



Mémoire présenté le :

**pour l'obtention du Diplôme Universitaire d'actuariat de l'ISFA
et l'admission à l'Institut des Actuaire**

Par : Mohamed SANKHE

Titre : Etude du SCR en Epargne

Confidentialité : ☒ NON ☐ OUI (Durée : ☐ 1 an ☐ 2 ans)

Les signataires s'engagent à respecter la confidentialité indiquée ci-dessus

*Membre présents du jury de l'Institut des
Actuaire*

Entreprise : Allianz France

Nom :

Signature :

Directeur de mémoire en entreprise :

Nom : Sebastien COL

Signature :

Invité :

Nom :

Signature :

**Autorisation de publication et de mise en ligne
sur un site de diffusion de documents actuariels
(après expiration de l'éventuel délai de
confidentialité)**

Signature du responsable entreprise

Secrétariat

Signature du candidat

Bibliothèque :





REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier tous les membres de l'équipe Etudes Transverses de la Direction Epargne Individuelle pour leur accueil et leurs conseils avisés. Je remercie tout particulièrement Sebastien COL de m'avoir accueilli au sein de cette équipe.

Je remercie également Christian-Yann ROBERT pour sa disponibilité et ses conseils.



RESUME

Toute entreprise dispose d'un actif, qui reflète ce qu'elle possède, et en contrepartie un passif, qui reflète ce qu'elle doit.

Dans une activité traditionnelle, l'entreprise produit un bien ou un service puis est rémunérée en contrepartie de la vente de ce bien ou de ce service. L'activité d'un assureur est singulière dans la mesure où elle fonctionne en cycle inverse : l'assureur encaisse le prix de vente d'un contrat avant de décaisser son prix de revient et dispose ainsi des fonds dans l'intervalle de temps.

La particularité de l'assurance vie est que la durée moyenne des contrats est de 10 ans. L'assureur doit donc veiller à la rentabilité sur le long terme mais aussi au capital qu'il est nécessaire d'immobiliser pour la pratique de son activité.

En Europe, les règles de valorisation de fonds propres pour les assureurs sont édictées par une directive nommée Solvabilité II. Cette directive vient en remplacement de Solvabilité I et a pour but de mieux adapter les fonds propres exigés des compagnies d'assurance et de réassurance aux risques que celles-ci encourent.

Sous Solvabilité I, les capitaux propres sont calculés forfaitairement en fonction des provisions techniques vie et du chiffre d'affaire non-vie.

Solvabilité II introduit un calcul du besoin en capital basé sur une prise en compte de tous les risques inhérents à l'activité des assureurs : le Solvency Capital Requirement (SCR).

Cette approche contraint aujourd'hui les assureurs à avoir une nouvelle vision de la rentabilité qui n'est plus seulement observée par rapport au chiffre d'affaire mais aussi par rapport au SCR. Néanmoins, pour allier le SCR à la rentabilité en Epargne, il est nécessaire de projeter le SCR.

La projection du SCR est aussi utile pour le calcul d'un des éléments du bilan sous Solvabilité II : la marge pour risque (Risk Margin).

De nombreux mémoires et autres travaux ont été réalisés sur le SCR en Epargne. Ce mémoire propose une analyse du SCR en faisant un focus sur la poche d'investissement. En effet, l'épargne propose deux grandes familles d'investissement¹ que sont l'Euro et les Unités de compte (UC). Les études réalisées mettront en évidence les spécificités du SCR pour chacun de ces deux supports. Nous verrons que le SCR du support Euro est en grande partie dû aux risques de marché alors que le SCR du support UC est dû aux risques de souscription. Plus généralement, nous verrons que c'est la présence d'une garantie de taux sur l'Euro qui rend leurs consommations en capital si différente.

Nous analyserons également la projection du SCR. Cette partie permettra de mettre en lumière un aspect peut intuitif de la poche UC, qui pour beaucoup, est synonyme de

¹ Notions introduites en Partie 1 Section 2.2 et 2.3

risque moindre. En effet, à cause de sa duration plus longue, le support UC en présence présentera une projection du SCR plus importante² que celui du support Euro.

Pour résumé, ce mémoire s'attachera à répondre à la question suivante : **Quels sont les particularités et les principaux leviers du SCR en Epargne selon le support ?**

² Selon l'âge moyen du portefeuille



ABSTRACT

Each company has an asset that shows what it owns and liabilities that reflects what it owes.

In regular activities, the company generates an item and then is remunerate after selling of the item. In insurance it is particular because it is a reverse cycle: the insurer receive the selling price of a contract before paying back the prime cost, the insurer holds funds in between.

The particularity in life insurance is that average duration is 10 years; therefore the insurer must make sure of long term profitability and also required capital for the activity.

In Europe, the valuation rules of required capital for insurers are led by a directive called Solvency II. This directive comes in replacement of Solvency I and aims to better the capital requirements of insurance companies and reinsurance risks that they incur

For a while, profitability was calculated using turnover, main indicator of the health of a company. Nowadays, given the exposition at risks for insurance companies, the economic capital modeling is taking over.

Under Solvency 1, capital requirement was calculated using technical provisions for life and turnover for non-life.

Solvency II introduces new calculation of capital requirement taking into account all type of risks insurance is facing. This new approach forces insurers to take into account the risk capital into analysis of profitability. Thus, in order to associate the New Business Margin (NBM) to the SCR, we must project the SCR.

Risk Capital is also projected for calculation of the Risk Margin wish is part of the balance sheet in Solvency II.

Many reports have been done on the SCR in Savings. This report provides an analysis of the SCR with a focus on investment pocket. Indeed, savings offers two major investments families that are the Euro and Units Linked (UL). The studies will highlight the specificities of SCR for each of these two funds. More generally, we will see that it is the presence of the guarantee on the Euro which makes their capital consumption so different.

We will also analyze the projection of the SCR. This section will show that UL can be more consumer in capital than it is believed.

In summary, this paper will attempt to answer this question: What are the main levers of SCR in Savings depending on the fund?





Table des matières

RESUME	4
ABSTRACT.....	6
INTRODUCTION.....	11
Partie I : Cadre d'étude.....	13
1. L'assurance vie	14
1.1 Généralités.....	14
1.2 Les contrats d'assurance individuelle	15
2. L'épargne individuelle	18
2.1 Généralités.....	18
2.2 Les contrats en euro	18
2.3 Les contrats en unités de compte	19
2.4 Les options et garanties	19
2.5 Les risques.....	20
3. Les indicateurs en épargne	21
3.1 Le résultat technique (RT)	21
3.2 Le résultat financier (RF).....	22
3.3 La Present Value of Future Profits déterministe (PVFP).....	22
3.4 Coût d'immobilisation du capital(CreC)	23
3.5 Coût des risques non couvrables (CNHR).....	24
3.6 Coût des options et garanties (O&G).....	24
3.7 La Value of In Force (VIF)	25
3.8 La Market Consistant Embedded Value (MCEV)	26
3.9 Le Return on Risk Capital (RoRC).....	26
3.10 Le Best Estimate Liabilities (BEL)	27
Partie II : La notion de capital requis	28
1. La marge de solvabilité (Solvabilité I).....	29
2. Mesure de risque	31
2.1 Définition.....	31
2.2 Mesure de risque cohérente	31
2.3 Mesures de risque usuelles	32
3. Le Solvency Capital Requirement (Solvabilité II).....	36
3.1 Le modèle interne	37
3.2 Formule standard	38
Partie III : Générateur de scénarios économiques	43
1. Généralités	44
2. Modélisation des taux	44
2.1 Choix du modèle.....	44
2.2 Calibrage.....	46
3. Modélisation des actions	48



3.1	Choix du modèle.....	48
3.2	Calibrage.....	50
Partie IV : Etude dans un cadre Solvabilité II		52
1.	Présentation des hypothèses.....	53
2.	Analyse du SCR.....	57
2.1	Généralités.....	57
2.2	Décomposition du SCR	62
3.	Association du SCR à la rentabilité en Epargne.....	72
3.1	Couple rendement-risque.....	72
3.2	Projection du SCR	73
3.3	Tests de sensibilité.....	77
Conclusion		81
Bibliographie		84
Annexes		86
Annexe 1 : Rappel sur les taux d'intérêts.....		86
Annexe 2 : Application d'un choc sur le Bilan		88
Annexe 3 : Description des chocs QIS 5.....		88
Annexe 4 : Zoom sur le calcul du SCR vie		89
Annexe 5 : Choc taux d'intérêt selon maturité.....		90
Annexe 6 : Matrices de corrélation utilisées		90
Annexe 7 : Composition BEL		91
Annexe 8 : UC avec garantie.....		92
Annexe 9 : Contribution de chaque support au PVSCR selon l'âge		92





INTRODUCTION

Solvabilité II est une directive européenne visant à définir de nouvelles règles prudentielles pour les acteurs du secteur de l'assurance. Son introduction implique une profonde mutation dans le secteur.

Sous Solvabilité I, le besoin en capital était calculé comme proportion des provisions mathématiques et du chiffre d'affaire non-vie. Sous Solvabilité II, son calcul est beaucoup plus complexe et prend en compte tous les risques auxquels les assureurs sont confrontés. Le Solvency Capital Requirement (SCR) représente le montant de fonds propres économiques que doit détenir l'assureur pour pouvoir honorer ses engagements avec une probabilité de 99.5% sur une période d'un an. Ce niveau de complexité implique la nécessité pour les assureurs de mobiliser plus de ressources afin de répondre aux exigences du régulateur.

Solvabilité II implique également une généralisation de l'approche de rentabilité économique (RoRC : Return on Risk Capital) en complément du modèle Marge sur Chiffre d'affaire. En effet, puisque le besoin en capital n'est plus proportion du chiffre d'affaire, il devient nécessaire pour les assureurs d'analyser la rentabilité par rapport au Risk Capital.

Ces raisons expliquent en partie pourquoi le SCR prend une importance majeure et pourquoi il est primordial pour les assureurs de comprendre les spécificités de ce dernier.

C'est dans ce contexte que ce mémoire propose une analyse détaillée du SCR en Epargne. De nombreux travaux ont été effectués sur le SCR en épargne. On peut citer entre autres :

- Guillaume GERBER³ [2010] – « *Allocation d'actifs sous Solvabilité 2 : cas de l'assurance vie épargne* » qui analyse la sensibilité du SCR à différentes allocations d'actifs
- François Luu⁴ [2011] – « *Etude sur la projection du capital requis sous Solvabilité II* » qui analyse la pertinence de différents drivers pour la projection du SCR

La singularité de ce mémoire est de proposer une analyse détaillée du SCR et de sa projection en distinguant le type de support : Euro ou UC. Cela permettra de mettre en évidence une consommation en SCR complètement différente d'un support à l'autre.

L'étude réalisée s'articule autour de 2 principaux thèmes :

- Analyse du SCR en Epargne selon le support
- Association du SCR à la rentabilité

Après avoir introduit les éléments théoriques nécessaires, une analyse détaillée du SCR pour les supports Euro et UC sera effectuée. Plus particulièrement, la décomposition du SCR pour chaque support sera étudiée.

³ Mémoire DAUPHINE

⁴ Mémoire ISUP



Dans un second temps, nous analyserons l'association du SCR à la New Business Margin (NBM). La NBM est un indicateur de rentabilité captant les flux jusqu'à extinction du portefeuille. Le SCR représentant le besoin en capital sur une année, l'association de ces deux indicateurs nécessite donc que l'horizon d'évaluation soit le même ; d'où la nécessité de projeter le SCR. La projection du SCR par support sera donc largement abordée.

Tout au long de l'étude, différents tests de sensibilité seront également réalisés afin de mettre en évidence les leviers du SCR.



Partie I : Cadre d'étude

Dans cette partie, nous allons nous attacher à introduire les éléments de notre étude. Dans un cadre généraliste, nous parlerons de l'assurance vie et de ses spécificités par rapport aux autres activités. Dans un cadre plus précis, nous parlerons de l'épargne, les différents produits qu'elle comporte ainsi que les risques sous-jacents.

Nous terminerons par une partie sur les indicateurs de rentabilité qui sont incontournables en épargne individuelle.

Les lecteurs familiers à l'Epargne Individuelle et ses indicateurs peuvent se rendre à la partie suivante.



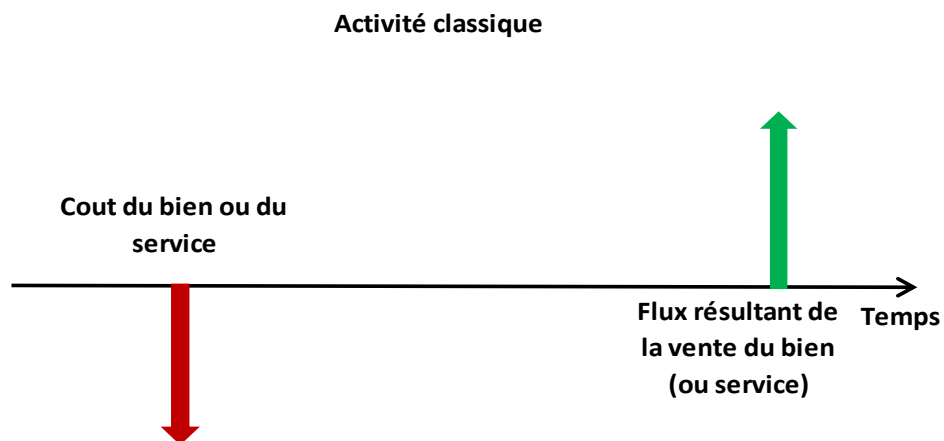
1. L'assurance vie

1.1 Généralités

M. Picard et A. Besson, dans leur *Traité des assurances terrestres*⁵, définissent l'assurance vie comme « *le contrat par lequel, en échange d'une prime, l'assureur s'engage à verser au souscripteur ou au tiers par lui désigné, une somme déterminée (capital ou rente) en cas de mort de la personne assurée ou de sa survie à une époque déterminée* ».

Aujourd'hui, elle voit sa définition élargie car en plus de couvrir les risques de décès et de survie, elle couvre les risques de maladies ou d'accidents corporels (prévoyance).

La spécificité de l'assurance en général réside dans son cycle de production. Dans une activité traditionnelle, l'entreprise produit un bien ou un service puis est rémunérée en contrepartie de la vente de ce bien ou de ce service :

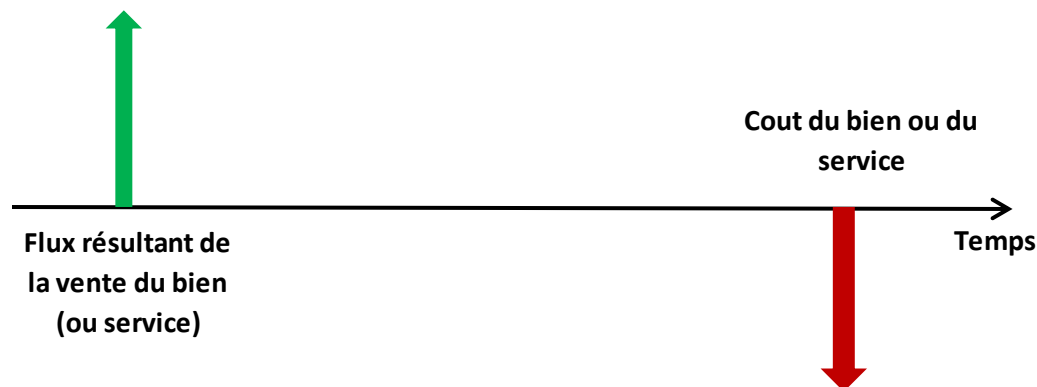


L'activité d'assurance est singulière dans la mesure où elle fonctionne en cycle inverse : l'assureur encaisse le prix de vente d'un contrat avant de décaisser son prix de revient et dispose ainsi des fonds dans l'intervalle de temps :

⁵ M. Picard et A. Besson [1982] « Les assurances Terrestres – Tome I – Le contrat d'assurance – LGDJ »



Activité d'assurance



Avec 1 581 milliards d'encours⁶ à fin Octobre 2015, l'assurance vie reste le placement favori des français.

Pour J. A. Chabannes et N. Eymard-Gauclin⁷ les principales raisons sont : « *la fiscalité avantageuse, le poids économique des fonds gérés par les sociétés d'assurance et aussi l'objectif principal de protection de la famille ou de l'entreprise* ».

1.2 Les contrats d'assurance individuelle

Les contrats peuvent être classés selon qu'il s'agit d'une assurance en cas de décès ou d'une assurance en cas de vie.

1.2.1 Les assurances en cas de décès

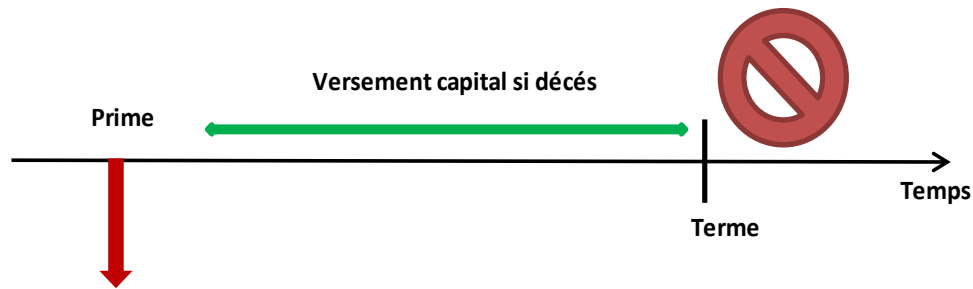
Moyennant une prime unique ou périodique, l'assureur s'engage à verser une prestation (capital déterminé) aux ayants droits en cas décès de l'assuré.

➤ L'assurance temporaire

Elle garantit le paiement d'un capital au bénéficiaire désigné si le décès de l'assuré survient avant une date déterminée. Si à l'échéance l'assuré est toujours vivant, alors l'assureur n'a plus aucune obligation.

⁶ Sur cette même période, l'encours sur le livret A est de 361 milliards. Source :FFSA

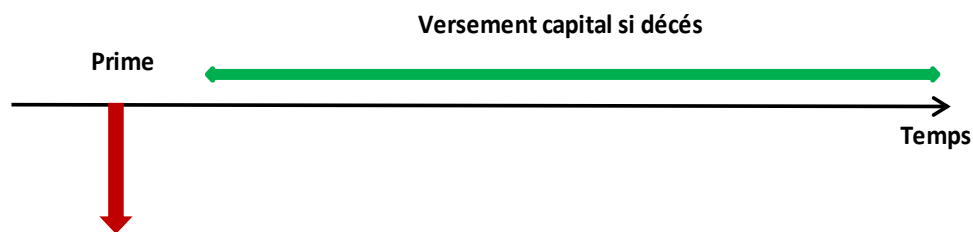
⁷ J. A. Chabannes et N. Eymard-Gauclin [2004] « Le manuel de l'assurance vie – 3^e édition »



Ce type de contrat ne permet pas la constitution d'une épargne. Elle vise par exemple à garantir le versement d'un capital ou d'une rente, en cas de décès de l'assuré avant la fin des études de ses enfants.

➤ L'assurance vie entière

Elle garantit le versement d'un capital fixé lors du décès de l'assuré, peu importe sa date de survenance. Il s'agit donc ici de la constitution d'une épargne certaine.



Trois types de financements sont possibles :

Des primes viagères, c'est-à-dire que le règlement de la prime sera réparti sur toute la vie.

Des primes temporaires, les versements seront effectués que jusqu'à une échéance fixée à l'avance. Par exemple, l'âge de départ à la retraite

Une prime unique, règlement effectué une seule fois.

➤ L'assurance de survie

Il s'agit d'une variante de l'assurance vie entière. Ici, le versement de la prestation est soumis à la survie de l'ayant droit désigné en cas de décès de l'assuré.

L'assureur s'engage, moyennant le versement de primes pendant toute la vie de l'assuré, à payer, à son décès, un capital ou une rente à l'ayant droit désigné, à condition que ce dernier soit en vie à cette date.

Si le décès du bénéficiaire intervient avant celui de l'assuré, alors l'assureur n'a plus aucune obligation.

1.2.2 Les assurances en cas de vie

L'assurance en cas de vie a un fonctionnement inverse de celui de l'assurance en cas de décès. Le but ici pour l'assuré est de se constituer un capital ou une rente à une échéance donnée.



➤ L'assurance de capital différé

L'assureur s'engage, moyennant le versement d'une prime par l'assuré, à verser un capital sous condition que l'assuré soit en vie au-delà d'une échéance fixée. Il s'agit donc ici, du versement d'un capital différé.



La prime peut être périodique ou unique.

Si le décès de l'assuré intervient avant le terme alors, l'assureur n'a plus aucune obligation.

➤ L'assurance de rente différée

Il s'agit ici d'une variante du capital différé, l'assureur s'engageant à verser une rente si l'assuré est vivant au-delà du terme fixé.

Si la rente est versée pendant la durée de vie résiduelle de l'assuré, alors il s'agit d'une rente viagère. Si elle est versée pendant une période donnée, alors il s'agit d'une rente temporaire.



La rente peut être réversible en totalité ou en partie sur la tête d'un ayant droit survivant (son conjoint par exemple).

➤ L'assurance de rente immédiate

En contrepartie d'une prime versée à la souscription par l'assuré, l'assureur s'engage à servir une prestation périodique immédiatement soit pendant une période fixée, soit pendant la durée de vie résiduelle de l'assuré.



On peut citer d'autres types de contrats d'assurance vie comme les assurances mixtes par exemple qui sont un mélange des assurances en cas de décès et des assurances en cas de vie.

2. L'épargne individuelle

2.1 Généralités

Le contrat d'épargne individuelle permet au souscripteur de constituer un capital au terme de ce contrat via le placement du montant versé (périodique ou unique).

D'une part, les options associées le rendent relativement souple et d'autre part les garanties permettent une fiabilité du placement.

Différentes possibilités de placements sont proposées à la souscription : on distingue les contrats à support en euro, les contrats à support en Unités de Compte (UC) et les contrats multisupports (support euro et UC).

2.2 Les contrats en euro

Ce type de support comporte une garantie de rendement minimum (TMG ou TMGA) pour l'assuré. Ainsi, ce dernier est sûr de voir son capital fructifier. Le risque financier est entièrement porté par l'assureur qui a une obligation de rémunération du capital de l'assuré.

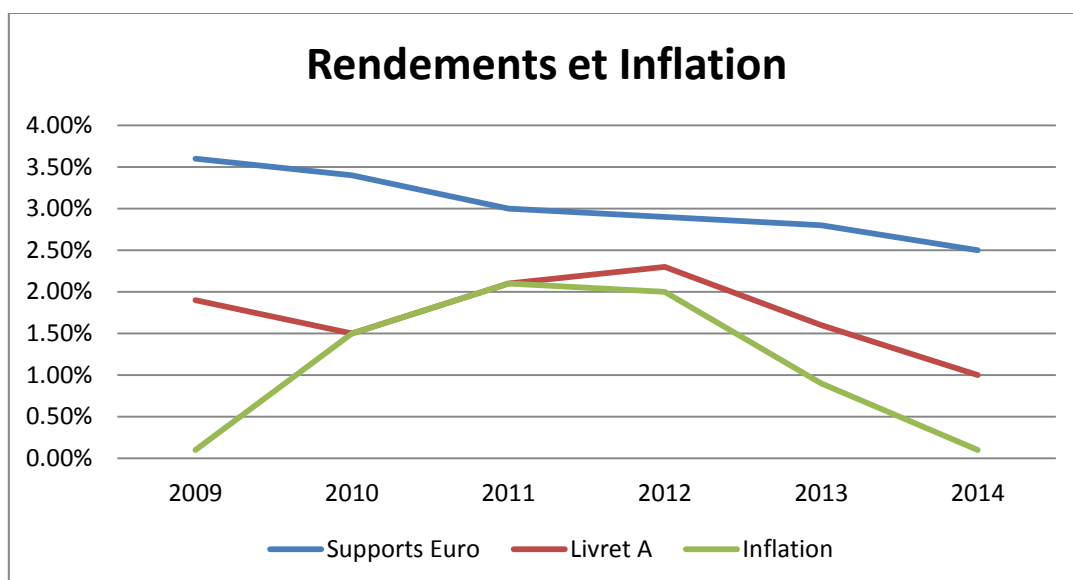


Figure 1 : Moyenne annuelle rendement support euros (source FFSA)

Au global, on observe un rendement moyen des supports Euro très supérieur à l'inflation et au livret A.



2.3 Les contrats en unités de compte

Contrairement au support en euro, le support UC ne comporte pas de garantie de rendement de taux, le capital est investi en unités de compte, c'est-à-dire des actions, des obligations ou des OPCVM (Organisme de Placement Collectif en Valeurs Mobilières).

Le capital à terme est soumis aux fluctuations du marché, l'assuré peut se retrouver avec un gain comme une perte à l'issue du contrat. Le risque financier (sauf garantie annexe) est alors entièrement supporté par l'assuré.

L'engagement de l'assuré portant sur le nombre d'unités de compte, le capital à terme est obtenu en multipliant le nombre d'UC par leurs valeurs de marché.

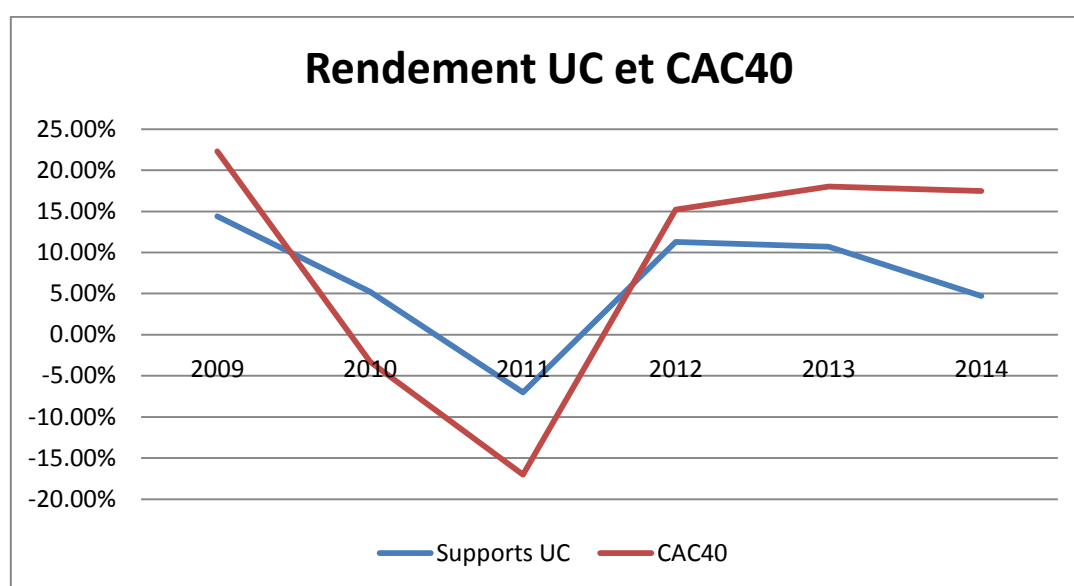


Figure 2 : Moyenne annuelle rendement support UC (source FFSA)

Les performances des contrats UC s'apprécient sur le long terme. Ce type d'investissement répond donc parfaitement aux attentes des assurés concernant leur retraite.

