

MEMOIRE DE FIN D'ETUDES

**La tarification en prévoyance collective
Application au risque décès**

Véronique HAUCHARD

MASTER 2 d'actuariat
Promotion 2007

REMERCIEMENTS

En premier lieu, je tiens à remercier Monsieur Hervé LE BORGNE, directeur de l'EURIA, pour m'avoir accueillie en dernière année au sein de son établissement. Je voudrais également remercier l'ensemble des enseignants, ainsi que Madame BELLANGER pour sa patience et sa disponibilité.

Puis, je tiens à remercier François LUSSON, président du Cabinet Winter & Associés, et l'ensemble de ses associés pour m'avoir permis d'effectuer mon stage de fin d'études au sein de leur Cabinet.

Je remercie plus particulièrement Norbert GAUTRON pour m'avoir accueillie au sein de son équipe.

Je tenais également à exprimer ma reconnaissance à Arnaud BURGER, actuaire, pour ses conseils avisés ainsi que pour m'avoir encadrée et guidée tout au long de mon stage.

Et, un grand merci à Bertrand MOURELOT, consultant, pour ses précieux conseils, son écoute, sa disponibilité, son soutien et sa bonne humeur.

J'exprime ma gratitude à ces personnes, ainsi qu'aux personnes que j'ai rencontrées tout au long de ce stage très enrichissant pour leur disponibilité et leur confiance lors des missions qui m'ont été confiées, ainsi que pour l'accueil chaleureux que j'ai reçu au sein du Cabinet.

Enfin, j'adresse toute ma gratitude à l'ensemble de mes camarades de promotion pour leur accueil et à ma famille pour son soutien.

SOMMAIRE

RAPPORT DE STAGE.....	5
1. Introduction	6
1.1 Contexte et objectif du stage	6
1.2 Présentation du Cabinet Winter et Associés	6
2. Les missions	7
2.1 Inventaire actuariel	7
2.2 Mise en place d'un logiciel de calcul de PSAP	10
2.3 Les normes IFRS en assurance.....	16
3. Bilan de mon stage	17
LA TARIFICATION EN PREVOYANCE COLLECTIVE.....	18
Résumé.....	19
Abstract	19
Introduction	20
1. Réglementation et bases techniques des régimes de prévoyance collective	22
1.1 Les risques couverts en Prévoyance collective	22
1.2 Les bases réglementaires de la prévoyance collective	26
1.3 Le marché de la Prévoyance Collective	35
2. Tarification du risque décès	38
2.1 Les bases techniques de tarification	38
2.2 Formules de tarification de base du risque décès	42
2.3 Tarification des contrats décès - une approche alternative : les simulations	44
2.4 Application à un cas concret	56
3. Tarification de traités de réassurance	61
3.1 Définition et bases techniques.....	61
3.2 Le cas particulier de la réassurance vie	64
3.3 Les différentes méthodes de tarification	68
3.4 Formules de Tarification de base du risque décès.....	76
3.5 Application à un cas concret	77
Conclusion.....	82
Annexes.....	83
Annexe 1 : Aperçu du logiciel de calcul des PSAP avant exécution de la macro	84
Annexe 2 : Extrait du Code des Assurances (Partie Arrêtés).....	85
Annexe 3 : Extrait du Code des Assurances (Partie Arrêtés).....	86
Annexe 4 : Extrait du Code de la Sécurité Sociale (Partie Législative).....	87
Annexe 5 : Tables de mortalité	89
Annexe 6 : Capital constitutif d'une rente annuelle de 1 € payable à terme échu pour la rente de conjoint temporaire	90
Annexe 7 : Capital constitutif d'une rente annuelle de 1 € payable à terme échu pour la rente de conjoint viagère (pour les hommes)	91
Bibliographie	92

RAPPORT DE STAGE

1. Introduction

1.1 Contexte et objectif du stage

Dans le cadre du Master 2 Actuariat de l'EURIA, j'ai eu l'opportunité d'intégrer le cabinet d'actuaire conseil Winter et Associés, situé au 43-47, avenue de la Grande Armée 75016 PARIS.

Ce stage, se déroulant sur une période de neuf mois (d'avril à décembre 2006), a été pour moi l'occasion de découvrir le monde professionnel et plus précisément le milieu de l'actuariat conseil. J'ai pu ainsi m'initier à de nombreux domaines tels que l'assurance vie et non-vie, la prévoyance ou encore la tarification santé, puisque Arnaud BURGER et Bertrand MOURELOT, mes responsables au sein du cabinet, ont souhaité m'associer à l'ensemble de leurs activités au cours de mon stage.

Entourée d'une équipe d'actuaire et de consultants, je suis donc intervenue sur de nombreuses missions comme du calcul de provisions, des études de tarification santé, des études statistiques de population, ou encore des inventaires actuariels.

Ce rapport a pour objectif de présenter ce que j'ai appris tout au long de mon stage et donc de développer les principales missions qui m'ont été confiées.

1.2 Présentation du Cabinet Winter et Associés

Créé en 1983 par Joël Winter, le Cabinet Winter & Associés occupe aujourd'hui la première place des cabinets d'actuaire conseil français. Il compte 60 personnes dont 40 actuaire et consultants, spécialistes de l'analyse et de la gestion des risques, et 5 associés.

Partenaire des entreprises et des institutionnels, le Cabinet Winter & Associés a pour objectifs d'améliorer leurs performances dans les domaines de la retraite, de la prévoyance et de la protection sociale en général d'une part, et de démultiplier leur capacité d'analyse et de décision pour aujourd'hui et pour demain d'autre part.

Les entreprises ont toujours considéré les techniques déployées par les assureurs pour l'établissement des comptes liés à la protection sociale comme impénétrables. Le Cabinet Winter & Associés met alors à leur disposition le savoir-faire ainsi que les connaissances nécessaires pour entretenir des relations d'égal à égal avec les assureurs, et pour leur permettre ainsi de défendre leurs intérêts dans une logique de partenariat équilibré. Au sein de la Direction des Ressources Humaines de l'entreprise, le Cabinet intervient dans la mise en place du dispositif financier pour piloter la vie du régime de prévoyance et/ou du régime de retraite de l'entreprise. Pour les Directions Financières et Comptables de l'entreprise, le Cabinet apporte des solutions dans l'évaluation des engagements différés (indemnité de fin de carrière, ou tout autre avantage différé).

Outre les entreprises, le Cabinet Winter & Associés intervient auprès des organismes assureurs. La mission du Cabinet consiste à apporter l'assistance technique nécessaire pour faire face aux contraintes actuelles de la réglementation (harmonisation des directives européennes, nouvelle loi de sécurité financière, réforme de la Retraite, etc.) et aux opérations de maîtrises d'ouvrage

des grands projets des Directions Générales (opérations de réorganisation et synergies, migrations de nouveaux systèmes d'information, création de nouveaux produits d'assurance, etc.).

Je vais maintenant présenter les principales missions qui m'ont été confiées au long de mon stage. Ainsi, j'ai eu l'opportunité de pouvoir partir en clientèle afin de travailler sur l'inventaire d'un organisme d'assurance. D'autre part, j'ai participé à la mise en place d'un logiciel de calculs de provisions pour sinistres à payer. Enfin, j'ai également étudié l'impact des nouvelles normes comptables françaises sur les sociétés d'assurance.

2. Les missions

2.1 Inventaire actuariel

2.1.1. Contexte de la mission

- *Présentation du client*

Le client pour lequel nous avons effectué la mission est l'un des leaders européens de l'assurance vie et l'un des plus grands assureurs mondiaux. Nous avons plus particulièrement travaillé pour leur pôle « partenariats et gestion de patrimoine », dont les principales activités consistent à :

- développer des partenariats avec des établissements financiers, des grands comptes, des conseillers en gestion de patrimoine...
- développer des produits d'épargne individuelle et de placement (notamment des contrats multi-supports en Unités de Compte).

Leur gamme de produits est composée de produits assurance vie, capitalisation, retraite, prévoyance et épargne salariale.

- *Périmètre de la mission*

Le bilan au JJ/MM/AAAA a pour objet la validation et le calcul des chiffres utilisés pour la réalisation des états ministériels tels que le C1, C20, et C21. Il concerne un périmètre regroupant trois portefeuilles. Les différents types de contrats que l'on peut trouver dans ces portefeuilles sont les suivants :

- Temporaire décès
- Contrat multi-supports
- Contrat euro pur
- Contrat Unités de Compte (UC) pur
- Bons de capitalisation
- Paniers d'UC : BMTN (Bons à Moyen Terme Négociables) et SCPI (Société Civile de Placement Immobilier)
- TAP (Titres Au Porteur) et BVE (Bons Vie Entière)
- Produits « Madelin », c'est-à-dire relatifs à la loi Madelin de février 1994

- Les étapes du bilan

Voici les différentes étapes que nous avons effectuées pour le bilan :

1. Établissement du planning
2. Demandes informatiques
3. Paramétrage des taux PB
4. Réception des fichiers
5. Analyse et traitement des fichiers
6. Validation des provisions mathématiques
7. Gestion déléguée
8. Autres provisions techniques

2.1.2. Les états ministériels

- Introduction

Les états comptables destinées à la Commission de Contrôle des Assurances (CCA), plus couramment appelés « États ministériels », sont définis par l'arrêté du 28 juillet 1995. Ces états permettent à la CCA d'exercer, auprès des sociétés, un contrôle organisé, défini précisément dans le Code des Assurances.

La CCA utilise ces documents pour effectuer un contrôle sur pièces, mais elle s'en sert surtout comme d'un outil d'analyse et de préparation de ses contrôles sur place, qui demeurent la procédure privilégiée du contrôle en France. C'est aussi la base des statistiques sur l'activité d'assurance en France et de celle de l'analyse de la solvabilité.

En particulier, lors de notre mission, nous avons établi les « états d'analyse » C20 et C21, documents du compte rendu détaillé annuel.

- Les états d'analyse

Les états d'analyse, encore appelés « États C », sont élaborés aussi bien à partir d'informations comptables (montant de prime, règlements de sinistres,...), que d'informations extra-comptables (nombres de contrats, nombres de sinistres...).

Ces états se présentent sous forme de « planches » normalisées et ont vocation à donner une vision plus détaillée des informations comptables, sur l'année ou sur une suite d'années (charges de sinistres par exercice de survenance sur cinq ans par exemple).

Les différents états d'analyse sont récapitulés dans le tableau suivant :

Numéro de l'état	Nature de l'activité	Intitulé
C1	Vie	Résultats techniques par contrat
C1	Dommmages Corporels	Résultats techniques par contrat
C2		Engagements et résultats techniques par pays
C3		Acceptation et cessions en réassurances
C4		Primes par catégories de contrats et garanties
C5		Représentation des engagements privilégiés
C6		Marge de solvabilité
C7		Provisionnement des rentes en service
C10	Non Vie	Primes et résultats par année de survenance des sinistres
C11	Non Vie	Sinistres par année de survenance
C12	Non Vie	Sinistres et résultats par année de souscription
C13	Non Vie	Parts des réassureurs dans les sinistres
C20	Vie	Mouvements des polices, capitaux et rentes
C21	Vie	État détaillé des provisions techniques
C22	Vie	Actif (plus value) transférables
C23	Vie	Participation minimale
C 30	Non vie	Primes, sinistres et commissions des opérations dans l'union européenne
C31	Vie	Primes et opérations dans l'Union européenne

Le nombre d'états à remplir est différent selon que la société a une activité Vie ou Non Vie.

L'objectif général est de faire de ces états des instruments d'analyse de la solvabilité des entreprises, c'est-à-dire de leur possibilité de payer leurs dettes (i.e. les engagements qu'ils ont envers leurs assurés). Mais, le dossier annuel a aussi pour but de faciliter les opérations de surveillance des entreprises. Enfin, les informations obtenues à partir des données statistiques portées sur les états normalisés définis par la CCA vont permettre d'analyser le marché de l'assurance en France, et d'informer les autorités de contrôle des autres pays membres de l'UE des opérations réalisées sur leur territoire.

2.1.3. Conclusion

Ainsi, cette mission en clientèle m'a permis de développer mon sens du travail en équipe, de la rigueur et également de l'autonomie.

J'ai pu approfondir mes connaissances en comptabilité des Assurances, qui tient une place très importante au sein des compagnies d'assurances. En effet, il existe des inventaires annuels et semestriels mais notre client a lui choisi d'effectuer des inventaires trimestriels afin d'anticiper au maximum les évolutions face à des actionnaires de plus en plus exigeants.

2.2 Mise en place d'un logiciel de calcul de PSAP

2.2.1. Problématique et définitions

- La constitution de provisions techniques suffisantes

Pour faire face aux engagements contractés auprès de leurs assurés, les compagnies d'assurance doivent constituer des réserves, appelées provisions techniques. Elles sont caractéristiques de la solvabilité des organismes d'assurance et donc contrôlées par la Commission de Contrôle des assurances.

En terme de solvabilité, les assureurs doivent constituer ces provisions afin d'assurer le règlement de tous les sinistres survenus, mais souhaitent cependant minimiser leurs montants dans une optique de performance et de rentabilité face aux actionnaires. L'actuaire est donc chargé d'estimer le plus justement possible les provisions techniques, pour assurer la stabilité de la compagnie.

