



Institut de Statistique de l'Université
Pierre et Marie Curie



Mémoire présenté devant l'Institut de Statistique de l'Université Pierre et Marie Curie pour l'obtention du diplôme de
Statisticien Mention Actuariat
et l'admission à l'Institut des Actuaire
le _____

Par : MONESTIER Martin

TITRE : Prise en compte des options et garanties financières en MCEV et impact du passage en rente sur la valeur d'un portefeuille.

Confidentialité : ☐ NON ☐ OUI (Durée : ☐ 1 an ☐ 2 ans)

Les signataires s'engagent à respecter la confidentialité indiquée ci-dessus

Membre du jury de l'Institut des
Actuaires :

Entreprise : *SWISS LIFE*
86 Boulevard Haussmann
75008 PARIS

Directeur de mémoire en entreprise :
- *CODET Erwan*

Membre du jury de l'ISUP :

Invité :
- *BONI Ella*

Autorisation de publication et de mise en ligne sur un site de diffusion de documents actuariels (après expiration de l'éventuel délai de confidentialité)

Responsable en entreprise :
- *REVERCHON Olivier*

Candidat :
- *MONESTIER Martin*

Remerciements

Je remercie très chaleureusement Olivier Reverchon pour m'avoir accueilli au sein de son équipe.

Je tiens à remercier, toute l'équipe de la Direction Risque Vie de Swiss Life d'avoir facilité mon intégration ainsi que les professeurs et intervenants de l'ISUP pour avoir assuré la partie théorique de mon stage.

Je remercie également Madame Ella Boni pour son accompagnement et ses conseils au cours de mes missions de stage ainsi que dans la réalisation de ce mémoire.

Je tiens à remercier tout particulièrement et à témoigner toute ma reconnaissance à Monsieur Erwan Codet, pour l'expérience enrichissante et pleine d'intérêt qu'il m'a fait vivre durant ce stage chez Swiss Life ainsi que pour les conseils prodigués pour la rédaction de ce mémoire.



Résumé

Une compagnie d'assurance vie a pour vocation de réaliser des profits dans un cadre très réglementé. Ces derniers proviennent du résultat technique et du résultat financier. Les rendements sur les produits financiers sont difficilement prédictibles même si la gestion actif-passif permet d'en mesurer les risques. Le résultat financier peut amortir les aléas financiers par une politique de participation aux bénéfices judicieuse. Pour ce qui est du résultat technique, il dépend essentiellement de la politique du management à maximiser le volume d'affaires nouvelles et les chargements prélevés aux clients tout en contenant les frais réels de la société ou les commissions versées aux apporteurs. Les autres éléments qui sont décisifs dans les résultats techniques et financiers sont les garanties prises envers les assurés qui sont principalement les taux minimums de revalorisation des contrats ou taux technique et la tarification des tables de mortalité utilisées. La prévision des résultats permet de déterminer une politique de distribution des bénéfices aux assurés en adéquation avec le maintien de la solvabilité de la compagnie.

Pour effectuer ces prévisions les compagnies d'assurance sont dotées de modèles internes et d'outils de modélisation puissants. La modélisation est « déterministe » dans un premier temps pour évaluer le scénario central, puis « stochastique » afin de calculer les options et garanties financières. Le modèle stochastique se nourrit des flux du modèle déterministe par la méthode du flexing. Le modèle stochastique prend en compte la gestion actif-passif dans la mesure où un résultat négatif peut donner lieu à la cession d'actif et inversement, un résultat positif peut engendrer un investissement.

Ces prévisions permettent d'établir les comptes de résultats de la compagnie sur un horizon de temps donné. Ces projections sont utilisées pour construire l'Embedded Value. En 2004, le CFO Forum a publié ses recommandations sur le calcul de l'European Embedded Value. Un progrès significatif a été réalisé sur la communication financière des compagnies d'assurance vie, cependant le manque d'homogénéité a amené le CFO Forum à développer la MCEV en 2008. L'approche Market Consistent mise en place répond aux critiques faites sur l'European Embedded Value en matière de standardisation, surtout en ce qui concerne la prise en compte des options et garanties financières dans la valorisation de l'activité d'assurance vie. Ce



mémoire traitera de la valeur temps des options et garanties financières puis de l'impact de la réserve de capitalisation et du fonds de participations aux bénéfices sur les résultats futurs.

Certains produits retraites comme les contrats Madelin ou les articles 83 donnent droit au moment de la liquidation de la retraite à une rente viagère alors qu'un contrat d'assurance vie peut comporter une option de passage en rente. Ce mémoire analysera l'impact sur la valeur d'une modélisation qui intègre le passage en rente par rapport à une modélisation qui simule une sortie sous forme de capital. On verra que le passage en rente crée un coût technique pour l'assureur plus ou moins important en fonction du portefeuille d'assurés.

Mots clefs : MCEV, EV, Options et garanties financières, Modélisation, Méthode du Flexing, Passage en rente, Assurance vie, Madelin, Article 83.

Abstract

Life insurance company profits come from the technical and financial result. Yields on financial products are difficult to predict even if the asset-liability management allows to measure risk. The financial result can absorb financial risks by a policy of profit-sharing sense. With regard to the technical result, it depends mainly on the policy management to maximize the volume of new business and charges levied to customers while containing the actual costs of the company or commissions paid to providers. Other elements decisive in the technical and financial result are the minimum rates guarantee of revaluation of contracts or technical rate and pricing mortality tables used. The forecast allows to determine a policy for distribution of profits to policyholders in line with the solvency of the company.

To make these predictions insurance companies are equipped with internal models and powerful modeling tools. The model is “deterministic” in the first instance to assess the baseline scenario, and “stochastic” in order to calculate the financial options and guarantees. The stochastic model is fed by the flows from the deterministic model used in the flexing method. The stochastic model takes into account assets-liabilities to the extent that a negative result may lead to the disposal of assets and vice versa, a positive result can lead to an investment.

These estimates allow to establish the income statements of the company over a period of time. These projections are used to build the Embedded Value. In 2004, the CFO Forum published its recommendations on the calculation of the European Embedded Value. Significant progress has been made on financial reporting of life insurance companies, however the lack of homogeneity led the CFO Forum to develop MCEV in 2008. The Market Consistent approach development responds to criticism on the European Embedded Value concerning standardization especially in regard to financial options and guarantees in the valuation of life insurance business. This thesis will study the time value of financial options and guarantees and the impact of the capitalization reserve and profit sharing funds on future results.



Some pensions as Madelin or Article 83 are eligible for the liquidation of a pension annuity then a life insurance contract may include an option for changing the nature of pension. This thesis will analyze the impact on the value of a model that incorporates the transition to an annuity against a model that simulates an output in the form of capital. We will see that the transition to an annuity creates a technical cost to the insurer more or less important depending on the portfolio.

Keywords: MCEV, EV, Financial options and guarantees, Modeling, Flexing Method, Transition into an annuity, Life insurance, Madelin, Article 83.

SOMMAIRE

INTRODUCTION.....	10
PARTIE 1 : Résultat en Assurance Vie et MCEV	11
1. Analyse du résultat d'une société d'assurance vie	12
1.1. La marge de mortalité	13
1.1.1. Résultat de mortalité à l'ouverture de rente	14
1.1.2. Résultat de mortalité pendant la phase de rente	16
1.2. La marge administrative.....	19
1.3. La marge financière.....	20
1.4. La participation aux bénéfices.....	21
1.5. Le cas particulier des contrats en unité de compte.....	22
2. Market Consistent Embedded Value.....	23
2.1. TEV : Traditionnelle Embedded Value.....	23
2.2. EEV : European Embedded Value	26
2.3. MCEV : Market Consistent Embedded Value	30
PARTIE 2 : Périmètre de l'étude	35
1. Description des produits.....	35
1.1. Assurance vie	35
1.2. ARTICLE 83	38
1.3. Contrats Madelin	40
2. Description technique.....	42
2.1. Phase de constitution.....	42
2.2. Phase de restitution.....	45
3. Description du Portefeuille.....	50
4. Description des Actifs	52
PARTIE 3 : Modélisation.....	54
1. Modélisation déterministe	54
1.1. Les primes	55
1.2. Les rentes.....	56
1.3. La provision mathématique	60
1.4. Le rachat	61
2. Modélisation stochastique	62
2.1. Scénarios économiques	63
2.1.1. Devises	63
2.1.2. Le marché monétaire	64
2.1.3. Le taux de référence	64
2.1.4. Test de validation	64
2.1.5. Les modèles stochastiques	65
2.1.6. Etalonnage	68
2.2. Flexing.....	69
2.2.1. Les principes de la méthode Flexing.....	69
2.2.2. Tests de validation du flexing	70
2.2.3. Analyse critique du flexing	71
2.3. Management rules	72

2.3.1. Le taux cible	72
2.3.2. Le Fonds de PB	73
2.3.3. Rachat dynamique	73
2.3.4. Arbitrage entre euro et UC	75
2.3.5. Règles d'allocation des actifs.....	76
PARTIE 4 : Analyse des résultats	79
1. Calage du Passif	79
2. Calage de l'Actif	83
3. Calcul de la PVFP stochastique	84
4. Calcul de la PVFP déterministe	88
5. Analyse de la PVFP.....	89
6. Analyse par produit	92
7. Analyse du passage en rente.....	94
CONCLUSION	95
BIBLIOGRAPHIE	97
ANNEXES	99
Annexe 1 : Chargements, frais et commissions	100
Annexe 2 : Description du portefeuille de rente	101
Annexe 3 : Présentation du logiciel Prophet	103
Annexe 4 : Compléments sur le modèle déterministe.....	105
Annexe 5 : Provisionnement pour une rente sur 2 têtes	107

INTRODUCTION

L'assurance est un secteur particulier car il possède un cycle de production inversé. L'assureur couvre un assuré en échange du paiement de primes, cependant l'assureur ne connaît pas avec exactitude le montant des prestations qu'il devra régler, il doit donc évaluer le montant de ses engagements de manière prudente pour l'enregistrer au passif. De ce fait, les assurances possèdent des passifs particulièrement élevés qui ne permettent pas aux analystes financiers de pouvoir évaluer une compagnie d'assurance comme une société classique. Ceci est particulièrement vrai pour le secteur de l'assurance vie où le montant des prestations versées au titre d'un contrat n'est connu que bien des années après l'ouverture du contrat. Les compagnies d'assurance ont donc du développer des indicateurs de leur valeur.

L'Embedded Value mesure la valeur d'une compagnie d'assurance du point de vue de l'actionnaire. Elle est calculée de manière déterministe et ne prend pas en compte le risque lié aux options et garanties financières.

Par la suite, le CFO Forum est constitué pour créer l'European Embedded Value qui prend en compte le risque provenant des options et garanties financières. Cependant un manque de méthode de calculs suffisamment précisée laisse trop de liberté aux compagnies d'assurance et rend difficile les comparaisons. La Market Consistent Embedded Value a donc été créée avec des principes de calculs homogènes pour faciliter le travail des analystes financiers.

Le modèle permettant le calcul de la MCEV est complexe et comme tout modèle, il nécessite des choix de modélisation. La prise en compte du passage en rente est un choix de modélisation, il sera intégré au modèle pour les contrats de retraite à cotisations définies comme les contrats Madelin ou article 83.

L'objet du mémoire est de comprendre la prise en compte des options et garanties financières en MCEV et l'impact du passage en rente sur la valeur d'un portefeuille.

PARTIE 1 : Résultat en Assurance Vie et MCEV

1. Analyse du résultat d'une société d'assurance vie

L'analyse du résultat permet de connaître les sources de profits ou de pertes d'une compagnie durant un exercice comptable. Cette partie a pour but d'expliquer comment se constitue le résultat d'une compagnie d'assurance vie.

On décompose ce dernier en trois types de marges :

- la marge de mortalité,
- la marge administrative, différence entre les chargements prélevés par l'assureur, ses frais et les commissions à verser aux apporteurs,
- la marge financière, écart entre les produits financiers et la participation aux bénéfices versée aux assurés.

On note que la marge technique se compose de la marge de mortalité et de la marge administrative.

1.1. La marge de mortalité

La marge de mortalité s'obtient comme le solde des postes suivants du compte de résultat qui seront détaillés par la suite :

- + Primes
- Chargements d'Acquisition
- + Participation aux Bénéfices
- + Intérêt Technique
- Chargements de Gestion sur Encours
- Transfert Euro vers UC
- + Transfert UC vers Euro
- Chargement sur Arbitrage
- Prestations
- Variation des Provisions mathématiques ($PM(n+1) - PM(n)$)

Ce résultat est nul en phase d'épargne, il existe uniquement durant la phase de rente. On notera que les produits « pieds de rente », dont une perte ou un gain de mortalité peuvent être constatés, ne seront pas étudiés dans cette étude.

Deux phénomènes expliquent, lors de la phase de rente, l'obtention d'un gain ou d'une perte de mortalité :

- lors de l'ouverture d'une rente, il peut exister un écart entre le capital constitutif de rente basé sur la table de mortalité tarifée et la provision mathématique qui sera enregistrée dans les comptes à partir de la table réglementaire. De plus, afin de se protéger contre des taux techniques tarifés trop importants, la provision mathématique peut être basée sur un taux technique plafond plus faible induisant aussi une perte technique.
- pendant la vie du contrat en rente, une différence peut être observée entre la mortalité effective constatée sur la police et la mortalité théorique issue de la table réglementaire utilisée pour le calcul de la provision mathématique.

1.1.1. Résultat de mortalité à l'ouverture de rente

A la souscription d'un contrat d'assurance vie, l'assureur peut garantir une table de mortalité et un taux technique pendant la phase de restitution de la rente.

Le montant de rente à verser est alors calculé en divisant le montant des droits du contrat constitué à l'instant de la liquidation par la valeur actuelle probable de l'engagement pour un 1 euro de rente et un individu d'âge x en prenant en compte ce taux technique et cette table de mortalité tarifée (noté $a_x^{\text{table et taux tarifés}}$).

Or, la réglementation actuelle française impose pour le calcul des provisions mathématiques pour ce type d'engagement l'utilisation d'une table de mortalité¹. Par ailleurs, une société d'assurance, afin de se prémunir contre des taux techniques tarifés trop élevés peut décider de provisionner avec un taux plafond plus faible.

La différence entre le calcul du $a_x^{\text{table et taux tarifés}}$ et du $a_x^{\text{table et taux provisionnement}}$ engendre alors une perte ou un gain pour l'assureur au moment du passage en rente.

En général, la table de mortalité réglementaire étant plus prudente que celle tarifée et compte tenu du taux technique de provisionnement inférieur ou égal au taux technique tarifé, une perte est constatée dans le compte.

Afin d'étayer cette explication, un exemple est présenté ci-dessous. Nous retiendrons les caractéristiques suivantes :

Soit une femme de 47 ans qui choisit d'exercer sa rente annuelle et possède un capital constitutif de 20 000 € noté K . Au moment où elle a signé son contrat, la table garantie était la TPRV93 avec un taux technique de 2%. Actuellement la table de provisionnement est la TGF05 avec un taux technique de 2%.

Ce qui implique une différence entre le $a_x^{\text{table et taux tarifés}}$ et le $a_x^{\text{table et taux provisionnement}}$.

$$a_x^{\text{table et taux tarifés}} = 26,74$$

¹ La table est établie sur la base de données publiées par l'Institut national de la statistique et des études économiques, et homologuées par arrêté du ministre de l'économie et des finances.

$$a_x^{\text{table et taux provisionnement}} = 28,28$$

L'assureur garantit donc un montant de rente noté r , basé sur la table et le taux tarifé.

$$r = \frac{K}{a_x^{\text{table et taux tarifés}}} = \frac{20000}{26,74} = 747,94\text{€}$$

La provision mathématique est calculée en utilisant la table de provisionnement pour garantir la rente annuelle de montant r .

$$PM = r \times a_x^{\text{table et taux provisionnement}} = 747,94 \times 28,28 = 21151,74\text{€}$$

Ainsi, une perte à l'ouverture de la rente de $21151,74 - 20000 = 1151,74\text{€}$ est constatée dans les comptes de la société d'assurance.

1.1.2. Résultat de mortalité pendant la phase de rente

Les tables de mortalité utilisées pour le provisionnement ne reflètent pas toujours la mortalité réelle. Lors de la phase de rente, la compagnie d'assurance observe des gains lorsque la mortalité réelle est supérieure à la mortalité de la table réglementaire de provisionnement. De même, la compagnie connaît des pertes en cas de mortalité réelle inférieure à la mortalité de la table.

La formalisation mathématique de l'écart de mortalité pouvant être constaté dans le cas d'une rente viagère est présentée ci-dessous.

Soit une rente pour un individu d'âge x en n , la provision mathématique pour le contrat s'exprime en fonction du montant de la rente, noté r , de l'actualisation ($v = \frac{1}{(1+i)}$ ou i est le taux technique) et de la mortalité établie sur la base d'une table.

$$\begin{aligned}
 PM(n) &= r \times a_x = r \times \sum_{i=1}^{120-x} {}_i p_x \times v^i = r \times \sum_{i=1}^{120-x} \frac{l_{x+i}}{l_x} \times v^i \\
 &= r \times \sum_{i=2}^{120-x} \frac{l_{x+i}}{l_x} \times v^i + r \times \frac{l_{x+1}}{l_x} \times v \\
 &= r \times \sum_{i=1}^{120-(x+1)} \frac{l_{x+i+1}}{l_x} v^{i+1} + r \times \frac{l_{x+1}}{l_x} \times v \\
 &= r \times \sum_{i=1}^{120-(x+1)} \frac{l_{x+i+1}}{l_{x+1}} v^i \times \frac{l_{x+1}}{l_x} v + r \times \frac{l_{x+1}}{l_x} \times v \\
 &= r \times \sum_{i=1}^{120-(x+1)} {}_i p_{x+1} v^i \times p_x v + r \times p_x \times v \\
 &= p_x v \times \left(\sum_{i=1}^{120-(x+1)} {}_i p_{x+1} v^i \times r + r \right) \\
 &= p_x v \times ((r \times a_{x+1}) + r)
 \end{aligned}$$

$$PM(n) = p_x v \times (PM(n+1) + r)$$



On trouve le résultat de mortalité de la table en cas de vie en faisant la différence entre la PM revalorisée en n moins l'arrérage qui est tombé en n et la PM en n+1 :

$$\begin{aligned}
 Rmort(n) &= (1+i) \times PM(n) - r - PM(n+1) \\
 &= (1+i) \times PM(n) - r - \frac{PM(n) \times (1+i)}{p_x} + r \\
 &= (1+i) \times PM(n) - \frac{PM(n) \times (1+i)}{p_x} \\
 &= (1+i) \times PM(n) \times \left(1 - \frac{1}{p_x}\right) \\
 &= (1+i) \times PM(n) \times \left(\frac{p_x - 1}{p_x}\right)
 \end{aligned}$$

En cas de vie de l'individu le résultat de mortalité est :

$$Rmort_{Vie}(n) = (1+i) \times PM(n) \times \left(\frac{p_x - 1}{p_x}\right)$$

En cas de décès le résultat de mortalité est la PM revalorisée :

$$Rmort_{Décès}(n) = (1+i) \times PM(n)$$

En conclusion, le résultat de mortalité s'écrit comme la somme du résultat de mortalité en cas de vie, pondéré par la probabilité réelle de vivre et du résultat de mortalité en cas de décès, pondéré par la probabilité réelle de mourir :

$$E(Rmort(n)) = Rmort_{Vie}(n) \times P(vie) + Rmort_{Décès}(n) \times P(décès)$$

Comme démontré ci-dessous, nous obtenons un résultat nul si la probabilité réelle est identique à la mortalité de la table de provisionnement :

$$E(Rmort(n)) = Rmort_{Vie}(n) \times p_x + Rmort_{Décès}(n) \times q_x$$



$$E(Rmort(n)) = (1+i) \times PM(n) \times \left(\frac{-q_x}{p_x}\right) \times p_x + (1+i) \times PM(n) \times q_x = 0$$

En pratique la mortalité réelle diffère de la mortalité telle que définie par la table.

En notant respectivement P'_x et Q'_x la survie et mortalité réelles, nous obtenons :

$$E(\hat{R}mort(n)) = (1+i) \times PM(n) \times \left(\frac{-q_x}{p_x}\right) \times P'_x + (1+i) \times PM(n) \times Q'_x$$

En reprenant l'exemple présenté dans le paragraphe sur le résultat de mortalité à l'ouverture de la rente, et considérant une mortalité réelle égale à 70% de la mortalité de la table de provisionnement, nous obtenons une perte la première année définie comme suit :

$$Résultat = (1+i) \times PM(0) \times \left(\frac{-q_x}{p_x}\right) \times P'_x + (1+i) \times PM(0) \times Q'_x$$

Avec un taux technique de 2% et une PM à l'ouverture de 21 151,74 €. On lit p_x et q_x dans la table TGF05 comme suit :

$$p_x = \frac{l_{x+1}}{l_x} = 0,998828758 \text{ et } q_x = 1 - p_x = 0,001171242$$

On en déduit les P'_x et Q'_x réelles :

$$Q'_x = q_x \times 0,7 \text{ et } P'_x = 1 - Q'_x$$

Ce qui donne une perte de mortalité de 7,59 € la première année.

