



UNIVERSITÉ PARIS DAUPHINE

Département MIDO^(*)

MASTER MIDO^(*)

MENTION MMD^(**)

SPÉCIALITÉ ACTUARIAT

Année Universitaire : 2009-2010

Mémoire d'Actuariat présenté en **novembre 2010** devant l'Université Paris Dauphine et l'Institut des Actuaire

Par : **Claire LAMAZURE**

Tuteur : Michel PIERMAY

Sujet : **Conséquences de la cinquième étude quantitative d'impact sur la provision Best Estimate et les exigences de capital d'un contrat d'épargne en euros**

Entreprise d'accueil : FIXAGE ACTUARIAT

CONFIDENTIEL (2 ans)

JURY

Noms et prénoms des membres du Jury

fonctions / entreprise

(*) MIDO : Mathématiques, Informatiques, Décision, Organisation

(**) MMD : Mathématiques, Modélisation, Décision

Résumé

L'assurance vie est le placement qui attire le plus les Français. Parmi les contrats d'assurance vie, le support en euros offre à l'assuré un rendement minimal défini lors de la souscription. Pour faire face à ses engagements et couvrir les risques liés aux contrats, l'assureur doit, d'une part constituer une provision Best Estimate et, d'autre part disposer d'un capital appelé « capital de solvabilité ».

Ces exigences obéissent aux règles fixées par le projet Solvabilité II initié par la Commission Européenne. Ce projet vise notamment à renforcer l'harmonisation entre les systèmes de solvabilité qui s'imposent aux acteurs des marchés de l'assurance et à instaurer un système de solvabilité propre aux risques spécifiques des compagnies d'assurance. Différentes études quantitatives d'impact ont été menées avant de mettre en place les mesures d'exécution du pilier I. La version définitive de la cinquième étude quantitative d'impact a été publiée le 6 juillet 2010.

Une provision est une évaluation des engagements de l'assureur. La définition de la provision Best Estimate dans la Directive Solvabilité II est la suivante: « La meilleure estimation correspond à la moyenne pondérée par leur probabilité des flux de trésorerie futurs, compte tenu de la valeur temporelle de l'argent (valeur actuelle probable des flux de trésorerie), estimée sur la base de la courbe des taux sans risque pertinente ».

Après avoir présenté les principes du projet Solvabilité II ainsi que les caractéristiques des contrats d'assurance vie en euros, nous proposerons un outil permettant de calculer la provision Best Estimate d'un contrat d'épargne en euros. La modélisation est réalisée en adoptant une approche stochastique et en prenant en compte les interactions existant entre le passif et l'actif du bilan d'un assureur. Dans un deuxième temps, nous nous intéresserons aux risques liés aux contrats d'assurance vie étudiés en examinant l'impact des changements introduits par la cinquième étude quantitative d'impact.

Mots clés : provision Best Estimate, Solvabilité II, QIS 5, contrat d'épargne en euros, modélisation stochastique, prime d'illiquidité, exigences de capital de solvabilité.

Abstract

Life insurance is the favorite financial investment in France. Among life insurance contracts, contracts of saving provides a minimum return defined at the subscription. To confort contractual obligations and to be covered against risks, the insurance company has to form a provision Best Estimate and to hold a solvency requirement capital.

These requirements are specified by the project Solvency II, introduced by the European Commission. This project aims at a total reform of the current solvency system. Several quantitative impact studies have already been brought to fruition. The final version of the fifth quantitative impact study's technical specifications has been published on the sixth of July.

A provision is an evaluation of the insurer contractual obligations. The définition of the provision Best Estimate in the Solvency II Directive is : « The best estimate shall correspond to the probability-weighted average of future cash-flows, taking account of the time value of money (expected present value of future cash-flows), using the relevant risk-free interest rate term structure. »

After the pesentation of the Solvency II project principles as well as the characteristics of the contracts of saving, we present a modelisation which takes into account the interactions between the assets and liabilities of an insurer. Then we proceed to an analysis of results. The goal is to tell the differences between the fourth and fifth quantitative impact studies.

Keywords : provision Best Estimate, Solvency II, QIS 5, saving contracts, stochastic modeling, illiquidity premium, solvency capital requirement.

Remerciements

Je tiens à remercier Michel PIERMAY de m'avoir accueilli au sein Fixage Actuariat et permis de réaliser mon stage au sein de son cabinet. Merci également pour toute l'aide qu'il m'a apporté.

Je voudrais remercier tout particulièrement Catharine RAJASUNDRAM et Dorothée BARY pour leur aide précieuse, et leur disponibilité tout au long de mon stage. De même je tiens à remercier toutes les personnes qui ont contribué à ce que ce stage soit une réussite aussi bien sur le plan professionnel que sur le plan humain.

Sommaire

<i>Résumé</i>	<i>3</i>
<i>Abstract</i>	<i>4</i>
<i>Remerciements</i>	<i>5</i>
<i>Sommaire</i>	<i>6</i>
<i>Introduction</i>	<i>9</i>

Partie I : La Directive Solvabilité II et les contrats d'assurance vie en euros

1	<i>L'arrivée du QIS 5 dans Solvabilité II</i>	<i>13</i>
1.1	Pourquoi réformer le système de solvabilité?	13
1.2	Les limites de Solvabilité I	13
1.3	Deux objectifs du projet Solvabilité II	14
1.3.1	Un système adapté au « marché unique » européen	14
1.3.2	Un système basé sur le contrôle des risques	14
1.4	L'organisation du projet Solvabilité II	15
1.5	La cinquième étude quantitative d'impact	17
2	<i>Les contrats d'épargne en euros</i>	<i>19</i>
2.1	Le cadre de l'assurance vie en France	19
2.2	Les caractéristiques des contrats d'assurance vie en euros	21
2.2.1	Les cotisations	21
2.2.2	Les frais	21
2.2.3	La garantie complémentaire en cas de décès	21
2.2.4	La possibilité de rachat ou d'avance	22
2.2.5	La revalorisation	22

Partie II : La provision Best Estimate et les exigences de capital d'un contrat d'assurance vie en euros

3	<i>La définition de la provision Best Estimate dans le QIS 5</i>	<i>25</i>
3.1	Différence entre la provision Best Estimate et les provisions comptables	25
3.1.1	L'évaluation basée sur les principes de coût historique, de la continuité d'exploitation et prudence comptable	25
3.1.2	L'évaluation en « fair value » visant à estimer la valeur de marché des actifs et la valeur actuelle des engagements aux taux de marché	26
3.2	Les provisions techniques dans le bilan prudentiel	26

3.3	Les précisions apportées par le QIS 5	27
3.3.1	Calcul brut de réassurance	27
3.3.2	Choix du taux d'actualisation et introduction d'une prime d'illiquidité	27
3.3.3	Prise en compte des primes futures	29
3.3.4	Segmentation des contrats d'assurance vie	30
3.3.5	Frais de gestion à prendre en compte	31
3.3.6	Les options et garanties financières à prendre en compte	32
3.4	Les Orientations Nationales Complémentaires du QIS 5	32
3.4.1	Le Best Estimate Garanti et les participations aux bénéfices futures discrétionnaires	33
3.4.2	Les rachats structurels et conjoncturels	34
3.5	L'évaluation du Best Estimate d'un contrat en euros	36
3.5.1	Simulation du taux de revalorisation annuel d'un contrat euro au cours des années à venir	36
3.5.2	Simulation du taux de rachat au cours des années à venir	38
4	Les exigences de capital selon le QIS 5	40
4.1	La formule standard proposée dans le QIS 5	41
4.2	L'exigence de capital liée à l'activité d'assurance vie	42
4.2.1	Risque de mortalité	42
4.2.2	Risque de rachat	43
4.2.3	Risque de frais	44
4.2.4	Risque catastrophe	44
4.3	L'exigence de capital liée au risque de marché	45
4.3.1	Risque de taux d'intérêt	45
4.3.2	Risque de spread	47
4.3.3	Risque de prime d'illiquidité	48
Partie III : Application au contrat en euros étudié		
5	Le rôle du générateur de scénarios économiques dans le calcul de la Provision Best Estimate	51
5.1	Qu'est-ce qu'un générateur de scénarios économiques ?	51
5.2	L'univers « risque-neutre »	52
5.3	Modélisation des taux courts nominaux	52
5.4	Génération de la courbe des taux nominaux	53
5.4.1	Définition	53
5.4.2	Le modèle de Vasicek à deux facteurs	53
5.4.3	Construction de la courbe des taux nominaux	54
5.5	Modélisation des spreads de crédits	55
5.6	Modélisation de l'inflation	55

6	Le calcul de la Provision Best Estimate	56
6.1	Les étapes de calcul	57
6.2	Projection du portefeuille de contrat hors revalorisations futures et rachats conjoncturels	58
6.2.1	Le contrat d'assurance vie en euros étudié	58
6.2.2	Les hypothèses de projection	59
6.2.3	La projection du portefeuille de contrats d'épargne	59
6.3	Projection du portefeuille de placements détenu au 31/12/2009 et des obligations nouvelle génération	63
6.3.1	Valeur de marché et comptable au 31/12/2009	64
6.3.2	Projection des obligations détenues au 31/12/2009	66
6.3.3	Projection des obligations nouvelle génération	69
6.4	Détermination du taux servi et projection des flux de passif avec prise en compte des rachats conjoncturels et de la revalorisation	69
6.4.1	Génération des flux de prestations et de frais avec prise en compte des rachats conjoncturels et de la revalorisation.	70
6.4.2	Détermination du taux servi : l'ajustement actif-passif	75
7	Analyse des résultats	82
7.1	La Provision Best Estimate selon les principes du QIS 5	82
7.1.1	Le Best Estimate Garanti et les <i>Future Discretionary Benefits</i>	82
7.1.2	Etude de la convergence	83
7.1.3	Intervalle de confiance de la Provision Best Estimate	83
7.1.4	Evolution des rachats conjoncturels selon le taux moyen des emprunts d'Etat et le taux servi	85
7.2	L'effet d'absorption par les participations aux bénéfices	86
7.3	Conséquences des principes du QIS 5 sur les exigences de capital et la partie garantie du Best Estimate	87
7.3.1	Best Estimate Garanti	88
7.3.2	Risque de mortalité	89
7.3.3	Risque de frais	91
7.3.4	Risque de rachat	92
7.3.5	Risque catastrophe	93
7.3.6	Risque de taux d'intérêt	94
7.3.7	Risque de spread	96
7.3.8	Risque de prime d'illiquidité	99
Conclusion		100
Bibliographie		101

Introduction

L'assurance vie, offrant le meilleur ratio entre risques et rémunération, est le produit d'épargne qui répond le mieux aux attentes des français. En 2009, nous comptons plus de 13 millions de détenteurs d'assurance vie en France. Parmi ces contrats d'épargne, les supports en euros garantissent un rendement minimal défini lors de la souscription et des avantages fiscaux. Malgré un rendement en baisse de 0,3 points en 2009 (3,7% contre 4% en 2008), les supports en euros ont toujours la faveur des épargnants. Ils sont plus rentables que le Livret A, remonté à 1,75%, et les emprunts d'Etat sur 10 ans dont le rendement est tombé à 3%. Le rendement attribué chaque année est définitivement acquis grâce à l'effet cliquet et les épargnants peuvent retirer leur argent à tout moment sans pénalité financière et bénéficier d'avantages fiscaux après 8 ans.

A l'opposé de cette simplicité d'utilisation pour les assurés, la gestion pour les assureurs est très complexe. Les versements effectués par les assurés sont placés principalement en emprunts d'Etat et en obligations corporate. L'assureur doit assumer tous les risques inhérents au contrat pour que l'assuré n'en porte aucun : Il est important que l'assuré puisse compter sur la solvabilité de l'assureur.

La réglementation des assurances en matière de solvabilité est au cœur de l'actualité avec la mise en place de la Directive Solvabilité II en janvier 2013. Ce projet, initié par la Commission Européenne, a deux objectifs principaux : l'harmonisation entre les systèmes de solvabilité qui s'imposent aux acteurs des marchés de l'assurance et la comptabilisation de tous les risques auxquels sont exposés les assureurs.

La cinquième étude quantitative d'impact (QIS 5) du projet Solvabilité II, dont l'échéance est fixée à fin octobre 2010, est la dernière d'une série d'études qui vont permettre « d'établir et d'étalonner avec précision les mesures d'exécution de la Directive, explique Michel Barnier, Commissaire en charge du Marché Intérieur et des Services Financiers. Nous avons besoin de données fiables, complètes et représentatives ». Elle va permettre de définir un nouveau niveau de capital, dit de solvabilité, de manière à prendre en compte les risques portés par l'assureur.

L'assureur doit pouvoir faire face à ses engagements et avoir une richesse suffisante en cas de situation défavorable.

Le bilan économique de l'assureur doit refléter son profil de risque. Pour cela, l'actif doit être évalué en valeur de marché et le passif doit être cohérent avec le marché. La « fair value » (juste valeur) du passif correspond à la provision Best Estimate évaluée selon une approche stochastique : moyenne sur un grand nombre de scénarios de flux de prestations et de frais futurs actualisés.

Les contrats d'assurance vie en euros contiennent des options cachées telles que la possibilité de rachat à tout moment par l'assuré pendant la durée de vie de son contrat. L'assuré cherche à obtenir le meilleur rendement possible sur son épargne. Lorsque le taux de rendement que lui verse l'assureur n'est pas suffisant face à ce que propose la concurrence, l'assuré va racheter son contrat pour investir son épargne dans un produit plus rentable. Ainsi, ces rachats, appelés rachats conjoncturels, sont liés à la faiblesse des participations bénéficiaires que reçoit l'assuré. Par ailleurs, la politique de taux servi définie par l'assureur est fonction de la performance de son actif. La gestion de son actif, qui dépend également des prestations à verser, est donc un point clé pour l'assureur. Là réside la difficulté de la modélisation réalisée : l'interaction existant entre le passif et l'actif de l'assureur. Les contrats d'épargne en euros sont soumis à des risques propres à l'assurance vie et aux risques de marché. La Directive Solvabilité II met en place une formule standard permettant de déterminer l'exigence de capital requis afin de couvrir l'exposition de l'assureur aux risques. Des modifications de la formule standard ont été apportées suite aux résultats de la quatrième étude quantitative d'impact réalisée au cours de l'été 2008.

Ce mémoire doit répondre à la question suivante : **Quel est l'impact des changements introduits par la cinquième étude quantitative d'impact sur les contrats d'assurance vie en euros ?** Pour répondre à cette question, nous procéderons en trois étapes.

Dans un premier temps, nous décrirons plus en détail les principes de Solvabilité II ainsi que les caractéristiques des contrats d'assurance vie.

En deuxième lieu, nous nous intéresserons aux principes à respecter lors du calcul de la provision Best Estimate selon les spécifications techniques du QIS 5. Cette partie sera également l'occasion de présenter le calcul de l'exigence de capital selon la formule standard pour les risques d'assurance vie et de marché.

Dans une dernière partie, nous présenterons la modélisation réalisée pour le calcul de la provision Best Estimate du contrat d'épargne en euros étudié. L'outil développé prend en compte les interactions actif-passif et permet de déterminer les exigences de capital permettant de couvrir les risques liés au contrat étudié. Puis nous analyserons les résultats obtenus en nous intéressant plus particulièrement aux changements intervenus depuis la quatrième étude quantitative d'impact.

PARTIE I :

**La Directive Solvabilité II et les contrats
d'assurance vie en euros**

1 L'arrivée du QIS 5 dans Solvabilité II

1.1 Pourquoi réformer le système de solvabilité?

La Commission Européenne a lancé en 2000 l'ambitieux projet de réformer le système de contrôle de la solvabilité des assureurs européens.

Cette décision pouvait apparaître paradoxale dans la mesure où Solvabilité I s'était montré efficace et avait permis d'absorber des chocs exceptionnels depuis 1973 (effondrement des marchés, réduction de l'activité économique, augmentation de la sinistralité, ...). Contrairement à d'autres marchés sévèrement touchés (Japon, Australie, USA), peu de compagnies européennes ont fait faillite.

Cependant, ce bilan favorable peut être en partie expliqué par la conjoncture financière (baisse quasi continue des taux longs depuis 1982) qui a généré de nombreux surplus (plus-values latentes comptables) dans les pays comptabilisant les actifs au coût historique sans revalorisation des passifs en fonction du niveau des taux.

1.2 Les limites de Solvabilité I

La Commission Européenne a relevé les nombreuses limites de Solvabilité I :

- Solvabilité I ne couvre pas les risques de mauvaise gestion or la mauvaise gestion est la cause principale des faillites des assureurs. En effet, cela peut conduire à une dégradation grave de la situation financière.
- Solvabilité I est un système qui n'est pas adapté aux spécificités de chaque compagnie.

1.3 Deux objectifs du projet Solvabilité II

1.3.1 Un système adapté au « marché unique » européen

L'application de Solvabilité I n'est pas homogène au sein de l'Union Européenne. Par exemple, certains pays, comme la Finlande et le Royaume-Uni imposent des contraintes complémentaires à leurs assureurs.

La France a, de son côté, mis en place des stress-tests de manière à intégrer des éléments prospectifs dans la surveillance des compagnies d'assurance.

Selon la Commission Européenne : *« les marchés d'assurance sont devenus plus concurrentiels, mais aussi plus concentrés et soumis à de nouveaux risques. L'élargissement de l'Europe a aboli progressivement les barrières réglementaires et le manque d'homogénéité entre les systèmes de solvabilité risque d'être un frein à la libre concurrence »*. Solvabilité II rétablit l'homogénéité de traitement pour tous les acteurs du marché unique européen.

1.3.2 Un système basé sur le contrôle des risques

L'un des principaux objectifs de Solvabilité II est d'établir un système de solvabilité qui soit plus adapté aux risques spécifiques qui pèsent sur les compagnies d'assurance.

Dans le nouveau régime, appelé "Solvabilité II", les assureurs devront prendre en compte tous les types de risques auxquels ils sont exposés.

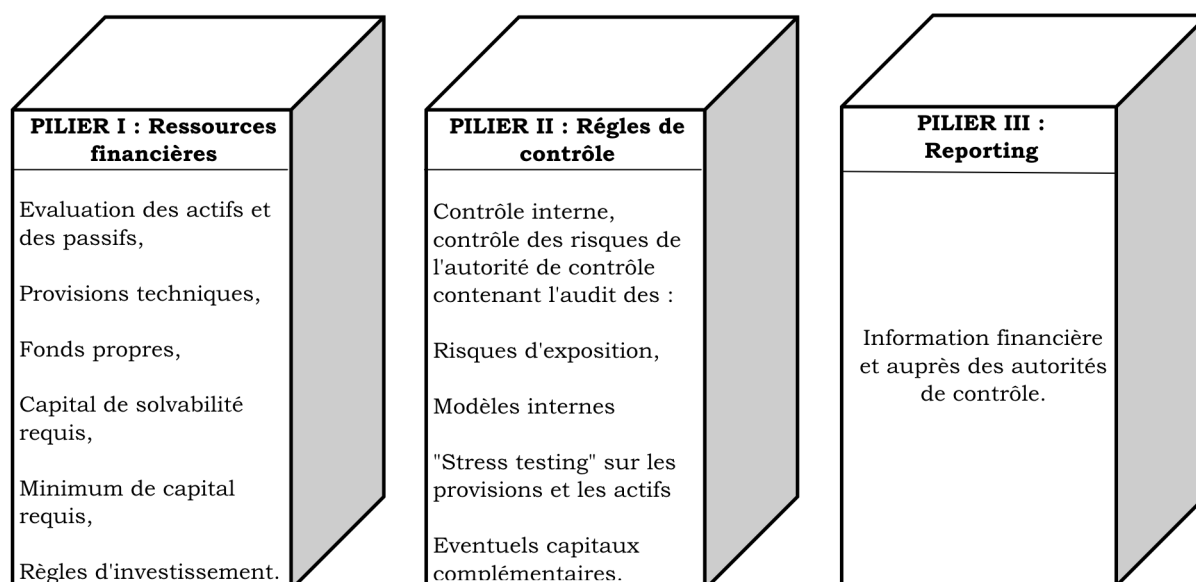
L'assurance s'est construite autour du transfert et de la gestion des risques. La maîtrise des risques et leur mutualisation sont des enjeux majeurs de l'assurance.

Les différents facteurs de risque peuvent être classés en trois catégories :

- Les risques généraux liés aux affaires ;
- Les risques liés au métier d'assureur ;
- Les risques liés aux placements financiers.

1.4 L'organisation du projet Solvabilité II

A l'image de Bâle II, Solvabilité II a adopté une organisation en trois Piliers



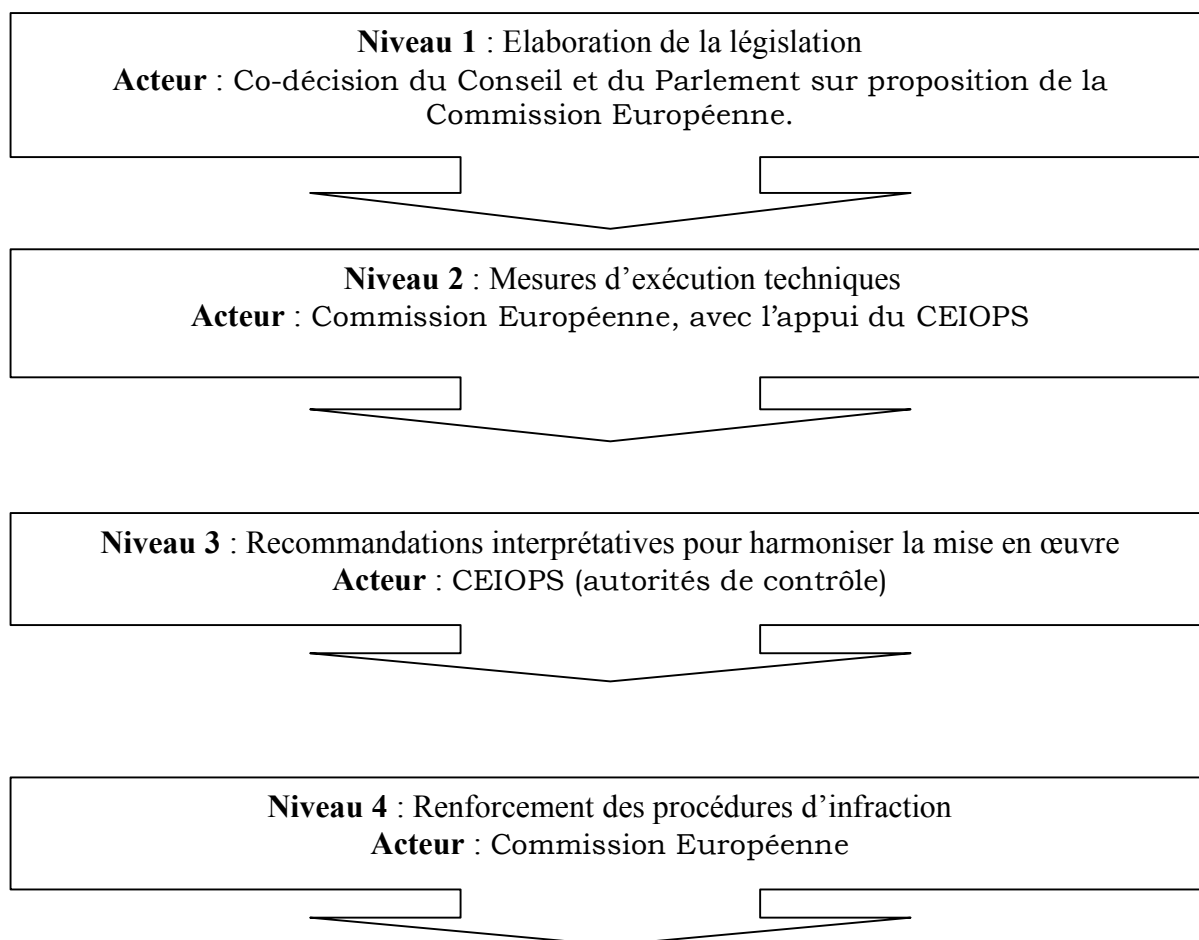
La Directive Solvabilité II est la seconde directive (après la MIFID) à avoir été adoptée selon le processus Lamfalussy.

