

Mémoire présenté le :

**pour l'obtention du Diplôme Universitaire d'actuariat de l'ISFA
et l'admission à l'Institut des Actuaires**

Par : ALEXANDRE EXTRAT
Titre ETUDE DE LA SENSIBILITE D'UN BEST ESTIMATE RETRAITE AU
PARAMETRAGE DU LLP ET DE LA PERIODE DE CONVERGENCE DE LA
COURBE DE TAUX SANS RISQUE SOUS SOLVABILITE II
Confidentialité : NON OUI (Durée : 1 an 2 ans)

Les signataires s'engagent à respecter la confidentialité indiquée ci-dessus

*Membre présents du jury de l'Institut
des Actuaires* signature

Entreprise :

Nom :

Signature :

Directeur de mémoire en entreprise :

Nom :

Signature :

Invité :

Nom :

Signature :

**Autorisation de publication et de mise
en ligne sur un site de diffusion de
documents actuariels (après expiration
de l'éventuel délai de confidentialité)**

Signature du responsable entreprise

Signature du candidat

I. RESUME

La construction d'une courbe de taux sans risque constitue l'une des problématiques majeures de la valorisation financière. Il s'agit d'une fonction qui associe à chaque maturité un taux de rendement sans risque qui correspond au rendement fourni par un investissement non soumis au risque de défaut. Sous la norme Solvabilité II, cette courbe de taux est construite à l'aide de la méthode d'extrapolation de Smith-Wilson. La méthode d'extrapolation de Smith Wilson dépend d'un taux de convergence ultime, d'une période de convergence ainsi que du Last Liquid Point (LLP). Dans le *Consultation Paper* de 2019, l'EIOPA indique qu'elle envisage de considérer de nouvelles valeurs de LLP et de période de convergence.

Dans le cas de l'assurance Vie, la courbe de taux sans risque influencera le *Best Estimate* de deux façons. D'abord au niveau de l'actualisation de l'estimation des flux futurs, ensuite au niveau des prestations puisque celles-ci sont fonction du rendement de l'actif qui est lui-même dépendant de la courbe de taux sans risque.

Ce mémoire s'intéresse donc à l'impact du Last Liquid Point et de la période de convergence sur la valeur du Best Estimate dans le cas de contrats retraites collectifs de type 83.

II. SUMMARY

The construction of a risk-free yield curve is one of the major issues in financial valuation. This corresponds to a curve that associates a risk-free rate of return for each given maturity, which corresponds to the return provided by an investment that is not subject to the risk of default. Under the Solvency II standard, this yield curve is based on the Smith-Wilson method. The Smith Wilson extrapolation method depends on a convergence rate, a convergence period and the Last Liquid Point (LLP). In the Consultation Paper published in October 2019, EIOPA indicates that it is considering new values for LLP and convergence period. These changes will impact risk-free rates for long-term maturities (beyond 20 years).

In the case of Life insurance, the risk-free rate curve will influence the Best Estimate in two ways. Firstly, in the discounting of the estimated future cash flows, and secondly, in the benefits, since the benefits are a function of the return on assets, which is itself dependent on the risk-free rate curve.

This paper therefore focuses on the impact of the Last Liquid Point and the convergence period on the value of the Best Estimate in the case of type 83 group pension contracts.

1

III. REMERCIEMENTS

Je tiens d'abord à remercier l'ensemble du cabinet Prim'Act pour l'accueil que j'ai reçu depuis le premier jour de mon stage de Master I, qui m'a permis d'achever ma formation et de me professionnaliser dans des conditions sereines. En particulier, je tiens à remercier Sugiban RATNASOTHY et Frédéric PLANCHET pour leurs conseils avisés et ainsi que leur patience.

Je dédis ensuite ce mémoire à mes proches sans lesquels ce mémoire n'aurait jamais pu aboutir.

IV. NOTE DE SYNTHÈSE

La construction d'une courbe de taux sans risque constitue l'une des problématiques majeures de la valorisation financière du fait de la modélisation stochastique des instruments financiers qui est généralement effectuée dans un univers risque neutre. Il s'agit d'un univers de probabilité dans lequel le processus du prix des actifs actualisés est une martingale.

La courbe de taux sans risque correspond à une courbe qui associe à chaque maturité un taux de rendement sans risque qui correspond au rendement fourni par un investissement non soumis au risque de défaut. Sous la norme Solvabilité II, cette courbe de taux est construite à partir des taux swaps pour les maturités allant jusqu'à 20 ans, les taux de maturités supérieures sont extrapolés à l'aide de la méthode de Smith-Wilson. Cette méthode a été élaborée de manière à répondre à plusieurs contraintes fixées par les directives européennes et notamment le caractère « *market consistent* » que doit avoir la courbe. La méthode d'extrapolation de Smith Wilson dépend d'un taux de convergence ultime, d'une période de convergence ainsi que du Last Liquid Point qui correspond à la maturité du dernier swap considéré comme observable sur les marchés.

En Octobre 2019, l'EIOPA a publié un rapport de consultation ou *Consultation Paper* contenant l'ensemble des éléments de la norme Solvabilité II que celle-ci a étudié dans le but d'une éventuelle révision. Parmi ces points, l'EIOPA évoque la possibilité d'un changement de paramétrage du Last Liquid Point (LLP) et de la période de convergence afin d'obtenir une courbe en meilleure cohérence avec les courbes observées sur les marchés.

La courbe de taux sans risque sert dans un premier temps à actualiser l'estimation des flux futurs. Dans le cas de l'assurance vie, la courbe de taux sans risque va également influencer les montants de prestations à verser du fait d'interactions entre l'actif et le passif. En effet, en général dans le cas de contrats d'assurance vie (hors unités de comptes) l'épargne est revalorisée en fonction du rendement des placements. Or, l'évaluation de cette revalorisation est généralement obtenue via des modélisations stochastiques effectuées à l'aide d'un moteur ALM et d'un générateur de scénarios économiques en univers risque neutre. Ainsi le rendement des placements et donc le montant des prestations dépendent de la courbe de taux sans risque.

La problématique du choix du LLP et de la période de convergence peut se voir comme la problématique du choix entre cohérence de la courbe avec le marché et stabilité des fonds propres. D'une certaine manière une courbe de marché permet de donner une meilleure valorisation économique des engagements d'assurance, cependant le faible développement des instruments financiers de maturité à long terme peut entraîner une certaine volatilité de la courbe pour les maturités élevées, ce qui impactera les provisions techniques et donc les fonds propres.

Ainsi dans ce mémoire nous avons été amenés à nous questionner sur l'impact du Last Liquid Point et de la période de convergence sur la valeur du Best Estimate dans le cas de contrats retraite collectifs de type 83.

Les portefeuilles de passifs et d'actifs considérés sont issus de portefeuilles réels qui ont été translatés et ajustés de manière à être le plus cohérent possible avec ce qui est observable sur le marché.

Les courbes de taux retenues dans cette étude correspondent à des courbes de taux avec un LLP de 20 ans, 30 ans et 50 ans pour des périodes de convergence de 10 ans, 25 ans et 40 ans.

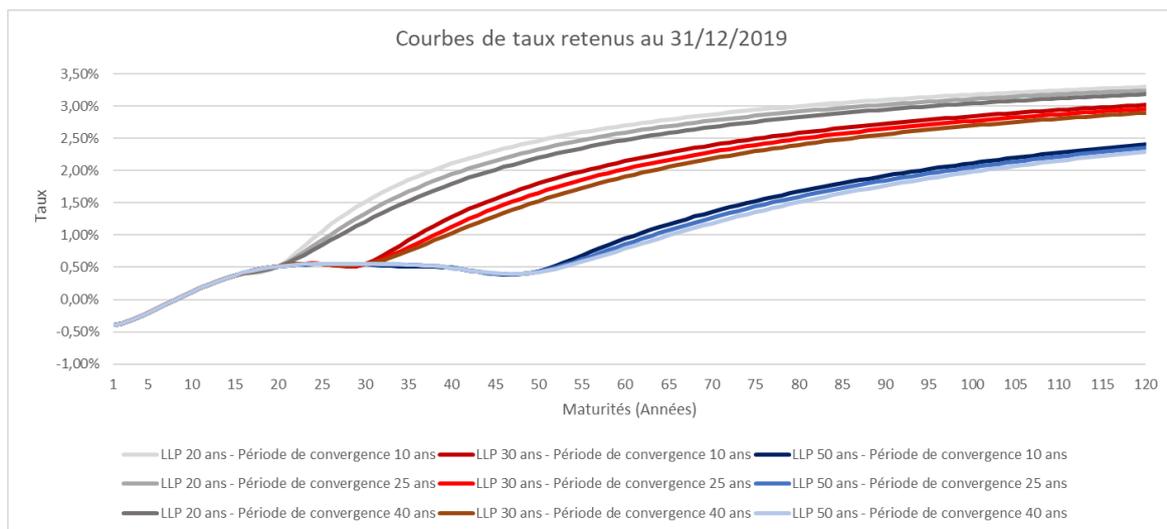


Figure 1 : Courbes de taux sans risque retenus dans ce mémoire

Après la génération de scénarios économiques dans un univers risque neutre les résultats obtenus concernant les Best Estimate sont exposés ci-dessous :

BE (k€)	Ecarts absolus BE (k€)	Ecarts relatifs BE (%)
792 833		
794 809	1 976	0,25%
796 099	1 290	0,16%
802 917	6 817	0,86%
803 117	200	0,02%
803 253	136	0,02%
804 093	840	0,10%
803 981	-112	-0,01%
803 966	-15	0,00%

Tableau 1 : Ecarts absolus et relatifs pour tous les Best Estimate

V. EXECUTIVE SUMMARY

The construction of a risk-free yield curve is one of the major issues in financial valuation because the stochastic modelling of financial instruments is generally carried out in a risk-neutral universe. This is a probability universe in which the process of discounted asset prices is a martingale. In this universe all assets earn on average the risk-free return also called the risk-free rate.

The risk-free yield curve is a curve that associates a risk-free rate of return for each given maturity, which corresponds to the return provided by an investment that is not subject to the risk of default. Under Solvency II, this yield curve is constructed from swap rates for maturities up to 20 years, with the higher maturity rates being extrapolated using the Smith-Wilson method. This method has been developed to meet several constraints set by European directives, in particular the "market consistent" nature of the curve. The Smith-Wilson extrapolation method depends on a convergence point, a convergence period and the Last Liquid Point, which corresponds to the maturity of the last swap considered observable on the markets.

In October 2019, EIOPA published a Consultation Paper containing all the elements of the Solvency II standard that it has studied with a view to a possible revision of the standard. Among these points, EIOPA mentions the possibility of changing the parameters of the Last Liquid Point (LLP) and the convergence period in order to obtain a curve that is more consistent with market curves.

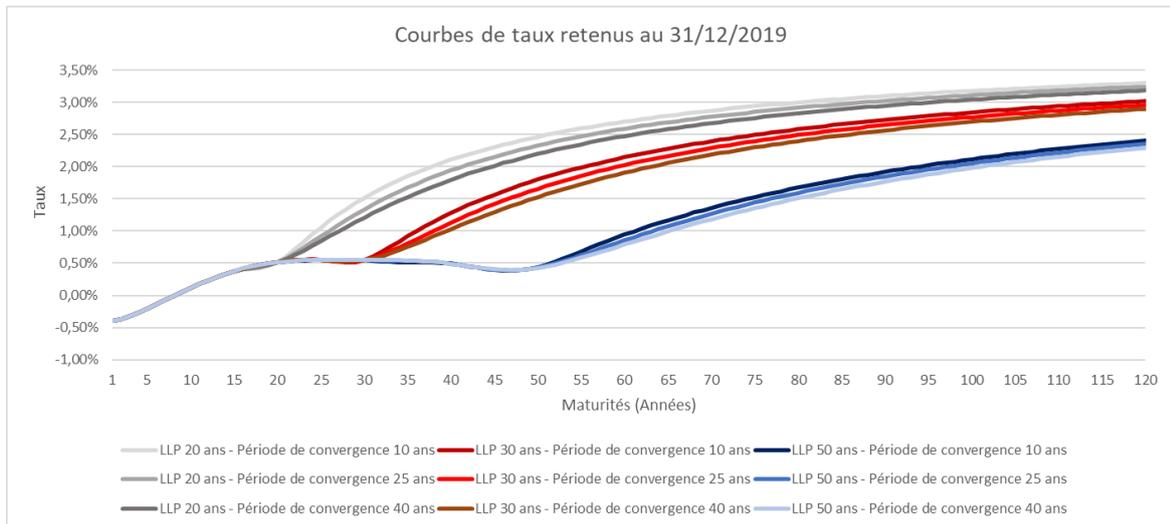
The risk-free rate curve is initially used to discount the estimated future cash flows. In the case of life insurance, the risk-free rate curve will also influence the amounts of benefits to be paid due to interactions between assets and liabilities. Indeed, in general in the case of life insurance contracts (excluding unit-linked policies), the mathematical provision is revalued according to the investment return. However, the valuation of this revaluation is generally obtained through stochastic modelling using an ALM engine and a risk-neutral economic scenario generator. Thus, the investment return and therefore the benefit amount depends on the risk-free yield curve.

The problem of the choice of the LLP and the convergence period can be seen as the problem of the choice between the consistency of the curve with the market and the volatility of equity capital. To a certain extent, a market curve makes it possible to give a better economic valuation of insurance commitments, however the low development of financial instruments with long-term maturity can lead to a certain volatility of the curve for high maturities, which will impact technical provisions and therefore equity capital.

Thus, in this paper we have been led to question the impact of the Last Liquid Point and the convergence period on the value of the Best Estimate in the case of type 83 group pension contracts.

The portfolios of liabilities and assets considered are derived from actual portfolios that have been translated and adjusted to be as consistent as possible with what is observable on the market.

The following yield curves used in this study correspond to yield curves with an LLP of 20 years 30 years and 50 years for convergence periods of 10 years, 25 years and 40 years.



After generating economic scenarios in a risk-neutral universe, the results obtained are as follows:

BE (k€)	Ecart absolu BE (k€)	Ecart relatif BE (%)
792 833		
794 809	1 976	0,25%
796 099	1 290	0,16%
802 917	6 817	0,86%
803 117	200	0,02%
803 253	136	0,02%
804 093	840	0,10%
803 981	-112	-0,01%
803 966	-15	0,00%

Tableau 2 : Absolute and relative deviations for all Best Estimates

I. INTRODUCTION GENERALE

La valorisation des biens et des services joue un rôle central en économie. On considère généralement que la vraie valeur d'un bien ou d'un service correspond au montant qu'un individu (en travail ou en monnaie) est prêt à donner en échange de ce bien ou service sur un marché organisé.

Le développement des économies de marché a entraîné la nécessité d'uniformiser les méthodes de valorisations. Le secteur de l'assurance n'y faisant pas exception, c'est dans ce contexte que sont apparus de nouvelles normes comptables et prudentielles telles que Solvabilité II et IFRS (*International financial reporting standards*) avec pour objectif de valoriser les engagements d'assurances. Cette valorisation permet de guider ou d'influencer les investisseurs dans leurs choix d'investissements. Elle permet également aux régulateurs de contrôler la solvabilité d'un organisme, de donner une valeur de transfert des portefeuilles de passifs ou encore de contrôler l'impôt en s'assurant que les provisions ne sont pas surévaluées.

Dans le cadre de ce mémoire nous nous intéresserons à la valorisation du *Best Estimate* d'un portefeuille de contrats retraites collectifs qui correspond à la valorisation économique de ces contrats sous la norme prudentielle solvabilité II. Il n'existe pas de marché de l'engagement de contrats retraites et c'est pour cela que le calcul du *Best Estimate* est effectué via la combinaison de modèles mathématiques qui nécessitent la considération de nombreuses hypothèses sous-jacentes.

Le *Best Estimate* correspond à la somme actualisée des flux futurs estimés et dans le cas de contrats retraites ces flux peuvent durer jusqu'à 50 ans et plus. Etant donné qu'il s'agit d'une estimation, il est utile de garder à l'esprit que dans le calcul d'un *Best Estimate* on cherche à effectuer la valorisation la moins fautive possible car le modèle parfait n'existe pas. Dans le cas de contrats retraites, l'existence d'une interaction entre l'actif et le passif liée au mécanisme de participation aux bénéfices nécessite la considération de modèles stochastiques.

La courbe de taux sans risque peut être défini comme le taux d'intérêt qui rémunère un placement sans risque de défaut à une date et maturité donnée. Celle-ci joue un rôle central dans la valorisation du *Best Estimate*. D'abord parce que ce taux sert à actualiser les flux de passifs estimés pour le calcul du *Best Estimate*. Ensuite parce que la modélisation des actifs est généralement effectuée dans un univers de probabilité neutre au risque.

En octobre 2019, le superviseur européen EIOPA (*European Insurance and Occupational Pensions Authority*) a publié les résultats de son papier consultatif (*Consultation paper*) sur les révisions de Solvabilité II et notamment sur la méthode de construction de la courbe EIOPA. Les changements envisagés sont principalement des changements d'hypothèses concernant les paramètres de construction de la courbe. La méthode d'extrapolation de Smith-Wilson privilégiée par l'EIOPA dans la construction de sa courbe de taux est spécifique à la norme solvabilité II.

Ainsi nous tenterons de répondre dans ce mémoire à la problématique suivante : Quels sont les impacts des modifications du LLP et de la période de convergence de la courbe de taux sans risque sur le calcul d'un *Best Estimate* d'un portefeuille retraite.

Pour cela nous étudierons dans une première partie la méthode de construction de la courbe de taux, ses fondements théoriques ainsi que les modifications envisagées. Dans une seconde partie nous présenterons les hypothèses structurelles ainsi que les modèles utilisés pour le calcul du *Best Estimate*. Enfin la troisième et dernière partie présentera les résultats obtenus.

II. TABLE DES MATIERES

I.	Résumé	2
II.	Summary	3
III.	Remerciements	4
IV.	Note de synthèse	5
V.	Executive summary	8
I.	Introduction Générale.....	10
II.	Table des matières	12
III.	Courbe de Taux sans risque construite par l’EIOPA.....	14
III.a.	Données sous-jacentes à la construction de la courbe de base.....	14
III.a.1.	Evaluation du critères « Deep, Liquid and Transparent » (DLT) du marché.....	15
III.a.2.	Instruments financiers pour la construction de la courbe de taux sans risque de base	15
III.b.	Credit Risque Adjustment.....	16
III.c.	La méthode de Smith-Wilson	16
III.c.1.	Propriétés de la courbe de taux sans risque sous Solvabilité II.....	16
III.c.1.	Résolution du problème d’optimisation	18
III.d.	Volatility adjustment.....	19
III.e.	Autres méthodes de construction de courbe de taux.....	22
III.e.1.	Le bootstrapping ou l’exemple du comité de normalisation obligataire	22
III.e.1.	La méthode de Nelson Siegel	23
III.f.	Mise à jour des méthodes de l’EIOPA pour 2020.....	23
III.f.1.	Le LLP	23
III.f.1.	La volatility adjustment.....	26
III.g.	Conclusion	34
IV.	Valorisation du passif d’un portefeuille retraite.....	35
IV.a.	Introduction à la valorisation d’un portefeuille dans le domaine de l’assurance vie	35
IV.b.	Cadre de modélisation	37
IV.b.1.	Modélisation du portefeuille de passifs.....	39
IV.b.2.	Modélisation du portefeuille d’actifs	40
IV.c.	Gestion actifs- passifs	41
IV.c.1.	Revalorisation des provisions mathématiques	41

IV.c.2.	Allocation d'actifs cible	42
IV.d.	Générateur de scénarios économiques (GSE).....	42
IV.d.1.	Modélisations relatives aux taux d'intérêts	43
IV.d.2.	Modélisation des obligations souveraines et corporate.....	49
IV.d.3.	Modélisation des actions et immobilier	49
IV.e.	Conclusion	51
V.	Resultat des calculs des Sensibilités des Best estimate retraite	52
V.a.	Source de données pour la construction des courbes de taux	52
V.b.	Construction des courbes de taux.....	52
V.c.	Générateur de scénarios économiques.....	57
V.c.1.	Calibration.....	57
V.c.2.	Projection des taux courts.....	58
V.c.3.	Projection des indices actions et immobilier	59
V.c.4.	Projection des déflateurs.....	62
V.d.	Analyse descriptive du portefeuille considéré.....	64
V.d.1.	Analyse descriptive du portefeuille de passifs	65
V.d.2.	Résultats des calculs de sensibilité du Best Estimate	75
V.d.3.	Flux de Prestations.....	75
V.d.1.	Flux de Prestations discrétionnaires	79
V.d.1.	Best Estimate.....	83
V.d.2.	Conclusion.....	85
VI.	Conclusion Générale.....	86
VII.	BIBLIOGRAPHIE	88
VIII.	Table des figures	90
IX.	Table des tableaux	92
X.	Annexes	93
X.a.	Annexe 1 : Modélisation du SCR pour la calibration de l'actif.....	93
X.a.1.	Mise en œuvre des chocs pour le risque de souscription.....	93
X.a.2.	Mise en œuvre des chocs pour le risque de marché.....	93

III. COURBE DE TAUX SANS RISQUE CONSTRUITE PAR L'EIOPA

La courbe de taux sans risque est une fonction qui pour chaque maturité fournit la valeur du taux d'intérêt d'un placement sans risque de défauts. La notion de taux sans risque est une notion très largement répandue dans la littérature financière. Dans le cadre de Solvabilité II la courbe de taux sans risque est réglementaire et publiée par l'EIOPA mensuellement.

Les principales contraintes imposées à la construction de cette courbe sont :

- la répliquabilité : les acteurs du marché doivent être en capacité de reconstruire la courbe par leurs propres moyens ;
- le caractère « *market consistency* » : la courbe de taux doit être cohérente avec les valeurs de marché ;
- la stabilité de la courbe : l'évolution de la courbe ne doit pas être trop ample afin de ne pas générer trop d'instabilité dans les fonds propres.

Dans cette partie nous allons présenter la méthode de la construction de la courbe de taux sans risque. D'abord nous traiterons de l'aspect théorique de la sélection des données nécessaires à la construction de la courbe de taux. Ensuite nous présenterons la méthode de Smith-Wilson et l'ajustement pour volatilité. Enfin nous exposerons les potentielles évolutions de la méthode de construction envisagées par l'EIOPA dans son « *Consultation Paper* » publié en octobre 2019.

III.a. Données sous-jacentes à la construction de la courbe de base

Pour chaque monnaie et pays, la courbe de taux doit, selon l'article 77a du règlement délégué, être déterminée de manière fiable sur la base d'instruments négociés sur un marché profond, liquide et transparent (*deep, liquid and transparent financial market* ou DLT). Le marché d'un instrument financier est considéré comme liquide et profond lorsque qu'il est possible d'échanger des volumes importants de cet instrument de manière immédiate.

III.a.1. Evaluation du critères « Deep, Liquid and Transparent » (DLT) du marché

L'EIOPA considère qu'il n'existe pas une métrique unique dans l'évaluation des critères DLT car les facteurs qui influencent la liquidité varient en fonction des spécificités des marchés (règles opérationnelles et conventions). Dans sa documentation technique sur la méthode de construction de la courbe de taux sans risque, l'EIOPA fournit une liste des principaux critères qu'elle utilise pour évaluer si le marché est profond, liquide et transparent. Cette liste est non exhaustive mais on retrouve notamment parmi ces critères :

- Le *Bid-Ask spread* : il correspond à la différence entre le prix le plus élevé proposé par les acheteurs et le prix le plus bas proposé par un vendeur. Ainsi plus le *Bid-Ask spread* est faible plus le marché est considéré comme liquide. Dans le cas d'un *Bid-Ask spread* nul il y a un accord parfait des participants au marché sur le prix d'échange de l'instrument ;
- La fréquence de trading : elle correspond au nombre d'échanges sur une période donnée, une fréquence de trading élevée indique que le marché est liquide ;
- Les volumes d'échanges : ils correspondent aux montants des transactions sur une période donnée. Ce critère permet d'apprécier la liquidité et la profondeur des marchés ;
- Les mouvements d'échange volumineux : ce critère permet de mesurer le critère de profondeur du marché ;
- Le nombre de sources : le nombre de sources peut être considéré comme un indicateur de transparence.

Dans ce mémoire nous nous intéresserons uniquement à la devise euro mais à titre d'information pour les devises des pays non-membres de l'espace économique européen, l'EIOPA effectue des analyses complémentaires (analyse de la volatilité sur les 105 derniers jours ouvrés, analyse complémentaire du *Bid-Ask spread*, analyse quantitative).

III.a.2. Instruments financiers pour la construction de la courbe de taux sans risque de base

Dans le cas de la devise euro, l'instrument privilégié par l'EIOPA est le taux swap contre EURIBOR 6 mois conformément au règlement délégué. Ce taux est publié quotidiennement par l'EMMI (*European Money Market Institut*) et correspond à la moyenne des taux échangés entre les principales banques de l'Union européenne ou de l'association européenne de libre-échange. La méthode de calcul des taux Euribor a récemment été modifiée afin de mieux prendre en compte les transactions effectives. Ce changement de méthode fait suite au scandale financier sur la manipulation des taux d'intérêt par différents acteurs du marché. Le marché des taux swap répond au critère de liquidité et de profondeur du marché puisque le volume d'échange est de l'ordre du trillion de dollars annuel. Le critère de transparence est également atteint puisque la méthode de calcul des taux EURIBOR est transmise par l'EMMI.

L'utilisation de taux swap n'est pas possible pour certaines devises car les critères DLT ne sont pas respectés, la courbe de taux est alors construite à partir des obligations souveraines émises dans la devise considérée. Les obligations souveraines sont historiquement choisies pour représenter le taux d'intérêt sans risque car on considère qu'il est extrêmement peu probable que l'état fasse défaut du fait de sa capacité à lever l'impôt (et donc de l'augmenter) de manière perpétuelle. Cependant de nombreux pays dans l'histoire se sont retrouvés dans la situation de ne pas pouvoir honorer leurs dettes comme la Grèce en 2012 ou l'Argentine en 2001. D'après BOUDET [2015], on recenserait environ 320 défauts d'états dans l'histoire. C'est pour cela que les obligations d'Etat font l'objet de notations en fonction de l'environnement économique et politique du pays.

III.b. Credit Risk Adjustment

Les taux observés sur le marché des instruments présentés précédemment font l'objet d'un ajustement pour crédit afin d'éliminer la prime pour risque de crédit résiduelle qu'ils contiennent. Dans le cas de la devise euro, les taux Euribor 6 mois sont ajustés par les *Overnight Indexed Swap* (ou OIS) à 3 mois de même échéance. L'ajustement pour risque de crédit correspond à 50% de la moyenne sur 1 an du spread entre le taux euribor 6 mois et le taux de l'OIS à 3 mois correspondant. Le calcul de cette moyenne repose sur des données journalières.

Parmi les références académiques permettant de justifier le choix de l'OIS on pourra se référer à HULL et WHITE [2013].

Une fois l'ajustement pour risque de crédit effectué, les taux observés sont interpolés et extrapolés à l'aide de la méthode de Smith Wilson.

III.c. La méthode de Smith-Wilson

La méthode de Smith Wilson a été retenue pour l'extrapolation de la courbe de taux sans risque car elle permettait de répondre à plusieurs contraintes communiquées par l'EIOPA.

III.c.1. Propriétés de la courbe de taux sans risque sous Solvabilité II

III.c.1.1. Market consistency

La première contrainte imposée à la courbe de taux sans risque est son caractère « *market-consistent* », cela implique que les taux obtenus doivent être cohérents avec les taux observés sur les marchés. Cette contrainte est la conséquence de la valorisation économique des engagements d'assurance. Ainsi les taux lissés sont égaux aux taux observés sur les marchés.

Si l'on considère les éléments suivants :

- Le prix VM_i de l'instrument financier observable i pour i allant de 1 à N
- Les cash-flows CF_{i,t_j} de l'instrument financier i à la date t_j pour j allant de 1 à M .
- $P(0, t_j)$ le prix du zéro-coupon à la date $t = 0$ donnant 1 € à la date de maturité t_j .

La contrainte market consistency s'exprime alors de la manière suivante :

$$\forall i \in [1, N] \quad VM_i = \sum_{j=1}^M CF_{i,t_j} * P(0, t_j) \quad (1.1)$$

III.c.1.2. Caractère lisse de la courbe de taux

L'une des propriétés majeures de la courbe de taux sans risque est son caractère continu et lisse. Afin de mesurer le caractère lisse de la fonction d'interpolation, Smith et Wilson proposent que la fonction de lissage utilisée satisfasse le problème suivant :

Soit G la classe des fonctions deux fois différentiables et dont les dérivés du premier et second ordre sont carrés intégrables alors la fonction g appartenant à G la plus lisse est la fonction solution au problème suivant :

$$\min_{g \in G} \int_0^{\infty} [g''(u)^2 + \beta^2 g'(u)^2] du \quad (1.2)$$

Avec $\beta \in]0,1]$

Le problème d'optimisation sous contrainte permet donc d'obtenir la courbe la plus lisse possible pour un β donné.

