



# Gestion et Mesure des risques

Cours EURIA



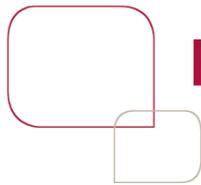
**M. Marc JUILLARD** *Actuaire*  
[mjuillard@winter-associes.fr](mailto:mjuillard@winter-associes.fr)

**WINTER**  
& ASSOCIÉS



## SOMMAIRE

1. Préambule
2. Modélisation des risques
3. Système de gestion des risques
4. Solvabilité 2 – Pilier 1
5. Solvabilité 2 – cas pratique
6. ORSA



# Préambule



## Mesure de risque

### Préambule

La valorisation d'un engagement, au sens de la détermination de la contre-valeur actuelle en capital d'une séquence de flux financiers futurs aléatoires est une préoccupation centrale de l'assurance.

Elle est intimement liée au choix de la mesure de risque retenue, choix qui va conditionner le programme d'optimisation qu'il faudra résoudre pour obtenir la valeur optimale cherchée, comme par exemple la fixation du niveau du capital économique.

**L'optique de la mesure de risque est de transformer un risque en valeur.** Plusieurs mesure sont initialement envisageable (espérance, variance, ....)

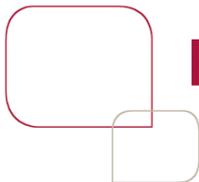
## Mesure de risque

### De l'insuffisance de l'espérance

Pendant de nombreuses années, les risques liés aux contrats d'assurance ont été valorisés sur la base de l'espérance des flux actualisés. Cette espérance étant calculée sur la base de lois de projections prudente permettant d'introduire une marge de prudence.

Dans le cadre d'une évaluation *best estimate*, le fait de retenir la valeur moyenne des flux de trésorerie actualisés ne convient plus. De ce fait cette marge pour risque a été délaissée au profit de marge introduisant un chargement de sécurité.

La notion de chargement de sécurité est étroitement liée à celle de tarification : un principe de prime contient un chargement de sécurité s'il conduit à exiger une prime supérieure à celle qui est exigée si la mutualisation des risques est parfaite (cf. PARTRAT et BESSON [2004]).



## Mesure de risque

### Définition et propriétés d'une mesure de risque

« Une mesure de risque est une fonctionnelle  $g$  faisant correspondre à un risque  $X$  un nombre positif noté  $\rho(X)$ , éventuellement infini » DENUIT[2004] »

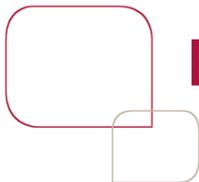
Pour être une « bonne » mesure de risque, il est généralement admis que la fonction  $g$  doit présenter certaines bonnes propriétés :

- Invariance par translation :

$$\rho(X+c) = \rho(X) + c.$$

Ceci traduit le fait qu'une fois la marge de prudence constituée, le risque est considéré comme nul :

$$\rho(X - \rho(X)) = 0$$



## Mesure de risque

### Définition et propriétés d'une mesure de risque

- Sous-additivité :

$$\rho(X + Y) \leq \rho(X) + \rho(Y)$$

Ceci traduit la réduction du risque suite au principe de diversification. L'effet de diversification étant alors mesuré par :

$$\rho(X + Y) - [\rho(X) + \rho(Y)]$$

Ceci traduit l'économie de capital due au fait de couvrir deux risques différents.

- Homogénéité :

$$\rho(\lambda X) = \lambda \rho(X)$$

Ceci traduit l'invariance par rapport à l'unité monétaire.

## Mesure de risque

### Définition et propriétés d'une mesure de risque

- Monotonicité :

$$P(X \leq Y) = 1 \Rightarrow \rho(X) \leq \rho(Y)$$

Ceci traduit le fait que plus le risque est élevé, plus il faut de capital. Il s'agit donc d'une propriété parfaitement naturelle pour une mesure de risque.

Une mesure de risque qui satisfait ces quatre propriétés est qualifiée de cohérente. Par exemple la Tail-VaR est cohérente mais pas la VaR qui ne respecte pas l'axiome de sous-additivité (Cette propriété se vérifie en travaillant avec des lois de Pareto).



## Mesure de risque

### Définition et propriétés d'une mesure de risque

- Chargement de sécurité si pour tout risque  $X$ , on a :

$$\rho(X) \geq \mathbf{E}[X]$$

Ceci traduit le fait qu'à minima le capital à définir doit être supérieur à la perte moyenne.

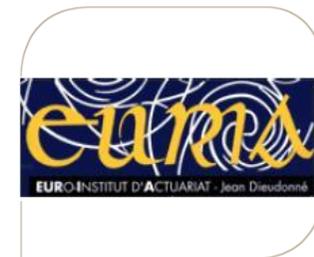


## Mesure de risque

### Espérance variance

Ce sont les premières mesures de risque à avoir été utilisées.

On les retrouve notamment dans le critère de MARKOWITZ (moyenne-variance) qui sert de socle aux premières théories d'évaluation des actifs (MEDAF). Toutefois ce critère n'est pas bien adapté à l'activité d'assurance, notamment parce qu'il est symétrique et pénalise autant les « bonnes variations » que les « mauvaises ».



## Mesure de risque

### VaR

La notion de Value-at-Risk ou valeur ajustée au risque s'est originellement développée dans les milieux financiers avant d'être largement reprise dans les problématiques assurantielles.

La Value-at-Risk (VaR) de niveau  $\alpha$  associée au risque  $X$  est donnée par :

$$VaR(X, \alpha) = \mathbf{Inf} \{x \mid \mathbf{Pr} [X \leq x] \geq \alpha\}$$

On notera que la VaR désigne la fonction quantile de la loi de  $X$ . Cette mesure de risque a le mérite de reposer sur un concept simple et facilement explicable :  $VaR(X, \alpha)$  est le montant qui permettra de couvrir le montant de sinistres engendré par le risque  $X$  avec une probabilité  $\alpha$ .

Ce concept est directement lié à celui de probabilité de ruine.

## Mesure de risque

### VaR

La VaR est invariante par translation et homogène, ces deux propriétés découlant du Lemme suivant :

Soit  $g$  une fonction  $C_0$  et croissante, alors  $F_{g(X)}^{-1}(p) = g(F_X^{-1}(p))$  (on se place dans le cas simple ou  $F$  est continu.

$$F_{g(X)}^{-1}(p) = \alpha \Leftrightarrow \{P[g(X) < \alpha] = p\} = \{P[X < g^{-1}(\alpha)] = p\}$$

Or de part la croissance de la fonction  $g$  on a :

$$\{P[X < g^{-1}(\alpha)] = p\} \Leftrightarrow g^{-1}(\alpha) = F_X^{-1}(p) \Leftrightarrow \alpha = g(F_X^{-1}(p))$$

Donc  $VaR_{g(X)}(\alpha) = F_{g(X)}^{-1}(\alpha) = g(F_X^{-1}(p)) = g(VaR_X(\alpha))$  ceci entraînant l'invariance par translation et l'homogénéité.



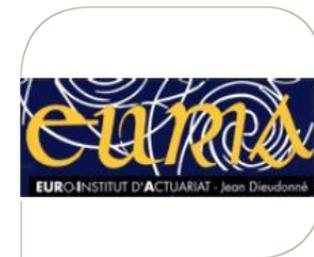
## Mesure de risque

Étant donné les limites de la VaR (notamment le fait qu'elle n'est pas sous additive et le fait qu'elle ne tient pas compte de l'épaisseur de la queue au-delà du quantile) certains se tourne vers la Tail-VaR.

### Tail-VaR

La Tail-VaR de niveau  $\alpha$  correspond à la perte moyenne conditionnellement au fait que la perte excède la VaR de niveau  $\alpha$  :

$$\begin{aligned} TVaR(X, \alpha) &= VaR(X, \alpha) + \frac{1}{1-\alpha} \mathbf{E} \left[ (X - VaR(X, \alpha))^+ \right] \\ &= \mathbf{E} \left[ X \mid X > VaR(X, \alpha) \right] \end{aligned}$$



## Mesure de risque

### Risk Appetite

Au-delà des mesures de risques traditionnelles, les compagnies d'assurances ainsi que le marché, retiennent des mesures de risques plus économiques.

A ce titre, l'*embedded value*, le bilan solvabilité et le futur bilan IFRS peuvent être reconnues comme des mesures de risque.

Cette notion peut se résumer *via* le *risk appetite*. Il s'agit de déterminer des indicateurs de risques. Par la suite, chaque décision est analysée sur la base de son impact sur l'indicateur de risque de la compagnie. Etant défini un niveau de risque maximal, chaque décision peut être validée ou invalidée selon son impact.



## SOMMAIRE

1. Préambule
2. **Modélisation des risques**
3. Système de gestion des risques
4. Solvabilité 2 – Pilier 1
5. Solvabilité 2 – cas pratique
6. ORSA

## Nature des risques

### Tous les risques n'ont pas le même impact

Les passifs d'assurance sont soumis à deux types de risque :

- les risques mutualisables : ils correspondent à un risque n'introduisant pas de relation de dépendance entre les différentes têtes d'une cohorte (que cette classe de risque soit homogène ou non).
- les risques systématiques : à l'inverse des risques mutualisables, les risques systématiques introduisent une relation de dépendance entre une partie des individus constituant la cohorte.

## Nature des risques

### Risques mutualisables

Cette condition additionnée au fait que les prestations maximales sont bornées permet l'application du théorème central limite. De ce fait on observe une convergence en probabilité de la charge moyenne vers la charge moyenne espérée.

$$J_{\alpha} = \left[ \bar{X}_n - \frac{\sigma_X}{\sqrt{n}} \phi^{-1} \left( 1 - \frac{\alpha}{2} \right), \bar{X}_n + \frac{\sigma_X}{\sqrt{n}} \phi^{-1} \left( 1 - \frac{\alpha}{2} \right) \right]$$

De plus le calcul théorique de l'intervalle de confiance à 95% indique que les fluctuations autour de la valeur moyenne vont avoir tendance à diminuer avec le temps :



## Nature des risques

### Risques systématiques

A l'inverse des risques mutualisables, les risques systématiques entraîne une relation de dépendance entre les individus constituant la cohorte. De ce fait l'approximation gaussienne couramment retenue n'est plus exacte.

Ils sont potentiellement plus dangereux que les risques mutualisables car ils sont source de volatilité et peuvent entraîner un biais sur la valeur moyenne de l'engagement.

Ces risques de risques peuvent aisément être mis en lumière lors de l'étude du risque systématique de longévité.



## Nature des risques

### Un exemple de risque systématique : le risque de longévité

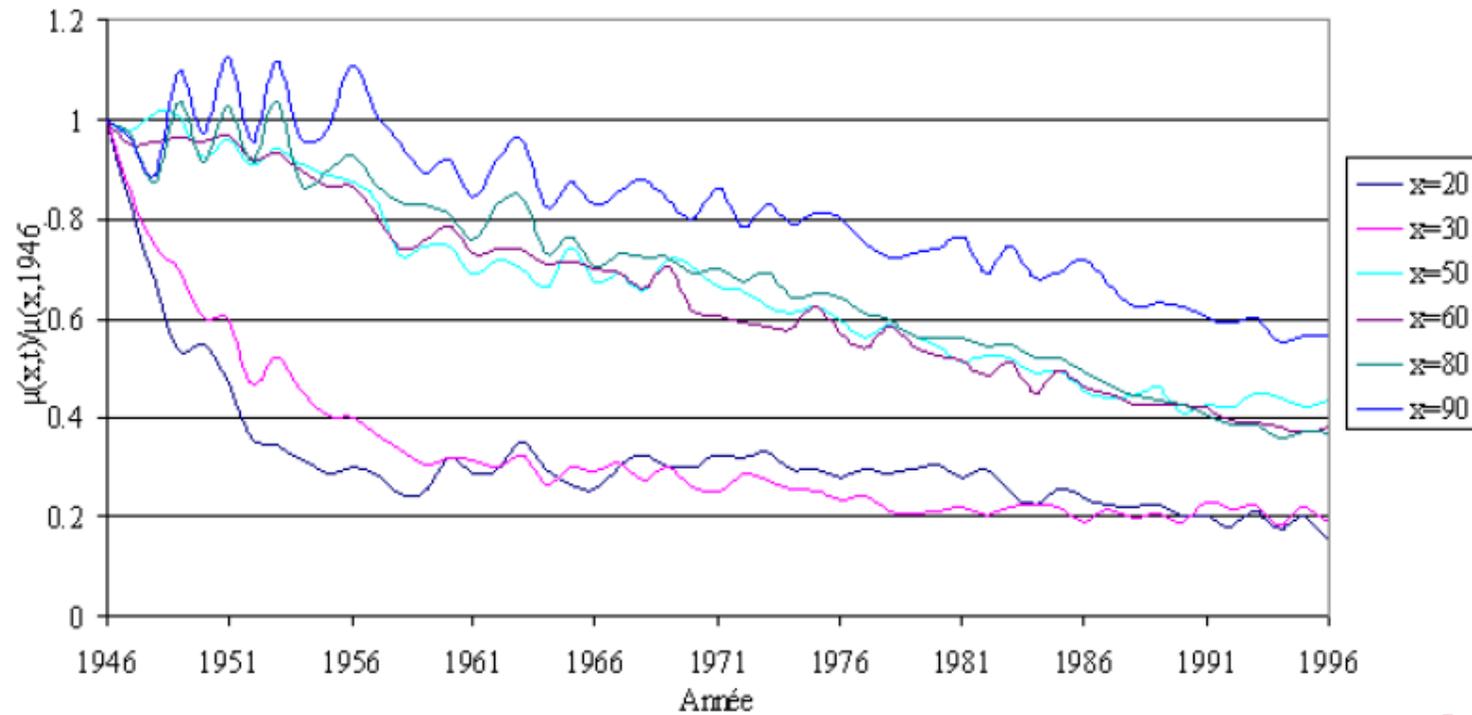
Des études récentes (Currie et al. [2004]) font apparaître que l'évolution du taux instantané de mortalité présente, aux différents âges, des variations erratiques autour de la tendance qui se dégage, variations non expliquées par les fluctuations d'échantillonnage. Les données INED permettent de constater le même phénomène (illustré par la figure suivante).

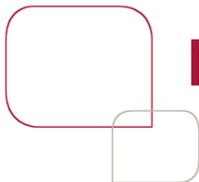
Ces variations possèdent un impact systématique pour tous les âges et ne sont donc pas mutualisables.

Elles entraînent une augmentation de la volatilité de l'engagement et doivent donc être modélisées dans le calcul des provisions et du SCR sous solvabilité 2.

## Nature des risques

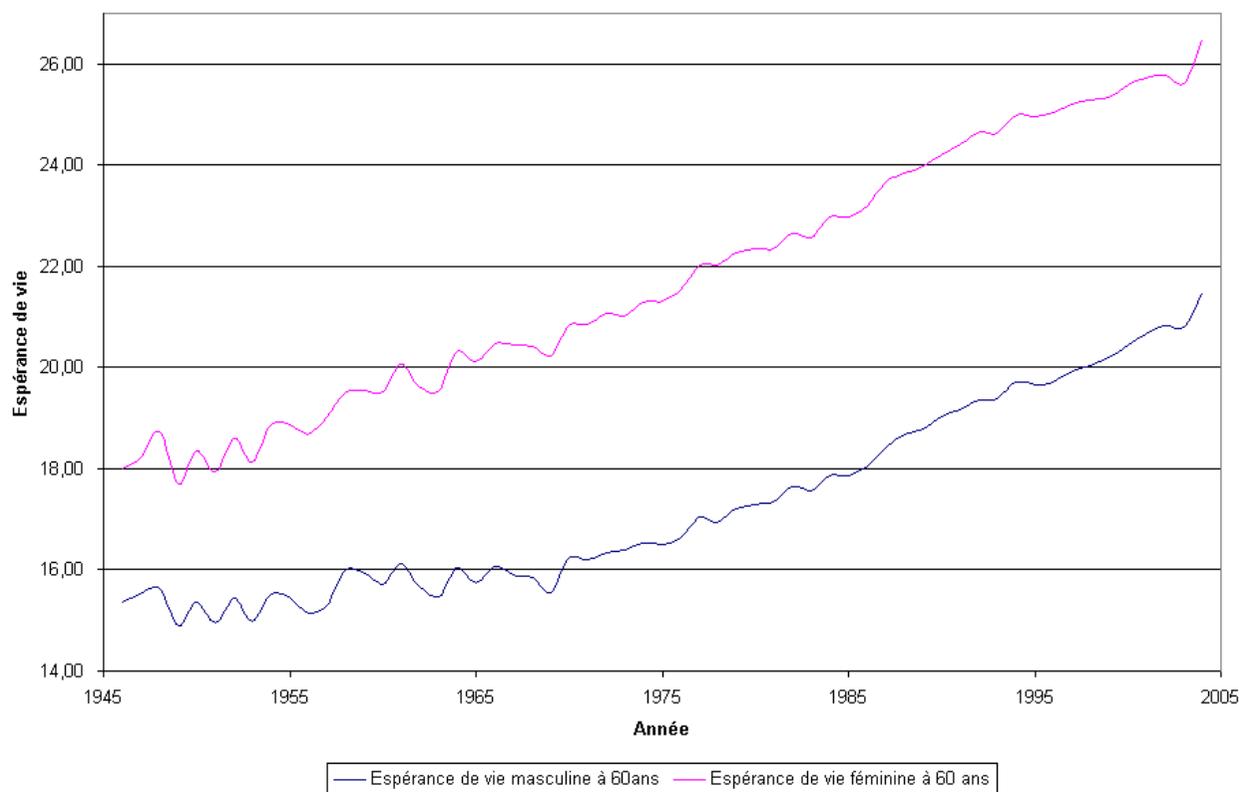
### Un exemple de risque systématique : le risque de longévité





## Nature des risques

### Un exemple de risque systématique : le risque de longévité



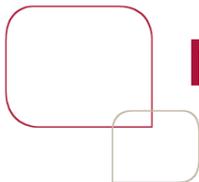


## Quel modèle ?

### Quel impact sur l'engagement

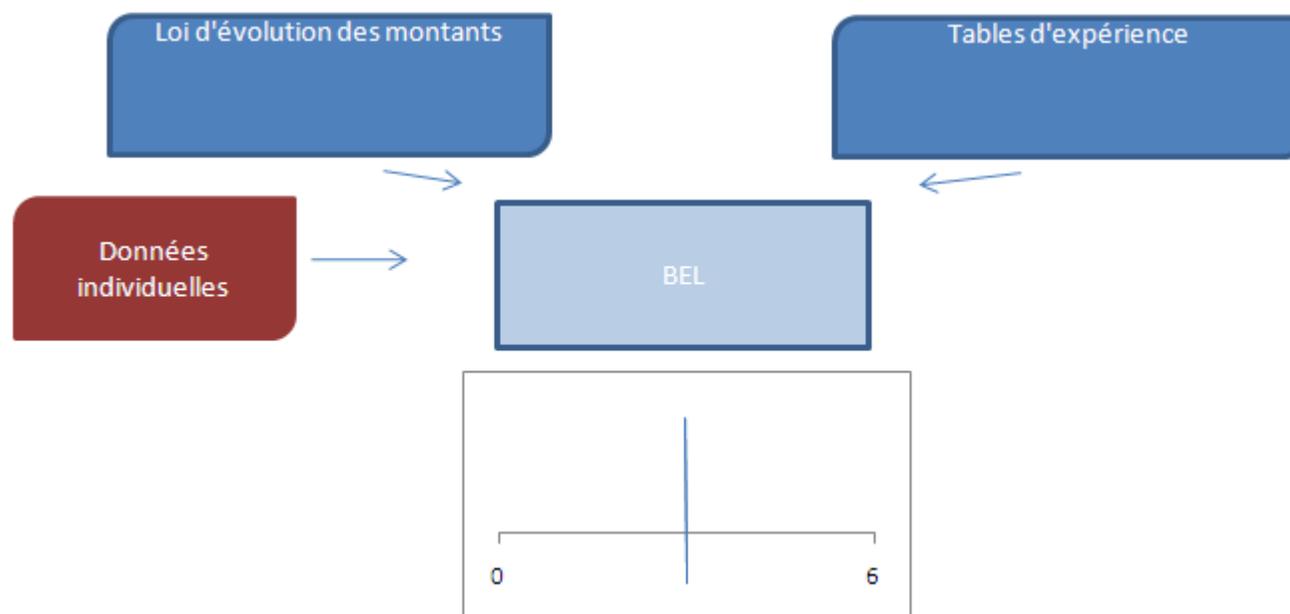
De part la différence de modélisation entre un aléa frappant différemment les diverses têtes du portefeuille et un aléa frappant de manière systématique l'ensemble du portefeuille, il est indispensable de décrire les risques en fonction de leur caractère mutualisable ou systématique.

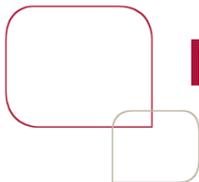
Il convient également de noter qu'un risque mutualisable et un risque systématique présentent un impact différent sur la distribution de l'engagement : les risques systématiques pouvant être symétriques ou asymétriques.



## Quel modèle ?

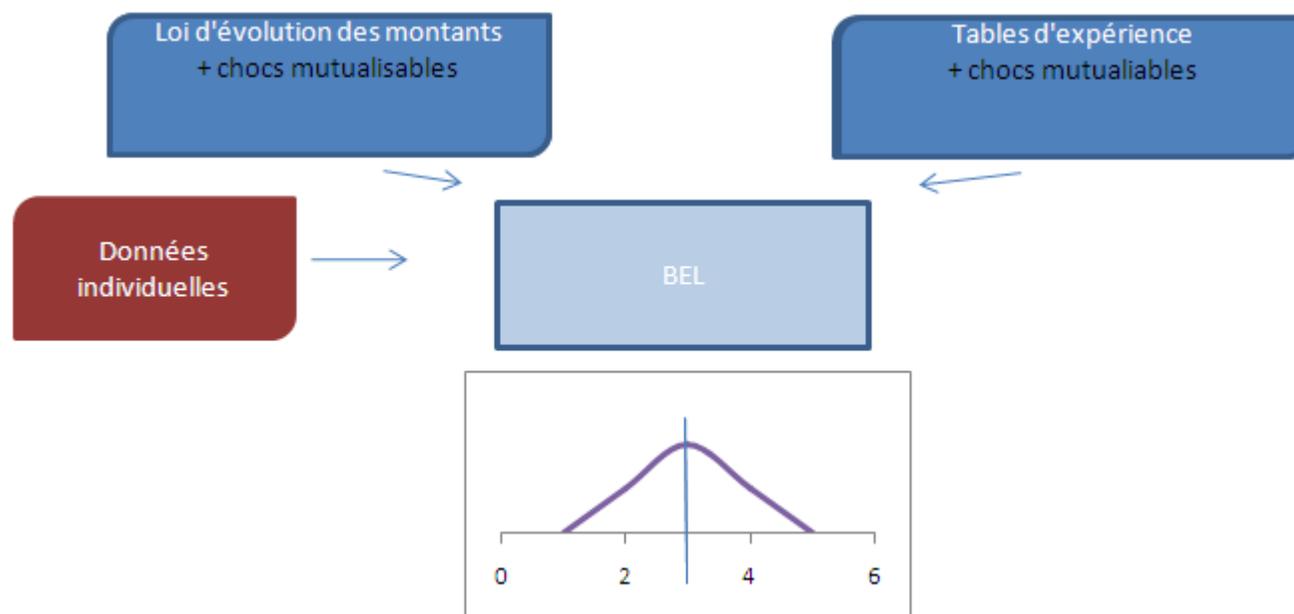
- En l'absence d'aléas le best estimate correspond à une masse de Dirac.