1.2. La marge administrative

La marge administrative vient des écarts entre les chargements, les frais réels de l'entreprise et les commissions payées aux apporteurs. La marge administrative se décompose entre la somme de la marge d'acquisition et de la marge de gestion¹.

La marge d'acquisition peut être définie comme suit :

- + chargement d'acquisition
- frais d'acquisition
- commissions d'acquisition.

La marge de gestion est composée des éléments suivants :

- + chargement de gestion sur encours
- + chargement d'arbitrage
- + chargement sur rente
- frais de règlement des prestations
- frais de gestion
- commissions sur l'encours.

La définition de chaque poste est présentée dans l'Annexe 1 : Chargements, frais et commission.

¹ . Cf. Gestion et analyse financière[1]

1.3. La marge financière

Les produits financiers pour un exercice donné viennent des coupons des obligations, des plus values des actions, du rendement monétaire appliqué au fonds monétaire ainsi que des loyers de l'immobilier détenu par la compagnie d'assurance. Ce produit financier est diminué des moins values sur actions et obligations.

$$\begin{aligned} &+ \text{Produit des placements} \\ &- \text{Charge des placements} \\ &= \text{Montant des produits financiers} \end{aligned}$$

La marge financière correspond aux produits financiers nets de la partie allouée à la participation aux bénéfices qui sera intégrée au fonds de PB.

Le montant de la marge financière est de :

$$\text{Produit financier} \times (1 - \text{taux de PB sur PF})$$

Taux de PB sur PF: Le taux de participation aux bénéfices appliqué sur les produits financiers.

1.4. La participation aux bénéfices

En assurance, il existe une obligation réglementaire de distribuer les bénéfices.

La participation aux bénéfices peut être attribuée sous forme de réduction de prime, de prestations supplémentaires ou de revalorisation des garanties. Il est aussi possible d'affecter la participation aux bénéfices à une provision pour participation aux excédents. Toutefois la participation aux bénéfices attribués à un exercice devra être redistribuée aux assurés dans une durée ne dépassant pas 8 ans. Cette possibilité permet de lisser la revalorisation des contrats.

L'article L331-3 du code des assurances¹ impose une participation aux bénéfices, il faut attribuer un minimum de 90% du résultat technique si il est positif (100% en cas de résultat négatif) auquel vient s'ajouter un minimum de 85% des produits financiers. Ce montant peut être supérieur dans deux cas :

- en cas d'un choix de stratégie de l'assureur pour faire face à la concurrence.
- en cas d'une participation aux bénéfices contractuelle qui revient à un montant supérieur à la PB minimale. La PB peut, par exemple, être basée sur des indices extérieurs dont l'assureur n'a pas la maîtrise.

La somme du solde du résultat de mortalité et du résultat administratif donne le résultat technique. Il permet de calculer la part de participation aux bénéfices imputable au résultat technique qui est au minimum de 90% sur ce résultat en cas d'excédant. Ce résultat technique sera partagé entre participation aux bénéfices et bénéfice pour l'assureur qu'il pourra utiliser pour renforcer ses fonds propres ou éventuellement pour payer des dividendes.

Le montant du résultat technique pour l'assureur est de :

Résultat technique x (1 – taux de PB technique)

Taux de PB technique : Le taux de participation appliqué sur le résultat technique.

La participation au bénéfice minimale se définit par la formule suivante :

$$\begin{aligned} \text{PBmin} = & (85\% \text{ ou plus) des produits financiers} \\ & + (90\% \text{ ou plus) du résultat technique (en cas de résultat positif)} \\ & + (100\%) \text{ du résultat technique (en cas de résultat négatif)} \end{aligned}$$

¹ . Cf. Code des Assurances[2]

1.5. Le cas particulier des contrats en unité de compte

Les contrats en unité de compte possèdent des garanties qui s'expriment en parts déterminées d'un actif. Les provisions sont totalement représentées par ce même actif. Il n'y a pas de risque financier pour l'assureur car l'ensemble des gains ou pertes relatifs à des mouvements de marché est porté par l'assuré. Ainsi, il n'y a pas de notion de participation aux bénéfices pour les contrats en unité de compte.

Comptablement, il convient alors d'annuler les mouvements de marché des contrats en unité de compte afin d'éviter tout impact sur le résultat. Pour ce faire, un compte d'ajustement est utilisé¹.

¹ . Cf. Théorie et pratique de l'assurance vie[3]

2. Market Consistent Embedded Value

L'Embedded Value a connu plusieurs formes de publications avant celui de la MCEV. La première fut la traditionnelle Embedded Value (TEV). Puis la création du CFO forum en 2002 dont l'objectif est l'harmonisation des règles et de l'information financière relative au calcul de l'Embedded Value, a fait naître en mai 2004 l'European Embedded Value (EEV). Enfin en juin 2008, le CFO forum a fixé les règles de la MCEV.

2.1. TEV : Traditionnelle Embedded Value

En Angleterre, les comptes étaient publiés sous des hypothèses très prudentes qui ne permettaient pas aux actionnaires d'apprécier la valeur des compagnies de manière réaliste. L'Embedded Value fut créée pour pallier ce manque. Cette dernière s'est ensuite répandue progressivement en Europe, notamment en France où elle a été publiée pour la première fois en 1998 afin de justifier le prix d'introduction des actions en bourse de la CNP suite à sa privatisation¹.

L'Embedded Value se calcule comme la somme de deux éléments : la valeur du portefeuille (VIF) et l'actif net réévalué (NAV)².

- L'actif net réévalué est constitué du capital requis et du capital libre. Le capital requis correspond au capital dont une société d'assurance doit disposer afin de respecter les fonds propres nécessaires à son bon fonctionnement. Il doit au minimum respecter les contraintes réglementaires fixées par le régulateur. Il peut aussi être supérieur afin de satisfaire les marchés financiers et de montrer la bonne santé de la société. Le capital libre correspond aux surplus de fonds propres détenus par la société d'assurance au regard du capital requis.

¹ . Cf. Mesure de la valeur d'un portefeuille d'assurance vie épargne en euro et impact des facteurs y contribuant[4]

² . Cf. Modèles Financiers en Assurance[5]



- La valeur du portefeuille est égale à la valeur actuelle des résultats (profits ou pertes) futurs issus des contrats en portefeuille, ce qui correspond à la Present Value of Future Profits (PVFP) en TEV, à laquelle on soustrait le coût de capital.

Soit pour un taux d'actualisation i , un contrat prenant fin en n et « R_k » le résultat de l'année k , la PVFP peut être représentée de la manière suivante :

$$PVFP = \sum_{k=1}^n \frac{R_k}{(1+i)^k}$$

Les flux sont calculés sur des hypothèses de mortalité, de rachat et financières déterminées par avance.

L'Embedded Value permet de mesurer la rémunération que l'actionnaire pourra obtenir dans une activité comme l'assurance vie qui possède des engagements à long terme. L'analyse de mouvement donne les moyens de mesurer les évolutions d'une année sur l'autre de la valeur et de suivre les changements d'hypothèses économiques et non économiques, la nouvelle production ainsi que les changements de politique du management de l'entreprise. L'analyse de mouvement de même que les sensibilités aux hypothèses permettent de mieux apprécier les risques auxquels l'entreprise pourrait être affectée. L'Embedded Value s'obtient à l'aide d'un calcul déterministe où seul un scénario économique est utilisé.

Ainsi, l'Embedded Value possède deux défauts majeurs. Il n'y a pas de principe commun de calcul et comme l'EV s'obtient de manière déterministe, elle ne prend pas en compte les risques liés aux garanties et options financières des contrats.

Le manque de principe commun de calcul découle sur des méthodes et des hypothèses propres à chaque compagnie ce qui implique des difficultés ou des impossibilités de comparabilité de plusieurs Embedded Value.

La considération des risques liés aux garanties et options financières est insuffisante. On a plusieurs types de garanties financières comme la participation aux bénéfices, le taux minimum garanti pour les contrats en euros, la garantie plancher pour les contrats en unité de compte.



Prenons l'exemple des contrats en euros, avec un taux minimum garanti de 3% et une participation aux bénéfices de 85%. En cas de rendement des actifs élevé, l'assureur conservera 15% des gains et servira le reste à l'assuré. En cas de rendement inférieur au taux minimum garanti l'assureur devra seul faire face à ses pertes et devra payer la différence de taux à l'assuré. Selon le rendement des actifs, on a une asymétrie des gains. En résumé, si le rendement est élevé alors l'assuré fait les bénéfices les plus importants alors que si le rendement est faible, l'ensemble des pertes est pour l'assureur. Le calcul déterministe modélisant un rendement des actifs en une seule trajectoire ne permet pas d'évaluer correctement l'impact du taux minimum garanti et de la participation aux bénéfices sur le résultat d'une entreprise d'assurance.

Pour ces deux raisons, la traditionnelle Embedded Value est insuffisante. L'European Embedded Value a été élaborée pour pallier à ces faiblesses.

2.2. EEV : European Embedded Value

En 2002 est créé le CFO forum (Chief Financial Officers), c'est un groupe de travail composé de directeurs financiers de grandes compagnies d'assurance en Europe. L'objectif du CFO forum est de faire progresser l'harmonisation des règles et de l'information financière relative au calcul de l'Embedded Value. De plus le CFO forum a la responsabilité d'assurer une transition en douceur vers les nouvelles normes. Le CFO Forum se réunit chaque mois pour discuter des documents préparés par des groupes de travail composés de représentants des compagnies d'assurance membres. L'un de ses grands travaux est donc l'Embedded Value.

Le CFO forum a publié en 2004 « EEV Principles »¹ qui définit les 12 principes de calcul de l'Embedded Value et « Basis for Conclusions »² qui apporte des précisions. Il s'en est suivi, en 2005, la publication de « EEV Disclosures and Sensitivities »³ détaillant les études de sensibilité à effectuer dans le cadre de l'EEV.

L'EEV constitue le premier format standardisé de publication d'Embedded Value.

L'Embedded Value sous la forme EEV représente toujours une mesure de la valeur d'un portefeuille d'assurance du point de vue de l'actionnaire. L'Embedded Value se calcule sur le Covered Business, c'est au minimum les affaires d'assurance vie. L'Embedded Value mesure la valeur d'un portefeuille sur les affaires en cours.

L'Embedded Value se calcule comme la somme de trois éléments :

- Le capital libre (Free Surplus : FS) se définissant comme la valeur de marché du capital détenu au-delà du capital requis.
- Le capital requis (Required Capital : RC) se définissant comme au minimum la valeur de marché des actifs qui couvre réglementairement le portefeuille soit 1% des provisions mathématiques des contrats en unité de compte et 4% des provisions mathématiques des contrats en euros avant la réforme Solvabilité 2, mais il peut être

¹ . Cf. EEV Principles[6]

² . Cf. Basis for Conclusions[7]

³ . Cf. EEV Disclosures and Sensitivities[8]



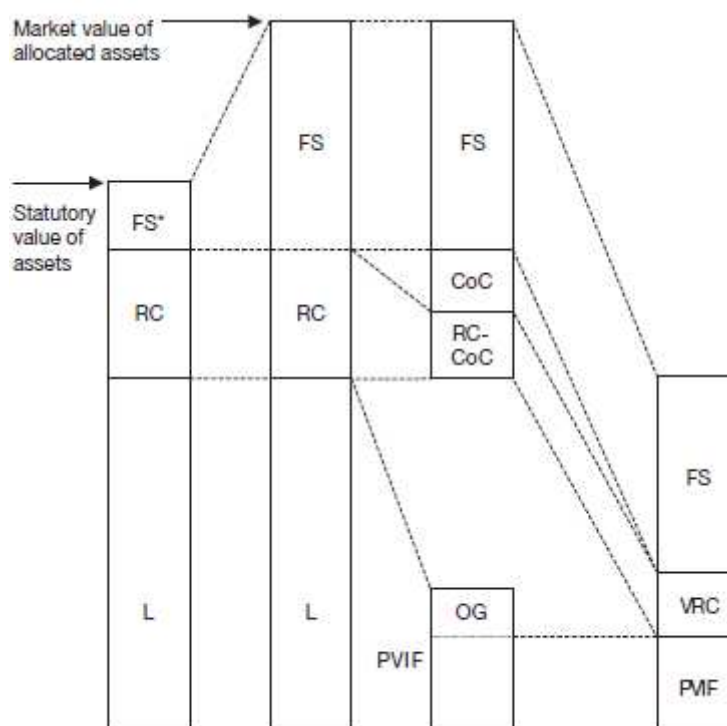
supérieur à cette limite. Le coût de capital vient diminuer le capital requis dans le calcul de l'EEV.

- La valeur actuelle des profits futurs issus du stock (Present Value of future shareholder cash flows from in force: PVIF) est la valeur actuelle des flux futurs destinés aux actionnaires provenant du portefeuille.

D'après le principe n°7, l'EEV doit intégrer l'impact des options et garanties financières. L'impact doit tenir compte de la valeur temps des options et garanties financières. La valeur temps correspond à la différence entre la valeur de l'option et sa valeur intrinsèque. La valeur intrinsèque d'une option correspond à la valeur de l'option exercée immédiatement, elle est intégrée dans la PVIF. Pour intégrer l'impact des options et garanties financières, c'est-à-dire la valeur de l'option, on retranche la valeur temps à la PVIF.

L'intégration des options et garanties financières nécessite l'utilisation d'hypothèses concernant le rendement des marchés financiers mais aussi le comportement de l'assuré par rapport aux rachats ou autres. D'après les principes n°9 et n°10, les hypothèses doivent être élaborées en Best Estimate, elles doivent se baser sur l'analyse du passé, du présent et du futur et de toutes les informations disponibles.

Schéma récapitulatif de l'EEV issu du document « EEV principes »



- FS = Capital libre (Free Surplus)
- RC= Capital requis (Required Capital)
- L= Provision pour le stock de contrat.
- CoC= Coût d'immobilisation du capital, c'est le coût pour les actionnaires d'immobilisation du capital requis. Car ce capital aurait pu être placé.
- VRC=RC-CoC
- PVIF= La valeur actuelle des profits futurs issus du stock.
- OG=Valeur explicite des options et garanties financières.

On peut dire que l'EEV répond aux deux critiques faites sur la TEV. Elle permet de décomposer le calcul de l'Embedded Value en des éléments identifiables et dont le principe de calcul est clairement expliqué. Ce qui permet une bonne comparabilité entre les Embedded Value de différentes compagnies d'assurance. De plus l'EEV prend en compte les options et garanties financières, ce qui représente une certaine avancée¹.

Cependant la méthode de calculs du coût des options et garanties financières n'est pas suffisamment précisée, elle laisse trop de liberté aux compagnies d'assurances. De plus la définition du taux d'actualisation n'est pas clairement expliquée. Il s'agit du taux sans risque

¹ Comprendre et analyser la communication financière des sociétés d'assurance : L'European Embedded Value CFO Forum[9]

plus une marge de risque. Le taux sans risque retenu est souvent la courbe des OAT ou la courbe des taux swap. La marge de risque évaluée par la compagnie d'assurance elle-même est très subjective par nature.

Pour ces raisons a été définie une approche Market Consistent.

2.3. MCEV : Market Consistent Embedded Value

Le CFO forum a publié les principes de la MCEV en juin 2008. Cependant suite à la crise financière, une nouvelle version fut publiée en octobre 2009 pour prendre en compte le risque de liquidité. Il s'agit de « MCEV Principles & Guidance »¹ qui explique les 17 principes, complété par « MCEV Basis for Conclusions »² pour apporter des détails. La méthode expliquée dans ces deux documents sera l'unique méthode de calcul de la MCEV retenue par le CFO forum à partir de décembre 2011.

La MCEV se calcule toujours sur le Covered Business qui représente au minimum les affaires en assurance vie. Le calcul de la MCEV se fait sur une hypothèse de run off, mais en considérant la poursuite d'exploitation de l'entreprise, et la projection a lieu jusqu'à extinction du portefeuille. En plus de la MCEV, le principe 1 prévoit la publication de la Group MCEV qui est une mesure de la valeur, pour les actionnaires, sur le Covered et non Covered Business, c'est-à-dire les affaires issues de l'assurance vie et les autres affaires de la compagnie. La Group MCEV permet à l'actionnaire d'avoir une vision de la compagnie dans son ensemble. Ce qui est plus pertinent car les actionnaires achètent des titres de la compagnie pas uniquement du portefeuille d'assurance vie.

Le calcul de la MCEV se décompose en la somme de trois éléments qui sont :

- Le Capital libre (FS)
- Le Capital requis (RC)
- La valeur du portefeuille (VIF : Value of in-force)

Les définitions en MCEV du capital libre et du capital requis restent les mêmes qu'en EEV.

¹ . Cf. MCEV Principles & Guidance[10]

² . Cf. MCEV Basis for conclusions[11]



La VIF correspond à la valeur des affaires en portefeuille, elle se décompose en 4 éléments¹ :

- La valeur actuelle des profits futurs (PVFP)
- La valeur temps des options et garanties financières (Time value of financial options and guarantees : TVFOG) (détaillé par la suite)
- Le coût de friction du capital requis (Frictional costs of required capital : FCRC). C'est le coût de l'impôt et des frais de gestion des actifs dédiés au capital requis.
- Le coût des risques non couvrables (Cost of Residual non Hedgeable Risks : CNHR). C'est un montant servant à couvrir le risque qui n'est pas pris en compte dans la TVFOG et la PVFP. Il inclut les risques non financiers comme le risque opérationnel.

$$VIF = PVFP - TVFOG - FCRC - CNHR$$

¹ . Cf. MCEV : Les nouveaux principes du CFO Forum[12]

La valeur temps des options et garanties financières (TVFOG)

La prise en compte des options et garanties financières est très importante dans la MCEV. Les options et garanties financières correspondent aux événements du contrat dont la valeur est influencée par le comportement de variables financières. Voici un tableau des principales options et garanties financières d'un contrat d'assurance vie avec les risques associés pour l'assureur :

Option ou Garantie	Définition	Risque
Taux minimum garanti	L'assureur garantit à l'assuré un taux de rendement minimum du contrat.	Risque de rendement de l'actif inférieur au taux minimum garanti.
Participation aux bénéfices	Clause de distribution des produits financiers.	Risque lié à l'asymétrie du partage des rendements financiers entre l'assuré et l'assureur.
Rachat	Droit de racheter son contrat et de récupérer son épargne.	Risque de céder des actifs en moins value.
Garantie plancher	Permet de recevoir un capital au moins égal aux sommes investies, lors du décès de l'assuré.	Risque de pertes lié au marché financier.
Arbitrage	Possibilité de transférer des euros vers des UC et inversement.	Risque de céder des actifs en moins value.

La valeur temps des options et garanties financières (TVFOG) doit respecter une méthode de calcul détaillée dans le principe 7. La TVFOG est la différence entre la valeur des options et garanties et la valeur intrinsèque de ces options. Ce qui revient à faire la différence entre la PVFP déterministe et la PVFP moyenne de scénarios stochastiques. Car la valeur intrinsèque des options et garanties est intégrée dans la PVFP déterministe et la PVFP moyenne de scénarios stochastiques intègre la valeur des options et garanties¹.

$$TVFOG = PVFP \text{ déterministe} - PVFP \text{ moyenne de scénarios stochastiques}$$

Les modèles stochastiques utilisés doivent être conformes à d'autre utilisation en interne. Chaque flux doit être projeté séparément. En MCEV, le taux sans risque est un taux de référence.

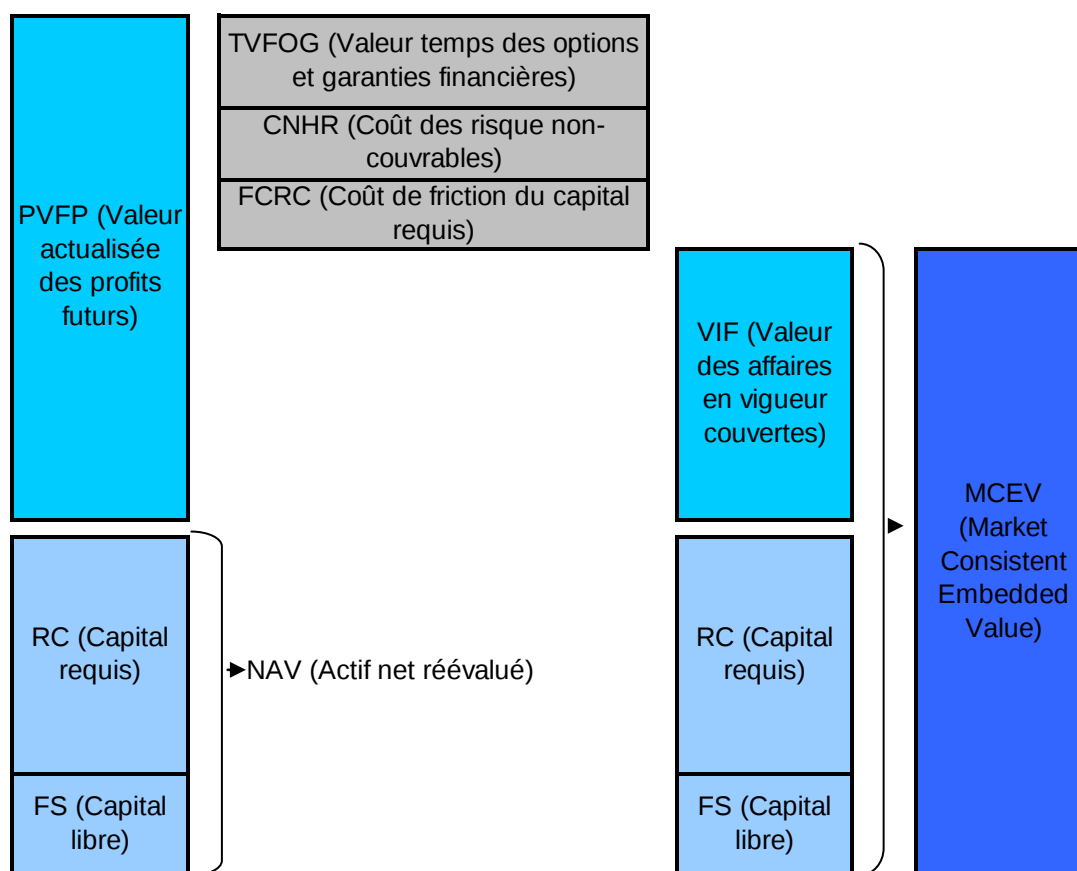
¹ . Cf. Market Consistent Embedded Value[13]

Ce taux de référence est la somme du taux issu de la courbe des taux des emprunts d'Etat et d'une prime de liquidité appropriée. Comme la courbe des taux d'emprunts d'Etat n'est pas facilement disponible dans les pays étrangers. Ce taux de référence servant de taux d'actualisation est le taux swap.