L'article R.331-6 du code des Assurances fixe la liste des provisions techniques, figurant au passif du bilan, que doivent constituer les sociétés d'assurance :

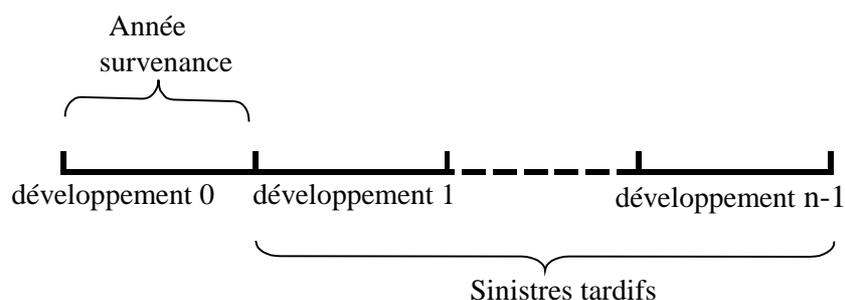
- La provision pour sinistres à payer (PSAP)
- La provision mathématique des rentes
- La provision mathématique des réassurances
- La provision pour risques croissants
- La provision d'égalisation (risques dus à des éléments naturels, risque atomique, assurance-crédit...)

- La PSAP : définition et méthodes d'évaluation

La provision pour sinistres à payer représente 85% des provisions techniques. Une bonne estimation de celle-ci représente donc un enjeu majeur pour l'entreprise. Elle est constituée de trois éléments :

- Les sinistres qui sont déclarés, mais dont le règlement n'a pas été effectué en date d'inventaire en raison du retard dans les règlements, dans l'estimation du préjudice. L'inconnue est alors estimée dossier par dossier.
- Les sinistres survenus mais non encore déclarés qui doivent faire l'objet d'une évaluation de provisions pour tardifs. Les méthodes d'estimation employées sont basées sur des outils statistiques. Ce volet est particulièrement important pour les branches à développement long, comme la responsabilité civile.
- Les frais de gestion des sinistres futurs estimés qui s'expriment généralement comme un pourcentage de la somme des 2 éléments ci-dessus.

La déclaration des sinistres se fait sur le schéma suivant :



Les sinistres qui ne sont pas déclarés au cours de leur année de survenance sont appelés sinistres tardifs. Les données relatives aux charges de gestion n'étant pas disponibles, les estimations faites au cours de cette étude ne les intègrent pas. L'estimation porte donc sur la provision pure.

2.2.2. Les méthodes d'estimation

Il existe deux approches d'estimation :

- une approche déterministe : on obtient à partir du triangle de liquidation une valeur unique de provision pour sinistres à payer. Elle s'intéresse principalement à la cadence de règlements par année de survenance.

Les principales méthodes déterministes sont Chain Ladder, London Chain et Taylor. Il existe également une variation de la méthode Chain Ladder où l'inflation est considérée comme un facteur endogène au problème.

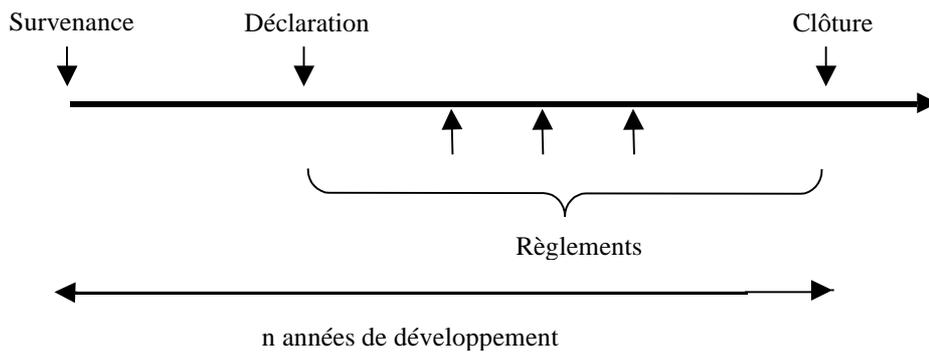
De nombreuses entreprises utilisent les méthodes déterministes, et plus particulièrement la méthode Chain Ladder. Cette dernière sert d'ailleurs de référence de comparaison avec les méthodes stochastiques.

- une approche stochastique : on obtient, également à partir du triangle de liquidation, une valeur de provision en moyenne, ainsi qu'une espérance et une volatilité. Cette approche permet de déterminer des intervalles de confiance, et la distribution de la provision pour sinistres à payer. Dans le cadre de notre logiciel deux méthodes stochastiques sont utilisées: le modèle de Mack et le modèle Lognormal.

- Notations

On indice par i l'année de survenance d'un sinistre. D'autre part pour certains types de risque les sinistres peuvent être déclarés plusieurs années après leur année de survenance. On appelle $j^{\text{ème}}$ année de développement la $j^{\text{ème}}$ année après l'année de survenance. On suppose toutefois qu'au bout de n années après l'année de survenance tous les sinistres sont déclarés et qu'ils ne donnent plus lieu à aucun règlement, c'est-à-dire qu'un sinistre ne peut avoir plus de n années de développements.

La vie d'un sinistre suit le schéma suivant :



On définit par Y_{ij} le règlement effectué la $j^{\text{ème}}$ année pour des sinistres survenus l'année i .

Les données sont présentées de la façon suivante :

Tableau des règlements des sinistres

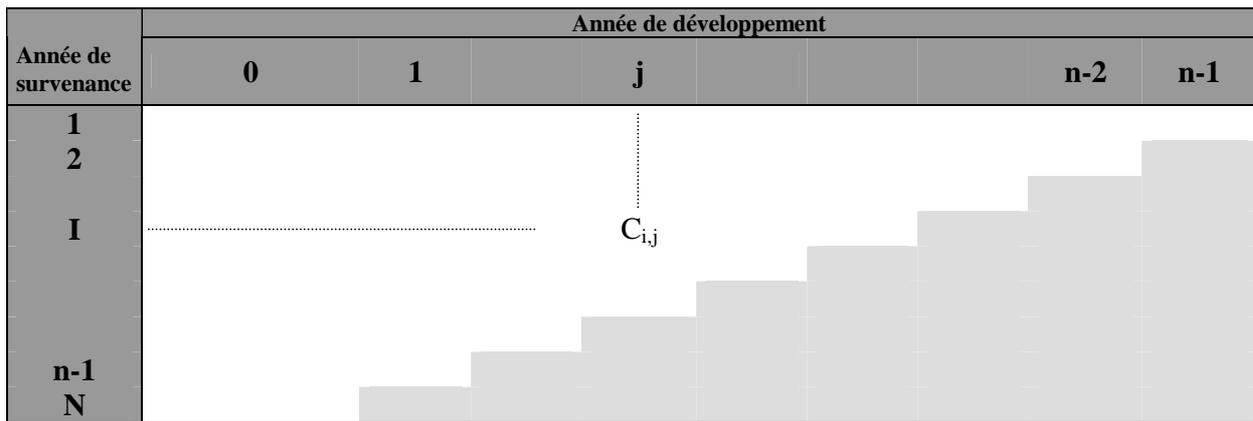
Année de survenance	Année de développement								
	0	1		j				n-2	n-1
1									
2									
I				$Y_{i,j}$					
n-1									
N									

Le triangle supérieur du tableau de liquidation est connu, car relatif aux exercices comptables passés. L'actuaire est alors chargé d'estimer le plus justement possible le triangle inférieur, regroupant l'ensemble des règlements pour lesquels $i+j-1 \geq n$, c'est-à-dire les règlements futurs.

Cependant, la majorité des méthodes d'estimations se base sur le triangle de liquidation où les montants sont cumulés par année de développement ; c'est donc ce dernier qui servira de base de données pour le logiciel. On le définit de la façon suivante :

$$C_{i,j} = \sum_{k=1}^j Y_{i,k}$$

Tableau des règlements cumulés des sinistres



Nous allons juste développer ici la méthode la plus simple et surtout la plus utilisée par les compagnies d'assurance : la méthode Chain Ladder.

Cette méthode repose sur l'hypothèse de stabilité au cours du temps du déroulement des règlements des sinistres. L'idée consiste à estimer un " coefficient moyen de passage " d'une année de développement j à $j+1$ permettant d'évaluer les règlements de l'année suivante à partir de l'analyse des règlements passés. Cette méthode présente l'avantage de fournir une estimation globale de la PSAP (déclarés + tardifs).

Le modèle est le suivant :

$$C_{i,j+1} = \lambda_j C_{i,j} \text{ pour } j = 1, \dots, n-1$$

Sous l'hypothèse suivante :

H1: Pour $j = 1, \dots, n-1$, les ratios $\frac{C_{i,j+1}}{C_{i,j}}$ sont indépendants de l'année d'origine i .

Les coefficients λ_j sont estimés à l'aide des $C_{i,j}$ et $C_{i,j+1}$ pour $j = 1, \dots, n-1$ par la formule suivante :

$$\hat{\lambda}_j = \frac{\sum_{i=1}^{n-j} C_{i,j+1}}{\sum_{i=1}^{n-j} C_{i,j}}$$

A partir des coefficients de passage estimés, le montant des sinistres futurs est donc :

$$\hat{C}_{i,j} = (\hat{\lambda}_{n+1-i} \dots \hat{\lambda}_{j-1}) C_{i,n+1-i} \text{ pour } j > n+1-i$$

On définit la provision estimée pour l'année de survenance i : $PSAP_i = \hat{C}_{i,n} - C_{i,n-i+1}$ où $\hat{C}_{i,n}$ représente la charge finale estimée.

Ainsi, le montant de la provision totale estimée est : $PSAP = \sum_i PSAP_i$.

2.2.3. Le logiciel

Le logiciel a pour but d'évaluer par les méthodes déterministes (Chain Ladder Standard, Chain Ladder avec inflation , London Chain et de Taylor) et par les méthodes stochastiques (Lognormale et Mack) les excédents et insuffisances de provisions pour sinistres à payer.

Les données utilisées pour vous présenter ce logiciel ont été modifiées pour cause de confidentialité. Elles sont regroupées dans le tableau suivant :

Année de survenance	Année de développement									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1994	4 489 625	4 400 235	1 900 156	850 697	586 300	332 010	480 651	149 350	171 006	1 065 280
1995	5 000 635	4 523 610	2 165 748	972 684	498 625	315 680	452 631	162 980	158 930	-
1996	5 368 245	4 862 315	2 398 126	1 326 584	430 600	583 200	409 650	130 040	-	-
1997	5 962 451	5 230 148	1 812 684	1 416 872	648 210	276 541	286 950	-	-	-
1998	6 125 845	5 245 618	1 986 247	1 546 823	602 530	473 652	-	-	-	-
1999	5 763 259	4 856 123	1 700 657	1 426 951	943 610	-	-	-	-	-
2000	5 125 368	4 387 452	1 635 894	640 958	-	-	-	-	-	-
2001	5 468 239	4 729 561	1 596 842	-	-	-	-	-	-	-
2002	5 581 826	4 698 425	-	-	-	-	-	-	-	-
2003	5 684 123	-	-	-	-	-	-	-	-	-

▪ Traitement des données

Les sociétés d'assurance dommages disposent du triangle de liquidation des montants non cumulés, qui servira de base de données pour l'ensemble du logiciel. Notons que pour la méthode Chain Ladder avec inflation, l'utilisateur devra également informer des taux d'inflation passée et future.

Il était important d'optimiser la simplicité du logiciel tout en automatisant les calculs. Il a donc été décidé d'utiliser pour l'ensemble des méthodes une programmation Visual Basic pour Excel. Une macro VBA a été créée pour chacune des méthodes, la méthode Chain Ladder Standard avec inflation a nécessité une macro préliminaire pour les taux d'inflation passée et future. Chaque méthode est matérialisée par un bouton de formulaire.

Le logiciel est donc composé de 8 macros nécessitant comme seules données fournies par l'utilisateur le triangle de liquidation en montants non cumulés, et éventuellement les taux d'inflation. En annexe, un document fournit un aperçu du logiciel avant exécution de la macro.

▪ Comparaison des résultats

En considérant les méthodes déterministes et stochastiques, ce logiciel fournit cinq montants de PSAP et deux intervalles de confiance. Nous regroupons, dans le tableau ci-dessous, les résultats obtenus :

RESULTATS

<u>Méthode</u>	<u>PSAP</u>	<u>Méthode</u>	<u>Intervalle de confiance à 95%</u>	
Chain Ladder Standard	18 680 856	Mack-Normale	13 884 550	23 477 162
Chain Ladder avec inflation	18 644 953	Mack-Lognormale	18 065 552	19 311 525
London Chain	18 645 509			
Taylor	21 725 408			
Modèle Lognormale	18 618 441			

Nous remarquons alors que les montants de la provision pour sinistres à payer coïncident , étant tous compris entre 18 618 441 et 21 725 408 euros.

2.2.4. Conclusion

L'importance des provisions techniques pour la solvabilité d'une compagnie d'assurance exige une estimation juste de son montant et plus précisément celui de la provision pour sinistres à payer. Nous avons défini deux façons d'estimer les provisions pour sinistres à payer : déterministe ou stochastique.

Les méthodes déterministes ne mesurent pas les erreurs d'estimation; elles privent les compagnies d'assurance d'une mesure du risque pourtant caractéristique de leur secteur. Elles restent cependant les méthodes les plus utilisées au sein des entreprises, car elles sont faciles à mettre en œuvre.

Les méthodes stochastiques apportent de part la prise en compte du risque, de meilleures estimations. Elles permettent une approche différente par l'étude des distributions et des quantiles.

