

**UNIVERSITE RENE DESCARTES
(PARIS 5)**

FACULTE DE DROIT

**DESS « BANQUES ET FINANCES »
Responsable Pr. Sylvie de COUSSERGUES**

**LE RISQUE DE TAUX LIÉ AUX OPTIONS CACHÉES DANS LES CONTRATS
D'ASSURANCE VIE**

**par
BURIKH IRINA**

**Mémoire soutenu
en vue d'obtention
du DESS « Banques & Finances »**

**Directeur de Mémoire :
Eric Bodin
Union des Assurances Fédérales**

Année Universitaire : 1997/98

Session : Oct./Nov. 1998

Sommaire.

Dans ce mémoire, on présente une lecture optionnelle des contrats d'assurance vie : de nombreuses clauses contractuelles peuvent être interprétées comme des options. On a montré, que les options cachées, surtout une option de rachat anticipé augmentent significativement la sensibilité du bilan de la société au risque de taux et on a donné des recommandations pour la couverture de ce risque : premièrement, décourager les souscripteurs d'exercer l'option de rachat en utilisant d'avantage les pénalités de sortie et les garanties de fidélité et deuxièmement, se couvrir sur le marché en se procurant de produits conditionnels ou avec la clause de remboursement.

Mots-clefs : option cachée, rachat anticipé, sensibilité, garantie de fidélité.

Abstract.

In this work, we show that numerous contractual guarantees of life insurance have the same financial consequences as market options and can be evaluated in the same manner. We found that the embedded options highly enhance balances' sensitivity to the interest rate risk. We give recommendations on how to cover the interest rate risk related to the embedded options. First, the insurer must dissuade the policyholders to exercise the options using the early refunding penalties and fidelity guarantees. Second, he must provide the sufficient cover. This may be achieved by purchasing conditional derivative instruments or instruments with refunding option.

Key-words : embedded option, early refunding, sensibility, fidelity guarantee.

REMERCIEMENTS

Avant tout, j'aimerais remercier Eric Bodin, le directeur de mon mémoire, pour l'aide précieuse qu'il m'a apportée et le temps qu'il m'a consacré, sans qui la réalisation de ce travail n'aurait pas été possible.

Je suis très reconnaissante à Mme Coussergues, professeur à l'Université Paris 5, et Mme Berthier, le secrétaire, pour leur accueil chaleureux et la qualité d'enseignement. Je remercie également tous les étudiants du D.E.S.S. qui m'ont beaucoup aidé pendant les cours et la réalisation du mémoire.

Je tiens aussi à remercier mes collègues de la Trésorerie Centrale d'Alcatel pour leur soutien.

Enfin, toute ma gratitude à mon mari Alexei et mon fils Youri, pour leur énorme patience et pour leur amour qui m'a soutenu pendant cette année difficile.

LE RISQUE DE TAUX LIÉ AUX OPTIONS CACHÉES DANS LES CONTRATS D'ASSURANCE VIE

Introduction	7
I. Lecture optionnelle des contrats d'assurance vie	12
1 . Les compagnies d'assurances comme les intermédiaires financiers.....	12
2 . Aspects juridiques et techniques du fonctionnement d'assurance vie.....	17
2.1. Les contraintes législatives pesant sur les sociétés d'assurance vie.....	17
2.2. Les contrats d'assurance vie.....	19
2.3. La tarification des contrats d'assurance vie.....	25
3. Présentation de la lecture optionnelle des contrats d'assurance vie.....	30
3.1. Exemples des options cachées dans le bilan de la compagnie d'assurance vie.....	30
3.1.1. Option d'achat des actifs de la société et l'option de défaut.....	30
3.1.2. La participation aux bénéfices.....	35
3.1.3. Option de rachat.....	37
3.2. Modèle simplifié du bilan optionnel.....	40

II. Le risque de taux lié aux options cachées.....	43
1. Impact financier des options cachées.....	43
1.1. Evaluation des options cachées.....	43
1.1.1. Evaluation des options de la responsabilité limitée des actionnaires et de l'option de défaut des assurés.....	43
1.1.2. Evaluation de l'option de la participation aux bénéfices.....	46
1.1.3. Evaluation de l'option de rachat anticipé.....	48
1.2. Impact financier des options cachées.....	50
1.2.1. Influence du changement de taux garanti et du taux sans risque sur la valeur des options cachées et du bilan de la société.....	50
1.2.2. Calcul de la sensibilité du bilan.....	53
2. Couverture du risque de taux lié aux options cachées.....	58
2.1. Les moyens d'action sur le passif du bilan.....	59
2.1.1. Régime fiscal d'assurance vie.....	59
2.1.2. Garantie de fidélité.....	62
2.1.3. Participation aux bénéfices.....	63
2.1.4. Pénalité de sortie.....	64
2.2. Les moyens d'action sur l'actif du bilan.	65
2.2.1. Les exigences réglementaires concernant les placements.....	65
2.2.2. Les instruments financiers de gestion du risque de taux.....	66
• Les obligations.....	66
• F.R.A.....	68
• Forward/forward.....	68
• Swaps de taux.....	68
• Caps, floors et Collars.....	69

Conclusion.....	71
Annexes.....	74
Annexe 1. Table de mortalité.	
Annexe 2. Les données statistiques sur l'activité et résultats du secteur d'assurance vie.	
Annexe 3. Calcul du prix de l'option d'achat selon le modèle de Black et Scholes (programme MatLab)	
Annexe 4. Calcul de l'option de participation aux bénéfices (Call).	
Annexe 5. Evaluation de l'option de rachat anticipé (put américaine).	
Bibliographie.....	83

Introduction.

Une caractéristique essentielle du développement financier récent est l'apparition de l'industrie de gestion et de transfert des risques.

Ce phénomène est dû d'une part à l'augmentation du niveau de vie générale et l'aversion croissante aux risques : en effet, beaucoup d'auteurs estiment que pendant les dernières décennies on était témoins du changement d'attitude de la société vis-à-vis du risque. Les développements récents, par exemple dans la technologie et la communication, sont aperçus comme faisant augmenter les risques. L'homme doit faire face aux problèmes de plus en plus complexes et la population devient de plus en plus informée et éduquée. En outre, la population est devenue plus riche et donc a plus à perdre. Il n'est donc pas surprenant que l'aversion aux risques change dans son absolu et la société ait besoin des instruments plus efficaces pour couvrir ses risques.

D'autre part, l'apparition de cette industrie a été rendue possible grâce à l'essor du développement des mathématiques tel que le calcul stochastique, la théorie de l'incertain et de probabilité qui sont utilisés aujourd'hui pour modéliser le comportement des acteurs des marchés, leur aversion au risque et qui représentent aussi un support théorique de tarification des nouveaux instruments financiers.

En ce qui concerne les marchés financiers, ils ont évolué d'une intermédiation financière vers une intermédiation des risques. Les contrats traditionnels (actions, obligations, prêts, emprunts...) ont pour vocation le transfert de la richesse : ceux qui ont un excédent des fonds les prêtent par l'intermédiation des banques à ceux qui en ont besoin. Les nouveaux instruments des marchés financiers tels que les options sur actions, obligations, les indices, les swaps de change ou swaps de taux permettent d'échanger les risques : ceux qui ont une aversion au risque peuvent le vendre à ceux qui sont prêts à l'assumer. On échange donc du risque de taux d'intérêt, de taux de devise, d'un risque de moins-value... Si tels contrats de partage de risque existent depuis longtemps, la

transformation de ces accords en titres financiers, négociables sur des marchés et pouvant faire objet des cotations est une nouveauté.

Avec les l'apparition des produits dérivés les produits financiers se sont fortement diversifiés : ils contiennent les différentes clauses qui génèrent les paiements ou le montant des paiements en fonction de l'évolution d'un indice boursier (les crédits à taux révisables) permettent la sortie anticipée, donnent droit à des prêts à des conditions de taux connues à l'avance (PEL)... bref, les produits dérivés sont devenus les éléments à partir desquels on peut construire les produits avec les caractéristiques souhaitées. Et au contraire, on peut décomposer le produit financier en ses constituants élémentaires, ce qui permet de mieux voir les risques associés à ce produit et les coûts, car le coût total de fabrication du produit est égal à la somme des coûts de ses constituants. Ainsi s'est développé l'analyse des options cachées dans les contrats (les risques que prennent les établissements financiers et les compagnies d'assurances en fonction des garanties qu'ils octroient à leurs clients).

Robert Merton a été le premier¹ à utiliser l'approche optionnelle pour évaluer le coût de garantie de dépôt des banques. Son intuition est la suivante : considérons une firme qui emprunte de l'argent. A l'issue du contrat la firme doit rembourser sa dette (100 francs) ou dans le cas où elle ne pourrait pas, céder ses actifs, A. Dans ce cas le prêteur encourt le risque : la valeur des actifs de la firme peut être inférieure à 100, dans ce cas le banquier perd 100-A francs. Introduisons dans ce modèle une troisième partie - le garant - qui prendra en charge le paiement du reste de la dette en cas de non-capacité de la firme à rembourser la totalité. Ici, la dette ne contient plus de risque pour le prêteur - elle est remboursée totalement dans tous les cas. Pour le garant, la structure des flux est la suivante : si la firme est solvable, il paie zéro, sinon il paie la différence entre la dette à rembourser et la valeur des actifs de la firme : 100-A. La structure des flux de cette garantie est identique à celle de l'option de vente (le montant de la dette correspond à un prix d'exercice et la valeur des actifs de la firme A - au prix de l'actif support). On peut

¹ R. Merton « An Analytic Derivation of the Cost of Deposit Insurance and Loan Guaranties », Journal of Banking and Finance, 1, June 1977, p.3-11.

conclure donc qu'en garantissant le paiement de la dette, le garant a émis l'option de vente sur les actifs de la firme qui donne le droit au manager de la firme de vendre ses actifs pour 100 francs à la date de l'échéance de la dette. Merton développe ce modèle pour déterminer le coût de la garantie de dépôt des banques. La banque est déterminée comme une institution qui détient les actifs financiers et qui finance leur acquisition par ses fonds propres et les dépôts effectués par la clientèle. Les dépôts sont assurés par l'Etat ou une autre institution dont la fiabilité est parfaite. Merton utilise le modèle de Black et Scholes pour évaluer les prix de cette garantie.

En suivant l'intuition de Merton, Brennan et Schwartz développent leur modèle d'évaluation des polices d'assurances liées à des fonds d'investissements². Le trait particulier de ELP (Equity Linked insurance Policy) est que le bénéfice payable à l'expiration du contrat dépend de la valeur du marché du portefeuille de référence. ELP impose donc à l'assuré le risque d'investissement. On peut dire que ELP au sens pure n'est pas même une police d'assurance, mais un programme d'investissement qui n'impose aucun risque sur l'assureur. Mais beaucoup de compagnies proposent aux clients la garantie du bénéfice minimal ce qui transfère la partie du risque sur l'assureur. En effet, avec le plan d'investissement la compagnie émet une police d'assurance et elle est donc exposée au risque de mortalité, car on ne sait pas à quelle date la garantie sera effectuée, et au risque d'investissement, car le prix de la garantie dépend de la performance du portefeuille. On peut considérer donc que le bénéfice payé sous ce contrat est équivalent à la valeur garantie plus la valeur de l'option de vente sur le portefeuille de référence avec le prix d'exercice égal au montant garanti.

L'approche optionnelle permet aussi d'analyser la relation contractuelle qui lie les actionnaires aux créanciers d'une entreprise. Nathalie Mourgues montre dans son article³ que la valeur de la responsabilité limitée des actionnaires peut être représentée par la

² M. Brennan, E. Schwartz « The pricing of equity-linked life insurance policies with an asset value guarantee », *Journal of Financial Economics*, 3, 1976, p.195-213.

³ N. Mourgues « L'analyse du Financement de l'Entreprise Selon la Théorie des Options », *Revue Française d'Economie*, n°4, 1991, p.89-119.

valeur de l'option de défaillance ou l'option de vente vendue par les créanciers aux actionnaires.

E. Briys et F. de Varenne ont consacré quelques articles aux options cachées dans les contrats d'assurance vie⁴ : l'option de sortie anticipée, la participation aux bénéfices peuvent être considérées comme les options et évaluées comme telles.

On peut encore citer de nombreux exemples d'options cachées dans les contrats : ils sont abondants. Les options cachées ne sont pas difficiles à identifier. Comme d'ailleurs a remarqué J.F. Boulier⁵, le nom des options "cachées" est trompeur et le terme anglais "embedded options" (options intégrées) semble être plus approprié. La difficulté principale liée aux options cachées est leur évaluation, car si elles ont les mêmes effets financiers que les options standards, elles s'exercent dans les conditions différentes et possèdent de traits particuliers par rapport aux options normales.

Reprenons d'abord la définition des options cachées donnée par F. Boulier : *ce sont des contrats entre des parties qui entrent dans la catégorie des droits concédés à une partie par une autre*. La première remarque qu'on peut faire à partir de cette définition c'est que les options cachées sont des contrats conclus entre les parties à titre nominatif : elles ne sont pas négociables ou revendables. Le marché des options cachées n'existe donc pas et elles ne sont pas standardisées. Très souvent c'est la législation qui impose les options cachées comme obligatoires compléments à certains contrats et détermine leurs caractéristiques. Ainsi, l'acquisition des options cachées ne nécessite pas toujours le paiement d'une prime. Un autre trait des options cachées c'est que l'actif sous-jacent ne fait pas nécessairement l'objet d'un marché liquide ou organisé. Enfin, le trait le plus important, ce que les options cachées ne sont pas détenues par les professionnels qui exerceront l'option dès que le résultat d'exercice est profitable, mais par des épargnants dont le comportement n'est pas toujours déterminé par le profit immédiat, même s'ils deviennent de plus en plus rationnels. De cette particularité des options cachées découle

⁴ E. Briys, F. de Varenne « On The Risk Of Life Insurance Liabilities Debunking Some Common Pitfalls », Conférence AFFI, Genève 1996.

⁵ J.F. Boulier « Que valent les options cachées ? », Revue d'Economie Financière, 37, 1996, p.189-201.

l'essentielle difficulté de leur évaluation : pour déterminer leur valeur économique il est nécessaire d'évaluer le comportement de leurs détenteurs.

Dans ce mémoire dans la première partie nous allons présenter les différentes options cachées dans les contrats d'assurance vie : les options associées à la responsabilité limitée des actionnaires et la faillite de la société, les clauses contractuelles telles que le taux garanti, la participation aux bénéfices et la possibilité de rachat anticipé. Nous présenterons le modèle optionnel du bilan de la société d'assurance vie.

Dans la deuxième partie nous étudierons les risques associés aux options cachées et la sensibilité du bilan optionnel au risque de taux. Nous essaierons ensuite de proposer les différentes méthodes de couverture de ces risques. On envisagera deux voies : le premier consiste d'agir sur le passif du bilan pour influencer le comportement des assurés. Le régime fiscal qui prévoit les pénalités en cas de sortie prématurée, les pénalités de rachat prévues par les contrats, les garanties de fidélité et le mécanisme de participation aux excédents forment ensemble les moyens de fidélisation des assurés qui les incitent de conserver les contrats jusqu'au bout. On arrive par ces moyens de diminuer la valeur de l'option de rachat et donc de stabiliser l'épargne.

La deuxième voie consiste à couvrir les risques en agissant sur l'actif du bilan : on utilise dans ce but les instruments financiers de taux : les swaps, caps, floors, options, ainsi que les produits avec la clause de revente et rémunération conditionnelle.

I. Lecture optionnelle des contrats d'assurance vie.

1. Les compagnies d'assurances comme les intermédiaires financiers.

Les intermédiaires financiers les plus familiers sont les banques qui collectent les ressources disponibles auprès des agents à capacité de financement pour les réprêter ensuite aux agents qui ont le besoin de financement. Les ressources obtenues ne sont pas gratuites : elles sont rémunérées sous forme d'intérêts. En outre, on doit prendre en considération les différents frais de collecte et de distribution : par exemple, réseaux d'agences... Ainsi, pour être rentable, les banques doivent maintenir le taux de crédit qu'elles reçoivent supérieur aux coûts de ressources collectées et cette marge doit être suffisante pour couvrir les risques liés à cette transformation.

L'assimilation des compagnies d'assurances aux intermédiaires financiers est moins immédiate : à la différence des banques, l'intermédiation financière n'est pas le but principal pour les compagnies d'assurances, mais le moyen pour pouvoir exercer leur activité première - couvrir contre les risques. Toutefois, le secteur d'assurances accumule une masse importante des fonds et les utilise pour les placements financiers. Le chiffre d'affaires d'assurance vie augmente selon un rythme moyen de 17% par an :

	1987	1988	1989	1990	1991	1993	1994	1995	1996
Chiffre d'affaires en Mds FF	118.1	159.5	200.6	206.3	235.3	269.7	331.9	399.3	430.7

Source: Perspectives d'assurance vie, Gerard de la Martinière ⁶

Les provisions mathématiques ont été multipliées par 6.5 entre 1987 et 1996 pour atteindre 2 555 mlrds francs :

⁶ J. de la Martinière « Perspectives de l'Assurance Vie », Revue d'Economie Financière, n°42, Juillet 1997.

	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996
Pr mat	395.3	523.4	691.3	853.3	1047.1	1261.4	1542.7	1828.8	2155.0	2555.0
%	+26.6	+32.4	+32.1	+23.4	+22.7	+20.5	+20.5	+18.5	+17.8	+18.6

Source : L'épargne : évolution, flux, comportements. Patrick Arthus⁷.

Pendant les 10 dernières années la part de l'assurance vie dans le flux des placements financiers des ménages est passée de 10% (1986) à 26% (1996) :

	1986	1996
Epargne liquide	52%	32%
Titres (OPCVM, actions, obligations)	30%	26%
Assurance vie	10%	26%
Epargne bloquée (PEL, PEP...)	8%	16%

Source : L'épargne : évolution, flux, comportements. Patrick Arthus.

On peut donc conclure que comme collecteur d'épargne le secteur d'assurances a un poids relatif non négligeable par rapport aux autres intermédiaires financiers.

En termes des placements, le rôle des compagnies d'assurance en tant que détenteurs d'actifs se traduit par une croissance régulière. Une étude spéciale « Tendances des marchés des capitaux » a été consacrée au développement des investisseurs institutionnels et à leur influence sur les marchés de capitaux⁸. On constate une croissance spectaculaire de la moyenne annuelle des actifs détenus par les compagnies d'assurances. Le volume total des actifs détenus a passé de 3 200 Mrds de dollars en 1981, à 24 300 milliards de dollars en 1995. Les raisons en sont la déréglementation des secteurs de banque et des marchés financiers et la montée en puissance des compagnies d'assurance vie. En ce qui concerne la composition des portefeuilles, deux tendances se manifestent : premièrement, orientation vers les placements obligataires (les avoirs en actions restent très limités sauf aux Etats-

⁷ P. Arthus « L'Epargne : Evolution, Flux, Comportements », Revue d'Economie Financière, n°42, Juillet 1997.