On souhaite également conserver le caractère monotone de la courbe, en effet on s'attend en théorie à ce que plus la maturité augmente plus le taux sans risque augmente.

III.c.1.1. Convergence vers un taux Ultime à long terme

Les compagnies d'assurance ainsi que les fonds de pension couvrent des engagements qui peuvent être de durée très supérieure à la maturité du dernier instrument financier observable. Ainsi l'extrapolation au-delà des maturités non observables constitue un problème supplémentaire.

Pour répondre à cette problématique, l'EIOPA considère que la courbe de taux doit converger vers un taux d'équilibre à long terme. Ce taux à long terme est appelé *Ultimate Forward Rate* ou UFR. Il s'agit du taux d'intérêt nominal à long terme vers lequel doit converger la courbe de taux avec une erreur de convergence de moins de 1 point de base. En considérant la relation de Fisher pour des intérêts composés, l'UFR s'écrit comme la somme du taux d'intérêt réel à long terme et du taux d'inflation à long terme. Le taux d'inflation à long terme pour la devise euro correspond à l'objectif d'inflation monétaire de 2% de la Banque centrale européenne (BCE). Le taux d'intérêt réel correspond à la moyenne des taux d'intérêt réels sur la période allant de 1961 à la date d'évaluation. L'UFR est recalculé chaque année par l'EIOPA. Dans un contexte de taux d'inflation relativement bas (autour de 1% contre un objectif à 2% et des taux d'intérêts à long terme faible) l'EIOPA a décidé que l'UFR ne pourra baisser de plus de 15 points de base par an. Ainsi l'UFR applicable pour 2020 sera de 3,75% pour un taux calculé de 3,55% comme indiqué dans son rapport sur le calcul de l'UFR.

Plus formellement nous pouvons écrire cette contrainte de la manière suivante pour le prix d'un zéro-coupon $P^*(0, t)$ de maturité t obtenu par la méthode de Smith Wilson :

$$\forall j \in [1, M] \quad P^*(0, t_j) = \left(1 + g(t_j)\right) * e^{-UFR * t_j} \quad (1.3)$$

III.c.1. Résolution du problème d'optimisation

Si l'on note :

- N le nombre d'instruments financiers dont le prix est observable sur les marchés
- $CF_{i,j}$ les cash-flows de l'instrument $i \in [1, N]$ à la date t_j pour $j \in [1, M]$

Le prix $P^*(0, t)$ d'un zéro coupon de maturité t obtenu par la méthode de Smith Wilson est donné par la formule suivante :

$$P^*(0, t) = e^{-UFR * t} + \sum_{i=1}^N a_i \sum_{j=1}^M CF_{i,j} * W(t, t_j) \quad (1.4)$$

Avec : $W(u, v) = e^{-UFR * (u+v)} * \left(\alpha * \min(u, v) + \frac{e^{-\alpha(u+v)} - e^{-\alpha|u-v|}}{2} \right)$

La fonction W est appelée fonction de Wilson et permet de répondre aux contraintes exposées supra. Une démonstration de cette formule est fournie dans KORT [2017].

Le paramètre α est appelé vitesse de convergence, il permet de réguler la vitesse de convergence des taux vers l'UFR à partir du dernier point observable (LLP) jusqu'au point de convergence. Le point de convergence se définit comme la somme de la période de convergence et du LLP. Dans le cas de la courbe euro la période de convergence est maximale et égale à 40 ans, le dernier point de liquidité est à 20 ans ce qui implique un point de convergence à 60 ans.

Dans le paragraphe 122 de EIOPA-BoS-19/408 [2019], il est indiqué que le paramètre α correspond à la plus petite valeur permettant d'obtenir une courbe de taux atteignant l'intervalle de tolérance de convergence de l'UFR au niveau du point de convergence (ici 60 ans). Le paramètre α ne peut être inférieur à 0,05.

Le cadre théorique du calcul du paramètre α ainsi que l'algorithme utilisé par l'EIOPA pour le calculer ne seront pas développés dans ce mémoire. Cependant le lecteur intéressé pourra se tourner aux paragraphes 154-160 de la note méthodologique EIOPA-BoS-19/408 [2019] ainsi que l'outil « Smith-Wilson Risk-Free Interest Rate Extrapolation Tool v1.2.xlsx » disponible sur le site de l'EIOPA pour plus de détails.

Ci-dessous on trace la fonction de Wilson pour différents UFR et différentes vitesses de convergences alpha.

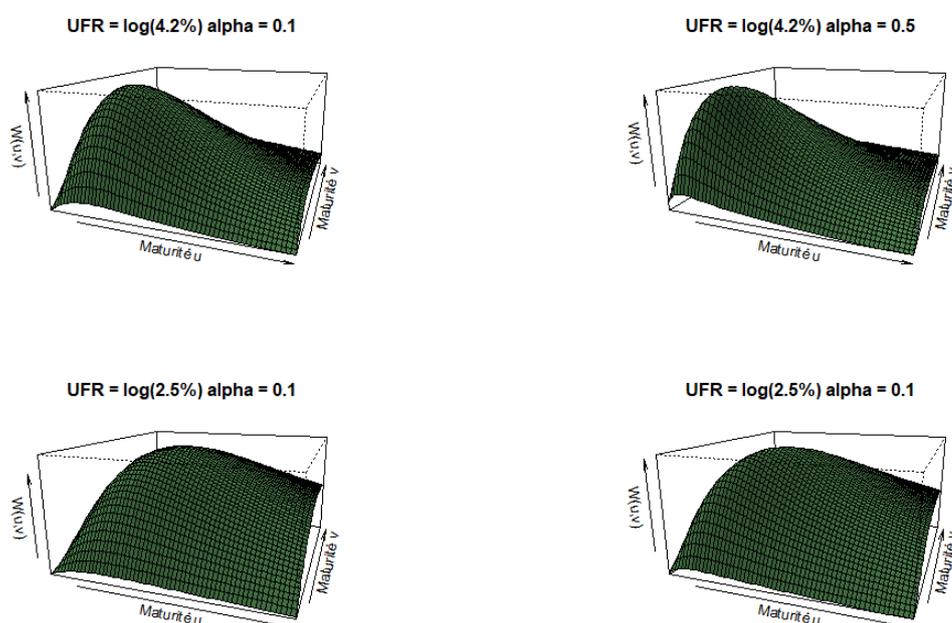


Figure 3 : Graphiques de la Fonction de Wilson en fonction de la maturité (u,v) et des différents UFR et Alpha

III.d. Volatility adjustment

Il peut arriver que le marché des prêts interbancaires de longues maturités ait tendance à se contracter (les volumes d'échanges diminuent). Cette contraction du crédit entraîne alors une augmentation des taux d'intérêts directement liée à l'augmentation du risque de liquidité (une prime de liquidité s'additionne au taux d'intérêt) bien que le marché des instruments financiers respecte les critères du marché liquide et profond. Cette augmentation aura pour conséquence la diminution de la valeur de marché du portefeuille obligataire des organismes d'assurances et donc la diminution de la valeur de leurs fonds propres.

Une première remarque sur la volatilité des taux d'intérêts est que celle-ci a tendance à augmenter le risque systémique. En effet afin de répondre aux exigences réglementaires sur les fonds propres, les organismes d'assurances auront tendance à vendre au même moment ce qui entrainera à nouveau une diminution de la valeur économique de leur portefeuille obligataire qui entrainera à nouveau une diminution des fonds propres etc. On parle alors de comportements procycliques puisque ces comportements accélèrent la tendance économique.

Une deuxième remarque est que la baisse du portefeuille obligataire en valeur de marché n'est pas cohérente avec la politique de gestion des assureurs. De manière générale, les obligations des organismes d'assurances sont détenues jusqu'à maturité. En effet, de manière générale l'actif de l'assureur est adossé sur son passif et le portefeuille obligataire est géré de manière à couvrir les engagements de l'assureur et non à générer des plus-values par le biais d'actions achats-ventes.

Pour répondre à ces problématiques, l'EIOPA préconise un ajustement pour volatilité (*Volatility Adjustment* ou VA) sur la courbe de taux sans risque de base. Cet ajustement vise à diminuer la valeur économique des engagements de l'assureur afin de limiter l'impact de la volatilité des taux d'intérêts sur ses fonds propres. Cet ajustement peut se voir comme un ajustement pour liquidité dans le cas d'un contexte économique dégradé.

L'ajustement pour volatilité est construit à partir du spread entre la structure à terme de taux d'intérêt de base et les taux d'intérêts issus de deux portefeuilles de référence. Le premier portefeuille de référence vise à représenter les actifs présents dans le portefeuille moyen d'un assureur libellé dans la devise de la courbe de taux sans risque de base. Le deuxième portefeuille représente le portefeuille de référence représentant les actifs présents dans le portefeuille moyen d'un assureur d'un pays donné.

Le spread relatif au portefeuille de référence au niveau devise S_{Devise} est obtenu par le biais de la formule suivante :

$$S_{Devise} = w_{Gov,Devise} * \max(S_{Gov,Devise}, 0) + w_{Corp,Devise} * \max(S_{Corp,Devise}, 0) \quad (1.5)$$

Avec :

- $w_{Gov,Devise}$ la proportion d'obligations souveraines présentes dans le portefeuille d'actifs de référence relatif aux devises.
- $w_{Corp,Devise}$ la proportion d'obligations autres que souveraines (titrisation et prêts non compris) présentes dans le portefeuille d'actifs de référence relatif aux devises.
- $S_{Gov,Devise}$ le taux moyen de spread sur les obligations souveraines
- $S_{Corp,Devise}$ le taux moyen de spread sur les obligations autres que souveraines (titrisation et prêts non compris) .

Ce spread correspond à une prime de risque additionnelle afin de faire face au risque de crédit (l'acheteur fait défaut dans le cas d'une obligation par exemple) et au risque de liquidité (le marché n'est pas totalement liquide ce qui entraîne un coût supplémentaire à la revente). L'EIOPA cherche à isoler uniquement les effets liés au risque de liquidité comme exposé précédemment.

Le spread fait donc l'objet d'une correction pour le risque de crédit (noté RC) qui est égal à :

$$RC_{Devise} = w_{Gov,Devise} * \max(RC_{Gov,Devise}, 0) + w_{Corp,Devise} * \max(RC_{Corp,Devise}, 0) \quad (1.6)$$

Avec :

- $w_{Gov,Devise}$ la proportion d'obligations souveraines présentes dans le portefeuille d'actifs de référence.
- $w_{Corp,Devise}$ la proportion d'obligations autres que souveraines (titrisation et prêts non compris) présentes dans le portefeuille d'actifs de référence.
- $RC_{Gov,Devise}$ la proportion du risque de crédit relative à $S_{Gov,Devise}$
- $RC_{Corp,Devise}$ la proportion du risque de crédit relative à $S_{Corp,Devise}$.

Le calcul de la correction pour risque de crédit lié à la part obligataire du portefeuille de référence correspond à 30 % du spread moyen à long terme du portefeuille obligataire par rapport au taux d'intérêt sans risque.

Le calcul de la correction pour risque de crédit lié à la part Corporate du portefeuille de référence correspond au maximum entre 35 % du spread moyen à long terme du portefeuille Corporate et la somme des probabilités de défaut des actifs et du coût entraîné par la dégradation de la note sur la qualité de crédit de l'actif.

Le spread entre la courbe de taux sans risque et le portefeuille de référence au niveau pays S_{pays} est calculé de manière analogue au spread devise avec une correction pour risque de crédit RC_{pays} .

Finalement la Volatility adjustment est obtenue à l'aide de la formule ci-dessous et vaut :

$$VA = 65\% * (S_{Devise}^{RC} + \max(S_{Devise}^{RC} - 2 * S_{Pays}^{RC}, 0)) \quad (1.7)$$

Avec :

- S_{Devise}^{RC} le spread devise corrigé pour le risque de crédit et égal à $S_{Devise} - RC_{Devise}$
- S_{Pays}^{RC} le spread pays corrigé pour le risque de crédit et égal à $S_{Pays} - RC_{Pays}$.

La partie relative à l'ajustement de volatilité par pays n'est valable que lorsque le spread pays est supérieur à 100 points de base. En 2020, le seuil sera abaissé à 85 points de base pour donner suite aux problèmes observés lors de la crise des dettes souveraines entre 2011 et 2013. Ces problèmes seront mieux exposés dans la suite de ce mémoire.

La correction pour risque présentée supra est calculée de la même manière que le spread fondamental du « *matching adjustment* » ou « ajustement égalisateur ». D'après le règlement délégué, l'organisme d'assurance à le choix d'un ajustement de la courbe de taux via la VA ou via le *matching adjustment*. Ce dernier correspond au spread entre le portefeuille des actifs dont les flux de trésorerie répliquent les engagements d'assurance et la courbe de taux sans risque. Ce spread est corrigé du spread fondamental qui correspond à la partie du spread relative au risque de défaut et au coût de dégradation de la note de l'actif. Ainsi dans le cas de la VA nous obtiendrons un ajustement basé sur un portefeuille de référence contre un ajustement basé sur un portefeuille d'actifs propre à l'assureur dans le cas du *matching adjustment*.

III.e. Autres méthodes de construction de courbe de taux

Dans sa documentation technique, l'EIOPA précise que la méthode de Smith Wilson n'est pas la seule méthode intéressante pour la construction d'une courbe de taux. Cette méthode a d'ailleurs été mise en place qu'à partir du *Quantitative Impact Study (QIS) 5* et du *Long Long-term Guarantees Assesment (LGTA)*. Dans la suite de cette partie nous présentons succinctement deux autres méthodes de construction : la méthode de *bootstrapping* et la méthode de Nelson Siegel.

III.e.1. Le bootstrapping ou l'exemple du comité de normalisation obligataire

Le comité de normalisation obligataire a la charge de publier une courbe de taux sans risque mensuellement. Cette courbe est établie à partir des taux Swap contre euribor à 6 mois comme pour la courbe EIOPA pour la devise euro. Le taux sans risque est donné pour des maturités annuelles allant de 1 à 60 ans. Le *bootstrapping* est une méthode de construction itérative, c'est-à-dire que l'on construit d'abord le taux zéro-coupon de maturité 1 an qui sera nécessaire au calcul du zéro-coupon de maturité deux ans etc... Le dernier point observable est le taux swap de maturité 30 ans. Les points non observables sont interpolés-extrapolés à l'aide de splines cubiques.

Si l'on note VM_i le prix d'un instrument financier observé sur le marché versant le cash-flow CF_{t_j} à la date t_j pour j allant de 1 à la maturité T alors il vient :

$$VM_i = \sum_{j=1}^T CF_{i,t_j} * P^*(0, t_j) \quad (1.8)$$

Avec $P^*(0, t_j)$ le prix d'un zéro-coupon de maturité t_j à l'instant 0.

La courbe CNO est parallèle à la courbe EIOPA pour les maturités allant de 1 à 20 puisque les instruments financiers utilisés pour construire ces courbes sont identiques. Le spread entre ces deux courbes correspond à l'ajustement pour risque de crédit.

Cependant cette courbe ne converge pas vers un taux ultime d'équilibre à long terme ce qui entraîne une divergence au-delà de la maturité 20 ans.

III.e.1. La méthode de Nelson Siegel

La méthode de Nelson-Siegel est une méthode paramétrique. On suppose donc au départ que la courbe de taux sans risque ne dépend que de trois paramètres de forme $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ et d'un paramètre d'échelle β et que le taux sans risque $R^*(0, T)$ de maturité T peut s'écrire sous la forme :

$$R^*(0, T) = \alpha_1 + \alpha_2 \times \frac{1 - e^{-\frac{T}{\beta}}}{\frac{T}{\beta}} + \alpha_3 \times \left(\frac{1 - e^{-\frac{T}{\beta}}}{\frac{T}{\beta}} - e^{-\frac{T}{\beta}} \right) \quad (1.9)$$

On peut alors estimer les paramètres en minimisant l'écart quadratique entre les valeurs observées sur la courbe de taux choisie, selon les critères exposés précédemment, et les valeurs théoriques du modèle. L'avantage d'utiliser un modèle paramétrique comme celui-ci est que l'on dispose de facteurs explicatifs, ainsi α_1 représente le taux long, α_2 représente l'écart entre le taux court et le taux long et α_3 est le coefficient de convexité.

Bien que cette méthode possède des propriétés intéressantes pour la construction de la courbe de taux sans risque de l'EIOPA, comme l'utilisation d'un lissage exponentiel et la convergence vers un taux à long terme, elle n'a pas été retenue par l'EIOPA car elle ne permet pas de répliquer parfaitement les prix observés sur le marché.

III.f. Mise à jour des méthodes de l'EIOPA pour 2020

Dans son papier de consultation sur la revue de Solvabilité 2 pour 2020, l'EIOPA fait la synthèse des différentes problématiques liées à la méthode actuelle de construction de la courbe de taux. Dans cette partie nous nous intéresserons principalement à deux éléments de la courbe de taux sans risque à savoir le *Last Liquid Point* et la *Volatility Adjustment*.

III.f.1. Le LLP

III.f.1.1. Enjeux du LLP

L'enjeu du dernier point de liquidité de maturité 20 ans réside dans le fait qu'à partir du LLP les taux sont extrapolés vers un taux d'UFR. Dans le cas où ce taux UFR est supérieur aux taux de maturité 30, 40 ou 50 ans observables, les taux extrapolés seront croissant et donc supérieur aux taux observables sur le marché. Ce qui conduit dans ce cas précis à une sous-estimation des provisions techniques. Dans le cas d'un UFR inférieur les provisions techniques seront surestimées.

Bien que l'UFR décroisse chaque année pour se rapprocher des taux observés sur le marché. Cette diminution est très lente d'une part parce qu'elle est limitée à 15 points de base par an et d'autre part parce que le taux réel utilisé dans le calcul de l'UFR correspond à la moyenne des taux d'intérêts réel depuis 1961, ainsi l'impact d'une nouvelle année dans le calcul de la moyenne des taux réels reste modeste.

En 2017, l'EIOPA a adopté une nouvelle méthode d'évaluation du critère DLT, il ressort que les points de maturité 30, 40 et 50 ans sont conformes au critère DLT et même que le point de maturité 30 ans est plus liquide et profond que le point de maturité 20 ans. Cette étude relance alors le questionnement quant à l'utilisation d'un LLP à 30 ans voir 50 ans. De même il peut être envisagé de passer la période de convergence de 40 ans à 100 ans afin de faire croître la courbe de taux moins rapidement vers l'UFR. Il est également possible de modifier la vitesse de convergence alpha dans la méthode de Smith-Wilson. Cependant les études menées par l'EIOPA ont montré que les ratios de solvabilité des organismes d'assurance étaient plus sensibles au LLP qu'à la période de convergence ou la vitesse de convergence.

Les divergences entre la courbe de taux sans risque et la courbe des taux Swap observés sur les marchés pose également un enjeu dans la gestion des risques. En effet dans le cas où les organismes d'assurances ont des passifs dont les échéances dépassent le LLP, celles-ci peuvent s'exposer à des risques à long terme en utilisant les taux extrapolés et peuvent s'exposer à une volatilité importante de leurs fonds propres en utilisant les taux de marché.

III.f.1.2. Propositions de l'EIOPA

Afin de remédier aux problèmes exposés dans la partie précédente, l'EIOPA considère 4 options de réforme possible dans l'extrapolation de la courbe de taux sans risque.

La première option est de garder un LLP à la maturité 20 ans mais de rajouter une étude de sensibilité sur une extension du LLP à la maturité 50 ans dans le rapport régulier au contrôleur (RSR) et dans le rapport sur la solvabilité et la situation financière (SFCR). Cette étude de sensibilité vise à répondre aux problématiques de gestion des risques engendrés par le spread taux extrapolés-taux de marché. Dans l'éventualité où la solvabilité des assureurs se trouvent trop dégradée dans le scénario du LLP à 50 ans, l'organisme devra prouver que les distributions en capital ne mettent pas en danger la protection des bénéficiaires des produits d'assurances.

La deuxième option considérée par l'EIOPA est le passage du LLP à 30 ans, ce qui correspond à un compromis entre le besoin de cohérence avec les taux observés sur le marché et la stabilité des fonds propres. Les taux supérieurs à 30 ans ne seraient pas considérés même s'ils respectent des critères DLT. Des études de sensibilités supplémentaires seraient exigées dans le RSR et le SFCR comme pour la première option.

La troisième option considérée par l'EIOPA est le passage du LLP à la maturité 50 ans. Cette proposition est en ligne avec les résultats de l'EIOPA dans les dernières études sur le caractère DLT des taux Swap.

La dernière option considérée par l'EIOPA est l'utilisation d'une méthode d'extrapolation alternative qui dépend de trois paramètres : le premier point de lissage (*First smoothing point* ou FSP), le *Last Liquide Forward Rates* (LLFR) et l'UFR. L'extrapolation correspond à une moyenne pondérée du LLFR et de l'UFR par les taux *forward* (construits à partir des taux swap observés sur le marché). Le poids de l'UFR augmente avec la maturité.

Le LLFR correspond à une moyenne des taux *forward* observés sur le marché. Cette moyenne est pondérée pour prendre en compte le caractère liquide des taux *forward*. Le caractère liquide des taux *forward* est estimé à partir des taux swap à partir desquels les taux *forward* sont construits. Pour plus d'informations sur cette méthode, le lecteur intéressé pourra se référer à l'annexe 2.6 du *consultation paper* de l'EIOPA sur la revue 2020 de Solvabilité 2 (EIOPA-BoS-19/465 [2019]).

Les courbes de taux sans risques à fin 2018 construites en fonction des différentes options exposées précédemment sont tracés dans le graphe ci-dessous provenant du *consultation paper* de l'EIOPA sur les modifications de Solvabilité 2 en 2020. L'UFR considéré est de 4,05%.

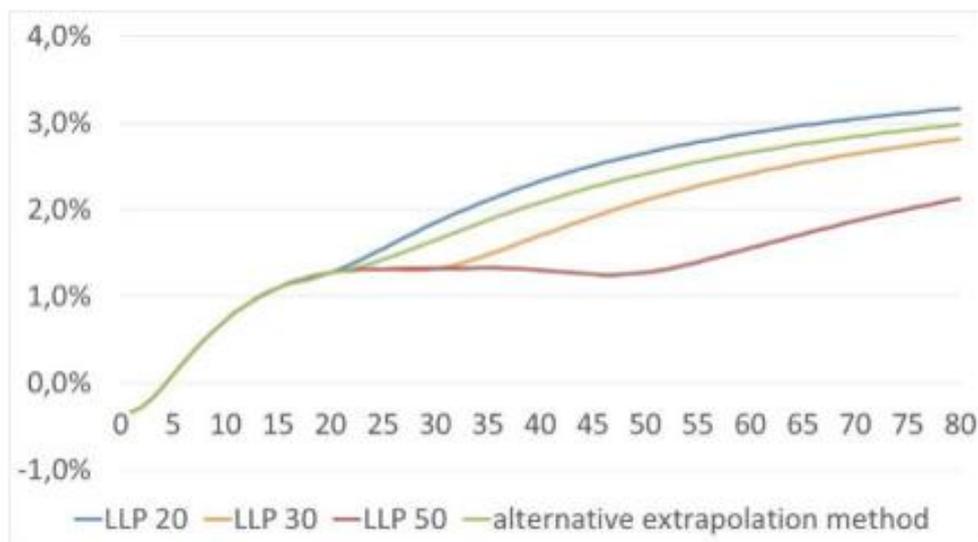


Figure 4: Structure à terme de taux sans risque en fonction des différentes options de construction proposées par l'EIOPA (Consultation Paper)

III.f.1. La volatility adjustment

III.f.1.1. Améliorations techniques du calcul de la VA

Dans son *consultation paper*, l'EIOPA a identifiée deux principales problématiques techniques dans la méthodologie de calcul de la VA actuelle :

- La mise à jour des valeurs de marché des portefeuilles représentatifs est annuelle pour un calcul mensuel de la VA
- Le spread entre la courbe de taux sans risque et les rendements du portefeuille de référence est annulé lorsqu'il est négatif.

Mise à jour du portefeuille de référence

Le calcul du rendement du portefeuille de référence repose sur l'hypothèse que les différents groupes d'actifs (triés par classe et par secteur) du portefeuille se comportent comme des zéro-coupons de maturité égale à leurs durations. Sous cette hypothèse, il est possible d'obtenir le cash-flow délivré par chaque zéro-coupons à partir de la valeur de marché de chaque classe d'actifs et de leurs taux d'intérêts moyens.

Le portefeuille de référence peut ensuite être agrégé de sorte qu'il soit similaire à un actif équivalent délivrant les cash flows estimés précédemment aux dates de duration de chaque zéro-coupons. De même la valeur de marché du portefeuille correspond à la somme des valeurs de marché de chaque classe d'actifs. Le taux de rendement du portefeuille de référence correspond alors au taux de rendement interne de son actif équivalent.

Sous cette approche les valeurs de marché et les durations sont considérés comme constantes. Ainsi lorsque les taux d'intérêts moyens évoluent, les cash-flows évoluent dans le même sens. Lorsque que l'on agrège les zéros-coupons, chaque classe d'actifs garde le même poids en valeur de marché mais avec des cash flows variables.

Dans le cas d'un portefeuille contenant une classe d'actif dont le poids en valeur de marché est faible mais dont le taux d'intérêt moyen augmente fortement, les cash flows correspondants augmenteront en conséquence ce qui aura pour effet de surestimer le TRI du portefeuille de référence car la valeur de marché de cette classe d'actifs sera restée constante.

Pour pallier la problématique exposée supra, l'EIOPA propose toujours de considérer les différents groupes d'actifs du portefeuille comme des zéro-coupons de maturité égale à leurs durations. Mais cette fois-ci elle propose de calculer une valeur de marché des classes d'actifs à partir des cash-flows et durations observés annuellement ainsi que les taux d'intérêts moyens. Cette méthode a plus de sens économiquement puisque dans la réalité les cash flows ne varient pas en fonction des taux d'intérêts moyens. De plus lorsque les taux moyens évoluent les VM évoluent également de sorte que lorsque l'on agrège le portefeuille de référence, le TRI n'est plus surestimé.

Annulation du spread pour les cas négatifs

En ce qui concerne la problématique du spread sous-jacent à la VA, sa limitation n'est pas justifiée économiquement. Au contraire lorsque les taux sans risque sont supérieurs aux taux de rendements, l'effet d'actualisation sur les passifs est supérieur à celui sur les actifs fournissant les rendements de marché à long terme. Ce qui justifierait alors la mise en place d'une provision couvrant le risque relatif à une prime de risque négative (les rendements ne sont pas assez élevés pour tenir les engagements de l'assureur). Ainsi l'EIOPA propose de considérer la possibilité de spread négatifs.

III.f.1.2. Amélioration du cadre conceptuel de la VA

Pour donner suite aux rapports des années 2016, 2017 et 2018 sur les mesures des garanties à long terme et les mesures sur les risques actions. L'EIOPA a identifiée trois objectifs à la VA :

- Prévenir les comportements dits « procycliques » qui correspondent à des comportements qui accélèrent les tendances économiques comme exposés dans la partie relative au calcul général de la VA.
- Limiter l'impact de l'écart de rendement des obligations sur les fonds propres comme exposés précédemment.
- Reconnaître les caractéristiques des passifs en termes d'illiquidités afin d'évaluer au mieux les provisions techniques.

Les principales déficiences identifiées par l'EIOPA, dans la méthode actuelle pour atteindre les objectifs exposés ci-dessus sont :

- La surestimation (resp. la sous-estimation) de l'effet de la VA qui peut se produire lorsque l'ajustement de la VA est supérieur (resp. inférieur) à la baisse de valeur de marché de l'actif.
Par exemple, la VA a pour but principal d'ajuster les écarts liés aux actifs fournissant des revenus fixes (principalement des obligations), on peut alors considérer que la VA surcompense la baisse en valeur de marché des actifs lorsque le poids des actifs à revenus fixes est faible dans le portefeuille de l'organisme d'assurance (comparativement au portefeuille moyen des assureurs).
De même la compensation de la VA augmente avec la durée du passif d'assurance. En effet, plus la durée est élevée plus l'actualisation des passifs sera effectuée avec des prix de zéro coupon de grandes maturités pour lesquels l'effet de la VA est élevé. Dans ce contexte, lorsque le gap de durée entre l'actif et le passif est élevé, la compensation de la VA au passif peut être supérieure à la perte de valeur marchande à l'actif.
Enfin, lorsque les actifs du portefeuille de l'organisme d'assurance ont des qualités de crédit différentes à celles du portefeuille de référence, les valeurs de marché des actifs de l'assureur évoluent dans des amplitudes différentes et la VA peut alors surcompenser la baisse de valeur de marché du portefeuille d'actifs. En particulier

lorsque le portefeuille a une qualité de crédit supérieur à celui du portefeuille de référence.

