

Migration de Rating

C. GOURIEROUX

CREST and University of Toronto

2 avril 2008

Summary

- 1 NOTATIONS : PRINCIPES ET UTILISATIONS
- 2 MULTIPLICITE DES NOTATIONS
- 3 MODELE DE MIGRATION
- 4 MISE EN OEUVRE
- 5 CONCLUSION

Notations : Principes et utilisations

Principe

Introduire des mesures de risque, faciles (?) à appréhender par les utilisateurs

Sous formes de notes (notation)

soit quantitatives : score ou scoring

entre 0 et 100 (0 et 1)

soit qualitatives : rating

AAA AA A BBB

parfois directement interprétables (ce qui est souhaitable)

score canonique : probabilité d'un défaut de remboursement
sur un prêt au cours de l'année à venir

rating canonique : AAA, si cette probabilité est inférieure à
0.03%

.....

mais beaucoup plus souvent sans interprétation directe du niveau avec pour seul but d'ordonner les risques les uns par rapport aux autres.

pourquoi noter ?

- faire prendre conscience que des risques existent
- mettre en place des bases de données historiques de suivi de risques (servant de base au calcul des notations, mais pas uniquement).

Pour quelles utilisations ?

Attribution et choix des caractéristiques des crédits proposés

Fixation adaptée des taux de crédit en fonction des caractéristiques des prêts

Valorisation des dérivés de crédits

Calcul des réserves (Credit VaR)

Gestion des portefeuilles de crédits et de dérivés de crédit

Principes de construction

- par expertise
- par analyse statistique :
 - d'historiques de défaillance
 - de données de marché sur les différentiels de taux correspondant à des obligations ou des dérivés de crédits (CDS).

La méthode dépend beaucoup du type de prêts (ou de produits) considéré, et de la plus ou moins grande facilité à construire des "classes homogènes" de produits suffisamment grandes

- crédit permanents
- crédits hypothécaires
- prêts aux grandes entreprises
- financements de projets

2. MULTIPLICITE DES NOTATIONS

Les notations doivent être adaptées au type de risque considéré.

évidemment type de prêt, d'emprunteur, mais aussi

- fonction de l'information
score d'entrée versus score de comportement
- fonction de l'horizon
score à court terme, moyen terme, long terme
(structure par terme d'une notation)
- fonction de la population d'emprunteurs concernée
score individuel versus score joint

score d'entrée versus score de comportement

Il s'agit de l'analyse dynamique du risque, ou de façon équivalente de la mise à jour régulière des niveaux de risque, dont l'exemple le plus classique est le "bonus-malus" en assurance automobile.

On parle de

migration des risques ou de migration des notations.

structure par terme des risques

Il s'agit de la prévision des risques (défaillances) aux divers horizons : 1 mois, 1 an,...

score pour proba de défaillance dans le mois

score pour proba de défaillance au cours du 2ème mois
sachant pas de défaillance dans le premier mois

score pour proba de défaillance au cours du 3ème mois
sachant pas de défaillance au cours des deux premiers mois

score individuel versus score joint

La seule connaissance des risques de chaque emprunteur (prêt) ne permet pas en général d'analyser le risque d'un portefeuille de prêts, ou de dérivés de crédits : CDO, CDS,...

car il y a un effet important de la dépendance entre les risques individuels.

connu sous le nom de "corrélation de défaut"

des conditions nécessaires pour une analyse appropriée du risque inclus dans un portefeuille de dérivés de crédit :

- composition précise de ce portefeuille de dérivés en fonction des risques individuels de base

assez facile pour • obligation d'entreprises

- CDS

plus difficile pour d'autres, MBS inclus.

insuffisamment standardisés et transparents

- connaissance jointe des risques de base.

Besoin d'une démarche progressive

- constitution de bases de données (car l'approche par expertise est peu fiable pour les risques joints ou leur dynamique)
- mise en place de notations individuelles pour le court terme (1 mois)
- analyse des dynamiques des risques individuels
- prise en compte de la dépendance entre individus des niveaux de risque
- prise en compte de la dépendance entre leurs dynamiques.