Un contrat à support unique est un contrat dont le portefeuille adossé est composé d'une unique unité de compte alors qu'un contrat multisupports est un contrat dont le portefeuille adossé est composé de plusieurs unités de compte.

2.4 Les options et garanties

Les **options** sont des flexibilités proposées à l'assuré (qui a libre choix de les appliquer ou pas pendant la durée de vie du contrat) modifiant la gestion ou les caractéristiques du contrat. On distingue entre autres :

- **Le rachat** : possibilité pour l'assuré de disposer d'une partie (rachat partiel) ou de la totalité (rachat total) du capital constitué moyennant des pénalités.



- **La participation au bénéfice(PB)** : En cas de bon résultat de la compagnie d'assurance, il y a redistribution d'une partie du bénéfice aux assurés
- **L'arbitrage** : possibilité pour l'assuré de changer la répartition du capital dans les supports. Il peut décider de virer une partie du capital en UC vers l'euro ou l'inverse
- **Versement libre à taux garanti** : permet au souscripteur d'effectuer des versements (en dehors de ceux programmés) supplémentaires avec la garantie d'un rendement minimum
- **Option de sortie en rente** : possibilité pour l'assuré de disposer de son capital en sortie par rente au terme la phase de capitalisation
- **Réduction** : possibilité pour l'assuré de réduire les versements périodiques programmés à la souscription

Les **garanties** sont des engagements pris par l'assureur à la souscription du contrat, elles portent généralement sur la valorisation ou la restitution du capital.

On peut distinguer :

- **Le taux minimum garanti** : engagement de l'assureur de rémunérer le capital de l'assuré avec un taux minimum (fixé à la souscription) sur toute la durée du contrat (TMG : taux minimum garanti) ou avec un taux annuel qui sera fixé au début de chaque année (TMGA : taux minimum garanti annuel).
- **La garantie plancher** : permet au bénéficiaire, en cas de décès de l'assuré, de recevoir au moins le capital investi.

2.5 Les risques

Solvabilité II introduit une nouvelle valorisation du besoin en capital, dans laquelle les risques prennent une place très importante.

Les risques inhérent à l'activité d'une compagnie d'assurance vie peuvent être scindés en deux grandes catégories :

➤ Les risques financiers regroupant :

Les risques de marché sont les risques qui sont liés aux fluctuations des marchés financiers. Il s'agit essentiellement du risque action, risque immobilier, risque de change, etc.

Le risque de crédit est le risque de perte sur une créance.

➤ Les risques non-financiers regroupant :



Les risques de souscription vie : il s'agit des risques liés à l'activité de l'assurance : risque de mortalité, risque de longévité, risque de rachat, risque de dépense.

Le risque opérationnel est le risque de perte résultant de l'inadéquation ou de la défaillance de processus internes ou d'événements extérieurs.

Une variation de ces risques (hausse ou baisse) peut entraîner chez l'assureur une incapacité à honorer ces engagements d'où la nécessité de modéliser un Risk Capital capable d'absorber les pertes causées par ces variations.

3. Les indicateurs en épargne

Il est très important de garder à l'esprit que les indicateurs de rentabilité en assurance vie ont une vision long-terme (sur toute la durée de vie du contrat). Les calculs sont faits en valeur actuelle nette probable (VAN) c'est-à-dire en se projetant afin de capter tous les flux futurs pour ensuite les actualiser.

En épargne, c'est l'Embedded Value (EV) qui est le principal outil de pilotage de la rentabilité. L'EV représente la valeur actuelle de l'entreprise. Les principes de calcul de l'EV sont édictés par le CFO Forum (regroupement des directeurs financiers des plus grandes compagnies d'assurance).

3.1 Le résultat technique (RT)

Le résultat technique représente les gains ou pertes réalisées par l'assureur sur les opérations liées à la gestion du produit : chargements prélevés – coûts.

Il faut distinguer les opérations liées à l'acquisition et les autres opérations :

- Les opérations liées à l'acquisition ne sont effectuées qu'une seule fois (à la souscription)
- Les autres opérations comme celles liées à la gestion par exemple sont effectuées sur toute la durée de vie du contrat : elles sont donc calculées en valeur actuelle probable.



(+) Solde de souscription

Chargement de gestion
Chargement d'acquisition
Chargement d'arbitrage
Pénalités de rachats

(-) Coût d'acquisition

Commission d'acquisition
Coût d'acquisition

(-) Coût de gestion

Commission de gestion
Coût de gestion
Coût de rachat
Commission d'arbitrage

(-) Autres coûts

Csss
(+) Rétrocessions OPCVM

= Résultat technique

Avec : **Csss** : Contribution sociale et solidaire des sociétés (ou C3s) est une taxe dont sont redevables les sociétés ayant un chiffre d'affaire hors taxes au moins égal à 760 000 euros. Elle est à hauteur de 0.16% du chiffre d'affaire.

Rétrocession sur OPCVM : commission versée par les organismes de gestion des OPCVM.

3.2 Le résultat financier (RF)

Le résultat financier représente les gains ou pertes provenant des placements, déduction faite de la part des assurés.

(+) Produits financiers nets

(-) Taux garanti + Participation au bénéfice(PB)

= Résultat financier

Le taux garanti et la participation au bénéfice représentent la part des assurés.

3.3 La Present Value of Future Profits déterministe (PVFP)

La PVFP déterministe représente la valeur actuelle des profits ou pertes nets d'impôts évaluée selon un scénario déterministe:

(+/-) Résultat technique

(+/-) Résultat financier



(-) Impôts

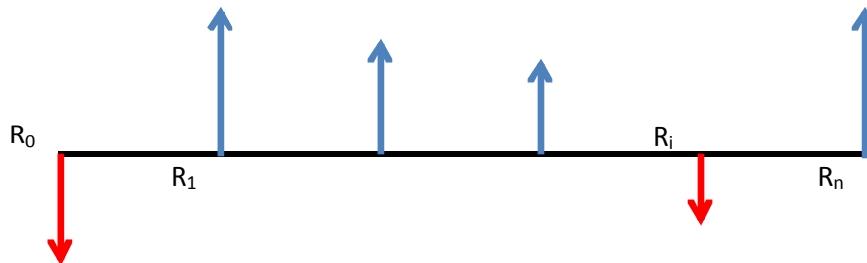
= PVFP déterministe

Dans le schéma ci-dessus, le résultat technique et le résultat financier sont calculés en valeur actuelle ; si ce n'est pas le cas, la PVFP peut aussi être représenté comme :

$$PVFP = \sum_{t=1}^T R_t * \prod_{i=0}^{t-1} \frac{1}{1 + fwr_i}$$

Avec : fwr_t le taux forward 1-an à la date t (cf annexe 1 pour un rappel)

R_t = résultat technique_t + résultat financier_t nets d'impôts à l'instant t



La PVFP déterministe dépend de l'inflation, du rendement des actifs financiers, des taux de rachats, de décès, etc. Toutes ces variables sont inconnues puisqu'on se projette : les valeurs futures les plus plausibles de ces variables sont estimées à partir des données historiques ou de l'observation des marchés financiers à terme. C'est ce scénario central qui est utilisé pour le calcul de la PVFP déterministe.

3.4 Coût d'immobilisation du capital(CreC)

Appelé souvent coût de friction du capital ou Cost of required holding Capital(CreC), il représente les coûts générés par l'immobilisation du capital.

Dans une approche EV, c'est la différence entre le taux d'actualisation et le rendement net des actifs. Dans une approche Marquet Consistent (MCEV), il n'y a pas d'écart entre le rendement des actifs et le taux d'actualisation. Le coût d'immobilisation du capital correspond donc à l'impôt payé sur les produits financiers générés par le capital et les frais relatifs à la gestion des actifs du capital :

$$CreC_{mc} = \sum_{t=1}^T (tax_t * fwr_{t-1} * RC_t + (1 - tax_t) * frais_t) \prod_{i=0}^{t-1} \frac{1}{1 + fwr_i}$$

Avec : fwr_t le taux forward 1-an à la date t (cf annexe 1 pour un rappel)

tax_t le taux d'impôt en vigueur à la date t



RC_t le montant de Risk Capital détenu à la date t
 fwr_t le montant de frais relatif à la gestion des actifs du capital.

3.5 Coût des risques non couvrables (CNHR)

Aussi appelé Cost of Non-Hedgeable Risks (CNHR) il permet de supporter les risques qui ne sont pas couverts par un produit financier, c'est-à-dire les risques qui ne sont pas de marché.

Parmi ces risques : Le risque opérationnel ; les risques viagers (mortalité, morbidité, longévité, etc).

Le CFO forum ne prescrit aucune méthode spécifique de calcul du CNHR. Il indique qu'il devrait être comparable à une approche coût du capital (selon solvabilité II).

Ce coût est souvent calculé par immobilisation d'un % supplémentaire du Solvency Capital Requirement.

$$CNHR_{mc} = \sum_{t=1}^T CoCcharge_t * NHRC_t * \prod_{i=0}^{t-1} \frac{1}{1 + fwr_i}$$

Avec : $CoCcharge_t$ la charge de coût du capital

$NHRC_t$ le montant de risque capital (agrégé) spécifique aux risques non-couvrables

fwr_t le taux forward 1-an à la date t (cf annexe 1 pour un rappel)

Le CNHR est souvent rattaché au Risk Margin (Cf. partie 2 section 3). Ces 2 indicateurs sont quasi-similaires mais quelques différences subsistent tout de même :

	CNHR	Risk Margin
Contexte	CFO Forum (MCEV)	Solvabilité II (Passif)
Coût du capital	non défini	6%
Interprétation	Coût en capital	Matelas de sécurité

Tableau 1 : CNHR vs Risk Margin

3.6 Coût des options et garanties (O&G)

Le coût des options et garanties permet de prendre en compte l'impact potentiel des flux futurs de toutes les options et garanties financières.

Les options et garanties financières présentes dans un portefeuille d'assurance vie peuvent réduire les profits lorsque le rendement du portefeuille tombe en deçà du taux minimum garanti ou lorsque les conditions économiques sont défavorables.

Calculer la valeur des profits futurs par une approche déterministe ne permet pas de capturer tout l'effet de ces options et garanties, leur coût n'étant déterminable que par des techniques stochastiques.



Il faut distinguer la valeur intrinsèque et la valeur temps des O&G :

- Valeur intrinsèque :
La valeur intrinsèque est l'effet de réduction des profits (due aux O&G) déjà incorporée dans le calcul de la PVFP dans le scénario central (déterministe). Le scénario central correspond au scénario best estimate. La valeur intrinsèque peut être estimée comme étant la différence entre la PVFP sans application de TMG et la PVFP centrale.
- Valeur temps :
La valeur temps des O&G est la valeur des O&G qui n'est pas prise en compte dans la PVFP en scénario central. Il faut un outil stochastique pour l'évaluer (méthode de Monte-Carlo).

Cette valeur temps (**Time Value of Options and Guarantees : TVOG**) se calcule comme suit :

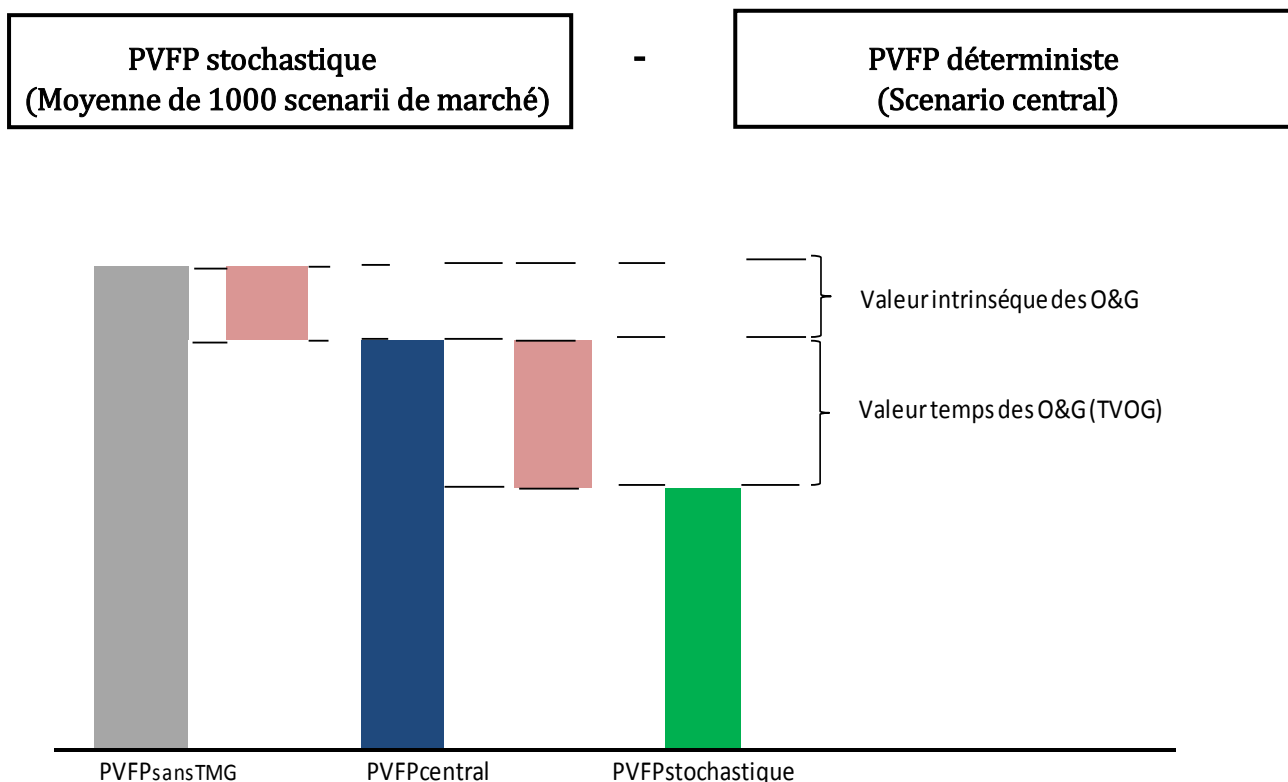


Figure 3 : Différents états des O&G

3.7 La Value of In Force (VIF)

La VIF mesure la capacité de l'encours actuel à générer des profits dans le futur :

$$\text{VIF} = \text{PVFP}_{\text{déterministe}} - \text{CreC} - \text{CNHR} - \text{TVOG}$$



Pour les actionnaires, c'est un indicateur clef des performances de la compagnie. Lorsqu'il s'agit d'affaires nouvelles (souscription et ou reversement), on parle de New Business Value (NBV). La NBV est un cas particulier de la VIF. La NBV est souvent associée à la NBM (New Business Margin) :

$$NBM = \frac{NBV}{PVNBP}$$

La PVNBP (Present Value of New Business Profits) représente la valeur actuelle des primes futures générées par le portefeuille de contrats.

3.8 La Market Consistant Embedded Value (MCEV)

La MCEV est un indicateur de rentabilité utilisé par les compagnies d'assurances pour calculer la 'valeur économique' de leur portefeuille de contrats. C'est la valeur actuelle des revenus futurs et le résultat (bénéfice) en stock distribuables aux actionnaires sur toute la durée de vie de l'entreprise. On peut la voir comme la valeur actuelle de la compagnie.

$$MCEV = VIF + NAV$$

Autrement dit :

$$MCEV = PVFP_{\text{deterministe}} - \text{CreC} - \text{CNHR} - \text{TVOG} + NAV$$

NAV (Net Asset Value) est la valeur de marché des actifs revenant à la compagnie (actionnaires), c'est-à-dire la part de l'actif non adossé à des produits du passif : il s'agit du Risk Capital + surplus de capital (Excess Capital XS).

La MCEV peut être vue comme la somme de deux blocs :

- D'une part la VIF qui représente les profits futurs
- D'autre part la NAV qui représente le résultat en stock

La MCEV est un indicateur de rentabilité très répandue en assurance vie. Cet indicateur est généralement publié annuellement par les compagnies. Pour les actionnaires la MCEV permet d'évaluer les performances de la compagnie ; pour l'autorité de contrôle c'est un indicateur clef de la solvabilité de la compagnie.

3.9 Le Return on Risk Capital (RoRC)

Le RoRC mesure la rentabilité par rapport au Solvency Capital Requirement. Il correspond à :

$$RoRC = \frac{VIF + CNHR}{PVSCR}$$

Avec :

$$PVSCR(\text{Present Value of SCR}) = \sum_{t=1}^T SCR_t * \prod_{i=0}^{t-1} \frac{1}{1 + fwr_i}$$



En effet, la VIF est un indicateur ayant une vision de la rentabilité jusqu'à extinction du portefeuille. Le SCR, quant à lui, possède une vision à 1 an. L'association de ces deux indicateurs nécessite donc que l'horizon d'évaluation soit le même ; d'où la nécessité de projeter le SCR.

Enfin, afin de ne pas pénaliser doublement cet indicateur avec l'effet des CNHR, ces derniers sont annulés au numérateur car les Non-Hedgeable Risks sont déjà compris dans le SCR.

3.10 Le Best Estimate Liabilities (BEL)

Le BEL (provisions Best Estimate) n'est pas un indicateur de rentabilité. Il s'agit plutôt d'un élément du passif. Nous présentons ici le BEL car elle sera utilisée dans le cadre du calcul de SCR.

La notion de Best Estimate est définie sous Solvabilité II comme étant : « *La meilleure estimation qui est égale à la moyenne pondérée par leur probabilité des flux de trésorerie futurs, compte tenu de la valeur temporelle de l'argent (valeur actuelle probable des flux de trésorerie futurs), déterminée à partir de la courbe des taux sans risque pertinente. Le calcul de la meilleure estimation est fondé sur des informations actuelles crédibles et des hypothèses réalistes et il fait appel à des méthodes actuarielles et des techniques statistiques adéquates* »

Le calcul des provisions Best Estimate nécessite donc la projection des flux correspondant aux prestations (sinistres, rachats, . . .), aux frais (gestion et acquisition), aux coûts, aux primes :

$$BEL = \sum_{t=1}^T (Prestations_t + Commissions_t + Coûts_t - Primes_t) \prod_{i=0}^{t-1} \frac{1}{1 + fwr_i}$$

Avec : fwr_t le taux forward 1-an à la date t

Si une technique stochastique est utilisée pour le calcul, le BEL correspondra à la moyenne des scenarii.



Partie II : La notion de capital requis

Le terme capital requis désigne le montant de fonds propres économiques que l'établissement estime nécessaire pour couvrir ses risques.

Dans cette section, nous ferons un bref retour sur la marge de solvabilité introduite par Solvabilité I. La section traitera essentiellement du calcul du SCR tel qu'il a été introduit sous Solvabilité II. Le Risk Capital faisant référence à la notion de mesure du risque, un chapitre introductif sera dédié aux mesures de risque usuelles.



1. La marge de solvabilité (Solvabilité I)

Le calcul de la marge de solvabilité sous S1 se base essentiellement sur les provisions mathématiques et le chiffre d'affaire non-vie.

Les provisions mathématiques (PM) représentent le montant des engagements de l'assureur à chaque instant. C'est le montant que l'assureur doit détenir dans ses comptes pour garantir ses engagements vis-à-vis des assurés.

Son calcul intègre les prestations (mortalité, rachats), les intérêts financiers et les cotisations futures éventuelles.

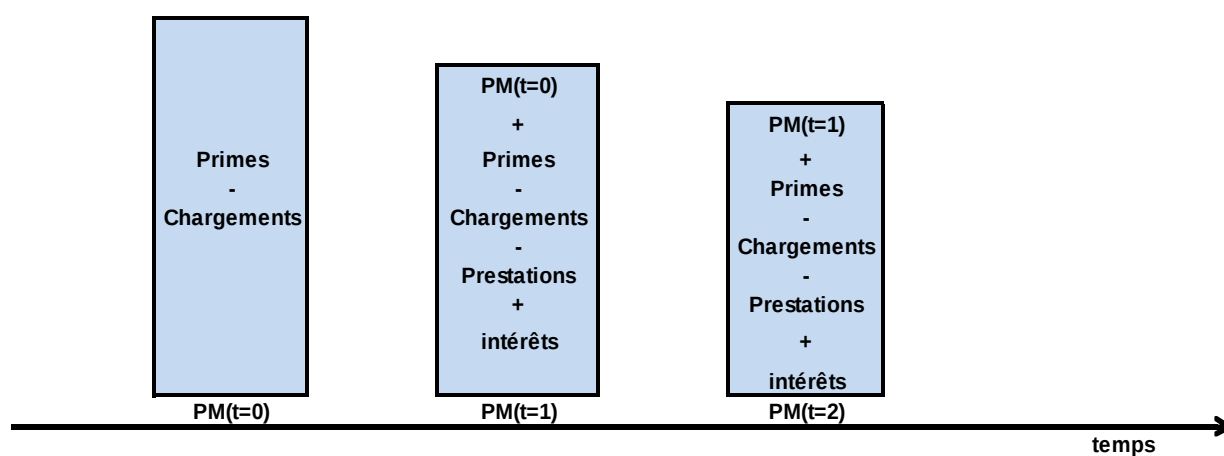


Figure 4 : Evolution des provisions mathématiques

Modélisation :

Pour la modélisation des PM, le calcul est fait à trois périodes :

- Début de période
- Milieu de période
- Fin de période

Si les calculs sont faits annuellement par exemple, on distinguera la PM en début d'année, la PM en milieu d'année et la PM en fin d'année.

Le calcul est fait de la sorte car on suppose que les prestations (mortalité et rachats) interviennent en milieu de période. En effet, supposer que les sinistres et les rachats surviennent en début d'année serait un scénario pessimiste car le montant capitalisé serait diminué des prestations le plus tôt possible : sous-évaluation de l'intérêt; alors que supposer que les sinistres et les rachats surviennent en fin d'année serait un scénario optimiste le montant capitalisé étant diminué des prestations le plus tard possible : surévaluation de l'intérêt.



Supposer que les prestations surviennent en milieu de période est donc un choix de scénario neutre.

- En début de période :

$$PM \text{ début} = PM \text{ fin période précédente} + \text{versements nets}$$

- En milieu de période :

$$\begin{aligned} PM \text{ milieu avant mouvement} &= PM \text{ début} + \text{intérêts}_1 - \text{chargements}_1 \\ &= PM \text{ début} * (1 + \text{taux}_{\text{int}} - \text{taux}_{\text{charg}}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} PM \text{ milieu après mouvement} &= PM \text{ milieu avant mouvement} - \text{sinistres} - \text{rachats} \\ &= PM \text{ milieu avant mouvement} * (1 - \text{taux}_{\text{morta}} - \text{taux}_{\text{ra}}) \end{aligned}$$

- En fin de période :

$$\begin{aligned} PM \text{ fin avant mouvement} &= PM \text{ milieu après mouvement} + \text{intérêts}_2 - \text{chargements}_2 \\ &= PM \text{ milieu après mouvement} * (1 + \text{taux}_{\text{int}} - \text{taux}_{\text{charg}}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} PM \text{ fin après mouvement} &= PM \text{ fin avant mouvement} + \text{arbitrages}_{\text{in}} - \text{arbitrages}_{\text{out}} \\ &= PM \text{ fin avant mouvement} * (1 + \text{taux}_{\text{in}} - \text{taux}_{\text{out}}) \end{aligned}$$

intérêts_1 = intérêts calculés sur la première moitié de la période (idem chargements_1)

intérêts_2 = intérêts calculés sur la deuxième moitié de la période (idem chargements_2)

Les sinistres/rachats sont calculés grâce aux tables de mortalité/rachat (partiel et total).

Pour les contrats avec TMG et PB, les intérêts versés aux assurés sont calculés au taux de revalorisation :

$$\text{Intérêts} = PM * \text{taux}_{\text{reval}} = PM * \max(\text{TMG}, \text{taux}_{\text{PB}}^8)$$

Sous Solvabilité 1, la marge de solvabilité représente le montant que l'assureur doit immobiliser pour absorber les pertes inattendues. Elle figure au passif de la compagnie.
Vision Actif-Passif (assurance vie) :

⁸ Ici le taux PB correspond au TMG plus le l'éventuel bénéfice financier versé aux clients

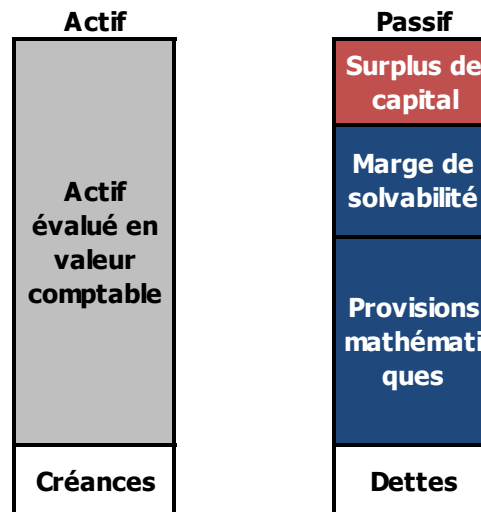


Figure 5 : Vision du bilan sous Solvabilité I

La marge de solvabilité réglementaire (MSR) équivaut à : 4% PM euros + 1% PM UC.
 Les études d'impacts sur la solvabilité en cas de chocs financiers et macroéconomiques ont clairement montré les limites de ce modèle.
 La marge de solvabilité ne prend pas en compte le niveau de risque des investissements ; seule l'activité est prise en compte (proportion des PM).

2. Mesure de risque

2.1 Définition

On appelle mesure de risque, toute application ρ associant un risque X à un réel $\rho(X) \in \mathbf{R}_+ \cup \{+\infty\}$.

Lorsqu'ils existent, l'espérance, la variance ou l'écart type sont donc des mesures de risque.

Il apparaît évident qu'un grand nombre d'application répondent ainsi à ce critère. Cependant, pour être jugé satisfaisant, une mesure de risque doit répondre à certaines propriétés.

