

**TABLES DE MORTALITE D'EXPERIENCE
POUR LES PORTEFEUILLES DE RENTIER**

(Tables TGH 05 et TGF 05)

Notice de présentation

Frédéric PLANCHET

SOMMAIRE

1. Introduction	3
2. Construction des tables prospectives par génération 2005.....	3
2.1. Les données utilisées	4
2.2. L'ajustement des tables du moment brutes	4
2.3. La projection des taux de mortalité futurs.....	5
2.4. La fermeture des tables	6
2.5. Choix techniques et ajustements	6
3. Présentation des tables obtenues.....	7
3.1. Présentation générale.....	7
3.1.1. Table TGF 05	8
3.1.2. Table TGH 05.....	9
3.2. Comparaison avec les TPG 1993	11
3.3. Comparaison avec les tables TH et TH 00-02.....	12
3.4. Impact sur les provisions.....	13
3.5. Evolution comparée de l'espérance de vie à 60 ans.....	14

1. Introduction

Cette note a pour objet de présenter les nouvelles tables réglementaires TGF 05 et TGH 05 en vigueur à partir du 01/01/2007.

Dans une première partie, la méthode retenue pour la construction de la table est présentée de manière détaillée. Cette première partie reprend largement la note méthodologique de l'Institut des Actuaire de mars 2006 (PLANCHET [2006]).

Le seconde partie est consacrée à une présentation des tables ainsi obtenues et à leur comparaison avec la référence précédente constituée par les TPG 1993.

2. Construction des tables prospectives par génération 2005

Cette section présente les méthodes retenues par Daniel SERANT au sein du laboratoire SAF (ISFA) pour construire les tables de mortalité d'expérience à partir des données de marché collectées par l'Institut des Actuaire. Elle s'appuie pour l'essentiel sur le document de travail SERANT [2005] rédigé dans le cadre de la construction de tables prospectives sur des données INSEE et sur la note méthodologique PLANCHET [2005] rédigée dans le cadre des travaux de l'Institut des Actuaire sur le sujet dont elle constitue le prolongement.

Afin d'alléger autant que possible la présentation, seules les formules essentielles à la compréhension des modèles sont reprises ici. Le détail des modèles et des algorithmes de résolution numérique est accessible dans les documents cités en référence (voir par exemple SERANT [2005] ou PLANCHET [2005] pour ces questions).

On rappelle que l'objectif de l'étude conduite par Daniel SERANT est de construire des tables de mortalité prospectives pour des portefeuilles de rentiers à partir des données de place transmises par les différents intervenants du marché. Les modèles proposés se doivent donc d'intégrer non seulement l'ajustement des taux de mortalité passés, mais aussi la projection de leur évolution dans les années à venir. Cette projection est abordée d'un point de vue inférentiel, au sens où le modèle doit détecter une éventuelle tendance passée pour l'extrapoler dans le futur.

Compte tenu du volume limité des données disponibles (environ 700 000 rentiers) en regard des volumes habituellement utilisés pour la construction des tables prospectives - tables nationales - une construction intrinsèque s'est avéré inopérante. Il a donc été retenu des *modèles utilisant une référence externe de mortalité* : une solution pour pallier les difficultés associées à des échantillons de taille réduite est en effet de positionner la mortalité du groupe considéré par rapport à une référence externe. Disposant d'un ensemble de tables de moments INSEE (féminine et masculine) historiques et prospectives l'idée est alors de « référencer » les tables du moment d'expérience dans cet ensemble de tables.

Les différentes étapes de la construction sont reprises ci-après. Il est précisé que la détermination des taux bruts de mortalité n'est pas décrite ici, le lecteur pourra se reporter à SERANT [2005] sur ce point.

2.1. Les données utilisées

Les données utilisées pour construire la table sont composées d'observations de rentiers sur 19 portefeuilles (16 en provenance de la FFSA et 3 du CTIP). Ces observations concernent 700 000 rentes liquidées pour environ 2 millions de lignes au total couvrant la période 1993-2005.

La table prospective INSEE sous-jacente a été construite sur la base des tables du moment de 1962 à 2000 (cf. SERANT [2005]).

2.2. L'ajustement des tables du moment brutes

Les taux bruts ont été ajustés en les positionnant par rapport aux taux INSEE précédemment construits par Daniel SERANT (cf. SERANT [2005]). La construction des tables de place s'appuie donc sur la construction préalable des tables prospectives pour la population générale. Les conséquences de cette démarche sur les tables de place sont évoquées *infra*.

La démarche diffère selon la plage d'âge, en distinguant « avant 40 ans » et « à partir de 40 ans ». Aucune donnée n'étant disponible avant 40 ans, il a été retenu sur la plage 0-40 ans les structures INSEE (forme des logits en cloche inversée entre 0 et 20 puis tangente horizontale en 10 (avec minimum) et en 20 (avec inflexion) à peu près stable dans le temps puis structures grosso modo linéaires à partir de 25 ans (ce phénomène étant là encore stable dans le temps). En raccordant aux tables de place à 40 ans avec une condition C1 (continuité et continuité de la dérivée) on obtient autant de contraintes que de paramètres et donc une solution analytique.

A partir de 40 ans, le positionnement est effectué via la régression des logits des taux bruts sur les logits de la table de référence, ce qui conduit formellement au modèle suivant :

$$\ln(q_{xt} / (1 - q_{xt})) = a_x \ln(q_{xt}^{ref} / (1 - q_{xt}^{ref})) + b_x + \varepsilon_{xt}$$

ou encore :

$$\lg_x(t) = a_x \lg_x^{ref}(t) + b_x + \varepsilon_{xt}$$

Dans les expressions ci-dessus le facteur ε_{xt} représente un bruit perturbant la lecture de la relation fonctionnelle entre les taux des tables de place et les taux de référence.