Unis et Royaume-Uni) et deuxièmement, il existe une préférence très forte pour les actifs nationaux, du fait de la réglementation.

Il y a quand même quelques particularités d'assurance qui la distinguent des autres intermédiaires financiers et des banques en particulier, les particularités que beaucoup de professionnels d'assurance mentionnent pour souligner le caractère unique de leur profession. Comme nous verrons plus tard, ces distinctions ne sont pas drastiques et n'empêchent pas l'application des méthodes de gestion bancaires pour l'assurance vie.

La particularité la plus évidente c'est l'inversion du cycle de production⁹. (Le cycle est inversé quand le client paie le produit avant la fourniture du service souhaité, ce qui dégage une trésorerie positive et un risque de faillite reposant sur les clients d'entreprise). C'est exactement ce qui se passe en assurance : le client verse aujourd'hui un montant fixé pour un service aléatoire futur dont il ne connaît pas, au moment du versement, la valeur. L'assureur ne connaît pas non plus le coût de ce contrat pris isolément. Les statistiques et les techniques actuarielles l'aident à diminuer ces incertitudes. A la différence des assureurs, les banquiers connaissent pour la plupart de temps le coût des services qu'ils accordent : on connaît par exemple dès le début le taux effectif du crédit accordé. Mais avec le développement des produits dérivés la situation change : les marchés d'options négociables cotent quotidiennement des prix d'options alors que les acheteurs et les vendeurs ne savent pas à l'avance si elles étaient exercées ou non. Les banques accordent à leurs clients des clauses de remboursement anticipé sur des crédits, ils facturent donc un service dont elles ne savent pas s'il sera ou non utilisé. En prenant compte que les produits dérivés et les engagements qui constituent le hors-bilan des banques peuvent être supérieurs aux éléments du bilan, on voit que cette différence entre les banquiers et les assureurs s'estompe.

Le corollaire de l'inversion du cycle de production est le fait que le risque initial en assurance se situe au niveau du passif. En effet, si le banquier craint avant tout le non-remboursement du capital, le risque de signature restant de loin le plus significatif pour les banques, l'assureur redoute d'abord le "taux de chute" ou non-renouvellement des contrats et le remboursement anticipé des capitaux. Par contre, les ressources des banques et les

⁸ Rapport OCDE « tendances des marchés des capitaux N°68 » <http://www.oecd.org>

actifs de l'assureur sont plus stables et donc moins risqués. Donnons des exemples qui montrent que cette particularité, comme la précédente, n'est pas drastique, car les banques prennent autant des risques au passif que du côté des actifs et les assureurs peuvent craindre eux aussi la dégradation de leurs actifs. Les dépôts effectués auprès d'une banque restent à la disposition de leurs détenteurs et sont immédiatement mobilisables (les comptes à vue, livrets, CODEVI, LEP...). Ce faisant, la banque en enregistrant un dépôt donne à son client une garantie ou une assurance de liquidité. Ceci est possible, car comme dans le secteur d'assurances tout le monde n'a pas de sinistres le même jour, tous les clients des banques ne viennent pas simultanément retirer leurs dépôts. D'autre part, les banques proposent beaucoup de produits avec le taux fixe ou indexé sur une référence action ou obligation avec une clause d'intérêt minimal. Il s'agit ici d'une prise de risque par la banque au niveau de ses engagements. En ce qui concerne les compagnies d'assurances, et surtout d'assurance vie dont l'échelle de temps est beaucoup plus longue qu'en assurance dommages, elles ne peuvent pas négliger le risque de moins-value de leurs actifs qui sont en représentation des provisions.

Enfin, la particularité la plus difficile à contester, c'est la longueur du cycle d'exploitation de l'assurance vie. Les engagements y sont beaucoup plus longs par rapport au secteur bancaire. De ce fait, les risques ne sont pas les mêmes. Les compagnies d'assurances peuvent être exposées à l'érosion monétaire, ce risque étant marginal pour les banques. Le conflit entre les intérêts à long terme et la rentabilité à court terme est moins aigu dans la banque. Ce que les assureurs reprochent aux marchés financiers, les marchés des produits dérivés en particulier, c'est leur inadéquation aux risques longs qu'ils encourent.

Ces exemples montrent que les différences entre les activités bancaires et d'assurance ne sont pas énormes, ce qui d'ailleurs explique la percée des réseaux bancaires sur le marché d'assurance, et surtout sur le marché d'assurance vie. Les banques ont mis à profit la présence du réseau de guichets structuré et bon marchés afin d'acquérir des parts de ce marché : en 1996 les guichets bancaires ont encaissé 56% des primes d'assurance. Ainsi le terme " bancassurance " est apparu - c'est-à-dire la vente par les guichets bancaires des

⁹ Pour la définition et plus de détails voir J.J. Gollier « inversion du Cycle », Risque, 17,1994.

produits financiers qui traditionnellement étaient vendus par les assureurs. Ce processus de désintermédiation était facilité par la standardisation des produits d'assurance vie et par la redistribution des poids relatifs des différents contrats¹⁰ : les contrats d'assurance en cas de décès ne prennent que 8% du marché, les contrats en cas de vie - 69%. Les banques sont devenues au cours de ces dernières années les principaux concurrents des assureurs. Il n'est pas donc étonnant qu'on ait été témoin de mouvement de rapprochement sans précédent : toutes les grandes banques ont créé leur filiale d'assurance. Les partenariats entre l'UAP et BNP, le GAN et le CIC ont associé les banques qui avaient déjà leurs filiales vie et des assureurs qui avaient leurs banques captives et les liens étroits avec les banques d'affaires. Ce rapprochement a été très bénéfique pour les deux secteurs : les assureurs profitent des avantages des coûts que possèdent les banquiers (réseaux de distribution, accès au réseau financier avec les produits les plus performants), les banquiers profitent d'une part des ressources à long terme collectés par les assureurs et d'autre part, par des accords spéciaux, de l'accès aux fonds propres qui leurs font défaut.

¹⁰ Source : **D. Lambert** « Economie des assurances » Ed. Armand Collin/Masson, 1996.

2. Aspects juridiques et techniques du fonctionnement d'assurance vie.

2.1. Les contraintes législatives pesant sur les sociétés d'assurance vie.

Dans tous les pays l'activité des compagnies d'assurance est contrôlée par l'Etat. Les politiques de contrôle poursuivent cinq objectifs principaux¹¹ :

- « 1) veiller à la protection des intérêts des assurés ;*
- 2) maintenir les compagnies en position de solvabilité ;*
- 3) maintenir un certain degré de concurrence entre les assureurs ;*
- 4) surveiller la politique de placements financiers des compagnies ;*
- 5) protéger le marché au cas où une compagnie serait frappée de déconfiture. »*

L'autorité de l'Etat s'exerce principalement dans trois domaines : l'autorisation d'entreprendre ou de poursuivre l'activité d'assurance, l'entretien d'une marge de solvabilité et la réglementation des placements.

Commençons le survol des différents contraintes sur l'assurance vie par les considérations les plus générales. Aujourd'hui trois types de sociétés se présentent sur le marché : les entreprises nationalisées, les sociétés anonymes et les différentes mutuelles d'assurances voir Annexe. Le groupe le plus important est le groupe des sociétés anonymes : elles représentent quatre intervenants sur cinq.

Pour nos développements futurs, nous retenons une hypothèse de la société anonyme avec toutes les restrictions et contraintes pesant sur ce type de sociétés. C'est tout d'abord la société à risque limité, les actionnaires ne supportant les pertes sociales qu'à la concurrence de leur mise. Si la société réalise des bénéfices, ils sont distribués aux actionnaires après la décision de l'assemblée générale des actionnaires (il peut être décidé dans certains cas, par mesure de prudence, de laisser les bénéfices en réserve de façon à compléter l'autofinancement de la société. Les réserves constituées sont cependant la propriété des actionnaires et sont distribuables lors de la liquidation de la société). Si la société ne réalise

¹¹ Louberge « Economie et Finance de l'Assurance et de la Réassurance », Dalloz, 1981.

pas de bénéfices, on peut néanmoins distribuer les dividendes en puisant les réserves constituées au cours des exercices précédents. A défaut des réserves et bénéfices, les actionnaires ne perçoivent aucun revenu : sur le plan financier, les actions sont des placements à risques. Lors de la liquidation de la société, tous les créanciers de la société sont d'abord remboursés, les actionnaires sont servis au dernier tour. Si après le désintéressement des créanciers il reste encore des biens sociaux à distribuer, les actionnaires reçoivent d'abord le montant nominal de leurs parts, et après le boni de liquidation repartit entre les associés proportionnellement à leurs droits. Si les biens sociaux ne suffisent pas pour payer le bonus et même la valeur nominale des mises des actionnaires, ils sont rémunérés " au marc le franc ". Enfin, dans le pire des cas, quand les fonds restant ne suffisent pas pour désintéresser tous les créanciers de la société, les clients se font rembourser sur les actifs restant dans l'ordre de priorité ; les actionnaires ne reçoivent aucune rémunération, mais, la société anonyme étant la société à risque limité, ils ne subissent de pertes que dans la limite de leur mise.

L'agrément de la division des assurances est indispensable pour créer une nouvelle compagnie ou pour étendre à des nouvelles catégories d'opérations les activités des compagnies existantes. Il peut être retiré en cas d'infraction à la réglementation ou une grave détérioration de la situation financière d'une compagnie. Lors de la constitution de la société, un capital minimal est exigé : égal à 250 000.00 FRF pour le droit commun, il remonte à 5 000 000.00 FRF apports en nature non compris pour les compagnies d'assurance de la branche vie-décès (Art R 322-5). Pour comparaison, le capital minimal pour la branche non vie est égal à 3 000 000.00 FRF et pour les banques - 1 500 000.00 FRF. La libération du capital lors de la constitution de la société d'assurance vie doit être au moins égale à la moitié de celui-ci, tandis que pour les sociétés de droit commun un quart du capital seulement est exigé.

En matière de solvabilité, la loi impose aux compagnies d'assurances "... à toute époque, être en mesure d'inscrire au passif et de représenter à l'actif du bilan les provisions techniques suffisantes pour le règlement intégral de leurs engagements vis-à-vis des assurés ou des bénéficiaires de contrats. ..." (art 149 du décret du 30/12/38).

La politique des placements est aussi affectée par des contraintes que nous détaillerons dans la deuxième partie de ce mémoire. Ils font que le portefeuille des assureurs se compose principalement des actifs obligataires nationaux.

Ces considérations montrent que les conditions de création et de fonctionnement des compagnies d'assurance vie sont beaucoup plus strictes que pour les autres sociétés et banques, ce qui est sans doute justifié compte tenu des risques courus par les assureurs.

2.2. Les contrats de l'assurance vie.

Le contrat d'assurance vie se décompose généralement en deux parties :

- l'assuré verse à l'assureur des primes (unique, périodiques ou libres). L'assureur fait des placements et fait fructifier les montants reçus ;

- l'assureur reverse à l'assuré les sommes fixées dans le contrat en fonction de la réalisation d'un événement aléatoire : la vie ou le décès de l'assuré.

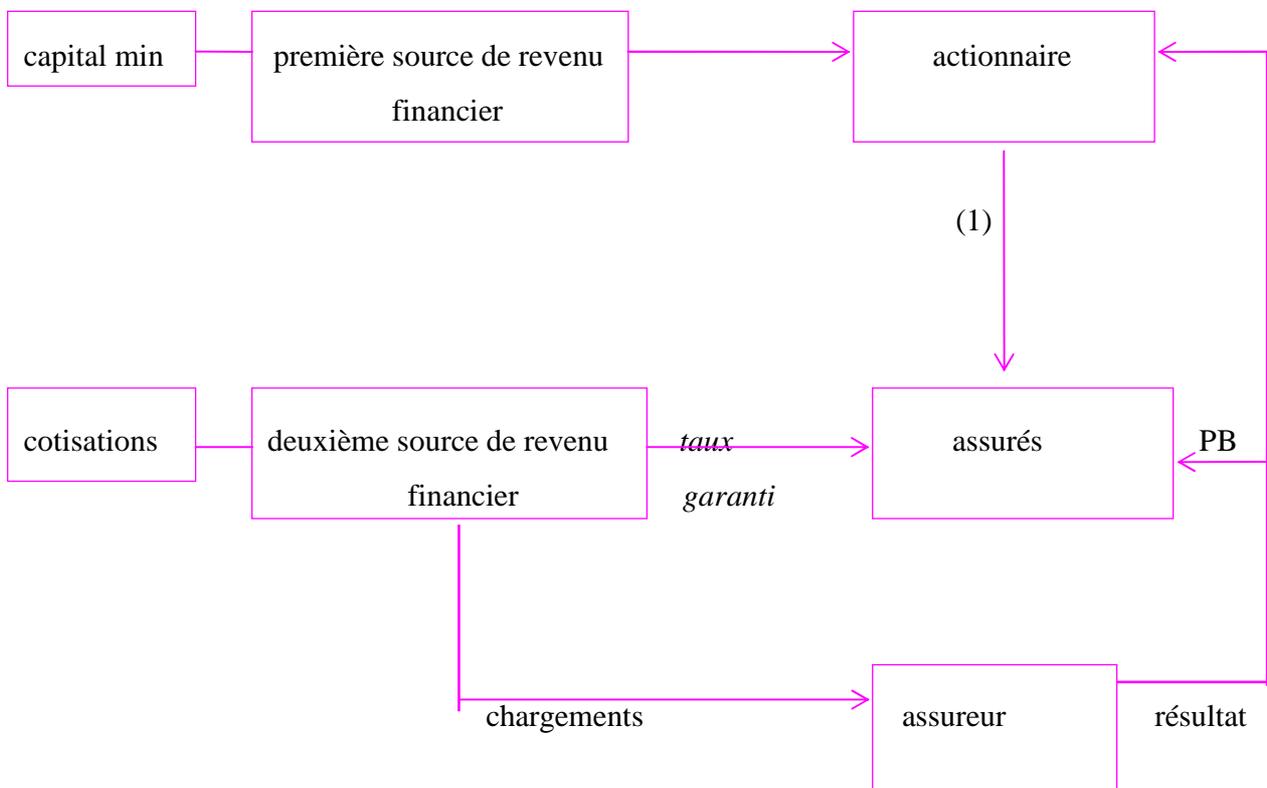
On distingue donc deux grandes branches de l'assurance vie : l'assurance en cas de vie et l'assurance en cas de décès. Pour les contrats en cas de vie, la prestation est due si l'assuré est vivant à la date de l'échéance du contrat. Elle peut être représentée par un seul versement (versement d'un capital différé en fin de période) ou par des paiements périodiques à partir de la date fixée dans le contrat et jusqu'à la mort de l'assuré (rente viagère).

Pour la simplicité, on va se placer pour les développements futurs dans le cadre du contrat en francs en cas de vie à prime unique et capital différé. Considérons les engagements que l'assureur prend dans ce type de contrat.

La prestation versée à l'assuré à l'échéance est fixée par le contrat. Elle est déterminée pour la prime donnée à partir des tables de mortalité et le taux technique que l'assureur s'engage à obtenir pour ces placements. Par mesure de prudence, ce taux que l'assureur garanti à ses clients est plafonné par le droit français. Le taux maximum autorisé pendant les huit premières années ne peut pas excéder 75% du taux de rendement moyen des emprunts d'Etat sur la place de Paris (A 132.1 du Code des Assurances). Au-delà de huit premières années, le taux garanti doit être inférieur à 60% de TME et en tout cas ne

peut pas être supérieure à 3.5%. Ces dispositifs visent à assurer que le taux garanti soit assez prudent et que l'assureur soit capable de faire face à ses engagements à long terme. Il est donc naturel que le bénéfice dégagé par l'assureur de ces placements est considérablement plus important que la somme garanti.

L'autre source de profits pour l'assureur - c'est l'usage des tables de mortalité très prudents ce qui entraîne les gains en mortalité. Face à ces excédents, les compagnies d'assurances ont mis en place les mécanismes de participation aux bénéfices : outre les sommes indiquées dans les contrats, la société d'assurance vie doit distribuer aux bénéficiaires la partie des bénéfices financiers obtenus par la gestion de l'actif : minimum 85% du bénéfice financier dégagé après imputation des pertes (ou majoration des gains) techniques soit distribués. Notons que la loi détermine seulement le montant minimal global des bénéfices à distribuer, elle ne dit rien sur la façon de distribuer des bénéfices sur les contrats. Les niveaux de participation de bénéfices des différents contrats dépendent des relations contractuelles entre l'assureur et les assurés. Le diagramme suivant montre les flux de revenu financier des assurés et des actionnaires :



(1) complément apporté par l'actionnaire dans le cas d'insuffisance de rendement des actifs placés.

Considérons de plus près le mécanisme de calcul de PB. Le bilan simplifié de la société d'assurance se présente comme suit¹² :

Actif	Passif
Placements	Fonds propres
	PM en francs hors collective décès
	PM collective décès
Placements ACAV, ACAVI, contrats de capitalisation collective	PM ACAV, ACAVI, contrats de capitalisation collective
Actif court terme	Passif court terme

On calcule la relation $\alpha = \text{Erreur !}$

On exclut de ce calcul les contrats collectifs en cas de décès, car les provisions mathématiques sont faibles et la participation aux bénéfices n'atteint pas un montant significatif, et les contrats en unités de compte car pour ces contrats la provision mathématique est toujours égale à l'actif et la PB s'effectue automatiquement. Ainsi, supposons que les provisions mathématiques qui donnent droit à la PB sont égales à 70% des actifs non cantonnés ($\alpha = 0.7$) et la société dégage 1F des revenus financiers. Elle doit distribuer 85% de ses bénéfices, soit $1F * 0.7 * 0.85 = 0.595$.

Pour calculer les pertes ou les gains techniques, on considère le compte d'exploitation des opérations donnant droit à PB :

¹² J. Le Pape, G. Leroy « Assurance vie et fonds de pension. Analyse financière et actuarielle » Ed. l'Assurance Française, 1995, p. 223.

Charges	Produits
Dotations aux provisions Mathématiques	Primes
Intérêts crédités aux provisions mathématiques constituées, au taux minimum garanti et selon la table de mortalité prévue	Produits financiers plafonnés au taux minimum garanti
Frais de gestion	Chargements sur les primes
Arrérages et capitaux payés, rachats	Reprise sur les provisions mathématiques antérieurement constituées
Solde	Produits financiers : excédent par rapport au taux minimum garanti

Si on exclut de ce compte l'excédent des produits financiers par rapport au taux minimum garanti, on obtient le résultat technique de la société. 90% de ce solde technique est attribué aux assurés s'il est positif ; la totalité de ce solde est imputé s'il est négatif.

