

See discussions, stats, and author profiles for this publication at: <https://www.researchgate.net/publication/281419642>

# Intégration du risque de liquidité dans les modèles de valeur en risque

Article · January 2002

---

CITATIONS

0

READS

73

1 author:



[Erwan Le Saout](#)

Université de Paris 1 Panthéon-Sorbonne

28 PUBLICATIONS 51 CITATIONS

SEE PROFILE

Some of the authors of this publication are also working on these related projects:



Impact investment [View project](#)



Liquidity [View project](#)

# Intégration du risque de liquidité dans les modèles de valeur en risque



**Erwan Le Saout**

Maître de conférence  
Université Paris Panthéon-Sorbonne  
CREFIB et CREREG  
erwan.lesaout@market-microstructure.org

## Introduction

**L**\* a crise russe qui s'est déroulée en juillet 1998 et la propagation des effets qui s'en est suivie sur l'ensemble des places financières mondiales a été à l'origine de nombreux débats. Beaucoup se sont interrogés sur les éléments constitutifs de cette crise systémique. Si la sous-évaluation des risques de crédit est à l'origine de la crise monétaire russe, l'un des facteurs prédominant de cet embrasement des marchés financiers est certainement dû à la corrélation des risques. Selon le FMI, le facteur qui a déclenché ce processus d'interdépendance des risques est l'illiquidité du marché des changes. En période de crise financière<sup>(1)</sup>, la liquidité tend à s'assécher, ce qui se traduit non seulement par une baisse de l'offre de liquidité mais aussi par une augmentation de la corrélation des actifs, ce qui a pour effet de rendre inopérant la diversification.

Ce risque de liquidité est difficilement prévisible en dépit de nombreux modèles d'évaluation des risques, y compris les modèles très usités de la *Value at Risk* car ceux-ci ne prennent en général pas en compte les problèmes d'illiquidité. Son origine réside dans le fait que la liquidité est difficilement quantifiable. Des moyens doivent être néanmoins mis en œuvre pour améliorer la gestion de ce risque qui semble être de plus en plus présent sur les marchés comme l'indique Dembo (1997) qui met en garde contre l'omission du facteur de liquidité<sup>(2)</sup> dans l'estimation de la *Value at Risk*.

Notre article se présente de la manière suivante : au cours d'une première partie, après avoir défini le risque de

liquidité, nous effectuons une revue de la littérature traitant de la prise en compte du risque de liquidité dans l'évaluation du risque de marché. Nous nous intéressons particulièrement au modèle de décomposition de la *Value at Risk* proposé par Bangia, Diebold, Shuermann et Stroughair (1999). La seconde partie de cet article a une vocation empirique puisqu'il s'agit d'une application de ce modèle sur le Règlement mensuel.

## 1. De la nécessité de prendre en compte le risque de liquidité

La liquidité figure parmi les qualités essentielles que doivent garantir les bourses de valeurs. Celle-ci, bien qu'elle tienne une place choisis dans la littérature traitant de la microstructure des marchés financiers, est une notion qui demeure encore difficile à définir. Un consensus semble toutefois s'établir pour affirmer que la liquidité d'un titre exprime la facilité pour un investisseur à trouver rapidement une contrepartie pour un ordre important quel que soit le sens de la transaction sans provoquer de déviation élevée du cours. Ainsi, la Banque des Règlements internationaux définit le concept de liquidité autour de trois dimensions : la profondeur, l'étroitesse et la résilience. L'étroitesse, mesurée par la fourchette de prix, indique la divergence des cotations par rapport au milieu de la fourchette. La profondeur dénote le nombre maximum de titres qu'un investisseur peut négocier sans modifier la meilleure limite. Enfin<sup>(3)</sup>, la résilience<sup>(4)</sup> correspond à la capacité d'un marché à résorber un décalage de prix résultant d'une négociation de taille importante.

### A. Définitions du risque de liquidité

Le risque d'illiquidité sur les marchés d'actifs financiers correspond à la perte provenant des coûts de liquidation<sup>(5)</sup> d'une position. Typiquement, l'illiquidité d'un marché se manifeste sous forme d'importants coûts de transaction, un *turnover* peu élevé, un faible nombre de transactions durant la séance ou encore une fourchette de prix élevée. Ces facteurs signifient que les investisseurs qui souhaitent solder une position vont devoir payer des coûts

\* L'auteur remercie vivement pour leurs remarques les Professeurs Patrick Navatte, Patrice Fontaine, Jean-Pierre Gourlaouen, Jacques Hamon, Michel Levasseur, et Charles-André Vailhen. L'auteur a bénéficié de nombreuses suggestions et commentaires de la part des participants au congrès des IAE (Biarritz 2000), à la conférence internationale de l'AFFI (Namur 2001) ainsi que les participants au séminaire de recherche de l'IRG. La version initiale de cet article a connu de nombreuses modifications à la suite des remarques pertinentes formulées par le comité de lecture. Les erreurs qui pourraient subsister relèvent de la seule responsabilité de l'auteur.

conséquents pour le faire : ils peuvent supporter des coûts de transaction importants, un délai d'attente relativement long en raison de l'absence de contrepartie ou encore vendre rapidement à un prix désavantageux. Il est manifeste que la plupart des marchés connaissent parfois des problèmes de liquidité. En effet, de nombreux marchés ne présentent pas un niveau de liquidité acceptable durant toute la séance ; il n'existe que très peu de marchés, en général les places financières où sont cotées les grosses capitalisations, qui peuvent se vanter d'offrir un niveau de liquidité adéquat aux intervenants financiers. Cependant, même la liquidité de ces grandes places boursières ne peut pas être garantie. Ces marchés sont très liquides la majorité du temps, mais occasionnellement lors des séances de crise, leur liquidité "s'assèche". Ainsi, aucun marché de la planète ne peut garantir un niveau de liquidité suffisant tout le temps. Le risque de liquidité est donc un facteur potentiellement important, longtemps ignoré par la théorie financière, dont ont conscience les investisseurs mais ce risque est délicat à quantifier car la liquidité demeure un concept qualitatif. De nombreuses mesures<sup>(6)</sup> ont été proposées mais aucune d'entre elles n'est reconnue unanimement même si la fourchette de prix [Demsetz (1968), Roll (1984), Glosten et Harris (1988)] ou encore le coût marginal d'une unité d'actif, qui correspond à une extension empirique du coefficient lambda de Kyle (1985), semblent rallier une majorité de suffrage.

Il est possible de distinguer deux types de risque de liquidité selon Dowd (1998). Le premier est le risque de liquidité "normal" qui augmente au gré des échanges sur des marchés considérés comme peu liquides. Le second type de risque de liquidité est plus insidieux. Il s'agit du risque de liquidité qui augmente lors des crises boursières où le marché perd son niveau courant de liquidité : l'investisseur qui solde ses positions enregistre ainsi une perte plus importante que lors de circonstances normales.

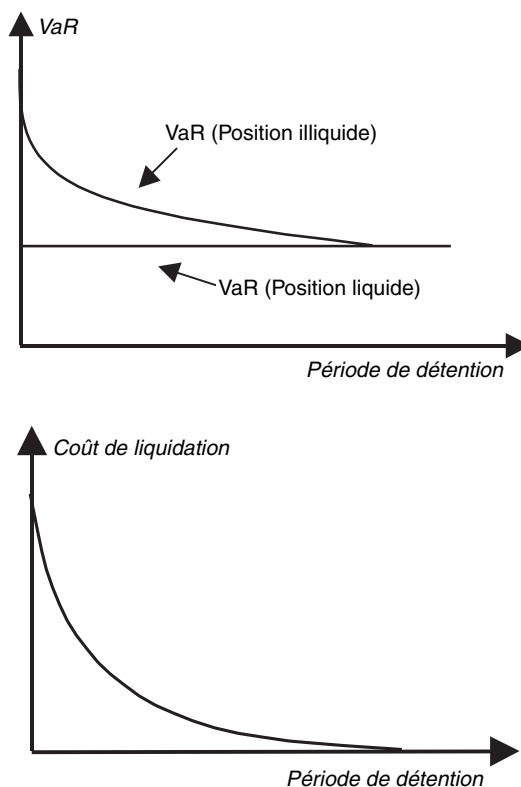
#### Le risque "normal" de liquidité

Le risque de liquidité correspond à la perte potentielle que nous avons subie par rapport au prix que nous aurions dû obtenir. Nous devons donc nous focaliser sur le prix du marché : le risque de perte survient en raison de mouvements défavorables du prix de marché. Cependant il convient de faire attention à ce que nous appelons "prix de marché" en particulier lorsque nous nous situons sur un marché liquide : le prix affiché ne signifie pas "prix réel". Celui-ci peut très bien résulter d'un manque de liquidité antérieur. Ainsi, le prix dépend du sens de notre transaction. Le prix dépend aussi de la taille de la transaction que l'on souhaite effectuer, et aussi du temps que l'on s'accorde pour effectuer la transaction. Toute chose égale par ailleurs, si nous souhaitons vendre rapidement, le prix obtenu sera nettement défavorable ; au contraire, si on a la possibilité d'étaler dans le temps la transaction, le cours obtenu devrait être meilleur.