Dans le cadre de ce processus européen, la négociation puis le vote de la Directive (le 22 avril 2009) se déroule simultanément avec la préparation des mesures d'exécution (niveau 2 et 3) par la Commission et par le CEIOPS.

Les mesures d'exécution devraient être publiées en 2011 de manière à permettre une application de la Directive à partir du 31 décembre 2012.

Depuis 2005, le CEIOPS et la Commission ont organisé une large consultation des différents acteurs concernés par la mise en place des Consultation Papers et des Quantitative Impact Study (projets de mesures d'exécutions des exigences quantitatives de Solvabilité II).

Le processus Lamfalussy



1.5 La cinquième étude quantitative d'impact

Afin de mesurer l'impact des nouvelles règles sur l'évaluation des postes du bilan prudentiel et le calcul des exigences de capital réglementaire, la Commission Européenne a mandaté le Comité européen des contrôleurs de l'assurance et des pensions professionnelles (CEIOPS) pour réaliser des études quantitatives d'impacts (QIS).

La Commission Européenne avait publié le 15 avril 2010 un projet de spécifications techniques pour la cinquième étude quantitative d'impact (QIS5).

Après ces pré-spécifications,, la version définitive du QIS5 a été publiée le 6 juillet 2010 (datée du 5 juillet 2010) par la Commission Européenne.

Ces spécifications ont été rédigées par la Commission, contrairement à celles des QIS précédents qui étaient rédigés par le CEIOPS.

Les études d'impact auprès des assureurs européens ont été les suivantes :

- QIS 1 : évaluation des provisions techniques
- QIS 2 : première approche pour la détermination de l'exigence de capital et les éléments éligibles.
- QIS 3 : relatif aux problématiques des groupes.
- QIS 4 : premier exercice complet combinant à la fois les aspects relatifs à la formule standard au niveau des entités solo et groupe, avec un premier exercice sur les modèles internes.

Le QIS5 est réalisé d'août à fin octobre 2010 sur les comptes au 31 décembre 2009 des organismes d'assurance et de réassurance européens sur la base du volontariat.

Les quatre objectifs du QIS5 précisés par la Commission sont de :

- permettre à tous les acteurs de comparer leur solvabilité réglementaire selon Solvabilité II avec leur solvabilité actuelle,
- vérifier que les spécifications techniques proposées répondent bien aux objectifs de la directive Solvabilité II,
- encourager tous les acteurs (assureurs, réassureurs et contrôleurs) à préparer la mise en place de Solvabilité II et à améliorer leur gestion de base de données ainsi que leurs procédures internes,
- collecter des données quantitatives pour améliorer le calibrage de la formule standard.
- collecter des données tant quantitatives que qualitatives sur les différentes options politiques qui seront évaluées dans le cadre de l'analyse d'impact sur les futures mesures de niveau 2;

Le CEIOPS a prévu de faire un premier retour sur les résultats en décembre 2010 et de publier son rapport des résultats du QIS 5 en avril 2011.

2 Les contrats d'épargne en euros

2.1 Le cadre de l'assurance vie en France

En 2009 le chiffre d'affaires de l'assurance en France a dépassé 200 milliards d'euros. L'assurance vie est le premier support d'épargne longue des ménages. En 2009, 93% des flux d'épargne nouveaux ont été investis dans l'assurance vie. L'encours de contrats d'assurance vie (provisions mathématiques et provisions pour participation aux bénéfices) s'élève à 1 291 milliards d'euros.

Les souscripteurs d'assurance vie préfèrent les supports en euros qui représentent 87% de la collecte en 2009.

L'assurance vie repose sur la technique de la capitalisation viagère. A la souscription, l'assuré verse une prime qui constitue son capital de départ qui va être revalorisé. Pendant la vie du contrat, le souscripteur peut effectuer des versements qui sont immédiatement réinvestis et incorporés à l'épargne constituée. Cette épargne est productrice d'intérêts tout au long du contrat. Cependant, ce n'est pas un placement financier puisqu'il intègre un paramètre viager correspondant au décès de l'assuré.

En effet, les prestations sont conditionnées par la réalisation de certains événements comme le décès de l'assuré pendant la durée de vie du contrat, la survie de l'assuré jusqu'à l'échéance du contrat ou encore par le rachat total ou partiel du contrat.

On distingue trois types de contrat d'assurance-vie :

- Les contrats en euros,
- Les contrats multisupport qui comprennent à la fois un fonds en euros et un fonds en unité de compte,
- Les contrats NSK.

Les contrats en euros sont destinés aux épargnants qui cherchent la sécurité. L'assureur garantit une performance minimale de l'épargne de l'assuré qui est augmentée chaque fin d'année par une partie des bénéfices financiers réalisés. Ce sont des contrats avec un risque minimal puisqu'ils sont investis majoritairement dans des obligations. Ils ont un rendement lié aux taux obligataires et sont donc peu sensibles aux aléas de la Bourse.

De plus, ils offrent une double garantie :

- Un rendement minimal garanti,
- Un effet cliquet qui permet au souscripteur de conserver définitivement les intérêts annuels crédités sur le contrat.

Les contrats multisupports permettent à l'assuré d'investir son capital sur différents fonds de son choix (en euros et/ou en unités de comptes). L'assuré peut effectuer des arbitrages entre les supports en unités de compte et en euros c'est-à-dire modifier la répartition de son capital entre les deux supports suivant la situation de la Bourse.

Les contrats NSK, créés par la loi des finances de 2005, remplacent les anciens contrats DSK qui ont été lancés en 1998 et ne peuvent plus être souscrits. Ce sont des contrats en unités de comptes devant être composés d'au moins 30% d'actions ou titres assimilés dont 10% de titres dits « risqués » et 5% de titres non cotés. Ces contrats sont exonérés d'impôts sur le revenu au-delà de 8 ans, mais sont soumis à des prélèvements sociaux.

Dans ce mémoire, nous étudierons plus particulièrement les contrats d'assurance vie avec support en euros.

2.2 Les caractéristiques des contrats d'assurance vie en euros

2.2.1 Les cotisations

Plusieurs types de versements peuvent être effectués sur les contrats en euros :

- Des versements périodiques programmés : les dates et montants des versements sont définis à la souscription du contrat avec possibilité d'effectuer des versements complémentaires ou d'arrêter les versements,
- Des versements libres : l'assuré a la possibilité d'effectuer plusieurs versements, dont le montant et la périodicité ne sont pas fixés au moment de la souscription.
- Une cotisation unique : le versement d'une prime unique au moment de la souscription

2.2.2 Les frais

Les contrats d'assurance vie en euros sont soumis à plusieurs types de frais, taxes dont voici une liste non exhaustive :

- Les frais d'administration,
- Les frais de gestion des placements prélevés sur l'encours,
- Les frais d'acquisition prélevés sur les versements effectués,
- Les frais de commissions liés aux réseaux de distributions,
- Les impôts et taxes sociales liés aux contrats d'assurance.

2.2.3 La garantie complémentaire en cas de décès

En pratique, les contrats d'assurance en cas de vie sont assortis d'une garantie complémentaire en cas de décès qui assure le versement du capital au(x) bénéficiaire(s) désignés par l'assuré en cas de décès de celui-ci avant l'échéance du contrat.

2.2.4 La possibilité de rachat ou d'avance

Les contrats d'assurance vie en euros offrent la possibilité pour l'assuré de racheter partiellement ou totalement son capital ou d'obtenir une avance sur son capital. Ainsi, bien que l'assurance vie en euros s'apparente à un placement de long terme, l'assuré peut disposer d'une partie ou de la totalité de son capital si nécessaire. Le montant racheté peut subir des pénalités en fonction de l'ancienneté du contrat.

L'avance en cours de contrat correspond à une somme prêtée par l'organisme assureur, sur une courte période, pour éviter à l'assuré de toucher à son épargne et de perdre ses avantages fiscaux. La somme empruntée est plafonnée à un certain pourcentage de la provision mathématique et un taux d'intérêt est négocié.

2.2.5 La revalorisation

2.2.5.1 Le taux minimum garanti

Lors de la souscription d'un contrat d'assurance vie en euros, l'assureur s'engage à donner à l'assuré une rentabilité minimale de son capital qui correspond au taux minimum garanti sur une période donnée.

Il est défini par le Code des Assurances et stipulé dans les conditions générales du contrat lors de la souscription. Ce taux peut être fixe ou variable suivant un indice de référence (par exemple le taux moyen des emprunts de l'Etat français).

Lorsqu'il est fixé annuellement en début d'année on parle du TMAA (Taux Minimum Annuel Annoncé) et ne peut excéder 85% de la moyenne des taux de rendement des actifs financiers de la compagnie d'assurance calculés sur les deux derniers exercices.

2.2.5.2 La participation aux bénéfices

Lors de la revalorisation du contrat, la participation aux bénéfices vient s'ajouter au taux minimum garanti.

Chaque année, l'assureur peut décider d'affecter tout ou partie des bénéfices à la valorisation du contrat. La loi impose que l'assureur reverse au moins 85% des produits financiers et 90% du résultat technique de l'année à l'assuré en charge de participation aux bénéfices. L'assureur a le choix soit de l'incorporer à l'épargne du contrat soit de la placer, pour tout ou partie, en provision pour participation aux bénéfices. Cette provision doit être distribuée aux assurés sous huit ans.

PARTIE II :
La provision Best Estimate et les exigences
de capital d'un contrat d'assurance vie en
euros

3 La définition de la provision Best Estimate dans le QIS 5

3.1 Différence entre la provision Best Estimate et les provisions comptables

L'assurance vie est une activité à fort levier par rapport au risque de placement et notamment au risque de taux.

Le bilan d'une société d'assurance peut être synthétisé comme suit :

Actif	Passif
Placements	Fonds propres
	Provisions techniques (représentation comptable des engagements)

Ce bilan peut être appréhendé suivant deux approches complémentaires.

3.1.1 L'évaluation basée sur les principes de coût historique, de la continuité d'exploitation et prudence comptable

Cette approche correspond à celle de la comptabilité sociale des compagnies d'assurance françaises.

Les règles de la comptabilité en France reposent sur :

- Le principe de prudence,
- Le principe de comptabilisation au coût historique,
- Le principe de continuité.

A quelques dérogations près pour les seuls risques assurantiels et les salles de marché des banques, les engagements conditionnels sont largement ignorés. En effet, l'actualisation n'est accordée que par dérogation.

La notion de valeur actuelle probable s'apprécie de manière limitée.

3.1.2 L'évaluation en « fair value » visant à estimer la valeur de marché des actifs et la valeur actuelle des engagements aux taux de marché

Cette approche correspond par exemple à l'état extra-comptable T3 demandé aux compagnies d'assurance françaises depuis le 31 mars 2001 et aux mutuelles du code de la mutualité depuis 2007. C'est celle de la provision Best Estimate dans Solvabilité II.

Le QIS 5 précise qu'il faut adopter une approche stochastique risque-neutre et « market-consistent » pour calculer la provision Best Estimate d'un contrat d'assurance vie. L'actualisation est réalisée avec la courbe des taux de référence (courbe des taux swap fournie par la Commission Européenne).

La provision Best Estimate est la moyenne des valeurs actuelles des flux de prestations obtenues pour chacun des scénarios. Il s'agit d'une valeur actuelle probable, mais qui cette fois-ci valorise tous les engagements conditionnels y compris financiers.

3.2 Les provisions techniques dans le bilan prudentiel

Les provisions techniques dans Solvabilité I étaient censées porter une part importante de prudence. Solvabilité II apporte une modification fondamentale du rôle des provisions techniques dans le dispositif prudentiel : désormais la marge de prudence nécessaire pour protéger les assurés ne se trouve plus dans les provisions techniques mais dans les exigences de fonds propres (SCR) et dans la marge de risque (même si elle est définie comme un coût d'immobilisation du capital).

La directive Solvabilité II énumère plusieurs dispositions générales sur les provisions techniques :

- elles doivent couvrir tous les engagements de l'assureur vis à vis des assurés,
- elles sont évaluées selon le principe de l'Exit value (valeur que l'assureur devrait payer pour transférer les engagements à un autre assureur),
- le montant des provisions est un montant actualisé des cash flows futurs,
- les hypothèses doivent s'appuyer sur les informations fournies par les marchés financiers (approche Market consistent),
- « les provisions techniques sont calculées d'une manière *prudente, fiable et objective* ».

3.3 Les précisions apportées par le QIS 5 :

Le QIS 5 traite de manière très détaillée le calcul des provisions techniques en complétant les principes de la Directive. Il précise de nombreux cas particuliers. L'objectif du QIS 5 est en effet de donner à chaque assureur européen, quel que soit son domaine d'activité et quelles que soient les particularités du pays où il exerce, une norme technique complète qui rendra les résultats de tous les participants comparables.

3.3.1 Calcul brut de réassurance

Dans le cadre de l'harmonisation des méthodes au sein de l'Union Européenne, la Commission a choisi de suivre ce qui se faisait dans la plupart des pays de l'Union Européenne : La provision Best Estimate est calculée brute de réassurance.

Cependant, ce principe n'a pas été retenu pour la marge de risque qui est calculée nette de réassurance.

3.3.2 Choix du taux d'actualisation et introduction d'une prime d'illiquidité

Le principe donné par la Directive est d'évaluer les provisions par actualisation des cash flows correspondants aux engagements vis-à-vis des assurés augmentés des frais de gestion :

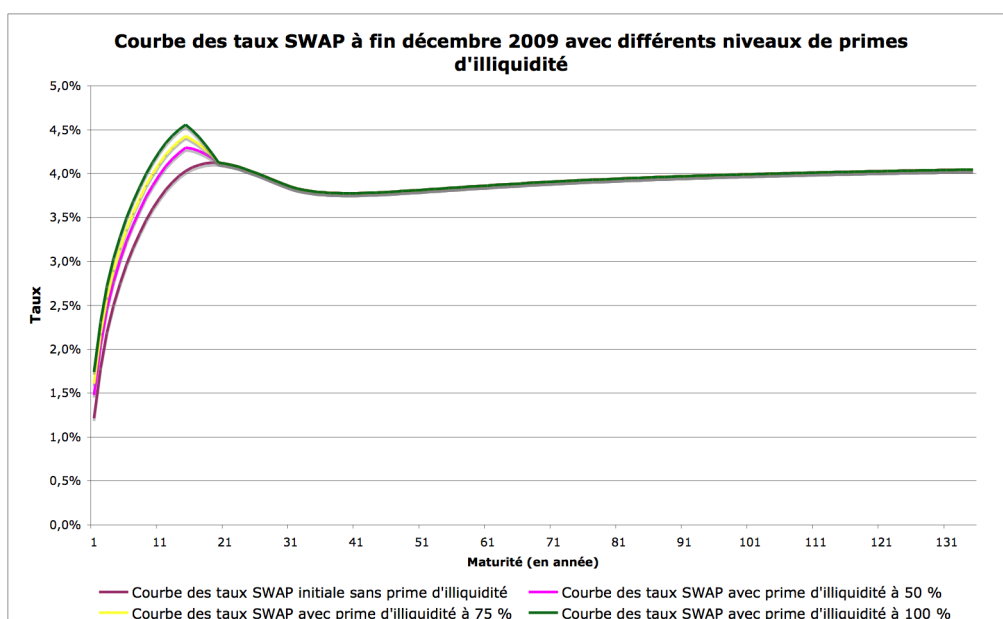
$$BE = E \left(\frac{\sum_k CF_k}{(1 + i_k)^k} \right)$$

Le taux d'actualisation est à défaut le taux sans risque fournit par la Commission Européenne (courbe des taux swap)

Le QIS 5 apporte une nouveauté en proposant une prime d'illiquidité qui viendrait s'ajouter au taux sans risque pour l'actualisation des flux futurs.

Quatre courbes des taux sans risque ont été fournies pour chacune des devises au sein de l'Espace Economique Européen :

- Prime d'illiquidité prise en compte à 100%
- Prime d'illiquidité prise en compte à 75%
- Prime d'illiquidité prise en compte à 50%
- Prime d'illiquidité prise en compte à 0%



La prime d'illiquidité est ajoutée seulement les vingt premières années.

L'actualisation avec la courbe des taux augmentée de 100% de prime d'illiquidité est réservée aux contrats avec les caractéristiques suivantes :

- les seuls risques de souscription sont le risque de longévité et le risque de frais
- l'assureur ne porte pas de risque en cas de sortie (quelle qu'en soit la forme : rachat, transfert,...)
- aucune prime future n'est prise en compte dans le calcul de provision technique du contrat

L'actualisation avec la courbe des taux avec 75% de prime d'illiquidité est réservée aux contrats d'assurance vie avec participation aux bénéfices autres que ceux spécifiés dans le paragraphe précédent.

Tous les autres engagements n'entrant pas dans l'une des deux catégories de contrat décrites précédemment doivent être actualisés avec la courbe des taux sans risque majorée de 50% de prime d'illiquidité.

La prime d'illiquidité minore le passif en augmentant le taux d'actualisation. En contrepartie, le calcul du SCR (Solvency Capital Requirement) tient compte de la variabilité de cette prime d'illiquidité. Dans la version définitive du QIS 5, un sous module a été créé au titre du risque d'illiquidité, alors que le projet du QIS 5 traitait ce risque au sein du sous module SCR spread.

3.3.3 Prise en compte des primes futures

Les provisions sont définies traditionnellement comme la différence entre la valeur actuelle probable des engagements de l'assureur et celle des engagements de l'assuré.

La définition des primes futures que l'on peut retenir est un sujet de débat depuis plusieurs QIS. Dans le QIS 4, l'ACP avait simplifié le problème en interdisant, dans les Orientations Nationales Complémentaires, la prise en compte des primes futures pour les contrats vie.

Le QIS 5 propose une approche différente en introduisant la notion de contrats existants. Le calcul du Best Estimate ne peut comprendre que les flux futurs issus des contrats existants. Les primes futures doivent être retenue uniquement dans les cas où l'assuré dispose d'une option de prorogation qui lui permet de continuer à verser ses primes sans que l'assureur ne puisse ni les modifier ni résilier le contrat (par exemple en cas de primes périodiques).

La prise en compte des primes futures peut donner lieu, dans certains cas, à des provisions mathématiques négatives (quand l'engagement de l'assuré est supérieur à l'engagement de l'assureur). Contrairement à Solvabilité 1, le QIS 5 autorise de retenir les montants de provisions mathématiques négatives.

3.3.4 Segmentation des contrats d'assurance vie

La segmentation des calculs de provisions est une étape importante du QIS 5. Une segmentation suivant les caractéristiques des contrats permettrait d'avoir une valeur de provision Best Estimate plus proche de la réalité.

Les entreprises d'assurance doivent classer les contrats d'assurance en fonction de deux critères :

Critères de niveau 1 :

- Contrats avec clause de participation aux bénéfices
- Contrats pour lesquels les assurés supportent le risque d'investissement (contrats en unités de compte notamment)
- Autres contrats, sans clause de participation aux bénéfices
- Acceptation en réassurance

Critères de niveau 2 :

- Contrats en cas de décès
- Contrats en cas de vie
- Contrats pour lesquels le risque principal est un risque d'invalidité/morbidité
- Contrats s'apparentant à de l'épargne

3.3.5 Frais de gestion à prendre en compte

Les provisions doivent tenir compte de l'ensemble des frais nécessaires pour gérer les contrats et le règlement de sinistres.

Le QIS 5 donne une liste (non exhaustive) des frais à prendre en compte :

- les frais d'administration
- les frais de gestion des placements
- les frais liés aux primes prises en compte dans le calcul du Best Estimate
- les frais d'acquisition y compris les commissions
- les impôts et taxes liés aux contrats d'assurance (ex CSG, CRDS, contribution CMU, taxe d'assurance)

Le QIS 5 distingue :

- les frais pouvant être répartis directement par portefeuille ou par branche
- les frais non allouables directement (frais liés aux managements des différents services qui ne sont pas liés aux développements des new business ou aux maintenances des activités et qui ne sont pas sensibles au volume du new business ni à celui du business existant).

Des hypothèses appropriées doivent être déterminées pour la projection des frais en considérant la possibilité d'augmentation des frais futurs. La prise en compte de l'inflation doit être cohérente avec les hypothèses économiques.

Toute hypothèse de réduction de coûts futurs doit être réaliste, objective et basée sur les données ou informations vérifiables.

3.3.6 Les options et garanties financières à prendre en compte

La provision Best Estimate doit prendre en compte les options contractuelles et les garanties financières incluses dans les contrats.

Les options contractuelles comprennent notamment :

- les options de rachat
- l'option de suspension des versements des primes futures
- l'option de conversion en rente
- l'option de transfert sur un autre contrat à des conditions prédéfinies
- l'option de prolongation d'un contrat

Les garanties financières comprennent notamment :

- les garanties de capital à maturité ou en cas de décès
- les taux minimum garantis
- les participations bénéficiaires contractuelles

Ces options et garanties doivent être évaluées selon une méthode stochastique du type Monte-Carlo basée sur la projection d'un très grand nombre de scénarios.

3.4 Les Orientations Nationales Complémentaires du QIS 5

L'ACP (Autorité de Contrôle Prudentiel) a publié le 3 août 2010 des orientations nationales complémentaires qui ont pour but d'aider les assureurs à répondre au QIS 5. En effet, lors de la troisième étude d'impact, il est apparu que certains points n'étaient pas assez précis ce qui a conduit à une forte hétérogénéité des résultats entre les assureurs. Depuis, l'ACP publie des Orientations Nationales Complémentaires contenant des précisions.

Concernant le Best Estimate Vie, les Orientations Nationales Complémentaires apportent des précisions sur :

- La différence entre le Best Estimate Garanti et les « Future Discretionary Benefits »
- Le calibrage de la volatilité des actions dans les générateurs de scénarios économiques
- L'horizon de projection des cash-flows
- Les rachats conjoncturels et structurels

3.4.1 Le Best Estimate Garanti et les participations aux bénéfices futures discrétionnaires

Les engagements de l'assureur dans le cadre d'un contrat d'assurance vie épargne en euros, selon le QIS 5, doivent être scindés en deux parties :

- Une partie garantie du Best Estimate (BEG)
- Une partie incluant les participations aux bénéfices futurs (FDB)

Pour cela, l'assureur doit procéder en trois étapes de calcul.

La première étape consiste à calculer le Best Estimate total. Les flux futurs doivent être calculés en prenant en compte :

- Les hypothèses de rachat et/ou de mortalité
- L'évolution future de la provision pour participation aux bénéfices
- Les revalorisations de l'épargne
- Les frais et chargements futurs.

A la fin de l'horizon de projection, l'épargne accumulée est supposée rachetée par les assurés. Le solde de la provision pour participation aux bénéfices à la fin de l'horizon de projection est incorporé à l'épargne rachetée, ainsi que la part des plus values latentes réalisées.