La participation aux bénéfices minimum totale distribuée aux assurés se compose donc de deux parties : 85% des bénéfices financiers plus 90% des bénéfices techniques. La loi admet une certaine souplesse en ce qui concerne l'affectation de la PB : on peut soit majorer immédiatement les provisions mathématiques par rapport au taux garanti, soit l'affecter, totalement ou partiellement, à la provision pour la participation aux bénéfices pendant au plus 8 ans. Cette clause d'affectation aux provisions permet d'estomper les gains ou les pertes exceptionnels et de lisser dans le temps les résultats distribués aux assurés. La liberté d'affecter la totalité ou une partie seulement de la PB permet aussi de créer une sorte de garantie de fidélité en différant selon l'ancienneté du contrat la partie de la participation affectée. En effet, la loi n'impose que le montant global de la PB à distribuer et laisse à la charge de l'assureur de le répartir entre les différents contrats. Pourquoi donc ne pas donner une grande proportion de bénéfices à distribuer aux assurés dont les contrats s'approchent à leur terme et plus petite aux "nouveaux entrants" ? L'assuré verra ainsi le taux de participation aux bénéfices augmenter au cours des années et sera incité de conserver son contrat jusqu'au bout. Cette question est étudiée avec plus de

détails dans le mémoire de E. Bodin¹³. Enfin, dernière remarque concernant la participation aux bénéficiaires, les actifs de la compagnie étant évalués dans les bilans selon leur valeur d'acquisition, les compagnies accumulent avec des années les plus- ou moins-values latentes. Ces plus-values ne sont pas attribuées aux assurés que s'il y a une session de portefeuille de contrats ou son transfert, dans la proportion de 85%.

Une fois le contrat signé, il peut être transformé : l'assuré peut réduire, racheter son contrat ou obtenir des avances s'il a besoin momentanément de liquidités.

En cas de rachat, l'assureur peut prélever une indemnité : elle est limitée par la loi (Article R 331-5) à 5% de la provision mathématique pendant les 10 premières années du contrat et doit être nulle au-delà. Dans tous les cas l'assureur obtient donc une valeur de rachat très proche de la provision mathématique de son contrat. Notons, qu'en cas de hausse des taux l'assuré peut avoir une incitation très forte d'interrompre son contrat et la pénalité de 5% peut se révéler très insuffisante.

Le fait que l'assureur doit disposer à tout moment d'un actif qui garantisse la valeur de rachat des contrats très proche à la provision mathématique de ceux-ci, l'incite à investir dans les produits de taux (par exemple obligations qui garantissent le revenu régulier). Le tableau ci-dessous compare la répartition des placements des compagnies d'assurances françaises et britanniques. On voit que les assureurs britanniques investissent beaucoup plus en actions que les français. Cette différence est sans doute due au fait que les britanniques ne sont pas tenus à respecter les règles quelconques concernant la valeur de rachat des contrats. Elles sont définies librement dans les clauses du contrat et sont généralement beaucoup plus faibles que la provision mathématique du contrat. Les assureurs britanniques peuvent donc se permettre des placements à plus long terme et plus risqués, donc acheter les actions ce qui est très bénéfique pour l'économie.

	France	Grande-Bretagne
Obligations	64%	26%
Actions	14%	59%

¹³ E. Bodin, F. Cosset, F. Lagier « Immunisation Contre le Risque de Taux par une Garantie de Fidélité », mémoire présenté pour l'obtention du Diplôme de l'Institut des Actuaire Français en 1994.

Immobilier	11%	10%
TCN, prêts	11%	3%
Autres	<1%	2%

Analyse comparative des actifs des sociétés d'assurance vie françaises et britanniques.

Source: J. Le Pape¹⁴

En outre, comme on le verra dans le chapitre suivant, l'existence de valeur de rachat égale à la provision mathématique associée à contrat constitue une option de vente vendue par les assureurs aux assurés. Cette option n'est pas répercutée dans la tarification des contrats et comporte donc des dangers considérables pour les assureurs (rappelons que la vente d'une option génère les risques théoriquement illimités).

Nous terminons ici l'analyse des différents engagements pris par les assureurs. On a pu voir que la législation offre aux assurés beaucoup de garanties et une grande flexibilité. Cette souplesse des contrats avec les avantages fiscaux de l'assurance vie ont placé ce type d'épargne parmi les préférés. De l'autre côté, les garanties offertes aux assurés, par la législation ou par les assureurs eux-mêmes sous la pression de concurrence, font augmenter les risques courus par les assureurs et si ces risques ne sont pas suffisamment couverts ils peuvent être dangereux pour la compagnie.

Dans la partie suivante nous allons analyser brièvement la tarification des contrats, avant de présenter la lecture optionnelle du bilan.

2.3. Tarification des contrats d'assurance vie.

¹⁴ J. Le Pape, G. Leroy « Assurance vie et fonds de pension. Analyse financière et actuarielle » Ed. l'Assurance Française, 1995.

La tarification des contrats en assurance est soumise à deux principes généraux : l'équité des tarifs (correspondance entre les primes versées par les assurés et les engagements futurs de l'assureur) et prudence (prévisions pessimistes sur les rendements financiers des placements et la réalisation des sinistres lors des choix des tables de mortalité et des taux garantis. La concordance entre ces principes bien contradictoires est jointe par l'attribution de la participation aux bénéfices qui rétablit l'équité entre les assurés et l'assureur en distribuant aux assurés la partie des bénéfices réalisés par la société grâce à la tarification trop prudente.

Pour calculer les primes des contrats, on procède par trois étapes :

- définition des engagements futurs des parties ;
- évaluation actuarielle de ces contrats ;
- application du principe d'équité.

Comme illustration considérons le contrat d'assurance en cas de vie à capital différé à prime unique avec les caractéristiques suivantes :

montant	100 000.00 FRF
durée	10 ans
age de l'assuré	40 ans
taux garanti tg	4.5%

Pour les calculs des primes d'assurance en cas de vie on retient la table de mortalité TV 88-90 (voir Annexe 1) qui donne le nombre de vivants à l'age donné sur 100 000 naissances. On en déduit que la probabilité que l'assuré âgé de 40 ans sera vivant dans dix ans est égale à $L_{50}/L_{40} = 95\ 752 / 97\ 534 = 0.98\%$.

L'engagement de l'assuré consiste à payer aujourd'hui la prime P.

L'engagement de l'assureur consiste à payer dans dix ans, si l'assuré est vivant, le capital $E_{10} = 100\ 000.00$ FRF ce qui est équivalent à paiement de E_0 aujourd'hui :

$$E_0 = \text{Erreur !} = 63\ 218 \text{ FRF.}$$

En appliquant le principe d'équité, on déduit que l'assuré doit payer aujourd'hui la prime 63 218.00 pour avoir dans 10 ans le capital de 100 000.00 FRF s'il est en vie.

La prime que nous venons de calculer est une prime pure qui ne tient compte que des engagements de l'assureur. Une fois ces engagements remplis, la caisse doit être vide. En réalité, la société d'assurance doit faire face à des coûts de fonctionnement administratif et commercial. C'est pourquoi on majore les primes d'un certain pourcentage pour arriver à la prime commerciale.

Il n'y a pas de réglementation spéciale concernant les charges. L'Article A. 335-1 dit seulement que " ... les tarifs applicables par les entreprises d'assurances sur la vie doivent comporter des chargements permettant la récupération par les entreprises d'un montant de frais justifiable et raisonnable. "

On ajoute donc à la prime pure :

- les chargements liés au fonctionnement de la société, gestion des contrats, recouvrement des primes, placement des actifs (on obtient ainsi une prime technique de base)
- les chargements liés à l'acquisition des contrats (commissions des intermédiaires, frais des réseaux commerciaux)

et on obtient la prime commerciale qui figure dans les tarifs destinés au public.

Les charges représentent normalement un pourcentage fixe des primes versées par les assurés, mais peuvent également être prélevées sur les résultats financiers des placements ou sur les provisions mathématiques.

Notons G la commission de gestion prélevée sur les provisions mathématiques à la fin de l'exercice et T_c - le taux critique qui est le taux de rendement minimum des actifs qui permet à l'assureur de remplir ses obligations contractuelles et de prélever les commissions de gestion maximales prévues au contrat :

$$1 + t_g = (1 + T_c)(1 - G) ;$$

$$T_c = \frac{1 + t_g}{1 - G} - 1.$$

Le taux critique représente donc le taux de rendement minimum, en deçà duquel il est impossible de rester sur le marché.

Soit P représente le taux de rendement obtenu sur le placement de 1 FRF au bout d'un an.

L'assuré perçoit un montant équivalent au produit du placement net de la commission de gestion, sans que ce montant puisse être inférieur à celui qui lui est garanti :

$$\text{le gain de l'assuré} = \text{Max} \{ (1 + P)(1 - G) ; (1 + t_g) \}.$$

A la fin de la période, trois situations sont possibles :

1) Le rendement du placement est suffisant pour payer le taux garanti et couvrir les charges de l'assureur.

L'assuré reçoit la valeur brute du placement après le prélèvement de la commission de gestion :

$$(1 + P)(1 - G).$$

L'assureur reçoit la commission :

$$(1 + P) * G.$$

2) La valorisation du placement après prélèvement de la commission n'atteint pas le taux garanti.

L'assuré reçoit le montant garanti :

$$(1 + t_g).$$

L'assureur voit son bénéfice diminuer car il doit renoncer au prélèvement des commissions de gestion. Il reçoit le montant

$$P - t_g \text{ (sous la condition que } P > t_g \text{).}$$

3) Enfin, il peut arriver que le rendement des placements ne suffisent pas à payer le taux garanti aux assurés ($P < t_g$). Dans ce cas, l'assuré reçoit le montant

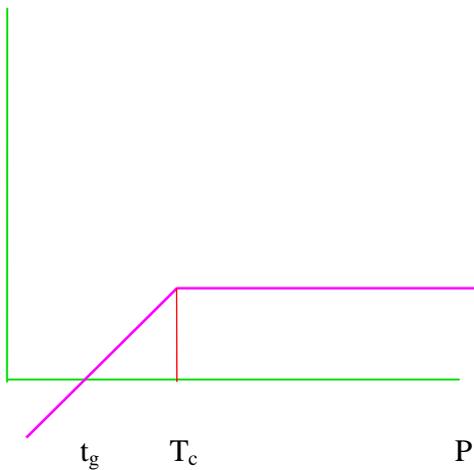
$$(1 + P)(1 - G)$$

plus le complément que lui verse l'assureur :

$$(1 + t_g) - (1 + P)(1 - G).$$

L'assureur réalise une perte et doit prélever une partie du complément versé à l'assuré soit sur ses fonds propres, soit sur d'autres bénéfices qui reviennent normalement aux fonds propres.

Si nous représentons les bénéfices de l'assureur sur le graphique, nous verrons que sa forme correspond au profil de vendeur de l'option de vente :



En effet, les bénéfices de l'assureur sont limités (si on prend en compte les frais subis par l'assureur et sous l'hypothèse qu'ils sont proportionnels aux rendements des actifs), et les pertes que l'assureur peut subir en cas de baisse de rendement sont non limités. Les assurés, par contre, ont des revenus stables qui sont constants quel que soit l'évolution des placements. En réalité, comme nous le verrons dans la section suivante, grâce à sa responsabilité limitée, l'assureur transmet ce risque à l'assuré et les pertes liées à la faillite de la société reposent finalement sur les assurés.

Nous venons de montrer que la garantie de taux que l'assureur offre aux assurés représente pour les assurés l'achat d'une obligation et pour les assureurs la vente du Put (option de faillite). Nous allons utiliser ce schéma comme une base pour les développements de la section suivante en y ajoutant pas à pas la clause de responsabilité limitée des actionnaires, la participation aux bénéfices techniques et financiers des assurés et le droit de rachat anticipé.

3. Présentation de la lecture optionnelle des contrats d'assurance vie.

3.1. Exemples des options cachées dans le bilan de compagnie d'assurance vie.

Dans la section 2.1. nous avons étudié les contraintes législatives pesant sur la société d'assurance vie. Nous allons rester dans le cadre de la société anonyme avec la responsabilité limitée des actionnaires et considérons quelles implications financières génère cette responsabilité limitée pour les actionnaires et les assurés.

Pour plus de simplicité rejetons pour l'instant l'obligation de la participation aux bénéfices et la clause de rachat anticipé et considérons le cas où la société d'assurance garantit le taux minimum.

3.1.1. Option de d'achat des actifs de la société et l'option de défaut.

Supposons que la société d'assurance émet un contrat de n ans dont le prix est S_0 en $t=0$. La société garantit aux assurés le taux de remboursement minimum r_g , c'est-à-dire qu'à l'échéance du contrat elle s'engage à rembourser aux assurés une somme $E_n = S_0(1 + r_g)^n$. La situation prévue à l'échéance du contrat se résume dans le bilan de la société.

Actif	Passif
<i>Valeur des placements</i> $E^*(S_n)$	<i>Valeur des fonds propres</i> $F_n = E^*(S_n) - E_n$ <i>Provisions Mathématiques</i> E_n

E^* désigne l'espérance mathématique

La valeur des fonds propres est égale à la différence entre la valeur (aléatoire) des actifs et la valeur des provisions mathématiques - la somme E_n fixée par le contrat. Ainsi, la valeur des fonds propres est aussi une variable aléatoire.

Remarquons que la richesse des actionnaires va osciller entre 0 et $S_n - E_n$:

$$P_{\text{actionnaires}} = \max(0, S_n - E_n)$$

et la richesse des assurés oscille entre S_n et E_n :

$$P_{\text{assurés}} = \min(S_n, E_n).$$

Notons que si la valeur de l'actif de la société est inférieure aux provisions mathématiques ($S_n < E_n$), la société est déclarée en faillite.

On peut envisager deux situations possibles pour les performances de la société :

- 1) $S_n - E_n > 0$
- 2) $S_n - E_n \leq 0$.

Dans le premier cas, les résultats financiers de la société sont suffisants pour payer le taux garanti auprès des assurés. Le reste des bénéfices financiers - la valeur $S_n - E_n$ - constituera le profit des actionnaires. Tout se passe comme si les actionnaires avaient détenu une option d'achat sur la valeur d'actif de la société (E_n joue le prix d'exercice).

La valeur de cette option C_n est:

$S_n - E_n$	si	$S_n > E_n$
0	si	$S_n < E_n$.

Dans le premier cas l'équation suivante se vérifie : $C_n = S_n - E_n$.

Dans la deuxième situation les résultats de la société ne sont même pas suffisants pour tenir ses engagements auprès des assurés et payer le taux garanti. Les actionnaires exercent leur droit de la responsabilité limitée en abandonnant les actifs aux assurés à un prix de E_n . La valeur de l'option de vente P_n est :

$E_n - S_n$	si	$S_n < E_n$
0	si	$S_n > E_n$.

Dans cette situation l'équation suivante se vérifie : $P_n = E_n - S_n$. Notons que dans ce cas la société est en faillite et la valeur d'option de vente représente la valeur de l'option de défaut.

On peut déduire ici le bilan initial de la société. En $t = 0$, la valeur de l'option d'achat est égale : $C_0 = S_0 - E_0$. Elle peut être obtenue, par exemple, par la simulation du modèle de Black et Scholes. On peut calculer après la valeur de l'option de vente en utilisant la relation de parité entre l'option de vente et l'option d'achat de même date et de même prix d'exercice (annexe) :

$$C_0 - P_0 = S_0 - E_n e^{-r(T-t)}$$

ou en temps discret :

$$C_0 - P_0 = S_0 - \text{Erreur !}$$

On peut réécrire cette formule d'une manière suivante :

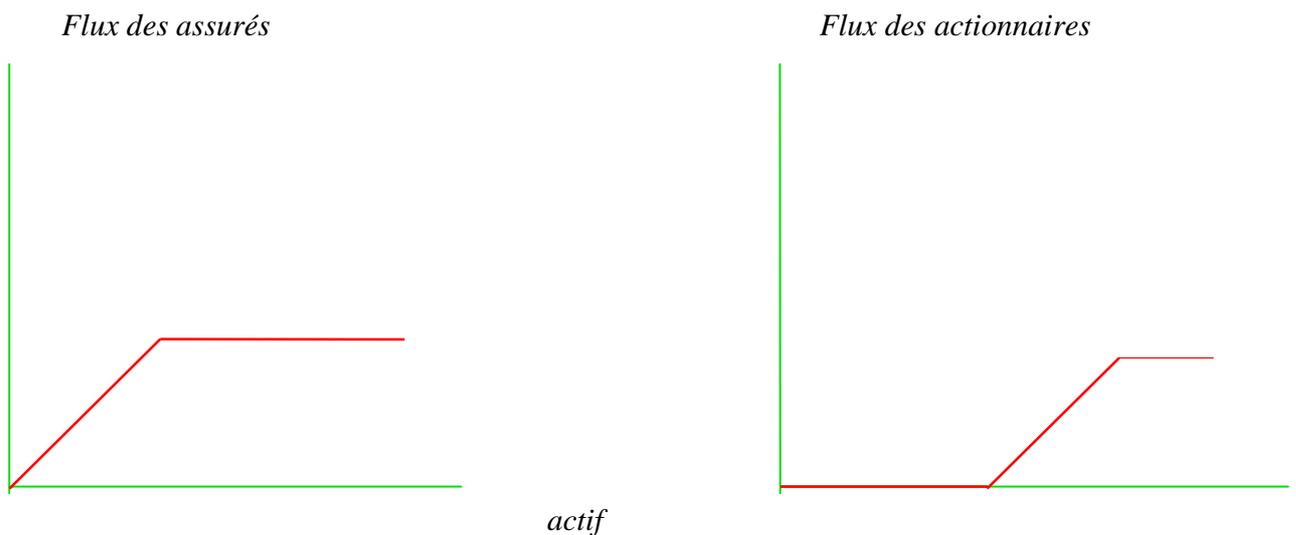
$$C_0 + \text{Erreur !} - P_0 = S_0$$

et obtenir une formule qui exprime le bilan de la société en $t = 0$:

Actif	Passif
Placements financiers S_0	Fonds propres : $C_0 = S_0 - E_0$ Provisions mathématiques : $E_0 = E_n(1+r)^{-n} - P_0$ $= E_n(1+r^*)^{-n}$

On a pu décomposer le bilan de la société en trois éléments : une obligation sans risque qui correspond à un montant garanti par le contrat, une option d'achat que possèdent les actionnaires sur l'actif de la société et une option de vente vendue par les assurés.

Graphiquement, les flux des assurés et des actionnaires à la maturité du contrat ont la forme suivante :



Notons que le profil des flux des assurés correspond à la forme des flux du vendeur de l'option de vente (Put) et le profil des flux des actionnaires - à la forme des flux de l'acheteur de l'option d'achat ce qui confirme bien notre analyse précédente.