Le logiciel développé étudie ces deux approches. Il complète ainsi les estimations effectuées par les compagnies d'assurance, jusqu'à présent basées uniquement sur la méthode Chain Ladder standard. En effet, l'aspect stochastique est peu étudié par les compagnies d'assurance .

Cependant l'avènement de projets comme les normes IFRS ou bien Solvabilité 2 vont conduire les assureurs à s'intéresser à la distribution probabiliste des provisions techniques : ce logiciel leur permettrait d'analyser les variations possibles de la provision, plutôt qu'un montant net dont la volatilité est inconnue. En effet, l'activité d'assurance s'exerce dans un cadre réglementaire strict destiné à protéger les intérêts des souscripteurs. Les modèles utilisés pour simuler le comportement des entreprises d'assurance doivent donc intégrer ces contraintes pour conduire à des règles de gestion applicables en pratique.

Deux chantiers majeurs modifient progressivement le paysage réglementaire et impactent fortement les méthodes mises en œuvre jusqu'alors : il s'agit d'une part des normes IFRS et du projet Solvabilité 2 d'autre part. Nous allons ici nous intéresser plus particulièrement au projet sur les normes IFRS en assurance.

2.3 Les normes IFRS en assurance

Les normes IFRS constituent la base d'un référentiel comptable commun unique, retenu pour consolider les comptes des sociétés européennes cotées sur les places financières européennes. Elles ont pour but d'homogénéiser la présentation et l'évaluation des comptes des sociétés à but lucratif.

2.3.1. Calendrier : adoption et application des normes

- 2001 : publication par l'IASC du DSOP « Insurance Contracts »
- Juillet 2002 : adoption par l'Union Européenne des normes IAS/IFRS élaborées par l'IASB
- Juillet 2003 : « ED 5 Insurance Contracts »
- 31 décembre 2004 : publication de la norme IFRS 4 au Journal Officiel de l'Union Européenne
- De 2005 à 2007 : Phase 1 (application de l'ED 5)
- Entre 2007 et 2010 (à déterminer) : Phase 2 (application de la norme définitive)

2.3.2. Les principales normes IFRS

Les postes du bilan sont soumis aux normes IFRS suivantes :

Actif	Normes	Passif	Normes
Ecart acquisition	22, 36	Fonds propres	1, 27, 32
Immobilisations incorporelles	36, 38	Surplus non alloué	4, 39
Immobilisations corporelles	16, 36	Provision assurance	4, 39
Impôts différés	12	Provision réassurance	4, 39
Actions, obligations	39	Avantages personnels	19
Dérivés	39	Provisions instruments financiers	39
Prêts	39	Dettes engagements portant intérêt	39, 32
Participations immobilières	40	Dérivés	39
Créances d'assurance	4, 39	Provisions	37
Créances de réassurance	4, 39	Impôts (à payer, différés)	12
Disponibilités	7, 39	Autres	
Autres			

2.3.3. La norme IFRS 4

La norme qui concerne plus particulièrement les compagnies d'assurances est la norme IFRS 4 « Insurance Contracts », qui s'insère dans un projet général sur les contrats d'assurance en gestation depuis plusieurs années. Son objectif est de mettre en place une norme spécifique aux activités d'assurance, à la fois sur les aspects de comptabilisation et d'information financière.

Pour des raisons de calendrier, ce projet a fait l'objet de deux phases distinctes. Seule la première phase est aujourd'hui achevée. Elle a donné lieu à la publication d'une nouvelle norme : l'IFRS 4, qui autorise les entreprises à poursuivre la comptabilisation des contrats d'assurance selon leurs méthodes antérieures, mais fige certains principes et définitions. La norme IFRS 4 s'applique aux contrats d'assurance (y compris aux traités de réassurance) émis, aux traités de

réassurance détenus et aux instruments financiers comportant un élément de participation discrétionnaire (DPF). Cette norme s'applique dès lors qu'une entreprise émet l'un de ces contrats sans considération pour sa nature juridique, c'est-à-dire qu'elle soit considérée ou non comme une société d'assurance dans la réglementation locale.

Concrètement, les passifs techniques des compagnies, en grande partie continueront, temporairement (pendant la phase I) à être comptabilisés essentiellement selon les normes locales, mais certaines pratiques incompatibles sont prohibées (provisions pour catastrophe, pour égalisation...), et des tests de suffisance du passif doivent être effectués. Par contre, la majorité des actifs des compagnies sera principalement évaluée en juste valeur.

Ainsi, pendant toute cette période provisoire, il y aura un « *mismatch* » potentiel résultant de règles différentes de comptabilisation des actifs et des passifs. Néanmoins, certains éléments de la norme IFRS 4 tels que la comptabilité reflète vont permettre de limiter cette inadéquation de méthodes comptables lorsque actifs et passifs sont fortement dépendants.

3. Bilan de mon stage

A mon arrivée au sein du Cabinet, j'étais plutôt assez anxieuse et peu sûre de moi, et je m'interrogeais beaucoup sur la manière dont j'allais pouvoir mettre en pratique mes connaissances théoriques acquises pendant mon Master.

Cependant les différentes missions auxquelles j'ai pu participé m'ont rapidement redonné confiance et elles m'ont permis de me plonger dans ces univers fascinants que sont l'actuariat et le monde des assurances. Travailler au sein du Cabinet Winter & Associés m'a offert une place privilégiée afin d'enrichir mes connaissances.

Je me suis ainsi beaucoup documentée par les biais d'ouvrages sur l'assurance vie ou non-vie, la comptabilité des assurances, la retraite et la prévoyance. De plus je lisais quotidiennement la presse économique dont nous disposons en interne, notamment « Les Echos », « La Tribune » et « L'Argus de l'Assurance ».

J'espère néanmoins avoir allégé le travail de mon équipe au sein du Cabinet par l'aide que j'ai pu leur fournir. Il est évident que ce stage m'a énormément appris et m'a beaucoup apporté tant sur le plan professionnel que personnel. Cette expérience m'a permis de découvrir l'organisation d'un cabinet de conseil dans l'actuariat. J'ai pu également acquérir une certaine rigueur dans le travail fourni car il doit être clair et précis pour le client, approfondir des logiciels comme Excel et VBA mais aussi et surtout apprendre à travailler en équipe.

Ce stage m'a apporté une orientation professionnelle plus précise pour mon avenir, puisqu'il a confirmé mon choix de travailler dans le domaine de l'actuariat, et même plus précisément dans des cabinets de conseils aux entreprises.

LA TARIFICATION EN PREVOYANCE COLLECTIVE
Application au risque décès

Résumé

Avec l'avènement de la protection sociale, le XXème siècle restera comme le siècle du progrès social, améliorant la qualité de vie des ouvriers, des salariés puis de l'ensemble des individus. Elle offre ainsi une correction à l'incertitude de l'avenir en permettant de maîtriser le temps et les impondérables, en réparant les aléas de la vie et en entretenant une certaine sécurité matérielle.

La prévoyance peut être d'entreprise, c'est-à-dire liée au statut du salarié. L'employeur peut alors recourir à une assurance collective destinée à l'ensemble de ses salariés ou à un groupe prédéterminé de salariés : on parle alors de prévoyance collective.

La place de l'actuaire dans ce domaine est primordiale, en particulier dans la tarification des risques liés à la prévoyance dite « lourde » (arrêts de travail et décès). Pour faire face aux demandes importantes et régulières des acteurs du marché de la protection sociale, le cabinet Winter & Associés a mis au point un logiciel de tarification de ces risques sur la base d'une approche technique classique (approche déterministe). Ce mémoire offre l'opportunité au cabinet Winter & Associés d'envisager une approche aléatoire de la tarification à travers l'utilisation de générateurs aléatoires (approche par simulations). Cette nouvelle approche permettra d'intégrer des éléments supplémentaires notamment en matière de réassurance. Notre étude se limitera à l'analyse du risque décès.

Abstract

With the advent of a social protection, the twentieth century will remain the century of social progress, improving the quality of life of workers, employees and of all individuals. So it offers a correction for the future uncertainty permitting to control time and imponderables, repairing life hazards and maintaining a material security.

Precaution can be a company's precaution, that is linked with the employee's status. So the employer can appeal to a collective insurance for all his employees or for a group of his employees: so we can talk about collective precaution.

The role of the actuarial profession in this field is vital, and more particularly in the pricing of the risks linked to the precaution called "heavy" (sick leave risk and death risk). To cope with the important and regular requests of the social protection market actors, the company Winter & Associés has developed ratification software for all this risks on the basis of a technical approach (determinist approach). This dissertation offers the opportunity for Winter & Associés to envisage a random approach of the pricing through the use of random generators (simulations approach). This new approach will permit to integrate additionnal elements notably about reinsurance. Our study will limit oneself to the death risk analysis.

Introduction

Le concept de risque est omniprésent dans le monde de la protection sociale et plus particulièrement de la prévoyance. Celle-ci couvre en effet plusieurs risques : on distingue souvent la prévoyance dite "lourde" (Décès, incapacité, invalidité) caractérisée par des risques à coût élevé et à fréquence faible, des frais médicaux pour lesquels les risques ont un coût faible mais une fréquence élevée.

Si on évoque différents risques comme le "risque accident" ou le "risque maladie", la logique de fonctionnement reste pourtant la même. En effet, le risque, quel qu'il soit, est synonyme de survenance d'évènements (tels que le décès ou l'arrêt de travail), eux-mêmes générateurs de prestations (rentes, capitaux...) destinées à des bénéficiaires préalablement identifiés et désignés. Ces prestations, dont le montant atteignait 32 milliards d'Euros en 2005¹, sont versées par trois catégories d'organismes : les instituts de prévoyance relevant du code de la sécurité sociale, les mutuelles relevant du code de la mutualité et les compagnies d'assurance relevant du code des assurances.

S'il existe des contrats individuels, nous nous intéresserons plus particulièrement à la prévoyance collective qui compte parmi les "périphériques" dont dispose une entreprise pour compléter la rémunération de ses salariés. Elle ne couvre que les actifs, les garanties décès et incapacité disparaissant à la retraite alors qu'en frais médicaux, l'assureur est tenu de proposer un contrat individuel au moment du départ en retraite d'un salarié. Ainsi, elle peut permettre d'attirer les salariés en quête de compléments de rémunération non fiscalisés.

D'un point de vue technique, dès lors qu'il s'agit d'assurer une large population, une seule voie s'impose : la péréquation. Il s'agit en effet d'équilibrer les prélèvements sur les individus non touchés par le risque avec les prestations versées aux individus touchés par le risque. C'est à partir de ces fondements que sont calculés les taux de cotisation d'un contrat.

Pour ce faire, le Cabinet Winter & Associés a développé un outil informatique de tarification de ces risques permettant à la fois des réponses rapides et fiables sur la base de structures démographiques et de taux de chargement communiqués. Le développement de ce nouvel outil devait également être l'occasion d'une réflexion sur les méthodes de calcul utilisées.

C'est dans ce contexte que m'a été proposée la possibilité d'effectuer un mémoire sur le thème de la tarification en Prévoyance Collective au sein du Cabinet Winter & Associés. La vocation essentielle de ce cabinet est de mettre à disposition des entreprises et des professionnels de l'assurance des compétences actuarielles de haut niveau afin de proposer des solutions fondées sur un éclairage scientifique en matière de retraite, de prévoyance et d'assurance vie. Les outils informatiques développés en interne, bâtis sur une approche scientifique rigoureuse, permettent de disposer de compétences concrètes pour participer efficacement à la gestion technique des régimes de prévoyance. Toutefois, pour pouvoir aider au mieux les organismes assureurs à tarifier leurs contrats de prévoyance collective, le Cabinet Joël Winter & Associés est soucieux de poursuivre sa réflexion approfondie tant sur le plan juridique qu'actuariel (afin de quantifier le niveau de cotisation nécessaire au régime). Sur ce dernier point, le cabinet souhaite étudier la possibilité de compléter les méthodes de calcul actuellement utilisées.

¹ FFSA *Données clés 2005 – Assurance de personnes*

En effet, l'approche retenue pour ce logiciel est une approche classique en prévoyance : la tarification s'effectue en prenant comme prime pure l'espérance des prestations futures. Le tarif des contrats de prévoyance collective étant usuellement exprimés en pourcentage du salaire, le montant ainsi obtenu est rapporté à la masse salariale totale du groupe assuré afin d'obtenir le taux de cotisation applicable au régime. Cette méthode de calcul en moyenne est la plus pratique et la plus utilisée mais elle est cependant limitée. Par exemple, elle ne permet pas de tarifier simplement des clauses de réassurance non proportionnelle. L'objectif général de ce mémoire sera donc d'essayer de développer une approche aléatoire qui permettrait de prendre en compte de telles contraintes.

Ainsi notre étude se décomposera en trois parties principales.

- Dans un premier temps, nous décrirons la réglementation existante et applicable dans le domaine de la prévoyance collective ainsi que les bases techniques nécessaires à une première approche du problème de l'évaluation du taux de cotisation.
- La seconde partie décrira les modèles classiques de tarification en prévoyance, avec l'étude d'une approche par simulations.
- Enfin, la troisième partie fera l'objet de la tarification de traités de réassurance vie.

1. Réglementation et bases techniques des régimes de prévoyance collective

1.1 Les risques couverts en Prévoyance collective

La Prévoyance englobe la couverture des risques Décès, Arrêt de travail et Frais de santé. Cependant, le terme « Prévoyance » est généralement utilisé pour définir la « Prévoyance lourde », c'est-à-dire les risques décès et arrêt de travail, par opposition aux Frais de santé.

