retenu (qui dans les modèles présentés précédemment peut éventuellement dépendre des taux d'intérêt r ou d'autres facteurs macro-économiques ; cependant nous avons été conduits lors des analyses préliminaires à rejeter l'hypothèse d'une influence significative des niveaux de taux sur l'encours).

La fonction représentant les flux créditeurs sera modélisée par une fonction polynomiale du temps, matérialisant un effet richesse croissant avec le temps représenté par l'ancienneté du compte :

$$FC(t) = \alpha_0 + \alpha_1 \cdot t + \alpha_2 \cdot t^2 \quad \text{Équation 3-3}$$

Dans le cas où le taux de retrait λ est constant, $\lambda(t) = \lambda$, l'intégration de l'équation de dynamique de l'encours entre t et T tels que $t < T$, aboutit alors à :

$$E_m(T) = \left(E_m^* + f(T-t) \right) + \left(E_m(t) - E_m^* \right) \cdot e^{-\lambda(T-t)}$$

où :

$$E_m^* = \frac{\alpha_0}{\lambda} - \frac{\alpha_1}{\lambda^2} + \frac{2\alpha_2}{\lambda^3}$$

$$f(T-t) = \frac{(T-t)}{\lambda} \cdot \left(\alpha_1 - \frac{2\alpha_2}{\lambda} + \alpha_2 \cdot (T-t) \right)$$

3.4.3. Résultats empiriques

L'estimation des paramètres du modèle précédent se fait par régression linéaire avec l'équation suivante :

$$E_t - E_{t-1} = \alpha_0 + \alpha_1 \cdot t + \alpha_2 \cdot t^2 + \lambda \cdot E_{t-1} + \sigma \cdot \varepsilon_t$$

3.4.3.1. Résultats des estimations

Particuliers « stables »

Le modèle est estimé à partir des données d'encours moyen par compte, agrégées par âge du compte³⁷, sur le sous-ensemble des âges inférieurs ou égaux à 360 mois. En effet nous avons vu qu'au-delà d'une certaine ancienneté, les nombres de comptes par génération se réduisent et peuvent conduire à des encours moyens qui prennent des valeurs erratiques élevées, nuisant à la qualité de la régression. En

³⁶ L'hypothèse d'un taux λ dépendant de l'âge du compte a été testée mais rejetée.

³⁷ On vérifie a posteriori que les paramètres obtenus sur l'échantillon non agrégé sont proches de ceux résultant de la régression sur les données agrégées, confirmant l'hypothèse d'homogénéité de comportement des générations.

outre, nous ferons l'hypothèse que le comportement des clients modélisé demeure le même quelque soit l'âge du compte, permettant ainsi de simuler l'évolution au-delà de 360 mois en prolongeant la tendance.

Pour tenir compte de l'effet spécifique sur les premiers mois d'âge observé sur le graphique 3-41, on introduit des variables indicatrices sur les 4 premiers mois d'âge, et sur les mois supérieurs ou égaux à 4.

La variable à expliquer est l'encours moyen par compte normalisé, rapport entre l'encours moyen par compte à l'âge en t et l'encours moyen par compte à l'âge 0.

L'équation d'estimation des paramètres devient :

$$E_t - E_{t-1} = A1 \cdot 1_{\{age_t=1\}} + A2 \cdot 1_{\{age_t=2\}} + A3 \cdot 1_{\{age_t=3\}} + A4 \cdot 1_{\{age_t=4\}} + (\alpha_0 + \alpha_1 \cdot t + \alpha_2 \cdot t^2) \cdot 1_{\{age_t \geq 4\}} - \lambda \cdot E_{t-1} + \sigma \cdot \varepsilon_t$$

Les résultats obtenus par la procédure SAS REG sont reportés dans le tableau 3-9.

Variable	Estimation	Écart-type	P-value test de Student
A1	0.36298	0.02074	<.0001
A2	0.17513	0.02362	<.0001
A3	0.17431	0.02427	<.0001
A4	0.05462	0.01584	0.0006
λ	0.09168	0.01438	<.0001
α_0	0.09075	0.01509	<.0001
α_1	0.00065669	0.00008912	<.0001
α_2	9.030171E-8	1.028132E-7	0.3804
R ²	0.5755		

Tableau 3-9 : Résultat de 1^{ère} estimation MCO des paramètres du modèle d'encours (Particuliers stables)

Le test de Student sur la variable α_2 conduit à ne pas la retenir. Nous reconsidérons donc le modèle dans lequel $\alpha_2=0$, avec les résultats donnés en tableau 3-10.

Variable	Estimation	Écart-type	P-value test de Student
A1	0.35568	0.01900	<.0001
A2	0.16585	0.02111	<.0001
A3	0.16460	0.02160	<.0001
A4	0.05354	0.01579	0.0008
λ	0.08437	0.01173	<.0001
α_0	0.08183	0.01115	<.0001
α_1	0.00063632	0.00008602	<.0001
α_2	0		
R ²	0.5746		

Tableau 3-10 : Résultat de 2^{ème} estimation MCO des paramètres du modèle d'encours (Particuliers stables)

Le pouvoir explicatif du modèle est peu satisfaisant (R^2 faible). Supposant que la qualité de l'ajustement est dégradée par l'instabilité aux âges élevés des encours moyens calculés à partir du nombre de comptes qui se réduit, nous procédons à une régression linéaire par les moindres carrés pondérés, utilisant le nombre de comptes comme poids de chaque observation. Le résultat des estimations corrigées, reporté dans le tableau 3-11, est alors meilleur.

Variable	Estimation	Écart-type	P-value test de Student	IC 95% : borne basse	IC 95% : borne haute
A1	0.34309	0.01123	<.0001	0.32100	0.36518
A2	0.14984	0.01189	<.0001	0.12646	0.17323
A3	0.14785	0.01190	<.0001	0.12445	0.17125
A4	0.04818	0.00802	<.0001	0.03241	0.06396
λ	0.07178	0.00681	<.0001	0.05840	0.08517
α_0	0.07014	0.00677	<.0001	0.05683	0.08346
α_1	0.00054361	0.00004843	<.0001	0.00044835	0.00063886
α_2	0				
R^2	0.7747				
σ	0.01670927				

Tableau 3-11 : Résultat de 3^{ème} estimation par MCP des paramètres du modèle d'encours (Particuliers stables)

Le test de White valide l'homoscédasticité des résidus au niveau de confiance 95% (statistique du khi2=17,67 ; p-value=0,126).

Nous testons l'auto-corrélation des résidus par le test de Durbin-Watson qui indique la présence d'auto-corrélation négative d'ordre 1 (coefficient d'auto-corrélation de 1^{er} ordre=-0,384 ; statistique D=2,768 ; p-value<0,0001). L'auto-corrélation des résidus peut se rencontrer lorsque l'on travaille sur des séries temporelles, ou comme dans notre cas sur des données issues de séries temporelles. Lorsque les résidus ne sont pas seulement le résultat d'un tirage aléatoire, mais l'effet de variables secondaires non prises en compte par le modèle, les évolutions de ces dernières sont susceptibles de rendre les résidus dépendant d'une période à la suivante. La méthode des moindres carrés ordinaires perd alors de son efficacité. Lorsque l'auto-corrélation est significative les estimations et leur écart-type doivent être corrigées par des méthodes adaptées.

Dans notre cas, l'auto-corrélation identifiée est à relier à l'observation faite précédemment, du caractère autorégressif d'ordre supérieur à 1 de la série des encours moyens par compte, que nous avons choisi de ne pas représenter par souci de simplicité du modèle. Nous choisissons en conséquence de conserver les estimations obtenues.

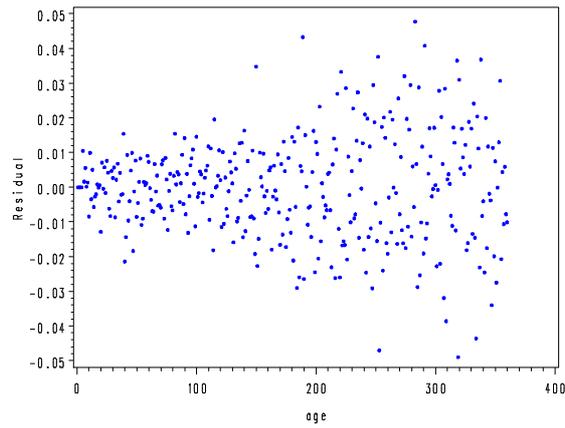


Figure 3-48 : Nuage de points des résidus en fonction de l'âge (Particuliers stables)

Les résidus passent le test (réalisé sous la procédure SAS UNIVARIATE) de normalité de Kolmogorov-Smirnov au niveau 95% (statistique $D=0,0367$; $p\text{-value}>0,15$). Leur densité est représentée sur le graphique 3-49.

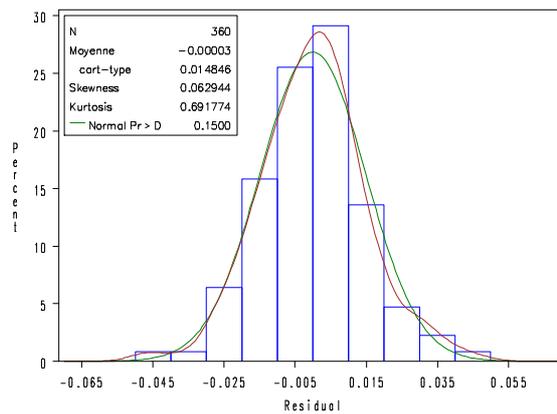


Figure 3-49 : Histogramme des résidus (Particuliers stables)

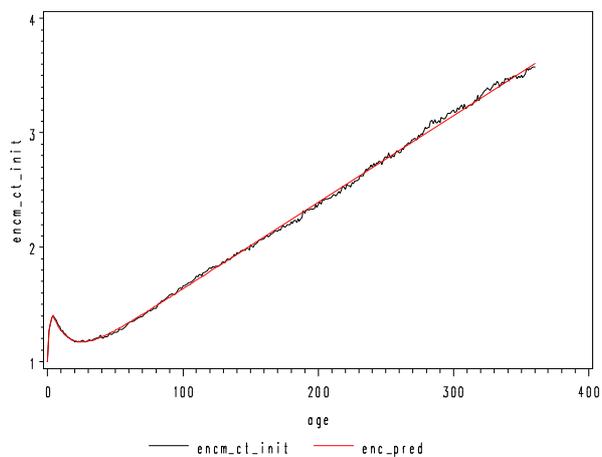


Figure 3-50 : Encours moyen par compte normalisé (Particuliers stables) observé et projeté

Le graphique ci-dessus illustre le bon ajustement aux données du modèle, qui permet de reproduire très fidèlement l'évolution observée en fonction de l'âge de l'encours moyen par compte normalisé.