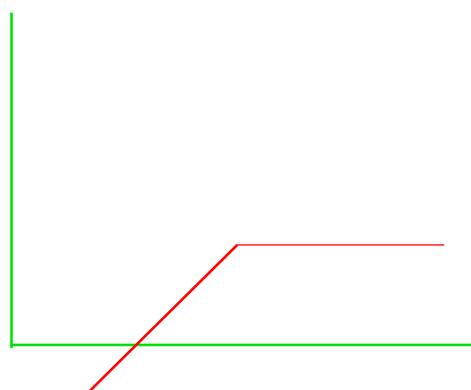
Il faut faire néanmoins des réserves quant à l'évaluation de ces options. Nous avons déjà mentionné que la différence principale des options cachées par rapport aux options standards - c'est qu'elles sont exercées par les assurés et les actionnaires et non par les opérateurs des salles de marchés. Leurs motivations peuvent donc aller au-delà de simple rationalité économique. Dans la situation quand la société réalise des résultats négatifs, les actionnaires font rembourser les assurés en puisant les réserves, y compris la réserve légale. Lorsque les réserves sont épuisées, les pertes viennent diminuer les capitaux propres qui deviennent inférieurs au capital social inscrit dans les statuts de la société. Si la société a perdu plus de la moitié de son capital social, l'assemblée générale des actionnaires peut décider soit la dissolution de la société, soit, si les actionnaires gardent l'espoir de redresser

la situation, la poursuite de l'activité. La loi impose dans ce dernier cas aux actionnaires de reconstituer le montant des capitaux propres dans les deux ans qui suivent¹⁵. Les actionnaires sont "invités" alors à faire les nouveaux apports des capitaux. La question se pose : jusqu'à quel point les actionnaires seront d'accord de prendre les pertes de la société à leur charge ? Dans le cas limite, quand les actionnaires couvrent toutes les pertes, le risque est nul pour les assurés quelque soit l'évolution de l'actif de la société. Dans cette situation, les assurés ne détiennent que de l'obligation sans risque qui leur garanti à la fin du contrat la prestation fixe. Les flux des actionnaires et des assurés prennent alors la forme suivante :

Flux des assurés



Flux des actionnaires



actif

On retrouve ici la situation présentée dans la section précédente quand les actionnaires sont en position longue sur un Put et sont exposés aux risques en théorie illimités liés à la faillite de la société.

En réalité, il existe pour les actionnaires le montant des pertes critique au-delà duquel ils n'investissent plus. Ce montant, qui joue le rôle du prix d'exercice de l'option d'achat sur les fonds propres de la société que possèdent les actionnaires (il est égal au capital social dans le cas où les actionnaires exerceraient leur responsabilité limitée et est infini dans le cas extrême quand les actionnaires subissent les pertes illimitées) est déterminé par plusieurs facteurs financiers, politiques, sociaux et personnels des actionnaires : (l'aversion

¹⁵ M. Cozian, A. Viandier « Droit des Sociétés » Ed. Litec, 1994.

au risque, estimation de la situation de la société par les actionnaires, leur fortune...). Cet aspect comportemental est très difficile à évaluer ce qui rend difficile la détermination du prix d'exercice de l'option et donc de son impact financier sur le bilan de la société.

3.1.2. La participation aux bénéfices.

Ajoutons maintenant à nos considérations la participation aux bénéfices. Si la société réalise les résultats de gestion positifs, elle doit distribuer au moins 85 % de ses bénéfices financiers aux assurés. Si les résultats sont à zéro ou négatifs, les assurés n'obtiennent que le taux garanti. Ils reçoivent donc le plus grand des deux montants suivants :

$$\text{Max} \{S_0(1 + p) * 0,85 ; S_0(1 + r_g)\}.$$

Les bénéfices des actionnaires ont le profile suivant :

$$\text{Max} \{(1 + p) * 0,15 ; 0\}$$

où S_0 - montant de la prime payée par l'assuré

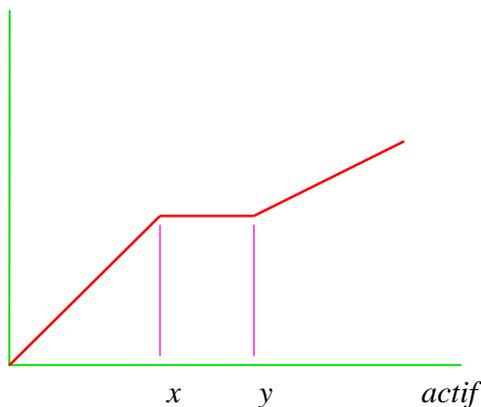
p - taux de rendement des placements obtenu par l'assureur

r_g - taux garanti par le contrat.

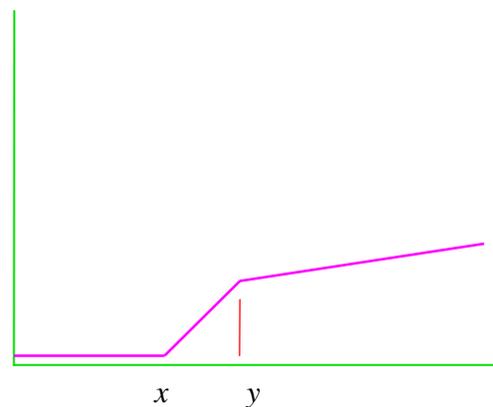
Tout se passe comme si les assurés et les actionnaires avaient détenu une option d'achat sur une partie des revenus financiers de la société.

Les profiles des flux des actionnaires et des assurés déforment d'une manière suivante :

Flux des assurés



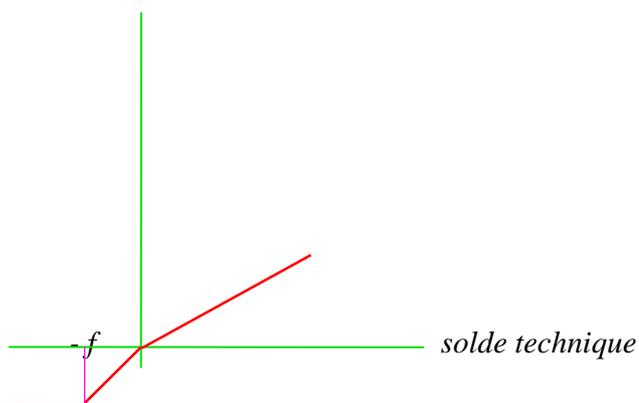
Flux des actionnaires



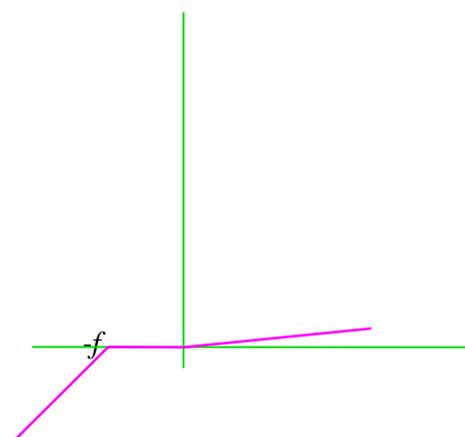
Sur ce graphique le segment $(y ; \infty)$ correspond à la situation quand la société dégage de son activité financière de résultats suffisants pour servir à la fois le taux garanti et la participation aux bénéfices. Dans cette situation les bénéfices sont partagés entre les assurés et les actionnaires dans la proportion 85/15. Segment XY correspond à la situation quand la société est capable de servir le taux garanti aux assurés, mais les résultats financiers sont insuffisants pour distribuer la participation aux bénéfices : les assurés ont les revenus constants, mais les actionnaires subissent les pertes, car la société mange ses fonds propres pour pouvoir faire face à ses engagements. Enfin, Ox correspond à la situation de faillite de la société : les actionnaires évoquent leur responsabilité limitée et subissent les pertes dans la limite de leurs apports ; les assurés se remboursent en se servant de l'actif restant.

De la même manière, on peut considérer la participation aux bénéfices techniques (PBT). Comme nous avons déjà vu, la PBT se calcule à partir du compte d'exploitation des contrats donnant droit à la PB : si le solde technique est négatif, il est imputé aux bénéfices des assurés (sous réserve que les bénéfices financiers sont suffisants pour couvrir les pertes techniques, sinon on sert aux assurés le taux garanti et les pertes techniques reposent sur les épaules des actionnaires), si le solde est positif, 90% des bénéfices techniques sont distribués aux assurés et 10% - aux actionnaires. Graphiquement, on représente les profits des assurés et des actionnaires comme suit :

Flux des assurés



Flux des actionnaires



Ici le point f correspond au montant des bénéfices financiers. On retrouve ici la situation inverse à celle qu'on vient d'analyser pour la responsabilité limitée des actionnaires et PB

des assurés. En effet, on peut remarquer que le profile des flux des assurés correspond à une position courte sur un Call (option qui leur donne le droit d'acheter les pertes techniques au prix d'exercice égale à la participation aux bénéfices financiers) et une position longue sur un Call (option d'achat des bénéfices techniques que les assurés partagent avec les actionnaires). Les actionnaires sont en position longue sur option de vente des pertes techniques et en position courte sur un Call qu'ils partagent avec les assurés.

Notons que les options cachées liées à la participation aux bénéfices techniques se calculent sur une autre base que les autres (solde technique au lieu des résultats financiers) et elles ne sont pas associées au bilan de la société, mais au compte de résultat. En outre, comme montre l'expérience, la participation aux bénéfices techniques a un impact beaucoup plus faible que la participation aux bénéfices financiers. Nous allons la négliger dans nos développements suivants.

3.1.3. Option de rachat.

Considérons maintenant une option la plus dangereuse pour l'assureur dont l'impact en cas de hausse de taux peut être très significatif.

Supposons que la société d'assurances émet un contrat à une prime unique et capital différé pour un montant de 100. La durée de contrat est 6 ans et le taux garanti égal à 6%. Les fonds propres de la société valent 20. Pour attirer la clientèle, la société introduit dans le contrat la clause de rachat à n'importe quel moment sans aucune pénalité.

La société immunise son portefeuille à l'horizon de 6 ans en achetant les coupons-zéro de 6 ans. Le prix de coupon-zéro est

$$\text{Erreur !} = 0.70.$$

Avec la prime encaissée de 100 la société peut acheter $100 / 0.70 = 141.85$ coupons-zéro. Le bilan de la société prend la forme suivante :

Actif		Passif	
20	placement des fonds propres	20	fonds propres

100 coupons-zéro (141.85*0.70)	100 provisions
--------------------------------	----------------

Supposons maintenant que dans un an le taux monte à 8%. Les assurés, en apercevant que leurs contrats ne sont plus très attirants par rapport à ceux de 8%, exercent leur droit de sortie anticipée. La société doit payer aux assurés le montant des provisions mathématiques associé à ces contrats, soit 106.

En réalité, en tenant compte du taux nouvel, le contrat ne vaut que

$$141.8519 \text{ Erreur !} = 96.54$$

Les assurés donc vendent le contrat qui ne vaut que 96.54 à un prix de 106 ! Pour payer une somme de 106, l'assureur est obligé de vendre ces coupons-zéros à prix nouvel du marché :

$$\text{Erreur !} = 96.54$$

et paie le reste au frais de ses fonds propres.

Le bilan de la société se transforme de la manière suivante :

Actif	Passif
20	10.54 fonds propres
96.54	106 provisions mathématiques

On aperçoit que le bilan de la société a significativement perdu en sa valeur. La raison en est qu'en immunisant le portefeuille on n'a pas pris en compte l'échéance prématurée du contrat. Le droit de rachat joue ici le rôle de l'option américaine de vente : les assurés ont le droit de vendre leur contrat (dont le prix est incertain et dépend du taux de marché) à prix fixe égal dans notre exemple à 106. Cette option se traduit par un raccourcissement de la durée du passif qui de ce fait est moins dévalorisé que l'actif à la suite de hausse de taux.

Il est possible d'estimer le comportement des assurés en fonction de l'évolution des taux en utilisant les données historiques : on suppose par exemple qu'une hausse de taux conduit une partie des assurés à racheter leur contrat immédiatement au lieu d'attendre le terme normal. Cette proportion des assurés sortant prématurément est supposée d'autant plus grande que la date de la fin du contrat est proche (frais d'entrée au contrat amortis, pas de pénalités) et que la hausse de taux est forte. On peut arriver ainsi à un tableau de ce type :

	+ 1% (hausse de taux)	+ 2%	+ 3%
0 (date de fin du contrat)	0	0	0
1	30%	50%	60%
2	25%	45%	55%
3	20%	40%	50%
4	5%	30%	40%
5	0	20%	35%
6	0	20%	30%
7	0	10%	25%
8	0	0	10%

Source : Assurances. Comptabilité-Gestion-Finances¹⁶.

et modéliser la clause de rachat comme une somme des options à barrière (sont exercées lorsque le taux atteint un niveau prédéfini) avec des supports correspondant aux provisions mathématiques liées aux contrats rachetés.

¹⁶ AXA et Befec Price Waterhouse « Assurances. Comptabilité-Gestion-Finances » Ed. L'Argus, 1994.

3.2. Modèle simplifié du bilan optionnel.

Les développements de la section précédente permettent de mieux comprendre la nature des fonds propres et provisions mathématiques.

En effet, en résumant nos exemples, les fonds propres de la société se décomposent en deux options : les actionnaires détiennent une option d'achat des actifs de la société et l'option de partage de la Participation aux bénéfices avec les assurés :

Option d'achat des actifs (Call)	Option de partage de la PAB (Call)
Position longue	Position courte

Les provisions mathématiques se divisent en quatre parties :

1) les engagements de payer aux assurés le taux garanti (et rien de plus). Pour les assurés ceci correspond à un zéro-coupon sans risque de défaut.

2) Mais en réalité la société peut être défaillante. Il y a donc une option de défaut (Put) vendue par les assurés.

3) Enfin, il y a une obligation de la PB. Les assurés détiennent une option d'achat de la partie des revenus financiers de la société.

4) Les assurés détiennent une option de vente de leur contrat à un prix égal aux provisions mathématiques associé à leur contrat : Put américaine

Obligation sans risque (taux garanti)	Option de défaut Put	Option de la PB Call	Option de rachat Put
Position longue	Position courte	Position longue	Position longue

On peut décomposer le bilan de la société de la manière suivante :

Actif	Passif
-------	--------

Valeur de l'actif	<p><i>*Fonds propres</i></p> <p>+ Call - option d'achat des actifs de la société détenue par les actionnaires</p> <p>- Call - option d'achat de la partie des bénéfices vendue par les actionnaires aux assurés</p> <p><i>*Provisions mathématiques</i></p> <p>En - obligation sans risque détenue par les assurés</p> <p>- Put - option de défaut</p> <p>+ Call - option de participation aux bénéfices détenue par les assurés</p> <p>+ Put - option de rachat anticipé</p>
-------------------	---

Les options associées aux postes du passif du bilan résultent des contraintes réglementaires ou concurrentielles et présentent une particularité de pouvoir être exercées au gré de l'assuré (ou des actionnaires). Par conséquent, leur évaluation est très complexe et demande des études comportementales, car les motivations qui entraînent l'exercice par l'assuré d'une option ne sont pas exclusivement financières ou rationnelles.

La société doit avoir une idée très précise sur les options cachées dans son bilan et leur impact sur la sensibilité du bilan. Si la société ne tarifie pas (ou ne se couvre pas) correctement, elle s'expose au risque de taux qui peut être d'autant plus dangereux que les

produits modernes d'assurance sont souples et favorisent le comportement arbitragiste quand les taux viennent à fluctuer significativement.

Le risque d'arbitrage des souscripteurs est à prendre au sérieux. Les probabilistes jugent faible la probabilité d'une forte hausse de taux. Mais il y a 6 ans on a eu un précédent avec les contrats d'assurance à capital variable immobilier (ACAVI). Le retournement du marché immobilier leur a coûté cher : les assurés sont sortis en masse de contrats libellés en parts de sociétés immobilières. Pour les contrats libellés en francs, jusqu'ici épargnés des rachats en masse, les conséquences pourraient s'avérer encore plus dommageables, car compte tenu des supports obligataires, ils doivent assumer le coût des moins-values.

Les sociétés d'assurance américaines, avec leur recours massif aux avances sur polices et des banques françaises avec les remboursements anticipés de crédits hypothécaires n'étaient pas épargnées non plus de l'exercice des options. Prenons exemple des sociétés américaines :

moins des 10 faillites avant 1987,

19 en 1987,

40 en 1989

58 en 1990... en tout près de 1 200 faillites des caisses d'épargnes et des

sociétés d'assurances entre 1985 et 1995. Dans cette liste il y a des noms connus : First Executif (19 milliards de dollars d'actif), Mutual Benefit (14 milliards), First Capital (10 milliards)... En Europe la faillite d'un des plus gros assureurs scandinaves Hafnia en 1993 est un exemple coûteux.

Dans le chapitre suivant nous allons montrer quels sont les dangers associés aux options cachées et nous allons proposer les méthodes de couverture : les produits financiers spécifiques qui couvrent le risque de taux et les astuces contractuelles que l'assureur peut utiliser pour décourager l'assuré d'exercer les options.

II. Couverture du risque de taux lié aux options cachées.

1. Impact financier des options cachées.

Dans la première partie de ce mémoire nous avons présenté le modèle optionnel du bilan de la société d'assurance vie. Regardons maintenant quel impact financier ont les clauses intégrées dans le passif du bilan sur la valeur du bilan. Nous allons analyser ensuite la sensibilité du bilan optionnel.

1.1. Evaluation des options cachées.

Nous avons vu que les options intégrées dans le passif du bilan sont multiples et de différentes natures. C'est pourquoi nous allons utiliser les différents modèles appropriés pour leur évaluation.

1.1.1. Evaluation des options correspondant à la responsabilité limitée des actionnaires (Call) et option de défaut (Put) des assurés.

C'est un cas le plus simple car on va considérer ces deux options comme les options européennes.

Supposons que la société émet les contrats de durée de $T = 8$ ans pour les primes totales de 100 000. Elle garanti la rente annuelle minimum 4.7% ce qui correspond au taux $r = 0.045$ en temps continu¹⁷. Ceci correspond à un engagement de rembourser à l'échéance la somme de

$$100000 \times e^{rT} = 143\,302 .$$

Supposons que la société investie les primes obtenues dans les titres, par exemple, les obligations, dont les revenus sont distribués selon une loi lognormale avec une volatilité de $\sigma = 16\%$.

¹⁷ Taux en temps continu $r = \frac{1}{8} \ln(1 + 0.047)^8 = 0.0459$

Pour obtenir les prix des garanties cachées (Call et Put) on va utiliser le modèle de Black et Scholes¹⁸. Les avantages de ce modèle sont tout d'abord dans sa simplicité (elle donne une solution analytique) et dans la commodité d'utilisation : tous les paramètres sont observables sauf σ (écart-type de la distribution de l'actif-support), que l'on peut estimer par écart-type historique. Grâce à ces avantages il s'est rependu très largement et a permis l'ouverture de marchés organisés d'options. Il a donné naissance à tous les autres modèles, plus adaptés et sophistiqués. Ses hypothèses, quoique un peu restrictives, ne sont pas très contraignantes :

1. Perfection des marchés (il n'y a pas des taxes ni coûts de transaction, ni restrictions de vente à découvert).
2. Les marchés sont complets.
3. Taux d'intérêt sans risque r est connu et constant.
4. Les marchés sont complets.
5. L'actif sous-jacent ne distribue pas de dividendes.
6. Absence d'opportunité d'arbitrage.
7. Le cours de l'actif sous-jacent est distribué de manière log-normale et peut être décrit par mouvement brownien géométrique :

$$dS_t = fS_t dt + \eta S_t dz$$

où z est un processus de Wiener .