2.2 Mesure de risque cohérente

Propriété 1 : Une mesure de risque ρ est invariante par translation si

$$\rho(X + c) = \rho(X) + c \quad \forall c \text{ une constante}$$

Propriété 2 : Une mesure de risque ρ est sous additive si

$$\rho(X + Y) \leq \rho(X) + \rho(Y) \quad \forall X \text{ et } Y$$

Propriété 3 : Une mesure de risque ρ est homogène si



$$\rho(cX) = c\rho(X) \quad \forall c \text{ une constante positive}$$

Propriété 4: Une mesure de risque ρ est monotone si

$$X \leq Y \quad p.s. \Rightarrow \rho(X) \leq \rho(Y)$$

Une mesure de risque satisfaisant ces 4 propriétés est qualifiée de **cohérente**. Comme exemple de mesure cohérente, nous pouvons citer la Tail-VaR. La VaR quant à elle n'est pas cohérente car elle ne respecte pas la propriété de sous-additivité.

2.3 Mesures de risque usuelles

➤ La VaR (Value at Risk)

La Value at Risk de niveau α associée au risque X est définie par :

$$VaR(X, \alpha) = \inf\{x \mid Pr[X \leq x] \geq \alpha\}$$

Une interprétation économique de la VaR est qu'il s'agit du montant qui permettra de couvrir le montant de sinistre engendré par le risque X avec une probabilité de α .

Proposition : La VaR n'est pas une mesure de risque cohérente car elle n'est pas sous-additive.

F. Planchet, P. Thérond et M. Juillard, dans leur ouvrage « *Modèles financiers en assurance*⁹ » démontrent cette proposition à l'aide d'un contre-exemple. En effet, en choisissant X et Y deux variables aléatoires indépendantes de loi de Pareto de paramètres $(2; 1)$ et $(2; 2)$, alors $\exists \alpha \in]0; 1[$ tel que :

$$VaR_\alpha(X + Y) > VaR_\alpha(X) + VaR_\alpha(Y)$$

L'illustration graphique suivante le matérialise :

⁹ F. Planchet, P. Thérond, M. Juillard [2011] « Modèles financiers en assurance – Analyse de risques dynamiques »

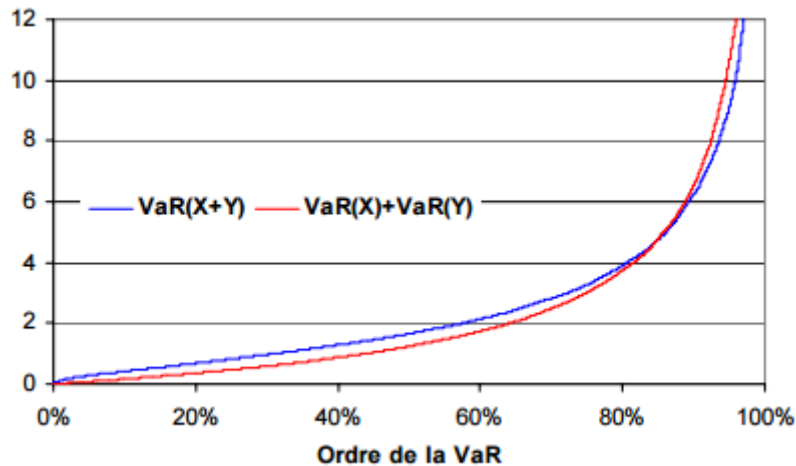


Figure 6 : Value at Risk de la somme de deux v.a de pareto

Parmi les inconvénients de la VaR : celle-ci n'est pas cohérente et le niveau réel des pertes lorsque la VaR est dépassée est inconnu.

Il existe différentes approches pour calculer une VaR :

- **La VaR analytique** : cette méthode de calcul repose sur des éléments statistiques. Son application présuppose 3 hypothèses : la normalité des facteurs de risque ; la relation linéaire entre les facteurs de risque et la valeur du portefeuille ; l'indépendance temporelle des variations de la valeur du portefeuille. Sous ces hypothèses, la VaR s'exprime alors comme :

$$VaR_{\alpha} = P(t) * \phi^{-1}(\alpha) * \sigma$$

Avec : $P(t)$ la valeur du portefeuille à l'instant t

ϕ^{-1} l'inverse de la fonction de répartition d'une gaussienne centrée réduite

σ la volatilité du portefeuille (si le portefeuille est composé de plusieurs actifs, il s'agit de la matrice de variance covariance)

Sous l'hypothèse de normalité, le scaling permet de passer d'une VaR à 1 jour à une VaR à N jours :

$$VaR_{\alpha}(N \text{ jours}) = \sqrt{N} * VaR_{\alpha}(1 \text{ jour})$$

- **La VaR historique** : cette VaR est entièrement basée sur l'évolution historique des facteurs de risque. Si nous disposons de N valeurs passées d'un portefeuille. La première étape consiste à calculer les P&L (profit and losses) = Valeur_{init} - Valeur_{finale}. Il suffit ensuite de classer par ordre croissant ces P&L. La VaR de niveau α est alors la valeur absolue de la $N*(1-\alpha)^{\text{ème}}$ plus petite valeur (car les plus petites observation sont négatives) valeur. Cette méthode n'impose pas d'hypothèses sur la loi des facteurs de risque mais demande de disposer d'observations importantes ; ce qui n'est pas toujours garantie.



- **La VaR Monte Carlo** : cette méthode nécessite une hypothèse de distribution des facteurs de risque à choisir. Une fois la distribution fixée, il suffit de simuler les facteurs de risque, la VaR est alors obtenu par le même procédé que pour la VaR historique.
Cette méthode demande beaucoup de temps de calcul.

Les deux premières techniques de calcul de la VaR utilisent l'historique d'observations pour estimer les variations potentielles du portefeuille. Cela sous-entend alors que le futur et le passé ont le même comportement.

➤ La Tail-VaR

La Tail Value at Risk de niveau α associée au risque X est définie par :

$$TVaR(X, \alpha) = \frac{1}{1 - \alpha} \int_{\alpha}^1 F_X^{-1}(p) dp$$

La TVaR peut s'exprimer en fonction de la VaR. Elle écrit alors :

$$TVaR(X, \alpha) = VaR(X, \alpha) + \frac{1}{1 - \alpha} E \left[(X - VaR(X, \alpha))^+ \right]$$

Le terme $E \left[(X - VaR(X, \alpha))^+ \right]$ ou *expected shortfall* représente la perte moyenne au-delà de la VaR. La TVaR est donc très sensible à la forme de la queue de distribution.

On peut également définir la *Conditional Tail Expectation* (CTE) qui représente le montant de la perte moyenne sachant que celle-ci dépasse la VaR de niveau α :

$$CTE(X, \alpha) = E[X \mid X > VaR(X, \alpha)]$$

Si la fonction de répartition de X est continue, alors la TVaR est égale à la *Conditional Tail Expectation*.

Proposition : La TVaR est une mesure de risque cohérente.

Le principal inconvénient de la TVaR est qu'elle néglige la perte en dessous de la VaR.

➤ Mesures de risque de Wang

Définissons d'abord une fonction de distorsion :

Soit $g : [0; 1] \rightarrow [0; 1]$ une fonction telle que :

- g croissante
- $g(0) = 0$
- $g(1) = 1$



Alors g définit une fonction de distorsion.

S_X^* , telle que $S_X^*(x) = g(S_X(x))$ est la fonction de survie déformée, avec $S_X(x)$, la fonction de survie associée à X .

On définit ainsi une mesure du risque de X , associée à g :

$$H_g(X) = - \int_{-\infty}^0 g(S_X(x)) dx + \int_0^{+\infty} [1 - g(S_X(x))] dx$$

Toute mesure de Wang peut s'écrire comme somme de VaR :

$$H_g(X) = \int_0^1 \text{VaR}(X, 1 - \alpha) dg(\alpha)$$

$H_g(X)$ est cohérente ssi g est concave.

La **Wang-Transform** est définie par :

$$F_X^*(x) = \phi[\phi^{-1}(F_X(x)) - \lambda]$$

Où ϕ est la fonction de répartition de la loi normale centrée réduite et λ une constante à déterminer.

L'idée ici est de modifier la distribution de la variable aléatoire X afin d'alourdir la queue (événements extrêmes).

Certaines mesures de risques usuelles comme la VaR et la TVaR sont des mesures de risque de Wang :

Mesure de risque	Paramètre	Fonction de distorsion
Value-at-Risk	VaR_α	$g(x) = 1_{[\alpha; +\infty]}(x)$
Tail-Value-at Risk	TVaR_α	$g(x) = \min\left(\frac{x}{1 - \alpha}; 1\right)$
Wang-Transform	WT_α	$g(x) = \phi[\phi^{-1}(x) - \phi^{-1}(\alpha)]$

Tableau 2 : Fonctions de distorsion associées à quelques mesures de risque

La Wang-Transform peut être utilisée pour le calcul de Risk Capital. Dans ce cas, pour une variable de perte X ayant F comme fonction de répartition, un procédé est :

- Fixer le niveau de confiance α et poser $\lambda = \phi^{-1}(\alpha)$
- Appliquer la Wang-Transform $F_X^*(x) = \phi[\phi^{-1}(F_X(x)) - \lambda]$
- Le besoin en capital est alors la moyenne sous F^* : $\text{WT}(\alpha) = E^*(X)$



3. Le Solvency Capital Requirement (Solvabilité II)

Face aux limites que présentent Solvabilité I, le Solvency Capital Requirement (SCR) a été introduit sous Solvabilité II pour une meilleure valorisation du besoin en capital.

Définition :

Le SCR est le montant de fonds propres économiques (différence entre la valeur de marché de l'actif et de la valeur économique des passifs) dont doit disposer la compagnie afin de réduire sa probabilité de ruine à 0.5% sur 1 an (VaR de niveau 0.5%). C'est-à-dire que c'est le montant de capital à immobiliser afin de pouvoir honorer ses engagements avec une probabilité de 99.5% sur une année.

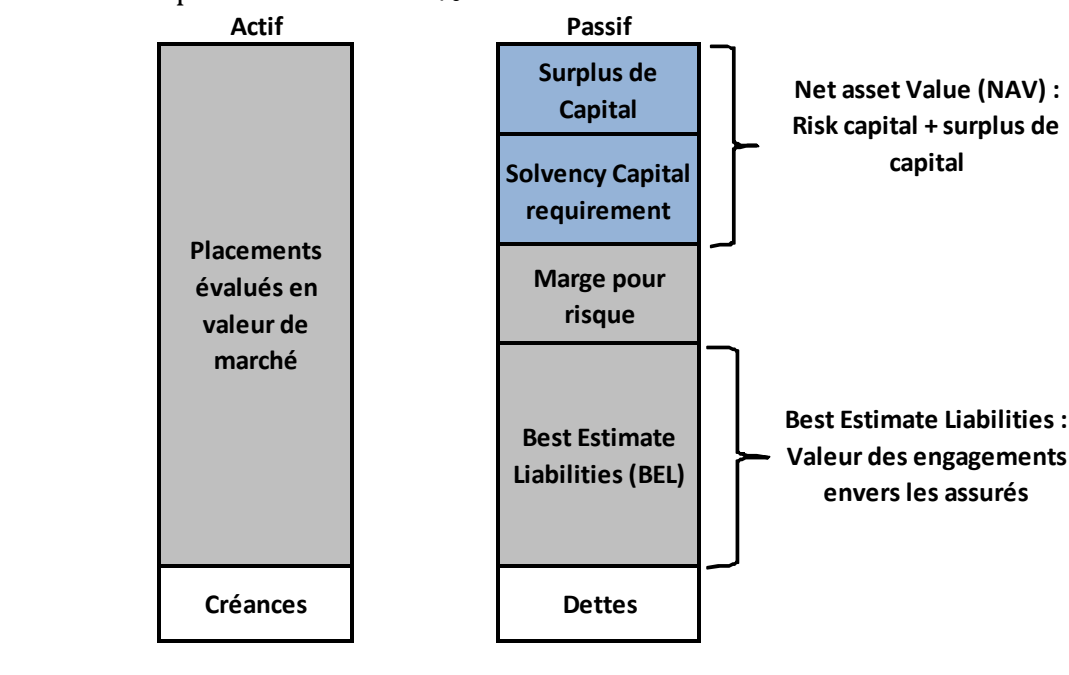


Figure 7 : Vision du bilan sous Solvabilité II

Les différents actifs doivent être évalués en valeur de marché.

Marge pour risque (Risk Margin)

La marge pour risque correspond au montant à rajouter en surplus de le BEL pour qu'un autre assureur accepte de reprendre le passif.

Il est calculé selon une approche de coût d'immobilisation du capital :

$$MR = \sum_{t=1}^T 6\% * SCR_t * \prod_{i=0}^{t-1} \frac{1}{1 + fwr_i}$$

La principale problématique dans le calcul de la marge pour risque réside dans le calcul de SCR futurs. L'approximation suivante est souvent utilisée :



$$SCR_t = SCR_0 * \frac{BEL_t}{BEL_0}$$

Pour calculer le montant de SCR, les acteurs peuvent recourir à un modèle interne ou à une approche dite formule standard.

3.1 Le modèle interne

Cette approche nécessite la projection du bilan à un an. En effet, réduire la probabilité de ruine à 0.5% sur 1 an nécessite d'avoir la distribution des fonds propres économiques dans 1 an. Si le montant des fonds propres à $t = 0$ est déterministe, la réalisation du bilan dans 1 an est aléatoire car elle dépend des aléas financiers, démographiques. . .
Considérons cette représentation simplifiée du bilan à la date t :

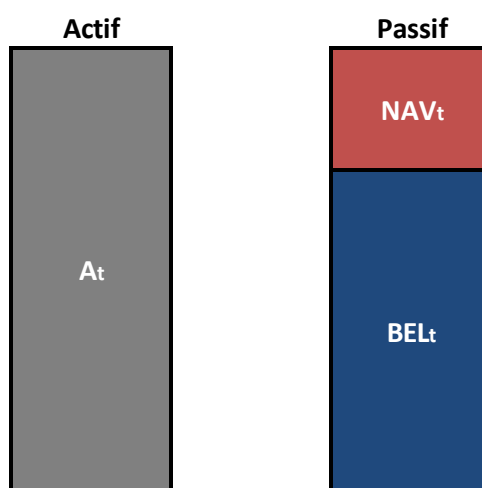


Figure 8 : Vision simplifiée du bilan sous Solvabilité II

L'équation d'équilibre du bilan permet d'écrire :

$$Actif = Passif \Leftrightarrow NAV_t = A_t - BEL_t$$

Le SCR dans une approche de modèle interne est alors défini par :

$$SCR = NAV_0 - P(0,1) * q_{0.5\%}(NAV_1)$$

Avec : NAV_0 : les fonds propres à la date $t = 0$ (quantité déterministe)

$P(0,1)$: le prix zéro-coupon 1 an permettant d'actualiser le flux

$q_{0.5\%}(NAV_1)$: le quantile de niveau 0.5% de la distribution de NAV à 1 an

En pratique, la détermination de la quantité $q_{0.5\%}(NAV_1)$ nécessite d'effectuer des simulations stochastiques dans du stochastique (SdS). En effet, il faut simuler P réalisations du bilan dans 1 an, et chaque réalisation du bilan nécessite N simulations en risque-neutre en raison des options et garanties.



A cause du temps de calcul important que nécessite la mise en œuvre de cette méthode, des méthodes alternatives sont proposées. On peut citer :

- Accélérateur SdS : cf. *Devineau & Loisel, Construction d'un algorithme d'accélération de la méthode des « simulations dans les simulations » pour le calcul du capital économique Solvabilité II, juin 2009*
- Portefeuilles répliquants : technique permettant de répliquer les flux du passif en faisant appel à des instruments financiers valorisables

3.2 Formule standard

L'autorité de contrôle, l'EIOPA (European Insurance and Occupational Pensions Authority), fournit aux acteurs du marché de l'assurance des indications afin de calculer leur SCR via les QIS (Quantitative Impact Study).

3.2.1 Logique de la formule standard

Lorsque l'on évalue un SCR en modèle interne, on cherche à capter la variation de fonds propres sur 1 an suite à la pire réalisation de scénario (seulement 0.5% des réalisations sont au-delà de celle retenue). Comme expliqué dans la section précédente, cela implique un très grand nombre de simulations. Afin de palier à cette difficulté, l'EIOPA a donc proposé la formule standard qui consiste en une approche par choc. Cette approche ne nécessite pas de projection du bilan, le bilan est choqué en $t = 0$. Pour un risque élémentaire, le choc équivaut à la pire réalisation de ce risque si le bilan était projeté à 1 an.

Selon le QIS 5, le SCR formule standard est défini par :

$$SCR = BSCR - Adj. + SCR_{op}$$

Avec : $BSCR$: le basic SCR (SCR de base)

$Adj.$: Ajustement lié à l'absorption due à la PB et aux impôts

SCR_{op} : le SCR relatif au risque opérationnel

La formule standard repose sur une approche Bottom-Up (de bas en haut). C'est-à-dire que l'on considère d'abord tous les risques élémentaires inhérents à l'activité de la compagnie que l'on agrège ensuite pour remonter au BSCR.

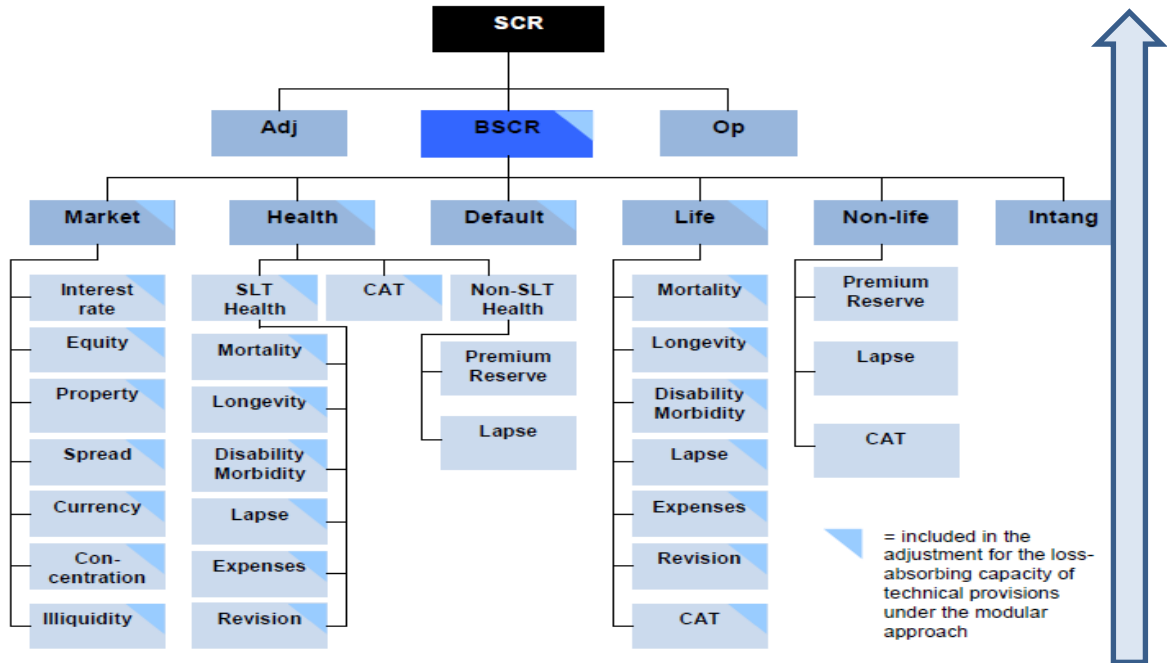


Figure 9 : Approche Bottom-Up pour le calcul du SCR

Les risques des composantes Market et Life sont traités par une approche scenario. Le besoin en capital pour un risque élémentaire R est évalué en simulant un choc (cf. annexe 3 pour une description des chocs) sur la NAV en $t = 0$.

$$SCR_R = NAV_0 - NAV_0^R$$

Avec : NAV_0^R : Mesure de la valeur économique en cas de survenance du risque R au niveau 0.5%.

Pour un risque non-financier R_s , le choc effectué n'affectant pas l'actif, on se retrouve avec :

$$SCR_{R_s} = NAV_0 - NAV_0^{R_s} = (A_0 - BEL_0) - (A_0 - BEL_0^{R_s}) = BEL_0^{R_s} - BEL_0$$

Calculer le besoin en capital pour un risque non-financier revient donc à effectuer une différence de Best Estimate.

3.2.2 Calcul du BSCR et Adj.

Le calcul du SCR en assurance vie comporte une particularité : **le passif absorbe une partie de la perte subie à l'actif**. En cas de survenance d'un choc, l'assureur peut en effet réadapter sa politique de distribution de participation au bénéfice (PB) afin de faire supporter une partie de l'impact aux assurés : **c'est l'effet d'absorption de la PB**. Le graphique suivant illustre ce mécanisme :

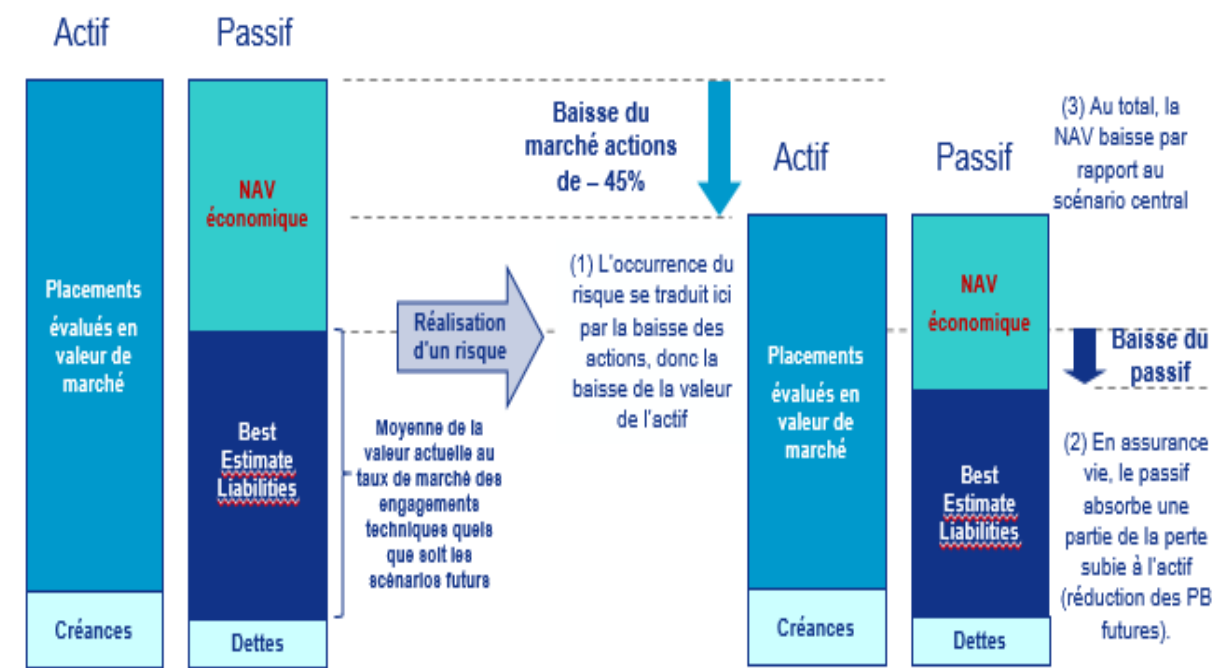


Figure 10 : illustration absorption PB

En cas de baisse du marché actions par exemple, l'assuré supporte une partie du choc puisque sa PB se retrouve diminuée. Ce mécanisme n'est valable que pour le support Euro.

$$Adj. = Adj_{FDB} + Adj_{DT}$$

Avec : Adj_{FDB} : ajustement lié à l'absorption des PB

Adj_{DT} : ajustement lié à l'absorption du aux impôts différés

Le calcul du BSCR et de Adj_{FDB} sont étroitement liés. Toutes les notations nSCR (net SCR) sont relatives au calcul de Adj_{FDB} . Les notations SCR (brut SCR) sont relatives au calcul du BSCR.

On définit :

- Un premier **SCR** sans prise en compte de l'effet d'absorption de la participation au bénéfice (PB). Cela revient à supposer que la politique de distribution de PB reste la même dans le scénario central comme en cas de survenance d'un choc.
- Un second **nSCR** avec prise en compte de l'effet d'absorption de la PB. Cela revient à adapter la politique de distribution de la PB en cas de survenance d'un choc.

La première étape consiste à calculer le SCR et le nSCR pour chaque risque élémentaire. Ensuite, il faut les agréger en composantes : $SCR_{marché}$; $SCR_{santé}$; $SCR_{défaut}$; SCR_{vie} et $SCR_{non-vie}$ (cf figure 9).

De manière générale, le procédé est le suivant :

Etape 1 : Calcul de la composante sans prise en compte de l'effet d'absorption de PB :



$$SCR_{composante} = \sqrt{\sum_{r*c} CorrSCR^{r,c} * SCR_r * SCR_c}$$

SCR_r ; SCR_c : Les SCR des sous-risques de la composante concernée sans effet d'absorption des PB

$CorrSCR^{r,c}$: coefficients de la matrice de corrélation entre sous risques

Etape 2 : Calcul de la composante avec prise en compte de l'effet d'absorption des PB :

$$nSCR_{composante} = \sqrt{\sum_{r*c} CorrSCR^{r,c} * nSCR_r * nSCR_c}$$

$nSCR_r$; $nSCR_c$: Les SCR des sous-risques de la composante concernée avec effet d'absorption des PB

Cf. annexe 4 pour un zoom sur le SCR_{vie}

Une fois que toutes composantes sont calculées, elles peuvent être agrégées pour obtenir le BSCR :

$$BSCR = \sqrt{\sum_{r*c} CorrSCR^{r,c} * SCR_r * SCR_c}$$

SCR_r ; SCR_c : Les différentes composantes du BSCR sans effet d'absorption

$CorrSCR^{r,c}$: coefficients de la matrice de corrélation entre SCR

CorrSCR	Marché	Defaut	Vie	Santé	Non-Vie
Marché	100%				
Defaut	25%	100%			
Vie	25%	25%	100%		
Santé	25%	25%	25%	100%	
Non-Vie	25%	50%	0%	25%	100%

Tableau 3 : Matrice de corrélation des composantes du BSCR

Le calcul de Adj se fait en 2 étapes :

Etape 1 : Calcul de Adj_{FDB} , ajustement lié à l'absorption des PB (en assurance Vie uniquement)

$$Adj_{FDB} = \min \left(BSCR - \sqrt{\sum_{r*c} CorrSCR^{r,c} * nSCR_r * nSCR_c} ; FDB \right)$$

$nSCR_r$; $nSCR_c$: Les différentes composantes du BSCR avec effet d'absorption

$CorrSCR^{r,c}$: coefficients de la matrice de corrélation entre SCR

FDB : Montant des PB futures = BEL(scenario central) – BEL(au TMG uniquement)

Le fait de prendre comme borne le FDB joue un rôle essentiel. En effet, cela permet de ne pas multi-compter l'effet d'absorption des PB.