La deuxième étape consiste à évaluer la partie garantie du Best Estimate. Ce calcul peut s'avérer très complexe et nécessiter un temps de calcul important. L'ACP propose dans les Orientations Nationales Complémentaires une méthode simplifiée qui se décompose en quatre étapes :

- a) Pour chaque scénario simulé, on calcule le pourcentage d'épargne versé aux bénéficiaires à chaque pas de projection en prenant en compte les décès, rachats structurels et dynamiques... Ainsi on obtient une matrice où chaque ligne est un scénario et chaque colonne un pas de projection
- b) Pour chaque scénario simulé et chaque pas de temps, le pourcentage déterminé à l'étape précédente est appliqué à la valeur garantie. Cette valeur garantie se calcule comme suit :
 - Réévaluation de l'épargne au taux technique
 - La part de la provision pour participation aux bénéfices qui n'est pas utilisée pour servir un éventuel Taux Minimum Garanti est incorporée à l'épargne acquise 8 ans après sa constitution.
 - L'épargne est diminuée annuellement des chargements contractuels

- c) et d) Les deux dernières étapes consistent tout d'abord à actualiser les flux de trésorerie de chaque scénario puis faire la moyenne des valeurs obtenues pour chacun des scénarios. On a ainsi le Best Estimate Garanti.

Dans la troisième étape, il suffit de faire la différence entre le Best Estimate total et le Best Estimate garanti pour obtenir les « Futurs Discretionary Benefits ».

3.4.2 Les rachats structurels et conjoncturels

Les rachats observés sur les contrats d'assurance vie en euros peuvent être séparés en deux composantes :

- Les rachats structurels
- Les rachats conjoncturels

3.4.2.1 Les rachats structurels

La composante structurelle correspond aux rachats incompressibles c'est-à-dire ayant lieu dans une période d'activité « normale ». Pour la modélisation de ces rachats, l'assureur doit se baser sur son historique de rachats structurels, lorsque cela est possible, ou sinon sur les données du marché.

3.4.2.2 Les rachats conjoncturels

Les rachats dynamiques correspondent aux rachats effectués dans un environnement économique « dégradé ». Ces rachats sont par définition difficilement observables. L'ACP avait fourni, pour le QIS 4, une loi de rachats conjoncturels en fonction de l'écart entre le taux servi et le taux moyen des emprunts d'Etat français (TME). Pour le QIS 5, l'ACP a adopté une approche permettant de mieux prendre en compte les différences de comportement en fonction de groupes homogènes d'assurés. Deux lois de rachats sont proposées dans les Orientations Nationales Complémentaires :

- L'une correspondant au plafond maximum que peuvent atteindre les rachats conjoncturels
- L'autre correspondant au seuil minimum de rachats dynamiques.

L'assureur doit donc ajuster sa loi de rachat dynamique afin que celle-ci soit comprise entre la loi de rachat minimale et maximale.

Le taux de rachats conjoncturels est fonction du taux servi et du taux de rendement attendu par les assurés. En effet, lorsque le taux servi à l'assuré est inférieur au taux attendu, l'assuré va avoir tendance à racheter son contrat pour investir sur un placement plus rentable. À l'inverse, si son contrat est plus rentable que ce qu'il espérait, il ne rachètera pas son contrat.

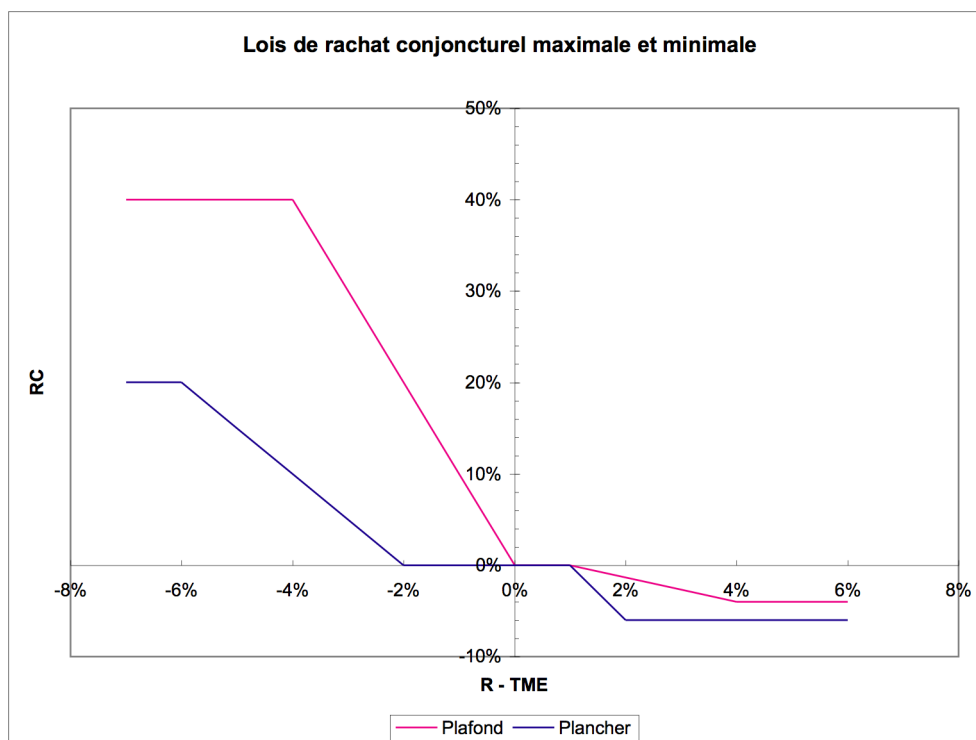
Les lois de rachat minimales et maximales sont :

$$RC_i = \begin{cases} RC_{\max} & \text{si } R_i - TME_i < \alpha \\ RC_{\max} \times \frac{R_i - TME_i - \beta}{\alpha - \beta} & \text{si } \alpha < R_i - TME_i < \beta \\ 0 & \text{si } \beta < R_i - TME_i < \gamma \\ RC_{\min} \times \frac{R_i - TME_i - \gamma}{\delta - \gamma} & \text{si } \gamma < R_i - TME_i < \delta \\ RC_{\min} & \text{si } R_i - TME_i > \delta \end{cases}$$

où RC_i est le taux de rachat conjoncturel à la date i

$RC_{\max}$, $RC_{\min}$, α , β , γ et δ sont des paramètres définis par le QIS 5 :

paramètres	α	β	γ	δ	$RC_{\min}$	$RC_{\max}$
plafond	-4%	0%	1%	4%	-4%	40%
plancher	-6%	-2%	1%	2%	-6%	20%



3.5 L'évaluation du Best Estimate d'un contrat en euros

Le calcul de la provision Best Estimate en vie, compte tenu de certaines caractéristiques des produits en assurance vie, peut être d'une grande complexité.

La provision Best Estimate est, par définition, basée sur la projection des cash flows futurs de passif. La difficulté provient de la forte interaction entre l'actif et le passif pour un grand nombre de produits en vie. La prise en compte de cette interaction est indispensable dans l'évaluation des provisions Best Estimate et en particulier des options et garanties financières.

La provision Best Estimate d'un contrat vie et notamment euro ne peut pas être calculée sur un scénario « moyen » : pour prendre en compte les options de taux offertes aux assurés, il est nécessaire d'adopter une approche stochastique. Une option est en effet conditionnelle par essence. Fixer un scénario, c'est occulter la nature optionnelle du contrat.

En pratique, on projette l'ensemble des variables économiques et financières sur un grand nombre de scénarios à l'aide d'un générateur de scénarios économiques. Lorsque cette projection est réalisée en univers « risque-neutre », elle doit être réalisée de façon à obtenir une évaluation cohérente avec les prix de marché et qui ne dépend pas des primes de risque des actifs.

Pour chacun des scénarios, il va falloir projeter:

- Le taux servi chaque année dans le futur
- La proportion de rachat chaque année dans le futur

3.5.1 Simulation du taux de revalorisation annuel d'un contrat euro au cours des années à venir

Le référentiel comptable qui s'impose pour l'application des contrats et l'établissement des comptes sociaux n'est pas celui, en fair value, de Solvabilité II : il s'agit du référentiel comptable en coût historique avec diverse réserve de lissage telles que amortissements de surcote-décote, dotations et reprises à la réserve de capitalisation, Dépréciations Durables (DD), etc...

Comme vu précédemment, la loi impose que l'assureur reverse au moins 85% des produits financiers et 90% du résultat technique de l'année à l'assuré en charge de Participation aux Bénéfices (PB), qui peut être soit incorporée immédiatement soit mise de côté en prévision des années moins favorables au sein de la Provision pour Participation aux Excédents (PPE). Cette provision de lissage des excédents doit être distribuée aux assurés sous huit ans.

Les produits financiers de l'année ne dépendent donc qu'indirectement des valeurs de marché des actifs.

La détermination du taux servi à l'assuré nécessite donc à la fois de projeter la valeur de marché des actifs, mais également de simuler leur prise en compte dans le référentiel comptable qui sert à calculer les comptes de participation bénéficiaire ; Pour ce faire, il sera nécessaire d'intégrer une hypothèse de pilotage des comptes comme la stratégie de dotation et reprise de provision pour participation aux bénéfices (l'assureur peut choisir d'incorporer immédiatement la totalité de la charge de PB ou d'en différer une partie grâce à la PPE s'il juge que la situation concurrentielle le lui permet).

Une approche possible est de considérer que l'assureur souhaite distribuer chaque année un taux « cible », fonction de l'offre concurrentielle (qui peut être approximée par les taux d'intérêt de marché du scénario l'année donnée).

Dans chaque scénario, l'assureur sera supposé piloter son résultat comptable pour obtenir des produits financiers compatibles avec ce taux cible, néanmoins :

- Si les produits financiers de l'année sont trop faibles, l'assureur pourra piocher dans sa réserve de PPE. Si la réserve de PPE ne suffit pas, l'assureur sera contraint à distribuer un taux inférieur au taux « cible ».
- Au contraire, si les produits financiers sont supérieurs au taux « cible », l'assureur dotera sa PPE. L'assureur peut être contraint à distribuer plus que le taux cible certaines années s'il atteint la limite des huit ans pour la distribution des réserves placées en PPE.

Il sera possible de modéliser les autres réserves de lissage comme la réserve de capitalisation.

3.5.2 Simulation du taux de rachat au cours des années à venir

On considère habituellement que le taux de rachat annuel est constitué d'une composante structurelle, qui reste fixe, et d'une composante conjoncturelle, qui varie en fonction de la situation économique et concurrentielle.

Le contrat en euro, rachetable à tout moment, offre à l'assuré une option cachée : si un autre produit financier lui offre un rendement plus intéressant, il peut décider d'arbitrer en rachetant son contrat.

Mais la totalité des assurés ne fera pas cet arbitrage. La simulation du taux de rachat dans le futur nécessite donc :

- de projeter le taux servi par l'assureur
- de projeter un taux représentatif de l'offre concurrentielle (par exemple le taux de marché des emprunts d'état)
- de définir une loi comportementale qui donne le taux de rachat en fonction du différentiel entre le taux servi dans le contrat et le taux concurrentiel. Dans les prérévisions du QIS 5, la Commission Européenne liste plusieurs lois de rachat utilisables (modèle arctangente, modèle de Lemay, modèle parabolique...). Pour le QIS 4, les autorités de contrôle françaises avaient fixé une loi de comportement particulière.

À partir du taux servi chaque année et du taux de rachat chaque année, on en déduit les flux de prestations payés par l'organisme assureur dans chacun des scénarios.

La provision Best Estimate correspond alors à la moyenne sur un grand nombre de ces scénarios de la valeur actualisée des flux.

En toute rigueur, le calcul d'une provision ne peut tenir compte que des engagements contractuels des deux parties : la provision mathématique est la différence entre la valeur actuelle de l'engagement de l'assureur et la valeur actuelle de l'engagement de l'assuré.

Dans cette acception, le calcul de la provision ne peut donc dépendre d'une hypothèse de versements futurs des assurés : une telle approche permettrait, en choisissant une hypothèse de reversements futurs, de diluer le risque attaché à l'aspect optionnel des contrats. En revanche, la provision tient compte de l'éventuelle option donnée aux assurés d'effectuer des versements futurs à des conditions préfixées.

4 Les exigences de capital selon le QIS 5

La provision Best Estimate d'un contrat en euros est la moyenne sur un grand nombre de scénarios des flux de prestations rachats, décès et flux de frais actualisés avec la courbe des taux sans risque avec 75% de prime d'illiquidité.

Le portefeuille de placement étudié est composé principalement d'obligations. Les obligations sont soumises au risque lié à la variation des taux d'intérêts sur le marché obligataire. Ces obligations sont également soumises au risque dû aux spread de crédit c'est-à-dire à la prime de risque entre un actif sans risque et l'obligation.

Comme nous l'avons vu dans la partie 3.3.2, le QIS 5 introduit une prime d'illiquidité dans la courbe d'actualisation servant au calcul de la provision Best Estimate. En contrepartie, le risque lié à cette prime d'illiquidité est traité dans un module particulier.

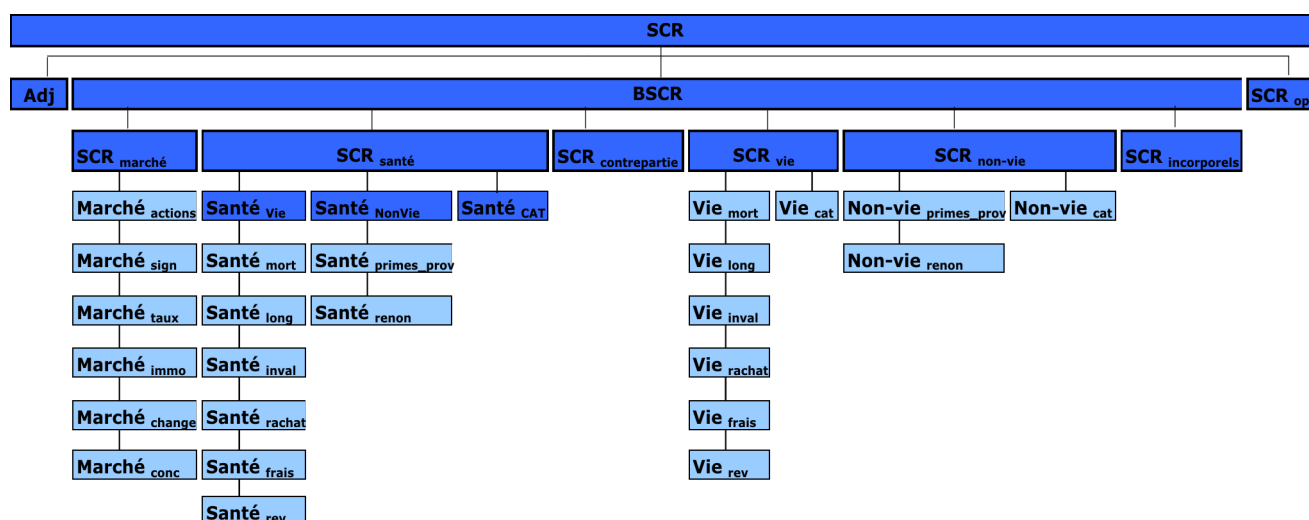
Nous allons donc étudier les exigences de capital requises suivantes :

- risque de mortalité en assurance vie : Vie_{mort}
- risque de rachat en assurance vie : Vie_{rachat}
- risque de frais en assurance vie : Vie_{frais}
- risque catastrophe en assurance vie : Vie_{Cat}
- risque de taux d'intérêt : $Marché_{taux}$
- risque de spread : $Marché_{spread}$
- risque lié à la prime d'illiquidité : $Marché_{illiq}$

4.1 La formule standard proposée dans le QIS 5

Le modèle proposé par le QIS 5 permet de quantifier chaque risque. Le calcul repose sur une hypothèse de continuité d'activité de l'entreprise.

Voici l'arborescence du QIS 5 :



Pour chaque sous-module correspondant à un facteur de risque, le SCR se calcule en mesurant l'impact d'un choc sur la « Net Asset Value » que nous noterons par la suite NAV. L'assureur doit mesurer l'impact sur l'actif et le passif de façon simultanée.

La NAV correspond à la valeur de marché de l'actif moins la « fair value » du passif (qui correspond à la provision Best Estimate).

En assurance vie, une partie du risque peut être absorbée par le passif grâce aux participations aux bénéfices.

Les étapes de calcul selon la Directive sont les suivantes :

1. Calcul de la Provision Best Estimate avant choc

Cette étape se déroule comme expliqué dans notre étude. Nous calculons une provision Best Estimate à partir d'une projection des variables économiques sur un grand nombre de scénarios.

Cette projection est réalisée en univers « risque neutre » et est cohérente avec les prix du marché.

2. Calcul de la Provision Best Estimate après choc

Dans cette étape, nous recalculons une Provision Best Estimate en ayant appliqué le choc correspondant au facteur de risque en question. Pour cela, nous devons générer de nouveaux scénarios choqués.

Deux calculs doivent être effectués :

- Un SCR « brut » c'est-à-dire en supposant que les participations bénéficiaires futures ne sont pas affectées par le choc. On le notera « $\text{Marché}_{\text{facteur de risque}}$ » pour le facteur de risque correspondant.
- Un SCR « net » c'est-à-dire en supposant que les participations aux bénéfices futures tiennent compte du choc. On le notera « $\text{Marché}_{\text{facteur de risque}}$ » pour le facteur de risque correspondant.

La Future Discretionary Benefits c'est-à-dire la valeur actuelle des participations bénéficiaires futures, que l'on notera par la suite FDB, est égale à la différence entre la Provision Best Estimate classique et celle calculée en supposant que toutes les participations aux bénéfices futures sont nulles et que les rachats conjoncturels sont identiques à ceux utilisés pour le calcul de la provision Best Estimate sans choc .

4.2 L'exigence de capital liée à l'activité d'assurance vie

4.2.1 Risque de mortalité

Le capital lié au risque de mortalité est calculé pour les contrats garantissant des prestations en cas de décès, c'est-à-dire pour les contrats pour lesquels une augmentation des taux de mortalité conduit à une augmentation des provisions techniques.

Le choc est testé sur chaque contrat d'assurance présentant une clause de versement d'un capital en cas de décès.

$$Vie_{mort} = \sum_i \Delta NAV / \text{choc de mortalité}$$

où i représente les polices garantissant des prestations en cas de décès

NAV est la valeur des actifs nette des passifs, tous mesurés en fair value

choc de mortalité est un choc supposant une augmentation annuelle (permanente) des taux de mortalité de 15% (il était de 10% dans le QIS 4) pour chaque âge.

Pour ce risque, deux calculs sont à effectuer :

- l'un supposant que les taux de participation sont identiques avant et après le choc ;
- l'autre supposant que les taux de participation varient du fait du choc testé.

4.2.2 Risque de rachat

Ce capital sert à couvrir des taux imprévus de rachat qui peuvent être plus élevés ou plus faibles que ceux anticipés. Une correction a été apportée le 10 août par la Commission Européenne sur le calcul de ce module.

Le besoin en capital se détermine de la façon suivante :

Si $\max({}_n Rachat_{baisse}; {}_n Rachat_{hausse}; {}_n Rachat_{masse}) = {}_n Rachat_{baisse}$ alors $Rachat = Rachat_{baisse}$ et ${}_n Rachat = {}_n Rachat_{baisse}$

Si $\max({}_n Rachat_{baisse}; {}_n Rachat_{hausse}; {}_n Rachat_{masse}) = {}_n Rachat_{hausse}$ alors $Rachat = Rachat_{hausse}$ et ${}_n Rachat = {}_n Rachat_{hausse}$

Si $\max({}_n Rachat_{baisse}; {}_n Rachat_{hausse}; {}_n Rachat_{masse}) = {}_n Rachat_{masse}$ alors $Rachat = Rachat_{masse}$ et ${}_n Rachat = {}_n Rachat_{masse}$

où : $Rachat_{baisse}$ correspond à une baisse de 50% des taux annuels de résiliation pour les contrats dont les provisions techniques sont supérieures aux valeurs de rachat

$$Rachat_{baisse} = \sum_i \Delta NAV / Baisse des taux de rachat$$

$Rachat_{hausse}$ correspond à une augmentation de 50% des taux annuels de résiliation pour les contrats dont les valeurs de rachat sont supérieures aux provisions techniques.

$$Rachat_{hausse} = \sum_i \Delta NAV / Hausse des taux de rachat$$

$Rachat_{masse}$ correspond à un rachat massif de 30% instantané la première année sur l'ensemble des contrats pour lesquels la différence entre valeur de rachat et provision technique est positive.

$$Rachat_{masse} = \sum_i \Delta NAV / Rachat de masse$$

Pour ce risque, deux calculs sont à effectuer :

- l'un supposant que les taux de participation sont identiques avant et après le choc ;
- l'autre supposant que les taux de participation varient du fait du choc testé.

4.2.3 Risque de frais

Le risque de frais résulte de la variation des frais liés aux contrats d'assurance.

L'approche vise à simuler l'impact d'une hypothèse :

- de niveau de frais futurs supérieur de 10 % aux prévisions Best Estimate
- de majoration des frais de 1 % par an de l'augmentation des frais anticipée

L'exigence de capital liée au risque de frais est donné par la formule suivante :

$$Vie_{frais} = \Delta NAV / \text{dérive des frais}$$

Pour ce risque, deux calculs sont à effectuer, l'un supposant que les taux de participation restent inchangés avant et après le choc ; l'autre supposant que les taux de participation varient suite à l'application du choc.

4.2.4 Risque catastrophe

Le risque catastrophe désigne des événements extrêmes ou très irréguliers (une pandémie par exemple). Depuis le QIS 4, le risque de rachat associé au risque catastrophe n'est plus pris en compte dans le module catastrophe mais directement dans le module rachat, il ne reste plus que le risque biométrique.

Le risque catastrophe est déterminé de la manière suivante :

$$Vie_{cat} = \Delta NAV / \text{scénario de catastrophe}$$

où le choc catastrophe est une hausse de la mortalité des assurés de 1,5 pour mille durant l'année à venir.

4.3 L'exigence de capital liée au risque de marché

Nous nous intéressons dans ce paragraphe au risque de taux d'intérêt, risque de spread et de prime d'illiquidité.

4.3.1 Risque de taux d'intérêt

Le risque de taux d'intérêt existe pour tous les actifs et passifs dont la valeur est sensible aux changements de taux d'intérêt.

Le principe consiste à calculer la valeur des actifs nette des passifs lorsque la courbe des taux a subi les chocs à la hausse et à la baisse du QIS 5.

$$\text{Marché}_{\text{taux}}^{\text{hausse}} = \Delta \text{NAV} / \text{choc à la hausse}$$

$$\text{Marché}_{\text{taux}}^{\text{baisse}} = \Delta \text{NAV} / \text{choc à la baisse}$$

où : $\text{Marché}_{\text{taux}}^{\text{hausse}}$ et $\text{Marché}_{\text{taux}}^{\text{baisse}}$ sont calculés en supposant que les taux de participation aux bénéfices sont inchangés.