Par conséquent, nous devons modifier notre conception de la valeur en risque et prendre en compte ces coûts de liquidité. La relation entre les coûts de liquidité et la *Value at Risk* est indiquée par la *figure 1* ci-après. Elle indique des situations de position liquide et de position illiquide. Nous pouvons solder notre position liquide rapidement et obtenir le prix de marché sans coût de liquidité significatif. En revanche, nous pou-

vons solder notre position illiquide seulement en payant des coûts de liquidation inversement proportionnels au délai qu'il a été nécessaire pour clore sa position : plus le délai que l'investisseur se sera accordé pour liquider ses positions est long, moins les coûts seront élevés, cependant, il faut prendre garde au fait que durant l'attente les cours peuvent varier de manière très défavorable. Ainsi, si on se réfère aux travaux de Dowd (1998), toute chose égale par ailleurs, une action illiquide aura une *Value at Risk* plus importante si les coûts de liquidité sont pris en compte. Pour un même actif, la *Value at Risk* variera en fonction de la stratégie de placement d'ordres mis en place par l'investisseur. Plus l'ordre d'échange sera agressif, plus la valeur en risque sera élevée.

Figure 1. Value at Risk, période de détention et coût normal de liquidité



Source : Dowd (1998).

#### Le risque de crise de liquidité

Le risque de liquidité peut s'accroître dans un autre contexte. Un marché peut être très liquide la plupart du temps et devenir illiquide lors d'une crise majeure<sup>(7)</sup>. En règle générale, les troubles démarrent lorsqu'une chute de cours intervient, c'est-à-dire quand nous assistons à un excès d'offre de titres face à une demande qui tend à se réduire fortement par défiance vis-à-vis des titres. La fourchette de prix tend à augmenter de manière importante. Cela s'explique par l'effet de panique qui règne sur le marché, tous les investisseurs souhaitent vendre au même moment et dégarnissent le carnet d'ordres du côté acheteur. Ceci explique d'ailleurs la mise en place par les autorités boursières des réservations de cotation. Nous sommes dans une situation où il n'existe plus de stratégie de placement : tout le monde souhaite vendre sa position.

La question qui se pose, maintenant que nous avons clairement rappelé la nécessité de prendre en compte les

coûts de liquidité dans l'estimation de la *Value at Risk*, est de savoir comment le faire.

## B. Une revue de la littérature

Ces dernières années, on a pu noter un regain d'intérêt de la recherche académique et des milieux professionnels pour la formalisation de la gestion du risque de liquidité. Le risque de liquidité a donné lieu à différentes voies de recherche. Chordia, Roll et Subrahmanyam (2001), Hasbrouck et Seppi (2001) ainsi que Huberman et Halka (2001) ont essayé de détecter des facteurs communs de liquidité. Ces auteurs considèrent l'existence d'un risque spécifique et systématique de la liquidité. Amihud et Mendelson (1986), Brennan et Subrahmanyam (1996) ou encore Jacoby, Fowler et Gottesman (2000) proposent une extension du CAPM et examinent les relations entre l'espérance de rentabilité et le niveau de liquidité.

Enfin, autre voie de recherche et non des moindres, plusieurs suggestions ont été faites afin d'intégrer des coûts de liquidité dans les modèles de *Value at Risk*. Jarrow et Subramanian (1997) considèrent l'effet de la taille des transactions et le délai optimal de liquidation d'un portefeuille sur sa valeur selon un horizon fixé. Les auteurs aboutissent à la présentation d'une *Value at Risk* ajustée du risque de liquidité ; cette mesure incorpore le coût de liquidité, la volatilité de ce coût ainsi que la volatilité durant la période de liquidation. Malheureusement, derrière ce concept très attractif, se dissimule une boîte noire aux paramètres difficilement mesurables. Cette approche du risque de liquidité par la détermination d'un délai de liquidation de portefeuille constitue bien souvent la solution proposée par de nombreux auteurs.

### a) Valeur en risque et horizon de liquidation

Les analyses relatives à l'horizon de liquidation ont pour fondement le principe selon lequel il n'est pas possible de solder la totalité d'un portefeuille sans engendrer des pertes supplémentaires. Une des réponses à ce problème est d'allonger l'horizon de la *Value at Risk* (on estime une VaR sur 10 jours plutôt qu'une journée) de manière à considérer qu'il existe suffisamment de temps donné à l'investisseur pour que celui-ci solde son portefeuille. La perte de prix subie par le fait d'une détention plus longue peut alors être assimilée d'une certaine manière au risque de liquidité.

Cette idée est retenue par Bertsimas et Lo (1998) ainsi que Almgren et Chriss (1999). Devant des fonctions de demande et d'offre peu élastiques, Bertsimas et Lo (1998) proposent un modèle d'optimisation des coûts de transaction et cherchent ainsi à minimiser le coût attendu d'un échange de bloc pour une durée d'échange fixée. Pour cela, les auteurs modélisent les différents impacts des transactions sur les prix. Dès lors, il semblerait possible de mettre en place des stratégies de placement d'ordres. Almgren et Chriss (1999) examinent le problème du solde d'un portefeuille avec l'objectif de minimiser une combinaison du risque de volatilité et des coûts de transaction susceptibles d'augmenter de manière temporaire et /ou permanente en raison de l'impact des ordres sur le marché. A partir d'un simple modèle linéaire de coût, ils construisent une frontière efficiente dans un espace temps – stratégie de liquidation, qui possède un niveau de coût attendu minimum pour un niveau de probabilité donné. Cette analyse les amène à mettre en relief des stra-

tégies d'échanges ainsi que différentes applications incluant une définition de la *Value at Risk* ajustée par le niveau de liquidité. Hisata et Yamai (2000) proposent un modèle de VaR ajusté au risque de liquidité qui reprend les fondamentaux du modèle d'Almgren et Chriss (1999). Contrairement à ces derniers, Hisata et Yamai (2000) considèrent la période de liquidation du portefeuille comme une variable endogène. Ce modèle incorpore l'impact des transactions de l'investisseur en ajustant la valeur en risque selon le niveau de liquidité du marché et la taille de la position de l'investisseur.

Les articles les plus aboutis sur le sujet sont certainement ceux de Lawrence et Robinson (1998) et de Häberle et Persson (2000). Lawrence et Robinson (1998) figurent parmi les premiers à s'interroger sur la non prise en compte dans l'estimation de la *Value at Risk* du risque de liquidité. A partir d'un exemple de calcul de *Value at Risk*, les auteurs estiment que la perte calculée au seuil de probabilité ne correspond pas réellement à la perte maximum pour un horizon de vingt-quatre heures. En effet, selon eux le solde d'une position en vingt-quatre heures entraîne un coût de liquidité supplémentaire sans pour autant entraîner un accroissement de volatilité. Ils remettent ainsi en cause l'horizon de la *Value at Risk* : plus l'horizon est faible, plus on sous-estime le risque de liquidité, et ceci d'autant plus que la position prise par l'investisseur est importante. L'acte de solder une position, en lui-même, aura une conséquence, défavorable pour l'investisseur, sur la fourchette de prix.

Ainsi, sur les marchés peu liquides tels que certains compartiments destinés à échanger des matières premières, l'investisseur qui détient des volumes conséquents d'actifs doit supporter un risque élevé de liquidité que ne prend pas en compte la *Value at Risk* traditionnelle.