Les actifs sont projetés en univers risque neutre. Cela signifie qu'ils rapportent le taux de référence.

La courbe des taux swap est une courbe des taux construite en reprenant les taux pratiqués sur le marché des swaps pour les différentes échéances. La prime de liquidité dépend du passif, s'il s'agit d'un passif peu liquide comme un produit de rente car pas rachetable, les actifs représentatifs ne supporteront pas de risque de liquidité. On supposera que les actifs représentatifs des produits de rentes rapportent le taux sans risque plus une prime de liquidité. Contrairement au produit d'épargne en unité de compte dont la prime de liquidité sera nulle.

Schéma récapitulatif de la MCEV



La MCEV apporte une plus grande comparabilité entre les compagnies d'assurances car les principes imposent plus d'homogénéité dans les calculs. La Group MCEV est un indicateur pertinent pour les actionnaires.

La publication de la MCEV et la Group MCEV possèdent un format standard, exposé dans le principe 17. Ce format prend en compte l'évolution d'une année à l'autre et comprend la sensibilité à différents risques. Ce format standardisé est une bonne avancée pour les analystes qui gagnent du temps pour effectuer des comparaisons entre deux assurances.

De plus, le CFO forum préconise la publication d'un indicateur de la bonne santé future de l'entreprise. Il s'agit de la valeur du new business (NBV : New Business Value). Ce qui permet de définir l'Appraisal value, un indicateur utilisé par le marché. L'Appraisal value est composé de la MCEV et du goodwill. Le goodwill se définit comme la valeur que les nouveaux contrats rapporteront dans le futur, il s'exprime comme un pourcentage de la NBV. L'Appraisal value permet de prendre en compte la croissance d'une compagnie en termes de souscription, ce qui est important pour un investisseur à long terme. Car en MCEV, les calculs sont faits avec une hypothèse de run off qui ne donne pas d'information sur la politique de développement d'une compagnie d'assurance.

L'Embedded Value a connu beaucoup d'évolutions depuis les années 1980. Et va sûrement en connaître d'autres avec l'arrivée de solvabilité 2 et IFRS 4 phase 2¹.

¹. Cf. Market Consistent Embedded Value at a turning point[14]



PARTIE 2 : Périmètre de l'étude

Cette section décrit le périmètre sur lequel porte l'étude avec la présentation des produits présents dans le portefeuille puis la description statistique du portefeuille et la composition des actifs dédiés.

1. Description des produits

Le portefeuille de Swiss Life étudié dans le cadre de ce mémoire se compose de produits article 83, Madelin ou d'assurance vie. Cette partie a pour but de décrire les trois produits avec leurs fiscalités respectives, elle s'appuie sur des informations trouvées principalement sur le site de la FFSA¹.

1.1. Assurance vie

L'assurance-vie réunit deux types de contrats : les contrats d'assurance en cas de décès et en cas de vie. Les contrats d'assurance en cas de décès ont pour but le versement d'un capital ou d'une rente à un ou plusieurs bénéficiaires en cas de décès de l'assuré alors que les contrats d'assurance en cas de vie ou de capitalisation garantissent le versement d'un capital ou d'une rente à l'assuré s'il est encore en vie. Selon une étude de l'INSEE sur l'assurance vie en 2010, les contrats d'assurance en cas de vie et de capitalisation représentent l'essentiel des cotisations de l'assurance-vie (93 % d'un total de 143 milliards d'euros en 2010 soit 133 milliards d'euros). De plus, en 2010, 41% des ménages détiennent au moins un contrat d'assurance en cas de vie.

La mise en place d'un contrat d'assurance vie commence par la proposition, un document que l'assureur demande au souscripteur de remplir. Il s'en suit l'envoi par l'assureur d'une note d'information sur le projet de contrat, l'information précontractuelle. L'article A.132.8 du code des assurances donne une liste des informations qui doivent figurer dans la note. Ensuite le contrat d'assurance est établi, c'est le contrat par lequel un assureur s'oblige envers le souscripteur, moyennant paiement des primes à verser un capital ou une rente en cas de vie de

¹ . Cf. Fédération Française des Sociétés d'Assurances[15]

l'assuré, au profit du bénéficiaire. Le contrat décrit l'ensemble des conditions à travers les dispositions générales et les dispositions particulières. Une fois le contrat signé, le souscripteur peut y renoncer dans un délai de trente jours par lettre recommandée. L'assureur a une obligation de communiquer chaque année sur la valeur des garanties pour les contrats dépassant un montant d'épargne acquise de 2000€. Pour déterminer les primes, l'assureur tient compte des risques et des prestations à verser lors de la survenance du risque. Il existe plusieurs modalités de versement des primes : la prime unique, les primes périodiques qui sont programmées et les versements libres. En cas de non-paiement, l'assureur envoie au souscripteur, après 10 jours à compter de l'échéance de la prime, une lettre l'informant des conséquences du défaut de paiement de la prime dans les 40 jours. Le non-paiement de la prime entraîne la réduction du contrat ou sa résiliation.

Le souscripteur a la possibilité de demander une avance ou un rachat. L'avance est une opération par laquelle l'assureur accepte de prêter au souscripteur une fraction de la provision mathématique moyennant le versement d'intérêts. Les prestations garanties seront versées sous déduction de tout ou partie de l'avance non encore remboursée.

Le rachat est l'opération par laquelle l'assureur verse au souscripteur, de façon anticipée, tout ou partie de la provision mathématique.

Généralement les contrats d'assurance en cas de vie sont assortis d'une contre assurance, c'est-à-dire qu'en cas de décès de l'assuré avant une date déterminée, l'épargne constituée est versée au bénéficiaire.

Le régime fiscal de l'assurance vie

La réduction d'impôt sur le revenu concerne uniquement les contrats souscrits au profit de personnes handicapées. Le montant de réduction d'impôt est égal à 25% du montant des cotisations versées annuellement, dans la limite de 1 525€.

La fiscalité du contrat d'assurance vie en cas de rachat est différente selon l'ancienneté du contrat.

Pour le rachat d'un contrat après huit ans, les produits sont imposables, soit par réintégration dans les revenus imposables, soit par prélèvement libératoire au taux de 7,5%. L'imposition



porte sur les produits dépassant le seuil de 4 600€ pour une personne et 9 200€ pour un couple.

Pour le rachat d'un contrat d'assurance vie avant huit ans, les intérêts sont soit intégrés dans le revenu, soit soumis à un prélèvement forfaitaire libératoire de 35% en cas de rachat avant quatre ans et de 15% en cas de rachat entre quatre et huit ans. Pour cette raison, il est plus rentable de conserver un contrat d'assurance vie au minimum 8 ans.

Les contrats d'assurance vie sont soumis à des prélèvements et contributions sociales pour les contrats en euros ou pour la partie euros des contrats multisupports, ainsi que pour le dénouement (rachat ou décès) des contrats en unités de compte. Les prélèvements et contributions sociales s'élèvent à 12,3%.

A l'exception de certain cas, les prestations versées à un bénéficiaire en cas de décès de l'assuré sont exonérées de droits de succession ou de prélèvement.

Pour l'impôt sur la fortune (ISF), les valeurs de rachat des contrats ainsi que les capitaux et rentes perçues au terme du contrat entrent dans le patrimoine et sont donc imposables pour les personnes soumises à l'impôt sur la fortune.

1.2. ARTICLE 83

Les contrats d'assurance retraite souscrits par des entreprises pour leurs salariés possèdent un montant de cotisations de 8,1 milliards d'euros en 2009, soit une progression de 11 % par rapport à 2008. Les contrats article 83 représentent la majeure partie de ces engagements environ 44%.

Un article 83 est un contrat d'assurance de groupe épargne retraite par capitalisation. C'est un contrat à cotisations définies, le montant des cotisations est déterminé comme un pourcentage du salaire ou un montant forfaitaire revalorisé en fonction du plafond annuel de la sécurité sociale (Pass¹ en 2011 : 35 352 euros). L'adhésion au contrat est obligatoire pour tous les salariés d'une catégorie déterminée au sein d'une entreprise. A l'initiative de l'entreprise, ce contrat doit être souscrit auprès d'une assurance. La mise en place d'un contrat Article 83 se décide par l'employeur si l'entreprise prend en charge l'intégralité des cotisations. En cas de participation des salariés, la mise en place nécessite un accord collectif.

L'article 83 représente un bon moyen pour l'entreprise de motiver et fidéliser ses salariés. De plus ce contrat permet à l'entreprise de bénéficier d'avantages fiscaux et sociaux. Les cotisations versées par l'entreprise sont d'une part totalement déductibles du calcul de l'impôt sur les sociétés et d'autre part exonérées de charges sociales dans la limite d'un plafond individuel. La contribution d'impôt forfait social² est fixée à 46%, elle s'applique sur la partie des cotisations exonérées de charges sociales versées par l'employeur.

Pour les salariés, l'article 83 permet de se constituer une retraite par capitalisation sur un compte individualisé qui sera versée sous forme de rente viagère. Si le salarié quitte l'entreprise, ses droits lui restent acquis et lui seront versés lors de son départ à la retraite, il peut aussi les transférer sur un autre contrat. Si le salarié décède avant l'âge de la retraite alors

1Plafond annuel de la Sécurité sociale (PASS) : Le plafond annuel de la Sécurité sociale est un montant fixé dans le cadre de la loi de finances pour le calcul des cotisations de Sécurité sociale. Il peut notamment être utilisé par les organismes assureurs pour définir le montant d'une prestation qui est alors exprimée en pourcentage du PASS.

2 Forfait social : Le forfait social est une contribution patronale exigible depuis l'année 2009 qui s'applique aux sommes allouées au titre de la participation, de l'intéressement, sur le montant des abondements versé par l'employeur sur les plans d'épargne entreprise ou interentreprises (PEE, PEI), et sur les plans d'épargne pour la retraite collectif (PERCO). Le forfait social porte également sur les sommes versées au titre des régimes de retraite obligatoires pour la part qui est exonérée des cotisations de sécurité sociale.



l'épargne acquise est versée à ses bénéficiaires en exonérant les droits de succession. Dans de rares cas comme l'invalidité ou la cessation d'activité liée à une liquidation judiciaire, l'assuré peut racheter son contrat.

De plus le salarié bénéficie d'avantages fiscaux, les cotisations versées sont exonérées d'impôt sur le revenu à hauteur de 8% de la rémunération annuelle brute et dans la limite de 8 fois le Pass. La rente viagère est soumise à l'impôt sur le revenu après un abattement de 10% lors du départ en retraite ainsi qu'à des prélèvements sociaux à hauteur de 8,1%. Les cotisations versées par l'employeur sont assujetties à la CSG(7,5%) et à la CRDS(0,5%)¹ après l'application de l'abattement pour frais professionnels de 3%. Enfin, le capital acquis n'est pas soumis à l'ISF.

¹ La contribution sociale généralisée (CSG) et la contribution au remboursement de la dette sociale (CRDS) sont des prélèvements fiscaux destinés à diversifier les sources de financement de la sécurité sociale.

1.3. Contrats Madelin

Selon la FFSA, les cotisations versées au titre des contrats de retraite Madelin s'élèvent à 2034 millions d'euros en 2009, en progression de 1% par rapport à l'année précédente.

Le contrat Madelin est un contrat d'assurance collectif de retraite et de prévoyance. Il s'adresse aux travailleurs non salariés non agricoles (TNSNA). C'est-à-dire aux non salariés relevant de la catégorie des artisans, commerçants et industriels ainsi qu'aux professions libérales mais également aux dirigeants de sociétés soumises à l'impôt sur les sociétés et au conjoint collaborateur du travailleur habilité à souscrire à un contrat Madelin. Les TNSNA peuvent souscrire aux contrats Madelin que s'ils sont à jour de leurs cotisations obligatoires. Les cotisations doivent être versées de manière régulière au moins une fois par an. Un montant minimal de cotisation est fixé à la souscription, ce montant varie chaque année parallèlement au plafond de la sécurité sociale. L'adhérent a le choix de faire évoluer sa cotisation entre le montant minimal et dix fois ce montant. Des cotisations supplémentaires peuvent être versées pour les années antérieures à l'adhésion.

L'assuré peut racheter son contrat en cas d'invalidité, d'une cessation d'activité pour cause de liquidation judiciaire, du décès du conjoint ou en cas de surendettement.

La loi Madelin permet au TNSNA de cotiser pour un contrat de retraite supplémentaire, une complémentaire santé, une assurance de substitution de revenu en cas d'arrêt de travail et un contrat de prévoyance décès. Cette loi permet donc de pallier l'insuffisance des régimes généraux en matière de protection sociale, entre autres le TNSNA ne bénéficie pas de l'assurance chômage. La sortie du contrat de retraite se fait exclusivement sous forme de rente viagère. Les prestations servies sont imposables sur le revenu après un abattement de 10%.

La loi Madelin présente aussi un avantage fiscal dans la mesure où les cotisations sont déductibles du revenu imposable dans certaines limites. La déduction ne peut dépasser 10% du revenu professionnel plafonné à 8 Pass ou 10% du Pass si cette somme est plus élevée. Dans le cadre d'un contrat de retraite Madelin la déduction s'élève à 10% du revenu d'activité

majoré de 15% pour la part de revenu qui excède le Pass, dans la limite de 8 Pass. On déduit de ces limites, l'abondement reçu dans le cadre d'un PERCO¹.

Soit par exemple, un artisan qui a réalisé un bénéfice imposable de 50 000€ en 2011. Le Pass en 2011 est de 35 352€. L'artisan verse sur un contrat retraite Madelin le maximum qu'il lui est possible, soit :

$$(10\% \times 50000\text{€}) + (15\% \times (50000\text{€} - 35352\text{€})) = 7197\text{€}$$

1 PERCO : Le plan d'épargne pour la retraite collectif (Perco) permet au salarié de se constituer une épargne, accessible au moment de la retraite sous forme de rente ou, si l'accord collectif le prévoit, sous forme de capital. Le Perco est ouvert à tous les salariés (également aux chefs d'entreprises ou dirigeants), avec une condition d'ancienneté de maximum 3 mois.

2. Description technique

Les trois produits présentés précédemment comportent une phase de constitution correspondant à l'accumulation des fonds et une phase de restitution des droits correspondant à la période de rente.

2.1. Phase de constitution

Cette période permet de constituer un capital qui donnera droit à des prestations. Le capital constitutif se forme par le versement de primes. Ces primes sont placées et par le principe de capitalisation un montant c_0 permet de récupérer c_t au bout de t année au taux actuariel i :

$$c_t = c_0 (1 + i)^t$$

Dans l'hypothèse où il n'y a pas de rachat, les primes doivent avoir une valeur actuelle probable équivalente à celle des prestations.

Les modalités de paiement des primes peuvent être diverses :

- La prime unique, qui correspond à l'achat en un paiement de la garantie qu'offre le contrat.
- La prime périodique pour l'achat de la garantie en plusieurs versements déterminés par avance.
- Le versement libre qui se définit comme des primes uniques facultatives.

La réglementation française impose la tarification sur la base d'une table de mortalité et d'un taux d'actualisation. Depuis 2007, la table de mortalité utilisée dans la tarification de rente viagère est la TGH05 pour les hommes et la TGF05 pour les femmes. Ces tables sont construites par l'INSEE, elles donnent le nombre de survivants sur une population de 100 000 individus par âge et par génération. Avant 2007, la table réglementaire était la TPRV93 qui est basée sur la mortalité des femmes qui ont une espérance de vie plus forte que celle des hommes. L'assureur a la possibilité de construire et d'utiliser sa propre table d'expérience à condition de la faire certifier par un actuair indépendant. Chez Swiss Life, les produits exposés précédemment utilisent les tables réglementaires. Concernant le taux d'actualisation,



pour les contrats en prime unique, il est de 75% du TME¹ pendant les 8 premières années, au-delà le taux est plafonné au minimum entre 3,5% et 60% du TME. Pour les contrats en euros, le taux d'actualisation est de 75% du TME pendant 8 ans, puis 60% après. Pour les contrats en primes périodiques, le taux d'actualisation est le minimum entre 3,5% et 60% du TME.

Les contrats d'assurances vie se classent selon différents supports : euros ou unités de compte.

- Les contrats en euros sont destinés aux personnes qui ne veulent pas prendre de risques. Ces contrats sont majoritairement investis en obligations, ils sont donc peu sensibles aux aléas de la Bourse. Ces contrats garantissent un rendement minimal et une participation aux bénéfices. De plus, l'effet cliquet permet à l'épargnant d'acquérir les primes investies et les intérêts capitalisés quelle que soit les conditions des marchés financiers.
- Les contrats en unités de compte sont destinés aux investisseurs à long terme qui sont prêts à accepter les risques liés aux marchés financiers car l'assureur garantit le nombre d'unités de compte, non leur valeur. Une unité de compte peut être une part de valeurs mobilières ou immobilières (Sicav, actions, obligations, parts de fonds communs de placement). Le contrat en unité de compte peut être monosupports, s'il se réfère à une seule unité de compte ou multisupports, s'il se réfère à plusieurs unités de compte, avec éventuellement une garantie en euros. Dans un contrat multisupports, il est possible d'effectuer un arbitrage qui consiste à modifier la répartition du capital. Le mode de gestion peut être confié aux experts financiers en fonction du profil du souscripteur, prudent ou dynamique, ou alors on peut avoir une gestion libre où le souscripteur devra lui même définir l'allocation de ses unités de compte.

En générale pour tout type de support l'assuré bénéficie d'une contre assurance en cas de décès qui consiste en le remboursement des primes versées, pour le cas des contrats en unité de compte la garantie n'est pas fixée en euros mais est égale à la valeur d'un nombre déterminé de titres cotés ou de parts de sociétés immobilières au moment de leur exigibilité.

Pour les contrats en unité de compte il existe aussi en cas de décès des garanties complémentaires comme la garantie plancher qui permet au bénéficiaire de recevoir un capital

¹ Le TME est le taux de rendement sur le marché secondaire des emprunts d'État à taux fixe supérieurs à 7 ans.

minimal au décès de l'assuré, quelle que soit la valeur des unités de compte. En générale, le capital garanti minimal est le total des cotisations versées en euros.

2.2. Phase de restitution

A la fin de la phase de constitution, le capital constitutif est utilisé pour une sortie sous forme de rente ou de capital. En cas de sortie sous forme de capital, l'assuré récupère le capital constitutif au terme de son contrat. En cas de sortie en rente, le niveau des prestations est calculé sur la base du capital constitutif ainsi que sur une table de mortalité et un taux minimum garanti. Il existe différentes options de sortie en rente.

Une rente est une somme d'argent fixée à l'avance et reçue périodiquement pour une durée déterminée ou éventuellement tant que celui qui en bénéficie est en vie.

La rente peut être :

- certaine : dans ce cas l'assureur s'engage à verser un nombre d'annuités fixées, sans condition de survie de l'adhérent pendant la période de versement des annuités,
- viagère : dans ces conditions l'assureur s'engage à verser des annuités si le bénéficiaire est en vie. Le décès du bénéficiaire marque la fin des engagements de l'assureur.

La rente peut être issue soit de versements de primes (ce cas n'existe plus chez Swiss Life) soit de contrats à termes exigeant une sortie en rente obligatoire ou proposant une sortie en rente optionnelle.

En effet, les contrats collectifs souscrits dans un cadre fiscal défini, pour la constitution de l'Épargne en vue de la retraite tels que : Madelin ou Article 83 prévoient le versement des prestations sous forme de rente exclusivement. Lorsqu'il s'agit d'un contrat d'assurance vie, la rente est une option que l'adhérent peut choisir à la place de recevoir un capital. Dans les 2 cas, le capital assuré tient lieu de prime unique constitutive de la rente.