Ces risques sont couverts :

- Par le régime de base de la Sécurité Sociale,
- Par des contrats complémentaires souscrits auprès d'organismes assureurs.

Les définitions de base de la Prévoyance ainsi que la description des principales garanties sont reprises ci-après.

1.1.1. Le risque décès

La couverture de ce risque consiste à assurer le versement de prestations aux bénéficiaires désignés en cas de décès de l'assuré. Les prestations sont définies sous deux formes :

- Les prestations en capital ,
- Les prestations en rente.

a) Les garanties en capital

Elles correspondent à la définition d'un montant versé aux ayants-droit de l'assuré sous forme d'un versement unique au moment de sa mort. Le paiement du capital est libératoire pour l'assureur. La garantie décès en capital est donc caractérisée par un risque à survenance inopinée et une prestation ponctuelle.

Le régime de base de la Sécurité Sociale assure le versement d'un capital relativement faible lors du décès d'un assuré (90 fois le montant du salaire journalier de base²).

Les faibles niveaux de prestation du régime de base incitent à avoir recours aux garanties complémentaires proposées par les organismes assureurs. Ces garanties prévoient un montant de base appelé « capital décès toutes causes » définit, dans la plupart des cas, en fonction du salaire annuel de base de l'assuré, de sa situation de famille (Célibataire, Veuf(ve), Divorcé(e) / Marié(e)) et du nombre d'enfants à charge.

Des garanties supplémentaires peuvent s'ajouter à ce capital. Parmi les plus courantes nous retiendrons :

² Salaire limité au plafond annuel de la Sécurité Sociale soit 31 068 euros par an en 2006.

- ❑ la majoration du capital de base en fonction des circonstances du décès, par exemple le doublement du capital décès toutes causes en cas de décès accidentel ;
- ❑ le versement par anticipation du capital décès en cas d'invalidité absolue et définitive ;
- ❑ les garanties « Pré-décès enfant » et « Pré-décès conjoint » qui prévoient le versement d'un capital destiné à couvrir les frais d'obsèques en cas de décès du conjoint ou d'un enfant antérieur à celui de l'assuré ;
- ❑ la garantie « double effet » permettant le versement d'un deuxième capital lors du décès simultané ou postérieur du conjoint de l'assuré alors qu'il a encore des enfants à charge.

b) Les garanties en rentes

Elles correspondent à des prestations « échelonnées » versées aux ayants-droit sous forme de revenus réguliers, généralement selon un fractionnement trimestriel (mais il peut être mensuel, semestriel ou annuel). Les contrats d'assurance complémentaires distinguent deux types de rentes selon le bénéficiaire:

- ❑ Les rentes de conjoint, destinées au conjoint survivant de l'assuré, peuvent être versées en plus ou en remplacement du capital décès, de façon viagère ou temporaire.

La rente de conjoint temporaire a pour but de compenser la perte de revenu entre le moment du décès de l'assuré et le moment auquel le conjoint pourra prétendre à la réversion des régimes de retraite complémentaires ARRCO et AGIRC. Elle est généralement exprimée en fonction du salaire de base de l'assuré et d'un pourcentage de la différence entre l'âge de l'assuré au décès (noté x) et 25 ans (âge par défaut de début d'activité).

La rente viagère doit compenser la perte des droits de retraite qu'auraient acquis l'assuré entre le moment de son décès et son départ en retraite. Elle est généralement exprimée en fonction du salaire de base de l'assuré et d'un pourcentage de la différence entre l'âge de la retraite (65 ans) et l'âge de l'assuré au décès (noté x).

- ❑ Les rentes éducations sont versées temporairement³ aux enfants survivants ayants-droit de l'assuré. Son versement peut être soumis, au-delà d'un certain âge, à une condition de poursuite d'études.

Le niveau de la rente est, le plus souvent, défini en pourcentage du salaire de base ou du plafond annuel de la Sécurité Sociale, le pourcentage variant par paliers en fonction de l'âge du bénéficiaire.

³ La rente est généralement versée de manière viagère aux enfants handicapés.

1.1.2. Le risque arrêt de travail

Il regroupe l'incapacité de travail et l'invalidité. Les garanties arrêt de travail sont également assorties d'une garantie annexe appelée « Maintien des garanties décès aux personnes en arrêt de travail ». Ces trois notions sont définies ci-après.

a) L'incapacité de travail

Le code de la Sécurité Sociale prévoit le versement de prestations en nature appelées « indemnités journalières » dans le cas d'une « incapacité physique constatée par le médecin traitant de continuer ou de reprendre le travail » (art. L.321-1). Cet état a, au sens de la sécurité sociale, une durée maximale de 3 ans.

Les prestations versées par le régime général après trois jours de carence sont plafonnées à 50% de la tranche A du salaire, c'est-à-dire le salaire limité au plafond mensuel de la Sécurité Sociale. La limitation de ces prestations entraîne ainsi une baisse de revenu très importante pour le salarié en arrêt de travail. Les couvertures complémentaires ont donc une place importante dans la couverture de ce risque.

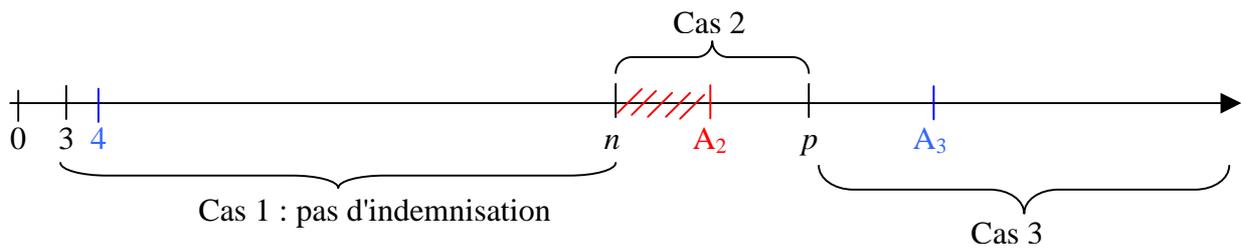
Ces couvertures prévoient le versement d'indemnités journalières complémentaires à celles versées par le régime général. Leur niveau est défini en pourcentage du salaire et leur versement est généralement assorti d'une période de *franchise*. La franchise correspond à un laps de temps institué contractuellement par l'assureur entre la survenance du risque (date d'arrêt de travail) et le premier jour d'indemnisation. Elle peut être de différents types :

- la *franchise continue* (dite *classique*) correspond à un nombre de jours au-delà duquel l'assureur verse la prestation. Par exemple, la franchise Sécurité Sociale, appelée délai de carence, est de 3 jours.
Le délai d'intervention du contrat est comptabilisé distinctement par arrêt de travail.
- la *franchise discontinue* est le nombre de jours d'arrêt de travail consécutifs ou non sur une période donnée (par exemple une année civile) après lesquels la garantie commence à être payée. Le délai d'intervention du contrat est alors comptabilisé en sommant les durées de toutes les périodes d'arrêt de travail sur l'exercice.
- la *franchise relative* est définie par une *durée* (n jours) et un *seuil de retour à 3 jours* (p jours par exemple). Trois cas de figure se présentent :

Cas 1 : Si l'arrêt A_1 est inférieur à la durée de franchise ($A_1 < n$), l'assuré n'est pas indemnisé ;

Cas 2 : Si l'arrêt A_2 est supérieur à la durée de franchise mais inférieur au seuil de retour à trois jours ($n < A_2 < p$), l'assuré est indemnisé pour la période au-delà de la durée de franchise, soit une durée d'indemnisation de $(A_2 - n)$ jours ;

Cas 3 : Si l'arrêt A_3 est supérieur au seuil de retour à 3 jours ($arrêt > p$), l'assuré est indemnisé rétroactivement à partir du 4^{ème} jour, soit une durée d'indemnisation de $(A_3 - 4)$ jours.



Remarque : Le seuil de 3 jours est le seuil de carence de la Sécurité Sociale. Les assureurs respectent généralement ce délai et seules certaines conventions collectives prévoient le paiement de ces trois premiers jours. L'introduction de cette carence permet de limiter le risque de hasard moral, phénomène par lequel les personnes changent de comportement vis à vis du risque dès lors qu'elles sont couvertes par un contrat d'assurance. Dans le cas de l'arrêt de travail, une franchise nulle pourrait par exemple ôter toute hésitation d'un assuré à recourir à un arrêt de complaisance.

- la *franchise en relais d'une Convention Collective Nationale* signifie que les garanties sont servies en relais des garanties de mensualisation de la convention collective dont dépend l'assuré. En effet, l'article 7 de l'accord national de mensualisation a pour objet d'imposer à l'entreprise le maintien du salaire en cas de maladie ou d'accident sous certaines conditions (ancienneté > 3 ans par exemple) et sous déduction des indemnités journalières de la sécurité sociale (loi du 19 janvier 1978).

L'introduction d'une franchise permet de limiter l'antisélection, phénomène par lequel un assuré décide de prendre une couverture complémentaire au moment où il sait qu'il va avoir à engager des frais.

Le niveau des prestations complémentaires varie généralement entre 75% et 85 à 90% du salaire brut y compris indemnités Sécurité Sociale. Du fait des règles particulières d'assujettissement aux charges sociales appliquées aux indemnités journalières, le complément des prestations Sécurité Sociale à hauteur de 85 à 90% du salaire brut correspond à un maintien à 100% du salaire net d'activité.

b) L'invalidité

Elle est également appelée Incapacité Permanente totale ou partielle. La sécurité sociale considère que l'état d'invalidité est la consolidation de l'état d'incapacité (art. L.341-3) et que celle-ci peut intervenir au plus tard au bout de trois ans. Elle a de plus défini, dans l'article L. 341-4, trois catégories d'invalides déterminant le niveau de la pension :

- les invalides de *1^{ère} catégorie* sont capables d'exercer une activité rémunérée, sous-entendu que cette activité ne leur procure pas une rémunération supérieure au tiers de la rémunération normale ;
- les invalides de *2^{ème} catégorie* sont dans l'impossibilité absolue et définitive d'exercer toute activité professionnelle ;

- les invalides de 3^{ème} catégorie sont des invalides de 2^{ème} catégorie ayant l'obligation d'avoir recours à l'aide d'une tierce personne pour effectuer les actes ordinaires de la vie.

La couverture assurée par la Sécurité Sociale est restreinte : le niveau de la rente versée aux invalides est au maximum égal à 30% du traitement de base pour les invalides de 1^{ère} catégorie (Traitement de base annuel moyen limité à la tranche A calculé sur les 10 meilleures années) et 50% pour les invalides de 2^{ème} et 3^{ème} catégories. Les invalides de 3^{ème} catégorie bénéficient également d'une majoration pour tierce personne. Ces prestations restent très faibles, le recours à une couverture complémentaire pour ce risque est donc souvent nécessaire voire indispensable pour un salarié dont le salaire est supérieur au plafond mensuel de la sécurité sociale.

Les prestations complémentaires sont généralement exprimées en pourcentage du salaire et dépendent de la catégorie d'invalidité définie par la Sécurité Sociale. Les contrats prévoient en moyenne un maintien du salaire brut à hauteur de 50% pour les invalides de 1^{ère} catégorie et 75% pour les invalides de 2^{ème} et 3^{ème} catégorie.

c) Le maintien des garanties décès

Le maintien des garanties décès est une prestation annexe à la garantie arrêt de travail. La loi de juillet 2001⁴ l'a rendue obligatoire à compter du 1^{er} janvier 2002 pour tous les contrats en cours à cette date et les contrats souscrits postérieurement à cette date. Elle consiste à maintenir la couverture décès pour toute personne en incapacité de travail ou en invalidité tout en l'exonérant du paiement des cotisations relatives à ces garanties.

On peut ainsi résumer les différentes garanties et prestations de la Prévoyance selon la classification suivante :

RISQUE	DECES ET ARRET DE TRAVAIL			
	EVENEMENT	Décès	Arrêt de travail	
			Temporaire	Définitif
		Partiel		Total
GARANTIES	Décès (toutes causes, accidentel...)	Incapacité	Invalidité	
PRESTATIONS	* Capital * Rente temporaire (éducation, conjoint) * Rente viagère (conjoint)	Indemnités journalières	Rente	Capital Rente
BENEFICIAIRE	* Ayants-droit ou tiers désignés * Enfants * Conjoint	Assuré	Assuré	Assuré

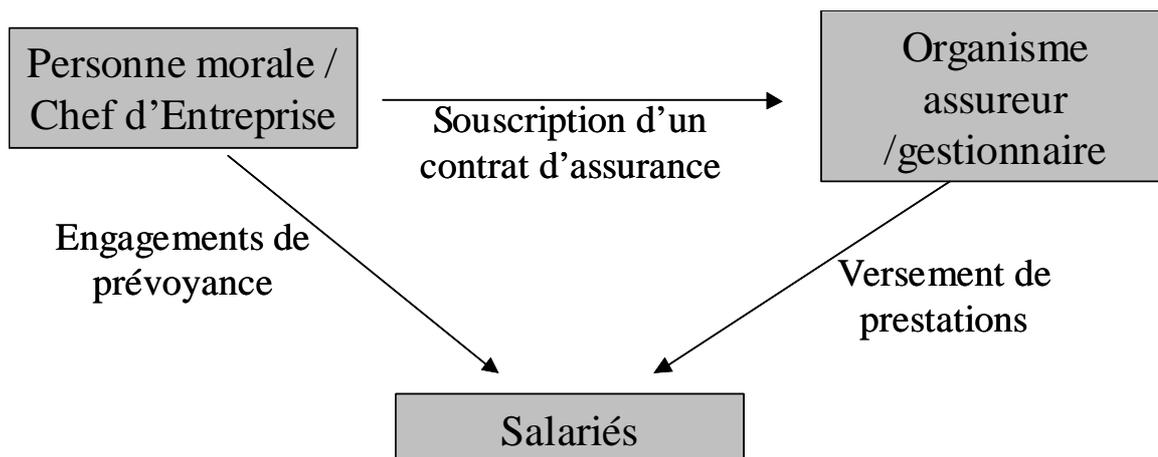
1.2 Les bases réglementaires de la prévoyance collective

La prévoyance collective consiste à couvrir un groupe d'assuré pour un ou plusieurs des risques définis ci-avant. Les contrats de Prévoyance collective entrent ainsi dans le cadre des assurances de groupe qui font l'objet du titre IV du code des assurances.