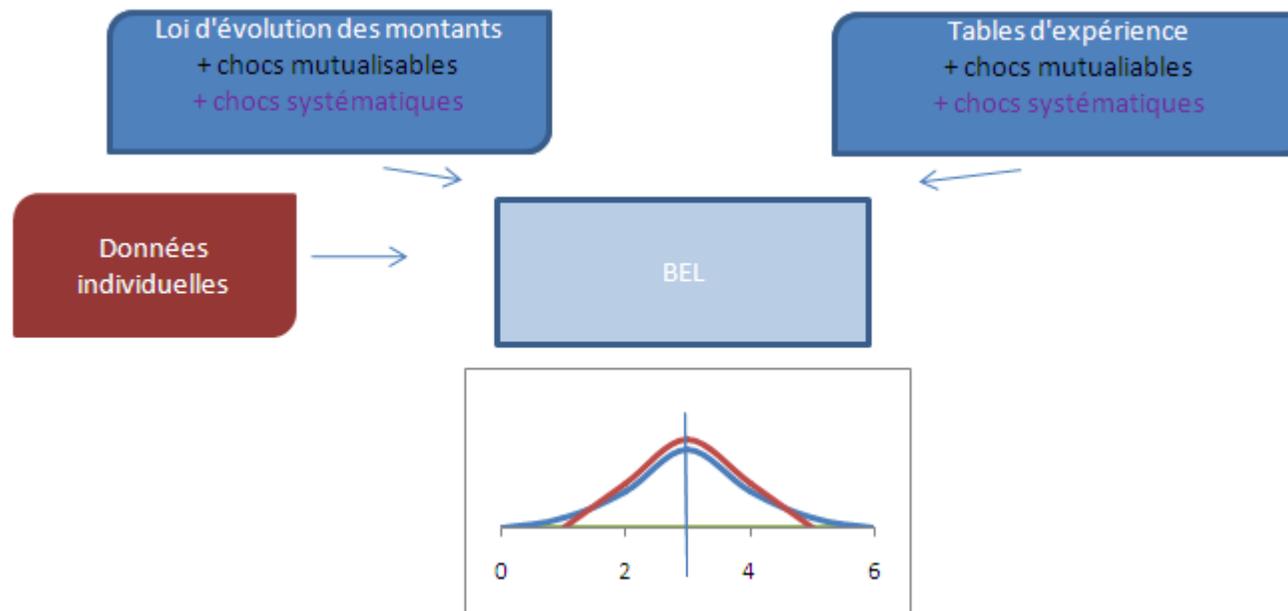
## Quel modèle ?

- En l'absence d'aléas le best estimate correspond à une masse de Dirac.
- La prise en compte des risques mutualisables ne modifie pas la valeur du best estimate mais introduit de la volatilité dans le distribution de l'engagement.



## Quel modèle ?

- En l'absence d'aléas le best estimate correspond à une masse de Dirac.
- La prise en compte des risques mutualisables ne modifie pas la valeur du best estimate mais introduit de la volatilité dans le distribution de l'engagement.
- La prise en compte des risques systématiques modifie la valeur du best estimate et introduit de la volatilité dans le distribution de l'engagement.





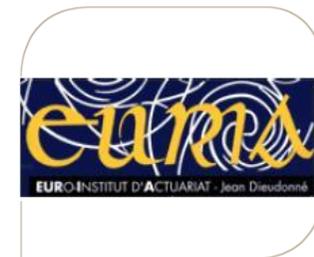
## Quel modèle ?

### Nécessité d'une approche stochastique

De part la présence de risque systématique asymétrique, le calcul du *best estimate* des engagement d'assurance doit être calculé sur la base de modèle stochastiques.

Cette modélisation stochastique est notamment nécessaire dans le cadre du calcul de la MCEV, d'une probabilité de ruine, le calcul du *best estimate* des provisions techniques ainsi que celui du SCR dans le cadre d'un modèle interne.

Par définition un modèle stochastique est un modèle dont l'objet est de fournir des informations sur la loi de probabilité du phénomène étudié et non un modèle basé obligatoirement sur de la simulation.



## Quel modèle ?

### Que veut dire stochastique

Un tel modèle peut être mis en œuvre sur la base de formules analytiques et/ou de simulations.

Ainsi, la notion de modèle stochastique n'est pas synonyme de la notion de simulation : la simulation n'étant qu'une solution technique, pratiquement indispensable lorsque l'engagement ne peut être décrit de manière totalement analytique mais nécessitant la mise en place d'une formalisation probabiliste propre.

Les modèles peuvent être répartis en trois grandes catégories :

- La simulation dans l'univers historique ou risque neutre
- Les modèles semi analytiques
- Les modèles à déflateurs.



## Quel modèle ?

### Comment choisir le modèle

Le choix du modèle qui sera retenu dépend principalement de la problématique. ces diverses calculs peuvent être répartis en trois grandes catégories :

- ✓ calcul d'une valeur de marché (*best estimate* et MCEV) ;
- ✓ calcul d'un quantile (probabilité de ruine) ;
- ✓ calcul d'un quantile et d'une valeur de marché (SCR).



## Quel modèle ?

### Que disent les textes réglementaires

En amont de la description des différents modèles à privilégier en fonction de la problématique rencontrée, il convient de décrire les recommandations issues des textes réglementaires. Ces textes sont issues de deux sources :

- ✓ les MCEV principes ;
- ✓ les consultation papers de niveau 2 publiés par le CEIOPS au cours de l'année 2009.

Au niveau des MCEV principes, peu d'indications sont données. La principale étant la possibilité de recourir aux modèles basés sur des déflateurs.

## Quel modèle ?

### Que disent les textes réglementaires : CEIOPS

Le CEIOPS revient sur cette problématique dans le CP N°26. De manière synthétique, il pose en principe le caractère efficient et auditable du modèle.

**Quatre types de modèles sont envisageables, à savoir les déterministes, les analytiques, ceux basés sur des simulations ou bien une combinaison des trois.**

Les modèles stochastiques seront privilégiés dès lors que le contrat d'assurance étudié présente des options non linéaires, type participation aux bénéfices dans le cas de contrats d'épargne ou prise en compte du caractère rationnel des assurés (rachats conjoncturels dans le cas de contrats d'assurance euro comme UC).

Dans certains cas, une autre approche sera préférable. En particulier si la simulation conduit à des approximations dues à des agrégations, ou lorsqu'il conduit à un modèle peu auditable, entraîne des risques opérationnels.



## Quel modèle ?

### Modèle basé sur la simulation

Cette technique consiste à approximer la distribution des flux de trésorerie actualisés sur la base de projections aléatoires de l'ensemble des trajectoires de flux de trésorerie possibles.

Elle permet de prendre en compte l'ensemble des risques impactant le best estimate mais présente trois inconvénients : son coût de mise en œuvre, le temps de calcul et le risque de modèle associé.

Au surplus, la mise en place d'indicateurs permettant de mesurer la précision des calculs effectués est difficile.

Elle présente également l'avantage de pouvoir être optimiser (via le choix des trajectoire d'actif par exemple).



## Quel modèle ?

### Modèle analytique

Cette technique consiste à décrire explicitement la loi sous-jacente de la distribution des flux de trésorerie actualisés.

Présentant un temps de calcul optimisé, elle permet de connaître le risque associé au portefeuille en évitant les erreurs d'échantillonnage associées à la mise en œuvre de techniques de simulation.

Cependant, elle présuppose une analyse statistique fine en amont du modèle sur certains risques et l'obtention des formules explicites associées à la modélisation probabiliste peut être complexe.



## Quel modèle ?

### Modèle analytique

D'une manière générale, un modèle analytique « pur » est rarement envisageable.

Il est alors préférable de se tourner vers des modèles semi-analytiques. Ce type de modèle utilise la simulation afin de modéliser les risques systématiques du portefeuille, puis pour chaque tirage des risques systématiques, l'impact des risques mutualisables est modélisé sur la base d'une formule analytique.

Cette mécanique permet d'optimiser les temps de traitement, l'impact des risques mutualisables étant, sur la base de l'approximation gaussienne, parfaitement déterminé via la connaissance des moments d'ordre un et deux.



## Quel modèle ?

Au-delà des capacités d'un modèle, le choix de ce dernier doit être guidé par la problématique. Cette dernière peut être de 3 types :

- calcul d'une valeur de marché (best estimate et MCEV). Dans ce cas le modèle devra être capable d'effectuer des calculs sous l'univers risque neutre.
- calcul d'un quantile (probabilité de ruine). Dans ce cas le modèle devra être capable de calculer des valeurs d'actifs et de passif (en  $t=0$ ) sous l'univers historique.
- calcul d'un quantile et d'une valeur de marché (SCR). Dans ce cas le modèle devra être capable de calculer des valeurs de marché en  $t=1$  (donc projection sous l'univers risque neutre) et de calculer un quantile en  $t=1$  (donc projection sous l'univers historique).

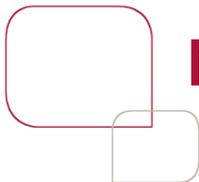


## Quel modèle ?

En l'absence d'interactions actif-passifs optimisables (type allocation d'actif, ou gestion de la réserve de PB) la valeur de marché peut être calculer sur la base d'un modèle analytique ou d'une modèle basé sur la simulation. Le choix devra être effectué sur la base de présence ou non (et de son importance) de la simulation dans la simulation.

Sur la base de l'analyse des risques pesant sur le portefeuille le calcul de la distribution de l'engagement sur la base d'un modèle partiellement analytique est justifiable.

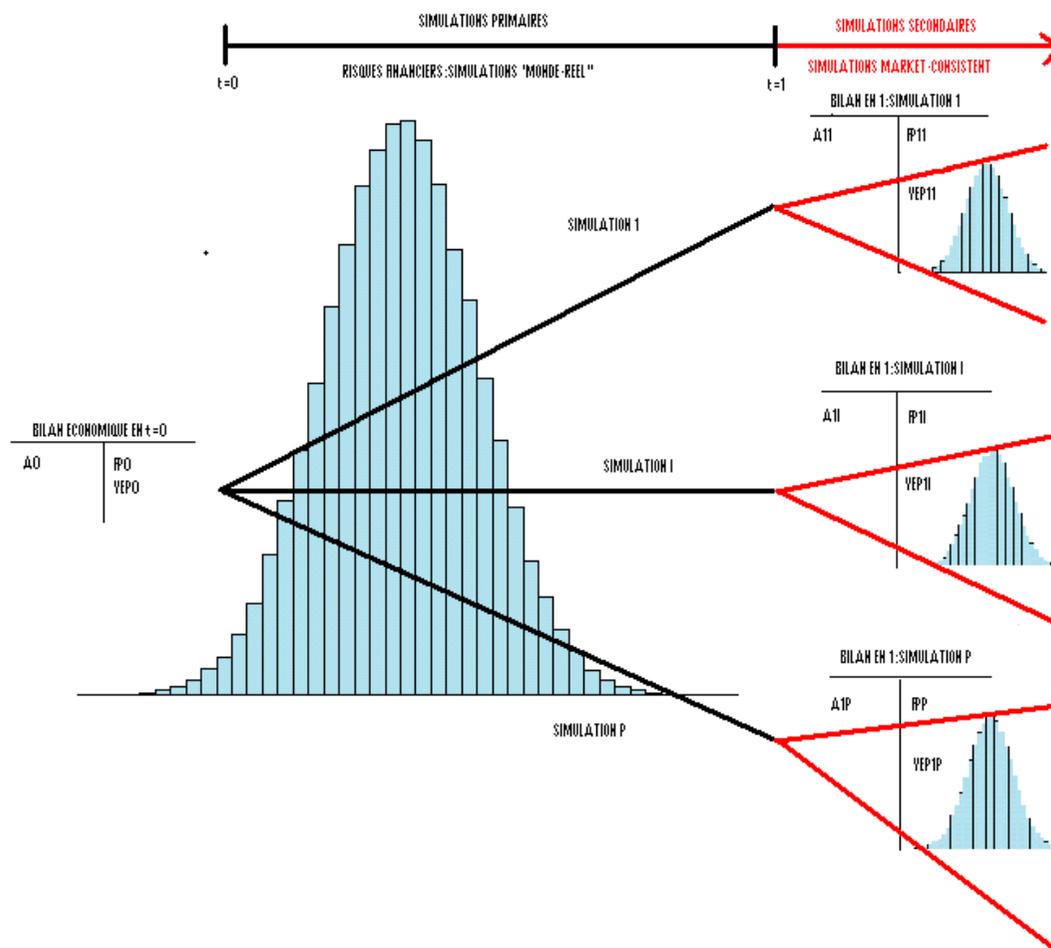
Dans le cadre d'une approche par simulation, il pourra être néanmoins utile de conserver un minimum d'éléments calculés de manière analytique pour étalonner le nombre de simulations.



# Modélisation des risques



## Quel modèle ?





## Quel modèle ?

Par ailleurs, le recours à la simulation peut parfois s'avérer indispensable pour le calcul de la distribution des flux futurs actualisés alors que l'espérance reste accessible analytiquement. Dans ce cas de figure, la formule fermée doit être utilisée afin d'optimiser le nombre de simulation assurant la convergence du modèle, la simulation étant quant à elle utilisée pour déterminer la distribution autour de ce best estimate.

En présence d'interactions actif-passifs optimisables, seul un modèle basé sur la simulation peut être retenu



## Quel modèle ?

Dans ce cas, le modèle doit être capable de projeter les flux de trésorerie dans l'univers historique et dans l'univers risque neutre.

Si ce point peut être effectué via un modèle basé sur la simulation, une attention particulière devra être apportée au niveau de la cohérence des deux projections.

A titre d'exemple la projection sous l'univers risque neutre sera effectuée sur la base d'une volatilité implicite lorsque la projection sous l'univers historique sera effectuée sur la base d'une volatilité historique. Or ces deux volatilités s'avèrent souvent (et à tort de part la contrainte sur la prime de risque) différentes.

Une technique permettant de supprimer ces incohérences consiste à se tourner vers des modèles à déflateurs.



## Quel modèle ?

Le déflateur est une fonction d'actualisation stochastique qui intègre une composante risque et une composante temps. Elle permet, sur la base de flux de trésorerie projeté dans l'univers historique d'obtenir la valeur de marché de ces flux et ceux à n'importe quelle date.

Aussi, dans le cadre de la mise en place d'un modèle interne, les modèles basés sur les déflateurs seront à privilégier.

## Exemple de modèle analytique

### Mutualisation conditionnelle

En présence d'autres facteurs de risque, seule la distribution conditionnelle à ces risques présente un caractère gaussien.

Autrement dit, en notant  $Z$  la variable aléatoire synthétisant les risques pris en compte, on a la convergence en loi :

$$\frac{\Lambda|Z - E(\Lambda|Z)}{\sigma(\Lambda|Z)} \xrightarrow{|I| \rightarrow \infty} N(0,1)$$

Partant de ce constat, on cherche à estimer la distribution de la loi sur la base de la connaissance de sa transformée de Laplace empirique. En effet, cette dernière permet de définir totalement la loi de l'engagement.

## Exemple de modèle analytique

### Mutualisation conditionnelle

Partant de l'équivalence suivante :

- la convergence de la loi conditionnelle de  $\Lambda$  vers une loi log-normale



- convergence de la transformée de Laplace de la loi conditionnelle vers la transformée de Laplace d'une gaussienne.

On a :

$$\lim_{|I| \rightarrow \infty} E(e^{-u\Lambda} | Z) = \exp\left(-uE(\Lambda | Z) + \frac{u^2 \sigma^2(\Lambda | Z)}{2}\right)$$

## Exemple de modèle analytique

### Mutualisation conditionnelle

Sur la base de la connaissance de la transformée de Laplace conditionnelle, on déduit la transformée de Laplace par application de la propriété suivante :

$$E(g(\Lambda)) = E\left(E\left[g(\Lambda|Z)\right]\right)$$

De ce fait on a :

$$\lim_{|I| \rightarrow \infty} E\left(e^{-u\Lambda}\right) = \lim_{|I| \rightarrow \infty} E\left(E\left(e^{-u\Lambda} | Z\right)\right)$$

$$\lim_{|I| \rightarrow \infty} E\left(e^{-u\Lambda}\right) = E\left(\exp\left(-uE(\Lambda|Z) + \frac{u^2\sigma^2(\Lambda|Z)}{2}\right)\right)$$

Le calcul de cette espérance se faisant de manière empirique.

## Exemple de modèle analytique

### Mutualisation conditionnelle

$$\Phi(u) = E(e^{-u\Lambda}) \approx \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \exp\left(-um^k + \frac{u^2 v^k}{2}\right)$$

avec  $m^k = \sum_{i \in I} m_i^k$  et  $v^k = \sum_{i \in I} v_i^k$  les espérances et variances empiriques du segment calculées à partir des valeurs individuelles.

On a finalement :

$$\Phi(u) = E(e^{-u\Lambda}) \approx \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \exp\left(-um^k + \frac{u^2 v^k}{2}\right)$$

Ainsi il reste à calculer les espérance et variance conditionnelle à la connaissance des risques systématiques.

## Exemple de modèle analytique

### Risque mutualisable

Aussi, il est préférable de prendre en compte les risques mutualisables analytiquement puis de recourir à la simulation afin de capter l'impact des risques systématiques.

En ignorant les risques systématiques et de part la définition des risques mutualisables, on peut considérer les assurés comme indépendants. De plus, la prestation maximale étant bornée par une constance absolue on a :

$$\Lambda = \sum_{i \in I} p_i X_i \quad \longrightarrow \quad \frac{\Lambda - E(\Lambda)}{\sigma(\Lambda)} \xrightarrow{|I| \rightarrow \infty} N(0,1)$$

Aussi, sur la base de la connaissance de l'espérance et de la variance de  $\Lambda$ , la formule précédente permet d'approximer la distribution de la charge future actualisée.

## Exemple de modèle analytique

### Risque mutualisable : calcul de l'espérance de $\Lambda$

Cette étude est menée sur la base de l'hypothèse (non restrictive) que les risques mutualisables présentent une espérance égale à 1 et ne présentent donc aucun impact sur la valeur du *best estimate* théorique. De ce fait, seul le calcul des volatilités théoriques fera référence à ces risques.

Notons  $\pi_t$  la probabilité que le flux soit payé et  $x_t$  le montant actualisé associé à ce flux. Comme on a :

$$E(\Lambda) = \sum_{t=0}^m x_t \pi_t$$

## Exemple de modèle analytique

### Risque mutualisable : calcul de la variance de $\Lambda$

Ce risque peut être complexe : on peut y intégrer tous les aléas affectant les prestations qui se mutualisent entre les individus. Lorsqu'on prend en compte ces aléas en plus du risque d'échantillonnage associé au modèle de durée on utilise alors pour calculer la variance l'équation :

$$V(\Lambda) = V(E(\Lambda|P)) + E(V(\Lambda|P))$$

On note  $\varepsilon_t$  l'aléa impactant le montant de prestations payées en  $t$  et on suppose qu'il suit une loi log-normale d'espérance unitaire.

## Exemple de modèle analytique

### Risque mutualisable : calcul de la variance de $\Lambda$

Dans le cas de contrats de rente on obtient :

$$E(\Lambda|\varepsilon) = \sum_{t=0}^m x_t \varepsilon_t \pi_t \quad V(\Lambda|\varepsilon) = \sum_{t=0}^m \pi_t \left[ x_t^2 \varepsilon_t^2 + 2x_t \varepsilon_t \sum_{u<t} x_u \varepsilon_u \right] - \left( \sum_{t=0}^m x_t \varepsilon_t \pi_t \right)^2$$

Qui sachant la loi de  $\varepsilon_t$  permet d'obtenir :

$$V[E(\Lambda|\varepsilon)] = \sum_{t=0}^m x_t^2 (e^{\sigma_t^2} - 1) \pi_t^2 \quad E[V(\Lambda|\varepsilon)] = \sum_{t=0}^m \left[ x_t^2 e^{\sigma_t^2} \pi_t (1 - \pi_t) + 2 \sum_{u<t} x_t x_u \pi_t (1 - \pi_u) \right]$$

## Exemple de modèle analytique

### Risque mutualisable : calcul de la variance de $\Lambda$

Dans le cas de contrats capitaux décès on obtient :

$$E(\Lambda|\varepsilon) = \sum_{t=0}^m x_t \varepsilon_t \pi_t \quad V(\Lambda|\Sigma) = \sum_{t=0}^m \left[ x_t^2 \varepsilon_t^2 \pi_t (1 - \pi_t) - 2 \sum_{t < u} x_t x_u \varepsilon_t \varepsilon_u \pi_t \pi_u \right]$$

Qui sachant la loi de  $\varepsilon_t$  permet d'obtenir :

$$V[E(\Lambda|\varepsilon)] = \sum_{t=0}^m x_t^2 (e^{\sigma_t^2} - 1) \pi_t^2 \quad E[V(\Lambda|\varepsilon)] = \sum_{t=0}^m \left[ x_t^2 e^{\sigma_t^2} \pi_t (1 - \pi_t) - 2 \sum_{u < t} x_t x_u \pi_t \pi_u \right]$$



## Cas d'une modèle basé sur la simulation

### Logique du modèle

Le modèle doit distinguer les risques primaires des risques secondaires.

Dans le cas présent on considère que les risques secondaires correspondent aux fluctuations autour des tables de survenance.

Les risques primaires correspondent au risque financiers et les risques de table



## Cas d'une modèle basé sur la simulation

### Modélisation des risques primaires

Les risques primaires sont modélisés sur la base de tirages successifs de différents états de la nature.

Chaque état de la nature correspond à une réalisation des rendements d'actifs et des différentes tables (mortalité, incapacité, invalidité, maintient, rachats...)

## Cas d'un modèle basé sur la simulation

### Modélisation des risques secondaires

Pour un individu, on simule la survenance de l'évènement associé à la loi décrite par la fonction survie .

Cet évènement est interprété comme la date de fin de paiement des prestations pour une rente ou comme la date de paiement de la prestation pour un capital.

En pratique la simulation de cet instant de survenance s'effectue en remarquant que si  $U$  est une variable uniforme :

$$\sum_{i=0}^{j-1} p_i \leq U < \sum_{i=0}^j p_i \rightarrow T_x = x + j$$

avec : 
$$p_i = q_{x+i} \times \prod_{j=0}^{i-1} (1 - q_{x+j})$$



## SOMMAIRE

1. Préambule
2. Modélisation des risques
3. **Systeme de gestion des risques**
4. Solvabilité 2 – Pilier 1
5. Solvabilité 2 – cas pratique
6. ORSA



## Gestion des risques et ERM

L'objectif final de la directive Solvabilité 2 est d'encourager les compagnies a mettre en place un système de gestion des risques intégrés.

Ce système se base sur :

- une identification et une mesure des risques portés par la compagnie.
- un ensemble de processus ainsi qu'une gouvernance permettant de maitriser ces risques. Ce dernier point est fondamental afin d'obtenir un lien entre la gestion théorique et la gestion effective.

*In fine*, ce système a pour objectif de **détecter**, **mesurer**, **suivre** et **communiquer** sur l'ensemble des risque de la structure (actuels et futurs). Aussi il s'agit d'un système gérant des problématiques quantitatifs, de gouvernance et de processus.

**W**INTER  
& ASSOCIÉS



## Gestion des risques et ERM

L'ERM (Entreprise Risk Management) est au cœur des systèmes de gestion des risques. Il est à noter qu'il constitue un point central du processus de notation.

Si la gestion des risques est un processus relativement bien intégré dans les entreprises, il ne l'est que partiellement dans le monde de l'assurance (notamment au niveau des acteurs de taille moyenne). Solvabilité 2 et plus particulièrement le Pilier 2 va conduire les compagnies à développer leur dispositif d'ERM.

