

**Mémoire présenté le :**  
**pour l'obtention du Diplôme Universitaire d'actuariat de l'ISFA**  
**et l'admission à l'Institut des Actuaires**

Par : Tachfine EL ALAMI

Titre : **Risk Adjustment : Techniques d'évaluation et adaptation des calculs Solvabilité II**

Confidentialité :  NON       (Durée :  1 an     2 ans)

*Les signataires s'engagent à respecter la confidentialité indiquée ci-dessus*

*Membres présents du jury de Signature  
l'Institut des Actuaires*

*Entreprise : ADDACTIS France  
Nom : Marielle DE LA SALLE*

*Signature :*

*Directeur de mémoire en entre-  
prise :*

*Nom : Jérôme SOUVANTHONG*

*Signature :*

*Membres présents du jury de  
l'ISFA*

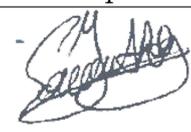
*Invité :*

*Nom :*

*Signature :*

*Autorisation de publication et  
de mise en ligne sur un site de  
diffusion de documents actua-  
riels (après expiration de l'éventuel  
délai de confidentialité)*

Signature du responsable entreprise



Signature du candidat



## M2 ACTUARIAT

### MÉMOIRE D'ACTUAIRE

---

# Risk Adjustment : Techniques d'évaluation et adaptation des calculs Solvabilité II

---

Tachfine EL ALAMI

*Tuteur académique :*  
Denis CLOT

*Encadrant entreprise :*  
Jérôme SOUVANTHONG

31 mars 2020

# Résumé

En mai 2017, l'IASB (International Accounting Standard Board) en charge de l'édition des normes comptables internationales a publié la norme IFRS 17. En vigueur à compter du 1er janvier 2023, elle vient remplacer la norme IFRS 4 phase 1 en introduisant de nouveaux enjeux en termes de communication financière. En plus de son impact opérationnel sur les données, les systèmes et les process, la norme IFRS 17 a des conséquences majeures sur l'organisation interne ainsi que sur le pilotage de la performance de l'organisme assureur. En effet, elle requiert des données très granulaires pour déterminer les passifs d'assurance évalués selon un nouveau modèle comptable.

Dans un contexte où les assureurs ont investi énormément de leur temps et de leurs ressources dans le développement des modèles Solvabilité II, plusieurs d'entre eux investiguent les possibilités d'exploiter les calculs fournis par ceux-là dans leur production IFRS 17. Nous proposons dans ce mémoire une méthode de calcul de l'ajustement pour risque qui se base sur les SCR élémentaires fournis par un modèle Solvabilité II. Nous illustrons dans un premier temps le passage du SCR vers le *Risk Adjustment* en présentant les différents ajustements requis notamment en termes de conciliation de l'horizon de risque et du seuil d'appétence au risque. Nous construisons pour cela une fonction dite de *scaling* pour convertir chaque SCR élémentaire en *Risk Adjustment* au titre du risque élémentaire afférent. Nous exposons la construction de cette fonction pour quatre risques d'assurance. Enfin, nous détaillons des applications de cette méthode et la comparons à d'autres approches plus classiques.

**Mots Clés :** IASB, IFRS 17, Solvabilité 2, Best Estimate, Risk Adjustment, Risk Margin, Ajustement pour risque, Marge pour risque, Mesures de risques, Assurance non-vie, Assurance vie

# Abstract

In May 2017, the IASB (International Accounting Standard Board) in charge of enacting international accounting standards published IFRS 17. It is scheduled to be applied for reporting periods starting on 1 January 2023 and replaces IFRS 4 phase 1 introducing new challenges in terms of financial communication. In addition to its operational impact on data, systems and processes, IFRS 17 has major effects on the internal organisation and on the monitoring of the insurer's performance. Indeed, it requires data at more detailed granularity to determine insurance liabilities.

In a context where insurers have invested a significant amount of their time and resources in the development of Solvency II models, several of them are investigating the possibilities of using those models in their IFRS 17 productions.

In this paper, we propose methods for calculating the Risk Adjustment based on the elementary SCRs provided by a Solvency II model. We first illustrate the transition from the SCR to the *Risk Adjustment* through the various adjustments required, particularly in terms of matching the risk horizon and the risk appetite. To do so, we develop a scaling function to transform each elementary SCR into a *Risk Adjustment* for the related risk. We expose the design of this function for four insurance risks. Finally, we discuss applications of this method and we compare it to more conventional alternatives.

**Keywords :** IASB, IFRS 17, Solvency 2, Best Estimate, Risk Adjustment, Risk Margin

# Remerciements

Je tiens à remercier très chaleureusement Laurent Devineau, associé ADDACTIS France, pour m'avoir initié au sujet puis m'avoir accompagné tout le long de ce mémoire. Sa grande disponibilité, ses contributions, son aide précieuse et ses nombreux conseils ont assuré le bon déroulement de cette étude.

Je souhaiterais également remercier très fortement Marielle De La Salle, Head of Modeling Lab, et Jérôme Souvanthong, actuaire Modeling Lab, d'avoir toujours trouvé le temps pour m'accompagner et répondre à mes mille et une questions. Je vous remercie sincèrement pour votre expertise, votre sens de la pédagogie, votre bienveillance, votre encadrement et vos conseils inestimables.

J'adresse aussi mes sincères remerciements à tous mes collègues ADDACTIS France, en particulier la practice Modeling Lab, pour leur soutien. Tous mes collègues ont joué leur rôle et ont apporté leur pierre à l'édifice, à travers des discussions autour d'un café ou d'une partie de babyfoot.

Je remercie Denis Clot, mon tuteur à l'ISFA qui m'a suivi tout au long de mon alternance.

Enfin je dédie ce mémoire à ma famille, mes parents, ma petite sœur et à Kaoutar qui se reconnaîtra. Je vous remercie pour votre soutien et vos encouragements sans lesquels l'aboutissement de ce mémoire aurait été plus ardu.

# Note de synthèse

Le *Risk Adjustment* (RA) correspond sous IFRS 17 à la compensation attendue par l'assureur en regard de l'incertitude sur les montants et dates de versement des flux futurs relatifs aux risques non-financiers inhérents aux contrats d'assurance. Le périmètre de risques associés au calcul du RA recouvre à la fois les risques d'assurance (e.g. le risque de mortalité, le risque de réserve non-vie, . . .) et les risques non-financiers liés aux contrats d'assurance (e.g. le risque de frais).

Le *Risk Adjustment* impacte mécaniquement l'évaluation des profits futurs et le résultat IFRS des contrats en portefeuille. En effet, il entre en jeu dans le calcul de la *Contractual Service Margin* (CSM), qui représente les profits futurs attendus d'un contrat. Le diagramme simplifié (fig. 1) illustre la dynamique d'écoulement de la CSM et met en évidence les impacts RA sur l'ensemble des variations sous-jacentes. Le *Risk Adjustment* fait donc partie des indicateurs qui, bien au-delà de leur aspect purement technique et des changements très opérationnels qu'ils engendrent – nouvelles expertises des métiers, nouvelles métriques et nouveaux modèles-, représentent un levier de pilotage à considérer par les directions opérationnelles mais également par les strates dirigeantes. La méthodologie d'évaluation du RA n'étant pas imposée par la norme, les assureurs ont ainsi la possibilité d'opter pour la méthode leur offrant une capacité de pilotage de leur résultat.

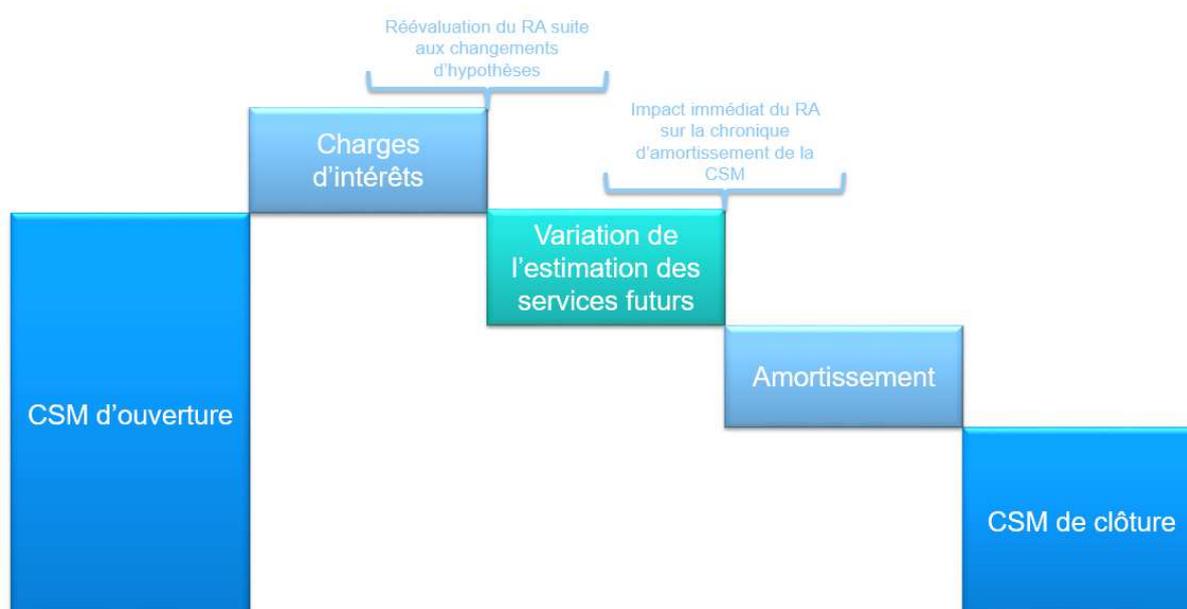


Figure 1 – Impact du Risk Adjustment sur la CSM

Le RA, en tant que quantité couvrant les incertitudes associées aux risques d'assurance, doit également refléter les bénéfices de diversification sous-jacents. Il est donc nécessaire de disposer d'une vision consolidée du RA à l'échelle de l'entité d'assurance, ce qui revient à capter les phénomènes de diversification entre les risques ainsi qu'entre l'ensemble des portefeuilles et groupes de contrats (GoC). Ce type de calculs s'effectue à l'aide de techniques d'agrégation des risques basées sur des approches modulaires ou en recourant à des distributions empiriques.

L'évaluation des RA élémentaires et du RA global peut s'appuyer sur différentes techniques standard, fréquemment employées dans les dispositifs ERM. Ainsi, selon la typologie des passifs, l'entité d'assurance peut recourir à des approches par scénarios afin d'évaluer les RA marginaux (par ex. sur des branches de type Prévoyance & Santé) ou alternativement à des méthodes simulatoires (par ex. sur des branches de type Épargne-Vie).

Méthodologie	Approche par scénarios	Approche simulatoire
<b>RA Marginaux</b>	<p>Méthodologie similaire à un calcul de SCR élémentaire Solvabilité II reposant sur la différence entre le BE choqué au titre du risque <math>i</math> et le BE central :</p> $RA_i = BE_i^* - BE$	<p>Diffusion stochastique des risques d'assurance associés au segment <math>i</math> et obtention d'une distribution des flux de trésorerie futurs, déduction d'une déviation par rapport au BE central :</p> $RA_i = m(\widetilde{BE}_i) - BE$
<b>RA Agrégé</b>	<p>Possibilité de recourir à des coefficients de corrélation afin de consolider le RA :</p> $RA = \sqrt{R'\Sigma R}$ <p>Avec <math>R</math> le vecteur des RA marginaux et <math>\Sigma</math> la matrice de corrélation sous-jacente.</p>	<p>Où <math>m</math> est une mesure de risque</p> <p>Dans le cas où les distributions marginales des flux futurs ont été générées, consolidation sur l'ensemble des segments de la distribution globale afin d'évaluer le RA total :</p> $RA_i = m\left(\sum_i \widetilde{BE}_i\right) - BE$

**Table 1** – Méthodologies de calcul du Risk Adjustment

Afin d'éviter de démultiplier les travaux de production IFRS 17 et Solvabilité II, les acteurs de marché investissent les possibilités d'exploiter au maximum les calculs Solvabilité II. Dans cette optique, nous développons dans ce mémoire une méthode de calcul du RA qui se base sur les SCR élémentaires fournis par un modèle Solvabilité II. Au-delà du choix de la technique d'évaluation du RA qui peut sensiblement différer de celle de la Risk Margin, le recours aux SCR élémentaires calculés sous Solvabilité II peut présenter un véritable intérêt opérationnel. Néanmoins, des ajustements sont nécessaires afin par exemple de modifier l'horizon de risque (durée des engagements vs 1 an), le seuil

de confiance sous-jacent (fonction de l'aversion au risque de l'entité vs 99,5%), les effets volumes (tenant compte des notions de frontières des contrats), la granularité des calculs.

Nous proposons dans ce mémoire des méthodes pour prendre en compte ces ajustements permettant ainsi de transformer des SCR pour des risques élémentaires en RA au titre de ces mêmes risques. Nous nous intéresserons particulièrement aux risques de longévité, de mortalité, de rachat et de réserve. Une analyse approfondie des modèles stochastiques régissant ces risques permet d'établir un lien structurel entre les chocs afférents au dispositif IFRS et ceux associés à Solvabilité II.

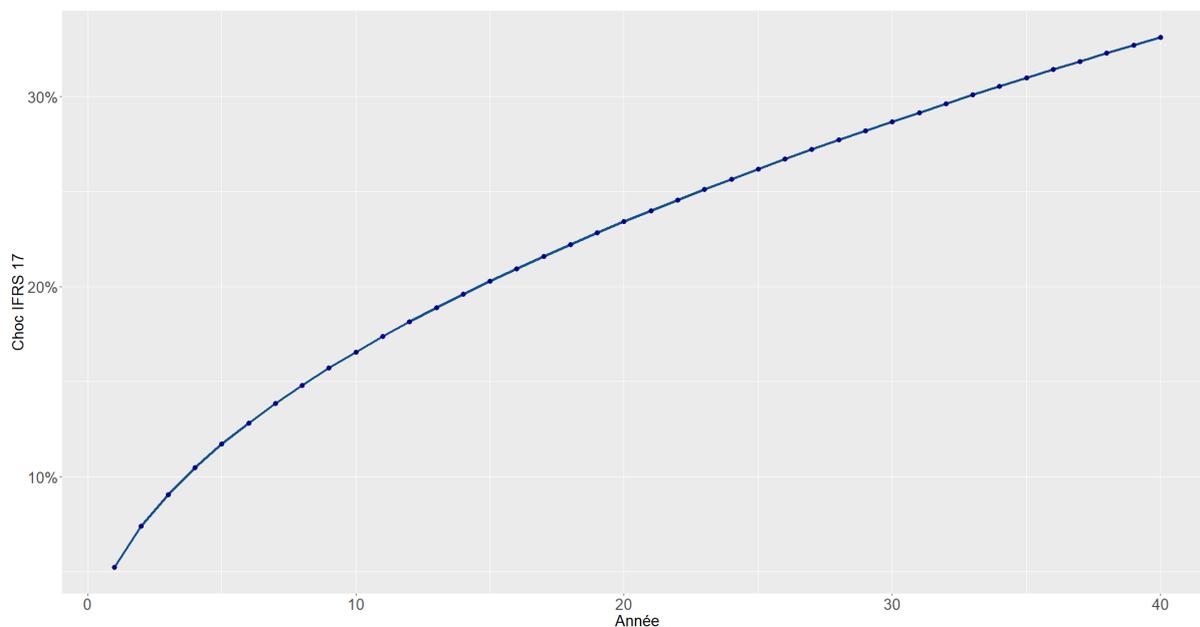
Dans l'environnement Solvabilité II, les chocs considérés correspondent à des déviations à 1 an au seuil 0,5% ou 99,5%. Pour l'évaluation du *Risk Adjustment*, il est nécessaire d'étendre l'horizon de risque et d'ajuster le seuil de confiance.

Ci-dessous un exemple d'ajustements dérivés d'un modèle de mortalité stochastique basé sur une approche Lee-Carter.

$$\Delta_{x,t}^{IFRS} = \frac{\mathbf{q}_\alpha}{\mathbf{q}_{0.5\%}} \sqrt{t} \Delta_{x,t}^{SII}$$

Où  $\Delta_{x,t}^{IFRS}$  est le choc IFRS pour la classe d'assurés  $x$  au temps  $t$  et  $\mathbf{q}_\alpha$  le quantile d'ordre  $\alpha$  d'une Normale centrée réduite.

La figure 2 représente l'allure du choc IFRS 17 ainsi obtenu. Il s'agit de l'approche retenue dans ce mémoire pour le risque de longévité. Elle peut bien évidemment être étendue à l'ensemble des risques d'assurance, néanmoins nous présentons dans ce mémoire d'autres variantes avec des hypothèses de modèles sous-jacents différentes pour les autres risques.



**Figure 2** – Evolution du choc de longévité IFRS 17

Afin d'éviter d'effectuer des projections supplémentaires et par là-même d'alourdir les travaux de production, l'entité d'assurance peut recourir à un proxy permettant d'évaluer

l'impact d'une chronique de chocs de mortalité sur les flux futurs de trésorerie :

$$\phi((\Delta_{x,t})_{x,t}) = \sum_{x=m}^M R_x \sum_{t=1}^H \prod_{k=1}^t (1 - (1 + \Delta_{x+k,k}) q_{x+k,k}) - \sum_{x=m}^M R_x \sum_{t=1}^H \prod_{k=1}^t (1 - q_{x+k,k})$$

Avec  $R_x$  le montant global des rentes pour la classe d'assurés d'âge  $x$  et  $q_{x,t}$  le taux de mortalité à l'âge  $x$  et l'année  $t$ . Le *Risk Adjustment* s'écrit alors :

$$RA_{long} = \frac{\phi\left(\left(\frac{\mathbf{q}_\alpha}{\mathbf{q}_{0.5\%}} \sqrt{t} \Delta_{x,t}^{SII}\right)\right)}{\phi((\Delta^{SII})_{x,t})} SCR_{long}$$

Nous obtenons ainsi un *Risk Adjustment* marginal pour le risque de longévité, par exemple, par simple conversion d'un SCR marginal en combinant un processus de transformation des chocs Solvabilité II et d'une fonction proxy permettant d'évaluer les déviations associées.

Des méthodologies similaires sont développées dans le cadre de ce mémoire pour les autres risques préalablement cités. Afin de juger de leur robustesse, nous les comparons à des approches plus classiques, en particulier des approches simulatoires. Nous réalisons pour cela trois applications sur trois portefeuilles soumis respectivement aux risques de mortalité, de réserve et de rachat. La table 2 présente à titre d'exemple les résultats obtenus pour l'ajustement du risque de mortalité.

BE Central	SCR Mortalité	RA simulatoire	RA (SCR ajusté)
2 162 062 488	186 755 884	5 574 943	5 690 920

**Table 2** – Application volatility risk : SCR, RA et approximation du RA. Seuil d'appétence IFRS  $\alpha = 75\%$ .

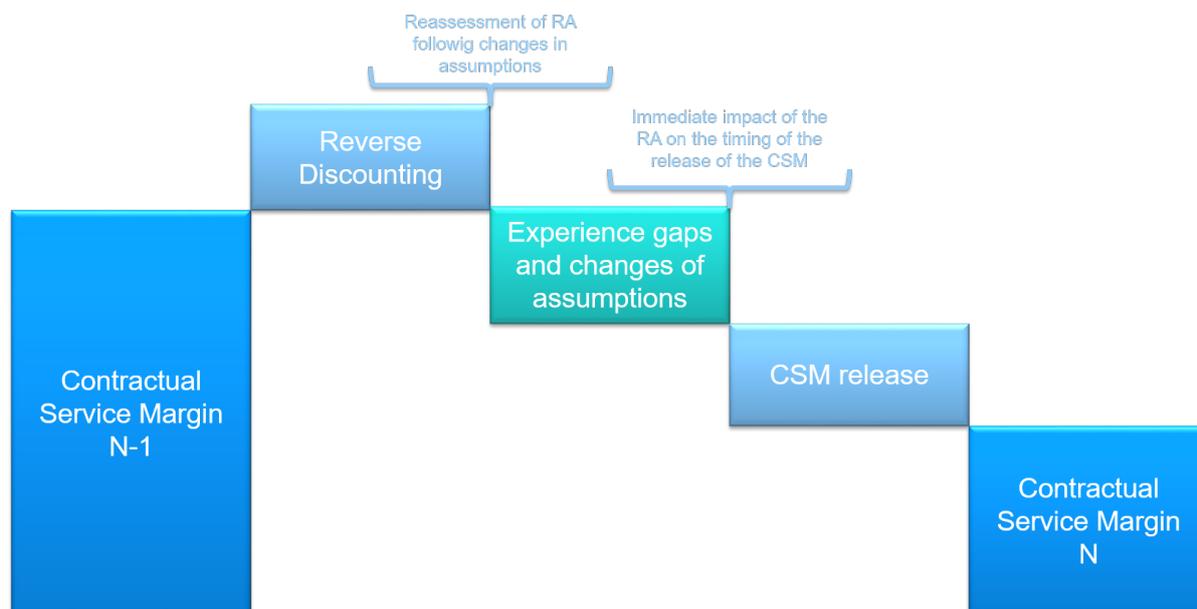
Les résultats obtenus dans le cadre de ce mémoire montrent que l'approche proposée offre des résultats très similaires aux approches simulatoires tout en présentant l'avantage d'être une approche déterministe. Elle permet ainsi une certaine aisance quant à l'étude de la sensibilité du *Risk Adjustment* par rapport à certains indicateurs comme l'appétence au risque ou la durée d'engagement de l'assureur.

En conclusion, l'évaluation du *Risk Adjustment* par l'approche proposée dans ce mémoire relève deux principaux défis : elle offre aux entités d'assurance de véritables leviers de pilotage des KPIs IFRS 17 tout en évitant de démultiplier les travaux de production afin de limiter les charges opérationnelles de clôture de chaque référentiel.

# Summary

Risk Adjustment corresponds to the compensation that an entity requires for bearing the uncertainty about the amounts and timing of cash flows related to non-financial risks inherent in insurance contracts. The scope of risks associated with the calculation of the RA covers both insurance risks (e.g. mortality risk, PC reserve risk, . . .) and non-financial risks related to insurance contracts (e.g. expense risk); operational risk is not included in the RA assessment because by nature it is considered more global.

The RA mechanically impacts the valuation of future profits and the IFRS result of the contracts in portfolio. The simplified diagram above illustrates the release of the CSM (Contractual Service Margin) and highlights the impacts of the RA on all underlying variations. The Risk Adjustment is thus an indicator, which, beyond its purely technical aspect and the operational changes it generates - new business expertise, new metrics and new models - represents a monitoring lever to be considered not only by the operational departments but also by the management layers. As the RA assessment methodology is not imposed by the standard, insurers are thus able to opt for the method that offers them the greatest ability to control their results.



**Figure 3** – *Impact of the Risk Adjustment in the CSM calculation*

The RA, as a quantity covering the uncertainties linked with insurance risks, must also reflect the underlying diversification benefits. It is therefore necessary to have a

consolidated view of the RA at the entity level, which means capturing the phenomena of diversification between risks as well as between all portfolios and groups of contracts (GoC). This type of calculation is carried out using risk aggregation techniques based on modular approaches or empirical distributions.

The assessment of elementary and global RA can be based on different standard techniques, frequently used in ERM frameworks. Thus, depending on the type of liabilities, the insurance entity may use stress tests approaches to assess marginal RA (e. g. on Life Health lines of business) or alternatively stochastic methods (e. g. on PC lines of business).

Methodology	Stress Tests Approaches	Stochastic Approaches
<b>Marginal RA</b>	<p>Methodology similar to a calculation of elementary SCR Solvency II based on the difference between the BE shocked by the risk <math>i</math> (e.g. mortality shock, buyback shock,...) and the central BE :</p> $RA_i = BE_i^* - BE$	<p>Stochastic diffusion of insurance risks associated to the segment <math>i</math> and obtaining a distribution of future cash flows, detection of a deviation from the central BE :</p> $RA_i = m(\widetilde{BE}_i) - BE$ <p>Where <math>m</math> is a risk measure</p>
<b>Aggregate RA</b>	<p>Possibility of using correlation coefficients (so-called elliptical aggregation) to consolidate the RA :</p> $RA = \sqrt{R'\Sigma R}$ <p>Where <math>R</math> is the vector of marginal RAs and <math>\Sigma</math> the correlation matrix.</p>	<p>In case marginal distributions of future cash flows have been simulated, consolidation of the overall distribution to assess the global RA</p> $RA_i = m\left(\sum_i \widetilde{BE}_i\right) - BE$

**Table 3** – Calculation methodologies for Risk Adjustment

In order to avoid multiplying the production work under IFRS 17 and Solvency II, market players are investigating the possibilities of making maximum use of Solvency II calculations.

Moreover beyond the choice of the RA valuation technique, which may differ significantly from that of Risk Margin, the use of elementary SCRs calculated under Solvency II may be of real operational interest. Nevertheless, adjustments are necessary in order to modify the risk horizon (duration of liabilities vs. 1 year), the underlying confidence level (function of the entity's risk aversion vs. 99.5%), the volume effects (taking into account the concepts of contract boundaries), the granularity of the calculations, etc.

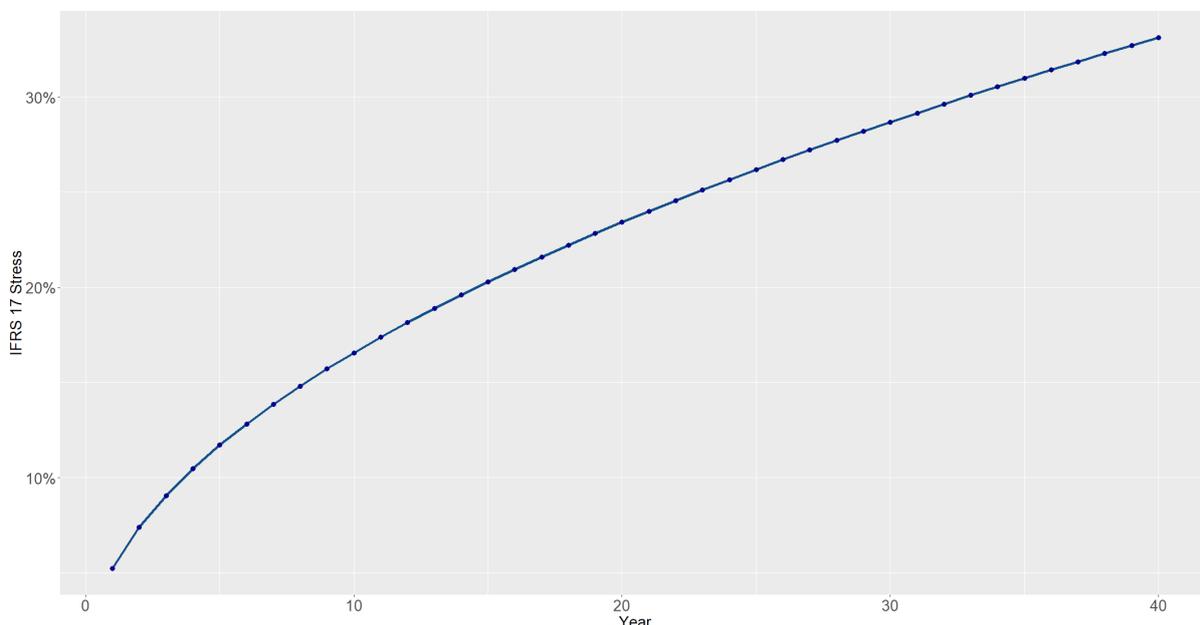
We propose in this paper to build a method to convert elementary SCRs into Risk Adjustment. We will focus on longevity, mortality, lapse and reserve risk. An in-depth analysis of the stochastic models governing these risks allows us to establish a structural

link between the shocks related to the IFRS framework and those associated with Solvency II.

In the Solvency II framework, the shocks considered correspond to a deviation at 1 year from the 0.5% or 99.5% threshold. The calculation of RA requires extending the risk horizon and adjusting the confidence level. Below is an example of adjustments derived from a stochastic mortality model based on a Lee-Carter approach.

$$\Delta_{x,t}^{IFRS} = \frac{\mathbf{q}_\alpha}{\mathbf{q}_{0.5\%}} \sqrt{t} \Delta_{x,t}^{SII}$$

Figure 4 shows the shape of the resulting IFRS 17 shock. This is the approach adopted in this paper for longevity risk. It can of course be extended to all insurance risks, however we present in this paper other variants with different underlying model assumptions for the other risks.



**Figure 4** – Evolution of the longevity stress for IFRS 17

In order to avoid additional projections and thereby increase production work, the insurance company may use a proxy to assess the impact of a chronic mortality shock on future cash flows :

$$\phi((\Delta_{x,t})_{x,t}) = \sum_{x=m}^M R_x \sum_{t=1}^H \prod_{k=1}^t (1 - (1 + \Delta_{x+k,k}) q_{x+k,k}) - \sum_{x=m}^M R_x \sum_{t=1}^H \prod_{k=1}^t (1 - q_{x+k,k})$$

Where  $R_x$  is the total amount of pensions for insured group of people of age  $x$  and  $q_{x,t}$  is the mortality rate at age  $x$  and at year  $t$ . Risk Adjustment can be written as :

$$RA_{long} = \frac{\phi\left(\frac{\mathbf{q}_\alpha}{\mathbf{q}_{0.5\%}} \sqrt{t} \Delta_{x,t}^{SII}\right)}{\phi((\Delta^{SII})_{x,t})} SCR_{long}$$

We thus obtain a marginal Risk Adjustment for longevity risk, for example, by simply converting a marginal SCR by combining a Solvency II shock transformation process and a proxy function to evaluate the associated deviations.

---

Similar methodologies are developed in this paper for the risks mentioned above. In order to appreciate their robustness, we compare them to more classical approaches, in particular simulatory approaches. To this purpose, we carry out three applications on three portfolios exposed to mortality, reserve and surrender risks respectively. The table 4 presents the results obtained for mortality risk adjustment as an example.

<b>BE</b>	<b>SCR Mortality</b>	<b>RA simulatory</b>	<b>RA proxi</b>
2 162 062 488	186 755 884	5 574 943	5 690 920

**Table 4** – *Results of mortality risk calculations : SCR, RA et RA proxy. Confidence level  $\alpha = 75\%$ .*

The results achieved in this paper show that the suggested approach provides very similar results to simulatory approaches while having the advantage of being a deterministic approach. It thus makes it easy to study the sensitivity of the Risk Adjustment to certain indicators such as risk appetite or the duration of the insurer’s commitment.

The assessment of Risk Adjustment suggested in this paper address two main challenges : Offering insurance entities real levers for monitoring IFRS 17 KPIs while avoiding a multiplication of production work in order to limit the operating costs of each closing.

# Table des matières

Résumé	1
Abstract	2
Remerciements	3
Note de synthèse	4
Summary	8
Table des matières	14
Introduction	15
<b>I Contexte réglementaire</b>	<b>16</b>
<b>1 IFRS 17 : Contrats d'assurance</b>	<b>17</b>
1.1 Périmètre d'application . . . . .	18
1.2 Modalités d'évaluation des contrats . . . . .	19
1.2.1 Segmentation du portefeuille . . . . .	19
1.2.2 Vie d'un groupe de contrats . . . . .	20
1.3 Evaluation du passif par blocs - BBA . . . . .	20
1.3.1 Flux de trésoreries futurs . . . . .	21
1.3.2 Valeur temps de l'argent . . . . .	22
1.3.3 Le Risk Adjustment . . . . .	23
1.3.4 La Contractual Service Margin . . . . .	24
1.4 Premium Allocation Approach - PAA . . . . .	26
1.5 Variable Fee Approach - VFA . . . . .	27
<b>2 Comparatif IFRS 17 vs Solvabilité II</b>	<b>29</b>
2.1 Solvabilité II : Les principes de base . . . . .	29
2.1.1 Les Provisions Techniques sous Solvabilité II . . . . .	30
2.1.2 Minimum Capital Requirement . . . . .	30
2.1.3 Solvency Capital Requirement . . . . .	30
2.2 Comparaison entre IFRS 17 et Solvabilité II . . . . .	31

<b>3</b>	<b>Focus sur le RA</b>	<b>34</b>
3.1	Définition et périmètre de risques associé . . . . .	34
3.2	Comparatif entre Risk Adjustment et Risk Margin . . . . .	35
3.3	Impact opérationnel du Risk Adjustment . . . . .	36
3.4	Méthodologies pour le calcul du RA . . . . .	37
3.4.1	Principes de cohérence du RA . . . . .	37
3.4.2	Approche par scénarios . . . . .	37
3.4.3	Approche simulateur . . . . .	38
<b>II</b>	<b>RA &amp; adaptations des calculs S2</b>	<b>40</b>
4	Principe général de conversion des chocs Solvabilité II	41
5	Risque de longévité	44
5.1	Choc de longévité sous Solvabilité II . . . . .	44
5.2	Adaptation du choc Solvabilité II . . . . .	44
5.3	Ajustement du SCR longévité . . . . .	45
6	Risque de mortalité	48
6.1	Choc de mortalité sous Solvabilité II . . . . .	48
6.2	Adaptation du choc Solvabilité II . . . . .	48
6.3	Ajustement du SCR mortalité . . . . .	50
7	Risque de réserve	51
7.1	Le provisionnement en assurance . . . . .	51
7.2	Notations . . . . .	52
7.3	Modèle de Mack . . . . .	52
7.4	Modèle de Merz & Wüthrich . . . . .	54
7.5	SCR du risque de réserve . . . . .	58
7.6	Adaptation du choc de réserve . . . . .	58
8	Risque de rachat	60
8.1	Choc de rachat sous Solvabilité II . . . . .	60
8.2	Adaptation du choc Solvabilité II . . . . .	61
8.3	Adaptation du SCR de rachat . . . . .	63
<b>III</b>	<b>Applications</b>	<b>64</b>
9	RA de mortalité pour des capitaux	65
9.1	Présentation du portefeuille . . . . .	65
9.2	Calcul du <i>Risk Adjustment</i> . . . . .	66
9.3	Comparaison avec l'approche simulateur . . . . .	68
9.4	Remise en cause des hypothèses du modèle . . . . .	70

## TABLE DES MATIÈRES

---

<b>10 RA de réserve pour des garanties non vie</b>	<b>73</b>
10.1 Hypothèses et données . . . . .	73
10.2 Calcul du <i>Risk Adjustment</i> de réserve . . . . .	74
10.3 Autres méthodologies de calcul du <i>Risk Adjustment</i> de réserve . . . . .	77
<b>11 RA de rachat en assurance emprunteur</b>	<b>79</b>
11.1 Présentation de la garantie et du modèle SII . . . . .	79
11.2 Calcul du RA de rachat . . . . .	81
11.3 Hypothèse de comonotonie et discussion autour du <i>scaling</i> . . . . .	85
<b>Conclusion</b>	<b>90</b>
<b>Références</b>	<b>92</b>
<b>Liste des Figures</b>	<b>94</b>
<b>Liste des Tables</b>	<b>96</b>
<b>A Aparté sur l’hypothèse pour le choc de mortalité (<i>volatility</i> risk)</b>	<b>97</b>
<b>B Hypothèse de comonotonie pour l’application du risque de rachat</b>	<b>101</b>

# Introduction

Dans un contexte de forte hétérogénéité des normes comptables nationales, les investisseurs se trouvent dans l'impossibilité d'établir des comparaisons efficaces entre les organismes d'assurance. En effet, les méthodes comptables et les présentations des états financiers ont historiquement divergé entre les différents référentiels comptables, rendant la comparaison de la rentabilité de ces organismes des plus difficiles.

Les normes IFRS (International Financial Reporting Standards) s'inscrivent dans un objectif d'harmonisation des normes. Établies par l'IASB (International Accounting Standards Board), elles concernent l'ensemble des entreprises quel que soit leur secteur d'activité. Une première norme spécifique aux organismes d'assurance IFRS 4 : contrats d'assurance a été publiée en 2005. Elle sera remplacée par IFRS 17 : contrats d'assurance, la nouvelle norme régissant la comptabilisation des contrats d'assurance qui entrera en vigueur en 2023.

Nous nous intéresserons dans ce mémoire à la norme IFRS 17. Nous présenterons donc cette nouvelle norme puis la comparerons à la norme Solvabilité II.

En vigueur depuis le 1<sup>er</sup> janvier 2016, la norme Solvabilité II a donné lieu à énormément de travaux de la part des assureurs. En effet, l'ensemble des assureurs européens ont investi beaucoup de temps, d'énergie et d'argent dans la mise en place des calculs et des *reportings* de Solvabilité II. Afin d'éviter de démultiplier les travaux de production IFRS 17 et Solvabilité II, les acteurs de marché investiguent les possibilités d'exploiter au maximum les calculs et les modèles de Solvabilité II. C'est dans cette optique que s'inscrit ce mémoire, en proposant de calculer le *Risk Adjustment* d'IFRS 17 en exploitant les productions Solvabilité II, en particulier les SCR. Le recours aux SCR élémentaires calculés sous Solvabilité II peut présenter un véritable intérêt opérationnel. Néanmoins, nous verrons dans ce mémoire que des ajustements sont nécessaires. Il s'agira notamment de modifier l'horizon de risque pour passer de la vision 1 an de Solvabilité II à une vision durée des engagements, requise sous IFRS 17. De plus, le seuil de confiance sous-jacent fixé à 99.5% sous Solvabilité II, dépend sous IFRS 17 de l'aversion au risque de l'organisme et fera également objet d'un ajustement. Enfin, il faudra tenir compte des effets volumes en prenant en considération les différences entre les deux normes en termes de notions de frontières des contrats ainsi que la granularité des calculs.

