ISFA

Mémoire d'actuariat

PRIIPS : Impacts liés aux simplifications de modélisation sur le fonds euro

Auteur :
Anaïs MATEOS

Tutrice Optimind :
Emilie EDROUX

Tuteur académique :
Aurélien COULOUMY

29 novembre 2018

Résumé

Mots clés : PRIIPs, protection de la clientèle, *bootstrap*, univers monde réel, générateur de scénarios économiques, calibrage, Merton, Vasicek, épargne, *Asset Liability Management*

La norme PRIIPs (*Packaged Retail and Insurance-Based Investment Products*, produits d'investissement packagés de détail et fondés sur l'assurance) impose aux assureurs et *asset managers* de produire des documents d'informations précontractuels indiquant les scénarios de performance ainsi que l'impact des coûts qui seront imputés aux produits sur lesquels le souscripteur souhaite investir. Ces documents, qui doivent être publics, ont pour enjeu d'informer les investisseurs de détail de manière claire et précise ce qui peut avoir un impact sur le volume d'affaires nouvelles. Cette étude s'est plus particulièrement attachée à étudier la modélisation nécessaire à la production des documents d'information clés pour le placement préféré des français : le fonds euros.

Afin de pouvoir étudier ce fonds et les taux servis estimés qu'il va procurer, il convient de générer les rendements des actifs qui le composent afin de les intégrer par la suite dans un modèle ALM (*Asset and Liability Management*). Pour ce faire, la réglementation impose un bootstrap ajusté, qui sera mis en oeuvre dans cette étude. Cependant, il est d'usage dans le monde de la finance de dire que "les performances passées ne préjugent pas des performances futures". Ce mémoire a donc tenté de challenger la méthode du bootstrap par un GSE (Générateur de Scénarios Economiques) monde réel. Le fait de modéliser un GSE monde réel et non risque-neutre permet de simuler les performances réelles que peut attendre l'assuré. Si les assureurs décident de produire les rendements de leurs actifs par un GSE et non par un bootstrap, il est probable qu'ils capitaliseront sur leur GSE existant. C'est pourquoi, pour choisir les modèles implémentés, cette étude s'est fondée sur les modèles de place les plus utilisés soient Merton pour les actions et l'immobilier et Vasicek pour les taux.

Pour finir, une analyse des sensibilités des rendements annuels moyens estimés a été réalisée selon trois axes : la granularité d'historique, la profondeur d'historique et l'allocation d'actifs choisie. Le but de cette analyse est de mettre en avant sur chaque axe la méthode la moins sensible. Ainsi, le bootstrap PRIIPs s'est avéré moins sensible que le GSE monde réel au changement de granularité d'historique. Cependant, le GSE monde réel est moins sensible aux changements de profondeur d'historique et d'allocations d'actifs que le bootstrap PRIIPs. De plus, la norme laisse le choix sur la profondeur d'historique à prendre pour calibrer le bootstrap PRIIPs. Cependant, cette étude a montré que plus l'historique est profond, plus il intègre des taux élevés et donc plus les taux servis estimés seront élevés.

Abstract

Keywords : PRIIPs, customer protection, bootstrap, real word universe, Economic Scenario Generator, calibration, Merton, Vasicek, saving, Asset Liability Management

Under the PRIIPs (Packaged Retail and Insurance-Based Investment Products) standard, insurers and asset managers have to produce pre-contractual documents indicating performance scenarios as well as cost impact that would be imputed to the products on which the subscriber wants to invest. Thanks to those documents, that should be public, the retail investor would be clearly informed which can have an impact on the new business volume. The main aim of this survey is to analyze models used in this standard for the French favorite investment : the euro funds.

For studying this fund as well as estimated served rates that it would be possible to get, asset returns that compose it are generated to integrate them afterward into an ALM (Asset and Liability Management). For this purpose, an adjusted bootstrap is imposed by the standard. Nevertheless, as it is often said in finance "the past performances do not prejudge future performances". This study tries to challenge methods of bootstrap by a real world ESG (Economic Scenario Generator). Modelling a real world ESG instead of a risk neutral one permits to simulate the real performances that the insured could expect. Using ESG for estimate their asset returns, insurers could clearly capitalize on existing one. That's why, the choice of the implemented models is based on the most used models of place : Merton for the actions and the real estate and Vasicek for the rates.

Finally, an analysis of the sensibilities of the average annual yields estimated was realized according to three axes : the granularity of history, the depth of history and the chosen allocation of assets. Thanks to this analysis, the less sensitive method by axe would be highlighted. Thus, the real world ESG is less sensitive to the history's depth changes and to the asset's allocation, than the bootstrap PRIIPs. Moreover, the choice of the history's depth using for the calibrate of the bootstrap is given by the standard. However, this study showed that the deeper the history, the higher the rate, and hence the higher the estimated rates served.

Remerciements

Je tiens à remercier Christophe Eberlé, président d'Optimind, de m'avoir accueilie au sein de son cabinet et de m'avoir permis de réaliser mon alternance dans les meilleures conditions.

Tout d'abord, je voudrais adresser toute ma gratitude à Gildas Robert, Ariane De Taillander et Pierre Poret pour m'avoir encadrée avec bienveillance au cours de mes différentes missions. Je voudrais remercier également Emmanuel Berthelé pour sa relecture attentive de mon mémoire.

Je désire également remercier ma tutrice Emilie Edroux de m'avoir suivie pour ce mémoire. Je remercie tout particulièrement Gaël Gouba, Yoni Chekroun et Charlène Dupont pour leur disponibilité, leur gentillesse et leurs précieux conseils tout au long de cette année.

Je voudrais également remercier l'ensemble de mes enseignants à l'ISFA pour m'avoir offert les outils nécessaires à la réussite de mes études universitaires et tout particulièrement à Aurélien Couloumy, mon tuteur académique, pour sa disponibilité.

Enfin, je souhaite remercier l'ensemble de mes proches pour leur confiance et leur soutien sans faille.

Table des matières

Introduction **1**

I Mise en contexte **3**

1 PRIIPs **4**
1.1 Contexte et enjeux 4
1.1.1 Environnement financier 4
1.1.2 Protection des investisseurs 5
1.2 La réglementation PRIIPs 6
1.2.1 Processus législatif et objectifs 6
1.2.2 EPT-CEPT 8
1.2.3 Champ d'application et informations générales 9
1.2.4 Sanctions applicables 9
1.2.5 Cartographie des DICs à produire 10
1.3 Présentation et contenu des DICs 11
1.3.1 Mesures de risque 13
1.3.2 Indicateur synthétique de risque 15
1.3.3 Catégorisation des PRIIPs 15
1.3.4 Particularités du DICI et du KID générique 19
1.4 Limites de PRIIPs 20
1.4.1 Vis-à-vis du client 20
1.4.2 Vis-à-vis des assureurs et gestionnaires de fonds 21

2 Pourquoi challenger la norme ? **22**
2.1 Quels sont les fonds concernés par la catégorie 4 ? 22
2.2 Spécificités des fonds euros 23
2.2.1 Exigences réglementaires pour la MRM 23
2.2.2 Durée de détention recommandée 24
2.2.3 Problématique de méthodologie pour l'évaluation des scénarios de performance 24

II Mise en application **27**

3 Introduction aux outils financiers **29**
3.1 Théorie des taux 29

3.2 Processus de Poisson 29

4 *Bootstrap* 31
4.1 Action et immobilier 32
4.1.1 Scénarios de performance favorable, intermédiaire et défavorable 32
4.1.2 Scénario sous tensions 34
4.2 *Bootstrap* des taux 35
4.3 Contrôle du *bootstrap* 37

5 GSE monde réel 38
5.1 Générateur de scénarios économiques 38
5.2 Univers risque-neutre, univers monde réel 38
5.3 Choix des modèles 39
5.3.1 Modèles action et immobilier : Merton 40
5.3.2 Modèle de taux : Vasicek 44
5.3.3 Prise en compte de la corrélation 46

6 Modèle épargne 49
6.1 Présentation du portefeuille initial 49
6.1.1 Présentation du produit 49
6.1.2 Hypothèses à l'actif 51
6.1.3 Hypothèses au passif 51
6.2 Principales hypothèses du modèle épargne 52
6.3 Modèle épargne et *bootstrap* 55
6.4 Modèle épargne et GSE 56

III Analyse des sensibilités 57

7 Sensibilités à l'historique 59
7.1 Sensibilités à la granularité de l'historique 60
7.1.1 Sensibilité du *bootstrap* 61
7.1.2 Sensibilité du GSE 62
7.2 Sensibilités à la profondeur d'historique 64
7.2.1 Sensibilités du *bootstrap* 65
7.2.2 Sensibilités du GSE 66
7.2.3 Comparaison des sensibilités du *bootstrap* et du GSE à la profondeur d'historique 68

8 Sensibilités à l'allocation d'actifs 71
8.1 Profondeur d'historique de 5 ans 71
8.2 Profondeur d'historique de 10 ans 73

9 Sensibilités au sein du *bootstrap* 74

Conclusion **76**

Bibliographie **78**

Liste des abréviations **80**

Table des figures **81**

Annexes **84**

Corrélations des actifs **85**

Textes règlementaires **86**

Démonstrations mathématiques **90**

Introduction

Entrée en vigueur au 1^{er} janvier 2018, la réglementation concernant les produits d'investissement packagés de détail et fondés sur l'assurance (PRIIPs) vise à protéger davantage les investisseurs. A ces fins, elle oblige notamment les assureurs à fournir, avant toute souscription d'un contrat d'assurance vie, un document montrant l'impact des coûts prélevés par l'assureur sur le rendement servi à l'assuré ainsi que les scénarios de performance estimés des fonds dudit contrat et un indicateur synthétique de risque (ISR). Afin de pouvoir simuler correctement ces scénarios, l'assureur doit commencer par estimer le rendement des actifs qu'il détient en portefeuille sur la période concernée. Sur ce point, la norme impose de réaliser un *bootstrap* pour certaines catégories de fonds. En d'autres termes, un rééchantillonnage avec remplacement des données historiques qui permet de simuler les données futures.

Cependant, dans certains documents financiers, une mention règlementaire est omniprésente : « Les performances passées ne préjugent pas des performances futures ». Toute publicité d'un placement affichant une performance passée doit en faire mention. Un exemple peut être pris afin d'appréhender cette notion : si un fond réalise une performance de +1% sur un mois, il est difficile d'assurer qu'il fera de même le mois prochain. C'est pourquoi il est d'usage d'utiliser un générateur de scénario économique (GSE), dans lequel des modèles mathématiques viennent s'ajouter aux données historiques, afin de génerer les rendements des actifs. La réglementation PRIIPs, quant à elle, se fonde sur les performances passées pour en déduire des indicateurs de performance. Ce mémoire visera à exposer les limites du *bootstrap*, notamment en le challengeant avec un GSE monde réel.

Dans une première partie, l'étude sera mise en contexte en détaillant notamment la norme PRIIPs et en expliquant les raisons qui incitent à la challenger. Dans un second temps, une mise en application de ce projet sera réalisée : en modélisant d'une part le *bootstrap* imposé par PRIIPs et d'autre part un GSE monde réel qui peut sembler plus adapté aux pratiques actuelles du marché. La manière dont sont intégrés les scénarios générés dans le modèle ALM (*Asset and Liability Management*) sera également développée. Pour finir, une analyse des sensibilités sera effectuée à travers trois dimensions : la profondeur et la granularité de l'historique retenues pour calibrer le GSE ou le *bootstrap* et l'impact d'un changement d'allocation d'actifs selon que les scénarios aient été générés par un *bootstrap* ou par un GSE. Des réponses aux questions suivantes seront proposées : que peut capter un GSE que ne peut pas capter un *bootstrap*

PRIIPs ? Quels sont les points d'attention lorsque les scénarios de performance futurs sont donnés par *bootstrap* ?

Nota Bene : une liste des abréviations est disponible en Annexes page 80.

Première partie

Mise en contexte

Chapitre 1

PRIIPs

1.1 Contexte et enjeux

1.1.1 Environnement financier

Au pays des fables de La Fontaine, les Français sont bien plus « fourmis » que «cigales». En effet, les ménages ont tendance à épargner beaucoup mais sans prendre de risque notamment à cause de leur manque de connaissance et de confiance dans le secteur financier. Les Français qui disent épargner mettent de côté en moyenne 14 % [18] de leur revenu tous les mois, ce qui place la France en tête de l'Union Européenne puisque le taux d'épargne est par exemple de 10,4 % en Italie ou encore 6,1 % en Grande-Bretagne. Dans le contexte de taux bas et avec un taux de livret A qui restera bloqué à 0,75 % jusqu'en 2020, les épargnants ont tendance à se tourner vers l'assurance vie. L'Europe, et en particulier l'Hexagone, est réputée très frileuse en matière de placements, cependant, les unités de compte (UC) sont plébiscitées depuis 2016. En effet, la part d'UC dans la collecte nette de l'assurance vie a bondi de 84 % en 2016 à 278 % en 2017 [2]. La collecte nette représente le solde des cotisations moins les rachats. Ceci traduit un changement de comportement des consommateurs qui seraient prêts à prendre plus de risque pour avoir un meilleur rendement puisque les taux servis sur les supports euros snot à un plus bas historique.

Bien que les consommateurs semblent plus enclins à s'orienter vers des produits plus risqués, il reste encore un obstacle de taille qui limite leurs choix en matière financière. En effet, depuis la crise de 2008, les consommateurs ont de moins en moins confiance dans le secteur financier d'autant plus que leur éducation dans ce domaine présente de nombreuses lacunes. Cette crise a montré que, le plus souvent, les investisseurs n'appréhendaient pas les risques des produits d'investissement auxquels ils souscrivaient. De plus, le manque de confiance dans ce secteur n'incite pas les consommateurs à investir dans des produits plus risqués tels que les UC, bien que la tendance semble s'inverser ces derniers temps. Or, dans ce contexte de taux

2. Chiffres FFA

bas, continuer de souscrire des fonds euros oblige les assureurs à investir dans des actifs à très faible rendement ; ce qui n'est pas viable sur le long terme. En effet, les taux servis actuellement, supérieurs aux taux obligataires en vigueur, proviennent du rendement d'anciennes obligations dont la rémunération était plus élevée. L'arrivée à terme de ces actifs, remplacés par des actifs plus récents à rendement exceptionnellement bas, entrainera une baisse du rendement du portefeuille et les assureurs devront faire face au risque d'une remontée des taux qu'ils ne pourront pas suivre. Ainsi, l'un des objectifs actuels des assureurs est d'orienter les consommateurs vers les unités de compte. Il convient pour cela de redonner confiance aux assurés et de leur expliquer que, sur le long terme, les actions ont un meilleur rendement que le fonds euro.

1.1.2 Protection des investisseurs

La protection des investisseurs est un sujet central en assurance, d'autant plus qu'elle permet à ces derniers de retrouver confiance dans le secteur. Ainsi, depuis la crise financière de 2008, la Commission européenne a travaillé sur une réforme pour la protection des investisseurs. Son but est d'accroitre la transparence du marché des investissements de détail dans un contexte où les produits financiers deviennent de plus en plus complexes. L'idée est donc que tout un chacun puisse comprendre ce sur quoi il investit. La réglementation PRIIPs (Packaged Retail Insurance-based Investment Products) intervient dans le cadre d'un corpus de texte visant à protéger la clientèle dans le secteur de l'assurance, appelé le paquet "produits de détail et protection des consommateurs".

FIGURE 1.1 – La protection des investisseurs

Depuis 2011, l'application de la Directive OPCVM (Organisme de Placements Collectif en Valeurs Mobilières, directive 2009/65/CE) oblige les *asset managers* à produire pour leurs investisseurs un DICI (Document d'Informations Clés pour l'Investisseur) pour leurs fonds UCITS (Undertakings for Collective Investments in Transferable Securities). Un KIID ou DICI est un document règlementaire standardisé de 2 pages qui remplace le prospectus simplifié. Il reprend de manière synthétique et dans un langage simple des informations standardisées et facilement comparables sur les OPCVM tout en informant les investisseurs des risques associés.

La directive MIFID II (*Markets in Financial Instruments Directive*), applicable depuis le 03 Janvier 2018, vise à rendre les marchés plus solides et transparents en instaurant un nouveau cadre règlementaire pour :

— la protection des investisseurs,
— les contrôles internes et externes,
— la structure du marché,
— la transparence.

En ce qui concerne la DDA (Directive sur la distribution d'assurance), elle a pour but d'améliorer la réglementation sur le marché de l'assurance de détail et de créer davantage d'opportunités pour les activités transfrontalières, d'établir les conditions nécessaires à une concurrence loyale entre les distributeurs de produits d'assurance et de renforcer la protection des consommateurs, notamment en ce qui concerne la distribution de produits d'investissement fondés sur l'assurance. Elle est entrée en vigueur en février 2016 mais sa date de transposition dans le droit français, initialement prévue en février 2018 a été repoussée à octobre 2018.

1.2 La réglementation PRIIPs

1.2.1 Processus législatif et objectifs

La réglementation PRIIPs (Règlement UE n° 1286/2014 du Parlement Européen et du Conseil) a été adoptée par le Parlement Européen le 26 novembre 2014. Après une première version des normes techniques de réglementation (RTS) rejetée le 14 septembre 2016 par le Parlement Européen, la version des RTS en vigueur complémentant le Règlement PRIIPs a été adoptée le 8 mars 2017. Elle précise la méthodologie de calcul et de présentation des risques, des coûts, la présentation et le contenu du document d'information clés (DIC) ainsi que ses modalités de remise et de révision. L'entrée en application de PRIIPs s'est faite le 1er Janvier 2018, il s'agit de la première réglementation au niveau européen traitant de l'information précontractuelle sur les contrats d'assurance vie.

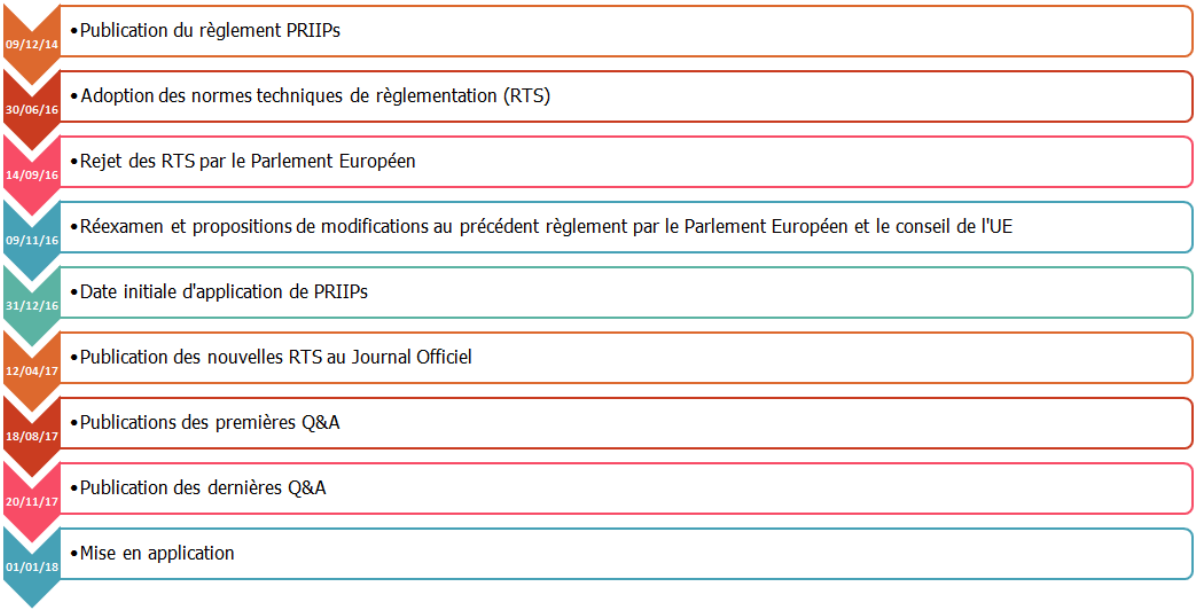


FIGURE 1.2 – Historique de PRIIPs

Cette réglementation vise à obliger les *asset managers* et assureurs européens à communiquer des informations précontractuelles aux investisseurs de détail en leur remettant un DIC (Document d'Information Clé, ou KID : *Key Information Document*) afin qu'ils puissent comparer les différents types de produits financiers qui leur sont proposés et en connaître leur périmètre. Les règles de mise en place de ces documents sont définies par des normes techniques de réglementation.
Les produits d'investissement de détail sont destinés à une clientèle de détail. Pour ces produits, le montant remboursable à l'investisseur est soumis à des fluctuations dépendant de la valeur de référence ou de la performance d'un ou de plusieurs actifs sous-jacents que l'investisseur n'achète pas directement.

FIGURE 1.3 – Objectifs de PRIIPs

Le DIC doit être délivré à l'investisseur avant toute souscription d'un PRIIP. C'est un document de trois pages A4 maximum, qui doit être facilement compris par le consommateur et contenir les informations dans un ordre prescrit :

- En quoi consiste ce produit : le type de produits d'investissement, les différents objectifs de ce produit etc...,
- Le risque qu'il comporte,
- Ce qu'il engendre en cas d'insolvabilité de l'acheteur,
- Les coûts que le consommateur payera pour le produit,
- Les modalités pour récupérer les montants investis,
- Le processus de réclamation.

1.2.2 EPT-CEPT

Afin de faciliter la mise en place de PRIIPs et les échanges d'information entre les sociétés de gestion et les initiateurs de PRIIPs, le club Ampère a publié un *European PRIIPs Template* (EPT) et un *Confort European PRIIPs Template* (CEPT). Ces deux documents, lorsqu'ils sont renseignés, permettent à toute entité de produire un DIC pour le produit ou le support en question. L'EPT contient des informations sur :

- La nature du produit (nom, code ISIN, monnaie...),
- Le PRIIPs en général (période de détention recommandée, catégorie du PRIIP, date de référence...),
- Le calcul des risques (Indicateur Synthétique de Risque, Mesure de Risque de Marché, Mesure de Risque de Crédit, risque de liquidité, fréquence de cotation, *VaR Equivalent Volatility*...),
- Les scénarios de performance avec leurs valeurs pour les différentes périodes de calcul présentés bruts de coûts d'entrée et nets de coûts de sortie. En l'absence de précision, ils seront considérés nets de coûts récurrents et accessoires. Sont également présents le nombre de rendements observés, la moyenne des rendements, l'écart type, le coefficient d'aplatissement, le coefficient d'asymétrie, la volatilité stressée...
- Informations sur les narratifs à inclure.

Le CEPT contient les informations supplémentaires qui doivent permettre de calculer les indicateurs devant figurer dans le DIC pour n'importe quelle RHP (Période de Détention Recommandée) c'est à dire l'historique de prix du fonds et pour chaque RHP : la valeur de scénarios de performance en montant et en rendement annuel ainsi que les coûts totaux aux différentes périodes de calcul. Il apparait aujourd'hui que le CEPT n'est que très peu utilisé. En effet, les sociétés de gestions refusent actuellement de le fournir du fait de la complexité et de l'importance des calculs à réaliser.

1.2.3 Champ d'application et informations générales

Sont concernés par le règlement tous les produits offrant aux investisseurs de détail des possibilités d'investissement dont le montant remboursable est soumis à des fluctuations de valeurs de références ou à des performances d'actifs que l'investisseur n'achète pas directement.

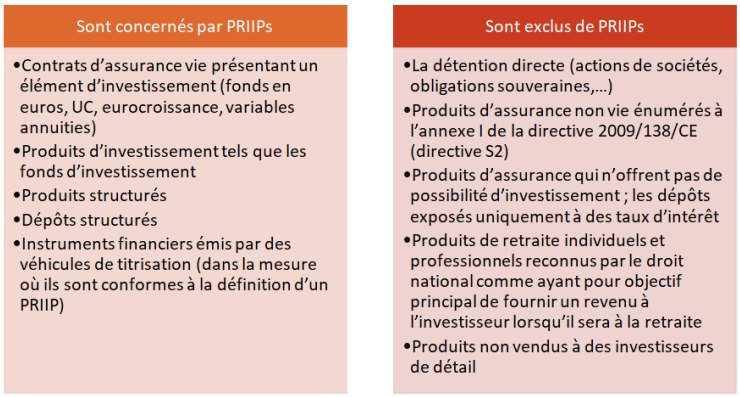


FIGURE 1.4 – Champ d'application de la réglementation

Trois grandes étapes seront désormais à la charge de l'initiateur d'un PRIIP concernant le DIC :

— Produire le DIC par des processus qui respectent l'ensemble des obligations,
— Founir le DIC avant la prise de décision du client non professionnel, avant toute conclusion du contrat,
— Réviser le DIC au moins annuellement et, si nécessaire, en fonction des évènements qui peuvent affecter la vie du produit (changement de volatilité...).

L'initiateur du PRIIP est soumis à de nombreuses obligations concernant le DIC : il est responsable de la production, de la révision et de la fourniture du DIC. Il doit également veiller à ce que les informations contenues dans le DIC soient les plus exactes, claires, lisibles et compréhensibles possibles pour le client non professionnel. Enfin, il doit être en mesure de fournir un DIC avant la conclusion du contrat, au moment de la prise de décision, ce qui nécessite de sa part de mettre en œuvre l'automatisation de la génération du DIC.

1.2.4 Sanctions applicables

Les sanctions sont sous la responsabilité des Etats membres et à définir avant la mise en application du règlement. Ce sont des sanctions administratives, «proportionnées et dissuasives».

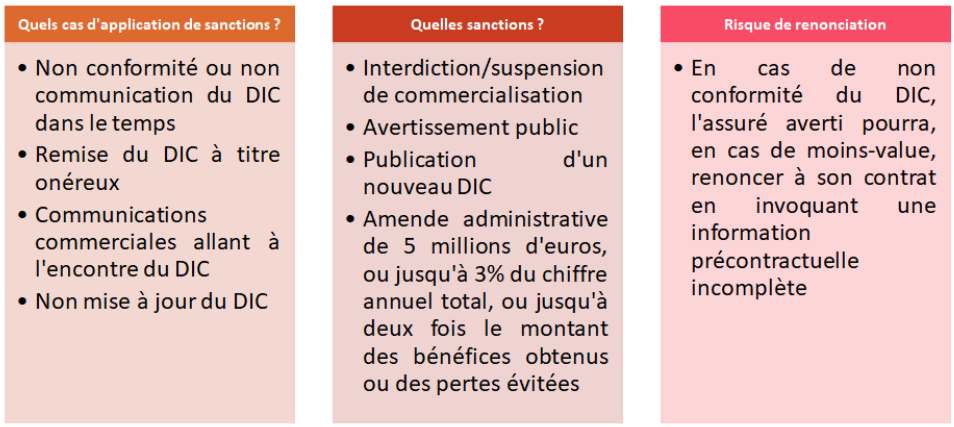


FIGURE 1.5 – Sanctions liées à PRIIPs

1.2.5 Cartographie des DICs à produire

Afin d'appliquer de manière correcte le Règlement PRIIPs, il convient d'effectuer au préalable une cartographie des documents à produire en isolant les fonds concernés et en les catégorisant de manière adéquate commme il le sera définit par la suite.