Les valeurs estimées des paramètres signifient qu'un compte de client particulier de la catégorie « stable » connaît des versements pour un total de 69% (A1+A2+A3+A4) de l'encours initial au cours des 4 premiers mois après son ouverture, qui vont ensuite croissants avec l'ancienneté du compte, avec un minimum de départ de 7 centimes (α_0) pour 1 euro déposé initialement. Le taux de retrait est de 7,2% (λ) de l'encours disponible chaque mois.

Les intervalles de confiance à 95% obtenus sur les paramètres permettent de construire un intervalle de confiance du même niveau sur l'encours moyen par compte, tel qu'illustré par le graphique 3-51.

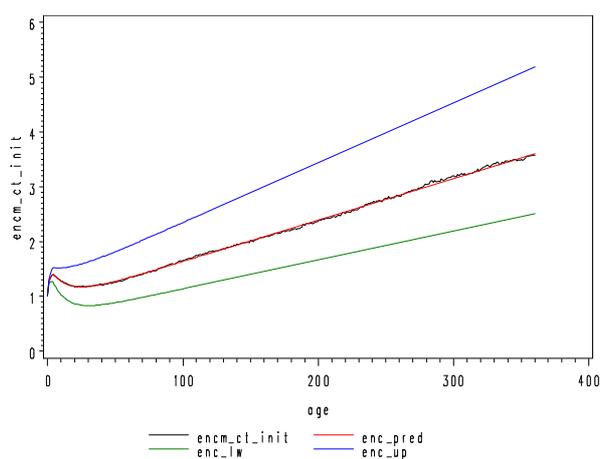


Figure 3-51 : Intervalle de confiance à 95% de l'encours moyen par compte normalisé (Particuliers stables)

Particuliers « non stables »

Le même raisonnement et les mêmes outils sont employés à l'estimation du modèle pour les Particuliers de la catégorie « non stable ». Aussi nous présentons les résultats de manière plus succincte, sans reprendre les étapes intermédiaires qui n'apportent pas d'autre enseignement que ce qui a déjà été décrit dans les paragraphes précédents.

L'équation d'estimation des paramètres pour les Particuliers non stables est la suivante :

$$E_t - E_{t-1} = A1 \cdot 1_{\{age_t=1\}} + A2 \cdot 1_{\{age_t=2\}} + (\alpha_0 + \alpha_1 \cdot t + \alpha_2 \cdot t^2) \cdot 1_{\{age_t \geq 3\}} - \lambda \cdot E_{t-1} + \sigma \cdot \varepsilon_t$$

Les résultats obtenus après correction de l'hétéroscédasticité sont restitués dans le tableau 3-12. À noter que le test de Student relatif à la variable α_2 a conduit à l'écarter. Elle est donc positionnée à 0.

Variable	Estimation	Écart-type	P-value test de Student	IC 95% : borne basse	IC 95% : borne haute
A1	0.34248	0.00968	<.0001	0.32344	0.36152
A2	0.17547	0.01139	<.0001	0.15307	0.19786
λ	0.09649	0.00673	<.0001	0.08326	0.10972
α_0	0.06094	0.00517	<.0001	0.05078	0.07111
α_1	0.00035776	0.00002203	<.0001	0.00031444	0.00040108
α_2	0				
R ²	0.8155				
σ	0.01997177				

Tableau 3-12 : Résultat d'estimation MCP des paramètres du modèle d'encours (Particuliers non stables)

Ici encore le R² de la régression est satisfaisant. L'ajustement aux données est cependant moins bon graphiquement que pour la catégorie précédente (cf. graphique 3-53).

On accepte au niveau de 95% l'hypothèse d'homoscédasticité des résidus (statistique du khi2 du test de White =7,56 ; p-value=0,4773).

Le test de Durbin-Watson ne permet pas de rejeter l'hypothèse d'auto-corrélation des résidus (statistique D=2,341 ; p-value=0,0009 ; coefficient d'auto-corrélation=-0,171).

Enfin l'hypothèse de normalité des résidus est rejetée au niveau de confiance 95% par le test de Kolmogorov-Smirnov (statistique D=0,0534 ; p-value=0,0132). Cependant comme illustré en 3-52, la distribution des résidus a des propriétés graphiques suffisamment bonnes pour être considérée comme une approximation acceptable d'une loi normale.

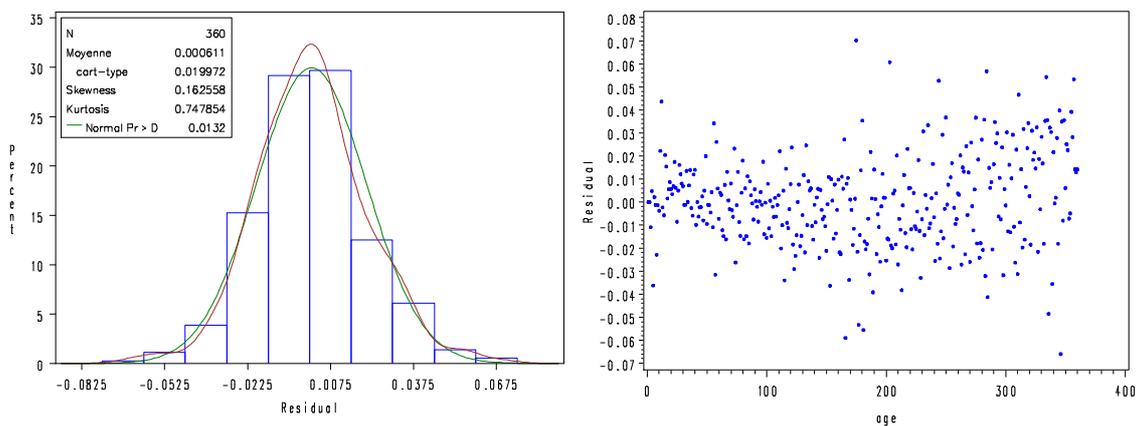


Figure 3-52 : Résidus : densité et nuage de points en fonction de l'âge (Particuliers non stables)

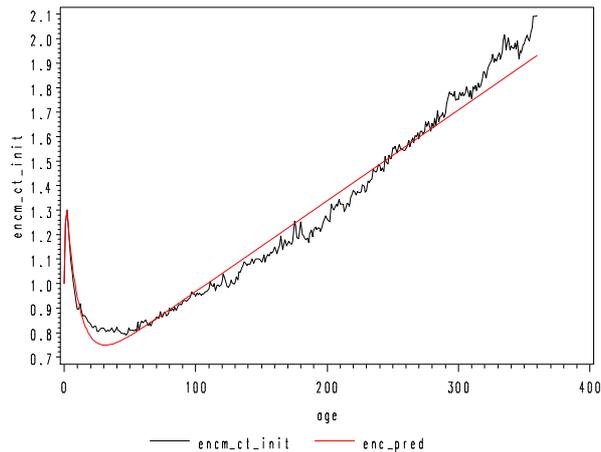


Figure 3-53 : Encours moyen par compte normalisé (Particuliers non stables) observé et projeté

On aboutit à un jeu de paramètres proches de ceux obtenus pour les comptes de particuliers « stables ». L'encours d'un compte de client particulier de la catégorie « non stable » connaît des mouvements débiteurs ($\lambda=9,6\%$) légèrement supérieurs à ceux des stables, alors que les mouvements créditeurs (initial de $A1+A2=52\%$, puis en rythme établi au moins $\alpha_0=6,1$ centimes pour 1 euro déposé initialement avec un facteur de croissance de 0,00035 en fonction de l'âge) sont plus faibles. On repère les caractéristiques d'un compte moins actif et sujet à une chute de l'encours plus rapide.

On construit de manière identique au cas des Particuliers stables un intervalle de confiance à 95% sur l'encours moyen par compte, présenté sur le graphique 3-54.

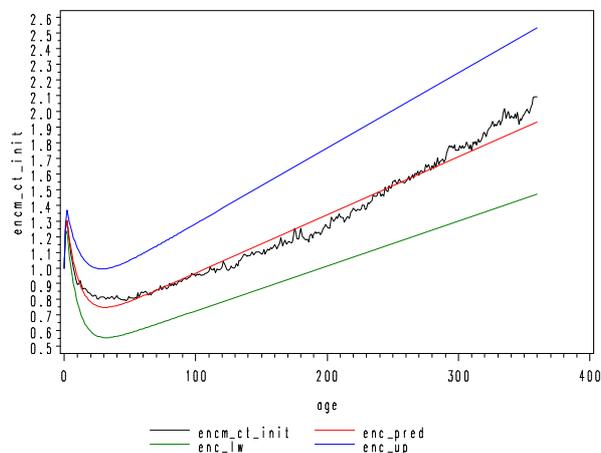


Figure 3-54 : Intervalle de confiance à 95% de l'encours moyen par compte normalisé (Particuliers non stables)

3.4.3.2. Conclusions sur la modélisation de l'encours moyen par compte

Comme la modélisation du taux de clôture, celle de l'encours moyen par compte présente des qualités optimisables quant à ses propriétés statistiques. Une auto-corrélation des résidus est identifiée, défaut courant sur les séries issues de données chronologiques. En outre la normalité de la distribution des

résidus ne peut être largement acceptée. Ici encore nous en concluons la nécessité de procéder à un recalibrage fréquent du modèle.

3.5. Modèle de l'encours par génération

Nous avons vu que le nombre de comptes par génération pouvait s'écrire :

$$N(t) = N(0) \cdot S_c(t)$$

où $S_c(t)$ représente la fonction de survie calculée sur le nombre de comptes.