Le système de gestion des risques se trouve à l'intersection de trois contraintes :

- Les contraintes réglementaires : Pilier 2
- Les contraintes liées à l'activité d'assureur : nécessité de prendre du risque afin de rester compétitif
- Les contraintes liées au marché : les agences de notations.



## ERM – quelques définitions

### ❑ COSO – Committee of Sponsoring Organizations of the Treadway Commission

Il s'agit d'un référentiel de contrôle interne qui est utilisé, notamment, dans le cadre de la mise en place des dispositions relevant de la Loi de Sécurité Financière (2003).

Le COSO2 propose un cadre de référence pour l'ERM (2004).

↪ *Enterprise risk management is a **process**, effected by an **entity's board** of directors, management and other personnel, **applied in strategy setting** and across the enterprise, designed to **identify** potential events that may affect the entity, and **manage** risk to be within its **risk appetite**, to provide reasonable assurance regarding the **achievement of entity objectives**.*

[Source : http://www.coso.org/documents/COSO\\_ERM\\_ExecutiveSummary.pdf](http://www.coso.org/documents/COSO_ERM_ExecutiveSummary.pdf)



## ERM – quelques définitions

### CAS – Casualty Actuarial Society

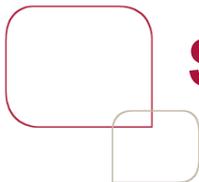
En 2003, le CAS pose la définition suivante de l'ERM

↳ “ERM is the **discipline** by which an organization in any industry assesses, **controls**, **exploits**, **finances**, and **monitors** risks from all sources for the purpose of increasing the organization's short- and long-term **value to its stakeholders**.

Source : <http://www.casact.org/research/erm/overview.pdf>

De nombreuses autres définitions peuvent être trouvées notamment celle de Standard & Poor's ou la norme internationale ISO 31000. *In fine* elle peuvent se résumer via le schéma suivant :

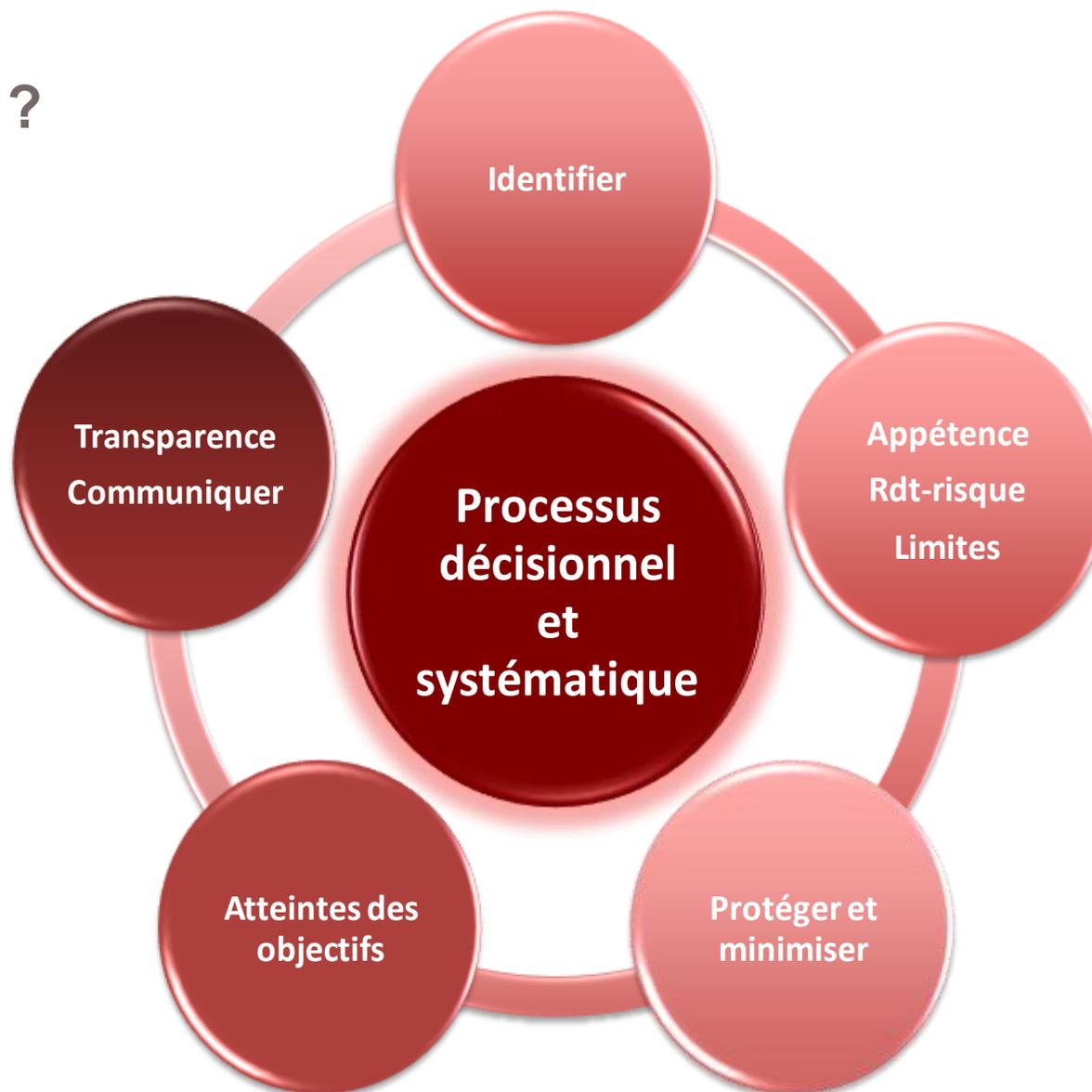
**W**INTER  
& ASSOCIÉS



# Systeme de gestion des risques



## Quels objectifs ?





## Vers une conscience collective du risque

Le management doit instaurer au sein de la compagnie une véritable culture du risque :

- Promouvoir la remontée des incidents.
- Rendre le processus transparent
- Communiquer sur les risques majeurs
- Augmenter l'autonomie des équipes afin qu'elles soient en mesure de gérer par elles-mêmes les risques mineurs.



## Quelle méthodologie ?

Quand bien même le système de gestion des risques reste un processus propre à chaque structure, il existe 4 pratiques couramment retenues :

### 1<sup>er</sup> principe : remettre en cause les processus existants

- Accepter de remettre en cause les décisions du passé.
- Anticiper les événements improbable (mais dangereux pour la structure) et prévoir la procédure qui devra être appliquée.

### 2<sup>ème</sup> principe : ne pas se focaliser que sur l'historique

- Tenir compte du fait que la connaissance du passé ne permet pas de connaître parfaitement le futur (distorsion induite par l'analyse d'un phénomène entièrement connu, sous-estimation de la complexité du marché).



## Quelle méthodologie ?

### 3<sup>ème</sup> principe : rechercher la diversification

- Favoriser si possible des classes d'investissements permettant de diversifier les risques.
- Tester le niveau de robustesse de cette diversification.

### 4<sup>ème</sup> principe : prôner la transparence

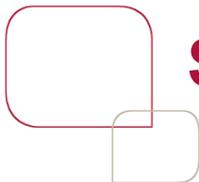
- Les modèles quantitatifs ne doivent pas se substituer aux décisions du management et au bon sens.
- Le processus de gestion des risques doit être bien intégrés dans le processus décisionnel
- Prévoir une séparation des preneurs de risques, des propriétaires et des contrôleurs.
- Une forte implication du top-management



## Quelle grille d'analyse ?

D'une manière non-exhaustive les risques suivants peuvent être suivis :

- les risques quantitatifs du Pilier 1 qui touchent la compagnie ;
- les risques d'images et risques stratégiques ;
- les risques informatiques ;
- les risques liés à la fraude ;
- les risques liés à la sécurité (du personnel, des locaux, des systèmes d'information) ;
- ...



# Systeme de gestion des risques



## Quelle grille d'analyse ?

		Sévérité					
		100 k€	500 k€	1 M€	10 M€	50 M€	100 M€
Fréquence	Journalier	risque moyen	Risque fort				
	Hebdomadaire	risque moyen	Risque moyen à fort	Risque fort	Risque fort	Risque fort	Risque fort
	Mensuel	risque moyen	risque moyen	Risque fort	Risque fort	Risque fort	Risque fort
	Trimestriel	risque moyen	risque moyen	Risque moyen à fort	Risque fort	Risque fort	Risque fort
	Annuel	Risque faible	Risque faible	risque moyen	Risque moyen à fort	Risque fort	Risque fort
	tous les 10 ans	Risque faible	Risque faible	Risque faible	risque moyen	Risque moyen à fort	Risque fort
	Tous les 50 ans	Risque faible	Risque faible	Risque faible	Risque faible	risque moyen	Risque moyen à fort

 Risque faible  
 risque moyen

 Risque moyen à fort  
 Risque fort



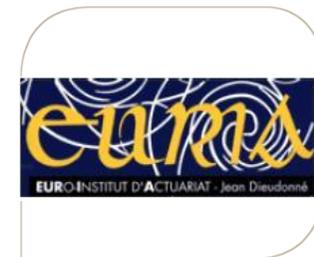
## Gouvernance

Solvabilité II introduit la notion de « système de gouvernance » dont l'objectif est de garantir une gestion saine, prudente et efficace de l'activité

Ce système se compose :

- structure organisationnelle : transparente les responsabilités et tâches de chacun
- règles de prise de décision, de *reporting* interne, de communication, de coopération, de rémunération et de supervision

Concerne l'ensemble du fonctionnement de l'organisme, et pas seulement celui des instances dirigeantes



## Gouvernance

Au niveau de la dimension qualitative, les principaux travaux à mener sont :

### Article 41 :

- adéquation de la gouvernance avec le profil de risque de la compagnie ;
- formalisation et transparence de la structure organisationnelle ;
- processus de communication des incidents et présence d'un plan d'urgence.

### Article 44 :

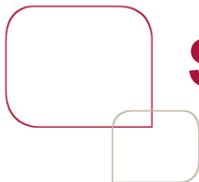
- fonction gestion des risques.

### Article 46 :

- fonctionnement du contrôle interne et son intégration dans la compagnie.

### Article 47 :

- audit interne des risques : les risques (existants et émergents) de la compagnie ainsi que ses préférences de risque.



## Gouvernance

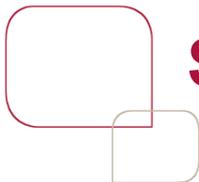
De manière opérationnelle, les chantiers à mettre en place sont les suivants :

- **La cartographie des risques de la compagnie.**
  - intègre les risques existants et émergents, internes et externes ;
  - calcule l'exposition correspondante afin de détecter les facteurs de risque les plus pénalisants et ceux apportant le plus de diversification pour l'entreprise ;
  - met en avant les préférences de risques de la compagnie.
- **La cartographie des propriétaires et des preneurs de risques.**
  - étape essentielle pour la communication des limites de risques ;
  - analyse l'indépendance entre les preneurs de risques et l'organisme les contrôlant en interne.

## Gouvernance

- **La structure générale de gouvernance du risque :**
  - lien entre les différents services ;
  - synthèse de la politique de communication de culture du risque ;
  - analyse du rôle central du conseil d'administration et de son règlement (principe des 4 yeux).
- **Le mode de fonctionnement de l'audit interne :**
  - description de la méthode de suivi des risques (bottom up, top down) ;
  - existence et efficience de la documentation ;
  - présence de reporting, de plans d'action, d'une base incidents Solvabilité 2 et d'indicateurs d'alerte.

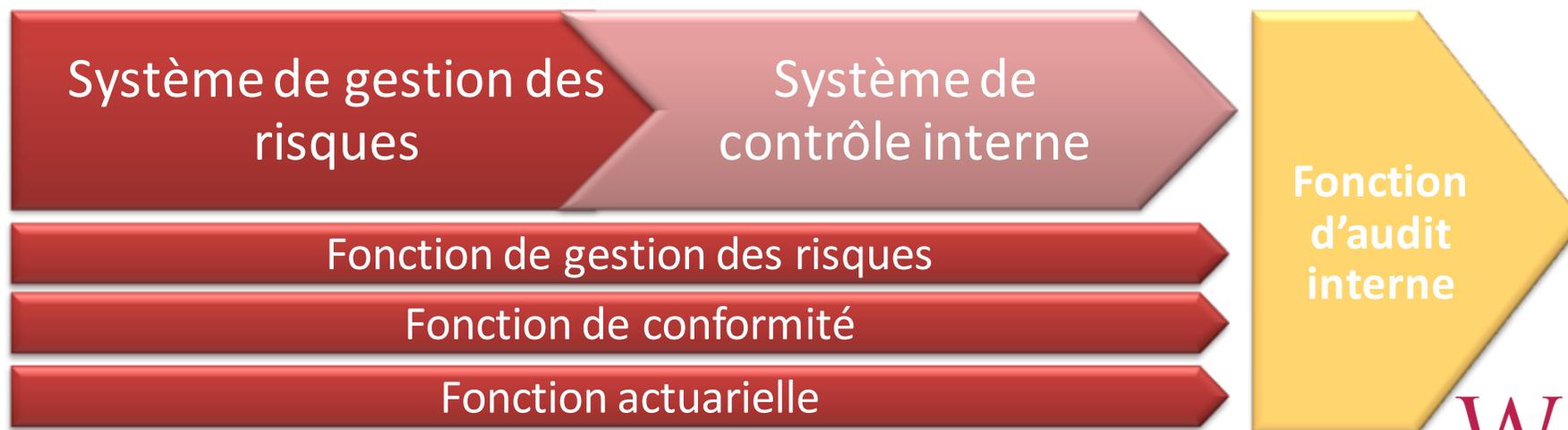
Cette fonction doit être exercée d'une manière objective et indépendante des fonctions opérationnelles. Ces conclusions et recommandations sont communiquées à l'organe d'administration.



## Fonctions et systemes

### Fonction : capacite administrative a accomplir des taches

- Liberte d'organisation (service, departement mais aussi « task force », comite, equipe, cellule,...)
- Les fonctions participent aux systemes (qui comprennent des strategies, des procedures ecrites,...)



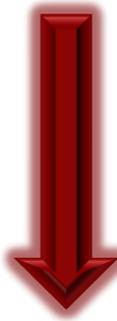
Les fonctions sont susceptibles d'etre externalisees, pas les systemes !

## Fonctions et systemes

Fonction gestion des risques : assure la liaison entre les dirigeants et les preneurs de risque

- coordonne les activites de gestion des risques ;
- verifie l'adequation du systeme de gestion des risques ;
- controle l'application des politiques de gestion des risques ;
- identifie les deficiences du systeme de gestion des risques.

Dans le cas du risque d'investissement :

- 
- identifie, mesure, gere, suit et controle les risques associes aux placements
  - developpe des politiques ecrites sur les placements
  - veille a la mise en oeuvre de ces politiques
  - etablit des recommandations a destination du management

Exemple : limiter les concentrations, conserver les non coté a un niveau prudent



## Fonctions et systèmes

### Fonction actuarielle : coordination du calcul des provisions techniques

- A ce titre peut participer au calcul des provisions techniques.
- Évalue la fiabilité et l'adéquation du calcul des provisions techniques et en informe les dirigeants

### Avis sur la politique générale de souscription et sur l'adéquation des accords de réassurances

- Contribution à la mise en oeuvre du système de gestion des risques

En cas d'insuffisance de la qualité des données, son rôle est accrue



## Fonctions et systèmes

### Fonction audit interne:

#### Séparation des fonctions opérationnelles

- Si la fonction d'audit peut donner son avis sur un principe du contrôle interne, elle ne peut concevoir ou mettre en œuvre des mesures de contrôle interne.

#### Interdiction pour un employé d'auditer une activité à laquelle il a récemment participé

#### Absence de contrôle des dirigeants sur le plan d'audit

- Il est défini par la fonction d'audit et priorise en fonction des sources de risques
- Il garantit que toutes les activités matérielles sont auditées suffisamment régulièrement

## Externalisation des fonctions - un modèle graduelle

### A Minima

- La responsabilité reste dans l'organisme.
- une politique écrite sur l'externalisation existe

### Pour les fonctions critique ou importantes

- Exigences particulières garantissant le respect de la qualité du système de gouvernance
- Exigences de notification de l'externalisation au superviseur

### Fonction clés

- Exigences de compétence et d'honorabilité sur le sous-traitant et sur le responsable de la fonction en interne
- La notification désigne le responsable de la fonction clé chez le sous-traitant



## Aspect quantitatif

Au niveau de la dimension qualitative, les principaux travaux à mener sont :

### Article 44 :

- un système de gestion des risques exhaustif et documenté (art. 44-2) ;

### Article 45 :

- la présence d'outils permettant de mettre en place un politique d'ORSA ;
- la présence d'outils permettant de juger de l'adéquation de la formule standard au profil de risque de la compagnie ;
- une évaluation des risques basée sur des méthodes pertinentes ;

### Article 48 :

- la présence d'une fonction actuarielle permettant de valider la qualité des données, des modèles et des méthodes appliqués dans le cadre du calcul de provisions techniques



## Aspect quantitatif

Les principaux travaux quantitatifs à mener présentent une forte dimension outil et doivent présenter deux axes :

- un axe outils : documentation, efficience, suivi et alimentation ;
- un axe risques : présence d'un outil permettant de modéliser chaque risque, relation de proportionnalité entre la modélisation du risque et le risque lui-même.

De manière synthétique les étapes à franchir peuvent se synthétiser en 3 points :

- capacité des outils (interne et externe) : risques modélisés, *output* du modèle, indicateurs de risques synthétiques, modélisation des extrêmes ...
- documentation des outils (interne et externe) : spécification techniques, backtesting, fréquence de mise à jour, qualité des données.
- **mise en place d'un processus d'ORSA.**



## Aspect quantitatif

Au-delà des notions d'outils et de documentation, de nombreux dispositifs actuelles permettent de gérer l'aspect quantitatif du risque :

- La MCEV ;
- Le Pilier 1 du dispositif Solvabilité 2 ;
- L'ORSA ;
- Les normes IFRS.



## SOMMAIRE

1. Préambule
2. Modélisation des risques
3. Système de gestion des risques
4. **Solvabilité 2 – Pilier 1**
5. Solvabilité 2 – cas pratique
6. ORSA



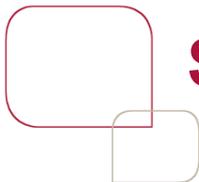
### Principe

« Établir un cadre européen sûr et pérenne pour que l'assurance continue à être un vecteur de croissance et de stabilité économique pour l'Europe ».

La création d'un cadre prudentiel plus adapté aux risques réels pesant sur les compagnies d'assurance.

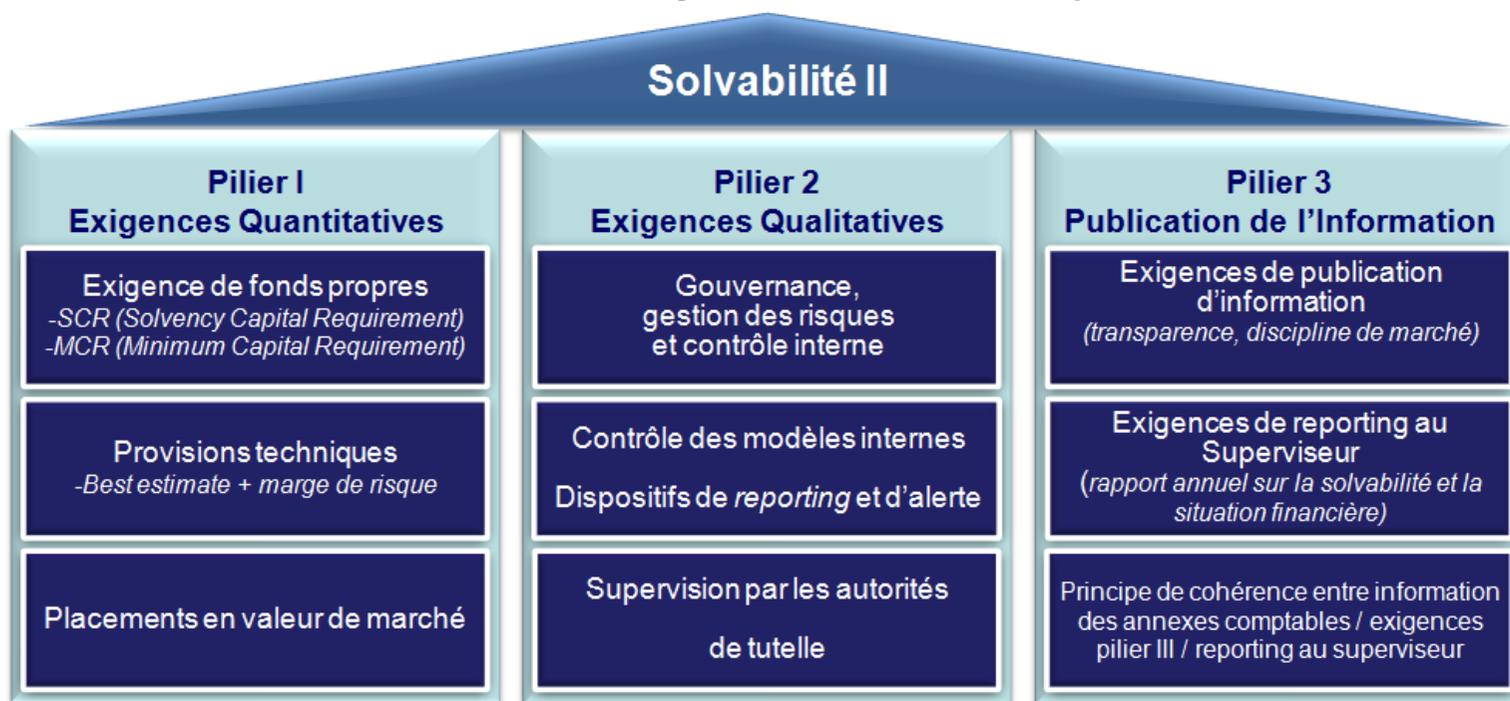
L'encouragement et l'incitation des entreprises d'assurance à mesurer et à gérer leurs risques (développer les modèles internes de type ALM).

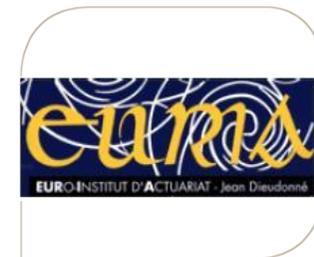
La distinction d'une exigence cible fondée sur une approche économique (*Solvency Capital Requirement – SCR*) et d'une exigence minimum (*Minimum Capital Requirement- MCR*) permettant une intervention graduée du contrôle



## Principe - Un référentiel ventilé en 3 piliers :

La Directive Solvabilité II est le résultat d'un consensus de place entre l'ensemble des acteurs européens (institutions de prévoyance, mutuelles, compagnies,..) et leurs autorités de contrôles. Ce dernier s'organise schématiquement en 3 Piliers :





### Principe - Un référentiel ventilé en 3 piliers :

De manière synthétique, ces 3 Piliers peuvent être résumés de la façon suivante :

- ❑ Le **Pilier 1** vise à s'assurer que la compagnie a la capacité, à une date donnée et donc à une exposition aux risques donnée, de faire face sur les 12 mois à venir, à ses obligations dans 99,5% des cas. Il s'agit donc d'un Pilier purement quantitatif.
- ❑ Le **Pilier 2** vise à corriger les imperfections du 1er Pilier :
  - prise en compte d'une dimension prospective *via* le plan stratégique
  - prise en compte du profil de risque de la compagnie et validation de l'adéquation de la formule standard.
  - prise en compte de la gouvernance de la compagnie

Il s'agit donc d'un Pilier qualitatif (capacité à gérer et déclarer les risques) et quantitatif (capacité à déceler et mesurer les risques).