Particularité des OPCVM et FIA bénéficiant d'une exemption

L'article 32 du règlement 1286/2014 prévoit une période transitoire jusqu'au 31 décembre 2019, durant laquelle les OPCVM (Organisme de Placements Collectifs en Valeurs Mobilières) et FIA (Fonds d'Investissement Alternatifs) ne sont pas soumis à la réalisation d'un KID, compte tenu de l'établissement récent des obligations en matière d'informations clés les concernant. La réglementation actuelle concernant les OPCVM et FIA impose déjà la remise d'un document d'information clés pour l'investisseur avec des informations semblables au DIC de PRIIPs.

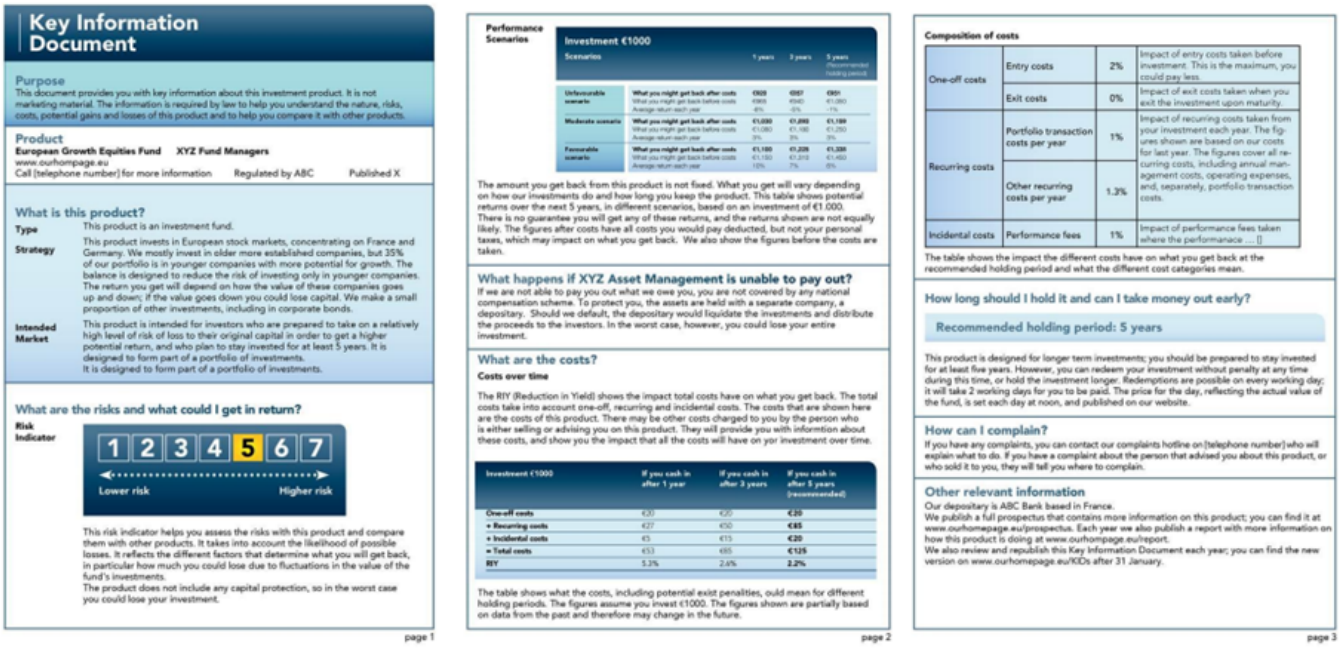
Particularité des produits multi-options

Un même produit d'assurance peut contenir un nombre important de supports d'investissement, et proposer différentes garanties optionnelles et modalités d'investissement. Ces informations ne pourraient pas être synthétisées dans un document de 3 pages. Ces éléments ayant une influence directe sur la performance et les coûts afférents au contrat, un DIC devrait théoriquement être produit pour chaque support, chaque modalité d'investissement et chaque garantie optionnelle, en plus d'un DIC générique au global du produit d'assurance. Ceci implique une démultiplication du nombre de DICs à présenter pour chaque produit. Dans ce cas, un accès à des DICs supports doit être proposé lors de la remise du DIC générique. Ces DICs supports donnent des informations relatives au support d'investissement tout en étant plus courts qu'un DIC classique puisque les informations à présenter sont plus synthétiques.

Pour les OPCVM bénéficiant de la période d'exemption, le DICI peut être utilisé comme DIC support.

1.3 Présentation et contenu des DICs

Le règlement PRIIPs se caractérise par la production d'un Document d'Informations Clés qui doit être composé de 3 pages maximum au format A4. C'est un document précontractuel distinct des éléments de marketing qui doit être précis, juste et clair. Il est disponible dans la langue officielle ou dans toutes les langues dans lesquelles le produit est distribué et mis à jour périodiquement notamment lors de changement de volatilité du ou des sous-jacents. Ci-dessous le format type d'un DIC :



Key Information Document

Purpose
This document provides you with key information about this investment product. It is not marketing material. The information is required by law to help you understand the nature, risks, costs, potential gains and losses of this product and to help you compare it with other products.

Product
European Growth Equities Fund **XYZ Fund Managers**
www.ourhompage.eu
Call [telephone number] for more information Regulated by ABC Published X

What is this product?
Type This product is an investment fund.
Strategy This product invests in European stock markets, concentrating on France and Germany. We mostly invest in older more established companies, but 35% of our portfolio is in younger companies with more potential for growth. The balance is designed to reduce the risk of investing only in younger companies. The return you get will depend on how the value of these companies goes up and down; if the value goes down you could lose capital. We make a small proportion of other investments, including in corporate bonds.
Intended Market This product is intended for investors who are prepared to take on a relatively high level of risk of loss to their original capital in order to get a higher potential return, and who plan to stay invested for at least 5 years. It is designed to form part of a portfolio of investments.
It is designed to form part of a portfolio of investments.

What are the risks and what could I get in return?
Risk Indicator
1 2 3 4 **5** 6 7
Lower risk Higher risk
This risk indicator helps you assess the risks with this product and compare them with other products. It takes into account the likelihood of possible losses. It reflects the different factors that determine what you will get back, in particular how much you could lose due to fluctuations in the value of the fund's investments.
The product does not include any capital protection, so in the worst case you could lose your investment.

page 1

Performance Scenarios

Investment €1000

Scenarios		1 years	3 years	5 years (Recommended holding period)
Unfavourable scenario	What you might get back after costs Average return each year	€805 -8%	€957 -5%	€1.080 -1%
Moderate scenario	What you might get back after costs What you might get back before costs Average return each year	€1.030 €1.080 3%	€1.093 €1.180 3%	€1.189 €1.292 3%
Favourable scenario	What you might get back after costs What you might get back before costs Average return each year	€1.150 €1.150 15%	€1.225 €1.313 7%	€1.320 €1.450 8%

The amount you get back from this product is not fixed. What you get will vary depending on how our investments do and how long you keep the product. This table shows potential returns over the next 5 years, in different scenarios, based on an investment of €1.000. There is no guarantee you will get any of these returns, and the returns shown are not equally likely. The figures after costs have all costs you would pay deducted, but not your personal taxes, which may impact on what you get back. We also show the figures before the costs are taken.

What happens if XYZ Asset Management is unable to pay out?
If we are not able to pay you out what we owe you, you are not covered by any national compensation scheme. To protect you, the assets are held with a separate company, a depositary. Should we default, the depositary would liquidate the investments and distribute the proceeds to the investors. In the worst case, however, you could lose your entire investment.

What are the costs?
Costs over time
The RIY (Reduction in Yield) shows the impact total costs have on what you get back. The total costs take into account one-off, recurring and incidental costs. The costs that are shown here are the costs of this product. There may be other costs charged to you by the person who is either selling or advising you on this product. They will provide you with information about these costs, and show you the impact that all the costs will have on yor investment over time.

Investment €1000	If you cash in after 1 year	If you cash in after 3 years	If you cash in after 5 years (=recommended)
One-off costs	€20	€20	**€20**
+ Recurring costs	€27	€50	**€85**
+ Incidental costs	€5	€15	**€20**
= Total costs	€53	€85	**€125**
RIY	5.3%	2.4%	**2.2%**

The table shows what the costs, including potential exist penalties, ould mean for different holding periods. The figures assume you invest €1000. The figures shown are partially based on data from the past and therefore may change in the future.

page 2

Composition of costs

One-off costs	Entry costs	2%	Impact of entry costs taken before investment. This is the maximum, you could pay less.
	Exit costs	0%	Impact of exit costs taken when you exit the investment upon maturity.
Recurring costs	Portfolio transaction costs per year	1%	Impact of recurring costs taken from your investment each year. The figures shown are based on our costs for last year. The figures cover all recurring costs, including annual management costs, operating expenses, and, separately, portfolio transaction costs.
	Other recurring costs per year	1.3%	
Incidental costs	Performance fees	1%	Impact of performance fees taken where the performance ... []

The table shows the impact the different costs have on what you get back at the recommended holding period and what the different cost categories mean.

How long should I hold it and can I take money out early?
Recommended holding period: 5 years
This product is designed for longer term investments; you should be prepared to stay invested for at least five years. However, you can redeem your investment without penalty at any time during this time, or hold the investment longer. Redemptions are possible on every working day; it will take 2 working days for you to be paid. The price for the day, reflecting the actual value of the fund, is set each day at noon, and published on our website.

How can I complain?
If you have any complaints, you can contact our complaints hotline on [telephone number] who will explain what to do. If you have a complaint about the person that advised you about this product, or who sold it to you, they will tell you where to complain.

Other relevant information
Our depositary is ABC Bank based in France.
We publish a full prospectus that contains more information on this product; you can find it at www.ourhomepage.eu/prospectus. Each year we also publish a report with more information on how this product is doing at www.ourhompage.eu/report.
We also review and republish this Key Information Document each year; you can find the new version on www.ourhomepage.eu/KIDs after 31 January.

page 3

Un DIC est constitué de 2 parties :

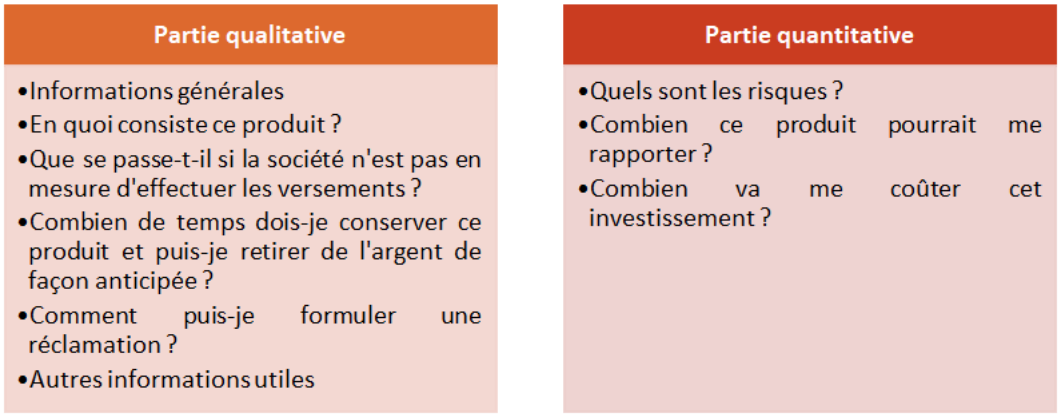


FIGURE 1.6 – Parties d'un DIC

Le format du DIC support n'est pas spécifié dans les textes règlementaires, seules les informations devant y figurer sont listées :

— Un avertissement signalant que le produit peut être difficile à comprendre,
— Un indicateur synthétique de risque, un texte explicatif ainsi que les scénarios de performance,
— Une présentation des coûts.

La partie quantitative du DIC nécessite de calculer trois éléments distincts :

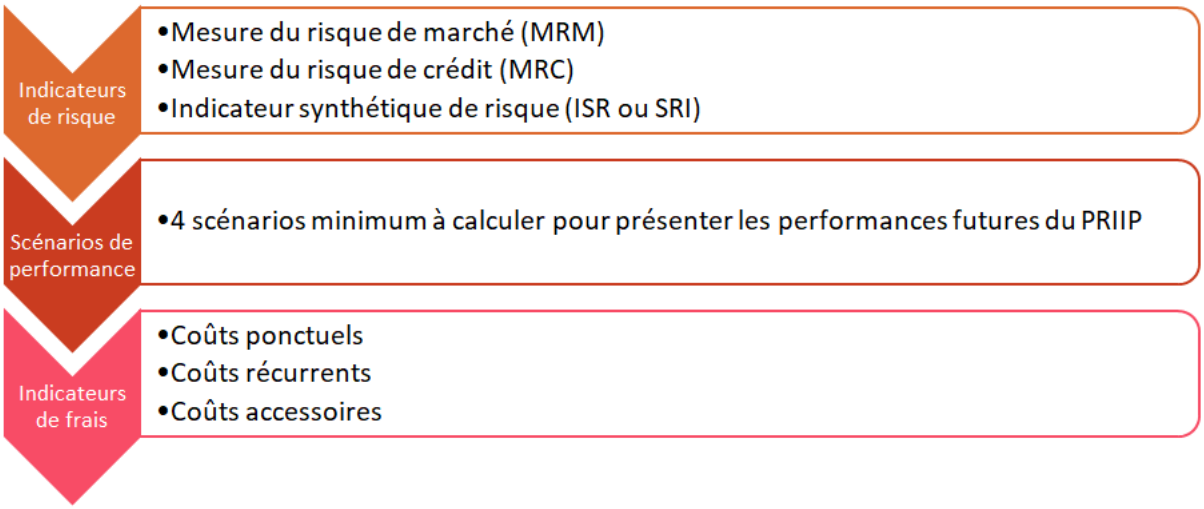


FIGURE 1.7 – Partie quantitative d'un DIC

1.3.1 Mesures de risque

Mesure de risque de crédit (MRC)

Le risque de crédit est le risque qu'un emprunteur ne puisse pas rembourser tout ou partie de son emprunt dans le temps imparti par le contrat. La classe de MRC s'étend sur une échelle allant de 1 (pour le moins risqué) à 6 (pour le plus risqué). Si un PRIIP est exposé à plusieurs investissements sous-jacents comportant une exposition au risque de crédit, le risque de crédit est évalué séparément pour chaque investissement sous-jacent représentant une exposition d'au moins 10 % du total des actifs ou de la valeur du PRIIP. L'échelon de qualité du crédit est alors une moyenne pondérée des échelons de qualité des sous-jacents qui nécessitent une évaluation.

Etape 1 : Niveau de risque de crédit L'évaluation de crédit attribuée au PRIIP, ou au débiteur concerné, par un organisme externe d'évaluation de crédit (OEEC) sert de base pour le niveau de risque de crédit du PRIIP. En l'absence de cette évaluation, l'échelon de crédit est fixé par défaut à :

— 3 "*si le débiteur est soumis, en tant qu'établissement de crédit ou entreprise d'assurance, au droit de l'Union applicable ou à un cadre juridique équivalent selon le droit de l'Union, et si l'Etat membre où est domicilié le débiteur relèverait de l'échelon 3 de qualité du crédit*" [1],

— 5 sinon.

Etape 2 : Ajustement à la RHP L'évaluation de crédit attribuée doit ensuite être ajustée à la durée de détention recommandée (RHP) du PRIIP selon le tableau suivant :

Echelon de qualité du crédit de base	Echelon ajusté pour les PRIIPs dont l'échéance ou la RHP est $\leq$ 1an	Echelon ajusté pour les PRIIPs dont l'échéance ou la RHP est entre 1 et 12 ans	Echelon ajusté pour les PRIIPs dont l'échéance ou la RHP est $>$ 12 ans
0	0	0	0
1	1	1	1
2	1	2	2
3	2	3	3
4	3	4	5
5	4	5	6
6	6	6	6

FIGURE 1.8 – Echelons de l'adaptation de la MRC à la RHP

1. Point 43.a de l'Annexe II de [7]

Etape 3 : Correspondance MRC L'échelon ajusté de la qualité de crédit permet, via un tableau de correspondance donné par les RTS [1](*Regulatory Technical Standard*), de déduire une mesure de risque de crédit :

Echelon ajusté de qualité du crédit	Mesure du risque de crédit
0	1
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6

FIGURE 1.9 – Echelons de la mesure de risque de crédit

Dans certains cas [2], la mesure du risque de crédit pourra être fixée directement à 1 ou à 2, être diminuée d'un cran ou être augmentée de 2 ou 3 crans.

Mesure de risque de marché (MRM)

Le risque de marché est le risque que la valeur d'un produit financier génère une perte en fonction des variations des actifs qui le composent. La classe de MRM s'étend d'une échelle de 1 à 7 : la classe 1 étant la moins risquée. Les méthodes de détermination de la classe de MRM varient selon la catégorie du PRIIP. Pour la catégorie 1, la classe de MRM est de 7 sauf pour les PRIIPs classés dans cette catégorie à cause d'un historique de prix insuffisant. Dans ce cas, la classe de MRM est de 6. Pour les PRIIPs de catégorie 2, 3 et certains produits de catégorie 4, la classe de MRM est déterminée en fonction de la volatilité annualisée du PRIIP correspondant à la VaR (*Value at Risk*) pour un niveau de confiance de 97,5 % sur la période de détention recommandée.

Classe de MRM	1	2	3	4	5	6	7
Equivalent de la volatilité de la VaR (VEV)	< 0,5%	0,5-5%	5%-12%	12%-20%	20%-30%	30%-80%	> 80%

FIGURE 1.10 – Classes de MRM

Cependant, dans le cas de PRIIPs pour lesquels il n'existe que des données de prix mensuels, la classe de MRM attribuée conformément au tableau ci-dessus est relevée d'un cran.

1. Point 42 Annexe II de [7]
2. Points 46 à 51 Annexe II de [7]

1.3.2 Indicateur synthétique de risque

L'ISR est obtenu en combinant les classes de MRM et MRC sur une échelle numérique de 1 à 7. L'évaluation du risque de crédit n'est pas obligatoire pour les PRIIPs dont la classe de MRM est de 7 puisque cette dernière n'influence pas le résultat de la classe ISR.
Ci-dessous le tableau de correspondance pour obtenir l'ISR :

ISR	MRM 1	MRM 2	MRM 3	MRM 4	MRM 5	MRM 6	MRM 7
MRC 1	1	2	3	4	5	6	7
MRC 2	1	2	3	4	5	6	7
MRC 3	3	3	3	4	5	6	7
MRC 4	5	5	5	5	5	6	7
MRC 5	5	5	5	5	5	6	7
MRC 6	6	6	6	6	6	6	7

FIGURE 1.11 – ISR

1.3.3 Catégorisation des PRIIPs

Les méthodes de calcul pour l'évaluation des risques et des performances retenues dépendent de la catégorie du PRIIP concerné. Le règlement s'articule autour de quatre catégories résumées de la manière suivante :

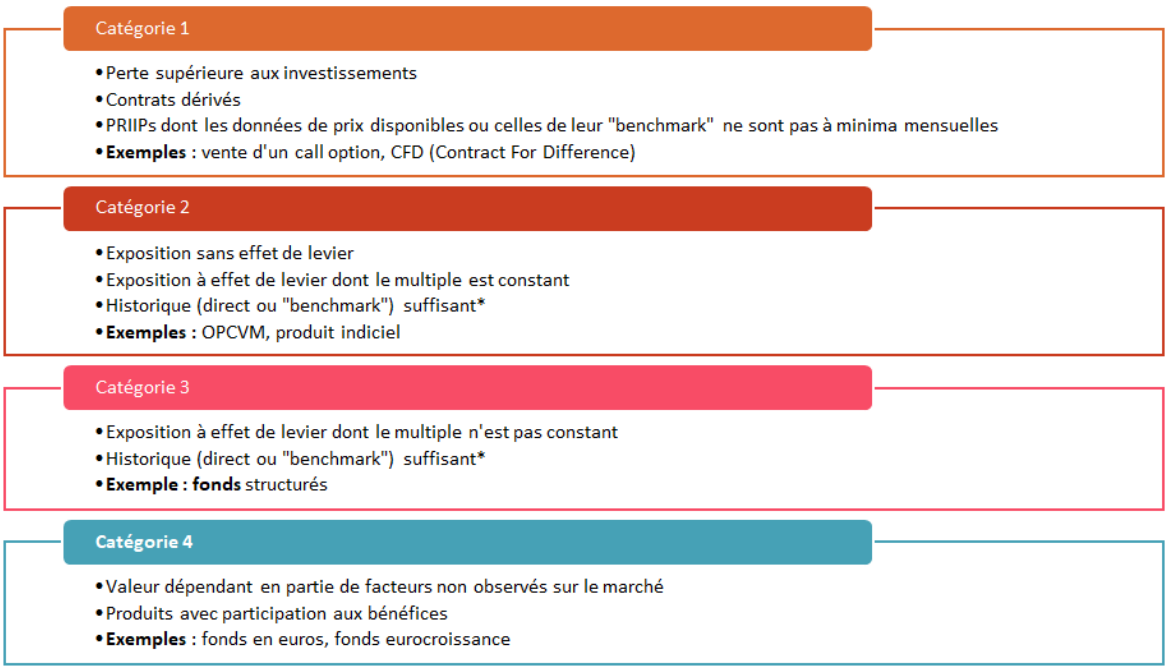


FIGURE 1.12 – Catégorisation des PRIIPs

*Historique suffisant : 2 ans de prix quotidiens, 4 ans de prix hebdomadaires ou 5 ans de prix mensuels selon les RTS.

A noter que les catégories 2, 3 et 4 couvrent la majeure partie des produits d'assurance vie. Ce mémoire s'attachera plus particulièrement à expliquer les impacts des choix de modélisation pour la catégorie 4.

Scénarios de performance

L'enjeu de cette section du DIC est de comparer la valeur du PRIIP pour un montant investi de 10 000 € (ou 1 000 € pour les primes régulières) selon plusieurs scénarios. Ils indiquent à l'investisseur ce que pourrait lui rapporter le produit en fonction de l'évolution des sous-jacents. 4 scénarios sont à calculer : favorable, intermédiaire, défavorable, de tension. Un scénario supplémentaire prenant en compte les prestations d'assurance doit être rajouté si le PRIIP est un produit d'investissement fondé sur l'assurance. Il tient compte des prestations en cas de survenance d'évènements couverts (décès, invalidité...).

L'ensemble des scénarios doit être calculé pour différentes dates, déclinées selon la RHP du PRIIP :

- Si la RHP est $\leq$ 1 an : à la fin de la période de détention recommandée
- Si 1 an $<$RHP$<$3 ans : à la fin de la première année et à la fin de la période de détention recommandée
- Si RHP $\geq$ 3 ans : à la fin de la première année, à la moitié de la période de détention recommandée (arrondi à l'entier supérieur de RHP/2) et à la fin de la période de détention recommandée

Là encore, les scénarios de performance sont calculés différemment selon la catégorie du PRIIP :

- Catégorie 1 : les scénarios de performance sont montrés sous la forme de graphique de structure de rémunération et sont calculés avec la méthode utilisée pour les PRIIPs de catégorie 3,
- Catégorie 2 : les scénarios de performance sont calculés via les formules fournies par les RTS qui se fondent sur la distribution des rendements du PRIIP,
- Catégorie 3 et 4 : les scénarios "défavorable", "modéré" et "favorable" correspondent respectivement aux 10^e, 50^e et 90^e centiles de la distribution des rendements simulés. Le scénario de tension correspond au 1^{er} centile pour une RHP de 1 an et au 5^e centile pour une RHP supérieure.

La performance du PRIIP doit être calculée nette de tous les coûts applicables. Elle est présentée en montant et en pourcentage de retour sur investissement annuel pour chaque période de calcul.

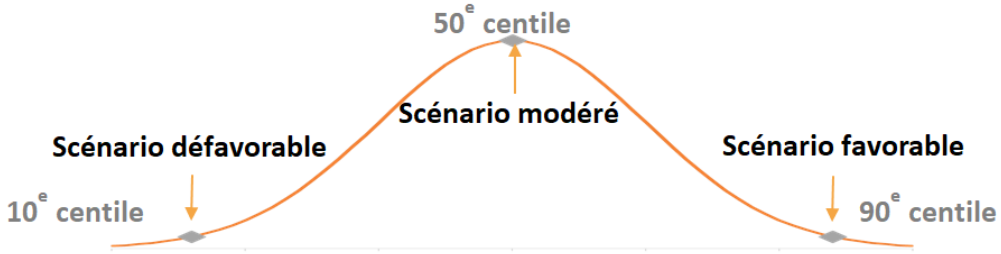


FIGURE 1.13 – Centiles des scénarios de performance

Affichage des coûts

Le tableau « Coûts au fil du temps » présente à l'investisseur la réduction en pourcentage du rendement lié aux coûts totaux ainsi que l'impact en montant de coûts associés. Ces deux informations sont présentées aux dates de calcul des scénarios de performance intermédiaire. Pour calculer les résultats en montant, la différence est effectuée, pour chaque date de calcul, entre la valeur du PRIIP dans le scénario intermédiaire avec les coûts intégrés et la valeur du PRIIP dans le scénario intermédiaire avec les coûts totaux déduits

$$Coûts\ totaux^{année\ t} = Performance\ Int_{brute}^{année\ t} - Performance\ Int_{nette}^{année\ t}$$

avec

$$Performance\ Int_{brute}^{année\ t} = Scénario\ Int_{brut}^{année\ t} * Prime\ initiale$$

et

$$Performance\ Int_{nette}^{année\ t} = Scénario\ Int_{net}^{année\ t} * Prime\ initiale$$

Pour calculer la réduction annualisée du rendement (RIY) liée aux coûts, la méthodologie suivante est appliquée :

— Calcul du taux de rendement annuel net

$$r^{\text{année t}} = (Scénario\ Int_{net}^{année\ t})^{\frac{1}{année\ t}-1}$$

— Calcul du taux de rendement annuel brut

$$i^{année\ t} = (Scénario\ Int_{brut}^{année\ t})^{\frac{1}{année\ t}-1}$$

— Calcul de la réduction du rendement annuel liée aux coûts

$$RIY^{année\ t} = i^{année\ t} - r^{année\ t}$$

Ce calcul est à décliner selon les différentes dates de calcul en fonction des performances nettes et brutes du scénario intermédiaire à ces mêmes dates.