Le modèle d'encours moyen par compte s'écrit :

$$E_m(t) = (E_m^* + f(t)) + (E_m(0) - E_m^*) \cdot e^{-\lambda t}$$

On peut alors calculer l'encours d'une génération à l'âge t , connaissant son nombre de comptes $N(0)$ et son encours moyen par compte $E(0)$ à l'âge 0 :

$$E(t) = N(t) \cdot E_m(t) = N(0) \cdot S_c(t) \cdot \left\{ (E_m^* + f(t)) + (E_m(0) - E_m^*) \cdot e^{-\lambda t} \right\}$$

Si on reprend l'écriture de $S(t)$ en fonction de la loi de hasard cumulée $H(t)$ introduite dans les sections précédentes :

$$S_c(t) = e^{-H(t)}$$

il vient :

$$E(t) = N(0) \cdot \left\{ (E_m^* + f(t)) \cdot e^{-H(t)} + (E_m(0) - E_m^*) \cdot e^{-\lambda t - H(t)} \right\}$$

Apparaissent alors deux composantes :

- Une première à long terme, s'écoulant à un taux $-H(t)$

$$N(0) \cdot (E_m^* + f(t)) \cdot e^{-H(t)}$$

- Une deuxième de plus court terme, s'écoulant à un taux $-H(t) - \lambda t$

$$N(0) \cdot (E_m(0) - E_m^*) \cdot e^{-\lambda t - H(t)}$$

Le calcul aboutit aux profils d'encours par génération présentés aux graphiques 3-55.

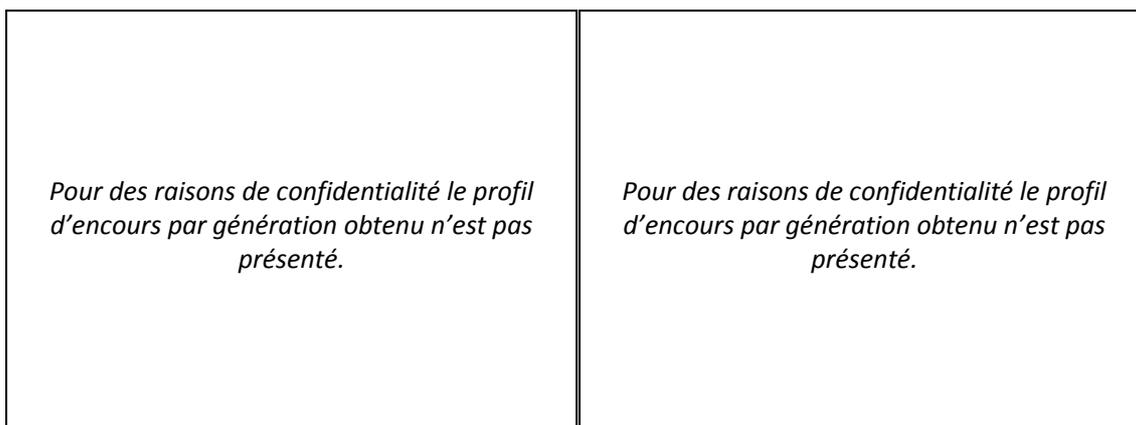


Figure 3-55 : Intervalle de confiance à 95% du profil d'encours par génération normalisé, Particuliers stables (graphique de gauche) et non stables (graphique de droite)

3.6. Analyse critique des résultats obtenus

Les estimations obtenues sont à considérer à l'aune des hypothèses retenues pour construire le modèle. Le souci de simplicité a conduit à ne travailler que sur un nombre réduit de critères explicatifs. Or on peut raisonnablement supposer l'existence d'hétérogénéité dans les populations de clients étudiés, dont le comportement peut dépendre de caractères inobservés. À titre illustratif, il pourrait être intéressant d'analyser l'effet d'autres variables de niveau client telles que son âge ou sa catégorie socioprofessionnelle. L'inconvénient en serait la volumétrie de données à traiter.

Par ailleurs, l'hypothèse importante formulée initialement, d'indépendance des deux variables que sont le nombre de comptes et l'encours moyen par compte, pourrait s'avérer discutable. En effet dans le cas général la clôture d'un compte détenu dans une banque pouvant s'anticiper quelques semaines auparavant par le retrait progressif de la totalité des avoirs, on peut en déduire une probable hétérogénéité du niveau d'encours entre les comptes restant en vie et ceux étant clôturés entre deux dates d'observation successives. Nos données d'étude constituées d'agrégats et non de comptes unitaires, ne permettaient pas de capter cet effet. Ne pas considérer de causalité entre les variables a ainsi pu introduire un biais dans l'analyse. Ainsi il conviendrait d'évaluer l'impact du lien de cause à effet entre les deux variables considérées et d'affiner éventuellement le modèle en conséquence.

En outre, calibrer un modèle d'évolution d'encours sur plusieurs dizaines d'années à partir d'un historique de données de quelques années seulement incite à la prudence. La période couverte par l'historique utilisé, de 2006 à 2011, a été perturbée par une crise ayant vraisemblablement modifié le comportement des déposants. De manière générale on peut faire la supposition d'une évolution dans le temps du comportement des clients, que ne permet pas de capter le modèle.

Il est apparu difficile de modéliser finement l'évolution de l'encours et du nombre de comptes pour les comptes d'âge élevé, en raison du caractère peu représentatif des quelques comptes restant au-delà d'une certaine ancienneté. Nous avons du raisonner de manière simplifiée en considérant une augmentation drastique (exponentielle) des clôtures aux âges élevés, ce qui constitue une vision probablement plus conservatrice que la réalité. Nous avons toutefois pu vérifier, là aussi de manière approchée, que notre approche n'était pas incompatible avec le lien entre le taux de clôture des comptes et le taux de mortalité des clients détenteurs.

Bien qu'aucune dépendance de l'encours de dépôts au taux de marché n'ait été prouvée, il paraît logique de penser que des effets de compensation interviennent dans le temps entre dépôt à vue et autres

supports d'épargne dont les volumes dépendent de leurs conditions de rémunération. Pour les dépôts non rémunérés l'effet arbitragiste des clients est masqué pour celui de la préférence pour la liquidité. On peut rappeler que l'historique utilisé couvre une période de taux relativement bas, et qu'ici encore une analyse sur un historique plus profond aurait peut-être révélé une dépendance aux taux d'intérêt. L'inconvénient serait alors une complexité accrue du modèle d'écoulement puisque celui-ci devrait alors reposer sur des simulations de taux, impliquant une plus grande variabilité des résultats dans le temps.

3.7. L'application des résultats du modèle dans le cadre de la gestion actif-passif de la banque

Deux types d'applications du modèle vont être recherchés dans le cadre de la gestion actif-passif de la banque : en gestion du risque de liquidité d'une part, et en gestion du risque de taux d'intérêt d'autre part.

Une double dimension sera en outre analysée :

- La dimension « flux » déterminera comment doit s'opérer la gestion d'un flux entre deux dates d'arrêté, en termes de maturité de remplacement en liquidité et en taux.
- La dimension « stock » permettra de répondre à la question du profil d'écoulement de l'encours global de dépôts à vue constaté à une date d'arrêté donnée, à matérialiser dans les gaps de liquidité ou de taux.

3.7.1. La « loi flux », ou comment passer du modèle au *replicating portfolio*

À partir des résultats obtenus dans les sections précédentes, nous allons chercher à exprimer la « loi flux », représentant le profil de remplacement à différents horizons de maturité d'un flux constaté et disponible, soit encore la fonction S_{flux} introduite au §3.2. Par la notion de flux disponible à la date k nous entendons la somme résultant d'une variation d'encours entre les dates d'observation $k-1$ et k , déduction faite des échéances à la date k de remplacements antérieurs.

En reprenant la dynamique de l'encours moyen par compte on obtient, pour une génération G , l'expression suivante de l'encours à une date donnée k :

$$E^G(k) = N^G(k) \cdot E_m^G(k) = N^G(k) \cdot FC^G(k) + N^G(k-1) \cdot \frac{S_c(k)}{S_c(k-1)} \cdot (1-\lambda) \cdot E_m^G(k-1)$$

Équation 3-4

Si l'on suppose qu'à chaque date l'encours (et donc le flux disponible) est décomposé en deux parts : une part à long terme s'écoulant au taux de fermeture des comptes (hors effet variation d'encours moyen par compte), et une part court terme s'écoulant à un taux combinant les effets de fermetures de comptes et de variation d'encours moyen ; en notant x la fraction de l'encours écoulee à court terme on peut réécrire l'équation précédente ainsi :

$$\begin{aligned} E^G(k) &= N^G(k) \cdot FC^G(k) + N^G(k-1) \cdot \frac{S_c(k)}{S_c(k-1)} \cdot (1-\lambda) \cdot (x+1-x) \cdot E_m^G(k-1) \\ &= N^G(k) \cdot \left(FC^G(k) - \lambda \cdot (1-x) \cdot E_m^G(k-1) \right) \\ &\quad + (1-x) \cdot \frac{S_c(k)}{S_c(k-1)} \cdot E^G(k-1) + x \cdot \frac{S_c(k)}{S_c(k-1)} \cdot (1-\lambda) \cdot E^G(k-1) \end{aligned}$$

Si l'on note $F^G(k)$ la quantité définie telle que :

$$F^G(0) = E_m^G(0)$$

et

$$F^G(k) = FC^G(k) - \lambda \cdot (1-x) \cdot \sum_{i=0}^{k-1} F^G(i)$$

on montre par récurrence que :

$$E^G(k) = N^G(k) \cdot \sum_{i=0}^k \left[(1-x) \cdot F^G(i) + x \cdot (1-\lambda)^{k-i} \cdot F^G(i) \right]$$

soit encore :

$$E^G(k) = \sum_{i=0}^k \left[(1-x) \cdot \frac{S_c(k)}{S_c(i)} \cdot N^G(i) \cdot F^G(i) + x \cdot (1-\lambda)^{k-i} \cdot \frac{S_c(k)}{S_c(i)} \cdot N^G(i) \cdot F^G(i) \right]$$

L'expression ci-dessus signifie que l'encours à la date k de la génération G est formé de la somme des flux provenant des dates i passées, écoulés en deux composantes :

Part à court terme : $x \cdot (1-\lambda)^{k-i} \cdot \frac{S_c(k)}{S_c(i)} \cdot N^G(i) \cdot F^G(i)$