- Avec la méthode actuelle la VA ne dépend pas des caractéristiques d'illiquidité des passifs. On considère qu'un engagement d'assurance est illiquide lorsque les flux de trésorerie associés sont stables et prévisibles dans le temps. Dans ces conditions il est possible d'adosser les flux de trésorerie de l'actif sur les flux provenant de l'engagement d'assurance. Les actifs ainsi adossés peuvent alors être considérés comme illiquides puisqu'ils ne seront pas vendus par la suite. Dans ce contexte, il est possible d'envisager l'ajout d'une prime d'illiquidité des actifs à la VA. Cette prime permettrait de mieux prendre en compte les caractéristiques d'illiquidité des passifs d'assurance car dans la méthode actuelle, deux assureurs qui ne possèdent pas les mêmes caractéristiques d'illiquidité des passifs vont appliquer la même VA. Ces caractéristiques reflètent le fait qu'un assureur possédant un passif très illiquide sera plus résilient en cas de hausse brusque des taux puisqu'il sera moins exposé à la vente forcée de ses actifs.
- La volatilité des fonds propres engendrée par la VA pays lorsque le spread pays oscille autour du seuil de déclenchement. En effet dans ce contexte, les impacts au niveau de l'actif des assureurs de ces pays sont continus et ceux-ci oscillent dans les mêmes proportions que le spread. Cependant les passifs évoluent de manière discontinue selon que le seuil de déclenchement soit activé ou non. Les fonds propres évoluent alors de manière discontinue et la volatilité des fonds propres augmente. De même si le seuil d'activation n'a pas été franchi les impacts que la VA doit capturer seront sous-estimés ce qui peut engendrer des comportements procycliques.
- L'erreur d'estimation de la correction pour risque de crédit qui est estimée avec la méthode actuelle à 30% (resp. 35 %) du spread moyen à long terme dans le cas du portefeuille d'obligations souveraines (resp. Portefeuille entreprise). Celle-ci vise à corriger les pertes prévues liées à la qualité de crédit des actifs et le coût de la dégradation de la qualité de crédit. Or dans l'article 77)d) de la directive Solvabilité II stipule que le spread de devise corrigé du risque de crédit doit être calculé comme la différence entre le spread et la part de ce spread relative aux pertes prévues du risque de crédit mais aussi aux pertes imprévues. Ainsi la VA peut être mal ajustée en raison des pertes inattendues, par exemple, en période de crise, le nombre de pertes inattendus (défaillance de l'émetteur) augmente proportionnellement au spread. Ainsi la part du risque de crédit dans le spread augmentera et la méthode actuelle ne capturera pas ces effets.

- L'influence du caractère positif de la VA sur la gestion des actifs des assureurs. Dans le cas d'une augmentation soudaine des spreads la VA joue bien son rôle préventif sur les comportements procycliques puisque la baisse en valeur de marché de l'actif est bien compensée par la VA.
 Cependant dans le contexte d'un spread faible, les assureurs vont chercher à accroître leurs rendements et augmenteront leurs expositions au risque tout en gardant un ajustement positif de la VA ce qui peut amener à sous-estimer les provisions. Une VA négative pourrait être en mesure de limiter ces comportements.
- La difficulté d'interprétation des hypothèses sous-jacentes à la VA. En effet la VA peut être vue comme une compensation pour l'exagération des spreads sur les obligations ou comme une prime d'illiquidité supplémentaire sur les actifs qui répliquent les passifs. Cet aspect de prime d'illiquidité sera plus développé dans la suite de ce mémoire.
- Le caractère *non-market consistent* des taux avec VA. L'actualisation des passifs d'assurance avec une courbe de taux sans risque est basée sur l'hypothèse que les passifs d'assurance peuvent être répliqués par des actifs sans risque ayant des caractéristiques similaires. Ainsi si la courbe de taux fait l'objet d'un ajustement, on se retrouve dans une situation où l'actif et le passif n'ont pas la même valeur de marché bien qu'ils aient des caractéristiques similaires en termes de flux de trésorerie et de risque de crédit. Ceci n'est pas cohérent avec une hypothèse *market consistent*.

Pour répondre à ces différents problèmes, l'EIOPA propose différentes options combinables afin de construire une VA permanente et une VA dites macroéconomique. La VA permanente serait alors similaire à la VA Devise et la VA macroéconomiques correspondrait à une VA de crise comparable à la VA pays.

- L'option 1 : la VA est calculée sur une pondération spécifique à l'entreprise plutôt que sur la pondération du portefeuille de référence dans la méthode actuelle. L'EIOPA fournirait alors un ensemble de spreads corrigés du risque de crédit en fonction du type d'actifs, de la qualité de crédit, de la devise et des maturités. Cette méthode permet de réduire les effets de surcompensations et de sous compensations de la VA liés à la différence entre le portefeuille de l'entreprise et le portefeuille de référence. L'ajustement de la VA par pays ne serait plus nécessaire puisque que la VA plus spécifique à l'entreprise prendra déjà en compte les crises potentielles du pays de l'entreprise. Cependant les assureurs pourraient être incités à investir dans des actifs plus risqués qui ont un plus grand spread avec la courbe de taux sans risque et qui génèrent donc une plus grande VA. L'augmentation de la VA génère de plus grands fonds propres qui peut entraîner une augmentation du ratio de solvabilité si cette augmentation est supérieure à l'augmentation des exigences en fonds propres liés à l'investissement dans des actifs plus risqués. Pour pallier ces désavantages l'EIOPA envisage de :

- Limiter le spread généré par les actifs à celui d'obligations ayant la notation « BBB »
- Mettre en place une correction pour risque de crédit qui augmente avec la qualité de crédit. En plus d'atténuer l'incitation dans des produits risqués, cette nouvelle correction se justifierait également par le fait que le risque de crédit pour les obligations de qualité inférieure est plus élevé. Ceci entraînera cependant une plus grande dépendance de la VA vis-à-vis des systèmes de notations.
- Demander de justifier l'évolution de l'allocation des actifs et de la qualité de crédit du portefeuille dans l'ORSA en plus d'analyses de sensibilités.
- Exiger un *reporting* dans le SFCR de l'allocation d'actifs courante par émetteur, par secteur et maturité. Le SFCR devra également être complété de justifications des changements d'allocations d'actifs.

Option 2 : l'approche par *middle bucket*. Dans le cadre de cette approche, les passifs feront l'objet d'ajustement différents selon qu'ils appartiennent :

- au groupe du *matching adjustment* pour lequel la VA est calculée selon la méthode du *matching adjustment*,
- au groupe du milieu pour lequel l'ajustement de la VA est spécifique à l'entreprise mais soumis à certaines conditions afin de s'assurer que l'organisme d'assurance est bien en mesure d'obtenir le rendement supplémentaire par rapport à la courbe de taux sans risque
- à l'autre groupe pour lequel la VA est calculée de la même manière qu'actuellement

Cette méthode présente l'avantage d'atténuer les impacts de surcompensations et sous compensations, de résoudre le problème de l'effet cliquet des national VA de s'assurer que l'organisme d'assurance peut réellement obtenir le surplus de rendement de la VA.

Option 3 : « *asset driven approach* » : Dans cette approche la VA n'est plus appliquée à la courbe de taux sans risque mais est directement appliquée à la valeur des fonds propres. Cette approche repose sur l'idée que la VA vise à atténuer la volatilité des fonds propres en corrigeant les provisions techniques pour tenir compte de l'effet d'exagération des spreads sur les obligations. Elle consiste d'abord en la correction de la valeur de marché des actifs puis en la correction de la valeur des provisions techniques dans le cas de contrats avec des clauses de revalorisation. La valeur de l'ajustement à appliquer aux fonds propres serait la résultante de la différence entre les provisions techniques corrigées et les provisions techniques initialement calculées. L'impact sur le SCR serait limité puisque seule la capacité d'absorption des pertes des impôts différés serait affectée.

Option 4 : Ajustement comptable des actifs à revenus fixes et de la non-concordance des durations actifs-passifs. L'idée de cette approche est d'introduire un ratio permettant de prendre en compte les différences entre le volume d'actifs à revenu fixe du portefeuille de référence par rapport à celui du portefeuille de l'entreprise. Ce ratio permettrait d'atténuer les effets de surcompensation de la VA liée à cette différence de volume. De même ce ratio vise à atténuer la surcompensation de la VA dans le cas d'une durée de l'actif nettement inférieure à la durée du passif.

Cette option ne vise pas à corriger les surcompensations liées aux différences de qualité de crédit entre le portefeuille de référence et le portefeuille de l'entreprise.

Option 5 : Comptabilisation de l'illiquidité des passifs. Dans la méthode actuelle toutes les entreprises appliquent la même VA même si les caractéristiques de leurs passifs sont différentes. Or comme énoncé supra la VA peut se voir comme une prime d'illiquidité ajoutée à l'actif du fait qu'il est adossé à un passif illiquide. Pour comptabiliser l'illiquidité des passifs l'EIOPA envisage deux méthodes possibles :

- l'application d'un ratio de la part illiquide propre à l'entreprise basé sur des cash flows stressés. Ce ratio part du principe que si les flux de trésorerie de passifs sont assez stables et prédictibles alors ceux-ci peuvent être considérés comme illiquides car on peut investir le même montant de flux de trésorerie dans des actifs illiquides avec les mêmes horizons temporels pour couvrir ces flux de passifs. Ainsi plusieurs scénarios de stress (par exemple les scénarios nécessaires au calcul de la formule standard) sont effectués afin de déterminer le caractère prévisible des flux de trésorerie. Ce scénario devrait être applicable aussi bien en vie qu'en non-vie.
- Le classement des passifs par catégorie d'illiquidité selon leurs caractéristiques de prédictibilité comme par exemple l'existence de droits de rachat, de prestations discrétionnaires, de contrats en unités de comptes ou de l'exposition au risque de mortalité.

L'EIOPA suggère de retenir la première approche car elle considère que les flux de trésorerie représentent mieux les caractéristiques contractuelles et les risques associés.

Option 6 : la correction pour risque est calculée comme un pourcentage du spread. Dans la méthode actuelle la correction pour risque était identique au spread fondamental du *matching adjustment* qui avait le défaut de prendre en compte le coût de dégradation de la qualité de crédit (non exigé par l'article 77d du règlement délégué) et de varier très peu en fonction d'une moyenne à long terme. Dans le cadre de l'option 6 le calcul de la RC est effectué sur les spreads calculés à partir de portefeuilles de références en obligations souveraines et obligations de sociétés. Le facteur de correction est envisagé à 30% du spread pour les obligations souveraines et 50% à 70% pour les spreads sur les obligations des sociétés.

Option 7 : modification du seuil d'activation pour la VA nationale.

Dans la méthode actuelle la VA nationale s'active lorsque le spread corrigé national est supérieur à un certain seuil de déclenchement et est fourni par la formule suivante :

$$VA = 65\% * \max(S_{Pays}^{RC} - 2 * S_{Devise}^{RC}, 0) \quad (1.10)$$

Avec :

- S_{Devise}^{RC} le spread devise corrigé pour le risque de crédit et égal à $S_{Devise} - RC_{Devise}$
- S_{Pays}^{RC} le spread pays corrigé pour le risque de crédit et égal à $S_{Pays} - RC_{Pays}$.

Avec cette option la VA deviendrait :

$$VA = 65\% * w * \max(S_{Pays}^{RC} - R * S_{Devise}^{RC}, 0) \quad (1.11)$$

Avec :

- S_{Devise}^{RC} le spread devise corrigé pour le risque de crédit et égal à $S_{Devise} - RC_{Devise}$
- S_{Pays}^{RC} le spread pays corrigé pour le risque de crédit et égal à $S_{Pays} - RC_{Pays}$.
- w un paramètre d'activation compris entre 0 et 1 qui évolue linéairement entre deux seuil de spread corrigé et spécifique à chaque pays.
- R un seuil spécifique à chaque pays permettant de mieux reconnaître une période de crise.

Cette formule permettrait d'éviter les effets cliquet de la VA par pays actuelle avec une activation linéaire du VA de crise et une VA mieux ajustée par pays.

Option 8 distinction entre une VA permanente et une VA applicable en période de crise également appelé VA macroéconomique. Dans la méthode actuelle la fonction de crise est assurée par la VA nationale. Dans cette option la VA nationale serait donc remplacée par la VA macroéconomique. Pour le calcul de la VA macroéconomique, l'EIOPA envisage deux méthodes :

- La première est basée sur le spread corrigé de pays : lorsque les spreads corrigés dépassent leurs moyennes glissantes sur un nombre de mois déterminé plus un corridor alors la VA s'active et est additionné à la VA permanente.
- La deuxième est basé sur le spread non corrigé du pays et est calculé de la même manière que la première méthode.

Nous avons exposé les différentes options proposées par l'EIOPA pour améliorer le calcul de la VA. Chacune de ces options vise à corriger un problème spécifique de la VA actuelle. L'EIOPA envisagerait de combiner ces options afin de traiter au mieux les problématiques liées à la VA (sous-estimation des provisions, comportements procycliques ...). L'idée principale serait de passer d'une VA composée d'une VA devise et d'une VA pays à une VA permanente et une VA macroéconomique. La VA permanente correspondrait à une

combinaison des options allant de 1 à 6 et la VA macroéconomique pourrait correspondre soit à l'option 7 soit à l'option 8. Cependant il est à noter que si l'option 1 est appliquée pour la VA permanente alors la VA de crise ne sera plus nécessaire car pour l'option 1 les caractéristiques du portefeuille de l'entreprise prennent déjà en compte les crises potentielles du pays de l'entreprise. Il en est de même avec l'option 2 et le *middle bucket*.

III.g. Conclusion

En résumé la courbe de taux d'intérêt est construite sur la base d'instruments financiers négociés sur un marché respectant les critères de profondeur, de liquidité et de transparence. Chacun de ces critères fait l'objet d'une métrique spécifique prévue par l'EIOPA et pouvant évoluer dans le temps. Sur la base de ces critères l'EIOPA a choisi de privilégier les instruments de taux swap contre des taux d'intérêts interbancaire. Ces taux sont ensuite ajustés afin de tenir compte du risque de crédit résiduel.

La courbe de taux d'intérêt de base est ensuite construite à partir des taux ajustés à partir de la méthode d'extrapolation de Smith-Wilson. Cette méthode a été choisi car la courbe construite répond aux différentes contraintes fixés par l'EIOPA que sont : le caractère « *market consistent* » de la courbe, la convergence vers un taux *Forward* Ultime ainsi que le caractère lisse et continue de la courbe. Il est important de garder à l'esprit qu'il existe d'autres méthodes comme le bootstrapping ou la méthode de Nelson-Siegel et que par conséquent il n'existe pas une unique courbe de taux sans risque.

Les mouvements de valeur de marché des instruments à taux fixes peuvent entrainer des comportements procycliques et ne sont pas cohérents avec les politiques de gestion des assureurs qui adossent ces instruments sur leurs passifs. Pour pallier cette problématique il est possible d'ajouter à la courbe de taux d'intérêts de base un ajustement pour la volatilité engendrée sur les fonds propres par les instruments à revenus fixes. La VA est basée sur le spread entre les taux d'intérêts de base et les taux de rendements de portefeuilles de références.

En octobre 2019 l'EIOPA a publié un rapport consultatif afin de proposer des améliorations dans la méthode d'extrapolation de la courbe EIOPA. Elle propose notamment dans ce rapport des modifications du dernier point de liquidité observable ainsi qu'une éventuelle modification de la période de convergence. Des changements de méthode dans la détermination de la VA sont également proposés.

Dans la suite de ce mémoire nous nous intéresserons uniquement à l'impact des modifications du LLP ainsi que la période de convergence sur le calcul d'un *Best Estimate* dans le cas de contrats de retraite collectifs. Dans la partie qui va suivre on présente le cadre de modélisation permettant le calcul du *Best Estimate*.

IV. VALORISATION DU PASSIF D'UN PORTEFEUILLE RETRAITE

IV.a. Introduction à la valorisation d'un portefeuille dans le domaine de l'assurance vie

Dans EL KAROUI and *al.* [2017] l'historique des pratiques de valorisation des passifs d'assurance vie est retracé avec l'apparition de la notion de mesure de probabilité dans un univers risque-neutre et de la notion de « *market consistency* ». La mise en place de la réglementation Solvabilité II vise à répondre au problème de l'homogénéisation des méthodes de valorisation des bilans comptables afin de déterminer une valeur « négociable » ou « économique » des engagements de l'assureur. Afin de prendre en compte le plus finement possible les risques sous-jacents aux garanties des contrats d'assurance, les passifs sont évalués à l'aide de modèles stochastiques.

La mise en place de modèles stochastiques propres aux garanties des contrats d'assurances est particulièrement complexe à mettre en œuvre dans le cadre de l'assurance vie du fait des nombreux risques sous-jacents (financiers, commerciales et actuarielles). L'approche retenue est donc de séparer les risques sous-jacents en deux catégories : les risques financiers et les risques d'assurances.

Les risques financiers sont principalement liés aux garanties de revalorisation de l'épargne des assurés. La littérature financière fournit de nombreux modèles (Black & Scholes, Hull & White, etc) qui permettent de valoriser les risques financiers à travers la valorisation d'options financières.

Ces modèles de valorisation reposent sur les hypothèses d'absence d'opportunités d'arbitrage et de complétude des marchés. Ces hypothèses impliquent l'existence d'une unique mesure de probabilité dans un univers de valorisation dit « risque-neutre » sous laquelle les prix actualisés des actifs sont des martingales.

Cependant en pratique le marché n'est pas complet, ce qui implique la non-unicité de la mesure de probabilité « risque neutre ». Ainsi l'EIOPA énonce dans le règlement délégué une condition supplémentaire afin que tous les organismes d'assurance utilisent la même mesure de probabilité, il s'agit de la condition de « *market consistency* ». Ainsi d'après l'article 76 de la directive de Solvabilité 2 « Le calcul des provisions techniques utilise, en étant cohérent avec elles, les informations fournies par les marchés financiers et les données généralement disponibles sur les risques de souscription (cohérence avec le marché) ».

En ce qui concerne les risques non financiers on ne considère que les risques couvrables, autrement dit, on ne considère que les risques mutualisables. Dans le cas de risques parfaitement mutualisés, il est possible de considérer des modélisations déterministes de ces risques (taux de mortalité, taux de rachats etc).

Le processus de calcul de la meilleure estimation des engagements de l'assureur suit le schéma suivant :

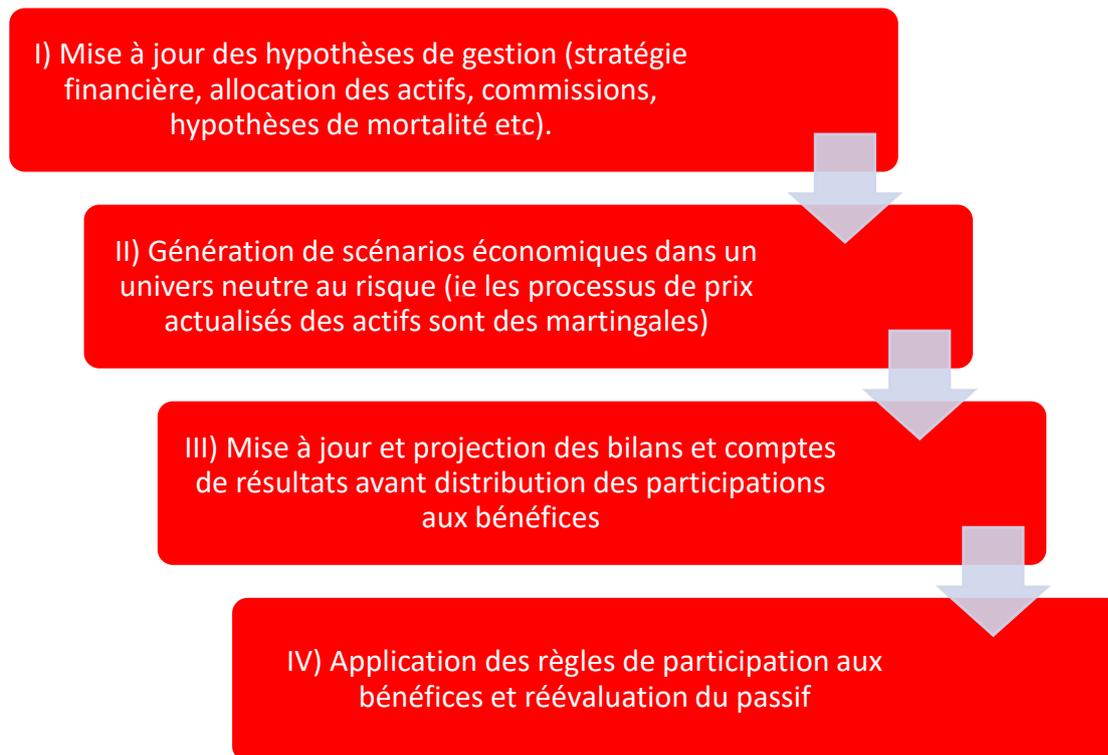


Figure 5: Processus de calcul du Best Estimate pour des contrats Vie

Les hypothèses de gestion permettent :

- D'alimenter le moteur de gestion actif-passif (ou moteur « ALM ») qui permet de modéliser la relation entre l'actif et le passif. D'une part l'actif influence le passif à travers la distribution des participations aux bénéfices qui dépend du rendement des actifs. D'autre part les caractéristiques du passif vont influencer la valeur de marché des actifs à travers la stratégie d'allocation d'actifs qui dépend des caractéristiques des contrats (taux minimum garantie, unité de compte etc) et de la politique de redistribution des participations aux bénéfices.
- De projeter les risques non financiers du passif par le biais de scénarios déterministes (utilisation de taux de mortalité, de lois de rachat structurelles et conjoncturelles etc.)

Indépendamment, le générateur de scénarios économiques permet de projeter de manière stochastique les différentes classes d'actifs sur un horizon donné. Ces projections nécessitent l'utilisation de modèles compatibles avec un univers de valorisation « risque neutre ».

L'utilisation des hypothèses de gestion et des trajectoires générées par le GSE permettent d'établir une projection des bilans et de comptes de résultats avant prise en compte de la politique de revalorisation. Ces projections sont ensuite réajustées à l'aide du moteur ALM afin de prendre en compte les participations aux bénéficiers. La meilleure estimation des engagements de l'assureur correspond alors au scénario moyen, ou central, obtenu à l'aide d'une estimation Monte Carlo.

Les liaisons entre les différents éléments nécessaires au calcul du BE en assurance vie sont illustrées dans le graphe ci-dessous :

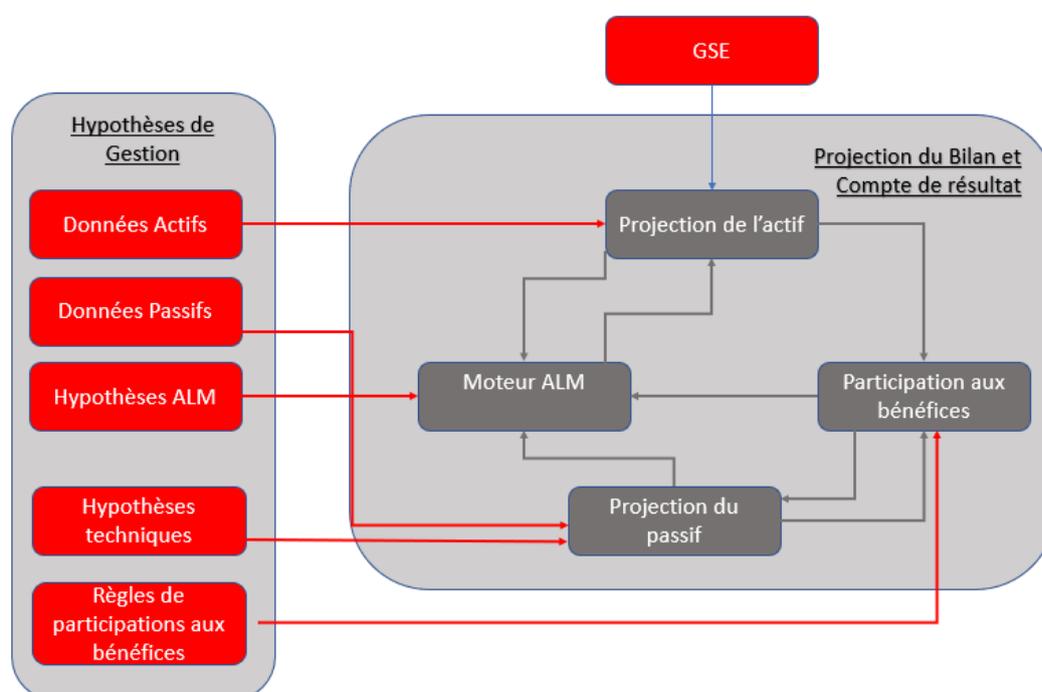


Figure 6 : Graphique d'interdépendance des différents modules de calculs nécessaires au calcul du Best Estimate

IV.b. Cadre de modélisation

Comme démontré dans la partie I relative à la construction de la courbe des taux d'intérêts sans risque. Les changements envisagés par l'EIOPA dans son *Consultation Paper* est de modifier le LLP à 30 ans ou 50 ans. Ce qui implique que les courbes diffèrent de la courbe actuelle à partir de la maturité 20 ans. Jusqu'à la maturité 20 ans les points seront identiques aux taux swap observés sur les marchés et ajustés pour le risque de crédit.

L'EIOPA fournit sur son site les statistiques des durations du passif des assureurs Vie hors unités de comptes :

Item and reference period	10th percentile	25th percentile	Median	75th percentile	90th percentile	Number of observations	
Duration of technical provisions, Life excluding unit-linked	2016 Q4	7,97	9,97	12,36	15,73	21,35	110
	2017 Q4	7,86	10,09	12,38	15,83	22,49	119
	2018 Q4	7,97	9,66	12,24	15,16	21,14	118

Note: Exchange rate conversions to EUR using ECB exchange rates as of reference date. Data extracted on 19 September 2019

Tableau 3 : Percentiles des durations des provisions techniques en Assurance Vie hors UC

Etant donné que les provisions techniques sont actualisées au taux sans risque, il est légitime de supposer que les impacts liés au changement du LLP affecteront avec une plus grande ampleur les assureurs Vie ayant la plus grande durée du passif. C'est dans ce contexte qu'il a été choisi d'étudier l'impact de la courbe des taux sur les portefeuilles retraites car les engagements sont généralement plus longs.

Dans le rapport ACPR [2018], il est indiqué que la part des provisions des contrats de retraite supplémentaire liées à l'assurance Vie est de 11,7% à fin 2016. Les contrats les plus représentés et qui feront l'objet de la modélisation de ce mémoire sont les contrats de retraites supplémentaires de types article 83.

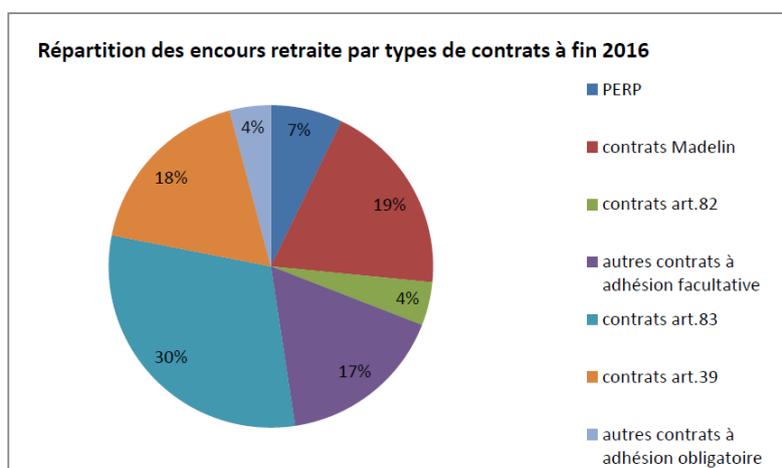


Figure 7 : Répartition des encours retraite par type de contrats

Les articles de types 83 sont des contrats dits à cotisations définies, il s'agit de contrats à adhésion obligatoire. La sortie de ces contrats est en rente et il n'y a pas de possibilités de rachats excepté quelques situations (Décès du conjoint, surendettement, etc ...).

Les calculs du BE retraites ont été calculés à l'aide du package « SimBEL » sur Rstudio à partir de données translattées dont nous exposerons les caractéristiques dans la partie IV.d.