Le tableau « Composition des coûts » présente à l'investisseur, en pourcentage, la réduction du rendement lié à chaque catégorie de coûts. Cette réduction correspond à la différence entre le rendement annuel du PRIIPs avec et sans application de la catégorie de coûts concernée. Les résultats sont présentés à la fin de la période de détention recommandée. Ci-dessous le format type d'un tel tableau :

Composition des coûts		
		RHP
Coût ponctuels	Coût d'entrée	%
	Coûts de sortie	%
Coûts récurrents	Coûts de transaction de portefeuille	%
	Autres coûts récurrents	%
Coûts accessoires	Commissions liées aux résultats	%
	Commissions d'intéressement	%

FIGURE 1.14 – Tableau de composition des coûts

La méthodologie de calcul de la réduction de rendement lié aux coûts d'entrée est détaillée ci-dessous, les autres réductions de rendement s'effectuent sensiblement de la même manière.

Pour commencer, le taux de rendement net des coûts d'entrée à la période de détention recommandée est calculé :

$$r_{entrée}^{RHP} = (\frac{Performance\ Int_{avec\ entrée}^{RHP}}{Prime\ initiale})^{\frac{1}{RHP}} - 1$$

avec

$$Performance\ Int_{avec\ entrée}^{RHP} = Performance\ Int_{brute}^{RHP} * (1 - coûts\ d'entrée)$$

la performance qui inclut les coûts d'entrée.
Puis, le taux de rendement brut de tous les coûts à la période de détention recommandée :

$$i_{entrée}^{RHP} = (\frac{Performance\ Int_{brute}^{RHP}}{Prime\ initiale})^{\frac{1}{RHP}} - 1$$

Enfin, la réduction du rendement liée aux coûts d'entrée peut être calculée grâce à la formule suivante :

$$RIY_{coût\ entrée} = i_{entrée}^{RHP} - r_{entrée}^{RHP}$$

1.3.4 Particularités du DICI et du KID générique

Le DICI peut être utilisé à la place du KID jusqu'au 31 Décembre 2019 pour les produits concernés par l'exemption. Les informations présentes dans le DICI sont pour la plupart semblables à celles du KID mais elles diffèrent cependant sur certains points :

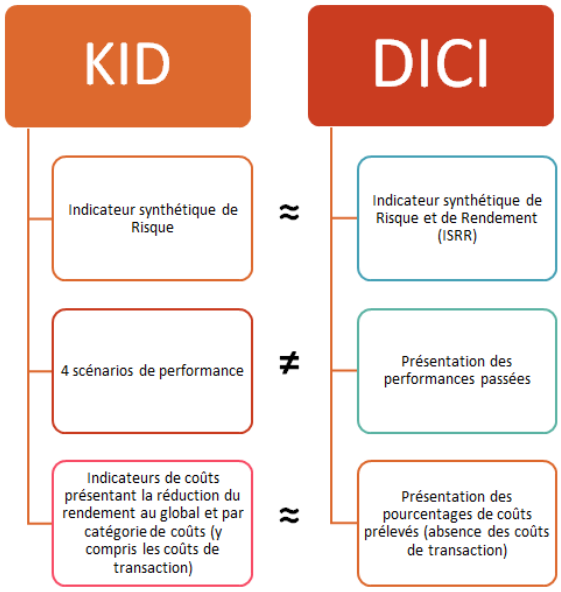


FIGURE 1.15 – KID et DICI

Le KID générique rassemble les informations globales du PRIIP or de nombreux supports d'investissement sont disponibles à travers les produits multi supports, c'est pourquoi une adaptation des indicateurs quantitatifs est nécessaire.

Indicateur synthétique de risque

Concernant l'indicateur synthétique de risque (ISR), une fourchette des différents ISR doit être présentée à l'investisseur. Cependant, les ISR présents dans les KID supports dépendent de la RHP choisie pour le support : les textes règlementaires ne spécifient pas qu'il soit nécessaire d'adapter les RHP au niveau de la RHP du contrat pour l'établissement de cette fourchette. Comme le fichier CEPT (qui rassemble les informations nécessaires au calcul du PRIIP pour un certain fonds et pour toute RHP) n'est pas transmis par les sociétés de gestion, les assureurs font en général le choix de ne pas adapter les calculs de l'ISR des supports à la RHP du contrat. Ce choix est en cohérence avec l'utilisation des ISRR pour les supports utilisant le DICI étant donné que ce dernier ne sera pas adapté à la RHP du contrat.

Coûts au fil du temps

Une fourchette des « Coûts au fil du temps » doit également être présentée en prenant le minimum et le maximum de chaque case du tableau.
Prenons un exemple arbitraire avec 3 sous-jacents (SJ) :

1 - Coûts au fil du temps			
RHP	1	4	8
RYI SJ1	4,50%	4,04%	3,80%
Montant SJ1	450	1500	2900
RYI SJ2	6,24%	3,50%	1,77%
Montant SJ2	624	1200	1800
RYI SJ3	7,37%	5,60%	3,87%
Montant SJ3	737	1600	3900
RYI KID "chapeau"	**4,50% - 7,37%**	**3,50% - 5,60%**	**1,77% -3,87%**
Montants KID "chapeau"	**450 - 737**	**1200 -1600**	**1800-3900**
SJ correspondant	SJ1 - SJ3	SJ2 - SJ3	SJ2 - SJ3

FIGURE 1.16 – Exemple - coûts au fil du temps

Dans ce cas, pour la première année, c'est le sous-jacent 1 qui a le plus faible coût et le sous-jacent 3 qui a le plus élevé, la fourchette de coût sera donc composée de ces deux montants.

Composition des coûts

On applique le même principe que pour le tableau des « Coûts au fil du temps » en prenant le minimum et le maximum de chaque case du tableau des sous-jacents. Cette méthode présente tout de même un inconvénient majeur : investir dans des sous-jacents présentant des coûts plus faibles ne signifie pas que le coût total sera plus faible comme peut le laisser penser un tel tableau.

1.4 Limites de PRIIPs

1.4.1 Vis-à-vis du client

La réglementation PRIIPs a pour but d'améliorer la transparence d'une majeure partie des produits d'investissement vis-à-vis des investisseurs de détail. Elle doit fournir une information claire, exacte et ne pas induire en erreur l'investisseur de détail dans la comparaison de produits. Or, dans un communiqué de presse [13] les Associations françaises représentant les consommateurs et les professionnels jugent que les indicateurs de PRIIPs sont très contestables et ne permettent pas de remplir l'objectif de cette réglementation.

A titre d'exemple, pour des produits dont les supports possibles d'investissement sont multiples, il est nécessaire selon la réglementation de présenter dans le DIC générique une fourchette des ISR des différents supports. Il est aisé de constater, étant donné le grand nombre de supports offerts par ces produits, que cette fourchette n'apporte pas de réelle information

à l'investisseur concernant le risque du produit. En effet, la fourchette du PRIIP sera probablement remplie par ces produits et les ISR sélectionnés s'étendront donc dans la plupart des cas de 1 à 7 ce qui n'offre pas d'information au client.

De plus, suite aux premières publications des documents, des différences méthodologiques des acteurs liées à des incertitudes au sein de la norme ce qui engendre des problèmes de comparabilité entre leurs DICs.

1.4.2 Vis-à-vis des assureurs et gestionnaires de fonds

Il convient de noter qu'au vu de la complexité de calculs, de la multiplication de documents à fournir et des coûts engendrés par ce règlement, les assureurs pourraient vouloir réduire leur offre commerciale. Par ailleurs, pour cette 1ère application de la norme, très peu d'assureurs ont été en mesure de fournir à leurs clients, dès le 01/01/2018, les documents relatifs à PRIIPS. Beaucoup ont pris du retard, que ce soit en termes de semaine ou même en termes de mois pour certains.

Du côté des gestionnaires d'actifs, les charges de travail ont également été décuplées. Ils doivent non seulement identifier parmi les produits distribués aux investisseurs particuliers ceux qui sont concernés par les exigences de *reporting*, mais également établir de nouveaux documents de communication pour permettre aux investisseurs de mieux comprendre les risques, performances et coûts associés aux produits dans lesquels ils envisagent d'investir.

Chapitre 2

Pourquoi challenger la norme ?

2.1 Quels sont les fonds concernés par la catégorie 4 ?

Trois types de support sont principalement proposés sur le marché de l'assurance vie : les Unités de Compte (UC) le fonds euro-croissance et le fonds euros. A ces trois fonds pourrait s'ajouter prochainement une nouvelle version d'eurocroissance, actuellement en étude dans le projet de loi PACTE (Plan d'Action pour la Croissance et la Transformation des Entreprises) qui sera débatue à la rentrée par l'Assemblée Nationale, a priori à partir du 5 septembre en commissions et à partir du 12 en session extraordinaire.

Les unités de compte présentent en moyenne sur le long terme un rendement plus élevé que les autres fonds mais sont toutefois plus risquées. En 2017, le rendement moyen en UC était de 6 % ce qui est plus de trois fois supérieur au rendement d'un fonds en euros. Les supports en UC garantissent un nombre de parts d'actifs alors que les fonds euros offrent, à échéance, une garantie en capital qui contribue fortement à son succès. Ces supports n'offrent pas de garantie, toutefois, pour les rendre plus attractifs, des garanties peuvent être proposées moyennant un coût parfois élevé telles que les garanties plancher.

Les fonds euro-croissance ont été lancés fin 2013 et sont à mi-chemin entre les fonds en euros et les UC puisqu'ils ont pour objectif d'offrir un meilleur rendement que les fonds euros tout en maintenant une garantie sur le capital. Cette garantie n'est toutefois pas totale et ne fonctionne pas à tout moment, à la différence de celle existant sur le fonds euros : elle n'est valable que sur une échéance choisie (à partir de 8 ans généralement) et la garantie en capital est entre 80 et 100 %. Cependant, ce produit n'a pas eu le succès escompté pour 2 raisons :

— Un rendement que les assurés ne jugent pas suffisant pour abandonner une partie de leur garantie en capital (rendement de 3,4 %[2] en 2017),

— Un fonctionnement jugé trop compliqué du fait du manque d'éducation financière des assurés.

2. Source FFA

La nouvelle version d'euro-croissance prévue par la loi PACTE a pour objectif de simplifier les fonds euro-croissance existants. Ainsi, le capital garanti à l'assuré sera exprimé en parts de provisions de diversifiation et donnent lieu à une garantie à l'échéance exprimée en euros. Cette garantie sera choisie au préalable par l'assuré.

Les fonds en euros représentent la part la plus importante de l'assurance vie du fait de la sécurité offerte : environ 80 % des sommes investies le sont sur des emprunts d'Etat. Le capital, garanti à tout moment, est bonifié des intérêts annuels de placement. On parle ici d' « effet cliquet » : les intérêts versés sont définitivement acquis. Le rendement y est toutefois assez faible : 1,8 % pour l'année 2017 selon la FFA.

Ce mémoire traitera exclusivement du fonds euros puisqu'il concentre la part la plus importante de l'encours en assurance vie. Pour rappel, la catégorie 4 « regroupe les PRIIPs dont la valeur dépend en partie de facteurs non observés sur le marché, y compris les PRIIPs fondés sur l'assurance qui distribue une part des bénéfices de leur initiateur aux investisseurs de détail » [1]. Les fonds euros, de même que les fonds euro-croissance, sont ainsi soumis à la réglementation PRIIPs et sont pris en compte à travers les produits de catégorie 4. Les UC, quant à eux, font partie de la catégorie 2.

2.2 Spécificités des fonds euros

Le calcul de la mesure de risque de crédit (MRC) ainsi que celui des coûts s'effectuent comme indiqué précédemment (cf 1.3.1 et 1.3.3, pages 13 et 17) dans ce mémoire.

2.2.1 Exigences réglementaires pour la MRM

La méthodologie de calcul de la MRM (Mesure de Risque de Marché) pour les fonds euros dépend de deux facteurs [2] : la dépendance de la performance du PRIIP à des facteurs observés sur le marché et la nature des garanties offertes par les produits concernés par le PRIIP.

Pour les produits dont la garantie en capital est inconditionnelle, la méthodologie de calcul se réfère à l'alinéa 29 de [7] (cf Annexes 9 page 88). L'interprétation faite dans cette étude est la suivante :

$$VaR_{\text{actualisée}} = \frac{(1 + TMG_{brut})^{RHP}}{(1 + TSR)^{RHP}}$$

Où TSR est le Taux Sans Risque et TMG le Taux Moyen Garanti.
Ensuite, la VEV (VaR Equivalent Volatility), qui représente l'équivalent de la VaR annualisée, est calculée grâce à la formule des RTS pour les PRIIPs de catégorie 3 :

$$VEV = \frac{\sqrt{3,842 - 2 * ln(VaR_{\text{actualisée}})} - 1,96}{\sqrt{T}}$$

1. Point 7 de l'Annexe II de [7]
2. Points 25-27-29 de l'Annexe II du [7]

Le tableau de correspondance donné en section 1.10 (cf page 14) est ensuite utilisé.
Pour les contrats n'offrant pas cette garantie, la méthodologie se réfère à l'alinéa 27 de [7].

2.2.2 Durée de détention recommandée

Aucune précision concernant le choix d'une période de détention recommandée n'est présente dans les différents textes liés à PRIIPs, le choix est donc laissé libre à l'initiateur du PRIIP. Cependant, concernant le fonds euros, le groupe de travail de l'Institut des Actuaires (IA) préconisait une RHP de 1 an[8]. En effet, trois propositions de RHP ressortaient jusqu'alors :

- Suivre l'horizon fiscal du fonds euro en choisissant une période de détention recommandée de 8 ans,
- Choisir une durée de détention recommandée de 1 an,
- Etudier la durée de détention moyenne du fonds dans le passé et la définir en tant que RHP.

Or, même si la tendance serait de vouloir converger vers l'horizon fiscal du fonds, il semble difficile de recommander le même horizon d'investissement pour les supports des sous-jacents et pour le contrat du fait de la corrélation entre la RHP et la volatilité de l'actif.
A titre d'exemple, une comparaison entre un fonds action et un fonds monétaire peut être effectuée : le fonds action aura une durée de détention plutôt longue afin d'augmenter la probabilité que les investisseurs retrouvent ce qu'ils y ont investis. Le monétaire aura, quant à lui, une durée de détention plus courte étant donné sa faible volatilité qui permet de retrouver plus vite son investissement.
Le groupe de travail IA préconise ainsi une durée de détention recommandée de 1 an même si elle n'exclut pas la prise en compte d'une durée supérieure pour les acteurs souhaitant refléter l'horizon de gestion du fonds.

Cette préconisation peut toutefois être discutée puisque la « période de détention recommandée » n'est pas la « période de détention minimale » requise pour le contrat. Sur un support euros, les assurés vont rechercher la stabilité de leur épargne puisqu'ils ont, en général, une faible appétence au risque. Recommander une période de détention de 1 an est en contradiction avec cette optique puisque le principe même d'un support en euro est la garantie sur le long terme du capital investi. Il serait plus cohérent d'étudier la durée de détention moyenne du contrat considéré pour avoir la RHP. N'ayant pas accès à cette donnée, cette étude considérera une RHP de 8 ans.

2.2.3 Problématique de méthodologie pour l'évaluation des scénarios de performance

La réglementation est également imprécise quant à la méthodologie à utiliser pour évaluer les scénarios de performance.

Génération des rendements

L'alinéa 27 de l'annexe II de [7] précise que : « *La composante du PRIIP qui dépend entièrement ou partiellement d'un ou plusieurs facteurs non observés sur le marché respecte des normes sectorielles et réglementaires solides et bien reconnues pour l'établissement de prévisions pertinentes concernant la contribution future de ces facteurs et l'incertitude dont elle peut être entourée. Si cette composante n'est pas entièrement dépendante d'un facteur non observé sur le marché, une méthode de rééchantillonnage (bootstrapping) est appliquée, comme indiqué pour les PRIIP de catégorie 3, pour tenir compte des facteurs de marché. La VeV (VaR-equivalent Volatitity) de la composante du PRIIP résulte de la combinaison de la méthode de rééchantillonnage et de normes sectorielles et réglementaires solides et bien reconnues pour l'établissement de prévisions pertinentes concernant la contribution future des facteurs non observés sur le marché* ».

Le fonds euros n'est pas diversifiable en composantes observables et non observables sur le marché en raison de l'ensemble des mécanismes de gestion actif/passif propres à un modèle ALM (*Asset and Liability Management*). Il n'existe pas de relation linéaire entre les taux de rendements des sous-jacents financiers et les taux servis par les fonds euros qui permettrait de décomposer le fonds euros facilement en parties observable et non observable. Ainsi, deux fonds euros réalisant exactement les mêmes taux de profit sur leurs actifs peuvent avoir des taux de rendement différents car ils dépendent d'éléments propres à chaque fonds :

- La politique de la Participation aux Bénéfices (PB) notamment à travers le taux servi cible
- La gestion de la réserve de capitalisation
- La gestion de la Provision pour Participations aux Excédents (PPE)...

En effet, la stratégie de PB est liée à la stratégie à moyen ou long terme de l'entreprise et n'est donc pas guidée uniquement par les conditions des marchés financiers. Cependant, ces dernières interviennent à travers les taux de rendement des sous-jacents donc un fonds euros n'est pas entièrement dépendant d'un facteur non observé sur le marché. Si l'on suit la norme, il conviendrait d'effectuer un *bootstrap*.
Toutefois, il est coutume de dire au sein des marchés financiers que « les performance passées ne préjugent pas des performance futures ». Or, le *bootstrap*, bien qu'ajusté, n'est qu'un rééchantillonnage des performances passées. Ce mémoire tentera de proposer une solution alternative à travers une génération des rendements des actifs par un GSE monde réel. Une évaluation des impacts de ces choix de modélisation sera réalisée.

Traitement de la participation aux bénéfices

La réglementation mentionne le traitement de la PB dans les Annexes au Règlement Délégué [1]. La participation aux bénéfices contractuelle et la participation aux bénéfices discré-

1. Annexe IV alinéa 34 de [7]

tionnaire font l'objet d'un traitement spécifique en fonction des scénarios à réaliser. La PB contractuelle est systématiquement intégrée dans l'ensemble des scénarios alors que la PB discrétionnaire est prise en compte uniquement dans le scénario favorable.

Cependant, la notion de « Participation aux bénéfices discrétionnaire » n'est pas définie dans les textes ce qui amène diverses interprétations exprimées par le Groupe de Travail IA (Institut des Actuaires) [8] :

- Toute PB est discrétionnaire car la PB peut être mise en provision pour participation aux bénéfices,
- La PB discrétionnaire correspond aux sommes versées aux contrats en sus de la PB contractuelle, qui est elle-même supérieure ou égale à la PB discrétionnaire,
- La PB n'est pas réellement discrétionnaire dans la mesure où les assureurs sont de facto contraints par le marché de verser une PB, et ce, dans une certaine continuité par rapport au taux servi l'année précédente,
- Le modèle ALM (*Asset and Liability Management*) utilisé sous Solvabilité 2 (dont l'exploitation est implicitement requise par les RTS, voir point 27 de l'Annexe II du RD page 88) peut prévoir des « management actions » sur la politique de PB, contraignant le taux servi aux assurés par le fait que lorsque le taux servi s'éloigne trop du taux moyen du marché, des rachats massifs sont modélisés.

Cette étude prendra pour hypothèse que la PB discrétionnaire correspond aux sommes versées aux contrats en sus de la PB contractuelle.

Deuxième partie

Mise en application

Cette étude s'attachera à présenter deux méthodes : le *bootstrap* imposé par la norme et un GSE monde réel pour le challenger, afin de générer les tables d'actifs prises en *input*s du modèle d'épargne.
Afin de pouvoir réellement comparer les tables obtenues, les mêmes indices de référence seront utilisés pour les deux méthodes proposées ainsi que la même profondeur d'historique excepté pour l'indice taux qui sera détaillé par la suite. Concernant cette dernière, la norme [1] précise qu'il est nécessaire de prendre au moins 5 ans d'historique de prix mensuel, des indices mensuels du 31/12/2012 au 29/12/2017 ont donc été recueillis. Par la suite, cette profondeur d'historique sera amenée à changer, pour prendre par exemple en compte la crise de 2008 et observer la sensibilité des indicateurs à ce changement. La liste des différents historiques étudiés est la suivante :

Profondeur	Granularité
10 ans	Mensuelle
10 ans	Quotidienne
5 ans	Mensuelle
5 ans	Quotidienne
2 ans	Quotidienne

Les indices suivants ont été considérés [2], leurs choix seront justifiés dans la suite de ce mémoire :

- ESTX50 EUR P pour les actions : c'est un indice boursier pour la zone euro. Il regroupe 50 sociétés selon leur capitalisation boursière au sein de la zone euro,
- Une pondération de l'indice IEIF net pour l'immobilier d'entreprise et de l'indice IPI France pour l'immobilier résidentiel puisque le portefeuille immobilier étudié est constitué à 61 % d'immobilier d'entreprise et à 39 % d'immobilier résidentiel,
- Taux *swap* pour les taux simulés par *bootstrap* et taux EONIA pour les taux simulés via le GSE monde réel.

1. Point 6 Annexe II de [7]
2. L'indice action a été récupéré sur boursorama, les indices immobilier sur ieif.net et meilleursagents.com, et les taux sur Bloomberg

Chapitre 3

Introduction aux outils financiers

Dans cette étude, il est nécessaire d'aborder des notions essentielles pour la suite des travaux réalisés. Une présentation succinte de ces notions est exposée ci-dessous.

3.1 Théorie des taux

Définition [19] : un *swap* de taux est un échange d'intérêts entre deux contreparties. Dans un *swap* de taux classique, les intérêts correspondent à deux dettes de même montant, libellées dans la même devise, l'une à taux fixe et l'autre à taux variable ou révisable. Il est important de noter que le principal des deux dettes n'est pas échangé, ce qui limite grandement le risque de défaut pour chacune des parties.

Comme énoncé précédemment, la courbe des taux *swap* a été recueillie afin de générer nos taux. Une courbe des taux est une fonction qui, à une date donnée et à une maturité donnée, fait correspondre le taux d'intérêt. Il existe deux types de courbes :

- Les courbes de marché, obtenues directement à partir des cotations de marché : la courbe des taux *swap* est une courbe de marché,
- Les courbes implicites, dérivées indirectement des cotations de marché : la courbe des taux *forward* est une courbe implicite.

La courbe des taux *swap* est construite à partir des taux issus de *swaps* entre banque. Cette courbe est généralement constituée des taux Euribor de maturité allant de 1 jour à 9 mois et des taux fixes de *swap* de maturités allant de 1 an à 30 ans.

3.2 Processus de Poisson

Dans cette étude, un GSE monde réel sera implémenté grâce notamment au modèle de Merton pour la modélisation des actions et de l'immobilier. Ce modèle intègre des sauts du cours de l'indice représenté grâce au processus de Poisson présenté ci-après.

Définition [6] : soit $(T_i)_{i\geq 1}$ une suite de variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées (iid) de loi exponentielle de paramètre λ dont la mesure s'écrit :

$$\mathbb{1}_{x>0}\lambda e^{-\lambda x}dx$$

On pose $\forall n \geq 1$, $\tau_n = \sum_{i=1}^{n} T_i$. On appelle processus de Poisson d'intensité λ, le processus N_t défini par :

$$N_t = \sum_{n\geq 1} \mathbb{1}_{\tau_n \leq t} = \sum_{n\geq 1} \mathbb{1}_{\tau_n \leq t < \tau_{n+1}}$$

Proposition : Si $(N_t)_{t\geq 0}$ est un processus de Poisson d'intensité λ alors, pour tout t>0, la variable aléatoire N_t suit une loi de Poisson de paramètre λ :

$$\mathbb{P}(N_t = n) = e^{-\lambda t}\frac{(\lambda t)^n}{n!}$$

Processus de Poisson composé : Soit $(N_t)_{t\geq 0}$ un processus de Poisson d'intensité λ et $(U_i)_{i\geq 1}$ une famille de variables aléatoires iid et indépendantes de N_t. Soit le processus composé L_t tel que $\forall t \geq 0$:

$$L_t = sum_{i=1}^{N_t} U_i$$

Alors L_t est un cas particulier d'un processus de Lévy, la variable U_i représentant l'amplitude des sauts.

Chapitre 4

Bootstrap

La première méthode présentée est celle du *bootstrap*. Elle comporte de nombreux avantages ; en effet, elle n'impose pas de prendre des hypothèses sur un modèle en particulier et il n'est pas nécessaire de calculer de corrélation entre les différents indices puisque la dépendance entre les facteurs financiers est incluse dans les données historiques. De plus, la distribution des scénarios générés sera la même que celle des données du fait de l'application du rééchantillonnage.
Concernant la génération des scénarios de performance pour les PRIIP de catégorie 4, la norme prévoit les méthodes suivantes au point 15 de l'Annexe IV de [7] :

Pour les PRIIP de catégorie 4, la méthode de l'annexe II, point 27, est utilisée pour les facteurs qui ne sont pas observés sur le marché, combinée s'il y a lieu avec la méthode pour les PRIIP de catégorie 3. Pour les PRIIP qui associent différentes composantes, les méthodes pertinentes pour les PRIIP de catégorie 2 définies aux points 9 à 11 de la présente annexe et les méthodes pertinentes pour les PRIIP de catégorie 3 définies aux points 12 à 14 de la présente annexe sont à utiliser pour leurs composantes respectives. Les scénarios de performance sont alors une moyenne pondérée des composantes concernées. Les caractéristiques du produit ainsi que les garanties du capital sont prises en considération dans les calculs de performance.