8. Le prix de l'option est la fonction du prix du support : $C(S,t) = F(S,t)$.

Parmi ces hypothèses, la plus restrictive est celle de constance du taux sans risque et de la variance. En effet, la durée de vie des contrats d'assurance vie est mesurée typiquement par les années, pendant lesquelles, la variance du rendement de l'action ou obligation peut changer significativement. De la même façon, compte tenu de la durée de vie longue des contrats, l'hypothèse du taux d'intérêt sans risque étant constant peut être gênante. Un autre problème qui peut émerger lors d'une utilisation du modèle – c'est le fait

¹⁸ F. Black, M. Scholes « The pricing of options and corporate liabilities », journal of Political Economy, 81, p. 637-659.

que le modèle suppose que les options sont européennes et la date d'échéance est prédéterminée. En réalité, les détenteurs des options cachées peuvent les utiliser avant l'échéance (par exemple, la faillite de la société peut occasionner à n'importe quel moment et les options correspondant à la responsabilité limitée – Put pour les assurés et Call pour les actionnaires vont être exercés avant l'échéance des contrats). Une étude a été faite¹⁹ ayant pour objet de déterminer la fiabilité des prédictions du modèle : avec 25000 observations quotidiennes des prix des options pendant dix ans on a déterminé que c'est une hypothèse de variance constante dans le modèle de Black et Scholes qui donne les biais les plus significatives. Dans ce sens, le modèle de variance avec l'élasticité constante de Cox et Ross²⁰ semble être plus approprié, mais, dans cette étude, on va privilégier la simplicité de calcul et utiliser le modèle de Black et Scholes avec ses extensions.

Dans leur article historique, Black et Scholes ont obtenu la formule suivante pour évaluer les options d'achat :

$$C(S, t) = S(t)N(d_1) - Ee^{-r(T-t)}N(d_2),$$

$$d_1 = \frac{\text{Log}\left(\frac{S(t)}{E}\right) + \left(r + \frac{1}{2}\sigma^2\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}},$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T-t}.$$

Ici $N(\cdot)$ désigne la fonction de répartition de la loi normale :

$$N(d) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^d e^{-\frac{1}{2}\lambda^2} d\lambda.$$

¹⁹ B. Lauterbach, P. Schultz « Pricing Warrants : An Empirical Study of the Black-Scholes Model and Its Alternatives », The Journal of Finance, vol. XLV, n°4, sep. 1990, p.1181-1200.

²⁰ J. Cox, S. Ross « The Evaluation of Options for Alternative Stochastic Processes », Journal of Financial Economics, n°3, 1976, p.145-166.

La valeur de l'option de vente avec les mêmes paramètres s'obtient très facilement à partir du prix de l'option d'achat en utilisant l'équation de parité :

$$P(t) = -S(t)N(-d_1) + Ee^{-r(T-t)}N(d_2).$$

Pour notre exemple, en substituant dans les équations les valeurs suivantes :

Support $S(t)$ – distribué log-normalement avec espérance²¹ 137 838 et écart-type $\sigma=16\%$;

Prix d'exercice $E = 143\,302$ (valeur que l'assureur garanti aux assurés) ;

Taux sans risque $r = 0.045$;

Durée de l'option $T = 8$ ans ,

et en faisant les simulations avec 1000 points (on a utilisé MatLab²² pour générer les variables aléatoires) on obtient le prix de l'option d'achat des actifs de la société détenue par les actionnaires en $t = 0$:

Call (0) = 52 380 (l'espérance de la variable aléatoire distribuée normalement)

Et le prix de l'option de défaut vendue par les assurés :

Put (0) = 15 287.

1.1.2. Evaluation de l'option de la participation aux bénéfices.

L'option de participation aux bénéfices est un peu plus compliquée à évaluer, car son prix d'exercice dépend non seulement du taux minimum garanti par la société, mais aussi des charges de gestion que la société doit couvrir avant de procéder à la distribution des profits. On suppose que ces charges sont proportionnelles à la valeur des placements et sont en conséquence distribuées log-normalement. On arrive donc à une nécessité d'introduire dans notre modèle un prix d'exercice stochastique. Une version de ce modèle a

²¹ Pour détermination de la valeur des placements dans notre exemple en $t=0$ voir plus loin section 1.2.2.

²² Pour les textes des programmes voir Annexe 3.

été proposée par Margrabe²³ qui est arrivé à une équation suivante pour le prix d'une option d'achat :

$$Call(S, E, \sigma) = S n(d_1) - E e^{-r(T-t)} N(d_2) ;$$

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{E}\right) + \frac{\sigma^2}{2}(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}} ;$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T-t} .$$

On va supposer que les charges représentent 1% de la valeur des placements. On peut alors calculer facilement que le prix d'exercice d'une option de la participation aux bénéfices est distribué log-normalement avec une espérance $E_n = 143302 + 143302 * 1\% = 144735$.

Supposons aussi que l'écart-type du prix d'exercice est égal à 9% et qu'il y a une corrélation entre le prix d'exercice est la valeur des placements $\rho = 0.9$. A partir de ces hypothèses on peut calculer la volatilité qui déterminera le prix d'une option d'achat :

$$\sigma^2 = \sigma^2(S) + \sigma^2(E) - 2\rho\sigma(S)\sigma(E)$$

$$\sigma = 0.088$$

En faisant les simulations analogiques à celles de la section suivante on arrive à une valeur de l'option de la participation aux bénéfices²⁴ :

$$Call_{PAB} = 0.85 Call = 26\ 666 * 0.85 = 22\ 666$$

²³ W. Margrabe « The Value of an Option to Exchange One Asset For Another », Journal of Finance, 33, March 1978, p.177-186.

²⁴ Voir Annexe 4.

1.1.3. Evaluation de l'option de rachat.

L'option de rachat anticipée représente une option américaine, car elle peut être exercée à n'importe quel moment pendant la durée de vie du contrat. Pour l'évaluer, on va utiliser une méthode approximative qui consiste de 6 étapes :

1. Diviser le temps de vie du contrat sur les intervalles de courte durée, par exemple, 3 mois. Dans notre cas, on obtient 32 intervalles.
2. Calculer le prix d'une option d'achat de durée de 3 mois à l'intérieur de chaque intervalle en utilisant le modèle de Black et Scholes.
3. Calculer le taux 'long' pour chaque intervalle et actualiser les prix obtenus.
4. En utilisant la relation de parité entre Call et Put, obtenir les prix des options de vente pour chaque intervalle.
5. Calculer la valeur de l'option de vente de durée 8 ans comme une somme des 'courtes' options.
6. Introduire les hypothèses comportementales et calculer la valeur économique de l'option de rachat.

Les cinq premiers points ne représentent pas de difficultés particulières.

Dans l'Annexe 5 on voit le tableau avec des simulations pour le calcul de l'option de vente américaine sur 40 trimestres. Pour notre exemple, car la durée du contrat est égale à 8 ans, on va utiliser les 32 dernières colonnes de ce tableau. En raisonnant en terme de taux, on a les données suivantes : taux court 3.5% ; le taux support (taux à 8 ans) $S = 0.046\%$; le prix d'exercice (le taux garanti) $E = 0.045$; l'écart-type du support est 16%. En calculant la somme des 32 colonnes de notre tableau, on obtient le prix de l'option de vente de 8 ans : 3.4%, ce qui correspond à 131 274 F.

Mais en réalité, comme nous avons déjà remarqué, tous les assurés ne vont pas exercer leur droit de rachat dès que ce sera profitable en termes des gains immédiats en taux. Les autres facteurs, tels que l'âge de l'assuré, le temps restant jusqu'à l'échéance du contrat, les frais d'acquisition du contrat et la politique de distribution des bénéfices par la société jouent un rôle très important dans la détermination du comportement de l'assuré face à la montée des taux. En effet, dans le cas d'assurance en cas de vie, l'assuré âgé dont le contrat s'approche à son terme, ne sera pas très incité à le racheter.

D'une part, il perdra une partie de la participation aux bénéfices qui pourrait être affectée aux autres assurés (rappelons que la distribution des bénéfices est laissée au gré de l'assureur : il est obligé de distribuer au moins 85% de ses bénéfices, mais il n'y a pas de restriction sur la façon de partage des bénéfices entre les différents contrats. L'assureur peut donc avantager ses fidèles clients en leurs donnant une plus grande proportion de bénéfices.) D'autre part, compte tenu de son âge, il ne serait peut-être pas incité de réinvestir dans un autre contrat d'assurance, même avec le taux de rendement plus avantageux, la probabilité de rester en vie jusqu'à l'échéance de son deuxième contrat étant trop petite. Par contre, les assurés plus jeunes vont racheter leurs contrats en cas de hausse de taux, et surtout vers la fin de leurs contrats, quand les frais d'acquisition sont amortis et les pénalités de sortie sont nulles.

Ainsi, pour obtenir la valeur juste de l'option de rachat, il faut faire des hypothèses sur le comportement de la clientèle en fonction de l'évolution de taux d'intérêt. Pour notre exemple très simplifié, nous supposons que la société a fait le tri de ses clients en fonction de leur âge et durée de vie restant de leur contrat et est arrivée au tableau suivant qui montre le nombre de sorties en fonction de montée de taux d'intérêt :

r	+1%	+2%	+3%
Nombre de sorties	-10%	-15%	-25%

La société estime que les probabilités de montée de taux sont les suivantes :

il y a 0.6 chances que le taux diminue, reste inchangé ou son augmentation n'excède pas 1% ;

0.3 chances que le taux peut augmenter de 1% ;

0.08 chances que le taux augmente de 2%

et 0.02 chances que le taux augmente de 3% ou plus.

A partir de ces hypothèses on peut estimer la valeur économique de l'option de rachat :

$$\text{Put}_{\text{rachat}} = \text{Put} * (0*0.6 + 10%*0.3 + 15%*0.08 + 25%*0.02) = 6196.$$

1.2. Impact financier des options cachées.

1.2.1. Influence du changement des différentes variables sur la valeur des options cachées.

Dans la section précédente nous avons considéré les différentes méthodes d'évaluation des options cachées. Etudions maintenant l'influence des différents paramètres sur la valeur des options et les ratios du bilan de la société.

Considérons d'abord les options de la responsabilité limitée : l'option d'achat des actifs détenue par les actionnaires et l'option de vente (option de défaut) des assurés. Essayons de changer le prix d'exercice de ces options (le montant minimum que l'assureur s'oblige à payer à la fin du contrat). A partir des données de notre exemple, prenons le modèle simplifié du bilan de la société comme nous l'avons présenté dans la section 3.2 de la première partie :

Actif	Passif
Placements financiers S_0	Fonds propres : $C_0 = S_0 - E_0$ Provisions mathématiques : $E_0 = E_n(1 + r)^{-n} - P_0$ $= E_n(1 + r^*)^{-n}$

et essayons de calculer :

Taux du rendement des contrats

$$r^* = \frac{1}{T-t} \ln \left(\frac{E_n}{E_0} \right) ;$$

le ratio (provision mathématique)/(fonds propres)

$$E_0 / C_0$$

et le ratio (provisions mathématiques)/(valeur de l'actif)

$$E_0 / (C_0 + E_0)$$

ou $E_0 = E_n(1 + r)^{-n} - P_0$;

$$t_g = \frac{1}{T-t} \ln \left(\frac{E_n}{S_0} \right) ;$$

$S = 137838$; $r = 0.045$; $\sigma = 16\%$; $T = 8$

	20 000	40 000	60 000	80 000	100 000	120 000	140 000	143302
E0	13 850	26 333	38 608	51 460	63 514	74 480	84 206	85 458
tg	-0.2413	-0.1546	-0.1040	-0.0680	-0.0401	-0.0173	0.0019	0.0058
r*	0.0459	0.0521	0.0551	0.0552	0.0567	0.0596	0.0635	0.0656
Call Co	123 987	111 505	99 230	86 378	74 324	63 358	53 632	52 380
Put Po	0	1 367	2 943	3 941	5 737	8 621	12 746	14 542
En/Co	0.1117	0.2362	0.3891	0.5958	0.8546	1.1755	1.5701	1.6315
E0/E0+Co	0.1004	0.1910	0.2801	0.3733	0.4608	0.5403	0.6109	0.6200

En	160 000	180 000	200 000	220 000	240 000	260 000	280 000
E0	92 666	99 918	106 071	111 252	115 593	119 218	122 240
tg	0.0186	0.0334	0.0465	0.0584	0.0693	0.0793	0.0886
r*	0.0683	0.0736	0.0793	0.0852	0.0913	0.0975	0.1036
Call	45 172	37 920	31 767	26 586	22 245	18 620	15 598
Put	18 136	24 734	32 431	41 100	50 610	60 835	71 663
En/Co	2.0514	2.6350	3.3390	4.1846	5.1964	6.4027	7.8369
E0/E0+Co	0.6723	0.7249	0.7695	0.8071	0.8386	0.8649	0.8868

Les résultats obtenus confirment les relations connues entre le prix d'exercice et la valeur de Call et Put : avec l'accroissement du prix d'exercice, la valeur de l'option de vente croît et la valeur de l'option d'achat diminue.

On peut expliquer ces résultats d'un point de vue économique : avec l'augmentation de la valeur promise, tous les autres facteurs restant constants, la probabilité de défaillance de la société croît et la relation (provisions mathématiques)/(fonds propres) augmente. Ainsi, la valeur de l'option d'achat des actifs de la société diminue et la valeur de l'option de défaut augmente. Les assurés paient pour le taux d'intérêt plus grand par l'acceptation d'une plus grande partie du risque. La valeur de l'option de défaut joue donc le rôle de la prime du risque : la prime qui doit être payée aux assurés par les actionnaires pour qu'ils soient d'accord d'accepter ce risque.

Si la valeur promise décroît, la probabilité de défaillance diminue et quand la valeur de rendement en tenant compte de l'option de vente devient égale au taux sans risque ($r^* = r = 0.046$), cette probabilité est nulle (les provisions mathématiques sont inférieures aux fonds propres et ne font que 11% des placements). Dans ce cas, la valeur de l'option de

défaut est nulle : il n'y a aucun risque de non paiement du taux garanti ; les assurés reçoivent le taux sans risque.

Considérons maintenant quel impact sur les valeurs des options a le changement du taux sans risque. Pour les mêmes données initiales que dans un exemple précédent (on a choisi $E_n = 144402$, on obtient :

r	0.005	0.01	0.015	0.02	0.025	0.03	0.035	0.04	0.045
Call	32611	34937	37320	39752	42225	44733	47267	49818	52380
Put	33512.9	30398.8	27555.1	24965.3	22613.4	20485.6	18565.7	16837.4	15287.9

r	0.05	0.055	0.06	0.065	0.07	0.075	0.08	0.085	0.09
Call	54944	57503	60050	62579	65082	67555	69991	72387	74737
Put	13901.6	12665.1	11565.6	10591	9727.73	8966.5	8295.08	7705.51	7187

Les résultats confirment une évidence : avec l'accroissement du taux sans risque, le taux garanti restant constant, la probabilité de la faillite de la société diminue. D'ici il s'ensuit que la valeur de l'option d'achat de l'actif de la société augmente et la valeur de l'option de défaut diminue. Ces résultats peuvent être aussi confirmés par l'intuition suivante, d'un point de vue d'un investisseur : quand on achète une option d'achat, on ne paie que la prime et on garde les fonds qu'on a préparé pour l'achat d'actif jusqu'à l'échéance de l'option, le règlement des actifs ayant lieu (ou non) selon les conditions à la date d'échéance. En attendant l'échéance, le détenteur d'option d'achat peut donc placer les fonds non investis en actif au taux de marché. On s'attend donc à un effet positif de l'augmentation de taux. L'achat de l'option de vente, au contraire, retarde l'encaissement du produit issu de la vente du support. La hausse de taux d'intérêt a donc un impact négatif.

1.2.2. Calcul de la sensibilité du bilan.

L'objectif de cette section est de comparer la sensibilité du bilan simple avec celle du bilan optionnel et de voir quel impact ont les options cachées sur la sensibilité du bilan. La sensibilité est une mesure instantanée du risque de taux. Pour un investissement ou un portefeuille donné, la sensibilité est la volatilité de son cours à toute variation des taux d'intérêt. La sensibilité dépend de la maturité des obligations qui composent le portefeuille (plus elle est grande, plus le portefeuille est sensible) et des taux faciaux (plus les taux sont grands, moins sensible est le portefeuille).

Supposons que les éléments du bilan de la société d'assurance vie en date 0 sont les suivants :

- le passif est constitué d'une provision mathématique de 100 000, représentant l'épargne d'un contrat d'une durée de 8 ans avec le taux garanti de 4.6%.

- l'actif se compose d'une obligation de capital restant dû 70 000, de durée 8 ans et détachant un coupon de 9% et d'une obligation de capital restant dû 30 000, amortie dans 6 ans, détachant un coupon de 9.5%.

On suppose que le taux de marché sans risque est 4.6% et que les flux futurs sont réinvestis au taux de marché sans risque.

Calculons la valeur actuelle nette du bilan qui est la somme actualisée de tous les flux futurs générés par le bilan jusqu'à son extinction. Pour cela, établissons d'abord l'échéancier en capital et intérêts et calculons les résultats annuels (produits moins charges) dégagés par l'activité :

année	actif		int.		flux net actif	passif	
	obligation 1	obligation 2	obl.1	obl. 2		flux net	flux net
0	-70 000.00	-30 000.00			-100 000.00	100 000	0
1			6 300	2 850	9 150.00		9150
2			6 300	2 850	9 150.00		9150
3			6 300	2 850	9 150.00		9150
4			6 300	2 850	9 150.00		9150
5			6 300	2 850	9 150.00		9150
6		30 000.00	6 300	2 850	39 150.00		39150
7			6 300		6 300.00		6300
8	70 000.00		6 300		76 300.00	-143302	-67002

Il ressort de ce calcul que la société est globalement exposée à la baisse de taux, qui doit avoir un impact négatif sur le résultat financier. En effet, de la première année,

la société dégage des bénéfices (les coupons des obligations plus le remboursement du principal de 30000 au cours de 6ème année) dont le renouvellement est entièrement dépendant des taux sans risque qui seront en vigueur à la date de réinvestissement.