La mise en œuvre de cette approche, si l'on retient un critère de type « moindres carrés », est très simple, puisqu'il s'agit d'une régression linéaire dans le cadre d'un modèle linéaire ordinaire. On dispose donc d'une expression explicite des paramètres a et b .

On notera que l'approche usuelle dans ce type de modèles consiste à faire dépendre les paramètres a et b du temps et non de l'âge ; dans le cas présent cette approche s'est avérée inopérante. Cette relation linéaire entre logit sert généralement à positionner l'une par rapport à l'autre deux tables « statiques ». Compte tenu du fait que les dynamiques comparées INSEE et table de place dépendent sensiblement de l'âge, a et b ont été pris fonction de l'âge.

La régression est effectuée sur la plage 1994-2004 pour laquelle des tables du moment ont été construites. Une régression est effectuée pour chaque valeur de x , les âges disponibles étant de 40 à 95 ans.

Les résultats montrent une forte corrélation entre les paramètres a et b (chacun de ces paramètres étant une fonction de l'âge x) ce qui conduit à contraindre le modèle en posant $a_x = \alpha + \beta b_x$. L'estimation des paramètres est finalement effectuée dans ce contexte (le modèle étant alors non linéaire), sur la plage d'âge 40-95 ans, et pour les années 1994-2004.

2.3. La projection des taux de mortalité futurs

Une fois les tables d'expérience ajustée sur le période 1994-2004, sur la plage d'âges 40-95 ans, une extrapolation de la mortalité future est effectuée.

Les paramètres α , β et b obtenus à la section précédente permettent simplement de prolonger les tables de place sur la dimension temporelle pour obtenir les taux prospectifs de 2005 à 2100 en appliquant la formule :

$$\lg_x(t) = (\alpha + \beta b_x) \lg_x^{ref}(t) + b_x$$

Toutefois l'application directe de cette formule d'extrapolation conduit à des taux de mortalité de la population d'assurés supérieurs à la population générale à partir de 2015, ce qui apparaît peu vraisemblable. Cela traduit notamment pour la population féminine le fait que la dérive de sous-mortalité est pour les rentiers sensiblement moins importante - surtout aux âges élevés - que la dérive « nationale ». Il apparaît alors plus raisonnable et plus prudent dès lors qu'une surmortalité « assurés » prospective est observée d'infléchir la mortalité « assurés » pour la conduire à se confondre avec la mortalité nationale.

La dynamique de projection des taux de la table de place a donc été ajustée pour converger progressivement vers les taux de la population générale. En pratique l'écart entre les logits de la population d'assurés et les logits de la population générale :

$$\Delta_x(t) = \lg_x(t) - \lg_x^{ref}(t)$$

ont été modélisés selon :

$$\Delta_x(t) = -\exp(t \times \theta_x + \rho_x)$$

avec $\theta_x < 0$.

A l'issue de cette étape, on dispose donc d'un ensemble de tables prospectives de 2005 à 2100, pour la plage d'âges 40-95 ans. Il reste à extrapoler les taux de décès aux âges postérieurs à 95 ans pour finaliser ces tables.

La méthode retenue pour cette opération est décrite à la section suivante.

2.4. La fermeture des tables

L'expérience montre que si l'on ferme chaque table à t fixé, les taux aux grands âges peuvent être incohérents d'une table du moment à l'autre. Il convient d'assurer la cohérence globale des différentes tables du moment aux âges supérieurs à 95 ans. La méthode retenue consiste à réaliser un prolongement sur la base d'une expression analytique, en intégrant des contraintes.

En pratique la première méthode testée a consisté à donner une forme quadratique aux taux de décès aux grands âges en assurant un raccordement de classe C^1 à 95 ans (*i.e.* continuité et dérivabilité à cet âge) et en imposant également la valeur $\frac{1}{2}$ au taux de décès à 110 ans. Ces contraintes définissent les paramètres de la forme quadratique de manière unique.

Toutefois cette méthode laisse subsister certaines incohérences (croisements de taux).

Une version affinée de la méthode a été mise en œuvre, consistant à faire dériver l'âge pivot auquel le taux de décès est égal à $\frac{1}{2}$. Formellement cela conduit à poser pour l'âge pivot :

$$x_p = at + b$$

Les paramètres a et b sont déterminés au moyen d'un critère de type « moindre carrés », sur les âges et les années (la plage d'âge retenue pour cette optimisation étant 85-95 ans, la plage d'année 1994-2100). Le modèle précédent appliqué avec les âges pivot dérivant ainsi ne présente plus d'incohérence.

2.5. Choix techniques et ajustements

Un certain nombre de choix ont été effectués aux différentes étapes de construction des tables, et certains d'entre eux peuvent avoir des conséquences importantes sur les tables obtenus *in fine*.

Ces éléments sont présentés ici.

En premier lieu, et comme cela a été évoqué à la section 2.2 ci-dessus, les tables construites ici pour les populations d'assurés s'appuient sur des tables élaborées sur la base de données INSEE. Ces tables « population générale » sont construites de manière intrinsèque, et le modèle finalement retenu est un ajustement par splines cubiques.

En ce qui concerne la construction des tables de populations d'assurés proprement dites, les choix suivants ont été effectués :

- ✓ Les tables brutes de référence utilisées sont constituées directement des tables année par année.
- ✓ Avant ajustement, les taux bruts ont été lissés par un lissage localement Gompertz d'amplitude 5 ans.