Cependant, comme énoncé précédemment le fonds euros n'est pas diversifiable en composantes observables et non observables sur le marché en raison de l'ensemble des mécanismes de gestion actif/passif propres à un modèle ALM. Il apparaît donc difficile de pouvoir différencier les différentes composantes d'un tel fonds c'est pourquoi dans ce mémoire la méthode de l'annexe II ; point 27 de [7] sera appliquée. Elle précise que :

"La composante du PRIIP qui dépend entièrement ou partiellement d'un ou plusieurs facteurs non observés sur le marché respecte des normes sectorielles et réglementaires solides et bien reconnues pour l'établissement de prévisions pertinentes concernant la contribution future de ces facteurs et l'incertitude dont elle peut être entourée. Si cette composante n'est pas entièrement dépendante d'un facteur non observé sur le marché, une méthode de rééchantillonnage (bootstrapping) est appliquée, comme indiqué pour les PRIIP de catégorie 3, pour tenir

compte des facteurs de marché. La VEV de la composante du PRIIP résulte de la combinaison de la méthode de rééchantillonnage et de normes sectorielles et réglementaires solides et bien reconnues pour l'établissement de prévisions pertinentes concernant la contribution future des facteurs non observés sur le marché."

Des points d'ombre subsistent notamment sur l'application de ce *bootstrap* puisque la norme ne précise pas quels indices sont nécessaires pour pouvoir le générer. Cette dernière mentionne uniquement des « prix qui déterminent la valeur du PRIIP ». Le choix est donc laissé à l'initiateur du PRIIPs. Cela peut être dangereux, car, en toute logique, les indices utilisés devraient être ceux de référence des différents fonds. Cependant, les compagnies ont parfois plusieurs milliers de ligne d'actifs, et par conséquent, il est difficile, voire impossible, de vouloir représenter la réalité.

Ainsi, la plupart des acteurs seront tentés de choisir un indice de référence courant tout comme dans cette étude pour l'action où seront utilisés l'Eurostoxx pour l'action et les taux *swap* pour les taux. Pour l'immobilier, il a été choisi de pondérer deux indices : immobilier d'entreprise et immobilier résidentiel. En effet, ces deux marchés sont totalement différents de par la manière dont sont évalués les biens correspondants. Dans le marché résidentiel, les particuliers qui achètent leur résidence utilisent une méthode de comparaison pour évaluer la crédibilité d'un prix : ils regardent les prix des maisons aux alentours, si les prix sont proches de celui du bien qu'ils veulent acheter, ils vont juger que c'est le bon. Cette méthode est simple mais peut créer des bulles immobilières car elle repose sur un comportement procyclique. A l'inverse, dans le marché de l'immobilier d'entreprise, les intervenants utilisent la méthode du rendement : ils comparent les loyers annuels à la valeur du bien.

En conséquence, selon les indices de référence choisis, le *bootstrap* peut perdre de son intérêt au sens où il ne se fondera pas sur les performances historiques propres aux fonds du portefeuille.

4.1 Action et immobilier

Dans le cas du fonds euro, les composantes ne sont pas entièrement dépendantes de facteurs non observés sur le marché puisque ses performances dépendent certes de la gestion propre à chaque assureur mais également des rendements des actifs qui sont, eux, observables. Ainsi, un *bootstrap* sera appliqué comme dans le cadre des PRIIP catégorie 3. La méthode de rééchantillonnage est indiquée dans l'annexe II de [7] du point 19 à 22, la norme précise de réaliser 10 000 simulations.

4.1.1 Scénarios de performance favorable, intermédiaire et défavorable

Une fois le *bootstrap* effectué, il convient d'ajuster les rendements comme l'indique la norme :

$$\text{Return} = \mathbb{E}[\text{Return}_{\text{risk-neutral}}] - \mathbb{E}[\text{Return}_{\text{measured}}] - 0,5\sigma^2 N - \rho\sigma\sigma_{CCY} N$$

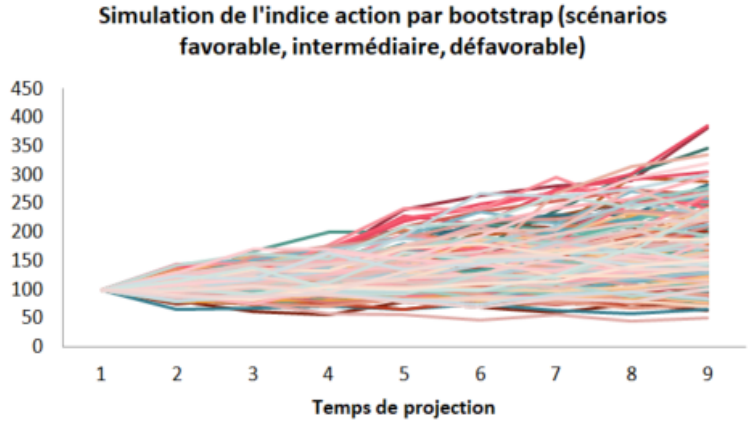
Où :

- le deuxième terme corrige l'effet de la moyenne des rendements observés
- le terme $0,5\sigma^2 N$ corrige l'effet de la variance des rendements observés
- le terme $\rho\sigma\sigma_{CCY}N$ corrige l'effet quanto si la monnaie d'exercice est différente de la monnaie des actifs. Les termes contribuant à la correction sont les suivants :
  - ρ est la corrélation entre le prix de l'actif et le taux de change concerné, mesurée sur la période de détention recommandée
  - σ est la volatilité mesurée de l'actif
  - σ_{CCY} est la volatilité mesurée du taux de change

Dans ce mémoire, le taux de change n'a pas été nécessaire puisqu'une seule devise est étudiée. Le dernier terme n'est donc pas pris en compte.
Il est également précisé [21] :

$$\mathbb{E}[\text{Return}_{\text{risk-neutral}}] = \text{Riskfree return} + \text{Sum of simulated returns}$$

De plus, la norme [1] mentionne de ne pas actualiser la performance attendue au moyen du taux attendu d'actualisation sans risque.
Les rendements ajustés des indices sont ainsi obtenus. Pour pouvoir obtenir les prix simulés, une base 100 est prise comme point de départ et multipliée ensuite par les rendements simulés. Les résultats obtenus sont les suivants :



1. Point 12 Annexe IV de [7]

4.1.2 Scénario sous tensions

Les ajustements apportés pour le calcul du scénario sous tensions sont différents de ceux évoqués précédemment, ils sont mentionnés dans les points 10 et 13 de l'Annexe IV de [7]. Ainsi, il convient d'identifier un sous-intervalle de longueur w grâce au tableau suivant :

	1 an	$>$ 1 an
Prix quotidiens	21	63
Prix hebdomadaires	8	16
Prix mensuels	6	12

Par la suite, la volatilité à partir de $t_i = t_0$ glissant jusqu'à $t_i = t_{N-w}$ doit être mesurée grâce à la formule ci-dessous :

$$ {}^{W}_{t_i}\sigma_s = \sqrt{\frac{\sum_{t_i}^{t_{i+w}} (r_{t_i} - {}^{t_{i+w}}_{t_i} M_1)^2}{M_w}} $$

Où N est le nombre de périodes de négociation de la période de détention recommandée, M_w est le nombre d'observations dans le sous-intervalle et ${}^{t_{i+w}}_{t_i}M_1$ est la moyenne de tous les rendements historiques log-normaux dans le sous-intervalle correspondant.
Il convient ensuite de remettre à l'échelle les rendements historiques :

$$ r_t^{adj} = r_t * \frac{{}^{w}\sigma_s}{\sigma_s} $$

Puis, le rééchantillonnage décrit au point 22 de l'Annexe II de [7] est appliqué et le rendement de chaque contrat est calculé en additionnant les rendements de périodes sélectionnées tout en corrigeant ces rendements de manière à ce que le rendement attendu mesuré à partir de la distribution simulée des rendements soit le suivant :

$$ \mathbb{E}^*[r_{bootstrapped}] = -0,5 {}^{w}\sigma_s^2 N $$

Où $\mathbb{E}^*[r_{bootstrapped}]$ est la nouvelle moyenne simulée.
Voici par exemple les résultats obtenus pour l'indice action :

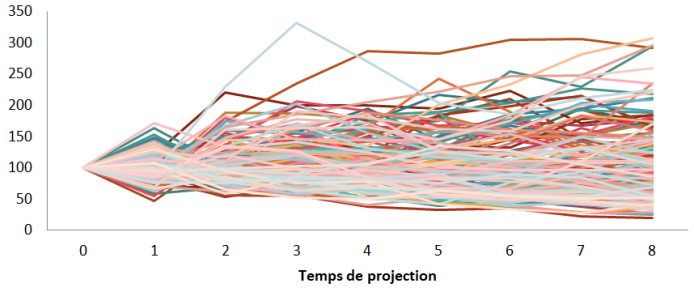


FIGURE 4.1 – Simulation de l'indice action par *bootstrap* (scénario de tension)

Les écarts qu'il peut y avoir entre le scénario de tension et les autres scénarios sont étudiés ci-dessous :

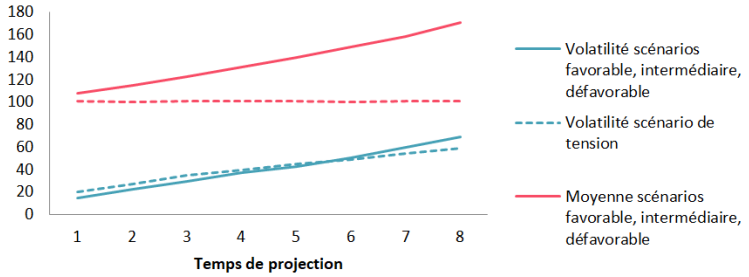


FIGURE 4.2 – Comparaison des différents scénarios

Par rapport aux autres scénarios, la moyenne des prix du scénario de tension se stabilise autour de 100 alors que les autres scénarios doublent quasiment leur prix en 8 ans. La volatilité est à peu près la même que l'on soit en scénario de tension ou non.

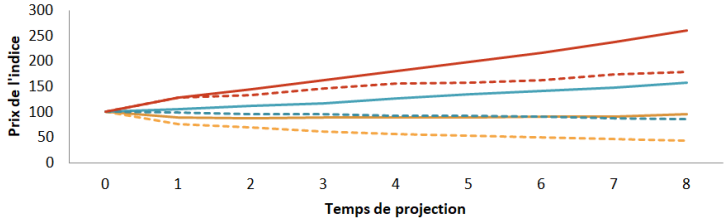


FIGURE 4.3 – Quantiles de l'indice action simulé par *bootstrap*

Ainsi, les quantiles du scénario de tension, donnés en pointillés, sont toujours inférieurs aux quantiles des autres scénarios ce qui représente bien le fait que le scénario de tension est le pire des cas.

4.2 *Bootstrap* des taux

En premier lieu, il convient de choisir les taux sur lesquels réaliser le *bootstrap*. L'idée même du *bootstrap* est de ne pas formuler d'hypothèse de modèle sur les taux, donc si par exemple un taux EONIA, qui est un taux interbancaire à maturité journalière, est sélectionné, l'étude s'orientera vers un modèle de taux court. Il est donc choisi de réaliser le *bootstrap* sur les taux *swap*, un contrat *swap* étant un contrat dans lequel on échange un taux fixe contre un taux variable. Cette courbe de taux intègre *a priori* une prime de risque ce qui va dans le sens de la norme PRIIP dont l'objectif est de modéliser en monde réel.
Ces taux *swap* ont été récupérés via Bloomberg, les maturités allant de 1 à 21 ans, qui correspondent aux maturités des obligations du portefeuille, ont été isolées. Un historique mensuel de 5 ans allant du 31/12/2012 au 29/12/2017 a été retenu :

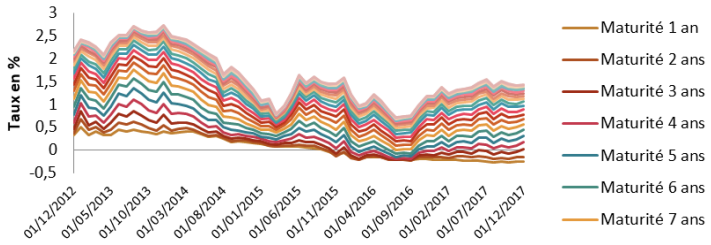


FIGURE 4.4 – Historique des taux *swap* EUSA

Ensuite, une analyse en composantes principales (ACP) est effectuée sur l'historique retenu comme le stipule la norme [1], le but étant d'améliorer la robustesse de la courbe pour pouvoir la simuler de manière cohérente sur une longue période. L'ACP permet de capter la corrélation entre les mouvements des taux et les différents points de temps dans le futur. La norme précise d'ores qu'il y a trois composantes principales qui permettront de décrire l'historique. Une fois les composantes principales identifiées, les log-rendements corrigés de l'historique sont projetés sur ces trois principaux vecteurs propres. Cette ACP donne alors les valeurs sur lesquelles faire le *bootstrap*.
Ci-dessous la moyenne pour chaque maturité, pour chaque année de projection, des simulations effectuées par *bootstrap* sur R :

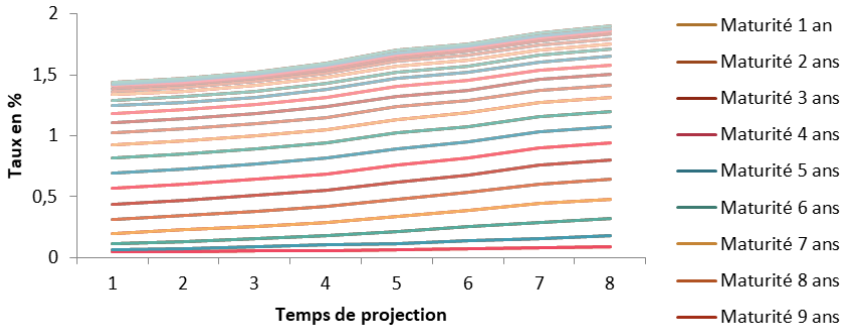


FIGURE 4.5 – Moyennes des simulations par *bootstrap* des Taux *swap*

En moyenne, il n'y a pas de taux négatifs et les taux ont tendance à augmenter légèrement. Les quantiles à 10, 50 et 90 % peuvent être étudiés pour avoir une idée de la distribution.

1. Point 23 Annexe II de [7]

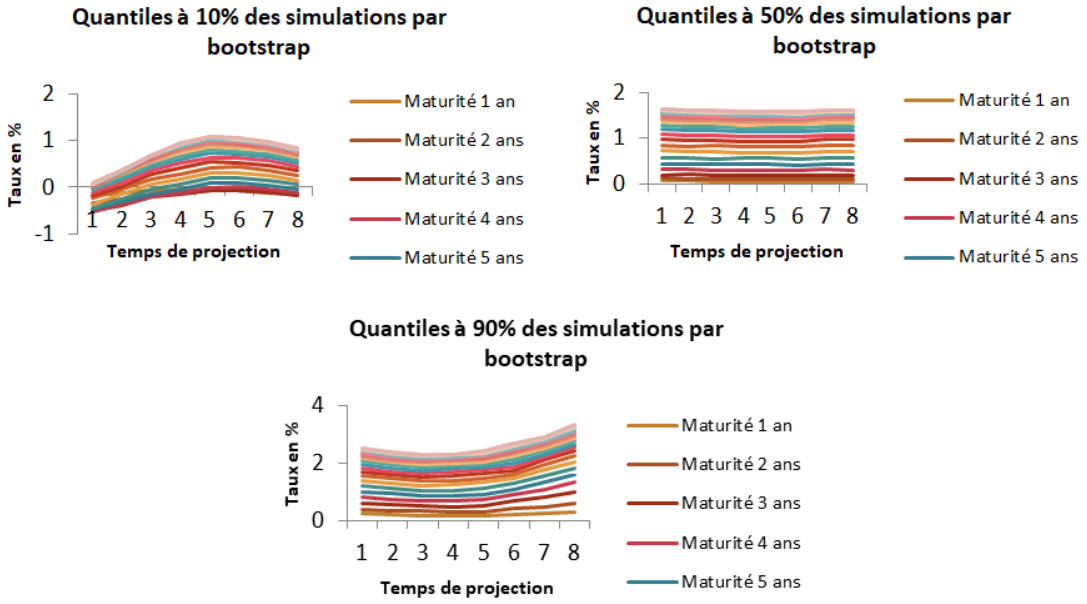


FIGURE 4.6 – Quantiles des taux simulés par *bootstrap*

On remarque que des taux négatifs ont été simulés, ce qui est normal, puisque des taux négatifs étaient présents dans l'historique de départ.

4.3 Contrôle du *bootstrap*

Même si la réglementation impose que certaines valeurs, comme le rendement de chaque contrat, soient égales au taux sans risque. Cela ne veut pas dire que l'on se trouve en univers risque-neutre. Les tests de martingalité habituels n'ont donc pas de sens ici. Certains acteurs du marché ont proposé d'utiliser le développement de Cornish-Fisher afin de vérifier les quantiles du *bootstrap*. Cependant, cette méthode est proposée dans [7] pour calculer les quantiles des PRIIPs de catégorie 2 et non ceux de catégorie 4.
Il n'apparait donc pas ici de méthode pour vérifier le *bootstrap*, mis à part un contrôle visuel, ce qui pourrait constituer une limite à cette étude.

Chapitre 5

GSE monde réel

Dans le cadre de ce mémoire, un GSE monde réel a été construit afin de challenger la méthode du *bootstrap* imposée par la norme. Les choix qui ont conduit à construire un tel GSE seront détaillés ici. La principale idée de cette étude est de modéliser un GSE "type", les choix de modèles ont donc été principalement influencés par les usages de place. En effet, si un assureur souhaite utiliser un GSE à la place du *bootstrap*, il est probable qu'il utilisera une adaptation de son GSE actuel.

5.1 Générateur de scénarios économiques

Un scénario économique est « une projection sur un horizon d'intérêt de grandeurs économiques et financières : taux d'intérêt, prix des actions... »[3]. Un générateur de scénarios économiques (GSE) est ainsi un outil de projection des facteurs de risques économiques et financiers qui viendront en *input* des modèles ALM permettant de calculer la valeur économique des actifs et passifs. Il est essentiel qu'un GSE soit adapté au profil de risque de l'assureur et qu'il s'appuie sur une théorie mathématique et économique solide. Deux univers de GSE sont possibles : risque-neutre ou monde réel, les sections suivantes vont en détailler les caractéristiques.

5.2 Univers risque-neutre, univers monde réel

Univers risque-neutre

L'univers risque-neutre correspond à un environnement de simulation où tous les prix observés sont cohérents avec le marché. C'est un univers théorique dans lequel tous les actifs rapportent en moyenne le taux sans risque. Les agents économiques sont neutres au risque : ils n'exigent pas de prime de risque. Les GSE risque-neutres sont calibrés sur les prix de marché uniquement. Cet univers permet une vision risque de l'environnement des actifs.

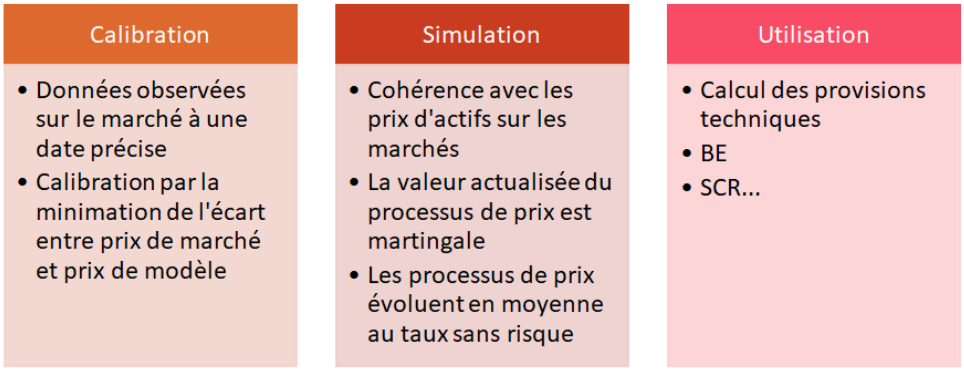


FIGURE 5.1 – GSE risque-neutre

Univers monde réel

Dans un GSE monde réel, les simulations reproduisent fidèlement l'historique des indices financiers. Il est généralement utilisé comme un outil de pilotage stratégique. Les modèles sont ainsi calibrés sur des données historiques. La distribution historique va donc fortement dépendre de la profondeur d'historique choisie. En parallèle, ce GSE intègre des effets de ruptures de tendance, ou de fluctuations, estimés par des experts : ce modèle ne s'appuie donc pas uniquement sur des données historiques.

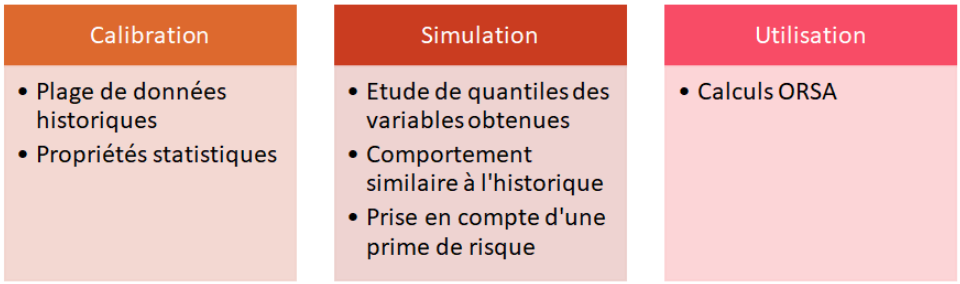


FIGURE 5.2 – GSE monde réel

L'intérêt final de ce mémoire est d'étudier l'impact des choix de modélisation sur les taux servis à l'assuré, et donc d'avoir une vision en valorisation des actifs de l'assureur dans le temps. C'est pourquoi le choix d'implémenter un GSE monde réel a été fait.

5.3 Choix des modèles

Dans cette étude, il convient de simuler trois indices : action, immobilier, taux.
Le choix du modèle est décisif pour modéliser un facteur de risque. Cette partie tentera d'expliquer brièvement le choix des modèles retenus. Pour tous les modèles, il est important de faire

attention à la complexité : les modèles complexes induisent un risque de modèle notable et un processus de calibrage et d'implémentation coûteux. Le GSE doit toujours être interprétable. Par ailleurs, selon les facteurs, différentes propriétés sont attendues :

— Pour l'action, un modèle qui prenne en compte les propriétés suivantes sera recherché :
  - La dépendance au temps de la volatilité,
  - La prise en compte de sauts boursiers,
  - La dépendance de la volatilité au *strike*.

— Pour l'immobilier, qui présente une corrélation forte avec l'action, il est d'usage de privilégier des modèles similaires à l'action avec un paramètre de volatilité plus faible

— Pour les taux, un modèle avec les propriétés suivantes sera favorisé :
  - Qui permette la génération de taux négatifs,
  - Où les taux n'explosent pas en cours de projection.

Ci-dessous un tableau non exhaustif des différents modèles et de leurs propriétés :

Indices	Modèles	Utilisation courbe de taux	Volatilité stochastique	Saut stochastique	Risque neutre	Monde réel	Complexité
Taux	HW1F	x			x	x	+
	HW2F	x			x	x	++
	Vasicek					x	+
Action et immo	Black-Scholes				x	x	+
	Heston		x		x	x	++
	Merton			x	x	x	++

FIGURE 5.3 – Modèles de GSE

5.3.1 Modèles action et immobilier : Merton

Dans cette étude, comme dans le cas général, les indices immobilier et action présentent une forte corrélation (celle-ci est généralement supérieure à 50 %). Il est ainsi choisi, comme l'usage le préconise, d'utiliser des modèles similaires pour l'action et l'immobilier.

Le modèle de Merton est une évolution du modèle de Black-Scholes dans lequel le processus du prix de l'actif est une fonction continue du temps. Merton introduit dans ce modèle des discontinuités modélisées grâce à un processus de Poisson composé avec des sauts gaussiens capables de capter les évènements rares et les chocs abrupts. Ce modèle prend donc en compte les sauts boursiers, ce qui a motivé le choix de son implémentation. De plus, il présente une queue de distribution des log-rendements plus épaisse et asymétrique que le modèle de Black-Scholes ce qui accentue le caractère prudent du modèle. Cependant, il convient de noter qu'il ne permet

pas de répliquer efficacement le *smile* de volatilité, phénomène qui traduit la dépendance de la volatilité au niveau des *strikes*.

Modèle de Merton

Le cadre du modèle de Merton est un marché sans frictions au sein duquel se trouve un actif sans risque et un actif risqué qui présente des sauts de valeurs relatives $(U_i)_{i\geq 1}$ à des instants aléatoires $(\tau_i)_{i\geq 1}$. Dans un espace probabilisé $(\Omega, A, \mathbb{P})$ on définit un mouvement brownien standard $(W_t)_{t\geq 0}$, un processus de Poisson $(N_t)_{t\geq 0}$ d'intensité λ et une suite $(U_j)_{j\geq 1}$ de variables aléatoires indépendantes de distribution log-normale représentant les valeurs relatives des sauts. Il est supposé que les tribus engendrées respectivement par $(W_t)_{t\geq 0}$, $(N_t)_{t\geq 0}$ et $(U_j)_{j\geq 1}$ sont indépendantes.

Soit S_t le prix de l'actif risqué à l'instant t, son évolution est décrite par :

$$dS_t = \mu S_t dt + \sigma S_t dW_t + S_t dL_t, \forall 0 \leq t \leq T$$

Avec :

- μ s'interprète comme le rendement instantané
- $L_t = \sum_{i=1}^{N_t} U_i$ un processus de Poisson composé
- σ la volatilité du rendement de l'actif sous-jacent conditionnellement à la non-occurence des sauts

Ainsi, dans ce modèle, le processus de l'actif risqué suit une dynamique mixte : aux dates d'arrêts, le processus est discontinu avec l'arrivée de sauts ayant différentes amplitudes, en dehors de ces temps d'arrêt, le processus est continu. Lors de l'application du lemme d'Itô pour les processus de diffusion avec sauts, la solution à l'équation différentielle stochastique écrite ci-dessus est la suivante :

$$S_t = S_0 exp[(\mu - \frac{\sigma^2}{2} - \lambda k)t + \sigma W_t + \sum_{j=1}^{N_t} \epsilon_j]$$

Où :

- $\epsilon_j = ln(1 + U_j) \sim N(\gamma, \delta^2)$ avec $U_j > -1$ afin que les prix soient positifs
- $k = \mathbb{E}[e^{\epsilon_j}] - 1 = exp(\gamma + \frac{\sigma^2}{2}) - 1$

Calibration du modèle de Merton

Une fois le modèle précisé, il convient d'en évaluer ses paramètres. Du fait de l'univers monde réel, cette étude cherche à calibrer les paramètres en se basant uniquement sur les historiques des indices choisis donc l'ESTX50 pour les actions et une pondération de l'indice IEIF net et de l'indice IPI France pour l'immobilier. Il est choisi d'utiliser la méthode des cumulants, qui n'est certes pas la plus précise, mais qui semble être la moins complexe à implémenter.