- ❑ Le **Pilier 3** vise à harmoniser la communication faite aux assurés et à l'ACP.



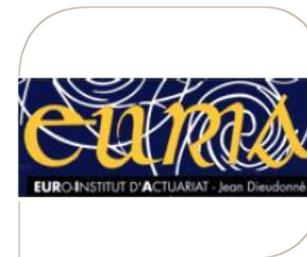
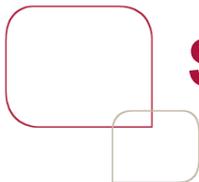
### Principe - Trois niveau de textes :

**Niveau 1** : la directive approuvé fin 2009. Fixe les grands principes sans détailler les modalités de calcul. Elle sera cependant amendée prochainement par la directive OMNIBUS 2 :

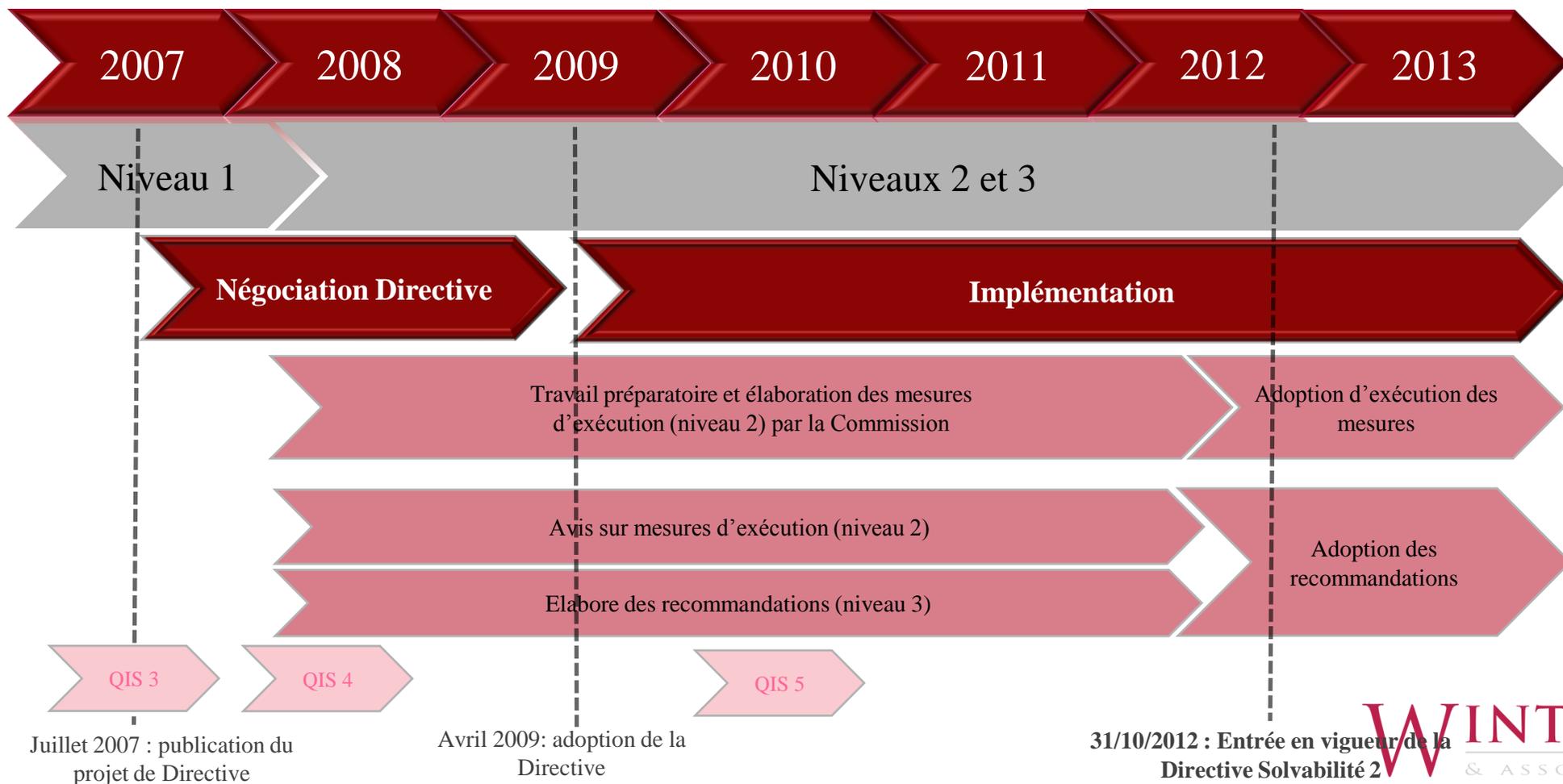
- *plus de latitude d'adaptation pour la Commission Européenne ;*
- *entrée en vigueur officielle au 31 décembre 2012 ;*
- *mesures de transition : 3 ans pour la gouvernance et le rapport de solvabilité ; 5 ans pour le reporting réglementaire ; 10 ans pour les exigences quantitatives*
- *mise en place un régime d'équivalence pour les filiales basées dans des pays non soumis à Solvabilité II.*

**Niveau 2** : principes de calcul applicables dans toute l'Europe. Relativement durs à modifier en cas de crise passagère.

**Niveau 3** : particularité propre à chaque marché.



## Principe - Des échéances qui ne sont pas encore totalement définies



### Principe - Principales étapes de calcul sous le pilier 1

#### 1) Définir l'**Actif Net Réévalué**

- valoriser l'actif

*Les placements sont comptabilisés à leur valeur de marché, les autres actifs suivent les principes IFRS (à l'exception des goodwill et actifs incorporels). La reconnaissance des plus ou moins values latentes donne naissance à un impôt différé.*

- valoriser les engagements d'assurance de manière **best estimate**

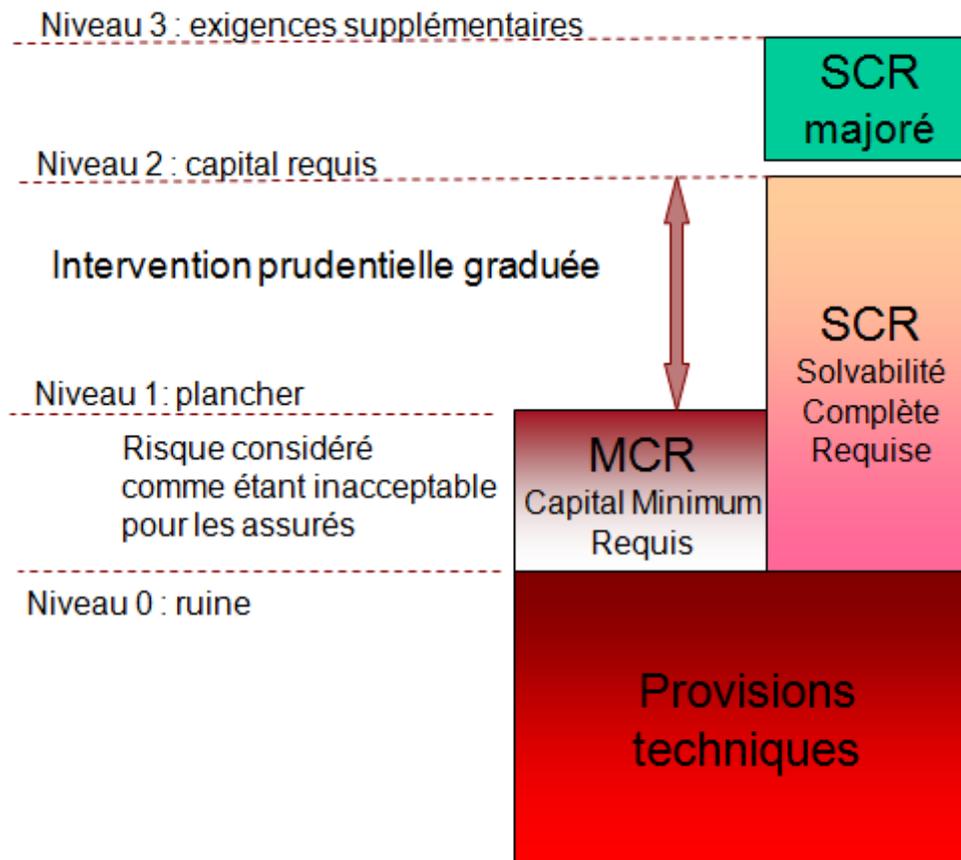
*Ce calcul doit être effectué sur la base de données propres à la compagnie et actualisé sur la base de la courbe des taux sans risque augmentée d'une prime d'illiquidité. L'écart de valorisation entre le référentiel Solvabilité 1 et le référentiel Solvabilité 2 (best estimate+ Marge pour risque) donne naissance à un impôt différé*

- le compléter d'une marge pour risque

#### 2) Calculer les **SCR, MCR**

#### 3) Comparer l'**ANR** et le **SCR**, en déduire le ratio de couverture.

## Principe



### SCR majoré

Capital add-on à la discrétion des autorités de contrôle (risques, gouvernance)

### 3) SCR

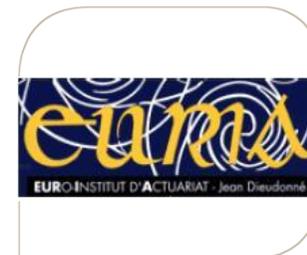
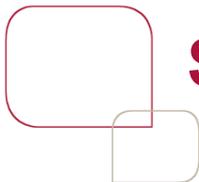
Capital nécessaire pour ne pas être en ruine à horizon de un an avec une probabilité de 99,5% (une ruine tous les 200 ans). Calcul selon modèle standard ou modèle interne

### 2) MCR

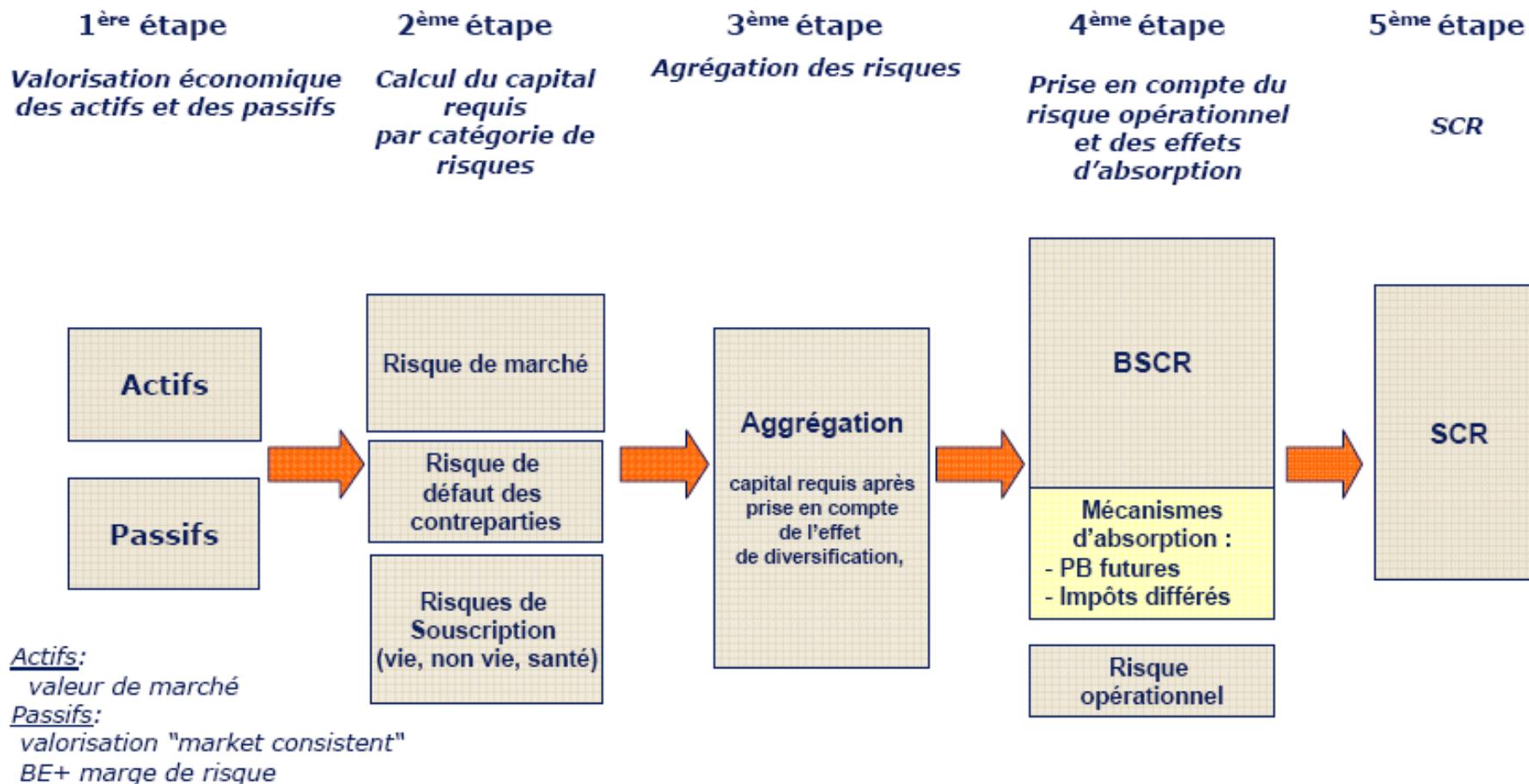
Capital minimum requis

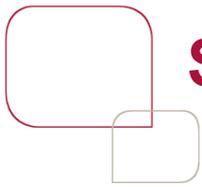
### 1) Provisions techniques

Calcul basé sur une approche économique = Best Estimate + Marge de prudence (« coût du capital »)



## Principe

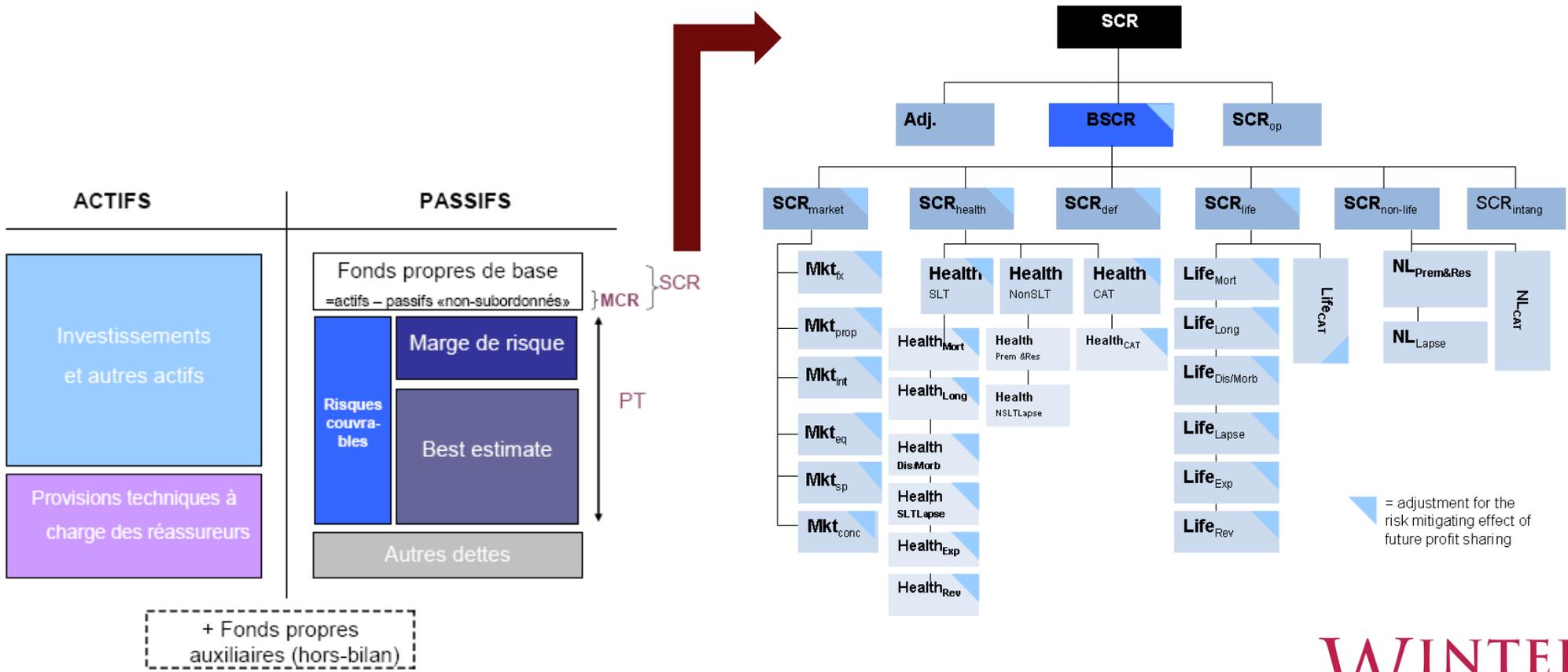




# Solvabilité 2



## Principe – logique de la formule standard



### Principe - un calcul du SCR basé sur le calcul du *best estimate*

Les calculs liés au risque de souscription et de provisionnement se scindent en 2 grandes catégories :

- Impact sur le BEL de chocs sur les lois de durée (mortalité, rachat, invalidité, dépendance) ainsi que sur les dépenses.
  - ↳ Ces calculs nécessitent de re-projeter les flux de trésorerie sur la base de scénarios dégradés.
- Impact d'un choc sur le ratio S/P. Le coût de fonds propres lié à cet impact est modélisé en appliquant un facteur aux montant de provisions et de primes :

$$Health_{Premium\&Reserve}^{NonSLT} = \rho(\sigma_{NonSLT\ Health}) \times V_{NonSLT\ Health}$$

- ↳ Outre des données comptables, son calcul ne nécessite que la connaissance du *best estimate* de sinistralité.

### Principe - un calcul du SCR basé sur le calcul du *best estimate*

La forme du choc sur le S/P est justifiée par le fait que, pour les lois normales et log-normales l'écart entre le quantile d'ordre  $p$  et l'espérance s'écrit :

$$SCR_p = x_p - \mu = \rho_p \left( \frac{\sigma}{\mu} \right) \times \mu$$

avec :

$$- \rho_p(x) = \frac{\exp\left(u_p \times \sqrt{\ln(x^2 + 1)}\right)}{\sqrt{x^2 + 1}} - 1 \quad \text{pour une loi log-normale}$$

$$- \rho_p(x) = u_p \times x \quad \text{pour la loi normale.}$$

### Principe - un calcul du SCR basé sur le calcul du *best estimate*

Dans le cas d'une variable aléatoire  $X$  de loi  $X \text{ LN}(a,b)$  ou  $a$  :

$$q_{99,5\%}^X = \exp\left(N^{-1}(99,5\%) \times b + a\right) = \exp\left(N^{-1}(99,5\%) \times b - 0,5 \times b^2\right) \times E(X)$$

Par définition de  $\rho(\sigma)$  on a donc :

$$\rho(\sigma) = \exp\left(N^{-1}(99,5\%) \times b - 0,5 \times b^2\right) - 1$$

Or dans le cas d'une loi  $\text{LN}(a,b)$ , le coefficient  $b$  vérifie l'équation suivante :

$$b = \sqrt{\ln(cv^2 + 1)} = \sqrt{\ln(\sigma^2 + 1)}$$

où  $\sigma$  représente le coefficient de variation de  $X$  (cf. notation QIS5).

### Principe - un calcul de la MVM basé sur le calcul du *best estimate*

Elle correspond au coût d'immobilisation des fonds propres (au-delà du taux sans risque). Les SCR projetés ne prennent en compte que les besoins en capitaux liés aux risques financiers évitables.

↳ La principale difficulté réside dans la projection de l'espérance des SCR futurs.

De ce fait l'EIOPA propose un ensemble de simplifications conduisant à exprimer la marge pour risque sur la base du SCR ou du BEL initial (méthode n°4) :

$$CoCM \approx \frac{CoC}{1 + r_1} \times Dur_{\text{mod}} \times SCR_{lob}^{tf}(0)$$

↳ In fine, le calcul de la marge pour risque ne nécessite pas de développer de modèle de projection.

## Principe – Exemple de chocs dans le cas de contrats de prévoyance

Risques	Vie							Non vie		
	Mortalité	Longévité	Invalidité	Rachat	Dépenses	Révision	Catastrophe	Primes et provisions	Rachat	Catastrophe
<b>RISQUES COUVERTS</b>										
Décès	X			X	X		X			
Perte d'emploi								X	X	X
Garanties moyens de paiement								X	X	X

## Principe – Exemple de chocs dans le cas de contrats de prévoyance

Risques	Santé SLT (Similar to Life Techniques)						Santé NonSLT		Santé
	Mortalité	Longévité	Invalidité	Rachat	Dépenses	Révision	Primes et provisions	Rachat	Catastrophe
<b><u>RISQUES COUVERTS</u></b>									
IAD			X	X	X				X
Dépendance/Perte d'autonomie		X	X	X	X				X
Incapacité/Invalidité		X	X	X	X				X
Santé							X	X	X
GAV (hors décès)							X	X	X

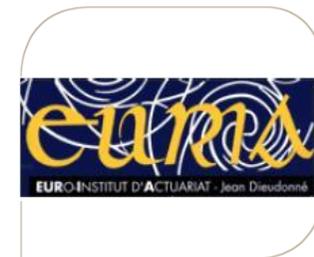
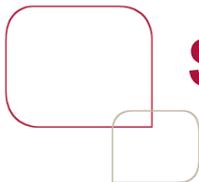


### Segmentation

Les contrats d'assurance doivent être segmentés en lignes d'activité qui reflètent au mieux le risque sous-jacent.

Cette segmentation doit être établie non pas sur la base de la segmentation du code des assurances mais en appliquant le principe de *substance over form*: Les contrats qui sont gérés sur la base de techniques d'assurance vie doivent être classés en vie (Life ou SLT-Health) et de même pour la non vie.

*In fine*, 4 grandes classes de segmentation sont définies : vie, non-vie, santé vie et santé non-vie. Appliquer une bonne segmentation est primordiale dans le sens où elle définit les chocs qui seront appliqués par la suite.