A partir de ce constat, Lawrence et Robinson (1998) proposent un modèle générique de *Value at Risk*. Elle doit selon les auteurs répondre à la question suivante : " Quelle peut être la perte maximale subie par un investisseur, à un niveau de probabilité donné, lorsqu'il solde ses positions et assure la liquidation de son portefeuille à une vitesse optimale ". En réponse à cette question, Lawrence et Robinson (1998) émettent l'hypothèse selon laquelle " Tout portefeuille d'actifs doit pouvoir être soldé de telle manière que la perte des actionnaires soit minimisée. Ceci implique que le gérant de portefeuille choisisse les techniques de couvertures adéquates et la vitesse appropriée de liquidation des actifs sur le marché. "

Cette hypothèse implique que l'horizon du risque doit être compatible avec un bon management du risque et une mesure de la *Value at Risk* qui correspond au réel problème économique auquel les institutions financières font face. En ce qui concerne le risque de liquidité, Lawrence et Robinson (1995) le décomposent en trois composantes :

- Les coûts de transaction encourus lors de la liquidation, qui sont déterminés principalement par la fourchette de prix et la taille normale de marché.
- Le coût d'exposition qui mesure le risque d'un mouvement défavorable du " vrai " prix (dans le cas présent, il s'agit du milieu de la fourchette) pendant que la position est maintenue ; cela correspond approximativement à une *Value at Risk*.
- Le coût de couverture de l'exposition quand cela est possible.

L'investisseur doit pouvoir assurer la liquidation de son portefeuille de telle manière qu'il minimise la *Value at Risk* ajustée par le risque de liquidité, qui correspond à la somme des coûts de transaction, d'exposition et de couverture, en choisissant un horizon de liquidation (qui correspond aussi à la vitesse de liquidation).

Il est à noter qu'il existe un lien étroit (" *trade-off* ") entre les coûts de transaction et les coûts d'exposition. Plus l'horizon de liquidation est court, plus le risque d'exposition est faible et donc moins onéreux. Cependant le coût de transaction risque d'être plus élevé en raison de l'élargissement de la fourchette de prix. Le gérant de portefeuille doit donc effectuer un choix en déterminant l'horizon de liquidation optimal. Pour cela, il est nécessaire de spécifier les différentes fonctions de coût.

Une fois qu'ont été quantifiés la nomenclature de la fourchette de prix, l'exposition du " vrai prix " du portefeuille et le coût de la couverture, il est désormais possible de déterminer le taux optimal de liquidation et ainsi de calculer la *Value at Risk* ajustée du risque de liquidité.

La modélisation proposée par Lawrence et Robinson (1998) a donc pour ambition de tenir compte du risque qu'il faut gérer pendant la liquidation du portefeuille, c'est-à-dire durant la période qui sépare la décision de l'opération de vente et la réalisation effective de cette opération.

Dans une optique sensiblement similaire, Häberle et Persson (2000) proposent une modélisation nettement plus aisée à mettre en œuvre empiriquement. Les auteurs définissent une *Value at Risk* ajustée pour la liquidité comme la perte potentielle lors de la liquidation conventionnelle d'un portefeuille. Ainsi, le but d'une telle mesure de risque est de prendre en compte non seulement la distribution des rentabilités mais aussi la distribution de la " liquidité " et si possible ses corrélations avec les variations de prix. La différence entre une *Value at Risk* standard et la *Value at Risk* ajustée pour la liquidité que les auteurs proposent est, selon eux, que la mesure standard considère un horizon de liquidation fixe quelle que soit la volatilité des volumes échangés. Häberle et Persson (2000) supposent qu'une fraction du volume moyen quotidien peut être vendue par un investisseur sans que cela provoque une réaction sur le prix de marché<sup>(8)</sup>.

Les auteurs ont testé empiriquement leurs modèles et effectuent différentes comparaisons. Si nous comparons les deux méthodes d'estimation de la *Value at Risk*, nous pouvons constater que les résultats diffèrent selon la position détenue. Ainsi, si l'investisseur possède une faible quantité de titre, la VaR ajustée pour le risque de liquidité semble sous-estimer le risque déterminé par une mesure classique de *Value at Risk*. Inversement, lorsque la position de l'investisseur est élevée, i.e. il est plus exposé au risque de liquidité, le risque apparaît plus élevé si l'on emploie la mesure proposée par Häberle et Persson (2000) plutôt qu'une *Value at Risk* standard. Cette observation peut s'expliquer par le fait que lorsque l'on a recours à une *Value at Risk* standard, le risque est jugé comme étant linéaire à la taille de la position détenue, c'est-à-dire que si un investisseur détient une ligne d'actions deux fois plus importante qu'un autre investisseur, alors sa *Value at Risk* sera deux fois plus élevée. En revanche, le modèle d'estimation du risque ajusté pour le risque de liquidité ne dépend pas linéairement de la position détenue,

c'est-à-dire que si la ligne d'action est deux fois plus élevée, la *Value at Risk* va plus que doubler.

Ce modèle permet de styliser de manière relativement simple l'importance du risque de liquidité. Néanmoins, il présente quelques limites au niveau du traitement du risque de liquidité. Outre l'hypothèse contraignante liée à la non influence des volumes sur les cours, la principale limite à la modélisation, comme le soulignent ses auteurs, est qu'elle ne prend pas en compte la volatilité de la fourchette de prix. Or il apparaît que la volatilité de la fourchette est loin d'être stable ce qui n'est pas sans conséquence sur les coûts de transactions induits par les échanges. Ce dernier argument est l'une des fondations du modèle proposé par Bangia, Diebold, Shuermann et Stroughair (1999) que nous présenterons.

#### **b) Incorporation du risque de liquidité dans un modèle de *Value at Risk* traditionnel**

Bangia, Diebold, Shuermann et Stroughair (1999), ci-après BDSS (1999), présentent un modèle de *Value at Risk* intégrant le risque de liquidité qui peut survenir sur les marchés lorsque les intervenants financiers décident de solder certaines positions de leur portefeuille. BDSS (1999) estiment qu'un allongement de l'horizon de la *Value at Risk* ne constitue pas une bonne réponse au problème posé en raison de la subjectivité de l'estimation de ce délai de liquidation.

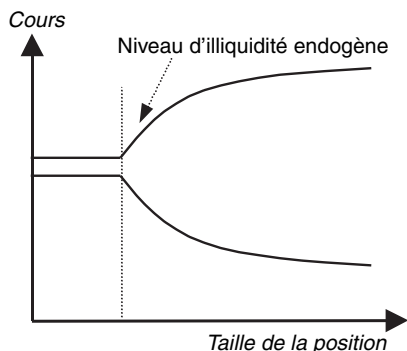
Préalablement à toute modélisation, les auteurs étudient la nature de ce concept qu'est la liquidité. Ils effectuent ainsi la distinction entre une liquidité endogène et une liquidité exogène. Par la suite, BDSS (1999) replacent le risque de liquidité dans le contexte général des risques de marchés.

#### *La nature de l'illiquidité*

L'illiquidité exogène est le résultat des caractéristiques du marché. Elle affecte l'ensemble des participants présents sur le marché, sans que l'on puisse attribuer à l'un d'entre eux la responsabilité de cette dégradation du niveau de liquidité. Celle-ci est bien souvent le résultat d'une action collective. Les marchés liquides tel que le marché des changes se caractérisent par des volumes de transaction importants, une fourchette étroite et stable et une profondeur de marché élevée peu volatile. Les coûts de liquidité sont donc négligeables dans la mesure où la fourchette et les risques sont faibles. Par opposition, les marchés illiquides, tels que les marchés émergents, présentent de larges fourchettes volatiles et une contrepartie absente.

En ce qui concerne l'illiquidité endogène, elle est attribuée aux positions spécifiques de chaque participant. Concrètement, l'exposition au risque de liquidité d'un intervenant est déterminée par la taille de sa position : plus la taille est importante, et plus l'illiquidité endogène s'accroît. Cette liaison est décrite par la *figure 2*. Cette figure illustre les relations entre les cours de transactions et la taille des ordres. Si l'ordre est de faible taille, alors la transaction s'effectue au cours affiché ; dans ce cas, le coût de liquidité équivaut à la moitié de la fourchette, c'est-à-dire le montant de la liquidité exogène. En revanche, si la taille de l'ordre dépasse la profondeur du marché, le coût sera supérieur à la demi-fourchette et peut atteindre un pourcentage élevé de frais supplémentaires en fonction de l'importance des échanges. Cette différence de prix correspond à la liquidité endogène telle qu'elle est définie BDSS (1999).