IV.b.1. Modélisation du portefeuille de passifs

Seuls les contrats à primes périodiques fixées sont pris en compte dans la gestion des primes futures conformément à l'article 17 et 18 du règlement délégué. Les contrats de types article 83 sont à cotisations définies ce qui implique que les prestations futures dépendent directement des primes payées et donc à tout moment les primes reflètent pleinement les risque du contrat.

Les *Best Estimate* sont calculés brut de réassurance. Ce choix se justifie par le fait que la réassurance pour les portefeuilles retraite n'est pas forcément une pratique de place notamment parce que celle-ci est souvent coûteuse.

Le portefeuille est structuré en deux parties :

- Une partie en phase de constitution, qui correspond aux cotisants actifs dont l'âge est compris entre 23 et 63 ans (exclu),
- Une partie en phase de restitution constituée des retraités dont l'âge est compris entre 63 ans et 98 ans touchant une rente viagère.

Ces deux portefeuilles évoluent de manières autonomes Lorsque la phase de constitution arrive à terme, la provision mathématique revalorisée est redistribuée directement. La liquidation de l'épargne en rente n'est pas effectuée car dans la pratique lorsque que l'assureur liquide une pension il ne fait que convertir un capital constitutif en rentes viagères.

Les flux de passifs sont considérés en milieu d'année et sont composés :

- Des prestations revalorisées : elles sont composées des décès et des contrats arrivés à échéance ;
- Des taxes et prélèvements sociaux.

Ici on ne considère pas de primes supplémentaires car le portefeuille est en Run-off. De même afin de simplifier l'analyse finale des *Best Estimate*, les chargements et frais ne sont pas modélisés. Leur prise en compte aurait pour effet d'ajouter une marge technique supplémentaire au résultat de l'assureur.

Les flux de passifs sont revalorisés à un taux de revalorisation semestriel actuariellement équivalent aux taux annuels correspondants (taux technique, TMG et PB)

Par ailleurs parmi les principales provisions de l'assurance vie provenant de l'article R331-3 seul la Réserve de capitalisation est prise en compte, celle-ci vise à couvrir le risque de dépréciation de la valeur et des revenus des actifs dont notamment les obligations.

Ici on ne considère pas de provision pour risque d'exigibilité initiale car la macro-classe d'actif action est modélisée par deux modèles point pour lesquels il n'y a pas de provision pour dépréciation durable initiale. La provision pour dépréciation durable (PDD) vise à couvrir le risque de moins-value latente de certains types d'actifs (article R. 332-20). Celle-ci est calculée pour chaque actif, la PRE vise à couvrir la partie du risque de moins-values latentes globale qui n'est pas pris en compte dans la PDD.

En fin de projection la provision pour participation aux bénéfices est attribuée à 100% aux assurés de même qu'une fraction des plus-values latentes finales.

IV.b.2. Modélisation du portefeuille d'actifs

Les actifs sont projetés par macro-classes d'actifs et sont constitués :

- Des instruments à revenus fixes : il s'agit principalement des obligations souveraines (émises par des états) et *corporate* (émises par des entreprises). Les termes de ces obligations sont considérés en fin d'année ;
- Des actions : on distingue ici les actions appartenant aux pays de l'OCDE ou à l'espace économique européen (actions de types 1) et les autres actions (de types 2) ;
- Immobilier ;
- Trésorerie : correspond au cash détenu par l'entreprise lui permettant la gestion des flux d'actifs et de passifs et sont calculés comme suit :
 - Revalorisation au taux sans risque de la trésorerie initiale
 - Prise en compte des flux actifs passifs revalorisés
 - Ajustement des prélèvements sociaux en fin d'année.

On considère que les revenus des différentes classes d'actifs sont perçus en milieu d'année (calcul de taux de rendement semestrielle) et que les évolutions des valeurs de marché et des valeurs comptables sont revues en fin d'années.

Pour chaque année de projection on réalloue le portefeuille d'actif suivant une clé d'allocation cible qui représente la stratégie d'investissement de l'assureur.

Les évolutions des différentes classes d'actifs sont calculées de manière indépendante à l'aide d'un générateur de scénario économique GSE dont les trajectoires sont fournies en entrée du moteur ALM. Les caractéristiques de modélisation du GSE sont exposées plus loin dans ce mémoire.

Pour chaque scénario généré par le GSE la valeur du spread de taux « z-spread » entre les taux de rendement sans risque et les taux de rendements du portefeuille obligataire est considérée comme constante et calculé en début de projection par le moteur ALM à partir des coupons et des valeurs de marché (VM) des obligations. Ainsi la trajectoire des obligations zéro coupons contient une composante stochastique liée à la trajectoire de la courbe zéro-coupons et une composante déterministe qu'est le « z-spread ».

Les dividendes des actions sont fournis en input du moteur ALM. Ils sont exprimés en pourcentage de la valeur de marché de l'action. Ainsi le montant des dividendes perçu évolue en fonction des trajectoires des indices actions générées par le GSE. Les dividendes sont perçus en milieu d'année et sont calculés sur la moyenne entre la valeur de marché de début d'année et fin d'année.

IV.c. Gestion actifs- passifs

IV.c.1. Revalorisation des provisions mathématiques

Les règles de la politique de revalorisation des contrats dépendent en principe de la revalorisation de l'assureur, de la stratégie d'allocation des actifs mises en place et du comportement de l'assuré (à travers les rachats et transferts).

L'enjeu de la politique de revalorisation de l'assureur est d'optimiser sa marge tout en satisfaisant ses assurés qui peuvent décider de racheter ou transférer leurs contrats s'ils ne sont pas satisfaits. Le portefeuille est constitué de contrats de types 83 dont le rachat est très restrictif par conséquent les rachats ne sont pas pris en compte dans ce mémoire.

Les transferts sont considérés comme nuls. Pour justifier ce choix on considère que les contrats sont revalorisés dans les mêmes conditions que le marché. Pour cela on modélise la satisfaction de l'assuré à travers le calcul d'un taux cible fonction du taux de rendement du marché net de chargement, de la marge du marché et du taux cible de l'année précédente. Le taux de rendement du marché est calculé à l'aide d'une matrice d'allocation par macro classe d'actifs d'un portefeuille de marché de référence et des rendements des actifs correspondants. Les instruments à revenus fixes sont modélisés par le taux sans risque de maturité 5 ans.

Le calcul de la revalorisation se fait en trois étapes :

- Revalorisation au taux technique et/ou TMG s'il existe ;
- Revalorisation au titre de la participation aux bénéfices réglementaires ;
- Revalorisation au titre de la participation aux bénéfices discrétionnaires.

Ce calcul par étape permet de calculer les flux de participations aux bénéfices discrétionnaires directement sans avoir à effectuer une différence entre le *Best Estimate* total et le *Best Estimate* garanti qui se définit comme le *Best Estimate* dans le cas où les provisions mathématiques sont revalorisées uniquement au taux garanti.

Le pilotage de la participation aux bénéfices est effectué par le biais de trois composantes :

1. Pilotage de la PPB avec prise en compte de la règle des 8 ans ;
2. Réalisation de plus ou moins-values latentes ;
3. Réduction de la marge de l'assureur.

IV.c.2. Allocation d'actifs cible

Une allocation cible des actifs est fournie en entrée du modèle. Celle-ci est en principe déterminée par le département ALM de l'assureur de manière à obtenir le meilleur rendement du portefeuille de placement possible en fonction des risques acceptés par l'assureur (on parle d'appétit au risque de l'assureur) et de la charge en capital engendrée par les placements.

Pour chaque pas de temps le portefeuille de placements est réajusté via des investissements et désinvestissements afin de correspondre à l'allocation cible des actifs. Les déformations de l'allocation des actifs sont liées au mouvement de valeur de marché des placements, des revenus financiers et des paiements liés au flux de passif. Les investissements se font sur des instruments de référence renseignés en input du modèle.

IV.d. Générateur de scénarios économiques (GSE)

Dans le cadre de ce mémoire, plusieurs jeux de scénarios économiques ont été générés afin de projeter les indices macroéconomiques qui serviront au calcul des différents Best Estimate retraites. Ces GSE permettent de modéliser les indices macroéconomiques suivants :

- Des courbes des taux zéro coupon futurs ;
- Des prix d'indices d'actions ;
- Des prix d'indices « immobilier » ;
- Des prix d'indices « inflation ».

La génération des scénarios est effectuée selon l'algorithme suivant :

- Calibration de chacun des modèles indépendamment les uns des autres ;
- Récupération des données du fichier d'aléas, de la courbe de taux et de données de calibration des différents modèles ;
- Simulation du taux court ;
- Déduction des déflateurs et des zéros coupons ;
- Simulation des actions, actions autres et de l'immobilier ;
- Réalisation d'un test sur le caractère martingale des indices simulés ;
- Mesure des écarts entre les prix évalués par la méthode de Monte Carlo et les prix évalués à l'aide du modèle de Black & Scholes.

IV.d.1. Modélisations relatives aux taux d'intérêts

IV.d.1.1. Choix du modèle de taux

Les contrats d'assurances vie peuvent se voir comme des options d'achats sur des taux de revalorisation des engagements d'assurance. Dès lors, il est légitime de penser que la projection des passifs doit être cohérente avec les valeurs de ces options. Cependant il n'existe pas de tels marchés observables, les assureurs cherchent donc à valoriser les options des contrats avec des options considérées comme équivalentes et dont les prix sont directement observables sur les marchés.

Dans PLANCHET et FELIX [2015], il est discuté du choix de modèle de taux à adopter. Il en ressort que les modèles de valorisation des options de taux sont souvent construits de manière à correspondre à un instrument de taux spécifique différents des taux que l'on cherche à modéliser. De plus, les prix des instruments de taux utilisés pour calibrer les modèles de taux peuvent être affectés par des risques qui n'affectent pas les contrats d'assurance. Ainsi le choix d'un modèle de marché complexe contenant de nombreux paramètres à calibrer comme le *Libor Market Model* n'est pas forcément pertinent à utiliser puisqu'il modélise des produits de taux que l'assureur ne détient pas et dont les caractéristiques ne sont pas forcément équivalentes au taux que l'on cherche à modéliser.

On peut également remarquer que la calibration est effectuée à une date d'arrêt ce qui peut entraîner un décalage au cours du temps entre les jeux de scénarios économiques et les taux réellement observés sur le marché. C'est pour cela que dans la pratique les gestionnaires d'actifs recalibrent fréquemment leurs modèles afin de limiter les écarts liés au calibrage. Ce recalibrage est effectué annuellement dans le cas de Solvabilité II.

Dans le cadre de ce mémoire il a été choisi de modéliser les taux d'intérêt par un modèle Ho Lee ajusté. Ce choix semble raisonnable puisqu'il prend en compte les caractéristiques des prix de caps pour différentes maturités ce qui implique que le modèle est relativement cohérent avec les prix du marché et que en même temps celui-ci reste un modèle à diffusion simple avec peu de paramètres.

IV.d.1.2. Modèle de Ho Lee ajusté

Les taux d'intérêts sont modélisés à l'aide d'un modèle de taux court normal de type Hull and White et très proche du modèle de Ho Lee. Ainsi ce modèle est de la classe des modèles HJM, développés dans HEATH and *al.* [1992], dont le principe repose sur la modélisation du taux *forward* instantanée de maturité T noté $f(t, T)$ qui se définit comme le taux d'intérêt évalué en t pour la période $[T, T + dt]$ avec dt un intervalle de temps infiniment petit.

On considère d'abord que ce taux suit la dynamique suivante :

$$df(t, T) = m(t, T)dt + \sigma(t, T)dW_t \quad (2.1)$$

Avec :

- La fonction déterministe $m(t, T)$ également appelée « drift » ou « tendance » ;
- La fonction déterministe $\sigma(t, T)$ également appelée « diffusion » ;
- W_t un mouvement brownien dans un univers risque neutre

Dans HEATH and *al.* [1992] il est montré que si l'on travaille dans un univers « risque neutre » alors le drift $m(t, T)$ est de la forme :

$$m(t, T) = \sigma(t, T) \int_t^T \sigma(t, u) du \quad (2.2)$$

Ainsi la fonction de diffusion suffit à modéliser le taux *forward* instantané qui est de la forme :

$$f(t, T) = f(0, T) + \int_0^t \sigma(u, T) \int_u^T \sigma(u, s) ds du + \int_0^t \sigma(s, T)dW_s \quad (2.3)$$

Le taux *forward* en t correspond donc au taux *forward* évalué en 0 (taux observé) plus une diffusion composée d'une composante déterministe et d'une composante stochastique toutes deux dépendantes de la fonction de diffusion $\sigma(t, T)$.

Pour le modèle de Ho Lee, $\sigma(t, T)$ est égal à une constante strictement positive σ .

La dynamique devient alors :

$$df(t, T) = \sigma^2(T - t)dt + \sigma dW_t \quad (2.4)$$

D'où :

$$f(t, T) = f(0, T) + \frac{\sigma^2}{2}(T - t) + \sigma W_t \quad (2.5)$$

Ce modèle est particulièrement intéressant pour les raisons suivantes :

- Il s'agit d'un modèle simple à mettre en œuvre puisque le calibrage du paramètre de diffusion σ suffit à caractériser la dynamique du taux *forward* ;
- le processus de taux court engendré par les taux *forward* est markovien ;
- il possède une formule fermée pour les zéros-coupons ;
- il possède une formule fermée pour les caps.

Dans le cadre de ce mémoire la fonction choisie pour modéliser la fonction de diffusion est la fonction continue par morceau suivante :

$$\sigma(t, T) = \sum_{k=1}^p \sigma_k 1_{\{T_{k-1} \leq T < T_k\}} + \sigma_{p+1} e^{-a(T-t)} 1_{\{T_p \leq T\}} \quad (2.6)$$

Où :

- σ_k est la volatilité du taux effectif sur la période $[T_k, T_{k+1}[$

Ce choix de fonction par morceau permet de mieux prendre en compte les informations du marché tout en gardant localement sur les périodes $[T_k, T_{k+1}[$ la simplicité du modèle de Ho-Lee.

IV.d.1.3. Calibration du modèle

La calibration des différentes valeurs des coefficients de diffusion σ_k sur les périodes $[T_k, T_{k+1}[$ sont calibrés sur des caps à l'aide d'une formule de Black. Le modèle utilisé pour calibrer les volatilités diffère de celui utilisé pour projeter les taux. L'utilisation d'une formule de Black pour la calibration des volatilités correspond plus à une pratique de place qu'à un réel choix théorique. Cependant ce choix peut se justifier par le fait que plus l'ensemble des participants au marché base leurs décisions d'investissement à partir de modèles calibrés sur un modèle de Black plus la volatilité calibrée sera pertinente du fait du caractère auto-réalisateur des marchés.

L'instrument sous-jacent utilisé est celui des caps, un cap peut être considéré comme un portefeuille de caplets, options d'achats sur des taux d'intérêts. L'intérêt d'utiliser ce genre de produits dérivés de taux est que nous disposons d'une formule fermée simple pour le calibrage et que ces instruments sont particulièrement liquides sur les marchés ce qui rend le calibrage des prix plus fiables.

La « formule de Black » sur les *caplets* est la suivante :

$$Prix_{caplet_k} = L \times \delta_k \times P(0, t_{k+1}) \times ((1 + F_k) \times N(d_1) - (1 + R_k) \times N(d_2)) \quad (2.7)$$

Avec $d_1 = \frac{\ln\left(\frac{1+F_k}{1+R_k}\right) + \frac{\sigma_k^2 \times t_k}{2}}{\sigma_k \times \sqrt{t_k}}$ et $d_2 = d_1 - \sigma_k \times \sqrt{t_k}$ où :

- σ_k est la volatilité du taux effectif sur la période $[t_k, t_{k+1}[$,
- $\delta_k = t_{k+1} - t_k$, correspond au décompte des jours sur une période d'observation,
- L correspond au principal,
- $P(0, T)$ correspond au prix en zéro d'un zéro-coupon de maturité T ,
- F_k correspond au taux *forward* entre t_k et t_{k+1} ,
- R_k correspond au taux d'exercice (*strike*),
- N désigne la fonction de répartition d'une loi normale centrée réduite.

La démonstration de cette formule est largement traitée dans la littérature financière et ne sera pas étudiée dans ce mémoire. Cependant on pourra se référer à Brigo et Mercurio [2007] si l'on souhaite obtenir plus de détails.

Intuitivement cette formule se comprend de la sorte :

- $A = ((1 + F_k) \times N(d_1) - (1 + R_k) \times N(d_2))$: correspond à la valeur à payer en t_{k+1} , vu à la date d'observation ;
- δ_k : correspond à la période de capitalisation de la différence de taux d'intérêts A ;
- $P(0, t_{k+1})$: correspond au terme d'actualisation en 0 ;
- N : valeur du nominal.

Ainsi, en observant directement le prix des caps sur le marché, il est possible de retrouver les volatilités implicites en inversant la formule de Black.

Le modèle est calibré sur les prix des caps sur Euribor 3 mois pour les maturités allant de 1 à 10 ans, 12 ans, 15 ans et 20 ans. On considère pour chaque cap que la volatilité du taux court est constante jusqu'à maturité du cap ce qui nous permet alors de considérer une volatilité moyenne sur la période allant de 0 à la date de Maturité. A partir de ces volatilités moyennes on détermine des volatilités locales sur chaque période $[t_k, t_{k+1}[$ car la variance entre les volatilités locales et la volatilité moyennes est identique. Enfin on interpole les volatilités manquantes entre 0 et 20 ans.

Les projections réalisées dans ce mémoire sont à horizon 50 ans, ainsi on fait l'hypothèse que tout le risque a été pris durant les 20 premières années ce qui implique une décroissance des volatilités après 20 ans.

Ainsi la projection des volatilités locales entre 20 et 50 ans est réalisée de la manière suivante :

- On calcule la pente moyenne (capée à 1) de la courbe : $f(t) = \ln \left(\frac{\sigma(t)}{r(t)} \right)$
- On déduit les volatilités constantes par morceau de la manière suivante :

$$\sigma(t) = \min \left(\max(e^a \times \sigma(t-1), 20\% \times \sigma(20)), \sigma(20) \right) \quad (2.8)$$

Ainsi les volatilités de maturités supérieures à 20 ans sont strictement positives et inférieures à la volatilité de maturité 20 ans.

A partir des volatilités obtenues il est alors possible simuler des trajectoires pour les taux forward instantané via la formule (2.3).

IV.d.1.4. Déduction des déflateurs et zéro-coupon

Génération des déflateurs

Le déflateur D_t qui représente la valeur de 1€ en t vu en 0 est donné par la formule suivante :

$$D_t = \exp \left(- \int_0^t r_u du \right) \quad (2.9)$$

Avec r_t le taux court instantané.

Par la relation de continuité entre le taux court instantané et le taux forward instantané il vient que :

$$r_t = f(t, t) = f(0, t) + \sigma \times W_t \quad (2.10)$$

Ainsi le taux court instantané qui correspond au taux d'intérêt effectif sur la période $[t, t + dt]$ peut se voir comme la somme d'une composante qui correspond à l'anticipation des marchés en 0 du taux d'intérêt sur la période $[t, t + dt]$ et d'une composante aléatoire.

Une fois que les taux forward instantanés sont simulés il est possible d'obtenir, pour chaque scénario i , les déflateurs à l'aide de la formule itérative suivante :

$$D_i(0, t) = D_i(0, t-1) \times e^{-f_i(t-1, t)} \quad (2.11)$$

Avec :

- $D_i(0, t)$ Le déflateur pour le scénario i pour la période entre 0 et t ;
- $f_i(t-1, t)$ le taux forward instantané simulé via le modèle de Ho Lee ajusté.

Les délateurs doivent satisfaire les critères de martingalité ce qui implique que pour N scénarios :

$$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N D_i(0, t) = ZC(0, t) \quad (2.12)$$

Comme les calculs relatifs aux déflateurs sont effectués de manière numérique il est possible d'observer des écarts de convergence entre les déflateurs et les taux zéro-coupons. Ainsi pour corriger cet écart on ajoute un paramètre de tendance α solution de l'égalité ci-dessous :

$$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N D_i(0, t-1) \times e^{-f_i(t-1, t)} \times e^{-\alpha} = ZC(0, t) \quad (2.13)$$

Ainsi la dynamique de taux court peut s'écrire comme la somme du taux simulé $f_i(t-1, t)$ et d'un drift de taux α .

Prix d'un zéro-coupon

Le modèle de Ho-Lee est un modèle à structure affine. Il est possible de montrer que dans le cas des modèles affines le prix $ZC(t, T)$ d'un zéro-coupon de maturité T à la date t peut être exprimé sous la forme suivante :

$$ZC(t, T) = A(t, T)e^{B(t, T) \times r_t} \quad (2.14)$$

Avec :

- r_t le taux court du modèle utilisé ;
- $A(t, T)$ et $B(t, T)$ deux coefficients solution d'une équation différentielle de premier degré.

Dans le cas du modèle de Ho-Lee il est possible de montrer que $B(t, T) = -(T - t)$.

$A(t, T)$ est déterminé de manière numérique afin de satisfaire les critères de martingalité des zéro-coupons modélisés par l'équation suivante :

$$\forall t, \quad ZC(0, T) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N ZC_i(t, T) \times D_i(0, t) \quad (2.16)$$

Ce qui est équivalent à satisfaire l'équation suivante :

$$\forall t, \quad ZC(0, T) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N A(t, T)e^{-(T-t) \times f_i(t, T)} \times D_i(0, t) \quad (2.17)$$

IV.d.2. Modélisation des obligations souveraines et corporate

Il est à noter que le prix des obligations sera simulé à partir des taux zéro-coupons obtenus par le GSE directement dans le moteur ALM. Les z-spreads correspondants à l'écart entre le taux sans risque et le yield to maturity des obligations sera calculé directement dans Simbel au début du processus de calcul du Best Estimate et sera considéré comme constant tout au long de la projection. Ainsi seule la partie sans risque de l'obligation est projetée de manière stochastique.

IV.d.3. Modélisation des actions et immobilier

La projection des indices actions et immobilier est effectuée via le modèle de Black & Scholes sans dividendes. Ce modèle étant très largement utilisé dans la littérature financière nous nous contentons ici de rappeler la dynamique de l'indice S_t qui est :

$$\frac{dS_t}{S_t} = r_t dt + \sigma dW_t \quad (2.18)$$

La variable σ représente la volatilité de l'action, W_t un mouvement brownien géométrique et S_t le prix de l'actif à la date t et r_t le taux sans risque déduit des projections exposées précédemment. La volatilité de l'action est calibrée à partir du prix d'un *call* sur CAC 40 à la monnaie et de maturité 1 an via l'inversion de la formule de Black. Cette calibration est analogue à la calibration des volatilités pour les taux d'intérêts.

Pour les simulations Monte Carlo, on utilise la solution explicite de l'équation différentielle stochastique exposé ci-dessus :

$$S_t = S_{t-\Delta t} \times \exp \left(\left(r_t - \frac{\sigma_t^2}{2} \right) \Delta t + \sigma \Delta W_t \right) \quad (2.19)$$

Nous pouvons effectuer plusieurs remarques sur la simulation de ces indices. D'abord comme pour les déflateurs, un drift est calculé de manière à garantir le caractère martingale des indices actions et immobilier. Ensuite on peut également remarquer que nous utilisons la formule de Black & Scholes avec dividendes réinvestis, la prise en compte de celles-ci sera donc effectuée dans le moteur ALM.

Enfin il est à noter que nous utilisons ici le taux sans risque, ainsi la modification de la courbe de taux sans risque initiale entraîne non seulement des variations dans la génération des déflateurs et des zéro-coupons mais également au niveau des indices actions et immobilier.

IV.d.3.1. Génération des aléas et corrélations des actifs

Dans un premier temps, les indices (taux court, actions globales, actions autres et immobilier) sont considérés indépendants. Pour tous les GSE les aléas sont générés par une séquence de Sobol, il s'agit d'une séquence de nombres pseudo-aléatoires. Ce type de génération d'aléas présente plusieurs avantages :

- Pour toutes les générations de scénarios économiques les aléas sont toujours les mêmes ce qui évite d'avoir à recourir à des graines pour nos simulations ;
- La séquence est construite de manière à ce que les aléas soit répartis uniformément sur chaque segment [0,1].

On introduit ensuite dans un deuxième temps des corrélations entre les indices à l'aide de la matrice de corrélation suivante :

	Actions globales	Actions Autres	Immobilier	Taux Courts
Actions globales	1	0	-0,3	0,1
Actions Autres	0	1	-0,5	0,1
Immobilier	-0,3	-0,5	1	0,05
Taux Courts	0,1	0,1	0,05	1

Tableau 4 : Matrice de corrélation des macro-classes d'actifs utilisé dans le GSE

IV.e. Conclusion

En résumé il a été choisi d'étudier la sensibilité des contrats retraites au changement de paramètre de la courbe de taux sans risque car en général les passifs associés à ces portefeuilles présentent des passifs plus longs que dans les autres secteurs de l'assurance vie.

Afin de faciliter l'analyse des Best Estimate, il a été choisi de ne pas considérer de primes futures, de frais et de chargements et de PRE initiale. Les PDD et PRE seront ensuite calculées en fonction des trajectoires du scénario. Il a été choisi de modéliser la PPB et la réserve de capitalisation et de considérer que leurs valeurs initiales sont non nulles.

Une partie des impacts du changement des courbes de taux sur les Best Estimate est dû aux variations des projections des indices macro-économiques issus du générateur de scénario économique. Le modèle de taux utilisé pour la simulation des taux court est un modèle de la classe HJM avec comme fonction de diffusion une fonction constante par morceau. Le modèle de taux est calibré sur des caps.

En ce qui concerne les autres indices macro-économiques, il a été fait le choix de modéliser les indices à l'aide d'un modèle de Black & Scholes calibré sur des Call européens sur le CAC 40 à 1 ans.

V. RESULTAT DES CALCULS DES SENSIBILITES DES BEST ESTIMATE RETRAITE

Dans cette partie, une analyse de sensibilité du *Best Estimate* d'un portefeuille retraite est effectuée à l'aide du package SimBEL développé par le cabinet Prim'Act sous le langage de programmation R. Les scénarios économiques sont générés par un outil interne au cabinet Prim'Act. D'abord la méthode de construction des courbes de taux utilisées pour les sensibilités est présentée. Ensuite des analyses descriptives du portefeuille de passifs et du portefeuille d'actifs seront effectuées. Après la présentation des trajectoires produites par les GSE, les résultats liés au Best Estimate seront présentés.

V.a. Source de données pour la construction des courbes de taux

Dans son document méthodologique, l'EIOPA fournit les sources de données qu'elle utilise pour la construction de la courbe de taux. Ainsi jusqu'au 31/12/2019 la courbe de taux sans risque pour la devise euro est construite à partir des taux swap contre euribor 6 mois pour les maturités respectant les critères de DLT fournis par Bloomberg. A partir 31/01/2020 c'est la plateforme Refinitive de Reuters qui sera utilisée.

Les courbes de taux swap utilisées dans le cadre de ce mémoire ont été récupérées à partir de l'outil Market Map qui a permis de collecter les données à partir du fournisseur de données ICAP G7.

V.b. Construction des courbes de taux

Les courbes des taux ont été établies à partir de l'outil « Smith-Wilson Risk-Free Interest Rate Extrapolation Tool v1.2.xlsx » disponible directement sur le site de l'EIOPA. Cet outil permet de construire une courbe de taux sans risque conformément aux exigences de l'EIOPA. Cet outil prend en entrée les données des taux swaps disponibles sur les marchés.

L'outil permet de paramétrer les indicateurs suivants :

- Credit Risk Adjustment
- UFR
- L'alpha minimum
- Période de convergence
- Intervalle de convergence de l'UFR

L'outil de l'EIOPA fournit en sortie des taux zéro coupons allant jusqu'à maturité 120 ans. Entre 120 et 150 ans les taux zéro-coupons sont considérés constants.

On trace sur le graphique ci-dessous la courbe officielle publiée par l'EIOPA et la courbe reconstruite avec les mêmes paramètres à partir des données disponibles sur l'outil Market Map au 31/12/2019.