Tous ces aspects ont été évoqués lors de la mise en place de Bale 2, mais tous n'ont pu être intégrés de façon adéquate pour le moment

Difficultés :

- bases de données historiques de longueur insuffisante, notamment pour les entreprises
- notion de notation individuelle pas encore bien en place dans tous les établissements et même dans les agences de notation

but du modèle interne

base de données commune sur les financements de projets (recouvrements)

- modèles plus complexes pour l'analyse jointe (besoin d'analyse théorique et de formation des utilisateurs)

Actuellement

- notations individuelles (à peu près en place avec de fortes disparités selon les pays et les établissements d'un même pays)
- dynamique des risques individuels
depuis 3-4 ans :
les marques +, - ajoutées aux ratings AA^+
des matrices de transition de rating, donnant les fréquences de passage de AA à A , ... en 1 an.
- prise en compte des dépendances entre risques individuels
un modèle standard simple a été proposé et validé pour Bale 2, mais son calibrage pose problème depuis Vasicek (1991), [Voir CreditMetrics].

- prise en compte des dépendances entre dynamiques de notation

une méthodologie est déjà proposée par KMV, mais
avec un modèle très imparfait et mal calibré

(KMV : CreditMark Valuation Methodology, Chapter 9 :
Credit Migration and the Lattice Model)

En fait d'un point de vue théorique, une méthodologie appropriée

- a déjà été proposée
- testée sur des données
- rendue compatible pour à la fois la prévision et la valorisation des risques

depuis 3-4 ans, mais sa mise en pratique demandera encore au moins 4-5 ans du fait des questions de formation.

Une idée des méthodologies avancées de notations

Gourieroux, Jasiak (2007) : "***Econometrics of Individual Risks for Credit Insurance and Marketing***", Princeton University Press.

Les premières parutions de modèles intégrés pour les notations

Gagliardini, Gourieroux (2005) : "***Stochastic Migration***", Journal of Financial Econometrics

Feng, Gourieroux, Jasiak (2008) : "***The Ordered Qualitative Model for Credit Rating Transitions***", Journal of Empirical Finance.

et leurs équivalents pour la valorisation :

Duffie, Lando, Singleton, Gourieroux, Monfort, Polimenis, basés sur les modèles affines de taux (ATSM).

3. MODELE DE MIGRATION

Matrice de transition de rating

Données : des historiques de rating individuels

AA AA A A A A A BBB BBB...

Noté : y_{it}

niveau de rating

pour le prêt (emprunteur) i

pour la date (période) t .

Une modélisation en deux étapes

Dans le même esprit que celle retenue dans Bale 2 pour tenir compte de la corrélation de défaut

- modélisation d'une note quantitative sous jacente, puis passage à une note qualitative par discrétisation
- introduction de la dépendance par l'intermédiaire de facteurs communs de risque,

qui influent sur tous les risques individuels,

qui sont supposés non observables (pour éviter des erreurs de spécification, mais aussi pour créer les dépendances des risques)

LE MODELE

variables

score quantitatif sous-jacent : S_{it}

rating qualitatif :

$$y_{it} = k, \text{ si } a_{k-1} < S_{it} < a_k$$

déduit d'une discretisation des notes quantitatives

Equation satisfaite par les scores quantitatifs

$$S_{it} = \gamma_I + \alpha_I f_t + \sigma_I u_{it}$$

lorsque le rating de la date précédente est $y_{it} = I$

avec : u_{it} normales centrées réduites (risque idiosyncratique)

f_t facteur commun

α_I coefficient de sensibilité par rapport au facteur.

Transition du rating

(à évolution du facteur connue)

$$\begin{aligned} & P[y_{it} = k | y_{i,t-1} = l, f_t] \\ &= N\left[\frac{a_k - \alpha_l f_t - \gamma_l}{\sigma_l}\right] - N\left[\frac{a_{k-1} - \alpha_l f_t - \gamma_l}{\sigma_l}\right] \end{aligned}$$

avec N fonction de répartition de la loi normale centrée réduite.

Dynamique du facteur

Une dynamique autorégressive gaussienne :

$$f_t = \varphi f_{t-1} + \eta v_t,$$

avec v_t normale centrée réduite,

φ coefficient autorégressif,

η volatilité du facteur.