⁴ Loi n°2001-624 du 17 juillet 2001 portant diverses dispositions d'ordre social, éducatif et culturel (DDOSEC).

Elles sont définies par l'article L 141-1 comme étant un « contrat souscrit par une personne morale ou un chef d'entreprise en vue de l'adhésion d'un ensemble de personnes répondant à des conditions définies au contrat, pour la couverture des risques dépendant de la durée de la vie humaine, des risques portant atteinte à l'intégrité physique de la personne ou liés à la maternité, des risques d'incapacité de travail ou d'invalidité ou du risque de chômage. Les adhérents doivent avoir un lien de même nature avec le souscripteur. »

On peut ainsi résumer la définition ci-dessus par le schéma suivant :



Les textes réglementaires applicables dans cette relation tripartite dépendent notamment du type de contrat souscrit par l'entreprise.

1.2.1. Contrats obligatoires / Facultatifs

Un contrat d'assurance de groupe est souscrit pour une catégorie de personnes clairement définies. Ce contrat est dit :

- obligatoire si toutes les personnes du groupe doivent adhérer obligatoirement au contrat,
- facultatif (ou « groupe ouvert ») si l'adhésion est laissée au choix de chaque assuré potentiel.

Dans le cadre des contrats obligatoires, chaque adhérent a peu de recours vis-à-vis de l'organisme assureur, l'interlocuteur de l'assureur étant l'entreprise ou le groupe assuré. Ces régimes sont également appelés « Régimes d'entreprise » puisqu'ils sont souscrits en grande majorité par une entreprise souhaitant faire bénéficier ses salariés d'un cadre protecteur.

Ces régimes restent relativement contraignant pour l'employeur et l'assureur car ce schéma tripartite implique la superposition de 3 corps de règles :

- Le droit commun des relations du travail (Droit des accords d'entreprises, Droit du travail en général) ;

- ❑ Le droit commun des assurances de personnes (Droit du contrat, Droit des organismes d'assurances et de la prévoyance sociale complémentaire) ;
- ❑ Le droit spécifique de la prévoyance collective (Loi Evin, Loi du 8 août 1994, Loi juillet 2001, Loi Fillon).

Cependant, ils bénéficient en contrepartie d'avantages fiscaux et sociaux pour le salarié et pour l'employeur.

Pour les régimes facultatifs, la gestion technique n'est pas différente de celle des contrats obligatoires mais les contraintes sont moins lourdes pour l'assuré, car il n'a pas, en principe, d'obligation qui lui est faite de cotiser au régime. Cependant, il ne bénéficie pas des avantages fiscaux et sociaux accordés aux régimes obligatoires.

Dans la suite, nous nous intéresserons plus particulièrement aux contrats obligatoires. Les règles instituées par les principaux textes juridiques régissant ces régimes sont reprises ci-après.

1.2.2. Les obligations minimales de l'entreprise

En matière de Prévoyance collective, les entreprises sont contraintes d'assurer à leurs salariés une couverture minimale. Ces obligations sont instituées par des accords interprofessionnels et des accords de branche.

a) Accords interprofessionnels

Pour le collège des salariés cadres, l'article 7 de la Convention Collective Nationale des Cadres du 14 mars 1947 institue l'obligation pour l'entreprise de verser une cotisation minimum de 1,50% sur la tranche A du salaire à sa charge exclusive et affectée en priorité à la couverture du risque décès. Si celle-ci fait défaut, l'employeur est redevable en cas de décès d'un capital minimum de 3 plafonds annuels de la sécurité sociale.

Par ailleurs, l'accord de mensualisation du 10/12/1977 a introduit l'obligation de maintien du salaire par l'employeur (à compter du 11ème jour d'absence) en cas d'arrêt pour cause de maladie ou d'accident pour les salariés justifiant une ancienneté de 3 ans dans l'entreprise.

b) Accords de branche et conventions collectives

Une convention collective est un accord relatif aux conditions de travail et aux garanties sociales signé entre les représentants des salariés et les organisations patronales.

Elle résulte de la négociation entre les syndicats de salariés et d'employeurs et peut être signée :

- ❑ Au niveau de l'entreprise : la convention ne concerne que les salariés de cette entreprise,
- ❑ Au niveau d'une branche professionnelle : par exemple la banque, les journalistes...

- Au niveau départemental, régional ou national.

On peut ainsi distinguer les conventions selon leur nature:

- *étendue*, elle a valeur de loi et est alors opposable à toutes les entreprises ;
- *non étendue*, elle n'est alors opposable qu'aux parties signataires.

Une convention collective peut être à l'origine de la création d'un régime de prévoyance. En matière de couverture sociale, elle peut instituer des obligations de natures différentes pour les entreprises :

- Obligation d'offrir un niveau de couverture déterminé (obligation de résultats). Par exemple, dans le cas d'une convention collective nationale de la banque ;
- Obligation de souscrire un régime donné auprès d'un assureur donné : clause de désignation (Négociation obligatoire tous les 5 ans) Exemple : Secteur pharmaceutique ;
- Obligation de cotiser un minimum au titre de la couverture sociale des salariés (obligation de moyens).

Dans tous les cas, une convention collective ne peut déroger au droit du travail et les couvertures qu'elle prévoit ne peuvent pas être inférieures à celles fixées par l'accord de mensualisation et la convention collective nationale des cadres.

1.2.3. Le droit spécifique de la prévoyance collective

a) La Loi Evin

La Loi Evin est la loi n° 89-1009 du 31 décembre 1989 renforçant les garanties offertes aux personnes assurées. Elle précise les conditions de la couverture collective des risques de « *décès, les risques portant atteinte à l'intégrité physique de la personne ou liés à la maternité ou les risques d'incapacité de travail ou d'invalidité* » en interdisant notamment le recours à l'auto-assurance (Article 1).

La mise en place d'un régime de prévoyance obligatoire peut être effectuée par le biais d'une convention collective, d'un référendum ou d'une décision unilatérale. Cependant, dans ce dernier cas, il est impossible de contraindre un salarié présent dans l'entreprise antérieurement à la mise en place du régime de cotiser contre son gré (Article 11).

Les relations avec les salariés sont réglementées, la loi prévoit ainsi :

- L'information et consultation du comité d'entreprise préalablement à la mise en place d'une couverture et/ou de sa modification,
- Dans le cadre des régimes obligatoires, la possibilité pour le comité d'entreprise ou les délégués du personnel de demander au chef d'entreprise de présenter chaque année un rapport sur les comptes établi par l'assureur,

- La remise à chaque adhérent par le souscripteur d'une notice d'information détaillée et l'information préalable par écrit de toute réduction des couvertures (Article 12).

De plus, l'assureur est soumis à certaines contraintes en terme de souscription et d'information :

- Pour les régimes obligatoires, la sélection à l'entrée se fait sur la base du groupe : l'assureur doit accepter ou refuser d'assurer le groupe sans exclusions individuelles possibles même s'il y a déjà des prestations en service ou si certains des ayants-droit présentent des antécédents défavorables (Article 2),
- Il est « *tenu de fournir chaque année au chef d'entreprise un rapport sur les comptes de la convention ou du contrat* ». Ce rapport, appelé rapport « Loi Evin », doit être remis 2 mois au plus après l'approbation des comptes et au plus tard le 31 août suivant la clôture de l'exercice (Décret n° 90-769 du 30 août 1990).

Enfin, les conséquences de la résiliation du contrat ou de la sortie du groupe assuré sont également encadrées :

- Dans le cadre des contrats groupe obligatoires couvrant les Frais de santé (occasionnés par une maladie, la maternité ou un accident) : obligation de prévoir les modalités et les conditions tarifaires dans lesquelles sont couverts les anciens salariés : incapables et invalides, retraités, licenciés, ayants-droit d'un assuré décédé (12 mois au minimum pour cette dernière catégorie). Le tarif de ce nouveau contrat ne pouvant excéder de plus de 50% les tarifs du contrat obligatoire (Article 4).
- Dans le cadre des contrats groupe obligatoires couvrant les autres risques (décès, arrêt de travail) : obligation de prévoir les modalités et les conditions tarifaires selon lesquelles la couverture peut être maintenue, sans condition de période probatoire, ni examens médicaux, aux anciens assurés en faisant la demande dans les délais de préavis prévus au contrat (Article 5). Ces conditions de maintien ne prévoient pas de contrainte tarifaire pour l'assureur.
- La résiliation est « *sans effet sur le versement des prestations immédiates ou différées, acquises ou nées durant* » l'exécution du contrat. Le versement des prestations en cours de service au moment de la résiliation (rentes de conjoint, indemnités journalières, ...) doit être maintenu au niveau atteint par l'assureur (Article 7). Il n'existe pas d'obligation de revalorisation future de ces prestations. Cet engagement doit être couvert à tout moment par des provisions.

b) La Loi du 8 août 1994

Cette loi prévoit :

- Des dispositions relatives à la protection sociale complémentaire des salariés ;

- Des dispositions relatives aux institutions de retraite et de prévoyance (Transposition des 3èmes directives européennes pour les Institutions de Prévoyance).

Elle a inséré dans le code de la Sécurité Sociale l'article L.912-1 instituant l'obligation de définir dans les contrats de Prévoyance collective les modalités et la périodicité de réexamen du régime (choix de l'assureur et des intermédiaires, organisation de la mutualisation des risques). « *La périodicité de réexamen ne peut excéder cinq ans* ».

Par ailleurs, en cas de changement d'assureur, l'entreprise souscriptrice est chargée d'organiser :

- La revalorisation des prestations en cours de service lors du changement (maintien à niveau atteint prévu par la Loi Evin) ;
- Le maintien des garanties décès aux personnes en arrêt de travail au moment du changement d'assureur.

Ce dernier point a été précisé par la loi du 17 juillet 2001.

c) La Loi du 17 juillet 2001

L'article 7 de la loi Evin (31 décembre 1989) précise que « *la résiliation ou le non-renouvellement du contrat ou de la convention est sans effet sur le versement des prestations immédiates ou différées* ».

Cependant, la nature des prestations visées par l'article n'était pas précisée, laissant un doute sur le maintien des garanties décès. La loi du 17 juillet 2001 a complété et précisé la loi Evin en rendant obligatoire, dans les contrats collectifs, le maintien des garanties décès aux personnes en arrêt de travail.

Ainsi, depuis le 01/01/2002, l'assureur est dans l'obligation de maintenir les garanties décès des contrats collectifs aux personnes en arrêt de travail même en cas de résiliation ou de non-renouvellement du contrat. Cet engagement doit faire l'objet d'un provisionnement.

Pour les contrats en cours au 31/12/2001, l'assureur a cependant la possibilité d'étaler la charge de provisionnement sur 10 ans selon une répartition au moins linéaire, les modalités ayant du être fixées par avenant au contrat collectif avant le 30/09/2002.

En conséquence, en cas de changement d'assureur suite à une résiliation ou un non-renouvellement, deux possibilités existent :

- Soit les garanties sont maintenues par l'ancien assureur contre versement par le souscripteur d'une « prime de résiliation » destinée à couvrir la charge de provisionnement restant à constituer ;
- Soit les engagements sont repris par le nouvel assureur avec transfert des provisions déjà constituées par l'ancien assureur.

Il convient de souligner que lorsqu'un assureur distinct de l'assureur décès couvre le risque Incapacité-Invalidité, c'est à l'assureur décès de constituer les provisions ce qui pose le problème de la connaissance, par l'assureur décès, des sinistres arrêt de travail en cours.

d) Loi Fillon (ou loi du 21 août 2003)

La réforme française des retraites, couramment appelée Loi Fillon, est une « réforme du régime des retraites basée sur un recours plus important à la capitalisation, au détriment de la répartition ».

La réforme Fillon se justifie selon ses auteurs par quatre motifs de nature démographique, sociale, fiscale et budgétaire. Ces motifs vont déterminer les orientations prises par la loi et vont impliquer de forts remaniements du système actuel. La volonté officielle est toujours cependant de conserver le principe de la répartition comme base de financement des retraites .