Première partie  
Contexte réglementaire

# 1 IFRS 17 : Contrats d'assurance

La norme IFRS 17 a pour objectif d'établir un *reporting* financier consistant, offrant une transparence quant à la performance financière de l'organisme qui y est soumis. Cette norme permettrait ainsi une meilleure visibilité de la stratégie de l'organisme et offre par conséquent une opportunité de comparaison jusque-là obstruée par l'hétérogénéité des normes nationales.

Contrairement aux référentiels comptables ordinaires tels que Solvabilité II, les normes IFRS, et en particulier IFRS 17, sont des normes de principe. Les assureurs sont donc tenus à développer des interprétations pour les différents principes établis par la norme. Cela offre donc une liberté pour l'implémentation de cette dernière et offre ainsi un véritable levier de pilotage des comptes publiés dans les *reportings* IFRS 17. Cette liberté d'interprétation semble certes remettre en question l'objectif d'harmonisation premier de la norme, mais en établissant une norme de principe, l'IASB offre ainsi une norme flexible prenant en compte les particularités de chaque assureur.

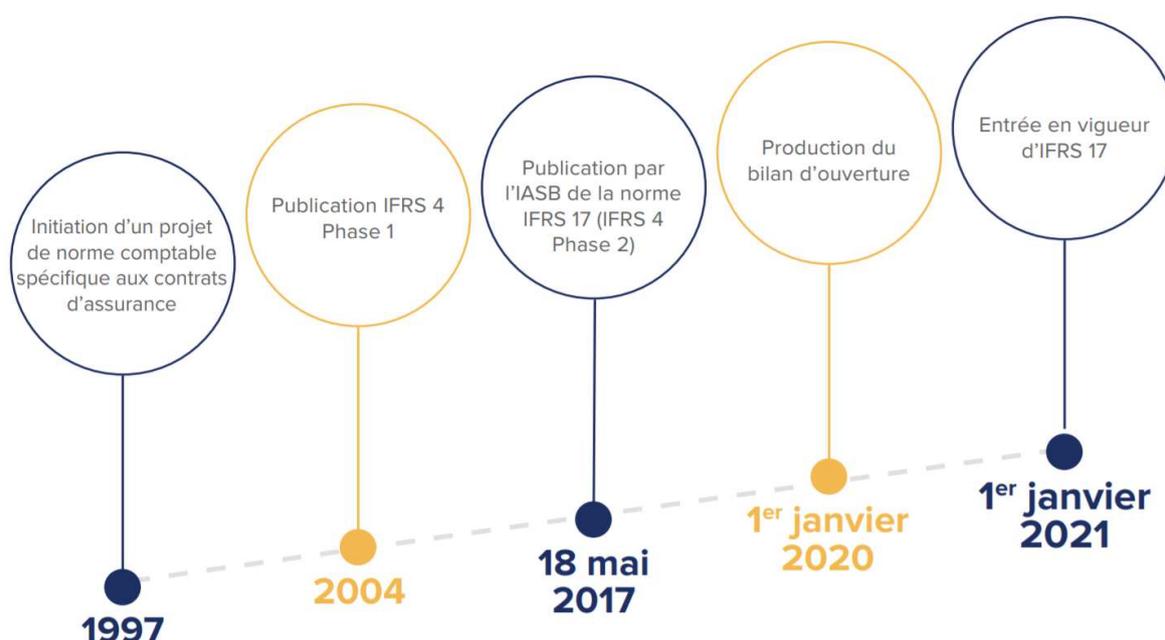


Figure 1.1 – Calendrier initiale de la norme IFRS 17

La norme IFRS 17 fait suite à la norme transitoire IFRS 4 phase 1. Cette dernière, publiée par l'IASB en mars 2004, est une première version de la norme « contrats d'assurance ». En vigueur depuis le 1<sup>er</sup> janvier 2005, elle a pour objectif d'insérer de façon

## CHAPITRE 1. IFRS 17 : CONTRATS D'ASSURANCE

---

progressive les organismes d'assurance dans le référentiel IFRS, compte tenu des difficultés et du temps nécessaire à la préparation de la norme IFRS 17.

La norme IFRS 4 Phase 1 présente un certain nombre de limites. En effet, cette norme transitoire ne permet pas d'assurer la comparabilité entre groupes d'assurances puisque les passifs d'assurance restent comptabilisés suivant les normes locales propres à chaque groupe d'assurance. Les différences notables dans les niveaux de prudence des provisions techniques suivant les principes locaux sous-jacents, rendaient la lecture, la compréhension et la comparaison des états financiers des compagnies d'assurance complexe.

À ce sujet, le président de l'IASB indiquait<sup>1</sup> :

"IFRS 4 was not really a comprehensive international standard. It was basically a standard grandfathering the use of national standards. If you look around the world, we see the use of myriad national standards, which are highly divergent and often a bit antiquated, so the quality of the information is often substandard and certainly not comparable. That's the reason why many insurers also provide non-GAAP measures, especially if they use historical cost. They often produce the measurements based on current valuation. But the current practice is highly divergent and not of sufficient quality, so it was high time that we produced this standard."

Nous allons dans la suite présenter les principales notions introduites par la norme IFRS 17, puis établirons un comparatif avec la norme Solvabilité II.

### 1.1 Périmètre d'application

La norme IFRS 17 s'applique aux contrats d'assurance, aux contrats de réassurance (émis et détenus) et aux contrats de placement avec participation discrétionnaire. Le contrat d'assurance est défini dans l'annexe A de la norme comme étant un « contrat selon lequel une partie (l'assureur) prend en charge un risque d'assurance significatif d'une autre partie (le titulaire de la police) en convenant d'indemniser le titulaire de la police si un événement futur incertain spécifié (l'événement assuré) affecte de façon défavorable le titulaire de la police ».

Le *risque d'assurance* est un risque transféré du titulaire vers l'assureur de nature *non financière*. Sont exclus tous les contrats exposant leur émetteur à un risque financier sans qu'il y ait risque d'assurance. Nous noterons que dans le cas d'un contrat d'épargne-vie, bien que la composante risque financier soit la plus importante, des risques d'assurance tels que la mortalité et le rachat subsistent. Notons qu'il est précisé qu'un risque créé par le contrat d'assurance lui-même ne peut être considéré comme un risque d'assurance.

Un risque est dit *significatif* s'il peut conduire à des scénarios où l'assureur se trouvera dans l'obligation de régler des prestations complémentaires significatives. La norme ne donne pas d'indications pour l'estimation du caractère significatif d'un risque qui est donc laissé à l'appréciation de l'assureur contrat par contrat.

L'*effet défavorable* sur le titulaire de la police fait référence au préjudice causé à l'assuré suite à la survenance de l'évènement assuré. La norme indique que l'assureur

---

1. Source : IASB releases insurance contracts standard - *Accounting Today* - <https://www.accountingtoday.com/news/iasb-releases-insurance-contracts-standard>

## 1.2. MODALITÉS D'ÉVALUATION DES CONTRATS

n'est pas contraint d'examiner si l'évènement est à l'origine de l'effet défavorable, mais il est autorisé à refuser le paiement s'il n'est pas convaincu du caractère préjudiciable de l'évènement.

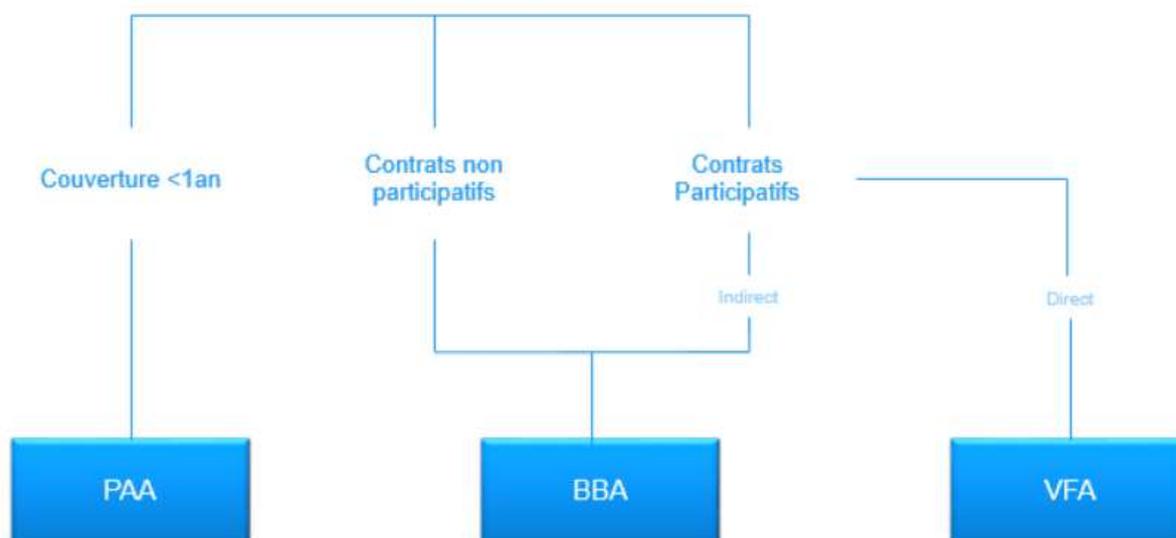


Figure 1.2 – Modèles d'évaluation des contrats sous IFRS 17

Les méthodes de valorisation des provisions sous IFRS 17 dépendent des spécificités des produits d'assurance détenus en portefeuille par l'organisme (c.f. Figure 1.2). La norme prévoit trois méthodes indépendantes : La méthode par défaut, *Building Block Approach* (c.f. Section 1.3), la *Premium allocation Approach* (c.f. Section 1.4) et enfin la *Variable Fee Approach* (c.f. Section 1.5). La méthode par défaut, BBA, s'applique à tous les contrats non participatifs dont la durée dépasse un an ainsi que les contrats participatifs indirects. Les contrats participatifs directs sont valorisés par la méthode VFA. Les contrats non participatifs dont la durée n'excède pas 1 an peuvent être soumis à la méthode PAA.

## 1.2 Modalités d'évaluation des contrats

### 1.2.1 Segmentation du portefeuille

La norme IFRS 17 impose une répartition des contrats à une maille très fine (*Group of Contracts - GoC*), séparant les contrats en *portefeuilles*, en *cohortes (années de souscription)* et en *groupe de profitabilité*.

La norme définit un portefeuille de contrats comme un groupe de contrats gérés ensemble et présentant des risques similaires. Par exemple des contrats appartenant à la même ligne de produit ont à priori des risques similaires.

Les contrats de chaque portefeuille doivent ensuite être regroupés par cohorte (ou génération de souscription). En d'autres termes, deux contrats étant souscrits à plus d'une année d'intervalle doivent appartenir à des groupes différents.

Enfin les contrats sont classés selon trois niveaux de profitabilité :

## CHAPITRE 1. IFRS 17 : CONTRATS D'ASSURANCE

- Un groupe de contrats déficitaires (*onerous*) à la date de comptabilisation initiale. Notons que cette catégorie de contrat donne lieu à une reconnaissance des pertes dès l'existence des contrats onéreux.
- Les contrats non déficitaires au moment de la comptabilisation initiale mais présentant un risque significatif de le devenir dans le futur.
- Le reste des contrats, à savoir les contrats non déficitaires au moment de la comptabilisation initiale et ne présentant pas de risque significatif de le devenir dans le futur. Notons que contrairement aux pertes, les profits de ces contrats, dits *non onerous*, ne sont pas tout de suite reconnus et donnent lieu à une CSM. Ainsi, existe-t-il un traitement asymétrique entre les pertes et les profits que nous expliciterons dans la suite de ce mémoire.

Notons que la segmentation des portefeuilles et la granularité des calculs sont les principales difficultés liées à la valorisation des passifs des contrats d'assurance selon la norme IFRS 17. Une refonte des modèles actuariels voire un changement d'outils informatiques sera à prévoir pour la plupart des organismes. Ainsi, ces regroupements de contrats sont-ils très contraignants et supposent d'avoir une connaissance approfondie des contrats déjà commercialisés.

### 1.2.2 Vie d'un groupe de contrats

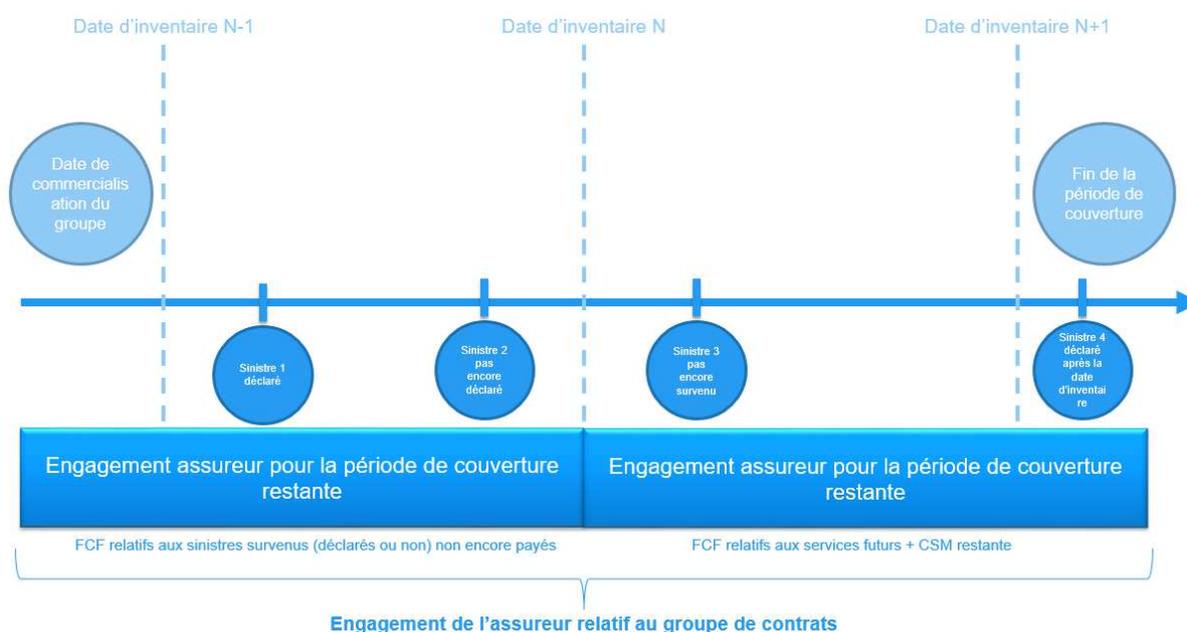


Figure 1.3 – Vie d'un groupe de contrats d'assurance

## 1.3 Evaluation du passif par blocs - BBA

Sous la norme IFRS 17, l'évaluation du passif s'effectue par *Building Block Approach*. Nous nous intéressons dans cette section aux mécanismes de cette méthode générale.

## 1.3. EVALUATION DU PASSIF PAR BLOCS - BBA

---

Pour chaque groupe de contrats, les provisions techniques sont décomposées en :

- Flux de trésorerie d'exécution comprenant :
  - L'estimation des flux de trésorerie futurs
  - La valeur temps de l'argent et la prise en compte des risques financiers liés aux flux de trésorerie futurs
  - Le *Risk Adjustment* pour inclure les risques non financiers
- Marge sur services contractuels

Nous explicitons dans la suite chacun de ces blocs et présentons leurs principales caractéristiques ainsi que leur méthode de calcul.

### 1.3.1 Flux de trésoreries futurs

Le *Best Estimate* est la moyenne actualisée et probabilisée d'un ensemble de trajectoires de flux futurs liés à l'activité de l'organisme assureur.

Les estimations des flux de trésorerie futurs doivent prendre en compte les flux des entrées et sorties directement rattachées à l'exécution du portefeuille. La norme impose que ces estimations soient :

- **Explicites** : les flux doivent être estimés séparément du taux d'actualisation (permettant d'ajuster les flux selon la valeur temps de l'argent) et séparément de la marge pour risque (qui permet de prendre en compte l'incertitude émanant des cash-flows)
- **Market consistent** : cohérentes avec les prix de marché observables
- **Utilisant toutes les informations disponibles**, non biaisées relatives au montant, à la maturité et à l'incertitude des flux, qui émergent au rythme de l'exécution du contrat
- **À jour** : doivent refléter la situation de l'entité à la date d'évaluation ainsi que ses perspectives
- **Dans le périmètre de chaque contrat** : ne doit inclure que les flux de contrats existants

À la reconnaissance du groupe de contrats, le calcul de *Best Estimate* se fait en actualisant des flux futurs. Les flux à prendre en compte dans le calcul du BE sont les suivants :

- **Les primes**, ainsi que tout flux additionnel découlant des primes
- **Les prestations** versées aux assurés, y compris les sinistres déclarés mais pas encore payés et les sinistres survenus mais pas encore déclarés (IBNR ou *Incurred But Not Reported*), ainsi que tout sinistre futur dans la limite du contrat en vigueur
- **Les frais d'acquisition** directement attribuables aux contrats d'assurance. Ces frais incluent les coûts qui ne sont pas directement sous-jacents aux contrats d'assurance individuels du portefeuille
- **Les frais de gestion des sinistres**, il s'agit des coûts engendrés par le traitement et l'indemnisation des sinistres par l'assureur

## CHAPITRE 1. IFRS 17 : CONTRATS D'ASSURANCE

---

- **Les frais encourus par l'entité** par l'attribution d'avantages contractuels payés en nature
- **Les flux qui découlent des options et garanties** incluses au contrat
- **Les frais d'administration** tels que les coûts de facturation des primes ou encore les coûts de traitement des modifications de police
- **Les taxes et les prélèvements** relatives aux transactions (taxes sur primes, taxes sur valeur ajoutée ...) et évaluation des fonds de garantie
- **Les recouvrements** potentiels sur les sinistres futurs couverts par des contrats existants
- **La participation aux bénéfices contractuelle** qui donne droit aux assurés à une part du rendement des sous-jacents du portefeuille
- **Les frais généraux** qui sont directement assimilables à l'exécution des contrats (comme par exemple les frais de comptabilité, des ressources humaines, de support, d'information, de location ou d'entretien des équipements...) d'assurance.

Par ailleurs, les flux ne devant pas être projetés (également spécifiés par l'ED 2013) :

- **Les rendements des placements**, les investissements étant comptabilisés et évalués de manière séparée
- **Les flux découlant des contrats de réassurance** les actifs de réassurance étant également comptabilisés et évalués séparément
- **Les flux découlant de contrats futurs** car se trouvant hors limites des contrats existants
- **Les frais** qui ne sont pas directement attribuables aux portefeuilles de contrats
- **Les impôts sur le revenu de la société**
- **Les flux émergeant de composantes dissociées du contrat**
- **Les flux résultant d'une quantité anormale de main d'œuvre ou d'autres ressources utiles au bon fonctionnement du contrat**
- **Les flux de trésorerie entre les différentes branches de l'entité d'assurance** tels que les fonds réservés aux assurés ou bien au capital des actionnaires, dans la mesure où ces flux n'auront pas d'influence sur les montants qui seront payés envers les assurés

Pour les années ultérieures, le *Best estimate* est obtenu par récurrence, en tenant compte des impacts des flux estimés de l'année, des écarts par rapport à ces estimations, des changements d'hypothèses ou de loi, ainsi que de la valeur du temps (le *Best estimate* est désactualisé au taux courant cf.1.3.2).

### 1.3.2 Valeur temps de l'argent

Les flux de trésorerie futurs sont ajustés de manière à refléter la valeur temps de l'argent, au moyen de taux d'actualisation. Contrairement à Solvabilité II, la norme IFRS 17 n'impose pas de courbe des taux à utiliser dans le calcul de la valeur actuelle des flux futurs. Le choix des taux d'actualisation est dû à l'appréciation de l'assureur. Elle précise néanmoins que ces taux doivent être cohérents avec les prix de marché courants

### 1.3. EVALUATION DU PASSIF PAR BLOCS - BBA

observables d'instruments dont les flux de trésorerie ont des caractéristiques similaires à celles du contrat d'assurance (timing, devise, liquidité etc...). De plus, les estimations des courbes de taux d'actualisation doivent être cohérentes avec les autres estimations utilisées pour évaluer le contrat d'assurance. En particulier, si le passif d'assurance dépend de la performance des actifs sous-jacents, la courbe des taux utilisée doit refléter cette corrélation actif-passif. Notons enfin que la courbe des taux ne doit pas tenir compte du risque de défaut de l'assureur lui-même.

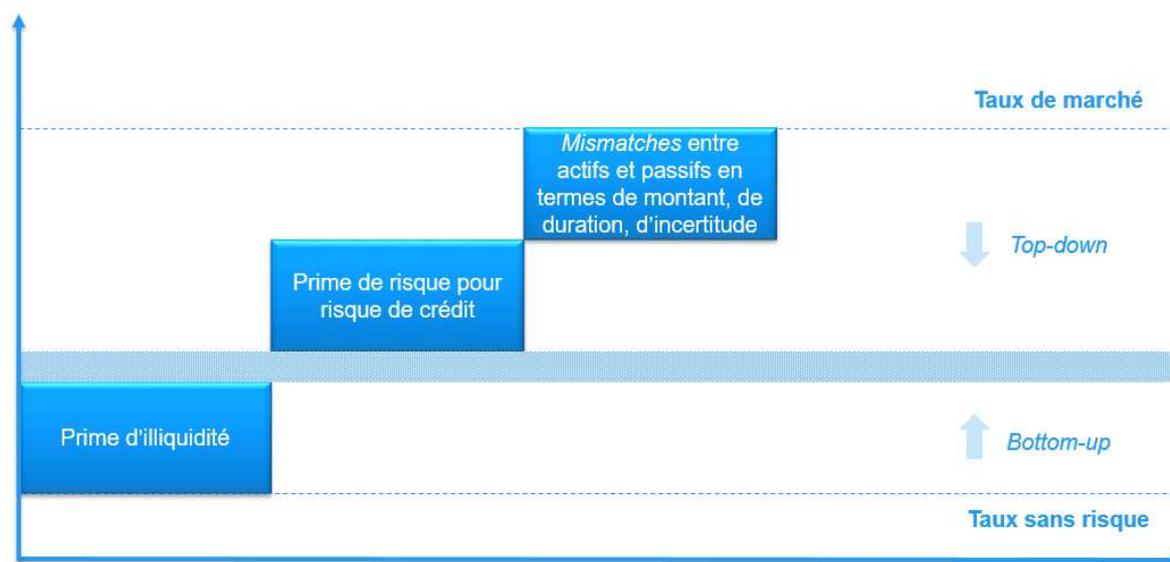


Figure 1.4 – Méthodes Top-down et Bottom-up

La norme IFRS17 n'impose pas non plus de méthodes de calcul des taux d'actualisation. Elle propose néanmoins deux approches pour déterminer la courbe des taux :

- L'approche *top down* qui consiste, à partir de son propre portefeuille d'actifs ou d'un portefeuille théorique d'actifs (*portefeuille de référence*), à extraire la prime de risque et à ajuster les flux des actifs pour que la durée du portefeuille soit voisine de celle du passif.
- L'approche *bottom up* qui consiste à partir d'une courbe de taux sans risque, puis y ajouter une prime d'illiquidité afin de réintégrer les caractéristiques du passif (en termes d'illiquidité).

#### 1.3.3 Le Risk Adjustment

L'ajustement pour risque (RA) représente la compensation requise par la compagnie d'assurance du fait de l'incertitude entourant le montant et l'échéancier des flux de trésorerie liée aux risques non financiers.

Prenons comme exemple le cas d'un contrat d'assurance en cas de vie. Bien que l'assureur aura au préalable calculé un montant de *Best Estimate* en prenant en compte les probabilités de survie des assurés, une incertitude quant à l'estimation de ces probabilités subsiste. C'est l'indemnisation requise pour faire face à une telle incertitude qui rentre en compte dans le calcul du RA.

## CHAPITRE 1. IFRS 17 : CONTRATS D'ASSURANCE

---

Le calcul du *Risk Adjustment* n'est pas formalisé par la norme. Dans l'Exposure Draft de 2010 (c.f. IASB [2010]), l'IASB proposait trois approches afin d'évaluer le RA :

- **Value at Risk** : Cette méthode consiste à calculer un quantile ou *Value at Risk* (VaR) correspondant à un niveau de confiance donné. La VaR correspond au montant de prestations qui ne devrait être dépassé qu'avec une probabilité donnée :  $\mathbb{P}(X \geq VaR_\alpha(X)) = \alpha$ .
- **Tail Value at Risk** : appelée aussi *Conditionnal tail Expectation*. Elle consiste en le calcul de l'espérance conditionnelle de la perte au-delà de la VaR à un niveau de confiance donné :  $TVaR_\alpha(X) = \mathbb{E}[X | X > VaR_\alpha(X)]$
- **Coût du Capital** : L'idée ici est de mesurer le coût d'opportunité consenti par un investisseur en immobilisant des capitaux propres du fait de l'exercice de l'activité d'assurance.

Ces techniques n'ont pour autant pas été reprises explicitement dans la publication de la norme datant de mai 2017 où seuls des principes généraux sont évoqués. Nous reviendrons sur ces principes plus tard dans le mémoire.

Les entités d'assurance ont donc la possibilité de développer leur propre méthode de quantification du RA. Néanmoins, dans le cas où cette dernière ne correspond pas à une approche dite du "niveau de confiance", une explicitation de la méthode ainsi que la conversion du RA en seuil de confiance sont nécessaires.

### 1.3.4 La Contractual Service Margin

La marge sur services contractuels, en anglais *Contractual Service Margin* (CSM), à la date de clôture représente le profit afférent au groupe de contrats d'assurance qui n'a pas encore été comptabilisé en résultat net, car il se rattache à des services futurs au titre des contrats du groupe. Les assureurs doivent évaluer une CSM pour tous les groupes de contrats considérés *non onerous* au moment de la comptabilisation initiale. La marge de service contractuelle ou marge résiduelle correspond au profit attendu du contrat au-delà de la marge pour risque. Elle fait partie des passifs d'assurance et vise à ce qu'aucun profit ne soit dégagé à la souscription du contrat. Les gains issus du contrat sont écoulés progressivement sur la période de couverture du contrat et incorporés au compte de résultat.

La CSM ne peut pas être négative, elle est nulle si le groupe de contrat est déficitaire. Notons que dans ce cas de figure, la perte enregistrée sur un tel groupe de contrat est immédiatement reconnue dans le résultat.

La CSM se calcule comme suit :

$$CSM = \max(P - (BE + RA), 0)$$

où :

- $P$  : les primes
- $BE$  : les engagements futurs de l'assureur actualisés
- $RA$  : le *Risk Adjustment*

### 1.3. EVALUATION DU PASSIF PAR BLOCS - BBA

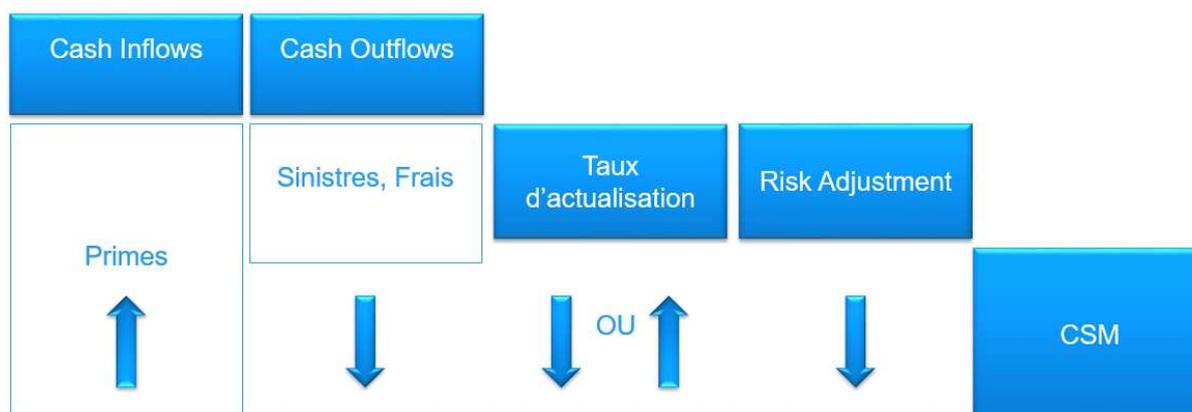


Figure 1.5 – BBA : Initialisation de la CSM

#### Amortissement de la CSM

La CSM a pour objectif de ne pas enregistrer un profit à la souscription d'un contrat, elle est ainsi amortie tout le long de la vie du contrat permettant de dégager un résultat de façon progressive.

L'amortissement sur la période de couverture se fait de manière à refléter les services rendus. Dans cette optique, la norme introduit une notion de base d'unités de couverture "Coverage units" selon lesquels la CSM de chaque groupe de contrat sera étalée dans le temps.

À la comptabilisation initiale, les *Coverage units* de chaque groupe sont identifiés en déterminant pour la quantité de service ou prestation fournis, ainsi que la durée de couverture attendue. La CSM de fin de période est ensuite allouée de manière égalitaire pour chaque *Coverage units* fournis sur la période ainsi que sur les périodes futures. Le montant alloué aux *Coverage units* de la période en cours est ensuite reconnu dans le résultat.

#### Réévaluation de la CSM

La CSM est réévaluée d'un exercice à l'autre de manière prospective, en prenant en compte les changements des hypothèses de calculs, à savoir l'évolution des estimations sur le BE et le RA sur les périodes futures (ex : révision de primes futures, révisions de sinistres attendus, réévaluation des sinistres déjà survenus), ou encore les fluctuations de la courbe des taux.

De façon générale, la réévaluation de la CSM peut s'écrire comme suit :

$$CSM_n = \max(CSM_{n-1} + DesActu - Repr + \Delta BE_n, 0)$$

Où :

- *DesActu* est la désactualisation de la CSM effectuée sur base du taux d'actualisation figé à l'origine, contrairement au *Best estimate* qui se désactualise au taux courant
- *Repr* est la reprise sur l'amortissement de la CSM constituée en  $n - 1$  et écoulée en  $n$



Figure 1.6 – BBA : Réévaluation de la CSM

- $\Delta BE_n$  est l'écart (favorable ou non) entre les estimations actuelles et antérieures des flux de trésorerie futurs (y compris RA).

## 1.4 Premium Allocation Approach - PAA

Contrairement à la Building Block Approach, la Premium Allocation Approach (PAA) ne nécessite pas de décomposer le passif par blocs. Elle n'est applicable que sous deux conditions restrictives :

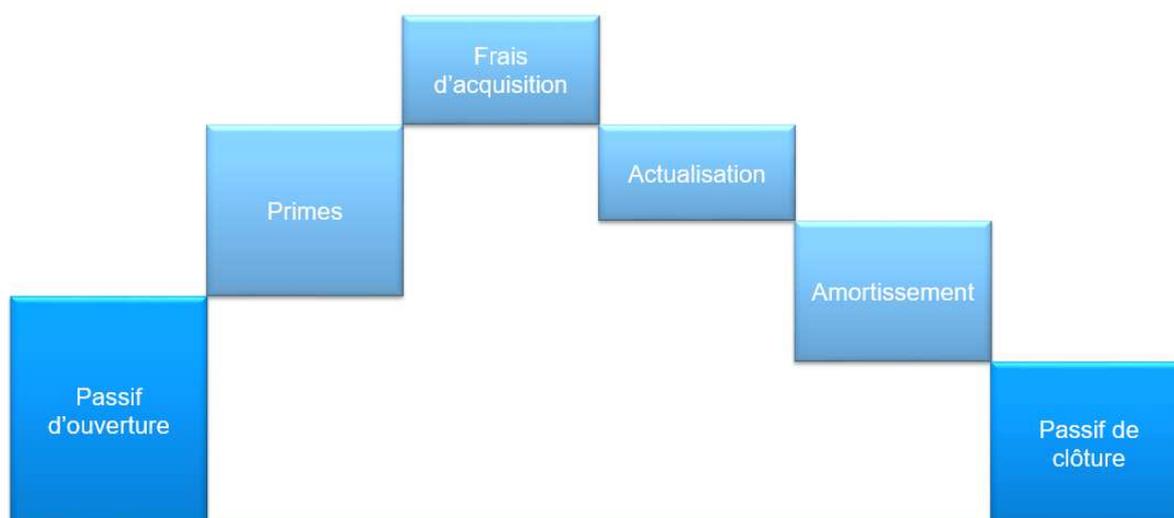
- Elle doit être une approximation raisonnable de l'approche par blocs. En effet, cette approximation n'est plus valable si l'entité estime une variabilité significative des flux de trésorerie futurs.
- Seuls sont éligibles les contrats dont la couverture est inférieure ou égale à un an

C'est une approche simplifiée qui se rapproche du modèle comptable français d'assurance non-vie. Etant donné que la durée de couverture est inférieure à un an, on ne calcule plus de CSM. Les profits sont ici neutralisés par le report de la prime. Notons qu'il s'agit d'un mécanisme similaire à celui de la Provision pour prime non acquises.

L'engagement de l'assureur est obtenu ici en prenant en compte les primes reçues à la date de comptabilisation initiale diminuées du montant des flux de trésorerie liés aux frais d'acquisition. On prend en compte tout montant découlant de la décomptabilisation, à cette date, de l'actif ou du passif qui avait été comptabilisé au titre des flux de trésorerie liés aux frais d'acquisition.

Les années ultérieures, le passage d'une année sur l'autre se fait en ajoutant à la provision de clôture de la période précédente les éléments suivants :

- Les primes reçues au cours de la période
- Les flux de trésorerie liés aux frais d'acquisition sont retirés
- On ajoute tout montant comptabilisé en charges dans la période de présentation de l'information financière en raison de l'amortissement des flux de trésorerie liés aux frais d'acquisition,



**Figure 1.7 – PAA : Réévaluation du passif**

- On ajoute tout ajustement apporté à un composant financement,
- On retire le montant comptabilisé à titre de produit des activités d'assurance pour la couverture fournie durant cette période
- Amortissement : on retire tout composant investissement payé ou transféré au passif au titre des sinistres survenus

## 1.5 Variable Fee Approach - VFA

La *Variable Fee Approach* (VFA) est une approche alternative à la méthode générale de la norme IFRS 17. Elle s'applique aux contrats avec participation directe aux bénéfices. Pour ces produits, la rémunération de l'assureur ne résulte pas tant de la différence entre les primes et les prestations que du droit de l'assureur à être rémunéré pour sa gestion de l'épargne confiée. En effet, les contrats avec participation directe aux bénéfices créent une obligation envers les assurés égale à la différence entre la valeur de l'actif sous-jacent et les honoraires variables (en anglais *variables fees*) revenant à l'organisme assureur.

La comptabilisation initiale reste très similaire au modèle général. Les comptabilisations suivantes sont quant à elle différentes entre les deux modèles. En effet, contrairement à l'approche BBA où les variations de flux de trésorerie des suites du changement des hypothèses financières n'impactent pas la CSM, car directement affectées au résultat, dans le modèle VFA cet impact est absorbé par la CSM. La CSM est ajustée ici à chaque clôture afin de prendre en compte les différents changements sur les honoraires variables dont les changements des hypothèses financières.

De plus, la CSM des contrats avec participation directe aux bénéfices est réajustée à chaque clôture en utilisant la courbe des taux de l'année en cours et non la courbe des taux initiale comme c'est le cas pour le modèle BBA.

La figure 1.8 représente la méthodologie de reconciliation de la CSM pour la *Variable Fee Approach*.

La réévaluation de la CSM à chaque période prend en compte les éléments suivants :

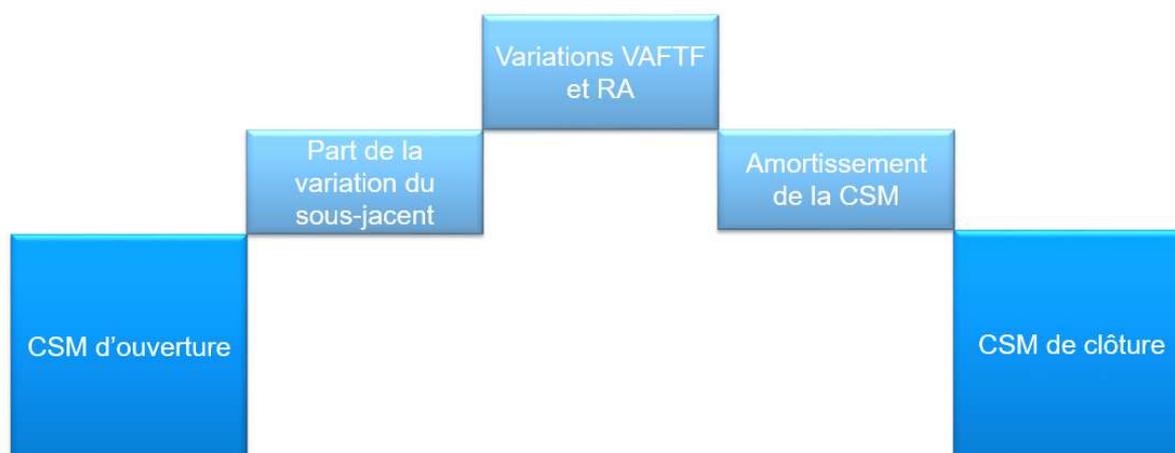


Figure 1.8 – VFA : Réévaluation de la CSM

- **Part de la variation du sous-jacent** : la part revenant à l'assureur de la variation de la juste valeur des éléments sous-jacents
- **Variations VAFTF** : les variations des flux de trésorerie d'exécution qui sont liées aux services futurs.
- **Relâchement** : l'amortissement de la CSM dans le compte de résultat de l'assureur relatif aux services rendus durant la période.