Les règles de construction retenues, et notamment la convergence vers les tables INSEE, ont pour conséquence que lors de la projection on constate des taux de décès pour les hommes qui peuvent devenir inférieurs aux taux féminins¹ :

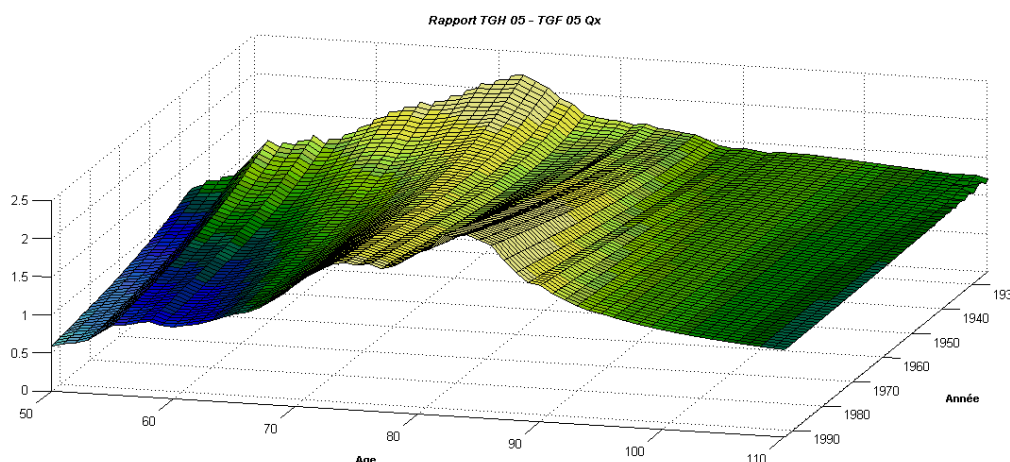


Fig. 1 : Rapport des taux de décès masculins et féminins - $Q_x(h)/Q_x(f)$

En effet, la convergence vers les tables INSEE de la mortalité des assurés hommes et femmes qui est très proche sur la plage 50-60 ans, a pour conséquence que lors de la projection on constate des taux de décès pour les hommes qui peuvent devenir inférieurs aux taux féminins.

Cette situation peut apparaître irréaliste ; toutefois, compte tenu des contraintes de délai d'une part, et du fait qu'elle est la conséquence des particularités des portefeuilles de place d'autre part, les tables TGH 05 et TGF 05 ont été laissées en l'état. La prochaine évolution de ces tables intégrera un ajustement sur ce point.

Enfin, à la suite de remarques formulées par l'ACAM, un ajustement de nature non technique a été effectué pour les hommes : les taux de décès issus de la construction décrite ici ont été majorés de 1% de 60 à 94 ans. Cette modification est sans conséquence pratique sur les espérances de vie résiduelles, et reste en tout état de cause d'un ordre inférieur à l'incertitude attachée aux estimations effectuées.

3. Présentation des tables obtenues

A l'issue de la construction décrite ci-dessus on dispose de deux séries de tables prospectives : la table TGH 05, présentant les taux de décès masculins pour les générations de 1900 à 2005 et la table TGF 05, présentant les taux de décès féminins pour les générations de 1900 à 2005.

3.1. Présentation générale

Afin de permettre une représentation globale des tables réglementaires, les représentations graphiques sont privilégiées dans cette section.

¹ Cette remarque est formulée initialement dans TASSIN [2006].

Remarque : Compte tenu des données utilisées pour la construction, les tables proposent des taux de décès lorsque la condition « âge + génération > 1995 » ; cela se traduit dans les figures suivantes par des zones dans lesquelles les valeurs analysées sont non disponibles.

3.1.1. Table TGF 05

Les tables sont présentées par la donnée des effectifs de survivants :

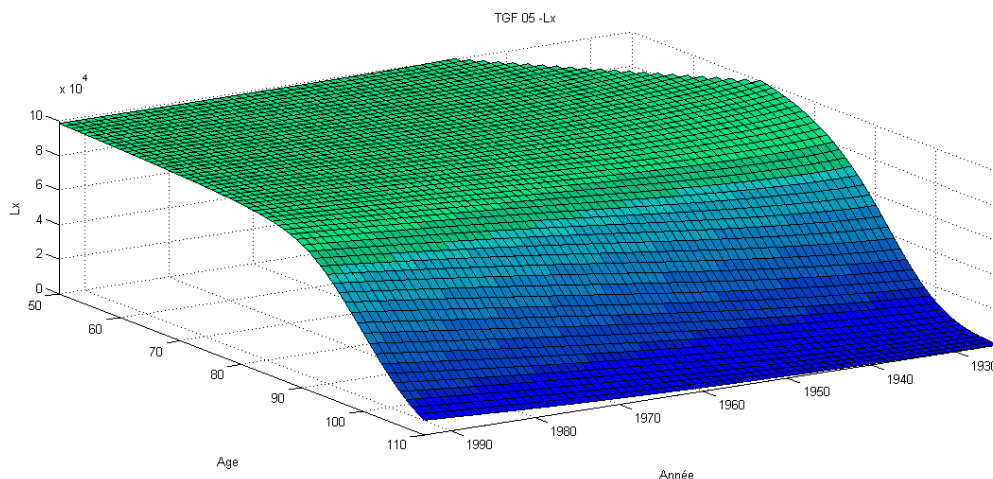


Fig. 2 : Table TGF 05 : L_x

Les taux de décès correspondants ont l'allure suivante :