Le versement de la rente s'effectue selon les conditions prévues lors de la souscription du contrat. Ainsi, la rente peut être:

- servie soit d'avance ou à terme échu
- versée avec une périodicité annuelle, semestrielle, trimestrielle ou mensuelle



Lorsqu'une rente est servie d'avance, elle est perçue au début de la périodicité de versement. Dans le cas contraire (à terme échu), le règlement du premier arrérage est effectué en fin de périodicité de versement. Par exemple, pour une rente mensuelle à terme échu, un mois après la date de liquidation des droits de l'adhérent.

La rente peut être réversible ou non et peut comporter ou non une garantie de réversion ou de service minimum d'un certain nombre d'annuités.

Différentes options de rentes chez Swiss Life :

Option 1 : Rente Certaine

Cette option correspond à un engagement temporaire de l'assureur selon lequel il s'engage à verser un nombre minimum d'annuités à l'adhérent sans conditions de survie de celui-ci pendant la période de service des annuités garanties.

Ainsi, si le décès de l'assuré survient avant le terme de versement de la totalité des annuités, le solde actualisé est remis au bénéficiaire d'annuités.

Option 2 : Rente Viagère sur une tête avec un minimum d'annuités garanties

C'est un engagement de l'assureur sur la tête unique de l'adhérent.

En cas de décès de l'adhérent pendant la période d'annuités garanties, l'assureur verse les mensualités manquantes au bénéficiaire en cas de décès désigné jusqu'au terme de la période d'annuités garanties.

En cas de décès de l'adhérent au-delà de cette période, le paiement de la rente cesse immédiatement.

Option 3 : Rente Viagère sur une tête

C'est un engagement de l'assureur sur la tête unique de l'adhérent.

Il s'agit d'un engagement illimité de l'assureur selon lequel il s'engage à verser une rente à l'adhérent, tant qu'il est en vie. Le versement de la rente cesse dès le décès de l'adhérent.



Option 4 : Rente Viagère sur une tête avec contre assurance

Cette option correspond à l'option 3 avec la garantie particulière du remboursement du capital constitutif au décès de l'assuré sous déduction des arrérages précédemment servis. C'est donc un engagement de l'assureur sur la tête unique de l'adhérent.

Option 4 = Option 3 + Garantie décès.

Si le montant de la garantie décès est négatif, alors l'option 4 revient à l'option 3.

Option 5&6 : Rente Viagère sur deux têtes

Il s'agit d'un engagement de l'assureur sur la tête de l'adhérent et de son bénéficiaire désigné en cas de décès : C'est donc une rente sur deux têtes payable jusqu'au décès du survivant.

En cas de décès de l'adhérent (1^{ère} tête assurée) pendant le service de la rente, l'assureur verse une rente de réversion au bénéficiaire désigné à cet effet (2^{ème} tête assurée, le conjoint en général). La rente cesse d'être versée dès le décès de la 2^{ème} tête assurée.

Si le bénéficiaire désigné pour la réversion décède avant l'adhérent, la garantie réversion cesse ses effets. La rente reste payable sur la seule tête de l'adhérent et cesse dès le décès de celui-ci.

Le montant de la rente de réversion (rente versée au bénéficiaire en cas de décès de l'adhérent) est égal à x% de la rente servie à l'adhérent au moment de son décès.

Dans le cas de l'option 5, le pourcentage de réversion (appelé taux de réversion) est fixé à 100%. Dans le cas de l'option 6, celui-ci est inférieur à 100% (60% en général).

Option 7 : Rente Viagère sur deux têtes avec un minimum d'annuités garanties

Pendant la période d'annuités garanties

En cas de décès de l'adhérent pendant cette période, l'assureur verse la rente au bénéficiaire désigné pour la réversion, tant qu'il est en vie, ou en cas de décès de celui-ci pendant la période d'annuités garanties, l'assureur verse les mensualités manquantes au bénéficiaire désigné pour les annuités garanties.



Au-delà de la période d'annuités garanties

Au terme de la période d'annuités garanties, l'option 7 fonctionne comme une option 5 (le taux de réversion est de 100%).

Si l'adhérent et le bénéficiaire désigné pour la réversion sont en vie, la rente est subordonnée aux mêmes règles que celles applicables aux rentes de réversion simples.

Si l'adhérent est en vie et le bénéficiaire de la réversion est décédé, la rente est payée à l'adhérent et cesse dès son décès.

Si l'adhérent est décédée et le bénéficiaire de la réversion est en vie, la rente de réversion est payée à ce bénéficiaire et cesse dès le décès de celui-ci.

Si l'adhérent et le bénéficiaire sont décédés, la rente cesse d'être payée.

Synthèse

Le versement de la rente s'effectue selon les conditions prévues lors de la souscription du contrat. La rente prend effet à la date de liquidation ou selon le type de contrat, le 1^{er} jour suivant la réception par l'assureur de la totalité des pièces justificatives.

Les rentes sont le plus fréquemment trimestrielles, le tableau renseigne sur la répartition des PM par fréquence de paiement sur l'ensemble du système rente de Swiss Life.

Fractionnement	en K€				% du total			
	2 007	2 008	2 009	2 010	2 007	2 008	2 009	2 010
Annuel	2 020	2 459	2 683	2 828	0,4%	0,4%	0,4%	0,4%
Semestriel	4 454	4 243	4 484	5 030	1%	1%	1%	1%
Trimestriel	514 847	581 248	645 776	715 133	97%	97%	98%	98%
Mensuel	8 783	8 535	8 211	7 956	2%	1%	1%	1%
Total	530 105	596 485	661 153	730 947	100%	100%	100%	100%

Elles sont issues de contrats à termes exigeant une sortie en rente obligatoire ou optionnelle.

Elles peuvent comportées des annuités garanties. Le nombre d'annuités garanties chez Swiss Life est égal à 20. Toutefois, dans le cas des contrats à sortie en rentes obligatoires (Madelin, Art83), au regard des exigences de la loi, le nombre d'annuités est égale à l'espérance de vie



de l'adhérent, calculé à la date de liquidation de ses droits, et diminué de 5 ans, sans pouvoir toutefois excéder l'usage de Swiss Life soit 20 annuités.

Le montant de la rente est calculé à partir d'une table de mortalité et d'un taux garanti au contrat. Il est possible que ces deux paramètres soient fixés à différents moments prévus par le contrat. Cela peut être à la souscription du contrat, ou à chaque versement, ou sans garantie avec choix du taux et de la table au moment de la liquidation en rente. La table et le taux du contrat permettent de calculer le a_x .

Dans le cadre d'une rente viagère sur une tête :

$$a_x = \sum_{n=1}^{\omega} \frac{1}{(1+i)^n} \times {}_n p_x \text{ ou } i \text{ et } {}_n p_x \text{ sont obtenus avec la table et le taux du contrat.}$$

$$r = \frac{K}{a_x} \text{ ou } K \text{ est le capital constitutif et } r \text{ le montant de la rente prévue par le contrat.}$$

Maintenant pour provisionner cette rente il va falloir calculer un nouvel a_x sur la base d'une table et d'un taux réglementaire qui peuvent être différents.

3. Description du Portefeuille

Afin de permettre une bonne appréciation des coûts et gains que peuvent engendrer les différents produits qui rentrent dans cette étude, un portefeuille fictif a été défini.

Au 31/12/2010, le portefeuille est composé d'un ensemble de contrats. Ces contrats proviennent de contrats d'assurance vie, de contrats Madelin ou de contrats Article 83. En phase de constitution, ces différents contrats sont différenciés alors qu'en phase de restitution ils sont tous insérés dans un portefeuille de rente. Cette partie a pour but de décrire les portefeuilles utilisés dans le cadre du mémoire ainsi que les hypothèses de frais et les chargements pratiqués pour la modélisation.

Portefeuille de contrats Article 83

Nombre de contrats	72 contrats
Epargne acquise	18 579 650 €
Age moyen	46 ans
Proportion de femmes	46%
Taux garanti moyen	2,53%
Taux de prélèvement moyen sur encours	0,65%

Portefeuille de contrats Madelin

Nombre de contrats	22 contrats
Epargne acquise	1 548 324 €
Age moyen	54 ans
Proportion de femmes	50%
Taux garanti moyen	2,20%
Taux de prélèvement moyen sur encours	0,65%

On constate que ces deux portefeuilles possèdent des âges moyens autour de 50 ans, le passage en rente sera donc observable d'ici 15 ans en moyennes car l'âge légal de la retraite est de 65 ans.

Portefeuille de contrats d'assurance vie

Nombre de contrats	88 contrats
Age moyen	69 ans
Proportion de femmes	60%
Epargne acquise en Euro	12 692 057,92 €
Epargne acquise en UC	10 233 575,27 €
Taux de rendement garanti moyen pour la partie euro des contrats	2,50%
Taux de prélèvement moyen sur la partie euro	0,65%
Taux de prélèvement moyen sur la partie UC	0,90%

Pour les contrats d'assurance vie le passage en rente ne sera pas modélisé. En effet, c'est une option qui est peut utilisée quand elle existe. Les contrats d'assurance vie sont résiliés par l'intermédiaire de rachats.

Pour ces trois types de contrats le taux annuel de commissions sur encours est fixé à 0,4% des provisions mathématiques. Les frais fixes d'acquisition sont de 4% de la prime et pour les primes périodiques, la commission est de 2% de la prime.

Portefeuille de rente

Nombre de contrats	45 contrats
Provision mathématique	3 491 607 €
Age moyen	74 ans
Age moyen du bénéficiaire de la réversion pour les contrats sur 2 têtes	67 ans
Taux technique moyen	3%
Proportion de rente trimestrielle	91%
Proportion de rente a terme échu	84%

Le portefeuille de rente détient l'ensemble des différents types de rentes modélisées, une description par type de rente est dans l'Annexe 2 : Description du portefeuille de rente. De plus certains contrats sont relativement anciens, ils possèdent des garanties de tables qui ne sont plus utilisées actuellement.

Les chargements sur les rentes sont de 3% du montant de la rente. Pour l'ensemble des portefeuilles, on fait l'hypothèse que les frais, en pourcentage des provisions mathématiques, s'élèvent à 0,05% en phase de restitution comme en phase de constitution.

4. Description des Actifs

En assurance vie, il existe plusieurs types d'actifs admis en représentation des engagements. Ces actifs sont limités par catégories dans le but de diminuer les risques de marché et de liquidité. Il faut aussi que ces actifs soient dispersés de manière à ne pas détenir trop d'actifs d'une même société, pour se couvrir contre le risque de contre partie.

Voici la composition des actifs :

	Valeur comptable	Valeur de marché	Allocation
Monnaie	58 439 553	58 439 553	0,5%
Obligation	8 977 502 969	8 851 744 470	77,1%
Taux fixe	8 138 099 237	8 091 967 160	70,4%
Taux variable	782 834 849	701 656 018	6,1%
Indexée sur l'inflation	56 568 882	58 121 293	0,5%
Action	2 380 688 171	2 569 749 001	22,4%
Action et fonds action	568 495 770	523 931 452	4,6%
Hedge fund & private equity	152 290 779	160 809 204	1,4%
Titre de participation	21 240 753	32 581 241	0,3%
Immobilier	975 337 754	1 235 936 684	10,8%
OPCVM obligataire	663 323 115	616 490 421	5,4%
Option	4 543 362	7 159 059	0,1%
Total	11 421 174 054	11 487 092 084	100,0%

Les actifs sont de plusieurs types :

- Les obligations à taux fixe versent des intérêts fixés selon une périodicité prédéfinie jusqu'à son échéance,
- Les obligations à taux variables versent des intérêts sur un taux observable,
- Les obligations indexées sur l'inflation possèdent leurs coupons ou leur capital indexé sur l'inflation,
- Un fonds d'actions est un fonds investi en actions et donc en général à long terme,
- Les hedge funds sont des fonds d'investissements à vocation spéculative,
- Les private equity sont des fonds d'investissements en capital ou fonds propres dans des sociétés non cotées,
- Les titres de participation,



- L'immobilier correspond aux placements immobiliers et aux exploitations immobilières,
- Un OPCVM obligataire est constitué d'obligations émises par l'Etat ou les entreprises.

PARTIE 3 : Modélisation

Cette partie décrit la modélisation utilisée dans le cadre du mémoire. L'objectif est d'expliquer la modélisation dans le cadre de la MCEV et l'évaluation des options et garanties financières. La modélisation comporte un modèle déterministe et un modèle stochastique utilisée sur le logiciel Prophet¹, le but étant l'évaluation des options et garanties financières. Pour ce faire, il faut mettre en place une modélisation prenant en compte les différents scénarios économiques et les règles de modélisation concernant les comportements de l'assureur par rapport à la revalorisation des contrats ainsi que les comportements de l'assuré vis-à-vis du rachat.

1. Modélisation déterministe

La modélisation pour évaluer le scénario central est effectuée sur le logiciel Prophet (Annexe 3 : Présentation du logiciel Prophet). Ce modèle permet de projeter le compte de résultat mensuellement. Une simulation s'étend sur un horizon donné. Le passif est modélisé contrat par contrat afin de mieux rendre compte de la réalité des composantes du résultat tels que les primes, les prestations, la participation aux bénéfices, les intérêts crédités, les provisions mathématiques, les chargements sur encours et les produits financiers, ...

Lors de la construction du modèle déterministe certains postes ont demandé des choix de modélisation particuliers. Je vais développer la manière de modéliser les primes, le montant des prestations sous forme de rente ainsi que les provisions en phase de restitution. D'autres postes modélisés sont présentés dans l'Annexe 4 : Compléments sur le modèle déterministe.

¹ . Cf. Logiciel PROPHET : Formation[16]

1.1. Les primes

Les différentes primes observables sont :

- les primes périodiques,
- les primes uniques,
- les versements libres.

Les primes uniques et les versements libres ne posent pas de problèmes de modélisation. Pour les primes périodiques, le modèle prévoit des réductions de primes afin de prendre en compte soit l'arrêt des versements programmés dans le cas de l'assurance vie, soit l'arrêt des primes périodiques pour les produits Madelin, soit le départ de l'entreprise pour les primes périodiques des contrats Art. 83. On fait l'hypothèse que cette réduction est constante à hauteur de 5% par an pour les trois types de contrats.

Les primes périodiques sont définies selon :

- un pourcentage de salaire pour les Art. 83,
- un montant fixé qui peut être indexé pour les contrats Madelin et l'assurance vie.

Ainsi, l'indexation des primes ou l'augmentation des salaires conduisant à l'augmentation des primes est prise en compte par l'intégration d'une variable de revalorisation des primes périodiques.

1.2. Les rentes

Le passage en rente n'est modélisé que pour les contrats Madelin et Article 83 car la liquidation en rente est obligatoire pour ces contrats. Concernant les contrats en assurance vie, le passage en rente est facultatif. Les liquidations en rente sont alors considérées comme des affaires nouvelles.

Comme on l'a vu précédemment, concernant les produits d'assurance vie, Madelin, ou Article 83, il peut exister des garanties de taux techniques et de tables de mortalités en phase de restitution. Ces garanties peuvent être fixées :

- au moment de la souscription du contrat,
- au moment du versement des primes,
- au moment de la liquidation.

De plus on a vu qu'il existe différentes options de sortie en rente : la rente certaine, la rente viagère, la rente viagère contenant des annuités garanties et des rentes viagères avec réversion.

L'ensemble de ces paramètres permet de calculer un a_x . Ainsi le calcul du montant des prestations, c'est-à-dire du montant des rentes dépendra de ce a_x et du capital constitutif au moment de la liquidation :

$$r = \frac{K}{a_x}$$

Le calcul du a_x est donc essentiel pour déterminer le montant de la rente. Le a_x servira à calculer le montant des provisions, comme on le verra par la suite, il a été choisi de calculer le a_x par une formules de récurrence plutôt qu'une formule fermée qui recalculerait à chaque nouveau mois de projection. Le calcul du a_x se fait en fonction de l'option de sortie en rente.

Pour évaluer les a_x , il faut commencer par construire une variable indiquant le moment du versement de l'arrérage que la rente soit à terme échu ou à terme d'avance :

Code versement rente = si MOD(t;12/m)=0 alors 1 sinon 0.



Le modèle prend en compte le fractionnement, la rente peut être mensuelle, trimestrielle, semestrielle ou annuelle.

m : fréquence de versement

m=1 : périodicité annuelle

m=2 : périodicité semestrielle

m=4 : périodicité trimestrielle

m=12 : périodicité mensuelle

t : âge du contrat en mois

n : nombre d'annuités garanties (ou durée en années de la rente certaine)

i : taux d'intérêt technique

fg : frais de gestion.

Option 1 : Rentes Certaines

Formule dans le système rente		
Avance ax_RC_Avance	$(1 + fg) \left(\frac{1 - (1 + im)^{-(nm - tn)}}{i} + \frac{m + 1}{2m} (1 - (1 + i)^{-(nm - tn)}) \right)$	Si i=0 $(1 + fg) \left[(nm - tn) + \frac{m + 1}{2m} \right]$
Echu ax_RC_Echu	$(1 + fg) \left(\frac{1 - (1 + im)^{-(nm - tn)}}{i} + \frac{m - 1}{2m} (1 - (1 + i)^{-(nm - tn)}) \right)$	Si i=0 $(1 + fg) \left[(nm - tn) + \frac{m - 1}{2m} \right]$

Le programme permettant d'évaluer les a_x par récurrence pour une rente certaine à terme échu :

Si (âge de l'assuré en t > âge de l'assuré en 0 + n ans) alors 0 sinon

Si (Code versement rente=1)

Alors $M_t = \frac{M_{t+1}}{(1 + i)} + \frac{1}{(1 + i)} \times \frac{1}{m}$ Sinon $M_t = \frac{M_{t+1}}{(1 + i)}$



Le programme permettant d'évaluer les a_x pour une rente certaine à terme d'avance :

Si (âge de l'assuré en $t > \text{âge de l'assuré en } 0 + n \text{ ans}$) alors 0 sinon

Si (Code versement rente=1)

$$\text{Alors } M_t = \frac{M_{t+1}}{(1+i)} + \frac{1}{m} \quad \text{Sinon } M_t = \frac{M_{t+1}}{(1+i)}$$

Option 3, 5 et 6 : Rentes Viagères une tête (option 3) et Rentes viagères 2 têtes (option 5 & 6)

Pour le calcul des rentes viagères, on utilise la même méthode que la rente soit sur une ou deux têtes, il suffit de modifier les coefficients alpha et bêta, pour une rente simple sur l'individu de x années au départ, on paramètre $\alpha=1$ et $\beta=0$, ces paramètres permettent aussi de définir la quantité de reversions.

Décomposition du calcul par récurrence:

a_x	Si (Code versement rente=1) Alors $a_x = \frac{a_{x+1}}{(1+i)}(1-q_x)^{1/12} + \frac{(1-q_x)^{1/12}}{(1+i)} \times \frac{1}{m}$ Sinon $a_x = \frac{a_{x+1}}{(1+i)}(1-q_x)^{1/12}$
$\ddot{a}_x$	Si (Code versement rente=1) Alors $\ddot{a}_x = \frac{\ddot{a}_{x+1}}{(1+i)}(1-q_x)^{1/12} + \frac{1}{m}$ Sinon $\ddot{a}_x = \frac{\ddot{a}_{x+1}}{(1+i)}(1-q_x)^{1/12}$
a_{xy}	Si (Code versement rente=1) Alors $a_{xy} = \frac{a_{xy+1}}{(1+i)}(1-q_x)^{1/12}(1-q_y)^{1/12} + \frac{(1-q_x)^{1/12}(1-q_y)^{1/12}}{(1+i)} \times \frac{1}{m}$ Sinon $a_{xy} = \frac{a_{xy+1}}{(1+i)}(1-q_x)^{1/12}(1-q_y)^{1/12}$
$\ddot{a}_{xy}$	Si (Code versement rente=1) Alors $\ddot{a}_{xy} = \frac{\ddot{a}_{xy+1}}{(1+i)}(1-q_x)^{1/12}(1-q_y)^{1/12} + \frac{1}{m}$ Sinon $\ddot{a}_{xy} = \frac{\ddot{a}_{xy+1}}{(1+i)}(1-q_x)^{1/12}(1-q_y)^{1/12}$

a_x : PM afférente à 1€ de rente viagère selon le mode de fréquence et de versement choisi.

q_x : Probabilité de mortalité annuelle à l'âge x.

A l'aide des quantités ci-dessus on détermine la provision mathématique afférente à 1€ de rente viagère sur une ou deux têtes avec les formules suivantes :

A terme échu	$\alpha.a_{x+t} + \beta.a_{y+t} + (1-\alpha-\beta).a_{xy+t}$
A terme d'avance	$\alpha.\ddot{a}_{x+t} + \beta.\ddot{a}_{y+t} + (1-\alpha-\beta).\ddot{a}_{xy+t}$

L'option 4 qui est une rente viagère sur une tête avec contre assurance se modélise de la même manière qu'une option 3. Les options 2 et 7 qui sont une rente viagère sur une tête avec annuités garanties (option 2) et une rente viagère sur 2 têtes avec annuités garanties (option 7)

se modélisent à partir des autres options. Pendant la période d'annuités garanties, les a_x des options 2 et 7 se modélisent comme la somme d'un a_x pour une rente certaine et d'un a_x pour un capital différé du montant de la provision d'une rente viagère à l'issue de la fin de la période d'annuités garanties. Après la période d'annuités garanties les a_x des options 2 et 7 se modélisent comme les a_x d'une rente viagère avec ou sans réversion.

