

Massonnet Bruno

AS-Consultant

105 bis, avenue Maurice Thorez 94200 Ivry sur Seine

Tél : +33 (0) 1 48 86 15 01

Fax : +33 (0) 1 48 86 15 02

[b.massonnet@AS-Consultant.com](mailto:b.massonnet@AS-Consultant.com)

Résumé :

Ce papier présente une approche du risque dépendance menée à partir de l'enquête HID - Handicaps, Incapacités, Dépendance - en France. Le modèle d'analyse d'un contrat d'assurance reposera sur un modèle de risque, un modèle de gestion et un modèle assurance.

Le modèle de gestion prend en compte les différences entre l'état réel de perte d'autonomie d'une personne et la connaissance qu'en a l'assureur. Les simulations mettent en évidence les effets de différents types de gestion sur le tarif, sur les provisions de sinistres et sur l'économie d'ensemble d'une génération de production du contrat.

Mots-clés : HID, dépendance, long term care, transitions, modélisation, projections, provisions

## SOMMAIRE

1. Introduction
2. L'enquête HID (Handicaps, Incapacités, Dépendance)
3. Mesure de la dépendance
4. Modéliser la dépendance en assurance
5. Les lois du risque dépendance : des matrices de transitions
6. Application du modèle Risque-Gestion-Assurance
7. Conclusion

### 1. INTRODUCTION

La France dispose d'un système public d'aide sociale en faveur des personnes dépendantes depuis 1997 (Prestation Spécifique Dépendance), amélioré et étendu en 2002 (Allocation Personnalisée d'Autonomie). L'INSEE a réalisé une grande enquête intitulée Handicaps, Incapacités Dépendance entre 1998 et 2001, qui donne de nombreux enseignements.

Ce papier présente des résultats issus d'un travail mené depuis 2 ans sur la dépendance à travers l'enquête HID.

Les sections 2 et 3 seront consacrés à une présentation de l'enquête HID et de son utilité pour l'assurance, et aux caractéristiques d'un indicateur de dépendance.

La section 4 posera les bases d'une modélisation de la dépendance dans le cadre de l'assurance, reposant sur un modèle risque – gestion – assurance. Le modèle de gestion tente de prendre en compte la différence pouvant exister entre l'état réel d'une personne dépendante et la connaissance qu'en a l'assureur (ou le gestionnaire de l'aide sociale).

La section 5 présentera l'estimation des lois du risque dépendance sur l'enquête HID, tandis que la dernière section présentera quelques applications du modèle complet, et les effets de la prise en compte du modèle de gestion sur le tarif, les provisions de sinistres et les flux financiers du contrat.

### 2. L'ENQUÊTE HANDICAPS, INCAPACITÉS, DÉPENDANCE

#### 2.1 L'enquête HID (Handicaps, Incapacités, Dépendance)

Cette enquête avait comme objectif de combler le retard français en matière d'information statistique sur le handicap. Elle a été réalisée en quatre vagues : un premier passage en institutions (1998) et à domicile (1999), puis un second passage 2 ans après (respectivement

en 2000 et 2001). Environ 35 000 personnes ont été interrogées lors des premiers passages. Le second passage a permis de les réinterroger, pour mesurer leur évolution en deux ans. Les décès entre les deux passages ont été collectés dans les registres d'état civil (exhaustifs). L'INSEE diffuse les fichiers complets de l'enquête, qui ont été utilisés pour cette étude.

## 2.2 Une enquête utilisable pour donner des bases statistiques à l'assurance dépendance

Les données de l'enquête HID ont les caractéristiques suivantes :

- une grande richesse d'information (plus de 400 variables et leur évolution en 2 ans) ;
- à chaque individu est associé un « poids de redressement » issu du plan de sondage, qui permet des estimations de prévalence ou de flux sur la population nationale ou sur une sous-population particulière ;
- elles mesurent aussi bien la prévalence de la dépendance (1er passage) que son évolution en 2 ans (transitions).

Aucun fichier d'assurance ne peut atteindre les deux premiers points. L'information y sera nécessairement moins complète, les assurés d'un contrat ne seront représentatifs que d'un portefeuille, et du ou des modes de distribution du produit lors de sa commercialisation.

L'examen du contenu de l'enquête et ses conditions de réalisation, et parallèlement du mode de construction des principaux indicateurs de dépendance, permet de conclure favorablement à une utilisation de l'enquête HID pour donner des bases techniques à l'assurance. On notera en particulier :

- la durée suffisante des interviews (de l'ordre de 45 minutes) ;
- les questions sur l'autonomie inspirées des grilles d'évaluation de la dépendance ;
- la validation d'un certain nombre de réponses (reformulation, demandes de précisions...),

L'enquête HID n'est toutefois pas une enquête médico-sociale visant à évaluer un degré d'autonomie ou à accorder des droits ou avantages et ceci peut être source de biais. Il est donc nécessaire de cadrer les estimations sur HID d'un indicateur de dépendance<sup>1</sup> à l'aide de références externes<sup>2</sup>.

Sous ces précautions, plusieurs indicateurs de dépendance peuvent être estimés, notamment les ADL, Activities of Daily Living, la grille AGGIR, ou encore les principaux IADL (Instrumental Activities of Daily Living).

La grille AGGIR (Autonomie Gérontologique Groupe Iso-Ressources) est l'indicateur de dépendance retenue par la France depuis 1997 comme outil d'évaluation de la perte d'autonomie. Elle définit 6 groupes GIR, homogènes en terme de volumes d'aide nécessaire), allant du GIR 6 (état autonome) jusqu'au GIR 1 (dépendance totale physique et psychique). Les GIR 1 et 2 constituent généralement la dépendance totale dans les produits d'assurance, le GIR 3 (et parfois le GIR 4) les états de dépendance partielle.

Outre les activités physiques, la grille AGGIR prend en compte explicitement les troubles de l'orientation et de la cohérence, ce qui reflète une conception actuelle de la dépendance.

La grille AGGIR a été retenue de 1997 à 2001 pour l'attribution de la PSD – prestation spécifique dépendance, et depuis début 2002 comme critère d'éligibilité au système public de l'APA - allocation personnalisée à l'autonomie. L'APA verse des rentes du GIR 1 au GIR 4 à environ 911 000 bénéficiaires au 30 septembre 2005).