**Figure 2. Effet de la taille d'une position sur la valeur liquidative**

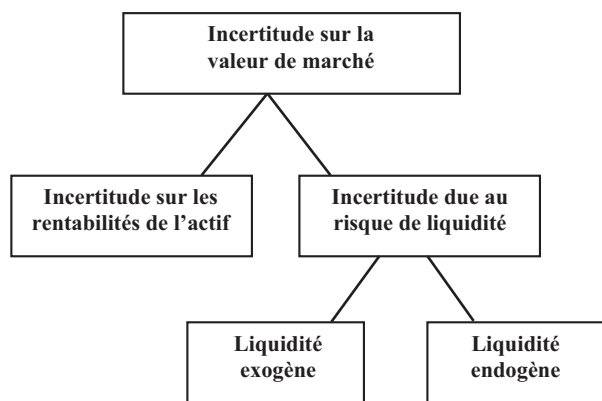


**Risque de liquidité et risque de marché**

Le risque de marché se caractérise par l'incertitude des prix ou des rentabilités provoquée par les mouvements de marché. Dans un marché sans frictions, le management des risques de marché conventionnel ne traite que des distributions des rentabilités calculées à partir du milieu de la fourchette. Une gestion des risques plus rigoureuse implique donc la prise en compte des "frictions" telle que la composante liquidité des actifs, d'autant plus que celle-ci tend à augmenter lorsque de fortes positions sont soldées. Le prix obtenu sera donc le "vrai" prix minoré de la fourchette, ce qui accroît les risques encourus par les investisseurs.

Ce raisonnement permet aux auteurs de décomposer l'incertitude régnant sur la valeur de l'actif en deux types de risques : le risque de cours et le risque de liquidité tel que le résume la figure 3. La *Value at Risk* traditionnelle se concentre sur le premier risque et non sur le risque global.

**Figure 3. Décomposition des risques de marché**



**Modélisation de la Value at Risk ajustée par le risque de liquidité**

La modélisation s'effectue en deux temps : dans un premier temps, BDSS (1999) estiment la *Value at Risk* conventionnelle ; dans un second temps, ils incorporent le risque de liquidité exogène. Dans cette seconde étape de leur modélisation, seul le risque de liquidité exogène va être pris en compte : l'illiquidité endogène sera ignorée puisque son niveau dépend des positions individuelles des investisseurs.

La *Value at Risk* ajustée par le risque de liquidité intègre donc bien deux risques : une composante de marché, et une composante de liquidité. Cette formulation apporte selon les auteurs une preuve que l'omission du risque de liquidité dans le calcul de la *Value at Risk* conduirait à minimiser le ris-

que total du portefeuille de l'investisseur et, par voie de conséquence, entraînerait une mauvaise couverture de celui-ci quand bien même le risque de liquidité serait relativement faible par rapport au risque de marché. Une telle modélisation repose implicitement sur une hypothèse selon laquelle les événements "extrêmes" du risque de cours et du risque de liquidité (représentée ici par la fourchette) surviennent simultanément. La corrélation entre les mouvements du cours (i.e. le milieu de la fourchette) et la fourchette n'est pas parfaite mais le lien est suffisamment étroit pour traiter les deux risques conjointement. Ainsi, en estimant la *Value at Risk* ajustée par le risque de liquidité, BDSS (1999) incorporent à la fois le centile du mouvement de prix et le centile de la variation de la fourchette. L'hypothèse qui peut apparaître comme la plus restrictive demeure la normalité de la distribution des rentabilités. La suppression de cette hypothèse ne modifie pas les résultats obtenus. En effet, il est possible d'introduire le phénomène des mouvements extrêmes, qui nous éloigne de la distribution gaussienne. Il suffit en effet de considérer des multiples de l'écart type basé sur la normalité.

Le modèle BDSS (1999) présente donc l'avantage de pouvoir être mis en œuvre relativement aisément dans la mesure où les données nécessaires sont disponibles facilement contrairement à d'autres modèles. L'objectif d'un tel modèle est avant tout de montrer que le risque de liquidité est un élément non négligeable qu'il convient de ne pas oublier. En ce qui concerne l'évaluation d'une valeur en risque optimale, il semble préférable d'analyser le prix acheteur plutôt que rechercher la décomposition du risque. Dans une même optique, Le Saout (2002) distingue la valeur en risque intrajournalière et la valeur en risque interjournalière. L'auteur propose une nouvelle mesure du risque de liquidité en séance qui est construite à partir de la rentabilité observée durant un événement de marché défini par une quantité de titres signée négociée. Ses résultats indiquent que l'on peut distinguer également un risque de liquidité exogène propre au marché et un risque de liquidité endogène qui relève de la position de l'investisseur.

**2. Application empirique**

Nous allons mettre en œuvre le modèle de BDSS (1999) sur le marché français des actions. Dans un premier temps, nous présentons les éléments méthodologiques. Dans un deuxième temps, nous procédons à l'estimation du risque de marché et du risque de liquidité. Dans un troisième temps, nous présentons la synthèse des résultats obtenus. Nous concluons ce paragraphe par la mise en relief des limites apparues lors de l'analyse empirique d'une telle modélisation.

**A. Éléments méthodologiques**

Nous avons extrait de la base de données BDM Paris-Bourse SBF les prix acheteurs et vendeurs horodatés de quarante et une actions : Saint-Gobain ainsi que quarante autres titres présentant des niveaux de liquidité différents. Aucun critère de sélection n'a été retenu, néanmoins nous avons choisi des sociétés qui présentaient des niveaux de capitalisations boursières différentes, comme en atteste le *tableau 1*. Nous avons par la suite calculé les moyennes de ces différents cours afin d'obtenir des prix moyens acheteurs et vendeurs quotidiens.



**Tableau 1. Capitalisations boursières (en milliers d'euros) moyenne des actions composant l'échantillon**

<b>Nom</b>	Accor	Air Liquide	Alcatel	Atos	BIC
<b>Capitalisation</b>	7812872	11883853	25468234	2058297	3023638
<b>Nom</b>	BNP	Bongrain	Bouygues	CANAL+	CAP Gemini
<b>Capitalisation</b>	18370413	828285	6031103	7379479	9871244
<b>Nom</b>	Carrefour	Casino	Clarins	Club Med	Dynaction
<b>Capitalisation</b>	28191670	6050663	1270689	1258219	97997
<b>Nom</b>	Elf	From. Bel	Info-grames	Labinal	Lafarge
<b>Capitalisation</b>	34651971	1047745	774322	975720	8827094
<b>Nom</b>	L'Oreal	LVMH	Michelin	Montupet	Moulinex
<b>Capitalisation</b>	36520263	20252434	5986548	296473	522498
<b>Nom</b>	Paribas	Penauille	Rexel	SEB	Seita
<b>Capitalisation</b>	15059559	340990	3855213	1365945	2539345
<b>Nom</b>	Skis Ross.	Sodexo	SPIR Com.	Suez	Technip
<b>Capitalisation</b>	184474	5338437	370718	22973584	1585136
<b>Nom</b>	Total	Usinor	Valeo	Vivendi	Zodiac
<b>Capitalisation</b>	35339174	3165189	5982388	33370827	1007127

Sources : Euronext, Datastream.

Notre période d'étude s'étale du 1<sup>er</sup> octobre 1997 au 3 janvier 2000, soit un peu plus de 500 séances consécutives. Nous avons opté pour une base de données quotidiennes afin d'estimer une *Value at Risk* journalière. Ceci signifie que nous allons estimer le montant de perte maximale que peut subir un investisseur au cours d'une séance de cotation, pour un niveau de confiance donné.

## B. Estimation des paramètres du modèle

Suivant BDSS (1999), nous allons évaluer la *Value at Risk* d'actions cotées sur le premier marché de la Bourse de Paris, en procédant à une décomposition en deux types de risque : le risque de marché qui correspond au potentiel de perte lié à la dépréciation du titre, et le risque de liquidité qui correspond au coût de liquidité supporté par l'investisseur désireux de vendre une position.