## 2 Comparatif IFRS 17 vs Solvabilité II

Nous nous proposons dans ce chapitre d'établir une comparaison entre les normes Solvabilité II et IFRS 17. Nous débuterons par une succincte présentation de la norme Solvabilité II. Cette partie n'a pas pour vocation d'exposer en détails cette norme. Nous nous contentons ici de rappeler certaines notions proposées par celle-ci. Le lecteur désireux d'en savoir davantage est invité à consulter Sandström [2005] et Sandström [2016].

### 2.1 Solvabilité II : Les principes de base

Solvabilité II est une réforme réglementaire du droit des assurances au sein de l'Union Européenne, entrée en vigueur le 1<sup>er</sup> janvier 2016. Elle concerne l'ensemble des organismes d'assurance et de réassurance. Son objectif est la mise en place d'une réglementation Européenne harmonisée, qui renforce la solvabilité des assureurs, et par conséquent la protection des assurés, via une meilleure prise en compte des risques portés par l'organisme dans les montants de ses fonds propres.

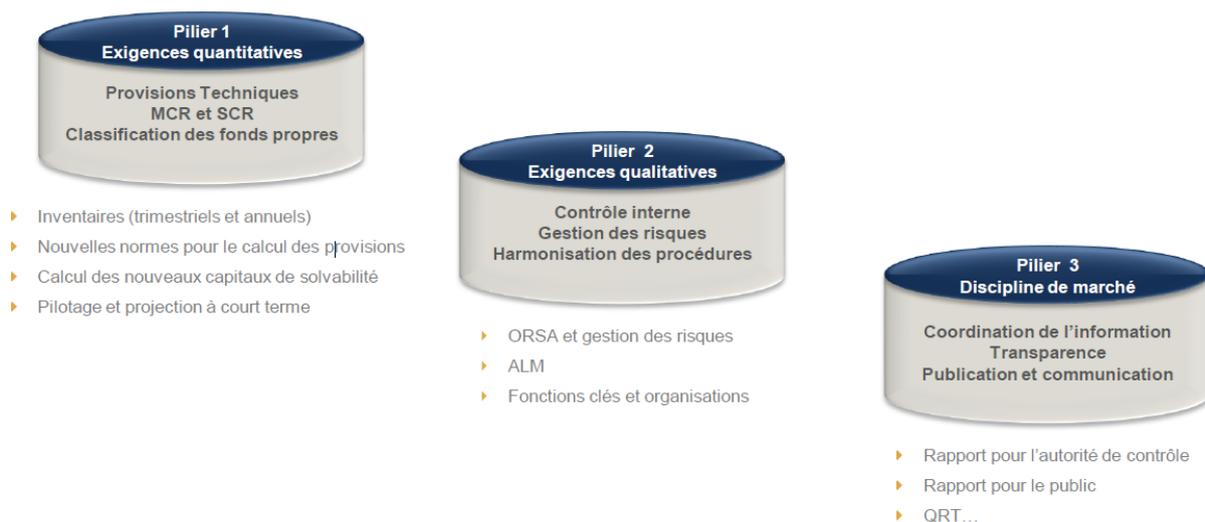


Figure 2.1 – Les trois piliers de Solvabilité II

Basée sur trois piliers (cf.2.1), la réforme Solvabilité II a imposé à son entrée en vigueur de nouvelles contraintes aux organismes. Ces contraintes se traduisent par un

## CHAPITRE 2. COMPARATIF IFRS 17 VS SOLVABILITÉ II

---

renforcement de la modélisation des différents risques (calcul de SCR) et par la nécessité de piloter son activité. Ces deux contraintes représentent les piliers 1 et 2.

Le troisième pilier concerne les exigences en termes de reporting. Il prévoit la production d'états annuels et trimestriels (QRT) et de deux rapports, un à destination du public (SFRCR) et un à destination de l'autorité de contrôle (RSR).

### 2.1.1 Les Provisions Techniques sous Solvabilité II

Les Provisions Techniques sous Solvabilité II sont constituées de deux composantes :

- **Le *Best Estimate*** : Le Best Estimate (BE) est la valeur actuelle probable des flux de trésorerie futurs. Il est calculé selon une actualisation déterminée sur la base de la courbe des taux sans risque pertinente. Son calcul doit être fondé sur des informations actuelles crédibles ainsi que sur des hypothèses réalistes tout en faisant appel à des méthodes actuarielles et des techniques statistiques adéquates. Le BE est égal à la somme du BE de sinistres, représentant les sinistres dont la survenance est antérieure à la date de référence, et du BE de primes correspondant aux survenances futures à prendre en compte dans la limite du contrat.
- **La *Risk Margin*** : La Risk Margin (marge de risque) correspond au supplément de fonds propres qu'un assureur reprenant le portefeuille devra immobiliser pour couvrir la hausse du SCR née de ce transfert. Elle est déterminée comme étant le coût d'immobilisation du capital réglementaire requis pour liquider les sinistres du portefeuille (situation de Run Off).

### 2.1.2 Minimum Capital Requirement

Le Minimum de Capital Requis (MCR) est le seuil en deçà duquel les activités de l'organisme assureur présentent un risque inacceptable pour les assurés (des mesures de redressement doivent être prises à très court terme, voire un retrait d'agrément) Cet indicateur doit être simple, robuste et objectif. Il est calculé en fonction des primes, des provisions et des capitaux sous risque.

### 2.1.3 Solvency Capital Requirement

Le Capital de Solvabilité Requis, en anglais *Solvency Capital Requirement* (SCR) est le niveau de capital permettant à un organisme assureur d'absorber les sinistres imprévus significatifs et de continuer à assurer le paiement des prestations à leur échéance pendant un horizon de temps et selon un niveau de confiance donnés.

Le SCR doit permettre d'obtenir un niveau minimum de sécurité consistant entre les différents organismes assureurs. La norme Solvabilité II impose que le niveau du besoin en capital soit suffisant pour établir une probabilité de ruine de l'organisme à 1/200 sur une durée d'un an. Le SCR correspond ainsi à une *VaR* à 99,5%.

La réglementation Solvabilité II donne la possibilité aux compagnies d'assurance de calculer le SCR de deux façons différentes : soit par une formule standard calibrée sur le marché européen, soit par un modèle interne développé par l'assureur et après autorisation par le superviseur. Notons qu'une combinaison de ces deux méthodes est tout à fait envisageable.

## 2.2. COMPARAISON ENTRE IFRS 17 ET SOLVABILITÉ II

Le SCR formule standard se calcule selon une approche modulaire. Un capital économique pour chaque risque élémentaire (ex. actions, taux, mortalité, rachat ...). L'ensemble des risques élémentaires et modules de risque est indiqué dans la figure 2.2. Dans un second temps, les capitaux sont agrégés au sein de chaque module de risques (ex. marché, souscription non-vie ...). On parle alors d'agrégation intra-modulaire. Enfin, les capitaux de ces différents modules sont agrégés, il s'agit de l'agrégation inter-modulaire.

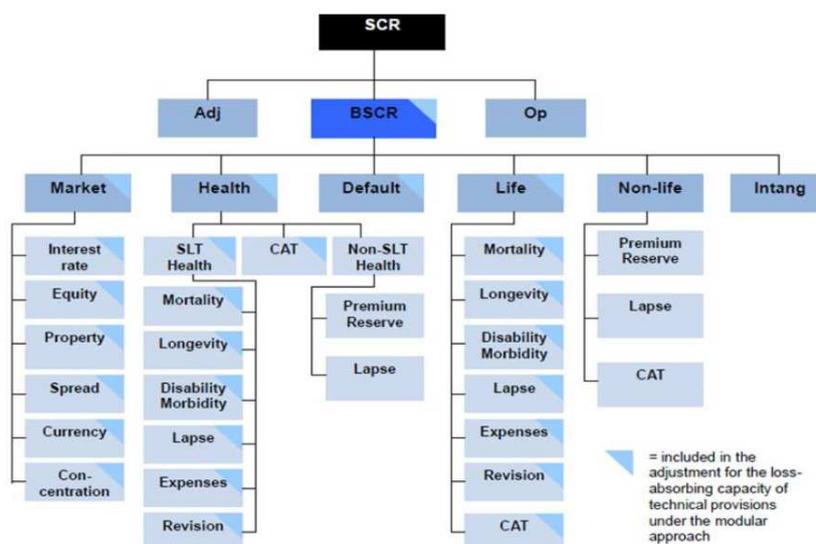


Figure 2.2 – Décomposition des risques inclus dans la formule standard

L'organisme d'assurance peut, selon son profil de risque, calculer la perte subie en cas d'événement défavorable lié à une trentaine de facteurs de risque. Pour tenir compte de la faible probabilité de réalisation simultanée de tous ces événements, la formule standard introduit des corrélations entre ces facteurs de risque et permet ainsi à l'organisme de constater des bénéfices de diversification.

Concrètement, pour obtenir le SCR, il est nécessaire de calculer un besoin en capital pour chaque risque élémentaire identifié. Ensuite, il s'agit d'agréger ces besoins via des matrices de corrélations fournies par l'EIOPA afin de d'obtenir le Basic SCR (BSCR) du module de risque. Le SCR est ensuite obtenu en ajoutant au BSCR les deux composantes suivantes :

- Le **SCR opérationnel** qui est la charge de capital pour le risque opérationnel
- L'**Ajustement** dû à l'effet d'absorption des risques des futurs impôts différés et participations aux bénéfices

## 2.2 Comparaison entre IFRS 17 et Solvabilité II

Comme vu dans le précédent paragraphe, le cadre Solvabilité II a une vocation prudentielle alors que celui IFRS 17 a plutôt une vocation comptable, économique et de reporting. Ainsi, les objectifs poursuivis par les deux référentiels apparaissent-ils différents. De plus, Solvabilité II s'inscrit dans une démarche prudentielle axée sur le bilan, à travers des projections du passif et de l'actif. Il n'existe d'ailleurs pas de compte de résultat sous

## CHAPITRE 2. COMPARATIF IFRS 17 VS SOLVABILITÉ II

Solvabilité II. Au contraire, IFRS 17 est plus axée sur le compte de résultat et apporte une vision tournée davantage vers le passif. C'est la norme IFRS 9 qui traite de l'actif, qui n'est d'ailleurs pas systématiquement comptabilisé en valeur de marché comme sous Solvabilité II.

Néanmoins il est à souligner que l'approche du provisionnement IFRS 17 a été conçue pour se rapprocher d'une vision économique telle que celle élaborée dans le cadre de Solvabilité II. L'analogie entre les deux normes reste donc d'autant plus pertinente qu'elle constitue un enjeu de synergies opérationnelles pour les assureurs.

Une première similitude entre les deux normes réside dans la notion de *Best Estimate*. En effet pour les deux référentiels, les méthodes de calcul sont fondées sur une projection de flux actualisés et probabilisés. Nous noterons d'ailleurs que dans les deux cas, le modèle de valorisation est unique, quelle que soit l'activité exercée par l'organisme assureur (Vie ou Non Vie).

Remarquons aussi que dans ces deux référentiels, les paramètres et hypothèses sont ajustés à chaque clôture, afin de tenir compte du critère de *Market consistency* commun aux deux normes. Enfin, qu'il s'agisse de Solvabilité II ou d'IFRS 17, nous cherchons dans les deux cas à valoriser un passif qui tienne compte des risques particuliers auxquels s'exposent les organismes assureurs concernés.

IFRS 17		Solvabilité II
Lissage des profits sur la période de couverture	<b>CSM</b>	Valeur actuelle des profits futurs reconnue dès l'origine dans les capitaux propres
<ul style="list-style-type: none"> <li>Les pertes sont immédiatement reconnues dans le résultat</li> <li>Les profits sont amortis via la CSM sur la durée de couverture (cf.1.3.4)</li> </ul>		<ul style="list-style-type: none"> <li>Absence de la notion de CSM</li> <li>Les profits et les pertes du premier jour sont comptabilisés pour tous les contrats</li> <li>Les changements sont uniquement reconnus dans la période où ils se produisent</li> </ul>
Portefeuille × Cohorte × Profitabilité	<b>Granularité</b>	Entité × <i>Line of Business</i>
Un décomposition à une maille fine qui permet un suivi détaillé des mouvements du passif		Contrats regroupables sous certaines conditions : <ul style="list-style-type: none"> <li>Pas de différences significatives dans la nature et la complexité des risques</li> <li>Le regroupement de contrats ne crée pas une image faussée des risques</li> <li>Le regroupement de contrats doit produire approximativement les mêmes résultats qu'un calcul contrat par contrat</li> </ul>
Amortis implicitement via le calcul de la CSM (à l'origine)	<b>Frais d'acquisition</b>	Immédiatement reconnu. Pas de différé.
Les frais d'acquisition attribuables au niveau du portefeuille sont inclus dans l'évaluation des cash flows futurs.		Les frais d'acquisition sont passés en charges lorsqu'ils sont engagés
3 méthodes (BBA, VFA, PAA)	<b>Calcul des provisions</b>	Formule Standard

## 2.2. COMPARAISON ENTRE IFRS 17 ET SOLVABILITÉ II

<p>Contrats regroupables sous certaines conditions :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Les considérations concernant les techniques d'évaluation à utiliser sont similaires à Solvabilité II</li> <li>• L'approche en « valeur de marché » est similaire à S2</li> </ul>		<p>Le best estimate correspond à la moyenne des probabilités pondérées des cash flows futurs en tenant compte de la valeur temporelle de l'argent</p>
<i>Top-Down et Bottom-up</i>	<b>Courbe des Taux</b>	EIOPA
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Aucune méthode prescrite mais deux approches suggérées</li> <li>• Possibilité d'avoir des courbes de taux différentes pour chaque groupe de contrats</li> </ul>		<p>Courbe des taux sans risque fournie par l'EIOPA.</p>
RA à définir par l'organisme	<b>RA vs RM</b>	Méthode coût du capital
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Méthode non prescrite</li> <li>• Maille de calcul au choix de l'organisme</li> </ul>		<p>Méthode Coût du capital prescrite (Taux de 6%)</p>
Début de couverture	<b>Frontières des contrats</b>	Date d'engagement
<p>Contrat comptabilisé dans les états financiers au démarrage de la garantie sauf si le contrat est identifié comme onéreux dès l'origine</p>		<p>Contrat comptabilisé à compter de la date d'engagement</p>

**Table 2.1** – Principales différences entre Solvabilité II et IFRS 17

## 3 Focus sur le RA

Nous nous proposons dans cette partie d'exposer l'importance du RA dans le pilotage du résultat de l'assureur sous IFRS17, puis présenterons une méthode de calcul du RA se basant sur les calculs Solvabilité II, en particulier le calcul des différents SCR.

### 3.1 Définition et périmètre de risques associé

Nous rappelons que le *Risk Adjustment* correspond à la compensation attendue par l'assureur en regard de l'incertitude sur les montants et dates de versement des flux futurs relatifs aux risques non-financiers inhérents aux contrats d'assurance.

La norme insiste également sur la nécessité de séparer les risques d'assurances des risques financiers qui interviennent respectivement dans la détermination du RA et du *Best Estimate* (cf. B86 et B90).

Le périmètre de risques associés au calcul du RA recouvre à la fois les risques d'assurance (e.g. le risque de mortalité, le risque de réserve P&C, ...) et les risques non-financiers liés aux contrats d'assurance (e.g. le risque de frais). Le risque opérationnel n'est quant à lui pas intégré à l'évaluation du RA car par nature considéré comme plus global (cf. B86 et B89).

Notons que les différents travaux de cartographie des risques menés sous Solvabilité II et plus généralement dans tout le dispositif ERM, ont permis aux acteurs de marché de progresser de façon considérable dans la décomposition de leurs risques d'assurance. Aussi, dans la perspective d'une évaluation du RA, il apparaît fondamental de lister de façon exhaustive les diverses sous-catégories de risques. Par exemple, le risque de réserve en assurance non-vie recouvre en général deux composantes du type *process error* et *estimation error*. C'est également le cas des risques de mortalité et de longévité qui sont le plus souvent dissociés en *trend risk*, *volatility risk* et *level risk*. Parmi ces sous-risques, certains se révèlent être plus impactant sur le résultat de l'entité d'assurance et d'autres sur son bilan. Savoir inventorier ces sous-risques et assimiler la manière dont ils s'articulent autour de l'activité de l'assureur se révèle important pour la maîtrise du risque et de son impact.

Dans le cas d'une composante de type *volatility risk*, les impacts sont essentiellement constatés au niveau du résultat et par là-même neutralisés au-delà de la première année dans les Modèles Internes Solvabilité II. La prise en compte sous IFRS 17 de la durée des engagements pour un calcul du RA renforce significativement la matérialité de ces sous-risques. Il apparaît ainsi nécessaire de développer des méthodologies dédiées permettant de rendre compte de tels impacts de manière adéquate.

### 3.2 Comparatif entre Risk Adjustment et Risk Margin

Le *Risk Adjustment* tel que défini par la norme IFRS 17 joue un rôle similaire à celui de la *Risk Margin* sous Solvabilité II. Malgré leur proximité, les deux notions de RA et de RM respectivement associées aux référentiels IFRS17 et Solvabilité II, de nombreuses nuances modulent l'évaluation de ces quantités.

Une différence majeure entre ces deux concepts se trouve au niveau de leur calcul même. En effet, la formule standard de Solvabilité II impose un calcul de la *Risk Margin* en coût du capital.

La table 3.1 synthétise les différences entre les deux notions de RA et RM.

Items	Risk Adjustment	Risk Margin
Principe économique sous-jacent	Compensation attendue face à l'incertitude des flux futurs relative aux risques non financiers	Estimation fondée sur le transfert de l'ensemble des engagements d'assurance à une autre entreprise d'assurance
Méthodologie	Aucune méthode spécifiée : nécessité néanmoins de communiquer en tous les cas un seuil de confiance associé au RA	Méthode du coût du capital
Paramétrage	Seuil, mesure de risque et méthodologie à définir en fonction de l'aversion au risque de l'entité d'assurance (B88.b)	Coût d'opportunité paramétré à 6% et appliqué à la valeur actuelle nette des SCR prospectifs sous-jacents au calcul. Seuil de confiance de 99,5% implicite au calcul des SCR
Horizon de risque	Doit recouvrir la durée des engagements	Vision à un an
Périmètre de risques	Risques non financiers relatifs aux contrats d'assurance	Risques de souscription, risque de contrepartie et risque opérationnel
Frontière de contrat	Projection des primes futures dès lors que l'entité d'assurance peut exiger le paiement de la prime ou qu'elle est dans l'obligation de délivrer le service	Projection des primes futures jusqu'à la date à partir de laquelle l'assureur a la possibilité unilatérale de résilier
Granularité	Portefeuilles x groupes de contrats	Lignes de business

**Table 3.1** – Principales différences entre RA et RM

### 3.3 Impact opérationnel du Risk Adjustment

Le *Risk Adjustment* peut être considéré comme un véritable levier de pilotage du résultat IFRS et de la CSM. En effet, l'émergence des profits futurs dépend directement de la chronique de RA. Les acteurs de marché doivent en conséquence investiguer les méthodologies d'évaluation du RA leur offrant de véritables capacités de pilotage du résultat.

Le *Risk Adjustment* impacte mécaniquement l'évaluation des profits futurs et le résultat IFRS des contrats en portefeuille. Le diagramme simplifié ci-dessous illustre la dynamique d'écoulement de la CSM (*Contractual Service Margin*) et met en évidence les impacts du RA sur l'ensemble des variations sous-jacentes.

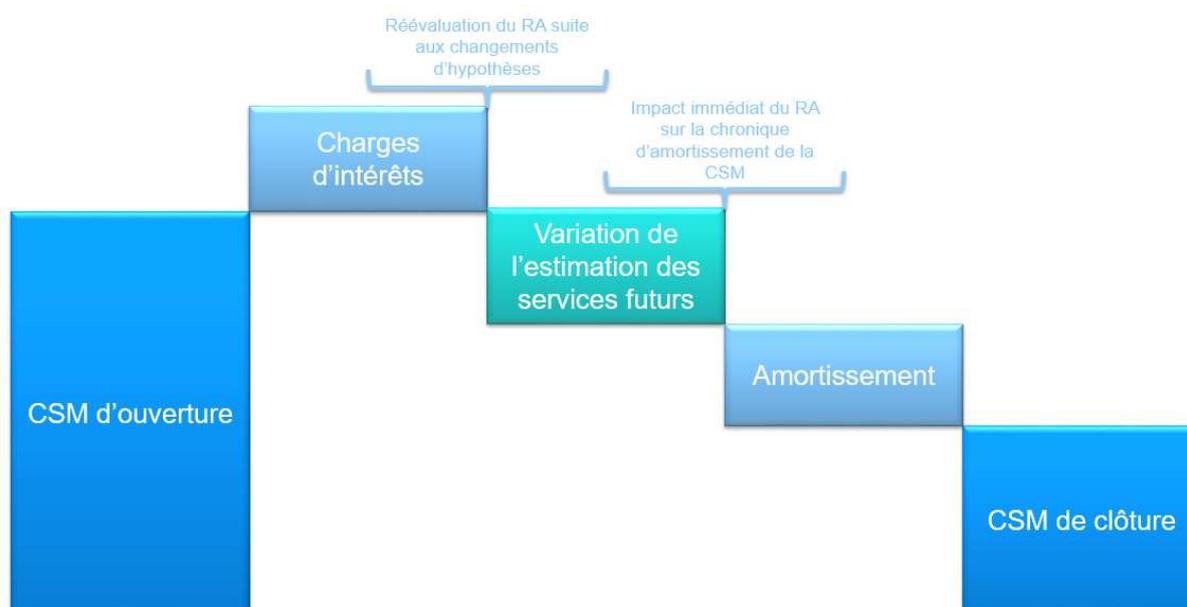


Figure 3.1 – Impact du Risk Adjustment sur la CSM

De même, le compte de résultat IFRS détaillé dans la Table 3.2, met en exergue la sensibilité du résultat d'assurance à l'amortissement du *Risk Adjustment*.

Résultat de souscription IFRS
(+) Produits d'assurance
Flux estimés
Amortissement de la CSM
dont Amortissement du Risk Adjustment
(-) Charges d'assurance
Flux constatés
Pertes et annulations de pertes sur contrats onéreux

Table 3.2 – Impact du Risk Adjustment sur le compte de résultat

### 3.4 Méthodologies pour le calcul du RA

Nous rappelons que dans l'*Exposure Draft* de 2010, l'IASB proposait trois approches afin d'évaluer le RA : la méthode du coût du capital, la méthode dite du niveau de confiance basée sur une *Value at Risk* (VaR) et l'approche *Conditional Tail Expectation* (également dénommée TVaR).

Pour autant, ces techniques n'ont pas été reprises explicitement dans la publication de la norme datant de mai 2017 où seuls des principes généraux sont évoqués. Les entités d'assurance soumises à IFRS 17 ont ainsi la possibilité de développer leur propre méthode de quantification du RA. Néanmoins, dans le cas où cette dernière ne correspond pas à une approche dite du « niveau de confiance », une explicitation de la méthode ainsi que la conversion du RA en seuil de confiance sont nécessaires (cf. B92).

Nous présentons dans cette sous-section les principes de cohérence qui régissent le calcul du *Risk Adjustment* puis verrons deux approches envisageables pour le calcul de cette grandeur.

#### 3.4.1 Principes de cohérence du RA

Bien que la norme IFRS ne spécifie pas de méthodes explicites d'évaluation du RA, plusieurs principes qualitatifs encadrent sa cohérence générale (cf. B91) :

- Les risques de faible fréquence et de forte sévérité doivent conduire à un niveau de RA supérieur à celui associé à des risques à fréquence élevée et faible sévérité ;
- À risques similaires, les contrats à durée plus longue doivent induire un RA plus élevé
- Le RA doit être croissant en fonction de l'épaisseur de la queue de distribution des risques sous-jacents
- Moins il y a d'information disponible sur l'estimation des engagements et d'éventuelles tendances sous-jacentes, plus le RA doit être important
- L'acquisition progressive d'information permettant de réduire l'incertitude sur les montants et dates de versement des flux futurs, le RA doit être décroissant en conséquence

#### 3.4.2 Approche par scénarios

Il s'agit d'une méthodologie similaire à un calcul de SCR Solvabilité II. On considère alors une cartographie de risques non financiers (mortalité, longévité, morbidité ...) à partir de laquelle un RA marginal sera calculé pour chaque risque. Ensuite, à partir de techniques de type agrégation modulaire, la diversification entre les différents risques est prise en compte afin d'obtenir au final un *Risk Adjustment* global.

Soit  $r$  un risque (e.g. hausse de mortalité, hausse de rachat, ...). Le calcul du RA lié au risque  $r$  est alors similaire à un calcul d'un SCR élémentaire. L'idée est alors de calculer d'abord le *Best Estimate* central, qui représente la meilleure estimation des engagements futurs de l'assureur, puis un *Best Estimate* choqué au titre du risque  $r$  considéré. Le *Risk Adjustment* marginal pour le risque  $r$  est obtenu par différence des deux *Best Estimate*.

$$RA_r = BE_r^{Choc} - BE$$

## CHAPITRE 3. FOCUS SUR LE RA

---

Afin de tenir compte du fait que tous ces risques ont une probabilité faible de tous survenir au même moment, nous introduisons, comme sous Solvabilité II, une notion de diversification des risques par le biais d'une matrice de corrélations  $\Sigma$ . Le RA global est alors obtenu comme suit :

$$RA_{global} = \sqrt{{}^tR\Sigma R}$$

où :

- ${}^tR = (RA_1, \dots, RA_n)$  le vecteur des RA marginaux
- $\Sigma$  la matrice de corrélations

### 3.4.3 Approche simulateur

Cette approche s'inspire des modèles ALM très utilisés en assurance vie. L'idée est de projeter les facteurs de risque, qu'ils soient économiques ou financiers, en simulant plusieurs trajectoires possibles. Il s'agit alors d'établir une diffusion stochastique des risques d'assurance associés à un segment  $r$  afin d'obtenir d'une distribution des flux de trésorerie futurs (e.g. risque de réserve non-vie).

En pratique, cette projection est réalisée via des générateurs de scénarios économiques (GSE) qui alimentent les modèles de calcul des valeurs économiques des actifs et des passifs et d'analyse de la distribution de ces valeurs (modèles ALM). L'engagement de l'assureur est vu alors comme une variable aléatoire  $\widetilde{BE}_r$  où chaque trajectoire du GSE en est une réalisation. Le *Best Estimate* central s'obtient alors en prenant la moyenne sur les trajectoires simulées  $BE_r = \mathbb{E}[\widetilde{BE}_r]$ .

En plus d'obtenir une estimation de l'espérance de l'engagement de l'assureur, le GSE permet aussi d'obtenir la distribution de cet engagement ce qui permet notamment d'obtenir des intervalles de confiance et d'étudier la déviation par rapport au BE central. On se donne  $m$  est une mesure de risque (par exemple  $VaR$ ,  $TVaR$ ...). Le *Risk Adjustment* pour un module de risque  $r$  peut être obtenu par :

$$RA_r = m(\widetilde{BE}_r) - BE_r$$

Dans le cas où les distributions marginales des flux futurs de trésorerie ont été générées, il est possible d'effectuer une consolidation sur l'ensemble des segments de la distribution globale afin d'évaluer le RA total :

$$RA = m(\sum \widetilde{BE}_r) - \sum BE_r$$

Prenons par exemple le cas des contrats participatifs. Nous rappelons que sous IFRS 17, de tels contrats seront traités selon l'approche VFA. Le calcul du *Best Estimate* de passif repose sur une valorisation risque-neutre des flux de trésorerie futurs.

Soit  $\mathbb{Q}$  la probabilité risque neutre. Le *Best Estimate* s'écrit alors :

$$BE(t) = \mathbb{E}_{\mathbb{Q}} \left[ \sum_{k>t} D(k)CF(k) \mid \mathcal{F}_t, \mathcal{U}_t \right]$$

Où :

- $D(k)$  est le facteur d'actualisation à la date  $k$

### 3.4. MÉTHODOLOGIES POUR LE CALCUL DU RA

---

- $CF(k)$  est le flux de passif à la date  $k$
- $\mathcal{F}_t$  les conditions de marché à la date de valorisation  $t$
- $\mathcal{U}_t$  les hypothèses techniques à la date de valorisation  $t$

Soit  $r$  un risque élémentaire. On peut alors considérer un scénario de stress associé au risque  $r$ . Notons  $\mathcal{U}_t^r$  les hypothèses techniques liées aux scénario de choc  $r$ . Le *Best Estimate* choqué est obtenu par :

$$BE_r(t) = \mathbb{E}_{\mathbb{Q}} \left[ \sum_{k>t} D(k)CF(k) \mid \mathcal{F}_t, \mathcal{U}_t^r \right]$$

On en déduit le *Risk Adjustment* par différence des deux *Best Estimate* :

$$RA_r(t) = BE_r(t) - BE(t)$$

## Deuxième partie

### RA & adaptations des calculs S2

## 4 Principe général de conversion des chocs Solvabilité II

Afin d'éviter de démultiplier les travaux de production IFRS 17 et Solvabilité II, nous proposons dans le cadre de ce mémoire une méthode permettant d'exploiter les calculs Solvabilité II. Nous nous intéressons plus particulièrement aux SCR élémentaires fournis par les modèles Solvabilité II et tenterons de les convertir en *Risk Adjustment*. Dans ce cadre, le *Risk Adjustment* va correspondre alors à une *VaR* sur la distribution du *Best Estimate* à un seuil qui représente l'appétence au risque de l'assureur.

Au-delà du choix de la technique d'évaluation du RA qui peut sensiblement différer de celle de la *Risk Margin*, le recours aux SCR élémentaires calculés sous Solvabilité II peut présenter un véritable intérêt opérationnel. Néanmoins, des adaptations sont à prévoir afin par exemple de modifier l'horizon de risque. En effet, si le SCR se caractérise par une vision 1 an propre au référentiel Solvabilité II, le RA couvre au contraire toute la durée des engagements. Un ajustement du seuil de confiance sous-jacent est aussi à envisager. Si Solvabilité II a opté pour un quantile à 99,5%, la norme IFRS 17 permet quant à elle l'utilisation de la fonction de l'aversion au risque propre à l'entité. Enfin, il faut tenir compte des effets volumes de par la différence entre les notions de frontières des contrats entre les deux référentiels, ainsi que la granularité des calculs requis.

L'estimation du *Risk Adjustment* nécessite dans un premier temps d'établir la cartographie des risques rentrant dans le périmètre de celui-ci. L'idée étant ici de réexploiter les travaux de ERM effectués dans le cadre de Solvabilité II. Ainsi, recourir à la cartographie de ce référentiel paraît être le choix le plus judicieux. De ce fait, nous évaluons un RA au titre de chaque risque élémentaire de la cartographie, comme c'est le cas pour le calcul du SCR. Notons alors  $r$  un risque élémentaire (par exemple risque de longévité, de rachat, ...) et  $n$  le nombre de risques de la cartographie. Nous proposons la formalisation suivante pour la conversion du SCR en RA :

Pour un risque donné  $r \in \{1 \dots n\}$  :

$$RA_r = SCR_r \times Adj(\text{horizon, seuil, métrique, volume, granularité})$$

La formule ci-dessus permet d'obtenir des RA au titre des risques élémentaires. L'entité doit par ailleurs calculer un RA global, tenant compte de la diversification entre ces différents risques. Dans cette optique, nous nous plaçons dans un dispositif d'agrégation elliptique similaire à celui de Solvabilité II. Le *Risk Adjustment* diversifié s'écrit alors :

$$RA_{global} = \sqrt{tR\Sigma R}$$

## CHAPITRE 4. PRINCIPE GÉNÉRAL DE CONVERSION DES CHOCS SOLVABILITÉ II

Où :

- ${}^tR = (RA_1, \dots, RA_n)$  le vecteur des RA marginaux
- $\Sigma$  la matrice de corrélations

Il s'agit désormais de construire la fonction d'ajustement du SCR. La détermination de cette fonction se fera en deux étapes :

1. Pour chaque risque  $r$ , nous construisons un choc IFRS 17 en fonction du choc Solvabilité II afférant à ce risque  $r$ . Il s'agit de trouver une fonction  $\alpha_r$  telle que :

$$\Delta_{risk\ r}^{IFRS} = \alpha_r(\Delta_{risk\ r}^{SII})$$

Rappelons que sous Solvabilité II, les chocs sont appliqués à des grandeurs en lien avec le risque considéré (ex : probabilité de décès pour le risque de mortalité) et sont normalement calibrés pour obtenir un quantile à 99.5% dans une vision un an. Nous reprenons cette même logique dans le cadre IFRS 17 en tenant compte du seuil et de l'horizon propre à ce référentiel. La fonction  $\alpha_r$  ainsi construite, permet alors de capter cette différence entre le seuil d'appétence de l'assureur et celui imposé par Solvabilité II, ainsi que la différence entre les horizons des deux chocs. En vue d'établir un lien entre les deux chocs, des hypothèses sur les grandeurs auxquels ces chocs sont appliqués seront considérées. La méthode de construction de la fonction lien  $\alpha_r$  dépendra alors du risque élémentaire considéré.

2. Nous calculons dans un deuxième temps le RA en multipliant le SCR par une fonction dite de *scaling* :

$$RA_r = SCR_r \times \phi_r(\Delta_{risk\ r}^{IFRS})$$

La fonction  $\phi_r$  fournit le coefficient d'ajustement à appliquer au SCR en fonction du choc IFRS déterminé préalablement. Elle dépend par ailleurs des caractéristiques du passif de l'entité notamment le portefeuille soumis au risque  $r$ . À cette étape, les ajustements liés à la frontière des contrats pourront donc être effectués.

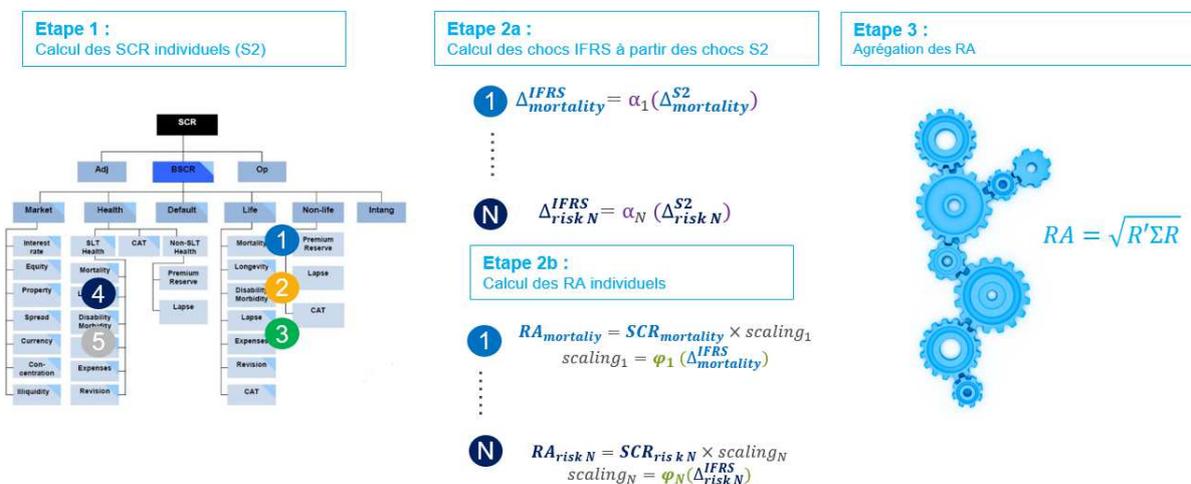


Figure 4.1 – Process d'adaptation des calculs SCR Solvabilité II

---

La figure 4.1 synthétise la méthode proposée dans ce mémoire pour le calcul du RA. Notons que la détermination de la fonction de scaling dépendra du risque élémentaire considéré, de l'appétence de l'assureur à ce risque, ainsi que les caractéristiques du portefeuille soumis au risque. Dans la suite nous exposerons la construction de cette fonction d'ajustement pour les risques de longévité, mortalité, rachat et réserve. Pour chacun de ces risques, nous nous intéressons à un modèle communément utilisé dans la littérature actuarielle pour la modélisation de ceux-ci. Les méthodologies explorées dans le cadre de ce mémoire pourront être généralisées pour d'autres hypothèses de modèles, ainsi que d'autres modules de risques.

# 5 Risque de longévité

## 5.1 Choc de longévité sous Solvabilité II

Le risque de longévité est défini par la directive Solvabilité II comme étant le risque de perte, ou de changement défavorable de la valeur des engagements d'assurance, résultant de fluctuations affectant le niveau, l'évolution tendancielle ou la volatilité des taux de mortalité, lorsqu'une baisse de ces taux entraîne une augmentation de la valeur des engagements d'assurance. Il s'agit alors de quantifier l'impact sur les provisions techniques dû à une baisse des taux de mortalité.

Il découle de la précédente définition deux composantes du risque de longévité :

- Un risque d'incertitude sur l'estimation qui se décompose à son tour en risque de niveau (incertitude autour des taux moyens) et risque de tendance (déviance dans le temps de la mortalité).
- Un risque de volatilité lié aux fluctuations des taux de mortalité autour des taux moyens.