Pour l'assurance, les apports de l'enquête HID, complétés à une réflexion sur la nature de la dépendance, seront nombreux, plus particulièrement en termes :

- de choix d'un critère de dépendance pour les populations couvertes ;
- d'une information statistique très riche, sur les personnes et leur environnement ;
- évaluation des lois du risque, y compris sur des populations spécifiques ;
- d'affinage des règles de gestion d'un contrat d'assurance ;
- de modalités de sélection, test d'un questionnaire médical ...

### 3. MESURE DE LA DÉPENDANCE

Les indicateurs de dépendance classent l'ensemble de la population, de la personne autonome à la plus dépendante. Ces indicateurs, construits par des gérontologues, ont pour objectif de caractériser un état de perte d'autonomie. Une conception réfléchie de la dépendance leur est donc sous-jacente. Les grands indicateurs ont aussi une visée statistique : leur conception permet une évaluation par des personnels, formés, de compétences assez variées (pas uniquement du personnel médical, mais aussi des travailleurs sociaux). Ils ont en particulier fait l'objet de tests pour vérifier la stabilité des évaluations dans le temps ou entre deux évaluateurs, et définir un protocole de passation. Certains font partie de recommandations en matière de statistiques de santé publiques (sous l'impulsion de l'OMS) ou se retrouvent au cœur du système statistique national (AGGIR en France). Ceci garantit une bonne

disponibilité statistique et rend possible le suivi (stabilité des définitions, évolutions des effectifs dépendants...).

Le marché français utilise principalement les ADL<sup>3</sup> (en 6 actes, ou 4 après regroupements), et à la grille AGGIR, parfois combinés ou avec des compléments de définition.

#### 4. MODÉLISER LA DÉPENDANCE EN ASSURANCE

La modélisation présentée repose sur l'enchaînement de trois sous-modèles complémentaires. Le premier sous-modèle est un modèle de risque, indépendant du produit d'assurance, qui décrit les évolutions des personnes assurées. Le deuxième est un modèle de gestion, dont la prise en compte s'avèrera particulièrement instructive s'agissant de dépendance. Enfin le troisième est un modèle assurance.

##### 4.1 Le sous-modèle de risque : matrices de transition

L'estimation devait répondre à des objectifs bien définis :

- ne pas se limiter à 3 états : décès, dépendance, valide (ou 4 avec dépendance partielle).
- apporter une réponse satisfaisante à la question de la dépendance partielle
- respecter les caractéristiques du risque, en particulier ses perspectives d'évolutions : dégradations mais aussi améliorations<sup>4</sup>, mortalité propre à chaque niveau de dépendance.

Le modèle de risque sera fondé sur les « grands indicateurs » (section 2) de dépendance. Ils offrent en effet une cohérence statistique et une homogénéité que n'ont pas des définitions « conventionnelles » de dépendance totale ou partielle<sup>5</sup>.

Disposer d'un tel modèle de risque apporte un appréciable gain de cohérence actuarielle dans l'élaboration d'un produit d'assurance dépendance (qui résultera de tatonnements successifs entre plusieurs formules de garantie), mais aussi un avantage réel pour le pilotage futur du produit, grâce à la disponibilité de références dans la statistique publique. Nous avons construit des modèles de risques fondés sur les GIR ou les ADL.

##### 4.2 Le sous-modèle de gestion

Un indicateur de dépendance évalue le degré d'autonomie d'un individu, à partir d'une série de questions concernant sa vie quotidienne. Le modèle de risque en fournit une estimation des lois que nous appellerons « physiques ». Le modèle de gestion vise à rendre compte d'un éventuel écart entre cet état « physique » et la connaissance qu'en a l'assureur (ou le gestionnaire de l'aide sociale).

Dans tous les cas, on suppose que l'assureur est informé des dégradations de l'état d'un assuré en sinistre, ou de son décès. Trois niveaux de gestion<sup>6</sup> ont été définis :

- gestion « parfaite », l'assureur connaît à tout moment l'état réel de l'assuré ;
- gestion « laxiste », il n'est informé que du décès de l'assuré ;
- le niveau intermédiaire, dit gestion « correcte », suppose que l'assureur est informé des améliorations « sensibles » (amélioration de plus d'un niveau de l'indicateur de dépendance).

Le schéma suivant illustre la vision du sinistre par l'assureur :

	Date	N	N+1	N+2	N+3	N+5
	état "physique"	GIR 3	GIR 4	GIR 4	GIR 5	décès
Rente servie par l'assureur	gestion parfaite	R	0	0	0	0
	gestion correcte	R	R	R	0	0
	gestion laxiste	R	R	R	R	0

*produit garantissant une rente R aux GIR 1, 2 ou 3.  
pas de prestation en GIR 4 à 6.*

#### Lecture

*gestion parfaite :* l'assureur cesse de verser la rente dès que l'individu devient GIR 4

*gestion correcte :* l'assureur ne constate l'amélioration que lorsque l'individu devient GIR 5 (amélioration de deux niveaux de l'indicateur de dépendance). Il a donc continué à verser la rente dans les années N+1 et N+2.

*gestion laxiste :* l'assureur verse la rente dépendance jusqu'au décès de l'assuré. Il n'observe pas les améliorations survenues depuis N, année d'ouverture du sinistre.

D'un point de vue pratique, la gestion « parfaite » paraît irréalisable. Un évaluateur ayant connu un an auparavant une personne dépendante aura légitimement quelques freins à constater une amélioration (légère), qui pourrait faire perdre le bénéfice d'une aide sociale<sup>7</sup>. Cette « humanité de l'expertise » est nécessaire dans le contexte sensible de la dépendance, dont on sait qu'elle n'est pas égale tous les jours (la personne connaît « des hauts et des bas »), et qu'elle touche des individus souvent très âgés et toujours fragilisés.

A l'opposé la gestion « laxiste » ne cherche pas de confirmation de l'état de dépendance, au-delà de la première acceptation à l'ouverture du sinistre. Une certaine méconnaissance des chances d'amélioration<sup>8</sup>, et des produits initialement limités à la dépendance totale (ce qui réduit les chances d'améliorations, mais sans les interdire) explique que la gestion s'est parfois limitée à vérifier que le bénéficiaire était en vie.

L'objectif d'une gestion rigoureuse, mais humaine et en même temps équitable, se situe probablement entre la gestion parfaite et la gestion correcte : parmi les améliorations réelles

d'un niveau de l'état de dépendance, la nouvelle évaluation reconnaîtrait seulement les améliorations les plus franches et resterait inchangée pour les évolutions plus modérées.