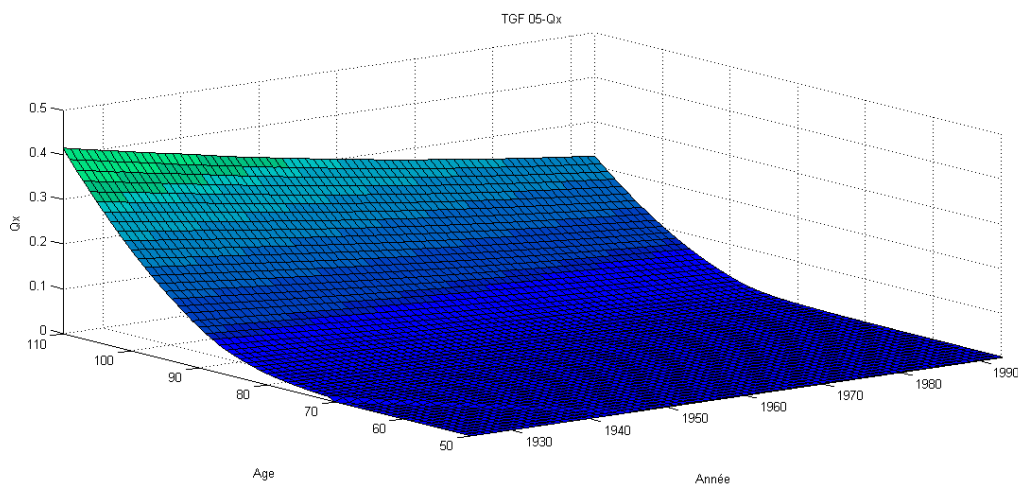


Fig. 3 : Table TGF 05 : Q_x

On observe la tendance à la baisse des taux de décès en fonction de la génération.

Compte tenu de l'utilisation pour le provisionnement des rentes viagères, il est naturel de s'intéresser aux espérances de vie résiduelles, présentées ci-après :

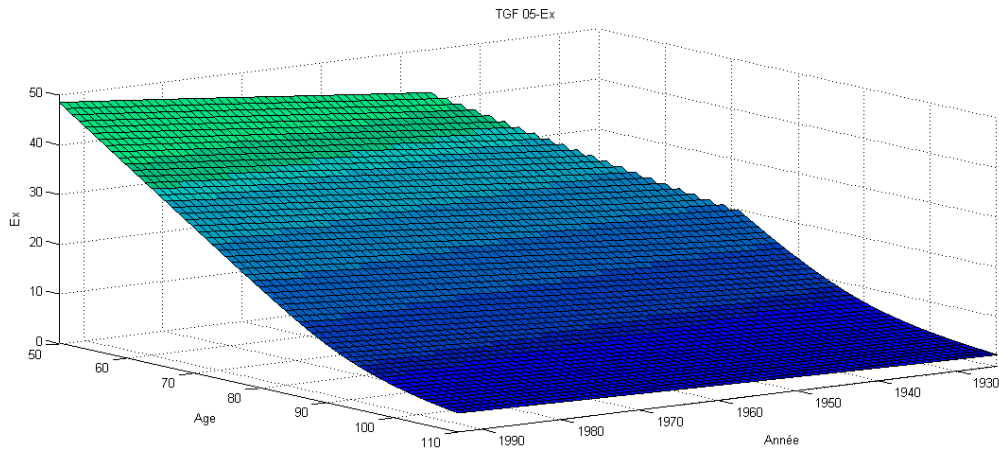


Fig. 4 : Table TGF 05 : E_x

A titre d'illustration, l'espérance de vie à 60 ans passe de 30,6 ans pour la génération 1936 à 40,4 ans pour la génération 2005, soit une augmentation de 32 % ; les rentiers femmes de 60 ans 2006 (génération 1946) ont une espérance de vie résiduelle de 32,0 ans.

A titre de comparaison, l'espérance de vie à 60 ans issue des TPG 1993 est de 29,6 ans.

3.1.2. Table TGH 05

Les tables sont présentées par la donnée des effectifs de survivants :

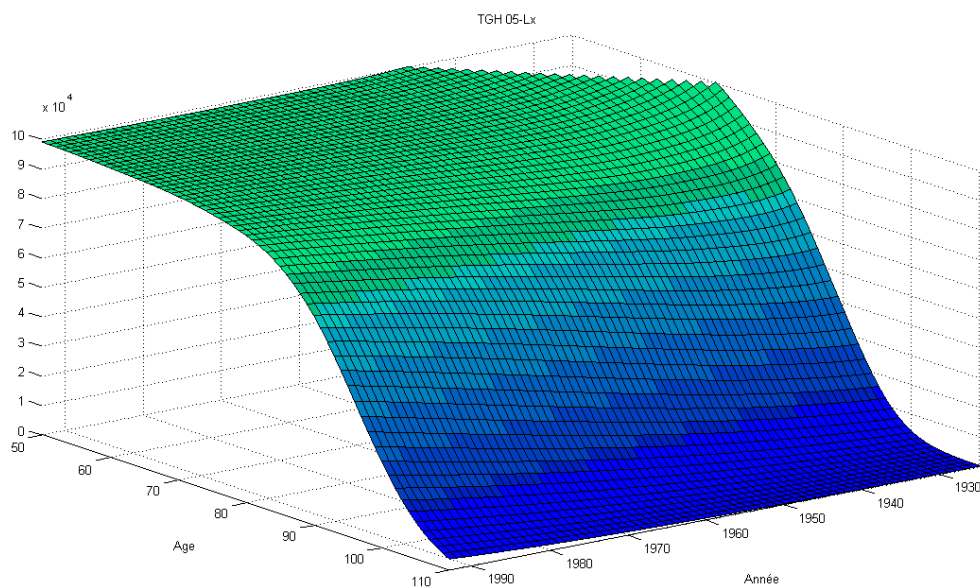


Fig. 5 : Table TGH 05 : L_x

Les taux de décès correspondants ont l'allure suivante :