Sous Solvabilité II, le choc de longévité retenu dans le cadre de la norme consiste à abattre l'ensemble des taux de mortalité de 20 %.

## 5.2 Adaptation du choc Solvabilité II

Afin de construire notre fonction de scaling pour le RA de longévité, nous nous plaçons dans le cadre d'un modèle de Lee-Carter (Lee and Carter [1992]). Il s'agit d'une méthode d'extrapolation des tendances passées initialement utilisée sur des données américaines, qui est devenue rapidement un standard dans l'étude de la mortalité.

La modélisation retenue pour le taux instantané de mortalité est la suivante :

$$\ln(\mu(x, t)) = \alpha_x + \beta_x \cdot k_t$$

Avec  $k_t = k_{t-1} + C + \sigma \cdot \epsilon_t$

Par récurrence :

$$k_t = k_0 + C \cdot t + \sigma \sum_{k=1}^t \epsilon_k$$

Le quantile d'ordre  $\alpha$  du log-taux de mortalité est donné par :

$$\mathcal{Q}_\alpha(\ln(\mu(x, t))) = \alpha_x + \beta_x(k_0 + C \cdot t + \sigma \sqrt{t} \mathbf{q}_\alpha)$$

### 5.3. AJUSTEMENT DU SCR LONGÉVITÉ

Où  $\mathbf{q}_\alpha$  est le quantile de seuil  $\alpha$  pour une normale centrée réduite.

Soit  $\alpha$  le seuil de confiance IFRS pour le choc de mortalité. Ce choc à la date  $t$  est alors donné par :

$$\Delta_{x,t}^{IFRS} = \frac{\mathcal{Q}_\alpha(\ln(\mu(x,t))) - \mathbb{E}[\ln(\mu(x,t))]}{\mathbb{E}[\ln(\mu(x,t))]}$$

Ce qui se simplifie comme suit :

$$\Delta_{x,t}^{IFRS} = \frac{\beta_x \sigma \sqrt{t} \mathbf{q}_\alpha}{\alpha_x + \beta_x(k_0 + C.t)}$$

Notons  $\Delta_{x,t}^{SII}$  l'équivalent Solvabilité II du choc précédent, qui correspond à un seuil  $\beta = 99,5\%$  et à un horizon 1 an. Nous noterons que sous l'hypothèse Solvabilité II, on ne retient qu'une déviation un an puis extrapole ensuite une espérance conditionnelle. Cela revient ici à considérer des innovations nulles au-delà de  $t=1$ .

Ainsi a-t-on :

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[\ln(\mu(x,t)) \mid \epsilon_1 = \mathcal{Q}_\beta(\epsilon_1)] &= \mathbb{E}\left[\alpha_x + \beta_x(k_0 + C.t) + \sum_{k=1}^t \epsilon_k \mid \epsilon_1 = \mathcal{Q}_\beta(\epsilon_1)\right] \\ &= \mathbb{E}\left[\alpha_x + \beta_x(k_0 + C.t) + \epsilon_1 + \sum_{k=2}^t \epsilon_k \mid \epsilon_1 = \mathcal{Q}_\beta(\epsilon_1)\right] \\ &= \alpha_x + \beta_x(k_0 + C.t + \sigma \mathbf{q}_\beta) \end{aligned}$$

Car pour  $k > 1$  on a par indépendance des innovations :

$$\mathbb{E}[\epsilon_k \mid \epsilon_1 = \mathcal{Q}_\beta(\epsilon_1)] = \mathbb{E}[\epsilon_k] = 0$$

On obtient alors la formule suivante pour le choc Solvabilité II :

$$\Delta_{x,t}^{SII} = \frac{\beta_x \sigma \mathbf{q}_\beta}{\alpha_x + \beta_x(k_0 + C.t)}$$

On en conclut une relation liant les deux chocs :

$$\Delta_{x,t}^{IFRS} = \frac{\mathbf{q}_\alpha}{\mathbf{q}_\beta} \sqrt{t} \Delta_{x,t}^{SII}$$

### 5.3 Ajustement du SCR longévité

On considère une garantie rentes en cas de vie. Soit  $H$  la durée de l'engagement (éventuellement  $H = \infty$  dans le cas d'une garantie viagère). Soit  $M$  (respectivement  $m$ ) l'âge maximal (respectivement minimal) des assurés du portefeuille couvert par la garantie. Par souci de simplification, nous considérons que les rentes versées sont homogènes par classe d'âges. Nous supposons aussi que les taux de mortalité ne dépendent que de l'âge de l'assuré et de la date.

En réalité, ces hypothèses ne sont pas vérifiées. Les taux de mortalité dépendent notamment du sexe de l'assuré. Néanmoins la généralisation de la méthode présentée

## CHAPITRE 5. RISQUE DE LONGÉVITÉ

dans la suite pour tenir compte de davantage de paramètres ne soulève aucun problème. Il suffit en effet de modifier l'indexage des sommes en conséquence. Les hypothèses prises ici ne servent qu'à alléger les notations.

Le *Best Estimate* de l'engagement décrit ci-dessus peut être écrit comme suit :

$$\sum_{x=m}^M R_x \sum_{t=1}^H \prod_{k=1}^t (1 - q_{x+k,k})$$

Où :

- $R_x$  est la rente globale versée aux assurés d'âge  $x$
- $H$  est l'horizon de l'engagement
- $q_{x,t}$  est la probabilité de décès dans l'année d'un assuré d'âge  $x$  à la date  $t$

Le *Risk Adjustment* au titre du risque de longévité est donnée par :

$$RA_{long} = \sum_{x=m}^M R_x \sum_{t=1}^H \prod_{k=1}^t (1 - (1 + \Delta_{x+k,k}^{IFRS}) q_{x+k,k}) - \sum_{x=m}^M R_x \sum_{t=1}^H \prod_{k=1}^t (1 - q_{x+k,k})$$

En exprimant le choc IFRS 17 en fonction du choc Solvabilité II on obtient :

$$RA_{long}^{Approx} = \sum_{x=m}^M R_x \sum_{t=1}^H \prod_{k=1}^t (1 - (1 + \frac{\mathbf{q}_\alpha}{\mathbf{q}_\beta} \sqrt{t} \Delta_{x+k,k}^{SII}) q_{x+k,k}) - \sum_{x=m}^M R_x \sum_{t=1}^H \prod_{k=1}^t (1 - q_{x+k,k})$$

D'autre part, le SCR Longévité sous Solvabilité II peut s'approximer par :

$$SCR_{long}^{Approx} = \sum_{x=m}^M R_x \sum_{t=1}^H \prod_{k=1}^t (1 - (1 + \Delta_{x+k,k}^{SII}) q_{x+k,k}) - \sum_{x=m}^M R_x \sum_{t=1}^H \prod_{k=1}^t (1 - q_{x+k,k})$$

On introduit la fonction suivante :

$$\phi((\Delta_{x,t})_{x,t}) = \sum_{x=m}^M R_x \sum_{t=1}^H \prod_{k=1}^t (1 - (1 + \Delta_{x+k,k}) q_{x+k,k}) - \sum_{x=m}^M R_x \sum_{t=1}^H \prod_{k=1}^t (1 - q_{x+k,k})$$

On propose la fonction d'ajustement suivante du SCR longévité pour le calcul du RA :

$$Adj(H, \alpha, \beta) = \frac{\phi((\Delta_{x,t,\alpha}^{IFRS})_{x,t})}{\phi((\Delta_{x,t,\beta}^{SII})_{x,t})}$$

En utilisant la relation entre le choc IFRS et le choc Solvabilité II, et en supposant que ce dernier ne dépend ni de  $x$  ni de  $t$  (notons le  $\Delta_{Long}^{SII}$ ), on obtient :

$$Adj(H, \alpha, \beta) = \frac{\phi((\frac{\mathbf{q}_\alpha}{\mathbf{q}_\beta} \sqrt{t} \Delta_{Long}^{SII})_{x,t})}{\phi((\Delta_{Long}^{SII})_{x,t})}$$

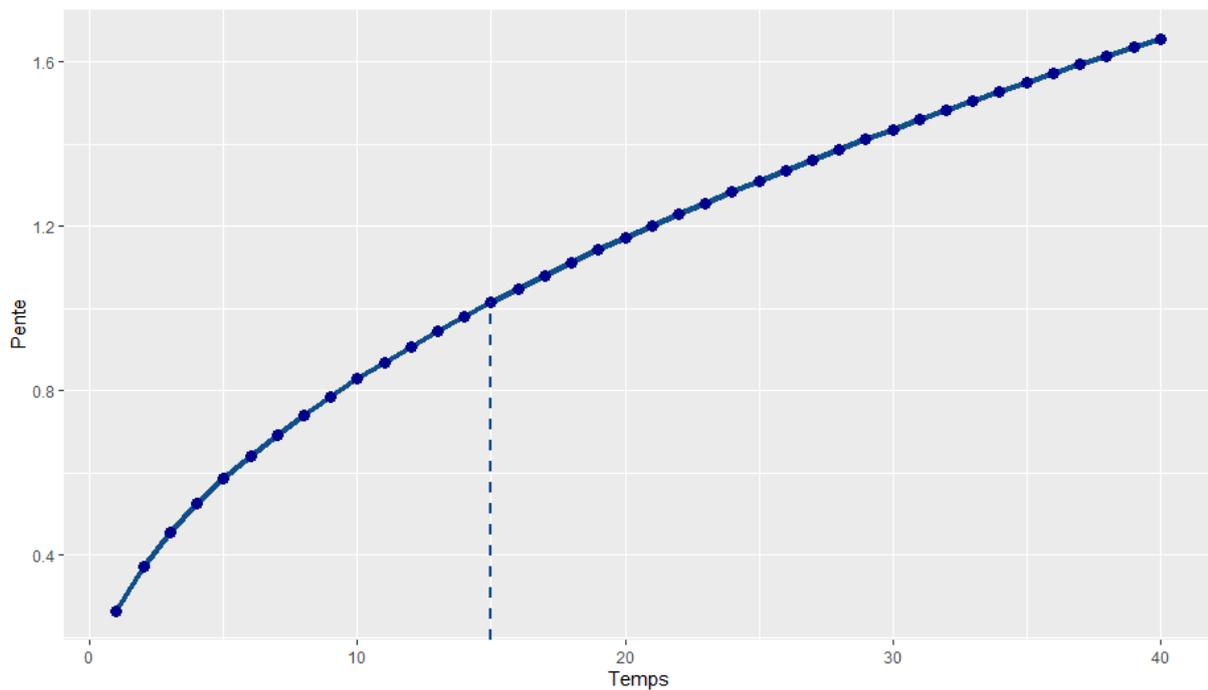
On obtient ainsi la formule suivante pour le calcul du RA pour le risque de longévité :

$$RA_{long}^{Approx} = \frac{\phi((\frac{\mathbf{q}_\alpha}{\mathbf{q}_\beta} \sqrt{t} \Delta_{Long}^{SII})_{x,t})}{\phi((\Delta_{Long}^{SII})_{x,t})} SCR_{long} \quad (5.1)$$

### 5.3. AJUSTEMENT DU SCR LONGÉVITÉ

Notons que le choc IFRS 17 ajusté ici est équivalent à son homologue Solvabilité II dans le sens où il est tout à fait envisageable d'indiquer ce choc IFRS 17 en entrée d'un modèle ALM à la place du choc Solvabilité II. Le SCR obtenu en lançant ce modèle sera donc un *Risk Adjustment* au titre du risque de longévité. Toutefois, en général, les modèles ALM ne prévoient pas la possibilité d'indiquer des chocs qui évoluent dans le temps, c'est pourquoi nous proposons ci-dessus une approximation pour faire face à ce problème.

Par ailleurs, il est à souligner que l'écart entre les chocs IFRS 17 et Solvabilité II ne va dépendre que de la pente  $\frac{q_\alpha}{q_\beta} \sqrt{t}$ . Nous traçons alors l'allure de cette pente pour un seuil d'appétence au risque IFRS 17 :  $\beta = 75\%$  (c.f. figure 5.1).



**Figure 5.1** – Evolution du coefficient d'ajustement du choc longévité Solvabilité II

Nous pouvons ainsi déterminer la durée de détention à partir de laquelle le choc IFRS devient plus coûteux que son homologue Solvabilité II (15 ans dans l'exemple).

## 6 Risque de mortalité

### 6.1 Choc de mortalité sous Solvabilité II

Le risque de mortalité est un sous-module du risque de souscription en vie. Il vise à quantifier le risque d'augmentation des provisions techniques dû à une augmentation du taux de mortalité.

Il comporte quatre aspects :

- **Le risque de niveau** : appelé également risque de base, il correspond à l'incertitude autour des taux de mortalité moyens (i.e *Best Estimate* )
- **Le risque de tendance** : lié à l'incertitude de la tendance future des taux de mortalité estimés.
- **Le risque de volatilité** : dû aux fluctuations des taux de mortalité autour de la tendance.
- **Le risque catastrophe** : correspond à un évènement extrême et irrégulier de mortalité qui ne sont pas suffisamment capturés dans les composantes précédentes. En effet, des sauts au niveau des taux de mortalité peuvent apparaître notamment à cause des épidémies ou catastrophes naturelles. Cette composante ne sera pas traitée dans ce mémoire.

Sous Solvabilité II, le *Best Estimate* est soumis à un scénario de stress de mortalité. Il s'agit d'un choc multiplicatif permanent de 15% à la hausse des taux de décès chez les assurés.

### 6.2 Adaptation du choc Solvabilité II

Le calcul d'un *Risk Adjustment* au titre du risque de la hausse de mortalité peut être établie de la même manière que le risque de longévité présenté au préalable. Nous allons présenter ici une méthode pour calculer un ajustement pour risque au titre du *volatility risk*. Il s'agit alors d'une autre vision du risque de mortalité qui vise à quantifier l'impact des fluctuations d'échantillonnage et d'hétérogénéité du portefeuille.

On considère ici un portefeuille exposé à la hausse de la mortalité. Soit  $D$  l'horizon considéré pour ce risque.

On note  $C_x$  le capital global versé à la classe d'assurés d'âge  $x$ . Comme pour le risque de longévité, et dans un souci de simplification, nous considérons un capital homogène par âge, la généralisation ne posant là encore aucun problème.

Nous nous intéresserons à la quantité suivante :

## 6.2. ADAPTATION DU CHOC SOLVABILITÉ II

$$\sum_x C_x \sum_{i=1}^D \widehat{q_{x+t,t}} \prod_{k=1}^{t-1} \widehat{p_{x+k,k}}$$

où  $\widehat{q_{x+t,t}}$  (resp.  $\widehat{p_{x+t,t}}$ ) représente l'estimation de la probabilité de décès (resp. survie) annuelle d'un individu d'âge  $x$  évaluée à la date  $t$ . Notons là encore que davantage de caractéristiques, telles que le sexe de l'assuré, peuvent être pris en compte en ajustant l'indexage des sommes. Nous nous contenterons des dimensions âge et temps pour alléger les notations.

Afin de simplifier l'analyse, nous allons supposer de plus qu'à chaque date  $t$ , les fluctuations d'échantillonnage n'impactent que les taux de mortalité et non les probabilités de survie cumulées.

Nous aboutissons alors à l'approximation suivante pour le *Best Estimate* :

$$\widetilde{BE} = \sum_x C_x \sum_{i=1}^D \widehat{q_{x+t,t}} \prod_{k=1}^{t-1} p_{x+k,k}$$

Nous introduisons la notation suivante :  $C_{x+t,x} = C_x \prod_{k=1}^{t-1} p_{x+k,k}$ . Notons que  $C_{x+t,x}$  représente le capital à verser à la classe d'assurés d'âge  $x$  à la date  $t$  (i.e. le capital à l'instant initial diminué des décès ayant eu lieu avant  $t$ ).

Le *Best Estimate* peut être réécrit comme suit :

$$\widetilde{BE} = \sum_x \sum_{i=1}^D C_{x+t,x} \widehat{q_{x+t,t}}$$

Soit  $N_x$  le nombre d'assuré d'âge  $x$  en portefeuille à l'instant initial. On pose alors :

$$N_{x+t,x} = N_x \prod_{k=1}^{t-1} p_{x+k,k}$$

Il s'agit du nombre d'assurés d'âge  $x$  en portefeuille à l'instant  $t$ .

Supposons par ailleurs que :

$$\widehat{q_{x+t,t}} = \frac{\sum_{i=1}^{N_{x+t,x}} X_i}{N_{x+t,x}}$$

Où

$$X_i = \begin{cases} 1 & \text{si l'assuré est décédé dans l'année} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

La volatilité du taux de mortalité est donnée par :

$$\sigma_{x+t,t} = \sqrt{\frac{\widehat{q_{x+t,t}}(1 - \widehat{q_{x+t,t}})}{N_{x+t,x}}}$$

Nous supposons alors que :

$$\widehat{q_{x+t,t}} = q_{x+t,t} + \sigma_{x+t,t} \cdot \epsilon_{x+t,t}$$

## CHAPITRE 6. RISQUE DE MORTALITÉ

---

Où  $(\epsilon_{x,t})_{x,t}$  sont des lois normales centrées réduites indépendantes.  
Le *Best Estimate* devient :

$$\widetilde{BE} = \sum_x \sum_{i=1}^D C_{x+t,x} (q_{x+t,t} + \sigma_{x+t,t} \cdot \epsilon_{x+t,t})$$

Notons  $RA_{vol}$  le *Risk Adjustment* au titre du risque de volatilité. En se fixant un seuil  $\alpha$  d'appétence au risque, le  $RA_{vol}$  correspond à :

$$RA_{vol} = \mathcal{Q}_\alpha(\widetilde{BE}) - \mathbb{E}[\widetilde{BE}]$$

Où  $\mathcal{Q}_\alpha(\widetilde{BE})$  est le quantile d'ordre  $\alpha$ . En remplaçant le *Best Estimate* par son expression on obtient :

$$RA_{vol} = \sqrt{\sum_x \sum_{i=1}^D (C_{x+t,x} \sigma_{x+t,t})^2}$$

Nous allons chercher à extraire un choc de mortalité constant par âge à partir de la relation ci-dessus. Il s'agit alors de trouver le choc de mortalité  $\Delta_D$  qui vérifie :

$$\sum_x \sum_{i=1}^D C_{x+t,x} q_{x+t,t} (1 + \Delta_D) = \mathcal{Q}_\alpha \left( \sum_x \sum_{i=1}^D C_{x+t,x} (q_{x+t,t} + \sigma_{x+t,t} \cdot \epsilon_{x+t,t}) \right)$$

On trouve alors :

$$\Delta_D = \frac{\sqrt{\sum_x \sum_{i=1}^D (C_{x+t,x} \sigma_{x+t,t})^2} \mathbf{q}_\alpha}{\sum_x \sum_{i=1}^D C_{x+t,x} q_{x+t,t}}$$

### 6.3 Ajustement du SCR mortalité

Le choc  $\Delta_D$  calculé ci-dessus correspond à un choc IFRS17 au titre du *volatility risk* à horizon  $D$  avec un seuil d'appétence au risque donné  $\alpha$ .

La conversion du SCR mortalité en *Risk Adjustment* peut alors se faire grâce à l'approximation suivante :

$$RA_{vol} = \frac{\Delta_D}{\Delta_{SII}} SCR_{mortality} \quad (6.1)$$

Où  $\Delta_{SII}$  correspond au choc constant dans le temps équivalent au choc de mortalité de 15% relatif au calcul du SCR de mortalité. Nous prouvons analytiquement que  $\Delta_{SII} = \frac{SCR_{mortality}}{BE}$ . Nous obtenons ainsi une deuxième formule :

$$RA_{vol} = \Delta_D BE \quad (6.2)$$

# 7 Risque de réserve

## 7.1 Le provisionnement en assurance

L'activité d'assurance est marquée par une importante spécificité, à savoir l'inversion du cycle de production. L'assuré verse d'abord une prime à l'assureur et, si un sinistre survient pendant la période de couverture, l'assureur règle le sinistre. Toutefois, le processus d'indemnisation n'est pas instantané et, au contraire, s'étale dans le temps. La vie d'un sinistre suit ainsi 4 états : Survenance, déclaration, règlement puis clôture.

La difficulté réside alors dans l'estimation des règlements au titre des sinistres survenus mais non encore déclarés à la compagnie à la date de l'inventaire. On parle alors de sinistres tardifs, ou sinistres *Incurred But Not Reported* (IBNR). C'est au titre de ces sinistres que l'organisme assureur doit constituer des provisions afin d'honorer ses engagements envers les assurés et les bénéficiaires des contrats. Pour évaluer le montant des provisions, on présente souvent les données sous forme d'un triangle (tab. 7.1).

Plusieurs modèles existent dans la littérature pour l'estimation des IBNR. La méthode Chain-Ladder est la méthode déterministe de référence. Elle sert par ailleurs de base à plusieurs autres méthodes stochastiques dont la méthode de Mack et la méthode de Modèle de Merz & Wüthrich. La méthode de Chain-Ladder de ne sera pas traitée ici. Le lecteur désireux d'en savoir davantage sur les méthodes de provisionnement est invité à consulter Partrat et al. [2007].

Contrairement aux méthodes déterministes, les modèles stochastiques, en plus de donner une estimation des réserves, présentent l'avantage de fournir un indicateur sur l'erreur de cette prédiction. Cela permet de mesurer l'incertitude sur les provisions et de fournir des intervalles de confiance pour différents paramètres d'intérêts tel que la *Value-at-Risk* ou la *probabilité d'insuffisance*.

Pour mesurer l'incertitude autour de l'estimation des réserves, nous définissons l'erreur quadratique moyenne de prédiction notée *MSEP*. Soit  $X$  une variable aléatoire et un ensemble d'observations noté  $\mathcal{D}$ . L'ensemble  $\mathcal{D}$  représente l'ensemble des informations disponibles à la date de clôture, en l'occurrence le triangle de liquidation à cette même date.

On suppose de plus l'existence de  $\hat{X}$ , un estimateur  $\mathcal{D}$ -mesurable de  $\mathbb{E}[X | \mathcal{D}]$  et un prédicteur  $\mathcal{D}$ -mesurable de  $X$ .

**Définition 7.1.1** (MSEP). L'erreur quadratique moyenne de prédiction notée *MSEP* pour l'estimateur  $\hat{X}$  est alors donnée par :

$$MSEP_{X|\mathcal{D}}(\hat{X}) = \mathbb{E}\left[\left(\hat{X} - X\right)^2 \mid \mathcal{D}\right]$$

## CHAPITRE 7. RISQUE DE RÉSERVE

*Remarque.* La  $MSEP$  peut aussi être exprimée comme suit :

$$MSEP_{X|\mathcal{D}}(\hat{X}) = \text{Var}(X | \mathcal{D}) + \mathbb{E}\left[\left(\hat{X} - \mathbb{E}[X | \mathcal{D}]\right)^2\right]$$

Cette écriture permet d'expliciter deux composantes de l'erreur quadratique. Le premier terme correspond à la variance conditionnelle du modèle. Il décrit la variation due au modèle stochastique. Elle est purement aléatoire et ne peut pas être supprimée. On parle alors d'erreur de processus. Le second terme correspond quant à lui à l'erreur d'estimation des paramètres. Il traduit l'incertitude issue de l'estimation des paramètres. Plus l'échantillon initial de données est important, moins l'erreur d'estimation sera importante.

### 7.2 Notations

Notons  $i$  ( $0 \leq i \leq I$ ) les années de survenance et  $j$  ( $0 \leq j \leq J$ ) les années de développements. Notons de plus  $C_{i,j}$  le montant cumulé des règlements au titre des sinistres survenus l'année  $i$  après  $j$  années de développement. Soit  $X_{i,j}$  le montant incrémental à la  $j$ -ème année de développement pour les sinistres survenus en  $i$ . On a alors :  $X_{i,j} = C_{i,j} - C_{i,j-1}$  et  $C_{i,0} = X_{i,0}$ .

Enfin, nous notons  $\mathcal{D}_I$  l'ensemble de l'information disponible en  $I$  :

$$\mathcal{D}_I = \{C_{i,j}, i + j \leq I\}$$

Année de survenance $i$	Année de développement $j$				
	0	1	...	$J-1$	$J$
0	$\mathcal{D}_I$				
1					
⋮					
$I-1$					
$I$					

Table 7.1 – Triangle de développement

### 7.3 Modèle de Mack

Le modèle de Mack (Mack [1993]) est fondé sur les hypothèses suivantes :

Pour  $j = 0, \dots, J$  il existe  $f_j$  tel que :

$$\mathbb{E}[C_{i,j+1} | C_{i,1}, \dots, C_{i,j}] = f_j C_{i,j} \quad (\text{H1})$$

Les paiements cumulés  $C_{i,j}$  années de survénance  $i$  sont indépendants. (H2)

Pour tous  $j = 0, \dots, J$  et pour tous  $i = 0, \dots, I$ , il existe  $\sigma_0^2, \dots, \sigma_{n-2}^2$  tels que :

$$Var(C_{i,j+1} | C_{i,1}, \dots, C_{i,j}) = Var(C_{i,j+1} | C_{i,j}) = C_{i,j} \sigma_j^2 \quad (H3)$$

Les facteurs de développement  $f_j$  sont estimés comme suit :

$$\hat{f}_j = \frac{\sum_{i=0}^{I-j-1} C_{i,j+1}}{\sum_{i=0}^{I-j-1} C_{i,j}}$$

L'estimateur de la variance est donné par :

$$\forall j \in \llbracket 0, J-2 \rrbracket \quad \hat{\sigma}_j^2 = \frac{1}{I-j-1} \sum_{i=0}^{I-j-1} C_{i,j} \left( \frac{C_{i,j}}{C_{i,j+1}} - f_j \right)^2$$

De plus :

$$\hat{\sigma}_{J-1}^2 = \min \left( \frac{\hat{\sigma}_{J-2}^4}{\hat{\sigma}_{J-3}^2}, \max \left( \hat{\sigma}_{J-3}^2, \hat{\sigma}_{J-2}^2 \right) \right)$$

Sous les hypothèses de ce modèle, pour une année de survénance  $i$ , l'estimation de la charge ultime  $C_{i,n-1}$  est donnée par :

$$\widehat{C}_{i,J} = \mathbb{E} \left[ \widehat{C}_{i,J} | \mathcal{D}_I \right] = C_{i,I-i} \hat{f}_{I-i} \dots \hat{f}_{J-1}$$

La réserve pour les sinistres survenus en  $i$  est calculée comme suit :

$$\hat{R}_i = \widehat{C}_{i,J} - C_{i,J-i} = C_{i,J-i} \left( \hat{f}_{I-i} \dots \hat{f}_{J-1} - 1 \right)$$

On en déduit alors la réserve globale :

$$\hat{R} = \sum_{i=1}^I C_{i,I-i} \left( \hat{f}_{I-i} \dots \hat{f}_{J-1} - 1 \right)$$

Nous nous intéressons désormais à l'erreur quadratique tel que défini dans 7.1.1. Dans son article, Mack [1993] démontre que pour chaque année de survénance  $i$  on a :

$$\widehat{MSEP}_{R_i | \mathcal{D}_I} \left( \hat{R}_i \right) = \widehat{C}_{i,J} \sum_{j=I-i}^{J-1} \frac{\hat{\sigma}_j^2}{\hat{f}_j^2} \left[ \frac{1}{\hat{C}_{i,j}} + \frac{1}{\sum_{k=1}^{J-j} \hat{C}_{k,j}} \right]$$

Il apparaît ici deux termes de la somme qui correspondent aux deux composantes de la  $MSEP$  :

$$\widehat{MSEP}_{R_i | \mathcal{D}_I} \left( \hat{R}_i \right) = \widehat{C}_{i,J} \sum_{j=I-i}^{J-1} \left[ \underbrace{\frac{\hat{\sigma}_j^2 / \hat{f}_j^2}{\hat{C}_{i,j}}}_{\text{Erreur de processus}} + \underbrace{\frac{\hat{\sigma}_j^2 / \hat{f}_j^2}{\sum_{k=1}^{J-j} \hat{C}_{k,j}}}_{\text{Erreur d'estimation}} \right]$$

## CHAPITRE 7. RISQUE DE RÉSERVE

En agrégeant toutes les années de survénance, on obtient :

$$\widehat{MSEP}_{R|\mathcal{D}_I}(\hat{R}) = \sum_{i=1}^I \left[ \widehat{MSEP}_{R_i|\mathcal{D}_I}(\hat{R}_i) + 2 \hat{C}_{i,J} \cdot \sum_{l=i+1}^J \hat{C}_{l,J} \cdot \sum_{j=J-i}^{J-1} \frac{\hat{\sigma}_{j+1}^2}{\hat{f}_{j+1}^2 \sum_{k=1}^{J-j} \hat{C}_{k,j}} \right]$$

### 7.4 Modèle de Merz & Wüthrich

Le modèle de Merz & Wüthrich (cf. Merz and Wüthrich [2007]) est proposé par l'EIOPA afin d'estimer la volatilité des réserves. Il permet, par le biais d'une formule fermée, de calculer la volatilité des réserves dans *un horizon de temps d'un an*.

Nous nous plaçons à la date  $t = I$ . Contrairement au modèle de Mack où il était question de déterminer la volatilité des provisions évaluées en  $I$ , nous chercherons ici à mesurer la déviation liée à l'évaluation du montant des provisions entre  $I$  et  $I + 1$ . Nous ajustons donc nos précédentes notations afin d'explicitier la vision un an de l'erreur de prédiction. Nous notons le montant des réserves à constituer pour une année de survénance  $i$  évaluée respectivement aux temps  $I$  et  $I + 1$  :

$$\hat{R}_i^I = \hat{C}_{i,J} - C_{i,I-i}$$

et

$$\hat{R}_i^{I+1} = \hat{C}_{i,J} - C_{i,I+1-i}$$

Nous rappelons que l'information disponible en  $I$  s'écrivait :

$$\mathcal{D}_I = \{C_{i,j}, i + j \leq I\}$$

Ainsi avons-nous en  $I + 1$  :

$$\mathcal{D}_{I+1} = \{C_{i,j}, i + j \leq I + 1 \text{ et } i \leq I\} = \mathcal{D}_I \cup \{C_{i,I-i+1}, i \leq I\}$$

Année de survénance $i$	Année de développement $j$				
	0	1	...	$J-1$	$J$
0					
1					
⋮					
$I-1$					
$I$					

Table 7.2 – Triangle de développement en  $I + 1$

Les hypothèses retenues pour le modèle de Merz & Wüthrich sont les suivantes :

Les paiements cumulés  $C_{i,j}$  suivant les années de survénance  $i$  sont indépendants. (H4)

## 7.4. MODÈLE DE MERZ & WÜTHRICH

Pour  $j = 0, \dots, J$  il existe  $f_j$  tel que :

$$\mathbb{E}[C_{i,j+1} \mid C_{i,j}] = f_j C_{i,j} \quad (\text{H5})$$

Pour tous  $j = 0, \dots, J$  et pour tous  $i = 0, \dots, I$ , il existe  $\sigma_0^2, \dots, \sigma_{n-2}^2$  tels que :

$$\text{Var}(C_{i,j+1} \mid C_{i,j}) = C_{i,j} \sigma_j^2 \quad (\text{H6})$$

Notons que ces hypothèses certes similaires à ceux du modèle Mack sont néanmoins plus fortes. Merz and Wüthrich [2007] ajoutent en effet une hypothèse de chaîne de Markov des paiements cumulés.

Sous ces hypothèses nous avons les résultats suivants :

$$\mathbb{E}[C_{i,j+1} \mid \mathcal{D}_I] = C_{i,I-i} \cdot \prod_{j=I-i}^{J-1} f_j \quad \text{et} \quad \mathbb{E}[C_{i,j+1} \mid \mathcal{D}_{I+1}] = C_{i,I-i+1} \cdot \prod_{j=I-i+1}^{J-1} f_j$$

Comme dans le modèle de Mack, les facteurs de développement sont estimés comme suit :

$$\hat{f}_j^I = \frac{\sum_{i=0}^{I-j-1} C_{i,j+1}}{S_j^I} \quad \text{avec} \quad S_j^I = \sum_{i=0}^{I-j-1} C_{i,j}$$

De même en  $I + 1$  nous avons :

$$\hat{f}_j^{I+1} = \frac{\sum_{i=0}^{I-j} C_{i,j+1}}{S_j^{I+1}} \quad \text{avec} \quad S_j^{I+1} = \sum_{i=0}^{I-j} C_{i,j}$$

Merz and Wüthrich [2007] démontrent qu'un estimateur sans biais de  $\mathbb{E}[C_{i,j+1} \mid \mathcal{D}_I]$  est donné par :

$$\hat{C}_{i,j}^I = C_{i,I-i} \hat{f}_{I-i}^I \cdots \hat{f}_{j-1}^I$$

De même en  $I + 1$  on a :

$$\hat{C}_{i,j}^{I+1} = C_{i,I-i+1} \hat{f}_{I-i+1}^{I+1} \cdots \hat{f}_{j-1}^{I+1}$$

Afin de mesurer l'erreur de prédiction avec une vision un an, il est nécessaire d'introduire le concept de *Claims Development Result (CDR)* qui correspond à la différence entre deux estimations successives du *Best Estimate* entre  $I$  et  $I + 1$ .

**Définition 7.4.1** (CDR réel). Pour l'année calendaire  $]I, I + 1]$ , pour une année de survenance  $i$ , le CDR réel est défini par :

$$\begin{aligned} CDR_i(I + 1) &= \mathbb{E}[R_i^I \mid \mathcal{D}_I] - \left( X_{i,I-i+1} + \mathbb{E}[R_i^{I+1} \mid \mathcal{D}_I] \right) \\ &= \mathbb{E}[C_{i,J} \mid \mathcal{D}_I] - \mathbb{E}[C_{i,J} \mid \mathcal{D}_{I+1}] \end{aligned}$$

## CHAPITRE 7. RISQUE DE RÉSERVE

---

*Remarque.* Les  $(C_{i,j})_{j \geq 0}$  ont des propriétés de martingale, on en conclut alors que :

$$\mathbb{E}[CDR_i(I+1) \mid \mathcal{D}_I] = 0$$

Si l'on connaissait les facteurs de développement  $f_j$ , la valeur attendue du CDR réel vu en date  $I$  vaut donc 0. En pratique, ces facteurs ne sont en fait pas connus à cette date. La CDR réel n'est donc pas observée en  $I$  mais peut être estimée en remplaçant les  $f_j$  par leurs estimateurs Chain-Ladder  $\hat{f}_j$ .

**Définition 7.4.2** (CDR observable). Pour l'année calendaire  $]I, I+1]$ , pour une année de survenance  $i$ , le CDR observable est défini par :

$$\begin{aligned} \widehat{CDR}_i(I+1) &= \widehat{R}_i^{\mathcal{D}_I} - (X_{i,I-i+1} + \widehat{R}_i^{\mathcal{D}_{I+1}}) \\ &= \widehat{C}_{i,J}^I - \widehat{C}_{i,J}^{I+1} \end{aligned}$$

Avec  $\widehat{R}_i^{\mathcal{D}_I}$  et  $\widehat{R}_i^{\mathcal{D}_{I+1}}$  définis comme suit :

$$\widehat{R}_i^{\mathcal{D}_I} = \widehat{C}_{i,J}^I - C_{i,I-i} \quad \text{et} \quad \widehat{R}_i^{\mathcal{D}_{I+1}} = \widehat{C}_{i,J}^{I+1} - C_{i,I-i+1}$$

*Remarque.* Le CDR réel est estimé par le CDR observable. C'est ce que Wüthrich et al. [2008] dénomment *vue rétrospective*. Le CDR observable est quant à lui connu est donc reporté en compte de résultat au 31/12/ $I$ . En début de l'année  $I$ , le CDR observable est estimé à 0. Il s'agit là alors de la vue prospective.

Nous nous intéressons désormais à la MSEP à un an du modèle de de Merz & Wüthrich. Notons que sur l'année calendaire  $]I, I+1]$ , les facteurs de développement  $f_j$  ainsi que le CDR réel ne sont pas connus. Le CDR observable est quant à lui connu vu qu'on prévoit qu'il est nul en fin d'année  $I$ . Le CDR observable  $\widehat{CDR}_i(I+1)$  est un prédictor  $\mathcal{D}_{I+1}$ -mesurable du CDR réel. Il s'agit alors de mesurer deux erreurs de prédiction : une première relative au CDR observable par rapport à la valeur 0, une seconde relative au CDR réel par rapport au CDR observable.

**Définition 7.4.3** (MSEP du CDR). Nous définissons l'erreur de prédiction conditionnelle du **CDR observable** pour une année de survenance  $i$  comme suit :

$$MSEP_{\widehat{CDR}_i(I+1)|\mathcal{D}_I}(0) = \mathbb{E}[(\widehat{CDR}_i(I+1) - 0)^2 \mid \mathcal{D}_I]$$

D'autre part, nous définissons l'erreur de prédiction conditionnelle du **CDR réel** par rapport au CDR observable pour une année de survenance  $i$  comme suit :

$$MSEP_{CDR_i(I+1)|\mathcal{D}_I}(\widehat{CDR}_i(I+1)) = \mathbb{E}[(CDR_i(I+1) - \widehat{CDR}_i(I+1))^2 \mid \mathcal{D}_I]$$

Notons que le terme  $MSEP_{CDR_i(I+1)|\mathcal{D}_I}(\widehat{CDR}_i(I+1))$  traduit une vision rétrospective. Il représente l'incertitude de la prédiction entre le CDR réel et le CDR observable et offre ainsi une possibilité de *back-testing* sur la prédiction de l'année précédente (i.e. prédiction de l'année  $I$  en  $I+1$ ). Ce terme ne nous intéressera pas pour la suite.