□ *Les motifs*

- Motifs démographiques : de par son principe de base , le système actuel doit être réformé de manière à pouvoir accompagner l'arrivée prochaine à l'âge de la retraite des générations issues du baby boom. En effet, cette réduction substantielle de la population active va modifier le rapport nombre d'actifs/ nombre d'inactifs qui passerait de 2,2 en 2002 à 1,5 en 2020.
- Motifs sociaux : la réforme doit être l'occasion de corriger les inégalités du système. Ce motif va servir de tremplin pour aligner la durée de cotisation des fonctionnaires sur celle du privé en jouant sur la notion d'égalité. Par ailleurs, le texte voté veut garantir des pensions convenables aux salaires modestes et aux travailleurs de longue durée avec également l'instauration de l'indexation des pensions sur les prix et non plus sur les salaires.
- Motif fiscal : la réforme doit donner « davantage de liberté et de souplesse » aux futurs retraités. Les retraités disposent de marges plus importantes dans la loi dans la mesure où ils peuvent racheter des trimestres et travailler au-delà de la limite autorisée.
- Motif budgétaire : cette partie de la loi montre les sources de financement que le gouvernement va mobiliser pour financer la réforme et combler le besoin de financement. Ce besoin de financement est estimé à 43 milliards d'euros par an en 2020. Le gouvernement va ainsi mettre en place une hausse des cotisations vieillesse notamment dans la fonction Publique, et le reste doit être financé par une baisse du taux de chômage à 5% d'ici 2020.

□ *Les principales mesures*

- Afin de permettre un rééquilibrage du système, la réforme mise sur un allongement de la durée de cotisation à 40 ans en 2008 pour les fonctionnaires, ainsi alignés sur le régime général. La durée de cotisation va progressivement s'allonger pour l'ensemble des actifs à 41 ans en 2012.

- Les pensions sont indexées sur les prix et non plus sur les salaires.
- Un ensemble de mesures est instauré afin de favoriser l'activité des seniors avec le système de surcote/décote (majoration de la pension de 3% par année supplémentaire pour la surcote et minoration de la pension lorsque le nombre de trimestres est insuffisant).
- Les salariés peuvent obtenir une retraite à temps plein dès qu'ils obtiennent le nombre requis de trimestres, et ne sont donc plus tenus d'atteindre l'âge de 60 ans.
- Le Plan d'Épargne pour la Retraite Populaire (PERP) est créé. Il s'agit d'un système de capitalisation individuel, assorti d'une exonération d'impôts sur les versements. Il permet de viser à la constitution d'une rente viagère qui serait liquidée au départ à la retraite.
- En complément, un nouveau plan d'épargne salariale est créé, le Plan d'Épargne Retraite Collectif (PERCO). Alimenté par les entreprises, en franchise de charges et d'impôts, et par leurs salariés, il offre encore plus d'avantages fiscaux.

1.2.4. Les avantages fiscaux et sociaux des contrats obligatoires

Les régimes obligatoires permettent aux entreprises et aux salariés de bénéficier d'avantages fiscaux et sociaux.

a) Avantages fiscaux

Des avantages fiscaux sont accordés aux salariés dans le cadre des régimes de Prévoyance obligatoires par l'article 83 du Code Général des Impôts modifié par l'article 111 de la Loi du 22 août 2003.

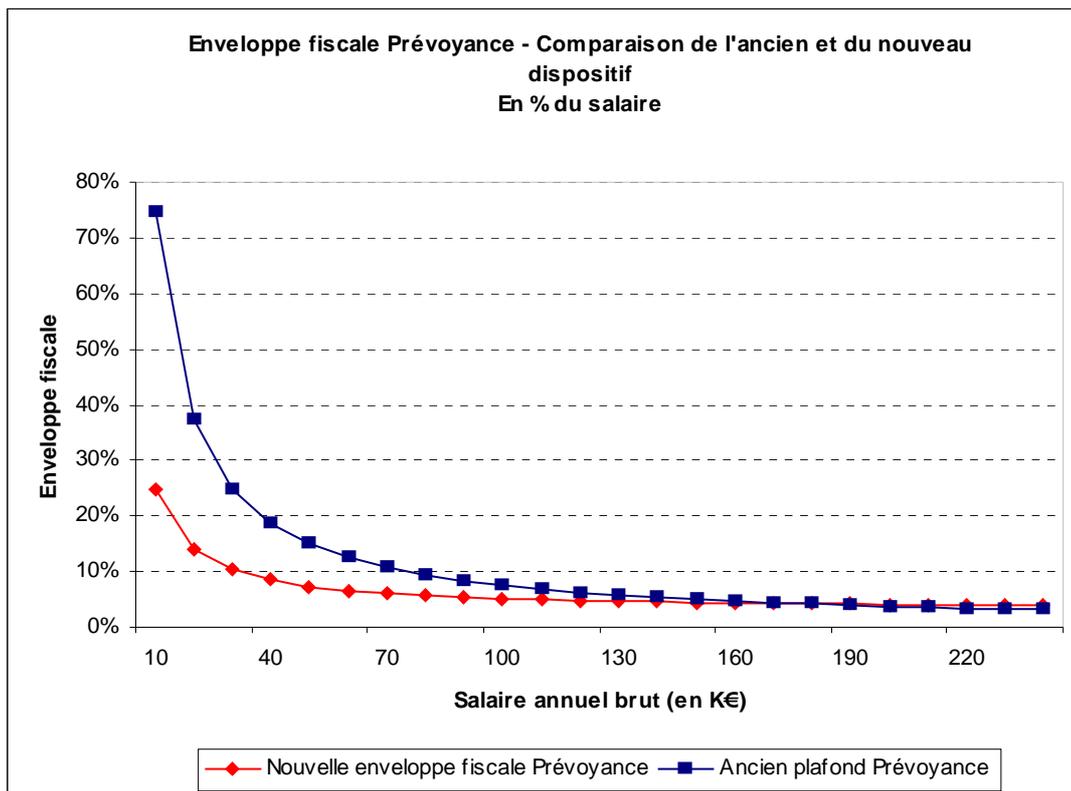
Les cotisations versées à ces régimes (part patronale et salariale) sont ainsi déductibles du montant du revenu imposable dans la limite d'un plafond appelé « disponible fiscal » fixé à :

$$\text{Disponible Fiscal Prévoyance} = \text{Min} (7 \% \text{ PASS}_n + 3 \% \text{ SB}_n ; 3 \% \times 8 \text{ PASS}_n)^5$$

Où :

- PASS_n est la valeur du plafond annuel de la sécurité sociale de l'année n
- SB_n est le montant du salaire annuel brut de l'année n.

⁵ Lorsque les plafonds de déduction en vigueur en 2003 sont plus favorables que les dispositions nouvelles évoquées ci-dessus, ils continueront de s'appliquer jusqu'au 31 décembre 2008 au profit des contrats instaurés avant le 25 septembre 2003.



Cette déductibilité est cependant soumise à des conditions propres au régime prévoyance :

- ❑ collectif, c'est-à-dire applicable à une catégorie de salariés objectivement définie ;
- ❑ à caractère obligatoire de l'adhésion des membres de la catégorie ;
- ❑ le taux de cotisation doit être uniforme pour tous (à l'intérieur d'une catégorie) ;
- ❑ l'employeur doit participer au financement du régime ;
- ❑ mise en place du régime par un texte de loi, une convention collective ou un accord collectif de travail.

Les cotisations versées par l'entreprise sont également déductibles des bénéfices imposables car elles constituent une charge pour l'entreprise (élément de rémunération du bénéficiaire). Cependant, les contributions des employeurs aux régimes de prévoyance mis en place au bénéfice de leurs salariés sont soumises à une taxe de 8% à la charge de l'employeur (Article L.137-1 du Code de la Sécurité Sociale).

b) Avantages sociaux

Les avantages sociaux accordés aux régimes de prévoyance complémentaires consistent à exclure de l'assiette de calcul des charges sociales le montant de cotisation pris en charge par l'employeur (Article L.242-1 du Code de la Sécurité Sociale).

Cependant la participation de l'employeur aux régimes de retraite et prévoyance complémentaires est exonérée de charges « pour une fraction n'excédant pas 85 p. 100 du plafond de sécurité sociale. A l'intérieur de cette fraction, la part des contributions destinées au financement des prestations complémentaires de prévoyance ne peut excéder 19 p. 100 de ce

même plafond. » (Article D242-1 du Code de la Sécurité Sociale). Cette exonération est valable pour tout régime complémentaire qu'il soit facultatif ou obligatoire.

Cependant, la Loi Fillon a modifié l'article L242-1 du Code de la Sécurité Sociale. Ainsi, l'article 113 de la Loi restreint les avantages sociaux aux seuls régimes obligatoires et devrait modifier les plafonds de déductibilité.

1.3 Le marché de la Prévoyance Collective

1.3.1. Les organismes intervenant en prévoyance collective

On distingue l'organisme de base : la sécurité sociale des organismes complémentaires. Trois différents types d'organismes complémentaires interviennent sur le marché de la prévoyance collective : les sociétés d'assurance, les institutions de prévoyance et les mutuelles.

a) Les sociétés d'assurance

Elles sont régies par le code des assurances et peuvent prendre différentes formes juridiques : société anonyme, société d'assurance mutuelle ou société mutuelle d'assurance. Leur particularité est d'être le seul intervenant à but lucratif du marché de la prévoyance, elles sont donc soumises au contrôle du ministère des finances.

Elles doivent obéir à des règles très strictes en matière de marge de solvabilité et la commission de contrôle des assurances garantit le respect de ces normes visant à protéger les assurés. De plus, elles sont les seules à être soumises à la taxe sur les conventions d'assurance.

b) Les Institutions de prévoyance

Apparues à la fin de la seconde guerre mondiale en même temps que la sécurité sociale, elles sont chargées, d'après le code de la Sécurité Sociale qui les régit, de compléter le régime légal de sécurité sociale.

Ce sont des organismes à but non lucratif ayant une gestion paritaire c'est-à-dire qu'elles sont administrées par des représentants des salariés et des représentants des employeurs en nombre égal.

c) Les mutuelles

Elles sont régies par le code de la mutualité qui les définit dans l'article L.111-1 comme des « *groupements à but non lucratif qui, essentiellement au moyen des cotisations de leurs membres, se proposent de mener, dans l'intérêt de ceux-ci ou de leur famille, une action de prévoyance, de solidarité et d'entraide(...)* ». Sur le plan juridique, les mutuelles sont des associations.

d) Leurs parts sur le marché

La répartition du financement des prestations de Prévoyance lourde (Décès – Incapacité – Invalidité – Dépendance) versées en 2005 entre les organismes de base et les organismes complémentaires est reprise dans le tableau ci-après :

Prestations versées au titre de la prévoyance en 2005		
Décès, Incapacité, Invalidité, Dépendance		
	Montant en Milliards d'euros	Pourcentage (%)
Organisme de base	19,0	59.2
Organismes complémentaires:	13,1	40.8
* Sociétés d'assurance	8,3	25.9
* Autres organismes	4,8	15.0
Charges des ménages	-	-
Ensemble	32,1	100.00

Les « autres organismes » correspondent aux mutuelles et aux institutions de prévoyance. Ainsi, les sociétés d'assurance gardent une place prépondérante, en terme de volume de prestations, sur le marché de la Prévoyance lourde (collective et individuelle).

1.3.2. Les garanties usuelles

Les niveaux de garantie usuels des contrats de Prévoyance collective souscrits par les grandes entreprises sont repris ci-après pour chaque risque.

a) Risque décès

Le montant du capital décès assuré représente généralement une à 3 fois le salaire annuel pour un célibataire, les niveaux peuvent cependant varier en fonction du collège de salariés (Cadres / Non cadres). Les rentes éducation et rentes de conjoint ne sont pas systématiques dans les contrats, une majorité de contrats « Non cadres » prévoient ainsi des prestations en rente uniquement pour les enfants.

Capital décès usuel en % du salaire annuel

	Tous collèges	Cadres	Non Cadres
Célibataire	100% à 300%	200%	150%
Marié	200% à 500%	300%	230%
Majoration par enfant à charge	25% à 150%	75%	50%

Rentes de conjoint et rentes éducation

x = âge de l'assuré au décès

	Général	Moyenne
Rente conjoint Temporaire	En % (x-25) * Salaire: de 0,5% à 1%	0,5% à 0,6%
Rente conjoint Viagère	En % (65-x) * Salaire: de 0,5% à 1,25%	1%
Rente éducation	De 8% à 25% du salaire selon l'âge	15%

b) Risque arrêt de travail

Comme pour le décès, le niveau des prestations peut varier en fonction du collège de salariés (Cadres / Non cadres). Les prestations usuelles présentées dans le tableau suivant sont exprimées « y compris prestations du régime de base ».

Prestations arrêt de travail usuelles en % du salaire annuel

	Tous collègues	Cadres	Non Cadres
Incapacité	65% à 100%	80%	80%
Incapacité 1^{ère} catégorie	54% à 100%	55%	50%
Incapacité 2^{ème} & 3^{ème} catégorie	60% à 100%	90%	80%

Dans la suite, nous nous intéresserons uniquement aux garanties décès et plus particulièrement à leur tarification dans le cadre d'un contrat d'assurance collectif.