De manière analytique, le modèle qu'il convient de mettre en œuvre est le suivant :

$$Perte^* = P_t - P^* = P\_VaR + CEL \quad [1]$$

$$P\_VaR = P_t(1 - e^{-2,33\theta\sigma_t}) \quad [2]$$

$$CEL = \frac{1}{2}[P^\alpha(\bar{S} + a\tilde{\sigma}_t)] \quad [3]$$

où :  $Perte^*$  exprime la perte potentielle ajustée pour la liquidité de l'actif ;

$P_t$  est le cours (milieu de la fourchette) de l'actif à la date  $t$  ;

$P^*$  désigne le cours potentiellement le plus faible au seuil de 1 % ajusté par la prise en compte du coût de liquidité : ce cours correspond à notre valeur en risque ajustée au risque de liquidité ;

$P\_VaR$  correspond à la baisse maximale du milieu de la fourchette au seuil de 1 % que l'on peut espérer obtenir à la date  $t + 1$  : il s'agit de la perte enregistrée sans tenir compte de la dégradation de la liquidité ;

$\theta$  correspond au coefficient correcteur qui permet de corriger l'éloignement de la normalité de la distribution des séries de rentabilité ;

$\sigma_t$  représente la volatilité (l'écart-type) de l'actif à la date  $t$  ;

CEL indique le coût exogène de liquidité. Il est estimé à partir des variables ci-dessous. Le coefficient est ajouté de manière à ne prendre en compte que la moitié du niveau de la fourchette de prix estimée dans la mesure où les estimations de la valeur en risque sont effectuées à partir du milieu de la fourchette  $P_t$  ;

$P^\alpha$  correspond au cours (milieu de la fourchette) le plus faible au seuil de 1 % que l'on peut espérer obtenir à la date  $t + 1$ , il s'agit donc de la différence entre  $P_t$  et  $P\_VaR$  ;

$\bar{S}$  désigne la fourchette moyenne de l'actif considéré,  $\tilde{\sigma}_t$  représente la volatilité de la fourchette moyenne, que l'on multiplie par un coefficient de manière à couvrir 99 % des fourchettes. La valeur de ce coefficient dépend de la loi de probabilités de la distribution de la fourchette de cotation qui diffère de la distribution gaussienne ;

$a$  correspond au coefficient correcteur de la liquidité de l'actif.

La résolution de ce modèle nécessite donc le calcul préalable de deux inconnues, à savoir les facteurs correcteurs.

### a) Estimation de la VaR traditionnelle

La première partie de la modélisation consiste à estimer la *Value at Risk* du milieu de la fourchette, i.e. le cours "fondamental" du titre qui ne prend pas en compte les coûts de liquidité nécessaires à la négociation de l'actif.

Afin d'estimer cette *Value at Risk*, nous devons donc calculer le coefficient correcteur en raison de la présence de queues épaisses dans la distribution des rentabilités. En effet, lorsque les rentabilités dévient de la normalité, le recours à un multiple d'écart type basé sur la normalité (ici 2,33 pour un niveau de confiance de 1 %) tend à entraîner une sous-estimation du risque.

Afin d'exprimer une relation explicite entre le coefficient d'aplatissement et le facteur de correction, BDSS (1999) considèrent tout d'abord la relation entre l'écart-type, la kurtosis et la probabilité empirique de queue selon une distribution de *student* avec un certain nombre de degrés de liberté. Or, la distribution de *student* converge vers une loi normale lorsque l'on augmente le nombre de degrés de liberté. Ainsi il est possible d'établir la relation suivante :

$$\theta = 1 + \phi \cdot Ln\left(\frac{K}{3}\right) \quad [4]$$

$\phi$  est une constante dont la valeur dépend de l'intervalle de confiance fixé (i.e. 1 %, 5 %...). Ceci signifie que si la distribution est normale, alors la Kurtosis est égale à 3 et le facteur de correction vaut l'unité : il n'y a pas d'ajustement nécessaire ; la constante  $\phi$  est donc nulle. En revanche, si la distribution dévie de la normalité, nous obtenons un facteur de correction supérieur à l'unité, un coefficient d'aplatissement supérieur à 3 ; notre constante n'est alors pas nulle.

L'estimation de la constante  $\phi$  est obtenue en effectuant une régression transversale des prix potentiellement les plus bas au seuil de 99 % de notre échantillon (en ayant recours à la méthode d'estimation de la *Value at Risk* historique <sup>(9)</sup>) avec la partie droite de l'équation qui suit :

$$P_{99\%} = P_t e^{-2,33 \left\{ \left[ 1 + \phi \ln\left(\frac{k}{3}\right) \right] \sigma_t \right\}}$$

L'obtention de la valeur de la constante s'effectue en transformant l'équation ci-dessus sous la forme polynomiale suivante :  $Y_t = \alpha X_{1,t} + \beta X_{2,t} + \gamma X_{3,t} + \delta$

Avec :  $Y_t = \text{Ln}(P_{99\%})$  et  $X_{1,t} = \text{Ln}(P_t)$

$$X_{2,t} = -2,33 \sigma_t \quad \text{et} \quad X_{3,t} = -2,33 \text{Ln}\left(\frac{k}{3}\right) \sigma_t$$

Nous nous apercevons que la constante  $\phi$  correspond à la valeur du coefficient de la régression. Ainsi, nous avons obtenu une valeur de 0,039 pour le coefficient  $\phi$ , après avoir effectué la régression à partir des quarante et une valeurs qui constituent notre échantillon. Nous pouvons alors calculer la valeur du facteur de correction  $\theta$  pour chaque action composant notre échantillon. Les résultats sont répertoriés dans le *tableau 2*. Il apparaît que les rentabilités des actions ne suivent pas une loi normale. Néanmoins, les facteurs de correction de normalité ne sont pas très élevés en général.

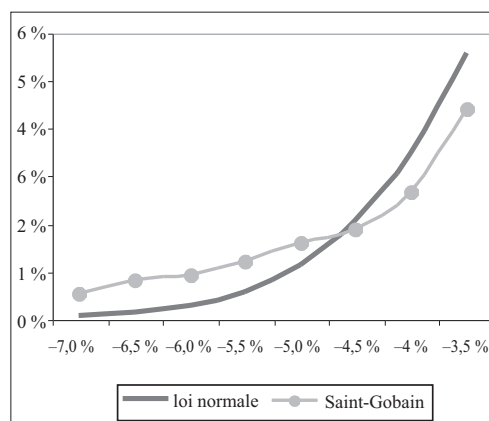
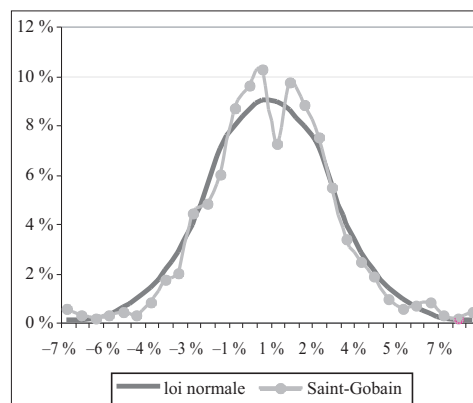
**Tableau 2. Estimation des valeurs en risque**

Nom	Prix (euros)	Kurtosis	Volatilité	$\theta$	VaR 99 % (euros)
Accor	48	6,088	0,024	1,241	44,77
Air Liquide	169	3,427	0,021	1,045	160,51
Alcatel	227,7	4,728	0,033	1,155	208,43
Atos	172,8	7,804	0,029	1,325	157,83
BIC	44,01	4,036	0,025	1,101	41,30
BNP	92,5	4,928	0,028	1,169	85,60
Bongrain	331,4	5,864	0,020	1,228	313,33
Bouygues	636	7,667	0,026	1,319	587,15
CANAL +	135	7,571	0,026	1,315	124,80
Cap Gemini	255,9	6,764	0,032	1,276	232,82
Carrefour	183,5	4,848	0,022	1,163	173,09
Casino	115,1	6,428	0,019	1,259	108,85
Clarins	118	11,628	0,023	1,461	109,10
Club Med	114,1	10,769	0,022	1,435	105,98
Dynaction	28	5,334	0,021	1,196	26,44
Elf	149,1	7,176	0,026	1,297	137,89
From. Bel	700	5,305	0,016	1,194	669,05
Infogrames.	35	4,685	0,025	1,152	32,76
Labinal	110	4,106	0,026	1,107	102,80
Lafarge	115,5	3,282	0,024	1,031	109,11
L'Oréal	789	4,448	0,024	1,134	740,04
LVMH	444	3,896	0,024	1,089	418,01

Michelin	39,79	4,688	0,025	1,152	37,16
Montupet	33	13,168	0,029	1,503	29,77
Moulinex	10,1	5,090	0,026	1,180	9,40
Paribas	110,4	8,890	0,024	1,369	102,32
Penauille	400	5,730	0,022	1,220	376,04
Rexel	88,45	4,399	0,024	1,130	83,11
SEB	74,8	6,177	0,026	1,246	69,27
Seita	42,2	4,965	0,023	1,171	39,66
Skis Ross.	16	6,682	0,020	1,272	15,07
Sodexho	168	3,777	0,023	1,078	158,58
SPIR Com.	77,5	10,968	0,024	1,441	71,46
Suez	159,9	4,446	0,018	1,134	152,56
Technip	104,6	4,377	0,026	1,128	97,78
Total	132	4,624	0,023	1,147	124,05
Usinor	18,92	6,094	0,026	1,241	17,55
Valeo	76,2	3,453	0,025	1,048	71,69
Vivendi	87,2	3,793	0,018	1,080	83,32
Zodiac	208	5,726	0,023	1,220	194,94

Le *graphique 1* illustre le cas de l'action Saint-Gobain que nous analysons à titre d'exemple. Le titre Saint-Gobain présente une kurtosis égale à 4,388. Ceci implique un facteur de correction équivalent à 1,129. Nous ne sommes pas si éloignés de la loi normale, néanmoins, comme l'indique l'observation de la fréquence cumulée des rentabilités, la distribution gaussienne ne couvre pas les fortes baisses.