Le terme  $MSEP_{\widehat{CDR}_i(I+1)|\mathcal{D}_I}(0)$  traduit quant à lui une vision prospective. Il s'agit de la vision adoptée par Solvabilité II. L'idée ici est de mesurer l'incertitude du CDR observable autour de 0. Notons que cette vision est très intéressante dans le cadre de Solvabilité II vu qu'elle permet à l'organisme assureur d'estimer le capital à détenir pour faire face aux déviations du  $CDR_i(I+1)$  autour de 0.

## 7.4. MODÈLE DE MERZ & WÜTHRICH

*Remarque* (Analogie avec le modèle de Mack). Nous rappelons que l'erreur d'estimation des réserves est donnée selon le modèle de Mack par la formule :

$$\widehat{MSEP}_{R_i|\mathcal{D}_I}(\hat{R}_i) = \widehat{C}_{i,J} \sum_{j=I-i}^{J-1} \left[ \underbrace{\frac{\hat{\sigma}_j^2/\hat{f}_j^2}{\hat{C}_{i,j}}}_{\text{Erreur de processus}} + \underbrace{\frac{\hat{\sigma}_j^2/\hat{f}_j^2}{\sum_{k=1}^{J-j} \hat{C}_{k,j}}}_{\text{Erreur d'estimation}} \right]$$

$$\text{Nous supposons dans la suite que } \frac{\hat{\sigma}_i^2}{\hat{f}_i^2} \ll C_{I-i+1,i} \quad (\text{H7})$$

Sous cette hypothèse, une approximation possible de la formule de Merz & Wüthrich est la suivante :

$$\begin{aligned} \widehat{MSEP}_{\widehat{CDR}_i(I+1)|\mathcal{D}_I}(0) &\approx \widehat{C}_{i,J}^2 \left[ \underbrace{\frac{(\hat{\sigma}_{I-i}^I)^2/(\hat{f}_{I-i}^I)^2}{C_{i,I-i}} + \frac{(\hat{\sigma}_{I-i}^I)^2/(\hat{f}_{I-i}^I)^2}{S_{I-i}^I}}_{\text{Erreur de processus et d'estimation sur la première diagonale}} \right. \\ &\quad \left. + \underbrace{\sum_{j=I-i+1}^{J-1} \left( \frac{C_{I-j,j}}{S_j^{I+1}} \right)^2 \frac{(\hat{\sigma}_j^I)^2/(\hat{f}_j^I)^2}{S_j^I}}_{\text{Erreur d'estimation sur les diagonales suivantes}} \right] \end{aligned}$$

Le premier terme est associé à la première diagonale. On y retrouve, comme dans la formule de Mack, les erreurs de processus et d'estimation de la première diagonale. Le second terme est associé aux diagonales suivantes. On remarque que sous l'hypothèse (H7), le terme lié à l'erreur de processus disparaît dans l'approximation. Le terme d'erreur d'estimation est quant à lui négligeable du fait que  $\frac{C_{I-j,j}}{S_j^{I+1}} \leq 1$ .

Quand on agrège les années, une comparaison similaire peut être effectuée. En effet, la formule de Mack nous donnait :

$$\begin{aligned} \widehat{MSEP}(\hat{R}) &= \sum_{i=2}^I \widehat{MSEP}(\hat{R}_i) + 2 \sum_{k>i>1} \hat{C}_{i,J}^2 \hat{C}_{k,J}^2 \frac{(\hat{\sigma}_{I-i+1}^I)^2/(\hat{f}_{I-i+1}^I)^2}{S_{I-i-1}^I} \\ &\quad + 2 \sum_{k>i>1} \hat{C}_{i,J}^2 \hat{C}_{k,J}^2 \sum_{j=I-i+2}^{J-1} \frac{(\hat{\sigma}_j^I)^2/(\hat{f}_j^I)^2}{S_j^I} \end{aligned}$$

L'approximation de la formule de Merz & Wüthrich donne :

$$\begin{aligned} \widehat{MSEP}_{\sum_{i=2}^I \widehat{CDR}_i(I+1)|\mathcal{D}_I}(0) &\approx \sum_{i=2}^I \widehat{MSEP}_{\widehat{CDR}_i(I+1)|\mathcal{D}_I}(0) \\ &\quad + 2 \sum_{k>i>1} \hat{C}_{i,J}^2 \hat{C}_{k,J}^2 \frac{(\hat{\sigma}_{I-i+1}^I)^2/(\hat{f}_{I-i+1}^I)^2}{S_{I-i-1}^I} \\ &\quad + 2 \sum_{k>i>1} \hat{C}_{i,J}^2 \hat{C}_{k,J}^2 \sum_{j=I-i+2}^{J-1} \frac{\hat{C}_{i-j+1,j}}{S_j^{I+1}} \frac{(\hat{\sigma}_j^I)^2/(\hat{f}_j^I)^2}{S_j^I} \end{aligned}$$

## CHAPITRE 7. RISQUE DE RÉSERVE

---

Là encore, la MSEP du CDR agrégée ne prend en compte que l'erreur d'estimation de la première diagonale. L'erreur de processus pour les diagonales suivantes disparaît. De plus, l'erreur d'estimation pour ces mêmes diagonales reste négligeable du fait que  $\frac{C_{I-j,j}}{S_j^{I+1}} \leq 1$ .

Précisions tout de même que les comparaisons entre le modèle de Mack et celui de Merz & Wüthrich ne sont possible que sous l'hypothèse (H7).

### 7.5 SCR du risque de réserve

La formule standard propose une formule de calcul du SCR qui prend à la fois en compte le risque de prime et le risque de réserve. Celle-ci suppose que les volumes soumis aux risques de prime et de réserve suivent un loi log-normale dont les paramètres dépendent de la volatilité du risque sous-jacent.

Nous allons appliquer cette même formule uniquement sur le risque de réserve afin d'isoler un SCR de réserve. Pour cela, nous supposons que les réserves  $R$  suivent une loi Log-Normale de moyenne  $\hat{R}$  et de variance  $\widehat{MSEP}_{\sum_{i=2}^I \widehat{CDR}_i(I+1)|\mathcal{D}_I}(0)$ . Nous définissons la volatilité des réserves  $\sigma_r^{SII}$  comme :

$$(\sigma_r^{SII})^2 = \frac{\widehat{MSEP}_{\sum_{i=2}^I \widehat{CDR}_i(I+1)|\mathcal{D}_I}(0)}{(\hat{R})^2}$$

Le SCR de réserve se calcule alors comme suit :

$$SCR_r = \rho_\alpha(\sigma_r^{SII}) \hat{R}$$

Avec  $\rho_\alpha(\sigma_r) = \frac{\exp(\mathcal{N}_\alpha \sqrt{\log(\sigma_r^2+1)})}{\sqrt{\sigma_r^2+1}} - 1$  où  $\mathcal{N}_\alpha$  est le quantile d'ordre  $\alpha$  d'une loi normale centrée réduite ( $\alpha = 99.5\%$  sous Solvabilité II).

Notons que la formule standard propose une simplification de cette formule :

$$SCR_r = 3 \sigma_r^{SII} \hat{R}$$

### 7.6 Adaptation du choc de réserve

Afin de transformer le SCR en un *Risk Adjustment* au titre du risque de réserve, nous allons considérer un modèle similaire à celui du SCR sous Solvabilité II. Soit  $\beta$  le seuil d'appétence de risque considéré pour IFRS 17. Sous IFRS 17, nous nous intéressons à la volatilité du risque à l'ultime.

Pour avoir une vision, nous nous intéresserons à la volatilité de Mack :

$$\sigma_r^{IFRS} = \frac{\widehat{MSEP}(\hat{R})}{(\hat{R})^2}$$

Ainsi, en supposant comme dans le cadre de Solvabilité que les réserves suivent une loi log-normale, on peut écrire la formule suivante pour le calcul du RA :

## 7.6. ADAPTATION DU CHOC DE RÉSERVE

---

$$RA_r = \rho_\beta(\sigma_r) \hat{R}$$

Avec  $\rho_\beta(\sigma_r) = \frac{\exp(\mathcal{N}_\beta \sqrt{\log(\sigma_r^2+1)})}{\sqrt{\sigma_r^2+1}} - 1$  où  $\mathcal{N}_\beta$  est le quantile d'ordre  $\beta$  d'une loi normale centrée réduite.

Si l'on souhaite avoir une formule fermée liant le SCR et le RA de réserve, nous faisons l'hypothèse de l'existence d'une fonction  $f$  telle que :

$$\sigma_r^{IFRS} = f(\sigma_r^{SII})$$

Il est difficile d'établir une formule fermée liant la volatilité à l'ultime (modèle de Mack) et la volatilité à horizon un an (modèle de Merz & Wüthrich). Néanmoins une telle fonction peut être calibrée de façon empirique (cf. Application). On en déduit la formule suivante pour le RA au titre du risque de réserve :

$$RA_r = \frac{\rho_\beta \circ f(\sigma_r^{SII})}{3 \sigma_r^{SII}} SCR_r \quad (7.1)$$

Avec  $\rho_\beta(\sigma_r) = \frac{\exp(\mathcal{N}_\beta \sqrt{\log(\sigma_r^2+1)})}{\sqrt{\sigma_r^2+1}} - 1$  où  $\mathcal{N}_\beta$  est le quantile d'ordre  $\beta$  d'une loi normale centrée réduite.

# 8 Risque de rachat

## 8.1 Choc de rachat sous Solvabilité II

Nous nous intéressons dans cette partie à la prise en compte du risque de rachat dans le cadre du calcul du *Risk Adjustment* sous IFRS 17. Il s'agit du risque sur les passifs dont la valeur est sensible à une variation du niveau ou de la volatilité des taux de résiliation, d'échéance, rachat et modification du capital versé (cessation du paiement des primes).

Le risque de rachat constitue un enjeu primordial pour les assureurs, surtout en assurance vie où l'option de rachat permet à l'assuré de récupérer à tout moment son épargne lui offrant ainsi un pouvoir de liquidité sur celle-ci. L'assureur qui devra de son côté revendre les actifs sur lesquels il avait investi pour récupérer la valeur de rachat, peut être confronté à des situations défavorables, en cas d'illiquidité des actifs ou de moins-values latentes à titre d'exemple. Une déviation des taux de rachats par rapport aux anticipations de l'assureur peut avoir un coût très important pour ce dernier.

Le rachat paraît alors comme un véritable risque pour l'assureur. Sa gestion se révèle essentielle pour un assureur et passe par une maîtrise des facteurs expliquant la décision prise par l'assuré. Nous séparons ces facteurs en deux catégories : structurels et conjoncturels.

Les rachats structurels s'expliquent par les caractéristiques du contrat (âge, sexe, niveau d'étude, revenus, nombre de personnes à charge, avantages fiscaux...). Nous parlons alors de taux de rachat endogènes. Il s'agit d'un phénomène récurrent et permanent qui n'est pas facile à estimer car il demande un bon degré de connaissance du produit en question et de son historique.

Les rachats conjoncturels sont liés à la conjoncture économique (niveaux des taux, niveaux des indices immobilier et action, inflation...). Ils résultent du fait que les assurés préfèrent racheter leur contrat pour s'orienter vers un autre produit jugé plus rémunérateur. Nous parlons alors de taux de rachats exogènes. Ils sont en général estimés à partir d'un écart de rendement entre le taux servi par le contrat d'épargne détenu et le taux que peut espérer l'assuré s'il modifie son investissement (taux servi par la concurrence par exemple). Ce phénomène est difficile à appréhender car il est fonction de l'arbitrage propre de chaque assuré. Les rachats conjoncturels ne seront pas traités dans ce mémoire.

Sous Solvabilité II, le rachat figure parmi les risques du module de souscription. Trois scénarios de chocs sont donnés par les spécifications techniques :

- Un choc relatif haussier de 50% du taux de rachat.
- Un choc relatif baissier de 50% du même taux.
- Un rachat total de 40% de portefeuille.

Le SCR de rachat correspond alors au maximum des SCR obtenus pour chacun des trois scénarios.

## 8.2 Adaptation du choc Solvabilité II

Nous développons dans cette section une méthodologie pour le calcul d'un *Risk Adjustment* de rachat en adaptant le SCR calculé sous Solvabilité II pour ce même risque. Nous choisissons pour cela un cadre similaire à Solvabilité II et gardons les trois scénarios de choc proposés dans ce référentiel. Seul le rachat structurel sera traité ici. Nous définissons alors le *Risk Adjustment* de rachat comme suit :

$$RA_{Rachat} = \max\left(RA_{Rachat Up}, RA_{Rachat Down}, RA_{Rachat Mass}\right)$$

Où :

- $RA_{Rachat Up}$  est le *Risk Adjustment* en scénario de hausse des taux de rachat.
- $RA_{Rachat Down}$  est le *Risk Adjustment* en scénario de baisse des taux de rachat.
- $RA_{Rachat Mass}$  est le *Risk Adjustment* en scénario de rachat massif.

Le scénario de rachat massif correspond à une perte instantanée d'une portion du portefeuille, le passage d'une vision un an à une vision à l'ultime ne sera donc pas nécessaire lors de l'adaptation du SCR. Seul l'ajustement du seuil d'appétence au risque sera obligatoire pour ce scénario. Notons  $\alpha$  le seuil d'appétence au risque de l'assureur pour le référentiel IFRS 17,  $\beta = 99,5\%$  le seuil sous Solvabilité II et  $\mathbf{q}_\alpha$  le quantile d'ordre  $\alpha$  d'une Normale centrée réduite. Le  $RA_{Rachat Mass}$  peut alors s'écrire :

$$RA_{Rachat Mass} = \frac{\mathbf{q}_\alpha}{\mathbf{q}_\beta} SCR_{Rachat Mass}$$

Concernant les scénarios à la hausse et à la baisse, nous utiliserons une approche très similaire à celle développée dans la section 5 pour le risque de longévité.

Nous commençons dans un premier temps par définir un *Best Estimate* simplifié comme suit :

$$\widetilde{BE} = \sum_{t=1}^D \sum_{a=1}^A \widetilde{R}_{t,a} \prod_{k=1}^{t-1} (1 - \widetilde{R}_{k,a}) F_t^* + \sum_{t=1}^D \sum_{a=1}^A \prod_{k=1}^t (1 - \widetilde{R}_{k,a}) F_t$$

Où

- $D$  l'horizon de risque
- $a$  ancienneté
- $R_{t,a}$  est le taux de rachat en  $t$  pour un contrat d'ancienneté  $a$
- $F_t$  flux (éventuellement actualisé et probabilisé) versé en cas de non rachat l'année  $t$
- $F_t^*$  flux (éventuellement actualisé et probabilisé) versé en cas de rachat l'année  $t$

## CHAPITRE 8. RISQUE DE RACHAT

---

Là encore, davantage de facteurs peuvent être pris en considération en adaptant l'indexage des sommes. Dans un souci de simplification, nous choisissons un cadre bidimensionnel qui dépend du temps et de l'ancienneté (ou plus généralement des caractéristiques d'un assuré).

Il s'agit dans un deuxième temps de choisir une loi pour la modélisation des taux de rachat. Un candidat naturel et fort récurrent dans la littérature autour des taux de rachat est la loi Normale. Dans ce cas, l'adaptation du SCR s'assimile à celle établie dans le cadre du risque de longévité. Nous obtenons en effet des formules très similaires qui ne seront pas redémontrées ici.

Une deuxième approche très présente elle aussi dans la littérature est le modèle Log-Normale. Dans un cadre simulateur, ce dernier assure la positivité des taux de rachat générés et constitue une bonne alternative au modèle Normale qui lui peut générer des taux négatifs. Nous nous proposons alors dans cette partie d'adapter le SCR de rachat sous hypothèses Log-Normale.

Nous supposons alors que  $\log(\widetilde{R}_{t,a}) = \log(\widetilde{R}_{t-1,a}) + C_a + \sigma_a \epsilon_t$  avec les  $\epsilon_k \stackrel{iid}{\sim} \mathcal{N}(0, 1)$ . On montre par récurrence que :

$$\log(\widetilde{R}_{t,a}) = \log(R_{0,a}) + C_a t + \sigma_a \sum_{i=1}^t \epsilon_i$$

Notons que  $\widetilde{R}_{t,a}$  suit une Log-Normale de moyenne

$$R_{t,a} = R_{0,a} \exp\left(C_a t + \frac{\sigma_a^2 t}{2}\right)$$

Dans le cas où les taux de rachat sont réputés être constants dans le temps, il peut être intéressant alors de fixer  $C_a = -\frac{\sigma_a^2}{2}$ .

Nous cherchons désormais à définir un choc IFRS 17 au titre de risque de rachat au seuil d'appétence  $\alpha$ . Celui-ci est fixé de sorte à ce que le taux choqué corresponde à un quantile au même seuil  $\alpha$ . On pose alors :

$$\Delta_{t,a,\alpha}^{IFRS} = \frac{\mathcal{Q}_\alpha(\widetilde{R}_{t,a}) - R_{t,a}}{R_{t,a}}$$

En remplaçant le taux par la formule établie plus haut, on obtient alors :

$$\Delta_{t,a,\alpha}^{IFRS} = \frac{R_{0,a} \exp\left(C_a t + \sigma_a \sqrt{t} \mathbf{q}_\alpha\right) - R_{0,a} \exp\left(C_a t + \frac{\sigma_a^2 t}{2}\right)}{R_{0,a} \exp\left(C_a t + \frac{\sigma_a^2 t}{2}\right)}$$

On en déduit que :

$$\Delta_{t,a,\alpha}^{IFRS} = \exp\left(\sigma_a \sqrt{t} \mathbf{q}_\alpha - t \frac{\sigma_a^2}{2}\right) - 1$$

Où  $\mathbf{q}_\alpha$  est le quantile d'ordre  $\alpha$  d'une normale centrée réduite.

De façon similaire à l'approche pour le risque de longévité, on ne considère que la déviation à un an sous Solvabilité II. On prouve alors que le choc Solvabilité II à seuil  $\beta = 99.5\%$  ou  $0.5\%$  s'écrit :

$$\Delta_{a,\beta}^{SII} = \exp\left(\sigma_a \mathbf{q}_\beta - \frac{\sigma_a^2}{2}\right) - 1$$

### 8.3. ADAPTATION DU SCR DE RACHAT

Remarquons que le choc Solvabilité II bien qu'il soit constant dans le temps, dépend ici de  $\sigma_a$  et donc des caractéristiques des assurés. Ce n'est pas le cas du choc de rachat de la formule standard. Dans la suite, on supposera alors que le paramètre de volatilité  $\sigma_a$  est le même pour tous les assurés.

Notons que pour des petites valeurs de  $\sigma$ , on a  $\exp\left(\sigma \mathbf{q}_\beta - \frac{\sigma^2}{2}\right) \approx \exp\left(\sigma \mathbf{q}_\beta\right)$

On peut démontrer alors que :

$$1 + \Delta_{t,a,\alpha}^{IFRS} = \left(1 + \Delta_\beta^{SII}\right)^{\frac{\mathbf{q}_\alpha \sqrt{t}}{\mathbf{q}_\beta}} \exp\left(-\frac{t}{2} \left[\frac{\ln(1 + \Delta_\beta^{SII})}{\mathbf{q}_\beta}\right]^2\right)$$

Nous obtenons ainsi une formule qui fait le lien entre les chocs sous les deux référentiels. Notons que là encore, la formule ne dépend plus des paramètres du modèle Log-Normale et permet d'extraire le choc IFRS 17 par simple transformation de son homologue sous Solvabilité II.

### 8.3 Adaptation du SCR de rachat

Nous considérons un choc Solvabilité II scalaire  $\Delta_\beta^{SII}$  (i.e. ne dépendant pas de l'ancienneté). Pour simplifier les notations, posons :

$$\mathcal{A}_{\beta, \Delta_\beta^{SII}} = \exp\left(-\frac{t}{2} \left[\frac{\ln(1 + \Delta_\beta^{SII})}{\mathbf{q}_\beta}\right]^2\right)$$

On définit une fonction proxy comme suit :

$$\begin{aligned} \rho\left((1 + \Delta_{t,\alpha})_t\right) &= \sum_{t=1}^D \sum_{a=1}^A R_t (1 + \Delta_{t,a,\alpha}) \prod_{k=1}^{t-1} (1 - R_k (1 + \Delta_{k,a,\alpha})) F_t^* \\ &+ \sum_{t=1}^D \sum_{a=1}^A \prod_{k=1}^t (1 - R_k (1 + \Delta_{k,a,\alpha})) F_t \\ &- BE \end{aligned}$$

La formule d'ajustement du SCR est donnée par :

$$RA_{Rachat} = \frac{\rho\left((1 + \Delta_{t,\alpha}^{IFRS})_t\right)}{\rho\left((1 + \Delta_{t,\beta}^{SII})_t\right)} SCR_{Rachat}$$

D'où

$$RA_{Rachat} = \frac{\rho\left(\left(\mathcal{A}_{\beta, \Delta_\beta^{SII}} (1 + \Delta_{t,\beta}^{SII})^{\frac{\mathbf{q}_\alpha \sqrt{t}}{\mathbf{q}_\beta}}\right)_t\right)}{\rho\left((1 + \Delta_{t,\beta}^{SII})_t\right)} SCR_{Rachat}$$

# Troisième partie

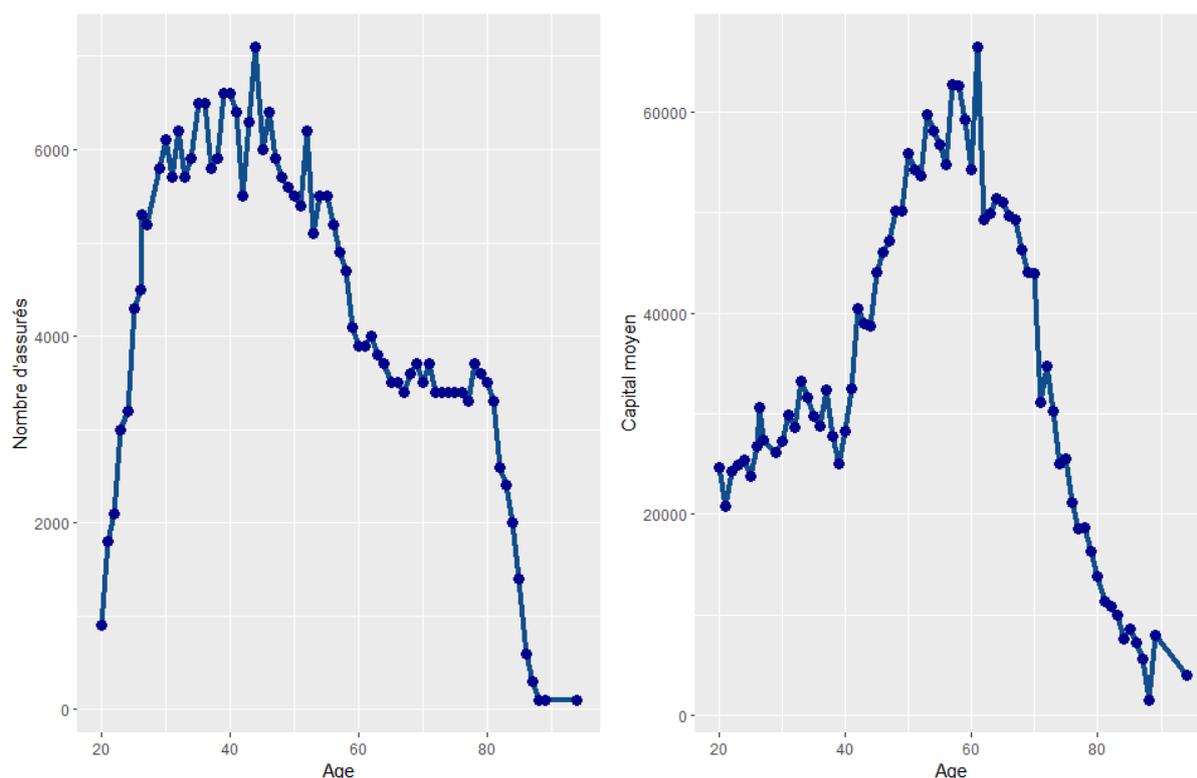
## Applications

# 9 RA de mortalité pour des capitaux

## 9.1 Présentation du portefeuille

Le contrat obsèques est une assurance en cas de décès de l'assuré. Elle permet de prévoir un capital qui servira à financer les obsèques du souscripteur. Nous modélisons ce produit sous forme de capitaux.

Nous disposons pour cet exemple d'un portefeuille de près de 300 000 individus. La figure 9.1 représente la répartition des âges des individus de ce portefeuille ainsi que celle des capitaux moyens par âge.



**Figure 9.1** – Application RA Mortalité (volatility risk) : À gauche, le nombre d'assurés en portefeuille par âge. À droite, les capitaux moyens par âge.

À chaque individu est également associé une durée de couverture. Il est tout à fait possible d'établir une extension de notre approche pour tenir compte de la disparité des durées de couverture entre les différents assurés. Il suffit pour cela d'inclure dans la somme

## CHAPITRE 9. RA DE MORTALITÉ POUR DES CAPITAUX

un indexage sur l'horizon en temps pour chaque assuré. Néanmoins, pour cet exemple, nous avons préféré calculer une durée moyenne pondérée par les capitaux de chaque tête.

Nous fixons par ailleurs arbitrairement un seuil d'appétence au risque  $\alpha = 75\%$ .

Dans un souci de simplification, nous utiliserons dans cet exemple la table de mortalité réglementaire TGH05 pour la projection de nos flux. Notons qu'en pratique, les entreprises s'orienteront plutôt vers la construction de tables de mortalité d'expérience en adéquation avec leur portefeuille. À cette fin, plusieurs méthodes existent dans la littérature dont Lee and Carter [1992] que nous avons vu plus haut. La construction de table de mortalité n'étant pas vraiment l'objet de ce mémoire, nous nous contenterons pour cette application de la table de mortalité réglementaire.

Hypothèses	Valeurs
Seuil d'appétence IFRS 17	75%
Table de mortalité	TGH05
Courbe des taux sans risque	EIOPA 2018
Nombre d'assurés	298800
Durée de couverture moyenne	26 ans

Table 9.1 – Application volatility risk : Récapitulatif des hypothèses

### 9.2 Calcul du *Risk Adjustment*

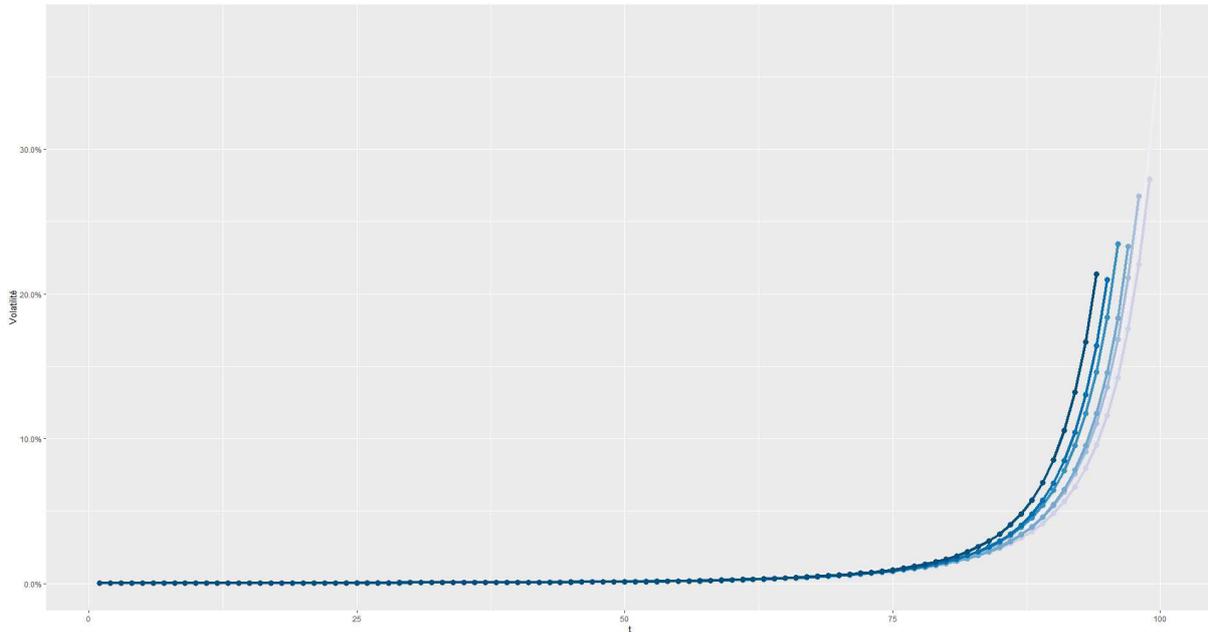
Notons  $N$  la taille de notre portefeuille,  $q_{x,t}$  le taux de mortalité de l'individu d'âge  $x$  à l'instant  $t$  donné par la table de mortalité et  $\widehat{q}_{x,t}$  le taux de mortalité observé dans le portefeuille pour un individu de mêmes caractéristiques. L'idée est de supposer alors que pour  $N \rightarrow \infty$  on ait  $\widehat{q}_{x,t} = q_{x,t}$ . Etant donné que  $N$  est fini, cette égalité n'est pas vérifiée du fait du risque d'échantillonnage, que nous essayons de quantifier pour ce portefeuille.

Comme indiqué dans le chapitre 6, nous commençons dans un premier temps par calculer l'écart-type  $\sigma_{x,t}$  relatif au taux de mortalité  $q_{x,t}$ . Nous représentons à titre d'exemple dans la figure 9.2 l'évolution de la volatilité dans le temps pour les assurés de 20 à 26 ans. Nous remarquons que la volatilité est croissante dans le temps. Les valeurs pour les premières années sont très faibles comparées aux années supérieures. Cela est dû au fait que nous disposons d'un nombre important d'assurés au pas de temps initial. La loi des grands nombres garantit alors une faible variance pour l'estimateur du taux de mortalité. Avec le temps, le nombre de survivants décroît alors que le taux de mortalité augmente du fait de l'âge, ce qui explique la forte croissance de la volatilité dans le temps.

Une fois les volatilités par âge et par pas de temps calculées, nous utilisons les formules développées dans la section 6 pour extraire dans un premier temps le choc IFRS puis utiliser celui-ci pour calculer le *Risk Adjustment* en adaptant le SCR. Notons que le SCR est obtenu ici via un modèle Solvabilité II. La table 9.2 présente les résultats obtenus.

Nous pouvons souligner que la valeur du choc IFRS, et par conséquent celle du *Risk Adjustment*, est très faible comparé à son homologue sous Solvabilité II. Rappelons que l'on ne quantifie ici que la déviation du *Best Estimate* du fait du risque d'échantillonnage. Nous excluons ainsi les composantes de risque telles que le risque de tendance ou le risque de niveau. Par conséquent, et étant donné qu'on dispose d'un nombre suffisamment

## 9.2. CALCUL DU *RISK ADJUSTMENT*



**Figure 9.2** – Application RA Mortalité (volatility risk) : Évolution de la volatilité dans le temps pour les assurés de 20 à 26 ans.

BE Central	SCR Mortality	RA proxi	Choc IFRS
2 162 062 488	186 755 884	5 690 920	0.263%

**Table 9.2** – Application volatility risk : SCR, RA et approximation du RA. Seuil d'appétence IFRS  $\alpha = 75\%$ .

important d'assurés dans notre portefeuille, les volatilités par tête comme vu plus haut resteraient relativement faibles, ce qui conduit à un *Risk Adjustment* autant plus faible.

Il paraît alors intéressant d'examiner l'évolution du choc IFRS en fonction de la taille du portefeuille. Nous gardons dans la suite la même allure du portefeuille et modifions de façon homogène les effectifs de celui-ci ainsi que les capitaux totaux. Nous procédons ensuite au calcul du choc IFRS 17 et du *Risk Adjustment* de la même manière que précédemment. Les résultats obtenus sont présentés dans la table 9.3.

Nous remarquons que le choc décroît lentement en fonction de la taille du portefeuille. Nous prouvons en effet analytiquement que multiplier son engagement par un facteur  $k$  revient à diviser le choc IFRS, et par conséquent le *Risk Adjustment*, par  $\sqrt{k}$ . Par ailleurs, plus l'effectif est réduit, plus le *Risk Adjustment* au titre du *volatility risk* constitue une part importante du *Best Estimate*.

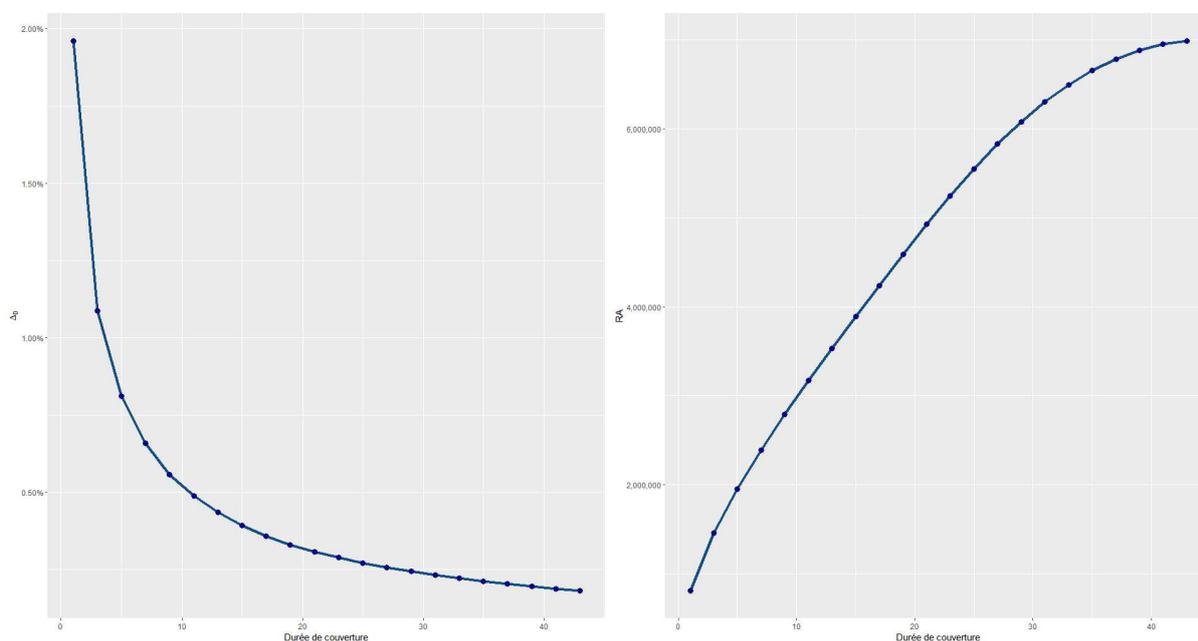
Enfin nous nous intéressons à l'évolution du choc IFRS, noté précédemment  $\Delta_D$ , en fonction de la durée de couverture  $D$  (c.f. Fig 9.3 à gauche). Nous remarquons que la courbe est décroissante ce qui paraît à première vue en contradiction avec le principe de cohérence du *Risk Adjustment* qui veut que celui-ci soit croissant avec la durée (c.f. Section 3.4.1). Néanmoins, deux points sont à souligner. Notons d'abord que la décroissance du choc IFRS ne veut pas forcément dire que le *Risk Adjustment* qui en découle le sera également. Nous rappelons que dans la formule de l'ajustement du choc Solvabilité II (c.f. formule 6.1), le SCR, qui lui est croissant en fonction de  $D$ , intervient également.

## CHAPITRE 9. RA DE MORTALITÉ POUR DES CAPITAUX

Effectif	BE	SCR	RA	Choc IFRS
1 000	7 235 818	625 020	329 225	4,55%
2 988	21 620 625	1 867 559	569 092	2,63%
10 000	72 358 182	6 250 197	1 041 099	1,44%
29 880	216 206 249	18 675 588	1 799 627	0,83%
100 000	723 581 823	62 501 969	3 292 245	0,45%
298 800	2 162 062 488	186 755 884	5 690 920	0,26%
1 000 000	7 235 818 232	625 019 694	10 410 993	0,14%
2 988 000	21 620 624 878	1 867 558 844	17 996 268	0,08%
10 000 000	72 358 182 323	6 250 196 935	32 922 451	0,05%
29 880 000	216 206 248 780	18 675 588 443	56 909 196	0,03%

**Table 9.3** – Application volatility risk : Évolution du Risk Adjustment suivant la taille du portefeuille

Nous vérifions d'ailleurs dans cet exemple que le *Risk Adjustment* obtenu est bien croissant en la durée moyenne de l'engagement (c.f.Fig 9.3 à droite). Notons ensuite que le fait que choix  $\Delta_D$  soit décroissant en  $D$  est cohérent avec la nature même du *volatility risk*. Pour s'en convaincre, il suffit de remarquer que plus le temps passe, plus on observe de décès et donc moins l'incertitude liée au décès est importante.