### Segmentation

Segmentation pour les engagements assimilables à l'assurance Vie (cf. TP.1.19):

**1<sup>er</sup> niveau de segmentation :**

- Contrats avec clauses de participation aux bénéfices
- Contrats où les assurés supportent le risque d'investissement
- Autres contrats sans clause de participation aux bénéfices
- Contrats de réassurance

**2<sup>ème</sup> niveau de segmentation :**

- Contrats dont le risque principal est le décès
- Contrats dont le risque principal est la survie
- Contrats dont le risque principal est l'invalidité/incapacité
- Contrats d'épargne



### Segmentation

Segmentation pour les engagements assimilables à l'assurance Non-Vie (cf. TP.1.15):

Assurance et  
réassurance  
proportionnelle non-vie

- Dépenses médicales
- Protection du revenu
- Indemnités de travail
- Responsabilité automobile, tiers
- Automobile, autres classes
- Marine, aviation et transport
- Incendie et autres dommages de biens
- Responsabilité civile, tiers
- Crédit et assurance caution
- Juridique
- Assistance
- Assurance non-vie divers

Réassurance non  
proportionnelle non-vie

- Engagements liés à la santé (hors travail)
- Engagements liés à la propriété
- Engagements liés aux accidents de travail
- Engagements liés à la marine, l'aviation et le transport

### Segmentation

Segmentation pour les engagements santé (cf. TP.1.25 et TP.1.27):

#### Assurance santé assimilable vie

- Contrats avec PB où le risque principal est l'incapacité/invalidité
- Contrats UC où le risque principal est l'incapacité/invalidité
- Autres contrats où le risque principal est l'incapacité/invalidité
- Rentes découlant de contrats assimilables non-vie

#### Assurance santé assimilable non-vie

- Dépenses médicales
- Protection du revenu
- Indemnités de travail

## Segmentation – exemple n°1

Type de contrat	Type de couverture	Module
Assurance des Emprunteurs	Décès	SCR Life
	Incapacité / Invalidité	SCR Health <sub>SLT</sub>
	Perte d'emploi	SCR Non Life
	Assurance des moyens de paiement	SCR Non Life
Prévoyance Individuelle	Dépendance	SCR Health <sub>SLT</sub>
	Incapacité / Invalidité	SCR Health <sub>SLT</sub>
	Décès toutes causes et rente fixe en cas de décès	SCR Life
	Frais d'obsèques	SCR Life
	Assurance des moyens de paiement	SCR Non Life
Garantie des Accidents de la Vie	MAV	SCR Health <sub>Non-SLT</sub>

## Segmentation – exemple n°2

Définition	Classification
<b>Assurance maladie redoutée</b> Ils existent différents types de couverture possible (emprunteur, prévoyance..).	Cette diversité peut nécessiter 1 classification en <b>SLT Health ou Non- SLT Health</b>
<b>Assurance maladie critique accélérée</b> Païement d'une somme forfaitaire si survenance d'un des événements suivants : - décès, - maladies critiques ou invalidité.	Le principal risque couvert étant généralement le décès plutôt que la contraction d'une maladie. => <b>Life</b> et pas SLT Health
<b>Assurance frais d'obsèques</b>	<b>Life</b> et pas SLT Health
<b>Assurance frais de santé</b>	<b>Non- SLT Health</b>
<b>Rentes viagères en non-vie</b>	<b>Life</b> (sauf si assurance santé)
<b>Rentes viagères</b> relatives à protection de revenus et à une compensation pour salariés	<b>SLT Health</b>
<b>Garanties chômage</b>	<b>Non Life</b> et pas Non- SLT Health
<b>Assurance supplémentaire</b> souscrite en plus d'une assurance vie, en particulier : - accident personnel incluant l'incapacité pour l'emploi - décès résultant d'un accident - l'invalidité suite à un accident ou une maladie	<b>SLT Health</b>



## Segmentation

### Application de l'*unbundling*

Si un contrat présente des garanties qui devraient être classées dans diverses catégories, une séparation de ces garanties doit être appliquée :

- un contrat qui inclut des garanties vie et non-vie, doit être séparé en vie non-vie
- un contrat qui couvre des risques touchants au différentes *LoB* de l'assurance non-vie, doit être réparti entre ces différentes *LoB* ;
- un contrat couvrant des risques d'assurance vie doit toujours être réparti selon les 1<sup>ers</sup> segments suivants :
  - assurance vie avec participation aux bénéfices ;
  - contrats en unité de comptes ;
  - autres assurances vie.



### Définition et calcul des provisions techniques

L'article 76 de la Directive Solvabilité 2 dispose

*« La valeur des provisions techniques correspond au montant actuel que les entreprises d'assurance et de réassurance devraient payer si elles transféraient sur le champ leurs engagements d'assurance et de réassurance a une autre entreprise d'assurance ou de réassurance. »*

Cependant, le calcul étant mené sur la base d'hypothèses propres à la compagnie (notamment les frais), il ne s'agit pas d'une *Current Exit Value*.

Le mode de calcul des provisions techniques dépend de la répliquabilité du contrat d'assurance (art 77-4)



### Définition et calcul des provisions techniques

#### **Contrats répliquables (art 77-4):**

*« Lorsque de futurs flux de trésorerie liés aux engagements d'assurance ou de réassurance peuvent être, de manière fiable, répliqués au moyen d'instruments financiers pour lesquels il existe une valeur de marche fiable observable, la valeur des provisions techniques liées à ces futurs flux de trésorerie est déterminée à l'aide de la valeur de marche de ces instruments financiers. »*

En pratique peu de produits d'assurance présentent cette caractéristique

#### **Contrats non répliquables (art 77-1)**

Les provisions techniques sont évaluées par la somme du *best estimate* augmenté d'une marge de risque calculée suivant l'approche coût du capital.



### Définition et calcul du *best estimate*

La Directive Solvabilité 2 (art 77) et l'EIOPA (cf. CP n°26 et TS.V.2.2 des spécifications techniques du QIS5) retiennent comme définition du *best estimate* :

*« La moyenne pondérée en fonction de leur probabilité des futurs flux de trésorerie compte tenu de la valeur temporelle de l'argent, laquelle est estimée sur la base de la courbe des taux sans risque pertinente. »*

La directive européenne stipule que le *best estimate* doit être calculé brut de réassurance, en contrepartie un actif de réassurance, tenant compte des probabilités de défaut du réassureur est reconnu à l'actif (art 77-2 et art 81).

Dans le cas de contrats de coassurance, seule la partie propre à l'assureur doit être valorisée.

### Définition et calcul du *best estimate*

#### Flux à prendre en compte

Le calcul du BEL (*best estimate liabilities*) doit prendre en compte l'intégralité des flux de trésorerie qui seront payés afin d'honorer l'engagement d'assurance :

- ✓ prestations ;
- ✓ primes (*cf.* primes futures) ;
- ✓ frais (y compris financiers). Dans le cas des frais généraux, l'application du « *going concern* » conduit à n'en retenir qu'une quote part (TP.2.28) ;
- ✓ chargements.

#### Cas particulier des contrats non vie

L'évaluation du *best estimate* des provisions pour sinistres à payer (sinistres déjà survenus) et celles des provisions pour primes non acquises sont à effectuer séparément (*best estimate* de sinistralité et *best estimate* de primes).



### Définition et calcul du *best estimate*

#### Valeur de rachat

Dans certaines circonstances (principalement lors de la prise en compte de primes futures) le *best estimate* peut être négatif. Ce cas traduit un ratio combiné inférieur à 100% et les entreprises ne doivent pas chercher à le ramener à zéro.

Aucune valeur plancher de rachat implicite ou explicite ne doit être considérée comme la valeur de marché du passif pour un contrat.

↳ Ainsi, si la somme du *best estimate* et de la *risk margin* d'un contrat est inférieure à la valeur de rachat de ce contrat, on ne doit pas augmenter la somme afin d'égaliser la valeur de rachat.

## Définition et calcul du *best estimate*

### Formule de calcul

Dans le cadre de la simulation de  $N$  trajectoires de l'actif pour un horizon de projection  $T$  et un nombre d'assurés  $A$  on doit calculer :

$$BEL = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \sum_{t=1}^T \sum_{a=1}^A \frac{Flux_{t,n,a} - Cotisation_{t,n,a} + Frais_{t,n,a} - Chargement_{t,n,a}}{\left(1 + R_n(0,t) + Prime_{illiquidité}\right)^t}$$

Le point nécessitant le plus de travail est le calcul des flux de prestations, compte tenu des interactions actif / passif. On peut noter que si les flux ne dépendent pas de l'actif, alors on peut éviter la simulation :

$$BEL = \sum_{t=1}^T \sum_{a=1}^A \frac{Flux_{t,a} - Cotisation_{t,a} + Frais_{t,a} - Chargement_{t,a}}{\left(1 + R(0,t) + Prime_{illiquidité}\right)^t}$$



### Définition et calcul du *best estimate*

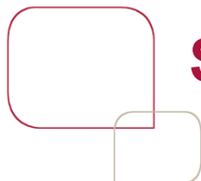
#### Hypothèses à retenir

Les hypothèses de calcul des provisions *best estimate* reposent sur des informations actuelles, crédibles, propres à la compagnie et cohérentes avec les données de marché. Ces hypothèses doivent présenter un caractère réaliste.

Selon le CP n°40, la courbe retenue pour l'actualisation doit vérifier 4 critères à savoir :

- ✓ pas de risque de crédit ;
- ✓ présenter des taux réalistes ;
- ✓ estimer *via* une méthode robuste ;
- ✓ être très liquides.

En pratique, l'EIOPA insiste sur l'utilisation de la courbe de taux *swap*.



### Définition et calcul du *best estimate*

#### Niveau de segmentation

En assurance de personne, le calcul du *best estimate* nécessite de prendre en compte l'expérience du portefeuille lorsque qu'il s'agit d'évaluer la probabilité de versement des flux futurs.

Le CP n°27 définit les règles à retenir en termes de segmentation qui doivent permettre d'aboutir à des groupes de risques homogènes.

En pratique, ces exigences conduisent à construire des tables sur la base d'un niveau de segmentation plus important afin d'affiner les hypothèses utilisées pour chaque sous population significatives du portefeuille et ainsi de réduire le risque de déformation de la loi avec le temps.



### Définition et calcul du *best estimate*

#### Niveau de segmentation

*A contrario*, un niveau de segmentation trop fin génère des risques systématiques qui doivent être quantifiés :

- ✓ un risque d'estimation ;
- ✓ un risque de modèle.

Le calcul *best estimate* doit tenir compte des facteurs de risques systématiques asymétriques car ils affectent directement son niveau. En effet, ces chocs viennent perturber la sinistralité moyenne qui a été observée, affectant de manière globale le montant des engagements de l'assureur.



### Prise en compte des primes futures

Les cotisations futures sont prises en compte si elles sont prévues dans le contrat et si elles répondent au moins à l'une des conditions suivantes :

- l'assureur peut juridiquement contraindre le souscripteur à payer les cotisations
- les montants garantis des règlements de cotisations sont fixés à la date de souscription.

Les limites d'existence d'un contrat d'assurance (au sens du QIS5) apparaissent dès que

- l'assureur a une possibilité unilatérale de mettre fin au contrat;
- l'assureur a une possibilité de s'opposer au paiement des cotisations;
- l'assureur a une capacité « illimitée » d'ajuster le montant des cotisations ou des prestations à un moment donné dans le futur.



### Prise en compte des primes futures

Les travaux menés par l'EIOPA semblent se diriger vers les principes suivants :

#### La limite d'un contrat correspond au 1<sup>er</sup> instant où l'assureur peut :

- mettre fin unilatéralement au contrat ;
- rejeter les primes versés par l'assuré ;
- modifier les primes ou garanties de façon à refléter parfaitement le risque.

Le fait de pouvoir forcer l'assuré à payer la prime ne rentre pas en ligne de compte.

⚠ De plus si le contrat ne fournit pas de prestations pour un risque précis qui affecte défavorablement l'assuré ou si il n'existe pas de mécanisme de participation financière alors aucune prime futures ne doivent être prises en compte.



### Définition de la marge pour risque

L'article 77-3 de la directive Solvabilité 2 dispose que :

*La marge de risque est calculée de manière à garantir que la valeur des provisions techniques est équivalente au montant que les entreprises d'assurance et de réassurance demanderaient pour reprendre et honorer les engagements d'assurance et de réassurance.*

Elle est calculée séparément du *best estimate* des flux de trésorerie.

Elle est nulle dans le cas d'une valorisation menées sur la base de portefeuilles de réplication. Plus précisément dans ce cas elle est incluse dans le calcul du *best estimate*.

### Méthode de calcul de la marge pour risque

L'article 77-4 de la directive Solvabilité 2 dispose que :

*« Les entreprises d'assurance et de réassurance calculent la marge de risque en déterminant le coût que représente la mobilisation d'un montant de fonds propres éligibles égal au capital de solvabilité requis nécessaire pour faire face aux engagements d'assurance et de réassurance pendant toute la durée de ceux-ci »*

En théorie, la RM est calculée globalement à partir du coût d'immobilisation des fonds propres éligibles nécessaires pour atteindre le SCR (cf. TP.5.3):

$$CoCM = CoC \times \sum_{t \geq 0} \frac{E[SCR(t)]}{(1+r_{t+1})^{t+1}}$$

- ✓ CoCM désigne la marge pour risque ;
- ✓  $r$  désigne le taux d'intérêt de maturité  $t$  (courbe fournie par l'EIOPA) ;
- ✓  $SCR(t)$  désigne le SCR pour l'année  $t$  ;
- ✓ CoC est le taux de coût du capital, fixé à 6%.



### Méthode de calcul de la marge pour risque

Les SCR à considérer retiennent comme risque :

- ✓ les risques de souscription selon les activités transférées ;
- ✓ le risque de contrepartie concernant les contrats de réassurance et de titrisation ;
- ✓ le risque opérationnel ;
- ✓ les risques de marché non évitable.

La **capacité d'absorption des pertes** des provisions techniques dans l'entreprise de référence correspond à celle de l'entreprise d'origine.

**En revanche, il n'y a pas de capacité d'absorption des impôts différés.**



### Méthode de calcul de la marge pour risque

D'une manière générale, la définition suivante peut être proposée au sujet des risques de marché non évitables :

*Risque associé, pour un passif donné, au choix de l'allocation d'actif conduisant au SCR marché minimal .*

En pratique, l'EIOPA considère que ces risques se résument au risque de duration pour les passifs long.

Cependant, il pourrait sembler logique de retenir le risque d'illiquidité (et ce pour les mêmes raisons que le risque de taux).

### Méthode de calcul de la marge pour risque

Il convient alors d'être en mesure d'allouer la marge de risque par segment d'activité, en tenant compte des effets de diversifications (le transfert est supposé global):

$$CoCM_{lob} = \frac{SCR_{lob}(0)}{\sum_{lob} SCR_{lob}(0)} \times CoCM$$

- ✓  $CoCM$  désigne la marge pour risque globale;
- ✓  $CoCM_{lob}$  désigne la marge pour risque globale du segment;
- ✓  $SCR_{lob}(0)$  désigne le SCR du segment en 0.

### Les simplifications possibles

La hiérarchie suivante devrait être utilisée comme une base de décision pour le choix des méthodes de projection des futurs SCR :

1. Faire un calcul complet de tous les futurs SCR sans simplifications.

2. Approximer les (sous-)risques individuels dans les (sous-)modules à considérer pour le calcul des futurs SCR.

3. Approximer le SCR total pour chaque année future, par exemple en utilisant une approche proportionnelle.

4. Estimer tous les futurs SCR « immédiatement », par exemple en utilisant une approximation basée sur l'approche de duration.

5. Approximer la marge pour risque en la calculant comme un pourcentage du *best estimate*.



### Les simplifications possibles

La méthode n°3 consiste à supposer que les SCR futurs sont proportionnels aux *best estimate* futurs. Sous cette hypothèse les SCR futurs sont calculés avec la formule suivante :

$$SCR(t) = \frac{SCR(0)}{BE_{net}(0)} \times BE_{net}(t)$$

- ✓  $SCR(t)$  désigne le SCR relatif à l'année  $t$  ;
- ✓  $BE_{net}(t)$  désigne le *best estimate* net de réassurance.

### Les simplifications possibles

Avec la méthode n°4, la marge pour risque pour chaque branche peut être évaluée par la formule suivante :

$$CoCM = \frac{CoC}{(1+r_1)} \times Dur_{mod}(0) \times SCR(0)$$

- ✓  $CoC$  désigne le coût du capital, fixé à 6 % ;
- ✓  $SCR(0)$  désigne le SCR en 0 ;
- ✓  $Dur_{mod}(0)$  désigne la duration modifiée (sensibilité) des engagements nets de réassurance relatifs à la branche considérée en 0.

NB : l'hypothèse 3 implique la simplification 4 si la proportionnalité est globale.

### Les simplifications possibles

On remarque que la méthode n°4 revient à appliquer comme formule :

$$CoCM = CoC \times Dur(0) \times SCR(0)$$

Or par définition on a :

$$CoCM = CoC \times \sum_{t \geq 0} E(SCR_t) \times e^{-rt}$$

Ceci conduit à l'égalité suivante :

$$\sum_{t \geq 0} E(SCR_t) \times e^{-rt} = \frac{\sum_{t \geq 0} t \times E(F_t) \times e^{-rt}}{\sum_{t \geq 0} E(F_t) \times e^{-rt}} = \frac{\sum_t \sum_{u \geq t} E(F_u) \times e^{-ru}}{\sum_{t \geq 0} E(F_t) \times e^{-rt}}$$

## Les simplifications possibles

Partant de :

$$\sum_{t \geq 0} E(SCR_t) \times e^{-rt} = \frac{\sum_t \sum_{u \geq t} E(F_u) \times e^{-ru}}{\sum_{t \geq 0} E(F_t) \times e^{-rt}}$$

$$\sum_{t \geq 0} E(SCR_t) \times e^{-rt} = k \times \sum_t \sum_{u \geq t} E(F_u) \times e^{-ru} = k \times \sum_t E\left(\sum_{u \geq t} E_t(F_u) \times e^{-r(u-t)}\right) \times e^{-rt}$$

$$\sum_{t \geq 0} E(SCR_t) \times e^{-rt} = \sum_t k \times E(BEL_t) \times e^{-rt}$$

Cette relation étant vraie pour toute valeur de la courbe des taux, ceci implique :

$$E(SCR_t) = k \times E(BEL_t) = \frac{E(SCR_0)}{E(BEL_0)} \times E(BEL_t)$$

### Les simplifications possibles

La marge de risque peut être évaluée comme un pourcentage du *best estimate* des provisions techniques net de réassurance (à  $t=0$ ) par la formule suivante:

$$CoCM = \alpha_{lob} \times BE_{Net}(0)$$

- ✓  $BE_{Net}(0)$  désigne le *best estimate* des provisions techniques net de réassurance évalué à  $t=0$  ;
- ✓  $\alpha_{lob}$  désigne un pourcentage fixe pour la branche d'activité donnée.

Comme le pourcentage  $\alpha_{lob}$  dépend de la branche, la méthode peut seulement être appliquée si l'activité de l'organisme est limitée à une seule branche d'activité ou si l'activité qui dépend de plus d'une branche n'est pas matérielle.

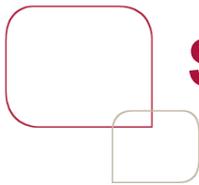


### Les conséquences sur le calcul du SCR

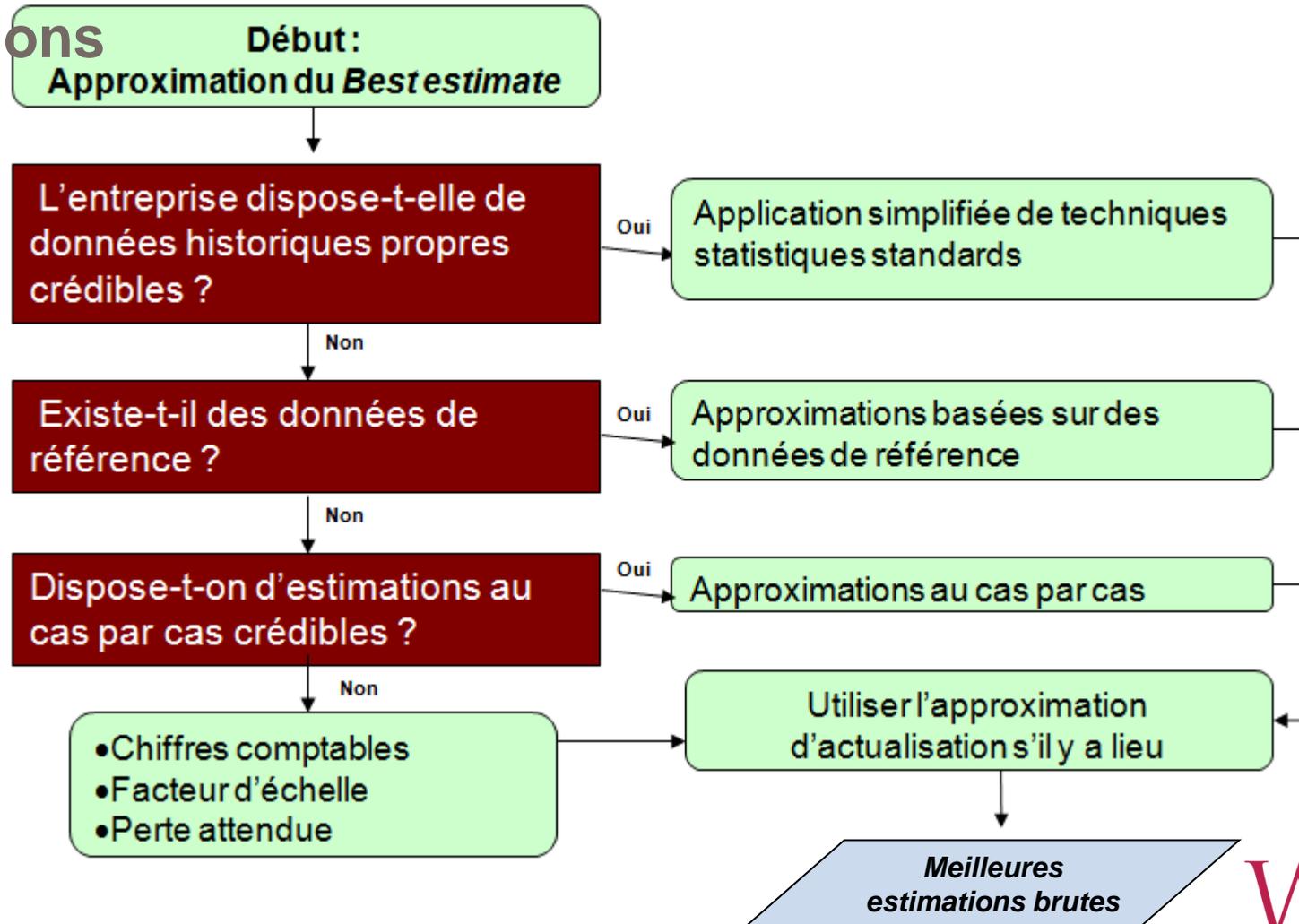
La complexité de la définition de la RM nécessite, on l'a vu, de recourir à des simplifications pour son évaluation.

Cette complexité n'est pas sans conséquence sur le calcul du SCR dans le cadre d'un modèle interne, qui va nécessiter des approximations spécifiques, notamment :

- la non prise en compte de la RM dans le SCR ;
- la prise en compte au travers de simplifications *ad'hoc* en fonction du contexte.



## Simplifications



### SCR

#### Une approche modulaire

$$SCR = BSCR - Adj + SCR_{op}$$

- BSCR = *Basic Solvency Capital Requirement*

$$BSCR = \sqrt{\sum_{r*c} cor_{SCR}^{r,c} SCR_r SCR_c}$$

- Adj correspond à l'ajustement dû à l'effet d'absorption des risques par les mécanismes de participation aux bénéfices et d'impôts différés.
- SCR<sub>op</sub> correspond au besoin en capital au titre du risque opérationnel

### SCR

#### Calcul du risque opérationnel

$$\text{SCR}_{\text{op}} = \min \{ 30\% \text{BSCR}, \text{OP}_{\text{lnul}} \} + 25\% \text{Exp}_{\text{ul}}$$

Avec:

- $\text{Opln}_{\text{ul}} = \max (\text{Oppremiums} ; \text{Opprovisions} )$
- $\text{Oppremiums} = 0.04 * ( \text{Earnlife} + \text{EarnSLT Health} - \text{Earnlife-ul} ) +$   
 $0.03 * ( \text{Earnnon-life} + \text{EarnNon SLT Health} ) +$   
 $\text{Max}( 0 , 0.04 * ( \Delta \text{Earnlife} - \Delta \text{Earnlife-ul} ) ) +$   
 $\text{Max}( 0 , 0.03 * \Delta \text{Earnnon-life} )$

### SCR

#### Calcul du risque opérationnel

- $$\begin{aligned} \text{Opprovisions} = & 0.0045 * ( \text{TP}_{\text{life}} + \text{TP}_{\text{SLT Health}} - \text{TP}_{\text{life-ul}} ) + \\ & 0.030 * ( \text{TP}_{\text{non-life}} + \text{TP}_{\text{Non SLT Health}} ) + \\ & \text{Max}(0, 0.045 * ( \Delta \text{TP}_{\text{life}} - \Delta \text{TP}_{\text{life-ul}} )) + \\ & \text{Max}(0, 0.03 * \Delta \text{TP}_{\text{non-life}}) \end{aligned}$$

$\Delta$  = change in earned premiums / technical provisions from year t-1 to t, for earned premiums / technical provisions increases which have exceeded an increase of 10%. Furthermore no offset shall be allowed between life and non-life  $\Delta$ .