Les chocs relatifs à la hausse et à la baisse des taux sont les suivants :

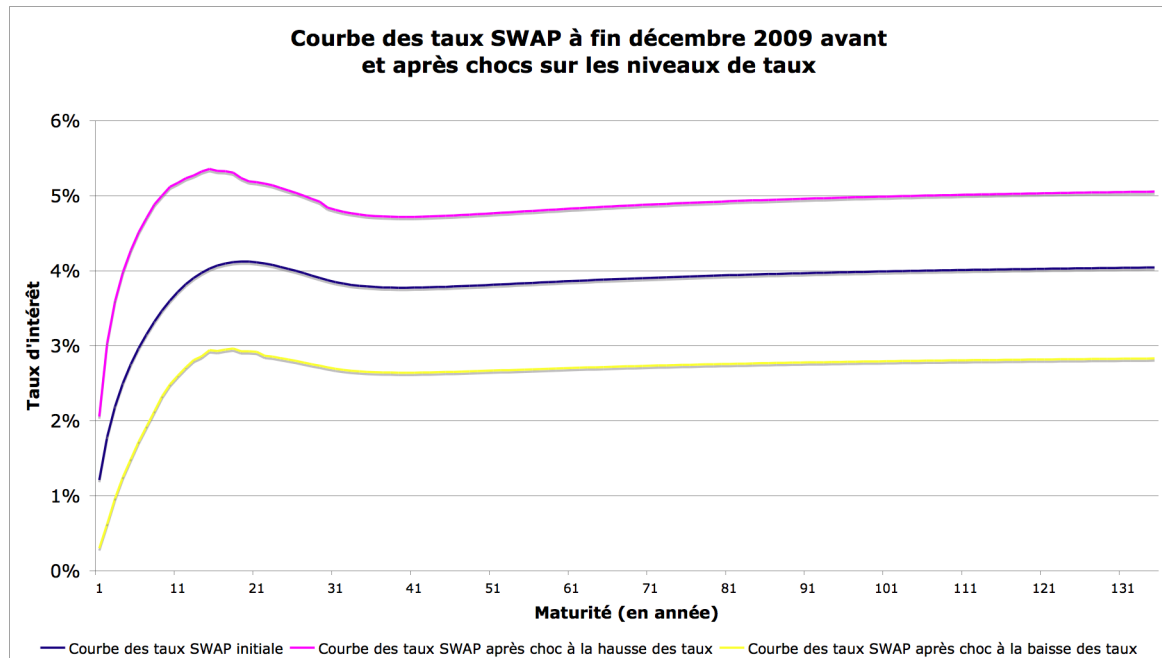
Maturité t	0,25	0,5	1*	2	3	4	5	6	7	8
Variation relative (t) Choc à la hausse	70%	70%	70%	70%	64%	59%	55%	52%	49%	47%
Variation relative (t) Choc à la baisse	-75%	-75%	-75%	-65%	-56%	-50%	-46%	-42%	-39%	-36%

Maturité t	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Variation relative (t) Choc à la hausse	44%	42%	39%	37%	35%	34%	33%	31%	30%	29%
Variation relative (t) Choc à la baisse	-33%	-31%	-30%	-29%	-28%	-28%	-27%	-28%	-28%	-28%

Maturité t	19	20	21	22	23	24	25	30 et plus
Variation relative (t) Choc à la hausse	27%	26%	26%	26%	26%	26%	26%	25%
Variation relative (t) Choc à la baisse	-29%	-29%	-29%	-30%	-30%	-30%	-30%	-30%

* Pour illustration, un taux d'intérêt de maturité un an égal à 0,80% passe à 1,36% après un choc à la hausse de 0,70 et à 0,20% après un choc à la baisse de -0,75.

Voici une représentation de la courbe des taux swap avant et après choc :



Sur le même principe, nous effectuons le calcul en supposant cette fois-ci que les taux de participation aux bénéfices sont impactés par les chocs à la hausse et à la baisse. On obtient ainsi ${}_n \text{Marché}_{\text{taux}}^{\text{hausse}}$ et ${}_n \text{Marché}_{\text{taux}}^{\text{baisse}}$

Le capital lié au risque de taux d'intérêt est déterminé de la façon suivante :

$$\text{Si } {}_n \text{Marché}_{\text{taux}}^{\text{hausse}} > {}_n \text{Marché}_{\text{taux}}^{\text{baisse}}$$

$$\text{Marché}_{\text{taux}} = \begin{cases} \text{Marché}_{\text{taux}}^{\text{hausse}} & \left(\text{si } {}_n \text{Marché}_{\text{taux}}^{\text{hausse}} > 0 \right) \\ 0 & (\text{sinon}) \end{cases} \quad \text{où : } {}_n \text{Marché}_{\text{taux}} = \max({}_n \text{Marché}_{\text{taux}}^{\text{hausse}}, 0)$$

$$\text{Si } {}_n \text{Marché}_{\text{taux}}^{\text{hausse}} \leq {}_n \text{Marché}_{\text{taux}}^{\text{baisse}}$$

$$\text{Marché}_{\text{taux}} = \begin{cases} \text{Marché}_{\text{taux}}^{\text{baisse}} & \left(\text{si } {}_n \text{Marché}_{\text{taux}}^{\text{baisse}} > 0 \right) \\ 0 & (\text{sinon}) \end{cases} \quad \text{où : } {}_n \text{Marché}_{\text{taux}} = \max({}_n \text{Marché}_{\text{taux}}^{\text{baisse}}, 0)$$

4.3.2 Risque de spread

Le risque de spread correspond à la part de risque provenant de la volatilité du spread par rapport au taux sans risque.

Le besoin en capital avant prise en compte de l'effet d'absorption par le passif est :

$$Marché_{spread} = Marché_{spread}^{oblig} + Marché_{spread}^{struc} + Marché_{spread}^{der}$$

Où : $Marché_{spread}^{oblig}$ correspond à la part de capital liée au risque de spread sur les obligations

$Marché_{spread}^{struc}$ et $Marché_{spread}^{der}$ sont pour les produits structurés et les dérivés de crédit respectivement.

Avec prise en compte de l'effet d'absorption par le passif, nous obtenons :

$${}_n Marché_{spread} = {}_n Marché_{spread}^{oblig} + {}_n Marché_{spread}^{struc} + {}_n Marché_{spread}^{der}$$

Le portefeuille de placements étudié ne comprend pas de produits structurés ni de dérivés de crédit. Nous allons donc nous concentrer sur les obligations.

Le besoin en capital pour le risque de spread sur les obligations correspond à l'effet sur la valeur nette des actifs suite à une hausse des spreads (qui entraîne une dépréciation des obligations).

Nous avons :

$$Marché_{spread}^{oblig} = \Delta NAV | \text{choc de spreads}$$

L'impact à l'actif du risque de spread est mesuré par :

$$\Delta VM_{actif} = \sum_i VM_i \times S_i \times F(Sign_i)$$

où : i correspond à une exposition à un risque de crédit

VM_i est la valeur de marché de l'exposition au risque i

S_i est la sensibilité de l'exposition au risque i

$Sign_i$ est la signature de l'exposition au risque i

F est la fonction de la signature

F est définie de la façon suivante :

Signature	F	Duration plancher	Duration plafond
AAA	0,9%	1	36
AA	1,1%	1	29
A	1,4%	1	23
BBB	2,5%	1	13
BB	4,5%	1	10
B ou moins	7,5%	1	8
Non notée	3,0%	1	12

Par exemple, pour une obligation notée A ayant une sensibilité de 10 ans, la perte attendue en cas de hausse des spreads est supposée égale à 14% de la valeur de marché (10*1,4%).

Pour les obligations à taux variables, la sensibilité utilisée pour le calcul doit être équivalente à celle d'une obligation à taux fixes dont les coupons futurs sont estimés à partir des taux forward.

Afin d'obtenir l'exigence de capital totale, l'assureur doit mesurer l'impact sur le passif (c'est-à-dire sur la provision Best Estimate) avec et sans l'effet d'absorption.

4.3.3 Risque de prime d'illiquidité

Ce module sert à quantifier le risque dû à une baisse du niveau de la prime d'illiquidité qui viendrait augmenter la provision Best Estimate.

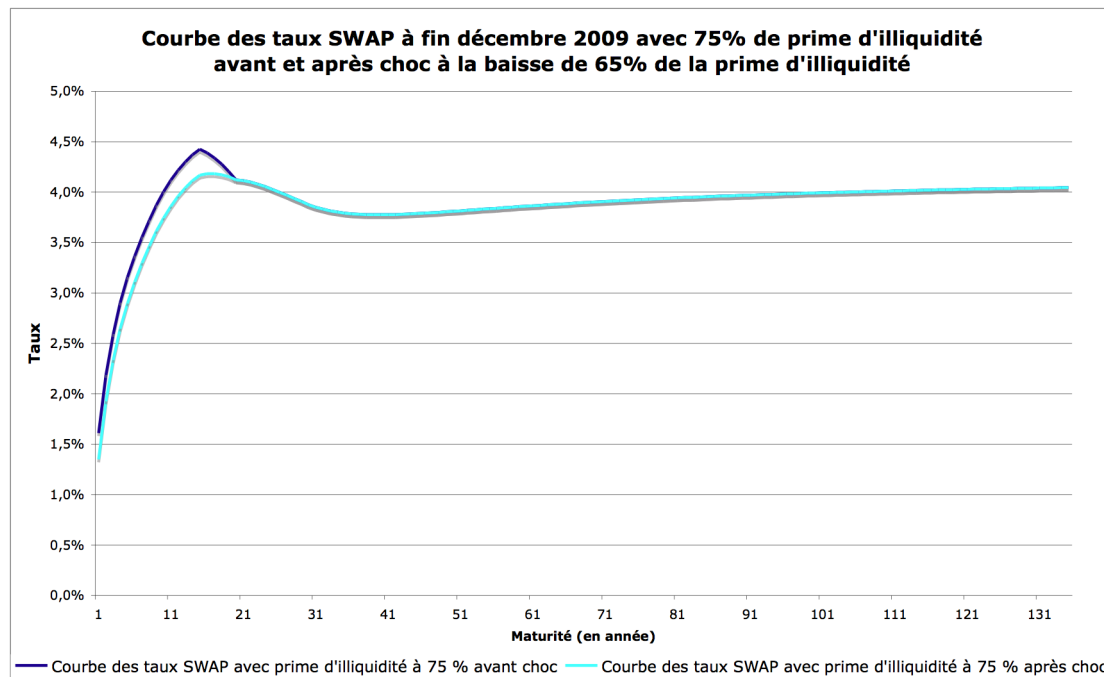
Le besoin en capital sans prise en compte de l'effet d'absorption par le passif est déterminé de la façon suivante :

$$Marché_{illiq} = \Delta NAV | \text{choc sur la prime d'illiquidité}$$

où : *choc sur la prime d'illiquidité* correspond à une baisse de 65% de la prime d'illiquidité. En effet, le choc s'applique sur la prime d'illiquidité.

Dans le cadre de notre étude, nous utiliserons la courbe des taux augmentée de 75% de prime d'illiquidité.

Voici un graphique représentant la courbe des taux swap au 31/12/2009 augmentée de 75% de prime d'illiquidité avant et après le choc.



PARTIE III :

Application au contrat d'épargne en euros étudié

5 Le rôle du générateur de scénarios économiques dans le calcul de la Provision Best Estimate

5.1 Qu'est-ce qu'un générateur de scénarios économiques ?

Un générateur de scénarios économiques permet de simuler les valeurs futures de variables économiques et financières. Le générateur produit un grand nombre de scénarios économiques.

Au sein d'un même scénario, on peut simuler les variables économiques suivantes sur plusieurs années :

- La performance annuelle des actions
- Le niveau des taux d'intérêt court terme pour revaloriser les instruments monétaires, déterminer les coupons d'une obligation à taux variable indexées sur l'Euribor 3 mois par exemple.
- La courbe des taux qui permet de réévaluer chaque année les obligations à taux fixe. Elle sert également à calculer la « fair value » du passif par actualisation des flux futurs.
- Le taux d'inflation
- Le spread de crédit qui sert à réévaluer les obligations « corporate »
- La performance annuelle de l'immobilier

Ces variables ne sont pas indépendantes. Cependant, les scénarios sont indépendants.

Le pas de temps choisi pour la simulation est un pas de temps annuel.

L'horizon de projection correspond à la date future jusqu'à laquelle les variables sont simulées. Le calcul de la Provision Best Estimate se fait en run-off (portefeuille fermé) c'est-à-dire qu'on ne prend pas en compte les nouvelles souscriptions. Ainsi, on projette les variables économiques et financières jusqu'à extinction du portefeuille de contrats. Si cette date pose des problèmes pour la modélisation, on projette jusqu'à une date où le portefeuille résiduel est suffisamment faible par rapport au portefeuille de départ pour que l'on puisse négliger la modélisation de la revalorisation à partir de cette date.

5.2 L'univers « risque-neutre »

On se place en univers risque neutre lorsqu'on est dans une logique d'évaluation. En effet, l'univers monde réel n'est pas utilisable directement pour l'évaluation car, dans cet univers, les actifs risqués offrent une prime de risque (un surcroît de rendement lié à leur caractère risqué). Ainsi, pour être cohérent, il faudrait actualiser les flux futurs avec un taux intégrant cette prime de risque. Le problème est que l'on ne connaît pas à l'avance ces primes de risque.

Pour contourner cette difficulté, les mathématiciens ont construit un univers théorique dans lequel toutes les primes de risque sont nulles, c'est-à-dire que les actifs rapportent en moyenne le taux sans risque : il s'agit de l'univers « risque-neutre ». Il suffit d'actualiser les flux futurs au taux sans risque pour obtenir une évaluation.

5.3 Modélisation des taux courts nominaux

Le modèle utilisé dans l'outil de génération de scénarios économiques de Fixage pour générer les taux d'intérêts nominaux est le modèle de Black Karasinski. Ce modèle de taux avec phénomène de retour à la moyenne est couramment utilisé car il permet d'éviter de générer des taux négatifs (en effet, les taux nominaux sont positifs).

Selon ce modèle, les taux nominaux satisfont les équations suivantes :

$$\begin{cases} d\ln(r_t) = \alpha_1^n (\ln(m_t) - \ln(r_t)) dt + \sigma_1^n dW_t^{1,n} \\ d\ln(m_t) = \alpha_2^n (\mu^n - \ln(m_t)) dt + \sigma_2^n dW_t^{2,n} \end{cases}$$

Avec :

r_t : Taux d'intérêt court terme en t

α_1^n : Vitesse d'ajustement du taux court vers le taux moyen terme

σ_1^n : Volatilité du taux court

m_t : Taux d'intérêt moyen terme en t

α_2^n : Vitesse d'ajustement du taux moyen terme vers le taux long

σ_2^n : Volatilité du taux moyen terme

μ^n : Moyenne sur le long terme du taux court

dt : Pas de temps annualisé (par exemple si les rendements sont mensuels alors dt = 1/12)

$W_t^{1,n}$ et $W_t^{2,n}$ deux mouvements browniens indépendants

Ce modèle à l'avantage, grâce à la fonction logarithme, de ne pas générer de taux négatifs. De plus, par un mécanisme d'ajustement des taux, ce modèle permet de prendre en compte l'effet de retour à la moyenne.

Par exemple, on peut imaginer que le taux m_t (taux d'intérêt moyen terme en t) correspond au taux observé sur le marché et le taux μ à celui publié par la Banque Centrale Européenne. Ainsi, le taux d'intérêt court terme r_t varie autour du taux de marché lequel va suivre la tendance de long terme dictée par la BCE.

Les coefficients α représentent la vitesse à laquelle les taux vont se rapprocher de la moyenne de moyen terme (m_t) et long terme (μ).

L'inconvénient majeur du modèle de Black Karasinski est qu'il n'existe pas de formule analytique pour retrouver les prix des zéro-coupons permettant de construire la courbe des taux zéro-coupon. C'est pourquoi nous utilisons le modèle de Vasicek à deux facteurs pour générer les courbes des taux nominaux

5.4 Génération de la courbe des taux nominaux

5.4.1 Définition

La courbe des taux à une date donnée est un vecteur qui donne pour chaque maturité le niveau de taux d'intérêt correspondant. Dans notre étude, nous nous intéressons à la reconstitution de la courbe des taux zéro-coupon.

Un zéro-coupon est un instrument financier qui ne donne lieu à aucun coupon intermédiaire, un seul coupon est versé à l'échéance.

On ne dispose donc que de 2 flux :

- Un flux initial.
- Un flux final de remboursement.

On appelle taux zéro-coupon, le taux actuariel de cet instrument.

5.4.2 Le modèle de Vasicek à deux facteurs

Les courbes des taux sont générées par un modèle de Vasicek à deux facteurs qui autorise une grande souplesse dans la forme des courbes de taux produites et qui permet notamment de générer des courbes de taux inversées.

À la différence du modèle de Black Karasinski, il existe une formule analytique pour trouver le prix des zéro-coupon.

Le modèle de Vasicek à deux facteurs est donné par les équations suivantes:

$$\begin{cases} dr_t = \alpha_1^r (m_t - r_t) dt + \sigma_1^r dW_t^{1,r} \\ dm_t = \alpha_2^r (\mu^r - m_t) dt + \sigma_2^r dW_t^{2,r} \end{cases}$$

Avec :

r_t : Taux d'intérêt court terme en t

α_1^r : Vitesse d'ajustement du taux court vers le taux moyen terme

σ_1^r : Volatilité du taux court

m_t : Taux d'intérêt moyen terme en t

α_2^r : Vitesse d'ajustement du taux moyen terme vers le taux long

σ_2^r : Volatilité du taux moyen terme

μ^r : Moyenne sur le long terme du taux court

dt : Pas de temps annualisé (par exemple si $dt=1/12$ alors les rendements sont mensuels)

$W_t^{1,r}$ et $W_t^{2,r}$ deux mouvements browniens indépendants

5.4.3 Construction de la courbe des taux nominaux

Pour le modèle de Vasicek à deux facteurs, il existe une formule fermée permettant de retrouver le prix du zéro-coupon de maturité T à la date t

$$P^n(t, T) = \exp \left[A^n(T-t) - B_1^n(T-t)r_t - B_2^n(T-t)m_t \right]$$

où m_t et r_t sont respectivement les taux nominaux court et moyen terme diffusés à l'aide du modèle de Black Karasinski décrit précédemment.

$B_1^n(T)$, $B_2^n(T)$ et $A^n(T)$ ont été calculés comme suit :

- $B_1^n(T) = \frac{1 - e^{-\alpha_1^n T}}{\alpha_1^n}$
- $B_2^n(T) = \frac{\alpha_1^n}{\alpha_1^n - \alpha_2^n} \cdot \left[\frac{1 - e^{-\alpha_2^n T}}{\alpha_2^n} - B_1^n(T) \right]$
- $A^n(T) = a + b + \frac{(\sigma_2^n)^2}{2} \cdot (c + d - e + f)$

Avec :

$$\begin{aligned}
 a &= \left(B_1^n(T) - T \right) \cdot \frac{\mu^n - (\alpha_1^n)^2}{2(\alpha_1^n)^2} ; b = B_2^n(T) \cdot \mu^n - \frac{(\sigma_1^n \cdot B_1^n(T))^2}{4 \cdot \alpha_1^n} ; \\
 c &= \frac{T}{(\alpha_2^n)^2} - 2 \cdot \frac{B_1^n(T) + B_2^n(T)}{(\alpha_2^n)^2} ; d = \frac{1 - e^{-2\alpha_1^n T}}{2 \cdot \alpha_1^n \cdot (\alpha_1^n - \alpha_2^n)^2} ; \\
 e &= 2 \cdot \alpha_1^n \cdot \frac{1 - e^{-(\alpha_1^n + \alpha_2^n)T}}{\alpha_2^n \cdot (\alpha_1^n - \alpha_2^n)^2 \cdot (\alpha_1^n + \alpha_2^n)} ; f = (\alpha_1^n)^2 \cdot \frac{1 - e^{-2\alpha_2^n T}}{2 \cdot (\alpha_2^n)^3 \cdot (\alpha_1^n - \alpha_2^n)^2}
 \end{aligned}$$

Puis, pour trouver la courbe des taux à la date $t \in [0; T]$, on effectue le calcul suivant :

$$R(t, T) = -\frac{\ln(P^n(t, T))}{T - t} = \frac{B_1^n(T - t) \cdot r_t + B_2^n(T - t) \cdot m_t - A^n(T - t)}{T - t}$$

5.5 Modélisation des spreads de crédits

La projection des spreads de crédit se fait en lien avec la projection du cours des actions :

- Lorsqu'aucun choc boursier ne se produit, les spreads de crédit oscillent autour d'une valeur de référence relativement faible (calibrée sur l'historique des indices iBoxx).
- Au moment d'un krach boursier, les spreads de crédit subissent un choc à la hausse d'amplitude aléatoire (calibrée également sur l'historique iBoxx).

5.6 Modélisation de l'inflation

L'inflation est projetée indirectement à travers la modélisation des taux réels (une fois les taux réels projetés, on utilise la relation : taux nominaux = inflation + taux réels pour obtenir l'inflation).

Les taux réels sont modélisés par un modèle de Vasicek à deux facteurs, modèle couramment utilisé pour les taux réels, qui présente l'avantage de pouvoir générer des taux réels négatifs.

6 Le calcul de la Provision Best Estimate

Dans cette application, nous calculons la provision Best Estimate au 31/12/2009 selon les spécifications techniques du QIS 5. Nous utilisons une méthode stochastique permettant de prendre en compte les options liées aux contrats en euros. En effet, l'assuré a la possibilité de racheter tout ou partie de son contrat à tout moment. Ce choix peut être motivé par la fiscalité, les taux servis par l'assureur, les taux du marché ou encore les taux servis par la concurrence (non modélisés).

Dans le but de valoriser ces options, nous générons 1 000 scénarios économiques à l'aide du générateur de scénarios économiques de Fixage. Chaque scénario est composé :

- Des courbes des taux nominaux des 30 prochaines années au 31/12 sur 30 ans,
- Des résultats des taux courts nominaux sur 30 ans
- De la projection des taux d'inflation sur 30 ans,
- De l'évolution des spread A sur 30 ans,
- De l'évolution des spread BBB sur 30 ans.

Le portefeuille de contrats étudié est constitué de contrats épargne sur 3 générations (de 2007 à 2009). Pour chaque assuré, nous disposons des données suivantes :

- Age au 31/12/2009
- Génération du contrat
- Provision Mathématique au 31/12/2009
- Nombre de contrats en cours au 31/12/2009

Le portefeuille de placements au 31/12/2009 est composé d'obligations à taux fixe et variable ainsi que d'OPCVM monétaire. Nous disposons notamment :

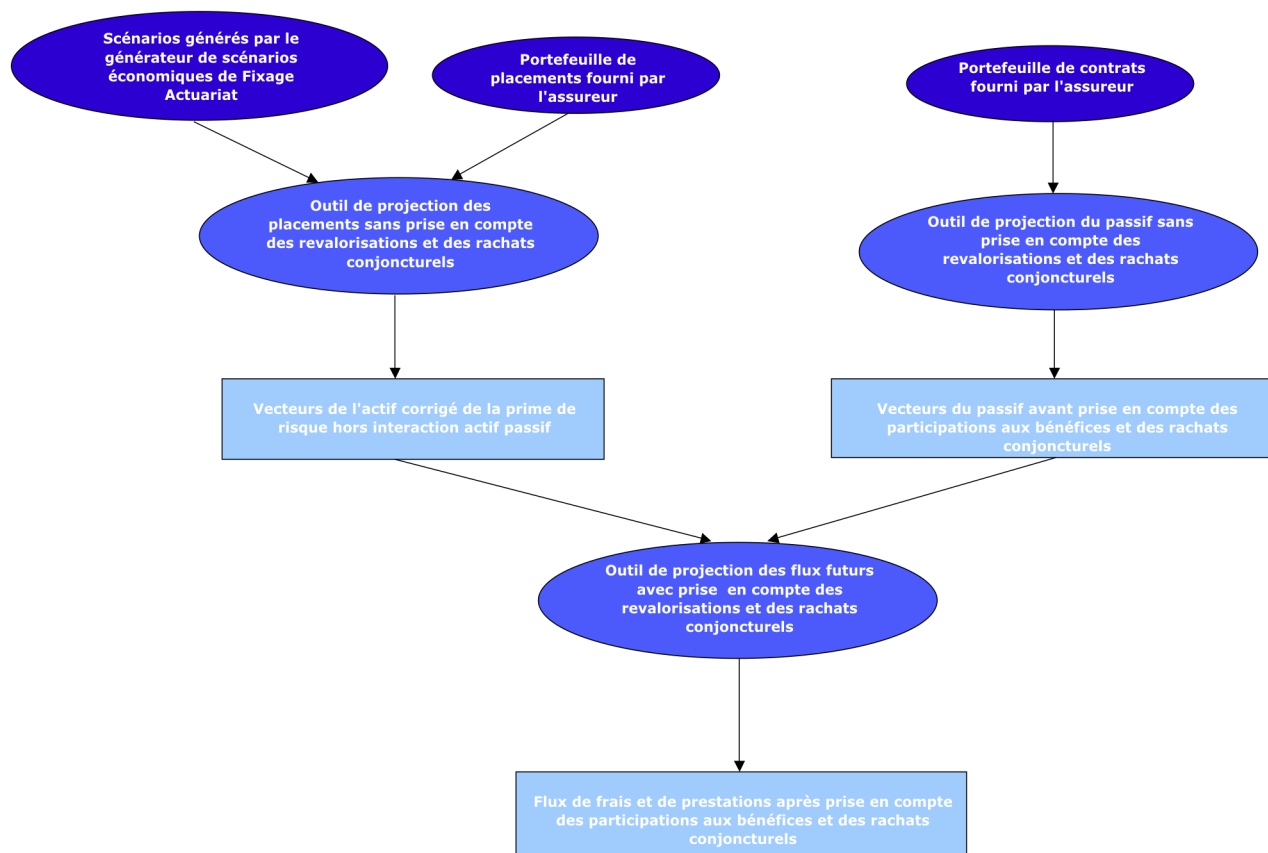
- De la valorisation au 31/12/2009
- De la notation des produits financiers
- Du taux facial au 31/12/2009
- De la date de tombé de coupon
- De la valeur du nominal et du remboursement

6.1 Les étapes de calcul

Le calcul de la provision Best Estimate a nécessité la réalisation de trois outils que nous présentons dans ce chapitre. Chacun des outils correspond à une étape de calcul :

- a) Projection du portefeuille de contrats hors revalorisation et rachats conjoncturels. Nous utilisons une méthode d'agrégation des modèles points afin d'obtenir des vecteurs de taux agrégés utilisés dans la troisième étape.
- b) Projection des valeurs de marché, valeurs comptables, flux et produits financiers du portefeuille de placements détenus au 31/12/2009. Cet outil permet de projeter le rendement comptable des actifs présents en portefeuille, sans prendre en compte la politique de réinvestissement choisie par l'assureur.
- c) Projection des flux de frais et prestations avec prise en compte des revalorisations futures, des rachats conjoncturels ainsi que les politiques de taux servi et d'allocation d'actif.