2. Tarifification du risque décès

2.1 Les bases techniques de tarification

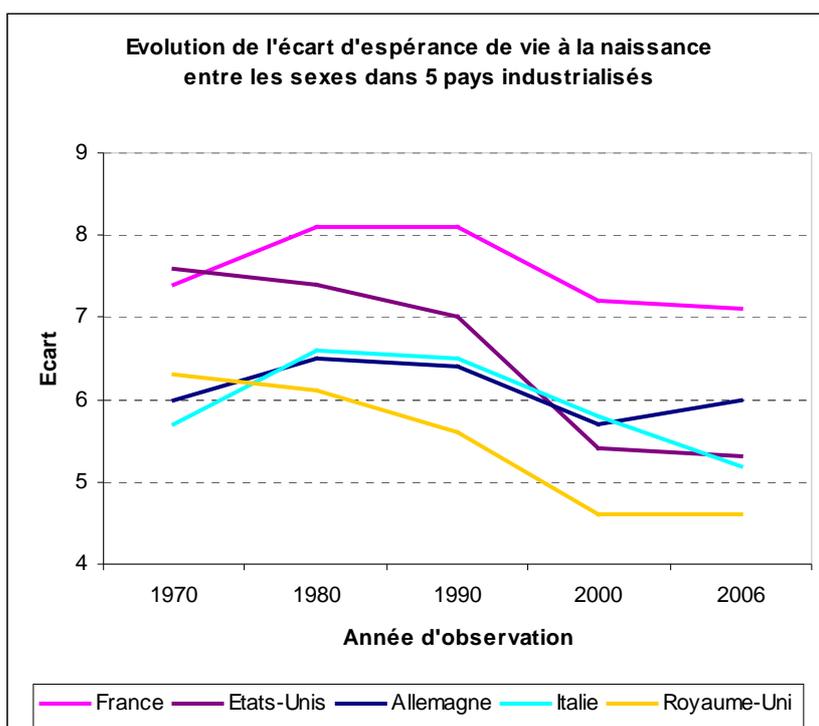
2.1.1. Les facteurs influençant le risque

La première étape d'une tarification est la recherche des facteurs influençant de manière significative le risque et des règles juridiques relatives aux choix des paramètres.

Pour le risque décès, les trois principaux facteurs influençant la tarification sont : le sexe, l'âge et la catégorie socioprofessionnelle des individus.

a) Le sexe

L'espérance de vie des femmes est supérieure à celle des hommes. Même si l'espérance de vie des hommes tend à rattraper celle des femmes, l'écart reste actuellement proche de 7 ans⁶.



⁶ Source INED : Observatoire démographique européen et La conjoncture démographique : l'Europe et les autres pays développés. Population, 3, 2006

Par ailleurs, à tout âge, la mortalité des femmes diffère de celle des hommes. En conséquence, la répartition des individus du groupe entre hommes et femmes a donc une importance non négligeable sur la tarification de garanties décès. Le sexe pouvant être représenté par une variable binaire, sa prise en compte dans les calculs est relativement simple.

b) L'âge

De façon logique, la durée de vie résiduelle, et donc la probabilité de survie, est une fonction décroissante de l'âge. Les études sur la mortalité montrent par ailleurs que l'augmentation de la mortalité n'est pas proportionnelle à celle de l'âge : avec le vieillissement, l'augmentation s'accélère.

Une façon de modéliser la mortalité est d'utiliser le taux instantané de mortalité noté μ_x pour un âge x donné défini par :

$$\mu_x = -\frac{l'_x}{l_x} = -\frac{d}{dx} [\ln(l_x)],$$

où l_x est le nombre probable de vivants à l'âge x .

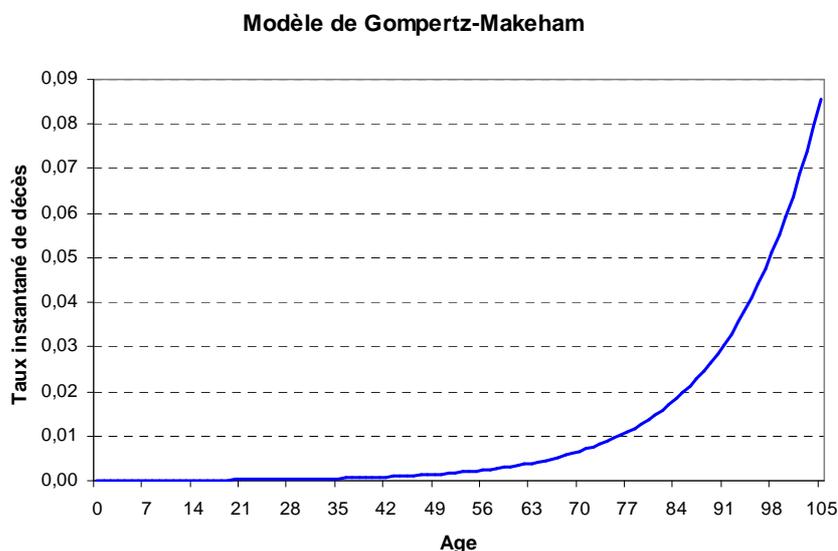
Ainsi, les assureurs utilisent souvent le modèle de Gompertz-Makeham qui sert de référence pour la construction des tables de mortalité. Le modèle de Gompertz-Makeham définit le taux instantané de décès suivant :

$$\mu_x = a + b * c^x,$$

avec $a > 0$, $b > 0$, $c > 1$ et x suffisamment grand (≥ 30 ans).

Le paramètre a représente un taux de décès accidentel (indépendant de l'âge), le terme $b * c^x$ modélise quant à lui un vieillissement accidentel (si $c > 1$).

Avec les « valeurs standards » des paramètres utilisés en mortalité humaine, on obtient l'allure suivante des taux instantanés de décès en fonction de l'âge :



La croissance rapide du taux instantané de décès avec l'âge obtenue avec ce modèle est bien adaptée à la mortalité humaine.

Notons de plus que la croissance de la mortalité n'étant pas proportionnelle à l'âge, le taux de mortalité d'un groupe d'individus ne correspond pas au taux de mortalité à l'âge arithmétique moyen du groupe. Il faut en fait utiliser l'« âge actuariel » du groupe qui correspond à une moyenne des âges pondérée par les effectifs et les montants garantis à chaque âge ; il est en général supérieur à la moyenne arithmétique des âges.

c) La catégorie socioprofessionnelle

Le taux de mortalité moyen varie également selon la catégorie socioprofessionnelle et peut donc avoir un impact important sur le tarif d'un contrat groupe.

Le tableau⁷ ci-dessous présente la mortalité relative des actifs (et inactifs) par rapport à l'ensemble de la population sur une période donnée. Il s'agit de l'indice standardisé de mortalité (ISM) qui est calculé, pour un groupe donné, comme le rapport entre le nombre de décès effectivement observés entre 1982 et 2001 et le nombre de décès qui seraient survenus au cours de la période si ce groupe avait été soumis à la mortalité par âge de l'ensemble de la population. Un rapport supérieur à 1 s'interprète comme une surmortalité dans le groupe.

Catégorie socio-professionnelle	Indice Standardisé de Mortalité (ISM)	
	Femmes	Hommes
N'a jamais travaillé	1,16	1,87
Travaille ou a déjà travaillé	0,96	0,96
dont :		
Cadres ou professions intellectuelles supérieures	0,78	0,64
Professions intermédiaires	0,82	0,89
Artisans, commerçants ou chefs d'entreprise	0,86	0,85
Employés	0,95	1,03
Agriculteurs exploitants	0,94	0,78
Ouvriers	1,14	1,17
Ensemble	1,00	1,00

Lecture du tableau : Les hommes n'ayant jamais travaillé ont une surmortalité de 87% par rapport à l'ensemble des hommes.

On remarque par exemple que la situation d'employé est favorable aux femmes alors qu'elle est défavorable aux hommes.

Par ailleurs, mis à part les professions intermédiaires, la structure socioprofessionnelle a davantage d'effets sur la mortalité des hommes que sur celle des femmes. En effet, les contrastes de mortalité pour les femmes sont plus faibles, et moins bien repérés par la profession, en raison des nombreux changements de statut professionnel au cours de la vie.

⁷ Source INSEE : échantillon de mortalité. Les calculs effectués reposent sur des hommes et des femmes de 45 à 64 ans en 1982, nés en France métropolitaine et vivant en ménages ordinaires.

d) Autres facteurs

On peut noter l'influence de la zone géographique dans laquelle vit l'assuré : comme le montre par exemple le graphique du paragraphe a), l'écart de mortalité homme/femme diffère d'un pays à l'autre. On constate également des écarts de niveaux de mortalité selon la localisation (du fait du climat, du régime alimentaire...).

Cependant, les différences de mortalité d'une région à une autre de la France étant très faibles, la tarification de garanties décès pour un groupe d'assurés français ne prend généralement pas en compte l'influence du secteur géographique.

L'influence de ces divers facteurs est prise en compte dans la construction des tables de mortalité. Ces dernières indiquent la probabilité de décès à chaque âge x :

$$q_x = \frac{l_x - l_{x+1}}{l_x} = 1 - p_x$$

avec l_x le nombre de survivants à l'âge x .

La réglementation préconise l'utilisation de tables différenciées par sexe et type de garantie.

2.1.2. La réglementation

Le choix de la table de mortalité utilisée pour établir le tarif des contrats collectifs en cas de décès résiliables annuellement est réglementé par l'article A.335-1 du Code des Assurances.

Ainsi la mortalité peut être modélisée :

- ❑ à partir des tables de mortalité établies par sexe (TH00-02 pour les hommes et TF00-02 pour les femmes) éventuellement abattues de manière forfaitaire si cet abattement est justifiable. Pour les contrats en cas de vie autres que les contrats de rente viagère, des décalages d'âges sont appliqués aux tables TH et TF.
- ❑ à partir de tables de mortalité d'expérience (établies ou non par sexe) construite par l'organisme assureur et certifiée par un actuaire indépendant agréé.

De plus, la tarification de garanties en rente doit être établie sur la base des tables de mortalité générationnelles TGH05 et TGF05, utilisées respectivement pour les hommes et les femmes.

Par ailleurs, la tarification doit être réalisée à partir d'un taux technique au plus égal à 60% du Taux Moyen des Emprunts d'Etat (TME) sur les 6 derniers mois au vu de l'article A132-1 du code des assurances (soit 2,25% au 31/12/2006), sans pouvoir dépasser 3,5%.

2.2 Formules de tarification de base du risque décès

Les tarifs des garanties décès sont généralement établis à partir de moyennes : le prix d'équilibre ou prime pure est égal à l'espérance des prestations. Les formules de calcul de base pour les différentes garanties sont reprises dans les paragraphes suivants.

2.2.1. Paramètres et notations

On note :

- C le montant du capital décès assuré
- x l'âge de l'assuré
- y l'âge du conjoint de l'assuré
- e l'âge de l'enfant de l'assuré
- q_x la probabilité de décès de l'assuré à l'âge x
- Π la prime pure et Π' la prime commerciale
- S le salaire annuel de référence de l'assuré
- $TxChgt$ le taux de chargement sur cotisations au titre des frais de gestion et d'acquisition du contrat (en pourcentage de la prime pure)
- $TxChgtPrest$ le taux de chargement sur prestations pour les garanties en rente
- i le taux technique utilisé pour l'actualisation des flux de rente.

2.2.2. Les garanties décès en capital

La prime pure pour un individu d'âge x au moment du calcul est donnée par :

$$\Pi = C * q_x$$

et la prime chargée : $\Pi' = \frac{\Pi}{(1 - TxChgt)}$.

2.2.3. Les garanties décès en rente

Pour la tarification, il convient de distinguer les rentes de conjoint (temporaires et viagères) et les rentes éducation (progressives ou constantes).

□ Rente de conjoint viagère

La prime pure pour une rente de conjoint viagère de niveau R_{cv} en cas de décès de l'assuré est égale à :

$$\boxed{\Pi = q_x * R_{cv} * \ddot{a}_y^{(m)} * (1 + TxChgt Prest)}$$

donc : $\Pi = q_x * R_{cv} * (1 + TxChgt Prest) * \sum_{k=0}^{\omega-y} v^{k/m} * {}_k p_y = q_x * R_{cv} * \sum_{k=0}^{\omega-y} \frac{(1 + TxChgt Prest)}{(1+i)^{k/m}} * \frac{l_{y+k}^{(m)}}{l_y^{(m)}}$,

avec $\ddot{a}_y^{(m)}$ le capital constitutif d'une rente annuelle de 1 € payable par avance, fractionnée en m termes égaux dans l'année et versée immédiatement à une tête d'âge y pour une durée viagère, et ω l'âge limite de la table de mortalité.

On en déduit la prime chargée : $\Pi' = \frac{\Pi}{(1 - TxChgt)}$.

□ Rente de conjoint temporaire

La prime pure pour une rente de conjoint temporaire jusqu'à 60 ans de niveau R_{ct} versée en cas de décès de l'assuré est égale à :

$$\boxed{\Pi = q_x * R_{ct} * \ddot{a}_{y:60-y}^{(m)} * (1 + TxChgt Prest)}$$

donc : $\Pi = q_x * R_{ct} * (1 + TxChgt Prest) * \sum_{k=0}^{60-y} v^{k/m} * {}_k p_y = q_x * R_{ct} * \sum_{k=0}^{60-y} \frac{(1 + TxChgt Prest)}{(1+i)^{k/m}} * \frac{l_{y+k}^{(m)}}{l_y^{(m)}}$,

avec $\ddot{a}_{y:60-y}^{(m)}$ le capital constitutif d'une rente annuelle de 1 € payable par avance, fractionnée en m termes égaux dans l'année et versée immédiatement à une tête d'âge y pour une durée de $(60-y)$ années.

On a alors la prime chargée : $\Pi' = \frac{\Pi}{(1 - TxChgt)}$.

□ Rente Éducation

La tarification de cette garantie nécessite de prendre en compte non seulement la mortalité de l'assuré et celle de l'enfant (dont l'influence est minime) mais également (éventuellement) la poursuite des études.