Commentaire : l'évaluation des matrices de transition à partir HID, qui sera présentée en section 5, a été faite sur les 1<sup>er</sup> et 2<sup>ème</sup> passages à partir des seules réponses aux questions de l'enquête. Ceci correspond au contexte de gestion parfaite (obtention des lois « physiques »).

Le risque, vu par l'aide sociale ou un assureur, repose sur un modèle de gestion « non parfaite » de l'appréciation de la dépendance.

#### 4.3 Le sous-modèle assurance : les avantages du stochastique

Un modèle déterministe (raisonnement en espérances ou valeurs probables), qui permettait de traiter la plupart des schémas de garanties, avait initialement été envisagé. Un modèle stochastique a ensuite été retenu pour sa meilleure aptitude à traiter une garantie capital équipement (payée une seule fois), quand les lois de risque n'excluent pas l'amélioration de l'état de l'assuré. On y retrouve les atouts classiques des modèles stochastiques : visualisation des aléas du contrat et possibilité de confronter l'expérience réelle du contrat aux projections (intervalle de confiance) compte tenu du nombre d'assurés.

En fonction de l'état des personnes décrit par les modèles de risque et de gestion, le modèle assurance applique le dispositif de garantie (prestations, paiement ou exonération des primes).

#### 4.4 Input / output du modèle

Les input du modèle sont :

- population : par sexe et âges, et selon son état initial au regard de la dépendance. Pour les nouveaux adhérents d'un contrat, on considérera que la population est principalement composée de personnes du groupe le plus autonome. Quelques personnes légèrement moins autonomes<sup>9</sup> peuvent faire partie des assurés. On peut ainsi faire intervenir l'efficacité de la sélection. Pour les provisions de sinistre, le modèle partira d'un assuré initialement dans un état de dépendance garanti.
- caractéristiques du produit d'assurance : garanties, paiement des cotisations...
- évaluation de la gestion : repose sur l'examen des procédures de gestion concernant l'information sur l'état de dépendance des assurés bénéficiaires d'une prestation.

L'output est constitué des projections année après année des flux et stocks de population, en fonction de leur état d'autonomie, et les flux financiers du contrat d'assurance.

## 5. LES LOIS DU RISQUE DÉPENDANCE : DES MATRICES DE TRANSITIONS

### 5.1 Transitions sur deux ans

L'enquête HID permet de disposer d'environ 30 000 individus interrogés lors d'un premier passage, réinterrogés deux ans après lorsque c'était possible.

On dispose donc d'un ensemble d'individus dont on connaît :

- diverses caractéristiques générales : âge, sexe, etc.
- l'état de dépendance / autonomie au premier passage de l'enquête ;
- l'état deux ans après (ou le décès dans l'intervalle).

Table 1 **EVOLUTION EN DEUX ANS - GRILLE AGGIR**

a) Echantillon - plus de 60 ans

GIR	GIR après 2 ans								Total
	nd	décès	GIR 1	GIR 2	GIR 3	GIR 4	GIR 5	GIR 6	
nd	295					1			296
GIR 1	23	402	177	84	1				687
GIR 2	117	894	194	651	72	24	22	15	1 989
GIR 3	108	369	63	252	210	62	28	25	1 117
GIR 4	96	196	13	102	95	158	67	45	772
GIR 5	151	218	5	98	100	120	205	189	1 086
GIR 6	1 751	848	33	203	190	219	408	6 305	9 957
<b>Total</b>	2 541	2 927	485	1 390	668	584	730	6 579	15 904

b) Effectif national "plus de 60 ans" estimé sur HID, compte tenu du poids de redressement (milliers)

GIR	GIR après 2 ans								Total
	nd	décès	GIR 1	GIR 2	GIR 3	GIR 4	GIR 5	GIR 6	
nd	24.2					0.1			24.2
GIR 1	4.4	38.6	19.3	6.8	0.1				69.3
GIR 2	28.6	105.4	20.8	80.6	8.3	4.7	4.3	9.2	261.9
GIR 3	33.5	56.7	6.8	34.7	42.2	16.3	6.8	4.5	201.5
GIR 4	44.2	60.5	3.1	23.2	31.4	65.5	22.6	14.1	264.6
GIR 5	121.4	64.3	0.3	15.5	22.0	40.7	73.4	92.5	430.2
GIR 6	1 392.9	470.7	5.0	50.5	59.1	90.8	249.1	8 452.5	10 770.0
<b>Total</b>	1 649.2	796.2	55.4	211.5	163.1	218.0	356.1	8 572.8	12 020.0

Lecture :

a) sur 687 individus GIR 1 de plus de 60 ans au premier passage, 402 étaient décédés deux ans après, 177 étaient encore évalués GIR 1, 84 étaient GIR 2, et 1 en GIR 3.

b) ces 687 individus de l'échantillon sont représentatifs de 69 300 individus, 38 600 sont décédés deux ans après... Les plus de 60 ans représentaient 12 020 000 français au premier passage, 796 200 sont décédés deux ans après.

On notera que ce tableau n'exclut pas des améliorations de l'état (GIR de niveau plus élevé après deux ans : par exemple 72 individus classés initialement GIR 2 sont devenus GIR 3). En ajoutant une analyse par âge, on vérifie également la progression sensible de la mortalité avec le degré de dépendance, y compris dans les états légers (GIR 5).

## 5.2 Estimation des transitions sur deux ans : la régression logistique généralisée

La méthode utilisée est la régression logistique généralisée, qui permet d'estimer simultanément l'ensemble des lois recherchées (c'est-à-dire l'ensemble des transitions sur deux ans d'un état donné de dépendance ou d'autonomie vers le décès ou tout état).

### Le Modèle logistique simple

Soit une variable qualitative  $Y$  (dite variable réponse) à deux modalités ( $Y=0$  ou  $Y=1$ ), et les variables explicatives  $X_1, X_2, \dots, X_n$ . Le modèle linéaire ne s'appliquant pas aux variables binaires, on cherche à expliquer la probabilité que la variable  $Y$  prenne la valeur 1 (ou 0).

$$\pi = P(Y = 1), \text{ ou } 1 - \pi = P(Y = 0)$$

L'idée est d'utiliser une transformation par une fonction réelle monotone  $g$  de  $[0,1]$  dans  $\mathbb{R}$ , et de chercher un modèle linéaire de la forme :

$$g(\pi_i) = \beta'_i X$$

Le modèle logit repose sur la fonction  $g$  définie par :

$$g(\pi_i) = \text{logit}(\pi_i) = \ln\left(\frac{\pi_i}{1 - \pi_i}\right), \text{ où } \ln \text{ est le logarithme népérien}$$

$$\text{avec } g^{-1}(x) = \frac{e^x}{1 + e^x}$$

### Variables explicatives

Les variables explicatives peuvent être qualitatives (par exemple l'âge de la personne) ou quantitatives (le sexe, la CSP) avec 2 ou plusieurs modalités chacune<sup>10</sup>.