On a supposé que les flux sont réinvestis au taux sans risque : 4.6%. On obtient donc les flux nets compte tenu des réinvestissements :

Flux nets	Flux cumulés	Interêts Reinvestissement	Somme flux nets
0			
9150			9 150
9150	9 150	421	18 721
9150	18 721	861	28 732
9150	28 732	1 322	39 204
9150	39 204	1 803	50 157
39150	50 157	2 307	91 614
6300	91 614	4 214	102 129
-67002	102 129	4 698	39 824

Sur la base des flux de résultats obtenus, la V.A.N. au taux de 4.6% se calcule comme suit :

$$\text{V.A.N.} = \frac{39824}{(1 + 0.046)^8} = 27790$$

Calculons maintenant la sensibilité du bilan à une variation de taux centrée dont l'amplitude est de 1% :

année	4.1	4.6	5.1
V.A.N.	27555	27790	27995

La sensibilité du bilan est égale à $27995 - 27555 = 440$ (1.58% en termes relatifs). Donc, si le taux sans risque baisse de 1% et se maintient à ce niveau jusqu'à l'échéance du contrat (8 ans), la V.A.N. du bilan, comme nous avons prévu, perd en sa valeur environs 1.6 pour cent.

Considérons maintenant le bilan optionnel comme il est présenté dans le chapitre précédent et calculons sa sensibilité au taux d'intérêt.

Si le taux sans risque est égal à 4.6%, le bilan optionnel se présente comme suit (voir les calculs de la section précédente) :

Actif	Passif
Obligation pour 70 000 , de 8 ans, à 9%	100 000 (obligation sans risque)
Obligation pour 30 000 , de 6 ans à 9.5%	- 15287 (put de défaut)
(valeur actualisée de l'actif ne change pas par rapport à l'exemple précédent)	+ 22666 (call de participation aux bénéfices)
	+ 6196 (put de rachat anticipé)
	<hr/>
	= 113 575 (provisions mathématiques)

On voit que le montant des provisions que la société doit constituer est supérieur aux primes reçus des assurés : la société est obligée donc de puiser ses fonds propres pour couvrir les risques liés aux options cachées.

De la même manière que pour un bilan simple, on calcule la valeur actuelle nette du bilan optionnel :

$$V.A.N. = 27025.$$

On voit, que par rapport à la valeur actuelle nette du bilan simple, le bilan optionnel a perdu en substance : -3 % ! Et ceci est grâce aux options intégrées dans le passif du bilan : option de participation aux bénéfices (Call) et option de rachat anticipée (Put) qui jouent ensemble pour l'augmentation des provisions mathématiques à constituer au début de la période.

En cas de la variation du taux, les valeurs de toutes les options cachées changent et font varier les provisions mathématiques : On obtient ainsi pour les taux de 4.1% et 5.1% les bilans suivants :

Actif	Passif à taux 4.1%	Passif à taux 5.1%
Obligation pour 70 000 , de 8 ans, à 9%	100000 (obligation sans risque)	100000 (obligation sans risque)
Obligation pour 30 000 , de 6 ans à 9.5%	- 16 837 (put de défaut)	- 13 901 (put de défaut)
	+ 21 414 (call de participation	+ 23 904 (call de participation

	aux bénéfiques) + 19 537 (put de rachat anticipé)	aux bénéfiques) + 1 166 (put de rachat anticipé)
	<hr/>	<hr/>
	= 124 114 (provisions mathématiques)	= 111 169 (provisions mathématiques)

Comme avant, calculons la V.A.N. du bilan optionnel au taux de 4.1% : 26613.

Calculons la sensibilité de la V.A.N. du bilan optionnel. Notons, que selon nos hypothèses, en cas de hausse de taux sans risque de 1%, 10% des clients vont racheter leurs contrats. Au bout d'un an, l'assureur doit donc rembourser le montant de 16129, correspondant au montant des provisions mathématiques des contrats rachetés. Ceci suppose le changement des flux de l'actif aussi, car la société, pour faire face aux rachats et rembourser prématurément les clients, devrait vendre une obligation de 30 000 et replacer ensuite le solde restant au taux de marché en vigueur, soit 5.1% (au lieu de 9.5% que la société aurait en coupons).

Le tableau des flux prend alors la forme suivante :

année	actif obligation 1	obligation 2	int. obl.1	int. obl. 2	passif	Flux net
0	-70 000.00	-30 000.00			100 000	
1		30 000.00	6 300	2 850	-16129	22 981
2			6 300			6 300
3			6 300			6 300
4			6 300			6 300
5			6 300			6 300
6			6 300			36 300
7			6 300			6 300
8	70 000.00		6 300		-143179	-66 879

En réinvestissant les soldes annuels au taux de 5.1%, on obtient les flux nets actualisés et la V.A.N. :

Année	Flux + intérêts	Flux cumulés	Intérêts Réinvest.	Trésorerie à la fin du période
-------	-----------------	--------------	--------------------	--------------------------------

0	11 169			11 169
1	23 021	11 169	570	34 760
2	6 300	34 760	1 773	42 832
3	6 300	42 832	2 184	51 317
4	6 300	51 317	2 617	60 234
5	6 300	60 234	3 072	69 606
6	6 300	69 606	3 550	79 456
7	6 300	79 456	4 052	89 808
8	-66 879	89 808	4 580	27 509
V.A.N.				18 478

V.A.N. du bilan au taux de 5.1% = 18 478.

La sensibilité du bilan optionnel est égale à :

$$S_{opt} = 26613 - 18478 = -8135 \text{ (36\% !!! en termes relatifs).}$$

On voit, que par rapport à l'exemple précédent sans prise en compte des options cachées au passif, la situation est inverse : le bilan n'est plus exposé à la baisse de taux, mais à la hausse ! Cet exemple montre l'effet dangereux de non prise en compte des options cachées lors d'évaluation du bilan. L'existence des options cachées non seulement diminue la valeur nette du bilan, mais augmente significativement la sensibilité du bilan au taux d'intérêt. L'option la plus dangereuse dans ce sens est sans doute l'option de rachat, car elle présente le double risque pour l'assureur : d'une part, il est obligé de vendre ces actifs avant terme à un prix du marché qui pourrait être défavorable au moment de rachat, d'autre part, en cas de hausse de taux, une certaine dégradation du rendement des actifs va aggraver les écarts avec le taux de marché et déclencher une nouvelle vague des rachats. Les sociétés d'assurances sont donc exposées au risque systémique en cas de montée des taux.

2. Couverture du risque de taux lié aux options cachées.

Dans la section précédente nous avons démontré que les options cachées présentent un risque très sérieux pour l'assureur. Nous avons étudié l'impact financier des options cachées sur le bilan de la société et avons trouvé qu'elles font augmenter très significativement la sensibilité du bilan au risque de taux. Dans cette section nous essaierons de répondre à la question : Comment l'assureur peut se protéger contre ce risque ? Pour faire face aux différents aléas et dépréciation des actifs, la législation prévoit la constitution des réserves de capitalisation (Article R 331-3) . Ils sont destinés à diminuer l'impact de plus ou moins values des placements à revenus fixes et donc éviter les arbitrages sur le portefeuille obligataire. En effet, en cas de hausse de taux, la réserve permet de céder les titres en moins value et se repositionner sur les titres avec le rendement plus élevé. En cas de baisse de taux, l'assureur court le risque de réévaluation des titres : les titres émis antérieurement se trouvent en plus-value. Si l'assureur distribue ces plus-values sous la forme de participation aux bénéficiaires, il y a un risque de réinvestissement du coupon qui peut, au terme, ne pas permettre d'obtenir le rendement prévu. Pour éviter ce risque, l'assureur doit donc imputer les bénéfices liés aux plus values et alimenter les réserves. On voit donc que la réserve de capitalisation, en neutralisant les plus ou moins values réalisées sur les placements, permet de réaliser des arbitrages et d'adapter les taux de rendement du portefeuille obligataire au taux de marché.

Toutefois, la réserve de capitalisation n'est pas destinée à faire face aux rachats massifs des contrats en cas de hausse des taux. Si les assurés rachètent leurs contrats, l'assureur est obligé de vendre ses actifs en moins value et les réserves sont vite épuisées. Il faut donc que l'assureur pense à changer le profil du passif du bilan pour décourager les assurés de quitter leurs contrats. On va consacrer la première partie de cette section aux astuces contractuelles qui permettent de déformer la fonction d'utilité des assurés en les incitant de garder leurs contrats jusqu'à l'échéance.

La deuxième voie de protection contre le risque de taux consiste à agir sur les éléments d'actif du bilan en recherchant sur le marché les instruments financiers efficaces pour couvrir le risque induit par les options cachées.

2.1. Les moyens d'action sur le passif du bilan.

Ces moyens visent à déformer la courbe de fonction d'utilité des assurés afin de les décourager de racheter leurs contrats et diminuer donc l'impact négatif de l'option de vente américaine sur la sensibilité du bilan.

Ils incluent les mesures imposées par la loi telles que la fiscalité des produits d'assurance vie ou la constitution des réserves de capitalisation et les moyens contractuels tels que les garanties de fidélité et pénalité de sortie.

2.1.1. Régime fiscal d'assurance vie.

Le régime fiscal des contrats d'assurance vie, au moins avant 1998, était établi d'une manière à favoriser une épargne de longue durée. Il est soumis à l'article 125-O-A du Code Générale des Impôts : les revenus des contrats d'assurance sont imposables (comme l'impôt sur revenu des personnes physiques) selon 2 modalités :

- en fonction du taux d'imposition de la tranche dans laquelle se situe contribuable ;
- sur option, selon un taux de prélèvement libératoire.

Ce dernier taux dépend de la date de souscription du contrat. Pour les contrats souscrits depuis le 1er janvier 1990 et avant 25 septembre 1997, on a les taux suivants :

Durée du contrat	0-4 ans	4-8 ans	plus de 8 ans
Taux d'imposition	35%	15%	0%

Rappelons que seulement les produits et non les capitaux souscrits sont imposables. Les produits des contrats sont capitalisés par le mécanisme de constitution des provisions mathématiques et ne sont distribués aux ayant droit qu'à l'échéance du

contrat ou en cas de rachat. Le régime fiscal favorisait donc une épargne longue (plus de 8 ans) et défavorisait les rachats anticipés des contrats avant 8 ans. A l'imposition proprement dite, s'ajoutent les taxes supplémentaires (CSG, contributions sur les revenus du capital) qui augmentent le taux d'imposition d'environ 4.5% tant que le délai d'exonération n'est pas atteint. Si on compare le régime fiscal récent en France avec celui des autres pays européens, on verra que les assureurs étrangers sont mieux protégés contre le risque de rachat. Par exemple en Allemagne, l'exonération des produits d'assurance ne commence qu'à partir de 10 ans de détention des contrats et en Grande Bretagne, à partir de 12 ans²⁵. Les conséquences du régime fiscal français extrêmement favorable aux assurés sont l'orientation de l'épargne vers les produits liquides à moyen terme plutôt qu'à long terme (dizaine d'années contre 20 ans en Allemagne ou en Grande Bretagne) et donc sa plus grande instabilité.

L'incidence du frottement fiscal sur les rachats peut être illustrée sur notre exemple de la section précédente. Supposons que la société émet les contrats pour 100 000 de durée de 8 ans et garanti le taux de 4.5%. Elle investit les primes reçues dans les obligations de 30000 et 70000 avec les coupons annuels de 9.5 et 9%.

Supposons que dans un an le taux de marché monte jusqu'à 4.6%. Les assurés, s'ils sont rationnels, vont racheter leurs contrats. En effet, au bout de 1 an les provisions mathématiques correspondant au contrat valent :

$$\text{Capital} = 100000 * (1 + 0.045) = 104500$$

plus la participation aux bénéfices :

$$\text{PB} = 0.85(\text{Actif} - \text{Capital garanti}) = 0.85 (30000 * 9.5\% + 70000 * 9\% - 104500) = 3925.$$

$$\text{Prov. mat.} = 104\ 500 + 3925 = 108\ 425.5$$

Si l'assuré garde son contrat il aura au bout de 8 ans :

$$108\ 425.8(1 + 0.045)^7 = 147\ 588.$$

²⁵ J. Le Pape, G. Leroy « Assurance vie et fonds de pension. Analyse financière et actuarielle » Ed. l'Assurance Française, 1995, p. 270.

S'il rachète son contrat pour réinvestir les fonds obtenus au nouveau taux de marché, il aura

$$108\,425.8 (1 + 0.46)^7 = 148\,580.75$$

Le gain de l'assuré dans le dernier cas est évident.

Introduisons maintenant dans nos développements les effets fiscaux. Si l'assuré rachète son contrat au bout d'un an, il sera imposé sur les bénéfices de son contrat au taux de $35\% + 4.5\% \approx 40\%$.

La valeur de son contrat au bout d'un an n'est plus 108 452.5, mais égale à $104500 + 3952 * 40\% = 106\,871$.

Même si l'assuré réinvesti les sommes reçues au taux supérieur que celui qui était garanti par son premier contrat, son bénéfice au bout de 8 ans est égal à :

$$106\,871 * (1 + 0.046)^7 = 146\,413$$

ce qui est inférieur au gain qu'il recevrait en gardant son contrat initial.

On peut calculer le taux de marché r à partir duquel il serait profitable pour les assurés de racheter leurs contrats :

$$147\,588 < 106871(1+r)^7$$

$$r > 4.7\%.$$

Le rachat ne devient donc intéressant que si le taux de marché est supérieur à 4.7%.

On voit que le régime fiscal défavorise les sorties anticipées en cas de changement non significatif des taux. L'impact négatif de l'option de vente sur la sensibilité du bilan se trouve donc diminué.

Toutefois, la nouvelle loi²⁶ prévoit la suppression des avantages fiscaux des produits d'assurance vie : à partir de 1998, les produits des contrats d'assurance vie de plus de huit ans subiront un prélèvement libératoire de 7.5% (sauf intégration dans assiette de l'impôt sur le revenu). Cette nouvelle fiscalité s'applique, d'une part, aux contrats souscrits après le 25 septembre 1997 et, d'autre part, aux contrats en cours à cette date pour les produits acquis à compter de 25 septembre 98. En outre, le projet de loi prévoit la suppression des droits de succession dont l'assurance vie a bénéficié : seront imposées les sommes excédant 1 million de francs ou 30% du capital

²⁶ Loi de finances pour 1998 n°97-1269 du 30 décembre 1997.

successoral²⁷. Cette loi s'appliquera à tous les contrats existants quelle que soit la date de souscription.

Les conséquences de la suppression des avantages fiscaux frappent non seulement les assurés, mais aussi l'assureur, car il se trouve moins protégé contre l'option de rachat. En effet, en absence des avantages fiscaux, les souscripteurs voient leurs taux de privation diminuer et quitteront plus facilement leurs contrats avant terme. En outre, on peut prévoir une diminution des nouveaux flux, surtout de la part de la clientèle aisée : ceux-ci estiment que « les règles ne sont plus stables et ne souhaitent plus s'engager dans une opération d'épargne à long terme »²⁸.

2.1.2. Garantie de fidélité.

Garantie de fidélité représente un autre moyen d'influence sur le comportement des assurés, car elle les incite à ne pas arbitrer leurs contrats en leur donnant une espérance de gain supérieure s'ils vont jusqu'à terme de leurs contrats. La notion de garantie de fidélité est apparue dans le code d'assurances seulement en 1993 par les décrets de 19 mars (Article R 132-1) :

« Pour l'application du présent article, la provision mathématique ne tient pas compte des éventuelles garanties de fidélité non exigibles par assuré au moment du rachat. Ces garanties doivent être explicitement décrites dans le contrat et clairement distinguées de la garantie qui en est l'objet principal. »

A partir de cet alinéa on peut déjà faire quelques remarques :

- la garantie de fidélité est définie en terme de garantie, ainsi, une fois introduite dans le contrat, elle doit être provisionnée soit par un prélèvement sur les versements, soit par la partie de la participation aux bénéfices ;

- la garantie de fidélité se présente donc comme une pénalité en cas de rachat. A la différence des sanctions fiscales en cas de rachat avant 8 ans, cette pénalité n'a pas de limites dans la durée et fonctionne pendant toute la durée du contrat jusqu'à son échéance.

²⁷ Le journal de finances, 5 septembre 1998, p. 5.

²⁸ Epargne : objectif retraite. J.P. Begon Lours, Ph. Mathouillet, Banque n°587, déc. 97.

La garantie de fidélité a un double effet positif sur la stabilité de l'épargne, car d'une part, elle diminue l'incitation de rachat en augmentant le taux de privation²⁹, et d'autre part, elle joue un rôle régulateur en cas des rachats massifs des contrats.

En effet, si le taux de marché monte et la partie des assurés rachète leurs contrats, elle se trouve privée des avantages de la garantie de fidélité. Cette garantie étant provisionnée, les assurés restants voient leur rémunération augmenter. Plus il y a des rachats, plus le transfert de rémunération au profit des clients fidèles est significatif. Les assurés restants voient donc leur taux de privation s'accroître et sont de moins en moins incités de racheter leurs contrats.

2.1.3. La provision pour participation aux bénéfices.

Le mécanisme de la participation aux bénéfices permet de créer un autre outil de fidélisation des clients, indépendamment de la garantie de fidélité. L'idée est de différer dans le temps l'affectation de la participation aux bénéfices. Rappelons que si l'assureur est obligé de distribuer au moins 85% des bénéfices, il n'existe aucune restriction sur la mode de répartition des bénéfices entre les contrats, il peut donc différer la répartition des bénéfices entre les différentes générations des contrats. En outre, l'assouplissement des règles en mars 1993 a permis non seulement le lissage entre les différentes générations des contrats, mais aussi le lissage dans le temps. L'article A 132-7 dit :

Le montant des participations aux bénéfices peut être affecté directement aux provisions mathématiques ou porté, partiellement ou totalement, à la provision pour participation aux excédents. Les sommes portées à cette provision sont affectées à la provision mathématique ou versées aux souscripteurs au cours des huit exercices suivant celui au titre duquel elles ont été portées à la provision pour participation aux excédents.

²⁹ taux minimum de remplacement à partir duquel l'assuré a intérêt de racheter son contrat (pour plus de détails voir **E. Bodin, F. Cosset, F. Lagier** « Immunisation Contre le Risque de Taux par une Garantie de Fidélité », mémoire présenté pour l'obtention du Diplôme de l'Institut des Actuaire Français en 1994.

La provision aux excédents permet donc le lissage des résultats en mutualisant les résultats de huit années, ce qui rend possible d'une part de distribuer les revenus plus réguliers et adaptés au taux de marché, et d'autre part, d'introduire le mécanisme de fidélisation en distribuant le montant de participation au terme et en faisant les différenciations entre les générations.

2.1.4. Pénalité de sortie.

L'assureur peut prévoir dans le contrat une pénalité en cas de rachat de contrat. Elle ne peut pas cependant excéder 5% de la provision mathématique associée au contrat pendant les dix premières années et doit être nulle au-delà (article R-331-5). La plupart des contrats ne prévoient d'ailleurs aucune pénalité, pour des considérations commerciales³⁰.

³⁰ Le Guide Vie Panorama des Produits d'Assurance Vie et de Capitalisation. L'Argus Editions, 1994.