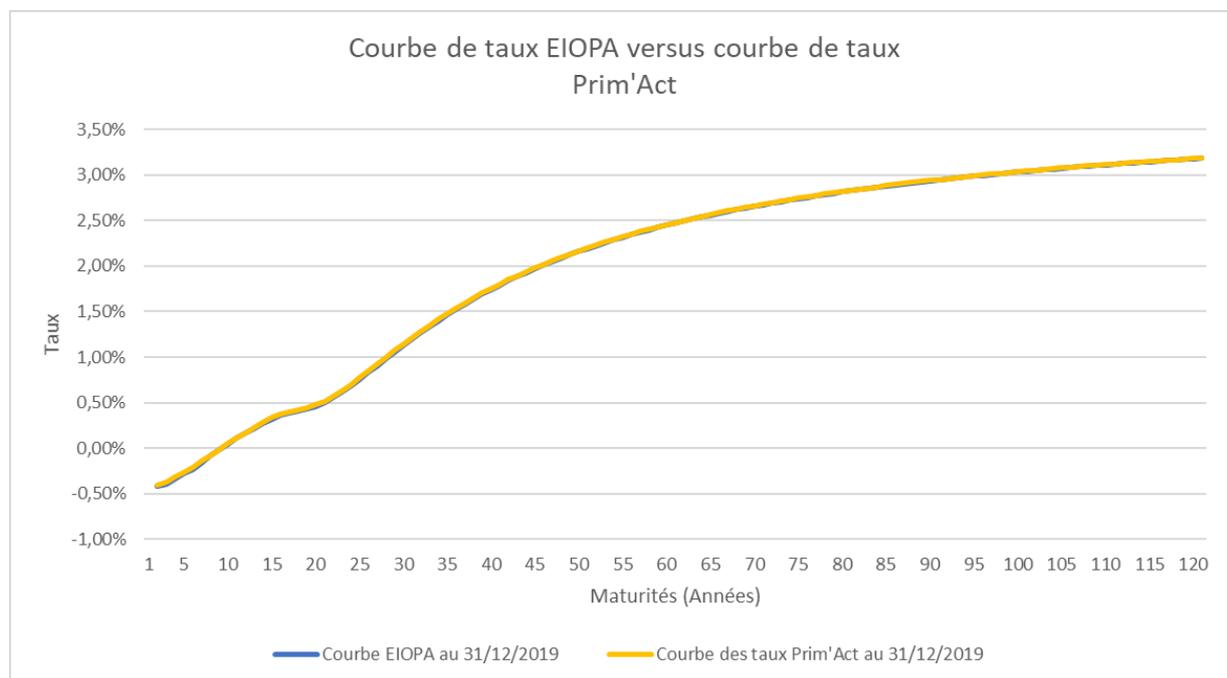


Figure 8 : Courbe EIOPA au 31/12/2019 VS courbe de taux sans risque mémoire

Les valeurs exactes des écarts entre les deux courbes pourront être fournies si nécessaire mais ne sont du pas de nature à influencer les différentes sensibilités mises en place dans ce mémoire. L'écart maximal entre ces deux courbes est de deux points de base.

Dans son *Consultation paper* publié le 15 octobre 2020, l'EIOPA a fourni le résultat des études menées en 2016 et 2017 sur le respect du critère DLT des swaps. Ce mémoire s'appuie sur les résultats de 2017 pour définir si un point satisfait les critères DLT, ainsi les points considérés comme liquides sont les points de maturités de 1 à 15 ans, 20 ans, 25 ans, 30 ans, 40 ans et 50 ans.

On trace dans le graphe ci-dessous trois courbes de taux avec des LLP respectivement à 20 ans, 30 ans et 50 ans. Le CRA retenu est de 10 points de base et correspond au CRA de la courbe de taux EIOPA au 31/12/2019. La période de convergence est de 40 ans pour chaque courbe.

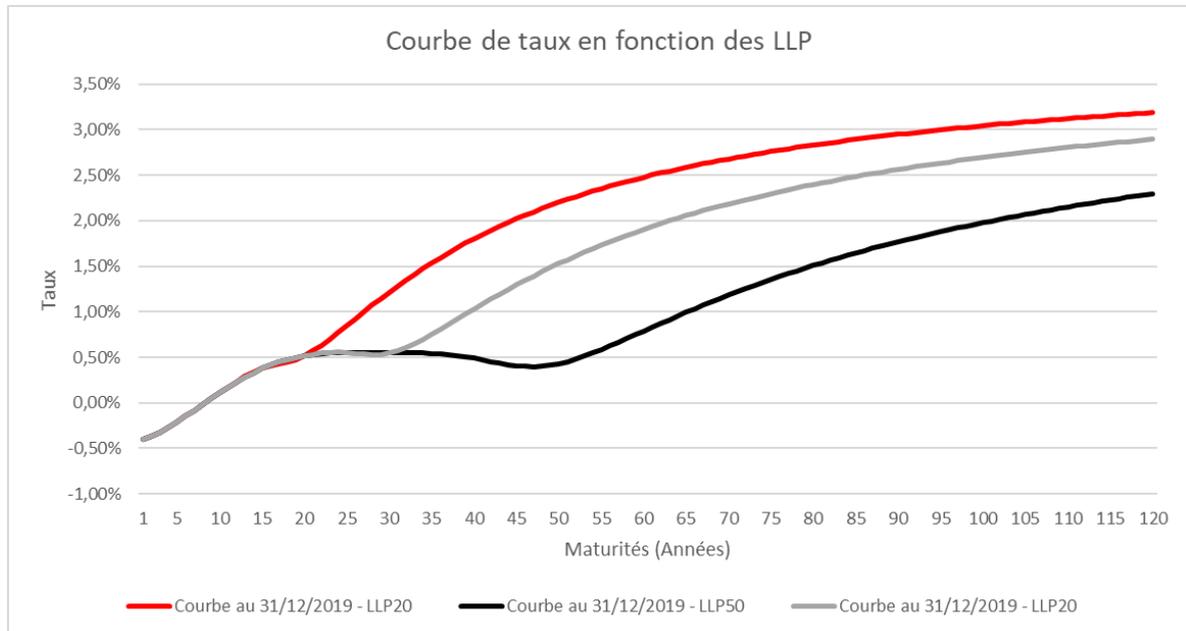


Figure 9 : Courbes de taux sans risque de type EIOPA en fonction des LLP

Ici la période de convergence de 40 ans correspond à la période de convergence de la courbe Euro. Ce choix de paramétrage fait suite à l'une des premières constatations techniques sur l'évaluation des garanties à long terme mené par l'EIOPA en 2013. Le choix d'une période de 40 ans semblait être un bon compromis entre les enjeux de stabilité financière et de volatilité des fonds propres engendrés par une courbe avec un LLP à 20 ans d'une part et les enjeux de cohérence avec les valeurs observées sur les marchés financiers d'autre part. Ainsi lorsque l'on prolonge les valeurs du LLP il est légitime de se demander s'il est toujours cohérent d'utiliser une période de convergence de 40 ans. Dans son étude de 2013, l'EIOPA compare principalement les périodes de convergences de 10 et 40 ans.

Sur le graphe ci-dessous sont tracées les courbes EIOPA pour une LLP de 20 ans mais avec période de convergence qui varie de 10 à 50 ans par pas de 10 ans.

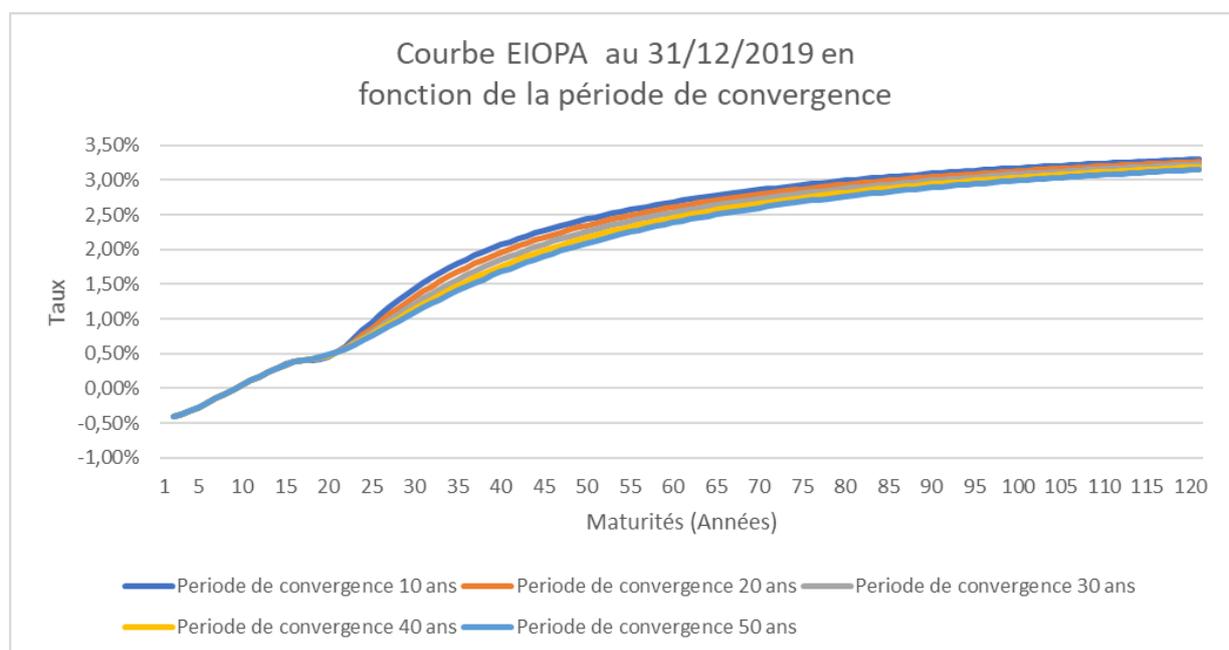


Figure 10 : Courbes de taux sans risque de type EIOPA en fonction de la période de convergence

Le tableau ci-dessous fait ressortir l'influence de la vitesse de convergence sur la courbe des taux. Plus la période de convergence est courte plus la vitesse de convergence est élevée et donc plus la pente de courbe sera élevée. Ainsi plus la période de convergence est courte et plus l'effet d'extrapolation est important ce qui entraîne une plus grande sous-estimation des provisions. Cependant les fonds propres auront tendance à être moins volatiles car chaque nouvelle courbe convergera rapidement vers l'UFR.

Finalement les courbes extrapolées auront les caractéristiques suivantes :

Courbe	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Dates	31/12/2019	31/12/2019	31/12/2019	31/12/2019	31/12/2019	31/12/2019	31/12/2019	31/12/2019	31/12/2019
Devises	EURO								
Coupon_freq	1	1	1	1	1	1	1	1	1
LLP	20	30	50	20	30	50	20	30	50
Convergence	10	10	10	25	25	25	40	40	40
UFR	3,9	3,9	3,9	3,9	3,9	3,9	3,9	3,9	3,9
alpha	0,515	0,525	0,513	0,211	0,216	0,211	0,133	0,135	0,133
CRA	10	10	10	10	10	10	10	10	10

Tableau 5 : Caractéristiques de construction des courbes de taux sans risques utilisées dans ce mémoire

Les courbes dont les caractéristiques ont été présentées sont tracées sur le graphe ci-dessous :

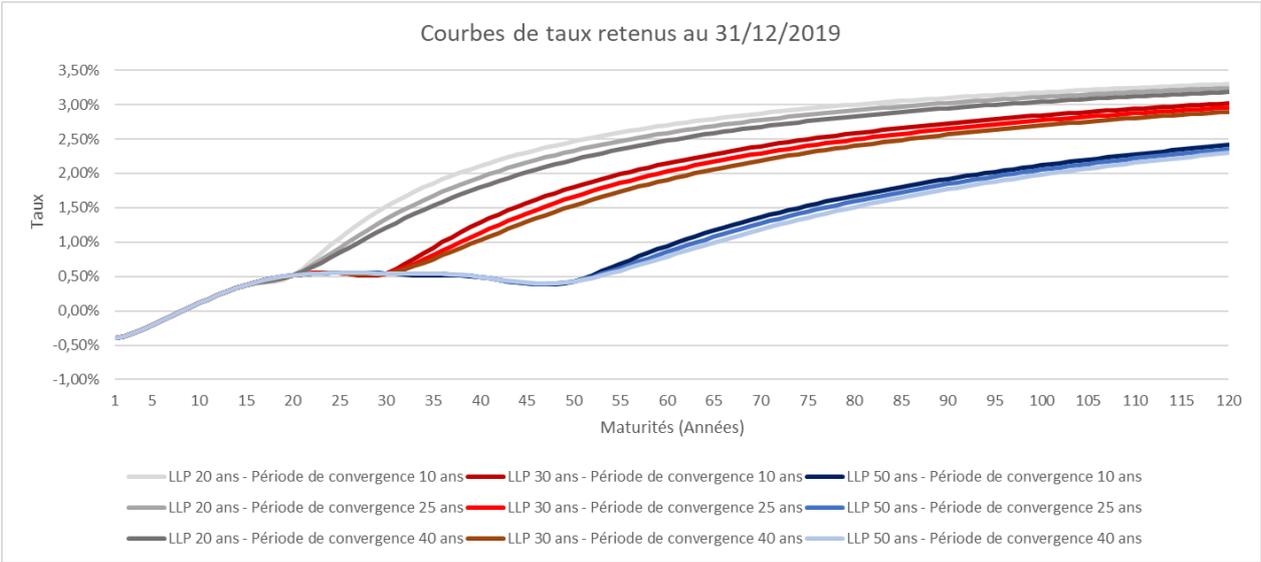


Figure 11 : Courbes de taux sans risques retenues dans ce mémoire

On constate que plus la LLP est faible (LLP de 20 ans en gris sur le graphique ci-dessus) plus la courbe croit vite vers le taux UFR. De même plus la période de convergence est faible plus la pente est grande. Ainsi les courbes de couleurs grises engendrent des sous estimations des provisions techniques alors que les courbes en bleues engendreront une plus grande volatilité des fonds propres. On observe également que les courbes avec des LLP de 50 ans n'est pas monotone ce qui laisse en principe la possibilité d'effectuer un arbitrage temporel en empruntant à des taux de maturité 50 ans et en prêtant à un taux de maturité entre 30 et 50 ans.

V.c. Générateur de scénarios économiques

Pour chaque courbe de taux sans risque nous avons généré des trajectoires pour les indices actions autres, actions globale, immobilier et taux court conformément à ce qui a été exposé dans la partie III.d.

V.c.1. Calibration

Les différents prix des caps utilisés sont exposés dans le tableau ci-dessous :

Prix caps sur E3M ATM - HW	
Maturité	Prix
1	0,03%
2	0,12%
3	0,29%
4	0,60%
5	1,00%
6	1,50%
7	2,11%
8	2,76%
9	3,49%
10	4,30%
12	5,96%
15	8,66%
20	13,25%

Tableau 6 : Prix des caps retenus pour les calibrations du GSE

Pour les indices actions la volatilité implicite utilisée est celle d'un call européen sur CAC 40 à 1 an comme indiqué dans la partie II et est égale à 14,25%.

Pour l'indice immobilier une volatilité implicite de 10% a été retenue, ce qui est conforme aux références de marché.

V.c.2. Projection des taux courts

Dans ce mémoire on considère que les obligations ont une maturité résiduelle maximale égale à 30 ans. Ainsi on trace ci-dessous les surfaces moyennes de taux court en fonction des maturités et en fonction des années de projection pour l'ensemble des courbes de taux considérées.

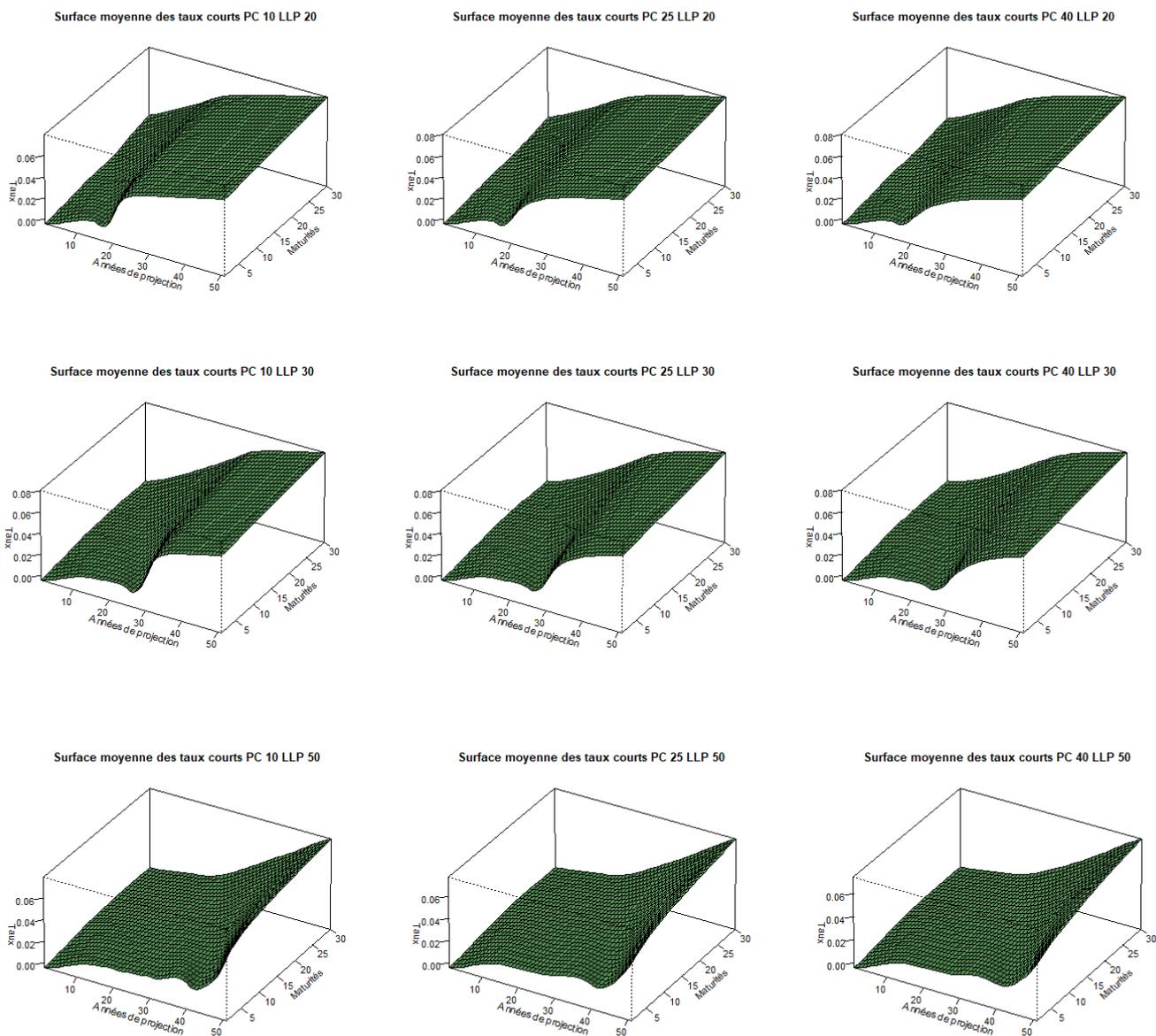


Figure 12 : Surfaces moyennes des taux courts en fonction des années de projection et des maturités

On retrouve dans nos surfaces de taux les caractéristiques des courbes de taux considérées. Pour une maturité de 1 an on observe, pour chaque courbe, une cassure au niveau de l'année de projection égale au LLP. Plus la période de convergence est grande moins cette cassure est importante.

Sur le graphe ci-dessous on trace les courbes de taux sans risque pour l'année de projection 30 ans.

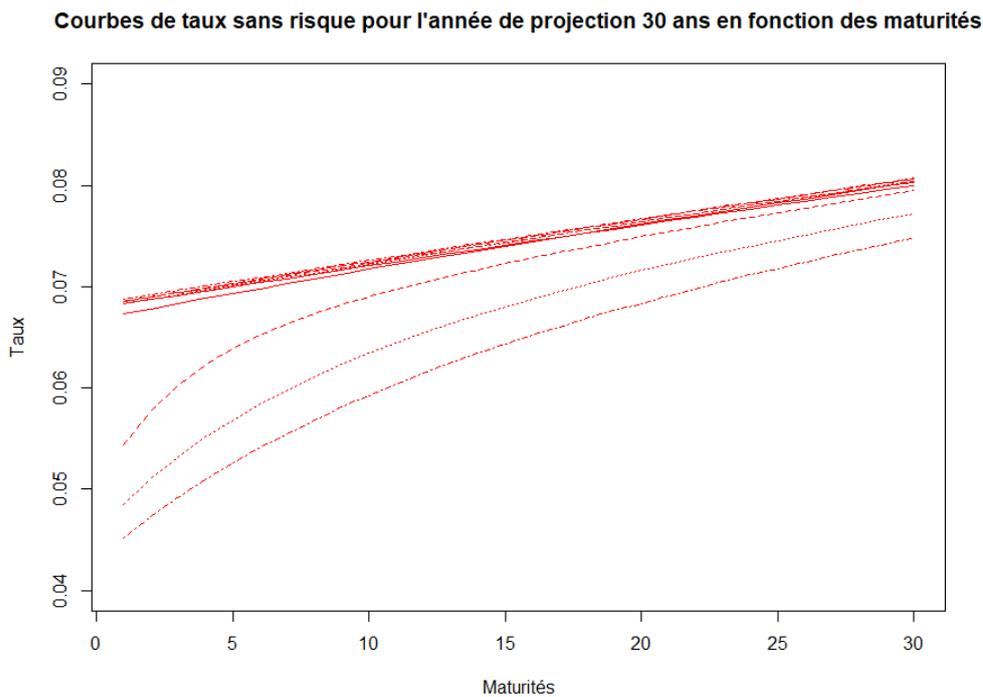


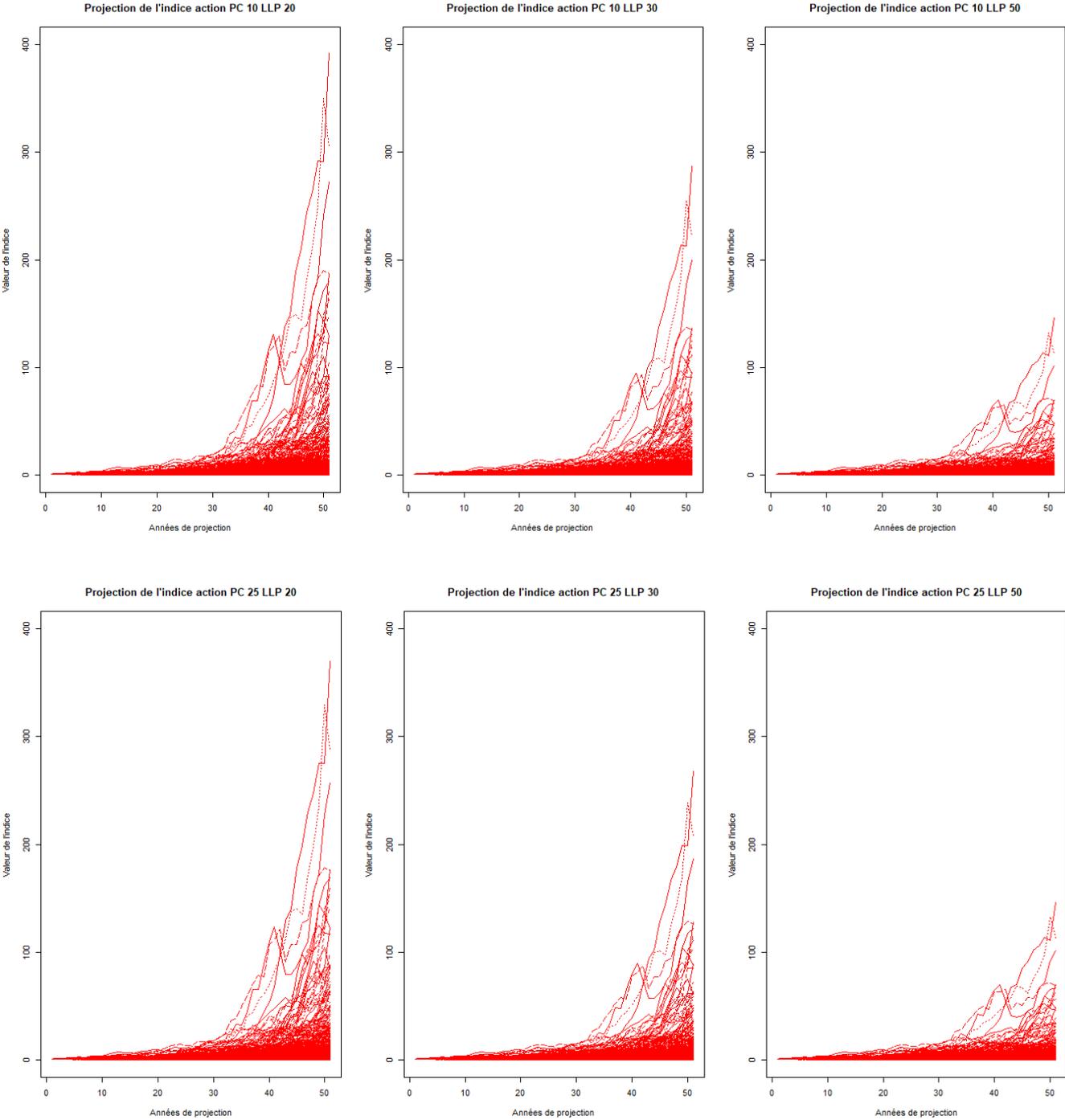
Figure 13 : Courbes des taux courts pour l'année de projection 30 ans

On observe une accumulation de courbe entre 7% et 8%, ces courbes correspondent aux courbes LLP 20 ans et 30 ans. En revanche on constate que les courbes LLP 50 ans sont bien inférieures aux autres courbes. La courbe la plus basse correspond à un LLP de 50 et une période de convergence de 40 ans.

V.c.3. Projection des indices actions et immobilier

Les effets induits par le changement de courbe de taux sans risque est analogue pour les indices actions globales, actions autres et immobiliers.

On trace ci-dessous les différentes trajectoires des indices actions globales.



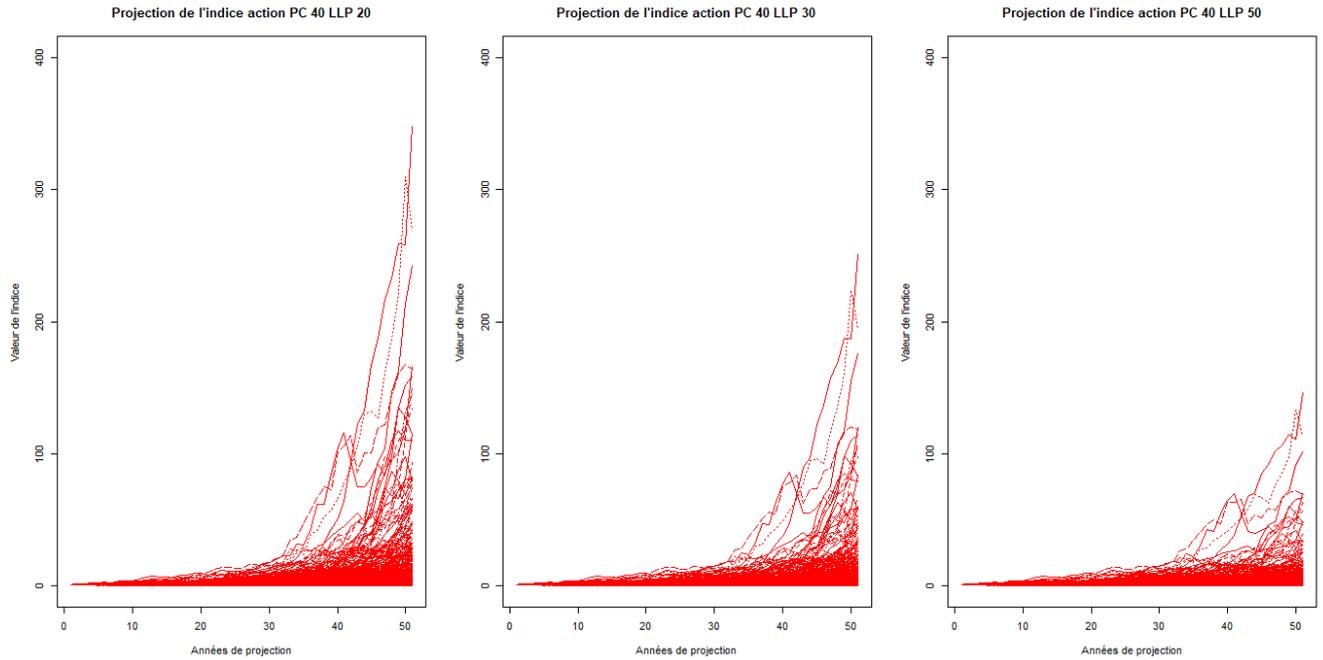


Figure 14 : Projections de l'indice actions globales en fonction des années de projection

On observe que plus le LLP est élevé plus l'amplitude des indices est faible, cela s'explique par le fait que plus le LLP augmente plus les courbes de taux sans risque sont aplaties et donc moins la tendance des indices que nous simulons est élevée au cours du temps. De manière plus limitée il en est de même pour le changement de la période de convergence.