Part à long terme : $(1-x) \cdot \frac{S_c(k)}{S_c(i)} \cdot N^G(i) \cdot F^G(i)$

Ainsi, un flux constaté à une date i donnée s'écoule sur une durée n selon le profil suivant :

$$F^G(i, n) = F_{CT}^G(i, n) + F_{LT}^G(i, n)$$

avec

- part court terme : $F_{CT}^G(i, n) = x \cdot F^G(i) \cdot (1-\lambda)^n \cdot \frac{S_c(i+n)}{S_c(i)}$

- part long terme : $F_{LT}^G(i, n) = (1-x) \cdot F^G(i) \cdot \frac{S_c(i+n)}{S_c(i)}$

De la même manière que l'encours, composé à chaque date de la somme de l'encours de chaque génération G_j composant le stock, le flux global à une date k peut s'écrire :

$$F(k) = \sum_{\text{génération } j} F^{G_j}(k)$$

Alors le flux global $F(k)$ s'écoule sur une durée de n selon le profil :

$$F(k, n) = F_{CT}(k, n) + F_{LT}(k, n)$$

avec

- part court terme : $F_{CT}(k, n) = x \cdot (1-\lambda)^n \cdot \sum_{\text{génération } j} F^{G_j} \cdot \frac{S_c(k-j+n)}{S_c(k-j)}$

- part long terme : $F_{LT}(k, n) = (1-x) \cdot \sum_{\text{génération } j} F^{G_j} \cdot \frac{S_c(k-j+n)}{S_c(k-j)}$

L'application aux données agrégées pour l'ensemble des établissements régionaux du périmètre de l'étude³⁸ aboutit aux résultats présentés sur les graphique 3-56. Sur chaque graphique, la courbe rouge

³⁸ En pratique l'application du modèle aux données de chaque établissement conduit à des résultats sensiblement différents au cas par cas au vu des disparités régionales observées dans la phase exploratoire de

représente le profil de remplacement de la composante stable du flux constaté à une date donnée. L'écart entre la courbe rouge et la courbe noire représente la composante placée sur un horizon plus court terme.

Le calcul est réalisé en considérant à chaque date k une part court terme $x(k)$ telle que :

$$(1 - x(k)) = (1 - \lambda) \cdot (1 - h(k))$$

combinant la baisse d'encours liée à la fermeture de comptes à celle liée aux retraits sur les comptes ouverts.

Bien que le modèle conduise à un profil de remplacement théorique à des horizons allant notamment pour les Particuliers stables jusqu'à plus de 60 ans, nous retenons ici de tronquer la loi flux à 20 ans, considérant qu'en pratique le marché des instruments utilisables pour la couverture tant en taux qu'en liquidité (obligations, swaps de taux) est peu liquide au-delà. Chaque flux n'est donc remplacé que sur des maturités jusqu'à 20 ans, ce qui constitue un choix plus conservateur que ce qu'autoriserait le modèle.

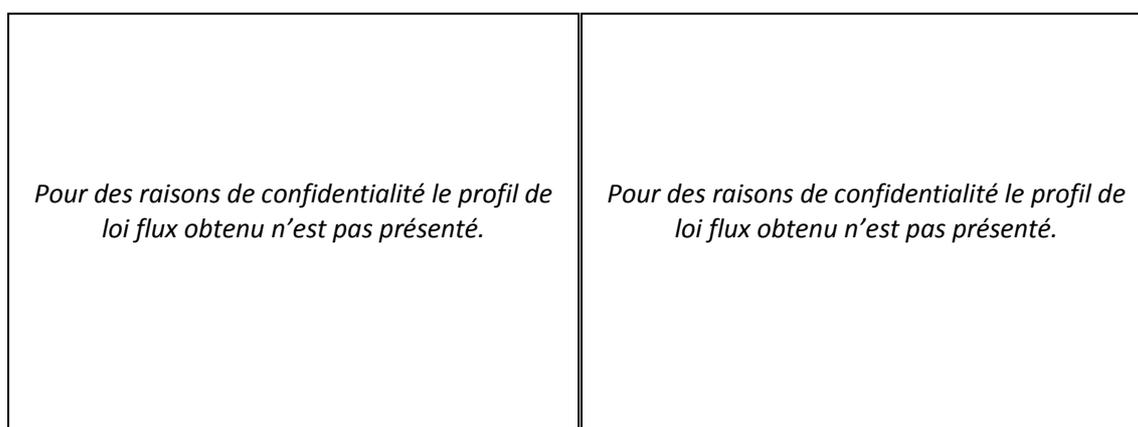


Figure 3-56 : Loi flux, Particuliers stables (graphique de gauche) et non stables (graphique de droite)

Les maturités moyennes des lois flux obtenues sont reportées dans le tableau 3-13, ainsi que le poids relatif des parts volatile et stable. Ces durées moyennes représentent la maturité d'un placement *in fine* équivalent. Ainsi au total un flux constaté sur un compte de particulier stable peut donc être remplacé sur un horizon 3 fois plus long que celui d'un flux de compte non stable. Il convient par ailleurs d'observer le respect d'une part volatile à court terme de 9,8% du flux remplacé à seulement 10 mois pour les comptes de particuliers stables, et de 12,9% à 7 mois pour les comptes non stables.

l'étude, en raison de la structure d'historique du stock de comptes spécifique à chacun. Nous n'en présentons pas ici le détail qui n'aurait que peu d'intérêt au regard des conclusions apportées, et raisonnons sur les données agrégées tous établissements régionaux confondus.

Maturités moyennes (en mois) // poids initial de chaque part	Part volatile	Part stable	Total	Part remplacée à un horizon immédiat
Particuliers stables	<i>Pour des raisons de confidentialité le détail des résultats obtenus n'est pas présenté.</i>			
Particuliers non stables				

Tableau 3-13 : Résultats sur les lois flux Particuliers

Ajoutons enfin que la part remplacée à un horizon immédiat, en pratique au jour-le-jour, n'est que de 1,4% du flux disponible pour les comptes stables et 3,5% pour les non stables. Rappelons que nous n'avons pas considéré ici la potentielle volatilité infra-mensuelle des encours, qui nécessiterait vraisemblablement le remplacement d'une part plus importante à un horizon immédiat.

3.7.2. L'écoulement dans les indicateurs de gestion

L'établissement du profil d'écoulement en vision statique du stock en termes de gestion du taux et de la liquidité procède de méthodes différentes. Alors que le profil en taux découle de l'hypothèse de remplacements sur des instruments à taux fixe des flux constatés par le passé selon la « loi flux », le profil en liquidité traduit la projection dans le temps de l'encours global de dépôts toutes générations de comptes confondues.

Nous présentons les résultats de chacune de ces deux approches.

3.7.2.1. L'écoulement en gestion du risque de taux

Si l'on considère que l'encours à une date donnée résulte de la somme des flux passés écoulés selon la loi flux précédemment calculée, nous construisons le profil d'écoulement du stock global grâce à la formule 3-4.

Les profils obtenus sont présentés sur les graphiques 3-57.

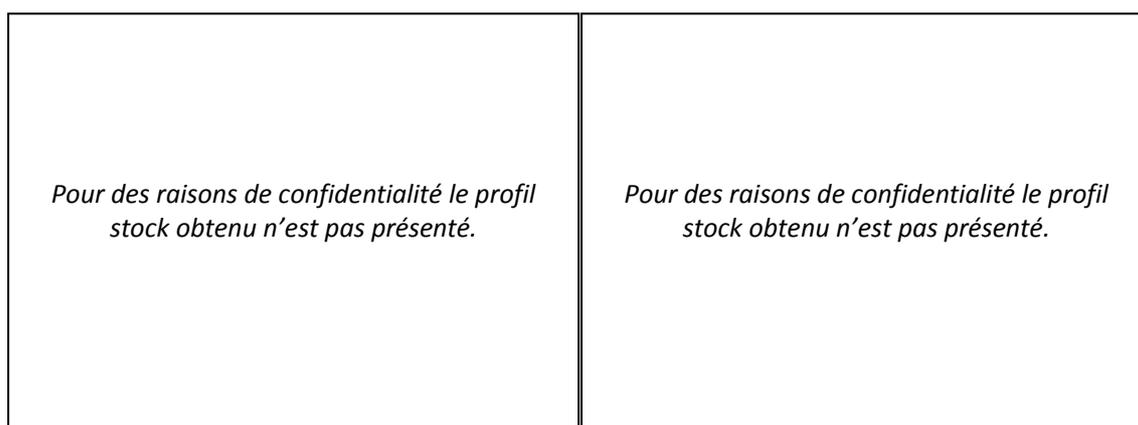


Figure 3-57 : Profils stock normalisés pour les Particuliers stables (graphique de gauche) et non stables (graphique de droite)

On montre ainsi une différence marquée entre les profils d'encours des comptes de dépôts de particuliers stables et non stables, liée en grande partie à l'écart entre lois de survie respectives.

L'agrégation des profils obtenus pour chaque catégorie de comptes, stables et non stables, permet de construire le profil d'évolution de l'encours de l'ensemble des comptes de particuliers. Le graphique ci-dessous présente le profil stock de l'encours de l'ensemble des Particuliers (courbe noire), cumul de celui des comptes stables (courbe rouge), et des comptes non stables.