### Modèle logistique généralisé

Le modèle logistique se généralise au cas où  $Y$  est une variable pouvant prendre plus de 2 valeurs. L'une des modalités sera prise comme référence.

La fonction g est ici définie par :

$$g(\pi_i) = \ln\left(\frac{\pi_i}{1 - \pi_{k+1}}\right) = \beta'_i X, \text{ où } \ln \text{ est le logarithme népérien}$$

pour  $i \in (1, 2, \dots, k+1)$  où  $k+1$  est le nombre de modalités de la variable réponse.

Les modalités de Y seront les différents états au regard de l'indicateur de dépendance (auxquels on ajoute un état correspondant au décès).

L'estimation a été faite par sexe et pour chaque état initial de dépendance (un modèle par sexe et état initial). La dépendance étant peu fréquente avant 60 ans, et recouvrant des situations distinctes de la dépendance des personnes âgées, la modélisation a généralement été faite en deux parties (par exemple une sur les 20-60 ans, l'autre sur les 60 ans et plus).

### 5.3 Correction de la mortalité des autonomes

La mortalité du groupe des autonomes n'est pas estimée de manière satisfaisante. Ce n'est pas un effet du modèle d'estimation, le constat peut être fait sur les données brutes de l'enquête.

En appliquant à la population des 20 ans et + :

- la mortalité estimée par groupe (de GIR 1 à 6) à partir des modèles décrits plus haut ;
- la mortalité générale nationale (tables INSEE 1999-2001, par sexe)

*Table 2 : nombre de décès estimé (20 ans et +)*

	GIR 1 à 5	GIR 6 (autonomes)	TOTAL
modèles de l'étude	336 322	647 185	983 507
INSEE 99-2001	160 583	680 537	841 120

*Table 3 : taille de l'échantillon et représentativité (20 ans et +)*

	GIR 1 à 5	GIR 6 (autonomes)	TOTAL
Effectif (répondants)	8 156 (30 %)	18 965	27 121
Représentatifs de	1 671 117 (3.9 %)	41 543 751	43 214 868

On considérera que la mortalité des groupes dépendants est bien estimée (le taux de sondage y est dix fois plus élevé dans l'échantillon HID avec 30 % des réponses pour moins de 4 % de la population totale adulte). Leur nette surmortalité par rapport à la mortalité générale ne surprend pas. La mortalité des autonomes devrait être sensiblement inférieure à la mortalité nationale (un individu est soit dépendant, soit autonome au sens d'un indicateur), pour aboutir à un total équivalent par les deux méthodes. Ce groupe est moins bien représenté dans le plan de sondage (19 000 individus pour 41,5 millions d'adultes), conformément aux objectifs de l'enquête. L'excédent global de mortalité (142 387) a été retiré de l'estimation faite pour le groupe GIR 6, autonome, soit en moyenne 22 % de correction de la mortalité estimée par le modèle (en pratique, la correction a été appliquée séparément par sexe et tranches d'âges quinquennales).

Ces corrections sont justifiées par le manque de données de décès dans la population autonome de l'enquête HID, notamment avant 50 ans (âges de faible mortalité). HID n'est pas destinée à estimer la mortalité des jeunes valides (il aurait pour cela fallu au contraire surpondérer les âges jeunes). Les corrections apportées aux âges élevés sont plus faibles, cette population étant mieux représentée dans l'échantillon.

#### 5.4 Passage à des transitions annuelles

Soit :  $M_{x,x+2} = \begin{pmatrix} p_{66} & \cdots & p_{60} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{06} & \cdots & p_{00} \end{pmatrix}$ , la matrice de transition sur deux ans de l'âge  $x$

où  $p_{ij}$  est la probabilité pour un individu d'âge  $x$  initialement classé en GIR  $i$ , appartienne au GIR " $j$ " 2 ans après (quand il aura l'âge  $x+2$ ). Pour d'autres indicateurs de dépendance, il suffira d'adapter la taille de la matrice nombre de niveaux de dépendance + 1 pour le décès)

La somme des lignes est toujours égale à 1 :  $S_i = \sum_{j=0}^6 p_{ij} = 1$

Pour le groupe 0 (décès), on a  $p_{06} = p_{05} = p_{04} = \dots = p_{01} = 0$  et  $p_{00} = 1$ . Cet état est dit "absorbant" (pas de retour possible vers un autre état).

Un individu d'un groupe  $i$  donné, sera 2 ans après : soit dans un des groupes GIR 1 à 6, soit décédé (groupe 0).

On va considérer que cette matrice de transition est le produit de deux transitions annuelles successives, et que l'évolution d'une période dépend seulement du dernier état (Markov).

$$M_{x,x+2} = M_{x,x+1} \times M_{x+1,x+2}$$

On fait dans un premier temps l'hypothèse que les transitions annuelles sont constantes entre  $x$  et  $x+2$ , soit :

$$M_{x,x+2} = M_x \times M_{x+1} \approx M_{x+0.5}^2 \text{ où } M_{x+0.5} \text{ (avec un seul indice) est une transition sur 1 an, de } x+0.5 \text{ à } x+1.5 \text{ (au centre de l'intervalle de } x \text{ à } x+2).$$

$$\text{L'équation, écrite au rang suivant donne : } M_{x+1,x+3} = M_{x+1} \times M_{x+2} \approx M_{x+1.5}^2$$

Le problème sera résolu si l'on peut extraire une "racine carrée" de toutes les matrices de transition en 2 ans. La solution existe si la matrice est diagonalisable, mais la condition n'est pas toujours vérifiée ici. Il a donc fallu retenir une approche numérique permettant de relâcher cette contrainte (voir encadré sur expm et logm).

Dans ce cas, on retiendra comme matrice de transition à l'âge  $x$ , une moyenne des solutions trouvées à chacune des deux équations.

$$M_{x+1} = \frac{M_{x+0.5} + M_{x+1.5}}{2} \text{ moyenne de deux matrices successives}$$

( $\approx \{M_{x+0.5} \times M_{x+1.5}\}^{1/2}$  pour de faibles déformations du risque à des âges proches).