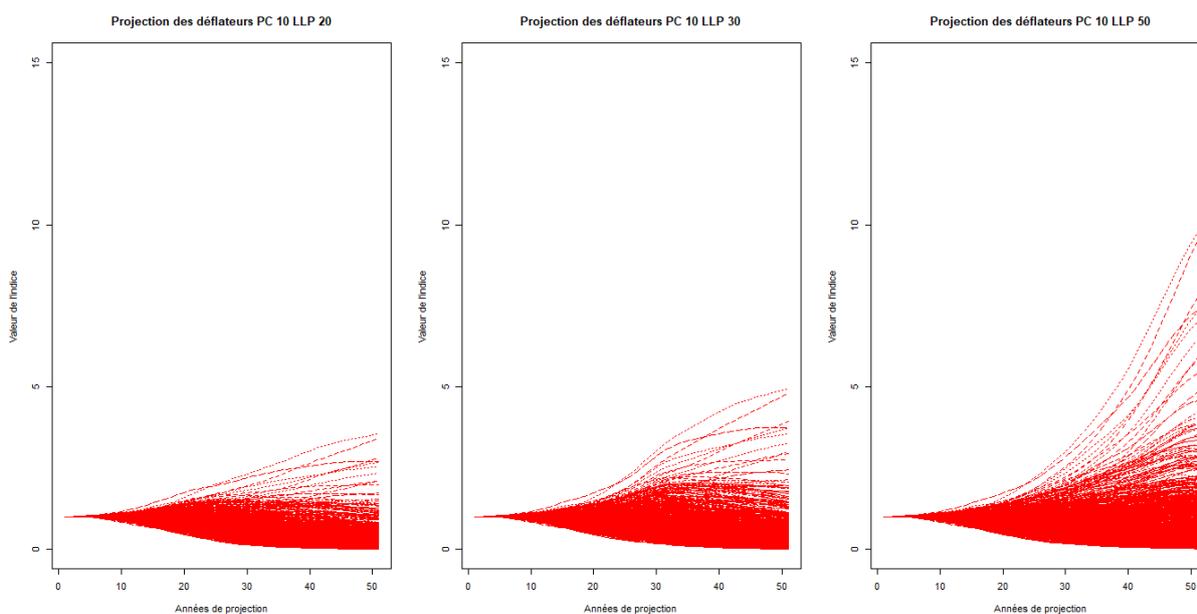
Afin de constater ces effets de manière plus concrète on rapporte dans le tableau suivant la distribution de la dernière année de projection pour toutes les courbes de taux sans risque construites :

	Minimum	1er Quantile	Median	Moyenne	3ème Quantile	Maximum
PC 10 LLP 20	0,04	1,25	3,32	10,12	8,09	392,34
PC 25 LLP 20	0,04	1,17	3,13	9,55	7,60	370,08
PC 40 LLP 20	0,04	1,10	2,94	8,97	7,14	347,90
PC 10 LLP 30	0,03	0,91	2,43	7,41	5,88	287,05
PC 25 LLP 30	0,03	0,84	2,27	6,91	5,49	267,85
PC 40 LLP 30	0,03	0,79	2,13	6,49	5,15	251,49
PC 10 LLP 50	0,01	0,46	1,24	3,76	2,99	145,86
PC 25 LLP 50	0,01	0,46	1,23	3,76	2,99	145,83
PC 40 LLP 50	0,01	0,46	1,23	3,76	2,99	145,81

Tableau 7 : Distributions de l'indice actions globales pour la dernière année de projection

V.c.4. Projection des déflateurs

Les Déflateurs projetés à l'aide du générateur de scénarios économiques de Prim'Act sont tracés ci-dessous



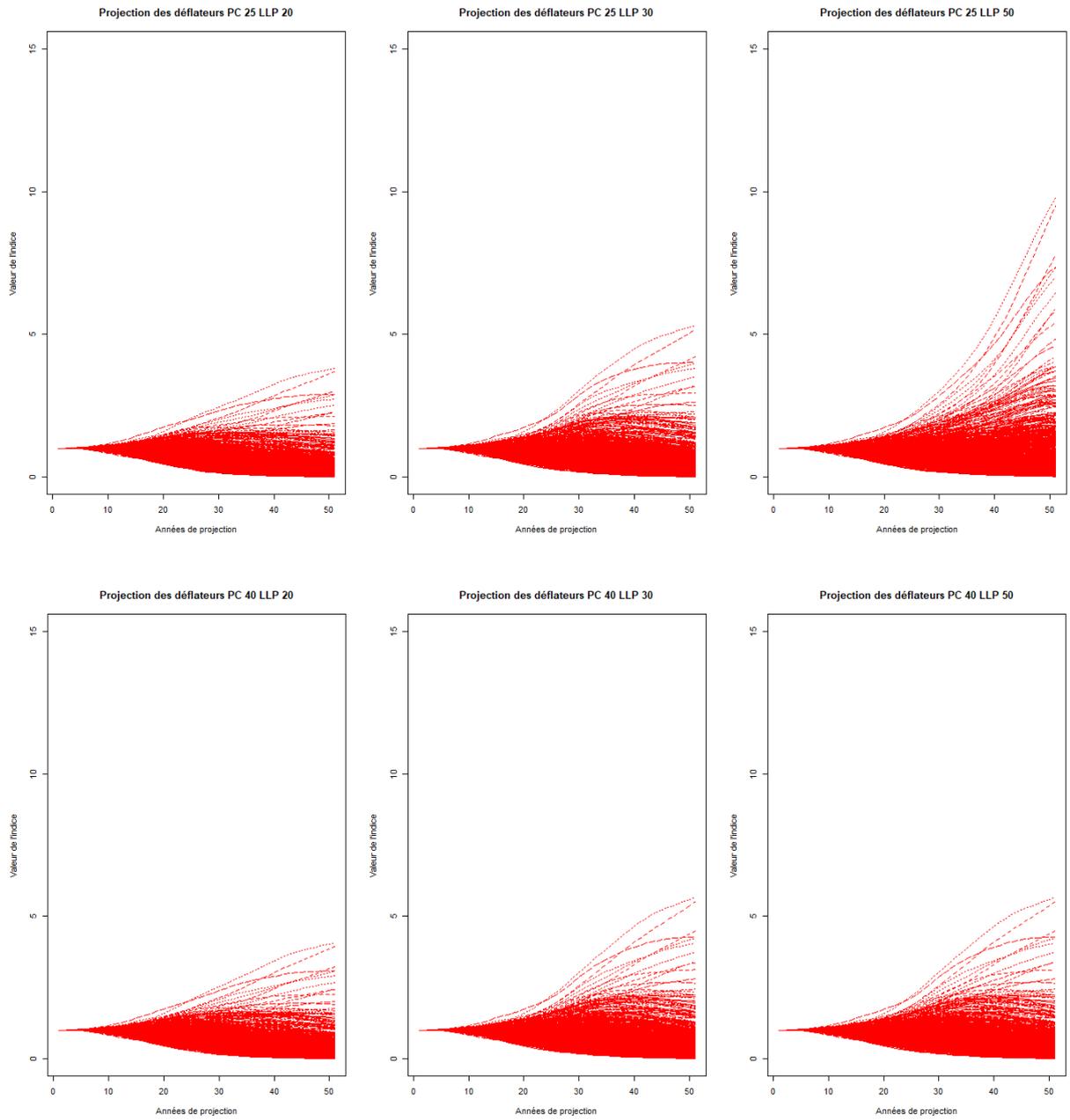


Tableau 8 : Projections des déflateurs en fonction des années de projection

On présente également ci-dessous la distribution des déflateurs pour la dernière année de projection.

	Minimum	1er Quantile	Médian	Moyenne	3ème Quantile	Maximum
PC 10 LLP 20	0,01	0,10	0,19	0,29	0,36	3,56
PC 25 LLP 20	0,01	0,10	0,20	0,31	0,38	3,81
PC 40 LLP 20	0,01	0,11	0,22	0,33	0,41	4,07
PC 10 LLP 30	0,01	0,13	0,26	0,40	0,50	4,96
PC 25 LLP 30	0,01	0,14	0,28	0,43	0,53	5,32
PC 40 LLP 30	0,01	0,15	0,30	0,46	0,57	5,66
PC 10 LLP 50	0,02	0,26	0,52	0,79	0,98	9,76
PC 25 LLP 50	0,02	0,26	0,52	0,79	0,98	9,76
PC 40 LLP 50	0,02	0,26	0,52	0,79	0,98	9,77

Tableau 9 : Distributions des déflateurs pour la dernière année de projection

Pour les courbes LLP 20 et LLP 30 on observe que la dispersion de la distribution des déflateurs augmente avec la période de convergence et les LLP. Comme la dernière année de projection est l'année égale à 50 ans nous n'observons pas de différences pour les courbes avec un LLP de 50 ans.

V.d. Analyse descriptive du portefeuille considéré

Dans cette partie nous présentons la méthode de construction du portefeuille de passifs, du portefeuille d'actifs ainsi que les règles de gestion retenues.

Les projections sont réalisées sur 50 ans avec 1 000 scénarios ce qui correspond à un nombre couramment retenu de scénarios car il permet d'obtenir une convergence du Best Estimate satisfaisante.

V.d.1. Analyse descriptive du portefeuille de passifs

Les deux portefeuilles de passifs considérés dans ce mémoire sont construits de manière à conserver les caractéristiques biométriques de deux portefeuilles réels de contrats retraites de types article 83 du code des assurances. Le premier est un portefeuille de constitution et le second est un portefeuille de restitution. La proportion entre les passifs en phase de constitution et de restitution est proche de la proportion de départ.

	Constitution	Restitution
Montant des PM en M€	413,4	164,2
Proportion en %	71,58%	28,42%

Tableau 10 : Répartition des provisions mathématiques entre portefeuille de constitution et de restitution

V.d.1.1. Portefeuille de constitution

On considère dans ce mémoire un ensemble d'éléments ou de model point qui peut être totalement décrit par l'âge, le sexe, le montant de provision mathématiques, le taux technique ainsi que le taux de revalorisation de l'année précédant l'évaluation. La durée des provisions mathématiques dans le portefeuille constitution est de 9,2 ans.

Le portefeuille constitution est constitué majoritairement d'individus masculins :

	Montant de PM (M€)	Proportions
Femmes	162,0	39%
Hommes	251,4	61%
Total	413,4	100%

Tableau 11 : Répartition du portefeuille de constitution par sexe

La distribution des PM par sexe en fonction de l'âge est fournie par le graphique exposé ci-dessous :

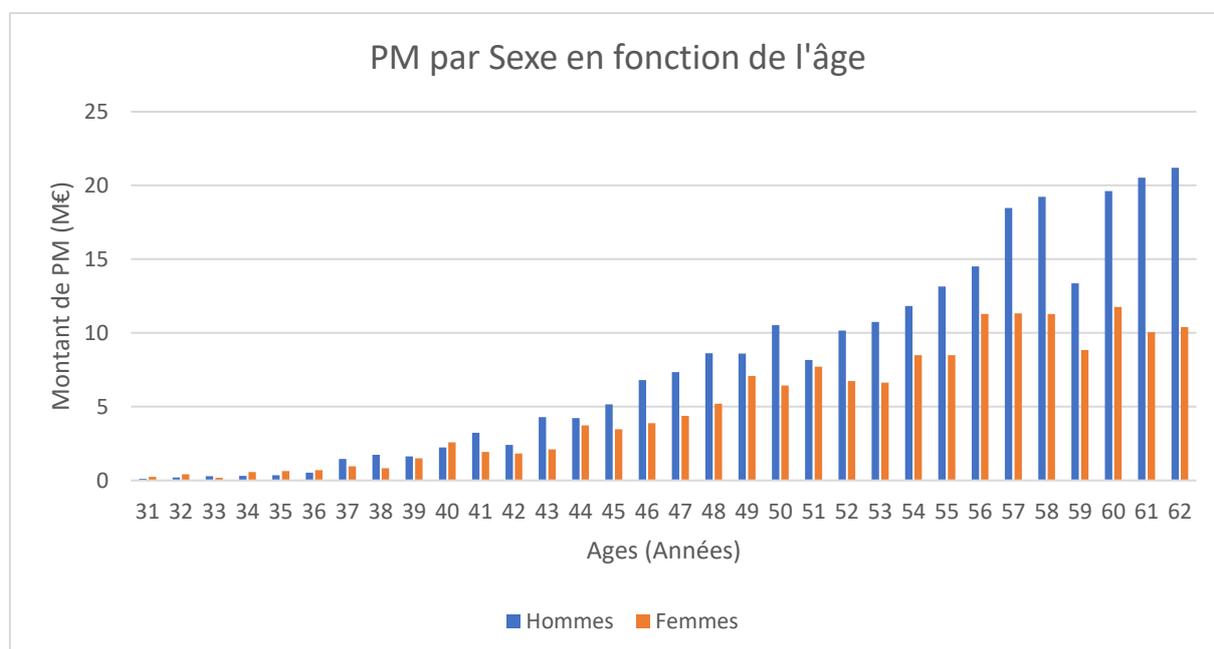


Figure 15 : Distribution des provisions mathématiques par sexe en fonction de l'âge pour le portefeuille de restitution

Par soucis de lisibilité, les provisions mathématiques pour les âges allant de 23 ans à 30 ans n'ont pas été ajoutées car les montants sont de 622,3 k€ ce qui représente 0,15% des provisions mathématiques.

La répartition des provisions mathématiques par sexe est relativement homogène à chaque âge. On observe une croissance accrue à partir de 45 ans jusqu'à 62 ans ce qui semble cohérent qu'il s'agit des âges où la population a la capacité d'épargner.

On observe un creux à l'âge de 59 ans ce qui pourrait s'expliquer par des départs anticipés à la retraite pour des carrières longues durées.

Les taux techniques ont été conservés par model point. Les taux de revalorisation attendus par les assurés l'année précédant la date d'évaluation sont considérés égaux au taux de revalorisation de l'année précédant la date d'évaluation car on considère que l'assureur revalorise au taux cible afin qu'il n'y ait pas de transferts.

Les taux techniques et taux de revalorisation sont fournis par le tableau ci-dessous :

Taux techniques	Taux de revalorisation N-1	Montant de PM (M€)	Proportion des PM (%)
0,00%	1,41%	16,9	4%
0,75%	1,87%	42,8	10%
1,25%	2,18%	102,8	25%
1,75%	2,49%	85,4	21%
2,00%	2,64%	147,8	36%
2,25%	2,79%	3,3	1%
2,50%	2,95%	14,4	3%

Tableau 12 : Répartition des provisions mathématiques en fonction des taux techniques et du dernier taux de revalorisation pour le portefeuille de constitution

Le taux technique moyen pondéré par les PM est égal à 1,57%.

Les taux de revalorisation utilisés proviennent de ACPR n°106 [2019]. Dans cette étude l'ACPR fournit un graphique des provisions mathématiques moyennes, des taux de revalorisation et taux technique selon les dates de 1ère commercialisation des contrats. Ce graphique est présenté ci-dessous :

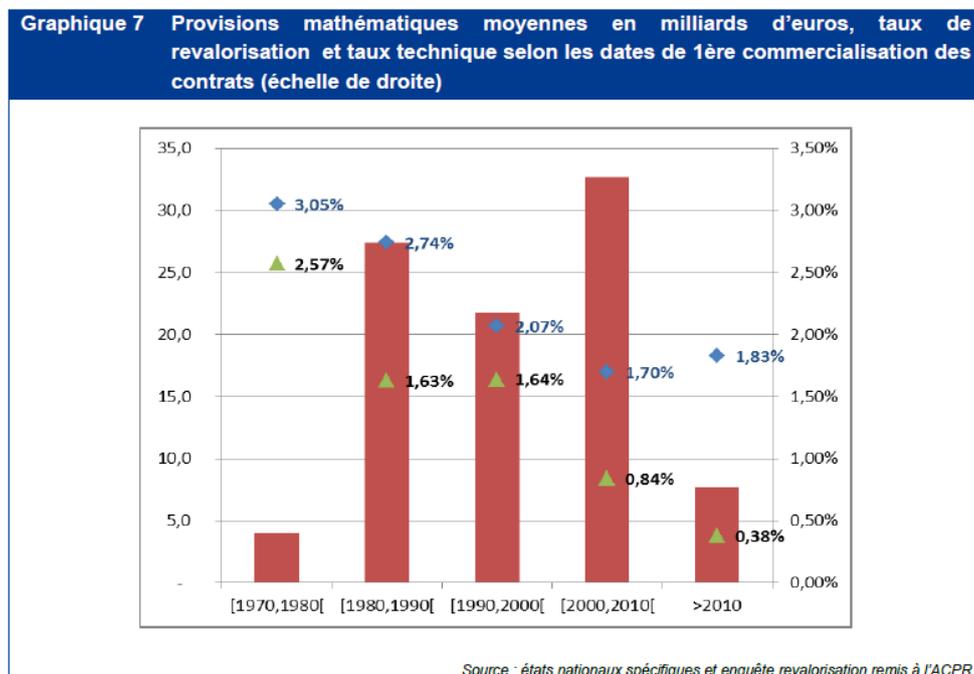


Figure 16 : Provisions mathématiques moyennes en milliards d'euros, taux de revalorisation et taux technique selon les dates de 1ère commercialisation des contrats

Ici nous avons effectué une régression linéaire des taux de revalorisation en fonction des taux techniques de ce graphiques afin de déterminer le taux de revalorisation de notre portefeuille de passifs.

V.d.1.1. Portefeuille de restitution

Le portefeuille restitution est également constitué majoritairement d'individus masculins :

	Montant de PM (M€)	Proportions
Femmes	35,9	22%
Hommes	128,3	78%
Total	164,2	100%

Tableau 13 : Répartition du portefeuille de restitution par sexe

La distribution des PM par sexes en fonction de l'âge est fournie par le graphique exposé ci-dessous :

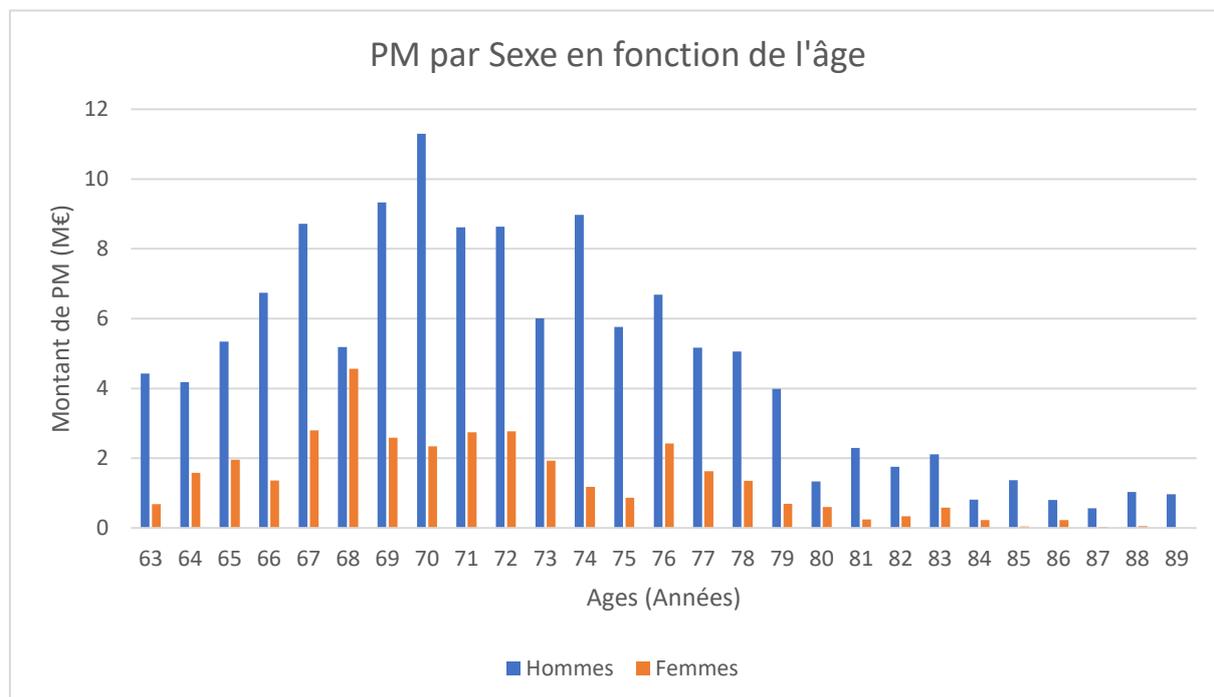


Figure 17 : Distribution des provisions mathématiques par sexe en fonction de l'âge pour le portefeuille de restitution

Par soucis de lisibilité du graphique ci-dessus les provisions mathématiques pour les âges supérieurs à 90 ans n'ont pas été ajoutée car les montants sont de 1,2 M€ ce qui représente 0,8% des provisions mathématiques.

De manière analogue au portefeuille de constitution on constitue les couples taux technique – taux de revalorisation dans les proportions de provisions mathématiques suivant le tableau suivant :

Taux techniques	Taux de revalorisation N-1	Montant de PM (M€)	Proportion des PM (%)
0,00%	1,41%	7,5	5%
0,75%	1,87%	17,4	11%
1,25%	2,18%	40,7	25%
1,75%	2,49%	33,7	21%
2,00%	2,64%	57,3	35%
2,25%	2,79%	1,7	1%
2,50%	2,95%	5,9	4%

Tableau 14 : Répartition des provisions mathématiques en fonction des taux techniques et du dernier taux de revalorisation pour le portefeuille de restitution

Enfin on présente dans le tableau ci-dessous les montants des rentes annuelles par sexe en fonction de l'âge :

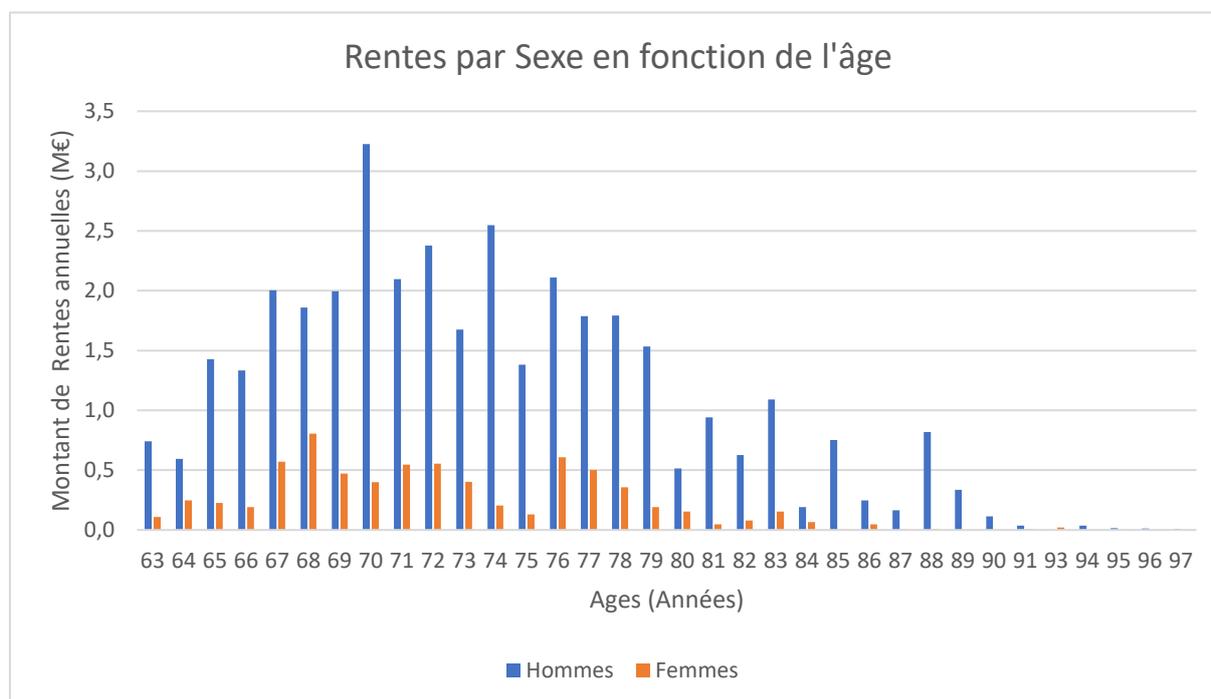


Figure 18: Distribution des rentes par sexe en fonction de l'âge pour le portefeuille de restitution

On observe ici que la structure des rentes est similaire à celle des PM entre les âges avec un pic maximal à 70 ans.

V.d.1.2. Portefeuille d'actifs

Le portefeuille d'actifs est construit de manière à ce que le ratio de couverture, qui correspond au ratio entre les Fonds propres réglementaires et le SCR soit environ égal à 180%. Il s'agit donc d'un portefeuille fictif. Les calculs ont été réalisés à l'aide du package R SimBEL développé par Prim'Act. Le calcul du SCR n'est pas l'objet propre de ce mémoire c'est pourquoi les hypothèses et les principaux éléments relatifs au calcul du SCR sont décrits dans l'annexe 1 de ce mémoire. L'étude ACPR n°109 [2019] indique que le ratio moyen des organismes d'assurances Vie était de 200%, cependant du fait de l'accentuation de la baisse de la courbe des taux au second semestre 2019 nous avons choisi d'un ratio à 180%.

Allocation des actifs

L'allocation des actifs retenues provient d'un portefeuille réel mais différent de celui utilisé pour la construction du passif.

Macro classe d'actifs	Allocation
Obligations	69%
Souveraines	44%
Corporate	25%
Actions	19%
Immobilier	8%
Trésorerie	4%

Tableau 155 : Allocation d'actifs du portefeuille de l'assureur

Cette allocation servira également d'allocation cible dans la gestion des investissements et des désinvestissements.

Le portefeuille obligataire

Le portefeuille obligataire utilisé pour le calcul du Best Estimate est construit à partir d'un portefeuille d'actifs d'un assureur retraite dont les valeurs de marché ont été ajustées afin d'obtenir le ratio de couverture de 180%. La durée du portefeuille obligataire est de 10,2 ans.

On représente la distribution des maturités résiduelles des obligations souveraines et sur le graphique ci-dessous.

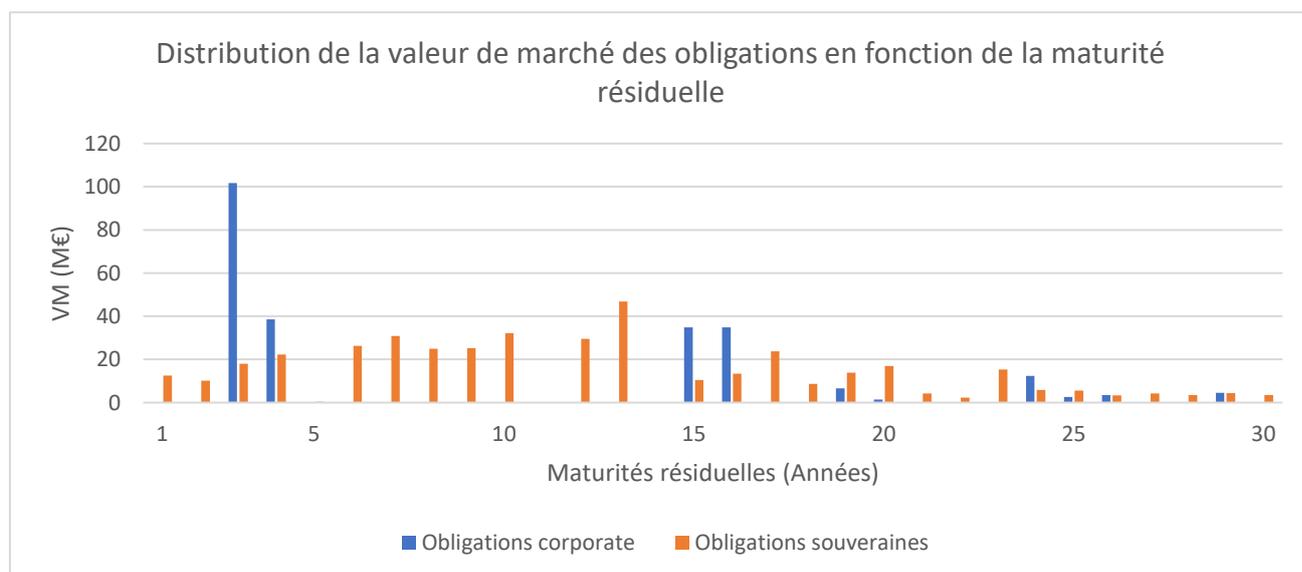


Figure 19 : Distribution de la valeur de marché des obligations en fonction de la maturité résiduelle

Le taux de coupons moyen est de 2,24 %, cependant la distribution est très dispersée et environ 60% des obligations ont des taux de coupons nuls. La distribution des valeurs de marché en fonction des taux de coupons servis non nuls sont présentés dans le graphique ci-dessous.