Cette méthode a pour but d'égaliser les cumulants empiriques et les cumulants théoriques, ce qui conduit à un système d'équations non linéaires à cinq inconnues (cf Annexes 9 page 91). Ce système sera résolu grâce au solveur d'Excel avec une optimisation non linéaire sans imposer de contraintes sur les paramètres. Ce mémoire s'intéressera donc aux log rendements quotidiens ou mensuels, selon la granularité de l'historique considérée, du processus de prix.

Les six premiers cumulants théoriques sont les suivants, h représentant le pas de temps :

$$k_1 = (\alpha - \lambda k)h + \lambda h\gamma$$

$$k_2 = \sigma^2 h + \lambda h(\gamma^2 + \delta^2)$$

$$k_3 = \lambda h(3\gamma\delta^2 + \gamma^3)$$

$$k_4 = \lambda h(3\delta^4 + 6\gamma^2\delta^2 + \gamma^4)$$

$$k_5 = \lambda h(15\gamma\delta^4 + 10\gamma^3\omega^2 + \gamma^5$$

$$k_6 = \lambda h(15\delta^6 + 45\delta^4\gamma^2 + 15\delta^2\gamma^4 + \gamma^6)$$

Pour rappel, les six premiers cumulants empiriques d'une variable aléatoire X sont donnés par :

$$k_1 = \mu = \mathbb{E}[X]$$

$$k_2 = \sigma^2 = Var(X)$$

$$k_3 = \mathbb{E}[(X - \mu)^3]$$

$$k_4 = \mathbb{E}[(X - \mu)^4] - 3\sigma^4$$

$$k_5 = \mathbb{E}[(X - \mu)^5] - 10\sigma^2 k_3$$

$$k_6 = \mathbb{E}[(X - \mu)^6] - 15\sigma^2 k_4 - 10k_3^2 - 15\sigma^6$$

Une fois ce système résolu, le processus de prix peut être discrétisé de la manière suivante afin d'obtenir nos simulations :

$$S_{t+h} = S_t exp[(\mu - \frac{\sigma^2}{2} - \lambda k)t + \sigma\sqrt{h}W_t + \sum_{i=N_t}^{N_{t+h}} \epsilon_j]$$

Ci-dessous les résultats du calibrage pour l'indice action en fonction des différents historiques : L'intensité des sauts λ est ainsi plus élevée sur ces dernières années, c'est un des paramètres les plus sensibles aux changements d'historique. En effet, il varie du simple au double selon que l'on calibre sur 10 ans ou sur 5 ans. Les autres paramètres calibrés sont également très sensibles à l'historique pris, ainsi, le rendement instantané est multiplié par 20 lors du passage d'une granularité quotidienne à une granularité mensuelle sur un historique de 5 ans.

Profondeur d'historique	Granularité	λ	γ	δ	σ^2	μ
10 ans	Mensuelle	1,9934	0,0001	0,0000	0,0030	0,0015
10 ans	Quotidienne	1,9899	0,0000	0,0000	0,0002	0,0001
5 ans	Mensuelle	3,8523	0,0002	0,0002	0,0017	0,0060
5 ans	Quotidienne	3,9305	0,0002	0,0000	0,0001	0,0003
2 ans	Quotidienne	3,9307	0,0002	0,0000	0,0001	0,0002

FIGURE 5.4 – Calibrages de l'indice action

Il convient également de noter que la volatilité est plus élevée lorsque la granularité est mensuelle ce qui semble logique puisqu'une granularité quotidienne est plus fine.

Les résultats du calibrage pour l'indice immobilier sont les suivants :

Profondeur d'historique	Granularité	λ	γ	δ	σ^2	μ
10 ans	Mensuelle	1,9934	0,0001	0,0000	0,0030	0,0030
10 ans	Quotidienne	1,3281	0,0037	0,0036	0,0001	0,0003
5 ans	Mensuelle	3,2143	0,0001	0,0000	0,0017	0,0084
5 ans	Quotidienne	3,1928	0,0001	0,0000	0,0001	0,0004
2 ans	Quotidienne	3,1923	0,0001	0,0000	0,0001	0,0004

FIGURE 5.5 – Calibrages de l'indice immobilier

De manière assez similaire, des remarques identiques peuvent être faites pour l'indice immobilier et pour l'indice action puisque les calibrages sont très proches.

Ci-dessous, les résultats des simulations en effectuant un calibrage sur un historique de 5 ans de données mensuelles :

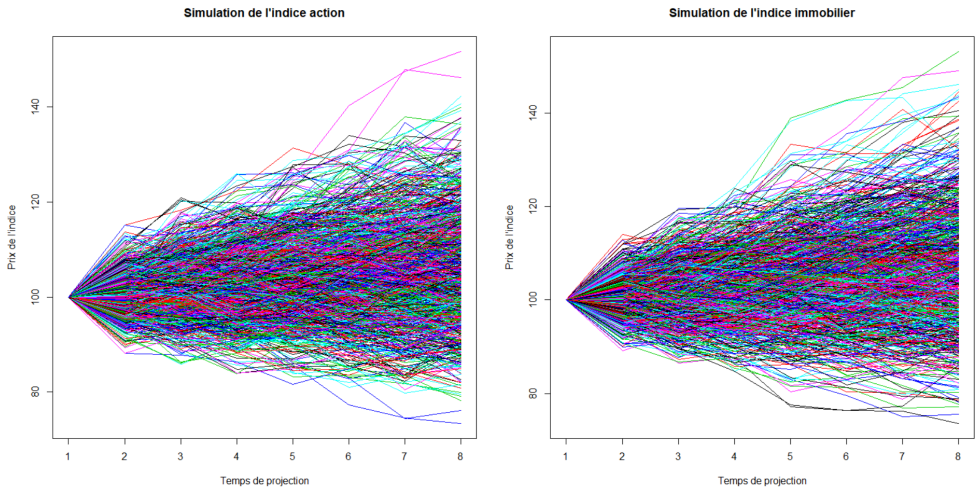


FIGURE 5.6 – Simulations via le modèle de Merton

5.3.2 Modèle de taux : Vasicek

Dans le modèle de Vasicek, il est considéré que les prix zéro-coupon dépendent d'une seule variable d'état : le taux à très court terme $r_0(t)$ noté r_t par soucis de simplification.
Le modèle de Vasicek suppose que le taux à court terme r_t suit le processus d'Ornstein-Uhlenbeck suivant :

$$dr_t = \lambda(\mu - r_t)dt + \sigma dW_t$$

Où :

- λ, μ et σ sont des constantes positives
- λ est la vitesse d'ajustement au "taux normal" de long terme μ
- σ la volatilité

Ainsi, la tendance $\lambda(\mu - r_t)$ représente une force de rappel qui tire le taux r_t vers sa valeur normale μ : quand $r_t < k$ la tendance est à la hausse, sinon elle est à la baisse. Cette tension est d'autant plus forte que λ est élevée.

La solution de ce modèle est la suivante :

$$r_t = r_0 exp(-\lambda t) + \mu(1 - exp(-\lambda t)) + \sigma \int_0^t exp(-\lambda t) dW_t$$

Le taux d'intérêt est ainsi normalement distribué, son espérance et sa variance sont données par :

$$\mathbb{E}_0[r_t] = r_0 exp(-\lambda t) + \mu(1 - exp(-\lambda t))$$

$$Var[r_t] = \frac{\sigma^2}{2\lambda}(1 - exp(-2\lambda t))$$

Calibrage du modèle

Cette étude se place dans un univers réel ce qui implique que les données doivent être calibrées sur les données historiques du taux choisi : le taux EONIA. Ce taux est un taux court puisqu'il est la référence du prix de l'argent au jour le jour sur le marché interbancaire de la zone euro. Il est ainsi calculé par la Banque Centrale Européenne et publié par la fédération bancaire européenne. Ce taux a été choisi puisqu'il semble être le celui s'approchant le plus du taux court théorique en termes de temps.

Pour le modèle de Vasicek, le schéma d'Euler-Maruyana [1] est le suivant :

$$r_{t+\delta t} = r_t + \lambda(\mu - r_t)\delta t + \sigma\sqrt{\delta t} N(0, 1)$$

Afin de calibrer ce modèle, la méthode des moindres carrés est utilisée puisque c'est une méthode de régression empirique classique et simple à mettre en œuvre. Elle consiste à rendre

minimale la somme des carrés des erreurs. Bien qu'elle puisse être moins robuste que d'autres méthodes de régression, elle reste la plus connue c'est pourquoi elle sera implémentée dans ce mémoire.
Si l'équation précédente est réécrite :

$$r_{t+\delta t} = r_t(1 - \lambda\delta t) + \lambda\mu\delta t + \sigma\sqrt{\delta t}N(0,1)$$

La relation entre les observations $r_{t+\delta t}$ et r_t est donc linéaire avec un terme aléatoire iid (indépendant et identiquement distribué) ϵ :

$$r_{t+\delta t} = ar_t + b + \epsilon$$

Où :

- $a = 1 - \lambda\delta t$
- $b = \lambda\mu\delta t$
- $\epsilon = \sigma\sqrt{\delta t}N(0,1)$

La méthode de régression des moindres carrés (cf Annexe 9 page 90) est ensuite appliquée, elle donne les résultats suivants :

$$\hat{a} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(r_{i+1}r_i) - \frac{1}{n}(\sum_{i=1}^{n} r_i \sum_{i=1}^{n} r_{i+1})}{\sum_{i=1}^{n} r_i^2 - \frac{1}{n}(\sum_{i=1}^{n} r_i \sum_{i=1}^{n} r_i)}$$

$$\hat{b} = \frac{1}{n}(\sum_{i=1}^{n} r_{i+1} - \sum_{i=1}^{n} ar_i)$$

Ceci permet d'estimer les paramètres du modèle :

$$\lambda = \frac{1-a}{\delta t}$$

$$\mu = \frac{b}{1-a}$$

$$\sigma^2 = \frac{Var(\epsilon)}{\delta t}$$

Les divers calibrages sont ainsi effectués en jouant sur la profondeur et la granularité de l'historique. Cependant, dans certains calibrages, le « taux normal » de long terme obtenu est négatif. Etant donné que le calibrage doit se faire sur la même profondeur d'historique que PRIIPs, il est impossible d'augmenter la profondeur d'historique pour tenter d'obtenir un taux positif. Si ce taux négatif était conservé, il inverserait la courbe des prix des zéros coupons qui serait croissante en fonction de la maturité alors qu'une décroissance devrait être observée. Garder ce taux négatif reviendrait à modéliser un taux en supposant que la situation actuelle des taux négatifs perdurera sur le long terme dans l'économie ce qui est contraire aux anticipations des experts et à la remontée des taux de ces derniers mois.

Lorsque le taux était négatif, il a été choisi de s'inspirer de la méthode de l'EIOPA (*European Insurance and Occupational Pensions Authority*) pour le calcul de l'UFR (*Ultimate Forward Rate*)[9]. En effet, l'UFR est la somme d'un taux attendu réel et du taux attendu de l'inflation. Afin de calculer l'UFR, l'EIOPA considère la moyenne de l'historique de taux. En complément de cette méthode, un recalibrage des autres paramètres en fonction du taux "normal" a été réalisé.

Voici les résultats obtenus selon les différents historiques :

Profondeur d'historique	Granularité	λ	μ	σ^2
10 ans	Mensuelle	57,4929%	0,6490%	0,0074%
10 ans	Quotidienne	101,6365%	0,1768%	0,0182%
5 ans	Mensuelle	92,0400%	0,6490%	0,0012%
5 ans	Quotidienne	492,4019%	0,5621%	0,0039%
2 ans	Quotidienne	2074,3100%	0,5621%	0,0003%

FIGURE 5.7 – Calibrages de l'indice de taux

Calcul des prix et des taux zéros coupons

Le calcul des prix zéro-coupons se déduit de la formule de Vasicek [19] :

$$B_T(t,r) = A(\theta)exp(-\frac{\sigma_\theta r}{\sigma})$$

Avec :

- $\theta = (T-t)$ la durée à courir du zéro-coupon
- $\sigma_\theta = \sigma\frac{1-e^{-a\theta}}{a}$
- $A(\theta)) = exp[(\frac{\sigma_\theta}{\sigma} - \theta)(k - \frac{\sigma^2}{2a^2}) - \frac{\sigma_\theta^2}{4a}]$

Les taux zéro-coupons correspondants sont ensuite déduits des prix zéro-coupons correspondants.

5.3.3 Prise en compte de la corrélation

La prise en compte des corrélations entre les différents risques d'un portefeuille d'assurance est une étape cruciale dans la construction d'un générateur de scénarios économiques puisque l'indépendance des différents indices ne peut être supposée. Dans cette étude, une structure de dépendance gaussienne entre les trois indices est considérée et il est supposé que l'information de dépendance est portée par le vecteur dW_t avec W le mouvement brownien multidimensionnel utilisé dans les dynamiques des différents indices. Le générateur de scénarios économiques implémenté comprend 3 indices : le taux nominal, l'action et l'immobilier.

Ainsi, le brownien multidimensionnel est de dimension 3 avec une matrice de corrélation instantanée de la forme :

$$\Sigma_1 dt = \begin{array}{c} \\ dW^{taux} \\ dW^{action} \\ dW^{immo} \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} dW^{taux} & dW^{action} & dW^{immo} \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & \rho_{t,a} & \rho_{t,i} \\ \rho_{t,a} & 1 & \rho_{a,i} \\ \rho_{t,i} & \rho_{a,i} & 1 \end{pmatrix} \end{array} dt$$

Cette étude cherche à prendre en compte la corrélation pour chaque type d'historique étudié. Les données prises sont les indices cités lors de la création du GSE. Ce mémoire vise à étudier les corrélations entre les rendements de ces trois indices, à cette fin, les log-rendements des indices action et immobilier et les rendements du taux EONIA sont étudiés.

Etude de corrélation linéaire

Les valeurs des corrélations sont obtenues en calculant l'estimateur du coefficient de corrélation linéaire de Pearson. Notons $(x_i, y_i)_{i\in[1,\dots,n]}$ réalisations indépendantes de deux variables aléatoires X et Y et $\hat{\rho}_{XY}$ l'estimateur du coefficient de corrélation linéaire non biaisé entre X et Y. Ce dernier s'écrit de la manière suivante :

$$\hat{\rho}_{XY} = \frac{\hat{\sigma}_{XY}}{\hat{\sigma}_X \hat{\sigma}_Y}$$

Avec :

$$\hat{\sigma}_{XY} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{X})(y_i - \bar{Y})$$

$$\hat{\sigma}_X = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{X})^2} \quad \text{et} \quad \hat{\sigma}_Y = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{Y})^2}$$

$$\bar{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \quad \text{et} \quad \bar{Y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i$$

Cet estimateur, compris dans l'intervalle [-1,1] mesure la corrélation linéaire entre deux variables. Pour un historique mensuel de 5 ans, les résultats suivants sont obtenus (les autres résultats sont donnés en annexe page 85) :

	Action	Taux	Immobilier
Action	100,00%	0,65%	65,39%
Taux	0,65%	100,00%	-8,18%
Immobilier	65,39%	-8,18%	100,00%

FIGURE 5.8 – Corrélation des différents indices

La forte corrélation entre l'action et l'immobilier qui a justifié le choix d'utiliser le même modèle de projection pour les deux indices est ainsi visible.

Corrélation des browniens

A présent, il convient d'étudier les réalisations du mouvement brownien multidimensionnel, de matrice de corrélation instantanée calculée dans la partie précédente, à partir de variables aléatoires gaussiennes indépendantes. La méthode utilisée sera la décomposition de Cholesky. Pour une matrice symétrique définie positive Σ, cette méthode détermine une matrice triangulaire inférieure L telle que $\Sigma = LL^T$.

Ainsi, il est possible de montrer que, pour un vecteur gaussien Y de matrice de corrélation Σ de dimension n symétrique définie positive, Y peut s'écrire sous la forme $Y = LX$ avec L matrice de dimension n telle que $\Sigma = LL^T$ et $X = (X_1, ...X_n)$ un vecteur aléatoire de loi $N(0, \mathbb{I}_n)$ où $\mathbb{I}_n$ est la matrice identité de dimension n. Afin d'expliciter cette méthode, l'exemple simple où n=2 a été étudié en annexe page 92.

Chapitre 6

Modèle épargne

6.1 Présentation du portefeuille initial

6.1.1 Présentation du produit

Ce mémoire s'appuiera sur un produit fictif, inspiré de diverses missions. Le portefeuille étudié est relatif à un produit d'épargne multi-support, cependant seule la partie « euro » sera traitée. La plupart des coûts s'appliqueront au niveau produit, et non seulement au niveau du fonds euro étudié. La partie « coûts » de PRIIPs ne sera donc pas développée.
Au sein de ce produit, en contrepartie d'une prime versée à la souscription, l'assureur garantit à l'assuré un taux de rémunération de son épargne auquel s'ajoute une participation aux bénéfices contractuelle si l'assureur réalise des bénéfices. Le montant de l'épargne est reversé à l'assuré en cas de décès ou de rachat. Cette étude s'attachera à montrer les problématiques que soulève une génération des rendements des actifs via un *bootstrap* en mettant en évidence les impacts sur les taux servis.

Les contrats d'assurance modélisés sont regroupés en groupes homogènes appelés *model points*. Au total, 861 *model points* sont définis dans cette étude. Chaque ligne de *model point* représente un groupe de contrats dont les caractéristiques moyennes sont les suivantes :

- Provision Mathématique (PM) d'ouverture,
- Age moyen,
- Ancienneté fiscale,
- Sexe,
- Nombre de polices.

Les données produits sont les suivantes et sont les mêmes pour l'ensemble des *model points* :

- TMG de 0 % brut,
- 100 % des produits financiers sont distribués,
- Taux de chargement sur encours de 0,6 %,
- Pas de prime annuelle mais des versements libres sont possibles.

Modélisation des rachats

Les rachats structurels sont fonction de l'ancienneté de l'assuré et exprimés en pourcentage de la provision mathématique du *model point*, ils suivent la loi suivante du fait de la fiscalité avantageuse au terme de la 8^e année :

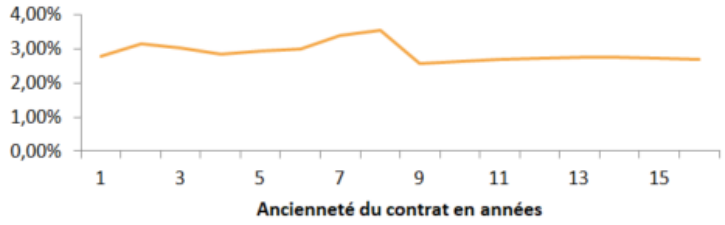


FIGURE 6.1 – Loi de rachat structurel

Au delà de la 16^e année, le taux de rachat structurel se stabilise à 2,7 %.

Concernant les rachats conjoncturels, les paramètres moyens de la loi préconisée par les Orientations Complémentaires Nationales (ONC) de l'ACPR [2] sont retenus. Un taux de rachat conjoncturel est ainsi définit grâce à une fonction constante par morceaux :

$$RC(R) = \begin{cases} RC_{max} \text{ si } R - TA < \alpha \\ RC_{max} * \frac{R-TA-\beta}{\alpha-\beta} \text{ si } \alpha < R - TA < \beta \\ 0 \text{ si } \beta < R - TA < \gamma \\ RC_{min} * \frac{R-TA-\gamma}{\delta-\gamma} \text{ si } \gamma < R - TA < \delta \\ RC_{min} \text{ si } R - TA > \delta \end{cases}$$

Avec :

- R est le taux servi,
- RC est le taux de rachats conjoncturels,
- RC_{min} est compris entre -6 et -4 % et RC_{max} entre 20 et 40 %,
- α compris entre -6 % et -4 % est le seuil en-deçà duquel les rachats conjoncturels sont constants et fixés à RC_{max},
- β est compris entre -2 % et 0 %, γ est fixé à 1 %. Entre ces deux seuils, le comportement de l'assuré n'est pas modifié,
- δ est compris entre 2 et 4 %.

6.1.2 Hypothèses à l'actif

Type d'actif	Pourcentage dans le portefeuille	Montant initial en portefeuille
Action	8%	168 800 000 €
Immobilier	6%	126 600 000 €
Cash	2%	42 200 000 €
Obligations	84%	1 772 400 000 €

FIGURE 6.2 – Composition de l'actif du portefeuille

Les obligations sont réparties pour moitié entre obligations d'état et obligations *corporate*. Ces obligations sont regroupées en *model point* avec les caractéristiques suivantes renseignées en *input* :

- Le nominal,
- Le taux de coupon,
- La valeur comptable,
- La valeur de marché,
- La maturité.

Concernant les obligations *corporate*, un *spread* fixe de 0,5 % leur est appliqué. En effet, le risque de crédit n'est pas approfondi dans ce mémoire, un *spread* constant a donc été utilisé pour modéliser le risque de crédit des obligations d'entreprise.

Cette allocation d'actifs est l'allocation initiale, cependant, par la suite, des tests de sensibilité viendront la modifier.

6.1.3 Hypothèses au passif

Provision mathématique initiale	2 000 000 000 €
PPE initiale	70 000 000 €
Réserve de capitalisation	40 000 000 €

FIGURE 6.3 – Composition du passif du portefeuille

Ces hypothèses du passif sont également inspirées d'un portefeuille fictif représentatif du marché, constitué au sein de la société à des fins d'étude.

Ci-dessous les principales caractéristiques du portefeuille retenu :

Nombre de polices et de *model points*
Le portefeuille étudié comprend 107 318 polices agrégées en 861 *model points* qui étaient déjà créés au sein du portefeuille fictif.

Age des assurés
Les âges des assurés sont compris entre 26 et 102 ans. L'âge moyen du portefeuille est de 56 ans.

Répartition Homme/Femme
Le portefeuille est composé de 86 % d'hommes et de 14 % de femmes.

Ancienneté fiscale
L'ancienneté fiscale des contrats est comprise entre 1 et 32 ans. L'ancienneté fiscale moyenne est de 5 ans.

Les hypothèses retenues sont synthétisées dans le tableau suivant :

Nombre de polices	Nombre de MP	Age moyen	H/F	Ancienneté fiscale
107 318	861	56	86%/14%	[1;32]

FIGURE 6.4 – Caractéristiques du portefeuille

6.2 Principales hypothèses du modèle épargne

Le modèle épargne interne a été construit sous VBA. Il permet de moduler des leviers d'action comme la politique de distribution de la participation aux bénéfices, la stratégie d'allocation d'actifs ou le niveau de garantie en capital. Il permet, à terme, de projeter des outils d'analyse de la rentabilité, de la performance et de la solvabilité. Des développements ont été réalisées afin d'intégrer les besoins liés à PRIIPs pour le fonds euros. Dans ce mémoire, les projections seront réalisées en monde réel afin de montrer le rendement réel que pourra obtenir l'investisseur à la fin de la période de détention recommandée. L'horizon de projection choisi est de 8 ans : à la fin de cet horizon, l'épargne accumulée est supposée intégralement rachetée par les assurés. Le solde de la Provision pour Participation aux Bénéfices (PPB) présent à cette date est également intégré de même que 85 % de la part de la réserve de capitalisation restante et des plus-values obligataires réalisées en fin de projection.

Ci-dessous, un schéma de l'architecture générale du modèle :

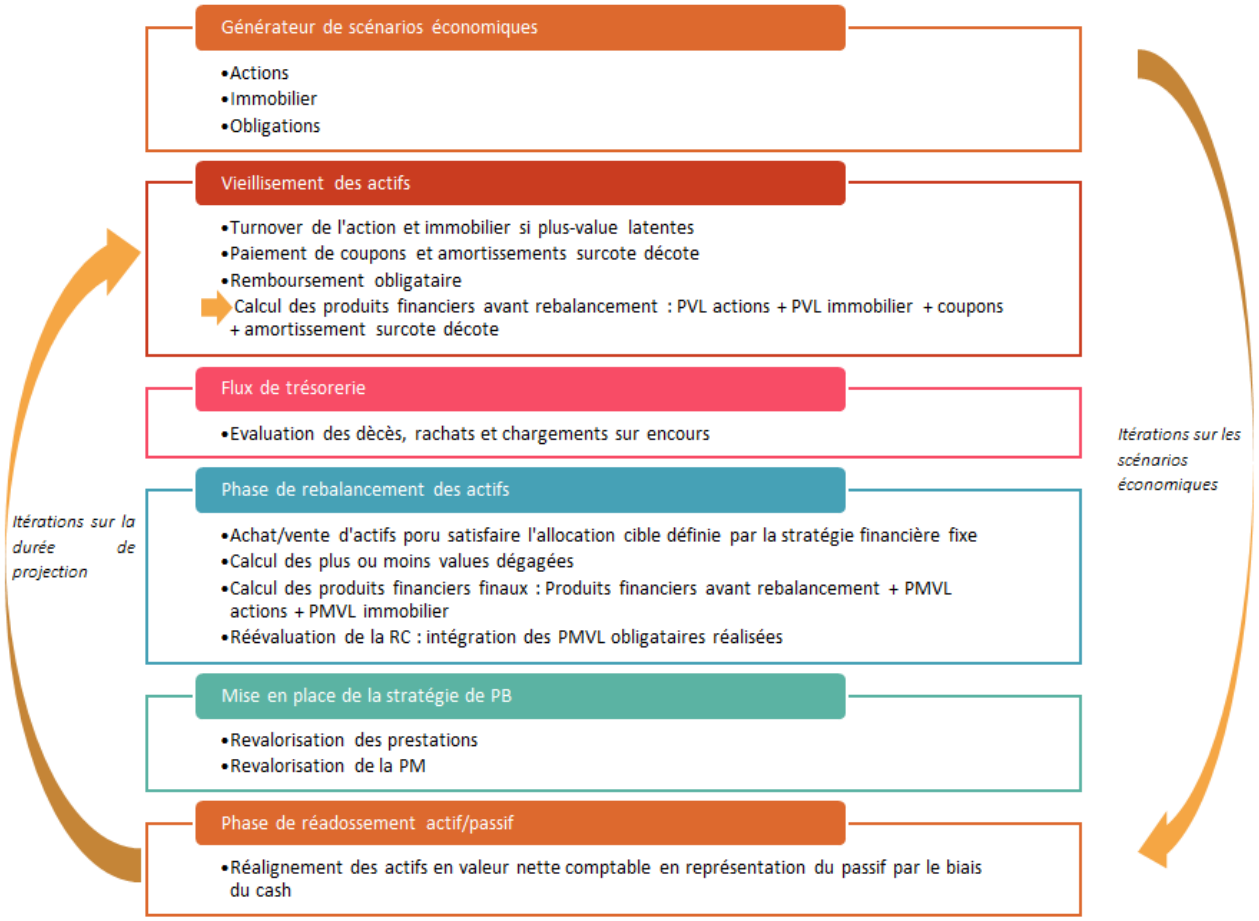


FIGURE 6.5 – Architecture du modèle ALM

Trois stratégies de participation aux bénéfices ont été codées dans le modèle :

— Revalorisation au taux de PB contractuelle,
— Possibilité d'utiliser la PPB,
— Possibilité d'utiliser la PPB et éventuelles réductions de marge financière.