Etape 2 : Calcul de Adj_{DT} , ajustement lié aux impôts différés.

L'ajustement est calculé en supposant que la compagnie subit une perte égale au SCR.

Le montant de l'ajustement est limité par le niveau des impôts différés passifs inscrits au bilan Solvabilité (IS_{Bilan}) :

$$Adj_{DT} = \min(IS_{Bilan}; Taux_{IS} * (BSCR - Adj_{FDB} + SCR_{op}))$$

Enfin le SCR opérationnel est calculé via la formule suivante (issue du QIS5) :

$$SCR_{op} = \min\{30\% * BSCR ; \max(OP_{primes} ; OP_{provisions})\} + 25\% * EXP_{UC}$$

OP_{primes} : 4% des primes vie hors UC + 3% des primes non vie

$OP_{provisions}$: 0.45% des provisions techniques vie hors UC + 3% des provisions techniques non vie

EXP_{UC} : dépenses annuelles relatives aux UC



Partie III : Générateur de scénarios économiques

Le calcul du besoin en Risk Capital sous Solvabilité II nécessite la projection du bilan de l'assureur. Il s'agit de modéliser l'évolution future de l'actif et du passif de l'assureur. En effet le calcul l'exigence de capital requis au titre d'un facteur de risque élémentaire est calculé comme la variation du niveau des fonds propres économiques.

Cette étape nécessite donc la mise en place de générateurs de scénarios économiques. Cette partie s'attachera à présenter les éléments nécessaires à mise en place du générateur de scénarios. Deux modèles seront présentés : un modèle de taux (CIR) et un modèle actions(Merton).



1. Généralités

Nous faisons l'hypothèse que notre actif est de deux types : un actif non-risqué que nous modéliserons par des obligations (modélisation de taux) et un actif risqué que nous modéliserons par des actions. Une première partie consiste à introduire les dynamiques sous-jacentes à ces types d'actif.

2. Modélisation des taux

La modélisation des produits de taux est plus complexe que la modélisation des actifs de type actions. En pratique, pour les actifs de type actions la modélisation porte directement sur le prix observé alors que pour les produits de taux, ce sont les variables explicatives déterminant la structure des taux qui sont modélisées.

La modélisation des taux répond à deux besoins. D'une part, elle permettra la mise en place de la poche obligataire, et d'autre part elle fournira un taux d'actualisation qui permettra d'actualiser les flux.

2.1 Choix du modèle

Il existe de nombreux modèles de taux dans la littérature. Face à l'ensemble des approches proposées, il convient de définir des critères de choix permettant de sélectionner le modèle approprié. Les critères sont donc :

- Simplicité de compréhension du modèle
- Positivité des taux simulés
- Accessibilité des inputs nécessaires

Compte tenu de tous ces critères, notre choix s'est donc porté sur un modèle mono-factoriel. Plus précisément le modèle de Cox Ingersoll et Ross (CIR).

Afin d'éviter les valeurs négatives pour les taux, Cox Ingersoll et Ross ont proposé en 1985 un processus en racine carré (dit processus de Feller) qui conserve la simplicité du processus d'Ornstien-Uhlenbeck :

$$dr_t = a(b - r_t)dt + \sigma\sqrt{r_t}dW_t$$

Avec : a : force de retour à la moyenne

$b > 0$: taux court moyen sur le long terme

σ : volatilité instantanée du processus

W_t : Un mouvement brownien standard

Sous la probabilité historique, la dynamique du taux court s'écrit :

$$dr_t = a_\lambda(b_\lambda - r_t)dt + \sigma\sqrt{r_t}dW_t^{Q_1}$$

Avec : λ : la prime de risque



$$W_t^{Q_1} : \text{un mouvement brownien sous } Q$$

$$a_\lambda = a(1 + \lambda) \quad \text{et} \quad b_\lambda = \frac{b}{1 + \lambda}$$

L'équation reste donc identique dans l'univers risque-neutre comme dans l'univers historique. Cependant, ce modèle présente quelques inconvénients : il n'existe pas de solution fermée à l'équation et il faut donc recourir à des méthodes de discrétisation telles que celle d'Euler ou Milstein. Par ailleurs, afin de garantir que le taux soit non-nul, il est impératif que les paramètres respectent la *condition de Feller* : $2ab \geq \sigma^2$.

- Un schéma d'Euler (discrétisation d'ordre 1) permet d'obtenir une solution de la forme :

$$\hat{r}_{t+\delta} = \hat{r}_t + a(b - \hat{r}_t)\delta + \sigma\sqrt{\delta\hat{r}_t}\varepsilon$$

Avec : $\delta > 0$ le pas de temps
 $\varepsilon \sim \mathcal{N}(0,1)$

- Un schéma de Milstein (discrétisation d'ordre 2) permet d'obtenir une solution de la forme :

$$\hat{r}_{t+\delta} = \hat{r}_t + a(b - \hat{r}_t)\delta + \sigma\sqrt{\delta\hat{r}_t}\varepsilon + \frac{\sigma^2}{4}\delta(\varepsilon^2 - 1)$$

La valeur du zéro-coupon est déterminée par la formule suivante :

$$P(t, T) = A(T - t)\exp[-B(T - t)r(t)]$$

Avec pour $t < T$:

$$A(T - t) = \left\{ \frac{2\gamma \exp[(\gamma + a + \lambda)(T - t)/2]}{(\gamma + a + \lambda)(\exp\{\gamma(T - t)\} - 1) + 2\gamma} \right\}^{\frac{2ab}{\sigma^2}}$$

$$B(T - t) = \frac{2(\exp\{\gamma(T - t) - 1\})}{(\gamma + a + \lambda)(\exp\{\gamma(T - t)\} - 1) + 2\gamma}$$

$$\gamma = \sqrt{(a + \lambda)^2 + 2\sigma^2}$$

La relation $R(t, T) = -\frac{1}{T-t} \ln(P(t, T))$ en annexe (A.3) permet d'aboutir à la structure par terme des taux :

$$R(t, T) = \frac{B(T - t) * r_t - \ln(A(T - t))}{T - t}$$



2.2 Calibrage

Le modèle de CIR nécessite la détermination de 4 paramètres :

- r_0 : le taux court instantané
- a : force de retour à la moyenne
- $b > 0$: taux court moyen sur le long terme
- σ : volatilité instantanée du processus

Pour calibrer ces données, nous avons retenu la courbe de taux fournie par l'institut des actuaires. L'échantillon permettant le calcul de cette courbe des taux est constitué de bons du Trésor, d'emprunts d'états et d'OAT (Obligations Assimilables du Trésor).

Le taux court instantané :

Le taux court est donné par la relation suivante :

$$R(t, T) = -\frac{1}{T-t} \ln(P(t, T))$$

Déterminer le taux court instantané revient à déterminer $r_0 = R(0,0)$. Il paraît évident que cette relation ne permet pas de déterminer le taux court instantané. Il faut donc avoir recours à une autre méthode qui consiste à extrapoler la courbe des taux zéro-coupon jusqu'à la maturité $T=0$.

Moreau [2010] propose d'utiliser une approximation polynomiale afin de déterminer r_0 . On suppose :

$$\exists \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \forall T, \quad r(t, T) = \alpha_1 + \alpha_2 T + \alpha_3 T^2 + \alpha_4 T^3$$

Sur cette base, en considérant 4 maturités courtes différentes dont les taux zéro-coupon sont connus, on obtient le système :

$$\begin{cases} r(t, T_1) = \alpha_1 + \alpha_2 T_1 + \alpha_3 T_1^2 + \alpha_4 T_1^3 \\ r(t, T_2) = \alpha_1 + \alpha_2 T_2 + \alpha_3 T_2^2 + \alpha_4 T_2^3 \\ r(t, T_3) = \alpha_1 + \alpha_2 T_3 + \alpha_3 T_3^2 + \alpha_4 T_3^3 \\ r(t, T_4) = \alpha_1 + \alpha_2 T_4 + \alpha_3 T_4^2 + \alpha_4 T_4^3 \end{cases}$$

Cette équation possède une unique solution $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4)$ et α_1 est le taux zéro-coupon de maturité $T=0$.

Les maturités retenues sont : 1 mois, 3 mois, 6 mois et 9 mois.

Le solveur d'Excel permet de résoudre le système d'équation et d'obtenir r_0 :

$$r_0 = R(0,0) = -0.068\%$$

Paramètres a , b et σ :

Le prix zéro-coupon dans le modèle CIR est donné par :

$$P(t, T) = A(T-t) \exp[-B(T-t)r(t)]$$



Où A et B s'écrivent en fonction de a, b et σ que nous cherchons à estimer. Nous supposons que la prime de risque λ est nulle dans notre cas.

Nous avons opté pour une méthode des moindres carrés ordinaires afin d'estimer nos paramètres. Nous allons donc chercher à réduire l'écart entre les taux zéro-coupon de l'institut des actuaires (IA) et les taux zéro-coupons du modèle CIR.

Nous avons vu que :

$$R(r_t, t, T) = \frac{B(T-t) * r_t - \ln(A(T-t))}{T-t}$$

On se place à l'instant $t = 0$. La méthode des moindres carrés ordinaires consiste à résoudre :

$$\arg \min_{(a,b,\sigma) \in [0,1]^2} \sum_{T \in M} \left(R^{IA}(r_0, 0, T) - \hat{R}(r_0, 0, T) \right)^2$$

Avec : $R^{IA}(r_0, 0, T)$: les taux zéro-coupon fournis par l'institut des actuaires

$\hat{R}(r_0, 0, T)$: les taux zéro-coupon du modèle CIR estimés

Par ailleurs, il est important de noter que les taux zéro-coupon de l'IA sont actuariels, il faut donc effectuer une transformation afin d'avoir des taux continus :

$$\frac{1}{\left(1 + R_{actuariel}^{IA}(r_0, 0, T)\right)^T} = \exp\left(-R_{continu}^{IA}(r_0, 0, T) * T\right)$$

$$R_{continu}^{IA}(r_0, 0, T) = -\frac{1}{T} \ln \left[\left(1 + R_{actuariel}^{IA}(r_0, 0, T)\right)^T \right]$$

Le solveur d'Excel permet de résoudre la méthode MCO, on obtient alors :

$$(a, b, \sigma) = (6.56\%, 0.04, 6.73\%)$$

Le graphe suivant illustre la pertinence des paramètres estimés :

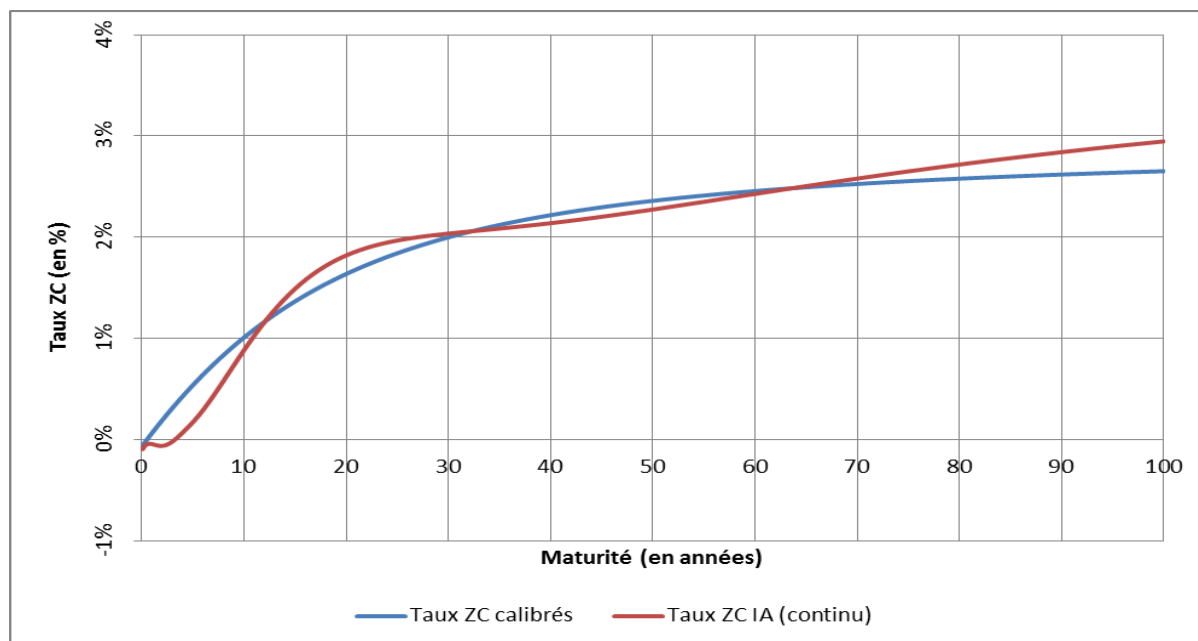


Figure 11 : Taux ZC IA vs taux ZC calibrés

Le prix d'un titre obligataire est ensuite obtenu comme combinaison linéaire de zéro-coupon. Ainsi, le prix $O(T)$ d'une obligation sans risque de défaut, de nominal N , de maturité T et de taux facial γ s'écrit (cf. Planchet et Thérond [2005])¹⁰ :

$$O(T) = N * \left(\gamma \sum_{i=1}^T P(0, i) + P(0, T) \right)$$

Pour notre étude, nous modéliserons la poche obligataire par des OAT de maturité 10 ans. Les obligations d'Etat étant considérées comme étant sans risque, le risque de crédit n'est pas modélisé dans notre GSE.

Le calibrage de tous les paramètres du modèle CIR étant effectué, nous passons à la modélisation des actions.

3. Modélisation des actions

La modélisation des actifs type « actions » est largement développée autour de l'hypothèse sous-jacente de rendements gaussiens. Le modèle de Black and Scholes est le plus connu de cette classe. Pourtant, ce modèle présente des limites.

Le modèle actions nous sera utile pour la valorisation de la part d'actif risqué.

3.1 Choix du modèle

Les critères retenus pour le choix du modèle sont :

- Simplicité de compréhension du modèle
- Accessibilité des inputs nécessaires
- Cohérence du modèle dans un contexte Solvabilité II

¹⁰ Extrait de « Scénarios économiques en assurance - Modélisation et simulation » F. Planchet, P. Thérond, A. Kamega [2009]



Le modèle de Black and Scholes fait figure de référence lorsqu'il s'agit de modéliser des actifs de type « actions ». Le cours de l'action suit alors un mouvement brownien géométrique :

$$dS_t = \mu S_t dt + \sigma S_t dW_t$$

Avec : S_t : le prix de l'action à l'instant t
 μ : le rendement espéré de l'action (ou drift)
 σ : la volatilité
 W_t : un mouvement brownien standard

Le rendement espéré et la volatilité sont supposés constants. Le modèle de Black and Scholes fait surtout l'hypothèse de normalité des log-rendements. Le défaut majeur du modèle est donc de sous-estimer les variations de grande amplitude du rendement (queues de distribution) mais aussi de supposer une continuité des trajectoires.

En effet, il arrive que les cours d'actions observés sautent soudainement. De plus, dans un contexte de détermination du SCR (Solvabilité II), le critère de contrôle étant la VaR (Value at Risk) à 99.5%, une sous-estimation des queues de distribution entraîne une sous-estimation du SCR.

Pour ces raisons, nous décidons donc de retenir le modèle de Merton, une variante du modèle de Black & Scholes. Ce modèle présente l'avantage d'introduire un terme de saut tout en gardant la simplicité du modèle de B&S :

$$\frac{dS_t}{S_t} = dZ_t, \quad Z_t = \mu t + \sigma W_t + \sum_{i=0}^{N_t} L_i$$

Avec : N_t : un processus de poisson d'intensité λ représentant le nombre de sauts survenus avant l'instant $t > 0$.

$(L_i)_{i \geq 0}$: une suite de variables aléatoires telles que $\ln(1 + L) \sim \mathcal{N}(0, \delta^2)$

Les sauts sont ici, dans un souci de simplicité, supposés symétriques et d'espérance nulle.

Après manipulations¹¹, on obtient :

$$S_t = S_0 \exp \left\{ \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2} \right) t + \sigma W_t + \sum_{i=1}^{N_t} \ln(1 + L_i) \right\}$$

Il est toutefois nécessaire d'exprimer le dynamique de l'actif en univers risque neutre. Le théorème de Girsanov permet d'effectuer ce changement. On obtient alors :

$$\frac{dS_t}{S_t} = dZ_t, \quad Z_t = r_t t + \sigma W_t^{Q_2} + \sum_{i=0}^{N_t} L_i$$

Avec : r_t : taux sans risque (taux zéro-coupon) du modèle CIR
 $W_t^{Q_2}$: un mouvement brownien standard sous Q

¹¹ Consulter Lamberton et Lapeyre [1997] pour la démonstration



$W_t^{Q_2}$ est corrélé à $W_t^{Q_1}$ (mouvement brownien du modèle CIR). Le coefficient de corrélation sera déterminé dans la section suivante.

La solution de l'EDS devient :

$$S_t = S_0 \exp \left\{ \left(r_t - \frac{\sigma^2}{2} \right) t + \sigma W_t^{Q_2} + \sum_{i=1}^{N_t} \ln(1 + L_i) \right\}$$

3.2 Calibrage

Le modèle de Merton en univers risque-neutre nécessite la détermination de 3 paramètres :

- σ : volatilité de l'action
- ρ : le coefficient de corrélation entre $W_t^{Q_2}$ et $W_t^{Q_1}$
- λ : l'intensité du processus N_t

Nous avons choisi de retenir le CAC 40 pour calibrer nos paramètres.

La volatilité σ :

Pour cela nous nous sommes procuré l'historique¹² du cours du CAC 40 de Janvier 1999 à Mars 2015.

Pour vérifier l'hypothèse de normalité des log-rendements, nous avons représenté la densité empirique de nos observations :

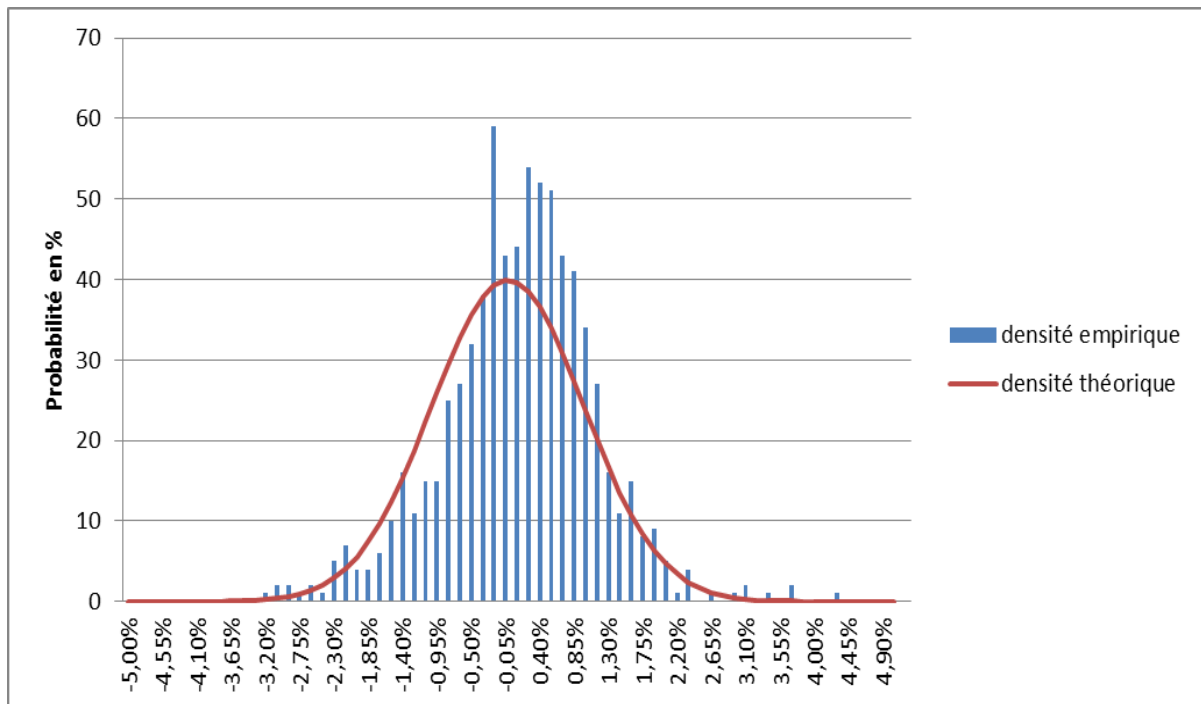


Figure 12 : Densité empirique des log-rendements de l'indice CAC 40 (2012 à 2015)

¹² Source : fr.finance.yahoo.com



Le graphique fait bien apparaître une forme de cloche. Cependant, des tests de normalité peuvent être appliqués pour comme seconde validation de la normalité.

La volatilité obtenue est :

$$\sigma = 19.09\%$$

Le coefficient de corrélation ρ :

L'application du théorème de Girsanov, permettant le passage de l'univers historique à l'univers risque-neutre, implique une corrélation entre les mouvements browniens $W_t^{Q_2}$ et $W_t^{Q_1}$. Pour cela, il est nécessaire d'appliquer la transformation de Cholesky. On écrit alors :

$$\begin{cases} W_t^{Q_1} = \tilde{W}_t^{Q_1} \\ W_t^{Q_2} = \rho * W_t^{Q_1} + \sqrt{1 - \rho^2} * \tilde{W}_t^{Q_2} \end{cases}$$

Avec : $\tilde{W}_t^{Q_1}$ et $\tilde{W}_t^{Q_2}$ deux mouvements browniens standards indépendants
 ρ : le coefficient de corrélation

Il est nécessaire d'isoler les mouvements browniens de nos deux modèles (CIR et Merton) dont nous cherchons à déterminer le facteur de corrélation.

En premier lieu, c'est le coefficient de corrélation linéaire¹³ (Pearson) qui a été calculé. On obtient alors :

$$\rho = -15.58\%$$

Cependant, le coefficient de corrélation linéaire n'est pas une vraie mesure de corrélation car il dépend des fonctions de répartition marginales.

Nous avons donc décidé de calculer la corrélation de Spearman¹⁴ (ou rho de Spearman) s'appuyant sur les rangs. On obtient :

$$r_s = -12.89\%$$

Nous retenons finalement comme paramètre de corrélation la moyenne des deux coefficients précédents :

$$\rho_{calibré} = -14.23\%$$

L'intensité λ du processus N_t :

Etant donné la difficulté à trouver des informations dans la littérature concernant le calibrage λ , nous avons décidé le fixer arbitrairement à $\lambda = 1$ (soit un saut en moyenne par année) en nous référant aux travaux de P. SOURLAS et F. GABRIEL « *Couverture d'options en présence de sauts* ».

¹³ Pour deux variables X et Y, le coefficient de corrélation linéaire vaut : $\rho = \frac{cov(X,Y)}{\sigma_X * \sigma_Y}$

¹⁴ Pour deux variables X et Y, le rho de Spearman vaut : $r_s = \frac{6 \sum [rang(X_i) - rang(Y_i)]^2}{n^3 - n}$ (n : taille de l'échantillon)



Partie IV : Etude dans un cadre Solvabilité II

Dans cette partie, nous nous attacherons à l'étude du SCR en Epargne individuelle dans différents cas pratiques. Un modèle Excel de calcul du Risk Capital via la formule standard a été conçu pour réaliser l'étude.

On se place ici dans le cas d'une compagnie d'assurance possédant deux supports (Euro et UC) et commercialisant un unique produit d'épargne individuelle.

Après avoir exposé les hypothèses sous-jacentes à l'étude réalisée, nous étudierons le comportement du SCR au niveau compagnie puis au niveau de chaque support. Nous analyserons les spécificités de ce dernier au niveau des supports Euro et UC.

Nous terminerons par une partie sur l'association du SCR à la rentabilité en Epargne Individuelle.



1. Présentation des hypothèses

➤ L'actif et le passif

L'actif est évalué en monde risque-neutre.

Deux types d'actifs sont modélisés : actions et obligations. Ces deux actifs représentent en part près de 90% de l'allocation des sociétés d'assurances :

Sources : AFA, Banque de France

	En milliards d'euros	En %
Actions d'entreprises	385,4	18
Obligations d'entreprises	792,2	37
Obligations émises ou garanties par l'État	685,1	32
Actifs immobiliers	85,6	4
Actifs monétaires	107,1	5
Autres	85,6	4
Total général	2 141,0	100

Tableau 4 : Répartition de l'encours des placements des assureurs en 2014 ¹⁵

Pour notre étude, nous avons retenu les allocations stratégiques suivantes :

- Support Euro est : 80% obligations et 20% actions.
- Support UC est : 50% obligations et 50% actions.

Détail des types d'actifs retenus :

- Actions : CAC 40
- Obligations : OAT de maturité 10 ans

Les tables de rachats et de mortalité sont supposées déterministes.

➤ Le produit

L'étude est réalisée sur un contrat d'épargne individuelle multi-supports (un support Euro et un support UC) avec sortie en capital uniquement.

On considère un âge client moyen de 30 ans avec versement à la souscription d'une prime unique totale de 100 000 000€ répartis sur 500 contrats¹⁶. Par la suite, on

¹⁵ Source : Rapport annuel FFSA 2014

¹⁶ Etude réalisée sur un des produits phare d'Allianz France dont le minimum de souscription est de 200K€



considère que le passif évolue en run-off (pas de nouvelle souscription). La répartition de base de la prime est : 50% sur le support Euro et 50% sur le support UC sans possibilité d'arbitrage afin de mettre en évidence le comportement des deux supports.

Le support Euro offre un taux minimum garanti à hauteur des frais de gestion permettant ainsi aux clients de récupérer à minima la somme versée.

La clause de participation aux bénéfices sur le support Euro est de 85% des produits financiers.

Possibilité de rachats partiels et totaux sur les deux supports.

Tableau récapitulatif :

paramètres	hypothèses retenues
type de contrat	Contrat d'épargne multi-supports
type d'événement	souscription
versement	versement unique de 100 000 000 € à la souscription et run-off par la suite
Nb de contrats	500
Répartition entre fonds	50% Euro & 50% UC
Age client moyen	30 ans
TMG	à hauteur des frais de gestion soit 0.73% annuel
PB	85% des résultats financiers
Options	rachat total ou partiel, pas d'arbitrage entre fonds

Tableau 5 : Tableau récapitulatif des hypothèses du contrat

➤ Le calcul du SCR

Dans un souci opérationnel et afin de pouvoir effectuer différents tests de sensibilité dans des délais acceptables, les hypothèses simplificatrices suivantes ont été faites :

- Le SCR est évalué selon une approche formule standard.
- Le calcul du BSCR se fera en brut (Cf. partie 2 section 3.2.2) et nous supposons que l'ajustement Adj_{FDB} correspond à la FDB (Future Discretionary Benefits) :

$$FDB = BEL(\text{scenario central}) - BEL(\text{au TMG uniquement})$$
- L'ajustement lié aux impôts Adj_{DT} sera pris en compte en considérant un facteur fixe moyen d'ajustement (Cf section suivante).