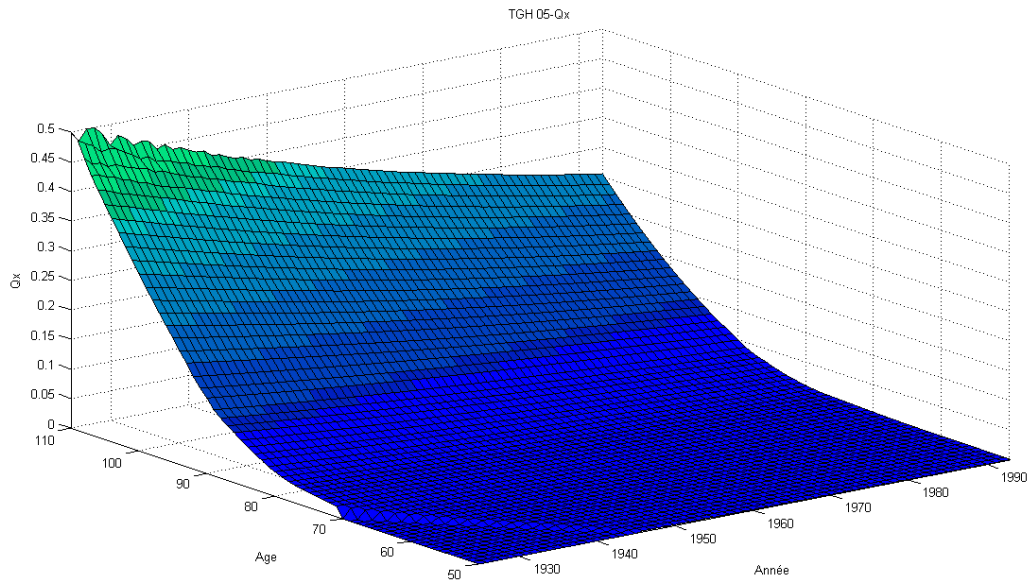


Fig. 6 : Table TGH 05 : Q_x

On observe là encore la tendance à la baisse des taux de décès en fonction de la génération.

Compte tenu de l'utilisation pour le provisionnement des rentes viagères, il est naturel de s'intéresser aux espérances de vie résiduelles, présentées ci-après :

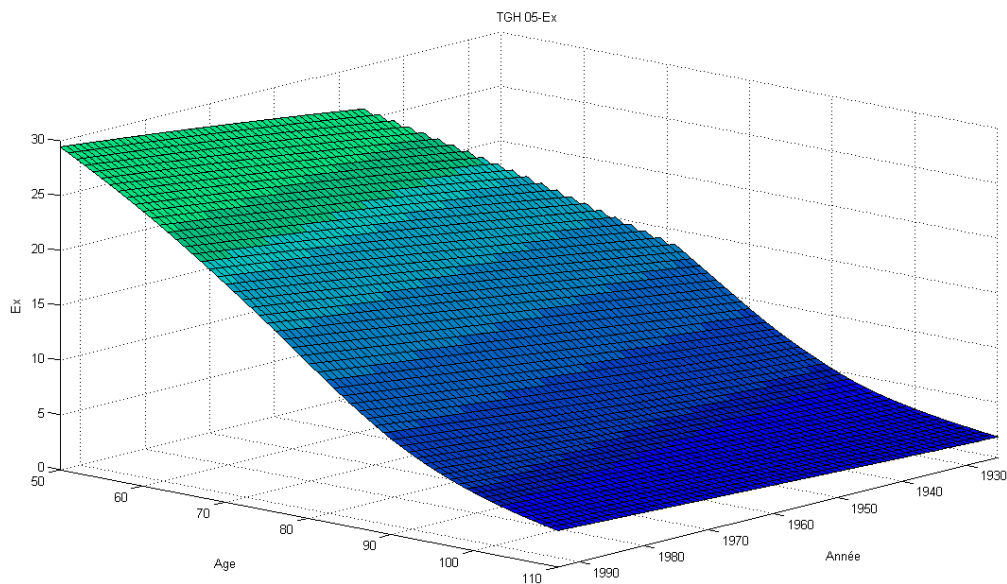


Fig. 7 : Table TGH 05 : E_x

A titre d'illustration, l'espérance de vie à 60 ans passe de 26,8 ans pour la génération 1936 à 36,7 ans pour la génération 2005, soit une augmentation de 37 % ; les rentiers hommes de 60 ans 2006 (génération 1946) ont une espérance de vie résiduelle de 28,4 ans.

A titre de comparaison, l'espérance de vie à 60 ans issue des TPG 1993 est de 29,6 ans.

3.2. Comparaison avec les TPG 1993

La comparaison des espérances de vie résiduelles entre les tables TPG 1993 et TGF/TGH 05 conduit aux graphes suivants² :

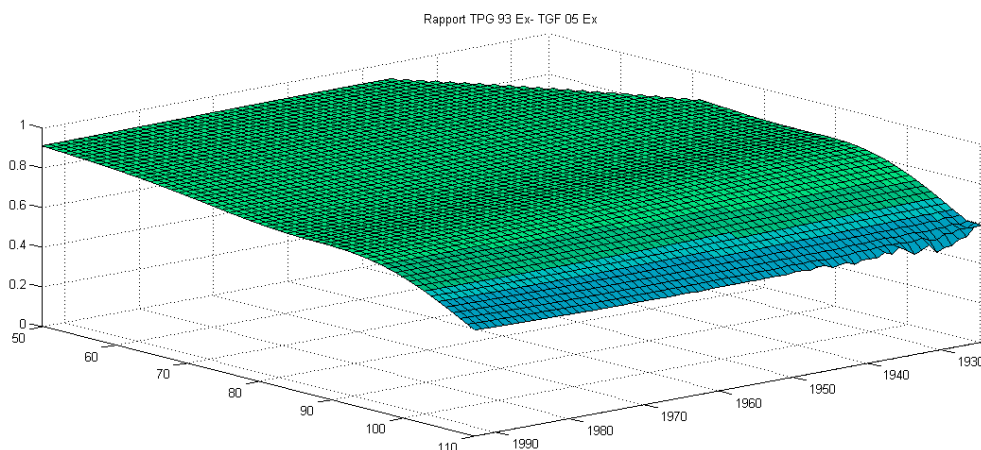


Fig. 8 : Comparaison TPG 1993 et TGF 05 : espérances de vie

On note que l'écart d'espérance de vie résiduelle s'accroît à partir de 90 ans : le rythme de fermeture des tables TGF 05 est plus faible que dans les TPG 1993.