On pose :  $M_{x+0.5} = \expm(G_{x+0.5})$ , où expm est l'exponentielle matricielle.

$$D'où : M_{x,x+2} = \expm(2 G_{x+0.5})$$

Alors :  $G_{x+0.5} = \logm\left(\frac{M_{x,x+2}}{2}\right)$ , où logm désigne le logarithme matriciel.

## EXPONENTIELLE ET LOGARITHME MATRICIELS

Ces deux fonctions sont calculables à l'aide des développements limités.

$$\expm(M) = I_{n+1} + \frac{M}{1!} + \frac{M^2}{2!} + \frac{M^3}{3!} + \dots + \frac{M^k}{k!} + o(M^k)$$

$$\text{et } \logm(M) = (M - I_{n+1}) - \frac{(M - I_{n+1})^2}{2} + \frac{(M - I_{n+1})^3}{3} + \dots + (-1)^{k+1} \frac{(M - I_{n+1})^k}{k} + o((M - I_{n+1})^k)$$

où  $I_{n+1} = \begin{pmatrix} 1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & 1 \end{pmatrix}$  est la matrice unité de dimension  $n+1$  ( $n$  états de dépendance + décès)

L'expression des développements limités est identique à celle des fonctions réelles.

On notera cependant qu'il s'agit de produits matriciels :  $M^k = M \times M \times \dots \times M$  ( $k$  fois).

Ce traitement numérique n'exclut pas que certains coefficients de la matrice prennent une valeur (faiblement) négative, non interprétable en termes de transitions. Ces valeurs ont été corrigées (par annulation et report au prorata sur les autres transitions depuis le même état d'origine). On a ensuite vérifié que la matrice corrigée, à nouveau élevée au carré, était très proche de la matrice d'origine.

## 5.5 Lissage aux grands âges

La mortalité aux grands âges a été lissée par la méthode proposée par Kannisto. On rappellera seulement ici qu'il s'agit d'un cas particulier de lissage logistique, qui offre un prolongement cohérent avec le modèle logistique généralisé utilisé. Le même lissage a été appliqué aux lois de transition de dépendance aux âges élevés.

## 6. APPLICATION DU MODÈLE RISQUE-GESTION-ASSURANCE

### 6.1 Le cas étudié

Le produit étudié couvre les états de dépendance de GIR 1 à GIR 3. Il prévoit le versement d'une rente mensuelle de 1000 € en GIR 1 et GIR 2, de 500 € en GIR 3, et d'un capital équipement de 3000 € lors de l'entrée en dépendance. Les assurés percevant une rente sont exonérés du paiement des cotisations. L'analyse sera faite hors chargements, au taux technique de 2.5 %, à partir de 20 000 simulations du contrat pour chaque âge, sexe et niveau de dépendance initial. Nous exploiterons ici le profil moyen résultant de ces simulations, en testant les 3 types de gestion décrites dans la section 4.

Nous allons mettre en évidence les effets du type de gestion sur le tarif, les provisions techniques de sinistre et le profil des flux financiers.

### 6.2 Tarification

Exemple de tarif annuel, pour âge à l'adhésion de 60, 65 et 70 ans - 60 % femmes (adhérents uniquement issus du groupe le plus autonome, GIR 6 initialement).

Table 4 : tarif et effet de la gestion

Modèle de gestion	Prime pure 60 ans	Prime pure 65 ans	Prime pure 70 ans
parfaite	482 €	594 €	746 €
correcte	511 € soit + 6%	624 € soit + 5%	780 € soit + 5%
laxiste	666 € soit + 38%	784 € soit + 32%	941 € soit + 26%

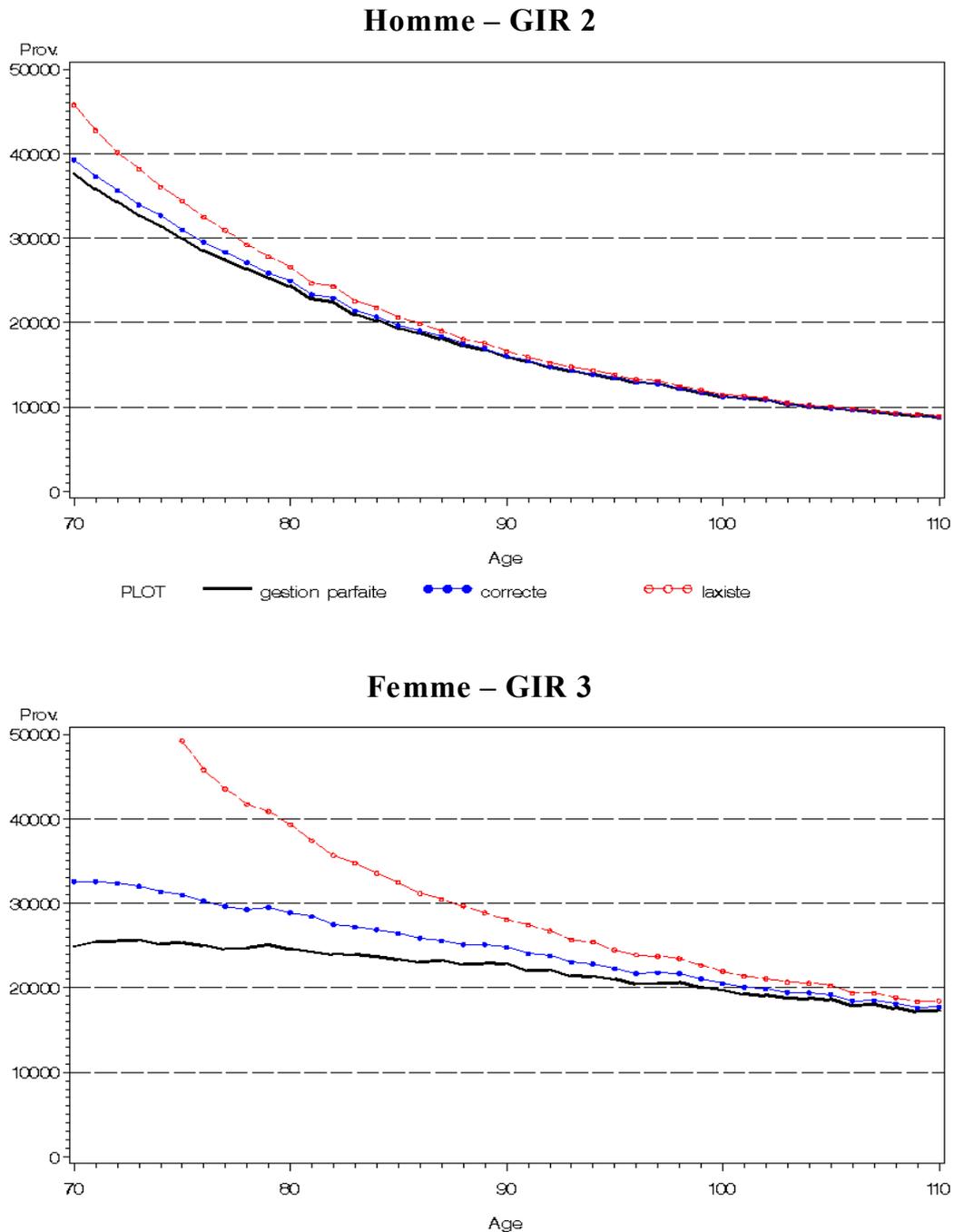
L'écart de tarif entre les différentes gestions est propre à la définition du produit d'assurance et à la relation entre les prestations offertes, capital ou rente, en dépendance totale et partielle.