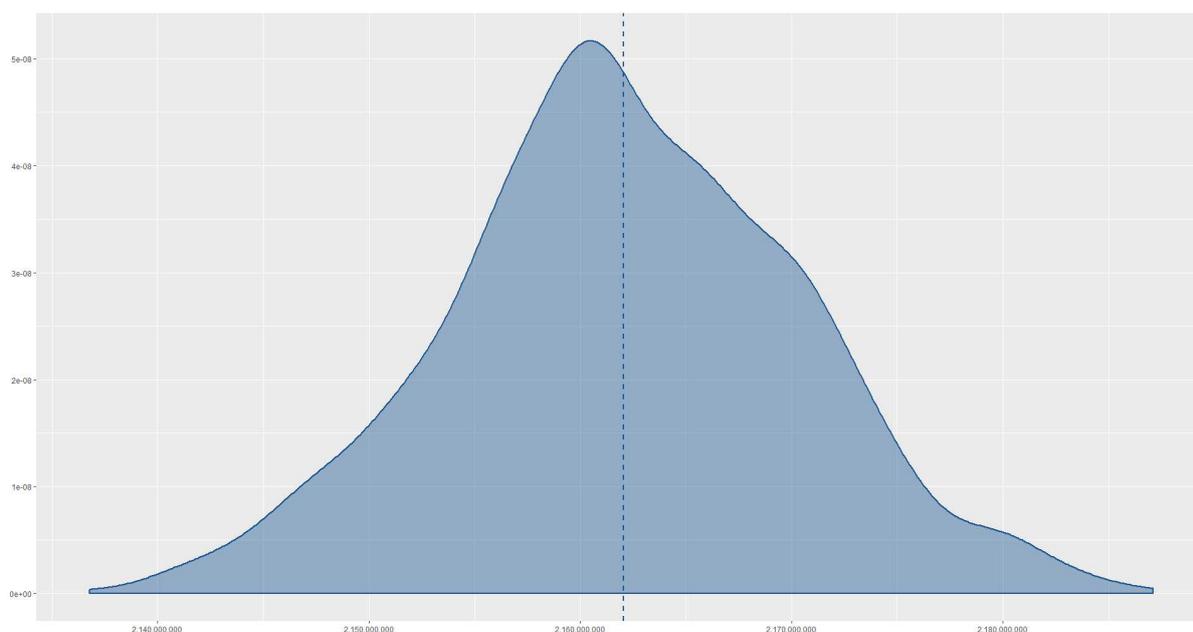
**Figure 9.3** – Évolution du choc IFRS (à gauche) et du montant de Risk Adjustment (à droite) en fonction de l'horizon du risque.

### 9.3 Comparaison avec l'approche simulatoire

Afin de tester la robustesse de notre approche, nous nous proposons maintenant de la comparer à une approche simulatoire. En gardant les mêmes hypothèses sous-jacentes,

### 9.3. COMPARAISON AVEC L'APPROCHE SIMULATOIRE

l'idée ici est de générer aléatoirement des taux de mortalité  $\widehat{q}_{x,t}$  de loi  $\mathcal{N}(q_{x,t}, \sigma_{x,t})$ . Le paramètre de moyenne est obtenu grâce à la table de mortalité, les volatilités sont celles calculées précédemment et dépendent de la taille de l'effectif. Nous obtenons ainsi plusieurs trajectoires possibles pour les flux relatifs à chaque tête. Nous en déduisons ensuite une distribution du *Best Estimate* (c.f. figure 9.4).



**Figure 9.4** – Application RA Mortalité (volatility risk) : Distribution du Best Estimate pour l'approche simulateur. Le trait vertical correspond au Best Estimate central.

La distribution ainsi construite permet d'extraire le quantile au seuil d'appétence IFRS 17 et d'en déduire ainsi un *Risk Adjustment*. Les résultats obtenus sont présentés dans la table 9.4. Nous remarquons que les *Risk Adjustment* obtenus respectivement par l'approche simulateur et l'approximation en ajustant le SCR de mortalité de Solvabilité II sont très proches. Nous noterons ainsi que l'approximation effectuée, quoique très simpliste, se révèle assez robuste.

BE Central	SCR Mortality	RA simulateur	RA proxi
2 162 062 488	186 755 884	5 574 943	5 690 920

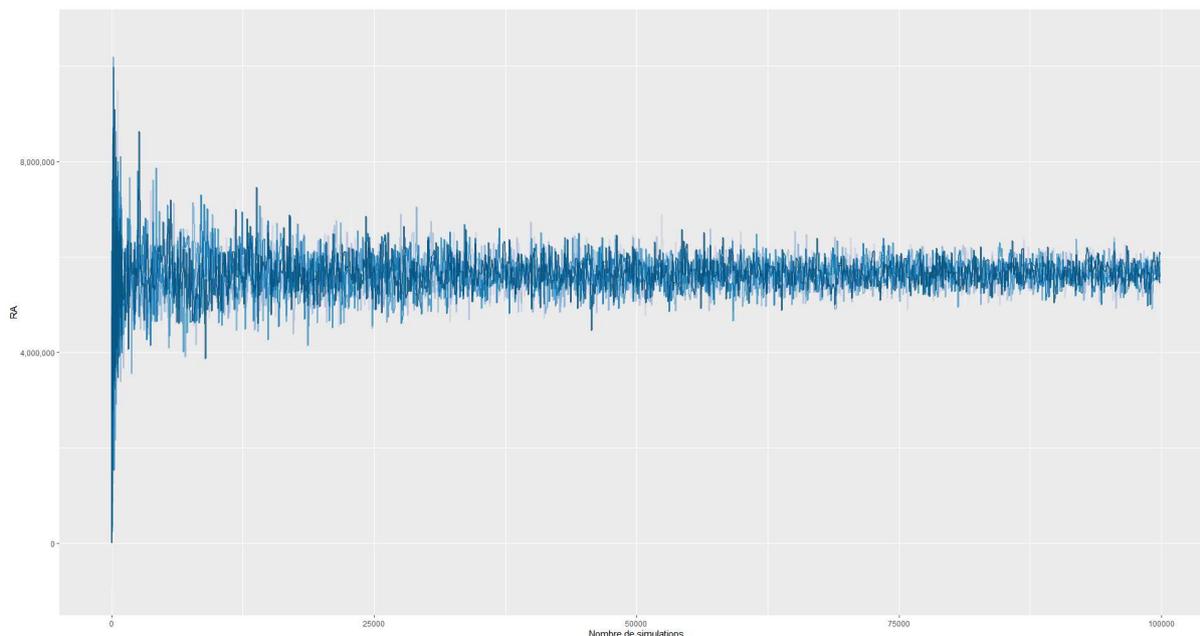
**Table 9.4** – Application volatility risk : SCR, RA et approximation du RA. Seuil d'appétence IFRS  $\alpha = 75\%$ .

Notons par ailleurs que la distribution obtenue n'est pas parfaitement symétrique et n'est pas centrée en le *Best Estimate*. Cela est dû à l'hypothèse de loi Normale considérée dans le modèle sous-jacent. En effet, le fait de prendre des lois gaussiennes pour simuler les taux de mortalité génère dans certains cas des taux négatifs. Vu qu'une borne inférieure nulle est considérée dans les calculs, cela crée un biais dans l'estimation du *Best Estimate*.

Un deuxième inconvénient de l'approche simulateur est son coût en termes de temps de calculs. La figure 9.5 représente la convergence de l'estimateur du *Risk Adjustment* en

## CHAPITRE 9. RA DE MORTALITÉ POUR DES CAPITAUX

fonction du nombre de simulations effectués pour chaque tête. Nous remarquons que celui-ci requiert en effet un nombre très important de simulations pour avoir une convergence correcte. Réaliser 100 000 peut prendre plusieurs heures (près de trois heures pour un horizon de projection de 26 ans dans cet exemple).



**Figure 9.5** – Application RA Mortalité (volatility risk) : Convergence de l'estimateur du Risk Adjustment pour l'approche simulateur.

L'approche par ajustement du SCR développée dans ce mémoire présente donc un intérêt opérationnel majeure, vu qu'elle permet, et ce de façon instantanée, d'obtenir des résultats aussi robustes qu'une approche par simulations. Ainsi la réalisation de stress tests ou l'étude de l'impact d'une variable donnée se révèlent être plus aisées dans le cadre d'une approche déterministe.

### 9.4 Remise en cause des hypothèses du modèle

Nous nous proposons dans la suite de remettre en question notre hypothèse d'absence de volatilité sur les taux de survie. Rappelons en effet qu'en vue d'obtenir une formule fermée pour le choc IFRS, nous avons supposé dans la construction de notre approche que pour le flux en date  $t$  seul le taux de décès de cette année était soumis à un aléa, les taux de mortalité des pas de temps précédents servant à calculer la probabilité de survie jusqu'à  $t$  étaient réputés constants.

Afin d'étudier l'impact de cette hypothèse, nous réalisons dans un deuxième temps un second jeu de simulations qui incluent également un bruit sur les taux de survie. Dans ce cas de figure, le *Best Estimate* est donné par la formule suivante :

$$\widetilde{BE}^* = \sum_x C_x \sum_{i=1}^D \widehat{q_{x+i,t}} \prod_{k=1}^{t-1} (1 - \widehat{q_{x+k,k}})$$

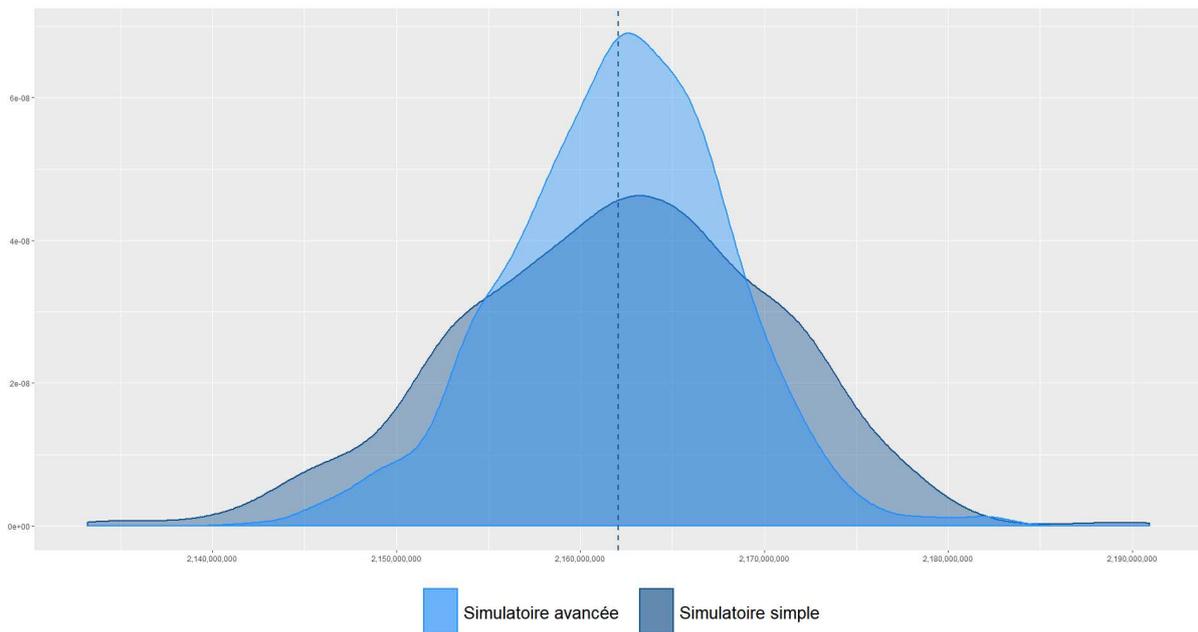
## 9.4. REMISE EN CAUSE DES HYPOTHÈSES DU MODÈLE

Nous gardons les mêmes hypothèses que précédemment et obtenons une nouvelle densité pour le *Best Estimate* sous cette approche. Nous calculons de même le quantile au seuil d'appétence IFRS 17 et en déduisons un *Risk Adjustment*. La table 9.5 présente les résultats obtenus.

BE Central	SCR	RA simulateur simple	RA simulateur avancée
2 162 062 488	186 755 884	5 574 943	4 057 326

**Table 9.5** – Résultats Risk Adjustment pour les approches simulateurs simple et avancée.

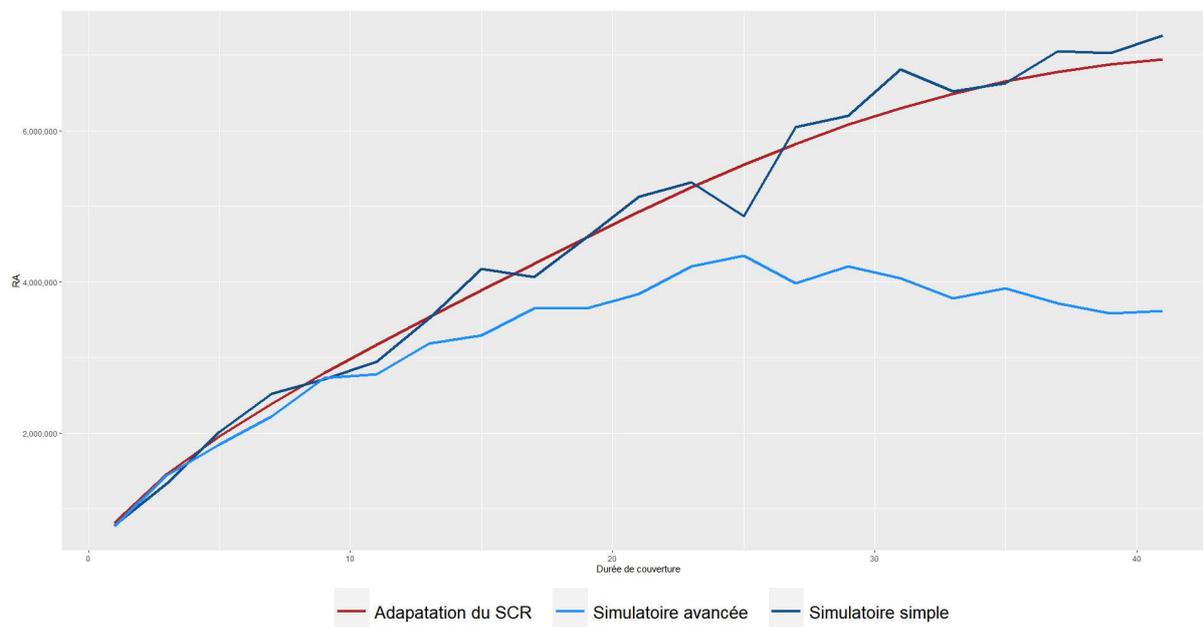
Nous remarquons que le *Risk Adjustment* obtenu par cette deuxième approche simulateur (que l'on dénommera désormais approche simulateur avancée) est plus faible que celui obtenu par l'approche simulateur précédente (approche simulateur simple). En effet, le fait de rajouter de l'aléa dans la formule du *Best Estimate* diminue la variance de ce dernier comme on peut le voir en traçant les densités des deux approches (c.f. figure 9.6). Ainsi, le fait d'adopter l'hypothèse simplificatrice se révèle être ici plus prudent. Ce comportement qui peut paraître assez contre-intuitif aux premiers abords a été prouvé analytiquement dans le cadre de ce mémoire. La preuve est présentée en annexe A et établit par ailleurs des formules permettant de quantifier l'écart entre les variances du *Best Estimate* pour les deux approches.



**Figure 9.6** – Densités du Best Estimate pour les approches simulateurs simple et avancée.

Dans la suite, nous nous intéressons à quantifier de façon empirique l'écart entre ces deux approches simulateurs en fonction de la durée de couverture. Nous réalisons pour chacune des approches plusieurs jeux de simulations en faisant varier la durée moyenne de couverture du portefeuille. Nous traçons ensuite la courbe de l'évolution du *Risk Adjustment* en fonction de cette dernière pour chaque approche (c.f. figure 9.7).

Nous remarquons que l'écart (absolu et relatif) entre les deux approches simulateurs devient de plus en plus important quand la durée moyenne de l'engagement du porte-



**Figure 9.7** – Évolution du Risk Adjustment pour les différentes approches en fonction de la durée moyenne de couverture.

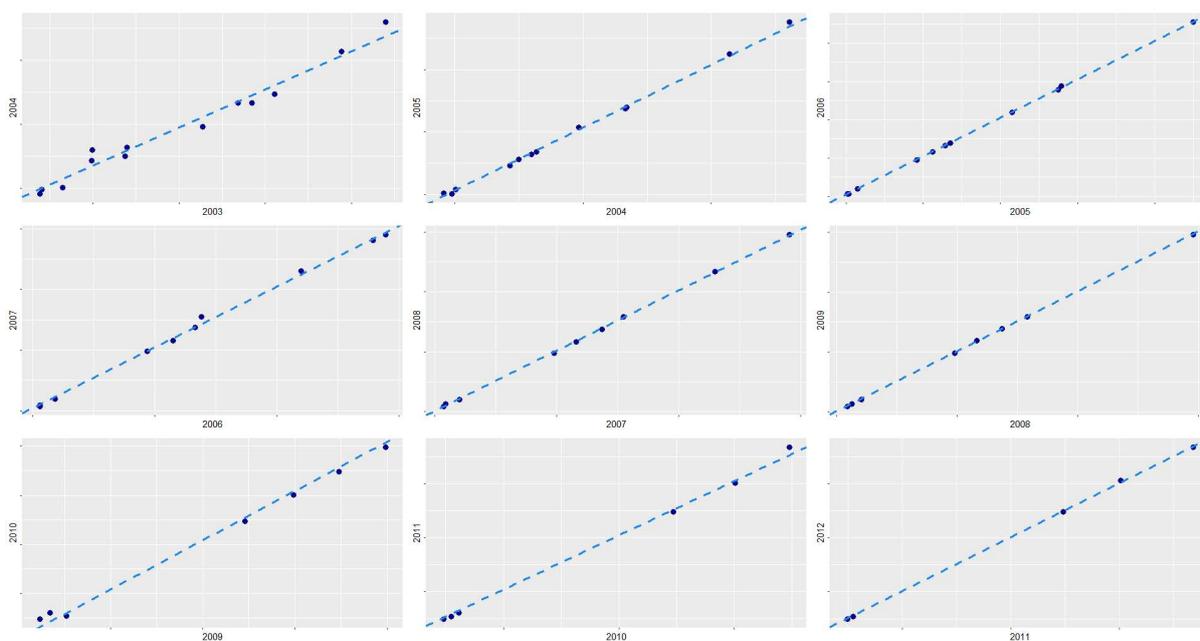
feuille croit. L'approche discrète par adaptation du SCR proposée dans ce mémoire reste quant à elle très proche de l'approche simulateur simple. Bien que l'écart entre l'approche simulateur avancée et l'approche déterministe soit dans un sens plus prudent, un ajustement supplémentaire peut être effectué pour améliorer l'approche par adaptation du SCR pour les portefeuilles avec des durées d'engagement importantes. Nous n'aborderons pas cet ajustement dans le cadre de ce mémoire. Une piste de réflexion pourrait être d'exploiter les formules établies en annexe A pour calculer à l'aide des formules fermées des écarts-types du *Best Estimate* pour les deux approches. Un ajustement pourrait, par exemple, être établi en multipliant le *Risk Adjustment* de l'approche déterministe par le rapport de ces deux écarts-types.

# 10 RA de réserve pour des garanties non vie

## 10.1 Hypothèses et données

Nous nous plaçons ici dans le cadre d'un assureur non vie, proposant des garanties Dommage, Multirisque Habitation et Responsabilité civile (Matérielle et Corporelle). Nous nous intéressons au calcul du *Risk Adjustment* au titre du risque de réserve. Le risque de prime ne sera quant à lui pas traité dans ce cadre.

Nous disposons d'un jeu de données contenant les paiements cumulés de ces 4 *Line of Business* (LoB) couvrant la période entre 2003 et 2016. Nous construisons grâce à ce jeu de données le triangle des paiements cumulés pour chaque LoB pour la clôture de 2016. Nous extrayons ensuite un historique de 10 triangles qui correspondent aux clôtures successives entre 2007 et 2016. Pour des raisons de confidentialité, les différents triangles de paiement cumulés ne seront pas explicités dans ce mémoire.



**Figure 10.1** – Vérification des hypothèses Chain-Ladder pour la garantie Dommage.

Nous vérifions dans un premier temps que les hypothèses du modèle de Chain-Ladder sont bien vérifiées. Pour chaque LoB, nous traçons les couples de paiements cumulés de

## CHAPITRE 10. RA DE RÉSERVE POUR DES GARANTIES NON VIE

deux années de développement successives et vérifions que les points sont approximativement alignés. La figure 10.1 montrent les graphes obtenus pour la garantie dommage à titre d'exemple. Notons que cette étape est essentielle avant d'appliquer les méthodes de provisionnement basées sur Chain-Ladder.

Nous nous plaçons désormais à la clôture du 31/12/2016. Les 9 premiers triangles correspondant aux clôtures entre 2007 et 2015 constituent notre base d'apprentissage. Ils seront ainsi utilisés pour déterminer de façon empirique une fonction liant la volatilité à l'ultime et la volatilité à horizon un an. Le *Risk Adjustment* en 2016 sera ensuite prédit en utilisant la formule 7.1 établie dans la section 7.

Nous supposons que l'organisme assureur fixe son seuil d'appétence au risque IFRS 17 à  $\beta = 75\%$ .

### 10.2 Calcul du *Risk Adjustment* de réserve

Dans un premier temps, nous nous intéressons aux volatilités de Mack et de Merz & Wüthrich pour les clôtures de 2007 à 2015. Nous calculons dans un premier temps les volatilités sous ces deux approches pour chaque année de clôture et chaque LoB. L'idée maintenant est de calibrer une fonction lien entre les deux visions. À cette étape, plusieurs approches sont envisageables. Nous choisissons d'effectuer une régression polynomiale pour déterminer cette fonction lien (cf. figure 10.2). Le degré du polynôme est déterminé pour chaque LoB de sorte à ce que tous les coefficients polynomiaux soient significatifs. L'idée est alors de fixer un degré maximum de façon arbitraire puis de le diminuer jusqu'à avoir un modèle dont tous les coefficients sont significatifs. Dans notre cas de figure, des polynômes de degré 1 étaient suffisants pour calibrer une fonction assez robuste. La table 10.1 présente les résultats des différentes régressions. Notons que d'autres approches pourraient être envisageables. À titre d'exemple, une fonction paramétrique non polynomiale pourrait être calibrée par une méthode des moindres carrés ordinaires.

			Coefficients	Estimate	Std Error	p-value
Dommage	$R^2$ ajusté	64,12%	Intercept	0,06	0,02	0,033
	p-value	0,006	Degré 1	0,68	0,17	0,006
MRH	$R^2$ ajusté	98,18%	Intercept	0,00	0,01	0,808
	p-value	1,49E-07	Degré 1	1,05	0,05	1,49E-07
RC Corp	$R^2$ ajusté	65,60%	Intercept	0,07	0,01	0,001
	p-value	0,005	Degré 1	0,52	0,13	0,005
RC Mat	$R^2$ ajusté	99,65%	Intercept	0,01	0,00	0,022
	p-value	4,68E-10	Degré 1	0,96	0,02	4,68E-10

**Table 10.1** – Récapitulatif des modèles de régression de la fonction lien pour chaque LoB.

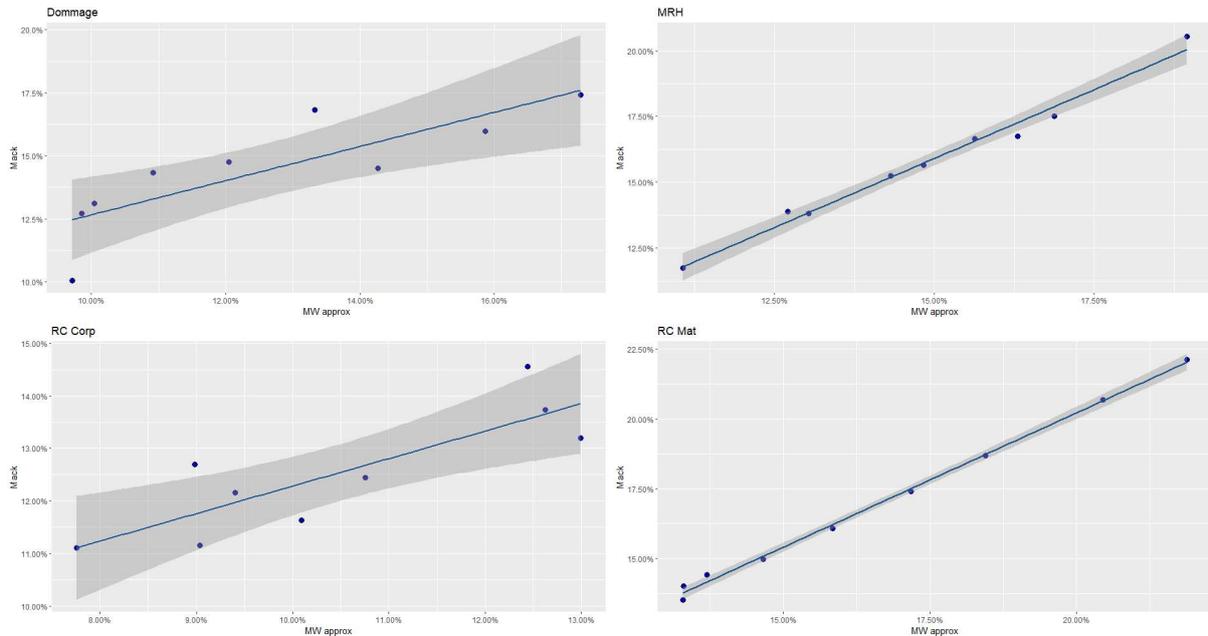
Notons que pour les quatre LoB, le coefficient d'origine en zéro est très peu significatif. La fonction liant la volatilité à horizon un an et la volatilité à l'ultime peut, dans notre cas de figure, être assimilée à une simple homothétie. La pente dépend quant à elle de la Lob considérée.

Pour chaque LoB  $l$ , nous obtenons ainsi de façon empirique des fonctions  $f_l$  telles

## 10.2. CALCUL DU *RISK ADJUSTMENT* DE RÉSERVE

que :

$$\sigma_l^{IFRS} = f_l(\sigma_l^{SII})$$



**Figure 10.2** – Fonctions lien entre la volatilité de Mack et volatilité de Merz & Wüthrich pour les 4 LoBs.

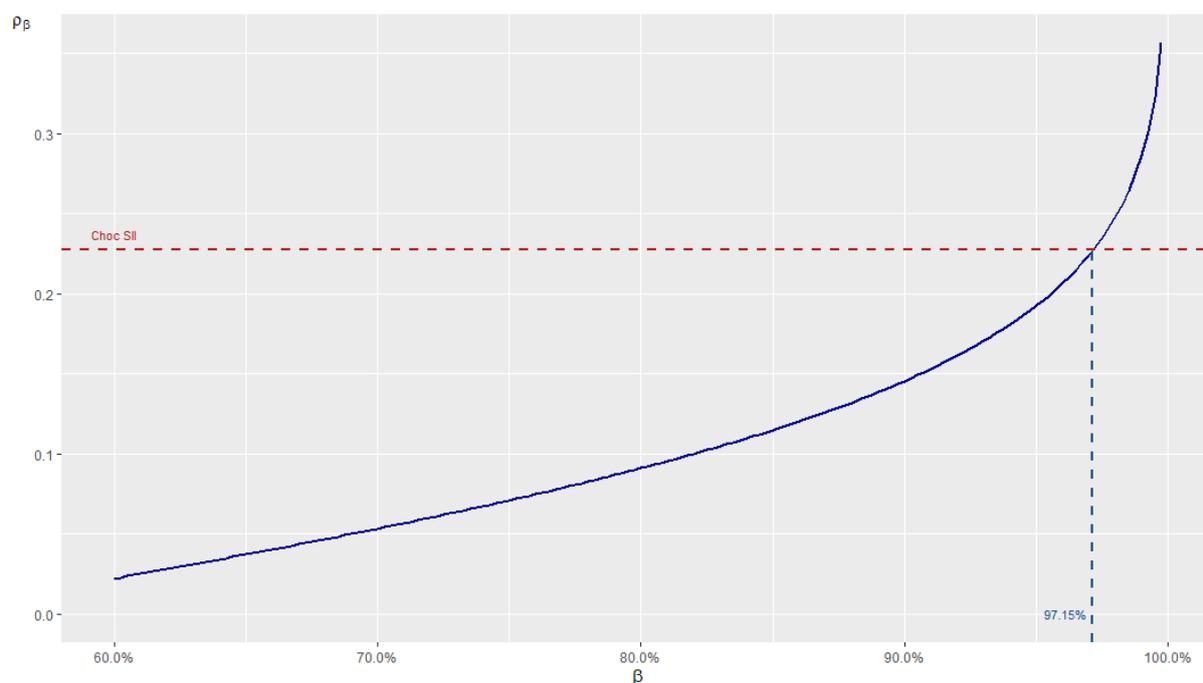
Nous nous plaçons maintenant à la clôture de 2016 et supposons inconnue la volatilité de Mack. Le SCR de réserve et la volatilité à horizon 1 an sont quant à eux donnés. En utilisant les fonctions  $f_j$  calibrées aux précédentes clôtures, nous pouvons maintenant calculer un *Risk Adjustment* au titre du risque de réserve comme indiqué dans la section 7. Afin de vérifier la robustesse de notre approximation, nous calculons à partir du triangle de la clôture de 2016 la volatilité à l'ultime de celui-ci puis en déduisons la vraie valeur du *Risk Adjustment*. La table 10.2 résume les résultats obtenus. Nous remarquons que l'approche par adaptation du SCR en utilisant les fonctions calibrées ci-dessus procurent des résultats suffisamment robustes pour les 4 LoBs. L'erreur commise par rapport au calcul exact du *Risk Adjustment* est négligeable. Nous arrivons ainsi à obtenir une valeur consistante du *Risk Adjustment* de réserve en adaptant le SCR grâce à la volatilité liée à celui-ci en plus d'un unique paramètre de pente qui caractérise notre fonction lien. Nous pouvons ainsi calculer le *Risk Adjustment* sans forcément avoir le détail du triangle.

GoC	SCR	RA	RA proxy	Erreur
<b>Dommage</b>	5 427 799	1 465 915	1 486 366	-1,40%
<b>MRH</b>	9 357 191	2 144 055	2 095 330	2,27%
<b>RC Corp</b>	11 997 679	3 705 484	3 716 014	-0,28%
<b>RC Mat</b>	3 086 374	686 358	677 550	1,28%

**Table 10.2** – Application risque de réserve : SCR, RA et approximation du RA. Seuil d'appétence IFRS  $\beta = 75\%$

## CHAPITRE 10. RA DE RÉSERVE POUR DES GARANTIES NON VIE

Nous noterons que sous les hypothèses précédemment énoncées, l'erreur de l'approximation du *Risk Adjustment* vient uniquement de l'erreur d'approximation de la volatilité de Mack par la fonction lien. La qualité de l'ajustement du RA au titre du risque de réserve ne dépendra donc que du calibrage de cette fonction. Il est à souligner aussi qu'en pratique les assureurs disposent des triangles de développement. De plus, le coût du calcul des deux volatilités n'est pas important, ce qui remet en cause l'intérêt de l'approximation présentée ici. Néanmoins, cette dernière prend sens dans le cas où l'on souhaiterait construire un module pour le calcul du RA qui ferait suite à un modèle Solvabilité II. On chercherait alors à n'utiliser que les sorties du modèle Solvabilité II sans avoir recours aux données utilisées en amont par ce même modèle. Dans le milieu professionnel, on retrouve ce cas de figure dans les compagnies pour lesquels les services Inventaire et IFRS 17 seraient distincts.



**Figure 10.3** – Évolution du choc de réserve en fonction du seuil d'appétence  $\beta$  pour la LoB RC\_Corp

Enfin, nous remarquons que pour les 4 LoB, bien que la volatilité de Mack soit supérieur à celle Merz & Wüthrich, le RA obtenu est inférieur au SCR de réserve. Cela est dû au seuil d'appétence IFRS  $\beta = 75\%$  qui est bien inférieur au seuil 99,5% fixé par la norme Solvabilité II. Nous nous intéressons donc au seuil  $\beta$  à partir duquel la RA devient plus coûteux que le SCR. Nous traçons pour cela  $\rho_\beta$  en fonction de  $\beta$  à volatilité fixée. Il s'agit alors de trouver le seuil d'appétence  $\beta_0$  tel que pour une LoB donnée  $l$  on ait :

$$\rho_{\beta_0}(\sigma_l^{IFRS}) = 3 \sigma_l^{SII}$$

Pour la garantie Responsabilité Civile Corporelle par exemple (c.f. figure 10.3) on trouve  $\beta_0^{RC\_Corp} \approx 97.15\%$ .

La valeur de  $\beta_0$  dépend surtout de la valeur de volatilité de Mack et de son écart avec la volatilité de Merz & Wüthrich.

## 10.3 Autres méthodologies de calcul du *Risk Adjustment* de réserve

Nous nous proposons dans cette partie de comparer la méthodologie proposée dans ce mémoire avec d'autres approches plus classiques. Nous nous intéresserons plus particulièrement au Bootstrap. Il s'agit d'une approche stochastique non paramétrique qui permet de construire une distribution pour la provision à constituer.

Le Bootstrap non paramétrique est basé sur un ré-échantillonnage avec remise de données indépendantes et identiquement distribuées. À partir du triangle nous calculons dans un premier temps des résidus suivant des hypothèses de lois discutées un peu plus bas. Nous créons des échantillons à partir de ces résidus pour construire ainsi plusieurs triangles de pseudo-résidus. Pour chaque triangle, nous inversons la procédure de calcul des résidus pour obtenir des triangles de paiements cumulés. Ces derniers permettent d'établir ainsi une provision avec une méthode déterministe (en général Chain-Ladder). Le lecteur désireux d'en savoir plus sur le provisionnement par Bootstrap est invité à consulter England and Verrall [1998].

Nous effectuons ici deux variantes du Bootstrap. Une première dite Bootstrap ODP, est l'approche historiquement la plus commune. Une seconde dite Bootstrap Mack, est une variante de la première qui introduit moins de variance. La différence entre les deux réside dans le calcul des résidus et les hypothèses de lois sous-jacentes à ceux-ci. Plus de détails sont disponible dans England and Verrall [2006]. Pour chacune des deux variantes, 10 000 pseudo-triangles seront simulés.

Nous nous intéressons par ailleurs au calcul d'un *Risk Adjustment* agrégé afin de tenir compte de la diversification entre nos différentes *Lines of Business*. Nous construisons dans un premier temps un triangle agrégé en sommant les paiements des 4 LoB. Le *Risk Adjustment* diversifié est alors obtenu en appliquant les différentes méthodologies de calcul de *Risk Adjustment* sur le triangle des paiements agrégés.

Nous allouons dans un deuxième temps le *Risk Adjustment* diversifié aux différentes LoB. Plusieurs méthodologies d'allocation sont envisageables dans ce cas. Une étude de la corrélation entre les différentes LoB peut être menée pour déterminer au mieux le bénéfice de diversification au niveau de chacune d'entre elles. La détermination d'une allocation optimale n'étant pas le sujet central de ce mémoire, nous optons ici à titre illustratif pour une allocation proportionnelle au *Risk Adjustment* non diversifié.

Il est à souligner que sous IFRS 17, l'allocation devra à ce niveau aussi se faire à une maille plus fine. En effet, la granularité du calcul de la CSM impose d'allouer le *Risk Adjustment* diversifié à la maille groupe de contrats.

Les résultats obtenus sont présentés dans la table 10.3. Nous remarquons que l'approche Bootstrap Mack donne des résultats très proches de ceux de l'approche par adaptation du SCR, en comparaison avec la variante Bootstrap ODP. Notons que si au niveau agrégé, l'approche Bootstrap ODP paraît plus prudente en proposant une valeur plus grande pour le *Risk Adjustment*, ce constat n'est pas vérifié à la maille LoB. Nous remarquons en effet que l'ordre des *Risk Adjustment* obtenus pour chacune des méthodes dépend de la LoB considérée. Cette disparité entre les différentes méthodes engendre des écarts relativement significatifs au niveau des *Risk Adjustment* diversifiés et réalloués sur les 4 LoB. Du point de vue IFRS 17, cela peut avoir un réel impact au niveau de la

## CHAPITRE 10. RA DE RÉSERVE POUR DES GARANTIES NON VIE

LoB	Adaptation SCR		Bootstrap ODP		Bootstrap Mack	
	RA avant agrégation	RA diversifié	RA avant agrégation	RA diversifié	RA avant agrégation	RA diversifié
<b>Dommage</b>	1 486 366	880 705	1 589 267	972 586	1 454 261	854 918
<b>MRH</b>	2 095 330	1 241 530	1 802 274	1 102 940	2 150 537	1 264 238
<b>RC_Corp</b>	3 716 014	2 201 821	4 083 874	2 499 214	3 709 125	2 180 486
<b>RC_Mat</b>	677 550	401 464	533 713	326 617	684 671	402 498
<b>Total</b>	4 725 520		4 901 356		4 702 139	

**Table 10.3** – Comparaison des différentes méthodes de calcul pour le Risk Adjustment de risque de réserve.

construction des groupes de contrats, en particulier au niveau des contrats avec une faible profitabilité. Un *Risk Adjustment* diversifié avec une forte variabilité suivant la méthode choisie pourrait avoir un impact sur le caractère *onerous* ou non du groupe de contrat considéré.

Notons enfin que les approches par simulations nécessitent des triangles avec une certaine profondeur d'historique et un développement assez long. Dans le cas contraire, le Bootstrap peut effectivement mener à des mesures aberrantes surtout pour les quantiles extrêmes. Soulignons aussi que les résultats obtenus grâce à ces approches peuvent être très sensibles au nombre de simulations effectuées.