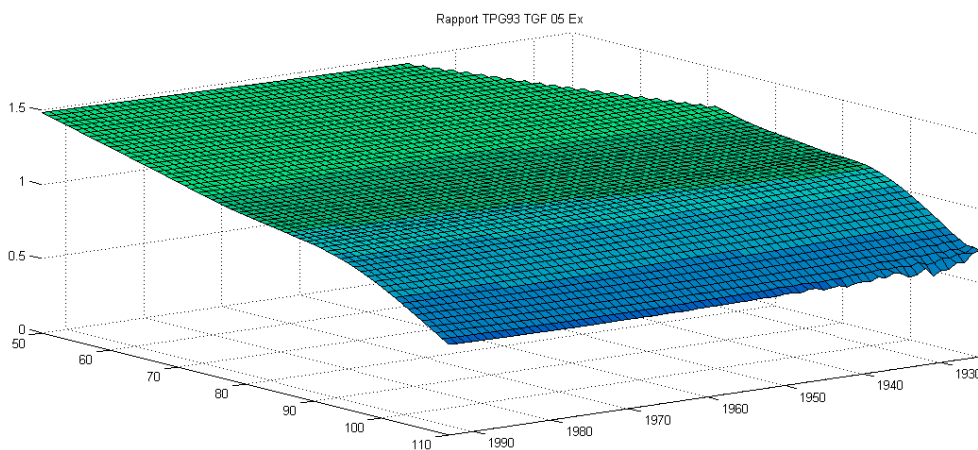


Fig. 9 : Comparaison TPG 1993 et TGH 05 : espérances de vie

On retrouve le phénomène de fermeture pour les hommes. On remarque au surplus que les espérances de vie issues des TGH 05 restent inférieures à celles issues des TPG 1993 jusqu'à l'âge de 70 ans environ.

Le rapprochement des taux de décès entre les deux séries de tables conduit à :

² Pour des raisons de lisibilité des graphiques, les valeurs issues des tables TGH et TGF sont utilisées comme référence et non celles issues des TPG.