Voici une illustration du processus de calcul :



6.2 Projection du portefeuille de contrat hors revalorisations futures et rachats conjoncturels

Le portefeuille de contrats est fourni avec les données des assurés segmentées par âge et par génération de contrats. Le portefeuille global est découpé en « sous-portefeuilles homogènes », appelés models points. La première étape du calcul consistera à projeter les flux de passif pour chacun des models points, puis à procéder à l'agrégation des résultats obtenus. De cette projection, nous allons déduire des vecteurs de taux que nous réutiliserons pour obtenir les flux de prestations avec prise en compte des revalorisations futures et des rachats conjoncturels.

Si nous avions cherché à raisonner sur chaque model point, sans utiliser de vecteur agrégé, nous aurions calculé pour chaque model point une provision Best Estimate. Par exemple, pour 250 models point, nous aurions eu 250*1000 projections à réaliser ce qui demande un temps de calcul considérable. La méthode que nous utilisons dans ce mémoire permet d'optimiser le temps de calcul.

6.2.1 Le contrat d'assurance vie en euros étudié

6.2.1.1 Nature du contrat

Le contrat étudié est un contrat collectif d'assurance sur la vie, libellé en euros, à adhésion facultative. La durée d'adhésion est viagère.

6.2.1.2 Garanties offertes

Ce contrat n'offre pas de taux minimum garanti.

En cas de décès de l'assuré, l'assureur verse le capital disponible au bénéficiaire désigné par l'assuré.

En cas de vie de l'assuré, l'adhérent a la possibilité de racheter partiellement ou totalement son capital disponible.

6.2.1.3 Les frais et chargements

Il n'y a pas de frais prélevés sur les versements effectués par l'assuré.

Les chargements sur encours pendant la durée de vie du contrat sont de 0,5% du capital disponible géré.

Pas de frais en cas de rachat total ou partiel.

Le coût unitaire par contrat est de 20€. Il suit les scénarios d'inflation simulés avec le générateur de scénarios économiques de Fixage.

6.2.2 Les hypothèses de projection

Pour des raisons pratiques, l'horizon de projection est de 30 ans. À la fin de la projection, l'épargne résiduelle est supposée rachetée. Cette hypothèse ne sous-estime pas le risque pour l'assureur en raison du facteur d'actualisation : en effet, cela coûte plus cher à l'assureur d'actualiser l'épargne résiduelle la 30^{ième} année que de continuer la projection.

Comme nous l'avons expliqué précédemment, la projection se fait en univers risque neutre et en run-off.

Afin de simplifier la modélisation, nous ne prenons pas en compte la réassurance, les impôts et les taxes.

Nous choisissons la table de mortalité des hommes TH00-02 car ils ont une espérance de vie moins élevée que les femmes.

6.2.3 La projection du portefeuille de contrats d'épargne

Nous disposons d'un portefeuille de contrats composé, au 31/12/2009, de 29 328 contrats pour une provision mathématique de 209 034k€. Le montant de la provision pour participation aux bénéfices au 31/12/2009 est de 8 471k€. Une partie de la provision pour participation aux bénéfices (6 260k€) est incorporée aux provisions mathématiques au 01/01/2010.

Le portefeuille de contrats est segmenté par âge et par génération. Pour chaque groupe homogène, on projette les flux chaque année en prenant en compte les probabilités de décès et les rachats structurels. Ensuite, les flux de tous les modèles points sont agrégés par année.

Cette agrégation nous permet de déterminer le taux de prestation décès et de prestation rachat par année de projection. En effet, les décès dépendant de l'âge de l'assuré, il nous faut donc déterminer le taux de décès par année de projection pour tous les âges confondus. De même, les taux rachats dépendent de l'ancienneté du contrat qui n'est pas la même sur les trois générations.

Nous considérons que les sinistres tels que les rachats structurels et les décès donnent lieu à un versement de prestations à la fin de l'année.

Les chargements sur encours sont prélevés en milieu d'année sur la valeur de rachat de l'année.

6.2.3.1 Les prestations en cas de décès

Pour rappel, la table de mortalité utilisée pour la modélisation des décès est la TH00-02.

Pour chaque année de projection et pour chaque model point nous appliquons le taux de décès, correspondant à l'âge de l'assuré, à la provision mathématique d'ouverture.

$$\boxed{prestation\ décès_i = tx_{décès_i} \times PM_{ouverture_i}}$$

où : $tx_{décès_i}$ est le taux de décès fournit par la table TH00-02 à l'année de projection i

Pour le calcul des frais de gestion des contrats, il nous faut le nombre de contrats qui prennent fin en raison des décès.

Nous avons donc :

$$\boxed{nombre\ décès_i = tx_{décès_i} \times nombre\ contrat_{ouverture_i}}$$

6.2.3.2 Les prestations dues aux rachats structurels

Pour la modélisation du taux de prestation des rachats structurels, la loi utilisée est la suivante :

- 3,5% pour les 8 premières années d'ancienneté du contrat,
- 7,0% ensuite.

Ce choix est justifié par le fait que l'on souhaite tenir compte de l'augmentation des rachats partiels à partir de 8 années d'ancienneté souvent en raison de la fiscalité. Pour chaque model point et chaque année de projection, nous appliquons le taux de rachat structurel de l'année i.

$$\boxed{prestationRS_i = tx_{RSmontant_i} \times PM_{ouverture_i}}$$

où : $tx_{RSmontant_i}$ est le taux de rachat structurel en montant de l'année i

Concernant la modélisation du nombre de contrats résiliés en raison des rachats structurels, la loi utilisée est la suivante :

- 7% pour les 8 premières années d'ancienneté du contrat,
- 5% ensuite.

Cette loi permet de prendre en compte la sortie des contrats à faible montant les premières années. Ce phénomène se stabilise par la suite.

Le nombre de contrats rachetés est :

$$\text{nombre } RS_i = tx_{RS \text{ nombre}_i} \times \text{nombre contrat}_{ouverture_i}$$

où : $tx_{RS \text{ nombre}_i}$ est le taux de rachat structurel en nombre de l'année i

6.2.3.3 Les frais d'administration et de gestion des contrats

Le coût unitaire des frais de gestion des contrats est de 20€ en 2009. Il suit l'inflation.

$$\text{frais contrat}_i = \text{coût unitaire}_i * \frac{\text{nombre contrat}_{ouverture_i} + \text{nombre contrat}_{cl\acute{o}ture_i}}{2}$$

avec $\text{nombre contrat}_{cl\acute{o}ture_i} = \text{nombre contrat}_{ouverture_i} - \text{nombre } RS_i - \text{nombre décès}_i$

6.2.3.4 Les chargements sur encours

Les chargements sur encours sont de 0,5% du capital disponible pendant la durée de vie du contrat. Nous avons supposé que les chargements sur encours étaient prélevés en milieu d'année. Le capital disponible en milieu d'année correspond à la provision mathématique d'ouverture diminuée de la moitié des prestations rachats et décès de l'année en question.

$$\text{chgt encours}_i = tx_{\text{chgt encours}} \times \left(PM_{ouverture_i} - \frac{\text{prestation décès}_i}{2} - \frac{\text{prestation } RS_i}{2} \right)$$

6.2.3.5 Les provisions mathématiques

Afin d'obtenir les provisions mathématiques à la clôture de l'exercice i , nous retirons les prestations rachats et décès ainsi que les chargements sur encours de la provision d'ouverture de l'exercice i .

$$PM_{cl\acute{o}ture_i} = PM_{ouverture_i} - prestation\ RS_i - prestation\ d\acute{e}c\grave{e}s_i - chgt\ encours_i$$

où : $PM_{cl\acute{o}ture_i}$ est la provision mathématique de clôture de l'année i

$PM_{ouverture_i}$ est la provision mathématique d'ouverture de l'année i

$prestation\ RS_i$ est le montant versé aux assurés suite aux rachats structurels de l'année i

$prestation\ d\acute{e}c\grave{e}s_i$ est le montant versé aux bénéficiaires suite aux décès de l'année i

$chgt\ encours_i$ est le montant des chargements sur encours liés aux contrats de l'année i

6.2.3.6 Génération des vecteurs du passif

À partir des projections agrégées des résultats précédents, nous obtenons le taux de prestations décès ainsi que le taux de décès en nombre pour chaque année de projection :

$$taux\ prestation\ d\acute{e}c\grave{e}s_i = \frac{prestation\ d\acute{e}c\grave{e}s_i}{PM_{ouverture_i}}$$

$$taux\ nombre\ d\acute{e}c\grave{e}s_i = \frac{nombre\ d\acute{e}c\grave{e}s_i}{nombre\ contrat_{ouverture_i}}$$

De même, nous obtenons le taux de prestations rachats ainsi que le taux de rachat en nombre pour chaque année de projection :

$$taux\ prestation\ rachat_i = \frac{prestation\ rachat_i}{PM_{ouverture_i}}$$

$$taux\ nombre\ rachat_i = \frac{nombre\ rachat_i}{nombre\ contrat_{ouverture_i}}$$

Pour le calcul de la provision Best Estimate, nous utiliserons ces vecteurs ainsi que :

- Le taux de chargement sur encours
- Le coût unitaire par contrat

6.3 Projection du portefeuille de placements détenu au 31/12/2009 et des obligations nouvelle génération

Ce deuxième outil va servir à projeter en univers risque neutre les obligations à taux fixe et variable détenues au 31/12/2009 ainsi que les obligations nouvelle génération dans lesquelles l'assureur réinvestit.

Nous émettons l'hypothèse que le montant disponible est réinvesti dans des obligations 10 ans émises et remboursées au pair.

La provision Best Estimate est calculée en univers risque neutre. Les rendements comptables des placements projetés doivent être retraités des primes de risque. Les obligations de crédit ont un rendement supérieur au taux sans risque. Ce rendement intègre une prime de risque. Il faut retirer cette prime de risque tout en conservant la volatilité correspondante.

En actualisant l'échéancier de flux au taux sans risque augmenté du spread de crédit, nous retrouvons la valeur de marché.

Dans un deuxième temps, on effectue un retraitement de la prime de risque moyenne qui correspond au spread de marché moyen initial. Pour chaque année et pour chaque scénario, on retire de la performance de l'obligation le spread de marché moyen correspondant aux conditions de marché de la date de calcul (ici le 31/12/2009).

Afin d'obtenir la projection de flux en univers risque neutre, nous reconstituons l'échéancier des flux retraités du risque (c'est-à-dire après avoir retiré la prime de risque).

Nous allons en premier lieu calculer la valeur comptable et de marché des obligations à la date de calcul (31/12/2009) pour nous intéresser dans un deuxième temps à ces valeurs pour les différentes années de projection.

6.3.1 Valeur de marché et comptable au 31/12/2009

6.3.1.1 La valeur de marché

La valeur de marché des obligations au 31/12/2009 s'obtient en actualisant les flux futurs avec le taux des zéro coupon dont l'horizon correspond à la date de tombé des flux (approche en taux continu).

Nous avons donc :

$$VM_{31/12/09} = \sum_{i=1}^n C_i e^{-(i-1+\alpha)t_{m_i}} + F_n e^{-(n-1+\alpha)t_{m_n}}$$

où : t_{m_i} est le taux de marché

α est le facteur de prorata temporis (compris entre 0 et 1)

C_i est le coupon de l'année i

F_n est la valeur de remboursement

Ce taux de marché se décompose en un taux sans risque et une prime de risque supposée égale au spread moyen de marché. Ce spread moyen de marché est supposé constant quelle que soit la maturité. Il est solution de l'équation suivante :

$$VM_{31/12/09} = \sum_{i=1}^n C_i e^{-(i-1+\alpha)K} e^{-(i-1+\alpha)t_{sr_i}} + F_n e^{-(n-1+\alpha)K} e^{-(n-1+\alpha)t_{sr_n}}$$

$$\forall i : t_{m_i} = t_{sr_i} + K$$

où : t_{sr_i} est le taux sans risque i années fourni par la Commission Européenne

K est le spread moyen de marché initial au 31/12/2009

Ce spread moyen de marché initial est déterminé pour chaque ligne d'obligation du portefeuille détenue au 31/12/2009.

6.3.1.2 La valeur comptable

Nous disposons de la valeur comptable des obligations au 31/12/2009 (approche en taux discret). Elle correspond à la valeur actualisée avec le taux actuariel à l'achat des flux futurs.

$$VC_{31/12/09} = \sum_{i=1}^n \frac{C_i}{(1+t_a)^{i-1+\alpha}} + \frac{F_n}{(1+t_a)^{n-1+\alpha}}$$

où : t_a est le taux actuariel à l'achat,

α est un facteur de prorata temporis (compris entre 0 et 1).

Les flux et le taux actuariel définis ci-dessus tiennent compte du spread moyen de marché. Il nous faut donc recalculer un taux actuariel t'_a « corrigé du risque ». Il est calculé à partir de la valeur comptable et des flux corrigés du risque.

En univers risque neutre, les flux sont supposés égaux à :

$$F_i^{risque\ neutre} = F_i \times e^{-(i-1+\alpha)K}$$

où : α est le facteur de prorata temporis (compris entre 0 et 1)

K est le spread moyen de marché initial (au 31/12/2009)

Le taux t'_a est déterminé par la formule suivante :

$$VC_{31/12/09} = \sum_{i=1}^n \frac{C_i \times e^{-(i-1+\alpha)K}}{(1+t'_a)^{i-1+\alpha}} + \frac{F_n \times e^{-(n-1+\alpha)K}}{(1+t'_a)^{n-1+\alpha}}$$

6.3.1.3 Les obligations à taux variable

Dans notre portefeuille, les obligations à taux variables sont indexées sur les CMS10 et l'Euribor 3 mois.

Pour calculer le taux actuariel moyen corrigé du risque de ces obligations, nous estimons les flux futurs à l'aide des taux forward 3 mois (pour les obligations dont le coupon est indexé sur l'Euribor 3 mois) et 10 ans (pour les obligations dont le coupon est indexé sur le CMS10) calculés à partir de la courbe des taux swap au 31/12/09 fournie par la Commission Européenne.

6.3.2 Projection des obligations détenues au 31/12/2009

6.3.2.1 Les valeurs de marché

Le générateur de scénarios économiques utilisé pour notre étude génère l'évolution des spread de crédit A et BBB.

Nous émettons un certain nombre d'hypothèses pour effectuer cette projection :

- L'évolution du spread de crédit des obligations AAA est nulle
- L'évolution des spread de crédit A et AA est assimilée à celle du spread A
- Les spread de crédit du reste des obligations sont supposés suivre l'évolution du spread BBB

Le taux d'actualisation utilisé pour déterminer la valeur de marché à la date i est :

$$tx_{m_{t,k}^i} = tx_{sr_{t,k}^i} + S_{t,k}$$

où $tx_{sr_{t,k}^i}$ est le taux sans risque t années de la courbe des taux de la date i du scénario k

$$S_{0,k} = K$$

$$S_{t,k} = S_{t-1,k} + \Delta spread_{t,k} \text{ pour } t > 0$$

$\Delta spread_{t,k}$ correspond à la variation du spread de crédit entre la date t -1 et t pour le scénario k.

Ainsi, la valeur de marché à la date i pour le scénario k est :

$$VM_{i,k} = \left(\sum_{j=1}^{maturité-i} C_{j,k} e^{-(j-1+\alpha)tx_{m_{j,k}^i}} + F_n e^{-(maturité-i-1+\alpha)tx_{m_{maturité-i,k}^i}} \right) \times e^{-iK}$$

Le coefficient e^{-iK} sert à retraiter la valeur de marché de la prime de risque initiale.

6.3.2.2 Les valeurs comptables

La valeur comptable de chaque obligation à la date i après retraitement du risque est :

$$VC_i = \sum_{j=i+1}^n \frac{C_j \times e^{-(j-1+\alpha)K}}{(1+t'_a)^{-1+\alpha}} + \frac{F_n \times e^{-(n-1+\alpha)K}}{(1+t'_a)^{-1+\alpha}}$$

Nous calculons la valeur actualisée, en utilisant le taux actuariel à l'achat « corrigé du risque », des flux futurs retraités du risque.

6.3.2.3 Les flux et produits financiers

Les coupons et les remboursements sont placés au taux sans risque 10 ans jusqu'au 31/12 de l'année de calcul. Ainsi, les flux de l'année i pour le scénario k sont :

$$Flux_{i,k} = \underbrace{(C_k + F_k)}_{\text{flux liés aux obligations}} e^{-(i-1+\alpha)K} \times \underbrace{\left(1 + tx_{sr_{10,k}^i}\right)^{(1-\alpha)}}_{\text{flux liés au remplacement des obligations}}$$

où C_k représente le montant total des coupons de l'année i pour le scénario k

F_k représente le montant du remboursement total de l'année i pour le scénario k

$tx_{sr_{10,k}^i}$ correspond au taux sans risque 10 ans de la courbe des taux de l'année i pour le scénario k

Les produits financiers de l'année i pour le scénario k correspondent à l'évolution de la valeur comptable par rapport à l'année précédente pour le même scénario à laquelle nous ajoutons les flux de l'année i .

$$Produits\ financiers_{i,k} = VC_i - VC_{i-1} + Flux_{i,k}$$

6.3.2.4 Les coupons des obligations à taux variable

Rappelons que les obligations à taux variable présentes dans notre portefeuille sont indexées sur le CMS 10 et l'Euribor 3 mois.

Afin de projeter les flux futurs, nous utilisons les taux forward 3 mois et 10 ans pour modéliser respectivement l'Euribor 3 mois et le CMS 10. Afin de déterminer le taux facial du coupon de l'année i évalué à la date t pour le scénario k (avec $i > t$), nous procédons à une interpolation linéaire.

Prenons l'exemple des obligations indexées sur le CMS10. À chaque date t la projection des flux futurs des obligations de coupon indexé sur le CMS10 est réalisée de la manière suivante :

À l'aide de la courbe des taux de référence (courbe des taux nominaux) de l'année t , on détermine les taux forward 10 ans jusqu'à l'échéance de l'obligation. On réitère l'opération en se basant sur la courbe des taux de l'année $t+1$.

Le lien entre les taux forward et les taux zéro-coupon est donné par la formule suivante :

$$F(i, T_1, T_2) = \frac{(B(i, T_1) - B(i, T_2))}{(T_1 - T_2) * B(i, T_1)}$$

$F(i, T_1, T_2)$ est le taux forward à la date i de maturité $T_2 - T_1$ années (T_2 est supérieur à T_1).

Nous réalisons ensuite à l'interpolation linéaire suivante :

$$\boxed{\text{taux facial}_{i,t,k} = (1 - \alpha) \times \text{taux10 ans}_{i,t,k} + \alpha \times \text{taux10 ans}_{i,t+1,k}}$$

où : $\text{taux facial}_{i,t,k}$ est le taux facial du coupon de l'année i (pour $i > t$) évalué à la date t pour le scénario k

$\text{taux10 ans}_{i,t,k}$ est le taux forward 10 ans à la date i ($i > t$) calculé à l'aide de la courbe des taux de la date t simulé pour le scénario k

α est le facteur de prorata temporis de l'obligation (compris entre 0 et 1).

On en déduit pour une évaluation de la projection des flux à la date t le coupon de la date i ($i > t$) pour le scénario k :

$$\boxed{C_{i,k} = \text{taux facial}_{i,t,k} \times \text{nominal}}$$

6.3.3 Projection des obligations nouvelle génération

Nous rappelons que les réinvestissements se font dans des obligations au pair de maturité 10 ans. Les projections sont réalisées en base 100.

Le taux facial de l'obligation de génération j pour le scénario k est solution de l'équation suivante :

$$100 = \sum_{i=1}^{10} \left(100 e^{tx_{facial_{j,k}} \times t} e^{-i \times t \times sr_{i,k}^{j-2009}} + 100 e^{-10 \times t \times sr_{10,k}^{j-2009}} \right)$$

Où : j est la génération de l'obligation,

$tx_{facial_{j,k}}$ est le taux facial des obligations de génération j pour le scénario k ,

$tx_{sr_{i,k}^{j-2009}}$ est le taux sans risque i années de la courbe des taux de la date $j-2009$ du scénario k .

i représente les dates de tombée de coupon.

En actualisant les flux futurs des obligations au taux sans risque correspondant au scénario et à la date de calcul, nous déterminons la valeur de marché.

6.3.3.1 Les actifs monétaires

Dans notre modélisation, nous supposons que les actifs monétaires suivent la performance du taux court terme simulé par le générateur de scénarios économiques.

6.4 Détermination du taux servi et projection des flux de passif avec prise en compte des rachats conjoncturels et de la revalorisation

Le dernier outil permet de prendre en compte les interactions qui existent entre l'actif et le passif et donc de déterminer les flux de prestations et de frais servant au calcul de la provision Best Estimate.

Les projections sont réalisées pour chacun des scénarios. Dans la suite, l'indice k correspondra au scénario étudié.

6.4.1 Génération des flux de prestations et de frais avec prise en compte des rachats conjoncturels et de la revalorisation.

Afin de prendre en compte la revalorisation et les rachats conjoncturels dans la projection des flux de prestations et de frais, il faut déterminer le taux servi à l'assuré.

6.4.1.1 Le taux servi

Le taux servi à l'assuré est net des chargements sur encours. Il est déterminé de la façon suivante :

$$\text{taux servi net}_i = \text{Max}[\text{taux cible}_i; \text{TRA}_i] - tx_{\text{chgt encours}_i}$$

où : TRA_i est le taux de rentabilité de l'actif l'année i
 taux cible_i est le taux cible brut que se fixe l'assureur l'année i
 $tx_{\text{chgt encours}_i}$ est le taux de chargement sur encours de l'année i

Lorsque la rentabilité de l'actif permet à l'assureur de servir plus que le taux cible qu'il s'est fixé, ce dernier sert à ces assurés ce que lui a rapporté son actif. Dans le cas inverse, il sert le taux cible qu'il s'est fixé.