# 11 RA de rachat en assurance emprunteur

## 11.1 Présentation de la garantie et du modèle SII

L'assurance emprunteur intervient lors de la souscription d'un prêt, le plus souvent pour un prêt immobilier. Il s'agit d'une assurance permettant à l'emprunteur de se protéger contre les différents risques susceptibles d'empêcher le remboursement de ses mensualités.

Nous nous intéressons ici à un contrat d'assurance qui couvre les risques de décès et d'arrêt de travail. De ce fait, l'assureur s'engage à payer le capital restant dû en cas de décès de l'assuré. De plus, en cas d'arrêt de travail de ce dernier, les prestations correspondent aux versements des mensualités tant que l'assuré est en arrêt. Elles cessent dès la reprise du travail, le passage à la retraite ou le décès. Nous considérons dans ce cas de figure qu'aucune prestation n'est versée en cas de rachat (i.e. résiliation) du contrat. Le contrat est modélisé par une chaîne de Markov. La figure 11.1 montre les différents états et les transitions possibles.

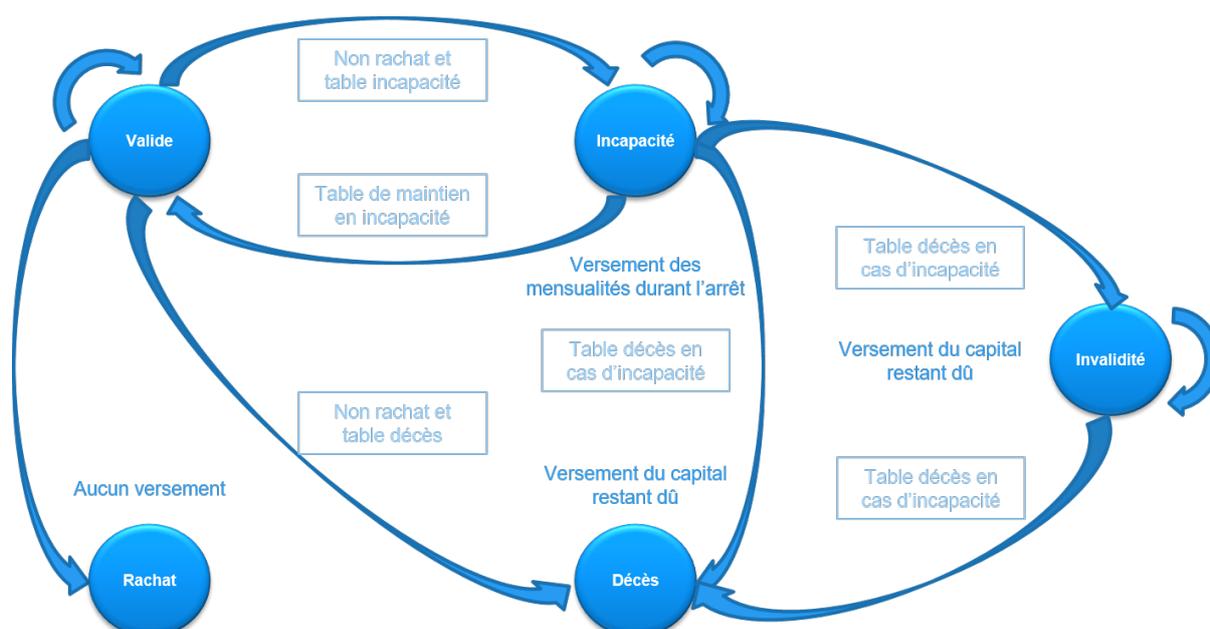


Figure 11.1 – Etats de l'assuré et transitions possibles pour le contrat emprunteur

## CHAPITRE 11. RA DE RACHAT EN ASSURANCE EMPRUNTEUR

Un individu valide a 4 états possibles tout au long de la projection (dans l'ordre) :

- Valide
- Arrêt de Travail (Incapacité/Invalidité)
- Décès
- Rachat

L'individu commence par l'état valide et va passer dans chaque état selon les probabilités correspondantes.

Le passage en Arrêt de Travail est conditionné par la table d'incidence. Il s'agit d'une table d'expérience, le taux d'incidence est fonction de la durée et génération du prêt, son ancienneté, l'âge et le sexe de l'emprunteur.

Le Décès est conditionné par une table d'expérience de mortalité. Les taux de mortalité dépendent là aussi des mêmes caractéristiques que les tables d'incidence en Arrêt de travail.

La fréquence de résiliation des contrats est conditionnée par une table de rachat. Les taux de rachat annuels sont fonction du temps mais aussi d'une classe d'assuré. Ces classes ont été construites par l'assureur et dépendent de l'ancienneté du contrat et de sa génération de souscription. La figure 11.2 présente l'allure des taux de rachat pour les différentes classes d'assurés.

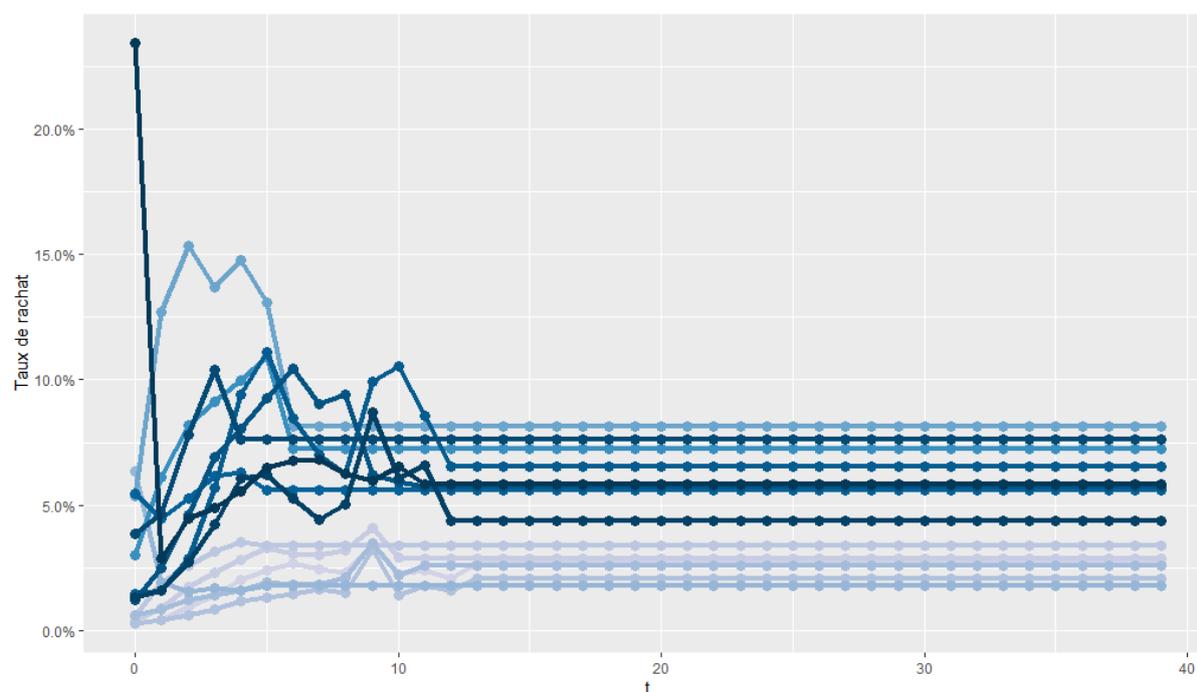


Figure 11.2 – Taux de rachats pour les différentes classes d'assurés

Nous disposons d'un portefeuille de près de 23 000 assurés. La table 11.1 représente le profil général du portefeuille considéré par génération de souscription.

## 11.2. CALCUL DU RA DE RACHAT

Année de souscription	Nombre d'adhésions	Capital moyen emprunté	Durée moyenne d'engagement	Taux de prêt moyen	Age moyen des assurés
1992	3	18 979	25,08	1,67%	61,00
1993	1	9 147	26,42	1,00%	52,00
1996	40	49 342	21,38	3,53%	52,35
1997	189	51 404	20,26	1,80%	53,63
1998	176	67 454	20,29	2,28%	51,88
1999	371	87 596	19,91	3,08%	50,89
2000	366	133 113	19,33	3,31%	51,28
2001	402	106 305	18,67	3,65%	51,33
2002	948	143 153	16,99	3,43%	51,29
2003	1079	179 528	16,90	3,55%	51,85
2004	1150	215 125	16,73	3,43%	52,43
2005	1366	234 210	17,10	3,36%	51,96
2006	2215	261 867	17,09	3,15%	51,09
2007	2179	225 443	17,44	3,04%	47,94
2008	1315	185 125	17,17	3,17%	46,50
2009	1006	143 184	14,93	3,08%	45,59
2010	912	129 779	14,74	2,64%	44,06
2011	1911	136 959	19,64	1,93%	41,69
2012	2126	111 238	18,73	2,33%	40,81
2013	1204	153 005	16,23	3,09%	40,09
2014	1233	207 874	14,98	2,79%	40,21
2015	1277	253 783	15,70	2,54%	38,79
2016	1473	319 027	15,03	1,67%	38,96
<b>Total</b>	<b>22942</b>	<b>189 791</b>	<b>17,07</b>	<b>2,84%</b>	<b>45,84</b>

**Table 11.1** – Application risque de rachat : Profil des adhésions pour le portefeuille emprunteur.

## 11.2 Calcul du RA de rachat

Le modèle Solvabilité II permet d'extraire l'ensemble des flux par tête et par année de projection. Pour chaque assuré  $x$ , nous disposons d'un échéancier de flux  $(F_{x,t})_t$  avec :

$$F_{x,t} = PM_{x,t}^{AT} + PM_{x,t}^{DC} + S_{x,t}^{AT} + S_{x,t}^{DC} - P_{x,t}$$

Où :

- $PM_{x,t}^{AT}$  est la provision (probabilisée) constituée pour la prestation en cas d'arrêt de travail (incapacité et invalidité).
- $PM_{x,t}^{DC}$  est la provision constituée pour la prestation en cas de décès.
- $S_{x,t}^{AT}$  est la prestation versée l'année  $t$  au titre du risque d'Arrêt de Travail.
- $S_{x,t}^{DC}$  est la prestation versée l'année  $t$  au titre du risque de décès.
- $P_{x,t}$  est la prime versée par l'assuré  $x$  l'année  $t$  pondérée par la probabilité de non résiliation du contrat.

## CHAPITRE 11. RA DE RACHAT EN ASSURANCE EMPRUNTEUR

En notant  $\widetilde{R}_{t,x}$  la probabilité aléatoire de rachat l'année  $t$  du contrat de l'assuré  $x$ , et  $r_t$  le taux d'actualisation en  $t$ , le *Best Estimate* s'écrit alors :

$$\widetilde{BE} = \sum_{t=1}^D \sum_{x=1}^A \prod_{k=1}^t (1 - \widetilde{R}_{k,x}) \cdot \frac{F_{x,t}}{(1 + r_t)^t}$$

*Remarque.* À cette étape de l'extraction, nous avons choisi, par souci d'exhaustivité, de garder une granularité individuelle des flux. D'un point de vue plus opérationnel, il est possible lors de cette extraction d'agréger le portefeuille d'assuré suivant des caractéristiques d'ancienneté et de rachat commune. Cela permettrait d'améliorer les performances du modèle.

Ne disposant pas dans ce cas des modèles utilisés par l'assureur pour construire la table de rachat, nous utiliserons ici des variantes des approches Normale (c.f. section 5.2) et Log-Normale (c.f. section 8.2) afin de les comparer. Nous supposons alors qu'en vision IFRS 17, pour tout assuré  $x$ , le taux de rachat au pas de temps  $t$  s'écrit pour l'approche Normale :

$$\widetilde{R}_{t,x} = R_{t,x} + \sigma_{t,x} \sum_{k=1}^t \epsilon_k$$

Et pour l'approche Log-Normale :

$$\widetilde{R}_{t,x} = R_{t,x} \exp\left(-\frac{\sigma_{t,x}^2}{2}t + \sigma_{t,x} \sum_{k=1}^t \epsilon_k\right)$$

Où :

- $R_{t,x}$  est le taux de rachat central (de la table de rachat)
- $\sigma_{t,x}$  est le paramètre de volatilité
- $\epsilon_k \stackrel{iid}{\sim} \mathcal{N}(0, 1)$

Notons que pour les deux approches, le paramètre d'espérance est fixé de sorte à vérifier que  $\mathbb{E}[\widetilde{R}_{t,x}] = R_{t,x}$ .

Il s'agit dans un deuxième temps d'extraire les chocs IFRS 17 pour les deux approches. Rappelons qu'ici aucun flux n'est versé en cas de résiliation du contrat. De ce fait, seul le choc à la baisse ( $\Delta_{Down}^{SII} = -50\%$ ) est significatif. Nous nous intéressons donc au calcul du RA pour le scénario de baisse des taux de résiliation et fixons là encore le seuil d'appétence IFRS 17 à  $\alpha = 75\%$ . Cela correspond alors à un quantile d'ordre  $1 - \alpha = 25\%$  pour les taux de rachat.

Rappelons que le choc IFRS 17 pour l'approche normale est donné par :

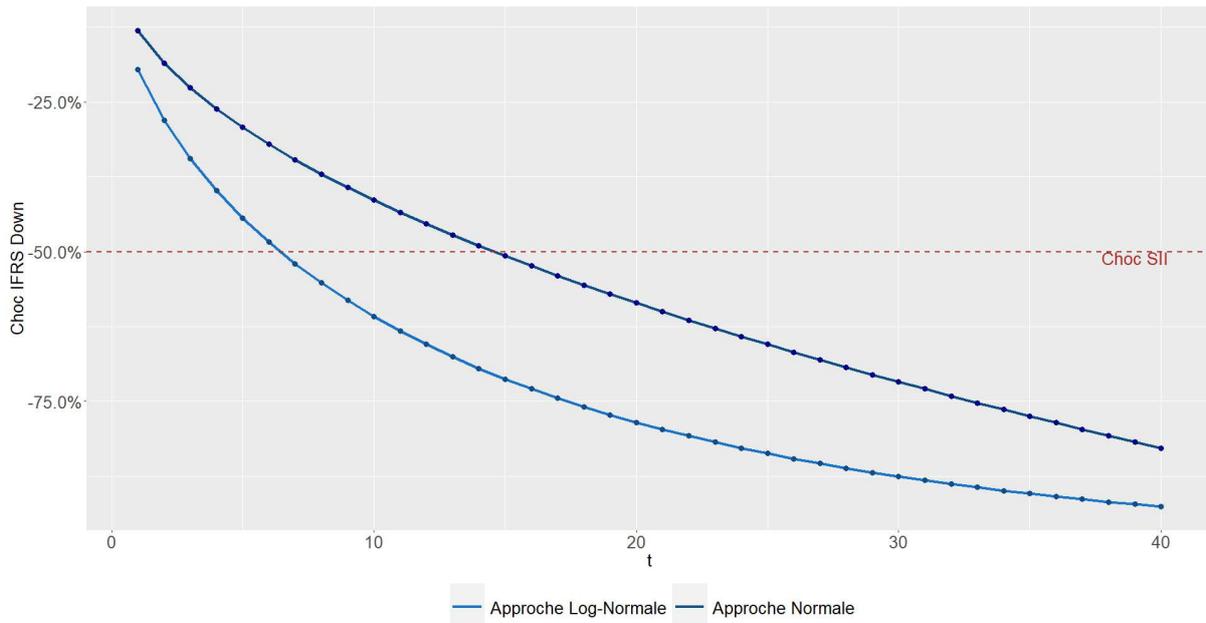
$$\Delta_{t,75\%}^{IFRS\ Norm} = \left(-50\%\right) \frac{\mathbf{q}_{25\%}\sqrt{t}}{\mathbf{q}_{0.5\%}}$$

Pour l'approche Log-Normale, le choc IFRS 17 est obtenu comme suit :

$$\Delta_{t,75\%}^{IFRS\ Log-Norm} = \left(1 - 50\%\right) \frac{\mathbf{q}_{25\%}\sqrt{t}}{\mathbf{q}_{0.5\%}} \exp\left(-\frac{t}{2} \left[\frac{\ln(1 - 50\%)}{\mathbf{q}_{0.5\%}}\right]^2\right) - 1$$

Avec  $q_a$  le quantile d'ordre  $a$  d'une loi Normale centrée réduite.

La figure 11.3 représente l'évolution des deux chocs ci-dessus dans le temps. Nous remarquons qu'à seuil d'appétence 75%, l'approche Log-Normale produit des chocs plus importants que l'approche Normale qui de surcroît décroît de façon exponentielle vers  $-100\%$ .



**Figure 11.3** – Chocs IFRS 17 pour les approches Normale et Log-Normale

Le choc IFRS dans l'approche Normale tend quant à lui vers  $-\infty$ . En pratique, il faudra donc bien vérifier que le taux choqué reste positif en fixant une borne inférieure nulle pour celui-ci. Notons par ailleurs que cela assure l'existence d'un pas de temps  $\tau_\alpha$  au-delà duquel le choc IFRS de l'approche Normale devient plus important que son homologue dans l'approche Log-Normale. Ici on a  $\tau_{75\%} = 55 \text{ ans}$ .

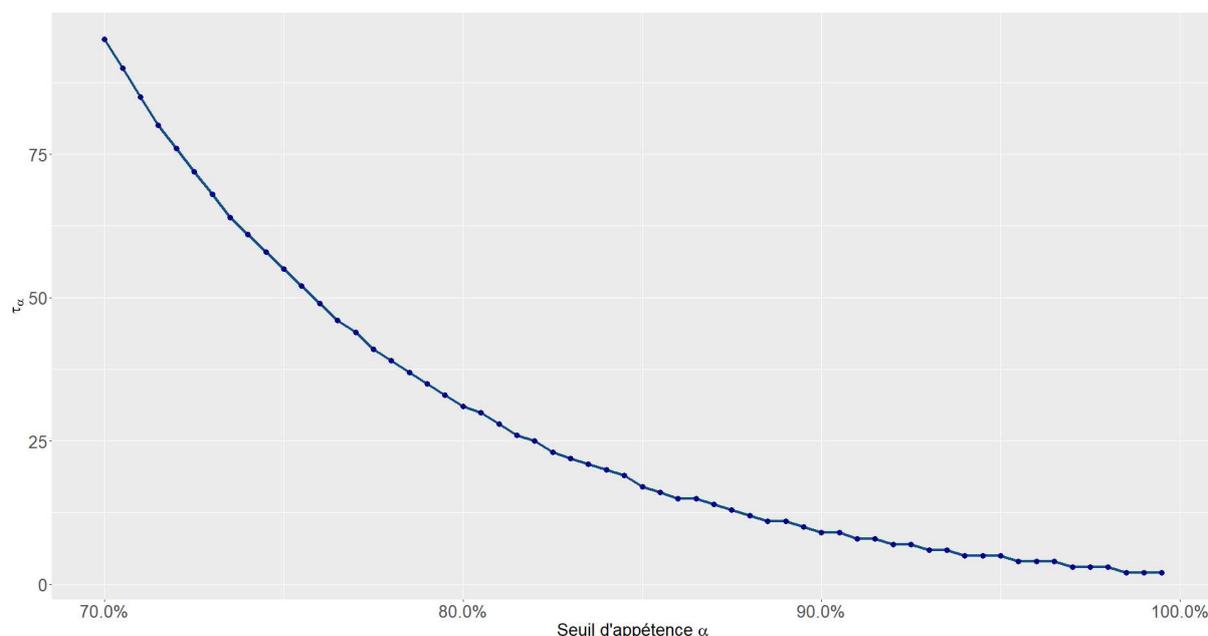
Nous noterons alors qu'à seuil d'appétence au risque fixé, le choc appliqué aux flux sur lesquels s'est engagé l'assureur jusqu'au pas de temps  $\tau_\alpha$ , sera systématiquement plus important pour l'approche Log-Normale. Ainsi a-t-on que pour un horizon du risque inférieur à cette grandeur, le *Risk Adjustment* en scénario de baisse des taux de rachat sera forcément plus conséquent avec l'approche Log-Normale. Pour un horizon de risque supérieur à  $\tau_\alpha$ , l'écart entre les deux approches dépendra de la distribution des flux dans le temps.

Nous construisons de façon empirique la courbe de l'évolution de  $\tau_\alpha$  en fonction du seuil d'appétence IFRS 17  $\alpha$  (c.f. fig. 11.4). Nous remarquons que le seuil  $\tau_\alpha$  décroît en fonction du seuil d'appétence au risque de la compagnie. Ainsi, plus l'assureur sera averse au risque en fixant un seuil d'appétence important, plus le *Risk Adjustment* sous l'approche Normale sera conséquent au point de dépasser celui obtenu par l'approche Log-Normale.

Notons par ailleurs que l'approche déterministe que l'on a construite dans ce mémoire, offre ici un véritable intérêt opérationnel dans le sens où elle permet de construire facilement des indicateurs permettant de comparer différents modèles compte tenu des ca-

## CHAPITRE 11. RA DE RACHAT EN ASSURANCE EMPRUNTEUR

ractéristiques du risque considéré. Dans ce cas de figure, le seuil d'appétence au risque ainsi que l'horizon de risque suffisent pour comparer les *Risk Adjustment* calculés pour chaque méthode. Obtenir des résultats similaires avec une approche simulatoire serait plus chronophage du fait qu'il requiert de relancer plusieurs simulations à chaque changement d'hypothèses.



**Figure 11.4** – Evolution du seuil  $\tau_\alpha$  en fonction du seuil d'appétence IFRS 17  $\alpha$ .

Une fois les chocs IFRS 17 calculés, il s'agit désormais de les appliquer aux taux de rachat dans le calcul des flux. La figure 11.5 représente l'évolution des flux actualisés du portefeuille en vision centrale et en scénario (SII et IFRS 17) de choc à la baisse des taux de rachat.

<i>Best Estimate</i>	SCR	RA (Normale)	RA (Log-Normale)
73 081 618	22 546 719	15 147 080	23 890 273

**Table 11.2** – Application risque de rachat : SCR et RA avec les approches Normale et Log-Normale. Seuil d'appétence IFRS  $\alpha = 75\%$

La table 11.2 présente les résultats obtenus pour les deux approches. Nous remarquons que l'approche Log-Normale est beaucoup plus prudente que son homologue Normale. Cela est dû, comme discuté précédemment, à l'intensité des chocs IFRS 17 sous la première approche en comparaison avec la seconde. Nous noterons d'ailleurs que, comparé au *Risk Adjustment* dans l'exemple du risque de mortalité (c.f. section 9), le *Risk Adjustment* au titre du rachat Down relativement au *Best Estimate* est plus important. Cela est dû au fait que le choc appliqué dans le cadre de la formule standard est assez élevé. Pour un grand horizon de risque et/ou une forte aversion à celui-ci, l'ajustement du SCR dans le cadre du risque de rachat peut donner lieu à des valeurs de *Risk Adjustment* très conséquentes. Dans le cas où un assureur présume de la surestimation du *Risk Adjustment*, un ajustement supplémentaire du SCR peut être envisagé lorsque celui-ci

### 11.3. HYPOTHÈSE DE COMONOTONIE ET DISCUSSION AUTOUR DU *SCALING*

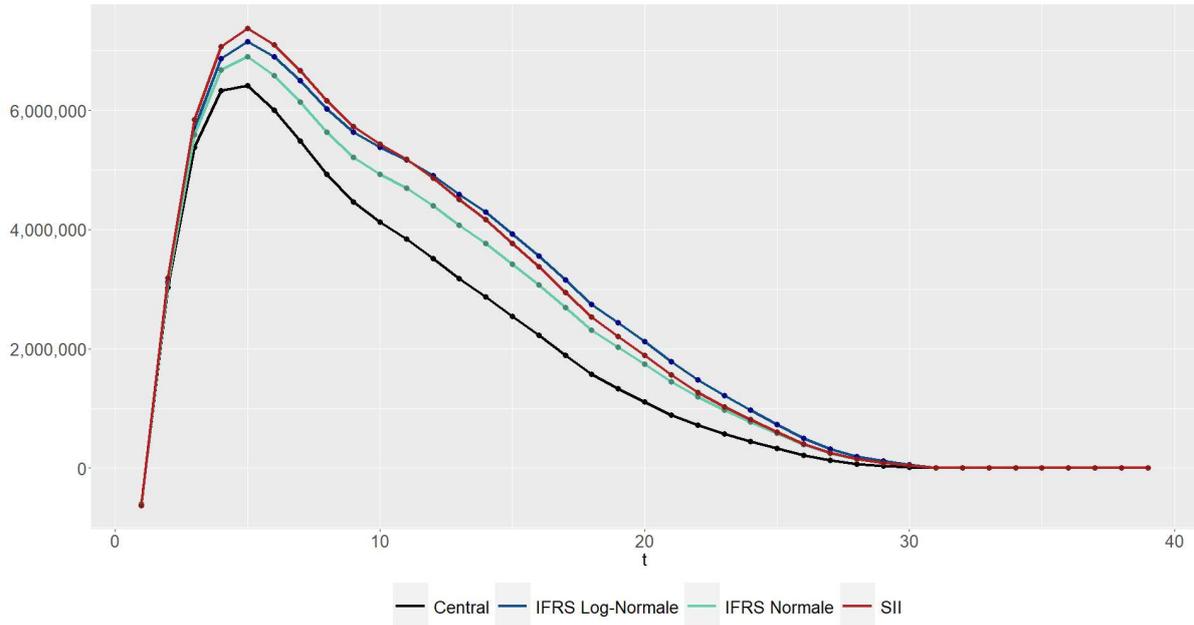


Figure 11.5 – Evolution flux centraux et des flux choqués.

est calculé via la formule standard. Une deuxième approche peut être d'établir un choc maximal cible et de tendre vers celui-ci. Il s'agit d'une méthodologie d'extrapolation très similaire à celle employée dans la construction des courbes de taux.

### 11.3 Hypothèse de comonotonie et discussion autour du *scaling*

Nous nous proposons dans cette section de fournir une justification de l'approche de *scaling* proposée dans ce mémoire en remettant en cause l'hypothèse de comonotonie implicitement considérée. Cette hypothèse suggère que toutes les déviations au sein d'un portefeuille, sont régies par un même facteur de risque ou aléa. Dans le cadre du risque de rachat considéré dans cet exemple, cela revient à supposer que tous les chocs à la baisse des taux de rachat pour les différents assurés se produisent en même temps. Cette hypothèse assure l'inversibilité des fonctions *Best Estimate* et *VaR*. En effet, en considérant le *Best Estimate* comme fonction d'un facteur de risque sous-jacent (ici le risque de rachat noté  $\tilde{R}$ ), on vérifie alors sous cette hypothèse que :

$$VaR_{\alpha}(BE(\tilde{R})) = BE(VaR_{1-\alpha}(\tilde{R}))$$

Notons que l'on passe ici du seuil  $\alpha$  à son complémentaire  $1 - \alpha$  car le *Best Estimate* considéré dans cet exemple est décroissant par rapport au taux de rachat.

Cette hypothèse est retenue par l'EIOPA dans le calibrage des différents chocs. Ainsi, s'intéresser au quantile 99.5% du *Best Estimate* revient à s'intéresser au quantile de même ordre (ou son complémentaire) pour les facteurs de risque considérés, ici les taux de rachat.

## CHAPITRE 11. RA DE RACHAT EN ASSURANCE EMPRUNTEUR

---

Cette même hypothèse a été retenue dans le cadre de la méthode de conversion des SCRs en *Risk Adjustment* proposée dans ce mémoire. Rappelons en effet, que les chocs considérés ont été définis de sorte à ce que les taux de rachats choqués correspondent au quantile dans la distribution des taux de rachats, au seuil fixé par l'assureur. Néanmoins, nous considérons par ailleurs l'indépendance des innovations par période et par assuré afin de faciliter le traitement opérationnel. Cela soulève une problématique de cohérence entre les deux hypothèses vu que l'indépendance entre les assurés remet en cause la tractabilité de l'approche. En effet, le fait de considérer que les déviations entre les assurés sont indépendantes va à l'encontre du fait de supposer que celle-ci soient régies par un même aléa. Nous montrons néanmoins dans cette partie, de façon empirique, que le fait de passer par un *scaling* permet de contourner ce problème.

Nous optons dans cette optique pour une approche simulatoire. L'idée est d'obtenir une densité empirique du *Best Estimate* pour les référentiels IFRS 17 et Solvabilité II en exploitant les hypothèses de lois sous-jacentes considérées pour les taux de rachat. Cela permet ensuite de calculer un quantile empirique pour le *Best Estimate* et d'en conclure ainsi le SCR et le *Risk Adjustment*.

Rappelons que dans l'exemple ci-dessus, nous avons supposé que les taux de rachat suivaient une loi Normale, puis Log-Normale. Pour les deux approches, le paramètre d'espérance est obtenu grâce aux taux centraux considérés dans la table de rachat, le paramètre de volatilité est quant à lui inconnu. Nous utilisons dans ce cas la propriété de comonotonie pour inférer la volatilité. En effet, en partant du principe qu'un taux de rachat choqué correspond à un quantile, le choc Solvabilité II étant connu, la volatilité peut être déduite de celui-ci par inférence. Sous les hypothèses considérées dans cet exemple, on peut prouver que la volatilité peut s'écrire dans l'approche Normale :

$$\sigma_{t,x} = \frac{\Delta^{SII}}{\mathbf{q}_\beta} R_{t,x}$$

Où  $\beta = 99.5\%$  (respectivement  $\beta = 0.5\%$ ) pour le choc à la hausse (respectivement à la baisse).

Pour l'approche Log-Normale, on prouve que le paramètre de volatilité s'écrit :

$$\begin{aligned} \sigma^{Up} &= \mathbf{q}_{99.5\%} - \sqrt{\mathbf{q}_{99.5\%}^2 - 2 * \ln\left(1 + \Delta^{SII Up}\right)} \\ \sigma^{Down} &= \mathbf{q}_{99.5\%} + \sqrt{\mathbf{q}_{0.5\%}^2 - 2 * \ln\left(1 + \Delta^{SII Down}\right)} \end{aligned}$$

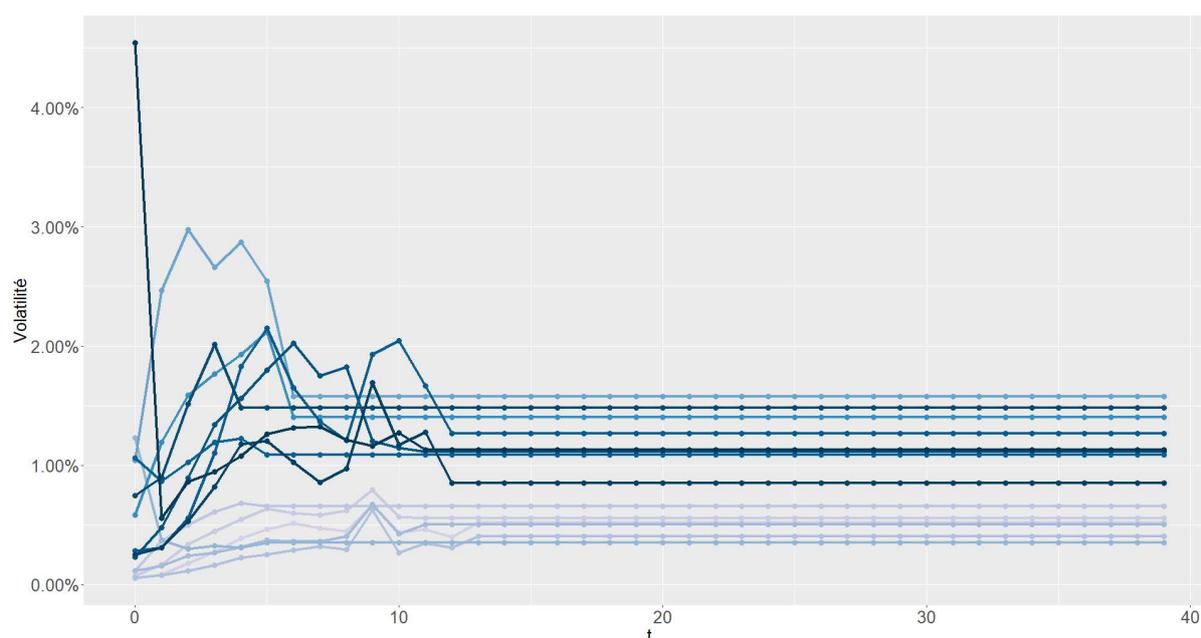
Notons que contrairement à l'approche Normale, la volatilité sous l'approche Log-Normale ne dépend ni du temps ni des assurés. Cela est cohérent avec les hypothèses du modèle considéré dans la section 8.2. De plus, on remarque que la volatilité dans l'approche Normale est proportionnelle au taux de rachat. Cela relève une réelle problématique en termes de modélisation. En effet plus le taux de rachat est important, plus l'incertitude lié à celui-ci le sera également. Par ailleurs, la symétrie de l'approche Normale assure l'égalité de la volatilité entre les scénarios de choc à la hausse et à la baisse. Ce n'est pas le cas pour l'approche Log-Normale où les volatilités pour les deux scénarios sont distinctes. De ce fait, les deux scénarios doivent être traités séparément si l'on opte pour une approche simulatoire.

### 11.3. HYPOTHÈSE DE COMONOTONIE ET DISCUSSION AUTOUR DU *SCALING*

Approche Log-Normale	
Up	Down
16.26%	25.63%

**Table 11.3** – Application risque de rachat : paramètres de volatilité de l’approche Log-Normal pour les scénarios Up et Down

Rappelons que dans ce cas de figure seul le scénario Down nous intéresse. Nous réalisons donc là aussi l’étude pour les deux approches Normale et Log-Normale en cas de scénario de choc à la baisse des taux de rachat. La table 11.3 représente les volatilités obtenues pour l’approche Log-Normale. La volatilité dans le cas Up est donnée à titre indicatif.



**Figure 11.6** – Evolution dans le temps de la volatilité de l’approche Normale pour les différentes classes d’assurés

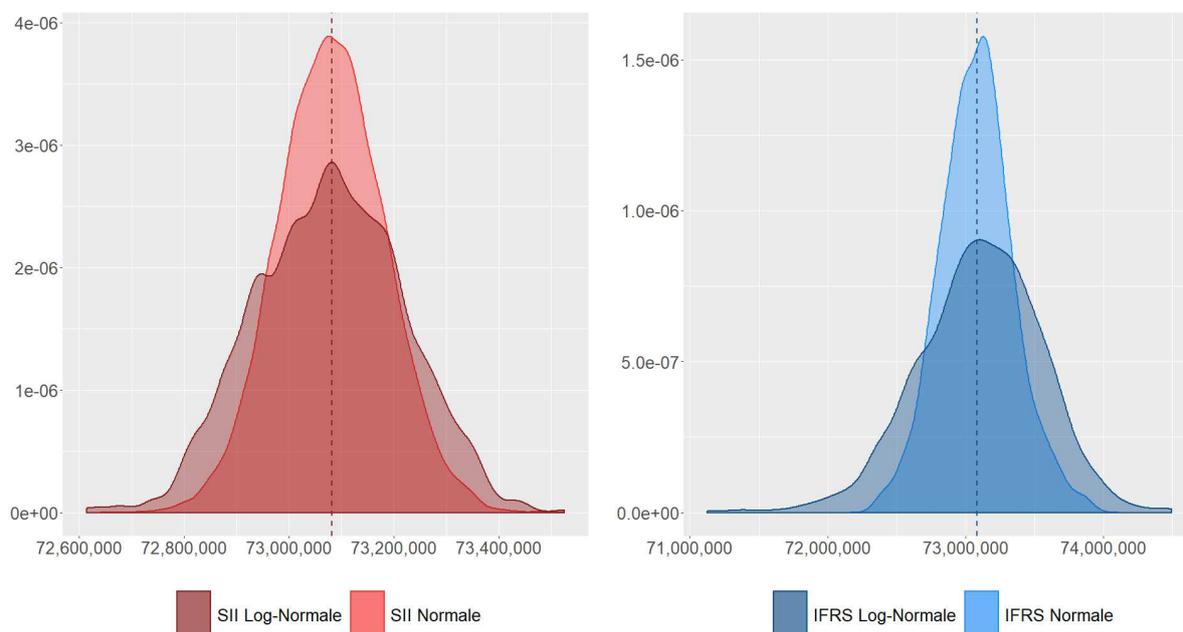
Pour le cas Normale, nous représentons dans la figure 11.6 l’évolution des courbes de volatilité dans le temps pour les *clusters* de rachat discutés précédemment. Vu que la volatilité est proportionnelle au taux de rachat dans l’approche Normale, nous retrouvons ici la même allure que pour ces derniers. Notons d’ailleurs que malgré la conséquence du choc Solvabilité II, les volatilités obtenues pour les deux approches restent relativement faibles. Nous reviendrons sur cet aspect un peu plus loin.

Une fois les volatilités déterminées pour les deux approches, nous pouvons désormais simuler les taux de rachat suivant les deux lois considérées ici. Pour chaque simulation, les taux de rachat générés permettent d’obtenir une valeur du *Best Estimate*. Nous réalisons cette étape à la fois pour le référentiel IFRS 17 (vision à l’ultime) et le référentiel Solvabilité II (vision 1 an).