**Graphique 1. Distribution et fréquence cumulée des rentabilités**



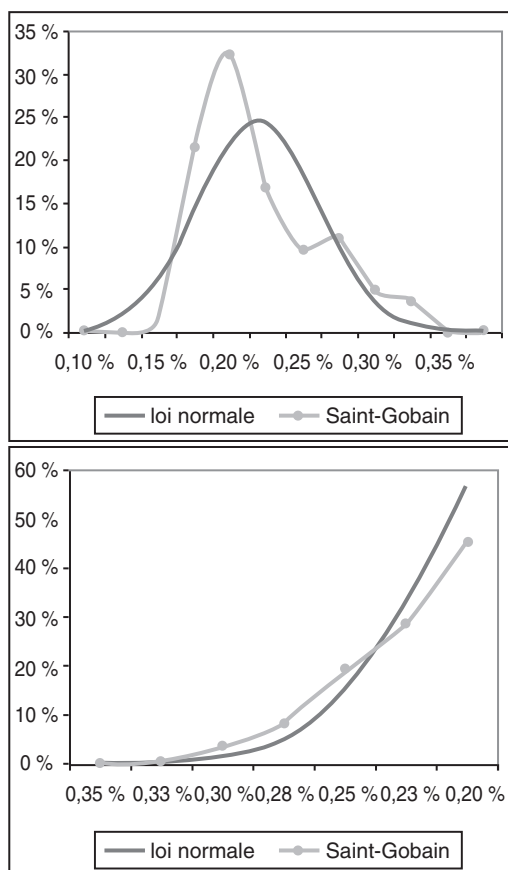


### b) Estimation du coût exogène de liquidité

De manière analogue à l'estimation de la *Value at Risk*, BDSS (1999) incluent dans la formule du coût exogène de la liquidité [3], un facteur de correction  $a$  qui va permettre de s'assurer que 99 % des fourchettes soient prises en comptes. Bangia, Diebold, Schuermann et Stroughair (1999) estiment qu'une queue épaisse sur le marché monétaire signifie un manque de liquidité des actifs. Suivant ce principe, l'échantillon est décomposé en deux sous-échantillons dits de "moindre" et de "grande" liquidité. Cette interprétation est discutable dans la mesure où une faible fourchette peut présenter des variations extrêmes tandis qu'une fourchette large peut évoluer de manière relativement stable. Néanmoins, il convient de signifier que ce découpage est avant tout destiné à séparer les actions selon leur *kurtosis* afin de leur attribuer un coefficient de correction adéquat. Le facteur de correction  $a$  s'obtient en régressant le coût exogène relatif de la liquidité (transformé sous une forme polynomiale) sur la valeur en risque de la fourchette, estimée en utilisant la méthode historique, pour chacun des échantillons.

Le graphique 2 démontre que la distribution des fourchettes est éloignée de la normalité. Les mouvements de fourchette apparaissent de manière relativement fréquente. De plus, le coefficient de symétrie est éloigné de sa valeur d'origine.

Graphique 2. Distribution et fréquence cumulée des fourchettes quotidiennes



Ainsi, nous obtenons des facteurs de correction égaux à 6.724 pour les actions figurant dans le sous-échantillon de grande liquidité et 7.809 pour les actions dans le second échantillon composé des actions présentant une moindre

liquidité. Ce résultat est tout à fait logique dans la mesure où les actions "illiquides" doivent être couvertes de manière plus importante que les actions plus liquides.

Une fois calculé le coefficient correcteur de l'action Saint-Gobain, ici égal à 6.724, nous pouvons désormais estimer le coût exogène de liquidité qui s'élève à un montant de 0.43 euros.

Les différentes inconnues ayant été maintenant évaluées, il nous est maintenant possible de déterminer le risque total de perte encourue par l'investisseur possédant des actions Saint-Gobain dans son portefeuille.

### C. Commentaires des résultats

Le tableau 3 répertorie la décomposition des risques de marché (risque de liquidité et risque de cours) pour l'action Saint-Gobain. La part du risque de liquidité n'est que de 3,81 % pour l'action Saint-Gobain.

Tableau 3. Décomposition des risques de marché de l'action Saint-Gobain

	Saint-Gobain
Prix initial	193
Capitalisation boursière (milliers d'euros)	13243597
Écart-type des rentabilités	0,022
Kurtosis	4.388
Coefficient correcteur	1,129
<b>Composante de marché de la Value at Risk :</b> $P_t e^{-2,33\theta\sigma_t}$	<b>10,94</b>
Fourchette moyenne	0,208 %
Écart-type des fourchettes	0,041 %
Coefficient correcteur de la fourchette	6,724
<b>Composante de liquidité de la Value at Risk :</b> $\frac{1}{2}[P\_VaR(\bar{S} + a\bar{\sigma}_t)]$	<b>0,43</b>
<b>Value at Risk ajustée pour la liquidité</b>	<b>11,37</b>
<b>% de la composante de liquidité</b>	<b>3,81 %</b>

Nos résultats s'interprètent de la manière suivante. La rentabilité la plus faible, au niveau de confiance de 99 %, se calcule ainsi :

$$r_{Saint-Gobain}^{99\%} = -1,129 \cdot 0,022 \cdot 2,33 = -5,84\%$$

Nous pouvons alors craindre au seuil de 1 % le prix suivant :

$$r_{Saint-Gobain}^{99\%} = 193 e^{-5,84\%} = 182,06 \text{ euros,}$$

soit  $P\_VaR = 10,94$  euros.

L'introduction du risque de liquidité, au seuil de 1 %, réduit alors l'espérance de prix comme l'indiquent les calculs suivants :

$$CEL = \frac{1}{2} [182,06(0,208\% + 6,724 \cdot 0,041\%)] = 0,43 \text{ euros.}$$

d'où

$$P_{Saint-Gobain}^* = 182,06 - \frac{1}{2} [182,06(0,208\% + 6,724 \cdot 0,041\%)] = 181,63 \text{ euros.}$$

Ainsi, le risque de perte global au seuil de 1 % en une séance est de :

$Perte_{Saint-Gobain}^* = 193 - 181,63 = 11,37$  euros soit une variation négative de 5,89 %.

La part du risque de liquidité pour le titre Saint-Gobain apparaît comme relativement faible, néanmoins le risque de liquidité peut représenter une proportion du risque total nettement plus élevé (20-30 %) comme en atteste le *tableau 4* qui répertorie les parts du risque de liquidité pour les autres actions de notre échantillon. Ainsi, en ce qui concerne l'action Fromagerie Bel, on peut s'apercevoir, d'une part, que la *value at risk* totale correspond à une perte potentielle, au seuil de 1 %, de 64,74 euros soit une rentabilité négative de 9,24 % et d'autre part, que la part du risque de liquidité est de 52,20 %. Il semblerait donc que le risque de baisse provienne pour moitié de l'assèchement de la liquidité lors des périodes de tourmente boursière.