Ce taux servi est fonction d'un taux cible permettant de représenter les décisions de management de l'assureur.

6.4.1.2 Le taux cible

Le taux cible correspond au taux minimum que l'assureur souhaite servir à ses assurés pour ne pas avoir de rachats conjoncturels trop importants l'année suivante. Le comportement des assurés en matière de rachat dépend de la concurrence et du taux observé sur le marché. La politique de taux servi doit donc dépendre des différentes conditions de marché. Ainsi, on définit un taux cible qui est, selon les conditions du marché, fonction du taux court, du taux long ou de la moyenne des taux longs historiques des cinq dernières années.

Le taux cible brut pour l'année i et le scénario k est donné par :

$$\text{taux cible brut}_{i,k} = \text{Max} \left[\begin{array}{l} 80\% \text{ taux court}_{i,k} ; 90\% \text{ taux long}_{i,k} ; \\ \text{moyenne des taux longs historiques des 5 dernières années pour le scénario } k \end{array} \right]$$

La détermination de la règle sur le taux cible a été réalisée en se basant sur les principes suivants :

- a) en période de baisse des taux, l'assureur bénéficie de rendements sur les portefeuilles obligataires acquis au cours des années précédentes supérieurs au taux de marché. Son taux de rendement comptable, égal à la moyenne pondérée des taux de rendement actuariel à l'achat, est alors supérieur au taux de marché. Il est donc amené à servir un taux supérieur aux taux immédiats. Plus il produit et plus il dilue son taux de rendement de l'actif qui converge ainsi vers les taux de marché.

On propose dès lors de calculer le taux cible en fonction de la moyenne des taux longs des cinq dernières années.

- b) En période de hausse des taux, la situation s'inverse. L'assureur va chercher à produire pour dégager des cash flows d'assurance positifs et ainsi investir dans les nouvelles conditions de marché plus favorables. La relation de son taux n'est pas immédiate. Le financement des taux servis peut s'effectuer pour partie par les rendements de l'actif, par la PPE constituée et à défaut par les fonds propres.

On propose d'accompagner partiellement la hausse des taux en fixant un plancher fonction des taux longs.

- c) En période de crise comme en 2008, les taux courts peuvent remonter brutalement induisant une concurrence nouvelle de produit d'épargne court terme de type livret A.

On propose d'intégrer cette contrainte au travers d'un plancher fonction des taux courts.

6.4.1.3 Les rachats

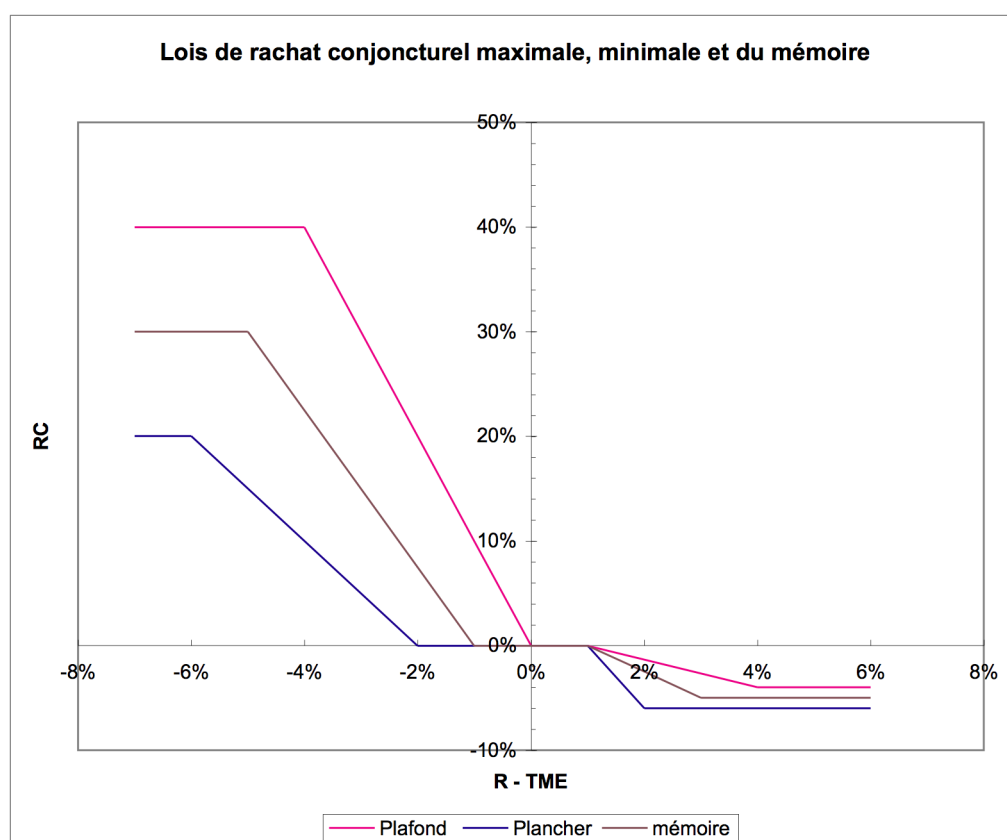
Les prestations liées aux rachats structurels sont déterminées de façon similaire à la partie 6.2.3.2.

La composante conjoncturelle des rachats dépend du taux servi et du taux moyen des emprunts d'Etat. La loi choisie est très proche de celle fournie pour le QIS 4.

Les paramètres sont les suivants (nous rappelons le plafond et le plancher du QIS 5):

paramètres	α	β	γ	δ	$RC_{\min}$	$RC_{\max}$
mémoire	-5%	-1%	1%	3%	-5%	30%
plafond	-4%	0%	1%	4%	-4%	40%
plancher	-6%	-2%	1%	2%	-6%	20%

Graphiquement :



Le taux de rachat conjoncturel est fonction inverse de l'écart entre le taux servi et le TME. L'assuré compare le rendement de son placement à ce qui se fait sur le marché. L'assuré a tout intérêt à garder son contrat lorsque celui-ci lui rapporte plus que le taux du marché.

A l'inverse, si l'assureur verse des taux plus faibles que le TME, l'assuré va racheter son contrat pour investir dans un placement plus avantageux.

Le taux de rachat total pour l'année i et le scénario k est ensuite défini par l'ACAM dans les Orientations Nationales Complémentaires :

$$tx \text{ rachat total}_{i,k} = \left[\text{Min } 1; \text{Max } (0; tx \text{ rachat structurel}_{i,k} + tx \text{ rachat conjoncturel}_{i,k}) \right]$$

Le taux de rachat total ne peut pas être négatif ni dépasser 100%.

Nous obtenons ainsi le montant des prestations dues aux rachats :

$$prestation \text{ rachat}_{i,k} = tx \text{ rachat total}_{i,k} \times PM_{ouverture_{i,k}}$$

6.4.1.4 Les prestations en cas de décès :

A l'aide du vecteur de taux agrégé déterminé dans l'outil de projection des flux de prestations sans prise en compte de la revalorisation ni des rachats conjoncturel, nous déterminons les prestations en cas de décès.

$$prestation \text{ décès}_{i,k} = taux \text{ prestation décès}_i \times PM_{ouverture_{i,k}}$$

Le taux de prestation décès est indépendant du scénario choisit.

6.4.1.5 Les chargements et frais

La projection des chargements sur encours et des frais d'administration se fait de façon similaire à la projection sans prise en compte de la revalorisation et des rachats conjoncturels avec les taux définis précédemment (0,5% de chargements sur encours et le coût unitaire par contrat de 20€)

6.4.1.6 La participation aux bénéfices

La charge de participation aux bénéfices pour chaque année i et chaque scénario k est définie de la façon suivante :

$$PB_{i,k} = \text{taux servi brut}_{i,k} \left(PM_{\text{ouverture}_{i,k}} - \frac{\text{prestations}_{i,k}}{2} \right)$$

Les prestations correspondent aux prestations rachats et décès.

6.4.1.7 La provision mathématique de clôture

La provision mathématique de clôture pour l'année i et le scénario k est calculée de la façon suivante :

$$PM_{\text{cl\^oture}_{i,k}} = PM_{\text{ouverture}_{i,k}} - \text{prestation rachat total}_{i,k} - \text{prestation décès}_{i,k} - \text{chgt encours}_{i,k} + PB_{i,k}$$

Pour un même scénario k, la provision d'ouverture de l'année i+1 correspond à la provision de clôture de l'année i (pour i ≥ 0).

6.4.2 Détermination du taux servi : l'ajustement actif-passif

L'outil de projection des placements nous permet de connaître pour chaque scénario la valeur de marché, la valeur comptable, les produits financiers et les flux des titres présents dans le portefeuille au 31/12/2009.

Cet outil de projection permet également de projeter les nouvelles obligations dans lesquelles l'assureur réinvesti.

Les calculs suivants se font pour chaque scénario.

6.4.2.1 Couverture des engagements

Le taux de couverture des engagements est de 100%. La valeur comptable de l'actif l'année i doit donc être égale à :

$$VC_{cible,i} = PM_{clôt,i} + PPE_{clôt,i} + réserve\ capi_{clôt,i}$$

où : $PPE_{clôt,i}$ est la provision pour participation aux bénéfices à la fin de l'année i
 $réserve\ capi_{clôt,i}$ est la réserve de capitalisation à la fin de l'année i

Une fois la valeur comptable de l'actif cible déterminée, on déduit la valeur de marché cible de l'actif. À l'aide des projections de l'outil de placements, on détermine la part de la valeur de marché par rapport à la valeur comptable de l'actif :

$$\alpha_i = \frac{VM_{totale,i}}{VC_{totale,i}}$$

où : $VM_{totale,i}$ est la valeur de marché totale du portefeuille l'année i avant les opérations d'investissement/désinvestissement

$VC_{totale,i}$ est la valeur comptable totale du portefeuille l'année i avant les opérations d'investissement/désinvestissement

Ainsi, on a : $VM_{cible,i} = \alpha_i * VC_{cible,i}$

6.4.2.2 La provision pour participation aux bénéfices

A la clôture de l'exercice, la charge de participation aux bénéfices versée aux assurés est déduite de la provision pour participation aux bénéfices. D'un autre côté, nous ajoutons les produits financiers affectés à la provision pour participation aux bénéfices.

$$PPE_{clôt,i} = PPE_{ouv,i} - PB_i + \text{produits financiers affectés}_i$$

Les produits financiers affectés à la provision pour participation aux excédents sont définis comme suit :

$$\text{produits financier affectés}_i = TRA_i \times \left(\text{reserve capitalisation}_{clôtur,i} + PPE_{ouverture,i} + PM_{ouverture,i} - \frac{\text{prestations}_i}{2} \right)$$

6.4.2.3 La réserve de capitalisation

La réserve de capitalisation permet de lisser dans le temps les résultats de cessions obligataires.

La réglementation prévoit la reprise ou la dotation de la réserve de capitalisation :

- Lors de la baisse des taux, la provision est dotée à hauteur de la plus-value réalisée lors de la cession de l'obligation
- Lors de la hausse des taux, la moins value réalisée est compensée par une reprise sur la réserve de capitalisation dans la limite possible.

La réserve de capitalisation ne peut être négative.

6.4.2.4 Les investissements/désinvestissements

Chaque année, l'assureur décide de vendre ou d'acheter des titres financiers en fonction de son montant disponible. Dans notre étude, les désinvestissements des titres obligataires et des actifs monétaires se font au prorata des valeurs de marché.

Pour les réinvestissements, l'assureur réinvestit dans des obligations 10 ans émises et remboursées au pair.

L'allocation cible désirée par l'assureur tout au long de la projection est :

- 95% obligations
- 5% actifs monétaires

Ainsi, pour chaque année de projection, les valeurs de marché cibles pour chaque classe d'actifs sont :

$$VM\ Oblig_{cible,i} = 95\% * VM_{cible,i}$$

$$VM\ Mon_{cible,i} = 5\% * VM_{cible,i}$$

où : $VM_{cible,i}$ est la valeur de marché cible de l'actif avant les opérations d'investissements/désinvestissements(cf :6.4.2.1)

Ainsi on déduit le montant investi ou désinvesti pour chaque classe d'actifs

$$Montant\ Oblig_{inv/désinv,i} = VM\ Oblig_{cible,i} - \sum_{oblig} VM_{avant\ oblig,i}$$

$$Montant\ Mon_{inv/désinv,i} = VM\ Mon_{cible,i} - VM_{avant\ mon,i}$$

Les obligations

On obtient ainsi le taux de désinvestissement qui s'applique à toutes les obligations acquises ainsi que la liquidité disponible :

$$tx\ désinv\ Oblig_i = \min \left(\frac{VM\ Oblig_{cible,i} - \sum_{oblig} VM_{avant\ oblig,i}}{\sum_{oblig} VM_{avant\ oblig,i}} ; 0 \right)$$

$$liquidité\ Oblig_{inv,i} = \max \left(VM\ Oblig_{cible,i} - \sum_{oblig} VM_{avant\ oblig,i} ; 0 \right)$$

Les actifs monétaires

On obtient ainsi le taux de désinvestissement ainsi que la liquidité disponible :

$$tx\ désinv\ Mon_i = \frac{VM\ Mon_{cible,i} - VM_{avant\ mon,i}}{VM_{avant\ mon,i}}$$

$$liquidité\ Mon_i = \max \left(VM\ Mon_{cible,i} - VM_{avant\ mon,i} ; 0 \right)$$

6.4.2.5 Le taux de rentabilité à l'actif

La rentabilité de l'actif se mesure par le rapport entre les produits financiers et le capital investi. Le taux de rentabilité de l'actif permet de déterminer le taux servi.

$$TRA_i = \text{produits financiers}_i * \frac{2}{\text{placements}_{ouv,i} + \text{placements}_{clôt,i}}$$

où : $\text{placements}_{ouv,i}$ correspondent à la valeur comptable de l'actif à l'ouverture de l'exercice i.

$\text{placements}_{clôt,i}$ correspondent à la valeur comptable de l'actif à l'ouverture de l'exercice i augmentée des flux reçus au cours de l'exercice

6.4.2.6 Les produits financiers

Les produits financiers se décomposent entre les produits financiers liés aux obligations et aux actifs monétaires.

Nous prenons également en compte les produits financiers liés aux désinvestissements excepté pour les obligations car ils sont placés dans la réserve de capitalisation.

Ainsi, nous obtenons :

$$\begin{aligned} \text{Produits financiers}_i = & \text{produits financiers obligataires} \\ & + \text{produits financiers monétaires} \\ & +/- \text{plus-value/moins-value des désinvestissements sur actifs} \\ & \text{monétaires} \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \text{ } \\ \text{ } \\ \text{ } \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Année i} \\ \text{Année i-1} \end{array}$$

Les obligations

Afin de déterminer les produits financiers liés aux obligations, nous introduisons un coefficient de détention en début et fin d'exercice :

- c_{d_i} coefficient de détention à l'ouverture de l'exercice i
- c_{f_i} coefficient de détention à la fin de l'exercice i

Ainsi, nous avons la relation suivante pour les obligations détenues l'année i :

$$c_{f_i} = c_{d_i} * (1 + tx \text{ de sin } v_i) = c_{d_{i+1}}$$

On initialise le coefficient de détention à l'ouverture du premier exercice à 1 : $c_{d_1} = 1$

Pour les obligations nouvelle génération dans lesquelles on investit l'année i , nous avons :

$$c_{f_i} = \frac{\text{liquidité } Oblig_i}{100}$$

Nous rappelons que les nouvelles obligations sont en base 100.

Ainsi, pour chaque exercice, on calcule la valeur de marché et valeur comptable des obligations détenues avant les opérations d'investissement/désinvestissement:

$$VM\ Oblig_{avant,i} = c_{d_i} * VM\ Oblig_{hors\ int\ ervation,i+1}$$

$$VC\ Oblig_{avant,i} = c_{d_i} * VC\ Oblig_{hors\ int\ ervation,i+1}$$

où : $VM\ Oblig_{hors\ int\ ervation,i+1}$ et $VC\ Oblig_{hors\ int\ ervation,i+1}$ sont les valeurs obtenues par l'outil de projection des placements. Prendre l'année $i+1$ revient à prendre les valeurs de marché et comptable à la clôture de l'exercice i

Grâce au coefficient de détention en fin d'exercice, nous pouvons déterminer les valeurs de marché et comptables après les opérations de désinvestissement à la fin de l'exercice i

$$VM\ Oblig_{après,i} = c_{f_i} * VM\ Oblig_{hors\ int\ ervation,i+1}$$

$$VC\ Oblig_{après,i} = c_{f_i} * VC\ Oblig_{hors\ int\ ervation,i+1}$$

La valeur de marché à la fin de l'exercice i après les opérations d'investissement/désinvestissement, est égale à celle de l'exercice $i+1$ avant les opérations d'investissement/désinvestissement car $c_{f_i} = c_{d_{i+1}}$

Nous pouvons ensuite calculer les produits financiers liés aux désinvestissements qui sont placés ou repris (s'ils sont négatifs) sur la réserve de capitalisation :

$$\text{produits financiers oblig}_{dés\ investissement,i} = (VM\ Oblig_{avant,i} - VC\ Oblig_{avant,i}) - (VM\ Oblig_{après,i} - VC\ Oblig_{après,i})$$

A l'aide de l'outil de projection des placements, nous connaissons les produits financiers des obligations détenues au 31/12/2009 hors effet d'investissement/désinvestissement. Ainsi, nous pouvons calculer les produits financiers hors effet d'investissement/désinvestissement :

$$produits\ financiers\ oblig_{hors\ dé\ sin\ vestissement,i} = c_{d_i} * produits\ financiers_{hors\ int\ ervation,i}$$

Les flux liés aux obligations l'année i se décompose en deux :

- les flux avant les opérations d'investissement/désinvestissement

$$flux\ oblig_{avant,i} = c_{d_i} * flux_{hors\ int\ ervation,i}$$

- les flux liés aux opérations d'investissement/désinvestissement

$$flux\ oblig_{dé\ sin\ vestissement,i} = VM\ Oblig_{après,i} - VM\ Oblig_{avant,i}$$

Les actifs monétaires

La performance des actifs monétaires est donnée par le taux court. On réalise chaque année 50% des plus values latentes en milieu d'année.

Nous disposons comme données initiales de la valeur de marché et comptable des actifs monétaires.

Les plus values réalisées l'année i sont égales à :

$$PV_i = \max \left[50\% \left(VM\ Mon_{avant,i} * (1 + perf\ Mon_i)^{0,5} - VC\ Mon_{avant,i} \right); 0 \right]$$

où : $perf\ Mon_i$ est le taux court de l'année i

$VC\ Mon_{avant,i}$ et $VM\ Mon_{avant,i}$ sont respectivement les valeurs comptables et de marché l'année i avant les opérations d'investissement/désinvestissement.

Nous déduisons donc les valeurs de marché et comptables après réalisation des plus values et avant les opérations d'investissement/désinvestissement :

$$VC\ Mon_{PV,i} = VC\ Mon_{avant,i} + PV_i$$

$$VM\ Mon_{PV,i} = VM\ Mon_{avant,i} * (1 + perf\ Mon_i)$$

A la fin de l'exercice i , nous désinvestissons au taux $tx\ de\ sinv\ Mon_i$ et réinvestissons la liquidité disponible. Ainsi, nous obtenons :

$$VC\ Mon_{après,i} = VC\ Mon_{PV,i} * (1 + tx\ de\ sinv\ Mon_i) + liquidité\ Mon_i$$

$$VM\ Mon_{après,i} = VM\ Mon_{PV,i} * (1 + tx\ de\ sinv\ Mon_i) + liquidité\ Mon_i$$

Les produits financiers liés au désinvestissement sont :

$$produits\ financiers\ mon_{désinvestissement,i} = (VM\ Mon_{PV,i} - VC\ Mon_{PV,i}) - (VM\ Mon_{après,i} - VC\ Mon_{après,i})$$

Les flux de l'année i sont :

$$flux\ mon_i = VM\ Mon_{PV,i} - VM\ Mon_{après,i}$$

7 Analyse des résultats

Nous avons calculé la Provision Best Estimate sur 1000 scénarios et selon les hypothèses et méthodes de calcul décrites précédemment.

7.1 La Provision Best Estimate selon les principes du QIS 5

7.1.1 Le Best Estimate Garanti et les *Future Discretionary Benefits*

Dans cette étude, nous avons calculé la provision Best Estimate totale ainsi que la partie garantie du Best Estimate, nous pouvons ainsi en déduire les *Future Discretionary Benefits* :

$$FutureDiscretionaryBenefits = ProvisionBestEstimate - BestEstimateGaranti$$

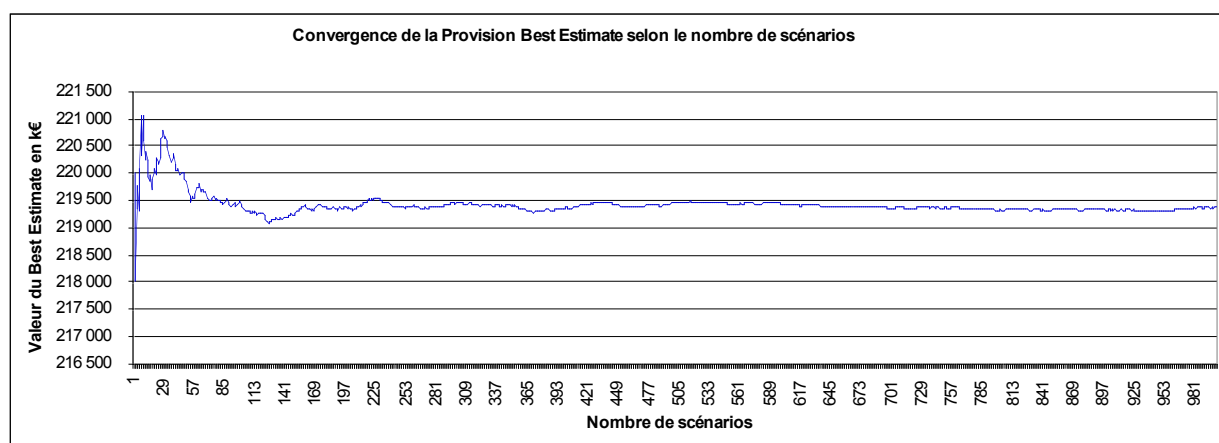
	Provision Best Estimate totale	Future Discretionary Benefits	Provision Best Estimate Garanti
Montants en K€	219 367	76 920	142 447

La partie garantie de la Provision Best Estimate représente 65% de la Provision Best Estimate totale. Les « *Future Discretionary Benefits* » correspondent à la part de la provision Best Estimate destinée à la distribution des bénéfices futurs à la discrétion de l'assureur.

7.1.2 Etude de la convergence

Afin de connaître le nombre de simulations nécessaires pour obtenir un résultat satisfaisant et stable, nous avons calculé la Provision Best Estimate pour un nombre de simulations allant de 1 à 1 000 avec un pas de calcul de 1 scénario.

Nous obtenons le graphique ci-dessous :



La convergence est relativement rapide. 1 000 scénarios sont donc suffisants pour obtenir un résultat stable.

7.1.3 Intervalle de confiance de la Provision Best Estimate

Nous avons cherché à construire un intervalle de confiance pour la Provision Best Estimate avec la méthode du bootstrap. Cette provision correspond à une moyenne sur un échantillon de 1 000 valeurs actualisées des flux futurs.