1.3. La provision mathématique

La PM se détermine par la prise en compte des primes en entrées et des prestations en sorties mais aussi par la prise en compte de la politique de la compagnie concernant la participation au bénéfice.

Au moment de la liquidation, si l'assuré sort en capital alors il récupère son épargne sinon un montant de rente est calculé sur la base d'un taux et d'une table définie au contrat comme on l'a vu précédemment. Cette rente est provisionnée sur la base d'une table de mortalité réglementaire. Par prudence, un taux technique de provisionnement peut aussi être utilisé.

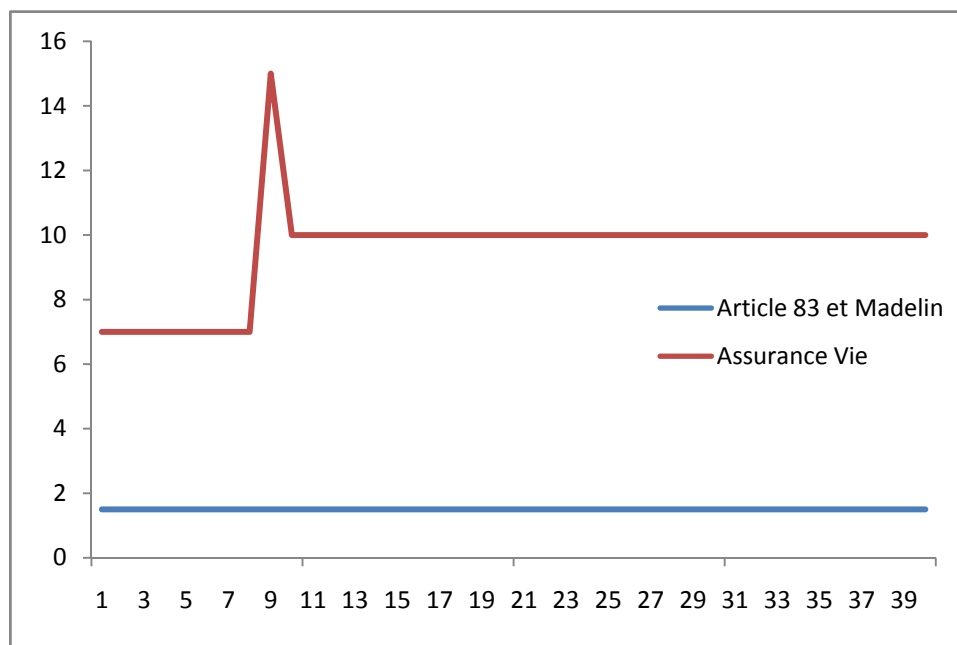
L'évaluation finale de la provision mathématique réalisée sous Prophet prend en compte le montant de la rente, les $a_x^{\text{table et taux provisionnement}}$ et la variable No_Pols_If.

No_Pols_If correspond à la probabilité d'être vivant à l'instant t pour une police. Au début du contrat cette variable est initialisée à 1 car l'individu est vivant.

La provision mathématique à l'ouverture correspond au produit du $a_x^{\text{table et taux provisionnement}}$ par le montant de la rente. Cette provision est recalculée à chaque instant en utilisant le nouveau $a_x^{\text{table et taux provisionnement}}$ calculé par récurrence comme vu précédemment. Ce qui implique une perte de mortalité. On utilise la variable No_Pols_If de manière à prendre en compte la probabilité de mourir depuis l'ouverture du contrat jusqu'au moment de la projection où on calcule la PM. Le calcul est plus compliqué pour une rente avec réversion, l'explication et la démonstration est dans l'Annexe 5 : Provisionnement pour une rente sur 2 têtes.

1.4. Le rachat

La loi de rachat dans le modèle déterministe est paramétrée par produit, les rachats représentent un pourcentage des provisions mathématiques chaque année.



On constate que pour les contrats Madelin et article 83, on a fait une hypothèse d'un montant de rachat de 1,5% des provisions mathématiques sur toute la projection.

Pour les contrats d'assurance vie, le montant de rachat est de 7% des provisions mathématiques avant la 8^{ème} année, puis passe brusquement à 15% entre la 8^{ème} et la 9^{ème} année pour retourner à 10% la 10^{ème} année jusqu'à la fin de la projection. Ces hypothèses découlent de la fiscalité des contrats d'assurance vie qui n'est pas avantageuse si l'on rachète avant 8 ans de contrat comme l'explique la partie précédente sur la description des produits.

2. Modélisation stochastique

La modélisation stochastique s'effectue sous Prophet ALS qui est la librairie permettant de modéliser les interactions entre l'actif et le passif. La modélisation de l'actif s'établit à l'aide de scénarios économiques¹, d'une allocation d'actif initiale et d'une allocation stratégique d'actif. Pour la modélisation du passif², la méthode utilisée est celle du « Flexing » ; le passif modélisé dans le modèle déterministe conduit à créer des flux qui seront utilisés comme paramètres dans le modèle ALS. La modélisation stochastique nécessite certaines règles de modélisation concernant les comportements de l'assureur et de l'assuré, il s'agit des « Management Rules ».

¹ . Cf. MCEV Guidelines[17]

² . Cf. Formation à la modélisation du passif sous PROPHET[18]



2.1. Scénarios économiques

Cette section a pour but de décrire les scénarios économiques utilisés pour le calcul de la MCEV, ainsi que les modèles mathématiques retenus.

Les scénarios économiques représentent les futures conditions économiques possibles dans un univers risque neutre. Les rendements financiers de chaque type d'actif sont modélisés comme des processus stochastiques.

Le générateur de scénarios économiques répond aux caractéristiques de cohérence avec le marché, c'est-à-dire que le modèle doit être calibré de manière à refléter les informations contenues dans les prix du marché à la date d'évaluation.

2.1.1. Devises

Les actifs sont libellés en 2 monnaies :

- Euros EUR
- Dollar américain USD

Les scénarios économiques doivent prendre en compte les différentes devises. Il faut sélectionner le numéraire, c'est-à-dire, choisir la monnaie de base dans le générateur de scénarios économiques. La monnaie de base est l'Euro. La valeur actuelle d'un actif en devise de base est obtenue par la moyenne des gains futurs actualisés générés par l'actif. Pour des actifs libellés en monnaie étrangère, la valeur actuelle est obtenue en faisant la moyenne des gains futurs actualisés dans la devise de base. Cela signifie que les gains doivent être traduits dans la monnaie de base et ensuite actualisés. Ce qui nous donne la valeur dans la monnaie de base du flux libellé dans une monnaie étrangère. Les flux en devises étrangères sont actualisés par le déflateur de change :

$$D_i(t) = \frac{X_{i,base}(0)}{X_{i,base}(t) \cdot C_{base}(t)}$$

$C_{base}(t)$ est un indice dans la devise de base.

$X_{i,base}(t)$ est le taux de change de la monnaie i par rapport à la monnaie de base.



2.1.2. Le marché monétaire

L'indice de rendement monétaire est entraîné par la valeur du taux sans risque nominal. Le taux sans risque nominal est la somme du taux sans risque et du taux d'inflation.

2.1.3. Le taux de référence

Les taux de référence sont les taux swap pour différentes maturités.

Les modèles utilisés sont :

- Vasicek à deux facteurs pour le taux sans risque.
- Black-Karasinski à deux facteurs pour le taux sans risque nominal.

2.1.4. Test de validation

Il est important de tester toutes les sorties de simulations pour s'assurer que les scénarios reproduisent la valeur du marché à un haut degré de précision. Il existe deux tests qui sont faits en interne : le test de la Martingale et le test de la volatilité implicite.

Le test de la Martingale

Ce test se base sur la propriété des martingales selon laquelle en univers risque neutre, la valeur d'un actif actualisé est une martingale. Sa valeur dans le futur est égale à sa valeur actuelle, à tout moment.

$$S_0 = E_q[S_t^*]$$

E_q est l'espérance sous la probabilité risque neutre Q .

S_t^* est la valeur de l'actif actualisé en t .

L'espérance de S_t^* est une estimation de S_0 sur l'ensemble des scénarios. Il y a une certaine incertitude, l'écart est appelé l'erreur d'échantillonnage.

Pour chaque simulation des essais sont effectués pour voir si S_0 se trouve dans l'intervalle de confiance à 95%.

Ce test permet de valider les scénarios économiques.



Le test de la volatilité implicite

Le test de la volatilité implicite analyse l'exactitude des prix des produits dérivés. Ce test compare les prix des produits dérivés obtenus par la méthode de Monte Carlo et les prix des produits dérivés du marché.

2.1.5. Les modèles stochastiques

Le Taux nominal

Le taux nominal est modélisé par le modèle de Black-Karasinski à deux facteurs. La dynamique est donnée par les équations stochastiques suivantes :

$$\begin{aligned}dLn[r(t)] &= \alpha_1.(Ln[m(t)] - Ln[r(t)]).dt + \sigma_1.dW_1(t) \\dLn[m(t)] &= \alpha_2.(\mu - Ln[m(t)]).dt + \sigma_2.dW_2(t)\end{aligned}$$

Où $W_1(t)$ et $W_2(t)$ sont deux mouvements browniens indépendants.

Ce modèle considère le logarithme des taux, ce qui permet de s'assurer de la positivité des taux simulés.

Le Taux d'intérêt réel

Le taux réel est modélisé avec un modèle de Vasicek à deux facteurs. Selon ce modèle de taux, la probabilité que le taux soit négatif est supérieure à zéro. Ce modèle est la solution des équations stochastiques suivantes :

$$\begin{aligned}dr_1(t) &= \alpha_1.(r_2(t) - r_1(t)).dt + \sigma_1.dW_1(t) \\dr_2(t) &= \alpha_2.(\mu - r_2(t)).dt + \sigma_2.dW_2(t)\end{aligned}$$

Selon ce modèle le prix des obligations zéro coupon peut être calculé analytiquement.

Les Actions

Le rendement des actions dans une monnaie déterminée est modélisé par un modèle à facteurs multiples sur une période Δt . Ce modèle utilise un facteur spécifique à l'action et un facteur rendant compte du risque de marché.



Voici l'équation du modèle :

$$r(t + \Delta t) = r(t) \cdot \Delta t + \sum_{f=1}^F \beta_f \cdot (\sigma_f \cdot \sqrt{t} \cdot Z_f(t)) + (\sigma_{\text{spécifique}} \cdot \sqrt{t} \cdot Z_{\text{spécifique}}(t)) - \frac{1}{2} \left(\sum_{f=1}^F \beta_f^2 \cdot \sigma_f^2 + \sigma_{\text{spécifique}}^2 \right) \cdot \Delta t$$

F est le nombre de facteur.

β_f est la sensibilité de l'action au facteur f.

σ_f est la volatilité associée au facteur f.

Z_f est le choc associé au facteur f, il suit une loi normale centrée réduite.

Le modèle child asset

Dans le modèle child asset (modèle d'actifs enfants) sous la probabilité risque neutre, certains actifs (les actifs enfants) sont caractérisés par une exposition « β » à d'autres actifs (les actifs parents).

La dynamique de ce modèle est exprimée par l'équation suivante :

$$r_{\text{enfant}}(t + \Delta t) = \beta \cdot (\sigma_p \cdot \sqrt{t} \cdot Z_p(t)) + (\sigma_{\text{spécifique}} \cdot \sqrt{t} \cdot Z_{\varepsilon}(t)) - \frac{1}{2} (\beta_p^2 \cdot \sigma_p^2 + \sigma_{\text{spécifique}}^2) \cdot \Delta t$$

$Z_p(t)$ est le choc normalisé associé à un actif parent.

$Z_{\varepsilon}(t)$ est le choc spécifique associé à l'actif enfant.

$\sigma_{\text{spécifique}}$ est la volatilité spécifique de l'actif enfant.

Le Modèle de rendement des dividendes

Le rendement des dividendes est supposé suivre un processus autorégressif du premier ordre (AR(1)) :

$$\ln\left(\frac{Y_t}{Y_{t-1}}\right) = (1 - \alpha) \cdot (\mu - \ln(Y_{t-1})) + \sigma \cdot Z_Y$$

Z_Y est un choc aléatoire qui suit une loi normale centrée réduite.

α est le taux de retour à la moyenne μ .

σ est le paramètre de volatilité.

La relation entre le rendement total et le rendement des dividendes au temps t est donnée par :

$$P_t = P_{t-1} \frac{1 + R_t}{1 + Y_t}$$



P_t est l'indice des prix à l'équité.

R_t est le rendement total.

Y_t est le rendement des dividendes au moment t .

Donc le dividende est de : $D_t = P_t \times Y_t$

Modèle pour l'immobilier

La valeur de marché de l'immobilier est modélisée de la même façon que les actions.

Modèle de taux de change :

Soit $X_i(t)$, le taux de change. Il désigne le nombre d'unités de monnaie étrangère par unité de monnaie de base au moment t . Sous la probabilité risque neutre, le taux de change satisfait l'équation suivante :

$$\frac{dX_i(t)}{X_i(t)} = (r_i(t) - r_{base}(t) - 0,5\sigma_i^2)dt + \sigma_i.dZ_i(t)$$

$r_i(t)$ est le taux nominal de la monnaie i .

$r_{base}(t)$ est le taux nominal dans la monnaie de base.

σ_i est la volatilité du taux de change.

$dZ_i(t)$ est un choc de taux qui n'est pas corrélé aux autres variables économiques.

Modèle d'inflation

Le taux d'inflation de l'année est donné simplement par la différence entre le taux nominal et le taux réel :

$$I(t+1) = I(t).e^{r_{nominal}(t) - r_{réel}(t)}$$

$I(t)$ est l'indice d'inflation.

2.1.6. Etalonnage

Les scénarios économiques doivent être calibrés sur les prix du marché de manière cohérente pour que la projection des flux soit en ligne avec les prix de flux semblables négociés sur le marché. Les scénarios économiques sont calibrés en date d'évaluation. Le processus de calibrage conforme au marché sera effectué si le marché est suffisamment liquide pour avoir de l'information.

Les facteurs suivants sont calibrés sur les données du marché :

- La courbe des taux nominaux
- La volatilité des taux d'intérêt
- La volatilité des actions
- Le taux de rendement de dividende des actions

Lorsque le marché n'est pas assez liquide ou si le marché n'existe pas, l'étalonnage des modèles est basé sur le calibrage de certains éléments comme la volatilité des rendements de dividendes, le taux de retour à la moyenne et la volatilité du taux de change.

Comme l'immobilier n'est pas négocié sur un marché profond et liquide, sa volatilité ne peut pas être calibrée de manière conforme au marché. Ces paramètres sont basés sur les volatilités historiques des indices de l'immobilier.

La volatilité utilisée pour les hedge funds et autres placements alternatifs est fixé selon le jugement d'experts.

2.2. Flexing

La méthode du flexing est celle utilisée dans le modèle prophet actif-passif pour modéliser le passif.

2.2.1. Les principes de la méthode Flexing

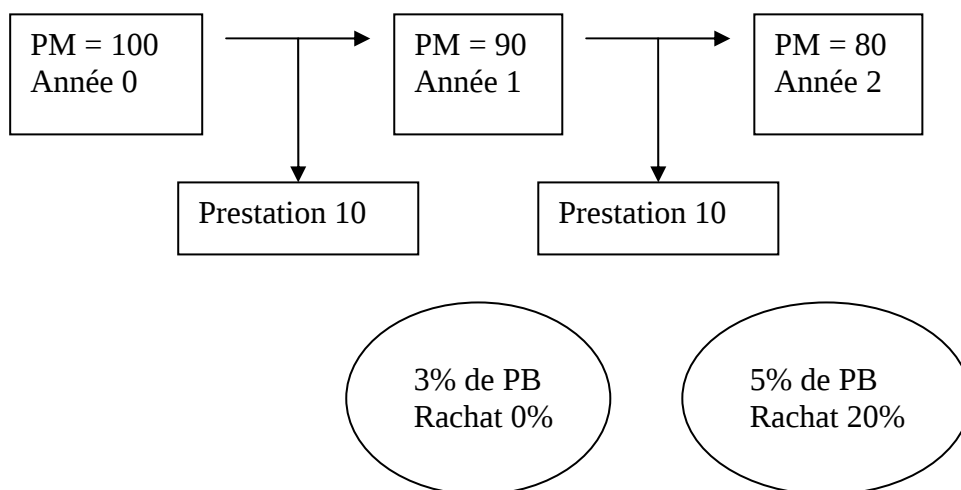
Le modèle stochastique prend en entrée des flux qui vont être flexés. Il s'agit des flux du modèle déterministe sans la PB. Les flux déterministes sont calculés contrat par contrat, ils comportent : le coût de gestion, les commissions, les primes encaissées, les provisions mathématiques, les rachats, les décès, les maturités, les rentes et les intérêts crédités. Ces flux sont regroupés en segments par taux garantis, politique de PB, comportement des assurés et selon s'il s'agit d'un produit phare ou non. Un segment de flexing correspond donc à une nature de produit, un intervalle de taux technique et un taux de PB. Ces flux déterministes sans PB servent de base pour déterminer les flux stochastiques qui intègrent en accord avec les éléments venant des actifs la PB, les impacts des rachats dynamiques et autres impacts des managements rules.

Chaque année, un choc sur les flux déterministes est réalisé via les taux de PB, rachats et arbitrages calculés en fonction de l'impact des scénarios stochastiques sur l'actif.

Le passif choqué interagit avec l'actif dans la cession ou l'achat d'actif afin que le passif et l'actif soient équilibrés. Toutes les variables sont alors ajustées suivant l'impact de ces interactions par un système de ratios.

Exemple de Flexing

Soit un ensemble de contrats qui a 100€ de provisions mathématiques, ces contrats appartiennent au segment des produits phares avec une certaine politique de PB et un certain comportement vis-à-vis du rachat. Les primes et le taux technique sont nuls.



Flexing ratio	1	$1 \times (1+3\%)$	$1 \times (1+3\%) \times (1+5\%)$
	1	1	$1 \times (1-20\%)$
PM Flexée	100	$90 \times (1+3\%)$	$80 \times (1+3\%) \times (1+5\%) \times (1-20\%)$

2.2.2. Tests de validation du flexing

Deux tests permettent de s'assurer de la précision et du bon déroulement du flexing :

Chacune des variables de passifs étant flexée de façon successive, une vérification doit être faite sur la stabilité des valeurs obtenues. Un test vérifie donc l'adéquation entre l'actif et le passif.

Une analyse des écarts est menée entre le modèle Prophet déterministe et le modèle ALS en utilisant des rendements financiers futurs identiques.

2.2.3. Analyse critique du flexing

La précision étant garantie par l'utilisation d'un système de ratios, il peut y avoir certaines difficultés avec des garanties complexes.

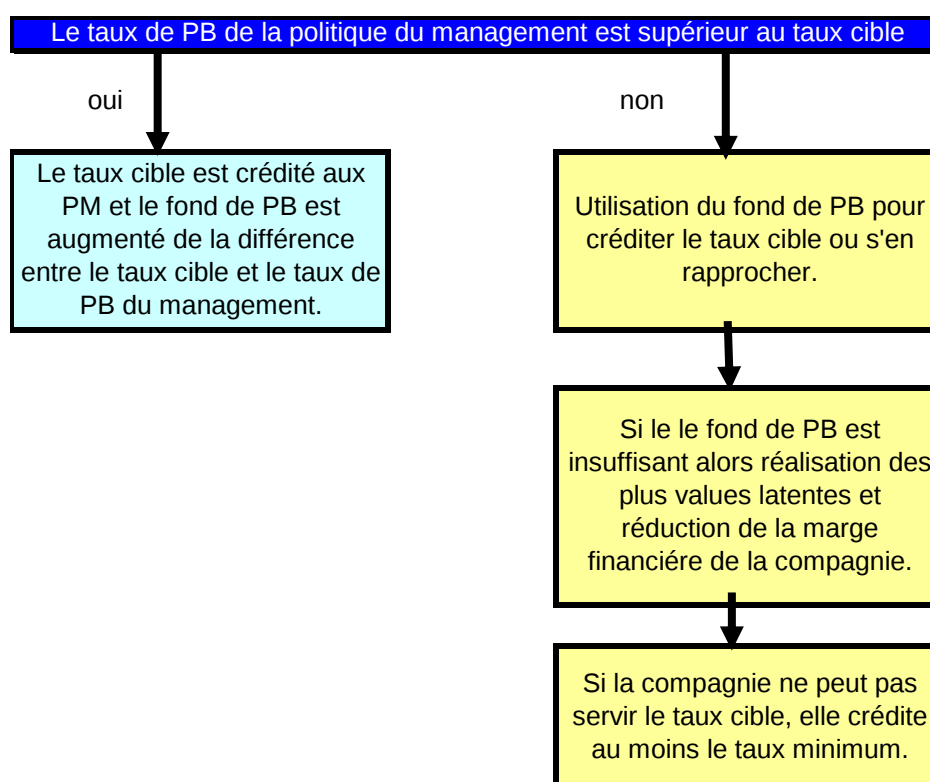
Le flexing est une approximation. Un segment est modélisé comme un unique contrat agrégé, donc toutes les informations propres à chaque police sont perdues.