➤ Les risques étudiés

Nous avons choisi de retenir pour cette étude, les risques auxquels les compagnies d'assurance sont les plus exposées. Pour ce faire, nous nous sommes référé à :

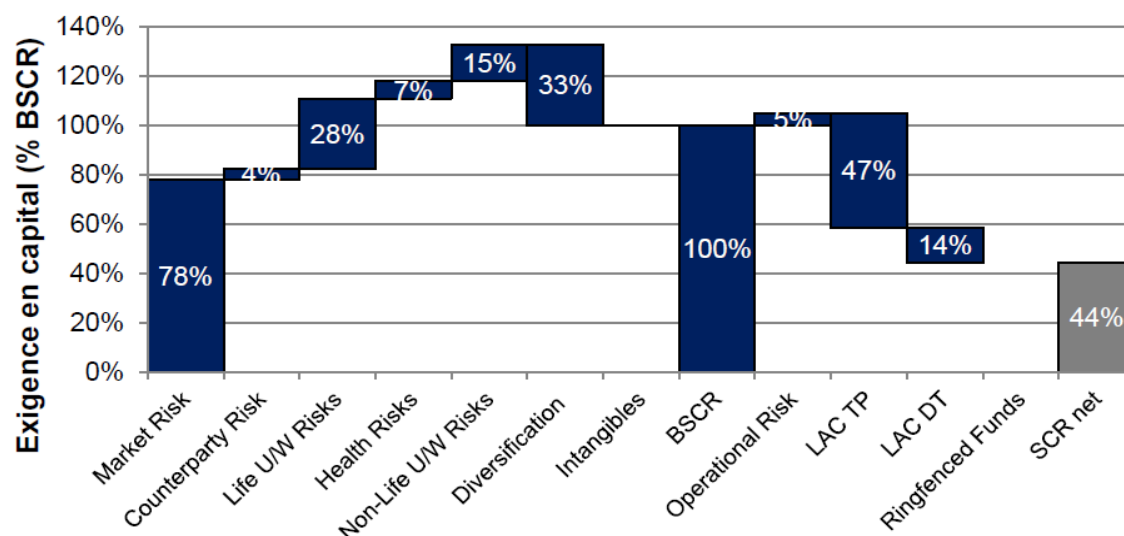


« Stress test EIOPA 2014 : échantillon européen, situation domestique et benchmarkings »

Il s'agit d'un exercice organisé par l'EIOPA afin de tester la préparation des organismes à Solvabilité II. L'étude est réalisée selon la formule standard. 167 organismes européens (dont 11 groupes français) représentant environ 55 % des primes brutes du marché européen ont pris part à cet exercice.

Nous nous référerons aux résultats de l'exercice pour le marché français.

Décomposition l'exigence en capital agrégée en formule standard pour le marché français



(source : ACPR)

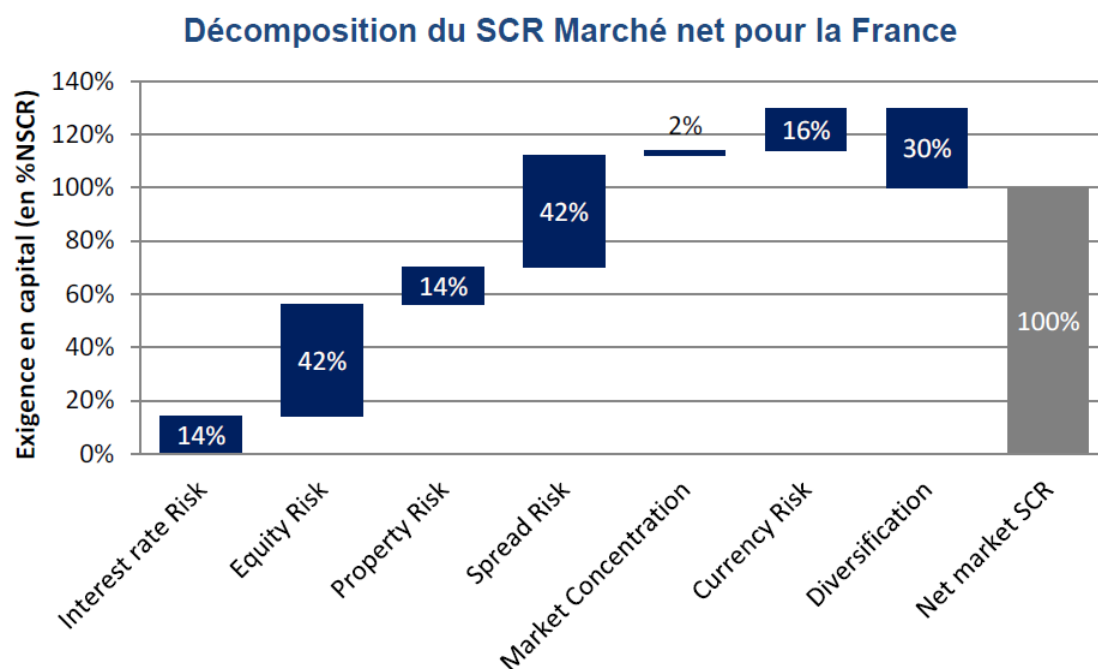
Figure 13 : Décomposition du SCR pour le marché français¹⁷

Nous retenons les modules SCR de marché (Market Risk) et SCR souscription-vie (Life U/W Risks) qui sont les plus représentatifs. Notre étude portant sur l'épargne individuelle, les modules SCR souscription non-vie et santé sont écartés.

Dans un second temps, nous nous intéressons aux composantes des deux modules retenus.

Pour le module SCR marché :

¹⁷ LAC TP : capacité d'absorption des pertes par les provisions techniques
LAC DT : capacité d'absorption des pertes par les impôts différés

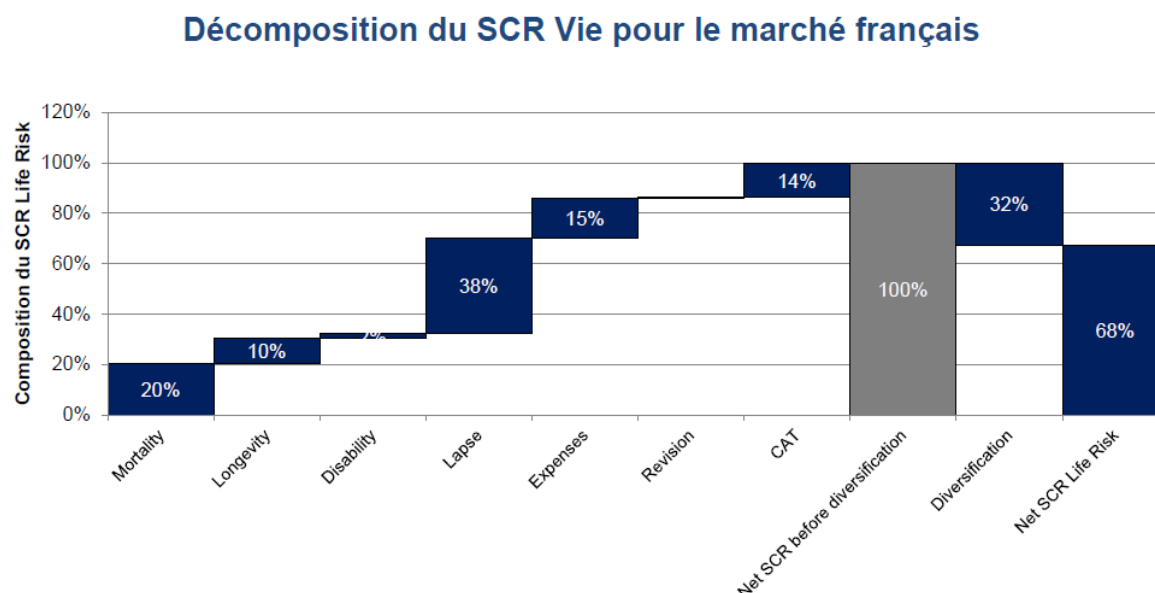


(source : ACPR).

Figure 14 : Décomposition du SCR marché pour le marché français

Pour le module SCR marché, nous retenons : le risque de taux (Interest Rate), risque action (Equity) et le risque de spread.

Pour le SCR souscription vie :

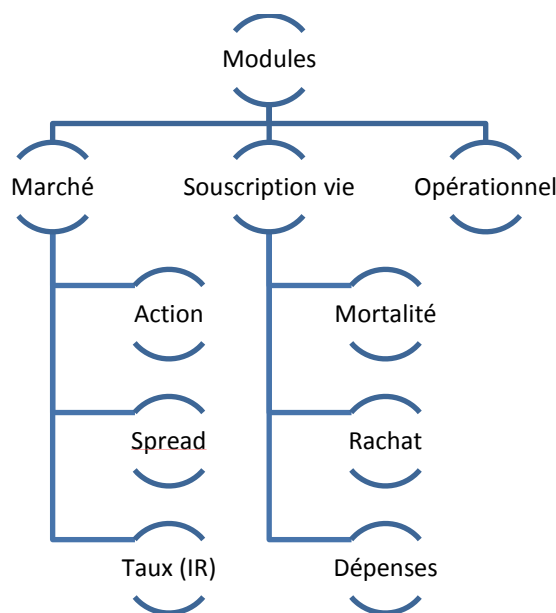


(source : ACPR).

Figure 15 : Décomposition du SCR souscription vie pour le marché français

Pour ce module nous retenons : le risque de mortalité (Mortality), le risque de rachat (Lapse) et le risque de dépenses ou coût (Expenses).

Le tableau suivant résume les risques retenus :



Le facteur de 14% (Cf figure 13 *LAC DT*) sera retenu comme facteur d'absorption moyen lié aux impôts.

Les figures 13 à 15 sont issues de « *Stress test EIOPA 2014 : échantillon européen, situation domestique et benchmarkings* ».

2. Analyse du SCR

Tous les chiffres et graphiques exposés par la suite sont issus du modèle Excel construit dans la cadre de ce mémoire.

2.1 Généralités

2.1.1 Calcul du BEL

Les assureurs ont l'obligation de calculer la valeur actuelle des flux sortants de la façon la plus réaliste possible (BEL). Il n'existe pas de formule fermée de calcul du Best Estimate, l'essentiel étant de pouvoir prouver que le calcul reflète au mieux la réalité.

Dans la théorie, et dans la littérature de manière générale, on associe souvent le calcul du Best Estimate à l'usage de méthode Monte-carlo pour au final retenir une moyenne de N scénarii sachant que la convergence est atteinte.

Dans la pratique (c'est le cas pour notre étude), pour des raisons opérationnelles, le Best Estimate est souvent calculé grâce à des hypothèses Best Estimate puisque l'aléa provient des hypothèses in-fine. Il « suffit » donc de prouver que les hypothèses (tables de rachat, table de mortalité, rendement financier, ...) sont réalistes.



Une validation graphique de la convergence du BEL nous permettra de définir un nombre de simulations pour les hypothèses financières Best Estimate. Concrètement, cela revient à représenter graphiquement :

$$BEL = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T flux_t^i \prod_{i=0}^{t-1} \frac{1}{1 + fwr_i}$$

Avec : fwr_t le taux forward 1-an à la date t

$$flux_t = Prestations_t + Commissions_t + Coûts_t - Primes_t$$

$$T = Limite\ table\ mortalité - age\ client$$

En faisant varier N de 1 à 1200 on obtient alors :

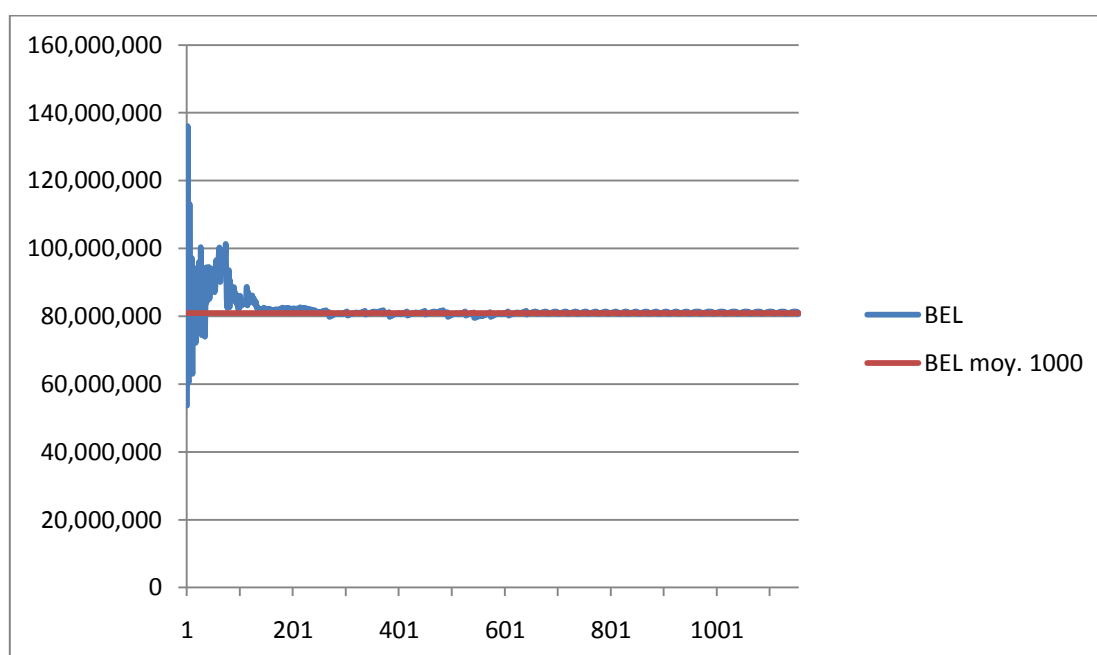


Figure 16 : Convergence du BEL

Après analyse du graphique, nous retenons une moyenne de 1 000 scénarii pour définir les hypothèses financières Best Estimate.

2.1.2 Les chocs de la formule standard

Dans cette sous-section, nous nous attachons à exposer les chocs (formule standard) appliqués dans le cadre de notre étude.

Risques de marché :

Les chocs appliqués pour les risques de marché impactent à la fois l'actif et la passif.

➤ Risque action

Il existe deux types de chocs pour ce risque :



- Pour les actions cotées OCDE¹⁸, un choc de -30% est appliqué $\Rightarrow Mkt_{Global}^{eq}$
- Pour les actions non cotées OCDE, un choc de -40% est appliqué $\Rightarrow Mkt_{Other}^{eq}$

Ensuite, il est nécessaire de prendre en compte la corrélation entre ces composantes :

$$Mkt_{equity} = \sqrt{\sum_{i,j} Corr_{i,j}^{equity} \times Mkt_i \times Mkt_j}$$

CorrEquity	Global	Other
Global	1	
Other	0.75	1

Tableau 6 : Matrice de corrélation choc action

Dans le cadre de notre étude, nous avons calibré nos actions sur le CAC 40, le choc -30% sera donc appliqué.

➤ Risque de taux

Le SCR de taux correspond à la variation de fonds propres maximale entre deux scénarii :

- Choc à la hausse de la courbe des taux $\Rightarrow Mkt_{Up}^{int}$
- Choc à la baisse de la courbe des taux $\Rightarrow Mkt_{Down}^{int}$

Le choc appliqué à la courbe des taux varie selon la maturité (Cf annexe 5 pour tableau choc).

Le graphique suivant illustre l'application des chocs UP et Down à notre courbe des taux :

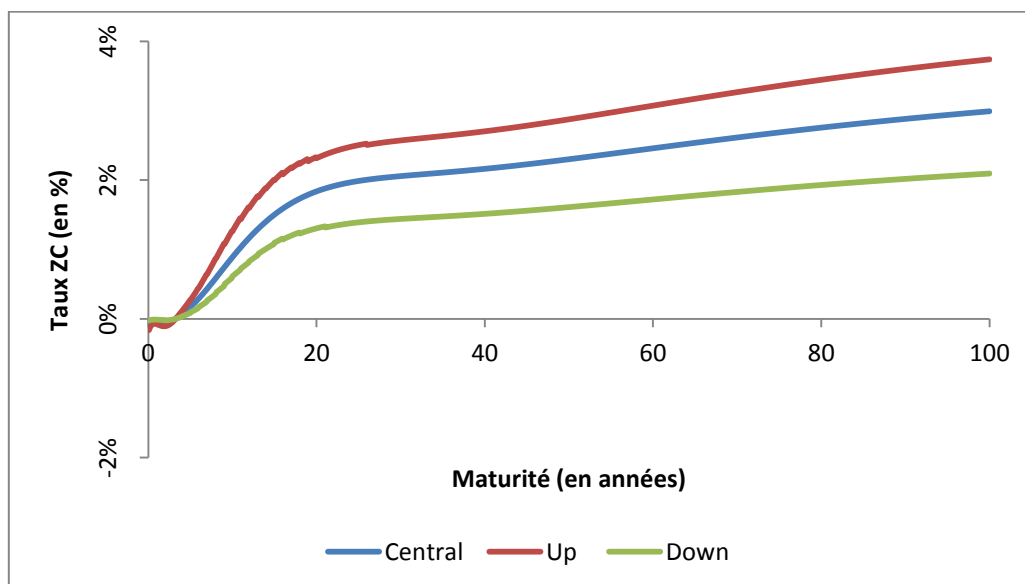


Figure 17 : Choc IR sur la courbe des taux

¹⁸ Organisation de coopération et de développement économiques



Si l'impact d'un tel choc sur le passif paraît évident¹⁹, son impact sur la valeur de marché de l'actif en $t = 0$ (VM_0^{oblig}) est moins direct.

Nous avons représenté nos obligations par des OAT de maturité 10 ans, de valeur de remboursement R :

$$VM_0^{oblig} = \frac{R}{(1 + 10 \times r_{0,10})}$$

En cas de choc, on a :

$$VM_0^{UP,oblig} = \frac{R}{(1 + 10 \times r_{0,10} \times (1 + choc_{10}^{up}))}$$

$$VM_0^{Down,oblig} = \frac{R}{(1 + 10 \times r_{0,10} \times (1 + choc_{10}^{Down}))}$$

Pour la maturité 10 ans :

$$choc_{10}^{up} = 42\% \text{ et } choc_{10}^{Down} = -31\%$$

Le choc sur la valeur de marché de l'actif en $t = 0$ est alors :

$$Choc_{Up}^{VM} = \frac{VM_0^{UP,oblig} - VM_0^{oblig}}{VM_0^{oblig}} = \frac{(1 + 10 \times r_{0,10})}{(1 + 10 \times r_{0,10} \times (1 + choc_{10}^{up}))} - 1$$

$$Choc_{Down}^{VM} = \frac{VM_0^{Down,oblig} - VM_0^{oblig}}{VM_0^{oblig}} = \frac{(1 + 10 \times r_{0,10})}{(1 + 10 \times r_{0,10} \times (1 + choc_{10}^{Down}))} - 1$$

Dans notre cas, on obtient :

$$Choc_{Up}^{VM} = -4.10\% \text{ et } Choc_{Down}^{VM} = 3.15\%$$

➤ Risque Spread

Le choc du risque de spread est fonction de la notation du crédit et de la duration. A partir de ces deux caractéristiques, un facteur de risque de spread F^{Up} est défini conformément à une VaR à 99,5% sur un an :

¹⁹ Choc à la hausse et la baisse sur la courbe permettant d'actualiser les flux du passif. Il y a aussi nécessité de recalibrer les chroniques financières dans les deux cas



Notation	Fup	Duration Cap	Duration Floor
AAA	0.9%	1	36
AA	1.1%	1	29
A	1.4%	1	23
BBB	2.5%	1	13
BB	4.5%	1	10
B ou <	7.5%	1	8
Non noté	3.0%	1	12

Tableau 7 : Choc spread

Par ailleurs, selon l'EIOPA : « certaines obligations ne requièrent pas de charge de capital au titre du risque de spread. Il s'agit des obligations émises ou garanties par des gouvernements de pays de l'Espace Economique Européen (EEE) et émises en monnaie locale ; émises par des banques multilatérales de développement ou par des organisations internationales ou par la Banque Centrale Européenne »²⁰.

Pour notre étude, étant donné que nos obligations sont des OAT de maturité 10 ans, le risque de spread devrait être inexistant puisque nous sommes en présence d'une obligation d'état. Néanmoins, nous avons décidé de calculer ce dernier car dans la pratique, c'est un des risques majeurs du SCR marché (Cf figure 14).

La note souveraine de la France est AA²¹. Sachant que nos obligations sont de maturité 10 ans, nous appliquerons alors une baisse de $11\% = 1.1\% \times 10$.

Risques de souscription vie :

Les chocs appliqués dans le cadre des risques de souscription vie n'impactent que le passif (Partie II section 3.2).

➤ Risque de mortalité :

Le choc²² appliqué est une augmentation permanente du taux de mortalité de 15%
 $\Rightarrow Life_{mort}$

➤ Risque de rachat :

Le SCR rachat correspond à la variation maximale de BEL entre 3 scénarii (tous les chocs sont proportionnels) :

- Augmentation permanente du taux de rachat de 50% $\Rightarrow Life_{Lapse}^{Up}$
- Baisse permanente du taux de rachat de 50% $\Rightarrow Life_{Lapse}^{Down}$
- Rachat massif $\Rightarrow Life_{Mass}$ qui est une combinaison entre deux chocs :

²⁰ Extrait de : « Les impacts de Solvabilité II sur la gestion obligataire » - L. ARIAS, P. FOULQUIER, A. Le MAITRE [2012]

²¹ Selon Standard & Poor's

²² Choc proportionnel



- ✓ Augmentation instantanée du taux de rachat de 70% détenues par des particuliers (retail)
- ✓ Augmentation instantanée du taux de rachat de 30% pour les autres polices

Pour notre étude, nous avons effectué le choc à la hausse uniquement.

➤ Risque de coûts :

Le choc²³ de coûts correspond à la combinaison de deux chocs :

- Augmentation permanente de 10% des dépenses futures
- Ajout permanent²⁴ de 1% au taux d'inflation des dépenses

Risque opérationnel :

Le risque opérationnel a été calculé via la formule citée en Partie II section 3.2.

2.2 Décomposition du SCR

2.2.1 Généralités

Nous avons appliqué les chocs cités plus haut à l'ensemble du portefeuille (100 millions € d'encours). Dans un premier temps, nous nous plaçons en vision compagnie, c'est-à-dire que nous rassemblons les deux supports (Euro et UC). Le tableau suivant reprend l'ensemble des SCR standalones (sans diversification) :

SCR Action	SCR Taux	SCR Spread	SCR Mortalité	SCR Rachat	SCR Coûts	SCR Opérationnel
4 880 989	1 044 717	5 716 313	170 113	4 464 914	1 876 685	225 000

Tableau 8 : SCR standalones niveau compagnie

Il convient ensuite de prendre en compte la corrélation à l'intérieur des modules Marché et souscription Vie puis la corrélation des deux modules eux-mêmes (Cf annexe 6 pour les matrices de corrélation utilisées) afin d'obtenir le BSCR.

L'absorption de la participation au bénéfice est prise en compte en faisant la différence entre BEL centrale (que nous noterons $BEL_{\max(PB, TMG)}$) et la BEL au taux garanti uniquement (que nous noterons BEL_{TMG} ou BEG). Ce montant noté FDB (Future Discretionary Benefits) correspond aux participations aux bénéfices futurs.

Les tableaux suivants reprennent l'ensemble des résultats :

SCR marché	SCR Souscription Vie	BSCR	$BEL_{\max(PB, TMG)}$	BEL_{TMG}	FDB
10 540 341	5 668 752	13 157 083	81 314 707	80 150 671	1 164 036

BSCR	SCR Opérationnel	Abs impôts	FDB	SCR
13 157 083	225 000	1 841 992	1 164 036	10 376 056

Tableau 9 : SCR global niveau compagnie

²³ Choc proportionnel

²⁴ Choc additif



Le **SCR niveau compagnie** a été calculé comme suit :

Pour chaque module, nous avons additionné le SCR Euro et UC sans prise en compte de diversification entre supports. Le SCR compagnie correspond à l'agrégation des modules.

Le graphe suivant permet d'analyser la composition du SCR :

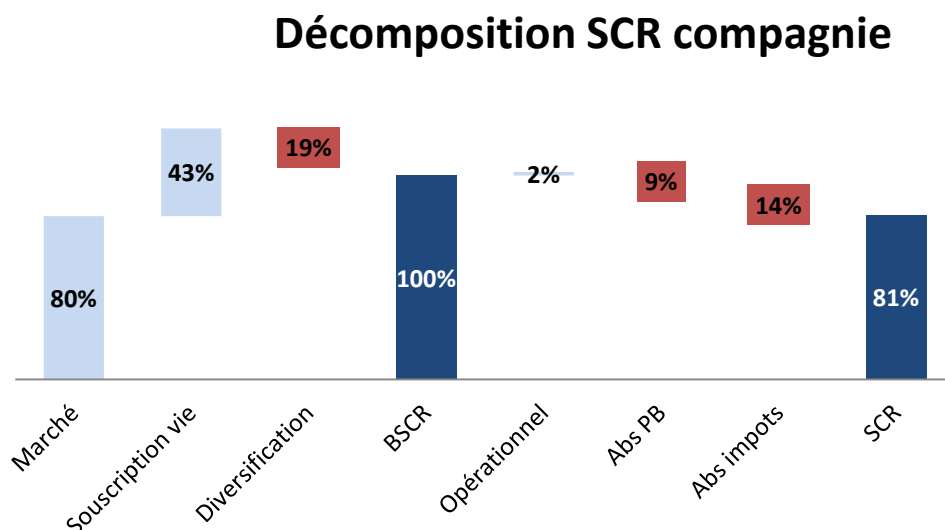


Figure 18 : Décomposition du SCR compagnie

Si on se réfère au marché français (Cf figure 13), la décomposition de notre SCR niveau compagnie reproduit les mêmes ordres de grandeurs avec notamment un SCR marché 2 fois plus important que le SCR souscription vie.

Pour notre étude, nous n'avons pas considéré tous les risques, ce qui explique l'effet de diversification²⁵ faible par rapport à la moyenne (19% vs 33%).