**Tableau 4. Synthèse des valeurs en risque ajustées par la liquidité**

Nom	Prix	VaR 99 %	Fourchette	VaRL 99%	Part % liquidité
Accor	48	44,77	0,259%	44,59	5,05%
Air Liquide	169	160,51	0,215%	160,14	4,16%
Alcatel	227,7	208,43	0,172%	208,02	2,11%
Atos	172,8	157,83	0,502%	156,49	8,19%
BIC	44,01	41,30	0,417%	40,97	10,82%
BNP	92,5	85,60	0,189%	85,32	3,93%
Bongrain	331,4	313,33	0,811%	306,17	28,39%
Bouygues	636	587,15	0,369%	582,88	8,04%
CANAL +	135	124,80	0,315%	124,22	5,38%
Cap Gemini	255,9	232,82	0,307%	231,36	5,94%
Carrefour	183,5	173,09	0,151%	172,80	2,71%
Casino	115,1	108,85	0,264%	108,42	6,47%
Clarins	118	109,10	0,514%	108,06	10,51%
Club Med	114,1	105,98	0,633%	104,51	15,28%
Dynaction	28	26,44	0,886%	25,97	23,08%
Elf	149,1	137,89	0,231%	137,34	4,65%
From. Bel	700	669,05	1,376%	635,26	52,20%
Info-grames	35	32,76	0,640%	32,32	16,54%
Labinal	110	102,80	0,739%	101,17	18,51%
Lafarge	115,5	109,11	0,241%	108,74	5,60%
L'Oréal	789	740,04	0,197%	738,34	3,35%
LVMH	444	418,01	0,197%	416,98	3,80%
Michelin	39,79	37,16	0,230%	37,03	4,75%
Montupet	33	29,77	0,971%	28,77	23,60%
Moulinex	10,1	9,40	0,661%	9,26	17,21%
Paribas	110,4	102,32	0,243%	101,82	5,76%

Penauille	400	376,04	1,434%	363,16	34,96%
Rexel	88,45	83,11	0,777%	81,76	20,26%
SEB	74,8	69,27	0,693%	68,37	13,91%
Seita	42,2	39,66	0,646%	39,06	19,20%
Skis Ross.	16	15,07	0,904%	14,76	25,44%
Sodexho	168	158,58	0,436%	157,08	13,71%
SPiR Com.	77,5	71,46	0,862%	69,69	22,70%
Suez	159,9	152,56	0,159%	152,18	4,81%
Technip	104,6	97,78	0,653%	96,57	15,12%
Total	132	124,05	0,187%	123,76	3,61%
Usinor	18,92	17,55	0,320%	17,47	5,52%
Valeo	76,2	71,69	0,387%	71,03	12,84%
Vivendi	87,2	83,32	0,162%	83,10	5,48%
Zodiac	208	194,94	0,573%	192,51	15,65%

En complément à cette première analyse, nous avons souhaité étudier le lien qui pouvait exister entre le risque de liquidité et d'une part la volatilité du titre, et d'autre part la capitalisation boursière. Nous avons donc réalisé deux régressions linéaires transversales entre le coût exogène de liquidité relatif et, respectivement, la  $P\_VaR$  relative ainsi que la transformée logarithmique de la capitalisation boursière. Les résultats sont reportés dans les *tableaux 5 et 6*.

**Tableau 5. Estimation de la régression 1**

$$CEL = a \cdot |P\_VaR| + Cste$$

	Coefficients	Écart-type	Statistique t
Constante	0,011	0,008	1,431
P_VaR	-0,025	0,121	-0,214

$$R^2 = 0,001 \quad F = 0,046$$

**Tableau 6. Estimation de la régression 2**

$$CEL = b \cdot Capi + Cste$$

	Coefficients	Écart-type	Statistique t
Constante	0,014	0,002	8,826
Capitalisation	-4,93E-10	1,15E-10	-4,279

$$R^2 = 0,319 \quad F = 18,312$$

A la lecture des résultats que nous avons obtenus, il semblerait qu'il n'existe pas de corrélation entre le coût exogène de liquidité et le risque de cours. La relation est invalidée aussi bien par le test de *Student* que par le test de *Fisher*. On pouvait penser obtenir un lien positif, dans la mesure où le manque de liquidité d'un titre devrait générer de la volatilité compte tenu des faibles contreparties existantes, que ce soit à l'achat ou à la vente. En effet, le milieu de la fourchette devrait connaître des mouvements plus importants puisque la profondeur se dégarnit plus rapidement. Néanmoins, il est vrai que les échanges sont relativement faibles sur les valeurs illiquides ce qui peut atténuer les variations de cours. C'est le paradoxe de la liquidité. Une autre explication de ce résultat peut être délivrée par la pertinence de la dissociation des dif-

férents risques – risque de cours et risque de liquidité – supportés par l’investisseur. En effet, une corrélation significative aurait remis en cause la césure retenue, puisque cela aurait impliqué que les deux risques étaient imbriqués et que par conséquent ils ne pouvaient être dissociés.

En ce qui concerne le lien entre le coût exogène de liquidité et la capitalisation. Nous obtenons une relation négative significative au seuil de 1 %. La régression est validée par le test de Fisher au seuil de 1 %. Le risque de liquidité est d’autant plus élevé que la capitalisation boursière est faible. Ceci était tout à fait prévisible et indique une nouvelle fois les problèmes de liquidité auxquels doivent faire face les investisseurs qui retiennent des petites et moyennes capitalisations au sein de leurs fonds. Quand on connaît l’encours des sicavs profilés *mid-caps* et *small-caps*, on peut penser que les décisions d’investir ou de désinvestir, au-delà du risque de dégradation de la liquidité, ne vont pas être sans conséquence sur la valorisation de la société cotée.

#### D. Les limites de la modélisation

Le principal intérêt du modèle BDSS (1999) ne réside pas dans l’estimation de la *Value at Risk* puisque celle-ci a pour fondement des techniques traditionnelles mais dans la décomposition du risque de marché en deux types de risque : le risque de marché et le risque de liquidité. D’ailleurs, le comité de Bâle recommande l’élaboration de scénarios de stress sur la liquidité. En effet, selon Upper (2000) qui analyse la liquidité des obligations d’état allemandes en période de stress de liquidité, les coûts de liquidité s’élèvent durant ces périodes de turbulence en raison du désir des investisseurs à clôturer rapidement<sup>(10)</sup> les positions, souvent larges, qui leur sont défavorables. Or, la fourchette indique le coût d’immédiateté pour l’échange d’une action ou encore d’une profondeur bien souvent plus faible que la position détenue par les investisseurs institutionnels. Il est donc plus que probable pour que le gérant de fonds “ touche ” plusieurs limites. Par conséquent, l’impact de la transaction sera largement supérieur à la taille de la fourchette. La part du risque de liquidité est donc sous-estimée.

Bangia, Diebold, Schuermann et Stroughair (1999) en ont conscience puisqu’ils précisent clairement qu’ils ne prennent pas en compte le risque de liquidité endogène, c’est-à-dire le risque lié à la taille de la position de l’investisseur. Une solution alternative pourrait être de considérer la fourchette moyenne pondérée. C’est pourquoi, à titre indicatif, nous avons considéré le titre Saint-Gobain et la fourchette moyenne pondérée, estimée pour 5 000 titres, que diffuse Euronext. Cette fourchette indique le coût d’instantanéité<sup>(11)</sup> que supportera l’investisseur désireux de négocier 5 000 actions. Nous obtenons les résultats répertoriés dans le *tableau 7* suivant.

Nous pouvons nous apercevoir que la part du risque de liquidité augmente nettement lorsque la position détenue est importante. Si nous nous référons à l’analyse fondamentale de BDSS (1999), nous pouvons considérer que la composante de liquidité de la *Value at Risk* correspond ici aux risques exogène et endogène (propres à l’investisseur et à la taille de sa position) de liquidité. Ainsi, nous pouvons écrire que le coût endogène de liquidité d’un investisseur correspond à la différence entre le montant de la composante de

liquidité de la *Value at Risk* et le coût exogène de liquidité trouvé précédemment. Dans le cas de l’action Saint-Gobain, le risque de baisse du titre passe ainsi de 5,89 % à 7,17 %. Le risque de liquidité représente désormais 20,94 % du risque total contre 3,81 % auparavant.

La mise en œuvre empirique de ce modèle nous a permis de soulever une autre limite. Celle-ci concerne l’asynchronisme des deux variables analysées dans le modèle : la fourchette et le cours. Si nous considérons le cas de l’action Fromagerie Bel, la part du risque de liquidité apparaît comme très importante. Or, les fourchettes élevées n’apparaissent qu’en période de stabilité et des volumes insignifiants. Par conséquent, il y a très peu de chances pour que les mouvements extrêmes de prix et de fourchette apparaissent simultanément<sup>(12)</sup>. Ainsi, la modélisation de BDSS (1999) va surestimer le risque de l’action.