Facilement généralisable à plusieurs facteurs

Ceci étend le modèle statique proposé par la directive Européenne Bale 2 pour la corrélation de défaut.

$k = 0$ ou 1 , c'est-à-dire défaut, non défaut

$$S_i = \gamma + \sqrt{1 - \rho^2} F + \rho u_i,$$

avec F et u_i normales centrées réduites

- accroît le nombre d'alternatives
- prend en compte la dynamique du facteur
- laisse plus libre les paramètres.

Les problèmes

- Estimer les divers paramètres
 - de discrétisation : a_k
 - de définition du score quantitatif : $\alpha_I, \gamma_I, \sigma_I$
 - de dynamique du facteur : φ, η .
- Déterminer le nombre de facteurs sous-jacents ;
- Reconstituer les valeurs des facteurs ;
- Utiliser le modèle ainsi calibré pour
 - prévoir les risques joints,
 - prévoir les risques sur des portefeuilles.

4. MISE EN OEUVRE

Les données

Régulièrement diffusées par les principales agences de notation : Moody's, Standard and Poor's

ou par des banques centrales : Banque de France

- Agences de notation :

de l'ordre de 10 000 entreprises internationales depuis 1985

- Banque de France :

180 000 entreprises française depuis 1992.

Dans la suite, données de la Banque de France

Deux sous-secteurs d'activité :

commerce de gros

commerce de détail

c'est-à-dire de l'ordre de 30 000 PME.

Les données se présentent sous forme de matrices donnant les fréquences de transition

matrices brutes, où ne figure pas le devenir des entreprises n'ayant pas répondu

matrices ajustées, avec répartition proportionnelles des non répondants.

Pourquoi cette absence d'information par les agences de notation ? Raisons commerciales ?

Peu de biais de sélection et donc une matrice ajustée à peu près correcte.

Table 1
1-year transition matrix

	7	6	5	4	3	2	1	0	NR
7	0.7155	0.0979	0.0241	0.0113	0.0031	0.0002	0.0002	0.0002	0.1474
6	0.1226	0.5977	0.1031	0.0321	0.0187	0.0022	0.0008	0.0011	0.1216
5	0.0169	0.2544	0.4232	0.1145	0.0477	0.0079	0.0025	0.0026	0.1305
4	0.0085	0.0600	0.2519	0.3517	0.1223	0.0297	0.0109	0.0070	0.1579
3	0.0011	0.0413	0.0924	0.2450	0.2934	0.0755	0.0339	0.0200	0.1974
2	0.0000	0.0114	0.0509	0.1500	0.2500	0.1640	0.0842	0.0307	0.2588
1	0.0000	0.0076	0.0317	0.0544	0.1903	0.1224	0.1813	0.0650	0.3474
0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	1.0000	0.0000

Table 1 : 1-year transition matrix for the wholesale sector in year 2001.

Table 2
Adjusted 1-year transition matrix

	7	6	5	4	3	2	1	0
7	0.8392	0.1148	0.0282	0.0133	0.0036	0.0003	0.0003	0.0003
6	0.1396	0.6804	0.1174	0.0366	0.0213	0.0025	0.0009	0.0013
5	0.0194	0.2925	0.4867	0.1316	0.0549	0.0090	0.0029	0.0030
4	0.0101	0.0713	0.2991	0.4177	0.1452	0.0352	0.0130	0.0084
3	0.0014	0.0514	0.1152	0.3053	0.3656	0.0940	0.0422	0.0249
2	0.0000	0.0154	0.0686	0.2024	0.3373	0.2213	0.1136	0.0414
1	0.0000	0.0116	0.0486	0.0833	0.2917	0.1875	0.2778	0.0995
0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	1.0000

Table 2 : Adjusted 1-year transition probabilities for the wholesale sector in 2001.

Quelques caractéristiques des matrices de transition :

beaucoup d'éléments très petits.

éléments significatifs sur la diagonale principale

les deux diagonales adjacentes

la colonne arrivant à la défaillance

Ces matrices auront des structures très différentes, si l'horizon de prévision augmente.