2.3. Management rules

Les managements rules sont des règles permettant de décrire des phénomènes dynamiques comme les décisions prises par la direction de la compagnie et le comportement des assurés. Ces règles sont développées dans Prophet pour effectuer les projections du modèle stochastique. Ces règles concernent principalement le partage des profits, la manipulation des actifs, le traitement des réserves et le comportement supposé des assurés au sujet de leurs options contractuelles.

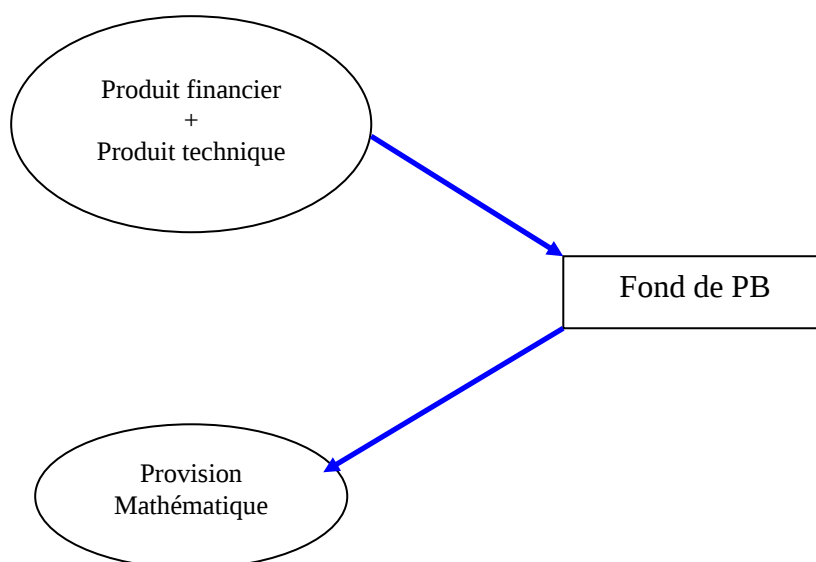
2.3.1. Le taux cible

Le taux cible est le taux que la compagnie va tenter de créditer à ses assurés en suivant un algorithme. Ce taux cible dépend du choix de la compagnie, des taux swap sur 1 ans et sur 10 ans et il n'est pas le même si il s'agit d'un produit phare ou non.



2.3.2. Le Fonds de PB

Le fonds de PB est alimenté par les résultats financiers et techniques par l'intermédiaire d'une dotation. Ce fond permet de revaloriser les provisions, le taux minimum de revalorisation étant le TMG.



2.3.3. Rachat dynamique

Cette hypothèse peut s'appuyer sur l'expérience et la connaissance des rachats sur les produits d'assurance vie. La possibilité d'exercice de l'option de rachat s'explique comme la possibilité pour l'assuré de se tourner vers des placements plus rentables. Cela dépend de la différence entre le taux crédité pour les assurés et les attentes des assurés. Si le taux réel crédité est proche de l'attente des assurés, le taux de rachat historique sera appliqué. Si la différence dépasse un seuil, alors le taux de rachat dynamique sera composé du taux de rachat historique (ou structurel) et du taux de rachat dynamique supplémentaire.

Le taux de rachat structurel est le taux modélisé dans le Prophète déterministe.

Le taux de rachat dynamique supplémentaire est un taux positif ou nul de sorte que le taux de rachat dynamique est toujours supérieur ou égale au taux structurel.

$$\text{Taux de Rachat dynamique supplémentaire} = \text{Max}\{0 ; \text{facteur de sensibilité} \times (\text{Taux cible} - \text{Taux crédité}) - \text{Seuil}\}$$

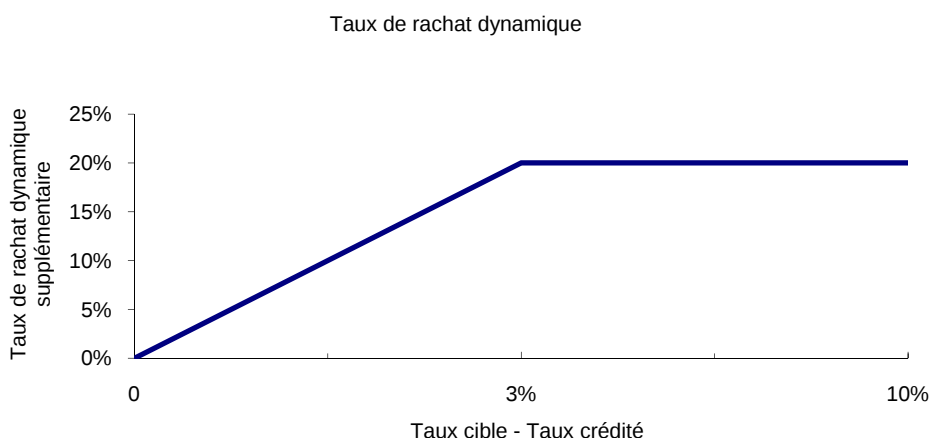
Facteur de sensibilité est le coefficient multiplicateur appliqué à la différence entre le taux du marché et le taux crédité.

Taux cible est l'objectif de la compagnie comme taux à créditer aux PM. Ce taux reflète les attentes des assurés sur le retour de leurs contrats.

Taux crédité est le taux effectif de revalorisation des PM.

Seuil est le niveau où l'activation du taux de rachat dynamique se produit lorsque la différence entre le taux cible et le taux crédité est importante.

Voici le graphique du taux de rachat dynamique supplémentaire :



Paramètre :

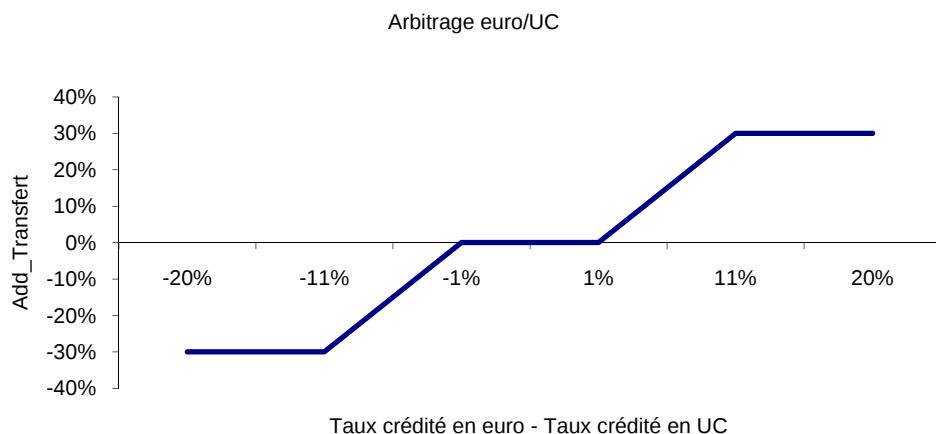
- La pente : 6
- Le seuil : 0%
- Le maximum : 20%

On constate que ce taux est limité à 20%.

2.3.4. Arbitrage entre euro et UC

Le montant d'échange entre Euro et UC est déterminé par un pourcentage des provisions mathématiques.

La variable `Add_transfert` représente ce montant d'échange, c'est une fonction de la différence entre le Taux crédité en euros et en UC. Ce montant est plafonné à 30% des PM.



Paramètre :

- La pente : 3
- Le seuil = 1%
- Le maximum : 30%

2.3.5. Règles d'allocation des actifs

Dans le cadre de la MCEV, la modélisation de l'actif implique la définition de certaines règles concernant l'allocation d'actifs. Initialement, l'allocation d'actifs est déterminée par la répartition des actifs de départ. Ensuite les règles de répartition de l'actif doivent être compatibles avec les hypothèses de continuité.

La répartition de l'actif s'effectue sur les classes suivantes :

- Actions
- Obligations
- Monétaire
- Immobilier
- Investissements alternatifs (Hedge Funds)

Le réalignement des actifs permet d'éviter de s'écarter de l'allocation stratégique. Deux approches peuvent être utilisées:

- Rééquilibrage automatiquement: après chaque année de projection, les actifs sont automatiquement rééquilibrés en fonction de la cible d'allocation stratégique des actifs.
- Les marges de fluctuation des actifs pour l'allocation permettent une modélisation plus réaliste qu'un rééquilibrage automatique basé sur les objectifs stratégiques d'allocation d'actifs. Tant que les actifs sont entre les bornes inférieure et supérieure de la marge, les actifs ne sont pas rééquilibrés. Ces marges de fluctuation ainsi que les objectifs restent constants pendant toute la période de projection.

La méthodologie qui a été utilisée est celle basée sur les marges de fluctuation des actifs. Ses principes sont les suivants :

- Chaque catégorie d'actifs à un poids cible entre une limite inférieure et supérieure.
- La somme des poids cible est égale à 1.
- Lorsque l'actif est rééquilibré l'algorithme remonte à la limite la plus proche

Voici les valeurs numériques des limites en fonction des types d'actifs :

type d'actif		% max de détention de l'actif	% min de détention de l'actif
Monnaie		10	2
Obligation	Taux fixe	76	62
	Taux variable	9	6
	Indexée sur l'inflation	3	0
Action	Action et fonds action	5	0
	Hedge funds & private equity	4,5	0
	Titre de participation	1	0
	Immobilier	11	6
	OPCVM obligataire	7	3

Des stratégies de couverture peuvent être utilisées dans le cadre d'une politique concernant la gestion d'actifs, comme par exemple une couverture permettant de réduire l'exposition en actions par l'intermédiaire d'une stratégie d'achat de PUT.

Le modèle ALS utilisé modélise les actifs en adéquation des provisions modélisées.

Par conséquent, l'actif initial est réduit au regard du passif modélisé, par l'intermédiaire d'un coefficient à appliquer sur les valeurs de l'actif, dans le but de modéliser une quantité d'actif et de passif qui sont comparables.

Total du bilan

actifs	passif modélisé
	passifs non modélisés
	Capitaux propres
autres postes du bilan	autres postes du bilan

Bilan modélisé dans ALS

actifs à l'échelle	passif modélisé
--------------------	-----------------

Le scaling factor correspond donc à :

Scaling factor = (PM modélisée + fonds de PB + Reserve de Capitalisation + PRE)/actifs investis

La réserve de capitalisation est alimentée par les plus-values réalisées sur les cessions d'obligations et reprise en cas de réalisation de moins values. Elle permet de lisser les résultats.

La provision pour risque d'exigibilité (PRE) doit être passée lorsque l'ensemble des actifs non obligataires est en moins-value latente par rapport à leur prix d'acquisition. Cette provision correspond à la perte que subirait une entreprise si elle devait liquider ses placements.

PARTIE 4 : Analyse des résultats

Cette partie a pour objectif de présenter les résultats obtenus sur le portefeuille ainsi que leurs analyses. Dans un premier temps, seront présentées les méthodes pour vérifier que les modèles déterministe et stochastique engendrent des résultats comparables. Ensuite nous expliquerons comment se calcule la PVFP dans un cadre déterministe puis stochastique. Et enfin nous analyserons la PVFP du portefeuille global en sous portefeuilles par produits puis l'impact du passage en rente sur la valeur.

1. Calage du Passif

Le calage du passif sert à vérifier que le passif modélisé en déterministe est relativement proche du passif modélisé en stochastique avec des hypothèses de rendements financiers identiques. Il s'effectue en deux étapes, la première consiste à vérifier le passage d'une modélisation mensuelle à une annuelle. La seconde vérifie l'adéquation entre la modélisation annuelle issue du modèle déterministe et la modélisation stochastique.

Comme on l'a vu précédemment, le modèle ALS prend en entrée les flux du modèle déterministe, sachant que le modèle ALS évalue les variables avec un pas de temps annuel alors que le modèle déterministe fonctionne avec un pas de temps mensuel, il faut vérifier que l'impact du passage pour le modèle déterministe d'un pas mensuel à un pas annuel n'engendre pas d'écart trop important.

Pour effectuer cette vérification on compare la valeur actuelle nette des profits en mensuel à la valeur actuelle nette des profits en annuel sur 40 ans, soit une projection jusqu'à l'horizon 2050. On calcule une valeur actuelle nette à 4% car on utilise une hypothèse de rendement financier déterministe de 4%.

Soit sur le portefeuille complet :

VAN à 4% Mensuelle	VAN à 4% Annuelle	Ecart
959 238 €	1 047 106 €	9%



Cet écart est important, on va analyser les écarts par produit :

	VAN à 4% Mensuelle	VAN à 4% Annuelle	Ecart
Assurance Vie Euro	319 901 €	313 584 €	-2%
Assurance Vie UC	254 879 €	249 397 €	-2%
Rente	24 184 €	26 088 €	8%
Article 83 et contrat Madelin	360 274 €	458 037 €	27%

L'écart provient donc principalement des Article 83 et contrat Madelin, c'est le portefeuille qui contient le passage en rente. Le problème vient du fait que le passage en rente augmente la duration du passif, il faut donc augmenter la durée de projection pour arriver à des écarts plus raisonnables.

Si on projette sur 100 ans, on obtient l'écart suivant :

	VAN à 4% Mensuelle	VAN à 4% Annuelle	Ecart
Article 83 et contrat Madelin	360 274 €	356 033 €	-1%

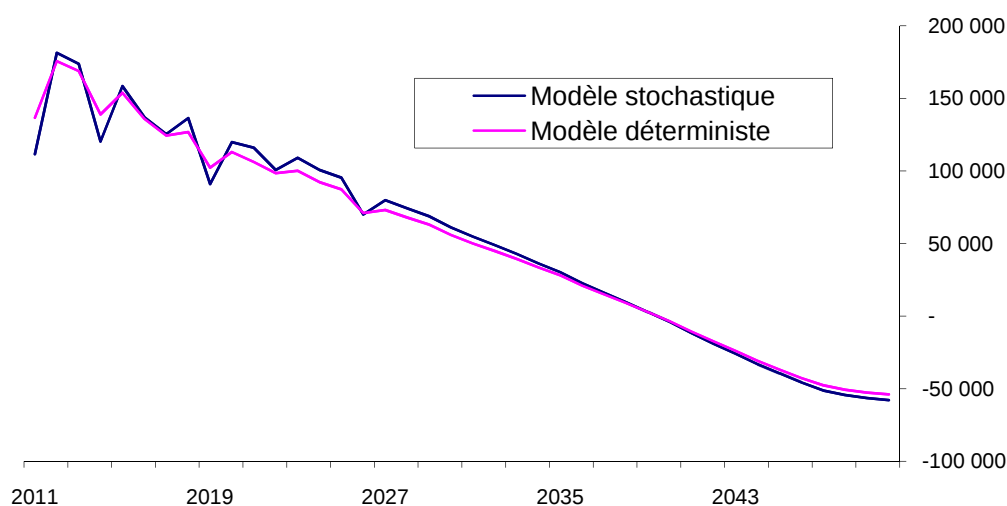
On obtient pour les contrats Madelin et article 83, qui prennent en compte le passage en rente, un écart de 27% pour une projection sur 40 ans, contre un écart de seulement -1% pour une projection sur 100 ans. La solution serait donc d'effectuer les projections sur 100 ans, mais comme les scénarios économiques sont disponibles uniquement sur 40 ans alors le modèle ALS ne pourra pas aller au delà. On conservera donc un écart entre le mensuel et l'annuel important sur la partie « contrats Madelin et article 83 » du portefeuille pour la suite de l'étude.

La deuxième étape du calage consiste à vérifier la différence entre les résultats du modèle déterministe et du modèle stochastique. Les flux déterministes utilisés sont nets de PB car cette dernière dépend des résultats financiers, la PB est donc calculée et incorporée dans le modèle ALS par la méthode du flexing. Le calage permet de vérifier que le modèle déterministe avec PB et le modèle ALS donnent approximativement les mêmes valeurs.

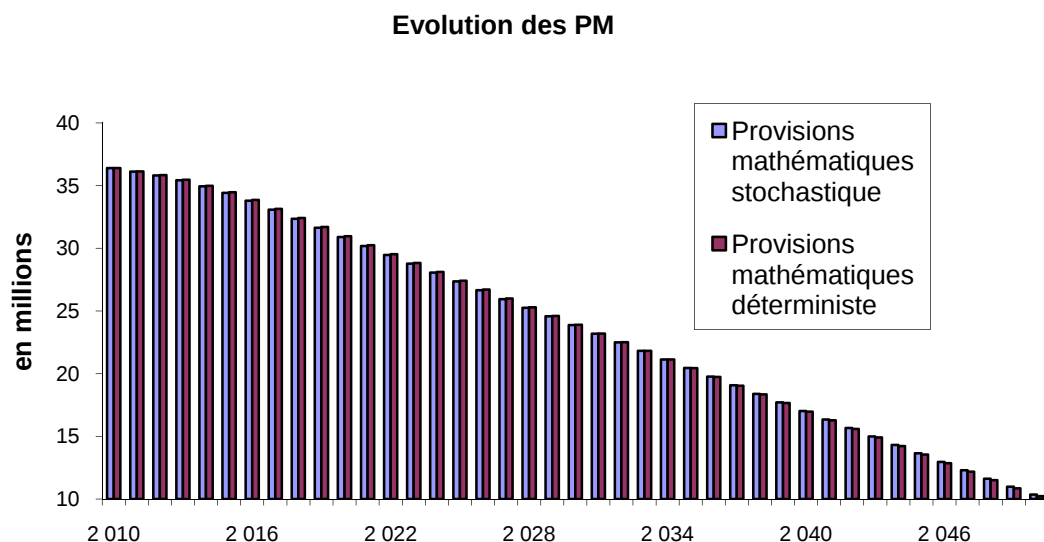
VAN des profits à 4% Déterministe	VAN des profits à 4% Stochastique	Ecart
1 047 106 €	1 045 139 €	-0,2%

Les résultats sont acceptables car il y a moins de 1% d'écart entre la valeur actuelle nette des profits en déterministe avec la participation aux bénéfices et la valeur actuelle nette des profits en stochastique.

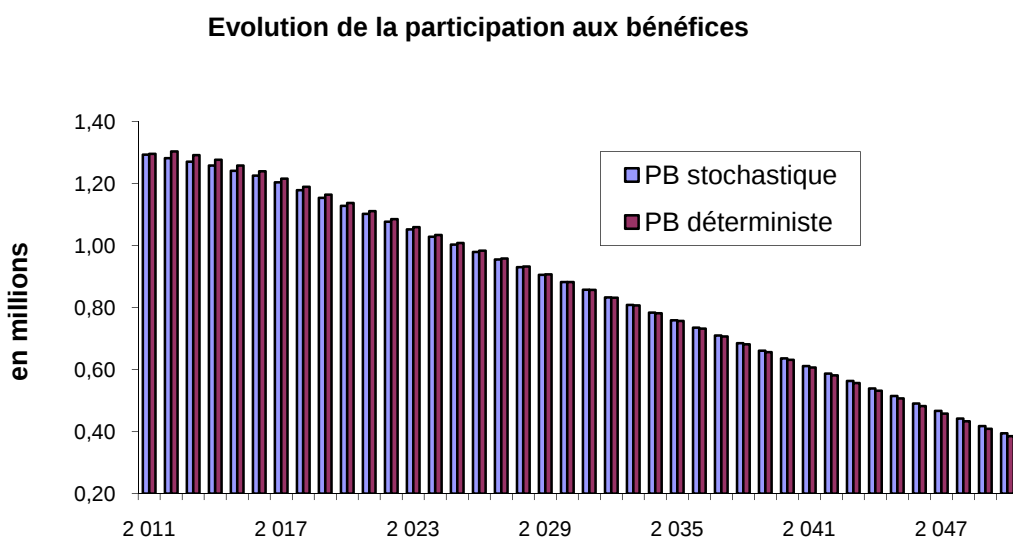
Vous trouverez ci-dessous la courbe des profits le long de la projection : on peut voir que les courbes sont proches.



Une fois le calage effectué on peut vérifier que les provisions mathématiques déterministes et stochastiques tout au long de la projection sont très proches.



Il est intéressant d'effectuer ce même graphique sur les participations aux bénéfices car celles-ci sont recalculées dans le modèle stochastique.



Il existe des écarts relativement faibles. On constate une PB déterministe plus importante en début de projection et ce phénomène s'inversant en fin de projection, on arrive à un bon équilibre sur l'ensemble de la projection.

Une fois le calage du passif validé, il faut effectuer le calage de l'actif.

2. Calage de l'Actif

Le calage de l'actif consiste à modéliser les actifs d'ouverture de manière à avoir un montant d'actif en adéquation avec le montant de passif.

Le calcul du scaling factor s'effectue tel qu'on l'a vu précédemment comme le rapport du passif modélisé sur l'actif total.

Le passif correspond aux provisions mathématiques du portefeuille avec la réserve de capitalisation ainsi que le fonds de PB.

Provision mathématique	46 627 253 €
Fonds de PB	2 331 363 €
Réserve de capitalisation	1 865 090 €

Pour la suite de l'analyse, on étudiera le portefeuille sans réserve de capitalisation, puis sans réserve de capitalisation et sans fonds de PB. L'étude se fera aussi par produit, c'est-à-dire qu'on étudiera indépendamment le portefeuille de rente, puis le portefeuille assurance vie et le portefeuille contenant les contrats Madelin et article 83. Etant donné que le montant de passif modélisé est différent dans chacun des cas, il faudra effectuer un nouveau calage de l'actif.