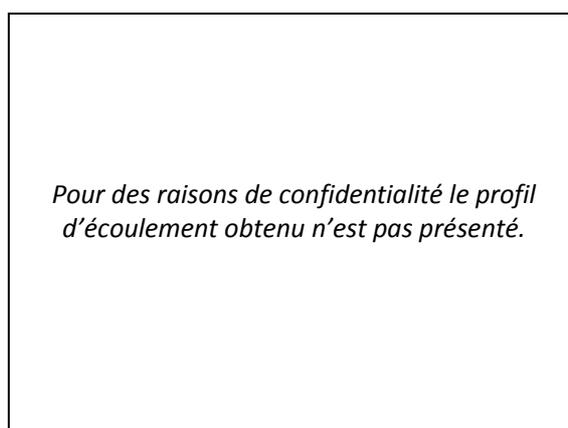


Figure 3-58 : Écoulement de l'encours de dépôts Particuliers en date du 31/12/2010

	Maturités moyennes (en mois) // poids initial de chaque part	Part s'écoulant à un horizon immédiat
Particuliers stables	<i>Pour des raisons de confidentialité le détail des résultats obtenus n'est pas présenté.</i>	
Particuliers non stables		
Total		

Tableau 3-14 : Résultats sur les lois stock Particuliers calculées au 31/12/2010

Ces résultats appellent plusieurs remarques :

- Les profils différents de lois flux de chaque catégorie de comptes conduisent à des formes de lois stock elles aussi distinctes, caractérisant le lien de dérivation entre les deux lois mentionné au §3.2. Ainsi la forme proche d'une exponentielle de la loi flux des particuliers non stables se retrouve dans la loi stock, avec des maturités moyennes comparables. La loi flux des comptes stables plus proche d'un profil *in fine* aboutit à une loi stock proche d'un profil linéaire.
- Les proportions d'encours replacées à un horizon immédiat ressortent à un niveau très faible. Rappelons que cette étude n'a pas pour objectif de calculer des taux de fuite de dépôts qui pourraient s'appliquer en scénario dit de stress de liquidité, qui relèvent davantage d'un exercice théorique de fixation de pondérations forfaitaires comme le fait le cadre réglementaire Bâle 3 dans le ratio LCR, qui applique aux dépôts de particuliers un taux de fuite instantané de 5% s'ils sont stables et de 10% s'ils sont non stables.

3.7.2.2. L'écoulement en gestion du risque de liquidité

L'équation 3-3 donnant la formulation des flux créditeurs utilisée dans la dynamique d'encours, rappelée ci-dessous, suppose un différentiel d'encours moyen par compte allant croissant avec l'âge du compte.

$$FC(t) = \alpha_0 + \alpha_1 \cdot t + \alpha_2 \cdot t^2$$

Nous pouvons analyser les termes en t et t^2 du polynôme comme des versements « nouveaux » correspondant à un effet richesse, indépendant du niveau d'encours du dépôt, allant lui aussi croissant avec l'âge. Rappelons que le calcul d'une projection d'encours en vision statique fait l'hypothèse théorique d'un arrêt de l'activité commerciale excluant donc toute nouvelle ouverture de compte. De la même manière, les versements complémentaires sur comptes existants qui résulteraient d'une activité commerciale sont également à exclure. Nous choisissons donc normativement de conserver le modèle en ne retenant en revanche pas dans le calcul de projection d'encours les termes correspondant à une croissance des versements. Seule la part constante, soit α_0 , est conservée. Nous précisons cependant que cela ne revient pas à exclure les versements effectués chaque mois sur le compte qui viennent compenser en partie les retraits ; l'effet net (versements – retraits) étant capté par la composante $-\lambda.E(t)$ de la dynamique d'encours.

Le modèle ainsi reformulé conduit aux résultats ci-dessous présentés pour chaque catégorie de comptes.

Particuliers « stables »

Le graphique 3-59 présente l'évolution (borne basse de l'intervalle de confiance à 95% construit précédemment) de l'encours moyen par compte avec l'âge du compte, avec et sans croissance des flux créditeurs. L'encours normalisé avec flux créditeurs constants se stabilise à un niveau égal à l'encours cible défini au §3.4.2, égal à $E_m^* = \alpha_0 / \lambda$ lorsque α_1 et α_2 sont égaux à 0. Ici $E_m^* = 0,667$.

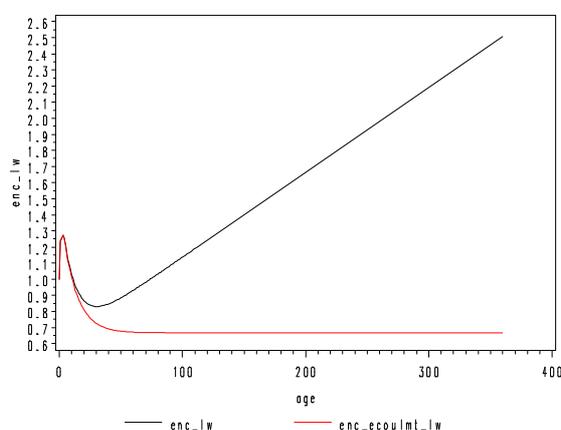


Figure 3-59 : Profil d'encours moyen par compte normalisé (Particuliers stables) en fonction de l'âge, avec (courbe noire) et sans (courbe rouge) croissance des flux créditeurs

La combinaison de l'encours moyen par compte sans hypothèse de croissance des flux créditeurs dans le temps, avec le nombre de comptes, permet d'obtenir le profil d'évolution « statique » de l'encours d'une génération de comptes depuis son ouverture jusqu'à son attrition complète. Le résultat est présenté ci-dessous.

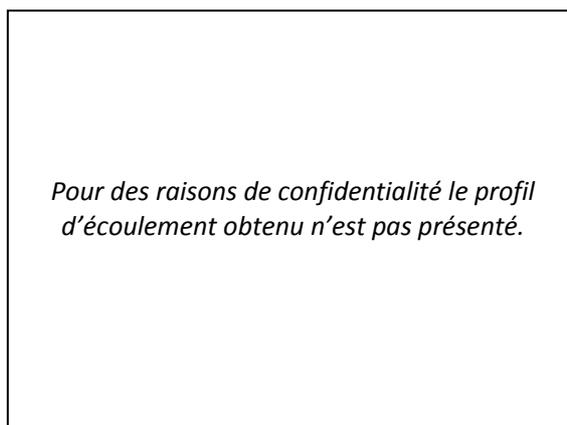


Figure 3-60 : Projection d'encours d'une génération de comptes sans croissance des flux créditeurs (Particuliers stables)

Enfin le résultat précédent nous permet de construire le profil d'écoulement du stock total de dépôts à une date d'arrêté, en appliquant à chaque génération de comptes en fonction de son ancienneté à la date initiale d'observation, son profil d'évolution jusqu'à attrition complète. Ci-dessous nous présentons la courbe d'écoulement obtenue en fixant la date initiale au 31/12/2010, en la comparant avec celle qui découlerait d'une application du modèle avec croissance des flux créditeurs. On identifie ainsi un écart correspondant à l'encours de dépôts apparaissant dans le temps du fait des versements complémentaires sur les comptes en vie. Le résultat permet de démontrer le poids significatif de ces derniers, qui, malgré l'attrition progressive des comptes, maintiennent l'encours total de dépôts à un niveau proche de son niveau initial pendant près de 15 ans.

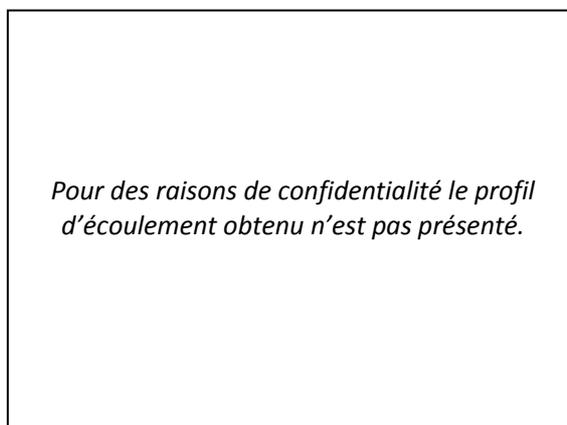


Figure 3-61 : Projection d'encours total du stock au 31/12/2010 (Particuliers stables) : avec flux créditeurs croissants (courbe noire) et flux créditeurs constants (courbe rouge)

Particuliers « non stables »

Nous présentons pour les comptes de Particuliers non stables les mêmes profils que ceux obtenus ci-dessus pour les comptes stables.

L'encours normalisé avec flux créditeurs constants se stabilise ici à un niveau égal à $E_m^* = 0,463$.

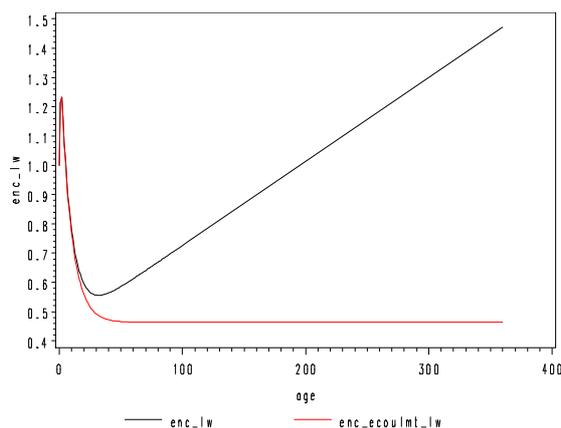


Figure 3-62 : Profil d'encours moyen par compte normalisé (Particuliers non stables) en fonction de l'âge, avec (courbe noire) et sans (courbe rouge) croissance des flux créditeurs

On note sur le graphique 3-63 pour les comptes non stables un profil d'évolution « statique » de l'encours d'une génération qui tombe beaucoup plus rapidement que celui vu précédemment pour les comptes non stables, essentiellement par l'effet de l'attrition plus rapide des comptes.

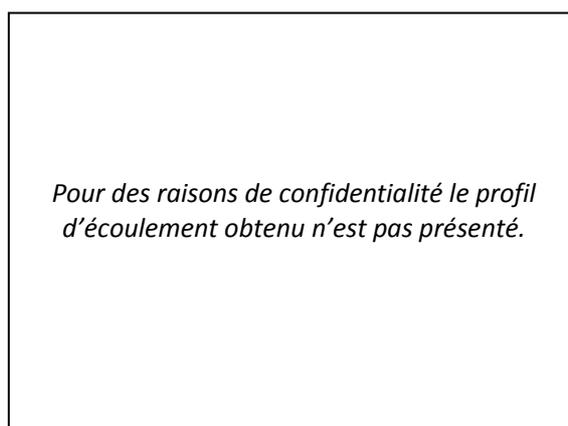


Figure 3-63 : Projection d'encours d'une génération de comptes sans croissance des flux créditeurs (Particuliers non stables)

Enfin la figure ci-dessous présentant l'écoulement du stock total de dépôts à partir de la même date d'arrêt au 31/12/2010, montre un profil très creusé qui met là encore en évidence l'effet prédominant pour les comptes de Particuliers non stables, de l'attrition des comptes sur l'évolution de l'encours. Même une hypothèse de croissance dans le temps des flux créditeurs sur les comptes en vie ne suffit pas à compenser les fermetures de comptes.