Corrélations de défaut-Corrélations de migration

Ces matrices de transition varient dans le temps et leur évolution future est incertaine.

Modèle à intensité (migration) stochastique

L'approche de base suggérée par le comité de Bale suppose implicitement que :

les matrices de transition successives sont indépendantes, de même loi.

Alors possible de définir

- des corrélations de défaut

autant que de couples de rating possibles

- des corrélations de migration (par exemple de dégradation de notes).

Table 5
Downgrade correlations

	7	6	5	4	3	2	1	0
7	0.0021	0.0013	0.0011	0.0008	0.0006	0.0000	-0.0004	—
6	0.0013	0.0011	0.0010	0.0011	0.0009	0.0007	0.0003	—
5	0.0011	0.0010	0.0016	0.0019	0.0017	0.0016	0.0003	—
4	0.0008	0.0011	0.0019	0.0027	0.0024	0.0026	0.0010	—
3	0.0006	0.0009	0.0017	0.0024	0.0024	0.0025	0.0011	—
2	0.0000	0.0007	0.0016	0.0026	0.0025	0.0034	0.0011	—
1	-0.0004	0.0003	0.0003	0.0010	0.0011	0.0011	0.0031	—
0	—	—	—	—	—	—	—	—

Table 5 : Downgrade correlations for two firms in the wholesale sector. The row and column numbers denote the initial rating classes of the two firms.

Table 6
Default correlation in the wholesale sector

	7	6	5	4	3	2	1	0
7	0.0004	0.0002	0.0002	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	—
6	0.0002	0.0004	0.0002	0.0002	0.0002	0.0000	0.0000	—
5	0.0002	0.0002	0.0003	0.0001	0.0002	—0.0001	0.0003	—
4	0.0000	0.0002	0.0001	0.0003	0.0002	0.0002	0.0005	—
3	0.0000	0.0002	0.0002	0.0002	0.0006	—0.0003	0.0009	—
2	0.0000	0.0000	—0.0001	0.0002	—0.0003	0.0006	0.0000	—
1	0.0000	0.0000	0.0003	0.0005	0.0009	0.0000	0.0031	—
0	—	—	—	—	—	—	—	—

Table 6 : Default correlations for two firms in the wholesale sector. The row and column numbers denote the initial rating classes of the two firms.

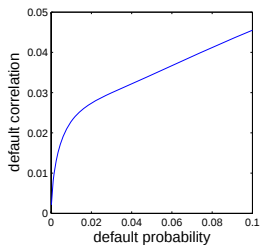
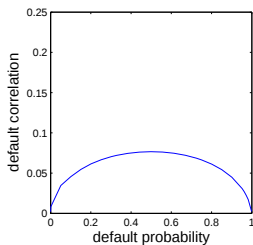
Ces chiffres sont à comparer avec ceux déduits de la formule proposée dans

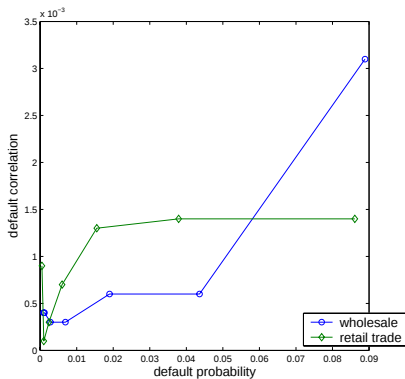
Basle Committee on Banking Supervision (2002)

$$\rho_k = 0.24 - 0.12 \frac{1 - \exp(-50\Pi_k)}{1 - \exp(-50)}$$

ρ_k corrélation de défaut

Π_k probabilité de défaillance dans la classe k .