2.2. Les moyens d'action sur l'actif du bilan.

2.2.1. Les exigences réglementaires concernant les placements.

Les choix des actifs des sociétés d'assurance vie sont largement déterminés par les règles prudentielles imposées par le législateur. Pour éviter le risque de défaillance des émetteurs (risque de contrepartie), la réglementation oriente les placements vers les actifs surs et diversifiés. On peut résumer ces contraintes (les plafonds imposés) comme suit (Article R332-2) :

	Catégorie d'actif	Par émetteur d'actif
Titres cotés		
Obligations	100%	Etat : 100% Autres : 5%
Actions	65%	5%
Titres non cotés		
Actions des sociétés d'assurances	5%	5%
Actions des autres sociétés		0.5%
Prêts	10%	0.5%
Immobilier	40%	10%

On peut remarquer que les plafonds d'investissement varient très fortement par type d'actif : de 5% pour les actions des sociétés non cotées (et 0.5% par émetteur) jusqu'à 100% (absence de limitation) pour les obligations d'Etat. Il en résulte qu'en moyenne, 64% des placements des assureurs vie se font en obligations (voir tableau page 20).

Pour gérer la rentabilité des actifs, la loi a prévu la constitution de réserves de capitalisation : comme les placements des sociétés d'assurance vie se composent essentiellement d'obligations, elles courent le risque du rendement à long terme. Le mécanisme de la réserve impose la récupération des plus-values dans la réserve de capitalisation (pour ne pas distribuer immédiatement les plus-values et éviter ainsi le risque de réinvestissement en cas de baisse de taux) et à l'inverse, prélèvement sur la

réserve de capitalisation en cas de réalisation en moins-values. La réserve de capitalisation permet donc le maintien de rendement de l'actif tout au long de la vie du contrat.

A côté de la réserve de capitalisation, qui ne concerne que les actifs obligataires, la législation a prévu la constitution de la provision pour aléas financiers qui prend en compte le rendement de l'ensemble des actifs. On calcule les produits financiers dégagés par les placements de la société et on en déduit le rendement financier de l'actif. Si 80% du rendement de l'actif est inférieur au taux d'intérêt garanti, l'assureur doit constituer une provision pour aléas financiers.

Comme nous l'avons déjà remarqué, la réserve de capitalisation n'est pas une bonne protection contre le risque de rachat, car d'une part, elle est vite épuisée, et d'autre part, son utilisation est limitée par le taux garanti qui empêche l'adaptation au taux de marché en cas de baisse. La provision pour les aléas financiers n'est pas un élément régulateur, car elle est constituée en cas de baisse brutale de rendement et il n'existe pas de lissage symétrique en cas de hausse.

L'assureur doit donc penser à d'autres moyens de protection contre le risque de taux qu'il court. Les marchés des obligations et des actions avec les différentes options et le marché des produits dérivés présentent des possibilités immenses.

2.2.2. Les instruments financiers de gestion du risque de taux.

- **Les obligations**

Le fait que l'assureur garanti le taux minimal du rendement des contrats associé à une clause de rachat qui assure aux clients la valeur de remboursement très proche aux provisions mathématiques, ainsi que les règles prudentielles d'investissement obligent l'assureur de composer son portefeuille en grande partie en obligations.

Les obligations ont des flux (remboursement du capital plus les coupons) dont les montants et les échéances sont fixés d'avance et semblent être un instrument financier sans risque. Ceci est vrai si on résume en termes de rendement actuariel à l'émission : le taux de rendement à l'émission est égal à la somme actualisée du flux d'investissement et des flux futurs de retour. Cependant, ce taux n'est presque jamais égal au taux de rendement d'une obligation ex-post (à l'échéance) ou en cas de revente.

En effet, le taux ex-post dépend du taux de réinvestissement des coupons tout au long de l'opération. Il est égal au taux ex-ante si seulement les conditions du marché restent inchangées et les coupons sont replacés au taux de rendement actuariel à l'émission. En réalité, les conditions futures de réinvestissement sont inconnues et se font suivant les taux en vigueur aux moments des différentes échéances. En cas de revente, le prix d'une obligation est calculé en fonction des flux futurs qui sont évalués selon les conditions du marché au moment de revente. Le vendeur se trouve donc exposé au risque de taux s'il détient les obligations à taux fixe.

L'assureur peut neutraliser significativement les risques encourus pendant la durée du placement en achetant une obligation avec une clause d'ajustement périodique du taux d'intérêt servi : l'obligation à taux variable (si le coupon est calculé quelques semaines avant son échéance) ou à taux révisable (si le coupon est calculé avant qu'il ne commence à courir). Les taux de référence sont soit les taux monétaires (TMP, TMM...), soit les taux de référence obligataire (TMO, TME...). Beaucoup d'obligations sont assorties d'options : les variations des taux sont souvent bornées par un taux minimal garanti. Ainsi, l'assureur peut profiter de la hausse des taux et servir aux assurés le rendement proche du marché tout en se protégeant contre la baisse. Il peut être sûr donc de pouvoir payer le taux garanti aux assurés.

Il existe sur le marché depuis le 1986 les obligations à réinvestissement optionnel des coupons qui permettent de supprimer le risque lié au réinvestissement. Ces titres permettent à l'assureur pendant un certain nombre d'années avant l'échéance, de choisir entre le versement du coupon en espèces ou son paiement sous la forme de nouvelles obligations analogues à celles de l'émission d'origine. Ils peuvent donc être très attrayants pour les investisseurs de la compagnie d'assurance dans le contexte de baisse des taux.

Pour faire face à des rachats des contrats l'assureur peut également prévoir dans son portefeuille les obligations à durée variable, par exemple, les obligations à fenêtres. Elles se caractérisent par une durée normale longue (15 à 18 ans) et par la présence d'options de remboursement anticipé (avec la pénalité sous la forme d'une réduction du dernier coupon). Ainsi, en cas de forte hausse de taux et des rachats en masse, l'assureur peut exercer son option et revendre des obligations à un prix connu d'avance

pour servir les assurés. Il peut aussi exercer son option pour réinvestir dans les actifs plus rentables.

- **F.R.A. (Future rate agreement).**

C'est un instrument qui permet de fixer le taux d'intérêt d'un placement (ou d'un emprunt futur) quelque soit l'évolution des taux. En vendant le contrat de F.R.A., l'assureur fixe le taux de son futur prêt et se couvre contre le risque de réinvestissement. Le différentiel de taux s'apprécie par rapport à un taux de référence, généralement PIBOR. A l'échéance, l'assureur reçoit (ou paie) une différence entre les intérêts calculés au taux de F.R.A. et les intérêts qu'il percevra réellement.

- **Forward /Forward.**

C'est un contrat analogue à F.R.A. : un placement à une date future convenue d'avance, pour une durée et à un taux déterminé à l'origine. la seule différence par rapport à F.R.A. est que les contreparties sont obligées d'échanger les flux de capitaux.

- **Swap de taux.**

C'est un contrat où les deux contreparties s'échangent des flux d'intérêts pour un montant et pour une durée déterminés. Les flux échangés sont des natures différentes : le taux fixe est échangé contre le taux variable. Par convention, l'acheteur de swap paie le taux fixe et reçoit le taux variable. Les taux de référence sont d'habitude :

- le taux annuel monétaire
- le PIBOR 3 mois
- le taux moyen mensuel du marché monétaire (T.4.M.)

Si par exemple l'assureur a un portefeuille d'obligations à taux fixe et veut se protéger contre une hausse de taux, il peut, au lieu de vendre les obligations en moins-value et réinvestir les sommes obtenues, acheter un swap de taux : il va échanger le taux fixe de son placement contre un taux variable. Bien sur, dans ce cas-là il paiera une prime. Si au contraire, l'assureur détient un actif à taux variable et qu'il anticipe une baisse de taux, il a alors intérêt à échanger le taux variable de son actif contre un taux fixe. Le swap de taux est donc un excellent moyen de modifier le type d'endettement : passer d'un taux fixe à un taux variable et à l'inverse.

- **Caps, floors et Collars.**

Les caps et floors sont les contrats privilégiés de la gestion du risque de taux . Un cap permet à son acquéreur, moyennant paiement d'une prime, de limiter le coût d'un emprunt (taux plafond) tout en conservant la possibilité de bénéficier d'une baisse de taux. Le floor est un instrument qui assure à son détenteur un taux plancher de placement pendant une certaine période. Collars sont obtenus par achats et ventes simultanées des caps et des floors.

Les instruments plus complexes, conçus pour couvrir les risques spécifiques à l'assurance vie, sont aussi disponibles sur le marché : par exemple les obligations associées de Step up Cap permettant de garantir un rendement supérieur à taux plancher. Supposons que la société d'assurance achète une obligation à taux fixe, OAT à 5% de durée 8 ans, et souhaite d'une part recevoir un taux minimum pour pouvoir faire face à ses engagements de taux minimum garanti, et d'autre part, se protéger contre la hausse de taux. Le mécanisme du Step up Cap est suivant : pendant les deux premières années la société reçoit les coupons à taux plancher, disons, 3.5%. Pendant les années suivantes, les coupons sont calculés en fonction de l'indice observé sur le marché (TEC10) :

$$\text{Coupon} = 3.5\% + 7 * \text{Pay-off}$$

$$\text{Pay-off} = \text{Max} [0, \text{TEC}_t - \text{Strike}_t]$$

où

$$\text{Strike}_t = \text{Min} [\text{Strike}_{t-1} ; \text{Taux}_{t-1}] + \text{Step up}.$$

On voit que pendant toute la durée du contrat, l'acheteur est sûr d'avoir le coupon égal à 3.5%. Par contre, à partir de la troisième année, sa rémunération peut augmenter considérablement en cas de hausse de taux. Supposons que le taux de référence est égal à 5% au début de la période et augmente de 0.5% dans deux ans. Le Step up fixé dans le contrat est égale à 0.2%. Ainsi, on obtient :

$$\text{Strike}_1 = \text{Min} (5\% + 0.2\% ; 5\%) + 0.2\% = \mathbf{5.2\%} ;$$

$$\text{Pay-off} = \text{Max} (0 ; 5.5\% - \mathbf{5.2\%}) = \mathbf{0.3\%} ;$$

$$\text{Coupon} = 3.5\% + 7 * \mathbf{0.3\%} = 5.6\%.$$

On voit que l'assureur reçoit le taux supérieur au taux de marché qui est égal à 5.5%. En distribuant ce taux aux assurés, il peut prévenir les sorties anticipées en cas de hausse de taux. Notons, que le Step up, en augmentant le Strike, joue en diminution

de la différence entre le Strike et le taux de marché et diminue les coupons distribués aux détenteurs de l'obligation. Ainsi, si l'indice TEC10 se stabilise autour de 5.5%, le coupon suivant que l'assureur va obtenir sera égal à 4.2%. Dans quelques périodes on va redescendre au taux garanti de 3.5%.

Step up Cap est un excellent moyen de se protéger contre une hausse brutale des taux en augmentant temporairement le rendement des actifs obligataires. L'écart entre le taux de rendement des actifs et le taux de marché se trouve diminué et l'assureur évite ainsi le risque le plus dangereux – la vague des rachats massifs.

Conclusion.

Dans le contexte actuel de l'intégration des marchés de capitaux, la volatilité des taux d'intérêt et le renforcement de la concurrence entre les institutions financières, les sociétés d'assurances sont conduites à revoir leurs techniques de gestion financière. Les variations brutales de l'environnement économique affectent à la fois l'actif (les placements) et passif (les engagements) des compagnies. A l'actif, le portefeuille obligataire, principal instrument des placements, est affecté directement par les mouvements de taux. Au passif, les engagements pris envers les assurés sont également sensibles aux taux d'intérêt « grâce » à des options cachées dans les contrats.

Dans ce mémoire nous avons considéré les contrats d'assurance vie en cas de vie et les risques qu'ils comportent dans le passif à cause des clauses contractuelles ou réglementaires associées à ces contrats. On a montré que les clauses telles que la responsabilité limitée des actionnaires, le taux minimum garanti aux assurés, l'obligation de distribuer au moins 85% de bénéfices financiers et le droit du rachat anticipé du contrat ont les conséquences financières similaires à celles des options et peuvent donc être considérées comme telles.

Cette approche optionnelle nous a permis de décomposer le bilan de la société d'assurance vie en obligation qui correspond à un engagement de l'assureur de payer le taux garanti aux assurés, et en quelques options détenues par les assurés ou les actionnaires. Le modèle présenté peut paraître un peu rapide. Ainsi, nous n'avons pas pris en compte dans nos calculs les pénalités fiscales en cas de sortie anticipée et l'exonération des droits de succession, une option très importante qui joue en diminution de la valeur l'option de vente correspondant à la clause de rachat. Les hypothèses que nous avons adoptées pour le comportement des assurés et des actionnaires sont également très simplificatrices : aucune étude n'a pas été faite sur le comportement de rachat des assurés ou sur l'exercice de la responsabilité limitée des actionnaires. Pourtant, ce facteur comportemental joue un rôle primordial dans la détermination de la valeur des options cachées.

Malgré ces défauts, le modèle optionnel donne une vision très nette à la fois sur la nature des risques associés aux contrats d'assurance vie et sur les moyens de leur

couverture. Grâce à cette approche, nous avons pu étudier l'impact financier des clauses contractuelles sur la valeur du bilan, en utilisant les méthodes d'évaluation des options appropriées et en calculant la sensibilité du bilan. On a obtenu, que la présence des options cachées augmente significativement la sensibilité de la valeur actuarielle nette du bilan. Dans notre exemple avec les placements obligataires, on a trouvé que les options cachées changent même la nature de risque : le bilan simple (sans prise en compte des options) étant initialement exposé à la baisse de taux, est devenu exposé à la hausse si on intègre dans les calculs les valeurs des options.

On a vu que l'option la plus dangereuse est une clause de rachat anticipé : les assureurs vendent les produits avec une option de rachat à vue sans la tarifier explicitement, car l'assuré reçoit à tout moment le montant proche (aux pénalités fiscales près) à des provisions mathématiques associées à son contrat. La hausse des taux du marché peut déclencher la vague des rachats à cause de la différence entre le taux servi et les taux du marché. L'assureur peut être obligé alors de vendre son actif en moins-values qui vont amputer les résultats financiers.

Après avoir identifié les risques, nous avons exposé les moyens de les couvrir. On a proposé deux voies. Une consiste à contenir les vagues de rachats. Les pénalités de sortie, l'exonération des droits de succession et les garanties de fidélité jouent dans ce sens en augmentant le taux de privation des assurés en cas de sortie ou en faisant supporter le coût de l'option de rachat en partie par les assurés. Notons que les dernières réformes fiscales qui d'une part augmentent le taux d'imposition des contrats de durée supérieure de 8 ans et d'autre part plafonnent l'exonération des droits de succession, font disparaître les avantages accordés aux clients fidèles par rapport à ceux qui rachètent leurs contrats. Les assurés seront donc plus facilement incités de quitter leurs contrats en cas de mouvement des taux à la hausse. Ainsi, la garantie de fidélité reste un seul moyen régulateur qui joue encore son rôle et doit donc être utilisé d'avantage par les assureurs.

L'autre voie consiste à se procurer sur le marché de produits financiers adaptés aux engagements que les assureurs ont pris, compte tenu de leur durée, rémunérations contractuelles et leur liquidité. Ici, les possibilités sont nombreuses : tous types d'obligations (de durée variable, avec l'option de vente ou de réinvestissement, avec la rémunération conditionnée...), les instruments à terme et les instruments dérivés tels que

les options, les swaps, caps, floors sont à la disposition de l'investisseur souhaitant couvrir son risque de taux.

Bien sûr, il n'y a pas de voie à privilégier, tous les deux doivent être utilisées : en connaissant ses engagements et les risques associés, l'assureur doit s'attaquer à la cause principale des dangers - les rachats – en utilisant la première voie, et il doit savoir tenir le coup et diminuer les conséquences des rachats en utilisant la deuxième. La gestion coordonnée des actifs et passifs permet de faire face aux engagements envers des assurés tout en protégeant la marge de solvabilité et les fonds propres.