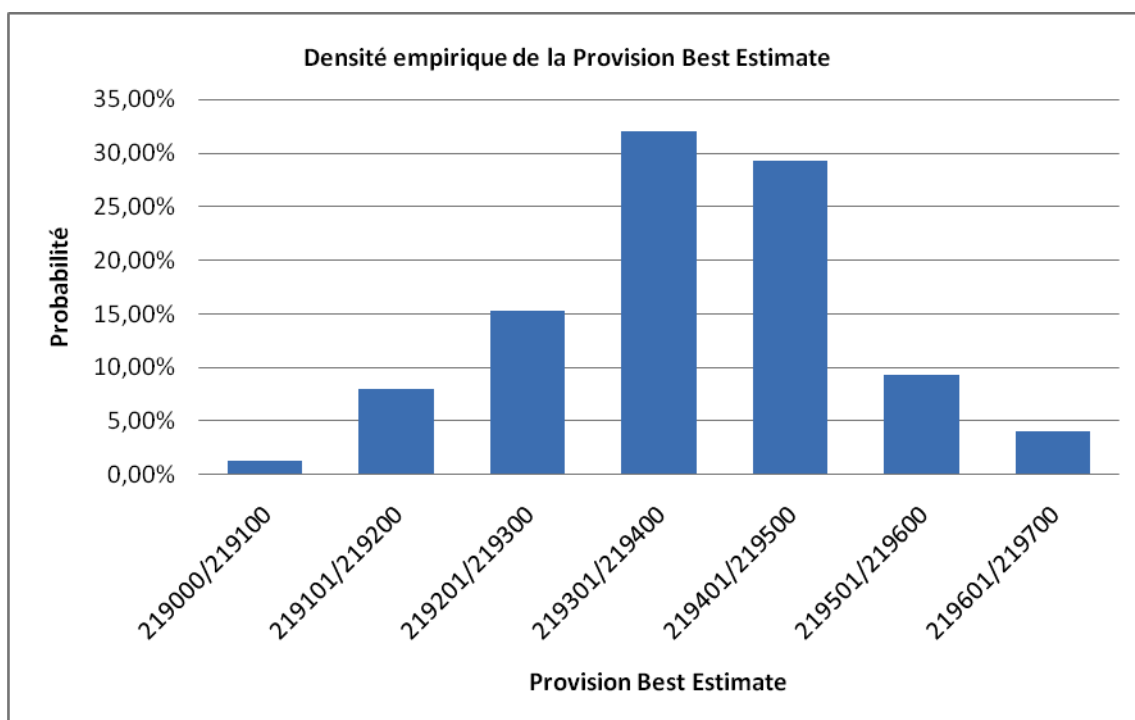
La méthode que nous utilisons est valable si la distribution bootstrap de l'estimateur est approximativement normale.

La distribution bootstrap de la Provision Best Estimate se détermine comme suit :

- Génération de k échantillons bootstrap en effectuant un ré-échantillonnage à partir de l'échantillon d'origine des 1 000 valeurs actualisées des flux futurs.
- Pour chaque échantillon, nous calculons la moyenne (c'est-à-dire la Provision Best Estimate de chaque échantillon).

Nous obtenons ainsi une distribution empirique de l'estimateur de la moyenne.

Voici l'histogramme de la distribution pour $k=150$:



La distribution a la forme d'une « cloche » caractéristique de la distribution d'une loi normale : nous pouvons utiliser la méthode du bootstrap pour estimer l'intervalle de confiance de la Provision Best Estimate.

Nous appelons intervalle percentile 5%-5% pour μ , l'intervalle $[\hat{\mu}_{0,05k}^*; \hat{\mu}_{0,95k}^*]$ dont les bornes sont simplement les percentiles 5% et 95% de la distribution bootstrap des $\hat{\mu}_i^*$ avec i allant de 1 à k .

Dans notre étude, nous avons 150 échantillons générés à partir de l'échantillon initial des 1 000 valeurs actualisées de flux futurs et donc 150 valeurs de Provision Best Estimate. Après avoir trié les valeurs obtenues, nous prenons la 8^{ième} ($0,05 \times 150$) et 143^{ième} ($0,95 \times 150$) valeurs pour avoir les bornes de notre intervalle de confiance.

L'intervalle de confiance à 90% est : [219 168; 219 593].

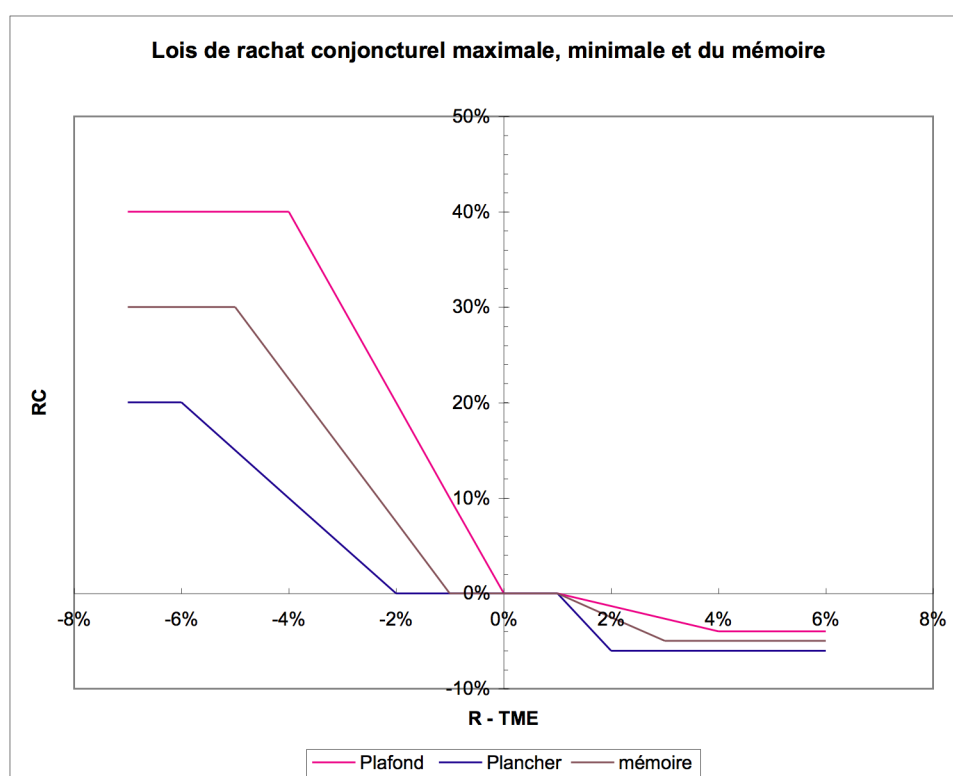
Nous remarquons que la Provision Best Estimate obtenue dans notre étude appartient bien à cet intervalle de confiance.

7.1.4 Evolution des rachats conjoncturels selon le taux moyen des emprunts d'Etat et le taux servi

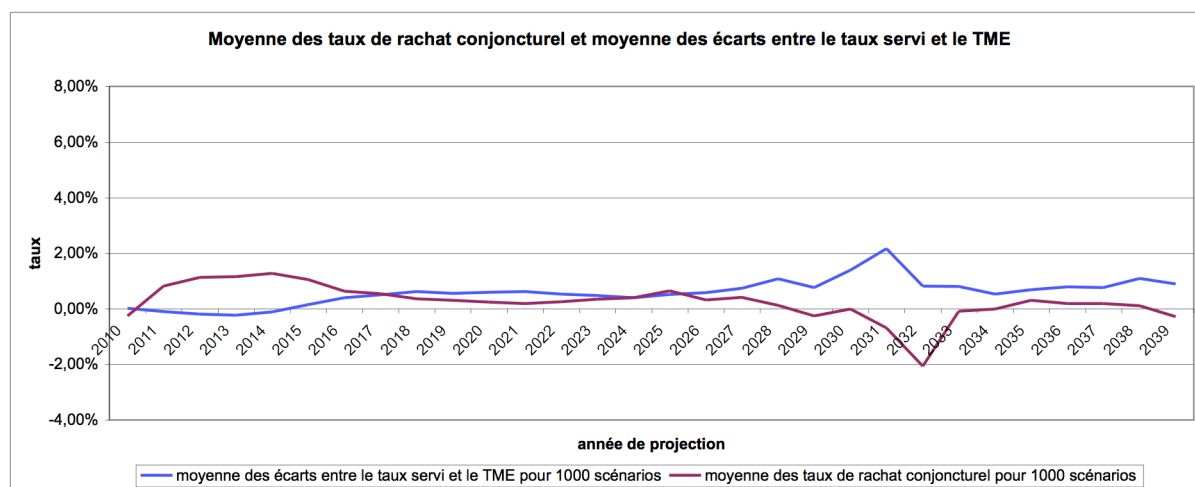
La loi de rachat conjoncturel utilisée est fonction de l'écart entre le taux servi et le taux moyen des emprunts d'Etat.

Dans notre étude, nous avons utilisé la loi de rachat conjoncturel avec les paramètres suivants (nous rappelons le plafond et le plancher donnés dans le Orientations Nationales Complémentaires du QIS 5) :

paramètres	α	β	γ	δ	RC_{min}	RC_{max}
mémoire	-5%	-1%	1%	3%	-5%	30%
plafond maximum	-4%	0%	1%	4%	-4%	40%
plafond minimum	-6%	-2%	1%	2%	-6%	20%



Le graphique ci-dessous représente l'évolution sur les 30 années de projection de la moyenne sur les 1 000 scénarios des rachats conjoncturels et des écarts entre le taux servi et le taux moyen des emprunts d'Etat.



En moyenne, le taux servi est supérieur au taux moyen des emprunts d'Etat excepté en début de période (de 2011 à 2014) où l'écart entre le taux servi et le TME est négatif. Les rachats conjoncturels restent faibles (ils ne dépassent pas, en moyenne, 1,27%) tout au long de la projection en raison d'une politique de taux servi avantageuse pour les assurés.

La première, la dernière année et pendant les années 2029 à 2034, nous observons des rachats conjoncturels négatifs ce qui diminue le taux de rachat total.

7.2 L'effet d'absorption par les participations aux bénéfices

Nous avons effectué le calcul des exigences de capital pour les risques décrits dans le chapitre 4. Pour tous les risques, le QIS 5 demande de réaliser un calcul sans prise en compte de l'effet d'atténuation du risque par le passif et un calcul le prenant en compte.

Pour chaque risque, nous calculons une Provision Best Estimate après application du choc correspondant au risque étudié avec prise en compte de l'effet d'absorption par les participations bénéficiaires et sans prise en compte de cet effet.

Les résultats obtenus sont résumés dans ce tableau :

Montants en K€	Provision Best Estimate après choc		Pourcentage d'absorption par le passif
	Sans prise en compte effet d'absorption par le passif	Avec prise en compte effet d'absorption par le passif	
Risque de mortalité	219 278	219 231	0,02%
Risque de frais	220 537	220 432	9,13%
Risque de rachat	224 984	222 567	1,07%
Risque catastrophe	219 374	219 372	0,001%
Risque de taux d'intérêt à la hausse	202 301	199 883	1,20%
Risque de taux d'intérêt à la baisse	257 045	234 003	8,96%
Risque de spread	218 765	195 692	10,55%

L'effet d'absorption par le passif est négligeable pour les risques de mortalité, frais, rachat, catastrophe et choc des taux d'intérêt à la hausse. Cependant, l'absorption par le passif devient intéressante pour le risque de baisse des taux d'intérêt et le risque de spread : l'assureur voit une diminution de sa provision Best Estimate après choc de 8,96% lors d'une baisse des taux d'intérêt et de 10,55% pour le risque de spread.

7.3 Conséquences des principes du QIS 5 sur les exigences de capital et la partie garantie du Best Estimate

Dans cette partie, nous allons étudier l'impact des changements entre le QIS 4 et le QIS 5 sur les exigences de capital énumérées dans le chapitre 4 ainsi que sur la méthode de calcul de la partie garantie du Best Estimate.

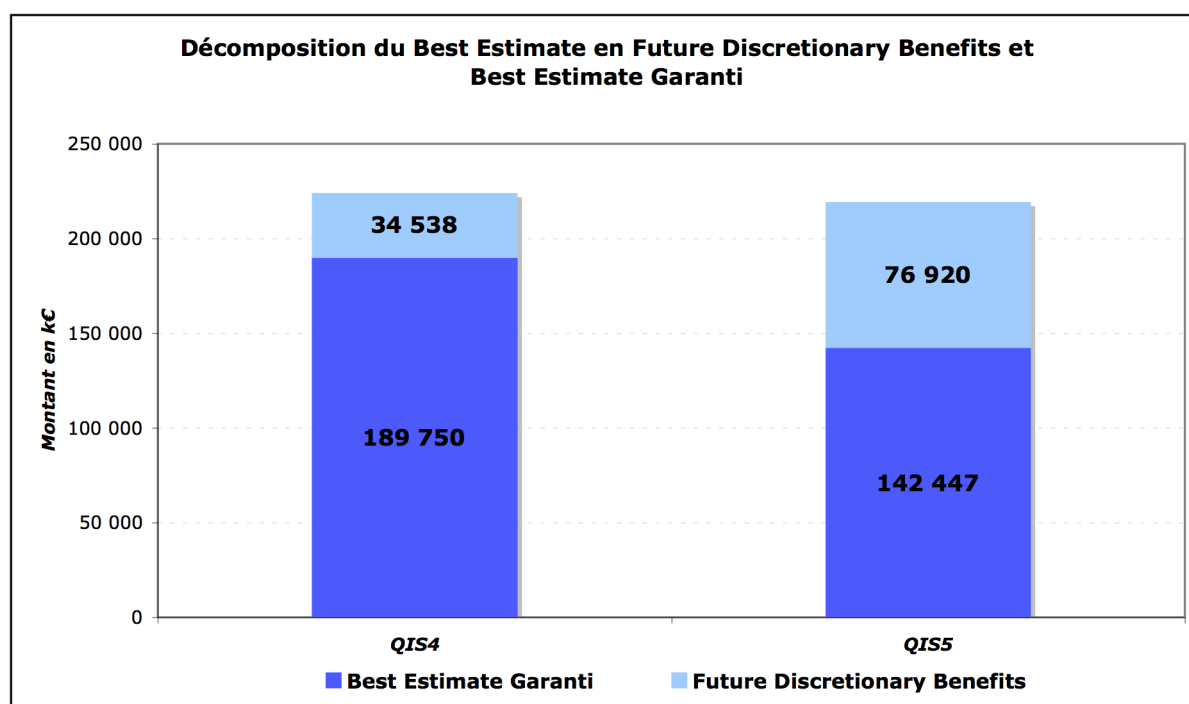
Les nouveautés du QIS 5 par rapport au QIS 4 sont :

- Modification des chocs appliqués au risque de mortalité et de taux d'intérêt,
- Modification de la méthode de calcul de l'exigence de capital liée au risque de spread ainsi qu'au risque de rachat,
- Introduction d'une prime d'illiquidité pour la courbe d'actualisation utilisée lors du calcul de la provision Best Estimate.

7.3.1 Best Estimate Garanti

Dans la précédente étude quantitative d'impact (QIS 4), la partie garantie du Best Estimate était calculée en supposant toutes les participations bénéficiaires nulles ce qui conduisait à une explosion des rachats conjoncturels. Une modification a été apportée dans le QIS 5. Les taux servis aux assurés sont toujours nuls, en raison de l'absence d'un taux minimum garanti sur le contrat étudié. Par ailleurs le taux de rendement de l'actif n'a pas été pris en compte dans la mesure où un changement de politique de placement affecterait le résultat financier : il ne s'agit donc pas d'un taux garanti. Les taux de prestations (rachat conjoncturel, dynamique, décès) sont les mêmes que lors du calcul du Best Estimate total. Ainsi, la partie garantie du Best Estimate est plus faible pour le QIS 5.

Le graphique ci-dessous met en évidence ce phénomène.

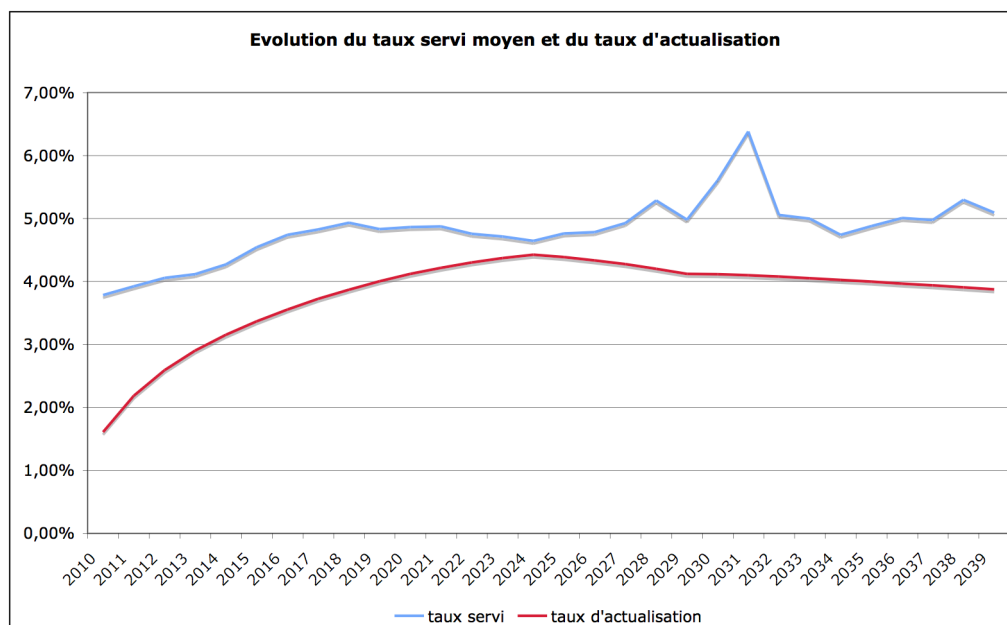


L'effet d'absorption par le passif est plafonné au montant des « Futures Discretionary Benefits ». Plus les « Futures Discretionary Benefits » sont élevés, plus l'atténuation du risque par les participations aux bénéfices est importante. Ainsi, le QIS 5 permet un effet d'absorption par le passif plus conséquent.

Dans la suite, pour plus de clarté dans la présentation des résultats, un code couleur a été utilisé dans cette partie : les résultats du QIS 5 sont présentés en bleu et le vert correspond aux résultats du QIS 4.

7.3.2 Risque de mortalité

La provision Best Estimate après choc pour ce risque a été calculée après application d'un choc sur les taux de mortalité de 15%. L'augmentation des taux de décès implique une sortie des assurés plus tôt du portefeuille.



Le taux servi en moyenne est plus élevé que le taux d'actualisation. Le taux servi et le taux d'actualisation augmentent au fil des années. Il est donc plus avantageux pour l'assureur que les assurés sortent tôt du portefeuille.

Prenons un exemple chiffré :

Pour un versement de 100€ à la souscription, un taux servi de 4% la première année et un taux d'actualisation de 3%, le coût d'une sortie dans un an pour l'assureur est :

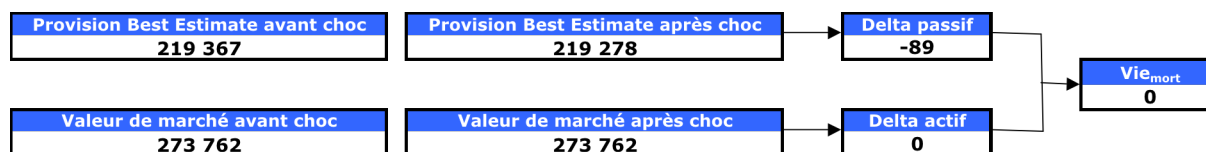
$$\frac{100 * (1 + 0,04)}{(1 + 0,03)} = 100,98 \text{ €}$$

Si, dans un an, le taux servi est de 5% et le taux d'actualisation de 5%, l'assureur devra provisionner :

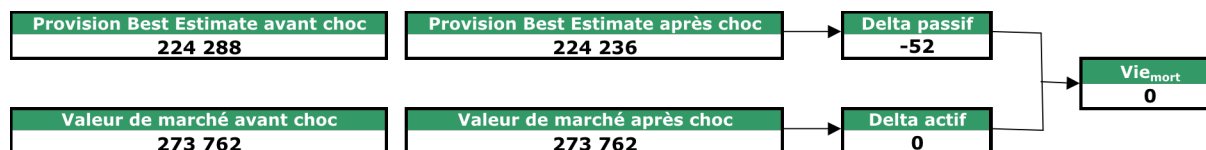
$$\frac{100 * (1 + 0,05)}{(1 + 0,06)} = 99,06 \text{ €}$$

Suite au choc de mortalité, 15% des assurés sortent plus tôt du portefeuille ce qui est plus intéressant pour l'assureur. Ainsi, l'assureur n'est pas soumis au risque de mortalité.

Voici les résultats obtenus pour le QIS 5 :



Nous observons le même phénomène pour le QIS 4 :



La différence entre les variations du passif du QIS 4 et du QIS 5 peut être dû à deux facteurs :

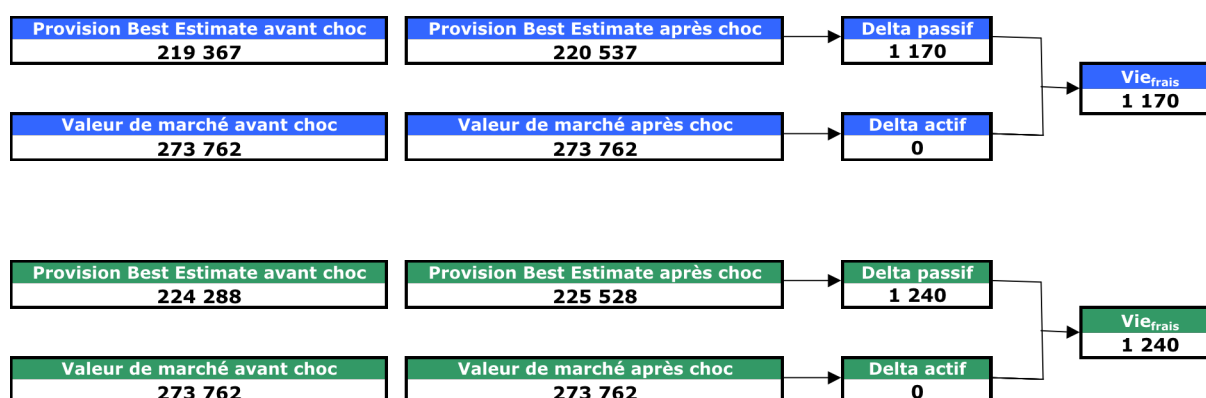
- L'augmentation du choc de décès (10% dans le QIS 4 et 15% dans le QIS 5)
- L'augmentation de la courbe d'actualisation suite à l'introduction d'une prime d'illiquidité.

Afin de mesurer l'impact du deuxième facteur, nous avons calculé la provision Best Estimate selon les principes du QIS 5 mais sans prime d'illiquidité dans le facteur d'actualisation. Nous trouvons une provision Best Estimate après application du choc de mortalité de 224 186k€ : elle est très proche de celle du QIS 4. Ainsi, le phénomène ayant le plus d'impact lors du passage au QIS 5 est l'introduction de la prime d'illiquidité dans la courbe d'actualisation.

7.3.3 Risque de frais

Les chocs appliqués aux frais pour le calcul de l'exigence de capital n'ont pas été modifiés dans le QIS 5. Une augmentation des frais n'a pas d'incidence sur la valeur de marché du portefeuille de placements.