Remarques :

- uniquement défini pour deux firmes de même rating, et implicitement mis à zéro pour celles de rating différents
- pas le bon niveau de corrélation
- non prise en compte du secteur d'activité
- étendu à d'autres ratings d'arrivée dans les modèles de migration

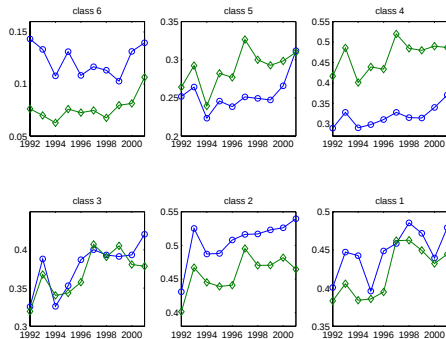
Dynamique des probabilités de migration

Il y a des dépendances temporelles fortes

- visibles sur les séries de probabilités

downgrade, upgrade

- visibles sur les autocorrélations, très significatives



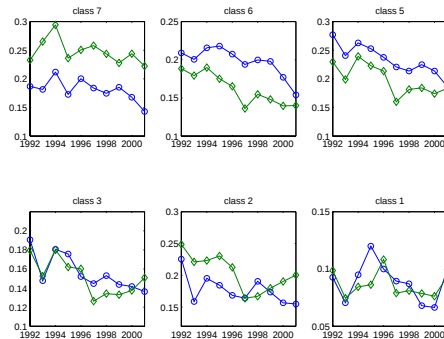


Table 8
Autocorrelations

wholesale		7	6	5	4	3	2	1
down	order 1	0.0430	0.7902	0.6907	0.4373	0.2541	-0.2316	0.2516
	order 2	0.3182	0.3571	0.6878	0.5267	0.4373	0.1686	-0.3434
up	order 1	-	0.0551	0.3146	0.3815	0.2800	0.0283	0.2059
	order 2	-	-0.2284	0.0627	0.1954	0.4626	0.5549	0.0974

retail trade		7	6	5	4	3	2	1
down	order 1	0.0521	0.7573	0.4433	0.2096	0.4497	0.7131	-0.2307
	order 2	-0.1677	0.6729	0.3902	0.3687	0.5290	0.3226	-0.1481
up	order 1	-	0.4506	0.0959	0.0730	0.4863	0.1014	0.6707
	order 2	-	0.3620	0.3880	0.3867	0.4573	0.2222	0.3436

Table 8 : Autocorrelations of order 1 and 2 for downgrade and upgrade probabilities in the wholesale sector (upper Panel), respectively in the retail trade sector (lower Panel)

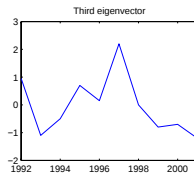
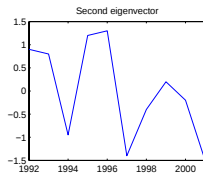
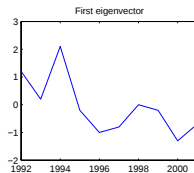
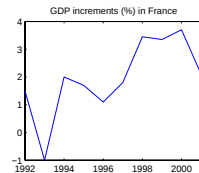
Pourquoi une telle dynamique ?

plusieurs séries de probabilités de transitions, que l'on peut chercher à résumer par quelques "facteurs" sous-jacents.

Alors naturel de comparer

ces facteurs et l'évolution du PNB

pour voir s'il y a un effet du cycle d'affaires.



Une analyse causale plus précise

Les dégradations de note dans les classes risquées sont indicateur avancé du retournement de cycle vers la récession.

Le retournement de cycle vers la récession est indicateur avancé des dégradations de notes pour les classes moins risquées.

Une fois le modèle estimé

Le modèle peut être utilisé

pour analyser la structure par terme des migrations

pour déterminer les distributions de pertes dans un portefeuille
"homogène".

Structure par terme des migrations

- des matrices de plus en plus pleines
- des modifications de l'ordre des risques

une entreprise risquée à l'horizon 1 an peut se révéler bonne au bout de 5 ans si elle a survécu aux quatre premières années.

5. CONCLUSION

Message principal

Il est important de suivre et analyser ensemble plusieurs types de rating

et non de penser que les emprunteurs peuvent être classés sans ambiguïté.

Ceci nécessite la compréhension des divers types de notations et de leurs modes de construction.

un professeur note ses élèves, mais les professeurs sont aussi "notés"

Ne pas oublier qu'il serait utile d'introduire des scores pour juger de la qualité d'un rating proposé par une agence