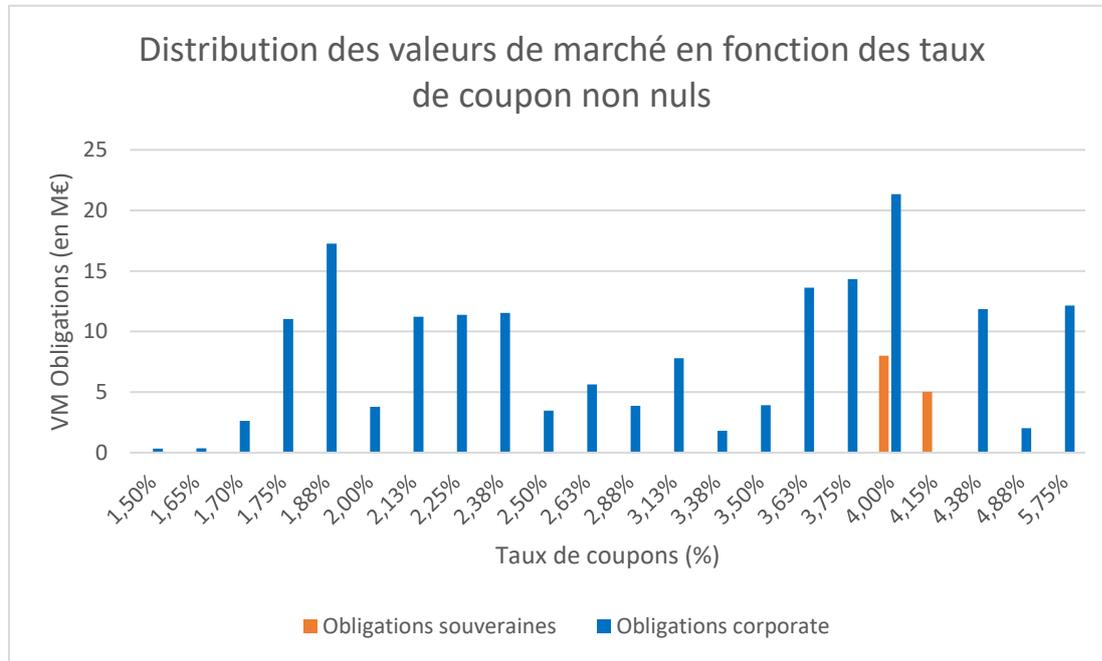


Figure 20 : Distribution de la valeur de marché des obligations des taux de coupons non nuls

On dote également la réserve de capitalisation d'un montant équivalent à 1,5% des provisions mathématiques. Ce choix correspond aux indications de l'ACPR dans ACPR n°78 [2017].

Le portefeuille actions

Le portefeuille actions est modélisé par model point qui représente les actions de types 1 et 2. La valeur de marché des actions de type 1 (respectivement de type 2) est de 171 M€ (respectivement 14 M€) pour une valeur nette comptable de 155 M€ (respectivement 13 M€) soit une plus-value latente de 16 M€ (respectivement 1 M€). Il n'y a donc pas de provisions pour dépréciation durable. Le taux de dividendes est de 4,4% pour les actions de types 1 (calibré sur les historiques des indices du CAC 40 sur 10 ans avec et sans dividendes réinvestis) et de 6% pour les actions de types 2 (fixé arbitrairement).

Le portefeuille immobilier

Le portefeuille immobilier est modélisé par un unique model point représentatif de l'ensemble de la macro-classe. Sa valeur de marché est de 83 M€ pour une valeur nette comptable de 75 M€ soit une plus-value latente de 8 M€. Il n'y a donc pas de provision pour dépréciation durable. On considère ici un loyer de 3,3% par an ce qui au rendement de l'immobilier fourni par l'INSEE n°327 [2019].

On remarque ici que les plus-values latentes de l'indice immobilier et de l'indice action représentent environ 4% des provisions mathématiques au passifs. Cette proportion est cohérente avec les chiffres fournis par ACPR n°78 [2017] qui a publié un montant de plus-values latentes représentant 4,5% des provisions mathématiques. En ce qui concerne les plus ou moins-values latentes du portefeuille obligataire elles représentent 10,3% des provisions mathématiques comme indiqué dans ce même rapport ACPR.

Le portefeuille d'investissements de référence

Le portefeuille d'investissements de référence est un portefeuille contenant les caractéristiques des instruments financiers dans lesquels l'investisseur va investir pendant la période de projection afin de respecter l'allocation cible et en particulier lorsque les obligations sont arrivées à échéance.

Le portefeuille action de référence est modélisé par un model point d'une valeur unitaire de 1 M€ servant un dividende de 4,4% par an.

Le portefeuille immobilier de référence est modélisé par un model point d'une valeur unitaire de 1 M€ servant un loyer de 3,3%.

Le portefeuille de référence obligataire est constitué d'un model point constitué d'un nominal de 1 M€ servant un taux de coupons de 0,75% et d'une maturité de 10 ans. Le taux de coupons du portefeuille de référence obligataire semble compliqué à déterminer du fait de l'incertitude concernant la persistance ou non d'un environnement de taux bas sur le long terme. Malgré le contexte de taux bas de ces dernières années il ne semble pas envisageable de considérer des taux bas pour les obligations de maturité 10 ans sur 50 ans.

Le calcul du taux cible calculé pour chaque pas de projection correspond à la moyenne entre le taux cible de l'année précédente et le taux de rendement de marché de l'année en cours.

Hypothèses sur le taux de rendement de marché

Comme exposé dans la partie II un taux de rendement de marché est calculé afin de déterminer un taux de revalorisation cible. L'allocation d'actifs du portefeuille de marché utilisé pour calculer ces rendements est fourni dans le tableau ci-dessous :

Macro classe d'actifs	Allocation
Obligation	68%
Actions	28%
Immobilier	3%
Trésorerie	1%

Tableau 16 : Allocation d'actifs du portefeuille de référence

Cette allocation provient de ACPR n°109 [2019].

On rappelle que les portefeuilles de référence actions et immobilier sont utilisés pour déterminer les rendements actions et immobilier. Le rendement obligataire de marché correspond au taux sans risque de maturité 5 ans.

V.d.1.3. Paramétrage général

En plus de la construction d'un portefeuille de passifs et d'actifs il est nécessaire d'ajouter des hypothèses nécessaires au moteur ALM.

Hypothèses de Provision pour Participation aux bénéfices

Dans ACPR n°78 [2017] il est indiqué que les PPB représente environ 4% des provisions mathématiques. On considère donc ici un montant de PPB réparti sur 8 ans afin de permettre la mise en place de la règle des 8 ans. La PPB est égal à 23,1 M€ réparti à 75% sur les 3 dernières années de manière uniforme et le reste est réparti de manière uniforme sur les 5 années les moins récentes. Le choix d'un poids plus élevé sur les trois dernières années reflète l'augmentation de ces dernières années de la dotation en PPB par les assureurs en raison du contexte de taux bas.

Table de mortalité

Les tables de mortalité utilisées sont les tables réglementaires TGH-TGF 00-05.

V.d.2. Résultats des calculs de sensibilité du Best Estimate

Dans cette partie on présente les résultats afférents aux *Best Estimate* calculés à partir des courbes de taux sans risque construites.

V.d.3. Flux de Prestations

Dans le graphique ci-dessous on présente les flux de prestations pour une période de convergence de 40 ans un LLP de 20 ans. Ici on ne présente pas les autres courbes car les profils des prestations sont proches.

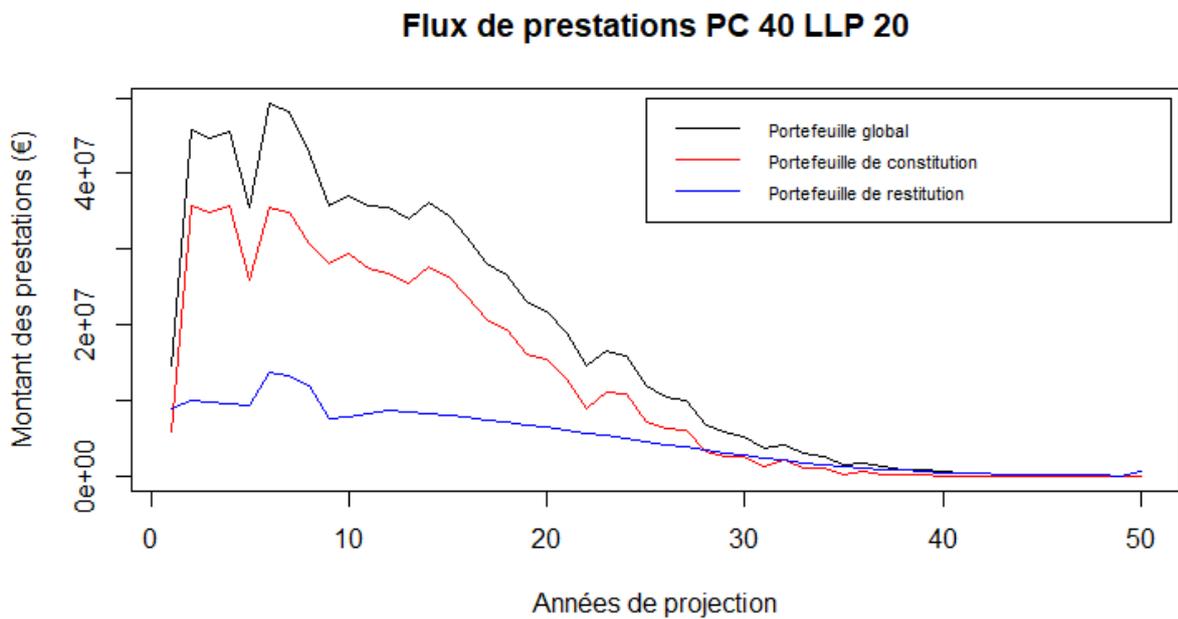


Figure 21 : Flux de prestations du Best Estimate de la courbe LLP 20 ans et période de convergence 40 ans

On constate un creux dans les prestations autour de la 5ème année et le montant des prestations est maximal à 9 ans. La diminution des prestations à partir de la dixième année est linéaire et est principalement expliquée par le portefeuille de constitution. On note que la somme des flux entre 20 et 50 ans représente 16,4% des flux totaux.

Ci-après on présente le graphique des écarts de prestations entre les courbes LLP 20 ans, 30 ans et 50 ans pour une période de convergence de 40 ans.

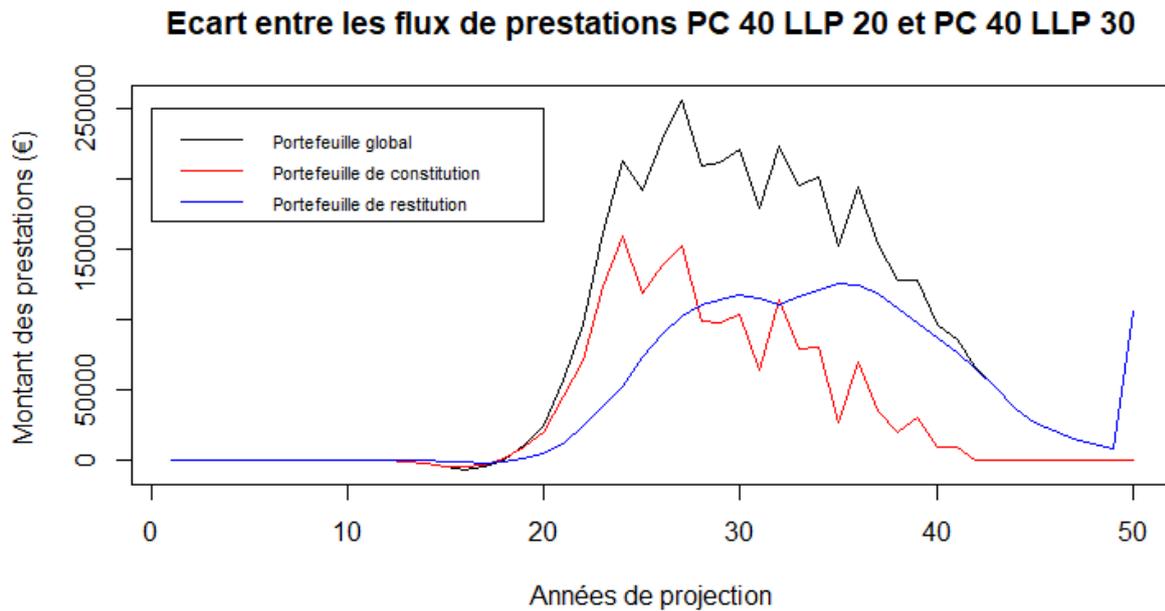


Figure 22 : Ecart entre les flux de prestations des Best Estimate LLP 20 période de convergence 40 ans et LLP 30 ans période de convergence 40 ans

La somme de ces écarts est de 4 M€ ce qui représente 0,5 % des prestations avec la courbe LLP 20. Les écarts des prestations du portefeuille de constitution augmentent entre 20 ans et 27 ans du fait de la divergence des courbes et donc de la divergence des rendements. Cette divergence est compensée par la diminution des PM à partir de 30 ans, le portefeuille est complètement liquidé à partir de 40 ans. On observe une variation similaire pour le portefeuille de restitution, les prestations augmentent jusqu'à 30 ans, restent stable jusqu'à 35 ans puis diminuent jusqu'à 50 ans. Le pic à 50 ans est uniquement lié à la liquidation des plus-values latentes en fin de projection, celui-ci représente 2% des écarts.

Ecart entre les flux de prestations PC 40 LLP 30 et PC 40 LLP 50

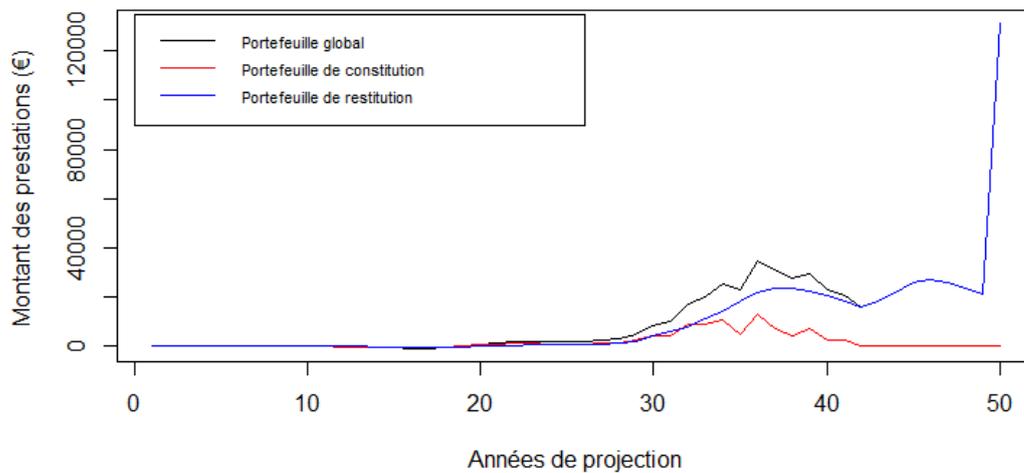


Figure 23 : Ecart entre les flux de prestations des Best Estimate LLP 30 période de convergence 40 ans et LLP 50 ans période de convergence 40 ans

Les écarts entre la courbe LLP 30 et la courbe LLP 50 ans sont égaux à 600 k€ ce qui représente 0,07% des prestations avec la courbe LLP30, ces montants sont plus faibles car le montant des prestations supérieures à 30 ans ne représente que 2,6% des prestations totales. Pour cette courbe le plus grand écart provient du pic à 50 ans qui est égal à un montant de 131 k€ soit 21% des écarts totaux.

Enfin on présente l'écart entre les deux scénarios les plus extrême à savoir la courbe de période de convergence 10 ans et de LLP 20 ans et la courbe de période de convergence 40 ans et de LLP 50 ans.

Ecart entre les flux de prestations PC 10 LLP 20 et PC 40 LLP 50

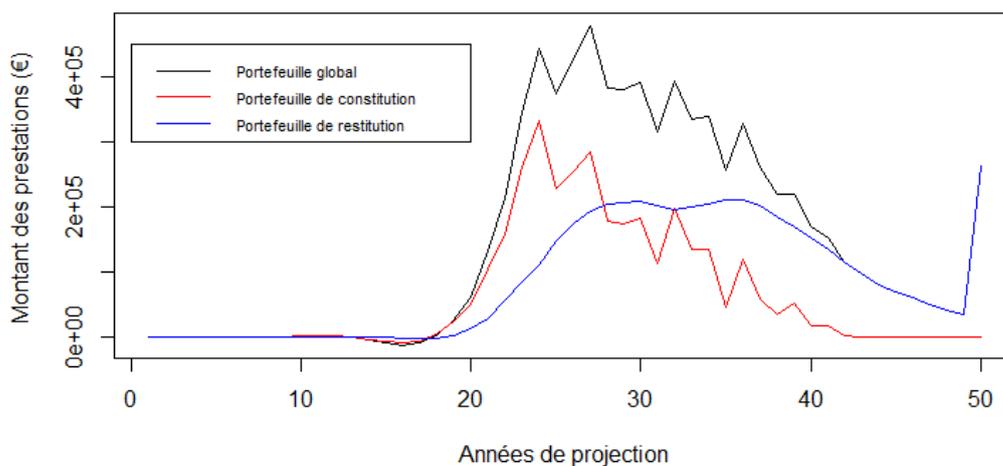


Figure 24 : Ecart entre les flux de prestations des Best Estimate LLP 20 période de convergence 10 ans et LLP 50 ans période de convergence 40 ans

On observe bien une structure similaire aux graphiques précédents. La somme de ces écarts est de 7 M€ ce qui représente 0,8 % des prestations avec la courbe PC 10 LLP 20. Encore une fois le plus grand pic se situe au niveau de la 50^{ème} année de projection et est égal à un montant de 261 k€ ce qui représente 3,5% des prestations.

La structure des écarts est similaire entre toutes les courbes, d'abord il n'y a pas d'écarts jusqu'à l'année de projection 20 ensuite les écarts s'accroissent en raison de la divergence entre les courbes utilisées et enfin elles décroissent en raison de la diminution des PM. On observe également systématiquement un pic à la 50^{ème} de convergence en raison de la liquidation des plus-values latentes et de la participation aux bénéficies.

On présente dans le tableau ci-dessous les montants totaux de prestations pour chaque sensibilité.

	Montant total des prestations (k€)	Ecart du total des prestations (k€)	Ecart du total des prestations (%)
PC 10 LLP 20	847 422		
PC 25 LLP 20	845 627	-1 795	-0,21%
PC 40 LLP 20	844 584	-1 043	-0,12%
PC 10 LLP 30	840 969	-3 615	-0,43%
PC 25 LLP 30	840 765	-204	-0,02%
PC 40 LLP 30	840 626	-138	-0,02%
PC 10 LLP 50	839 972	-655	-0,08%
PC 25 LLP 50	840 016	44	0,01%
PC 40 LLP 50	840 023	7	0,00%

Tableau 16 : Ecart des montants totaux des prestations pour tous les Best Estimate

On observe le changement de la période de convergence n'a quasiment pas d'impact sur les prestations. Le passage d'un LLP 20 ans à un LLP 30 est le changement qui impacte le plus les prestations ceci est directement expliqué par la structure des prestations par années de projection avec environ 3% des prestations supérieures à 30 ans et environ 13% entre 20 ans et 30 ans. Dans la partie suivante nous analysons la partie des prestations liés à la participation aux bénéficies que nous appellerons flux discrétionnaires.

V.d.1. Flux de Prestations discrétionnaires

Les prestations discrétionnaires correspondent aux flux de participation aux bénéfices. Dans le graphique ci-dessous on présente les flux de prestations discrétionnaires pour une période de convergence de 40 ans un LLP de 20 ans. Ici on ne présente pas les autres courbes car le profil des prestations sont proches.

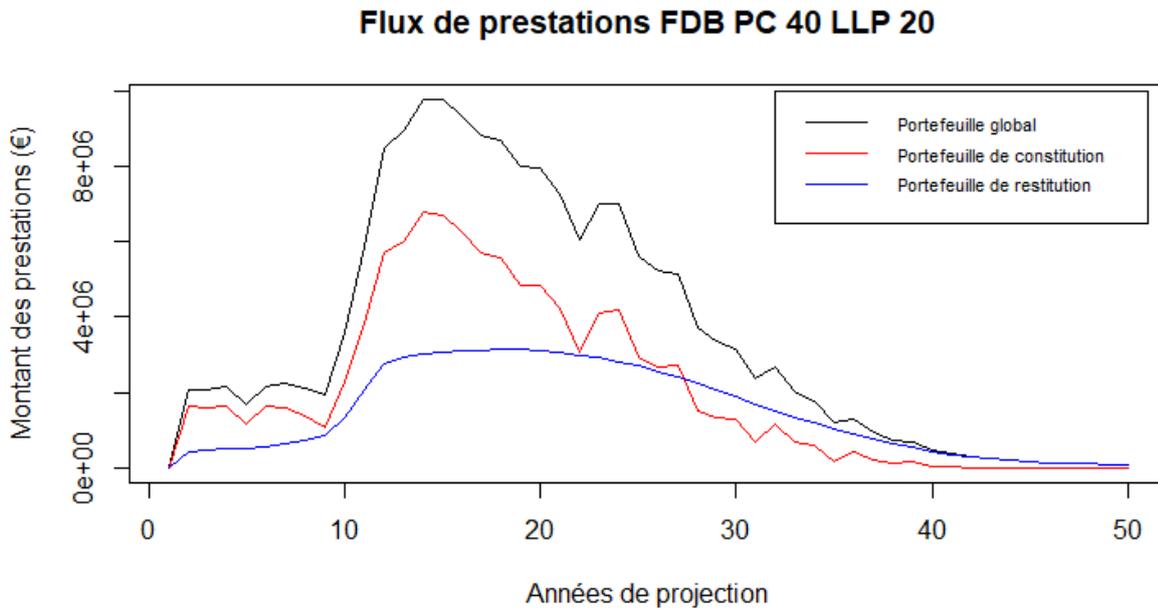


Figure 25 : Flux de prestations discrétionnaires du Best Estimate de la courbe LLP 20 ans et période de convergence 40 ans

Les prestations discrétionnaires du portefeuille de constitution représente 72% des prestations discrétionnaires totales. Elles augmentent fortement à partir de la dixième année, cette augmentation peut s'expliquer par le rendement du portefeuille obligataire qui augmente du fait des obligations avec des taux de coupons de 0,75%. Après 15 ans de projection, les prestations discrétionnaires diminuent car les PM diminuent.

Les prestations discrétionnaires du portefeuille de restitution suivent des variations similaires mais de manière plus lisse. Ceci est lié au fait que les sorties de portefeuille sont fonction des taux de mortalité qui ont été lissés, en comparaison la sortie du portefeuille de restitution est principalement fonction d'une date de terme fixe.

On s'intéresse dans le graphique qui suit à la proportion des prestations discrétionnaires dans les prestations totales.

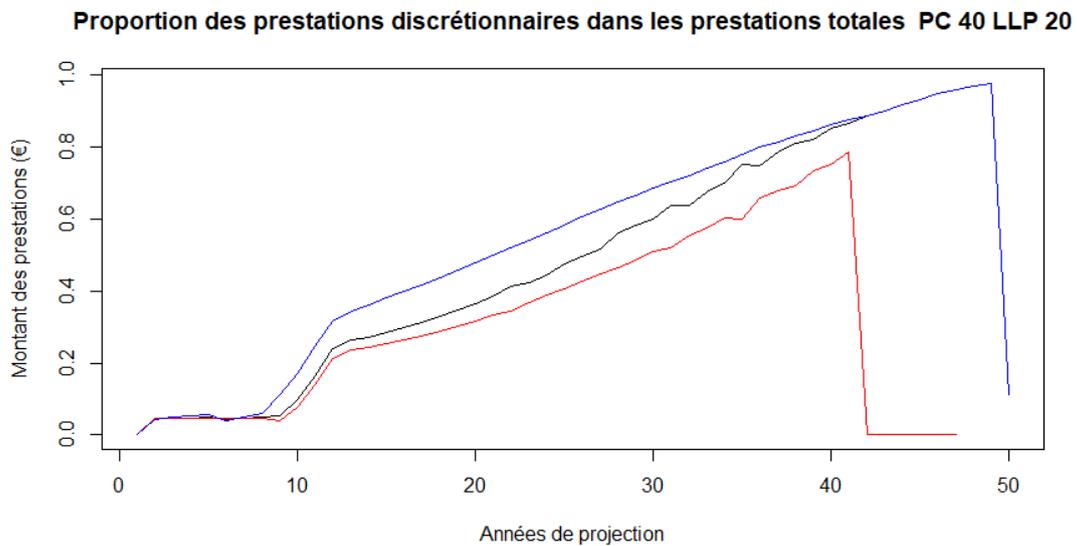


Figure 26 : Proportion des prestations discrétionnaires sur les prestations totales en fonction des années de projection

On observe que les prestations discrétionnaires prennent une part de plus en plus importante à partir de la 10^{ème} année. Ceci s'explique par le fait que plus les années de projection augmentent plus le portefeuille d'actifs est constitué d'instruments du portefeuille de référence qui ont des rendements élevés.

La dernière année correspond à une année de liquidation d'où une proportion de 0% des prestations discrétionnaires pour le portefeuille de restitution. A partir de 40 ans, il n'y a plus de contrats dans le portefeuille de constitution.

Ci-après on présente le graphique des écarts de prestations discrétionnaires entre les courbes LLP 20 ans, 30 ans et 50 ans pour une période de convergence de 40 ans.

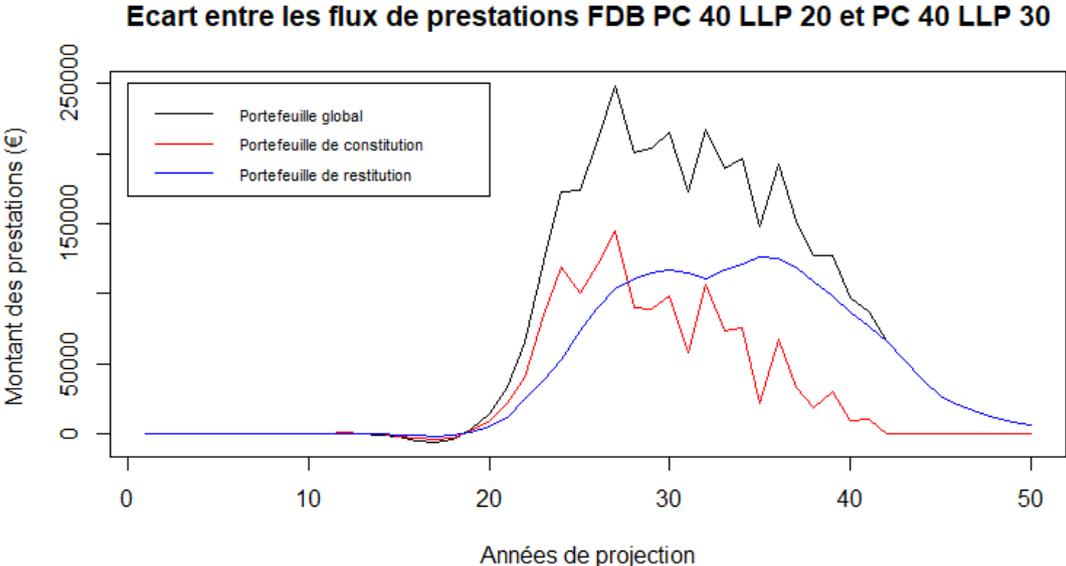


Figure 27 : Ecarts entre les flux de prestations discrétionnaires des Best Estimate LLP 20 période de convergence 40 ans et LLP 30 ans période de convergence 40 ans

La somme de ces écarts est de 3 M€ ce qui représente 2% des prestations discrétionnaires de la courbe LLP 20 et 90% des écarts de prestations totales entre les courbes LLP 20 et LLP 30. On observe bien une augmentation de l'écart jusqu'à 30 ans puis une diminution à partir jusqu'à ce qu'il ne reste plus de stock. Nous n'observons pas de pic à 50 ans car la liquidation de la PPB n'est pas discrétionnaire.