### 6.3 Provision de sinistre

Logiquement, le mode de gestion a des conséquences sur le provisionnement nécessaire, plus élevé quand la gestion est moins rigoureuse. En effet, l'assureur n'est pas bien informé des

améliorations de l'état des bénéficiaires d'une prestation, et peut continuer à verser une rente pour une dépendance plus forte que la situation effective de l'assuré. La figure 1 illustre les cas d'un homme en GIR 2 et d'une femme en GIR 3.

Figure 1 : Provision de sinistre et mode de gestion



La provision est toujours plus faible en gestion parfaite, plus élevée en gestion laxiste. Les chances d'améliorations diminuant avec l'âge, l'écart entre les provisions se réduit.

Il est intéressant de noter que les provisions calculées ne recouvrent toutefois pas exactement la même notion. En gestion parfaite, un dossier peut cesser d'être indemnisé après une amélioration et redevenir quelques années après à nouveau dépendant. Ce « nouveau sinistre » ne sera pas observé en gestion « laxiste », où la rente est versée jusqu'au décès.

Exemple :

Assuré garanti pour une rente dépendance totale de R en GIR 1 à 3

année		N	N+1	N+2	N+3	N+4
état physique		GIR 3	GIR 3	GIR 4	GIR 4	GIR 3
PRESTATIONS selon gestion						
<b>parfaite</b>	sinistre n° 1	R	R	<b>clos</b>		
	sinistre n° 2					R
<b>correcte</b>	sinistre n° 1	R	R	R	R	R

Dans un cadre de gestion parfaite, l'assureur aura observé deux sinistres sur la période, là où une gestion correcte n'en verrait qu'un seul.

La provision à l'année N en gestion correcte est donc supérieure à la provision en gestion parfaite pour deux raisons s'ajoutant :

- elle couvre les paiements des années d'améliorations non détectées (ici, états GIR 4), alors qu'une gestion parfaite aurait cloturé le sinistre.
- elle doit prendre en charge également ce qui serait un deuxième sinistre distinct en gestion parfaite.

L'économie du contrat, ainsi que les statistiques de sinistralité sur un portefeuille (nombre de nouveaux sinistres, de sinistres en cours, règlements et provisions...) sont donc très directement affectées par cette dimension gestion.

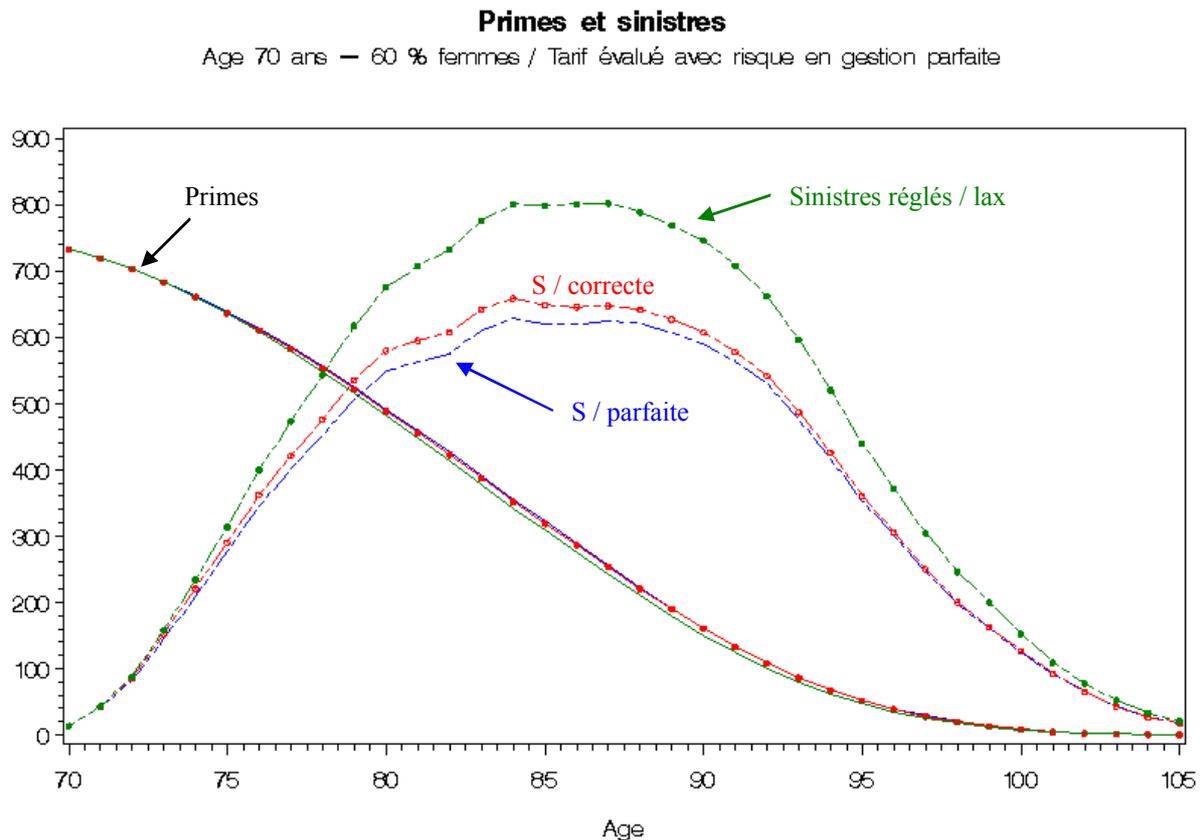
#### 6.4 Profil des flux financiers du contrat

Le modèle décrit le profil des primes et des règlements du contrat jusqu'à l'extinction de la génération. Le tarif est celui obtenu à partir du risque en gestion parfaite (746 €, cf. 5.2).