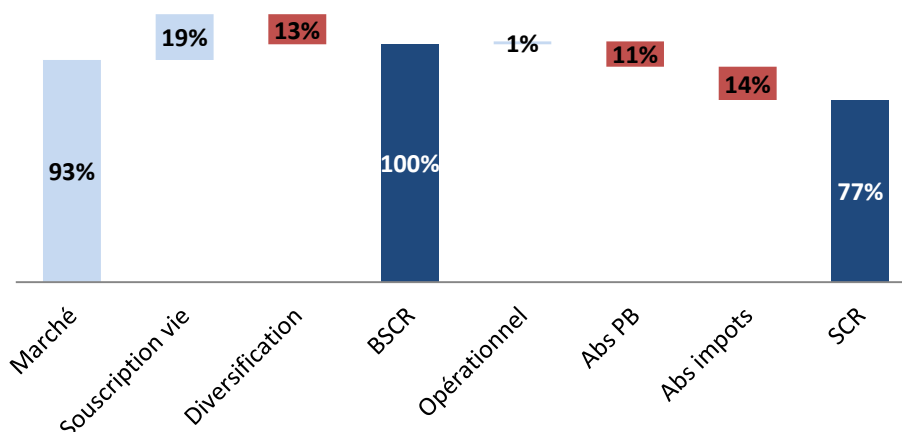
L'effet d'absorption de la PB paraît aussi relativement faible par rapport à la moyenne (9% vs 47%). Ceci s'explique par le fait que nous avons calibré notre Générateur de Scénarios Economiques dans un contexte de taux très bas (les taux 10 ans calibrés sont à 1% en moyenne). En plus de cela, s'ajoute le fait que nous versons le minimum de PB à savoir 85% du résultat financier.

En réalité, cette décomposition du SCR niveau compagnie cache de très grandes disparités entre l'Euro et l'UC. Pour mettre en évidence cela, nous allons analyser la décomposition de chaque support pris à part :

²⁵ La diversification représente l'effet de la corrélation entre risques.



Décompositiopr SCR Euro



Décomposition SCR UC

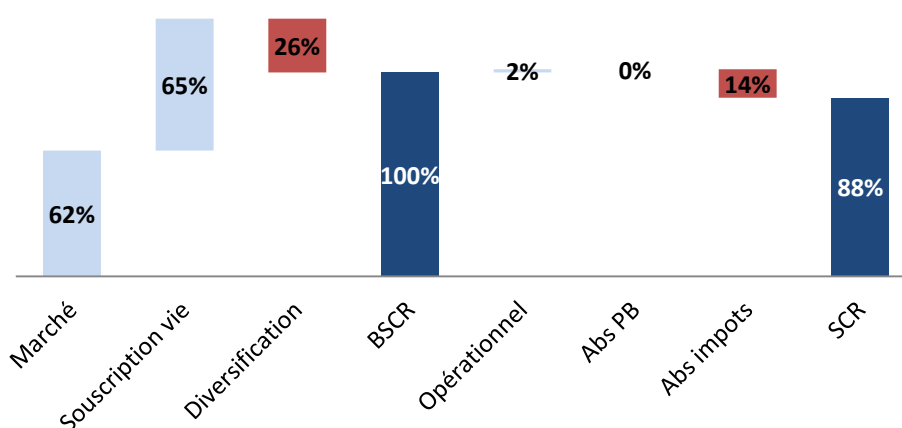


Figure 19 : Décomposition du SCR Euro vs SCR UC

Pour le support Euro :

Le SCR de marché est le plus important car le risque financier est presque totalement supporté par l'assureur. Un choc à la baisse sur l'actif se traduit par une baisse du BEL qui absorbe une partie du choc, sauf que sur le support Euro, en raison de la garantie de taux (TMG), le BEL ne peut pas descendre en dessous de la BEL_{TMG} en théorie²⁶ (BEL au taux garanti).

L'effet d'absorption de la PB est plus important que niveau compagnie (11% vs 6%) car ce dernier n'est valable que sur le support Euro.

Pour le support UC :

La décomposition du SCR UC révèle un comportement différent.

²⁶ Dans la pratique le choc peut induire un BEL en dessous de la BEL_{TMG} à cause de la Csss (Cf partie I section 3.1) mais l'écart reste marginal



Le risque de marché est beaucoup plus faible comparé au support Euro. Le tableau suivant donne les ordres de grandeur :

SCR marché Euro	SCR marché UC
7 479 162	3 061 180

Tableau 10 : Comparaison SCR marché Euro vs UC

Pour le même montant d'encours, on a un SCR marché 2 fois plus important en Euro. Cela s'explique par le fait que sur l'UC (si aucune garantie), le risque financier est en grande partie supporté par l'assuré. Le risque pour l'assureur c'est que les prélèvements sur encours ne suffisent pas à financer les frais réels. Ce risque se manifeste en cas d'inflation des frais ou en cas de forte baisse des encours des UC réduisant du coup la capacité de prélèvement de l'assureur.

Le fait que le risque financier soit en grande partie porté par l'assuré se traduit par une baisse du BEL en cas de choc à la baisse sur l'actif. Autrement dit, lorsque les rendements financiers baissent, les avoirs des assurés se retrouvent diminués mécaniquement. Contrairement au support Euro, le BEL en UC peut fortement varier (parce qu'il n'y a pas de garantie) et ainsi absorber une grande partie du choc.

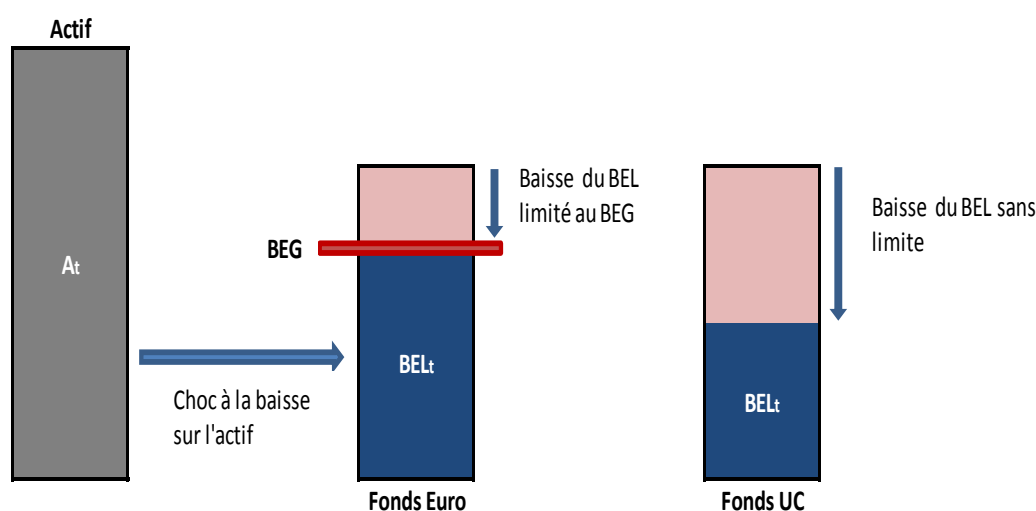


Figure 20: Absorption du BEL support Euro vs support UC²⁷

Concernant le module de souscription vie, il est plus important en UC car la durée est plus longue :

SCR Sous. Euro	SCR Sous. UC
1 428 755	4 239 997

Tableau 11 : Comparaison SCR Souscription Euro vs UC

En effet, les rachats partiels sont beaucoup plus importants sur le support Euro car les supports en Unités de Compte offrent une rentabilité appréciable sur le long terme. Statistiquement, les clients ont donc plus tendance à effectuer des rachats partiels sur le support Euro.

²⁷ BEG = BEL au TMG



Puisque pour les risques de souscription vie le calcul du SCR correspond à une différence de BEL, l'allongement de la duration va mécaniquement gonfler le Risk Capital.

Il est important de signaler que ces résultats sont très fortement liés aux hypothèses sous-jacentes. Dans la cadre de notre étude, les rachats partiels en UC sont 2 fois moins importants que sur l'Euro. Cela implique donc un allongement de la duration pour l'UC.

Enfin, l'effet d'absorption de la PB est nul car il n'est valable que sur les supports en Euro.

Cependant, il est également important de signaler que cette décomposition du SCR UC est fortement liée à l'allocation stratégique d'actifs retenue. En effet, il existe des types d'UC très dynamiques avec une proportion importante d'actions. Dans ce cas, étant donné que le choc action est de -30%, le module Marché peut être plus important que le module de souscription vie.

Nous avons modifié l'allocation stratégique de la poche UC avec 90% d'actions. La décomposition du SCR UC devient alors :

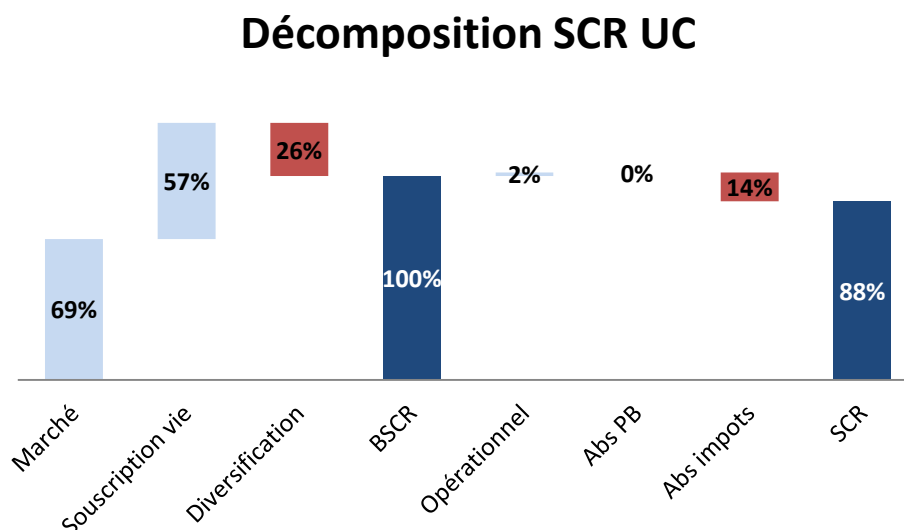


Figure 21 : Décomposition du SCR UC avec 90% d'actions

Le module de souscription vie garde un poids important mais le module marché, à cause de la proportion importante d'actions et de la sévérité du choc, devient supérieur en proportion (69%).

2.2.2 Zoom SCR Marché

Intéressons-nous au module Marché : la composition du SCR Marché par support est la suivante :

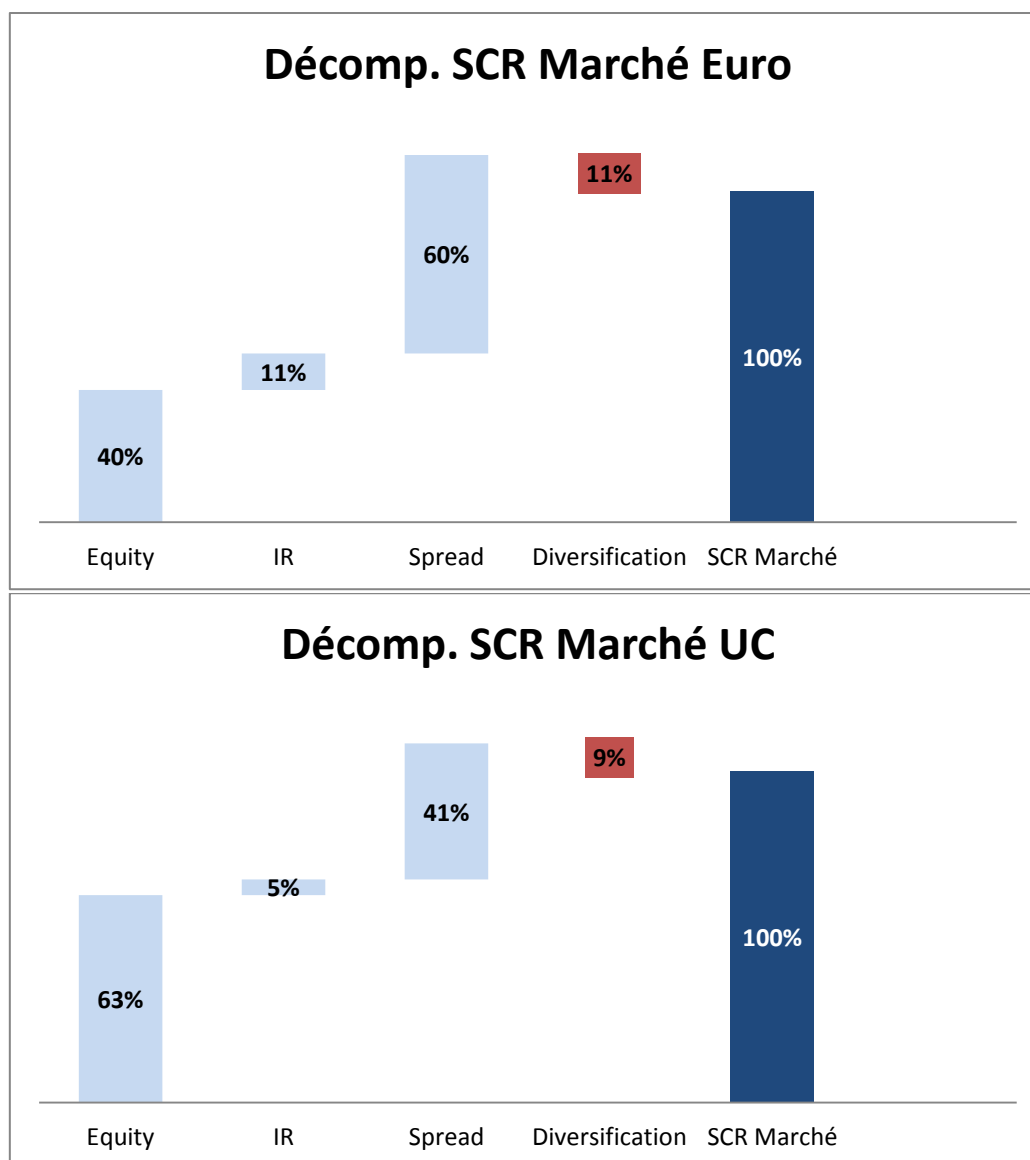


Figure 21 : Décomposition du SCR Marché Euro vs SCR Marché UC

Comme on pouvait s'y attendre, les risques Equity et Spread sont les plus importants en termes de volume quel que soit le support (cf figure 14).

Le risque Interest Rate est moindre car lorsque l'on effectue un choc (Up ou Down) sur la courbe des taux, il y a une compensation qui provient du fait que l'on re-calibre les chroniques financières.

Naturellement, le risque Spread est plus important sur le support Euro car l'allocation stratégique de ce dernier est largement constitué d'obligations (80%). Le risque Equity est beaucoup plus important sur le support UC à cause de la proportion non-négligeable d'actions (40%).

En définitive, pour le calcul des composantes du risque de marché, le choc est appliqué sur la valeur de marché des actifs détenus. Plus la catégorie d'actif devant être choquée est importante en proportion, plus le delta de l'actif devient important. La composition du SCR Marché est donc en grande partie expliquée par l'allocation stratégique du support.



2.2.3 Zoom SCR Souscription Vie

La composition du SCR Souscription Vie par support est la suivante :

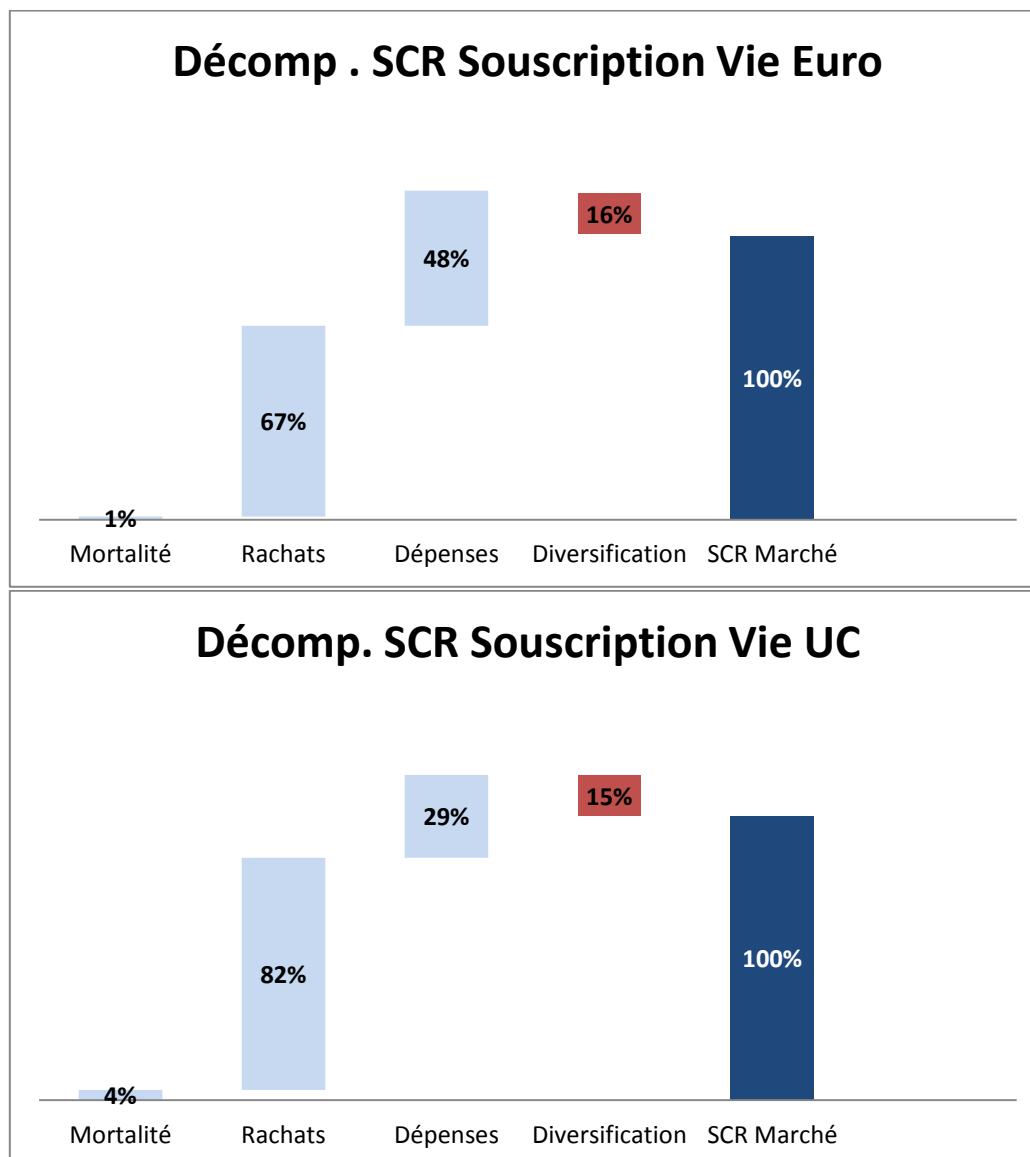


Figure 22 : Décomposition du SCR Sous. Vie Euro vs SCR Sous Vie UC

Pour l'Euro comme pour l'UC, les risques Rachats et Dépenses (ou coûts) sont les plus impactant. Ceci est dû au fait que les rachats et les coûts sont les flux les plus importants du BEL (Cf annexe 7 pour composition du BEL). Un choc sur ces flux implique une forte perturbation du BEL.

A cela on peut ajouter l'amplitude du choc qui est plus important pour le risque de Rachats (choc de 30%) et pour les coûts (choc de 10% et surtout inflation +1%).

2.2.4 Tests de sensibilité

3 tests de sensibilité sont effectués dans cette section pour mettre en évidence les leviers du SCR sur chaque support.



Le tableau suivant reporte le SCR de nos 2 supports :

SCR Euro	SCR UC
5 791 932	5 115 165

Tableau 12 : SCR Euro vs SCR UC

A encours égaux, et sans arbitrage entre les 2 supports, le support UC possède un SCR inférieur à celui du support Euro.

Orienter la collecte vers l'UC paraît donc être un arbitrage favorable à l'assureur dans la mesure où ce dernier réduit le Risk Capital.

Le graphe suivant représente la contribution de chaque support au SCR niveau compagnie :

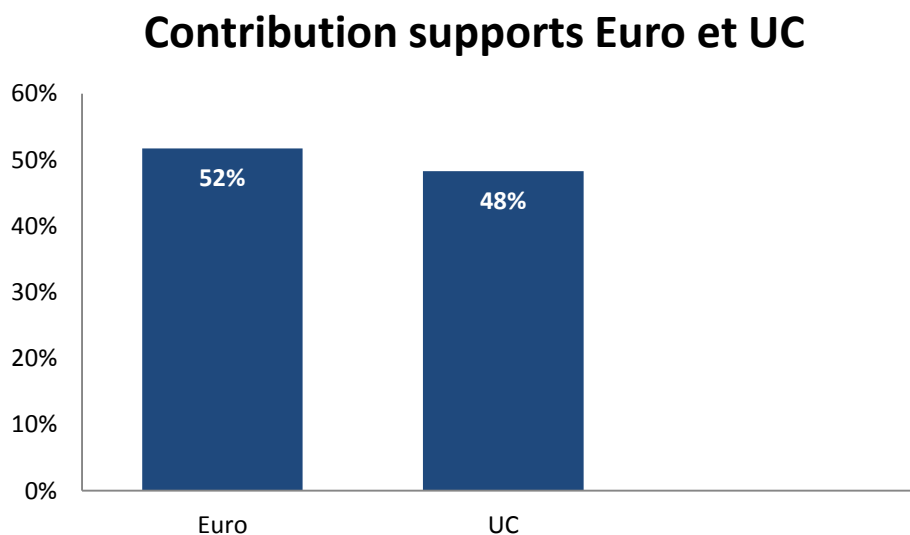


Figure 23 : Contribution des supports au SCR compagnie

Nous avons effectué quelques tests de sensibilité pour afin d'observer la nouvelle tendance :

- **1^{er} test** : nous avons mis en place un effet cliquet²⁸ sur la poche UC. Le graphe précédent devient alors :

²⁸ Garantie de la valeur la plus haute prise par l'épargne



Contribution supports Euro et UC

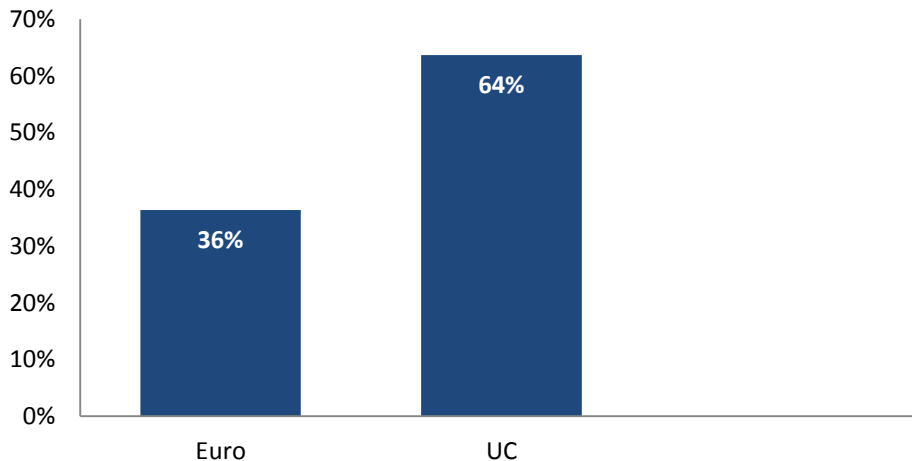


Figure 24: Contribution des supports au SCR compagnie avec garantie sur UC

Le rapport s'inverse alors et on a un SCR UC plus important que celui de l'Euro. Cela s'explique par le fait que, tout comme au niveau du support Euro, en cas de choc sur l'actif, le BEL du support UC, à cause de la garantie, ne pourra plus absorber une grande partie du choc puisque ce dernier ne pourra pas descendre en deçà du BEL garanti.

La conséquence est que le SCR marché se retrouve gonflé et on obtient alors cette nouvelle décomposition du SCR UC :

Décomposition SCR UC

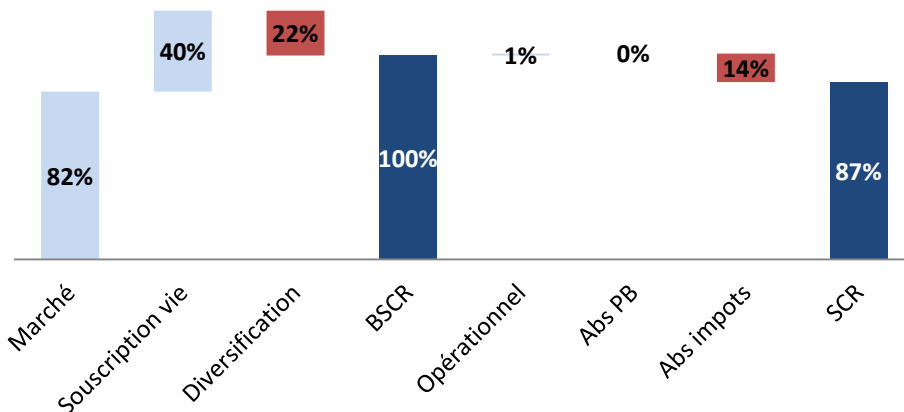


Figure 25: Décomposition du SCR UC avec garantie

L'UC avec présence de ce type de garantie devient alors plus consommateur en capital que l'Euro car en plus de reproduire le même comportement au niveau des risques de marché, ce dernier possède des risques de souscription plus importants compte tenu de sa durée.