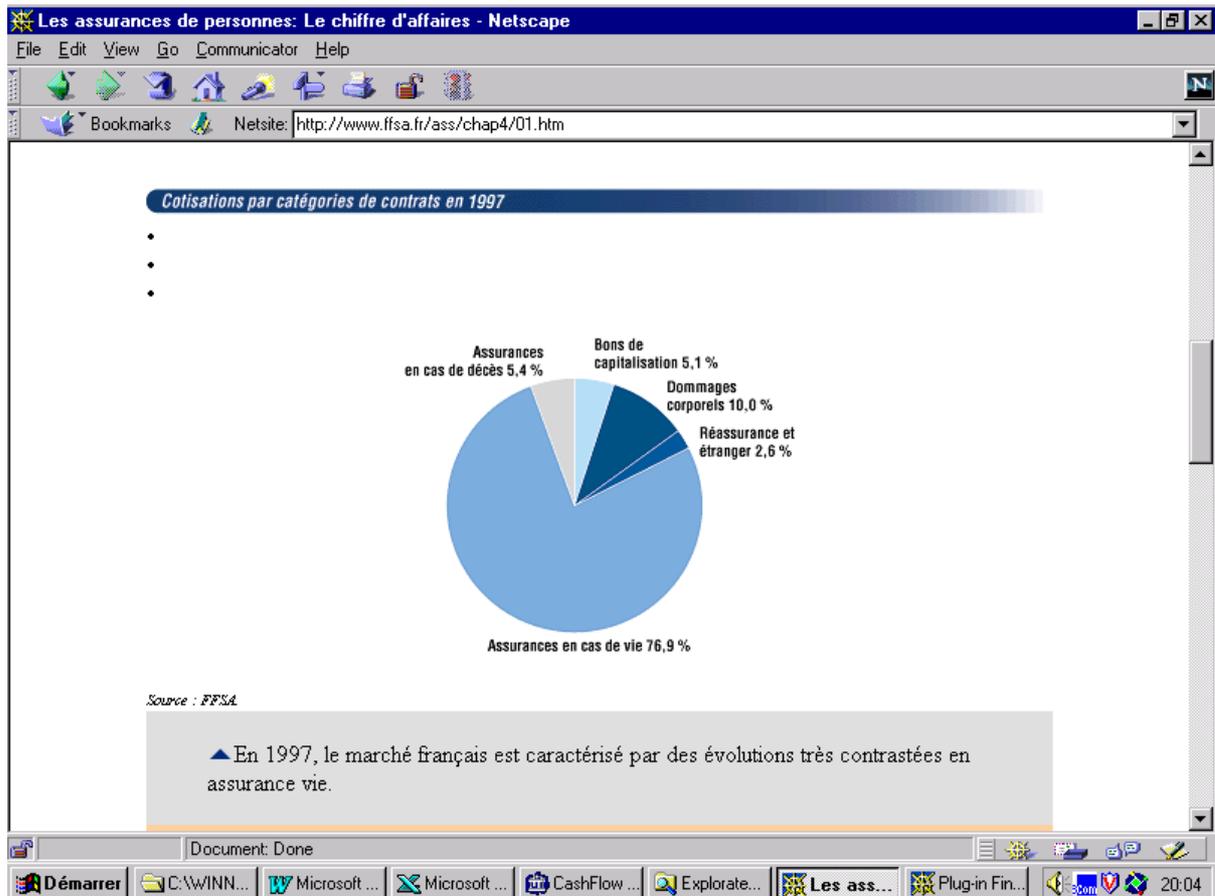
ANNEXES

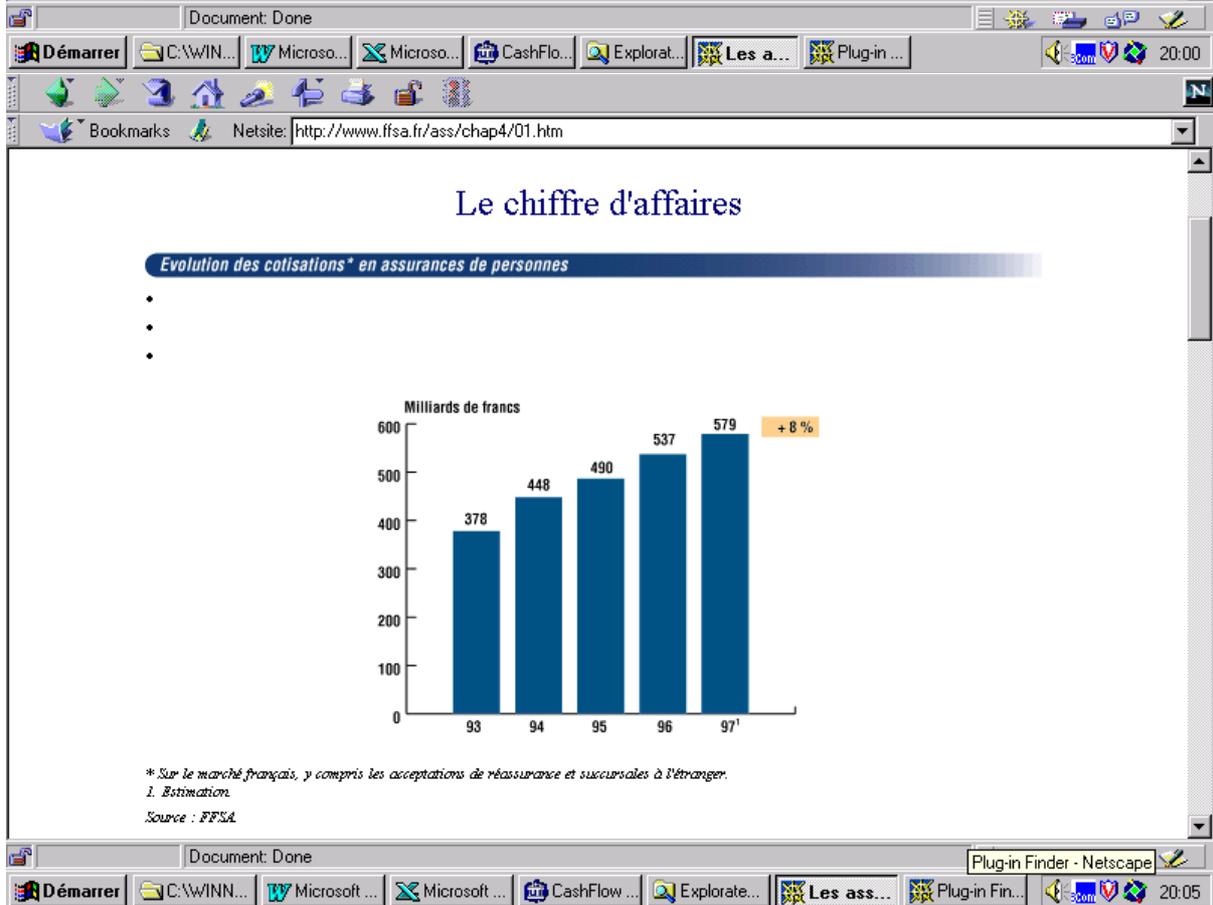
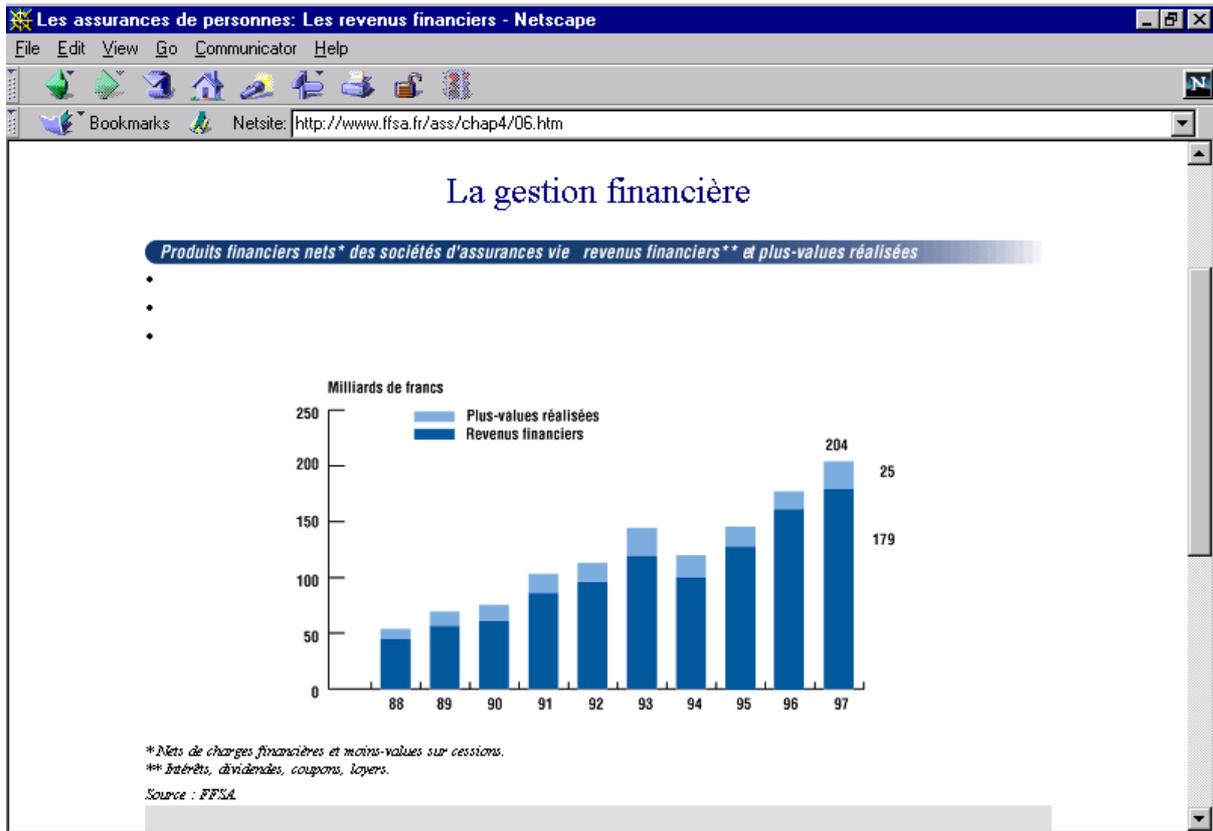
Annexe 2. Les données statistiques sur l'activité et résultats du secteur d'assurance vie.

Nombre d'entreprises d'assurances à la fin de 1997.

Sociétés agréées en France	<i>Vie</i>	<i>Mixtes</i>	<i>Dommmages</i>	<i>Total</i>
<i>Sociétés nationales</i>	2	1	3	6
<i>Sociétés anonymes</i>	88	22	147	257
<i>Mutuelles</i>	14	3	148	165
<i>Succursales hors EEE</i>	5	–	14	19
<i>Succursales de EEE</i>	9	2	85	96
<i>Total</i>	118	28	397	543

Source : Rapport Annuel FFSA : Assurance Française en 1997.





Les assurances de personnes: La solvabilité - Netscape

File Edit View Go Communicator Help

Bookmarks Netsite: <http://www.fsa.fr/ass/chap4/08.htm>

La solvabilité

Marge de solvabilité (fonds propres + plus-values latentes / provisions mathématiques)

-
-
-

Catégorie	Valeur (%)
Norme réglementaire européenne	4,0 %
Moyenne française 1997	13,2 % (soit 3 fois la marge réglementaire)

Source : FFSA

La marge de solvabilité moyenne du marché français se situe à un niveau très

Document: Done

Démarrer C:\WINN... Microsoft ... Microsoft ... CashFlow ... Explorate... Les ass... Plug-in Fin... 20:07

Annexe 3.

Calcul du prix de l'option d'achat selon le modèle de Black et Scholes (MatLab)

Données initiales

« variation de taux sans risque : de 0 à 1%, avec le pas 0.005 »

```
% r = [0.000 : 0.005 : 0.100];
```

```
r = 0.045;
```

« durée du contrat »

```
T = 8;
```

```
t = 0;
```

« volatilité (écart-type) du support »

```
v = 0.16;
```

« variation du prix d'exercice : du 20000 à 280 000 avec le pas 20 000 »

```
% E = [20000 : 20000 : 280000];
```

```
E = 144402;
```

```
% E = 800;
```

« espérance de l'actif-support »

```
mS = 137838;
```

« nombre d'itérations »

```
NN = 1000;
```

```
if length( r ) > 1
```

```
LL = length( r );
```

```
r = ones( [NN 1] ) * r;
```

```
else
```

```
LL = length( E );
```

```
E = ones( [NN 1] ) * E;
```

```
end
```

« générateur de la loi lognormale »

```
S = lognrnd( log(mS), v, [NN 1] ) * ones( [1 LL] );
```

```
% S = mS * ones( [NN 1] ) * ones( [1 LL] );
```

« Black et Scholes »

```
da = ( log( S ./ E ) + ( r + 0.5 * v^2 ) * ( T - t ) ) ...  
/ v / sqrt( T - t );
```

```
db = da - v * sqrt( T - t );
```

```
C = S .* ( 0.5 .* erf( da ./ sqrt( 2 ) ) + 0.5 ) ...
```

```
- E .* exp( -r*(T-t) ) .* ( 0.5 * erf( db ./ sqrt( 2 ) ) + 0.5 );
```

« prix de Call »

```
mC = mean( C )
```

Annexe 4. Calcul de l'option de participation aux bénéfices (Call)

Calcul de l'option d'achat de participation aux bénéfices

support S	137838
prix d'exercice E	145846
volatilité de support v	8.80%
durée T	8

taux sans risque r	0.041	0.046	0.051
Call	26 666.55	25 193.34	28 122.81
Option d'achat de PB*	22 666.57	21 414.34	23 904.39

$$Call(S, E, \sigma) = S n(d_1) - E e^{-r(T-t)} N(d_2) ;$$

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{E}\right) + \frac{\sigma^2}{2}(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}} ;$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T-t} .$$

*Option d'achat PB = 0.85 Call

Annexe 5.

Evaluation de l'option de rachat anticipée (put américaine)

durée(trim)	t	40	39	38	37	36
strike	K	5%	5%	5%	5%	5%
barrière	B	5%	5%	5%	5%	5%
taux court		3.50%	3.50%	3.50%	3.50%	3.50%
taux 10 ans	S	4.60%	4.60%	4.60%	4.60%	4.60%
volatilité	v	16%	16%	16%	16%	16%

taux_i	i	4.60%	4.57%	4.54%	4.51%	4.48%
df_i	$j=1/(1+i)^{(t/4)}$	0.638	0.647	0.656	0.665	0.674
a=S*F(d1)		2.759%	2.761%	2.756%	2.750%	2.744%
b=K*F(d2)		1.837%	1.850%	1.856%	1.862%	1.868%
caplet	c=a-b	0.923%	0.911%	0.900%	0.888%	0.877%
prime Call	p=c*j/4	0.15%	0.15%	0.15%	0.15%	0.15%
E		158407.40	156135.28	153919.02	151757.15	149648.26
primePut		0.15%	0.14%	0.14%	0.14%	0.14%

35	34	33	32	31	30	29
4.45%	4.42%	4.39%	4.60%	4.56%	4.52%	4.48%
0.683	0.692	0.702	0.698	0.708	0.718	0.728
2.74%	2.73%	2.73%	2.72%	2.71%	2.71%	2.70%
1.87%	1.88%	1.89%	1.89%	1.90%	1.91%	1.91%
0.86%	0.85%	0.84%	0.83%	0.81%	0.80%	0.79%
0.15%	0.15%	0.15%	0.14%	0.14%	0.14%	0.14%
147 590.98	145 583.99	143 626.00	144 484.20	142 404.75	140 382.35	138 415.44
0.14%	0.14%	0.14%	0.13%	0.13%	0.13%	0.13%

28	27	26	25	24	23	22
4.45%	4.41%	4.37%	4.33%	4.29%	4.25%	4.21%
0.738	0.747	0.757	0.767	0.777	0.787	0.797
2.69%	2.69%	2.68%	2.67%	2.67%	2.66%	2.65%
1.92%	1.93%	1.93%	1.94%	1.95%	1.96%	1.96%
0.78%	0.76%	0.75%	0.73%	0.72%	0.70%	0.69%
0.14%						
136502.48	134641.99	132832.53	131072.74	129361.26	127696.82	126078.17
0.13%	0.13%	0.13%	0.13%	0.13%	0.13%	0.13%

21	20	19	18	17	16	15
-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------

4.17%	4.14%	4.10%	4.06%	4.02%	3.98%	3.94%
0.807	0.817	0.826	0.836	0.846	0.855	0.865
2.65%	2.64%	2.63%	2.62%	2.61%	2.60%	2.60%
1.97%	1.98%	1.99%	2.00%	2.01%	2.02%	2.03%
0.67%	0.66%	0.64%	0.62%	0.61%	0.59%	0.57%
0.14%	0.13%	0.13%	0.13%	0.13%	0.13%	0.12%
124 504.11	122 973.47	121 485.14	120 038.03	118 631.09	117 263.31	115 933.71
0.13%	0.12%	0.12%	0.12%	0.12%	0.12%	0.11%

14	13	12	11	10	9	8
3.90%	3.87%	3.83%	3.79%	3.75%	3.71%	3.67%
0.875	0.884	0.893	0.903	0.912	0.921	0.930
2.59%	2.58%	2.57%	2.56%	2.55%	2.54%	2.52%
2.04%	2.05%	2.06%	2.07%	2.08%	2.09%	2.11%
0.55%	0.53%	0.51%	0.49%	0.47%	0.44%	0.42%
0.12%	0.12%	0.11%	0.11%	0.11%	0.10%	0.10%
114 641.35	113 385.32	112 164.74	110 978.75	109 826.53	108 707.29	107 620.26
0.11%	0.11%	0.10%	0.10%	0.10%	0.09%	0.09%

7	6	5	4	3	2	1
3.63%	3.59%	3.56%	3.52%	3.48%	3.44%	3.40%
0.939	0.948	0.957	0.966	0.975	0.983	0.992
2.51%	2.50%	2.49%	2.47%	2.46%	2.44%	2.42%
2.12%	2.14%	2.15%	2.17%	2.20%	2.23%	2.27%
0.39%	0.36%	0.33%	0.30%	0.26%	0.21%	0.15%
0.09%	0.09%	0.08%	0.07%	0.06%	0.05%	0.04%
106 564.71	105 539.91	104 545.18	103 579.85	102 643.28	101 734.84	100 853.94
0.08%	0.08%	0.07%	0.06%	0.05%	0.04%	0.03%

F la fonction de répartition de la loi normale centrée réduite

prix	somme des p	Call	put
10 ans	t=40 à 1		4.90%
8 ans	t=32 à 1		3.72%
5 ans	t=20 à 1		2.03%
3 ans	t=12 à 1		1.01%

Put	131 275.00
------------	-------------------

Bibliographie

Ouvrages

Pierre Devolder « Finance Stochastique » Editions de l'Université de Bruxelles, 1993.

J. Le Pape, G. Leroy « Assurance vie et fonds de pension. Analyse financière et actuarielle » Ed. l'Assurance Française, 1995.

AXA et Befec Price Waterhouse « Assurances. Comptabilité-Gestion-Finances » Ed. L'Argus, 1994.

M. Cozian, A. Viandier « Droit des Sociétés » Ed. Litec, 1994.

D. Lambert « Economie des assurances » Ed. Armand Collin/Masson, 1996.

G. Lamelot, J. Leriche « Assurance Vie », Ed. Delmas, 1994.

Louberge « Economie et Finance de l'Assurance et de la Réassurance », Dalloz, 1981.

Le Guide Vie Panorama des Produits d'Assurance Vie et de Capitalisation. L'Argus Editions, 1994.

Périodiques

P. Arthus « L'Epargne : Evolution, Flux, Comportements », Revue d'Economie Financière, n°42, Juillet 1997.

F. Black, M. Scholes « The pricing of options and corporate liabilities », Journal of Political Economy, 81, p. 637-659.

M. Brennan, E. Schwartz « The pricing of equity-linked life insurance policies with an asset value guarantee », Journal of Financial Economics, 3, 1976, p.195-213.

J.F. Boulier « Que valent les options cachées ? », Revue d'Economie Financière, 37, 1996, p.189-201.

E. Briys, F. de Varenne « On The Risk Of Life Insurance Liabilities Debunking Some Common Pitfalls », Conference AFFI, Genève 1996.

J. Cox, S. Ross « The Evaluation of Options for Alternative Stochastic Processes », Journal of Financial Economics, n°3, 1976, p.145-166.

J.J. Gollier « Inversion du Cycle », Risque n°17, 1994.

J.P. Laurent « Les Nouvelles Formes de Gestion d'Épargne : le Cadre Financier », Revue d'Économie Financière, n°42, Juillet 1997.

B. Lauterbach, P. Schultz « Pricing Warrants : An Empirical Study of the Black-Scholes Model and Its Alternatives », The Journal of Finance, vol. XLV, n°4, sep. 1990, p.1181-1200.

B. Lours, Ph. Mathouillet « Épargne : Objectif Retraite », Banque n°587, Dec. 1997.

W. Margrabe « The Value of an Option to Exchange One Asset For Another », Journal of Finance, 33, March 1978, p.177-186.

J. de la Martinière « Perspectives de l'Assurance Vie », Revue d'Économie Financière, n°42, Juillet 1997.

R. Merton « An Analytic Derivation of the Cost of Deposit Insurance and Loan Guaranties », Journal of Banking and Finance, 1, June 1977, p.3-11.

N. Mourgues « L'analyse du Financement de l'Entreprise Selon la Théorie des Options », Revue Française d'Économie, n°4, 1991, p.89-119.

Mémoires

E. Bodin, F. Cosset, F. Lagier « Immunisation Contre le Risque de Taux par une Garantie de Fidélité », mémoire présenté pour l'obtention du Diplôme de l'Institut des Actulaires Français en 1994.

Rapports

Rapport FFSA 1997 « L'assurance française. Les chiffres clés et tendances », <http://www.ffsa>.

OCDE Nouvelle Parutions « Annuaire des Statistiques d'Assurance », 1989-1996, <http://www.oecd>.

Rapport OCDE n°68 « Tendances des Marchés des Capitaux », déc. 1997, <http://www.oecd>.