Dans une première étape nous allons étudier la valeur de notre portefeuille avec la réserve de capitalisation et le fonds de PB. La PVFP se calcule comme la somme des valeurs actualisées pour la partie euro et pour la partie UC.

3. Calcul de la PVFP stochastique

Le programme prophet nous donne 2000 trajectoires de résultats sur 40 ans avec 2000 trajectoires de déflateurs correspondant à des simulations issues du générateur de scénario économique. Le déflateur correspond au facteur d'actualisation sur la période considérée.

La projection commence le 31 décembre 2010 et se termine le 31 décembre 2050, le déflateur de 2011 correspond au facteur d'actualisation de la première année, le déflateur de 2012 correspond au facteur d'actualisation sur les deux premières années, et ainsi de suite jusqu'en 2050. On obtient donc pour chaque scénario la valeur actualisée des profits en prenant la somme des résultats actualisés par les déflateurs sur 40 ans. La PVFP stochastique est la moyenne des 2000 scénarios.

Prenons un exemple sur 10 scénarios

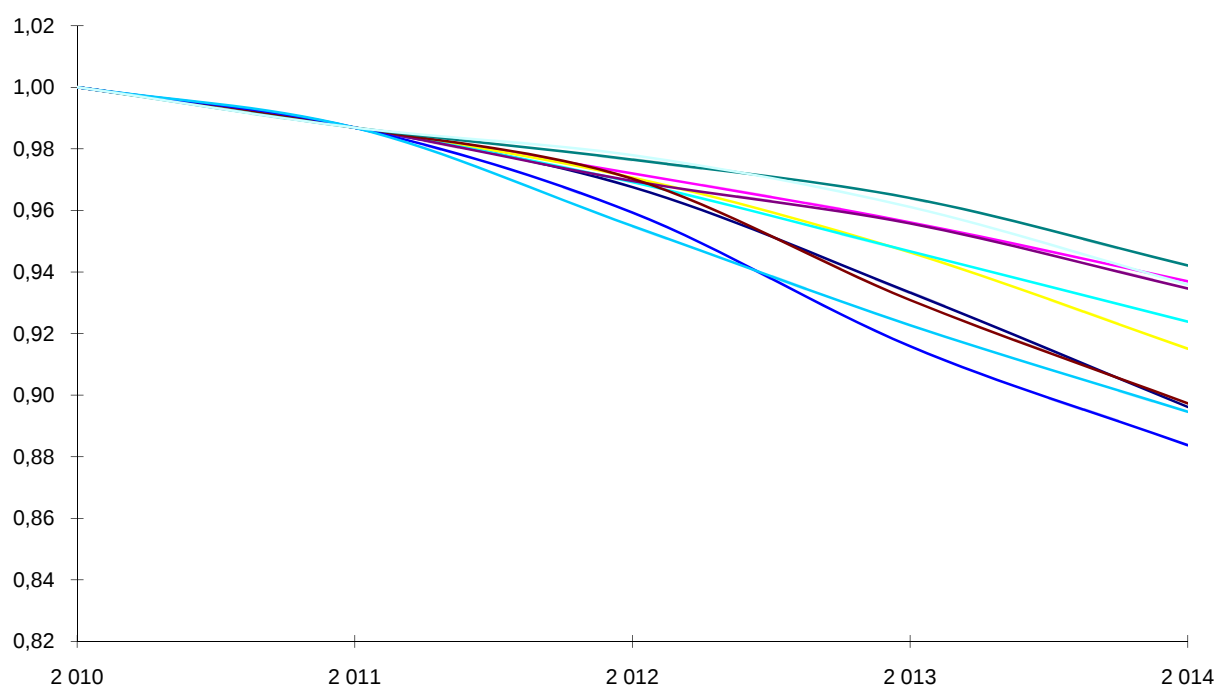
Le tableau contient les déflateurs sur 10 scénarios de 2010 à 2014.

Déflateur	2 010	2 011	2 012	2 013	2 014
Scénario					
1	1,0000000	0,9868638	0,9675508	0,9332658	0,8961486
2	1,0000000	0,9868638	0,9719849	0,9560980	0,9369479
3	1,0000000	0,9868638	0,9706455	0,9463367	0,9150555
4	1,0000000	0,9868638	0,9691435	0,9466889	0,9238432
5	1,0000000	0,9868638	0,9695447	0,9557344	0,9346092
6	1,0000000	0,9868638	0,9702695	0,9308808	0,8973039
7	1,0000000	0,9868638	0,9764618	0,9640083	0,9420954
8	1,0000000	0,9868638	0,9592933	0,9158714	0,8837417
9	1,0000000	0,9868638	0,9549091	0,9227034	0,8945886
10	1,0000000	0,9868638	0,9779028	0,9611018	0,9359336

Le déflateur s'obtient par la formule de récurrence suivante :

$$\text{Déflateur en } 2 = \text{Déflateur en } 1 \times \left(\frac{1}{1 + r_2} \right) \text{ ou } r_2 \text{ est le taux d'actualisation de l'année } 2.$$

Déflateur pour les scénarios de 1 à 10



Le tableau suivant contient les profits :

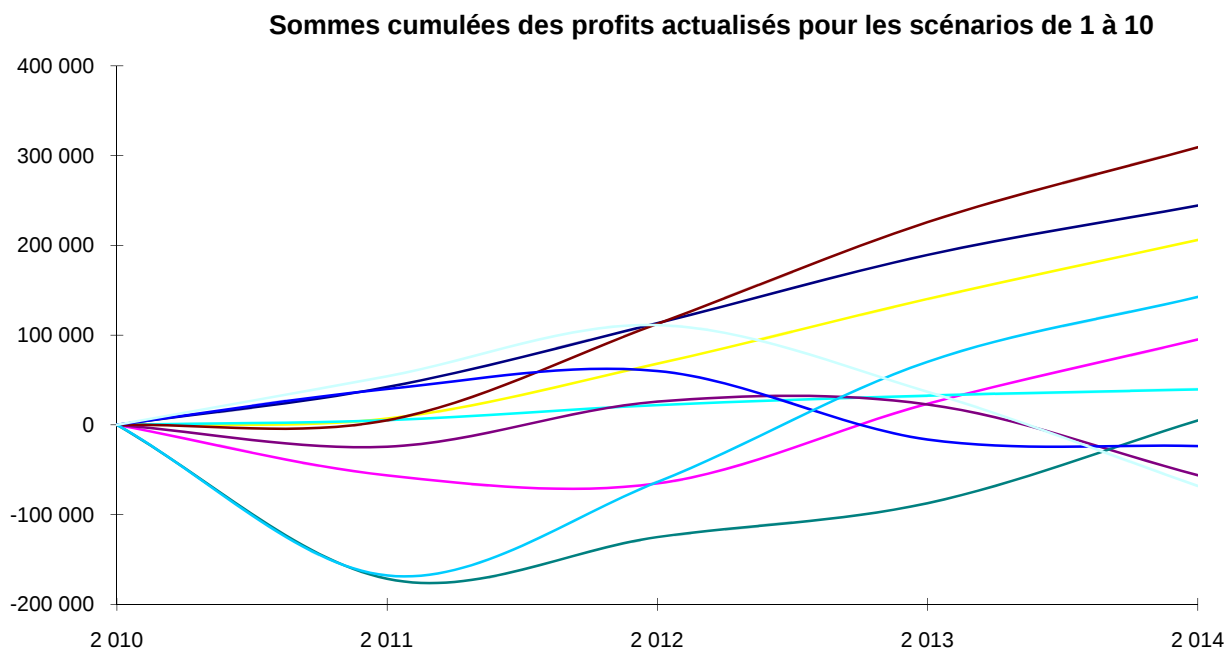
Profit	2 010	2 011	2 012	2 013	2 014
Scénario					
1	0	42 582	73 595	81 474	61 358
2	0	-57 087	-9 275	92 915	76 452
3	0	7 005	63 045	76 263	71 866
4	0	5 276	17 364	11 178	7 461
5	0	-24 694	51 818	-3 237	-84 462
6	0	5 194	110 719	121 673	92 973
7	0	-173 776	47 602	39 173	97 811
8	0	40 393	20 988	-83 303	-8 304
9	0	-170 068	109 018	145 160	80 745
10	0	54 851	58 296	-77 344	-112 063

On obtient donc les profits actualisés pour les 10 scénarios en effectuant le produit terme par terme du déflateur et du montant de profits pour l'année et le scénario correspondant.

Profit actualisé	2 010	2 011	2 012	2 013	2 014	Total
Scénario						
1	0	42 023	71 207	76 037	54 986	244 252
2	0	-56 337	-9 016	88 836	71 632	95 116
3	0	6 913	61 194	72 171	65 761	206 039
4	0	5 207	16 829	10 582	6 893	39 510
5	0	-24 370	50 240	-3 094	-78 939	-56 163
6	0	5 126	107 427	113 263	83 425	309 241
7	0	-171 493	46 482	37 763	92 148	4 900
8	0	39 862	20 134	-76 295	-7 338	-23 638
9	0	-167 834	104 102	133 939	72 233	142 440
10	0	54 131	57 008	-74 336	-104 884	-68 081

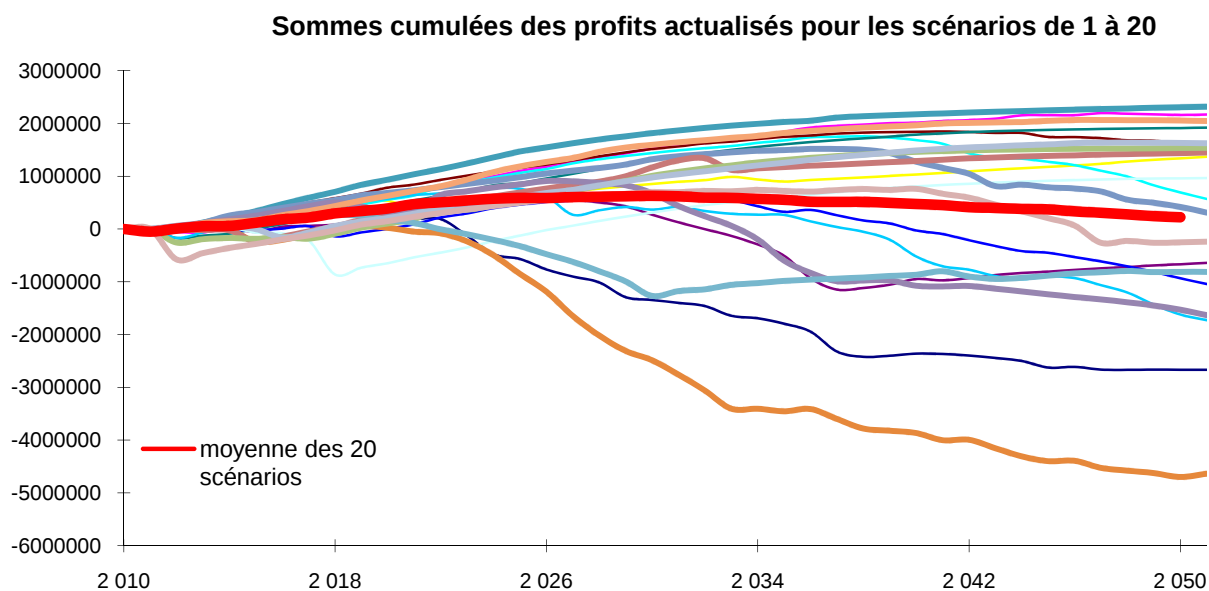
Le total correspond à la somme des profits actualisés. En faisant la moyenne de ces 10 sommes de profits actualisés on obtient la PVFP stochastique.

Le graphique suivant donne les sommes cumulées des profits actualisés pour chaque scénarios.



Pour le calcul final, on utilise la projection jusqu'en 2050 sur les 2000 scénarios.

Le graphique suivant contient les sommes cumulées des profits actualisés pour 20 scénarios ainsi que la valeur moyenne sur les 20 scénarios.

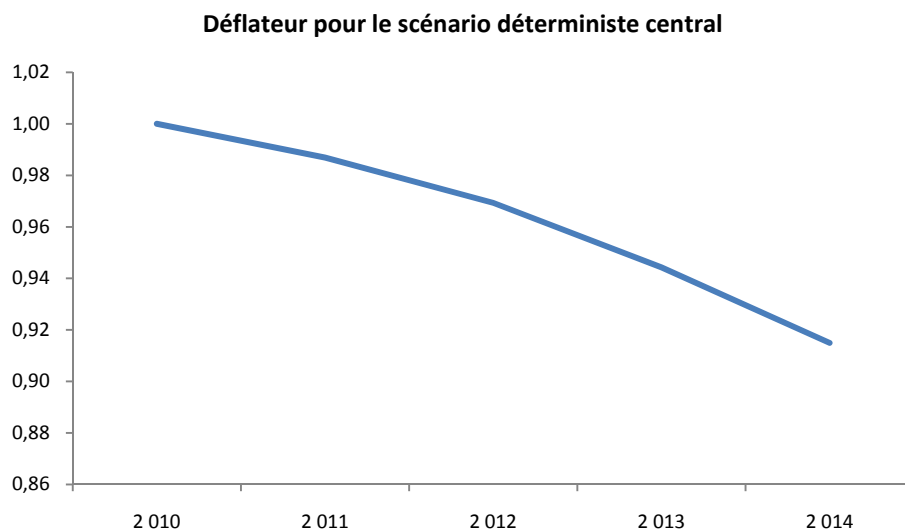


On obtient ainsi la PVFP stochastique pour le portefeuille avec la réserve de capitalisation et le fonds de PB sur les 2000 scénarios.

PVFP stochastique	957 294 €
-------------------	-----------

4. Calcul de la PVFP déterministe

La PVFP déterministe se calcule à l'aide d'un scénario central de profits futurs et de taux.



On obtient une PVFP déterministe compte tenu des hypothèses de réserve de capitalisation et de fonds de PB de 2 371 460 €.

La TVFOG est la différence entre la PVFP déterministe et la PVFP stochastique.

TVFOG	1 414 166 €
-------	-------------

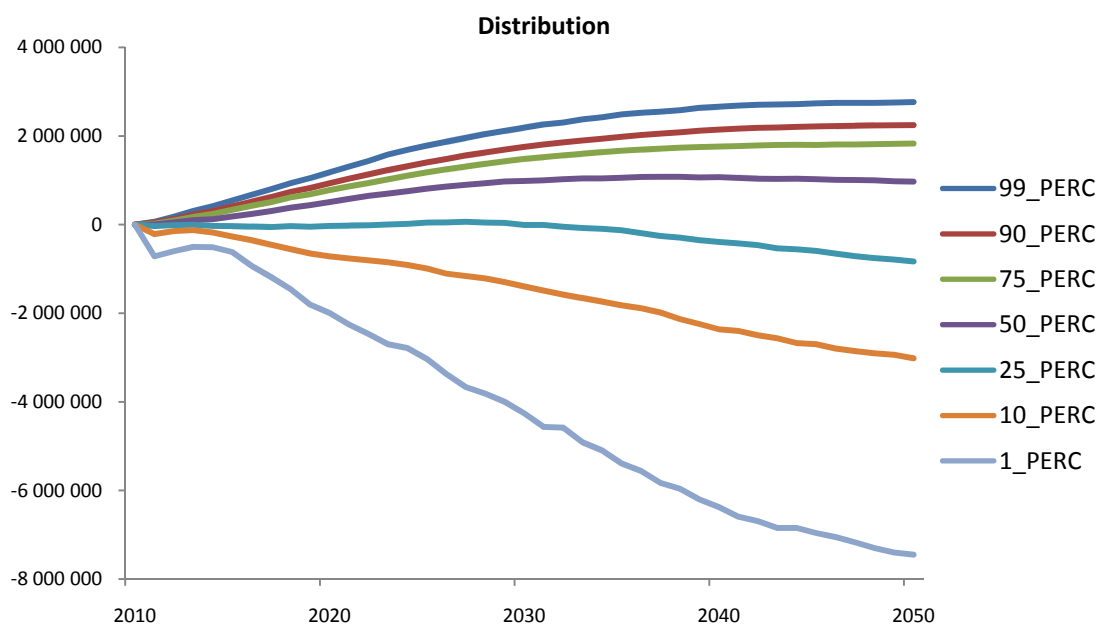
5. Analyse de la PVFP

On obtient les résultats présentés précédemment contenant le fonds de PB et la réserve de capitalisation et prenant en compte les rachats et arbitrages dynamiques.

PVFP déterministe avec le fonds de PB et la réserve de capitalisation comportant arbitrage dynamique et rachat dynamique	2 371 460 €
PVFP stochastique avec le fonds de PB et la réserve de capitalisation comportant arbitrage dynamique et rachat dynamique	957 294 €
TVFOG	1 414 166 €

La PVFP stochastique est nettement inférieure à la PVFP déterministe car certains scénarios très défavorables impactent négativement la PVFP stochastique.

Le graphique suivant renseigne sur la distribution des sommes cumulées des profits actualisés pour l'ensemble des scénarios.



On constate que 1% des scénarios se situent sous la courbe bleu ciel (1_PERC) et 1% des scénarios au dessus de la courbe bleu (99_PERC). Le graphique montre une dissymétrie entre les scénarios favorables et défavorables. Les scénarios favorables sont proches de la médiane

alors que les scénarios défavorables s'en éloignent. Ce qui explique l'écart entre la PVFP déterministe et la PVFP stochastique.

En effectuant le même calcul sans prendre de réserve de capitalisation, sans fonds de PB et sans tenir compte des rachats dynamiques et des arbitrages dynamiques, on obtient les résultats suivants :

PVFP déterministe	705 393 €
PVFP stochastique	- 738 718 €
TVFOG	1 444 112 €

L'écart entre la PVFP déterministe et stochastique est toujours lié à l'impact de scénarios très défavorables. On constate que sans réserve de capitalisation et sans fonds de PB les valeurs baissent.

En intégrant le fonds de PB, on trouve les résultats suivants :

PVFP déterministe avec le fonds de PB	978 989 €
PVFP stochastique avec le fonds de PB	- 340 552 €
TVFOG	1 319 541 €

Le fonds de PB augmente la valeur car les participations aux bénéfices sont en partie prélevées sur le fonds de PB et donc les résultats sont moins impactés. Par ailleurs, on peut constater une diminution des TVFOG due à l'utilisation du fonds de PB.

Avec le fonds de PB et la réserve de capitalisation mais sans les rachats dynamiques et les arbitrages dynamiques, on trouve les résultats suivants qui sont similaires aux résultats de départ avec une légère augmentation liée au fait qu'il n'y a pas de rachats ou d'arbitrages dynamiques.

PVFP déterministe avec le fonds de PB et la réserve de capitalisation	2 389 512 €
PVFP stochastique avec le fonds de PB et la réserve de capitalisation	997 883 €
TVFOG	1 391 629 €

Le tableau suivant donne l'impact de chaque élément à la formation de la PVFP :

	PVFP déterministe	PVFP stochastique
Sans fonds de PB et sans réserve de capitalisation	705 393 €	-738 718 €
Avec le fonds de PB	978 989 €	-340 552 €
Impact du fonds de PB	273 596 €	398 166 €
Avec le fonds de PB et la réserve de capitalisation	2 389 512 €	997 883 €
Impact de la réserve de capitalisation	1 410 523 €	1 338 435 €
Avec le fonds de PB et la réserve de capitalisation comportant arbitrage dynamique et rachat dynamique	2 371 460 €	957 294 €
Impact de l'arbitrage et du rachat dynamique	-18 052 €	-40 589 €

On constate que le fonds de PB ainsi que la réserve de capitalisation augmentent la valeur. La réserve de capitalisation revient totalement à l'actionnaire en fin de projection ainsi que les produits financiers qu'elle génère. En ce qui concerne les arbitrages dynamiques, ils ne sont pas significatifs et les rachats dynamiques existent uniquement sur le portefeuille d'assurance vie donc leurs impacts sont faibles.

6. Analyse par produit

En scindant le portefeuille en trois :

- la partie rente,
- la partie assurance vie,
- la partie contrat Madelin et article 83,

on va pouvoir analyser l'impact de chaque sous portefeuille sur la valeur du portefeuille global. Pour cette analyse, on fait l'hypothèse qu'il n'y a pas de réserve de capitalisation et de fonds de PB, en revanche la modélisation prend en compte le rachat et l'arbitrage dynamique.

Les résultats du portefeuille de rente

PVFP déterministe	- 109 600 €
PVFP stochastique	- 227 876 €
TVFOG	118 276 €

Les PVFP sont négatives sur le portefeuille de rente car les hypothèses de frais élevés pèsent sur le résultat administratif qui contribue à hauteur de 66% à la formation du résultat.

Les résultats du portefeuille d'assurance vie

PVFP déterministe	487 052 €
PVFP stochastique	215 716 €
TVFOG	271 336 €

Sur le portefeuille d'assurance, on a une TVFOG comparable à celle des rentes alors qu'on a un montant de provisions mathématiques de 22 millions en assurance vie contre 3 millions en rente car il n'y a pas de TVFOG sur la partie en UC des contrats d'assurance vie. La partie en UC représente la moitié du portefeuille d'assurance vie.

Les résultats du portefeuille de contrat Madelin et article 83

PVFP déterministe	367 915 €
PVFP stochastique	- 557 775 €
TVFOG	925 690 €

Ce portefeuille contient le passage en rente et nous allons expliquer par la suite pourquoi la TVFOG est particulièrement importante.