## BSCR

### Calcul de marché et risque de souscription

Pour chaque type de risque le besoin en capital correspond au delta de NAV (actif – passif) calculé en choquant la valeur de marché des actifs, les tables de projections du passif, les S/P...

### Chocs relatifs au risque de marché

- action (choc sur la tendance)
- Taux (choc à la hausse et à la baisse sur la tendance)
- Choc sur les *spread*
- Choc immobilier;
- Choc concentration
- Choc sur les taux de change.
- Choc d'illiquidité

### Module risque de marché

#### Chocs relatifs au risque de marché

Les différents module peuvent être classés en 3 types :

- Application d'un choc sur la valeur de marché puis recalcul du BEL (si besoin) :
  - action
  - choc immobilier;
  - choc sur les taux de change.
  
- Un recalcul de la valeur de marché de l'actif et du passif
  - Taux
  - Choc d'illiquidité
  
- Une formule dépendant des paramètres de l'actif
  - Choc sur les spread (en distinguant obligation, produits structurés et dérivés)
  - Choc concentration



### SCR

#### Choc relatif au risque de souscription vie et santé vie.

Il s'agit d'un recalcul effectué en modifiant les lois de sinistralité

- longévité
- mortalité
- dépense
- catastrophe
- morbidité
- rachat (hausse, baisse et rachats massifs)



### SCR

#### Choc relatif au risque de souscription non vie

- Risque de tarification et de provisionnement
- Risque catastrophe



### SCR

#### Calcul du BSCR

Pour chaque sous module (marché, risque de souscription vie, risque de souscription non vie et santé) le besoin en capital est obtenu par agrégation des besoins de fonds propres et via application d'une matrice fournie par le CEIOPS.

Le BSCR correspond à l'agrégation des sous modules via application d'une matrice fournie par le CEIOPS.



## SOMMAIRE

1. Préambule
2. Modélisation des risques
3. Système de gestion des risques
4. Solvabilité 2 – Pilier 1
5. **Solvabilité 2 – cas pratique**
6. ORSA



### Préambule

L'objet de cette partie est de présenter un cas pratique de travaux qui devront être mis en place afin de répondre aux exigences du Pilier 1.

Pour ce faire on considère une mutuelle commercialisant un contrat frais de santé et dont les caractéristiques sont présentées ci-après.

- **Allocation stratégique**

action 11% // immobilier 9% // obligataire 57% // monétaire 23%

- **Passif**

cotisation 24 000 €, ratio combiné 99%, cadence de liquidation 80%, 15%, 5%

Par la suite, les simplifications suivantes seront retenues : les primes sont en intégralité payées le 1<sup>er</sup> janvier, absence d'impôts différés, nullité des hauts et bas de bilan (*goodwill*, actif incorporels, passifs sociaux).

## Solvabilité 2 - cas pratique



### Les inputs nécessaires

Afin de mener les calculs, certaines informations sont nécessaires :

- Caractéristiques lignes à lignes des placements et valeur de marché associée
- Caractéristiques des individus sinistrés et anticipation de la collecte future.



### Traitement de l'actif

Le passage de la valorisation Solvabilité 1 à la valorisation Solvabilité 2 se fait en appliquant les principes suivants :

- reconnaissance de l'intégralité des plus ou moins values latentes;
- suppressions des provisions de dépréciations d'actifs (PDD et PRE)
- mouvements sur la réserve de capitalisation si besoin.

Les principales difficultés rencontrées par le marché se situent au niveau de la transposition des OPCVM.

### Traitement de l'actif

In fine, ceci revient à reconnaître l'ensemble des plus ou moins values latentes.

Actif Solvabilité 1		Actif Solvabilité 2	
<b>Placements</b>	<b>24 000</b>	<b>Placements</b>	<b>26 500</b>
<i>dont Obligation</i>	<i>13 000</i>	<i>dont Obligation</i>	<i>15 000</i>
<i>dont Immobilier</i>	<i>2 500</i>	<i>dont Immobilier</i>	<i>3 000</i>
<i>dont Actions</i>	<i>3 000</i>	<i>dont Actions</i>	<i>2 500</i>
<i>dont Monétaire</i>	<i>6 000</i>	<i>dont Monétaire</i>	<i>6 000</i>
<b>PDD</b>	<b>- 500</b>	<b>PDD</b>	<b>-</b>
<b>Total actif</b>	<b>24 000</b>	<b>Total actif</b>	<b>26 500</b>

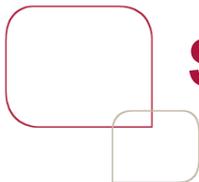


### Traitement du passif

Le passage de la valorisation Solvabilité 1 à la valorisation Solvabilité 2 se fait en appliquant les principes suivants :

- calcul du *best estimate* de sinistralité : relatif aux sinistres connues ;
- calcul du *best estimate* de prime : relatif aux sinistres futurs ;
- calcul de la marge pour risque.

Contrairement à l'actif, il n'existe pas de document Solvabilité 1 permettant de valider la valeur des provisions techniques Solvabilité 2.

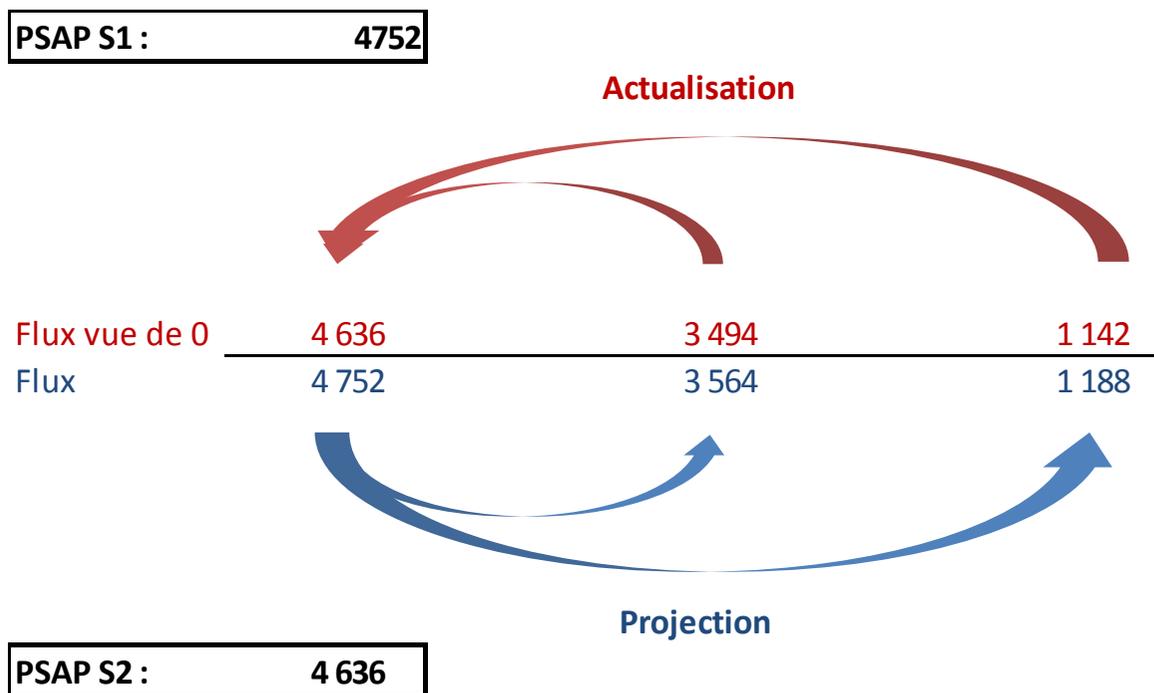


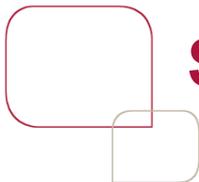
# Solvabilité 2 - cas pratique



## Traitement du passif – *best estimate* de sinistralité

Le principale travail consiste à prendre en compte la valeur temps de l'argent :

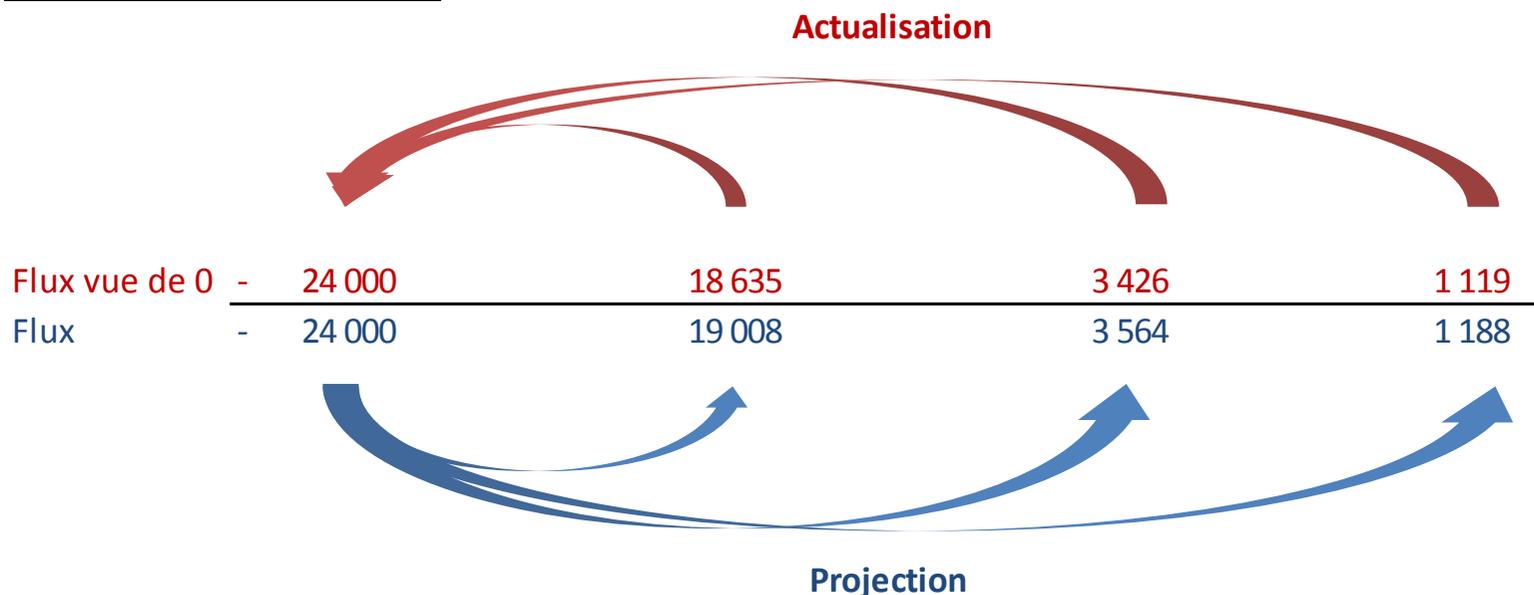




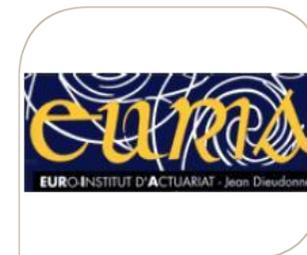
## Traitement du passif – *best estimate* de prime

Le principale travail consiste à prendre en compte la sinistralité du dispositif puis la valeur temps de l'argent :

PSAP S1 : 0



PSAP S2 : - 820



## Calcul du SCR

En premier lieu il est nécessaire d'établir la cartographie des risques de la compagnie.

Produit	Risque de marché						
	Action	Taux	Spread	Concentration	Immobilier	Illiquidité	Change
Obligation		X	X	X			?
Actions	X			X			?
Immobilier				X	X		?
Frais de santé						X	

Produit	Santé		
	Primes et provisions	Rachat	Catastrophe
Frais de santé	X	X	X

### Calcul du SCR - risque de marché

Le risque action et immobilier correspondent à un pourcentage de la valeur de marché de ces actifs.

	Valeur de marché	Choc	Valeur du sous module
Risque action	2 500	39%	975
Risque immobilier	3 000	25%	750

Il est à noter que le choc action traite différemment les titres côtés dans l'EEA ou l'OCDE des autres titres (il s'agit de plus du choc par défaut à appliquer à un instrument financier).

Il retient un choc plus faible pour les titres stratégiques (22%)

Afin de lutter contre le caractère pro-cyclique de ce choc, il inclut un ajustement symétrique.



### Calcul du SCR - risque de marché

**Le choc de spread** dépend de la duration du rating du portefeuille (ce traitement est cohérent avec la notion de probabilité de défaut). Il traite différemment les obligations, les produits dérivés et les produits structurés.

Le choc vaut ici : 3,3% de la valeur de marché du portefeuille obligataire : 495

**Le choc de taux** correspond au mouvement de la valeur des produits de taux et des provisions en cas de hausse ou de baisse des taux. A titre d'exemple, son application conduit à recalculer la valeur des best estimate en modifiant la valeur de la courbe des taux swap.

Par construction, l'actif et le passif présente une sensibilité au risque de taux qui est différente. Le choc vaut ici 630.

**Le risque d'illiquidité** est considéré ici comme nul



### Calcul du SCR - risque santé

En assurance non-vie, les risques à prendre en compte sont de trois types :

#### Risque de rachat

Nécessite de recalculer la valeur des best estimate en augmentant (ou en diminuant les volumes de cotisations)

#### Risque catastrophe

Calculs forfaitaires pour une pandémie, un écroulement de stade et un risque de concentration. Seul le risque de concentration est applicable (la difficulté de ce module se trouve principalement au niveau des données).

#### Risque de tarification et de provisionnement

Application d'un facteur de volatilité au best estimate de sinistralité ainsi qu'aux provisions

## Calcul du SCR - risque de tarification et de provisionnement

Contrat Frais de santé		
	Net	Brut
Best estimate de sinistralité	4 636	4 636
Volume des primes acquises N incap	24 000	24 000
Volume des primes acquises N - 1 incap	24 000	24 000
Volume des primes émises N incap	24 000	24 000
Pour risque de prime	5,50%	5,50%
Pour risque de provisionnement	11,00%	11,00%
Corrélation	0,00%	0,00%



Contrat Frais de santé		
Volume de prime	24 K€	24 K€
Volume de provisionnement	5 K€	5 K€
Mesure de Volume	29 K€	29 K€
Ecart-type	4,94%	4,94%
<b>Valeur du sous module</b>	<b>3 845</b>	<b>3 845</b>

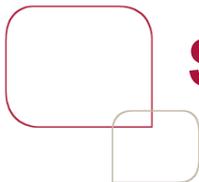


### Calcul du SCR - risque opérationnel

Le risque opérationnel, dont le calcul est forfaitaire, permet de prendre en compte les risques liés à la gouvernance de la compagnie (risques qui par nature sont difficilement quantifiables).

Il s'exprime en fonction des volumes de cotisation et des *best estimate*.

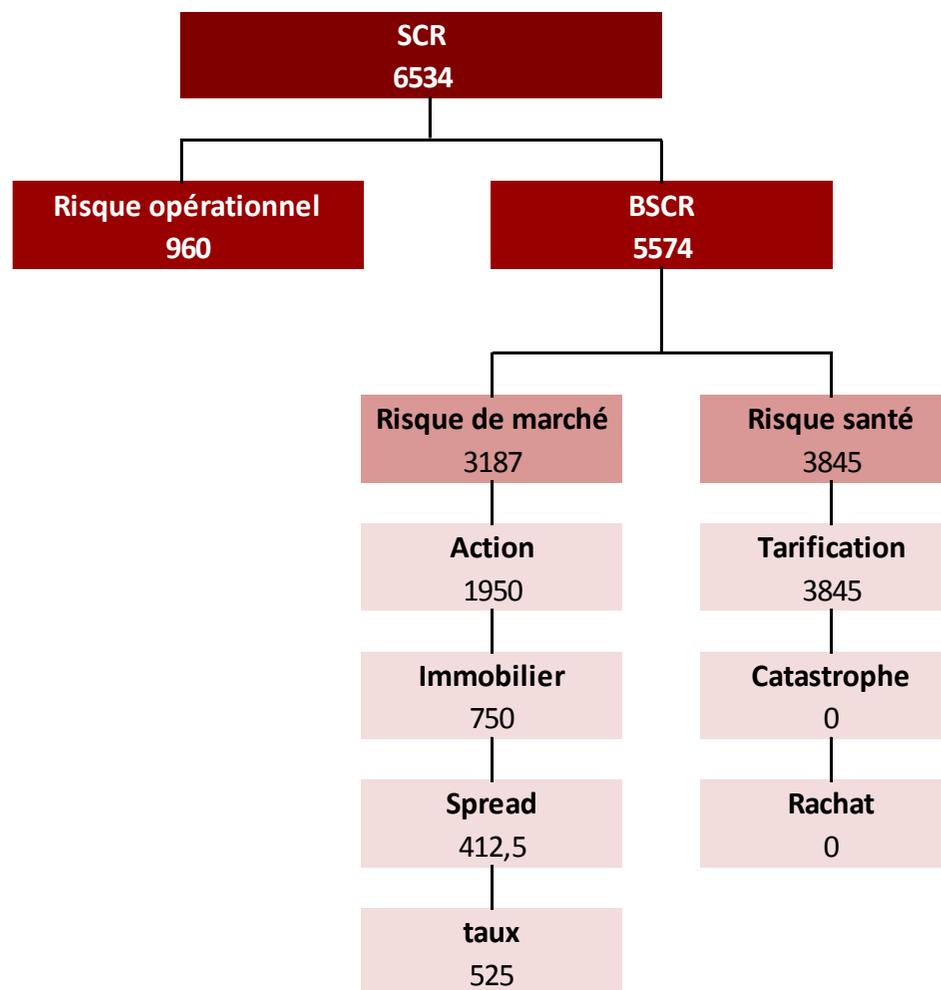
Dans le cas de « mutuelle frais de santé », le risque opérationnel correspond à 4% des primes acquises sur les 12 derniers mois. Il vaut donc 960.



# Solvabilité 2 - cas pratique



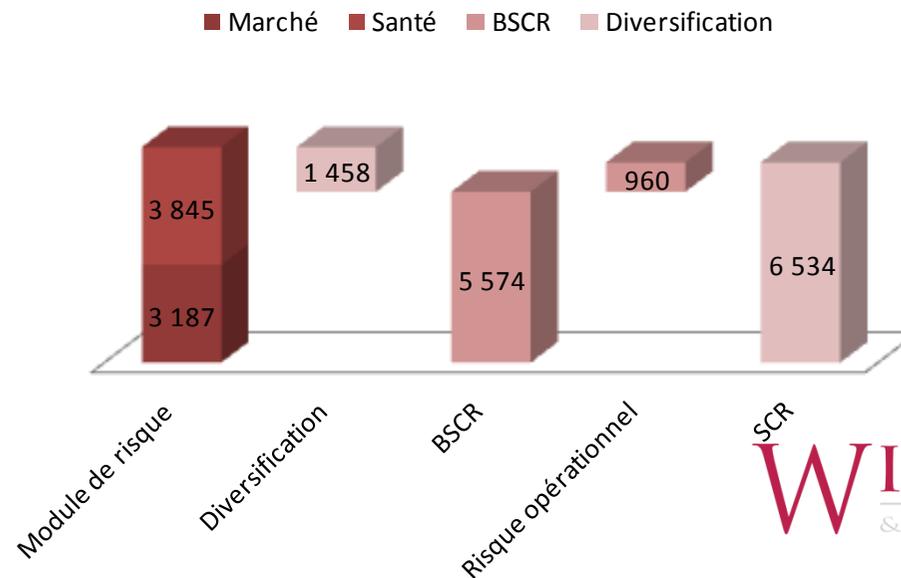
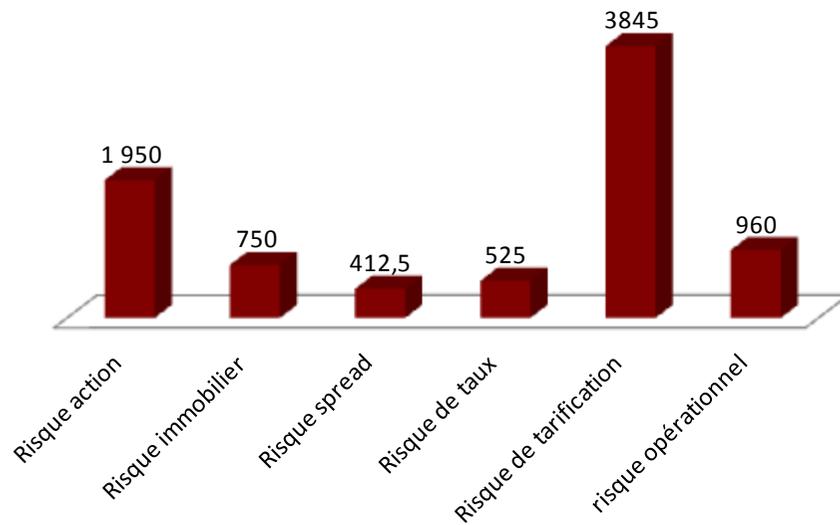
## Calcul du SCR - prise en compte de la diversification



# Solvabilité 2 - cas pratique



## Calcul du SCR - prise en compte de la diversification



### Calcul du SCR - Calcul de la marge pour risque et du bilan S2

La marge pour risque permet de prendre en compte l'ensemble des risques qui ne sont pas couvrables sur les marchés financiers. Elle est ici calculée sur la base de la simplification par duration et vaut : 229.

Une fois cette marge calculée le bilan Solvabilité 2 est en intégralité connu :

Actif		Passif	
<b>Placements</b>	<b>26 500</b>	<b>ANR</b>	<b>22 455</b>
<i>dont Obligation</i>	<i>15 000</i>	<i>dont SCR</i>	<i>5 974</i>
<i>dont Immobilier</i>	<i>3 000</i>	<i>soit Ratio couverture</i>	<i>376%</i>
<i>dont Actions</i>	<i>2 500</i>		
<i>dont Monétaire</i>	<i>6 000</i>	<i>Provisions techniques</i>	<i>4 045</i>
		<i>dont Best estimate</i>	<i>3 816</i>
<b>PDD</b>	<b>-</b>	<i>dont Marge pour risque</i>	<i>229</i>
<b>Total actif</b>	<b>26 500</b>	<b>Total passif</b>	<b>26 500</b>



### Analyse du risque de tarification et de provisionnement

**Sous Solvabilité 1** : maximum entre un calcul basé sur les cotisations brutes (avec un ratio de 18% et 16%) et un calcul basé sur la sinistralité moyenne (avec un ratio de 26% et 23%).

**Sous Solvabilité 2** : valeur moyenne obtenue via le montant des primes, le *best estimate* de sinistralité, un ratio de prime de 10% et un ratio de sinistralité de 4%. Cependant, de par la rapidité de la cadence de liquidation des contrats frais de santé, le ratio moyen est comparable au ratio de prime.

In fine, en l'absence de réassurance ou d'une sinistralité atypique, l'application de paramètres moyens conduit en moyenne à un risque de tarification et provisionnement qui est compris entre 11% et 17% du montant de primes.