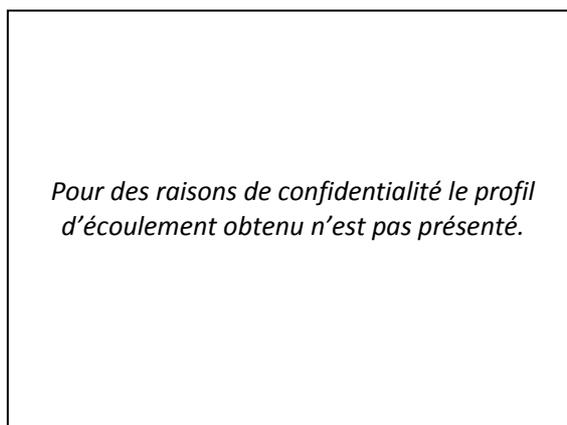


Figure 3-64 : Projection d'encours total du stock au 31/12/2010 (Particuliers non stables) : avec flux créditeurs croissants (courbe noire) et flux créditeurs constants (courbe rouge)

Ensemble des particuliers

L'application à l'encours initial de dépôts de chaque catégorie de clients Particuliers de son profil d'écoulement permet par sommation d'obtenir le profil de l'ensemble des Particuliers, toujours sans hypothèse de croissance des flux créditeurs. Le poids majoritaire que représentent les comptes stables par rapport aux non stables conduit à un profil légèrement plus creusé mais proche de celui de ces derniers. Le graphique ci-dessous présente le profil stock de l'encours (au 31/12/2010) de l'ensemble des Particuliers (courbe noire), cumul de celui des comptes stables (courbe rouge), et des comptes non stables.

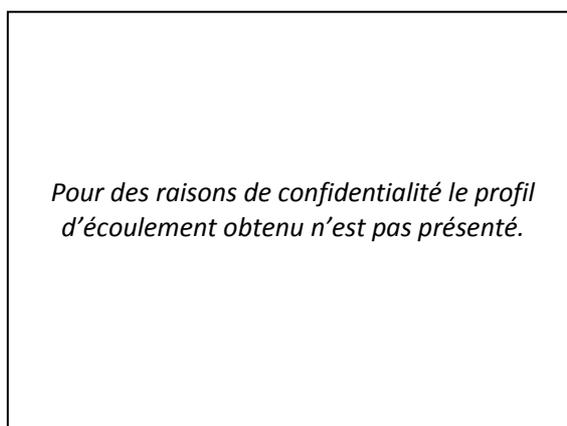


Figure 3-65 : Projection d'encours total du stock au 31/12/2010 (ensemble des Particuliers), sans croissance des flux créditeurs

On aboutit ainsi à un encours de dépôts qui s'éteint au bout d'environ 45 ans. Ce résultat appelle plusieurs observations.

L'horizon d'extinction de l'encours de dépôts apparaît très long. On rappelle qu'il s'est agi ici de déterminer dans une vision statique du bilan le rythme auquel les dépôts vont s'écouler, hors nouvelles

ouvertures de comptes et versements « nouveaux » correspondant à un accroissement de richesse avec le temps. Dans une situation réelle d'extinction du bilan, qui signifierait l'arrêt de l'activité commerciale de la banque, l'effet réputationnel amènerait vraisemblablement les déposants à accélérer la fermeture de leurs comptes pour placer leurs dépôts dans un autre établissement. Ainsi on pourrait observer une attrition plus rapide que celle mesurée sur une période historique pendant laquelle l'activité de la banque s'est poursuivie dans des conditions normales. On touche ici à une limite de la vision théorique qu'est la vision statique, qui permet de mesurer le risque structurel porté par la banque lié à l'ensemble des contrats à son bilan, mais qui doit absolument s'accompagner d'indicateurs complémentaires permettant d'apprécier les risques sous d'autres angles. En gestion de la liquidité notamment, la formulation d'hypothèses normatives de « chocs » sur les dépôts en situation de crise s'avère indispensable.

3.7.3. Tarification interne

Nous avons vu que le système de tarification interne entre sphère commerciale et gestion actif-passif doit être autant un outil de pilotage qu'un instrument de répartition analytique de la marge de la banque. Dans le cas d'une ressource, il matérialise la revente par le réseau collecteur à la direction financière de la liquidité collectée. Bien que les dépôts à vue non rémunérés présentent par définition une charge d'intérêt nulle (on fait abstraction ici du coût de fonctionnement du réseau), il est évident que la valeur réelle de la ressource collectée n'est pas nulle dès lors qu'on la considère sous l'angle du gain d'opportunité en remplacement d'un refinancement de marché alternatif.

La détermination des taux de cession interne (TCI) est confiée à la gestion actif-passif qui adopte une tarification homogène avec les règles d'écoulement qu'elle justifie. La notion de portefeuille de réplication prend ici tout son intérêt puisqu'elle va permettre d'objectiver un profil « contractuel » équivalent à celui du dépôt à vue.

Demey, Frachot et Riboulet [13] montrent qu'une formulation adaptée du TCI est celle qui permet de figer la marge commerciale dans le temps, l'insensibilisant aux conditions de marché. Cette formulation conduit à établir un TCI dont les composantes taux et liquidité sont égales respectivement au taux et au spread de liquidité moyens pondérés du profil de la loi flux.

La différenciation des profils d'écoulement des clients Particuliers stables et non stables, aboutissant à un profil plus « long » pour les premiers, va alors permettre d'offrir au réseau une meilleure rémunération au travers d'un spread de liquidité plus élevé, donc être plus incitatif, à la collecte de ressources dites stables au sens Bâle 3, pondérées plus favorablement dans les futurs ratios de liquidité réglementaires.

Conclusion

L'étude menée a cherché à objectiver l'horizon d'écoulement dans le temps d'un encours de dépôts à vue non rémunérés.

Les dépôts à vue représentant à eux seuls, hors les comptes sur livrets, environ 1/3 de la ressource nécessaire au financement des crédits au secteur privé non financier, l'enjeu est de taille pour les banques collectrices.

Tant les missions que les outils de la gestion actif-passif ont évolué dans le temps, devant s'adapter à un écosystème toujours plus exigeant. La relation des clients avec leur banque change ; les moyens technologiques modernes ayant dématérialisé le lien commercial, et offert la capacité à être meilleur arbitre parmi les offres d'épargne se développant. Par ailleurs les marchés financiers connaissent depuis plusieurs années maintenant une crise qui engendre de profondes modifications dans la perception des risques liés à une activité bancaire auparavant « traditionnelle ». Enfin le cadre réglementaire évolue en conséquence, préconisant de nouvelles normes de gestion conduisant à revoir le modèle bancaire généraliste, en donnant une prime à la collecte de liquidité.

Face à ces nouveaux enjeux, la banque doit assurer sa fonction d'intermédiation au sein de l'économie en pérennisant les ressources qu'elle collecte auprès de sa clientèle, notamment celles contractuellement à vue. Le modèle de gestion des dépôts à vue qu'elle implémente y contribue.

Dans ce mémoire nous avons dressé un état des lieux des pratiques et ressources théoriques en matière de modélisation des dépôts à vue, montrant plusieurs variantes autour d'une conception centrale de la dynamique d'encours que nous réutilisons en l'enrichissant d'un modèle d'évolution du nombre de comptes. L'objectif de construire un modèle répondant aux nouveaux objectifs réglementaires de Bâle 3, nous a conduit à montrer l'influence de caractéristiques de niveau client et compte sur la stabilité des dépôts. Ainsi le taux d'équipement du client, caractérisant sa relation avec la banque, et le taux d'activité de son compte, se révèlent être des facteurs déterminants dans la durée de vie des encours de dépôts au bilan.

Nous avons alors proposé un modèle valorisant la stabilité des ressources par un profil d'écoulement plus long sur les dépôts dits « stables », incitant la sphère commerciale par la voie des taux de cession interne à la collecte de dépôts pérennes. L'obtention de lois d'écoulement traduisant la stabilité du dépôt permet en outre une plus grande cohérence entre les objectifs de la gestion actif-passif et ceux de la stratégie commerciale visant à renforcer le modèle de « banque relationnelle » et récompenser la fidélité des clients. Nous avons également vu comment deux approches distinctes que sont le modèle statistique et le portefeuille de réplication, s'avéraient être complémentaires, la deuxième pouvant s'appuyer sur la première pour proposer un modèle de gestion en pratique. Nous avons utilisé une possibilité de calibrer un portefeuille de réplication ; il en existe d'autres, basées sur des critères d'optimisation tels que l'adéquation à un historique d'encours global, ou le lissage dans le temps du résultat du portefeuille. Il pourrait être intéressant de comparer les résultats obtenus par notre approche avec ceux découlant de telles méthodes alternatives.

Enfin, les résultats d'estimation du modèle, et notamment les durées d'écoulement obtenues pour chaque type de dépôt, restent à considérer avec prudence, compte tenu de la faible profondeur d'historique de données sur lequel nous avons pu travailler. Ainsi cette étude trouverait son prolongement dans la confrontation avec des résultats obtenus sur des échantillons plus larges, et couvrant des périodes historiques plus longues. Également il serait utile d'élargir l'analyse à d'autres types de dépôts, rémunérés, réglementés, afin de capter dans une approche globale les effets de transfert d'épargne des déposants entre différents produits, ainsi qu'à d'autres natures de clientèle, par exemple les entreprises, avec probablement d'autres critères de stabilité à considérer.