La figure 11.7 représente la loi de distribution obtenue pour le *Best Estimate* suivant les deux référentiels comptables et les deux lois retenues pour la modélisation des taux

## CHAPITRE 11. RA DE RACHAT EN ASSURANCE EMPRUNTEUR

de rachat. Le *Best Estimate* central est représenté dans les deux courbes par un trait vertical.



**Figure 11.7** – Densités du Best Estimate dans les référentiels Solvabilité II (à gauche) et IFRS 17 (à droite) pour les approches Normale et Log-Normale.

Nous remarquons que pour les deux référentiels que la volatilité du *Best Estimate* est moins importante dans l'approche Normale. Cela est cohérent avec les résultats obtenus grâce à l'approche déterministe, le *Risk Adjustment* étant là aussi moins important pour l'approche Normale.

Référentiel	SCR (Solvabilité II)	RA (IFRS 17)
Approche par chocs	22 546 719	15 147 080
Approche simulateur	263 544	169 735
<b>Ratio</b>	0.01169	0.01121

**Table 11.4** – Application risque de rachat : Comparaison entre l'approche simulateur et l'approche par chocs pour les deux référentiels Solvabilité II et IFRS 17.

Dans la suite nous nous intéressons uniquement à l'approche Normale. Les résultats discutés ci-après sont également vérifiés dans le cas Log-Normale. La table 11.4 représente les résultats obtenus dans le cas Normale. Nous remarquons ici que pour les deux référentiels les SCR et *Risk Adjustment* obtenus ne correspondent pas entre l'approche simulateur et l'approche par chocs. Cela est dû au fait que les simulations entre assurés et pour chaque pas de temps ont été faites de façon indépendantes. Un bénéfice de diversification est donc constaté dans ce cas. De ce fait, la *VaR* du *Best Estimate* pris dans son ensemble est largement inférieur à la somme des flux évalués en la *VaR* de chaque taux de rachat. L'hypothèse de comonotonie n'est donc pas vérifiée dans ce cas. Néanmoins, nous remarquons que le ratio entre l'approche simulateur et l'approche par chocs est identique entre les deux référentiels comptables. Ainsi, sous l'hypothèse où le SCR calculé dans le cadre

### 11.3. HYPOTHÈSE DE COMONOTONIE ET DISCUSSION AUTOUR DU *SCALING*

---

des productions Solvabilité II correspond bien à l'écart entre le *Best Estimate* central et son quantile à 99.5%, le fait de le multiplier par un facteur de *scaling* suivant les fonctions perte définies dans ce mémoire permettrait d'obtenir une valeur cohérente du *Risk Adjustment*, même dans le cas où l'hypothèse de comonotonie n'est pas complètement vérifiée.

Ce même phénomène est également remarqué dans l'approche Log-Normale, et reste vérifié pour tout seuil d'appétence au risque IFRS. Nous ne nous intéresserons pas à la preuve analytique de cette propriété dans le cadre ce mémoire. Une intuition sur une éventuelle piste de preuve est présentée en annexe B.

# Conclusion

L'entrée en application de la norme IFRS 17 constitue un changement majeur pour les assureurs dans la comptabilisation des contrats d'assurance. Malgré quelques similitudes avec la norme Solvabilité II, IFRS 17 requiert la construction de nouveaux modèles embarquant les calculs spécifiques à cette norme, ainsi que les *reportings* y afférents. Dans le contexte actuel où les compagnies d'assurance ont énormément investi sur les modèles Solvabilité II, les acteurs du marché vont chercher à exploiter de façon optimale les similitudes entre ces deux normes afin de réutiliser au mieux les résultats de ces modèles Solvabilité II dans leur production IFRS 17.

Ce mémoire s'inscrit donc dans cette démarche. Nous avons en effet vu qu'il était possible de convertir les SCR au titre des risques élémentaires produits par les modèles Solvabilité II en *Risk Adjustment* pour ces mêmes risques. Les méthodes suggérées dans ce mémoire concernent les risques de réserve, de rachat, de mortalité et de longévité. Avec le risque de prime, il s'agit alors des modules de risques les plus importants parmi les risques de souscription. Notons d'ailleurs que le risque de prime peut être traité d'une façon très similaire à l'approche proposée pour le risque de réserve. On retient en effet l'approche Log-Normal pour l'ajustement du seuil d'appétence au risque. Seul le passage de la vision un an (Solvabilité II) à la vision horizon de risque (IFRS 17) peut poser problème. Il s'agira alors, comme pour le risque de réserve, de trouver une fonction de passage d'une volatilité un an à une volatilité à l'ultime.

Par ailleurs, notons qu'il est tout à fait envisageable d'établir des approches similaires pour le reste des risques de souscription. Comme pour les risques traités dans ce mémoire, l'idée sera de construire un cadre théorique permettant d'exprimer les scénarios de chocs pour les deux référentiels IFRS 17 et Solvabilité puis trouver un lien les reliant.

D'autre part, en plus du gain en temps et en ressources, ces approches offrent également une réelle capacité de pilotage du résultat IFRS 17. En effet, le choix du seuil d'appétence au risque se révèle être une véritable marge de manœuvre pour piloter le *Risk Adjustment* et donc le résultat IFRS 17. De plus, étudier l'impact de la durée de couverture comme nous l'avons vu pour le risque mortalité permet une meilleure connaissance et maîtrise du risque.

Enfin, notons que les *Risk Adjustment* ont ici été calculés au niveau entité, voire au niveau des *Lines of Business*. Rappelons que sous IFRS 17, le *Risk Adjustment* rentre dans le calcul de la CSM doit de ce fait être calculé à la maille Groupe de contrats. La prochaine étape sera donc d'investiguer des méthodes d'allocation de capital afin de réallouer le *Risk Adjustment* à la maille groupe de contrats.

# Bibliographie

- Bent Ahmed, K. and Ferreri, P.-L. (2018). Norme IFRS 17 : Etude des facteurs explicatifs de la variation du résultat en assurance emprunteur. Mémoire d'actuaire, Centre d'Etudes Actuarielles.
- CEIOPS (2010a). CEIOPS' Advice for Level 2 Implementing Measures on Solvency II : SCR Standard Formula Calibration of Non-life Underwriting Risk. CEIOPS-DOC-67/10 .
- CEIOPS (2010b). Solvency II Calibration Paper. CEIOPS-SEC-40-10.
- England, P. and Verrall, R. J. (1998). Standard errors of prediction in claims reserving : a comparison of methods. *Institute of Actuaries, London*.
- England, P. D. and Verrall, R. J. (2006). Predictive distributions of outstanding liabilities in general insurance. *Annals of Actuarial Science*, 1(2) :221–270.
- IASB (2010). Exposure Draft Insurance Contracts ED/2010/8. International Accounting Standards Board (IASB).
- IASB (2013). IFRS 4 Phase 2 “Insurance contracts” – Exposure Draft. International Accounting Standards Board (IASB).
- IFRS Standards (2017a). Basis for Conclusions - IFRS 17 Insurance Contracts. International Accounting Standards Board (IASB).
- IFRS Standards (2017b). Effective Analysis - IFRS 17 Insurance Contracts. International Accounting Standards Board (IASB).
- IFRS Standards (2017c). Factsheet - IFRS 17 Insurance Contracts. International Accounting Standards Board (IASB).
- IFRS Standards (2017d). Illustrative Examples - IFRS 17 Insurance Contracts. International Accounting Standards Board (IASB).
- JAZIRI, S. (2011). Méthodes de provisionnement non-vie et risque de réserve à un an. Mémoire d'actuaire, Institut de Science Financière et d'Assurances.
- Koetsier, L.-R. (2018). Optimising choices with respect to the risk adjustment in IFRS 17. Master's thesis, Faculty of Science, Radboud University Nijmegen.

## BIBLIOGRAPHIE

---

- Lee, R. D. and Carter, L. R. (1992). Modeling and forecasting us mortality. *Journal of the American statistical association*, 87(419) :659–671.
- Mack, T. (1993). Distribution-free calculation of the standard error of chain ladder reserve estimates. *ASTIN Bulletin : The Journal of the IAA*, 23(2) :213–225.
- Merz, M. and Wüthrich, M. V. (2007). Prediction error of the expected claims development result in the chain ladder method. *Bulletin of Swiss Association of Actuaries*, 1(2007) :117–137.
- Partrat, C., Lecoeur, E., Nessi, J., Nisipasu, E., and Reiz, O. (2007). Provisionnement technique en assurance non-vie. *Economica*.
- Peltier, C. (2018). Présentation IFRS 17.
- Sandström, A. (2005). *Solvency : models, assessment and regulation*. Chapman and Hall/CRC.
- Sandström, A. (2016). *Handbook of solvency for actuaries and risk managers : theory and practice*. Chapman and Hall/CRC.
- TORDJMAN, K. (2017). Méthodes actuarielles sous la norme IFRS 4 Phase 2 (IFRS 17). Mémoire d’actuaire, Université Paris Dauphine.
- Wüthrich, M. V., Merz, M., Bühlmann, H., De Felice, M., Gisler, A., and Moriconi, F. (2008). Modelling the claims development result for solvency purposes. In *Casualty Actuarial Society E-Forum*, pages 542–568.

# Table des figures

1	Impact du <i>Risk Adjustment</i> sur la CSM . . . . .	4
2	Evolution du choc de longévité IFRS 17 . . . . .	6
3	Impact of the Risk Adjustment in the CSM calculation . . . . .	8
4	Evolution of the longevity stress for IFRS 17 . . . . .	10
1.1	Calendrier initiale de la norme IFRS 17 . . . . .	17
1.2	Modèles d'évaluation des contrats sous IFRS 17 . . . . .	19
1.3	Vie d'un groupe de contrats d'assurance . . . . .	20
1.4	Méthodes <i>Top-down</i> et <i>Bottom-up</i> . . . . .	23
1.5	BBA : Initialisation de la CSM . . . . .	25
1.6	BBA : Réévaluation de la CSM . . . . .	26
1.7	PAA : Réévaluation du passif . . . . .	27
1.8	VFA : Réévaluation de la CSM . . . . .	28
2.1	Les trois piliers de Solvabilité II . . . . .	29
2.2	Décomposition des risques inclus dans la formule standard . . . . .	31
3.1	Impact du <i>Risk Adjustment</i> sur la CSM . . . . .	36
4.1	Process d'adaptation des calculs SCR Solvabilité II . . . . .	42
5.1	Evolution du coefficient d'ajustement du choc longévité Solvabilité II . . . . .	47
9.1	Application RA Mortalité : Répartition du portefeuille . . . . .	65
9.2	Application RA Mortalité ( <i>volatility risk</i> ) : Évolution de la volatilité dans le temps pour les assurés de 20 à 26 ans. . . . .	67
9.3	Évolution du choc IFRS et du RA en fonction de $D$ . . . . .	68
9.4	Application RA Mortalité ( <i>volatility risk</i> ) : Distribution du <i>Best Estimate</i> pour l'approche simulateur . . . . .	69
9.5	Application RA Mortalité ( <i>volatility risk</i> ) : Convergence de l'estimateur du <i>Risk Adjustment</i> pour l'approche simulateur. . . . .	70
9.6	Densités du <i>Best Estimate</i> pour les approches simulateurs simple et avancée. . . . .	71
9.7	Évolution du <i>Risk Adjustment</i> pour les différentes approches en fonction de la durée moyenne de couverture. . . . .	72
10.1	Vérification des hypothèses Chain-Ladder pour la garantie Dommage. . . . .	73
10.2	Fonctions lien entre la volatilité de Mack et volatilité de Merz & Wüthrich pour les 4 LoBs. . . . .	75

## TABLE DES FIGURES

---

10.3	Évolution du choc de réserve en fonction du seuil d'appétence $\beta$ pour la LoB RC_Corp . . . . .	76
11.1	Etats de l'assuré et transitions possibles pour le contrat emprunteur . . .	79
11.2	Taux de rachats pour les différentes classes d'assurés . . . . .	80
11.3	Chocs IFRS 17 pour les approches Normale et Log-Normale . . . . .	83
11.4	Evolution du seuil $\tau_\alpha$ en fonction du seuil d'appétence IFRS 17 $\alpha$ . . . . .	84
11.5	Evolution flux centraux et des flux choqués. . . . .	85
11.6	Evolution dans le temps de la volatilité de l'approche Normale pour les différentes classes d'assurés . . . . .	87
11.7	Densités du <i>Best Estimate</i> dans les référentiels Solvabilité II (à gauche) et IFRS 17 (à droite) pour les approches Normale et Log-Normale. . . . .	88
B.1	QQ-Plots des échantillons de <i>Best Estimate</i> dans les référentiels Solvabilité II (à droite) et IFRS 17 (à gauche) pour l'approches Normale. . . . .	101
B.2	P-values du test de Kolmogorov-Smirnov pour les probabilités de non rachat aux différents pas de temps. . . . .	102

# Liste des tableaux

1	Méthodologies de calcul du <i>Risk Adjustment</i> . . . . .	5
2	Application volatility risk : SCR, RA et approximation du RA. Seuil d'appétence IFRS $\alpha = 75\%$ . . . . .	7
3	Calculation methodologies for <i>Risk Adjustment</i> . . . . .	9
4	Results of mortality risk calculations : SCR, RA et RA proxy. Confidence level $\alpha = 75\%$ . . . . .	11
2.1	Principales différences entre Solvabilité II et IFRS 17 . . . . .	33
3.1	Principales différences entre RA et RM . . . . .	35
3.2	Impact du <i>Risk Adjustment</i> sur le compte de résultat . . . . .	36
7.1	Triangle de développement . . . . .	52
7.2	Triangle de développement en $I + 1$ . . . . .	54
9.1	Application volatility risk : Récapitulatif des hypothèses . . . . .	66
9.2	Application volatility risk : SCR, RA et approximation du RA. Seuil d'appétence IFRS $\alpha = 75\%$ . . . . .	67
9.3	Application volatility risk : Évolution du <i>Risk Adjustment</i> suivant la taille du portefeuille . . . . .	68
9.4	Application volatility risk : SCR, RA et approximation du RA. Seuil d'appétence IFRS $\alpha = 75\%$ . . . . .	69
9.5	Résultats <i>Risk Adjustment</i> pour les approches simulatoires simple et avancée. . . . .	71
10.1	Récapitulatif des modèles de régression de la fonction lien pour chaque LoB. . . . .	74
10.2	Application risque de réserve : SCR, RA et approximation du RA. Seuil d'appétence IFRS $\beta = 75\%$ . . . . .	75
10.3	Comparaison des différentes méthodes de calcul pour le <i>Risk Adjustment</i> de risque de réserve. . . . .	78
11.1	Application risque de rachat : Profil des adhésions pour le portefeuille emprunteur. . . . .	81
11.2	Application risque de rachat : SCR et RA avec les approches Normale et Log-Normale. Seuil d'appétence IFRS $\alpha = 75\%$ . . . . .	84
11.3	Application risque de rachat : paramètres de volatilité de l'approche Log-Normal pour les scénarios Up et Down . . . . .	87
11.4	Application risque de rachat : Comparaison entre l'approche simulatoire et l'approche par chocs pour les deux référentiels Solvabilité II et IFRS 17. . . . .	88

## LISTE DES TABLEAUX

---

B.1	P-values des tests de Kolmogrov-Smirnov pour les deux approches simulatoires et pour les deux référentiels Solvabilité II et IFRS 17. . . . .	102
-----	---	-----

# A Aparté sur l'hypothèse pour le choc de mortalité (*volatility risk*)

*Notations* :  $\tilde{x}$  variable aléatoire,  $x = \mathbb{E}[\tilde{x}]$  scalaire

Rappelons que pour le *volatility risk* au titre du risque de mortalité, nous nous intéressons à la quantité suivante :

$$\mathcal{A} = \sum_x C_x \sum_{i=1}^D \widetilde{q_{x+t,t}} \prod_{k=1}^{t-1} (1 - \widetilde{q_{x+k,k}})$$

Nous avons fait l'hypothèse que l'incertitude autour du  $t$ -ème flux ne porte que sur le taux de mortalité  $\widetilde{q}_t$  et non sur les taux de survie. Nous obtenons ainsi la simplification suivante :

$$\mathcal{B} = \sum_x C_x \sum_{i=1}^D \widetilde{q_{x+t,t}} \prod_{k=1}^{t-1} (1 - q_{x+k,k})$$

Nous cherchons ici à démontrer que pour  $D > 1$  :

$$\text{Var}(\mathcal{A}) \leq \text{Var}(\mathcal{B})$$

En d'autres termes, il s'agit de prouver que la variance sous l'hypothèse simplificatrice est plus importante. On est ainsi plus prudent grâce à cette hypothèse. Notons que par indépendance des taux de mortalités entre les assurés, il suffit de montrer que :

$$\forall x, \text{Var}\left(\sum_{i=1}^D \widetilde{q_{x+t,t}} \prod_{k=1}^{t-1} (1 - \widetilde{q_{x+k,k}})\right) \leq \text{Var}\left(\sum_{i=1}^D \widetilde{q_{x+t,t}} \prod_{k=1}^{t-1} (1 - q_{x+k,k})\right)$$

Afin d'alléger les notations, nous posons désormais :

$$\mathcal{A}_D = \text{Var}\left(\sum_{i=1}^D \widetilde{q}_t \prod_{k=1}^{t-1} (1 - \widetilde{q}_k)\right) \quad \text{et} \quad \mathcal{B}_D = \text{Var}\left(\sum_{i=1}^D \widetilde{q}_t \prod_{k=1}^{t-1} (1 - q_k)\right)$$

Nous cherchons à prouver que  $\mathcal{A}_D \leq \mathcal{B}_D$ . Les  $(\widetilde{q}_t)_t$  sont supposés indépendants. Rappelons la proposition suivante :

**Proposition A.0.1.** *Soient  $X$  et  $Y$  deux variables aléatoires indépendantes. On a alors :*

$$\text{Var}(XY) = \text{Var}(X)\text{Var}(Y) + \text{Var}(X)\mathbb{E}[Y]^2 + \text{Var}(Y)\mathbb{E}[X]^2$$

ANNEXE A. APARTÉ SUR L'HYPOTHÈSE POUR LE CHOC DE MORTALITÉ (*VOLATILITY RISK*)

---

Remarquons dans un premier temps que :

$$\begin{aligned}
 \mathcal{A}_D &= Var\left(\sum_{t=1}^D \tilde{q}_t \prod_{k=1}^{t-1} (1 - \tilde{q}_k)\right) \\
 &= Var\left(\sum_{t=1}^D \left[\prod_{k=1}^{t-1} (1 - \tilde{q}_k) - \prod_{k=1}^t (1 - \tilde{q}_k)\right]\right) \\
 &= Var\left(1 - \prod_{k=1}^D (1 - \tilde{q}_k)\right) \\
 &= Var\left(\prod_{k=1}^D (1 - \tilde{q}_k)\right)
 \end{aligned}$$

Nous utiliserons désormais cette formule pour  $\mathcal{A}_D$

Nous nous intéressons dans un premier temps au cas  $D = 2$ . Nous avons d'un côté :

$$\begin{aligned}
 \mathcal{B}_2 &= Var\left(\tilde{q}_1 + \tilde{q}_2(1 - q_1)\right) \\
 &= Var(\tilde{q}_1) + Var(\tilde{q}_2)(1 - q_1)^2
 \end{aligned}$$

D'autre part en utilisant la proposition A.0.1 on a :

$$\begin{aligned}
 \mathcal{A}_2 &= Var\left((1 - \tilde{q}_1)(1 - \tilde{q}_2)\right) \\
 &= Var(1 - \tilde{q}_1)Var(1 - \tilde{q}_2) + Var(1 - \tilde{q}_1)(1 - q_2)^2 + Var(1 - \tilde{q}_2)(1 - q_1)^2 \\
 &= Var(1 - \tilde{q}_1) \left[Var(1 - \tilde{q}_2) + (1 - q_2)^2\right] + Var(1 - \tilde{q}_2)(1 - q_1)^2 \\
 &= Var(1 - \tilde{q}_1) \mathbb{E}\left[\underbrace{(1 - \tilde{q}_2)^2}_{\leq 1}\right] + Var(1 - \tilde{q}_2)(1 - q_1)^2 \\
 &\leq Var(1 - \tilde{q}_1) + Var(1 - \tilde{q}_2)(1 - q_1)^2
 \end{aligned}$$

En remarquant que  $Var(1 - \tilde{q}_i) = Var(\tilde{q}_i)$ , nous avons ainsi  $\mathcal{A}_2 \leq \mathcal{B}_2$ . Supposons que pour  $D$  fixé, nous avons  $\mathcal{A}_D \leq \mathcal{B}_D$ . On a :

$$\mathcal{B}_D = \sum_{t=1}^D \prod_{k=1}^{t-1} (1 - q_k)^2 \cdot Var(\tilde{q}_t)$$

Et :

$$\mathcal{B}_{D+1} = \mathcal{B}_D + \prod_{k=1}^D (1 - q_k)^2 \cdot Var(\widetilde{q_{D+1}})$$

Par ailleurs, notons  $Q_D = \prod_{k=1}^D (1 - \tilde{q}_k)$  (Rem.  $\mathcal{A}_D = Var(Q_D)$ ). On a alors de façon similaire au cas  $D = 2$  :

$$\begin{aligned}
\mathcal{A}_{D+1} &= \text{Var}\left((1 - \widetilde{q_{D+1}})Q_D\right) \\
&= \text{Var}(Q_D)\mathbb{E}\left[\underbrace{(1 - \widetilde{q_{D+1}})^2}_{\leq 1}\right] + \text{Var}(1 - \widetilde{q_{D+1}})\prod_{k=1}^D(1 - q_k)^2 \\
&\leq \mathcal{A}_D + \text{Var}(1 - \widetilde{q_{D+1}})\prod_{k=1}^D(1 - q_k)^2
\end{aligned}$$

Là encore, en remarquant que  $\text{Var}(1 - \widetilde{q_{D+1}}) = \text{Var}(\widetilde{q_{D+1}})$  on conclut que  $\mathcal{A}_{D+1} \leq \mathcal{B}_{D+1}$

Nous montrons ainsi par récurrence que :  $\mathcal{A}_D \leq \mathcal{B}_D$

*Remarque* (Quantification de la différence entre  $\mathcal{A}_D$  et  $\mathcal{B}_D$ ). Nous avons vu qu'en utilisant la proposition A.0.1 on écrivait :

$$\mathcal{A}_D = \mathcal{A}_{D-1}\mathbb{E}\left[(1 - \widetilde{q_D})^2\right] + \underbrace{\text{Var}(\widetilde{q_D})\prod_{k=1}^{D-1}(1 - q_k)^2}_{\mathcal{B}_D - \mathcal{B}_{D-1}}$$

Ainsi a-t-on :

$$\mathcal{A}_D - \mathcal{B}_D = \mathbb{E}\left[(1 - \widetilde{q_D})^2\right]\left(\mathcal{A}_{D-1} - \mathcal{B}_{D-1}\right) - \left(1 - \mathbb{E}\left[(1 - \widetilde{q_D})^2\right]\right)\mathcal{B}_{D-1}$$

On prouve alors par récurrence que :

$$\mathcal{A}_D - \mathcal{B}_D = -\sum_{k=2}^D \prod_{l=k+1}^D \mathbb{E}\left[(1 - \widetilde{q_l})^2\right] \cdot \left(1 - \mathbb{E}\left[(1 - \widetilde{q_k})^2\right]\right)\mathcal{B}_{k-1}$$

Notons  $E_k^D = \prod_{l=k}^D \mathbb{E}\left[(1 - \widetilde{q_l})^2\right]$ , on a alors :

$$\mathcal{A}_D - \mathcal{B}_D = -\sum_{k=2}^D (E_{k+1}^D - E_k^D)\mathcal{B}_{k-1}$$

On prouve alors que :

$$\boxed{\mathcal{A}_D - \mathcal{B}_D = \sum_{k=1}^{D-1} E_{k+1}^D (\mathcal{B}_k - \mathcal{B}_{k-1}) - \mathcal{B}_{D-1}}$$

Notons par ailleurs qu'avec la convention  $E_{D+1}^D = 1$  on peut écrire :

$$\mathcal{A}_D = \sum_{k=1}^D E_{k+1}^D (\mathcal{B}_k - \mathcal{B}_{k-1})$$

Or  $\forall k, \mathcal{B}_k - \mathcal{B}_{k-1} = \text{Var}(\widetilde{q_k}) \prod_{l=1}^{k-1} (1 - q_l)^2$

## ANNEXE A. APARTÉ SUR L'HYPOTHÈSE POUR LE CHOC DE MORTALITÉ (*VOLATILITY RISK*)

---

D'autre part :

$$\begin{aligned}\forall k, \mathbb{E}\left[(1 - \tilde{q}_k)^2\right] &= \text{Var}(\tilde{q}_k) + \mathbb{E}\left[(1 - \tilde{q}_k)\right]^2 \\ &= \sigma_k^2 + (1 - q_k)^2\end{aligned}$$

On obtient ainsi une formule fermée pour  $\mathcal{A}_D$  en fonction des taux de mortalité et leurs écarts-types respectifs :

$$\mathcal{A}_D = \sum_{k=1}^D \prod_{l=k+1}^D (\sigma_l^2 + (1 - q_l)^2) \cdot \sigma_k^2 \cdot \prod_{l=1}^{k-1} (1 - q_l)^2$$

Par indépendance entre les assurés, on obtient alors une formule fermée pour le *Best Estimate* pour la méthode avancée (sans faire l'hypothèse simplificatrice). En reprenant nos notations usuelles, on écrit :

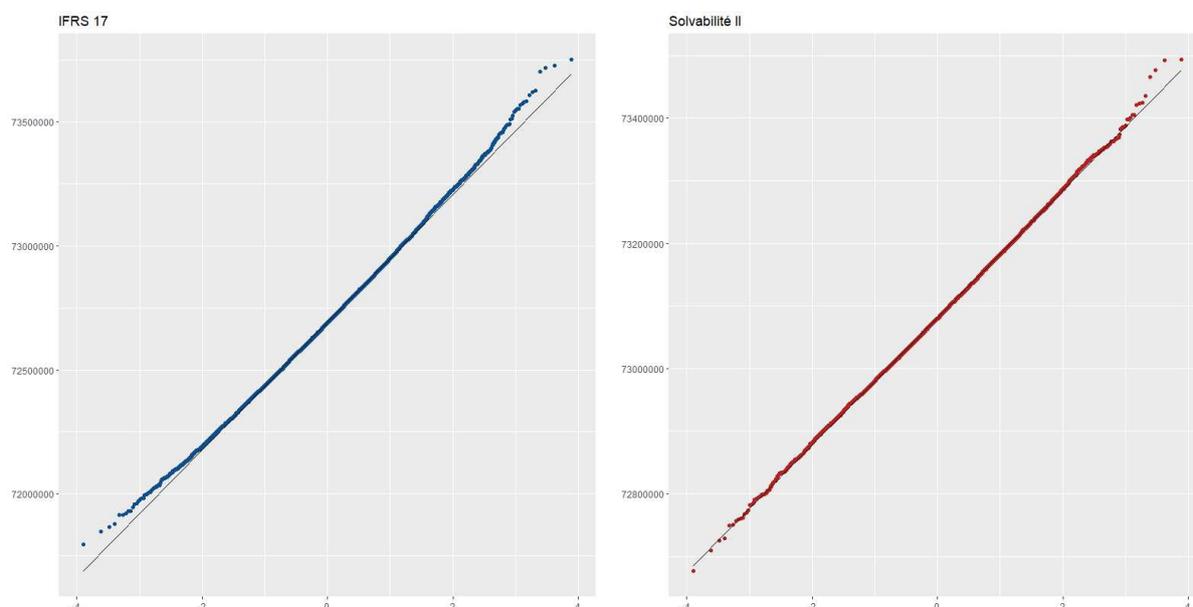
$$\boxed{\text{Var}(\mathcal{A}) = \sum_x C_x \sum_{t=1}^D \prod_{k=t+1}^D (\sigma_{x+k,k}^2 + (1 - q_{x+k,k})^2) \cdot \sigma_{x+t,t}^2 \cdot \prod_{k=1}^{t-1} (1 - q_{x+k,k})^2}$$

Notons que l'avantage de l'hypothèse simplificatrice considérée ici est le fait que l'on connaît grâce à elle la loi du *Best Estimate*  $\mathcal{B}$ . En allégeant cette hypothèse, la loi de  $\mathcal{A}$  est alors inconnue. Néanmoins, pour une durée d'engagement suffisamment élevée, on constate empiriquement que  $\mathcal{A}$  peut être assimilée à une variable gaussienne. La formule fermée ci-dessus permettrait alors de complètement caractériser la loi asymptotique de  $\mathcal{A}$ . Prouver le caractère asymptotiquement gaussien du *Best Estimate* après suppression de l'hypothèse simplificatrice permettrait ainsi d'établir un ajustement additionnel pour améliorer notre approche déterministe dans le cas des durées d'engagement importantes.

## B Hypothèse de comonotonie pour l'application du risque de rachat

Nous nous proposons dans cette partie de regarder plus en détails les résultats de l'approche simulatoire pour le modèle Normale dans le cadre du calcul du *Risk Adjustment* pour le risque de rachat. Les résultats présentés ci-dessous étant similaire entre l'approche Normale et l'approche Log-Normale, cette dernière ne sera pas traitée ici avec autant de détails que la première.

Notons dans un premier temps que le fait de supposer que les taux de rachat suivent une loi gaussienne ne permet pas de connaître la loi du *Best Estimate*. En effet une somme de produits de gaussiennes (approche Normale) ou encore une somme de Log-Normales (approche Log-Normale) n'étant pas des lois usuelles, aucun résultat théorique n'est envisageable dans ce cas. Nous tentons alors de déterminer de façon empirique une loi approximative pour le *Best Estimate*.



**Figure B.1** – QQ-Plots des échantillons de Best Estimate dans les référentiels Solvabilité II (à droite) et IFRS 17 (à gauche) pour l'approches Normale.

Nous traçons alors des QQ-Plots pour les *Best Estimate* générés et constatons le caractère gaussien de celui-ci (c.f. figure B.1). Nous confirmons également la normalité des deux échantillons de *Best Estimate* grâce à un test de Kolmogrov-Smirnov dont les

## ANNEXE B. HYPOTHÈSE DE COMONOTONIE POUR L'APPLICATION DU RISQUE DE RACHAT

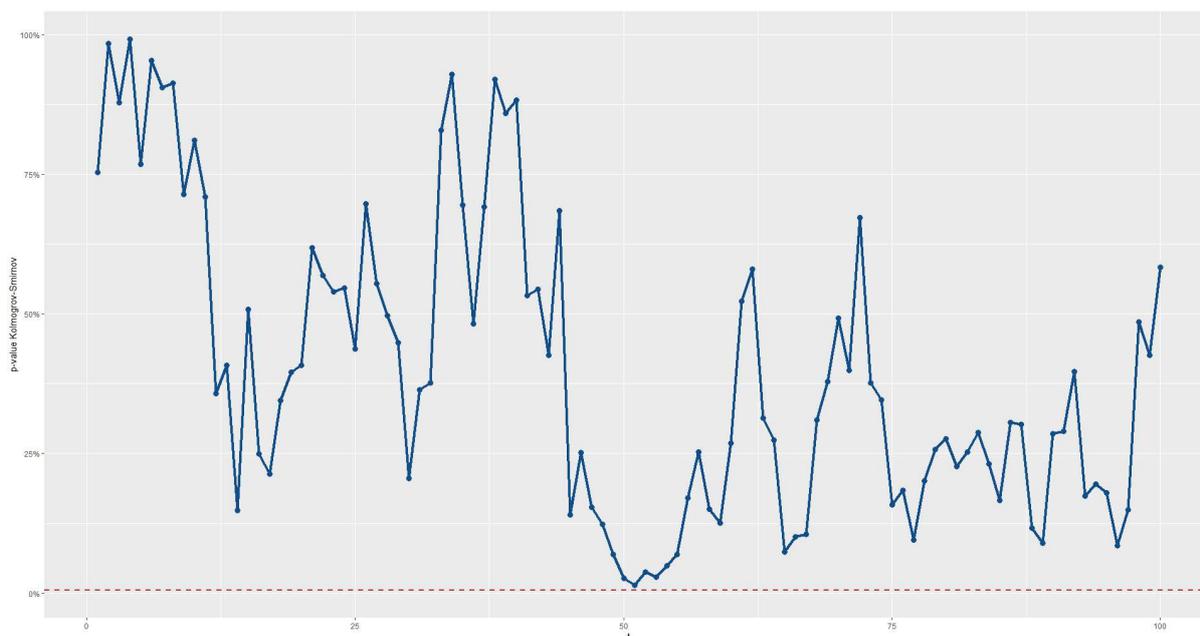
résultats sont présentés dans la table B.1. Nous déduisons ainsi que le *Best Estimate* dans les deux référentiels comptables peut être assimilé à une variable aléatoire Gaussienne.

	IFRS 17	Solvabilité II
Normale	0.2557	0.8001
Log-Normale	0.2964	0.6531

**Table B.1** – *P-values des tests de Kolmogrov-Smirnov pour les deux approches simulatoires et pour les deux référentiels Solvabilité II et IFRS 17.*

Nous nous intéressons dans un deuxième temps à la probabilité qu'un assuré quelconque reste en portefeuille à chaque pas de temps. Rappelons que la probabilité de non rachat à la date  $t$  pour un assuré  $x$  s'écrit :

$$\mathbb{P}_x(\text{non rachat en } t) = \prod_{k=1}^t (1 - \tilde{R}_{t,x})$$



**Figure B.2** – *P-values du test de Kolmogrov-Smirnov pour les probabilités de non rachat aux différents pas de temps.*

Comme indiqué plus haut, il ne s'agit pas d'une loi usuelle. Nous remarquons tout de même qu'avec les ordres de grandeurs des paramètres de moyenne et de volatilité calculés dans notre cas pratiques, ce produit peut également être assimilé à une variable Normale pour tout pas de temps. Afin de vérifier cette propriété, nous réalisons des tests de Kolmogorov-Smirnov pour différentes valeurs des paramètres de loi des taux de rachats et vérifions grâce à la p-value la normalité de ces différents échantillons. La figure B.2 montre les valeurs de la p-value pour des échantillons de probabilité de non rachat à des instants allant jusqu'à 100 ans pour un taux de rachat centré en  $R = 3,381\%$  de volatilité  $\sigma = 0,656\%$ . Nous vérifions que la p-value est bien au-dessus de la limite 0.5%

---

(trait rouge) et en concluons la normalité des probabilités de non rachat en tout instant  $t$ .

Supposons désormais  $X \sim \mathcal{N}(\mu_X, \sigma_X)$  et  $Y \sim \mathcal{N}(\mu_Y, \sigma_Y)$  deux variables gaussiennes corrélés et  $\rho$  le coefficient de corrélation. Soit  $\alpha$  un seuil d'appétence quelconque.

D'un côté nous prouvons que  $X + Y$  est une loi gaussienne  $\mathcal{N}(\mu_X + \mu_Y, \sigma_X^2 + \sigma_Y^2 + 2\rho\sigma_X\sigma_Y)$  et en notant  $\mathbf{q}_\alpha$  le quantile d'ordre *alpha* d'une gaussienne centrée réduite :

$$VaR_\alpha(X + Y) - \mathbb{E}[X + Y] = \sqrt{\sigma_X^2 + \sigma_Y^2 + 2\rho\sigma_X\sigma_Y} \mathbf{q}_\alpha$$

D'un autre côté, nous avons :

$$VaR_\alpha(X) + VaR_\alpha(Y) - \mathbb{E}[X + Y] = (\sigma_X + \sigma_Y) \mathbf{q}_\alpha$$

Nous en déduisons alors une formule pour le rapport :

$$\frac{VaR_\alpha(X + Y) - \mathbb{E}[X + Y]}{VaR_\alpha(X) + VaR_\alpha(Y) - \mathbb{E}[X + Y]} = \frac{\sqrt{\sigma_X^2 + \sigma_Y^2 + 2\rho\sigma_X\sigma_Y}}{\sigma_X + \sigma_Y}$$

Deux remarques sont à souligner sur ce rapport :

- Le rapport ne dépend pas du seuil d'appétence  $\alpha$  donné.
- Le rapport est stable pour toute transformation affine des volatilités  $f_k : (\sigma_X, \sigma_Y) \rightarrow (k\sigma_X, k\sigma_Y)$

Ces propriétés restent vérifiées pour une somme de  $n$  variables aléatoires. Le numérateur du rapport s'apparente à un SCR (sous Solvabilité II) ou un *Risk Adjustment* (sous IFRS 17). Dans le cas où d'hypothèse de comonotonie est vérifiée il devrait alors être égal au dénominateur. Ce n'est bien sûr pas le cas en toute généralité. Ce dénominateur correspond quant à lui à une somme de SCR évalués à une maille de flux. Notant alors que le passage du référentiel Solvabilité II au référentiel IFRS 17 revenait à changer de seuil d'appétence et à ajuster les volatilités pour tenir compte de l'horizon de risque. Les remarques ci-dessus montre que le rapport reste invariant après ces deux opérations.

La normalité des probabilités de non rachat et celle du *Best Estimate* constatées au début de cette section laissent penser que l'on pourrait tendre vers ce cas théorique. Il ne s'agit pas là d'une preuve mais d'une simple intuition qui pourrait expliquer le phénomène constaté dans le cas pratique. Cela permet par ailleurs de justifier l'intérêt du scaling, en permettant ainsi de supprimer l'effet d'absence d'hypothèse de comonotonie.