Lorsque l'assureur ne perçoit pas l'amélioration de l'état d'un assuré, ce dernier ne paie pas ses cotisations (exonération) et reçoit à tort une rente.

Les profils des primes et des sinistres sont tous deux affectés par le type de gestion. L'effet sur les primes (indépendamment de la tarification) est cependant faible (et se distingue mal sur les graphiques ci-dessous), alors que le profil des sinistres est sensiblement affecté.

Figure 2 : Primes et sinistres



Lecture :

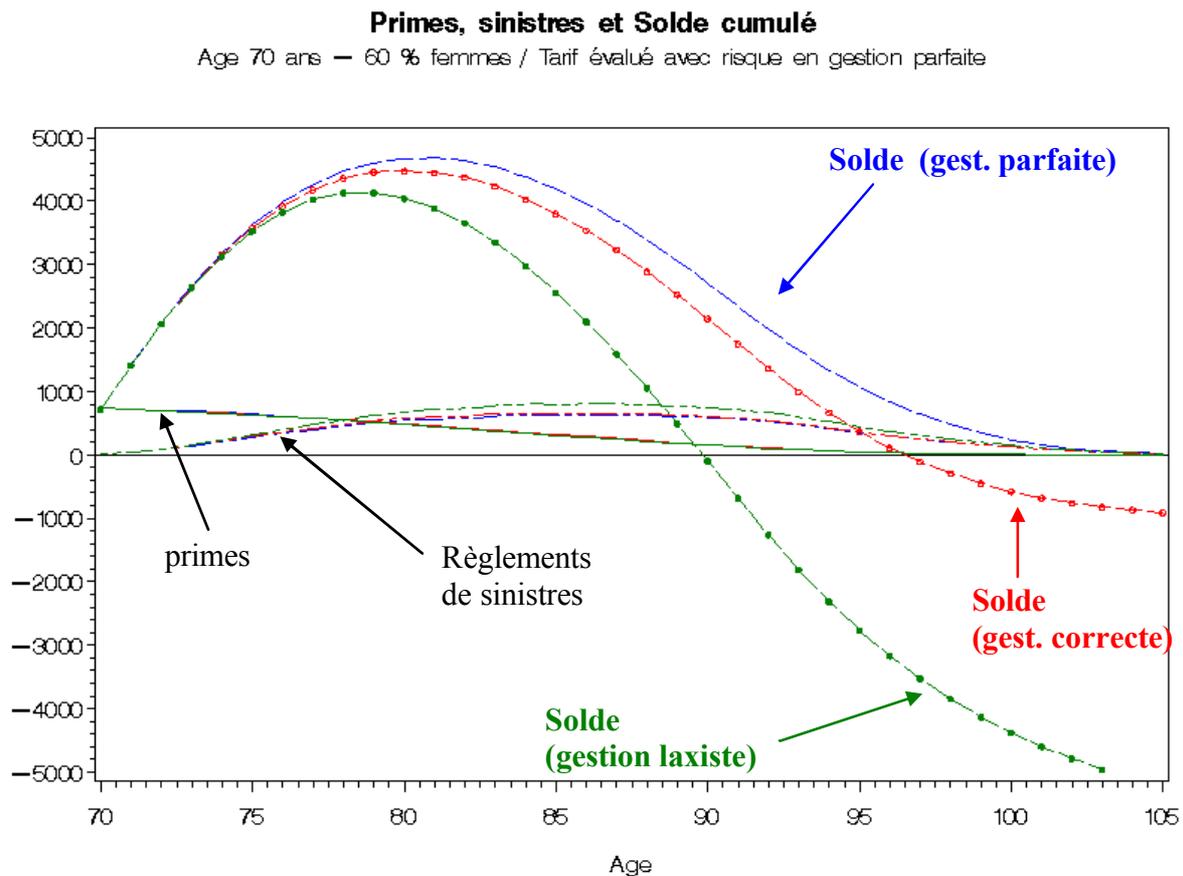
A l'échelle du graphique, les 3 courbes de prime sont voisines. Les règlements de sinistres augmentent quand la gestion est moins fine.

### 6.5 Solde cumulé

Le solde prime - règlements de sinistres a été capitalisé au taux technique (2.5 %) dans le graphique suivant (âge à l'adhésion 70 ans, 60 % de femmes). Il met en évidence qu'une tarification fondée sur un risque « parfait », c'est-à-dire sans intégrer le mode de gestion des évaluations de la dépendance, peut conduire à un déséquilibre sensible du contrat.

Le solde cumulé et capitalisé devient déficitaire après 20 à 25 ans dans les deux schémas de gestion s'écartant de l'hypothèse de tarification.

Figure 3 : Primes, sinistres et Solde cumulé



Lecture : La figure 3 ajoute à la figure 2 le solde de trésorerie du contrat (cumulé au taux technique de 2.5 %). En gestion parfaite, le solde final est nul (situation d'équilibre du tarif), en gestion correcte et surtout laxiste, le contrat est déséquilibré.

Le compte de résultat d'un assureur ne se limite pas aux flux de primes et de règlements, et comprend également des charges de provisions de sinistre et de provisions pour risques croissants pour définir le résultat<sup>11</sup>. Les pertes mises en évidence ici devraient donc apparaître un peu plus tôt. Nous avons cependant montré en 5.3 que les provisions de sinistres dépendent du modèle de gestion, et il en sera de même pour les formules de provisions pour risques croissants, qui découleront des flux examinés ici et d'un barème de provisionnement des sinistres ; le compte réel ne permettra donc pas nécessairement une lecture directe et fidèle de l'équilibre du contrat. Ce constat est classique quand les bases de provisionnement s'écartent de l'expérience du risque (des boni, par exemple provenant d'un barème réglementaire prudent, ou des mali systématiques retardent la perception du S/P réel). Il aura une importance accrue en assurance dépendance avec un horizon de risque assez éloigné, et un provisionnement pour risque croissant pouvant atteindre plusieurs années de cotisations.