Les chiffres sont exposés en annexe 8

- **2^{ème} test** : nous avons fait varier l'âge moyen à la souscription. Nous exposons ici le SCR compagnie pour les âges 30, 40 et 50 ans :



30 ans	40 ans	50 ans
10 376 056	9 702 204	9 043 343

Tableau 13 : SCR compagnie selon âge moyen de souscription

Comme on pouvait s'y attendre, plus le portefeuille vieillit, plus le montant de capital immobilisé baisse. Ce qu'il est intéressant d'observer est la contribution de chaque support au SCR compagnie :

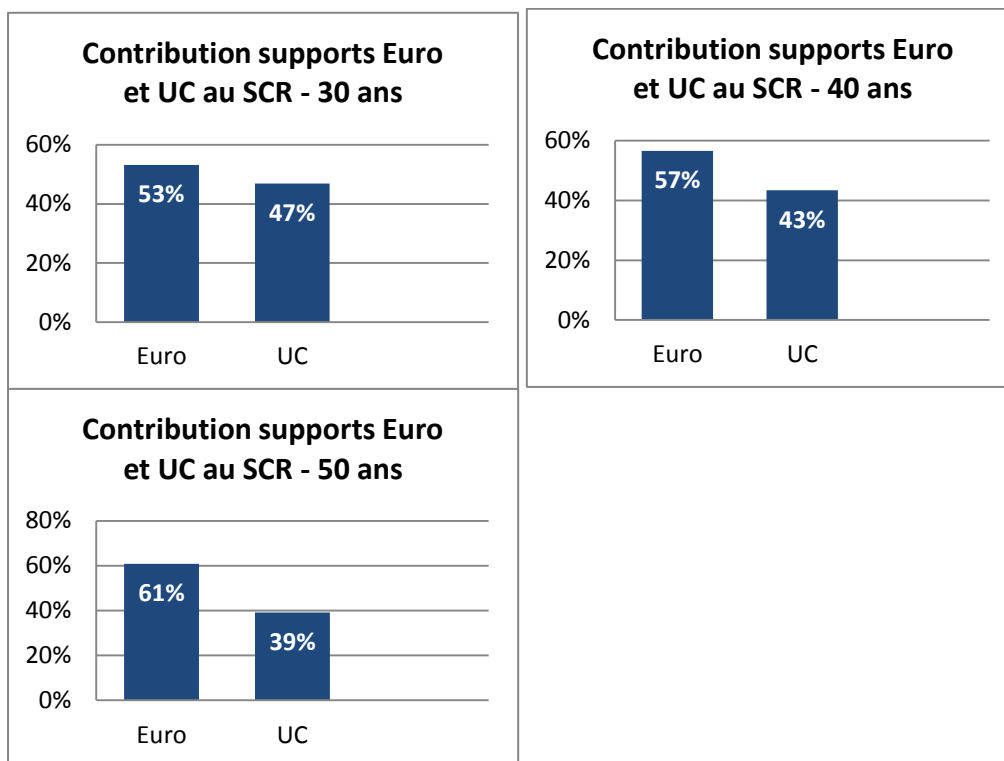


Figure 26 : Contribution des supports en fonction de l'âge

En réalité, l'évolution du SCR compagnie en fonction de l'âge est principalement expliquée par le support UC. En effet, en faisant varier l'âge, on impacte surtout les risques de souscription. Or ces derniers sont beaucoup plus importants sur l'UC.

Le SCR Euro varie mais de façon marginale car il est essentiellement constitué de risques de marché. Le graphique suivant permet de s'en rendre compte :

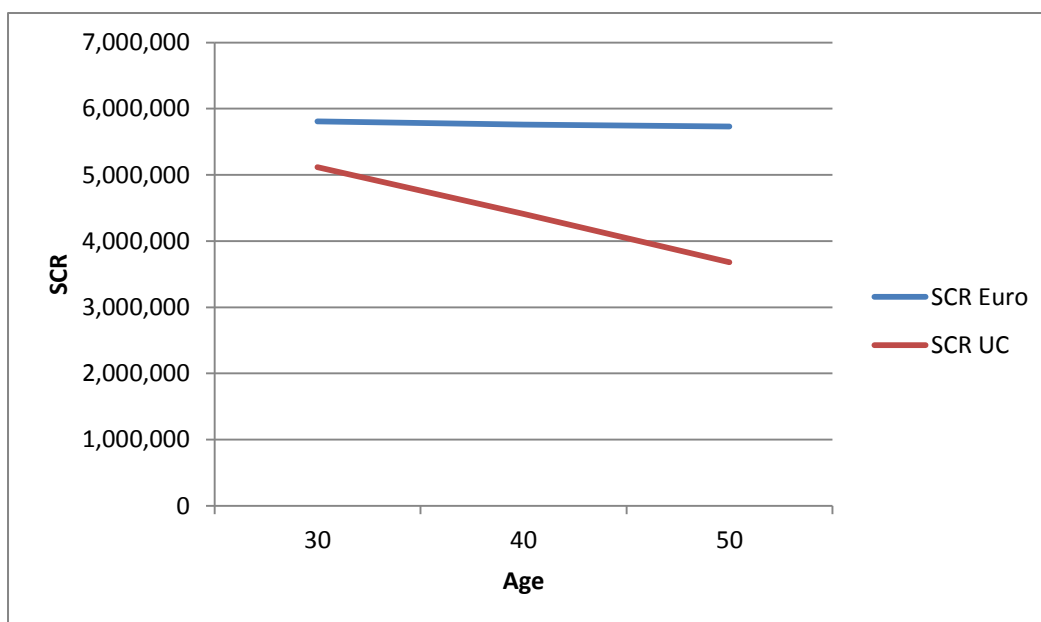


Figure 26 : Evolution SCR Euro et UC en fonction de l'âge

Ainsi, aux âges jeunes (30 ans), le SCR UC se rapproche de plus en plus du SCR Euro en termes de montant.

- **3^{ème} test** : nous analysons l'impact de la notation financière de la France sur le SCR. Concrètement, cela impacte principalement le risque de Spread. **Nous supposons que la note passe de AA à AAA** (qui correspondait à la note de la France jusqu'en Janvier 2012) :

	AA	AAA
SCR	10 376 056	9 620 540

Tableau 14 : Evolution du SCR compagnie selon notation financière

Il y a alors une baisse de 7% du SCR qui provient du fait que le choc à la baisse sur l'OAT 10 ans passe de -11% à -9%.

C'est sur le support Euro que l'impact est le plus important : baisse du SCR Euro de 11%.

3. Association du SCR à la rentabilité en Epargne

3.1 Couple rendement-risque

Pour les assureurs, l'analyse du couple rendement-SCR est essentielle pour le suivi des performances. Au vue de la section précédente, il paraît clair que favoriser l'UC est un arbitrage que pourrait effectuer l'assureur pour améliorer le couple rendement-SCR. Etant donné que le risque financier est en grande partie porté par l'assuré, l'UC (sans



garantie) permet à l'assureur de diminuer le montant du SCR tout en améliorant la rentabilité.

Nous avons représenté dans un graphe l'évolution du couple rendement-SCR en faisant varier le taux d'UC :

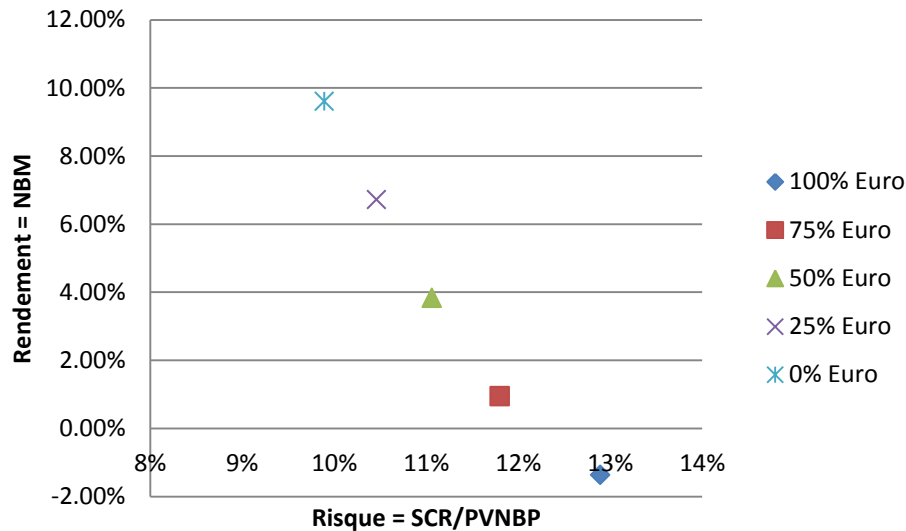


Figure 27 : Evolution couple Rendement-SCR (30ans)

Comme prévu, le couple Rendement-SCR s'améliore avec le taux d'UC.

Cependant, en Epargne, pour pouvoir être utilisé comme un indicateur de décision associé à la rentabilité, le SCR doit être projeté.

En effet, la rentabilité en Epargne consiste à capter l'ensemble des profits futurs jusqu'à extinction du portefeuille tandis que le SCR exprime le besoin en capital sur année exclusivement. Par exemple, plaçons-nous dans le cas d'une compagnie d'assurance souhaitant retenir parmi 2 affaires celle qui maximise le couple rendement-SCR (maximiser rendement et minimiser SCR) :

$$affaire_1 \Rightarrow (NBM_1; SCR_1) \text{ et } affaire_2 \Rightarrow (NBM_2; SCR_2)$$

Supposons que l'affaire₁ soit retenue en $t = 0$ parce qu'elle a un meilleur ratio NBM/SCR notamment grâce à un SCR moindre. A extinction du portefeuille en $t = fin$, si on suppose que les projections sont exactes, l'assureur captera bien en résultat la NBM_1 . Cependant, puisque le SCR de cette affaire aura été recalculé chaque année, l'assureur peut se retrouver au final avec un montant de capital immobilisé (sur toute la durée de vie de l'affaire) beaucoup plus important que s'il avait retenu l'affaire₂.

Il est donc impératif de projeter le SCR afin de l'associer à la rentabilité.

3.2 Projection du SCR



Pour les branches à passifs longs comme l'Épargne, le calcul des SCR futurs est très complexe à réaliser. L'EIOPA propose cependant un ensemble de simplifications afin de surmonter cette difficulté. Les méthodes proposées sont les suivantes :

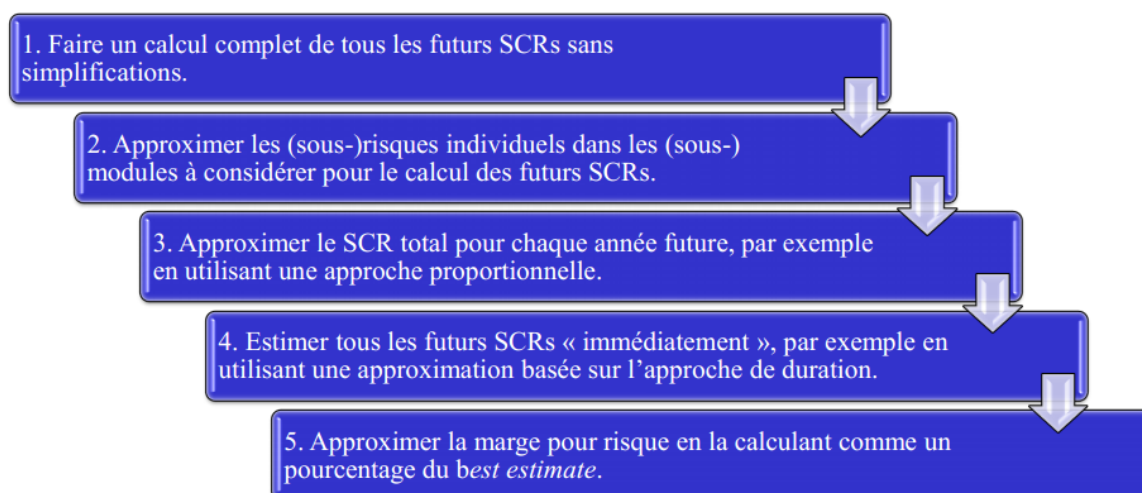


Figure 28 : Proxies pour projection du SCR²⁹

Le graphique suivant permet de constater que les méthodes 3 et 4 sont les plus utilisées par les organismes Vie et Non-Vie en France :

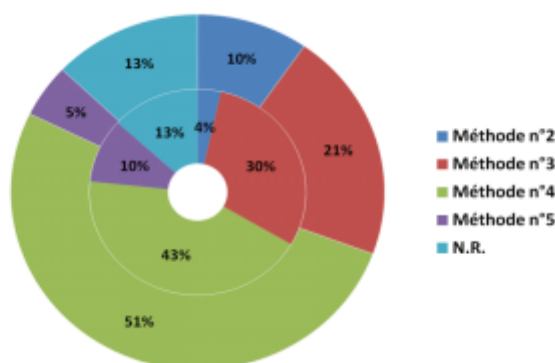


Figure 29 : Méthodes simplification organismes Vie (cercle ext.) et Non-Vie (cercle int.)³⁰

La méthode 3 consiste à supposer que les SCR futurs sont proportionnels aux BEL futurs :

$$SCR_t = SCR_0 * \frac{BEL_t}{BEL_0}$$

Dans le cadre de notre étude, pour la projection, nous avons procédé à un calcul du SCR par pas d'1 an. Étant donné que nous sommes en run-off après le premier versement, nous avons procédé comme suit :

- Pour calculer le SCR à $t = 0$: on choc le bilan à $t = 0 \Rightarrow SCR_0$

²⁹ Extrait de « Mesure de risque » - Marc JULLIARD

³⁰ Source : ACPR [2014] - « Préparation à Solvabilité 2 : Enseignement de l'exercice 2013 de remise d'états prudentiels Solvabilité 2 »



- Pour calculer le SCR à $t = 1$ an, on actualise le model point : âge = âge + 1 ; PM³¹ = PM projetés à 1 an ; taux Euro = Taux Euro – taux arbitrages sortant + taux arbitrages entrant ; nombre de contrats = nb de contrats * (1 - tx de survie)...
Après actualisation du model point, on choque le bilan $\Rightarrow SCR_1$
- Pour calculer le SCR à $t = 2$ ans, on actualise le model point : âge = âge + 2 ; PM = PM projetés à 2 ans ; taux Euro = Taux Euro – taux arbitrages sortant + taux arbitrages entrant ; nombre de contrats = nb de contrats * (1 - tx de survie)...
Après actualisation du model point, on choque le bilan $\Rightarrow SCR_2$
- Nous avons effectué ce procédé sur 60 ans

La present value du Risk Capital (PVSRC) vaut donc :

$$PVSCR = \sum_{t=1}^{60} SCR_t * \prod_{i=0}^{t-1} \frac{1}{1 + fwr_i}$$

Nous avons représenté dans le graphe suivant l'évolution du SCR sur 60 ans pour les deux supports :

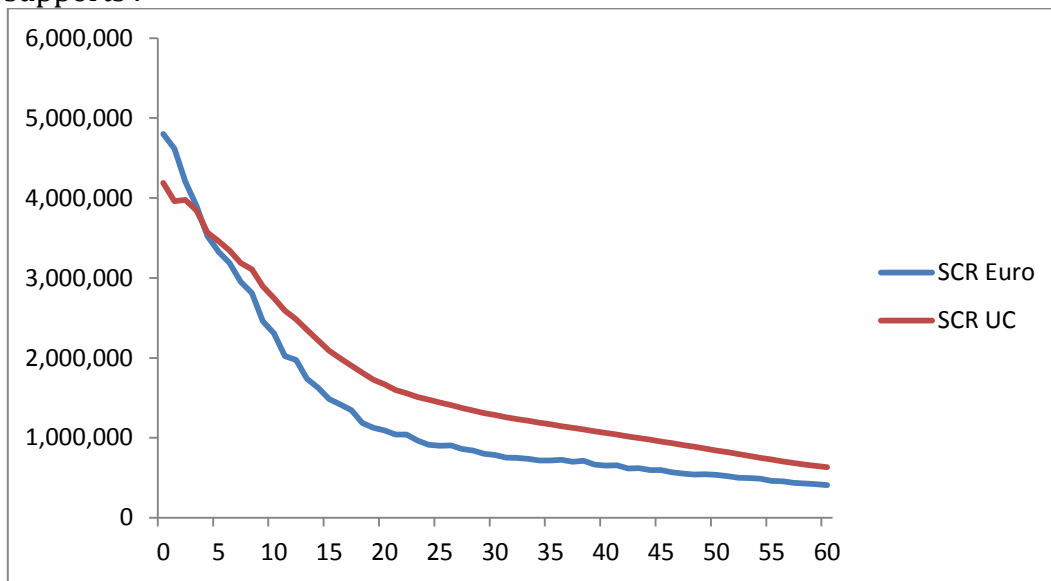


Figure 30 : Projection SCR Euro vs SCR UC

Le SCR Euro s'écoule plus rapidement que celui de l'UC. Ici encore, cela est dû au fait que la duration est plus longue en UC. A encours égaux, c'est le support Euro qui s'éteint plus rapidement. La projection du BEL permet également de s'en rendre compte :

³¹ PM : Provisions Mathématiques

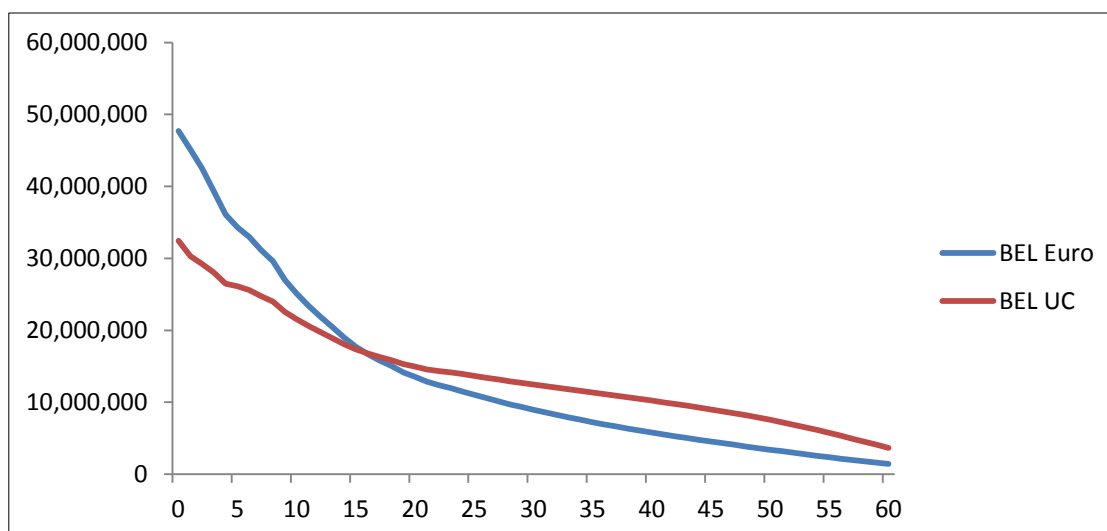


Figure 31 : Projection BEL Euro vs BEL UC

Sans garantie sur l'UC, comme nous l'avons vu dans la section précédente, le support Euro présente un SCR plus important. Cependant, la figure 30 laisse deviner une projection du SCR plus important sur le support UC. Le graphe suivant indique la contribution de chaque support au PVSCR compagnie :

Contribution supports Euro et UC au PVSCR

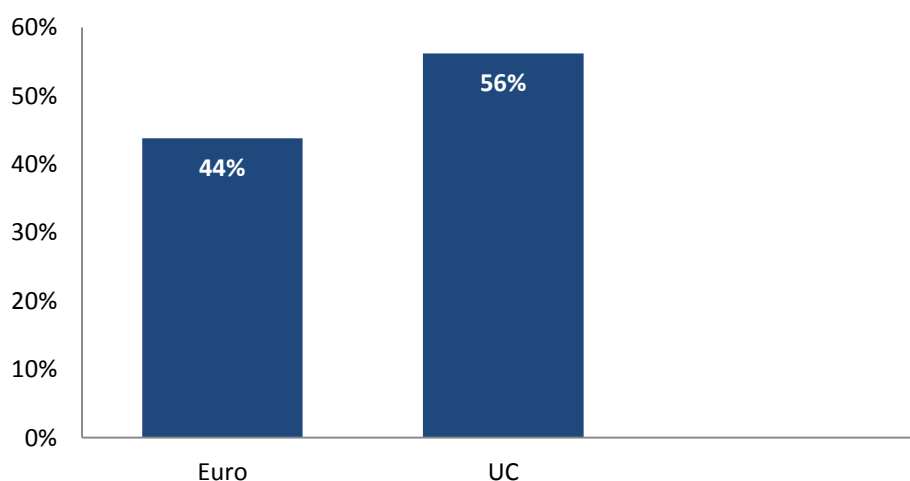


Figure 32 : Contribution supports Euro et UC au PVSCR

Contrairement à la vision à 1 an (Figure 23), le rapport s'inverse et on se retrouve avec une projection du Risk Capital plus important sur l'UC. Néanmoins, pour nuancer ces propos, il est intéressant d'observer l'évolution du ratio SCR/Encours pour chacun des supports :

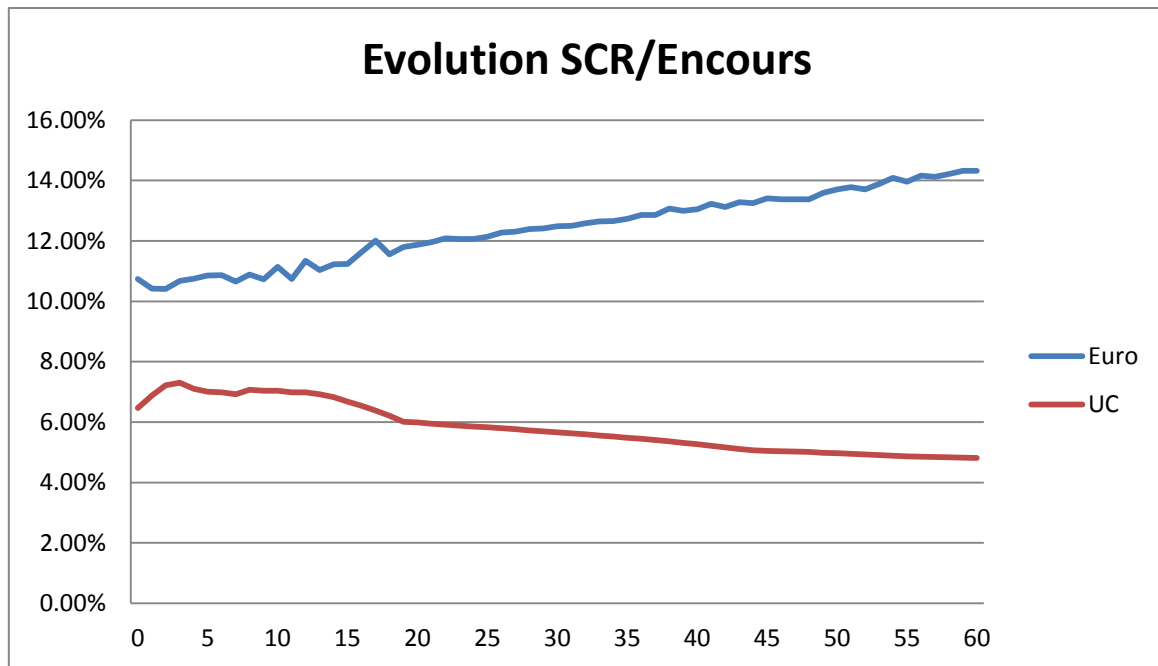


Figure 33 : Evolution du ratio SCR/Encours par support

Proportionnellement à l'encours (provisions mathématiques), le support UC conserve donc l'avantage de présenter un SCR moins important que celui de l'Euro. Mais compte tenu de la durée plus importante, ce dernier se retrouve avec un PVSCR plus important.

Par ailleurs, il est important de signaler que le constat de la figure 23 est très corrélé à l'âge moyen du portefeuille. De façon générale, la contribution de chaque support au PVSCR est la même à 40 ans (dans le cadre de notre étude) et c'est l'Euro qui prend l'avantage au-delà (Cf annexe 9).

Contrairement à la perception générale, l'UC n'est donc pas forcément synonyme de risque moindre pour l'assureur. Ce dernier présente certes l'avantage d'avoir un Risk Capital moins important proportionnellement à son encours, mais in fine, ce Risk capital est immobilisé plus longtemps.

3.3 Tests de sensibilité

Dans cette section, nous allons lier la projection du SCR à 2 études de cas :

- **Dans un 1^{er} temps**, nous nous intéressons au comportement du RoRC (return On Risk capital) défini en Partie I section 3.9. Plus précisément, pour des raisons opérationnelles, nous étudions :

$$\text{RoRC}_{\text{simplifié}} = \frac{\text{PVFP}_{\text{deterministe}}}{\text{PVSCR}}$$

Nous nous intéressons à l'arbitrage Euro/UC que pourrait favoriser l'assureur pour maximiser cet indicateur.



Pour ce faire, nous avons fait varier l'âge moyen de souscription du portefeuille. Nous avons retenu les âges 30, 40 et 50 ans. Ensuite, pour chaque âge, nous avons représenté l'évolution du couple ($PVFP_{\text{deterministe}}$; $PVSCR$) en fonction du taux d'UC.

Pour meilleur analyse, le montant de la prime unique de souscription a été augmenté dans le but de rendre les deux supports rentables.

En ordonnée, nous avons représenté la rentabilité ramenée au chiffre d'affaire et en abscisse la projection du SCR par rapport au chiffre d'affaire. Les résultats sont à l'échelle compagnie :

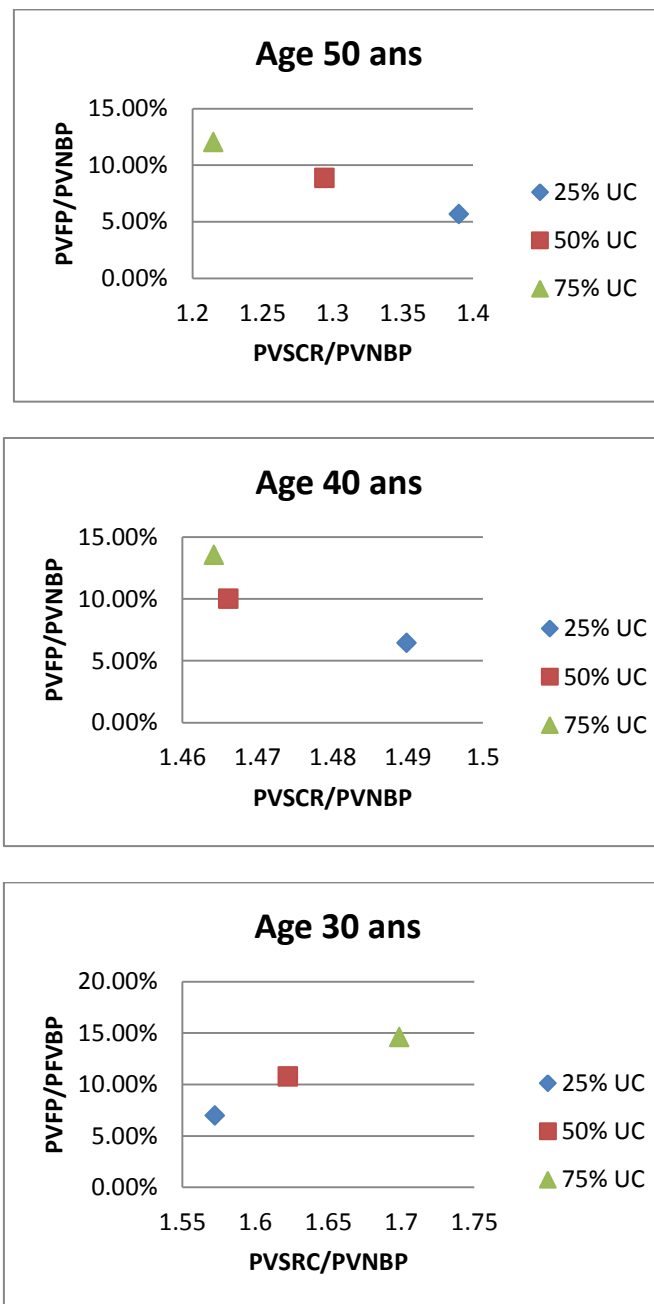


Figure 34 : Evolution du couple Rendement-Risque



Pour les âges 50 et 40 ans, orienter la collecte vers l'UC paraît évident puisque en augmentant le taux d'UC, on améliore la rentabilité et on réduit le capital immobilisé sur toute la durée de vie de portefeuille.