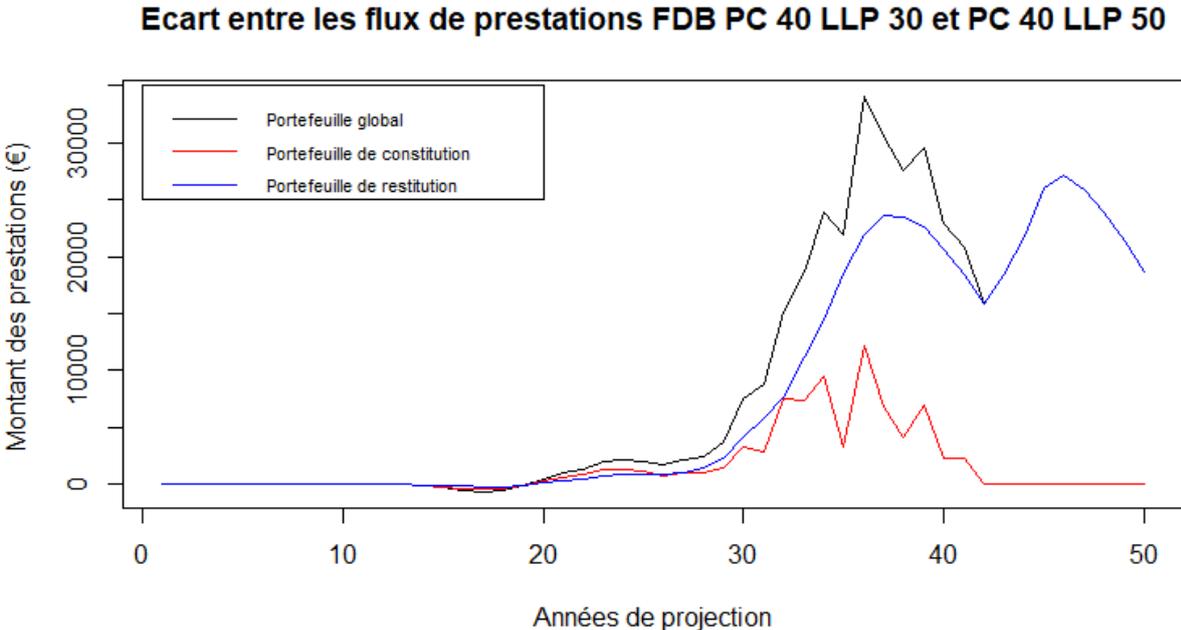


Figure 28 : Ecarts entre les flux de prestations discrétionnaires des Best Estimate LLP 30 période de convergence 40 ans et LLP 50 ans période de convergence 40 ans

Les écarts entre la courbe LLP 30 et la courbe de 50 ans sont plus faibles comme pour les prestations totales. Les écarts des flux discrétionnaires représentent 80% des écarts totaux.

Comme pour les flux totaux on présente les écarts entre les deux scénarios les plus extrêmes à savoir la courbe de période de convergence 10 ans et de LLP 20 ans et la courbe de période de convergence 40 ans et de LLP 50 ans.

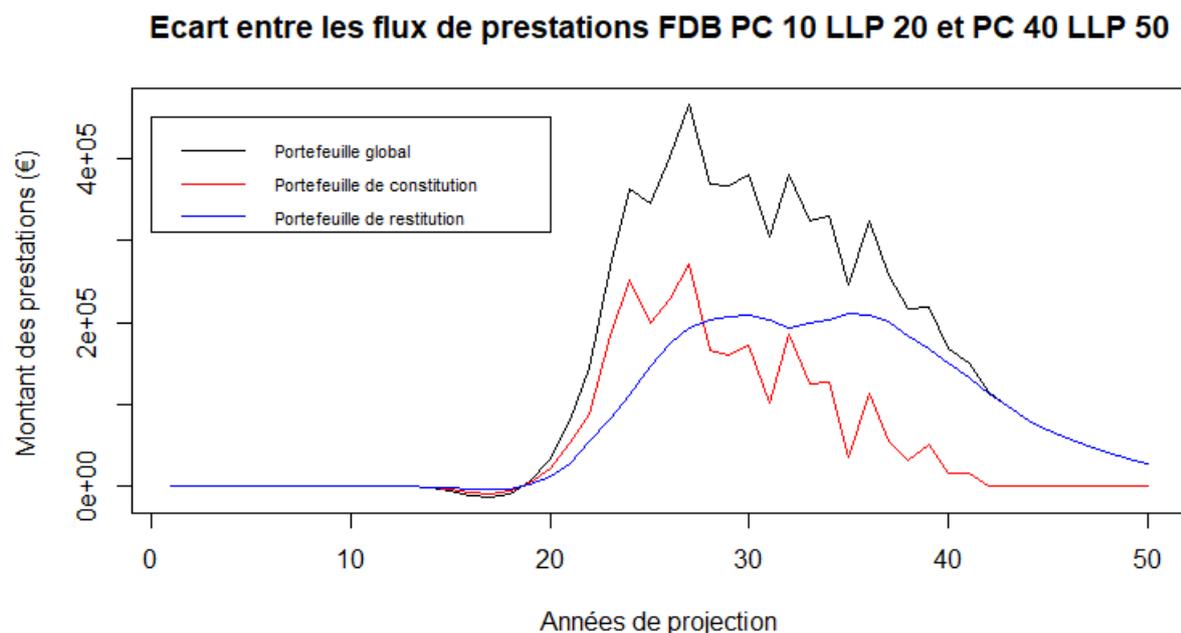


Figure 29 : Ecart entre les flux de prestations discrétionnaires des Best Estimate LLP 20 période de convergence 10 ans et LLP 50 ans période de convergence 40 ans

On observe bien une structure similaire aux graphiques précédents. La somme de ces écarts est de 6,7 M€ ce qui représente 90% des écarts totaux.

Comme pour les flux de prestations, on présente dans le tableau ci-dessous les montants prestations discrétionnaires pour chaque sensibilité.

	Montant total des prestations discrétionnaires (k€)	Ecart du total des prestations discrétionnaires (k€)	Ecart du total des prestations discrétionnaires (%)
PC 10 LLP 20	177 996		
PC 25 LLP 20	176 344	-1 652	-0,93%
PC 40 LLP 20	175 389	-956	-0,54%
PC 10 LLP 30	172 085	-3 304	-1,88%
PC 25 LLP 30	171 904	-180	-0,10%
PC 40 LLP 30	171 787	-118	-0,07%
PC 10 LLP 50	171 259	-527	-0,31%
PC 25 LLP 50	171 302	42	0,02%
PC 40 LLP 50	171 309	8	0,00%

Tableau 17: Ecart des montants totaux des prestations discrétionnaires pour tous les Best Estimate

On observe que en montant les variations des prestations discrétionnaires sont du même ordre de grandeur en montant que les prestations totales ce qui semble indiquer que la majeure partie des variations des flux de prestations est liée aux participations discrétionnaires.

Jusqu'ici nous avons isolé les effets des changements de courbe de taux sans risque sur les estimations des prestations futurs. Dans la partie suivante nous nous intéressons aux effets du changement des courbes de taux sans risque sur les *Best Estimate* dans leur globalité. Ainsi nous prenons en compte à la fois un effet sur les prestations principalement liés aux effets des différentes courbes sur les rendements des placements et à la fois l'effet d'actualisation.

V.d.1. Best Estimate

Dans le tableau ci-dessous on présente la valeur des *Best Estimate* finaux pour toutes les courbes sélectionnées.

	BE Constitution (k€)	BE Restitution (k€)	Ecarts relatifs BE Constitution (%)	Ecarts relatifs BE Restitution (%)	Ecarts absolus BE Constitution (k€)	Ecarts absolus BE Restitution (k€)
PC 10 LLP 20	575 380	217 453				
PC 25 LLP 20	576 416	218 393	0,1800%	0,43%	1 035	941
PC 40 LLP 20	577 062	219 037	0,1122%	0,29%	646	644
PC 10 LLP 30	580 494	222 423	0,5946%	1,55%	3 431	3 386
PC 25 LLP 30	580 522	222 594	0,0049%	0,08%	29	171
PC 40 LLP 30	580 548	222 704	0,0045%	0,05%	26	110
PC 10 LLP 50	580 746	223 347	0,0340%	0,29%	198	643
PC 25 LLP 50	580 688	223 294	-0,0101%	-0,02%	-58	-53
PC 40 LLP 50	580 680	223 286	-0,0013%	0,00%	--8	-7

Tableau 18: Ecarts absolus et relatifs pour tous les Best Estimate par portefeuille

Comme pour les prestations on observe que la plus grande variation de *Best Estimate* est liée au passage du LLP 20 ans au LLP 30 ans cependant les variations évoluent dans un sens inverse aux prestations. Ceci est dû à l'effet d'actualisation qui compense l'effet sur les prestations. Dans le tableau ci-dessous on décompose les variations liées aux prestations et les variations liées à l'actualisation.

	Montant total des prestations (k€)	Ecart du total des prestations (k€)	Ecart du total des prestations (%)	Montant de l'actualisation (k€)	Ecart lié à l'actualisation (k€)	Ecart lié à l'actualisation (%)
PC 10 LLP 20	847 422			-54 589		
PC 25 LLP 20	845 627	-4 840	-0,50%	-50 817	3 771	-6,91%
PC 40 LLP 20	844 584	-3 068	-0,32%	-48 485	2 333	-4,59%
PC 10 LLP 30	840 969	-11 272	-1,16%	-38 052	10 433	-21,52%
PC 25 LLP 30	840 765	-865	-0,09%	-37 648	404	-1,06%
PC 40 LLP 30	840 626	-526	-0,06%	-37 374	275	-0,73%
PC 10 LLP 50	839 972	-2 375	-0,25%	-35 879	1 495	-4,00%
PC 25 LLP 50	840 016	188	0,02%	-36 035	-156	0,44%
PC 40 LLP 50	840 023	24	0,00%	-36 057	-22	0,06%

Tableau 19: Effet prestation et effet actualisation pour tous les *Best Estimate*

Ainsi l'effet relatif des changements de courbe sur l'effet d'actualisation semble plus important que l'effet relatif sur les prestations.

V.d.2. Conclusion

Dans cette partie nous avons procédé à la construction de courbes de taux sans risque à partir de données de marché dont les caractéristiques sont fournies par l'EIOPA. Il a été choisi de retenir les courbes avec un LLP de 20 ans, 30 ans et 50 ans pour des périodes de convergence de 10 ans, 25 ans et 40 ans pour chaque LLP.

Des projections de scénarios économiques ont également été effectuées à partir des différentes courbes. La projection dans un univers risque neutre implique que les rendements moyens évoluent de la même manière que les courbes de taux sans risque sélectionnées. Plus la courbe sera plate plus les rendements des placements seront faibles et peu dispersés autour de la moyenne. Il est observé qu'il en est de même pour les déflateurs.

La construction des courbes et les projections de scénarios économiques ont permis d'effectuer des sensibilités sur le *Best Estimate* d'un portefeuille retraite construit à partir de portefeuilles réels et de données de marché. Ainsi il est observé que plus le LLP augmente et plus le *Best Estimate* augmente du fait de la diminution de l'actualisation. Cet effet est cependant relativement faible. En effet, les passifs ont une durée de 10 ans, la part des prestations supérieurs à 20 ans n'est que de 16%. De plus, l'effet d'actualisation est compensé en partie par les effets des courbes de taux sur les prestations qui diminuent au fur et à mesure que le LLP augmente car il y a moins de rendement donc moins de participations discrétionnaires.

Ainsi on retiendra que l'impact du changement de la courbe des taux peut être décomposé en deux composantes. La première composante est liée au changement de rendement dans les placements et donc dans les participations discrétionnaires. La deuxième composante est liée à l'effet d'actualisation. Dans notre cas la deuxième composante est plus importante que la première car l'assureur ne distribue pas la totalité des rendements des placements alors qu'il actualise au taux sans risque. De plus le portefeuille de l'assureur et le portefeuille de référence ont une structure très proche ce qui facilite la revalorisation des provisions mathématiques à un taux discrétionnaire.

VI. CONCLUSION GENERALE

Dans ce mémoire nous nous sommes intéressés à la problématique de la construction de la courbe de taux sans risque et de son impact sur les calculs d'un *Best Estimate* de portefeuille retraite de type article 83. Plus précisément nous nous sommes intéressés à la sensibilité du *Best Estimate* aux changements de paramétrage de la courbe EIOPA et en particulier celui du Last Liquid Point et de la période de convergence car il semblerait que ceux-ci soient amenés à évoluer si l'on considère le Consultation Paper publié en octobre 2019 par l'EIOPA.

L'EIOPA envisage que le LLP soit de 30 ans ou 50 ans au lieu de 20 ans. Elle n'a pas fait de proposition concernant la période de convergence mais la sensibilité des *Best Estimate* à des périodes de convergence de 10 ans et 40 ans a déjà été étudiée par l'EIOPA en 2013 dans les travaux préliminaires à Solvabilité II et des modifications ne sont pas exclues. Ainsi dans ce mémoire il a été choisi d'étudier l'impact des courbes de LLP 20 ans, 30 ans et 50 ans avec des périodes de convergence de 10 ans, 25 ans et 40 ans par LLP.

Les résultats de ces sensibilités sont présentés dans le tableau suivant :

BE (k€)	Ecart absolu BE (k€)	Ecart relatif BE (%)
792 833		
794 809	1 976	0,25%
796 099	1 290	0,16%
802 917	6 817	0,86%
803 117	200	0,02%
803 253	136	0,02%
804 093	840	0,10%
803 981	-112	-0,01%
803 966	-15	0,00%

Tableau 20: Ecart absolu et relatif pour tous les *Best Estimate*

On observe que les impacts sont limités pour le portefeuille de contrats considéré. Ces écarts sont liés à un effet sur les prestations du fait d'un impact sur le rendement des placements et à un effet d'actualisation sur les flux futurs estimés. Les effets d'actualisation sont plus importants que les effets sur les prestations et que ceux-ci évoluent de manière opposée.

Il est certain que l'impact d'un changement de courbe de taux sur le *Best Estimate* sera différent pour les autres secteurs de l'assurance. Dans le cas de l'assurance non-Vie par exemple un changement de méthode dans la construction de la courbe de taux sans risque impactera uniquement l'actualisation des flux futurs. En assurance Vie, il y aura également un effet sur les prestations qui auront tendance à compenser l'effet d'actualisation. Cependant il est à noter que généralement les passifs d'assurance Vie ont des durations plus élevées et sont donc à priori plus sensibles à un changement de méthode dans la construction de la courbe de taux.

Ce mémoire fournit quelques éléments sur l'impact des changements du Last Liquid Point et de la période de convergence dans le cas d'un portefeuille de retraite. Les portefeuilles d'actifs et de passifs considérés ont été construits de manière à représenter de la manière la plus cohérente possible un portefeuille de place. Cependant il convient de garder à l'esprit que de nombreuses hypothèses ont été prises et que par conséquent les résultats obtenus sont à mettre en relief avec les différentes caractéristiques du portefeuille. Par exemple, il est clair que l'augmentation de la durée du passif aurait entraîné des écarts plus importants. De même les hypothèses de rendements élevés dans le portefeuille d'investissement entraînent une part importante des participations discrétionnaires dans les prestations et donc des écarts plus importants. Au-delà des résultats numériques, ce mémoire aura permis de mieux comprendre les mécanismes liés à la courbe de taux sans risque dans un calcul de Best Estimate retraite.

Il pourra être intéressant de considérer des portefeuilles de passifs avec d'autres caractéristiques comme la présence d'un TMG, une durée du passif différente etc. Cela pourrait amener déterminer certains profils de portefeuilles types pour lesquels l'impact sur les BE est négligeable. De même il pourrait être intéressant de considérer des portefeuilles d'actifs dont la durée et l'allocation sont différentes ou encore de considérer un portefeuille d'investissement avec des maturités et des taux de coupon différents. Enfin il pourra être intéressant d'étudier plus en profondeur ces impacts sur les SCR.

Enfin il est à noter que les calculs menés dans ce mémoire ont été réalisés avant l'épidémie de Covid 19. Cet événement n'est pas de nature à changer substantiellement les résultats ainsi que les conclusions de ce mémoire.

VII. BIBLIOGRAPHIE

ACPR [2018] « RAPPORT DE L'ACPR AU PARLEMENT Contrats d'assurance vie dont les prestations sont liées à la cessation d'activité professionnelle », 24 mai 2018.

ACPR n°106 [2019] « Revalorisation 2018 des contrats d'assurance-vie et de capitalisation – engagements à dominante retraite collectifs », Analyse et synthèse.

ACPR n°78 [2017] « Assurance vie en France et environnement de taux bas », Analyse et synthèse.

ACPR n°109 [2019] « La situation des assureurs soumis à Solvabilité II en France au premier semestre 2019 », Analyse et synthèse.

BOUDET J.F. [2015] « Essai sur le défaut souverain », *Revue internationale de droit économique*, 2015/3 t. XXIX, page 375.

BRIGOT D. et MERCURIO F. [2007] *Interest Rate Models –Theory and Practice With Smile, Inflation and Credit* », Springer 2nd Edition.

EIOPA-BoS-19/465 [2019] « Consultation Paper on the Opinion on the 2020 review of Solvency II ».

EIOPA « RÈGLEMENT DÉLÉGUÉ (UE) 2015/35 DE LA COMMISSION du 10 octobre 2014 complétant la directive 2009/138/CE du Parlement européen et du Conseil sur l'accès aux activités de l'assurance et de la réassurance et leur exercice (solvabilité II) ».

EIOPA-BoS-19/408 [2019] « Technical documentation of the methodology to derive EIOPA's risk-free interest rate term structures ».

EIOPA-BoS-19/115 [2015] « Risk-free interest rate term structures Report on the Calculation of the UFR for 2020 ».

EIOPA-TFQIS5-11/001 [2011] « EIOPA Report on the fifth Quantitative Impact Study (QIS5) for Solvency II ».

EIOPA/13/296 [2013] « Technical Findings on the Long-Term Guarantees Assessment ».

EI KAROUI N., LOISEL S., PRIGENT J.L et VEDANI. [2017] « Market inconsistencies of the market-consistent European life insurance economic valuations: pitfalls and practical solutions. » *European Actuarial Journal*, Springer, 2017, 7.

HEATH D., JARROW R., MORTON A. [1992] « Bond Pricing and the Term Structure of Interest Rates: A New Methodology », *Econometrica* 60, 77-105.

HULL J. et WHITE A. [2013] « LIBOR vs. OIS: The Derivatives Discounting Dilemma », *Journal Of Investment Management*, Vol. 11, No.3, 14-27.

INSEE n°327 [2019] « Au troisième trimestre 2019, les prix des logements augmentent de 3,3 % sur un an ».

KORT J.P. [2017] « *Essays on long-term mortality and interest rate risk* », Amsterdam School of Economics Research Institute, PhD thesis, 115-133.

PLANCHET et FELIX [2015], « *Quel calibrage des paramètres pour le calcul des best estimate en assurance vie?* », *l'actuariel*, N° 16, Mars 2015.

VIII. TABLE DES FIGURES

Figure 1 : Courbes de taux sans risque retenus dans ce mémoire.....	6
Figure 2 : Risk-free rate curve considered.....	9
Figure 3 : Graphiques de la Fonction de Wilson en fonction de la maturité (u,v) et des différents UFR et Alpha	19
Figure 4: Structure à terme de taux sans risque en fonction des différentes options de construction proposées par l'EIOPA (Consultation Paper)	25
Figure 5: Processus de calcul du Best Estimate pour des contrats Vie	36
Figure 6 : Graphique d'interdépendance des différents modules de calculs nécessaires au calcul du Best Estimate	37
Figure 7 : Répartition des encours retraite par type de contrats	38
Figure 8 : Courbe EIOPA au 31/12/2019 VS courbe de taux sans risque mémoire	53
Figure 9 : Courbes de taux sans risque de type EIOPA en fonction des LLP	54
Figure 10 : Courbes de taux sans risque de type EIOPA en fonction de la période de convergence	55
Figure 11 : Courbes de taux sans risques retenues dans ce mémoire.....	56
Figure 12 : Surfaces moyennes des taux courts en fonction des années de projection et des maturités.....	58
Figure 13 : Courbes des taux courts pour l'année de projection 30 ans.....	59
Figure 14 : Projections de l'indice actions globales en fonction des années de projection .	61
Figure 15 : Distribution des provisions mathématiques par sexe en fonction de l'âge pour le portefeuille de restitution.....	66
Figure 16 : Provisions mathématiques moyennes en milliards d'euros, taux de revalorisation et taux technique selon les dates de 1ère commercialisation des contrats	68
Figure 17 : Distribution des provisions mathématiques par sexe en fonction de l'âge pour le portefeuille de restitution.....	69
Figure 18: Distribution des rentes par sexe en fonction de l'âge pour le portefeuille de restitution	70
Figure 19 : Distribution de la valeur de marché des obligations en fonction de la maturité résiduelle.....	71
Figure 20 : Distribution de la valeur de marché des obligations des taux de coupons non nuls	72
Figure 21 : Allocation d'actifs du portefeuille de référence	74
Figure 22 : Flux de prestations du Best Estimate de la courbe LLP 20 ans et période de convergence 40 ans	75
Figure 23 : Ecart entre les flux de prestations des Best Estimate LLP 20 période de convergence 40 ans et LLP 30 ans période de convergence 40 ans.....	76
Figure 24 : Ecart entre les flux de prestations des Best Estimate LLP 30 période de convergence 40 ans et LLP 50 ans période de convergence 40 ans.....	77
Figure 25 : Ecart entre les flux de prestations des Best Estimate LLP 20 période de convergence 10 ans et LLP 50 ans période de convergence 40 ans	77
Figure 26 : Flux de prestations discrétionnaires du Best Estimate de la courbe LLP 20 ans et période de convergence 40 ans	79

Figure 27 : Proportion des prestations discrétionnaires sur les prestations totales en fonction des années de projection.....	80
Figure 28 : Ecart entre les flux de prestations discrétionnaires des Best Estimate LLP 20 période de convergence 40 ans et LLP 30 ans période de convergence 40 ans.....	81
Figure 29 : Ecart entre les flux de prestations discrétionnaires des Best Estimate LLP 30 période de convergence 40 ans et LLP 50 ans période de convergence 40 ans	81
Figure 30 : Ecart entre les flux de prestations discrétionnaires des Best Estimate LLP 20 période de convergence 10 ans et LLP 50 ans période de convergence 40 ans	82

IX. TABLE DES TABLEAUX

Tableau 1 :Ecart absolu et relatif pour tous les Best Estimate.....	7
Tableau 2 : Absolute and relative deviations for all Best Estimates.....	9
Tableau 3 : Percentiles des durations des provisions techniques en Assurance Vie hors UC	38
Tableau 4 : Matrice de corrélation des macro-classes d'actifs utilisé dans le GSE	50
Tableau 5 : Caractéristiques de construction des courbes de taux sans risques utilisées dans ce mémoire	55
Tableau 6 : Prix des caps retenus pour les calibrations du GSE.....	57
Tableau 7 : Distributions de l'indice actions globales pour la dernière année de projection	62
Tableau 8 : Projections des déflateurs en fonction des années de projection.....	63
Tableau 9 : Distributions des déflateurs pour la dernière année de projection	64
Tableau 10 : Répartition des provisions mathématiques entre portefeuille de constitution et de restitution.....	65
Tableau 11 : Répartition du portefeuille de constitution par sexe.....	65
Tableau 12 : Répartition des provisions mathématiques en fonction des taux techniques et du dernier taux de revalorisation pour le portefeuille de constitution	67
Tableau 13 : Répartition du portefeuille de restitution par sexe	68
Tableau 14 : Répartition des provisions mathématiques en fonction des taux techniques et du dernier taux de revalorisation pour le portefeuille de restitution	69
Tableau 15 : Allocation d'actifs du portefeuille de l'assureur	71
Tableau 17 : Ecart des montants totaux des prestations pour tous les Best Estimate.....	78
Tableau 18: Ecart des montants totaux des prestations discrétionnaires pour tous les Best Estimate	82
Tableau 19:Ecart absolu et relatif pour tous les Best Estimate par portefeuille	83
Tableau 20:Effet prestation et effet actualisation pour tous les Best Estimate.....	84
Tableau 21: Ecart absolu et relatif pour tous les Best Estimate.....	86

X. ANNEXES

X.a. Annexe 1 : Modélisation du SCR pour la calibration de l'actif

Dans le cadre de ce mémoire, le SCR est calculé en appliquant les calculs de la formule standard. Ici, dans le cadre de contrats retraite collectifs les chocs considérés sont les chocs du risque de marché et souscription Vie.

X.a.1. Mise en œuvre des chocs pour le risque de souscription

Pour mémoire, pour le risque technique, les différents chocs doivent être appliqués dès lors qu'ils engendrent une hausse du *best estimate*. Ici on ne considère pas de choc sur les dépenses car il n'y a pas de frais et chargements et on ne considère pas de choc sur les rachats car ils sont nuls. Les chocs considérés sont les chocs exposés ci-dessous.

X.a.1.1. Risque de mortalité

Pour le risque de mortalité, le choc consiste à majorer manière permanente les taux de mortalité annuels. Dans l'outil l'ensemble des tables de mortalité sont choquées de 15%.

X.a.1.2. Risque de longévité

Pour le risque de longévité, le choc consiste à minorer de manière permanente les taux de mortalité annuels. Dans l'outil l'ensemble des tables de mortalité sont choquées de 20%.

X.a.2. Mise en œuvre des chocs pour le risque de marché

X.a.2.1. Risque taux d'intérêt

Pour le risque de taux d'intérêt, les chocs consistent à minorer d'une part puis à majorer d'autre part les taux d'intérêt de la courbe des taux à la date initiale, utilisée pour valoriser les produits obligataires et pour évaluer le *best estimate*. Les chocs sont multiplicatifs et sont différents selon l'échéance considérée. En outre, le choc final entre la hausse ou la baisse est celui qui conduit à la baisse de fonds propres la plus significative. L'application du choc a nécessité d'utiliser des tables spécifiques issues du générateur de scénarios économiques.

X.a.2.2. Risque spread

Ici comme on rappelle que le spread entre obligation et taux sans risque est calculé initialement par le moteur ALM puis est considéré comme constant pour le reste de la projection. Le choc à développer ne concerne que les obligations de type *corp*.

Ainsi l'application du choc de *spread* sur les obligations consiste à en diminuer la valeur de marché. Cette diminution dépend de la durée et de la notation du titre, telle que la perte vaut pour le model point obligataire k

$$\left\{ \begin{array}{l} a_{DUR_k(0), RAT_k(0)}^{Tr0} + b_{DUR_k(0), RAT_k(0)}^{Tr0} \cdot DUR_k(0) \text{ si } DUR_k(0) < 5 \\ a_{DUR_k(0), RAT_k(0)}^{Tr5} + b_{DUR_k(0), RAT_k(0)}^{Tr5} \cdot (DUR_k(0) - 5) \text{ si } 5 \leq DUR_k(0) < 10 \\ a_{DUR_k(0), RAT_k(0)}^{Tr10} + b_{DUR_k(0), RAT_k(0)}^{Tr10} \cdot (DUR_k(0) - 10) \text{ si } 10 \leq DUR_k(0) < 15 \\ a_{DUR_k(0), RAT_k(0)}^{Tr15} + b_{DUR_k(0), RAT_k(0)}^{Tr15} \cdot (DUR_k(0) - 15) \text{ si } 15 \leq DUR_k(0) < 20 \\ \min \left(a_{DUR_k(0), RAT_k(0)}^{Tr20} + b_{DUR_k(0), RAT_k(0)}^{Tr20} \cdot (DUR_k(0) - 20), 1 \right) \text{ sin on} \end{array} \right.$$

avec $\left(a_{DUR_k(0), RAT_k(0)}^{Tr0}, b_{DUR_k(0), RAT_k(0)}^{Tr0} \right)$, $\left(a_{DUR_k(0), RAT_k(0)}^{Tr5}, b_{DUR_k(0), RAT_k(0)}^{Tr5} \right)$, $\left(a_{DUR_k(0), RAT_k(0)}^{Tr10}, b_{DUR_k(0), RAT_k(0)}^{Tr10} \right)$, $\left(a_{DUR_k(0), RAT_k(0)}^{Tr15}, b_{DUR_k(0), RAT_k(0)}^{Tr15} \right)$ et $\left(a_{DUR_k(0), RAT_k(0)}^{Tr20}, b_{DUR_k(0), RAT_k(0)}^{Tr20} \right)$ des jeux de paramètres de chocs.

X.a.2.3. Risque action

Pour le risque action, deux chocs sont considérés et consistent à minorer les indices actions de type 1 et type 2 à la date initiale. Dans l'outil l'indice actions de type 1 est choqué de 39% et l'indice actions de type 2 est choqué de 49%.

X.a.2.4. Risque immobilier

Pour le risque immobilier, le choc consiste à minorer les indices immobiliers à la date initiale. Dans l'outil l'indice immobilier est choqué de 25%.

X.a.2.5. Risque de devise

Ici on ne considère que des montants en euro donc il n'y a pas de choc sur les devises ou plutôt un choc nul.