Bibliographie

- [1] A. ADAM, J-P. LAURENT, C. REBERIOUX (2004) : How Should We Hedge Deposit Accounts ?, BNP Paribas.
- [2] A. ADAM (2010) : Handbook of Asset and Liability Management, Wiley Finance.
- [3] M. BARDENHEWER (2007) : Modeling Non-maturing Products, Liquidity Risk Measurement and Management, Wiley Finance.
- [4] M. BERLIN, L. MESTER (1999) : Deposits and relationship lending, The review of financial studies Vol. 12 n°3, p. 579-607.
- [5] J. BESSIS (1995) : Gestion des risques et gestion actif-passif des banques, Eyrolles.
- [6] A. BLOCHLINGER (2011) : Management framework for non-maturity accounts: from the marketing to the hedging strategy, Zürcher Kantonalbank.
- [7] BIS (2000) : Sound Practices for Managing Liquidity in Banking Organisations, Comité de Bâle.
- [8] BIS (2004) : Principles for the Management and Supervision of Interest Rate Risk, Comité de Bâle.
- [9] BIS (2008) : Principles for Sound Liquidity Risk Management and Supervision, Comité de Bâle.
- [10] BIS (2010) : International framework for liquidity risk measurement, standards and monitoring, Comité de Bâle.
- [11] A. DE CHARRETTE, A. MERIEUX (2010) : Évolution de l'épargne réglementée depuis la généralisation de la distribution du livret A, Bulletin de la Banque de France.
- [12] P. DAMEL (2001) : L'apport des méthodes du « replicating portfolio » ou portefeuille répliqué en ALM : méthode contrat par contrat ou par la valeur optimale, Banque & Marchés n°51, p. 26-32.
- [13] P. DEMEY, A. FRACHOT, G. RIBOULET (2003) : Introduction à la gestion actif-passif bancaire, Economica.
- [14] D. DUPRE (1996) : La modélisation des dépôts à vue, Banque et Marché.
- [15] D. DUPRE, E. CAMPOS (2000) : La transformation bancaire : risque de taux ou activité rentable, Banque Magazine n°611, p. 52-54.
- [16] D. ELLIS, J. JORDAN (2001) : The evaluation of credit union non-maturity deposits, National credit union administration, National Economic Research Associates.
- [17] A. FRACHOT (2001) : A note on behavioural models for managing optionality in banking books, Groupe de Recherche Opérationnelle, Crédit Lyonnais.
- [18] K. FRAUENDORFER, M. SCHURLE (2007) : Dynamic modeling and optimization of non-maturing accounts, Liquidity Risk Measurement and Management, Wiley Finance.
- [19] G. GHIEU (2003) : Gestion Actif-Passif, Méthodologie et Application au Livret A, Thèse professionnelle, Master Spécialisé Finance, European School of Management.

-
- [20] A. HAYES, L. CAI (2007) : Using heteroscedasticity-consistent standard error estimators in OLS regression: An introduction and software implementation, Behavior Research Methods n°39, p. 709-722.
- [21] R. JARROW, D. VAN DEVENTER (1998) : The arbitrage-free valuation and hedging of demand deposits and credit card loans, Journal of Banking and Finance.
- [22] C. MARTIN (2006) : Pilotage bancaire avec options comportementales, Université Pierre Mendès France, Grenoble.
- [23] L. MATZ (2006) : Self-paced Asset/Liability training, Sheshunoff.
- [24] J.M. O'BRIEN (2000) : Estimating the value and interest rate risk of interest bearing transaction deposits, Division of Research and Statistics, Board of Governors, Federal Reserve.
- [25] OFFICE OF THRIFT SUPERVISION (2000) : The OTS net portfolio value model, OTS, US Department of Treasury.
- [26] F. PLANCHET, P. THÉRON (2006) : Modèles de durée : applications actuarielles, Economica.
- [27] PRICEWATERHOUSECOOPERS (2006): Asset/Liability Management, Benchmark Study, PwC Financial Services.
- [28] R. SELVAGGIO (1996) : Using the OAS Methodology to value and Hedge commercial Bank retail Demand Deposit Premiums, Handbook of Asset/Liability Management - (Fabozzi, Konishi).
- [29] R. SHEEHAN (2004) : Valuing Core Deposits, University of Notre Dame.
- [30] H. WHITE (1980) : A heteroskedasticity-consistent covariance matrix estimator and a direct test for heteroskedasticity, Econometrica n°48, p. 817-838.

Annexe 1 : Critères de stabilité des dépôts selon Bâle 3

Un dépôt de client Particulier est selon Bâle 3 considéré comme stable lorsqu'il est non seulement garanti par une autorité nationale ou supranationale³⁹ ou couvert par un dispositif d'assurances, mais également lorsque le client déposant peut être qualifié de « relationnel » ou bien lorsque le compte est considéré comme transactionnel.

Ici nous nous concentrerons sur les critères relationnel du client et transactionnel du compte, considérant que le caractère garanti du dépôt n'est pas de nature à modifier significativement le comportement du déposant en situation normale.

Les critères de relationnel et de transactionnel ne sont pas cumulatifs. Pour que les dépôts d'un client soient définis comme stables, une seule des deux caractéristiques est suffisante.

Pour les besoins de l'étude, nous matérialisons le caractère relationnel par le niveau d'équipement du client, et le caractère transactionnel par le taux d'activité du compte :

Définition d'un client « équipé »

Un client est équipé dès lors qu'il détient :

- S'il est âgé de moins de 18 ans : au moins un produit d'épargne monétaire
- S'il est âgé de 18 ans et plus : au moins 3 produits dont un d'épargne monétaire

Définition d'un client « actif »

Un client est qualifié d'actif s'il est titulaire ou seul co-titulaire d'au moins un compte-chèques actif, présentant des mouvements moyens mensuels créditeurs ou débiteurs sur 12 mois supérieurs ou égaux à :

- 200 € si le client a entre 16 (inclus) et 25 ans (exclus)
- 700 € s'il a plus de 25 ans (inclus) et avec au minimum 5 opérations externes débitrices par mois en moyenne sur les 3 derniers mois

Il est non actif sinon.

La catégorie « hors périmètre » est réservée aux clients de moins de 16 ans ou bien aux clients en contentieux.

³⁹ En France il existe deux sources principales de garantie :

- La garantie des dépôts à hauteur de 100 K€ par déposant,
- La garantie de la part centralisée de l'épargne réglementée (ex. Livret A).

Annexe 2 : Ajustement des lois de survie par des distributions paramétriques classiques

1. Distribution exponentielle

La fonction de survie a pour équation théorique :

$$S(t) = e^{-\alpha t}, \alpha > 0$$

et la fonction de hasard est constante :

$$h(t) = \alpha$$

On dispose ainsi d'une forme linéaire triviale directement utilisable. La régression linéaire porte donc sur l'équation :

$$h(t) = \alpha + \sigma \cdot \varepsilon(t)$$

Les résultats pour chaque groupe sont reportés dans les tableaux A2-1 et A2-2, et les taux de hasard et courbes de survie obtenus sur les graphiques A2-1 et A2-2.

Variable	Estimation	Écart-type	P-value test de Student
α	0.00153	0.00005189	<.0001
R^2	0.0000		
σ	0.00113675		

Tableau A2-1 : Loi exponentielle, paramètres pour les Particuliers stables

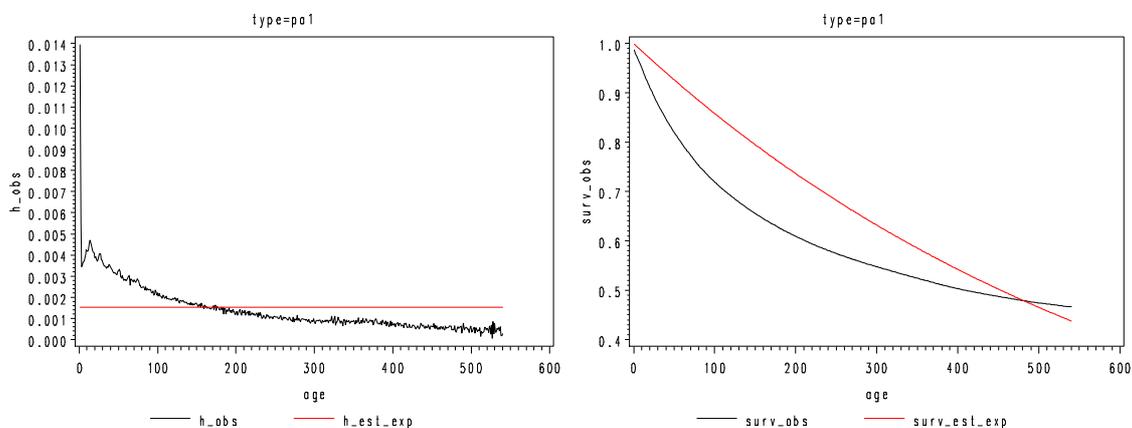


Figure A2-1 : Loi exponentielle, fonctions de hasard et de survie en fonction de l'âge, pour les Particuliers stables

Variable	Estimation	Écart-type	P-value test de Student
α	0.01053	0.00012236	<.0001
R^2	0		
σ	0.00268069		

Tableau A2-2 : Loi exponentielle, paramètres pour les Particuliers non stables

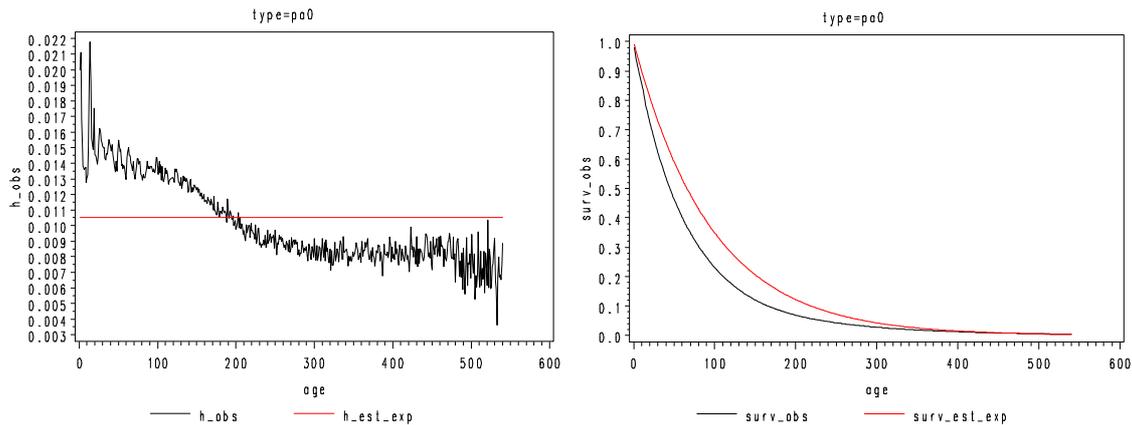


Figure A2-2 : Loi exponentielle, fonctions de hasard et de survie en fonction de l'âge, pour les Particuliers non stables

2. *Distribution de Weibull*

La fonction de survie a pour équation théorique :

$$S(t) = e^{-\alpha \cdot t^\beta}, \alpha, \beta > 0$$

et la fonction de hasard :

$$h(t) = \alpha \cdot \beta \cdot t^{\beta-1}$$

On obtient une formule linéaire en utilisant l'équation de la fonction de hasard transformée en log :

$$\ln(h(t)) = \ln(\alpha \cdot \beta) + (\beta - 1) \cdot \ln(t)$$

La régression linéaire porte sur l'équation :

$$\ln(h(t)) = a \cdot \ln(t) + b + \sigma \cdot \varepsilon(t)$$

Les résultats pour chaque groupe sont reportés dans les tableaux A2-3 et A2-4, et les taux de hasard et courbes de survie obtenus sur les graphiques A2-3 et A2-4.