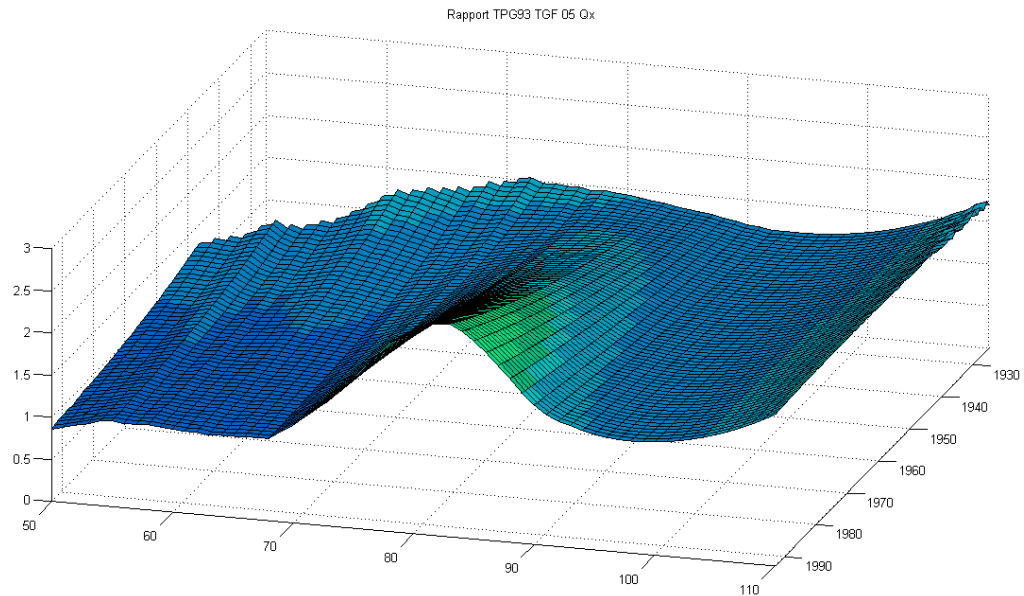


Fig. 10 : Comparaison TPG 1993 et TGF 05 : taux de décès

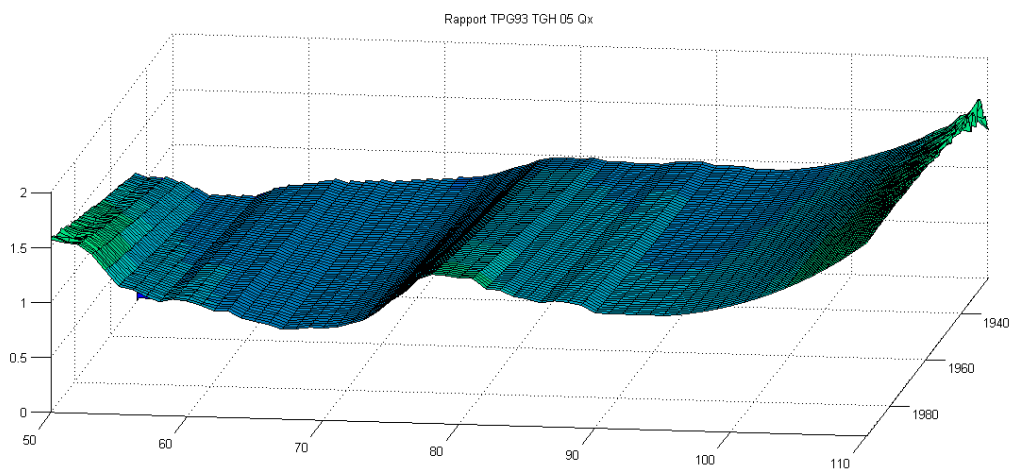


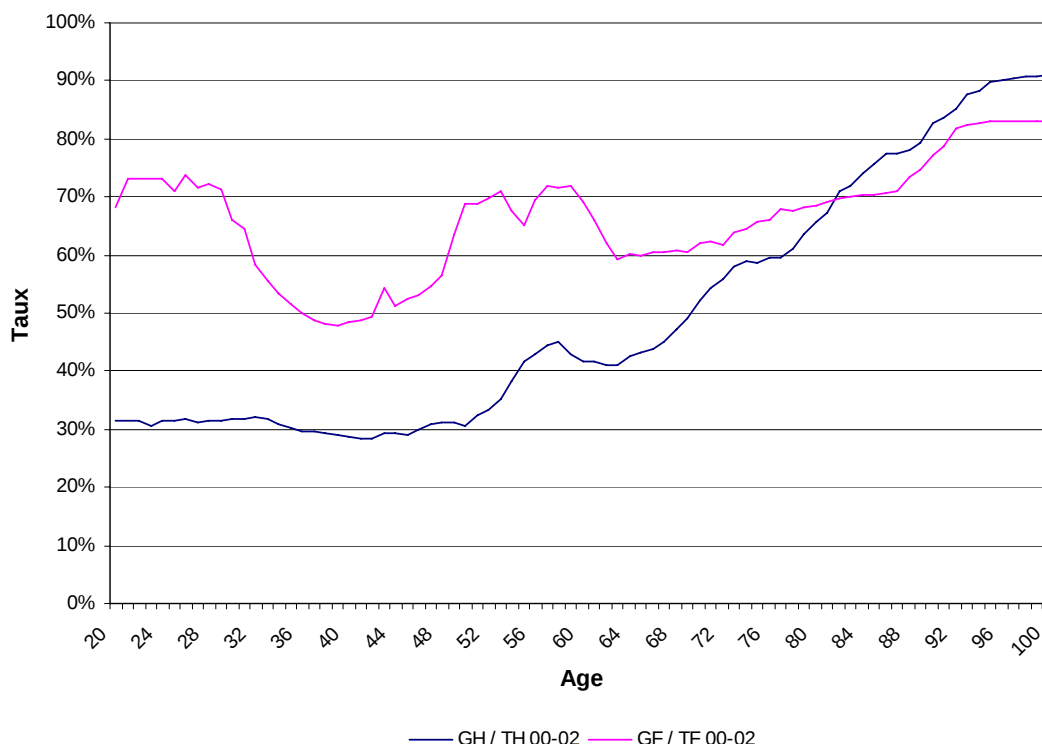
Fig. 11 : Comparaison TPG 1993 et TGH 05 : taux de décès

On note la différence importante entre 70 et 80 ans.

3.3. Comparaison avec les tables TH et TH 00-02

Il est apparu utile de comparer les taux de décès des tables TGH 05 et TGF 05 avec les références INSEE TH 00-02 et TF 00-02 compte tenu de leur rôle dans la réglementation.

On obtient ainsi en rapportant les taux de décès des « tables du moment » reconstituées en 2002 à partir des TGH et TGF aux taux des tables TH et TF 00-02 le graphique suivant :


 Fig. 12 : Comparaison des tables de génération aux tables TH/TF (en 2002)

On note que les taux de décès des tables de place sont sensiblement inférieurs (en 2002) aux taux des références INSEE TH et TF 00-02. Ces écarts sont *a priori* la traduction de la mortalité spécifique des rentiers, qui s'établit à un niveau inférieur à celui de la population générale (mais avec en contrepartie une évolution tendancielle moins marquée que sur la population générale).

3.4. Impact sur les provisions

Le tableau ci-après présente les montants des capitaux constitutifs d'une rente viagère immédiate au 31/12/2005, calculés au taux technique de 2%.

Age	Génération	TPG 1993	Femmes	Femmes / TPG	Hommes	Hommes / TPG
50	1955	26,81647	28,40552	5,9%	26,75507	-0,2%
55	1950	24,26368	25,95575	7,0%	24,07474	-0,8%
60	1945	21,50832	23,30185	8,3%	21,25828	-1,2%
65	1940	18,53412	20,39677	10,0%	18,22126	-1,7%
70	1935	15,39467	17,28922	12,3%	15,08772	-2,0%
75	1930	12,25679	14,08680	14,9%	12,05698	-1,6%
80	1925	9,35194	10,96271	17,2%	9,12890	-2,4%
85	1920	6,88306	8,15548	18,5%	6,64827	-3,4%
90	1915	4,93310	5,89309	19,5%	4,73880	-3,9%
95	1910	3,46780	4,29408	23,8%	3,40109	-1,9%

On constate des majorations significatives pour les femmes, les provisions pour les hommes étant du même ordre que celle obtenues avec les tables actuelles (TPG 1993).