Cependant, pour l'âge 30 ans, le choix paraît moins évident. En augmentant le taux d'UC on améliore la rentabilité certes mais on gonfle également le montant de capital immobilisé. Ceci est dû au fait que le support UC est très sensible à la durée à cause de l'importance des risques de souscription sur ce support. Si on analyse le $RoRC_{\text{simplifié}}$ pour l'âge 30 ans on obtient :

25% UC	50% UC	75% UC
4.42%	6.64%	8.59%

Tableau 15 : Evolution du RoRC selon taux d'UC pour 30 ans

Ce dernier augmente avec le taux d'UC car la variation de rentabilité est plus importante que la variation de PVSCR. Cet effet est d'autant plus fort que notre étude est réalisée dans un contexte de taux bas.

Dans ce cas de figure, de façon générale, l'assureur qui voudra réduire son SCR aura plutôt tendance à réduire la collecte d'UC aux âges jeunes alors que si c'est la rentabilité qui est recherchée, ça sera l'inverse.

- **Dans un 2nd temps**, nous nous intéressons à l'impact de la distribution de PB (Cf partie II section 3.2.2) sur le SCR. Plus précisément, nous avons choisi d'étudier l'économie en capital faite sur le PVSCR en augmentant le taux de distribution de PB.

En effet, augmenter le taux de distribution de PB permet d'augmenter la capacité d'absorption liée à la PB mais cela peut aussi avoir pour effet une perte³² en rentabilité en raison d'un résultat financier moindre. Cet écart en rentabilité étant relatif à la toute la durée de vie du portefeuille, il est intéressant d'analyser l'impact de la hausse du taux de distribution de PB sur le SCR projeté.

L'étude est réalisée sur le support Euro uniquement puisque c'est le seul à être impacté. Par défaut, nous avons fixé un taux de distribution de PB de 85%, soit le minimum.

³² L'augmentation du taux de distribution n'implique pas forcément une perte en rentabilité. En raison des rachats dynamiques indexés sur les taux servis, cela peut également améliorer la rentabilité. Dans le cadre de notre étude, les rachats sont déterministes.

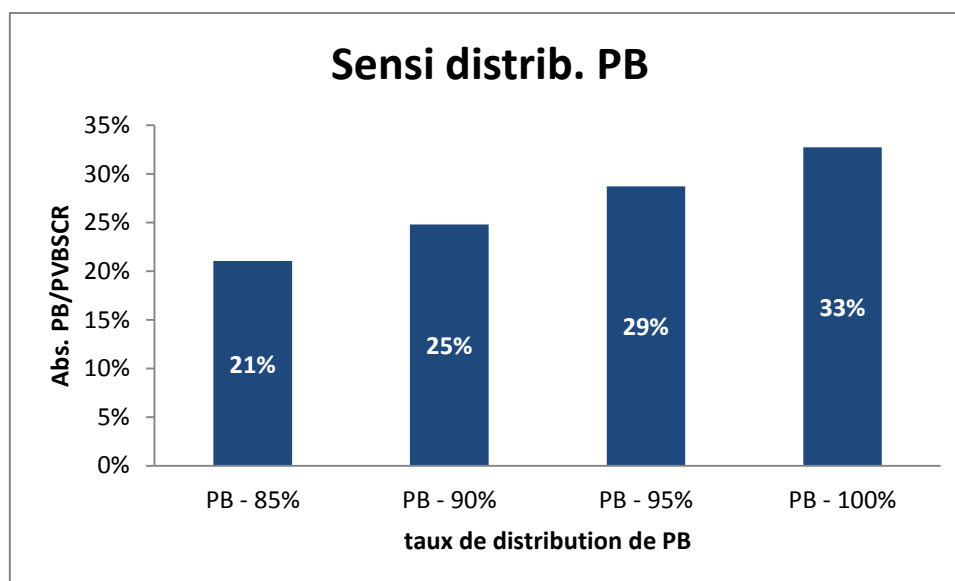


Figure 35 : Evolution de l'absorption PB par rapport au taux de distribution

Le graphe précédent représente l'absorption liée à la PB ramené au PVBSCR, c'est-à-dire au BSCR projeté sur 60 ans.

En distribuant un 5% de PB en plus, il y a systématiquement une économie de 4% faite sur le BSCR. En terme de montant du PVSCR, cela se traduit par :

PVSCR - 85% PB	PVSCR - 90% PB	PVSCR - 95% PB	PVSCR - 100% PB
76 769 787	72 735 080	68 463 333	64 038 083

Tableau 16 : PVSCR en fonction du taux de distribution de PB

Il y'a une économie de plus de 4 millions faite entre chaque observation. Cependant, il est important de noter que dans le cadre de notre étude, l'absorption liée à la PB correspond à la borne supérieure, c'est-à-dire au FDB (Cf partie II section 3.2). L'effet d'absorption est donc à son maximum.



Conclusion

La directive Solvabilité II devrait entrer en application en 2016. Les assureurs seront donc tenu de pourvoir calculer leur consommation en Risk Capital mais aussi de comprendre les spécificités de ce dernier.

Dans, le cadre de ce mémoire, nous avons analysé la consommation en SCR des supports Euro et UC en Epargne. Avant de relever les éléments mis en évidence par l'étude, il convient de citer les limites de ce dernier :

- En raison du contexte de taux bas dans lequel notre GSE a été calibré, le rendement financier de notre support Euro est plus bas que ce qui est observé : les supports Euro bénéficient de richesses latentes qui permettent de lisser le rendement en période taux bas
- Dans le cadre du calcul du SCR formule standard, les résultats sont toujours très sensibles aux hypothèses de calcul du BEL (coûts, rachats, mortalité). La généralisation n'est donc pas directe

Ce mémoire s'est attaché à répondre à la question suivante : **Quels sont les particularités et les principaux leviers du SCR en Epargne selon le support ?**

En premier lieu il convient de signaler que le SCR global en Epargne cache de très grandes disparités en l'Euro et l'UC. Il est donc primordial de dissocier le SCR par support pour en comprendre les particularités :

- **Le SCR Euro est essentiellement constitué de risques de marché** à cause des garanties qu'il comporte. Plus précisément, **la garantie de taux fait supporter à l'assureur une grande partie du risque financier**. Cela implique que le BEL ne peut pas être inférieur au minimum promis. En cas de choc sur l'actif, l'absorption du passif est donc limitée. Le mécanisme est illustré en page 63 Figure 20
- **Le SCR UC est surtout composé de risques de souscription** car le risque financier est en grande partie supporté par l'assuré. L'absence de garantie de taux transfère une partie du risque de marché au client. Cependant, les supports UC ont généralement une duration plus importante³³ que les supports Euro. Cela explique l'importance des risques de souscription sur ce type de support
- **En présence de garantie de rendement, l'UC est plus consommateur en Risk Capital que l'Euro**. Cela s'explique d'une part par le fait que la garantie implique que le support UC reproduit la même consommation en risque de marché que le support Euro. D'autre part, sa duration plus importante entraîne des risques de souscription plus importants.
L'exemple de l'application d'un effet cliquet sur l'UC l'illustre en page 68.

Au-delà de fournir une information sur l'exposition au risque, le SCR peut également être associé à la rentabilité comme un élément de décision. Dans ce cas, il est impératif

³³ Car la rentabilité sur un support en UC s'apprécie sur le long terme



de procéder à une projection. L'analyse de la projection du SCR a permis de mettre en évidence les points suivants :

- A encours égaux, le SCR Euro s'écoule plus rapidement que le SCR UC. Cela s'explique principalement par un taux de rachat moins élevé sur le support UC
- **Aux âges jeunes, la Present Value du SCR UC peut être plus important que celui de l'Euro** à cause de la projection des risques de souscription. Dans ce cas, il y a un arbitrage à effectuer³⁴ entre rendement et le risque qui évoluent en sens opposé. Le test 1 de la section 3.3 Partie IV l'illustre

La projection du SCR a donc permis de mettre en évidence *'l'écoulement lent'* du SCR UC. Ainsi, même si l'UC présente l'avantage d'avoir un SCR moins important proportionnellement aux encours, ce dernier implique une immobilisation plus longue du Risk Capital.

Enfin l'étude a permis de mettre en évidence des leviers d'amélioration du SCR :

- **Pour le support Euro**, le risque de spread ayant un poids important, **le choix d'investissement obligataire** est déterminant car la notation a un impact non négligeable. Le test 3 de la section 2.2.2 Partie IV l'illustre.
La politique de distribution de PB a également un impact important en raison de l'absorption due à la PB. Nous avons vu que ce dernier peut réduire la present value du SCR de 33% (Cf test 2 section 3.3 partie IV)
- **Pour le support UC**, le principal levier est **l'âge moyen du portefeuille** en raison de l'importance des risques de souscription sur ce support (Cf test 2 section 2.2.4 Partie IV). **L'allocation stratégique** des actifs peut également participer à réduire le module du SCR marché même si ce dernier n'est pas nécessairement le plus important pour un support en UC.

³⁴ Par l'assureur





Bibliographie

Dominique ABGRALL [2013] – « *Impacts des mécanismes d'un produit de Variable Annuities GMWB for Life sur la rentabilité du distributeur.* ». Mémoire EURIA.

ACPR [2015] - « *Stress test EIOPA 2014 : échantillon européen, situation domestique et benchmarkings* »

ACPR [2014] - « *Préparation à Solvabilité 2 : Enseignement de l'exercice 2013 de remise d'états prudentiels Solvabilité 2* »

L. ARIAS, P. FOULQUIER, A. Le MAITRE [2012] - « *Les impacts de Solvabilité II sur la gestion obligataire* »

J. A. CHABANNES et N. EYMARD-GAUCLIN [2004] « *Le manuel de l'assurance vie – 3^e édition* »

EUROPEAN COMMISSION [2010] « *QIS5 Technical Specifications* »

FFSA – [2014] « *Bilan de l'année 2013 – Perspectives de l'assurance 2014* »

Guillaume GERBER [2010] – « *Allocation d'actifs sous Solvabilité 2 : cas de l'assurance vie épargne* »

François LUU [2011] – « *Etude sur la projection du capital requis sous Solvabilité II* »

M. MOREAU [2006] - « *Valorisation économique d'un passif d'assurance appliquée à un contrat d'épargne retraite* ». Mémoire Université Paris Dauphine.

M. PICARD et A. BESSON [1982] « *Les assurances Terrestres - Tome I - Le contrat d'assurance - LGDJ* »

F. PLANCHET, P. THEROND, M. JUILLARD [2011] « *Modèles financiers en assurance – Analyse de risques dynamiques* »



F. PLANCHET, P. THEROND, A. KAMEGA [2009] « *Scénarios économiques en assurance - Modélisation et simulation* »

P. SOURLAS et F. GABRIEL [2006] « *Couverture d'options en présence de sauts* ».



Annexes

Annexe 1 : Rappel sur les taux d'intérêts

On se place dans un cadre d'absence d'opportunités d'arbitrages.

Notons $R(t, T)$ le taux d'intérêt dans la convention retenue et qui prévaut pour un emprunt sur la période (t, T) .

Si nous disposons d'un capital C à la date t , alors :

- En intérêts simples, le capital à la date T devient : $C * [1 + R(t, T)(T - t)]$
Cette convention est typiquement utilisée pour les emprunts d'une durée inférieure à 1 an : $T - t \leq 1$.
- En intérêts composés annuellement : $C * [1 + R(t, T)]^{(T-t)}$
Le capital obtenu après une période de référence est réinvesti au même taux sur les périodes suivantes. Cette convention est généralement utilisée pour les emprunts d'une durée supérieure à un an.
- En intérêts composés continument : $C * e^{R(t, T)(T-t)}$

Les obligations zéro-coupons :

On appelle prix zéro-coupon, noté $P(t, T)$, le montant représentant un pourcentage qui exprime le prix t d'une unité monétaire perçue en $T > t$ de manière certaine. Les ZC sont plutôt des actifs fictifs (non liquides sur le marché). Cependant les emprunts court-terme (< 1 an) peuvent être assimilés à des ZC car ils ne versent qu'un unique flux terminal au prêteur.

Taux spot ou taux continu :

Il s'agit du taux de rendement actuariel d'une obligation zéro-coupon.

Soit $P(t, T)$ le prix d'un ZC de maturité T .

- En intérêts simples, le taux spot $R(t, T)$ est tel que :

$$P(t, T) = \frac{1}{1 + R(t, T)(T - t)} \Rightarrow R(t, T) = \frac{1}{T - t} \left[\frac{1}{P(t, T)} - 1 \right] \quad (\text{A.1})$$

- En intérêts composés annuellement :

$$P(t, T) = \frac{1}{[1 + R(t, T)]^{T-t}} \Rightarrow R(t, T) = [P(t, T)]^{-\frac{1}{T-t}} - 1 \quad (\text{A.2})$$

- En intérêts continus :

$$P(t, T) = e^{-R(t, T)(T-t)} \Rightarrow R(t, T) = -\frac{1}{T - t} \ln[P(t, T)] \quad (\text{A.3})$$



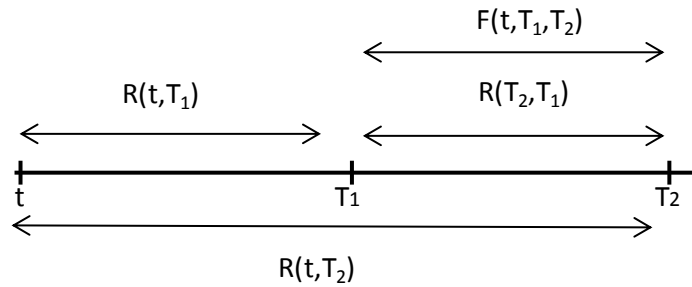
La structure par terme des taux (ou courbe des taux ou yield curve) correspond à la courbe associée à la fonction : $T \rightarrow R(t, T)$

Taux spot instantané :

Taux fictif défini à partir des taux spot tel que : $r(t) = \lim_{T \rightarrow t} R(t, T)$

Taux forward :

Il s'agit de la rémunération d'un prêt conclut en t et qui prévaut sur la période $[T_1; T_2]$: le prêt démarre en $T_1 > t$ et se termine $T_2 > T_1$.



➤ En intérêts simples :

$$1 + R(t, T_2)(T_2 - t) = [1 + R(t, T_1)(T_1 - t)] * [1 + F(t, T_1, T_2)(T_2 - T_1)]$$

$$F(t, T_1, T_2) = \frac{1}{T_2 - T_1} \left[\frac{1 + R(t, T_2)(T_2 - t)}{1 + R(t, T_1)(T_1 - t)} - 1 \right] = \frac{1}{T_2 - T_1} \left[\frac{P(t, T_1)}{P(t, T_2)} - 1 \right] \quad (\text{A.4})$$

➤ En intérêts composés annuellement :

$$F(t, T_1, T_2) = \left[\frac{P(t, T_1)}{P(t, T_2)} \right]^{\frac{1}{T_2 - T_1}} - 1 \quad (\text{A.5})$$

➤ En intérêts continus :

$$F(t, T_1, T_2) = \frac{1}{T_2 - T_1} \ln \left[\frac{P(t, T_1)}{P(t, T_2)} \right] \quad (\text{A.6})$$

En univers risque neutre, le taux d'actualisation correspond au taux sans risque, c'est-à-dire au taux zéro-coupon qui lui-même peut être écrit comme produit de taux forward (noté fwr).



Annexe 2 : Application d'un choc sur le Bilan

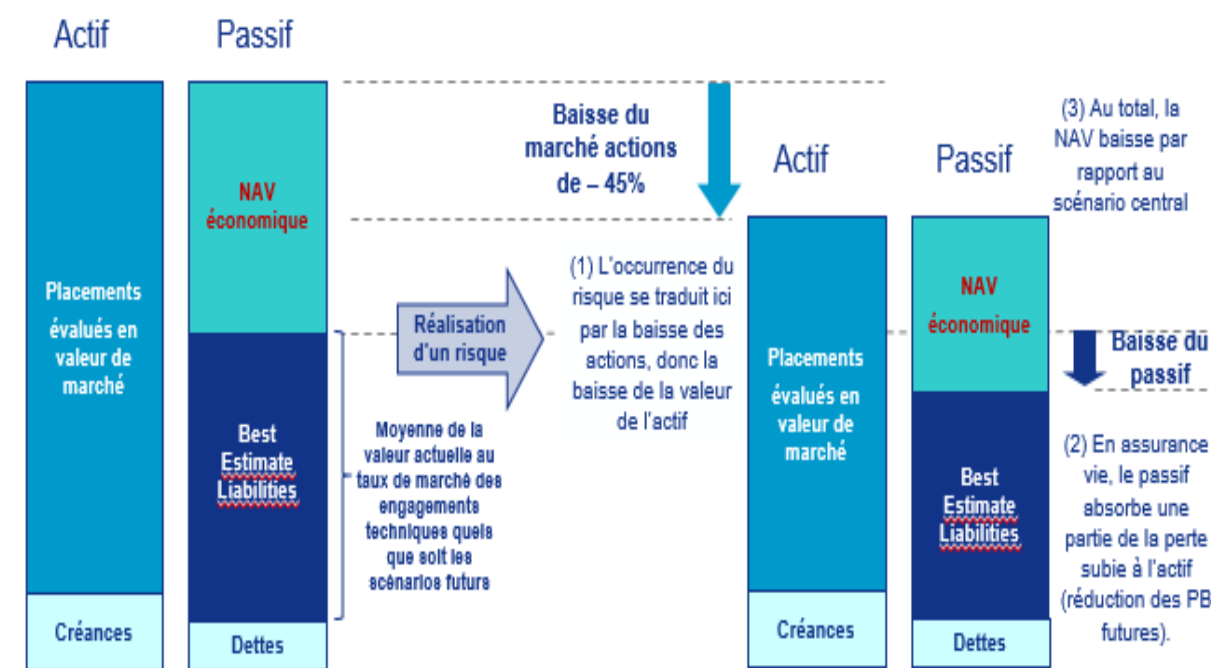


Figure 36 : Bilan sous Solvabilité II choqué

Annexe 3 : Description des chocs QIS 5

Chocs de marché :

- Choc action : Baisse de la valeur de marché de 30% (OCDE) ; baisse de 40% (hors OCDE)
- Choc immobilier : Baisse des investissements de 25%
- Choc change : Baisse de la monnaie de base de 25% ; hausse de 25%
- Choc illiquidité : Baisse des primes de 65%
- Choc taux d'intérêt : Baisse des taux et hausse des taux minimum 100 points de bases

Chocs souscription vie :

- Choc mortalité : Hausse des taux de 15%
- Choc longévité : Baisse de 20% des taux de mortalité
- Choc rachat : pire scénario entre hausse des taux de 50% ; baisse de 50% et rachat massif de 40% la première année
- Choc frais : Hausse des frais de 10%
- Choc primes et réserves : Détermination forfaitaire du SCR en fonction des primes et des sinistres
- Choc catastrophe Vie : Choc additif sur les taux de mortalité de 1ère année de 0.15% ou choc forfaitaire de 0.015%
- Choc dépense : Augmentation de 10% des coûts futurs et augmentation permanente de 1% du taux d'inflation des coûts.



Annexe 4 : Zoom sur le calcul du SCR vie

Particularité : Le sous risque CAT (catastrophe) est modélisé à part.

Etape 1 : Calcul du SCR_{vie*} sans prise en compte de l'effet d'absorption des PB :

$$SCR_{vie*} = \sqrt{\sum_{r*c} CorrSCR_{Vie}^{r,c} * SCR_{Vie_r} * SCR_{Vie_c}}$$

SCR_{Vie_r} ; SCR_{Vie_c} : Les SCR des sous-risques (sauf CAT) sans effet d'absorption des PB

$CorrSCR_{Vie}^{r,c}$: coefficients de la matrice de corrélation entre sous risques (sauf CAT)

CorrSCR _{Vie}	Mortalité	Longévité	Invalidité	Rachat	Frais	Révision
Mortalité	100%					
Longévité	-25%	100%				
Invalidité	25%	0%	100%			
Rachat	0%	25%	0%	100%		
Frais	25%	25%	50%	50%	100%	
Révision	0%	25%	0%	0%	50%	100%

Tableau 17 : Matrice corrélation risques de souscription vie

Etape 2 : Calcul du $nSCR_{vie*}$ avec prise en compte de l'effet d'absorption des PB :

$$nSCR_{vie*} = \sqrt{\sum_{r*c} CorrSCR_{Vie}^{r,c} * nSCR_{Vie_r} * nSCR_{Vie_c}}$$

$nSCR_{Vie_r}$; $nSCR_{Vie_c}$: Les SCR des sous-risques (sauf CAT) avec effet d'absorption des PB

Etape 3 : Agrégation des SCR_{CAT} et SCR_{vie*} avec une matrice de corrélation :

$$SCR_{vie} = \sqrt{\sum_{r*c} CorrSCR_{vie*,CAT}^{r,c} * SCR_{vie*} * SCR_{CAT}}$$

$CorrSCR_{vie*,CAT}^{r,c}$: coefficients de la matrice de corrélation entre CAT et le regroupement de risques :

CorrSCR	CAT	Vie*
CAT	100%	
Vie*	25%	100%

Tableau 18 : Matrice corrélation risques de souscription vie et risque CAT



Le $nSCR_{vie}$ se calcule de manière analogue :

$$nSCR_{vie} = \sqrt{\sum_{r*c} CorrSCR^{vie*,CAT} * nSCR_{vie*} * nSCR_{CAT}}$$

Annexe 5 : Choc taux d'intérêt selon maturité

Maturité	Chocs IR	
	Up	Down
0.25	70%	-75%
0.5	70%	-75%
1	70%	-75%
2	70%	-65%
3	64%	-56%
4	59%	-50%
5	55%	-46%
6	52%	-42%
7	49%	-39%
8	47%	-36%
9	44%	-33%
10	42%	-31%
11	39%	-30%
12	37%	-29%
13	35%	-28%
14	34%	-28%
15	33%	-27%
16	31%	-28%
17	30%	-28%
18	29%	-29%
19	27%	-29%
20	26%	-29%
21	26%	-30%
22	26%	-30%

Annexe 6 : Matrices de corrélation utilisées

Les matrices utilisées sont issues de la formule standard :

- Module Souscription vie :

	Mort	Lapse	Expense
Mort	1	0	0.25
Lapse	0	1	0.5
Expense	0.25	0.5	1

- Module Marché :



	EQ	IR Down	Spread
EQ	1	0.5	0.75
IR Down	0.5	1	0.5
Spread	0.75	0.5	1

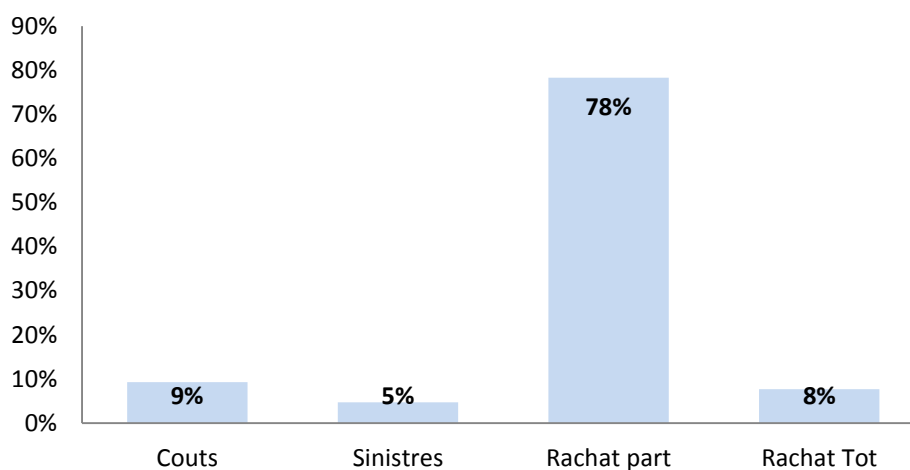
	EQ	IR Up	Spread
EQ	1	0	0.75
IR Up	0	1	0
Spread	0.75	0	1

➤ Corrélation entre modules :

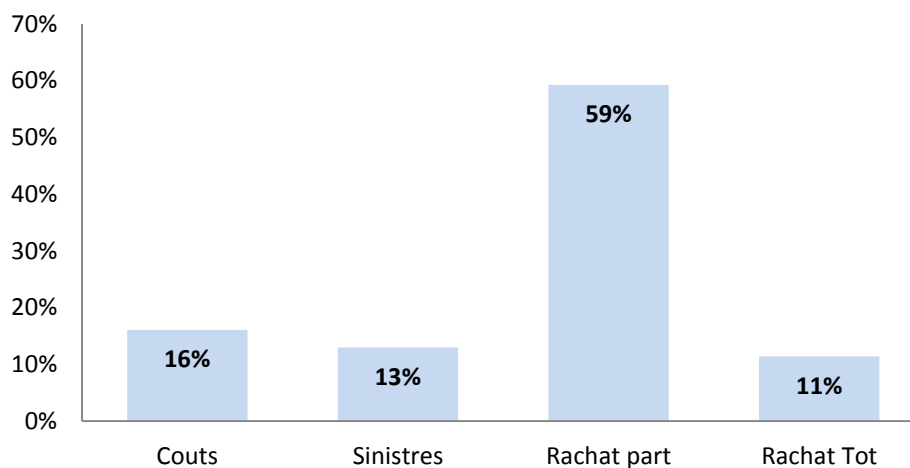
	Market	Life
Market	1	0.25
Life	0.25	1

Annexe 7 : Composition BEL

Composition BE support Euro



Composition BE support UC





Annexe 8 : UC avec garantie

SCR Action	SCR Taux	SCR Spread	SCR Mortalité	SCR Rachat	SCR Cout	SCR Opérationnel
5 590 252	680 021	3 382 906	153 636	3 480 214	1 242 933	112 500

SCR marché	SCR Souscription Vie	BSCR
8 810 578	4 254 590	10 699 089

BSCR	SCR Opérationnel	Abs impôts	FDB	SCR
10 699 089	112 500	1 497 872	0	9 313 716

Annexe 9 : Contribution de chaque support au PVSCR selon l'âge