Ci-dessous un schéma illustrant le principe de fonctionnement de la 2^e stratégie :

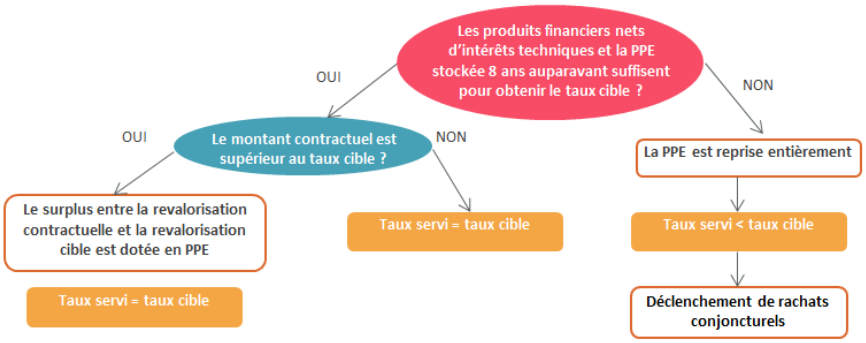


FIGURE 6.6 – Fonctionnement de la stratégie de PB

La participation aux bénéfices constitue un effet de levier majeur au sein de la modélisation puisque ce mémoire s'intéresse au taux servi à l'assuré, qui dépend de la revalorisation de la provision mathématique. Comme expliqué dans la partie 2.2.3 page 26, les choix suivants sont faits :

- La PB règlementaire de 85 % est systématiquement intégrée dans le modèle ALM pour l'ensemble des scénarios, le taux de PB contractuelle sera assimilé au taux de PB règlementaire dans cette étude,
- La PB discrétionnaire n'est prise en compte que dans le cas du scénario favorable. Dans ce mémoire, la PB discrétionnaire correspond au fait de reverser 100 % des produits financiers.

Les produits financiers distribuables sont déterminés *model point* par *model point*, proportionnellement au poids de la PM de chacun d'entre eux dans la PM totale. Le choix est fait d'exclure les produits financiers réalisés en face de la réserve de capitalisation. Le montant servi contractuel (en supplément du TMG) est déterminé pour chaque *model point* en fonction de son TMG et de son taux de PB contractuelle :

$$\begin{aligned}\text{montant servi contractuel(mp,j)} = max(0, &\text{ pfi distrib(mp,j)} * \text{taux PB contractuelle(mp)} \\ &- \text{TMG(mp)} * \text{PM euro après presta(mp,j)} - \text{taux chgt sur encours(mp)} * \\ &max(0, \text{PM euro ouverture (mp,j)}))\end{aligned} \quad (6.1)$$

Où :

- mp représente le *model point* considéré
- j représente l'année de projection
- pfi distrib = produits finaciers distribuables
- taux chgt sur encours = taux de chargement sur encours du compartiment euro

Tous les scénarios, hormis le scénario favorable, serviront le taux de PB contractuelle.
Pour le scénario favorable, 100 % des produits financiers sont distribués, le montant de revalorisation cible est donc le suivant :

$$\begin{aligned}\text{montant revalo cible(mp,j)} = max(0, &\text{pfi distrib(mp,j)} - TMG(mp) - \text{PM euro après presta(mp,j)} \\ &- \text{taux chgt sur encours(mp)} * max(0, \text{PM euro ouverture(mp,j)}))\end{aligned} \quad (6.2)$$

6.3 Modèle épargne et *bootstrap*

Si les scénarios de rendement des actifs sont générés par *bootstrap*, les tables suivantes sont obtenues :

- Une table des taux zéro-coupon pour l'ensemble des scénarios,
- Une table de l'indice immobilier et une table de l'indice action pour tous les scénarios hormis celui de tension,
- Une table pour l'indice immobilier et une table pour l'indice action pour le scénario de tension.

Il convient de faire ici 3 *runs* avec des hypothèses différentes pour obtenir le tableau des scénarios de performance recherché. Ci-dessous, un schéma résumant les hypothèses prises pour produire les scénarios de performance PRIIPs au sein du modèle ALM :

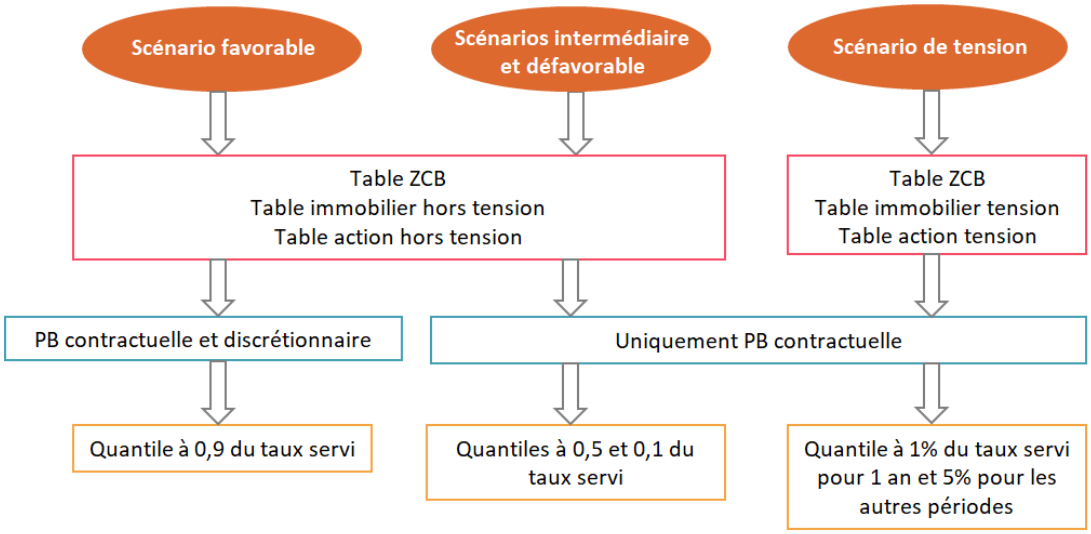


FIGURE 6.7 – Fontionnement du modèle ALM lorsque les actifs sont générés par *bootstrap*

6.4 Modèle épargne et GSE

Afin de challenger la norme, les rendements des actifs ont été générés via un GSE. Le GSE ne permet pas de distinguer des tables de tension, ce qui peut constituer une limite à sa substitution du *bootstrap* PRIIPs. En effet, la réglementation précise les ajustements à réaliser pour le scénario de tension dans le cadre d'un bootstrap et non dans le cadre d'un GSE. Le schéma d'intégration dans le modèle épargne est cette fois le suivant :

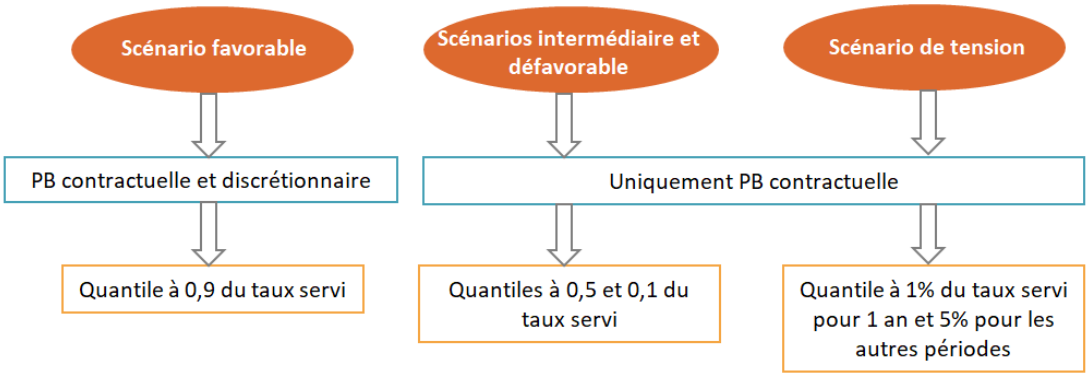


FIGURE 6.8 – Fontionnement du modèle ALM lorsque les actifs sont générés par un GSE

Troisième partie

Analyse des sensibilités

Cette partie s'attachera à étudier les sensibilités du rendement moyen annuel du contrat pour l'assuré selon 3 axes autour de la génération des scénarios économiques :

- L'historique considéré (profondeur, granularité),
- L'allocation d'actifs considérée (notamment la proportion d'obligations),
- GSE ou *bootstrap*.

Pour le scénario central, les rendements d'actif sont générés par un *boostrap* calibré sur une profondeur d'historique de 5 ans de données mensuelles. L'allocation d'actifs centrale est la suivante :

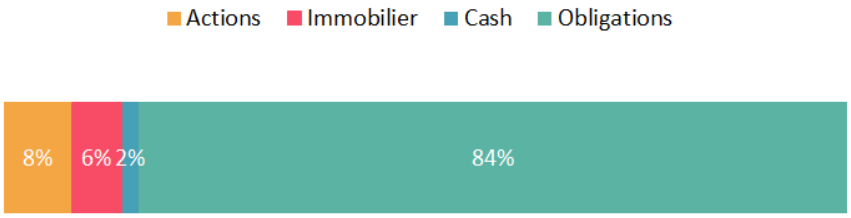


FIGURE 6.9 – Allocation d'actifs centrale

Voici l'ensemble des simulations effectuées, pour le *bootstrap* et le GSE, afin d'étudier les différentes sensibilités :

Simulations	Historique	Granularité	Allocation d'actifs
1	10 ans	Mensuelle	Centrale
2	10 ans	Mensuelle	Modifiée
3	10 ans	Quotidienne	Centrale
4	10 ans	Quotidienne	Modifiée
5	5 ans	Mensuelle	Centrale
6	5 ans	Mensuelle	Modifiée
7	5 ans	Quotidienne	Centrale
8	5 ans	Quotidienne	Modifiée
9	2ans	Quotidienne	Centrale
10	2ans	Quotidienne	Modifiée

FIGURE 6.10 – Simulations effectuées

Chapitre 7

Sensibilités à l'historique

La réglementation (voir Annexes page 86) précise la profondeur d'historique minimum à respecter en fonction de la granularité choisie :

— Deux ans de prix quotidiens,
— Quatre ans de prix hebdomadaires,
— Cinq ans de prix mensuels.

Dans le scénario central présenté en amont, un historique de cinq ans de prix mensuels a été choisi. Cependant, les sensibilités liées à l'historique seront évaluées : est-ce que la granularité impacte les performances du fonds ? Que se passe-t-il si une profondeur d'historique plus grande est retenue ?

En premier lieu, il est possible de comparer les impacts des changements de granularité et de profondeur de l'historique sur la génération des actifs en fonction de la méthode choisie (*bootstrap* ou GSE) :

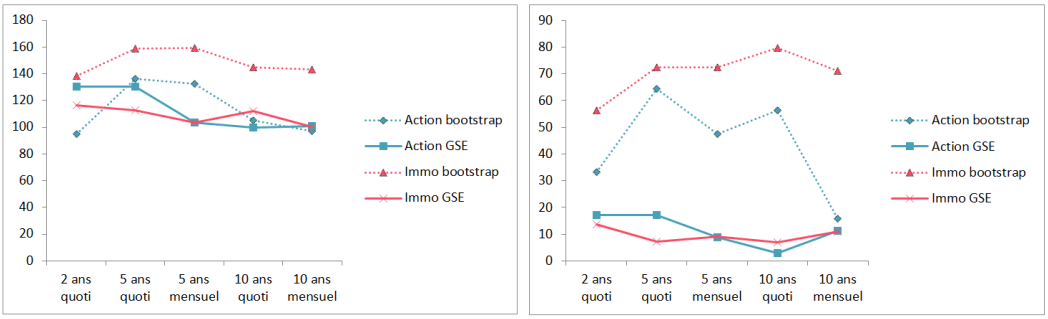


FIGURE 7.1 – A gauche la moyenne des actifs considérés, à droite, leur écart-type

Si un focus est fait sur les moyennes de l'indice immobilier, il est visible que la simulation par *bootstrap* donne des rendements bien plus élevés que le GSE. Les moyennes du GSE et du *bootstrap* ne suivent pas les mêmes tendances, cependant, les écarts-types liés au *bootstrap*

explosent par rapport à ceux du GSE. Cela vient du fait qu'un *bootstrap* ne permet pas de "lisser" l'écart type contrairement à un GSE où l'écart type se déduit du calibrage effectué en amont.

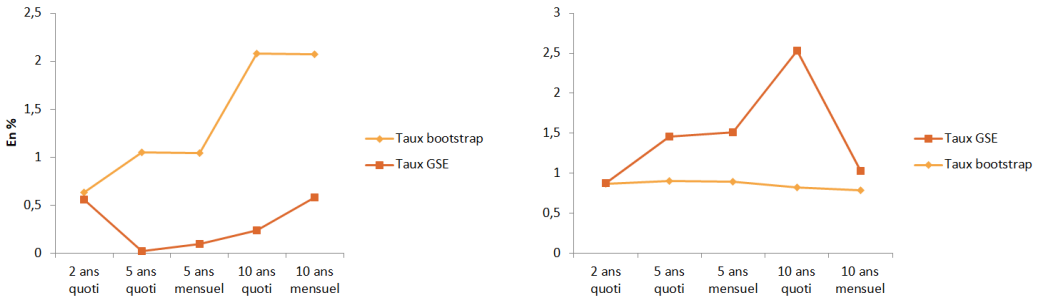


FIGURE 7.2 – A gauche la moyenne des taux toutes maturités confondues, à droite, leur écart-type

A présent, les moyennes, toutes maturités confondues, des taux simulés via les deux méthodes, sont comparées. Mis à part une profondeur d'historique de 2 ans de données quotidiennes, les moyennes sont très différentes et ne suivent pas la même tendance. En ce qui concerne les écarts-types, là encore, excepté une profondeur de 2 ans de données quotidiennes et de 10 ans de données mensuelles, les écarts sont importants. Alors que le GSE avait tendance à garder un écart-type constant en fonction de l'historique pour l'action et l'immobilier, l'inverse se produit pour les taux. En effet, la méthode de calibration du GSE monde réel induit des écarts types différents en fonction de la profondeur d'historique puisque des périodes de crise sont ou non intégrées.

7.1 Sensibilités à la granularité de l'historique

Cette section s'attachera à tester les sensibilités du *bootstrap* et du GSE par rapport à la granularité de l'historique. Comme le montre la figure 7.1 (cf page 59), à profondeur équivalente, la granularité de l'historique tend à faire varier les moyennes et écarts-types des actifs simulés. Afin d'étudier cette sensibilité, la profondeur d'historique sera fixée à 5 ans et l'allocation d'actifs centrale définie à la figure 6.9 (cf page 58) sera choisie.

7.1.1 Sensibilité du *bootstrap*

Dans un premier temps, cette étude s'attachera à évaluer l'impact du changement de granularité sur les indices générés par le *bootstrap* PRIIPs :

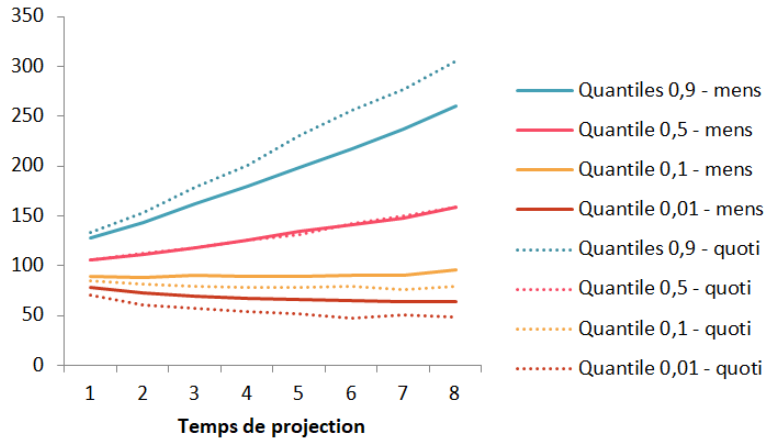


FIGURE 7.3 – Quantiles de l'indice action selon une granularité mensuelle ou quotidienne pour une profondeur de 5 ans - *Bootstrap*

La faible sensibilité des quantiles de l'indice action à la granularité choisie (à profondeur équivalente) constitue un avantage à la méthode du *bootstrap*. Cette robustesse s'explique par le principe même du bootstrap qui est de rééchantilloner les données : à granularité différente mais profondeur équivalente, les mêmes valeurs vont se retrouver. Cette robustesse est d'autant plus flagrante sur l'indice de taux grâce à l'ACP réalisée en amont du *bootstrap*.

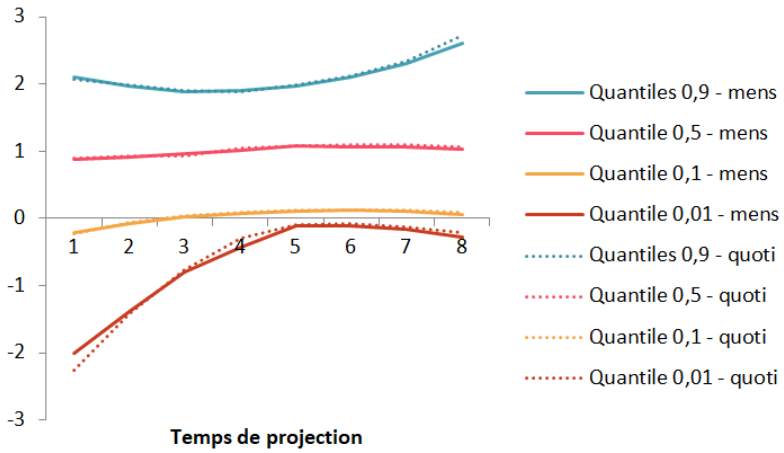


FIGURE 7.4 – Quantiles de taux selon une granularité mensuelle ou quotidienne pour une profondeur de 5 ans - *Bootstrap*

A présent, évaluons l'impact d'un changement de granularité sur l'estimation des taux servis à l'assuré. Ci-dessous le tableau présentant la variation du rendement annuel moyen obtenu à partir d'actifs simulés via un *bootstrap* sur une profondeur d'historique de 5 ans de données mensuelles par rapport à une profondeur de 5 ans de données quotidiennes :

Variation du rendement annuel moyen	1 an	4 ans	8 ans
Scénario favorable	-10,23%	-8,68%	-7,01%
Scénario intermédiaire	-2,53%	-2,62%	-3,99%
Scénario défavorable	5,03%	4,00%	2,58%
Scénario tension	0,57%	2,03%	3,44%

FIGURE 7.5 – Variation entre granularité mensuelle et quotidienne sur un historique de 5 ans - *bootstrap*

Pour fixer les idées, le tableau se lit de la manière suivante "Dans le cas intermédiaire, si l'assuré décide de racheter son contrat la quatrième année, l'estimation de son rendement annuel moyen sera 2,62 % plus faible si l'historique a été calibré sur un historique de 5 ans de données mensuelles plutôt que sur 5 ans de données quotidiennes".

Excepté le scénario favorable, la variation est assez faible entre une granularité mensuelle et quotidienne.

7.1.2 Sensibilité du GSE

Pour la méthode du GSE, l'impact du changement de la granularité sur les actifs est étudié. Par exemple, les quantiles de l'indice action sont les suivants :

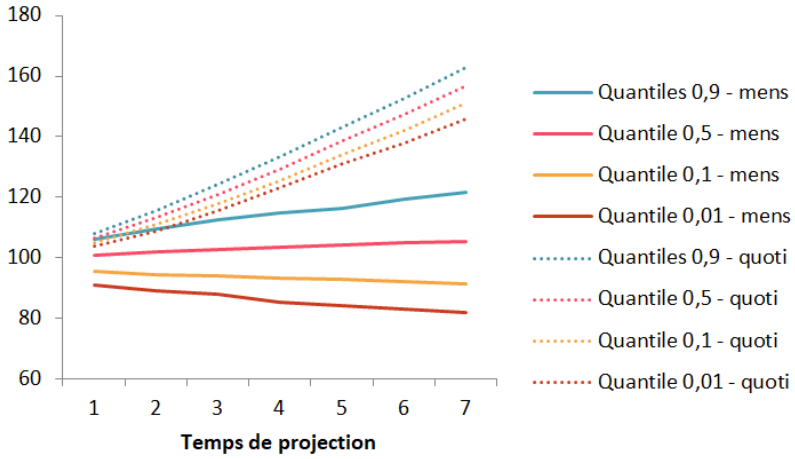


FIGURE 7.6 – Quantiles de l'indice action selon une granularité mensuelle ou quotidienne pour une profondeur de 5 ans - GSE

A noter que l'ensemble des quantiles de l'indice action simulés avec une granularité quotidienne est supérieur à ceux simulés avec une granularité mensuelle. Après la 3^e année, ils sont même tous supérieurs au quantile à 90 % des données mensuelles. La méthode de calibrage du modèle de Merton (cf 5.3.1 page 41) pourrait être ici remise en cause : elle est peut-être trop sensible au changement de granularité mais le choix est tout de même fait de la conserver puisqu'elle est la plus intuitive à implémenter.

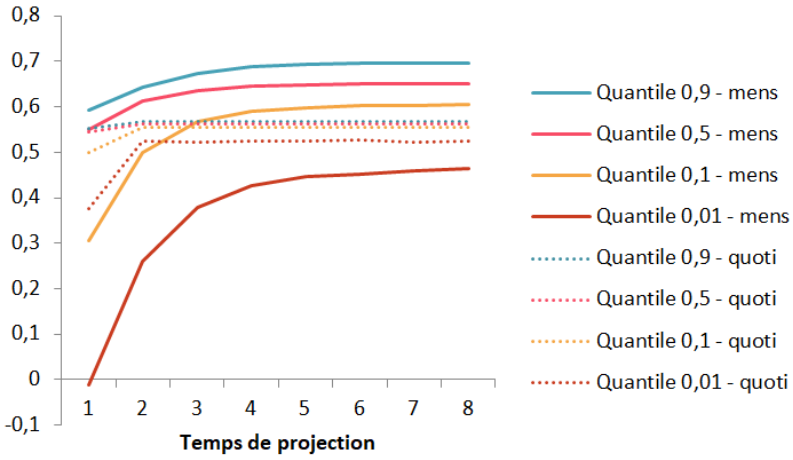


FIGURE 7.7 – Quantiles de taux selon une granularité mensuelle ou quotidienne pour une profondeur de 5 ans - GSE

Concernant les taux, leur amplitude, lorsqu'ils sont calibrés sur des données quotidiennes, diminue beaucoup plus au fil du temps que lorsqu'ils sont calibrés sur des données mensuelles.

Ci-dessous le tableau présentant la variation du rendement annuel moyen induit de taux simulés via un GSE sur une profondeur d'historique de 5 ans de données mensuelles par rapport à une profondeur de 5 ans de données quotidiennes :

Variation du rendement annuel moyen	1 an	4 ans	8 ans
Scénario favorable	-3,50%	-9,14%	-10,13%
Scénario intermédiaire	-5,65%	-12,39%	-12,11%
Scénario défavorable	-6,08%	-15,08%	-14,32%
Scénario tension	-10,41%	-15,95%	-14,42%

FIGURE 7.8 – Variation entre granularité mensuelle et quotidienne sur un historique de 5 ans - GSE

Il est d'ores et déjà possible de remarquer qu'une calibration avec une granularité quotidienne a tendance à augmenter les estimations des taux servis aux assurés. Ceci peut s'expliquer par le fait que les actions sont beaucoup plus élevées avec une granularité quotidienne (cf figure 7.6 page 62).

Si ce tableau est comparé avec celui réalisé dans les mêmes conditions mais pour une génération des scénarios via un *bootstrap* (cf figure 7.5 page 62), il ressort que la méthode par *bootstrap* est moins sensible au changement de granularité qu'un GSE.

Pour conclure cette section, il apparaît qu'à profondeur équivalente, une génération des actifs par un *bootstrap* induit une estimation des taux servis à l'assuré moins sensible au changement de granularité de l'historique qu'une génération par un GSE monde réel. Afin de représenter au mieux les taux que peuvent attendre les assurés, il convient d'avoir un modèle qui, pour une même profondeur mais une granularité différente, reste stable. Dans ce cas, c'est le bootstrap PRIIPs qui parait le plus adapté.

7.2 Sensibilités à la profondeur d'historique

La profondeur de l'historique choisie pour *bootstrapper* ou calibrer un GSE est un élément majeur pour déterminer les rendements des actifs. Il est d'usage pour les GSE de prendre la plus grande profondeur d'historique possible. Cependant, la norme PRIIPs impose des standards minimum. Les acteurs du marché considéreront certainement ces standards comme profondeur d'historique, c'est pourquoi il est important d'effectuer des tests sur ces données. Quelle que soit la granularité, ces profondeurs minimales n'incluent pas la crise de 2008, cette section présente donc des simulations effectuées avec une profondeur d'historique de 10 ans afin d'intégrer cette crise et en voir les conséquences.
Les graphiques ci-dessous montrent l'impact de la crise sur les indices choisis pour effectuer les simulations :

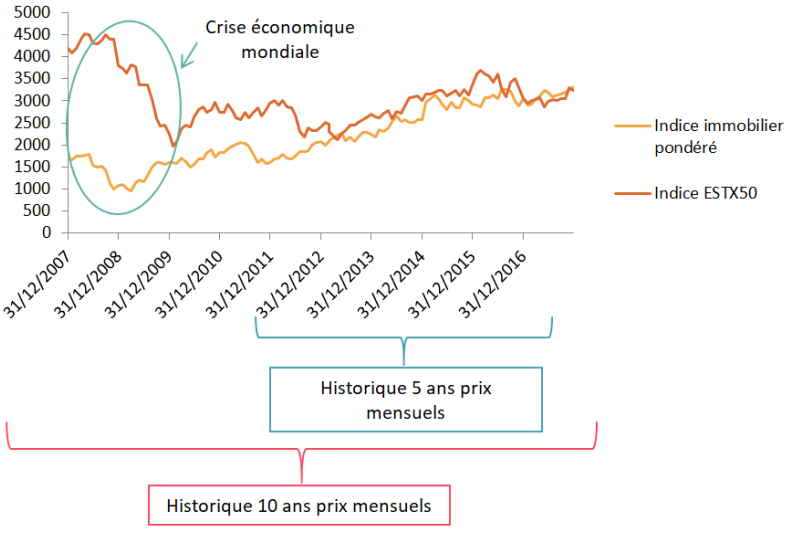


FIGURE 7.9 – Evolution du cours des indices utilisés

Sur le graphique précédent, l'impact de la crise économique est visible : l'indice action chute fortement alors qu'il était à un niveau particulièrement haut.
De même, le graphique ci-dessous illustre la chute drastique des taux, toutes maturités confondues entre 2008 et 2009.