Graphiquement ces écarts conduisent à :

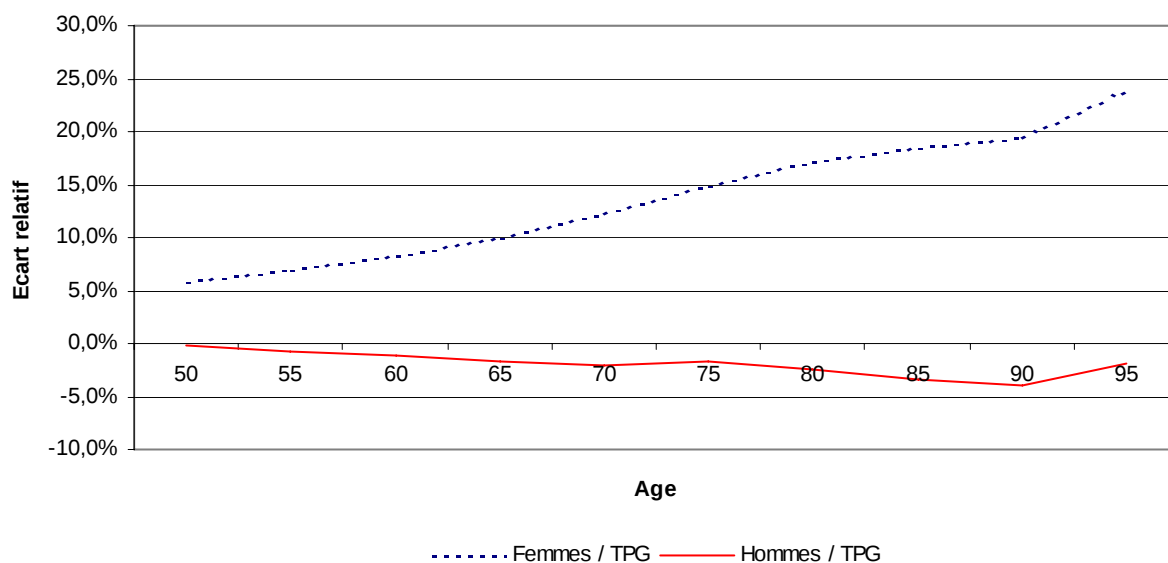


Fig. 13 : Comparaison des provisions TGH/TGF 05 et TPG 1995 en 2005 (à 2%)

3.5. Evolution comparée de l'espérance de vie à 60 ans.

Il est ainsi possible de reformuler les conséquences du passage des tables TPG 1993 aux tables³ TGF 05 en rapprochant l'évolution anticipée de l'espérance de vie à 60 ans dans les deux modèles prospectifs. On obtient ainsi :

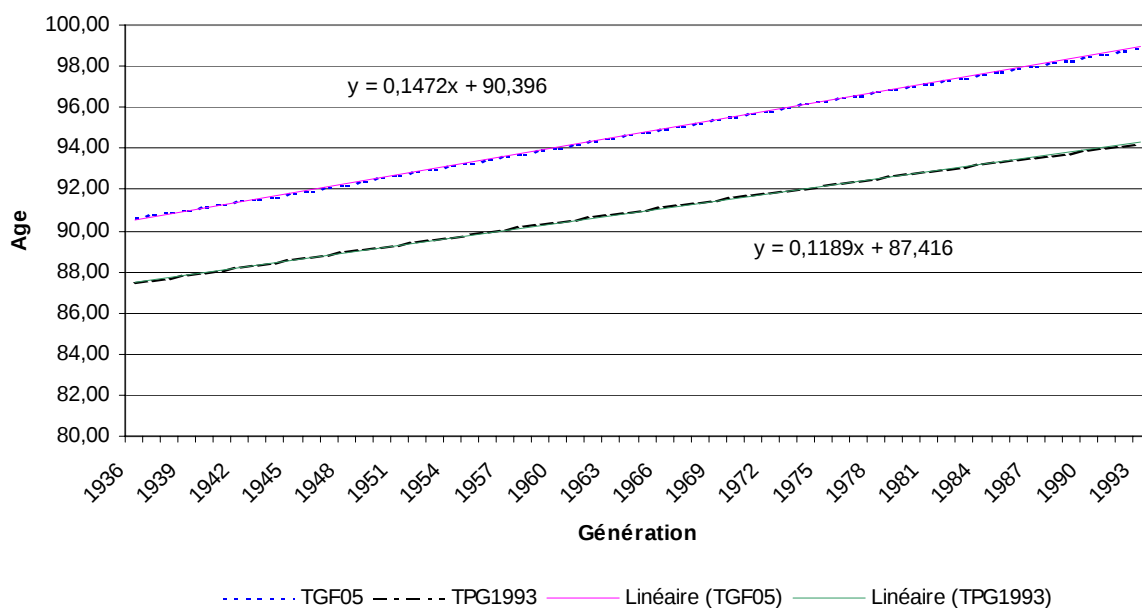


Fig. 14 : Evolution anticipée de l'espérance de vie à 60 ans

³ On rappelle que les TPG 1993 sont des tables féminines.

On observe que non seulement les niveaux absolus diffèrent sensiblement, mais également que la vitesse de croissance de l'espérance de vie à 60 ans a été sensiblement sous-estimée en 1993 : alors que les TPG 1993 anticipent une augmentation de 1,4 mois par an, les tables TGF 05 prévoient une dérive de 1,8 mois par an, soit 23 % de plus.

Bibliographie

FFSA [2005] *Demande de données relatives aux populations d'assurés*, Document de travail FFSA.

PLANCHET F. [2005] *Tables de mortalité d'expérience pour des portefeuilles de rentiers*, Note méthodologique de l'Institut des Actuaire.

PLANCHET F. [2006] *Construction des tables de mortalité d'expérience pour les portefeuilles de rentiers – présentation de la méthode de construction*, Note méthodologique de l'Institut des Actuaire.

SERANT D. [2005] « Construction de tables prospectives de mortalité », *Document interne FFSA (confidentiel)*.

TASSIN E. [2006] « Note qualitative sur les tables prospectives IA 2006 masculines et féminines », Document interne de l'Institut des Actuaire.