**Tableau 7. Décomposition des risques de marché de l’action Saint-Gobain pour une position égale à une TNB**

	Saint-Gobain
Prix initial	193
Écart-type des rentabilités	0.022
Kurtosis	4.388
Coefficient correcteur	1.129
<b>Composante de marché de la Value at Risk :</b> $P_t e^{-2,33\theta\sigma_t}$	<b>10,94</b>
Fourchette moyenne	1,15%
Écart-type des fourchettes	0,31%
<b>Composante de liquidité de la Value at Risk :</b> $\frac{1}{2}[P\_VaR(\bar{S}_{FMP} + a\tilde{\sigma}_t)]$	<b>2,90</b>
<b>Value at Risk ajustée pour la liquidité</b>	<b>13,84</b>
<b>% de la composante de liquidité</b>	<b>20,94%</b>

## Conclusion

Le risque de liquidité, en raison de son caractère non quantifiable, est souvent omis des modèles actuels d’évaluation des risques dont la fameuse *Value at Risk*. L’objectif de cet article consistait à appliquer sur le marché français des actions le modèle de Bangia, Diebold, Schuermann et Stroughair (1999).

Le modèle présente des limites liées à la non prise en compte des volumes échangés, i.e. la taille de la position des investisseurs, ainsi qu’à l’hypothèse de synchronisme des mouvements extrêmes des rentabilités et des fourchettes. Ce modèle n’en demeure pas moins pertinent. Sa mise en œuvre permet de mettre en relief que le risque de liquidité pouvait représenter une part non négligeable du risque de marché, y compris pour les actions qui se caractérisent habituellement par une très bonne liquidité. Ceci signifie que le risque est parfois insuffisamment couvert par les institutions financières, ce qui les rend plus vulnérables en période de crise boursière. Les autorités compétentes en ont d’ailleurs tout à fait conscience, puisque les recherches consacrées à la liquidité

avaient une place de choix au cours des deux précédentes conférences annuelles, organisées par la Banque des Règlements Internationaux.

Par ailleurs, nous avons pu mettre en relief la corrélation négative prévalant entre le risque de liquidité et la capitalisation boursière de la société cotée. Cette validation a per-

mis de rappeler que certains fonds profilés en moyenne capitalisation ont une épée de Damoclès au-dessus d'eux.

Enfin, nos résultats permettent de rappeler les vertus de la diversification. Celle-ci permet de réduire non seulement le risque spécifique d'un portefeuille mais également le risque de liquidité en abaissant le niveau du risque endogène de liquidité. ■

(1) Cependant, il convient de ne pas associer tous les krachs boursiers à des crises de liquidité comme le signalent Engle et Lange (1998) et Le Saout (1999). Un exemple concret est celui de l'action Alcatel qui a chuté de 38% en une séance dans des volumes records. Certes dans le cas de l'action Alcatel, la contrepartie acheteuse n'a pu absorber le flux d'ordre important des ventes mais cela correspond avant tout à une modification de la valorisation de la société compte tenu des résultats et perspectives annoncées.

(2) L'auteur démontre d'ailleurs à cette occasion que la prise en compte de l'illiquidité n'est pas sans incidence sur la frontière efficiente.

(3) Il est aussi évoqué la dimension d'immédiateté qui correspond au délai séparant le placement d'un ordre et son exécution. Cette dimension incorpore les aspects de profondeur, d'étroitesse et de résilience.

(4) Voir Bellegarde et Le Fol (2000).

(5) Nous nous plaçons dans le cas d'une cession d'actif, mais le raisonnement demeure identique dans le cas où l'intervenant souhaiterait investir.

(6) Nous pouvons citer le Market Efficiency Coefficient, les capitaux échangés, la fréquence de transaction, le flottant, la résilience ou encore le débit.

(7) Nous nous focalisons sur les crises boursières généralisées et n'analysons pas les crises spécifiques propres à un titre tel qu'Alcatel ou encore à un marché tel que cela s'est déroulé récemment en Argentine où la situation a entraîné des retraits massifs de capitaux.

(8) Dans leur article, les auteurs considèrent une fraction de 20%. Il s'agit d'un pourcentage élevé qui ne correspond certainement pas à la réalité mais qui permet aux auteurs de mettre en relief les performances de leur nouvelle mesure.

(9) Voir Esch, Kieffer et Lopez pour une présentation détaillée des principales méthodes d'estimation de la valeur en risque.

(10) Ceci remet donc également en cause les recherches relatives à l'allongement de l'horizon temporel de la valeur en risque.

(11) Dans la réalité, la négociation sur le marché central de 5000 actions impliquera un coût d'immédiateté moindre car l'estimation de la fourchette moyenne pondérée diffusée par Euronext ne prend pas en compte les volumes cachés [Auguay et Le Saout (1999)]

(12) Cet asynchronisme est peut-être à l'origine de l'absence de corrélation entre le coût exogène de liquidité et la volatilité.

## Références

Almgren, R. et N. Chriss, "Optimal Execution of Portfolio Transactions", The University of Chicago, Department of Mathematics, working paper, April 1999.

Amihud Y. and H. Mendelson, "Asset pricing and the bid-ask spread", The Journal of Financial Economics, 17, 1986, pp. 223-249.

Auguay M. et E. Le Saout, "La Liquidité Réelle à la Bourse de Paris : de Nouvelles Estimations", *Entretiens de l'AFFI, Paris, Décembre 1999*.

Bank for International Settlements, "Market Liquidity: Research Findings and Selected Policy Implications", Report, may 1999.

Bangia, A., F.X. Diebold, T. Shuermann and J.D. Strouhair, "Modeling Liquidity Risk", *Risk* 12, January 1999, pp. 68-73.

Bellegarde S. et G. Le Fol, "Liquidité des marchés et mesure de résilience", 2000, CREST, document de travail.

Bertsimas, D. et A.W. Lo, "Optimal control of execution costs", *Journal of Financial Markets* 1, 1998, pp. 1-50.

Brennan M. et A. Subrahmanyam, "Market microstructure and asset pricing: On the compensation for market illiquidity in stock returns", The Journal of Financial Economics, 41, 1996, pp. 341-364.

Chordia T., R. Roll and A. Subrahmanyam, "Commonality in liquidity", The Journal of Financial Economics, 56, 2000, pp. 3-28.

Dowd, K., *Beyond Value at Risk : the New Science of Risk Management*, ed. John Wiley & Son, 1998.

Dembo, R.S., "Value at Risk and Return", *Net Exposure, The Electronic Journal of Financial I*, October 1997, pp. 1-12.

Demsetz H., "The cost of transacting", Quarterly journal of economics, n°83, 1968, pp. 33-53.

Engle, R. et J. Lange, "Measuring, forecasting and explaining time varying liquidity in the stock market", University of California, San Diego, Discussion Paper 97-12 Revised, March 1998.

Esch L., R. Kieffer et T. Lopez, Value at Risk : vers un risk management moderne, De Boeck Université, 1997.

Glosten L.R. et L.E. Harris, "Estimating the components of the bid/ask spread", Journal of financial economics, vol 21, 1988, pp. 123-142.

Häberle, R. et P.G. Persson, "Incorporating Market Liquidity Constraints in Value at Risk", *Banques & Marchés* 44, janvier-février 2000, pp. 14-20.

Hasbrouck J. and D.J. Seppi, 2000, "Common factors in prices, order flows and liquidity", The Journal of Financial Economics, 59, 2001, pp. 383-411

Hisata Y. and Y. Yamai, "Research toward the practical application of liquidity risk evaluation methods", Discussion Paper, IMES Bank of Japan.

Huberman G. and D. Halka, "Systematic liquidity", Journal of Financial Research, 2001, forthcoming.

Jacoby G., D.J. Fowler and A.A. Gottesman, "The capital asset pricing model and the liquidity effect: A theoretical approach", Journal of Financial Markets, 3, 2000, pp. 69-81.

Jarrow, R. et A. Subramanian, "Mopping up liquidity", *Risk* 10, December 1997, pp. 170-173.

Lawrence, C. et G. Robinson, "Liquidity, Dynamic Hedging and Value at Risk", in *Risk Management for Financial Institutions*, ed. Risk Publications, 1998, pp. 63-72.

Le Saout, E., "Un indice de liquidité multidimensionnel", *Banque & Marchés* 41, juillet-août 1999, pp. 33-40.

Le Saout, E., "Une modélisation dynamique du risque de liquidité", 2002, à paraître dans *Recherches en Finance*.

Roll R., "A simple implicit measure of the effective bid-ask spread in an efficient market", Journal of finance, vol 39, 1984; pp. 1127-1139.

Upper C., "Financial Market Liquidity during the 1998 Turbulences", Economic Research Group of the Deutsche Bundesbank, Discussion Paper, 2000.