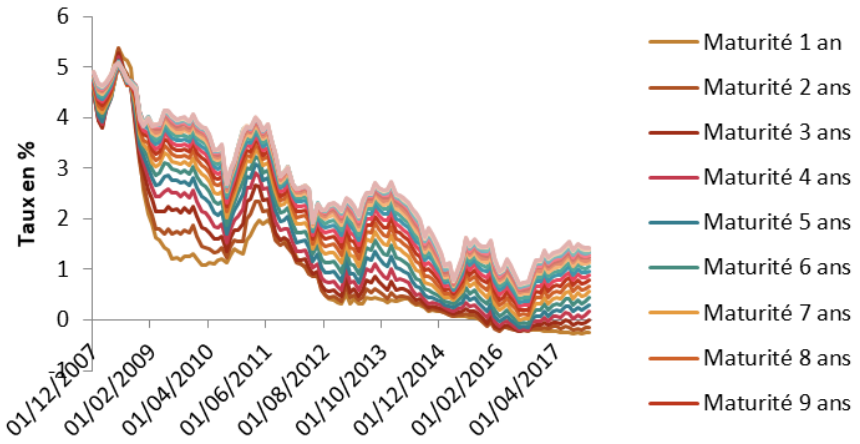


FIGURE 7.10 – Cours des taux *swap*

7.2.1 Sensibilités du *bootstrap*

Que se passe-t-il si une période de crise est intégrée dans l'historique à *bootstrapper* ? C'est ce que cette section va tenter d'étudier.

Les indices ont ainsi été simulés par un *bootstrap* selon 2 profondeurs d'historique différentes pour chaque granularité. A titre d'exemple, les différents quantiles des indices *bootstrappés* à partir d'un historique de 5 ans de données mensuelles ou d'un historique de 10 ans de données mensuelles sont représentés ci-dessous :

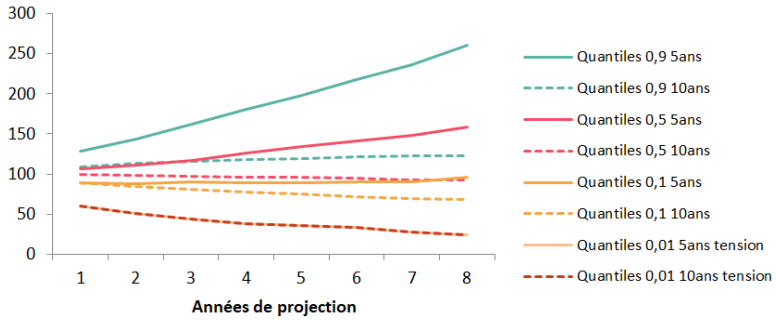


FIGURE 7.11 – Quantiles de l'indice action selon un historique de 5 ou 10 ans

Il apparaît que les quantiles à 5 ans sont toujours plus élevés que les quantiles à 10 ans sauf pour le scénario de tension où ils sont quasiment identiques du fait du quantile extrême choisi. Cet écart entre les deux profondeurs d'historique est certainement dû à l'impact de la crise économique qui a fortement touché l'indice action et qui est donc répliqué par le *bootstrap*. De plus, cet écart augmente avec le temps.

Cependant, ce sont les taux qui représentent la plus grande part des actifs du portefeuille (plus de 80 %) et sur le graphique ci-dessous le phénomène inverse aux actions se produit. Par souci de simplification visuelle, les quantiles toutes maturités confondues sont affichés et l'ordonnée est mesurée en %.

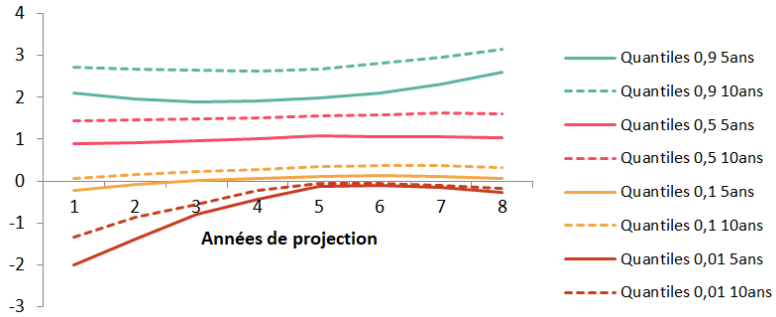


FIGURE 7.12 – Quantiles de l'indice taux selon un historique de 5 ou 10 ans - *Bootstrap*

En effet, les quantiles pour une profondeur d'historique de 10 ans sont plus élevés que ceux pour une profondeur de 5 ans. Ceci est dû au fait que, depuis 2008, les taux ne font globalement que diminuer. Or, le *bootstrap* n'est qu'un rééchantillonnage, donc si des données plus anciennes sont incluses, les taux seront plus élevés sur ces dernières et ils se retrouveront donc dans les simulations effectuées.

Au final, les scénarios économiques ne sont pas les seuls facteurs qui vont être pris en considération dans le calcul du taux servi final à l'assuré. Cependant, en laissant inchangés les autres paramètres et en ne faisant varier que les scénarios, l'impact du changement de profondeur d'historique sera visible.

7.2.2 Sensibilités du GSE

Dans cette section, la même étude la section précédente a été réalisée excepté les scénarios de rendement des actifs qui sont maintenant générés par un GSE.

Ci-dessous les différents quantiles des indices simulés via le GSE à partir d'un historique de 5 ans de données mensuelles ou d'un historique de 10 ans de données mensuelles.

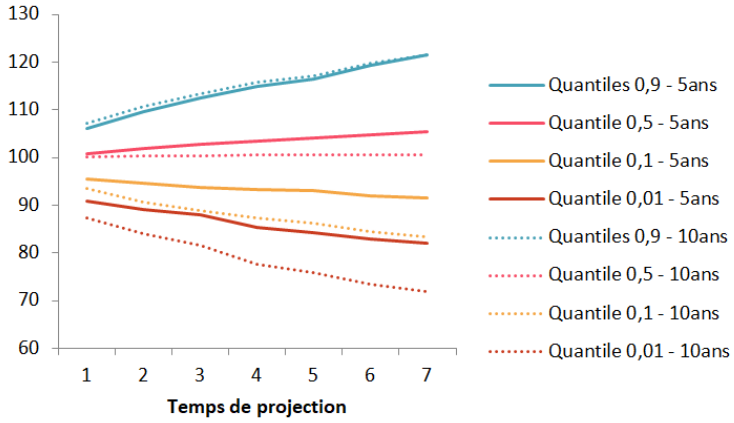


FIGURE 7.13 – Quantiles de l'indice action selon un historique de 5 ou 10 ans - GSE

Mis à part pour le scénario favorable, le GSE calibré sur une profondeur d'historique de 5 ans de données mensuelles simulent des prix action plus élevés en termes de quantiles que s'il est calibré sur une profondeur d'historique de 10 ans de données mensuelles. Cette remarque rejoint ainsi celle faite pour la génération par *bootstrap*.
En comparant ces données avec les données équivalentes de la simulation par *bootstrap* de la figure 7.11, il apparaît que l'amplitude des quantiles est beaucoup moins importante dans un GSE que dans un *bootstrap*.

Pour les taux simulés grâce au modèle de Vasicek, les résultats suivants sont obtenus :

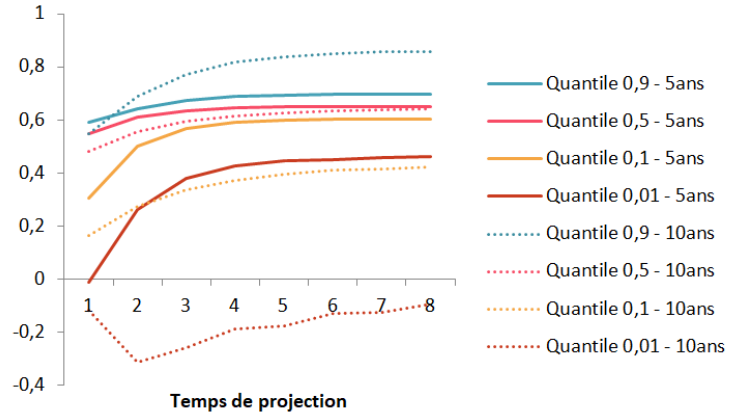


FIGURE 7.14 – Quantiles de l'indice taux selon un historique de 5 ou 10 ans - GSE

Ce graphique montre que, tout comme l'action, les taux simulés par un modèle calibré sur une profondeur de 10 ans de données mensuelles sont plus faibles que ceux calibrés sur une profondeur de 5 ans. Ce résultat est l'inverse de celui obtenu grâce une simulation par *bootstrap*.

7.2.3 Comparaison des sensibilités du *bootstrap* et du GSE à la profondeur d'historique

Granularité mensuelle

Cette partie tentera de déterminer quelle méthode de génération des actifs est la plus sensible à la profondeur d'historique avec une granularité mensuelle. Pour cela, elle comparera *in fine* les variations de rendement annuelles moyennes du GSE et du *bootstrap* pour l'allocation d'actifs centrale choisie précédemment (cf page 58) selon que l'historique choisi est de 5 ans ou de 10 ans.

Ci-dessous, la variation du rendement annuel moyen du *bootstrap* via une profondeur d'historique de 10 ans par rapport à une profondeur d'historique de 5 ans.

Variation du rendement annuel moyen	1 an	4 ans	8 ans
Scénario favorable	-15,19%	0,66%	15,33%
Scénario intermédiaire	-5,39%	-4,22%	14,84%
Scénario défavorable	1,06%	-3,52%	1,69%
Scénario tension	1,14%	10,62%	22,46%

FIGURE 7.15 – Variation entre un historique de 10 et 5 ans - *Bootstrap*

Le tableau se lit de la manière suivante "Dans le cas favorable, si l'assuré décide de racheter son contrat à la fin de la première année, l'estimation de son rendement annuel moyen sera 15,19 % plus faible si l'historique a été calibré sur 10 ans plutôt que sur 5 ans".

De manière globale, une tendance n'a pas pu être dégagée de ces résultats. Au bout de 8 ans, dans tous les scénarios, les taux sont plus élevés avec une profondeur d'historique de 10 ans qu'une profondeur de 5 ans. Ceci est certainement dû au fait que les obligations ont d'autant plus de poids dans l'actif que la durée de projection est longue. De plus, comme les taux sont plus élevés avec un historique de 10 ans, le rendement annuel moyen est plus élevé.

Le but de ce mémoire étant de comparer les méthodes du *bootstrap* et du GSE, les variations des résultats obtenus via une simulation du rendement des actifs par GSE vont maintenant être étudiées :

Variation du rendement annuel moyen	1 an	4 ans	8 ans
Scénario favorable	1,74%	-0,34%	0,56%
Scénario intermédiaire	-0,68%	-2,36%	-1,71%
Scénario défavorable	-4,23%	-5,00%	-3,57%
Scénario tension	-5,26%	-5,08%	-4,19%

FIGURE 7.16 – Variation entre un historique de 10 et 5 ans - GSE

Il apparaît que dans la majorité des cas, les taux servis pour lesquels les actifs ont été générés par un *bootstrap* sont beaucoup plus sensibles que ceux générés sur la base du recours à un GSE monde réel au changement de profondeur d'historique.

Granularité quotidienne

Dans cette partie, la granularité de l'historique est fixée à une granularité quotidienne et l'allocation d'actif centrale (cf figure 6.9 page 58) est retenue. L'historique va varier entre 5 et 10 ans afin de voir l'impact sur les deux méthodes étudiées : le *bootstrap* et le GSE.

Ci-dessous, la variation du rendement annuel moyen du GSE via une profondeur d'historique de 10 ans par rapport à une profondeur d'historique de 5 ans de données quotidiennes :

Variation du rendement annuel moyen	1 an	4 ans	8 ans
Scénario favorable	-3,50%	4,84%	23,63%
Scénario intermédiaire	-2,44%	3,71%	23,55%
Scénario défavorable	-0,79%	1,90%	19,86%
Scénario tension	0,36%	1,14%	17,35%

FIGURE 7.17 – Variation entre un historique de 10 et 5 ans - quoti - GSE

Le tableau se lit de la manière suivante "Dans le cas favorable, si l'assuré décide de racheter son contrat à la fin de la première année, l'estimation de son rendement annuel moyen sera 3,5 % plus faible si l'historique a été calibré sur 10 ans plutôt que sur 5 ans".

Ce tableau montre que l'impact est relativement faible si l'assuré sort au bout d'un an ou au bout de 4 ans. Cependant, la différence est plus élevée si l'assuré rachète à la fin de la période de détention recommandée. Ceci est dû au fait que, tout comme la granularité mensuelle étudiée aux figures 7.13 et 7.14 (cf pages 67 et 67), les quantiles des indices simulés avec 5 ans de

profondeur et 10 ans de profondeur s'éloignent au fur et à mesure que le temps avance. Ce phénomène est d'autant plus marqué avec une granularité quotidienne puisque l'écart type des simulations est plus important comme le montre la figure 7.1 (cf page 59).

Ci-dessous, la variation du rendement annuel moyen du *bootstrap* via une profondeur d'historique de 10 ans par rapport à une profondeur d'historique de 5 ans de données quotidiennes :

Variation du rendement annuel moyen	1 an	4 ans	8 ans
Scénario favorable	6,25%	14,07%	20,59%
Scénario intermédiaire	-3,91%	3,66%	14,39%
Scénario défavorable	-5,97%	-5,11%	4,21%
Scénario tension	1,72%	2,97%	24,00%

FIGURE 7.18 – Variation entre un historique de 10 et 5 ans - quoti - *Bootstrap*

Il ressort de ces tableaux que, mis à part un rachat au bout de 8 ans, le GSE est, tout comme pour une granularité mensuelle, moins sensible au changement de profondeur d'historique que le *bootstrap*.

Pour conclure cette section, il apparaît que, quelle que soit la granularité choisie, une génération des actifs par un GSE induit une estimation des taux servis à l'assuré moins sensible au changement de profondeur d'historique qu'une génération par *bootstrap* comme l'impose la norme. Le modèle choisi doit être celui qui réplique de manière la plus stable les données, quelle que soit la profondeur d'historique choisie, c'est donc le GSE monde réel qui, ici, représenterait le plus fidèlement les rendements attendus de l'assuré. La sensibilité à la profondeur d'actifs est un axe important pour l'assureur pusiqu'il est important de garder une cohérence dans l'affichage des scénarios de performance au fil des années et donc des mises à jour des documents précontractuels.

Chapitre 8

Sensibilités à l'allocation d'actifs

Ce chapitre étudiera l'impact d'une plus faible proportion d'obligations et d'une plus grande part d'actions sur le rendement annuel moyen. La granularité est fixée à une granularité mensuelle et une allocation supplémentaire à l'allocation centrale (cf figure 6.9 page 58) est définie via le schéma ci-contre :

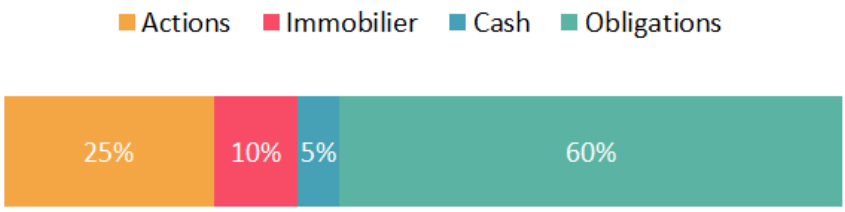


FIGURE 8.1 – Allocation d'actifs modifiée

Afin de conserver la logique d'un fonds euros, qui est de détenir une très grande proportion d'obligation, la part des obligations est fixée au minimum à 60 %.

8.1 Profondeur d'historique de 5 ans

Dans cette partie, le modèle considérera d'abord l'allocation centrale définie à la figure 6.9 (cf page 58) et ensuite l'allocation d'actifs définie ci-dessus. La profondeur d'historique prise pour générer les scénarios économiques est de 5 ans. Le seul paramètre qui change entre les deux simulations est l'allocation d'actifs.

Les résultats sont donnés ci-dessous pour une génération des actifs par *bootstrap* :

Variation du rendement annuel moyen	1 an	4 ans	8 ans
Scénario favorable	49,04%	62,35%	58,66%
Scénario intermédiaire	11,90%	30,11%	35,28%
Scénario défavorable	-11,11%	1,79%	11,64%
Scénario tension	-42,77%	-35,80%	-22,43%

FIGURE 8.2 – Sensibilités à l'allocation d'actifs d'un *bootstrap* sur 5 ans de données mensuelles

Le tableau se lit de la manière suivante "Dans le cas défavorable, si l'assuré décide de racheter son contrat au bout d'un an, l'estimation de son rendement annuel moyen sera 11,11 % plus faible si le fonds est investit dans l'allocation modifiée plutôt que dans l'allocation centrale".

Une fois encore, aucune tendance particulière à la hausse ou à la baisse ne se dégage selon les deux allocations. Cependant, il est possible de noter que la variation du rendement est assez élevée, aux alentours de 30 à 40 % en moyenne.

Etudions à présent ce même tableau réalisé à partir d'une génération d'actifs par un GSE monde réel :

Variation du rendement annuel moyen	1 an	4 ans	8 ans
Scénario favorable	5,70%	6,51%	4,23%
Scénario intermédiaire	5,57%	0,79%	-0,90%
Scénario défavorable	-3,52%	-9,17%	-7,74%
Scénario tension	-17,29%	-12,71%	-10,78%

FIGURE 8.3 – Sensibilités à l'allocation d'actifs d'un GSE sur 5 ans de données mensuelles

De manière générale, la comparaison des tableaux du GSE et du bootstrap permet de voir que le GSE est beaucoup moins sensible au changement d'allocation d'actifs que le bootstrap.

8.2 Profondeur d'historique de 10 ans

A présent, la même méthode que pour la partie précédente est appliquée à ceci près que le *bootstrap* a été calibré sur un historique de 10 ans. Les résultats sont donnés ci-dessous pour une génération d'actifs par *bootstrap* :

Variation du rendement annuel moyen	1 an	4 ans	8 ans
Scénario favorable	20,93%	30,08%	23,86%
Scénario intermédiaire	7,86%	13,52%	7,09%
Scénario défavorable	-7,52%	-8,26%	0,14%
Scénario tension	-39,56%	-22,83%	-10,96%

FIGURE 8.4 – Sensibilités à l'allocation d'actifs d'un *bootstrap* sur 10 ans de données mensuelles

En moyenne, la variation suit la même tendance (à la hausse ou à la baisse) que pour une profondeur d'historique de 5 ans mais elle est presque deux fois moins importante lorsque le *bootstrap* a été calibré sur un historique de 10 ans. Ainsi, une faible profondeur d'historique induit une sensibilité très importante aux changements d'allocation d'actifs.

Etudions maintenant cette même variation sur un modèle ALM prenant en *inputs* des scénarios économiques générés par un GSE monde réel :

Variation du rendement annuel moyen	1 an	4 ans	8 ans
Scénario favorable	7,45%	7,46%	3,65%
Scénario intermédiaire	4,40%	-2,08%	-3,79%
Scénario défavorable	-10,29%	-16,67%	-13,58%
Scénario tension	-25,40%	-21,43%	-16,25%

FIGURE 8.5 – Sensibilités à l'allocation d'actifs d'un GSE sur 10 ans de données mensuelles

De manière globale, les sensibilités du GSE au changement d'allocation d'actifs sont plus faibles que les sensibilités du *bootstrap*, excepté le scénario défavorable.

Pour conclure ce chapitre, il apparaît que, quelle que soit la profondeur d'historique choisie, une génération d'actifs par GSE monde réel est moins sensible au changement d'allocation d'actifs qu'une génération d'actifs par *bootstrap*. En effet, il est normal que des variations soient observées lors d'un changement d'allocation d'actifs mais ces variations doivent rester dans un ordre de grandeur raisonnable ce qui n'est pas le cas du bootstrap.

Chapitre 9

Sensibilités au sein du *bootstrap*

Ce chapitre a comme finalité d'étudier l'impact de sensibilité à l'intérieur de la norme. Ainsi, la norme laisse le choix de la profondeur d'historique minimale pour calibrer le *bootstrap* entre :

- Deux ans de prix quotidiens,
- Quatre ans de prix hebdomadaires,
- Cinq ans de prix mensuels.

Cependant, quels sont les impacts lorsque la calibration se fait sur deux ans de prix quotidiens ? Lorsque la calibration se fait sur cinq ans de prix mensuels ? L'allocation d'actifs à l'allocation centrale définie à la figure 6.9 (cf page 58) est retenue. Ci-dessous les résultats obtenus :

Rendement annuel moyen	1 an	4 ans	8 ans
Scénario favorable	3,16%	3,05%	4,11%
Scénario intermédiaire	1,74%	1,86%	2,74%
Scénario défavorable	1,41%	1,42%	2,20%
Scénario tension	1,17%	1,03%	1,55%

FIGURE 9.1 – Rendements annuels moyens issus d'un *bootstrap* calibré sur un historique de 5 ans de données mensuelles

Le tableau se lit de la manière suivante "Dans le cas défavorable, si l'assuré rachète au bout de 4 ans de souscription, son rendement annuel moyen aura été de 1,42 % si le modèle ALM a pris en *input* des scénarios économiques générés par un *bootstrap* calibré sur un historique de 5 ans de données mensuelles".

Rendement annuel moyen	1 an	4 ans	8 ans
Scénario favorable	2,66%	2,45%	3,09%
Scénario intermédiaire	1,51%	1,43%	2,08%
Scénario défavorable	1,22%	1,11%	1,68%
Scénario tension	1,14%	0,99%	1,43%

FIGURE 9.2 – Rendements annuels moyens issus d'un *bootstrap* calibré sur un historique de 2 ans de données quotidiennes

Ces tableaux montrent que les rendements annuels moyens calibrés sur un historique de 2 ans de données quotidiennes sont plus faibles que ceux calibrés sur un historique de 5 ans de données mensuelles. En effet, cette étude se place dans un contexte de taux bas où les taux ne font que décroître depuis quelques années. Ainsi, plus l'historique est profond, plus il intégrera des taux élevés et donc plus les taux servis qu'il génère seront élevés.

Conclusion

A l'occasion de ce mémoire, la robustesse du *bootstrap* pour générer les rendements des actifs a été éprouvée. Pour rappel, cette étude s'est portée sur l'étude des sensibilités des rendements annuels moyens estimés de l'assuré sur un fonds euros sur 4 scénarios : favorable, intermédiaire, défavorable et de tension. En effet, la réglementation PRIIPs vise à simplifier la compréhension des assurés vis à vis des produits sur lesquels ils investissent.

Après avoir explicité le contexte de la norme ainsi que les problématiques qu'elles soulevaient concernant les fonds euros, ce mémoire s'est attaché à créer deux *bootstrap* : un pour la génération des rendements des actions et de l'immobilier et un autre pour la génération des rendements des obligations qui nécessitait au préalable la réalisation d'une ACP. Ces rendements ont ensuite été intégrés au modèle épargne interne d'Optimind qui a été adapté à cette étude afin de reporter les estimations des taux servis à un assuré qui investirait 10 000 € selon les quatre scénarios évoqués précédemment.

Ensuite, ce mémoire a voulu *challenger* ce *bootstrap* par un GSE monde réel qui semblait plus en adéquation avec les pratiques utilisées par les assureurs pour leurs autres exigences réglementaires. Il a été choisi d'implémenter les modèles les plus représentés par les pratiques de place soit : Vasicek pour les taux et Merton pour l'action et l'immobilier. Des méthodes de calibrages en monde réel ont été utilisées afin de calibrer les modèles uniquement sur les données historiques des différents actifs représentés. *In fine* ces rendements ont été, tout comme ceux du *bootstrap*, intégrés au modèle interne ALM.

Pour finir, des sensibilités entre le GSE et le *bootstrap* ont été étudiées selon différents critères tels que la profondeur et la granularité de l'historique retenu pour calibrer les générations des rendements des actifs ainsi que la proportion des actifs au sein du fonds euros. Il apparait ainsi qu'un GSE monde réel est moins sensible au changement de profondeur d'historique et au changement de proportion des classes d'actifs qu'un *bootstrap*. Toutefois le *bootstrap* présente l'avantage d'être moins sensible, à profondeur équivalente, au changement de granularité d'historique.

Le tableau suivant récapitule l'ensemble de ces sensibilités :

Sensibilités	*Bootstrap* PRIIPs	GSE monde réel
Profondeur d'historique	--	++
Granularité d'historique	+	-
Allocation d'actifs	-	+

FIGURE 9.3 – Récapitulatif des sensibilités

Pour aller plus loin, ce mémoire pourrait s'attacher à comparer ce *bootstrap* avec différents modèles de GSE qui auraient été étudiés afin de représenter au mieux les données d'historique disponibles.
De plus, il a été remarqué que le bootstrap induit une estimation des taux servis plus élevés que le GSE monde réel. Il pourrait être intéressant de se demander s'il vaut mieux, pour un assureur, surestimer les estimations de ses performances au risque que l'assuré soit déçu et décide de renoncer par la suite, ou bien s'il vaut mieux sous-estimer les performances au risque d'avoir moins d'affaires nouvelles.
Par ailleurs, ce mémoire aurait pu s'intéresser à l'allocation d'actif optimale qui permettrait, que ce soit pour le GSE monde réel ou le bootstrap PRIIPs, de maximiser les performances estimées du fonds. Sur ce point, la théorie du portefeuille de Markowitz pourrait être appliquée en recherchant une rentabilité maximale pour un risque minimal puisque les fonds euros sont des placements prudents.