En se basant sur un risque opérationnel qui correspond en moyenne à 3% des primes, le besoin de fonds propres associés au passifs est à peut près similaire sous Solvabilité 1 et sous Solvabilité 2.



### Analyse du risque de tarification et de provisionnement

Aussi, dans le cas de mutuelles santé, une attention particulière doit être apportée à la structure de l'actif.

A titre d'exemple, si l'on venait à augmenter l'allocation action pour atteindre 20% (au détriment du monétaire) , le SCR augmente de 11% et conduit à un ratio de couverture de 339% contre 376 % à l'heure actuelle.



## SOMMAIRE

1. Préambule
2. Modélisation des risques
3. Système de gestion des risques
4. Solvabilité 2 – Pilier 1
5. Solvabilité 2 – cas pratique
6. **ORSA**

L'article 45 de la directive Solvabilité II dispose que dans le cadre de son système de gestion des risques, chaque entreprise d'assurance procède à une évaluation interne de ses risques et de sa solvabilité. Cette évaluation porte notamment sur les éléments suivants :

- le besoin global de solvabilité, compte tenu du profil de risque spécifique, des limites approuvées de tolérance au risque et de la stratégie commerciale de l'entreprise ;
- le respect permanent des exigences de capital.

***=> L'ORSA a pour objet de s'assurer de la solvabilité pluriannuelle de l'assureur sur la base d'une vision incluant le plan stratégique de développement et retenant des hypothèses de calculs adaptées aux spécificités de l'entreprise.***

L'ORSA est l'image de la complexité de l'entreprise en termes d'activités et de risques => **Proportionnalité automatique**

Proportionnalité applicable pour la détermination du besoin global de solvabilité

- Proportionnalité extensible à tout le processus de l'ORSA
- Large spectre d'outils utilisables (du *stress-test* simple à la modélisation fine des risques)
- **Dans la plupart des cas une estimation, plus qu'un calcul, est requise**

## *L'ORSA s'adresse aux administrateurs de la compagnie.*

Il s'agit d'une fonction clé permettant aux administrateurs de gérer prudemment la compagnie en leur présentant une vision claire :

- des risques pesant sur l'entreprise ;
- du besoin global de solvabilité.

Contrairement au Pilier 1, il ne s'agit pas d'un processus mécanique qui peut se standardiser : chaque compagnie doit développer son propre ORSA qui lui permettra de répondre à ses propres besoins.

L'ORSA n'a pas pour objectif de faire intervenir des experts ou des débats d'experts au sein du conseil d'administration mais plutôt d'enrichir les réflexions du conseil sur la base d'une mesure des risques.

## Définitions et principes

### **Risk capacity :**

Montant maximal de risque que la compagnie est capable de supporter.

### **Profil de risque ou Risk Profile :**

Niveau de risque auquel est soumise la compagnie en date de calcul. Peut être appréhendé de façon qualitative et quantitative sur la base des métriques retenue pour l'appétence au risque.

### **Appétence au risque ou Risk Appetite :**

Niveau de risque agrégé qu'une entreprise accepte de prendre en vue de la poursuite de son activité et d'atteindre ses objectifs stratégiques.

### **Tolérance au risque ou Risk Tolerance :**

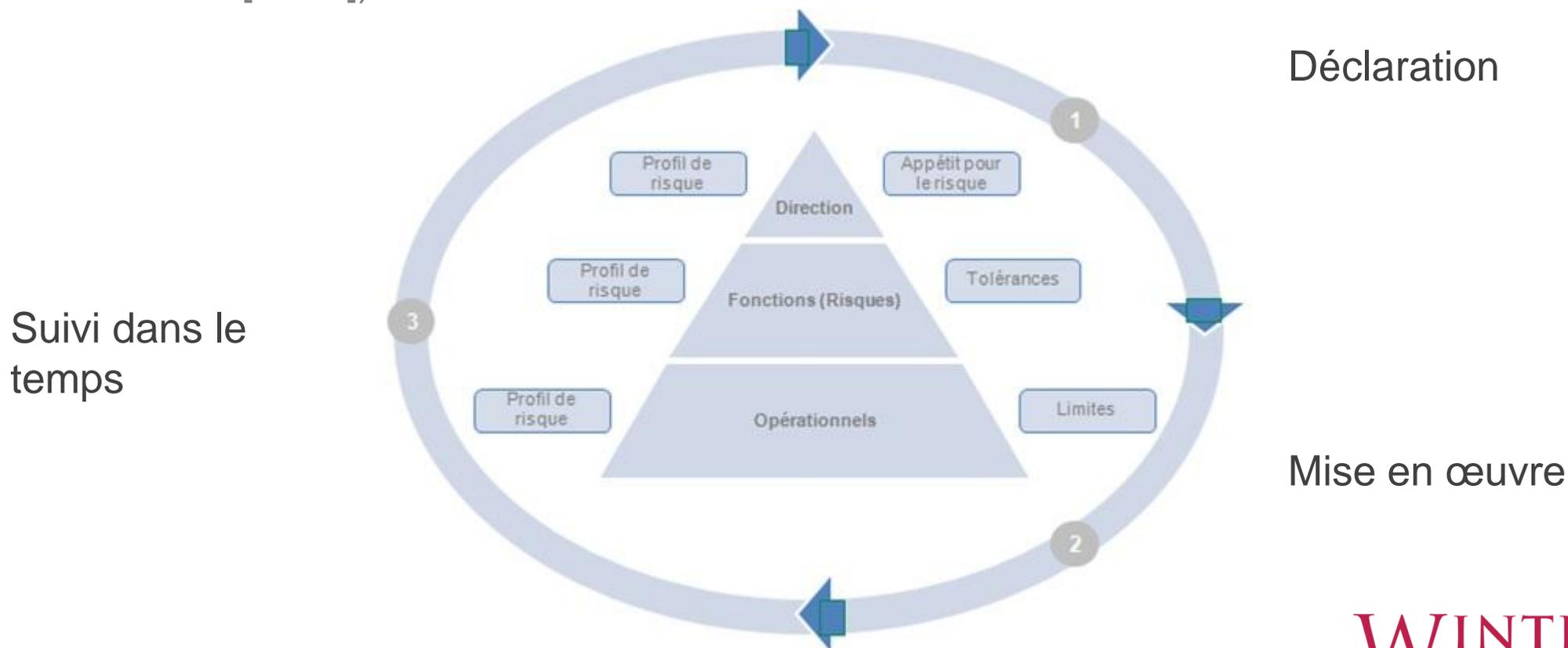
Niveau maximal de risque qui peut être pris sur un profil de risque.

### **Limites de risque ou Risk Limits :**

Traduction opérationnelle de la tolérance au risque.

## Définitions et principes

Le schéma global de l'appétit pour le risque est le suivant (cf. Institut des Actuaires [2010]) :



## Contexte

### Présentation de la compagnie

On considère une compagnie d'assurance, commercialisant un contrat frais de santé dont le ratio combiné est de 101 %. La commercialisation de ce contrat est stable (66 millions de primes en 2010 et une prévision identique pour les années 2011 et 2012).

Bilan économique au 31/12/2010 :

Actif		Passif	
VM	46 240	Actif net	33 850
		PT	12 390

Montants en k€

Allocation :

Obligations	Actions	Monétaire
61%	15%	23%

SCR de 11 millions d'euros (ratio de couverture d'environ 300 %)

**Le monétaire a pour objet de récupérer les primes et de payer les sinistres.**

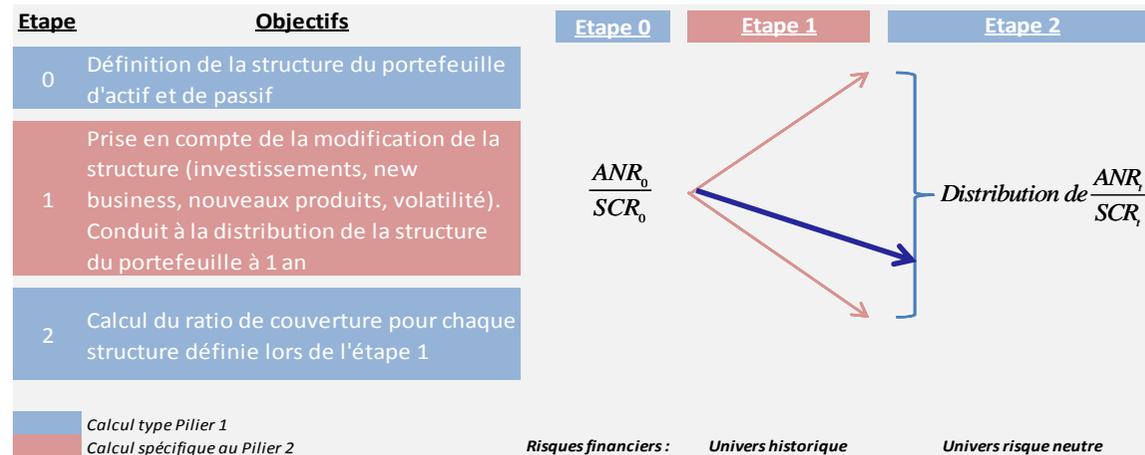
# Contexte

## Passage d'une logique Pilier 1 à une logique Pilier 2

Initialement les informations suivantes sont disponibles :

- 1 plan stratégique initial.
- 1 ratio de couverture initial.
- 1 structure de portefeuille initiale

Le processus d'ORSA implique de projeter la distribution de la structure compagnie à 1 an.



**Seul un quantile bien spécifique nous intéresse**

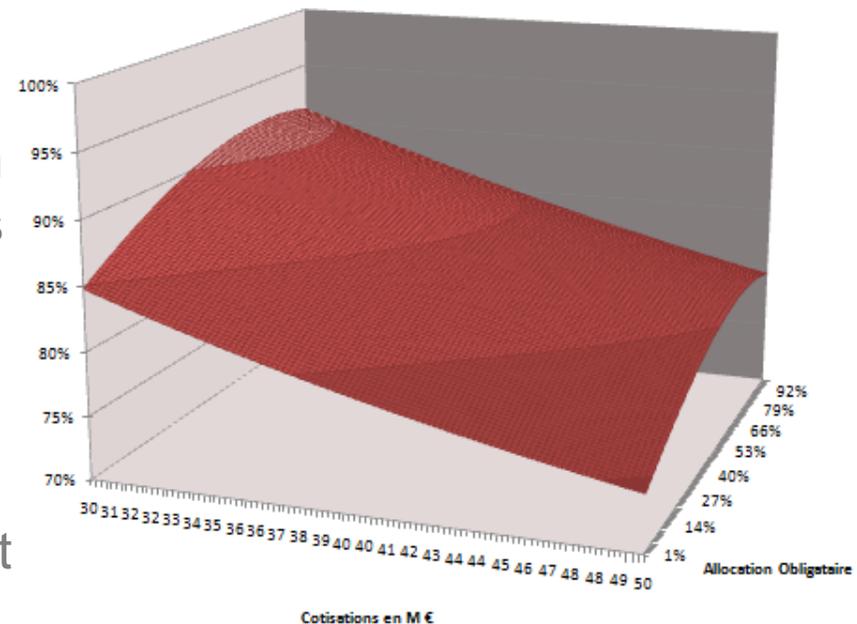
## Contexte

Le principe consiste à mener le processus d'appétit du risque sur la base de la sélection de certaines trajectoires (et non sur la totalité de la distribution). Cette méthodologie ne doit pas être menée sans une connaissance approfondie du profil de risque de la structure :

Évolution du ratio de couverture d'un contrat santé présentant un ratio compris entre 80% et 100%.

Augmenter le nombre de contrats conduit

- à un ANR supérieur ;
- à diminuer la probabilité de couvrir à 1 an le SCR.



## Contexte

### Calibrage du scénario

Ce scénario au pire est calibré en calculant les chocs qu'il conviendrait d'appliquer dans le cas où les fichiers du QIS5 auraient pour objectif de calculer un quantile à 95% et non à 99,5%.

Cette étape est particulièrement sensible dans le sens où elle définit le pire scénario, raisonnablement admissible, que l'on envisage pour l'année à venir. Elle peut de ce fait tenir compte d'informations non statistiques liées à une anticipation de l'évolution des conditions de marché.

## Appétit du risque

### Risk Capacity - Définition

Un calcul basé sur l'ANR (Actif Net Réévalué)

Il s'agit du risque maximal qui peut être pris. Il est principalement déterminée sur la base de l'analyse du capital économique disponible. En effet il représente l'amortisseur final pour la compagnie (cohérent avec la logique SII et la logique économique et patrimoniale classique).

Les composantes suivantes peuvent être retenues :

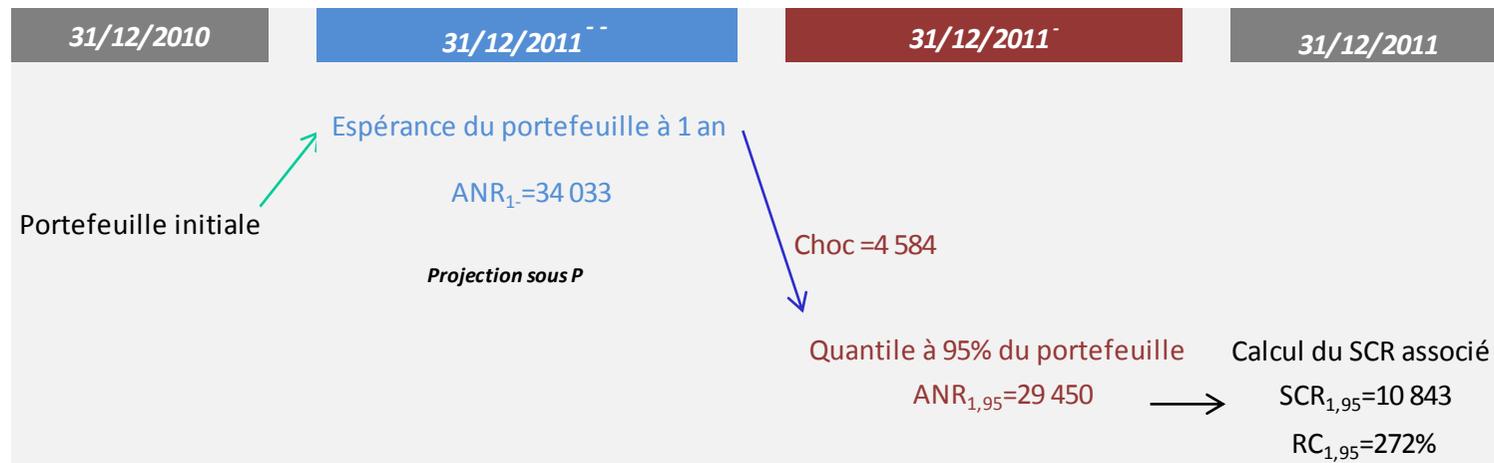
- le montant du capital disponible (en vision économique) ;
- la liquidité du capital ainsi que la capacité à lever du capital ;
- la qualité du capital (*Tier 1/2/3*).

Sur la base de l'analyse de sa richesse, la compagnie peut déterminer quels sont les besoins de fonds propres maximum qu'elle peut supporter et donc les limites maximales de risque qu'elle peut accepter.

# Appétit du risque

## Risk Capacity - Exemple

Sur la base du scénario choqué calibré préalablement on calcule le quantile à 95% de l'ANR à 1 an.



La capacité maximale de prise de risque est de 29,5 M€ d'euro

Le plan stratégique actuel consomme 10,8 M€ => capacité résiduelle 18,7 M€

## Appétit du risque

### Définition de l'appétit du risque :

Cette appétence au risque introduit 3 paramètres :

- Les dimensions à suivre ;
- La probabilité associée à chaque dimension;
- Un niveau .

**La compagnie veut dans 95% des cas avoir un taux de couverture de 260%.**

## Appétit du risque

### Traduction mathématique de l'appétit pour le risque:

Le calcul de la *risk capacity* conduit aux informations suivantes :

- Le quantile à 95% de l'ANR à 1 an est de 29,5 M€.
- Le SCR associé est de 10,8 M€ =>  $2,6 \times \text{SCR} = 28,2 \text{ M€}$ .

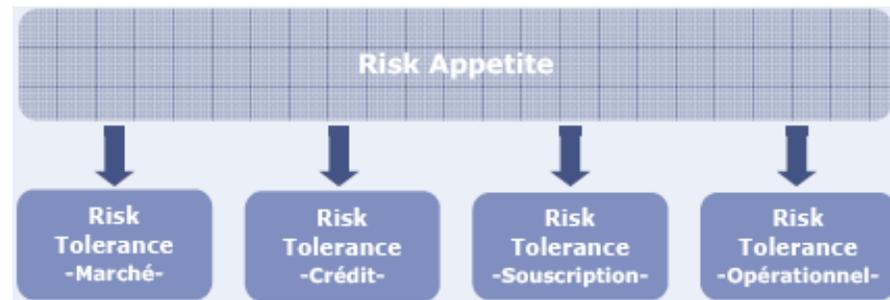
Aussi, le plan stratégique actuel conduit à un surplus de fonds propres de 1,2 M€ (pour atteindre un ratio de 260%). Ceci représente 7% de la capacité maximale de prise de risque.

Ceci correspond au capital que la compagnie va allouer par risque lors de la définition de sa tolérance aux risques.

## Appétit du risque – Tolérance au risque

### Définition

Afin de rendre opérationnelle l'analyse précédente, il est nécessaire de traduire la politique d'appétence pour le risque de la compagnie au niveau de chacune des catégories de risques (donc pour chacun des secteurs de l'entreprise concernée).



Les facteurs de risque à intégrer au calcul comprennent :

- tous les facteurs de risque significatifs de la formule standard ;
- le facteur de risque *business*. Ce risque provient des hypothèses prises dans le cadre du plan de développement.

## Appétit du risque – Tolérance au risque

### Définition

Cette étape est particulièrement délicate dans le sens où elle nécessite de définir l'allocation de risque global de la compagnie sous la forme de catégories de risques.

L'énoncé des préférences de risque :

- doit être en ligne avec le plan stratégique de la compagnie ;
- doit mettre en avant les préférences des *managers* ;
- doit conduire à attribuer une capacité de prise de risque à chaque preneur de risque.

## Appétit du risque – Tolérance au risque

### Méthodes d'allocation

- Sur la base du profil de risque actuel de la compagnie.

*Cette méthode revenant à prioriser les risques qui ont déjà une plus importante exposition.*

- Proportionnellement à la diversification apportée par chaque périmètre.

*Cette approche priorise une optimisation de la diversification et de la prise de risque sous jacente.*

- Proportionnellement à une mesure de performance.

*Par exemple, cette approche priorise la performance financière rapportée à un niveau de risque maximal.*

## Appétit du risque – Tolérance au risque

### Application

Dans un premier temps, les tolérances au risque sont calculées sur la base de la consommation de fonds propres des différents risques (avec bénéfice de diversification) :

Sur la base du plan stratégique actuel,

- Risque de tarification et risque opérationnel : 93% de la consommation des fonds propres => **attribution de risque = 1 068 k€.**
- Risque de marché : 20% de la consommation des fonds propres => **attribution de risque = 247 k€.**

## Appétit du risque – Tolérance au risque

### Application

Au niveau des sous risques financiers (actions et obligations), la compagnie ne souhaite pas retenir comme clé de répartition les consommations en capital du QSI5 mais une clé de rentabilité :

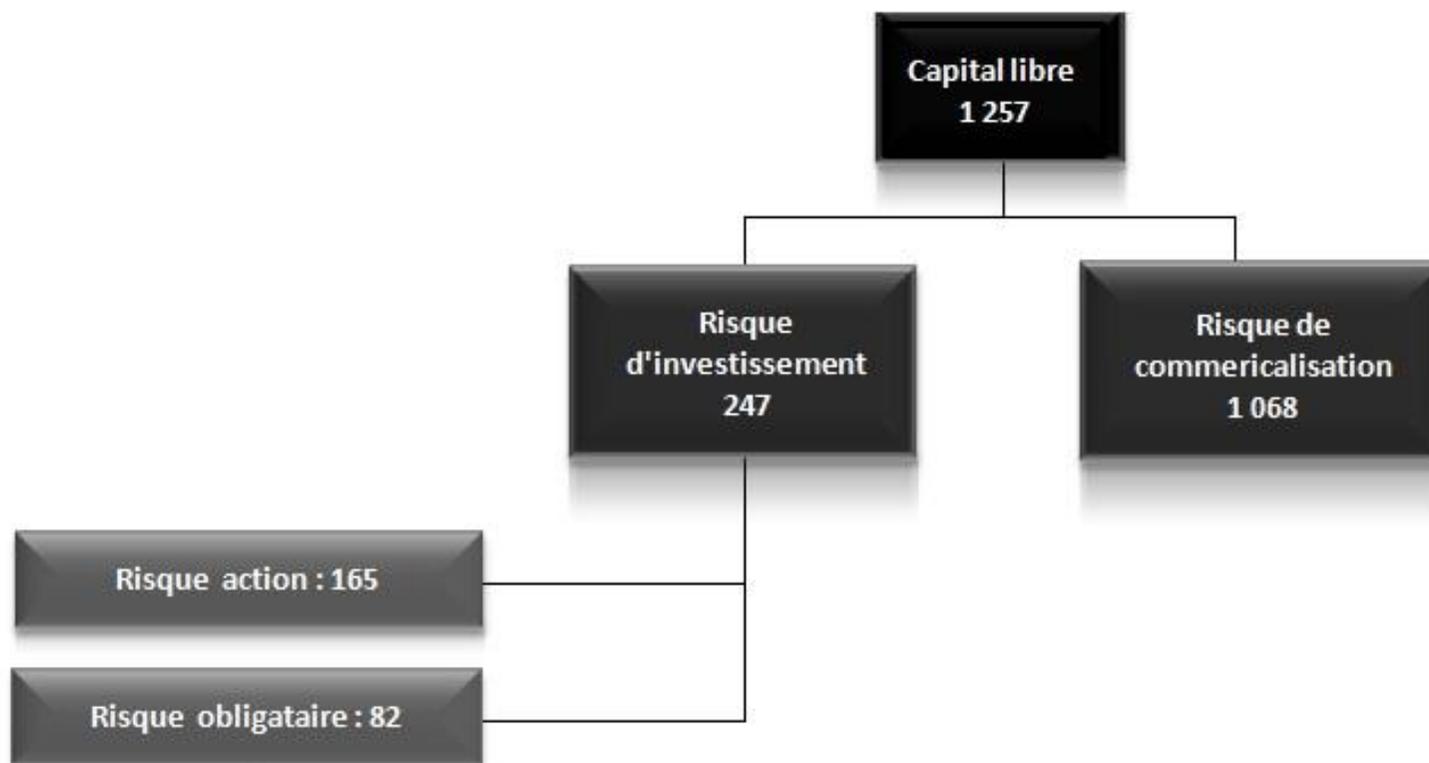
Les actions sont deux fois plus rentables que les obligations, aussi la compagnie souhaite attribuer 66% du risque financier aux actions.

- Risque de marché : 20% de la consommation des fonds propre => **attribution de risque = 247 k€.**
  - actions : 66% du risque actif : => **attribution de risque = 165 k€.**
  - obligations: 34% du risque actif : => **attribution de risque = 82 k€.**

# Appétit du risque – Tolérance au risque

## Application

Afin d’optimiser le processus de gestion des risques, il est préférable de raisonner en fonction des risques eux-mêmes et non par classe de risque.



## Appétit du risque – Limites de risque

En amont du calcul des tolérance, il convient de remarquer que **tous les risques présentent un aspect positif et négatif.**

A titre d'exemple : attribuer du risque aux actions revient à augmenter l'allocation action. Cette augmentation doit prendre en compte le fait quelle conduit à des chocs plus importants (pour le calcul du quantile à 95% et du SCR) mais également à une rentabilité moyenne à un an plus importante.