Voici les résultats obtenus pour le QIS 4 et le QIS 5 :



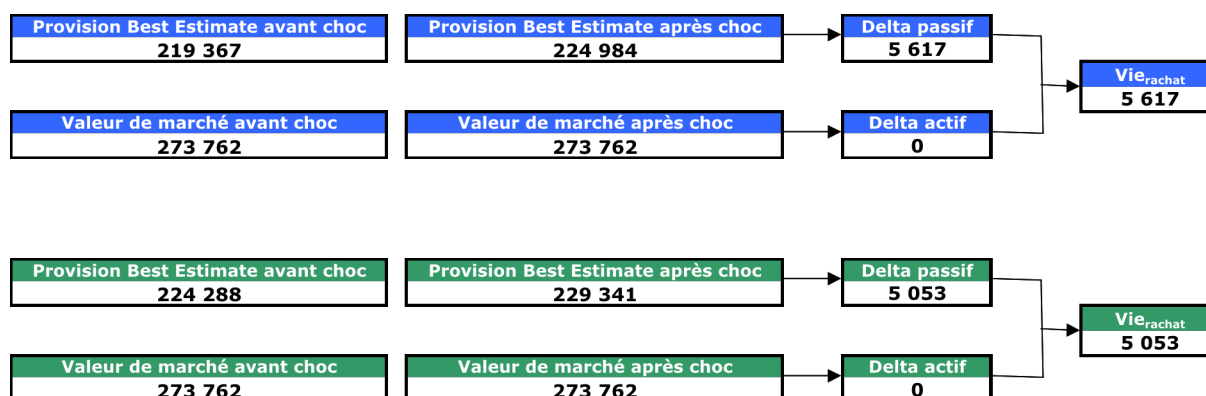
La diminution de la provision Best Estimate lors du passage au QIS 5 est en grande partie explicable par l'augmentation de la courbe d'actualisation suite à l'introduction de 75% de prime d'illiquidité. Pour quantifier ce changement, nous calculons la provision Best Estimate après choc selon les principes du QIS 5 en prenant comme courbe d'actualisation la courbe des taux de référence au 31/12/2009, fournie par la Commission Européenne, sans prime d'illiquidité. Nous obtenons une provision Best Estimate de 225 462k€ qui explique en grande partie la diminution de 4 991k€ (225 528 - 220 537) de la provision Best Estimate du QIS 5 par rapport à celle du QIS 4.

7.3.4 Risque de rachat

Le choc de rachat s'effectue sur les rachats structurels.

Dans notre étude, la provision mathématique au 31/12/2009 est inférieure à la provision Best Estimate au 31/12/2009 : nous appliquons donc un choc de -50% sur les taux de rachats structurels et il n'y a pas de choc de rachat massif.

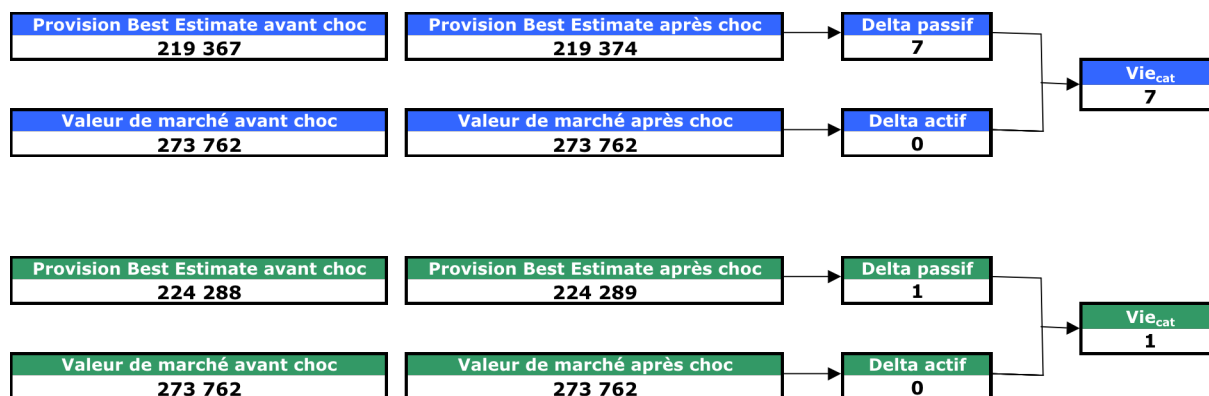
Voici les exigences de capital brutes obtenues pour le QIS 5 et le QIS 4



La provision Best Estimate après application du choc de rachat selon les principes du QIS 5 et sans prime d'illiquidité est de 229 308k€ : elle est très proche de celle du QIS 4 (229 341k€). L'introduction de la prime d'illiquidité est donc le principal facteur impactant la provision Best Estimate. La conséquence sur l'exigence de capital du au risque de rachat (Vie_{rachat}) est faible en raison de la forte diminution de la provision Best Estimate lors du passage au QIS 5.

7.3.5 Risque catastrophe

Le choc sur le risque catastrophe correspond à une augmentation en valeur absolue de 15 points (0,15%) des taux de mortalité. Le choc est resté le même du QIS 4 au QIS 5.



L'assureur est très peu soumis au risque catastrophe.

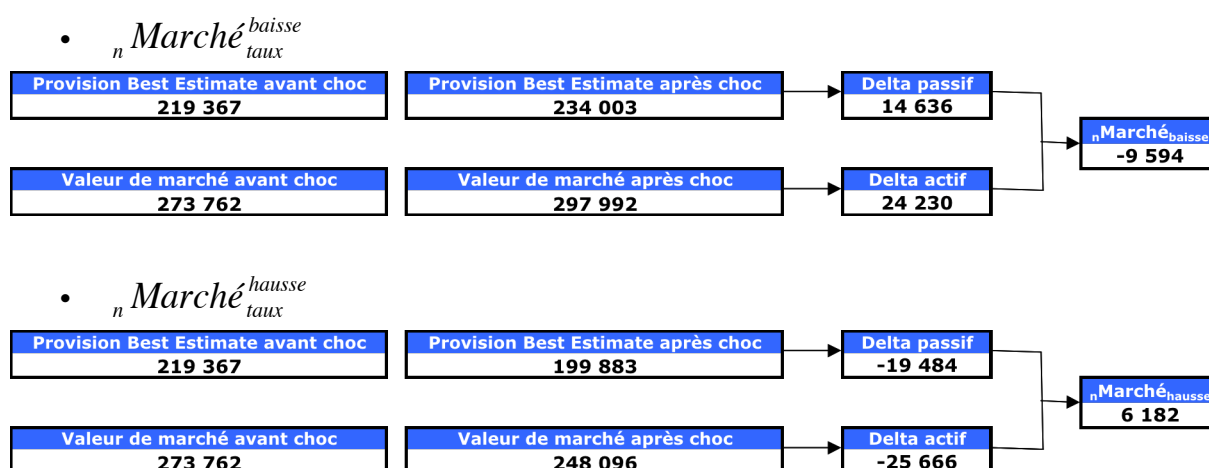
De même que précédemment, l'introduction de la prime d'illiquidité explique la diminution des provisions Best Estimate avant et après choc.

7.3.6 Risque de taux d'intérêt

Ce choc, s'appliquant sur les taux d'intérêt, va impliquer des variations sur l'actif et le passif de l'assureur. Les chocs à appliquer sont différents de ceux du QIS 4. La projection de la valeur comptable n'est pas affectée par le choc de taux.

Pour déterminer quel montant l'assureur doit provisionner nous devons comparer les SCR nets après application du choc à la hausse et à la baisse des taux d'intérêts.

Voici les résultats des SCR nets :



Nous avons ${}_n \text{Marché}_{\text{taux}}^{\text{baisse}} < {}_n \text{Marché}_{\text{taux}}^{\text{hausse}}$ donc $\text{Marché}_{\text{taux}} = \text{Marché}_{\text{taux}}^{\text{hausse}}$ et ${}_n \text{Marché}_{\text{taux}} = {}_n \text{Marché}_{\text{taux}}^{\text{hausse}}$

Nous observons le même phénomène pour les exigences du QIS 4.

Etude du choc des taux à la hausse

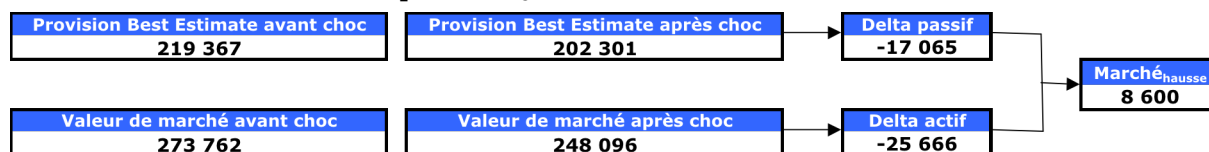
Suite à l'augmentation des taux d'intérêt :

- la valeur de marché de l'actif va être plus faible,
- la courbe d'actualisation utilisée pour le calcul de la provision Best Estimate va augmenter.

Ainsi, l'assureur aura un gain au passif suite à la diminution de la provision Best Estimate et une perte à l'actif en raison de la diminution de la valeur de marché.

Nous allons voir quel phénomène a le plus d'impact.

Voici les résultats obtenus pour le QIS 5 :

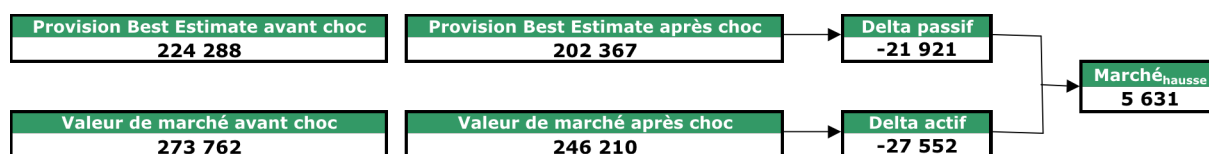


Nous observons :

- une diminution de la provision Best Estimate : la différence de 17 065k€ représente un gain pour l'assureur qui voit le montant à provisionner diminuer suite à la hausse des taux d'intérêt,
- une diminution de la valeur de marché de l'actif de 25 666k€ ce qui correspond à une perte pour l'assureur.

Ainsi, l'assureur est soumis au risque de hausse des taux d'intérêt pour un montant de 8 600k€.

Les résultats obtenus en appliquant les principes du QIS 4 sont :



Les chocs appliqués dans le QIS 5 sont moins sévères que ceux du QIS 4 (perte à l'actif moins importante pour le QIS 5 (25 666k€) que pour le QIS 4 (27 552k€)).

Au passif, le facteur le plus important est le changement des paramètres.

Etude du choc des taux à la baisse

Suite à la diminution des taux d'intérêt :

- la valeur de marché de l'actif va être plus importante,
- la courbe d'actualisation utilisée pour le calcul de la provision Best Estimate va diminuer.

Ainsi, l'assureur aura une perte au passif suite à l'augmentation de la provision Best Estimate et un gain à l'actif en raison de l'augmentation de la valeur de marché. Le gain de valeur de marché couvre la perte constatée au passif.

7.3.7 Risque de spread

Dans le QIS 4, l'exigence de capital liée au risque de spread pour les obligations était donné par la formule suivante : $Marché_{spread}^{QIS4} = \sum_i VM_i \times D_i \times F(Sign_i)$

où : i correspond à une exposition à un risque de crédit

VM_i est la valeur de marché de l'exposition au risque i

D_i est la durée de l'exposition au risque i

$Sign_i$ est la signature de l'exposition au risque i

F est la fonction de la signature

Dans le QIS 5 les assureurs doivent regarder l'impact sur la valeur de l'actif net d'une perte instantanée sur la valeur de marché de l'actif. Le choc à l'actif est donné par la formule de la partie 4.3.2. Nous la rappelons

$$\Delta VM_{Actif}^{QIS5} = \sum_i VM_i \times S_i \times F(Sign_i)$$

où : i correspond à une exposition à un risque de crédit

VM_i est la valeur de marché de l'exposition au risque i

S_i est la sensibilité de l'exposition au risque i

$Sign_i$ est la signature de l'exposition au risque i

F est la fonction de la signature

Dans le QIS 4 nous prenions la durée alors que dans le QIS 5, c'est la sensibilité qui est utilisée pour le calcul. Nous négligeons cette différence car ces deux grandeurs sont très proches. Ainsi, la seule différence entre les deux études quantitatives d'impact réside dans les paramètres.

L'exigence de capital brute pour le risque de spread dans le QIS 4 est de 16 968k€.

La perte en valeur de marché dans le QIS 5 est de 32 101k€. Cette diminution de la valeur de marché n'a pas d'impact sur la provision Best Estimate après choc sans prise en compte de l'effet d'absorption car les taux servi restent inchangés. Ainsi, l'exigence de capital brute pour le risque de spread selon le QIS 5 est de 32 101k€.

L'assureur est très exposé au risque de spread aussi bien dans le QIS 4 que dans le QIS 5. Nous procédons à l'étude du portefeuille de placements afin d'expliquer l'exposition au risque de spread et l'écart existant entre le QIS 4 et le QIS 5.

7.3.7.1 *Etude du portefeuille de placements*

Voici un tableau présentant le détail de la composition du portefeuille de placements.

Montant en k€	Valeur de marché	Allocation d'actif
Obligations	273 763	94,72%
Monétaires	15 271	5,28%

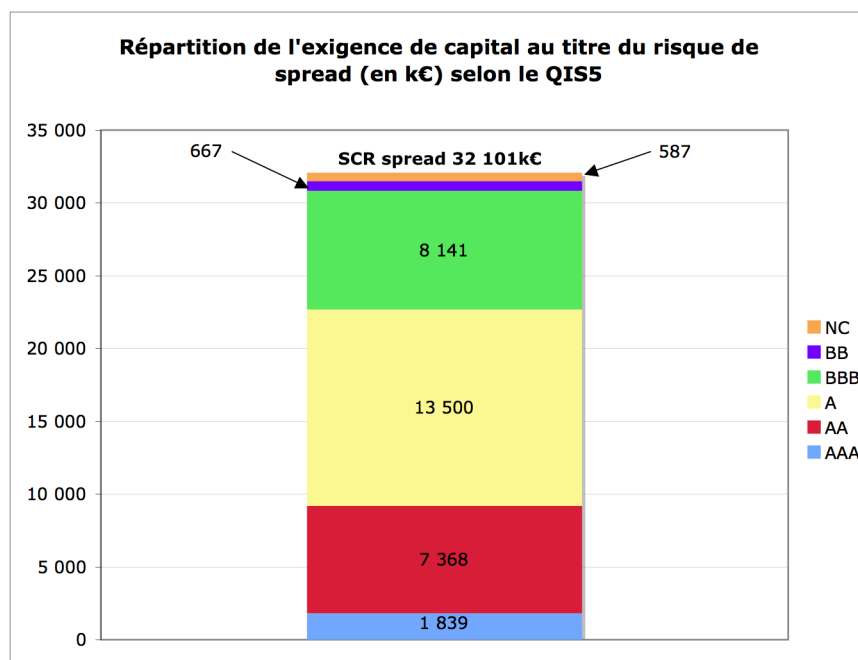
Le portefeuille est composé principalement d'obligations.

Afin de mettre en évidence l'exposition au risque de signature du portefeuille d'obligations, nous avons établi la répartition des obligations par rating :

		Répartition par notation
Titres souverains		0,0%
Obligations Corporate	AAA	10,0%
	AA	25,4%
	A	45,8%
	BBB	16,5%
	BB	1,1%
	NC	1,3%
Total		100%

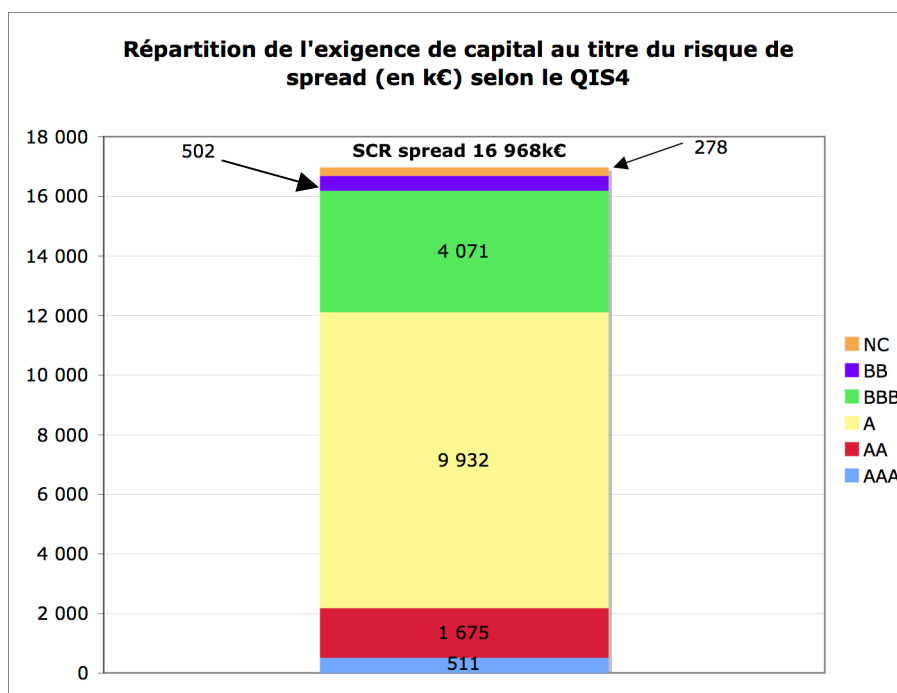
Le portefeuille ne contient aucune obligation d'Etat ce qui est pénalisant car ces obligations ne sont pas soumises au risque de spread dans le QIS 5. Ce tableau montre bien que l'assureur est très exposé au risque de signature car il est composé de près de la moitié d'obligations A et très peu d'obligations bien notées.

Dans le QIS 5, Le choc à appliquer à la valeur de marché au 31/12/2009 est de 32 101k€. Il se décompose de la façon suivante :



Cette décomposition met en évidence les obligations qui coûtent le plus cher en exigence de capital à l'assureur. Ce sont les obligations A, BBB et AA qui sont les plus pénalisantes.

Avec les paramètres du QIS 4, nous obtenons la décomposition du risque de spread suivante :



Pour chaque notation, l'exigence de capital au titre du risque de spread est plus faible dans le QIS 4 que dans le QIS 5. Les paramètres utilisés pour le calcul de l'exigence de capital au titre du risque de spread sont plus sévères dans le QIS 5.

7.3.7.2 Absorption du risque de spread par les participations aux bénéfices

Après avoir appliqué ce choc à l'actif, nous étudions l'impact sur le passif c'est-à-dire en calculant les provisions Best Estimate après choc avant et après absorption par le passif. Voici les résultats obtenus :

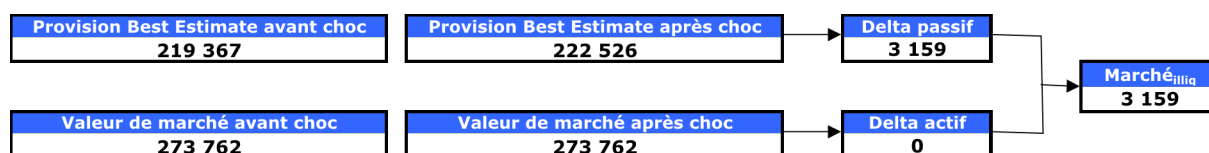
Risque de spread	Provision Best Estimate	Provision Best Estimate après choc	
		Sans prise en compte de l'effet d'absorption par le passif	Avec prise en compte de l'effet d'absorption par le passif
Montant en k€	219 367	218 765	195 692

Le passif permet d'absorber le choc de spread appliqué à la valeur de marché de l'actif au 31/12/2009. Ainsi, l'exigence de capital pour le risque de spread diminue.

7.3.8 Risque de prime d'illiquidité

L'introduction d'une prime d'illiquidité dans la courbe d'actualisation utilisée pour le calcul de la provision Best Estimate implique la diminution de cette provision. L'exigence de capital pour le risque de prime d'illiquidité (*Marché_{illiq}*) a été créé pour compenser cette augmentation du taux d'actualisation.

Voici les résultats obtenus pour le risque de prime d'illiquidité :



L'introduction de 75% de prime de risque coûte 3 159k€ à l'assureur.

Conclusion

Le calcul de la provision Best Estimate est complexe car elle dépend de nombreux facteurs aléatoires pris en compte dans la modélisation stochastique réalisée.

L'approche stochastique a permis de prendre en compte le caractère volatil des options et garanties financières d'un contrat en euros. Nous avons modélisé les possibilités de rachat, la participation bénéficiaire, l'épargne garantie, les décisions de management de l'assureur en terme de taux servi, d'allocation d'actif, de réalisation de plus values : cette forte interaction entre le passif et l'actif de l'assureur nous a permis d'obtenir une valeur cohérente qui est fonction de la réelle exposition au risque.

Les contrats d'épargne en euros présentent des risques financiers et des risques liés à l'activité d'assurance vie. Un des objectifs de la directive Solvabilité II est de mettre en place des exigences de capital visant à quantifier chaque risque. Suite aux résultats de la cinquième étude quantitative d'impact, la formule standard définitive pour déterminer le capital de solvabilité requis sera publiée.

La grande nouveauté de cette dernière étude est l'introduction d'une prime d'illiquidité dans le facteur d'actualisation de la provision Best Estimate. En contrepartie de cette diminution du Best Estimate, une exigence de capital a été créée. Le QIS 5 permet aussi aux assureurs d'améliorer leur capacité d'absorption des risques par les participations aux bénéfices : la partie garantie du Best Estimate se calcule différemment du QIS 4.

Par ailleurs, les risques de taux d'intérêt et de spread ont été sensibles aux changements de paramètres entre le QIS 4 et le QIS 5. Dans ce mémoire, l'assureur est soumis au choc à la hausse des taux d'intérêt : La modification des chocs appliqués dans le QIS 5 a dégradé l'exigence de capital dû à ce risque. La composition du portefeuille de placement est un point que l'assureur ne doit pas négliger. Notre assureur ne détient que des obligations corporate. En diversifiant son portefeuille avec des obligations d'Etat il aurait diminué son risque de spread. Le QIS 5 est plus sévère que le précédent QIS concernant les obligations corporate.

Le CEIOPS a prévu de faire un premier retour sur les résultats de la cinquième étude quantitative d'impact en décembre 2010 et de publier son rapport définitif en avril 2011.

Bibliographie

Ouvrages

Hull J. (2004) : *Options, futures et autres actifs dérivés*. Pearson Education **LE Palsky P., Paris B., Tosetti A., Vallois F.** (2003) : *Gestion Actif-Passif en assurance vie : réglementation, outils, méthodes*. Economica
Dana R.A., Jeanblanc-Picque M. (1998) : *Marchés financiers en temps continu : valorisation et équilibre*

Formations FIXAGE

Tassin E. (2010) : *Le QIS 5, sa spreadsheet et les Orientations Nationales Complémentaires*
Bary D., Piermay M. (2010) : *Le risque de marché et le SCR marché dans Solvabilité II et le QIS 5*
Bary D., Piermay M., Tassin E. (2010) : *Le calcul de la provision Best Estimate en vie dans le QIS 5*
Bary D., Piermay M. (2010) : *Cas pratique : Maîtriser les risques financiers par la méthode de Monte-Carlo. Calibrer et utiliser un générateur de scénarios économiques.*

Documents électroniques

CEIOPS (2008) : *Technical specifications for QIS 4*
Autorité de contrôle prudentiel (2008) : *Orientations Nationales Complémentaires du QIS 4*
Commission Européenne (2010) : *Technical specifications for QIS 5*
Autorité de contrôle prudentiel (2010) : *Orientations Nationales Complémentaires du QIS 5*

Site web

Site de l'ACAM: <http://www.acam-france.fr/>
Site du CEIOPS : <http://www.ceiops.org/>
Site de la FFSA : <http://www.ffsa.com/>
Site du QIS 5 : <http://www.banque-france.fr/acp/index.htm>