Bibliographie

[1] Victor Bernal A. *Calibration of the Vasicek Model : An step by step guide.* PhD thesis, 2016.

[2] ACPR. *Orientations Nationales Complémentaires aux Spécifications Techniques pour l'exercice 2013 de préparation à Solvabilité II*, 2013.

[3] Frédéric Planchet Aymric Kamega. Générateur de scénarios économiques (GSE) en assurance : Présentation, illustration et utilisation des modèles. 2012.

[4] Paul Bonnefoy-Cudraz. *Implémentation et calibrage d'un Générateur de Scénarios Economiques : impact sur la volatilité du Solvency Capital Requirement.* PhD thesis, EURIA, 2016.

[5] Hicham Bouhmadi. Les performances passées ne préjugent pas des performances futures ?, jan 2016. www.linkedin.com.

[6] Rim Chérif. *Tarification d'options et ajustement dans un modèle avec sauts.* PhD thesis, HEC Montréal, 2009.

[7] Commission Européenne. *Annexes au règlement délégué*, 2017.

[8] Institut des Actuaires. Position du groupe de travail sur le règlement PRIIPs. 2017.

[9] EIOPA. *Risk-free interest rate term structures Report on the Calculation of the UFR for 2019*, 2018.

[10] Cabinet Lonlay et Associés. Immobilier professionel, immobilier résidentiel : deux marchés totalement différents. www.lonlay-finance.com.

[11] European Supervisory Authorities. *Questions and answers on the PRIIPs Key Information Document (KID)*, 2018.

[12] Philippe Sourlas Flor Gabriel. Couverture d'options en présence de sauts. *Bulletin Français d'Actuariat*, pages 14–60, dec 2008.

[13] Associations françaises représentant les consommateurs et les professionnels. PRIIPs : Les associations françaises représentant les consommateurs et les professionnels appellent les institutions européennes à améliorer la qualité de l'information délivrée dans le Document d'Information Clé. 2017.

[14] Institut des Actuaires. *Atelier PRIIPs*, 2017.

[15] Institut des Actuaires. *Etat des lieux PRIIPs*, 2017.

[16] Journées d'études de Deauville de l'Institut des actuaires et du SACEI. *PRIIPs, un cas pratique Les contrats en Euro et leur GSE*, 2017.

[17] Aymric Kamega. *Introduction aux générateurs de scénarios économiques - Application aux courbes de taux*, 2015.

[18] Solenn Morgan. Epargne : pourquoi les français sont si prudents dans leurs placements. *Les Echos*, sep 2017.

[19] Patrice Poncet Roland Portait. *Finance de marché : instruments de base, produits dérivés, portefeuilles et risques*. Dalloz, 2012.

[20] SIA Partners. *Générateurs de Scénarios Economiques*, 2014.

[21] European supervisory authorities. PRIIPs - Flow diagram for the risk and reward calculations in the PRIIPs KID. 2017.

[22] Pierre-E. Thérond. *Génération de scénarios économiques*, 2013.

Liste des abréviations

ACP : Analyse en Composantes Principales

ACPR : Autorité de Contrôle Prudentiel et de Résolution

ALM : *Asset and Liability Management*

DDA : Directive sur la Distribution d'Assurance

EIOPA : *European Insurance and Occupational Pensions Authority*

EONIA : *Euro OverNight Index Average*

EPT-CEPT : European PRIIPs Template-Cobfort European PRIIPs Template

FFA : Fédération Française des Assurances

FIA : Fonds d'Investissement Alternatif

GSE : Générateur de Scénarios Economiques

IA : Institut des Actuaires

IEIF : Institut de l'Epargne Immobilière et foncière

IPI : Indice des Prix Immobiliers

ISR : Indicateur Synthétique de Risque

KIID ou DICI : Document d'Informations Clés pour l'Investisseur. Document règlementaire de 2 pages qui remplace le prospectus simplifié, reprend de manière synthétique et dans un langage simple des informations standardisées et facilement comparables sur les OPCVM et informe les investisseurs des risques associés.

OEEC : Organisme Externe d'Evaluation de Crédit

ONC : Orientations Nationales Complémentaires

OPCVM : Organisme de Placements Collectifs en Valeurs Mobilières. Portefeuille dont les fonds investis sont placés en valeurs mobilières ou autres instruments financiers.

MIFID : *Markets in Financial Instruments Directive*

MRC : Mesure de Risque de Crédit

MRM : Mesure de Risque de Marché

MP : *Model Point*

ORSA : *Own Risk and Solvency Assessment*

PACTE : Plan d'Action pour la Croissance et la Transformation des Entreprises

PB : Participation aux Bénéfices

PM : Provision Mathématique

PPE : Provision pour Participation Aux Excédents

PRIIPS : *Packaged Retail Insurance-based Investment Products*

Q&A : *Questions & Answers*

RD : Règlement Délégué

RHP : *Recommanded Holding Period*, période de détention recommandée

RTS : *Regulatory Technical Standard*, normes techniques de réglementation

TMG : Taux Minimum Garanti

TSR : Taux Sans Risque

UC : Unités de Compte

UCCITS : *Undertakings for Collective Investments in Transferable Securities*. Ensemble de mesures établies par des directives de l'Union Européenne, visant à permettre aux fonds de placement d'opérer librement dans chacun des pays de l'Union, avec une distribution soumise à un minimum de contraintes nationales de la part des gouvernements ou des régulateurs locaux.

UE : Union Européenne

UFR : *Ultimate Forward Rate*

VaR : *Value at Risk*

VBA : *Visual Basic for Applications*

VeV : *VaR-equivalent-Volatility*

Table des figures

1.1 La protection des investisseurs 5
1.2 Historique de PRIIPs 7
1.3 Objectifs de PRIIPs 7
1.4 Champ d'application de la réglementation 9
1.5 Sanctions liées à PRIIPs 10
1.6 Parties d'un DIC 12
1.7 Partie quantitative d'un DIC 12
1.8 Echelons de l'adaptation de la MRC à la RHP 13
1.9 Echelons de la mesure de risque de crédit 14
1.10 Classes de MRM 14
1.11 ISR 15
1.12 Catégorisation des PRIIPs 15
1.13 Centiles des scénarios de performance 17
1.14 Tableau de composition des coûts 18
1.15 KID et DICI 19
1.16 Exemple - coûts au fil du temps 20

4.1 Simulation de l'indice action par *bootstrap* (scénario de tension) 34
4.2 Comparaison des différents scénarios 35
4.3 Quantiles de l'indice action simulé par *bootstrap* 35
4.4 Historique des taux *swap* EUSA 36
4.5 Moyennes des simulations par *bootstrap* des Taux *swap* 36
4.6 Quantiles des taux simulés par *bootstrap* 37

5.1 GSE risque-neutre 39
5.2 GSE monde réel 39
5.3 Modèles de GSE 40
5.4 Calibrages de l'indice action 43

5.5 Calibrages de l'indice immobilier 43
5.6 Simulations via le modèle de Merton 43
5.7 Calibrages de l'indice de taux 46
5.8 Corrélation des différents indices 47

6.1 Loi de rachat structurel 50
6.2 Composition de l'actif du portefeuille 51
6.3 Composition du passif du portefeuille 51
6.4 Caractéristiques du portefeuille 52
6.5 Architecture du modèle ALM 53
6.6 Fonctionnement de la stratégie de PB 54
6.7 Fontionnement du modèle ALM lorsque les actifs sont générés par *bootstrap* 55
6.8 Fontionnement du modèle ALM lorsque les actifs sont générés par un GSE 56
6.9 Allocation d'actifs centrale 58
6.10 Simulations effectuées 58

7.1 A gauche la moyenne des actifs considérés, à droite, leur écart-type . . . 59
7.2 A gauche la moyenne des taux toutes maturités confondues, à droite, leur écart-type 60
7.3 Quantiles de l'indice action selon une granularité mensuelle ou quotidienne pour une profondeur de 5 ans - *Bootstrap* 61
7.4 Quantiles de taux selon une granularité mensuelle ou quotidienne pour une profondeur de 5 ans - *Bootstrap* 61
7.5 Variation entre granularité mensuelle et quotidienne sur un historique de 5 ans - *bootstrap* 62
7.6 Quantiles de l'indice action selon une granularité mensuelle ou quotidienne pour une profondeur de 5 ans - GSE 62
7.7 Quantiles de taux selon une granularité mensuelle ou quotidienne pour une profondeur de 5 ans - GSE 63
7.8 Variation entre granularité mensuelle et quotidienne sur un historique de 5 ans - GSE 63
7.9 Evolution du cours des indices utilisés 64
7.10 Cours des taux *swap* 65
7.11 Quantiles de l'indice action selon un historique de 5 ou 10 ans 65
7.12 Quantiles de l'indice taux selon un historique de 5 ou 10 ans - *Bootstrap* 66
7.13 Quantiles de l'indice action selon un historique de 5 ou 10 ans - GSE . . 67
7.14 Quantiles de l'indice taux selon un historique de 5 ou 10 ans - GSE . . . 67
7.15 Variation entre un historique de 10 et 5 ans - *Bootstrap* 68

7.16 Variation entre un historique de 10 et 5 ans - GSE 69
7.17 Variation entre un historique de 10 et 5 ans - quoti - GSE 69
7.18 Variation entre un historique de 10 et 5 ans - quoti - *Bootstrap* 70

8.1 Allocation d'actifs modifiée 71
8.2 Sensibilités à l'allocation d'actifs d'un *bootstrap* sur 5 ans de données mensuelles 72
8.3 Sensibilités à l'allocation d'actifs d'un GSE sur 5 ans de données mensuelles 72
8.4 Sensibilités à l'allocation d'actifs d'un *bootstrap* sur 10 ans de données mensuelles 73
8.5 Sensibilités à l'allocation d'actifs d'un GSE sur 10 ans de données mensuelles 73

9.1 Rendements annuels moyens issus d'un *bootstrap* calibré sur un historique de 5 ans de données mensuelles 74
9.2 Rendements annuels moyens issus d'un *bootstrap* calibré sur un historique de 2 ans de données quotidiennes 75
9.3 Récapitulatif des sensibilités 77
4 Corrélation entre les différents actifs selon un historique de 10 ans de données mensuelles à gauche et de données quotidiennes à droite 85
5 Corrélation entre les différents actifs selon un historique de 5 ans de données quotidiennes à gauche et de 2 ans de données quotidiennes à droite 85

Corrélations des actifs

Dans ce mémoire, les corrélations des différents actifs ont été étudiées selon la granularité et la profondeur de l'historique choisi, voici les résultats obtenus :

	Action	Taux	Immobilier
Action	100,00 %	6,41 %	73,11 %
Taux	6,41 %	100,00 %	-2,20 %
Immobilier	73,11 %	-2,20 %	100,00 %

	Action	Taux	Immobilier
Action	100,00 %	1,73 %	74,28 %
Taux	1,73 %	100,00 %	2,09 %
Immobilier	74,28 %	2,09 %	100,00 %

FIGURE 4 – Corrélation entre les différents actifs selon un historique de 10 ans de données mensuelles à gauche et de données quotidiennes à droite

	Action	Taux	Immobilier
Action	100,00 %	2,33 %	71,70 %
Taux	2,33 %	100,00 %	3,18 %
Immobilier	71,70 %	3,18 %	100,00 %

	Action	Taux	Immobilier
Action	100,00 %	-12,13 %	66,66 %
Taux	-12,13 %	100,00 %	-4,42 %
Immobilier	66,66 %	-4,42 %	100,00 %

FIGURE 5 – Corrélation entre les différents actifs selon un historique de 5 ans de données quotidiennes à gauche et de 2 ans de données quotidiennes à droite

Textes règlementaires

Point 6 Annexe II du RD[7]

La catégorie 3 regroupe les PRIIP dont la valeur dépend du prix d'investissements sous-jacents, mais n'est pas un multiple constant de ces prix, et pour lesquels il existe au moins deux ans d'historique de prix quotidiens ou quatre ans d'historique de prix hebdomadaires ou cinq ans d'historique de prix mensuels des actifs sous-jacents, ou pour lesquels il existe des indices de référence ou des indicateurs de substitution appropriés, à condition que ces indices ou indicateurs remplissent les mêmes critères de durée et de fréquence que l'historique des prix.

Points 19 à 22 Annexe II du RD[7]

19. Le nombre minimal de simulations est 10 000.

20. La simulation repose sur un rééchantillonnage avec remplacement (*bootstrap*ping) de la distribution attendue des prix ou des niveaux de prix des contrats sous-jacents du PRIIP, à partir de la distribution observée des rendements de ces contrats.

21. Aux fins de la simulation visée aux points 16 à 20 de la présente annexe, les données de marché observables pouvant entrer dans le calcul de la valeur du PRIIP sont de deux types : prix (ou niveaux de prix) au comptant et courbes.

22. Pour chaque simulation d'un prix (ou niveau de prix) au comptant, l'initiateur :
(a) calcule le rendement pour chaque période d'observation au cours des cinq dernières années, ou au cours des années visées au point 6 de la présente annexe, à partir du logarithme du prix à l'issue de chaque période divisé par le prix à l'issue de la période précédente ;
(b) sélectionne aléatoirement une période d'observation correspondant au rendement de tous les contrats sous-jacents pour chaque période simulée de la période de détention recommandée (une période observée peut servir plusieurs fois dans la même simulation) ;

(c) calcule le rendement de chaque contrat en additionnant les rendements correspondants aux périodes sélectionnées et corrige le résultat, de manière à ce que le rendement attendu mesuré à partir de la distribution simulée des rendements soit égal au rendement neutre en termes de risque attendu pour toute la période de détention recommandée. La valeur finale du rendement est obtenue par la formule suivante :

$$Return = \mathbb{E}[Return_{risk-neutral}] - \mathbb{E}[Return_{measured}] - 0.5\sigma^2 N - \rho\sigma\sigma_{CCY} N$$

où :

— le deuxième terme corrige l'effet de la moyenne des rendements observés ;
— le troisième terme corrige l'effet de la variance des rendements observés ;
— le dernier terme corrige l'effet quanto si la monnaie d'exercice est différente de la monnaie des actifs. Les termes contribuant à la correction sont les suivants :
  - ρ est la corrélation entre le prix de l'actif et le taux de change concerné, mesurée sur la période de détention recommandée
  - σ est la volatilité mesurée de l'actif
  - σ_{CCY} est la volatilité mesurée du taux de change

(d) calcule le prix de chaque contrat sous-jacent à partir de l'exponentielle du rendement.

Point 23 Annexe II du RD[7]

Pour les courbes, une analyse en composantes principales est réalisée afin que la simulation des mouvements de chaque point de la courbe sur une longue période donne une courbe cohérente.

(a) L'analyse en composantes principales consiste à :

i) recueillir l'historique des maturités qui définissent la courbe de chaque période de négociation sur les cinq dernières années ou sur les années visées au point 6 de la présente annexe ;

ii) vérifier que chaque maturité a une valeur positive ; si une valeur est négative, toutes les maturités seront augmentées du plus petit entier ou pourcentage nécessaire pour que toutes les valeurs de maturité soient positives ;

iii) calculer le rendement de chaque période pour chaque maturité, à partir du logarithme naturel du ratio entre le prix/le niveau de prix à l'issue de chaque période observée et le prix/le niveau de prix à l'issue de la période précédente ;

iv) corriger les rendements observés pour chaque maturité afin d'obtenir une moyenne nulle pour l'ensemble des rendements de chaque maturité ;

v) calculer la matrice de covariance entre les différentes maturités en additionnant les rendements ;

vi) calculer les valeurs propres et les vecteurs propres de la matrice de covariance ;

vii) sélectionner les vecteurs propres correspondant aux trois plus grandes valeurs propres ;

viii) construire une matrice de trois colonnes, la première colonne correspondant au vecteur propre avec la plus grande valeur propre, la colonne du milieu, au vecteur propre avec la deuxième plus grande valeur propre, et la dernière colonne, au vecteur propre avec la troisième plus grande valeur propre ;

ix) projeter les rendements sur les trois principaux vecteurs propres calculés à l'étape précédente, en multipliant la matrice n x m des rendements obtenus au point iv) par la matrice m x 3 des vecteurs propres obtenue au point viii) ;

x) calculer la matrice des rendements à utiliser dans la simulation, en multipliant les résultats du point ix) par la transposée de la matrice de vecteurs propres obtenue au point viii). On obtient ainsi l'ensemble de valeurs à utiliser dans la simulation.

(b) La simulation de courbe est effectuée comme suit :

i) le pas de temps dans la simulation est d'une période ; pour chaque période d'observation au sein de la période de détention recommandée, sélectionner aléatoirement une ligne de la matrice des rendements calculée ; le rendement de chaque maturité T est le total des lignes sélectionnées de la colonne correspondant à la maturité T ;

ii) le taux simulé, pour chaque maturité T, est le taux actuel pour la maturité T,

— multiplié par l'exponentielle du rendement simulé,
— corrigé des éventuels glissements opérés pour obtenir des valeurs positives pour toutes les maturités, et
— corrigé de manière à ce que la moyenne attendue corresponde aux prévisions actuelles concernant le taux pour la maturité T à la fin de la période de détention recommandée.

Points 25-27-29 Annexe II du RD[7]

25. Si la performance du PRIIP dépend d'un ou de plusieurs facteurs non observés sur le marché ou se trouvant dans une certaine mesure sous le contrôle de l'initiateur du PRIIP, ou si tel est le cas d'une composante du PRIIP, l'initiateur de ce dernier suit la méthode indiquée dans la présente section pour la prise en compte de ce ou ces facteurs.

27. La composante du PRIIP qui dépend entièrement ou partiellement d'un ou plusieurs facteurs non observés sur le marché respecte des normes sectorielles et réglementaires solides et bien reconnues pour l'établissement de prévisions pertinentes concernant la contribution future de ces facteurs et l'incertitude dont elle peut être entourée. Si cette composante n'est pas entièrement dépendante d'un facteur non observé sur le marché,

une méthode de rééchantillonnage (*bootstrap*ping) est appliquée, comme indiqué pour les PRIIP de catégorie 3, pour tenir compte des facteurs de marché. La VEV de la composante du PRIIP résulte de la combinaison de la méthode de rééchantillonnage et de normes sectorielles et réglementaires solides et bien reconnues pour l'établissement de prévisions pertinentes concernant la contribution future des facteurs non observés sur le marché.

29. Pour les PRIIP de catégorie 4 qui se caractérisent par une protection inconditionnelle du capital, l'initiateur peut partir de l'hypothèse que la VaR pour un niveau de confiance de 97,5 % est égale au niveau de protection inconditionnelle du capital à la fin de la période de détention recommandée, actualisé à la date actuelle par application du taux attendu d'actualisation sans risque.

Point 34 Annexe IV du RD[7]

Pour les produits d'investissement fondés sur l'assurance, les éléments suivants s'appliquent en plus des méthodes mentionnées ci-dessus, notamment au point 15, lors du calcul des scénarios de performance en ce qui concerne l'investissement : (a) la participation aux bénéfices futurs est prise en compte ;

(b) les hypothèses relatives aux participations aux bénéfices futures sont conformes aux hypothèses de taux de rendement annuel des actifs sous-jacents ;

(c) les hypothèses sur la répartition des bénéfices futurs entre l'initiateur du PRIIP et l'investisseur de détail ainsi que les autres hypothèses relatives à la répartition des bénéfices futurs sont réalistes et conformes aux pratiques et à la stratégie d'entreprise actuelles de l'initiateur du PRIIP. Lorsque des éléments suffisants attestent que l'entreprise va modifier ses pratiques ou sa stratégie, les hypothèses sur la répartition des bénéfices futurs sont conformes aux pratiques ou à la stratégie telles que modifiées. Pour les prestataires d'assurance vie relevant de la directive 2009/138/CE, ces hypothèses sont conformes aux hypothèses relatives aux futures décisions de gestion utilisées pour la valorisation des provisions techniques aux fins du bilan Solvabilité II ;

(d) lorsqu'une composante de la performance concerne une participation aux bénéfices versée de manière discrétionnaire, cette composante n'est incluse que dans les scénarios de performance favorables.

Démonstrations mathématiques

Régression des moindres carrés [1]

Les résidus du modèle sont donnés par :

$$R_i = r_{i+1} - (ar_i + b)$$

La régression des moindres carrés a pour but de minimiser la somme des carrés suivante :

$$S = \sum_{i=1}^{n} R_i^2 = \sum_{i=1}^{n} (r_{i+1})^2 + \sum_{i=1}^{n} (ar_i + b)^2 - 2\sum_{i=1}^{n} (r_{i+1}(ar_i + b))$$

Les estimateurs des paramètres sont trouvés en différentiant S par chacun des paramètres en supposant que la différenciation est égale à 0. Pour le paramètre b :

$$\frac{\partial S}{\partial b} = 2\sum_{i=1}^{n} (ar_i + b) - 2\sum_{i=1}^{n} r_{i+1}$$

$$\sum_{i=1}^{n} ar_i + nb = \sum_{i=1}^{n} r_{i+1}$$

$$\boxed{b = \frac{1}{n}(\sum_{i=1}^{n} r_{i+1} - \sum_{i=1}^{n} ar_i)}$$

Pour a :

$$\frac{\partial S}{\partial b} = 2\sum_{i=1}^{n} (ar_i + b) - 2\sum_{i=1}^{n} (r_{i+1}r_i)$$

$$\sum_{i=1}^{n} (ar_i + b)r_i = \sum_{i=1}^{n} (r_{i+1}r_i)$$

$$\sum_{i=1}^{n} ar_i^2 + \sum_{i=1}^{n} br_i = \sum_{i=1}^{n} (r_{i+1}r_i)$$

Si le résultat obtenu pour b est utilisé :

$$\sum_{i=1}^{n} ar_i^2 + \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} r_i(\sum_{i=1}^{n} r_{i+1} - \sum_{i=1}^{n} ar_i) = \sum_{i=1}^{n}(r_{i+1}r_i)$$

$$\sum_{i=1}^{n} ar_i^2 + \frac{1}{n}a(\sum_{i=1}^{n} r_i \sum_{i=1}^{n} r_i) + \frac{1}{n}(\sum_{i=1}^{n} r_i \sum_{i=1}^{n} r_{i+1}) = \sum_{i=1}^{n}(r_{i+1}r_i)$$

En groupant les termes :

$$a[\sum_{i=1}^{n} r_i^2 - \frac{1}{n}(\sum_{i=1}^{n} r_i \sum_{i=1}^{n} r_i)] = \sum_{i=1}^{n}(r_{i+1}r_i) - \frac{1}{n}(\sum_{i=1}^{n} r_i \sum_{i=1}^{n} r_{i+1})$$

Au final :

$$\boxed{a = \frac{\sum_{i=1}^{n}(r_{i+1}r_i) - \frac{1}{n}(\sum_{i=1}^{n} r_i \sum_{i=1}^{n} r_{i+1})}{\sum_{i=1}^{n} r_i^2 - \frac{1}{n}(\sum_{i=1}^{n} r_i \sum_{i=1}^{n} r_i)}}$$

Méthode des cumulants [6]

Soit $R_t = ln(\frac{S_{th}}{S_{(t-1)h}})$, $\forall t = 2, ..., \frac{T}{h} = M$, les rendements du processus de prix, T est la date de la dernière observation et h le pas de temps considéré. L'évolution du processus de log rendement R_t est la suivante :

$$R_t = (\mu - \frac{\sigma^2}{2} - \lambda k)h + \sigma(W_{th} - W_{(t-1)h}) + \sum_{j=1}^{N}(t)\epsilon_j$$

avec $\epsilon_j \sim N(\gamma, \delta^2)$ et $k = \mathbb{E}[e^{\epsilon_j}] - 1 = exp(\gamma + \frac{\sigma^2}{2}) - 1$
On note $w = (w_1, ..., w_5)^T$ le vecteur des paramètres avec $\mu = w_1$, $\sigma = e^{w_2}$, $\lambda = e^{w_3}$, $\gamma = w_4$ et $\delta = e^{w_5}$. On pose $\alpha = (\mu - \frac{\sigma^2}{2})$.
Soit,

$$ln\mathbb{E}[e^{\theta R_t}] = \theta(\alpha - \lambda k)h + \theta^2\sigma^2\frac{h}{2} + \lambda h(\phi(\theta) - 1)$$

où θ est une variable de transformation, ϕ est la transformation génératrice des moments de ϵ, c'est à dire $\phi(\theta) = \mathbb{E}[e^{\theta\epsilon}] = exp(\theta\gamma + \theta^2\frac{\delta^2}{2})$
Ainsi :

$$ln\mathbb{E}[e^{\theta R_t}] = \sum_{j=1}^{\infty} k_j \frac{\theta^j}{j!}$$

Les cumulants théoriques k_j de R_t sont ainsi déduits et donnés par :

$$k_1 = (\alpha - \lambda k)h + \lambda h\mathbb{E}[\epsilon], k_2 = \sigma^2 h + \lambda h\mathbb{E}[\epsilon^2] \quad et \quad k_n = \lambda h\mathbb{E}[\epsilon^n] \quad \forall n \geq 3$$

Pour rappel, dans le modèle de Merton, conditionnellement au nombre de sauts $N_{th} - N_{(t-1)h} = n$, on a :

$$R_t \sim N((\alpha - \lambda k)h + n\gamma, \sigma^2 h + n\delta^2))$$

Décomposition de Cholesky pour n=2

Considérons un vecteur $Y = (Y_1, Y_2)$ de loi $N(0, \Sigma)$ avec Σ la matrice de corrélation suivante :

$$\Sigma = \begin{pmatrix} 1 & \rho \\ \rho & 1 \end{pmatrix}$$

Où ρ est la corrélation linéaire entre Y_1 et Y_2.

En appliquant la décomposition de Cholesky à cette matrice de corrélation, la matrice L est obtenue :

$$L = \begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 \\ \sigma_2\rho & \sigma_2\sqrt{1-\rho^2} \end{pmatrix}$$

De sorte que $\Sigma = LL^T$. De cette manière, en considérant deux variables iid X_1 et X_2 de loi normale centrée réduite, des réalisations de $Y = (Y_1, Y_2)$ peuvent être simulées avec :

$$Y_1 = X_1$$

$$Y_2 = \rho X_1 + \sqrt{1-\rho^2} X_2$$