Variable	Estimation	Écart-type	P-value test de Student
a	-0.56816	0.00983	<.0001
b	-3.72971	0.05182	<.0001
R ²	0.8749		
σ	0.20955		

Tableau A2-3 : Loi de Weibull, paramètres pour les Particuliers stables

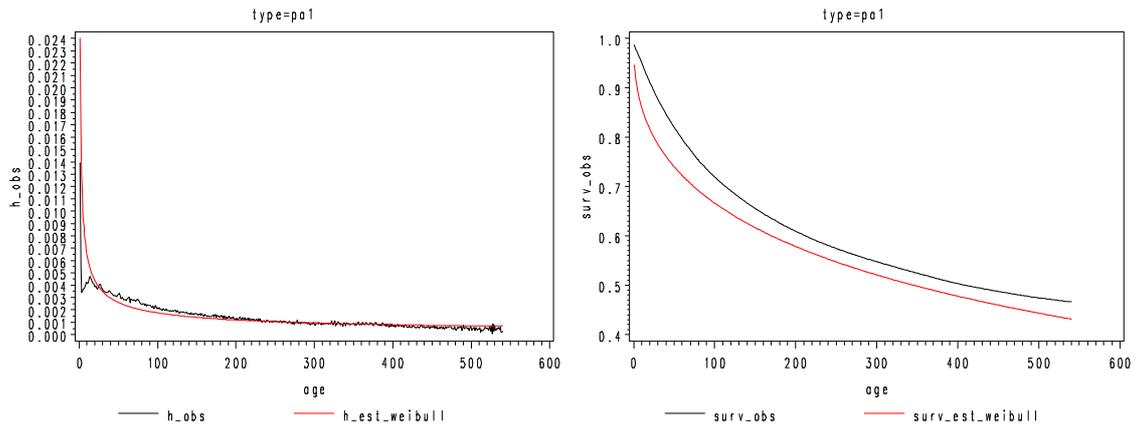


Figure A2-3 : Loi de Weibull, fonctions de hasard et de survie en fonction de l'âge, pour les Particuliers stables

Variable	Estimation	Écart-type	P-value test de Student
a	-0.21496	0.00546	<.0001
b	-3.46972	0.02879	<.0001
R ²	0.7643		
σ	0.11641		

Tableau A2-4 : Loi de Weibull, paramètres pour les Particuliers non stables

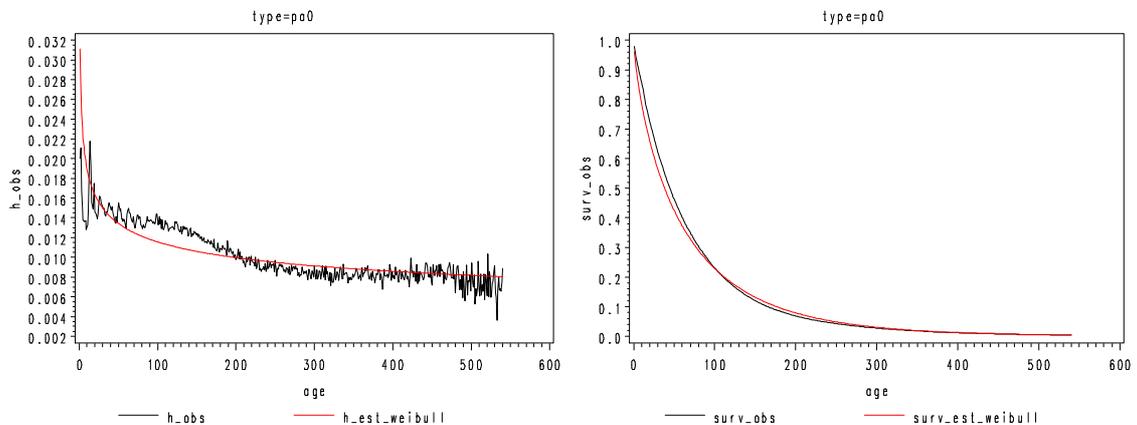


Figure A2-4 : Loi de Weibull, fonctions de hasard et de survie en fonction de l'âge, pour les Particuliers non stables

On en déduit les paramètres de la fonction de Weibull estimés :

	Particuliers stables	Particuliers non stables
α	0.05558	0.03965
β	0.43184	0.078504

3. Distribution Log-logistique

La fonction de survie a pour équation théorique :

$$S(t) = \frac{1}{1 + \left(\frac{t}{\alpha}\right)^\beta}, \alpha, \beta > 0$$

et la fonction de hasard :

$$h(t) = \frac{\frac{\beta}{\alpha} \cdot \left(\frac{t}{\alpha}\right)^{\beta-1}}{1 + \left(\frac{t}{\alpha}\right)^\beta}$$

On obtient une formule linéaire en opérant une transformé « logit » inverse sur la fonction de survie :

$$\ln\left(\frac{1-S(t)}{S(t)}\right) = -\beta \cdot \ln(\alpha) + \beta \cdot \ln(t)$$

La régression linéaire porte sur l'équation :

$$\ln\left(\frac{1-S(t)}{S(t)}\right) = a \cdot \ln(t) + b + \sigma \cdot \varepsilon(t)$$

Les résultats pour chaque groupe sont reportés dans les tableaux A2-5 et A2-6, et les taux de hasard et courbes de survie obtenus sur les graphiques A2-5 et A2-6.

Variable	Estimation	Ecart-type	P-value test de Student
a	0.75326	0.00284	<.0001
b	-4.48233	0.01497	<.0001
R ²	0.9933		
σ	0.06055		

Tableau A2-5 : Loi Log-logistique, paramètres pour les Particuliers stables

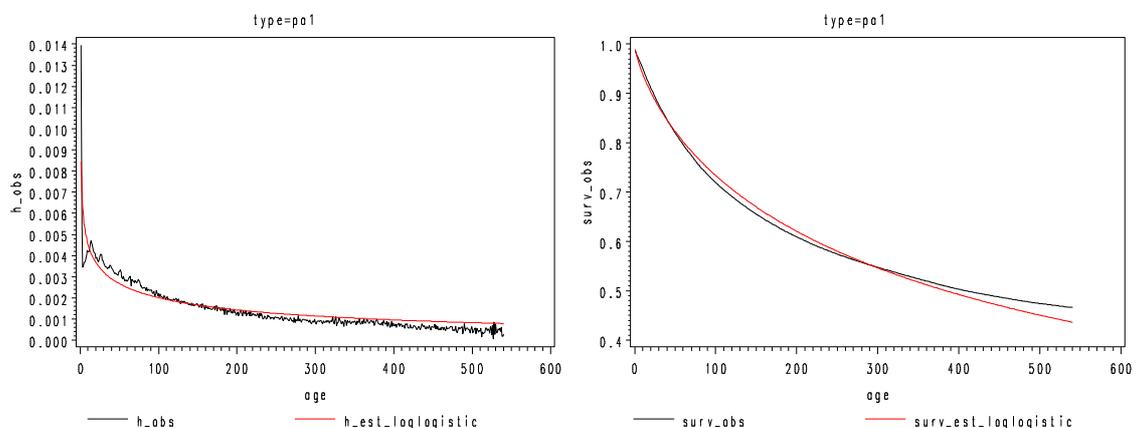


Figure A2-5 : Loi Log-logistique, fonctions de hasard et de survie en fonction de l'âge, pour les Particuliers stables

Variable	Estimation	Ecart-type	P-value test de Student
a	1.77851	0.01795	<.0001
b	-6.56353	0.09463	<.0001
R ²	0.9536		
σ	0.38265		

Tableau A2-6 : Loi Log-logistique, paramètres pour les Particuliers non stables

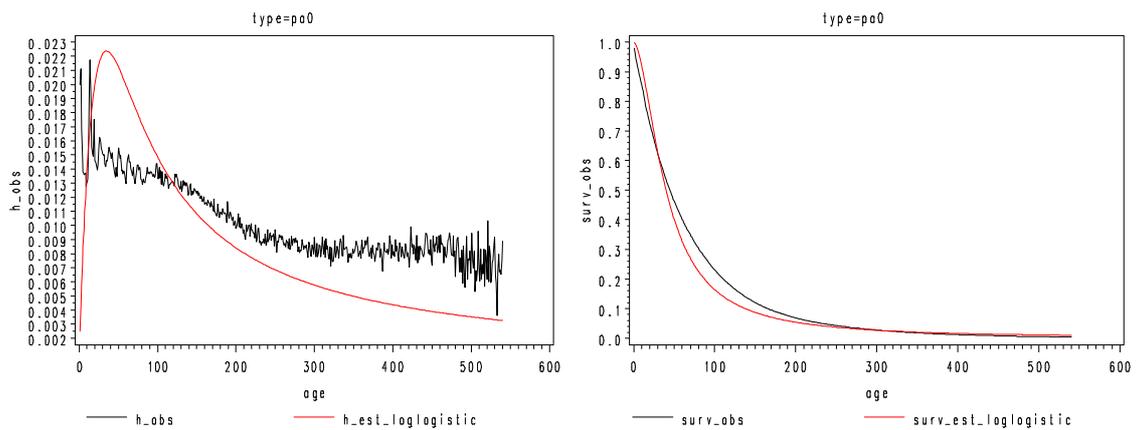


Figure A2-6 : Loi Log-logistique, fonctions de hasard et de survie en fonction de l'âge, pour les Particuliers non stables

On en déduit les paramètres de la fonction Log-logistique estimés :

	Particuliers stables	Particuliers non stables
α	383.97400	40.06350
β	0.75326	1.77851