Il est donc nécessaire de **prendre en compte le couple rendement risque.** => Dans le cas des actions, attribuer 1% d'allocation en plus revient à augmenter le rendement à 1 an de 21€ et à augmenter la valeur des chocs à 1 an de 124€. **Aussi attribuer 100€ de capital au risque action revient à augmenter l'allocation action de 0,8%.**

**On notera que cette analyse peut être compliquer dans le cas de fortes interactions actif –passif**

## Appétit du risque – Limites de risque

Le calcul des limites des risques est établi sur la base des tolérances aux risques calculées lors de l'étape précédente et sur l'analyse de la consommation en capital induite par l'attribution d'une unité de risque supplémentaire.

On notera que compte tenu du rôle de la poche monétaire, dans le cas d'une augmentation des cotisations encaissées, cette augmentation est investie en monétaire (et les flux de prestation liés sont payés sur la base du monétaire).

- l'attribution de 1 168 k€ de risque au passif conduit à une augmentation du montant de cotisations de 2 430 k€ sur 2011 et sur 2012 ;
- l'attribution de 165 k€ de risque sur le portefeuille action conduit à une allocation action de 1,6%;
- l'attribution de 82 k€ de risque sur le portefeuille obligataire conduit à une allocation de 10% (le portefeuille obligataire étant peu risqué).

## Appétit du risque – Limites de risque

La compagnie émet un document qui synthétise son processus d'appétit du risque :

- vente de 66 000 k€ à 68 430 k€ de cotisations sur 2011 ;
- vente de 66 000 k€ à 68 430 k€ de cotisations sur 2012 ;
- allocation obligataire comprise entre 61% et 71 % ;
- allocation action comprise entre 15% et 17%.

Ce plan stratégique conduisant à un ANR qui sera supérieur à 29 313 k€ dans 95% des cas et un SCR associé de 11 331 k€. **In fine on observe que l'allocation stratégique conduit à un ratio de couverture qui sera de 259% dans au moins 95% des cas.**

## Appétit du risque – au-delà de la 1<sup>ère</sup> année

Une fois les limites opérationnelles établies, il est nécessaire de vérifier le bon respect de l'appétit pour le risque sur toute la durée du plan stratégique.

Ceci revient à calibrer un scénario à 2 ans, 3 ans, ... 5 ans puis à calculer l'ANR, le SCR et chaque ratio de couverture associé.

## Appétit du risque – suivi

La capacité de prise de risque a été définie sur la base de conditions de marché vues en date de calcul amenées à évoluer (plus ou moins favorablement).

Aussi, dans le cas de variation non négligeable des conditions de marché, la compagnie a tout intérêt à recalibrer son processus d'appétence au risque.

La fréquence de recalibrage du processus ne devra être ni trop élevée (risque de perdre toute stratégie) ni trop faible (risque de perdre une continuité dans la stratégie et ce à cause de brutales modifications de l'appétence).

	<i>Capital Economique</i>	<i>Capital Disponible</i>	$\frac{\text{Capital Disponible}}{\text{Capital Economique}}$	<i>Tendance</i>
Business Unit 1	280	450	161%	→
Business Unit 2	99	150	152%	→
Business Unit 3	315	360	114%	↗
Business Unit 4	498	750	151%	↘
<b>Total Groupe</b>	<b>1 013</b>	<b>1 710</b>	<b>169%</b>	<b>→</b>

en M€

Dépassement du seuil de tolérance	< 100%
Zone d'alerte	[ 100% ; 150% ]
Zone "cible"	[ 150% ; 300% ]
Sous-utilisation du capital	>300%

## Lien avec l'existant

- ❑ Les compagnies réalisent un rapport de solvabilité.
  
- ❑ Ce rapport de solvabilité vise à avoir une approche non seulement statique mais prospective de la solvabilité de l'Institution. A ce titre, le rapport de solvabilité existant peut constituer les prémices d'une double réflexion :
  - réflexion sur les capacités financières à court terme de la mutuelle (Pilier 1),
  - capacité prospective à appréhender sa situation financière future sur la base des hypothèses de développement .

que la mutuelle explicitera dans le cadre du Pilier 2.

## Une logique de projet

- ❑ Le Pilier 2 constitue un défi pour l'ensemble des organismes assureurs. Dans le cas des mutuelles, ce défi est d'autant plus grand qu'il nécessite de mettre en place une structure organisationnelle relativement coûteuse en termes humains.
  
- ❑ Contrairement au Pilier 1, le Pilier 2 fait intervenir l'ensemble des directions de la compagnie, il s'agit donc d'un véritable projet d'entreprise, qui peut être scindé en trois phases (que ce soit sur le plan quantitatif ou qualitatif) :
  - audit de l'existant ;
  - synthèse des faiblesses du dispositif actuel et choix des priorités ;
  - mise en œuvre du projet.

# Les indicateurs de risque



## Mise en place d'indicateurs de risque

### Les raisons

- Pour suivre l'évolution du lien Appétit du risque ↔ Limites de risque.
- Afin de suivre les risques cruciaux.

### Les implications

- Définir les risques cruciaux.
- Définir les processus d'évolution de ces risques.

### Les contraintes

- Rapidité et robustesse.

# Les indicateurs de risque



## Mise en place d'indicateurs de risque

### Solution apportée par le Cabinet dans le cas de contrat non-vie

Un modèle suivant les 4 principaux facteurs

- les cotisations;
- le *best estimate* (risque de tarification passée);
- le ratio combiné (risque de tarification future et risque de frais);
- le rendement de l'actif.

Une dynamique temporelle basé sur la loi log-normale (spécifications techniques, USP, principaux modèles de provisionnement en assurance non-vie)



## Le cadre de référence

Le modèle présenté ci-après permet de gérer les contrats d'assurance non vie à faible duration. Il se place dans un cadre où la politique d'ORSA est établie sur la base d'un modèle interne :

$$SCR_t: P_t(A_{t+1} - L_{t+1} > 0) = 99,5\%$$

Cette équation pouvant se récrire :

$$P_t\left(SCR_t \geq \frac{F_{t+1} - C_{t+1} + L_{t+1}}{(1 + R_{t+1})} - L_t\right) = P_t(SCR_t \geq \chi_{t+1} - L_t) = 99,5\%$$

Aussi, la connaissance de la loi de  $\chi_t$  revient à connaître le montant de  $SCR_t$  et donc de mener le processus d'ORSA.

## Le cadre de référence

L'une des principales problématiques se situe au niveau du calcul de la marge pour risque contenue dans le montant des provisions *best estimate*. Afin de solutionner ce problème on fixe l'hypothèse suivante :

$$RM_t = \alpha \times D_t \times SCR_t$$

où  $D$  désigne la duration du passif.

On notera que cette simplification revient à considérer, qu'en *run off*, les variables aléatoires  $SCR_t$  et  $BEL_t$  présentent une évolution de leur espérance qui est proportionnelle.

Outre le fait que cette hypothèse est proposée par l'EIOPA, elle revient à considérer qu'une diminution de  $x\%$  du BEL implique une diminution de  $x\%$  du risque et donc du SCR.

## Le cadre de référence

Sur la base de cette simplification, l'équation présentée ci-avant devient :

$$SCR_t = \frac{1}{1 + \alpha \times D_t} \left( VaR_t \left( \frac{F_{t+1} + \left( 1 + \alpha \times \frac{SCR_t}{BEL_t} \times D_{t+1} \right) \times BEL_{t+1} - C_{t+1}}{1 + R_{t+1}} ; 99,5\% \right) - BEL_t \right)$$

Cette expression n'est toutefois pas simple à manipuler car elle fournit une équation implicite en  $SCR_t$  qui ne peut être résolue que numériquement.



## La dynamique des facteurs de risque

Il s'agit maintenant de spécifier les différents facteurs intervenants dans l'équation précédente. Quatre facteurs de risque sont retenus dans le modèle :

- les cotisations;
- le best estimate (risque de tarification passée);
- le ratio combiné (risque de tarification future et risque de frais);
- le rendement de l'actif.

Les calculs sont menés en deux étapes :

- dans un premier temps on choisit une dynamique temporelle pour les facteurs de risque,
- dans un second temps, on en déduit les équations d'évolution des autres variables d'intérêt telles que les prestations et la valeur de l'actif.

## La dynamique des facteurs de risque

On suppose que conditionnellement à l'information disponible en  $t$ , l'évolution des facteurs de risque à la date  $t$  est définie par :

$$C_{t+1} = C_t \times \exp\left(\mu_c - \frac{\sigma_c^2}{2} + \sigma_c \times \varepsilon_{t+1,c}\right) \quad S_{t+1} = S_t \times \exp\left(\mu_a - \frac{\sigma_a^2}{2} + \sigma_a \times \varepsilon_{t+1,a}\right)$$

$$BEL_{t+1} = BEL_t \times \exp\left(\mu_p - \frac{\sigma_p^2}{2} + \sigma_p \times \varepsilon_{t+1,p}\right) + \beta_{t+1} \times C_{t+1} \quad \beta_{t+1} = \beta \times \exp\left(-\frac{\sigma_\beta^2}{2} + \sigma_\beta \times \varepsilon_{t+1,\beta}\right)$$

où les  $\varepsilon_t$  sont des bruits blancs gaussiens indépendants.

Le taux de variation des provisions  $\mu_p$  doit être impacté par l'effet d'actualisation et le niveau des prestations réglées :  $\mu_p(t) = r + \ln(1 - \varphi)$  avec  $\varphi$  constante.

### Autres équations d'évolution

Via l'équation relative au processus d'évolution du *best estimate*, on a :

$$BEL_{t+1} - \beta_{t+1} \times C_{t+1} = BEL_t \times \exp\left(r - \frac{\sigma_p^2}{2} + \sigma_p \times \varepsilon_{t+1,p}\right) \times (1 - \varphi)$$

Cette équation traduit la consommation des provisions en *run-off* : la variation tendancielle du best estimate est la conséquence de l'effet de désactualisation minoré des prestations servies. En identifiant les deux termes de l'équation, on trouve alors :

$$F_{t+1} = \theta \times (BEL_{t+1} - \beta_{t+1} \times C_{t+1})$$

Avec  $\theta = \frac{\varphi}{1 - \varphi}$

### Autres équations d'évolution

On peut alors modéliser l'ensemble des éléments du bilan simplifié :

$$A_t = A_{t-1} \times (1 + R_t) - F_t + C_t$$

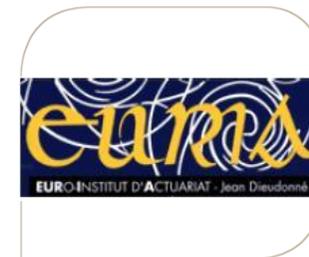
$$L_t = BEL_t + RM_t = BEL_t + \alpha \times D_t \times SCR_t$$

$$F_t = \theta \times (BEL_t - \beta_t \times C_t)$$

et construire la distribution du taux de couverture des engagements réglementaires :

$$\pi_t = \frac{A_t - L_t}{SCR_t}$$

Mais pour que le modèle soit utilisable en pratique il faut être capable de calculer le SCR de manière analytique.



### Formule explicite pour le SCR projeté

Tout se ramène donc à déterminer la loi conditionnelle en  $t$  de :

$$\chi_{t+1} = \frac{(c_t + \theta) \times BEL_{t+1} - (1 + \theta \times \beta_{t+1}) \times C_{t+1}}{1 + R_{t+1}}$$

avec  $c_t = 1 + \alpha \times \frac{SCR_t}{BEL_t} \times D_t$

Compte tenu de la forme des lois conditionnelles des variables  $BEL$ ,  $C$  et  $1+R$ , on approche la loi de  $\chi$  par une loi log-normale dont les paramètres sont choisis pour que les deux premiers moments soient exacts.

## Formule explicite pour le SCR projeté

On trouve après quelques calculs :

$$\mu_t(\chi) = \mu_t - \mu_a + \frac{\sigma_a^2}{2} \quad \sigma_t^2(\chi) = \sigma_t^2 + \sigma_a^2$$

avec :

$$\sigma_t^2 = \ln(1 + \omega_t^2) \quad \mu_t = \ln \left( \frac{(c_t + \theta) \times e^{\mu_p} \times BEL_t + (1 - c_t \times \beta e) \times C_t \times e^{\mu_c}}{\sqrt{1 + \omega_t^2}} \right)$$

$$\omega_t = \frac{\sqrt{(c_t + \theta)^2 \times BEL_t^2 \times e^{2\mu_p(t)} \times (e^{\sigma_p^2} - 1) + c_t^2 \times \beta^2 \times (e^{\sigma_\beta^2} - 1) \times C_t^2 \times e^{2\mu_c + \sigma_c^2} + C_t^2 \times e^{2\mu_c} \times (e^{\sigma_c^2} - 1) \times (1 - c_t \times \beta)^2}}{(c_t + \theta) \times e^{\mu_p} \times BEL_t + (1 - c_t \times \beta) \times C_t \times e^{\mu_c}}$$

## Les indicateurs de risque



### Formule explicite pour le SCR projeté

Le SCR se calcule alors via la formule fermée suivante :

$$SCR_t = \frac{1}{1 + \alpha \times D_t} \left( \exp(\mu_t(\chi) + \sigma_t(\chi) \times \phi^{-1}(99,5\%)) - BEL_t \right)$$

Cette équation nécessite la mise en œuvre d'une résolution numérique. Une méthode par dichotomie est suffisante pour résoudre numériquement cette équation.

### Prise en compte de plusieurs lignes d'affaires

L'utilisation pratique du modèle proposé ici implique de pouvoir prendre en compte plusieurs lignes d'affaires adossées à un actif général, autrement dit de distinguer des BEL et des cotisations par ligne. Dans ce cas on a :

$$\chi_{t+1} = \frac{\sum_{j=1}^n \left( (c_t^j + \varphi_t^j) BEL_{t+1}^j - C_{t+1}^j \right)}{1 + R_{t+1}}$$

et on peut donc utiliser encore une approximation par une loi log-normale de la loi conditionnelle de  $\chi_{t+1}$ , seul le calcul des deux premiers moments du numérateur est modifié. Il est simple de prendre en compte la dépendance entre les branches, pour autant que celle-ci soit mesurée par des coefficients de corrélation entre les lois normales sous-jacentes. On prend ainsi en compte l'effet de l'évolution des primes sur le *mix-produit* et peut identifier des arbitrages dans le politique de souscription.



## Application - paramétrage

Soit une compagnie d'assurance commercialisant un contrat frais de santé :

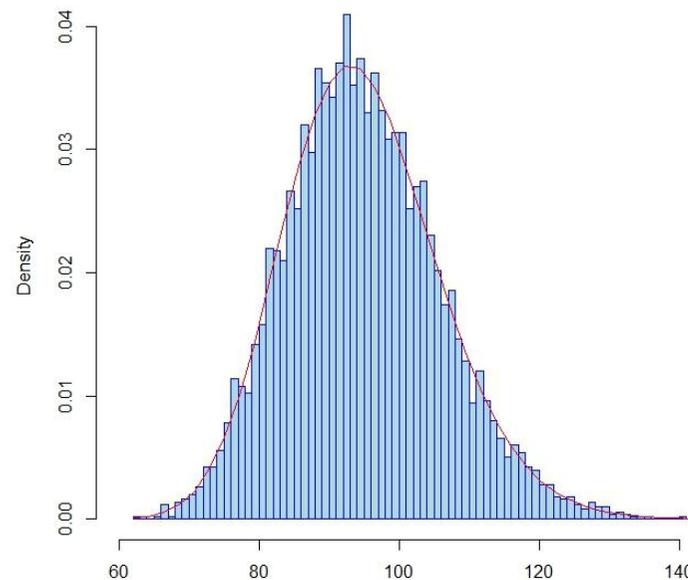
- ratio combiné moyen de 100 % ;
- commercialisation de 75 M€ de cotisations et allocation 20 % d'actions et 80 % d'obligations (OAT 1 an) ;
- ratio de couverture initiale du SCR de 204 % ;
- plan stratégique : maintenir le profil de risque actuel.

Après validation statistique du caractère log-normale de ses risques les paramètres respectifs sont estimés :

- $\mu_c = 0, \sigma_c = 1\%$  ;
- $\sigma_p = 10\%, \varphi = 80\%$  ;
- $\sigma_\beta = 2\%, \beta = 100\%$  ;
- $\mu_a = 3,6\%, \sigma_a = 6,3\%$ .

## Application - paramétrage

Préalablement à la mise en œuvre à proprement parler, on valide le caractère log-normale la loi de  $x_{hi}$ .



Le test de Jarque-Bera utilisé en général pour des échantillons de grande taille, conduit à une p-valeur de 35 %.

## Application - définition de l'appétit pour le risque

La compagnie se fixe comme appétit pour le risque

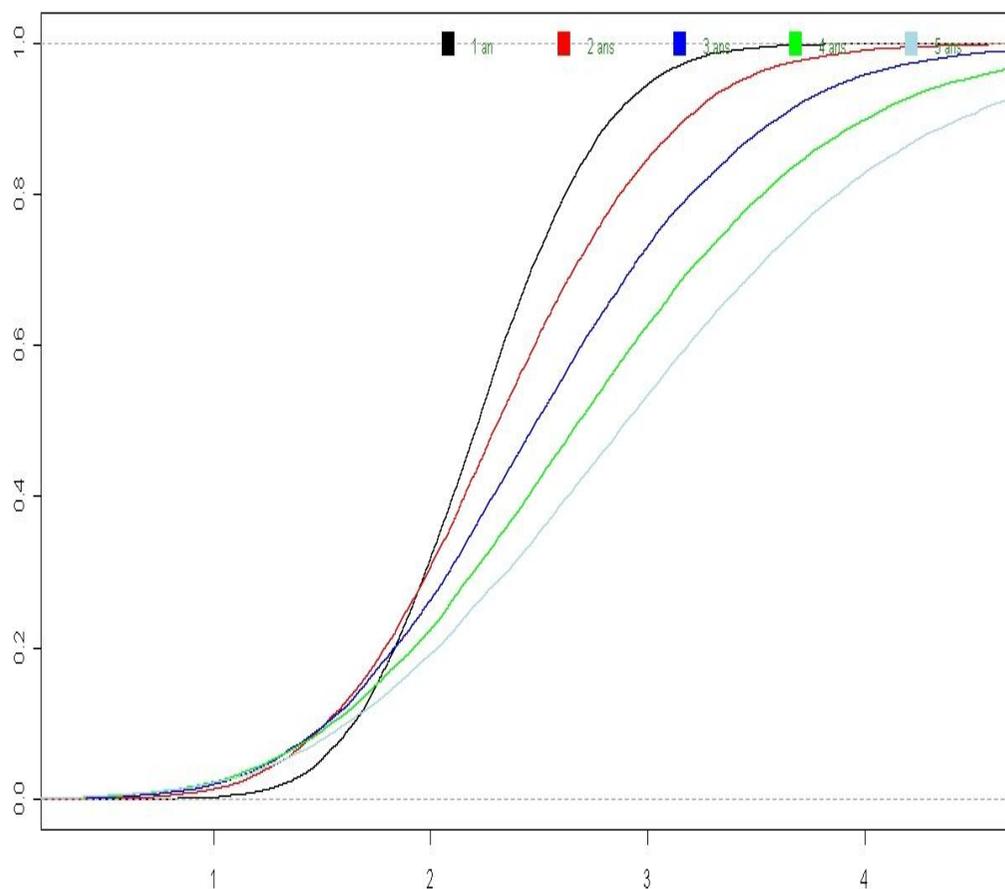
- un ratio de couverture annuel du SCR supérieur à 150% dans 95% des cas et ce sur les 5 prochaines années.

Les résultats du modèle ainsi paramétré sont présentés ci-après :

[1] "Taux de couverture de l'année 0"						
Min.	1st Qu.	Median	Mean	3rd Qu.	Max.	
2.037	2.037	2.037	2.037	2.037	2.037	
[1] "Taux de couverture de l'année 1"						
Min.	1st Qu.	Median	Mean	3rd Qu.	Max.	
0.5655	1.7910	2.0600	2.0660	2.3350	3.4730	
[1] "Taux de couverture de l'année 2"						
Min.	1st Qu.	Median	Mean	3rd Qu.	Max.	
-0.009893	1.737000	2.113000	2.127000	2.510000	4.350000	
[1] "Taux de couverture de l'année 3"						
Min.	1st Qu.	Median	Mean	3rd Qu.	Max.	
-0.9932	1.7040	2.1770	2.2020	2.6710	5.2120	
[1] "Taux de couverture de l'année 4"						
Min.	1st Qu.	Median	Mean	3rd Qu.	Max.	
-0.8918	1.6920	2.2320	2.2810	2.8160	5.7530	
[1] "Taux de couverture de l'année 5"						
Min.	1st Qu.	Median	Mean	3rd Qu.	Max.	
-1.192	1.667	2.286	2.350	2.979	6.689	

## Application – sorties du modèle

### Exemple - sorties du modèle



On observe qu'une allocation cible permet de vérifier la contrainte initiale sur 5 ans.

En considérant un quantile sur la durée de projection :

[,1]	[,2]	[,3]	[,4]	[,5]
0.950000	0.900000	0.850000	0.810000	0.770000
1.506645	1.514495	1.705755	1.916741	2.162008

Mais dans le cas d'une contrainte à 95% sur chaque année de projection, le plan stratégique est trop risqué :

[,1]	[,2]	[,3]	[,4]	[,5]
0.950000	0.950000	0.950000	0.950000	0.950000
1.506645	1.345198	1.297094	1.292881	1.346144

**C.A.**  
–  
**Direction Générale**

- Organisme de pilotage de la stratégie de l'entreprise
- Valide et suit la mise en œuvre des décisions stratégiques
- Doit disposer d'une information fiable, synthétique, et intelligible.

**EXIGENCES QUANTITATIVES**

**Direction Technique**  
–  
**Direction Financière**

- Donne à la Direction Générale les éléments de décision Formule Standard / Modèle interne
- Met en place les outils de calcul
- Intervient dans les mécanismes d'élaboration des provisions techniques, d'alimentation des modèles actif-passif

**Direction Marketing**

- Participe à l'évolution des produits existants en relation avec la Direction Technique
- Procède avec la Direction Juridique, à une relecture de la documentation commerciale, en parallèle de l'évolution des produits

**EXIGENCES QUALITATIVES**

**Audit interne**

- Vérifie la conformité des activités avec la stratégie, les processus et les procédures
- Évalue l'adéquation du système de Contrôle Interne

**Contrôle Interne**

- Définit les normes et principes de fonctionnement
- Veille à la conformité des informations comptables et financières publiées
- Veille à l'application des directives émanant de la Direction Générale

**Directions Métiers**

- Modélisent et documentent leurs processus
- Documentent les procédures associées
- Établissent la liste des risques opérationnels associés

**DSI**

- Adapte le SI aux nouveaux besoins
- Met en place l'infrastructure technique et humaine nécessaire à l'exploitation de ces produits
- Participe à la fiabilisation des données

**FONCTIONS SUPPORT**

**DRH**

- Participe à la réflexion sur l'impact organisationnel de Solvabilité II
- Met à jour et rédige les descriptions de poste

**Frédéric PLANCHET**  
fplanchet@winter-associes.fr

**Marc JUILLARD**  
mjuillard@winter-associes.fr

### **WINTER & Associés**

Bureau de Paris  
43-46 avenue de la Grande  
Armée  
F-75 116 Paris  
+33-(0)1-45-72-63-00

Bureau de Lyon  
55 avenue René Cassin  
CS70410  
69338 LYON CEDEX 09  
+33-(0)4-37-37-80-90

<http://www.winter-associes.fr/>  
<http://www.ressources-actuarielles.net/>  
<http://www.winter-associes.fr/blog>