Les résultats du portefeuille global sans fonds de PB et sans réserve de capitalisation

	Portefeuille global	Somme des trois sous portefeuilles
PVFP déterministe	752 550 €	745 367 €
PVFP stochastique	- 527 803 €	- 569 935 €
TVFOG	1 280 353 €	1 315 302 €

La PVFP n'est pas additive, cependant on constate que la somme des PVFP des trois sous portefeuilles est proche de la PVFP du portefeuille global pour le déterministe comme pour le stochastique. Les écarts viennent du fait qu'il y a des interactions actif-passif entre les différents produits.

7. Analyse du passage en rente

Cette analyse est effectuée uniquement sur le portefeuille comportant les contrats Madelin et article 83 car c'est le seul portefeuille où on modélise le passage en rente. Pour comparer les valeurs avec et sans passage en rente, on se place sous les mêmes hypothèses que pour l'analyse par produit. C'est-à-dire qu'on n'utilise pas de réserve de capitalisation et de fonds de PB mais on utilise l'impact des rachats et arbitrages dynamiques.

Résultat avec passage en rente

PVFP déterministe	367 915 €
PVFP stochastique	- 557 775 €
TVFOG	925 690 €

Résultat sans passage en rente

PVFP déterministe	437 553 €
PVFP stochastique	83 530 €
TVFOG	354 022 €

Dans le cas déterministe, il y a une perte de valeur due au passage en rente car celui-ci entraîne un coût de table et de taux garantis mais aussi un coût technique de mortalité pendant le déroulement du contrat. Il est donc normal d'avoir une perte de valeur liée au passage en rente. Cette perte de valeur est beaucoup plus importante en stochastique, ce qui engendre une TVFOG importante pour le portefeuille contenant le passage en rente. Comme on l'a vu dans la partie décrivant le portefeuille contenant les contrats Madelin et article 83, il s'agit de portefeuilles contenant des individus relativement proches du passage en rente, 15 ans en moyenne, sachant que la projection est sur 40 ans, ces personnes vont passer la majeure partie de la projection en phase de rente. Comme il s'agit de personnes anciennes dans le portefeuille, les taux techniques sont importants. Pour résumer les personnes possédant un taux technique important rentrent rapidement en rente donc l'impact est conséquent. Si l'on avait étudié un portefeuille avec des assurés en début de cotisation, on aurait observé beaucoup moins d'impact entre les résultats avec ou sans passage en rente car les individus auraient passé la plus grande partie de la projection en phase de constitution.

CONCLUSION

La PVFP est une mesure aléatoire de la valeur d'un portefeuille d'assurés car elle dépend des prévisions économiques ainsi que des prévisions de rachats et d'arbitrage.

L'analyse des résultats nous informe sur la composition de la PVFP. En ajoutant un fonds de PB et une réserve de capitalisation, on a constaté que la PVFP est déterministe comme en stochastique augmentait.

Le fonds de PB augmente la valeur car les participations aux bénéfices sont en partie prélevées sur le fonds de PB et donc les résultats sont moins impactés.

La réserve de capitalisation augmente la valeur dans la mesure où elle revient totalement à l'actionnaire en fin de projection.

Nous avons ensuite analysé le portefeuille en sous portefeuilles par produit. Cette analyse révèle que la PVFP n'est pas une mesure additive, certaines interactions entre les portefeuilles génèrent des écarts entre la somme des PVFP des sous portefeuilles et la PVFP globale. Ces écarts sont expliqués par la gestion actif-passif qui consiste à modéliser les événements susceptibles d'affecter le passif de manière à envisager une allocation d'actifs tel que le niveau de rendement soit optimal avec un niveau de risque limité pour un horizon de temps et des engagements définis. En scindant le portefeuille, les passifs sont divisés, ils seront modélisés séparément de manière différente, ce qui explique l'écart entre la PVFP globale et la somme des PVFP des sous portefeuilles.

Le passage en rente crée une perte technique entraînée par le coût des garanties de table et de taux à l'ouverture de la rente, ainsi que le coût technique de mortalité pendant le déroulement de la restitution. Cette perte est plus importante sur un portefeuille qui possède des garanties de table et de taux anciens, dont les assurés sont proches de la liquidation. La perte serait moins significative sur un portefeuille de jeunes assurés n'étant pas proches de la liquidation. La prise en compte du passage en rente dans la modélisation est une mesure permettant au modèle de mieux approximer la réalité. Cependant la modélisation des rentes augmente

considérablement la duration du passif, ce qui signifie qu'il faut projeter les comptes de résultats sur un horizon de temps plus important pour avoir des résultats corrects. Les scénarios économiques étant disponibles uniquement sur 40 ans, il va falloir décider si le passage en rente doit quand même être modélisé ou si les scénarios économiques doivent être prolongés.

Contrairement au calcul d'Embedded Value effectué auparavant, la MCEV prend en compte le coût des options et garanties financières. Comme on a pu constater sur le portefeuille d'étude, ce coût de TVFOG diminue la valeur du portefeuille de façon très significative.

La mise en œuvre de la MCEV nécessite de nombreuses ressources pour mettre en place les modèles ainsi que les processus de calcul mais marque une avancée dans la standardisation du calcul qui permettra aux analystes financiers une meilleure comparabilité entre les compagnies d'assurances. La MCEV sera sûrement développée et améliorée avec l'arrivée de Solvabilité 2 et IFRS 4 Phase 2.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] **AXA, BEFEC**, *Gestion et analyse financière*, **Argus**, 1999
- [2] **Code des Assurances**, Site Legifrance : www.legifrance.gouv.fr
- [3] **PETAUTON P.**, *Théorie et pratique de l'assurance vie*, **DUNOD**, 2004
- [4] **KRUGER, RIO**, *Mesure de la valeur d'un portefeuille d'assurance vie épargne en euro et impact des facteurs y contribuant*, **Mémoire**, 2009
- [5] **PLANCHET F., THEROND P., JACQUEMIN J.**, *Modèles financiers en assurance*, **Economica**, 2011
- [6] **CFO Forum**, *EEV Principles*, **Publication**, 2004
- [7] **CFO Forum**, *Basis for conclusions*, **Publication**, 2004
- [8] **CFO Forum**, *EEV Disclosures and sensitivities*, **Publication**, 2005
- [9] *Comprendre et analyser la communication financière des sociétés d'assurance : L'European Embedded Value CFO Forum*, **Document Interne**, 2007
- [10] **CFO Forum**, *MCEV Principles & Guidance*, **Publication**, 2009
- [11] **CFO Forum**, *MCEV Basis for conclusions*, **Publication**, 2009
- [12] **PwC**, *MCEV : Les nouveaux principes du CFO Forum*, **Publication**, 2008
- [13] **GAROTIN M.**, *Market Consistent Embedded Value*, **Support de cours ISUP**, 2010



- [14] **Deloitte**, *Market Consistent Embedded Value at a turning point*, **Publication**, 2011
- [15] **Fédération Française des Sociétés d'assurances**, site de la FFSA : www.ffsa.fr
- [16] **RENAUT Y., LAUDON J.**, *Logiciel PROPHET : Formation*, **Support de cours ISUP**, 2010
- [17] *MCEV Guidelines*, **Document Interne**, 2011
- [18] *Formation à la modélisation du Passif sous PROPHET*, **Document Interne**, 2007

ANNEXES

Annexe 1 : Chargements, frais et commissions	100
Annexe 2 : Description du portefeuille de rente	101
Annexe 3 : Présentation du logiciel Prophet	103
Annexe 4 : Compléments sur le modèle déterministe.....	105
Annexe 5 : Provisionnement pour une rente sur 2 têtes	107

Annexe 1 : Chargements, frais et commissions

Chargements d'Acquisition : les chargements d'acquisition sont destinés à rémunérer l'assureur pour faire face aux frais d'acquisition et aux commissions d'acquisition. Ils sont prélevés sur chaque versement.

Chargements de Gestion : les chargements de gestion sont prélevés annuellement sur l'encours. Ils permettent de couvrir les frais de gestion et les commissions sur encours.

Chargements d'Arbitrage : les chargements sur arbitrage sont définis comme un pourcentage de capital transféré. Un nombre de transferts gratuits peut être prévu dans le contrat.

Chargements sur rentes : les chargements sur rentes sont prélevés sur les arrérages, ils doivent couvrir les frais de règlement des prestations.

Frais de règlement des prestations : ces frais regroupent l'ensemble des frais engagés pour le versement des prestations, comme la rémunération du personnel chargé de la gestion des prestations.

Frais de gestion : les frais de gestion regroupent tous les frais engagés pour la gestion du portefeuille de contrats existants.

Frais d'acquisition : les frais d'acquisition regroupent les frais liés à la signature d'un nouveau contrat comme la publicité ou le marketing.

Commission d'acquisition et de gestion : Les intermédiaires d'assurance comme les courtiers, les agents généraux d'assurance ou les mandataires d'assurance ont pour vocation de proposer et d'aider à conclure des contrats d'assurance mais aussi de réaliser des travaux d'analyses préalables. En échange, l'assureur leurs verse des commissions d'acquisitions ou des commissions sur l'encours. Les commissions d'acquisitions s'expriment en pourcentage de la prime et les commissions sur encours en pourcentage de la provision mathématique.

Annexe 2 : Description du portefeuille de rente

Rente viagère sur une tête :

Nombre de contrats	10 contrats	
Provision mathématique	407 727 €	
Age moyen	73 ans	
Proportion de femmes	20%	
Taux garanti moyen	3,35%	
Nombre de contrats par table	TGF05	2
	TPRV93	4
	TV7377	4

Rente certaine :

Nombre de contrats	2 contrats	
Provision mathématique	156 355 €	
Age moyen	67 ans	
Proportion de femmes	100%	
Taux garanti moyen	2,25%	
Nombre de contrats par table	TGF05	1
	TPRV93	1

Rente viagère avec annuités garanties sur une tête :

Nombre de contrats	4 contrats	
Provision mathématique	95 264 €	
Age moyen	75 ans	
Proportion de femmes	25%	
Taux garanti moyen	2,25%	
Nombre de contrats par table	TGH05	2
	TPRV93	2
Nombre moyen d'annuités garanties restantes	12 ans	

Rente viagère avec annuités garanties sur deux têtes :

Nombre de contrats	12 contrats	
Provision mathématique	1 475 851 €	
Age moyen de l'assuré principal	72 ans	
Age moyen du bénéficiaire de la réversion	63 ans	
Proportion de femmes en assuré principal	17%	
Proportion de femmes en bénéficiaire de réversion	83%	
Taux garanti moyen	2,92%	
Nombre de contrats par table	TGH05	2
	TPRV93	10
Nombre moyen d'annuités garanties restantes	11 ans	
Nombre de contrats avec un taux de réversion de 100%	9	
Nombre de contrats avec un taux de réversion de 60%	3	

Rente viagère sur deux têtes :

Nombre de contrats	17 contrats	
Provision mathématique	1 356 411 €	
Age moyen	76 ans	
Age moyen du bénéficiaire de la réversion	71 ans	
Proportion de femmes en assuré principal	29%	
Proportion de femmes en bénéficiaire de réversion	71%	
Taux garanti moyen	3,12%	
Nombre de contrats par table	TGH05	2
	TPRV93	13
	TV7377	2
Nombre de contrats avec un taux de réversion de 100%	13	
Nombre de contrats avec un taux de réversion de 60%	4	

Annexe 3 : Présentation du logiciel Prophet

Prophet est un logiciel développé par SunGard iWORKS et utilisé dans les compagnies d'assurances vie, les fonds de pensions ou les services financiers de compagnie.

Prophet permet de réaliser des projections financières et de construire des modèles d'actif-passif.

Le workspace est l'environnement de travail. Il contient les onglets suivants :

- **Les « products » (produits) :** Ils correspondent à des programmes informatiques. Les variables utilisées pour réaliser le programme informatique d'un produit sont généralement stockées dans une librairie.
- **Les « accumulations » :** Elles permettent de regrouper des produits afin d'obtenir un résultat global sur plusieurs produits. Il est possible de réaliser des accumulations à partir d'accumulations déjà créées.
- **Les tables :** Elles contiennent des données à utiliser dans les calculs. Elles peuvent contenir des paramètres tels que des taux d'actualisation, des taux d'inflation, des facteurs de sensibilité...
- **Les « models points » :** A chaque model point correspond un nom de produit défini dans « Products ». Un model point contient les valeurs de variables spécifiques au produit à modéliser. Ces données peuvent être issues d'un contrat individuel (Age, sexe de l'assuré...) ou d'un groupe de contrats.
- **La « Structure » :** une structure contient le nom des produits ou accumulations qu'on souhaite projeter. Tout produit ou accumulation à projeter doit être contenu dans une structure.
- **Le « run settings » :** Il sert à prendre en compte l'ensemble des paramètres de calcul pour un run donné, à savoir : la date de début de la projection, le nombre d'années de projections souhaité, le répertoire où se trouvent les models points et tables.
- **Le « Results » :** Il contient le journal d'exécution des calculs ainsi que les résultats des calculs.
- **Les « Reports » :** ce sont des états de synthèse des résultats. Ils permettent de faire des analyses et des interprétations.



- **Les « librairies »** : ce sont les bibliothèques de variables. Il est possible de créer plusieurs librairies.
- **Les « Queries »** : Elles permettent d'exécuter des requêtes afin d'analyser un ensemble de résultats sélectionné.

Prophet 7.3(MMONESTIER) - [W:\MCEV\Mémoire Martin\Modèle ALS - ALS Release 7.3.2]

File Edit View Tools Workspace Documentation Window Help

Products Accumulations Tables Model Point Files Structures Run Settings Results Reports Queries Libraries

Trees	Name	Description	Library	Level
⊕ All Libraries	A.CG.B	ALS - CH - Group Business Bottom	Asset Liabilit...	5
⊕ All Types	A.CG.T	ALS - CH - Group Business Top	Asset Liabilit...	40
⊕ All Levels	A.TRAI	ALS Training Swiss Life	Asset Liabilit...	15
	ALS.CI	ALS - Switzerland Individual	Asset Liabilit...	15

Annexe 4 : Compléments sur le modèle déterministe

Participation aux bénéfices

Dans le modèle, la PB se calcule différemment en janvier. Car la PB est incorporée à l'épargne au mois de janvier en phase de constitution.

Pour le mois de janvier :

$$PB(t) = \{ [Epargne(t-1) + Prime(t) + PB(t-1)] \times \text{Taux de PB} - Epargne(t-1) - Prime(t) - PB(t-1) - IT(t) \} \times (1-Tc)$$

Pour les autres mois :

$$PB(t) = \{ [Epargne(t-1) + Prime(t) + PB(t-1)] \times \text{Taux de PB} - Epargne(t-1) - Prime(t) - IT(t) \} \times (1-Tc)$$

Tc : taux de chargement sur encours

Le taux de PB dépend du taux de rendement des placements.

Intérêt crédité

La variable représentant les intérêts crédités chaque mois correspond au montant crédité aux provisions mathématiques.

Pour la phase de constitution :

En janvier, les intérêts crédités sont tels que :

$$IC(t) = [Epargne(t-1) + PB(t-1) + prime(t)] \times TMG$$

Les autres mois :

$$IC(t) = [Epargne(t-1) + prime(t)] \times TMG$$

Pour la phase de restitution :

$$IC(t) = PM(t-1) \times TMG$$



Epargne

L'épargne de l'assuré en t correspond aux montants des primes capitalisées auquel vient s'ajouter la PB.

En janvier : $Epargne(t) = [Epargne(t-1) + PB(t-1) + prime(t)] \times (1+TMG) \times (1-Tc)$

Les autres mois : $Epargne(t) = [Epargne(t-1) + prime(t)] \times (1+TMG) \times (1-Tc)$

Les chargements sur encours

Les chargements sur encours sont donnés par la formule suivante :

$$Chargements(t) = [Epargne(t-1) + IC(t) + prime(t) + PB(t)] \times Tc$$

Les produits financiers

Le montant des produits financiers s'obtient par la formule suivante :

$$PF(t) = [Epargne(t-1) + Prime(t)] \times Tx \text{ de rendement des actifs}$$

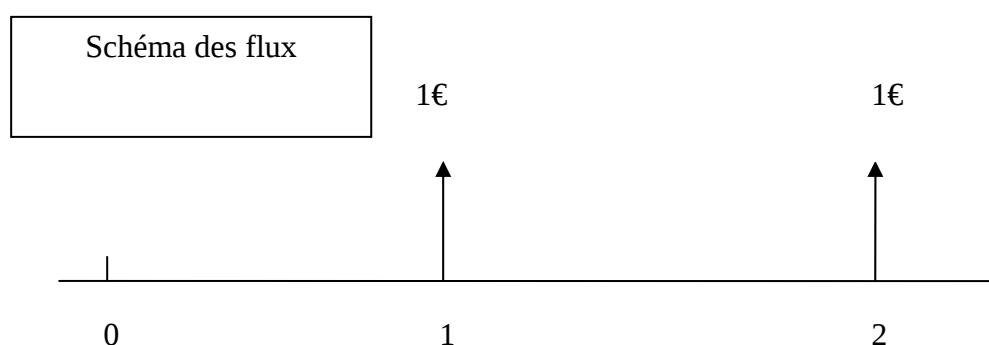
Ce taux de rendements est fixé comme une hypothèse dans le modèle. Il en existe un pour la partie euro et un pour la partie UC. Les parties euro et UC sont modélisées séparément sans transfert. Les transferts interviennent dans le modèle stochastique.

Annexe 5 : Provisionnement pour une rente sur 2 têtes

Pour modéliser le nombre de polices, nous partons de la variable INIT_POLS_IF qui correspond au nombre de polices dans le modèle point de départ. Ensuite, nous allons appliquer une mortalité sur cette variable de manière à connaître le nombre de polices en début et en fin de période, pour chaque période. Comme les options 5, 6 et 7 comportent des réversions pour une seconde tête, il faut aussi modéliser le nombre d'individus qui vont potentiellement bénéficier d'une réversion.

- NO_POLS_IF_1T(t) correspond au nombre de premières têtes vivantes en fin de période en t (noté N_x).
- NO_POLS_IF_2T(t) correspond au nombre de deuxièmes têtes vivantes en fin de période en t (noté N_y).
- NO_POLS_IF_1and2(t) correspond au nombre de contrats où la première et deuxième têtes sont vivantes en fin de période en t (noté N_{xy}).

Soit un individu X d'âge x vivant en 0 bénéficiant d'une rente de 1€ réversible sur un individu Y d'âge y.



La provision mathématique de ce contrat se calcule comme la somme des flux futurs probables actualisés.

En 0 :

$PM(0) = v \cdot \text{Engagement en 1} + v^2 \cdot \text{Engagement en 2}$

V est le facteur d'actualisation : $v = 1/(1+i)$

Engagement en 1 = 1€ à X si X est vivant et Y est vivant en 1

Ou 1€ à X si X est vivant et Y est décédé en 1

Ou 1€ à Y si Y est vivant et X est décédé en 1

Il s'agit pour l'exemple d'une rente réversible à 100%.

Engagement en 1 = $P_x \cdot P_y + P_x \cdot Q_y + Q_x \cdot P_y$

Engagement en 2 = 1€ à X si X est vivant et Y est vivant en 2
 Ou 1€ à X si X est vivant et Y est décédé en 2
 Ou 1€ à Y si Y est vivant et X est décédé en 2

$$\text{Engagement en 2} = 2P_x \cdot 2P_y + 2P_x \cdot 2Q_y + 2Q_x \cdot 2P_y$$

En 1 :

$$PM(1) = v \cdot \text{Engagement en 2}$$

Engagement en 2 = 1€ à X si (X et Y sont vivants en 2) sachant que (X et Y sont vivants en 1)

Ou 1€ à X si (X est vivant et Y est décédé en 2) sachant que (X et Y sont vivants en 1)

Ou 1€ à Y si (X est décédé et Y est vivant en 2) sachant que (X et Y sont vivants en 1)

Ou 1€ à X si (X est vivant en 2) sachant que (X est vivant et Y est décédé en 1)

Ou 1€ à Y si (Y est vivant en 2) sachant que (Y est vivant et X est décédé en 1)

$$\text{Engagement en 2} = P_x P_y \cdot P_{x+1} P_{y+1} + P_x P_y \cdot P_{x+1} (1 - P_{y+1}) + P_x P_y \cdot (1 - P_{x+1}) P_{y+1} + P_x (1 - P_y) \cdot P_{x+1} + (1 - P_x) P_y \cdot P_{y+1}$$

$$= P_x P_{x+1} + P_y P_{y+1} - P_x P_y \cdot P_{x+1} P_{y+1}$$

$$= N_x \cdot P_{x+1} + N_y \cdot P_{y+1} - N_{xy} \cdot P_{x+1} P_{y+1}$$

Avec $N_x = P_x$, $N_y = P_y$ et $N_{xy} = P_x P_y$

Initialement l'individu est seul donc N_x , N_y et N_{xy} sont initialisés à 1. On peut les changer si on s'intéresse à un groupe de personnes. Les variables N_x , N_y et N_{xy} sont très importantes dans le programme, car elles permettent de ne pas perdre de mortalités. Ces variables se nomment respectivement NO_POLS_IF_1T, NO_POLS_IF_2T et NO_POLS_IF_1and2 dans Prophet.