## 7. CONCLUSION

L'étude de la dépendance nous a conduit à nous intéresser simultanément :

- à l'évaluation de l'état « physique » d'une population au regard de la dépendance ; les lois du risque peuvent être estimées sur une enquête du type HID ou à partir d'enquêtes médicales sur échantillon (en s'efforçant notamment de savoir de quoi l'échantillon est-il représentatif) ;
- à la différence pouvant exister entre cet état « physique » et l'état reconnu (ou connu) par l'assureur ou par le dispositif d'aide sociale.

Une partie de cette différence paraît inévitable, et est même sans doute souhaitable s'agissant de la dépendance, compte tenu des grilles d'évaluation existantes et des enjeux humains et sociaux économiques. Les améliorations de l'état d'un dépendant pourraient ainsi n'être constatées qu'avec une certaine prudence, pour éviter le risque d'une évaluation faite « dans un particulièrement bon jour » qui ne reflèterait pas l'état ordinaire des besoins d'aide de la personne. Cet effet sera par exemple présent dans les statistiques d'un système d'évaluation publique (l'APA en France), mais concernerait aussi bien une évaluation autonome par un expert d'assurance. Une autre partie est liée aux choix (ou à la pratique) de gestion du produit d'assurance, et peut être réduite en demandant la confirmation annuelle de l'état du bénéficiaire d'une prestation.

Le modèle proposé dans cet article a mis en évidence les effets de cette gestion de l'information sur la tarification, les provisions techniques et les flux financiers d'un contrat. La seule prise en compte d'un modèle purement « physique » du risque<sup>12</sup>, sans la dimension gestion de gestion d'information, conduirait à sous-estimer les projections d'un système d'aide sociale ou d'un portefeuille d'assurance.

## BIBLIOGRAPHIE :

- Alegre A., Pociello E., Pons M.-A., Sarrasi F.-J., Varea J. (2003), A long term care time discrete model, IME
- Barberger Gateau P., Letenneur L., Pérès K.(2004), Résultats Paquid, site ISPED
- Colas B. (2004), La régression logistique généralisée avec la procédure LOGISTICS, SAS- Document technique n°19
- Colin Ch., Kerjosse R. (2001), Handicaps, Incapacités, Dépendance – premiers travaux d’exploitation de l’enquête HID – DREES série études / document de travail n° 16
- Collège National des Enseignants de Gériatrie (2000), Corpus de Gériatrie chapitre 8, tome 1, Edition et Communication
- Colvez A. (2003), Rapport du Comité scientifique pour l’adaptation des outils d’évaluation de l’autonomie, Rapport au Sénat
- Duée M., Rebillard C. (2004), La dépendance des personnes âgées : une projection à long terme, INSEE document de travail G 2004/02
- Guide de remplissage de la grille AGGIR (2000)
- Guide pratique - L’allocation personnalisée d’autonomie (2001), Ministère de l’Emploi et de la Solidarité
- Haberman S., Pitacco E. (1999), Actuarial Models for Disability Insurance, Chapman & Hall / CRC
- Helms F., Czado C., GschlöBl S. (2005), Calculation of LTC premiums based on direct estimates of transition probabilities, ASTIN Bulletin vol. 35, n° 2
- Mormiche P. (2001), Le handicap en institution : le devenir des pensionnaires entre 1998 et 2000, INSEE Première n° 803
- Perben M. (2005), L’Allocation personnalisée d’autonomie au 30 septembre 2005, DREES
- Robine J.-M. (2000), Amélioration de l’état de santé et progression de l’espérance de vie sans incapacité, note INSERM
- Thatcher A. R., Kannisto V., Vaupel J. W. (1998), The force of mortality at ages 80 to 120, Odense University Press
- Vallin J., Meslé F. (2001), Vivre au-delà de 100 ans, INED – Population & Société n° 365

---

<sup>1</sup> Plusieurs utilisations des variables de HID peuvent parfois être envisagées pour estimer un indicateur de dépendance. Il y a donc une phase préalable de « tâtonnement », le calage permettant de choisir la combinaison qui donne les meilleurs résultats et de corriger statistiquement les biais éventuels.

<sup>2</sup> La DREES l’avait fait pour la grille AGGIR, pour les évaluations qui ont été faites dans le cadre de cette étude, nous avons utilisé des résultats de l’enquête Paquid

---

<sup>3</sup> Il existe plusieurs définitions des ADL (indicateur utilisé depuis plus de 30 ans, francisés par AVQ, actes de la vie quotidienne). L'actuaire devra donc soigneusement vérifier l'adéquation entre ses bases statistiques et l'indicateur retenu. De même les appellations dépendance totale ou partielle sont des conventions.

<sup>4</sup> Par exemple après certains accidents vasculaires cérébraux ou cancers

<sup>5</sup> Définir un seul état dépendance conduit à un groupe très hétérogène, mélange de populations aux perspectives d'évolutions très diverses.

<sup>6</sup> Les qualificatifs « parfait », « correct » ou « laxiste » sont naturellement des raccourcis de langage qui ne décrivent pas l'ensemble de la gestion administrative d'un sinistre et du règlement des prestations. Le mot « gestion » est ici employé en référence à la gestion de l'information sur l'état du sinistre.

<sup>7</sup> La question se pose dans les mêmes termes pour un expert mandaté par un assureur que pour un professionnel de l'aide sociale. Un écart relève donc d'une différence d'appréciation d'un état, et non d'abus ou fraudes que l'on peut rencontrer dans des garanties invalidité (plus facilement objectivables).

<sup>8</sup> Souvent négligées dans les travaux actuariels

<sup>9</sup> Ceci prend son sens en utilisant un indicateur offrant un découpage assez fin des états de l'autonomie à la dépendance et ne pourrait être pris en compte par un modèle à 3 états : autonomie, dépendance, décès. Un produit d'assurance avec sélection, assurera des autonomes mais aussi quelques « presque autonomes ».

<sup>10</sup> La régression logistique (généralisée) permet de retenir des variables explicatives quantitatives ou qualitatives. Le modèle peut ainsi tenter d'expliquer les transitions de dépendance par d'autres variables (non présenté ici).

<sup>11</sup> Dans les hypothèses du risque « parfait », le « solde cumulé » à la date N équivaut à la somme des provisions (sinistres et risques croissants) et du résultat (nul par construction).

<sup>12</sup> Les projections du risque « physique » doivent s'appuyer sur des scénarios du type compression de la morbidité ou évolution de l'espérance de vie sans incapacité.