Pour une garantie prévoyant le versement d'une rente entre les âges e_1 et e_2 de l'enfant, la prime pure (hors chargement sur prestations) vaut :

$$\Pi = \begin{cases} 0 & \text{si l'âge actuel } e \text{ de l'enfant n'est pas compris entre } e_1 \text{ et } e_2 \\ q_x * \text{Niveau de Rente} * \ddot{a}_{e:e_2-e} & \text{si } e_1 \leq e < e_2 \end{cases}$$

avec $\ddot{a}_{e:e_2-e}$ le capital constitutif d'une rente annuelle de 1€ payable par avance et versée immédiatement à une tête d'âge e pour une durée temporaire de (e_2-e) années,

$$\ddot{a}_{e:e_2-e} = \sum_{k=0}^{e_2-e} v^k * {}_k p_e = \sum_{k=0}^{e_2-e} \frac{1}{(1+TxActu)^k} * \frac{l_e^{(m)}}{l_{e+k}^{(m)}}$$

si aucune condition de poursuite d'études n'est prise en compte, $l_e^{(m)} = l_e$ est lu directement dans la table de mortalité choisie pour l'enfant à l'âge e ;

sinon, $l_e^{(m)} = l_e * \text{Taux de poursuite d'étude à l'âge } e$ (avec l_e l'effectif lu dans la table de mortalité à l'âge e).

On en déduit la prime chargée : $\Pi' = \frac{\Pi * (1 + TxChgt Prest)}{(1 - TxChgt)}$.

2.3 Tarification des contrats décès - une approche alternative : les simulations

2.3.1 Généralités

a) Méthodologie

La tarification des garanties liées au risque décès de l'assuré par des techniques de simulation revient à générer des nombres aléatoires uniformément distribués sur $[0,1[$. En effet, le risque de décès peut être modélisé par la probabilité de décès q_x d'un assuré d'âge x .

Par définition d'une probabilité, quel que soit x , q_x est dans l'intervalle $[0,1]$.

Soit V une variable aléatoire uniformément distribuée sur $[0,1]$, on a :

$$P(V < q_x) = \int_0^{q_x} 1_{[0,1]}(x) dx = q_x$$

Le problème est donc de générer des réalisations de V indépendantes et uniformément distribuées sur $[0,1]$. Se pose alors la question de la fiabilité du générateur utilisé.

b) La génération de nombres aléatoires

Il existe différents types de générateurs de nombres aléatoires, on distingue notamment les générateurs pseudo-aléatoires et les générateurs quasi-aléatoires. Ces deux types d'algorithmes de génération de loi uniforme sont présentés ci-après.

□ Les générateurs pseudo-aléatoires

Les suites de points obtenues à partir de ce type d'algorithmes ne sont pas complètement aléatoires dans le sens où la suite de nombres obtenue est déterministe et donc reproductible.

Les générateurs pseudo-aléatoires les plus répandus sont les générateurs congruentiels dont la construction est basée sur la méthode des congruences linéaires.

La particularité de ce type de générateurs est qu'ils sont initialisables : ils sont basés sur une « graine », qui est la première valeur de la suite générée, et sur une formule récursive de calcul des différentes valeurs de la suite. Changer de graine permet ainsi d'obtenir une suite différente. Le choix de cette valeur initiale est d'ailleurs essentiel à la qualité de la simulation. D'un point de vue pratique, la présence d'une graine permet de trouver les mêmes résultats lors de plusieurs simulations identiques (et la graine devient un paramètre de l'étude).

L'obtention des points se fait à partir de la formule récursive suivante :

$$x_0 \in \{0, 1, \dots, m-1\}$$
$$x_n = (ax_{n-1} + c) \bmod(m)$$

où a , c et m sont des entiers positifs, et x_0 est la graine de la séquence des nombres aléatoires.

Il convient de noter que la valeur 0 peut être obtenue au cours d'un tirage (ce qui peut poser des problèmes d'erreurs informatiques, comme des divisions par 0) et que ces générateurs produisent des valeurs qui peuvent s'approcher de la valeur 1, mais sans jamais l'atteindre, l'intervalle des valeurs obtenues est donc en réalité l'intervalle semi-ouvert $[0;1[$.

La suite de nombres uniformément distribués sur $[0,1[$ est ainsi obtenue en divisant les x_i par m :

$$u_i = \frac{x_i}{m}$$

Cependant, les nombres générés étant modulo m , le nombre de valeurs différentes obtenu est au plus m , le choix de paramètres a , c et m optimisant le générateur est donc important.

On dit alors que le générateur admet une période complète, c'est-à-dire que le nombre de valeurs différentes obtenues est égal à m si et seulement si les trois conditions suivantes sont vérifiées :

1. c et m n'ont aucun diviseur commun
2. $a = 1 \bmod(g)$ où g est un facteur premier de m
3. $a = 1 \bmod(4)$ si m est multiple de 4

Il convient de plus de choisir un entier m suffisamment grand. En général, m est choisi de la forme $m = 2^k$ avec k entier positif.

*Exemple*⁸ : En choisissant par exemple le générateur $X_{n+1} = (25 \times X_n + 16) \text{ mod } 256$, c'est à dire en négligeant le premier critère de la propriété, le choix de $X_0 = 12$ donne la série suivante :

X_0	X_1	X_2	X_3	X_4	...	X_{50}	X_{51}	X_{52}	X_{53}	X_{54}	...	X_{100}	X_{101}	X_{102}	X_{103}	X_{104}	...	X_{150}	X_{151}	X_{152}	X_{153}	X_{154}
12	60	236	28	204	...	236	28	204	252	172	...	204	252	172	220	140	...	172	220	140	188	108

Tous les entiers produits sont pairs.

De même, avec $X_0 = 11$, tous les entiers produits sont impairs.

Une des propriétés essentielles de ces générateurs congruentiels a été démontrée en 1961 par Greenberger⁹:

Propriété : Le coefficient de corrélation entre les variables X_i et X_{i+1} est compris dans l'intervalle :

$$\left[\frac{1}{a} - \frac{(6c)}{am} \left(1 - \frac{c}{m} \right) - \frac{a}{m} ; \frac{1}{a} - \frac{(6c)}{am} \left(1 - \frac{c}{m} \right) + \frac{a}{m} \right]$$

Les techniques de génération de nombres aléatoires implémentées dans les langages de programmation courants sont généralement des générateurs congruentiels, par exemple le générateur Rnd implémenté dans les bibliothèques de macros du logiciel Microsoft Excel. La valeur de m est en général telle que $m = 2^k$ avec k entier positif correspondant au nombre de bits-1.

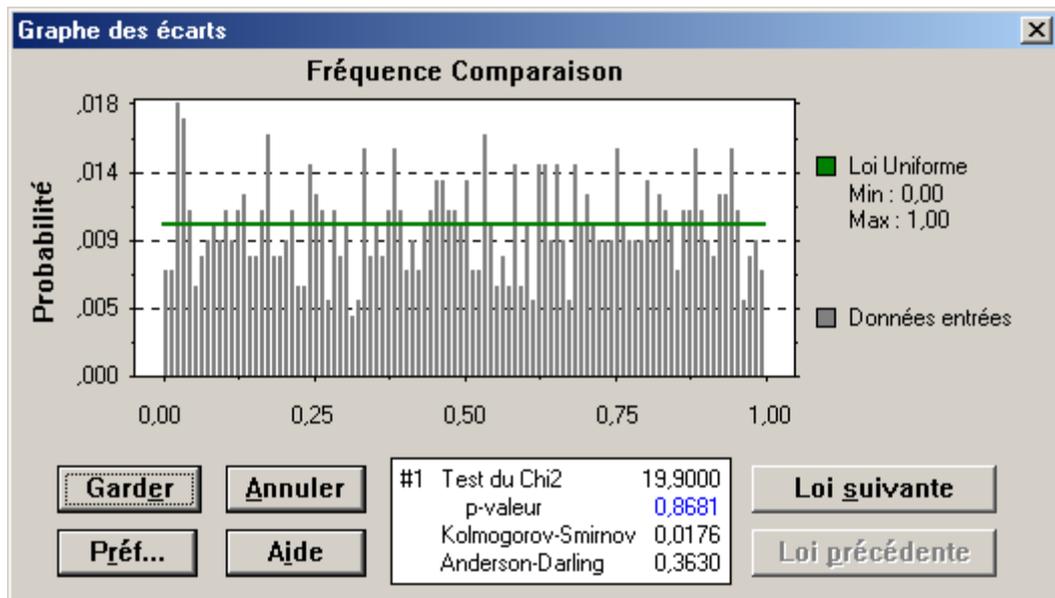
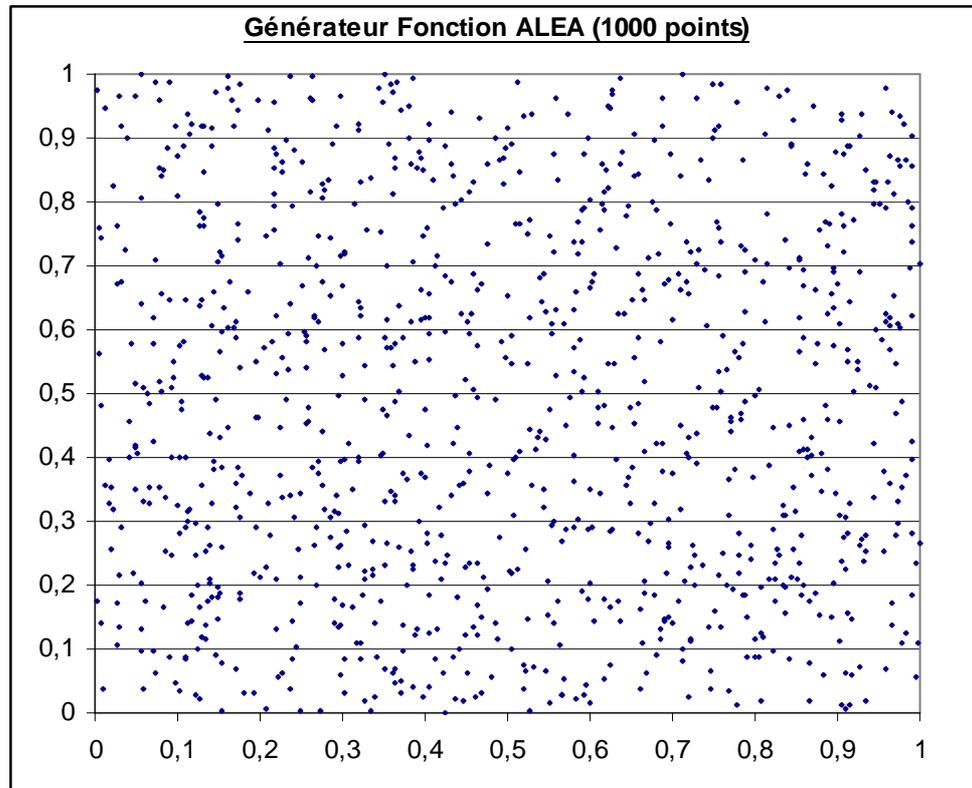
Illustration

A partir de la fonction ALEA() d'Excel les tests statistiques d'adéquation à la loi uniforme pour des simulations de 1 000, 2 000, puis 10 000 valeurs donne les résultats suivants :

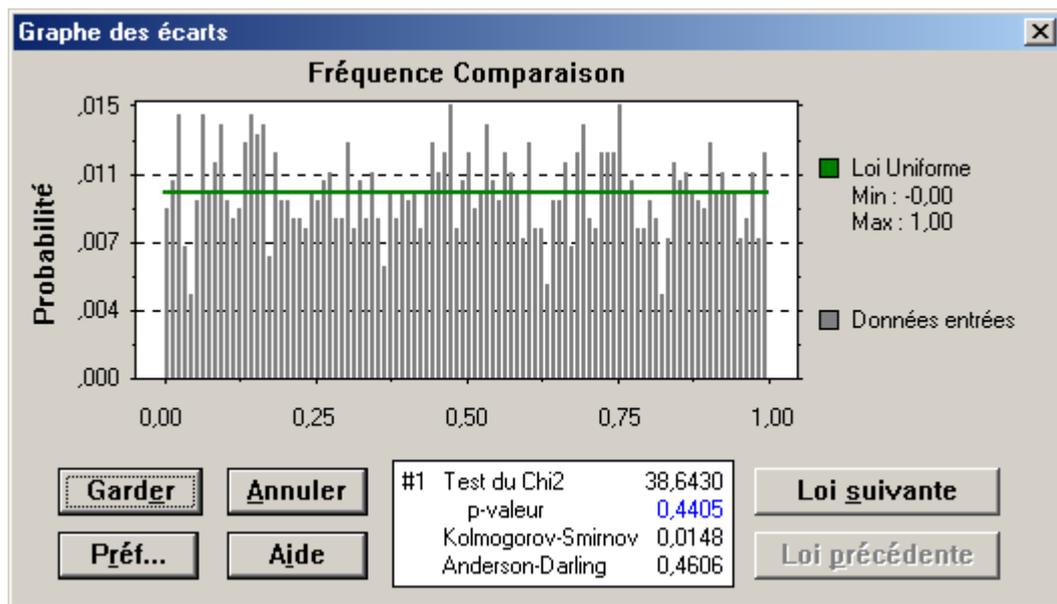
⁸ PLANCHET F., JACQUEMIN J., L'utilisation de méthodes de simulation en assurance.

⁹ GREENBERGER M., Notes a new pseudo-random number generator.

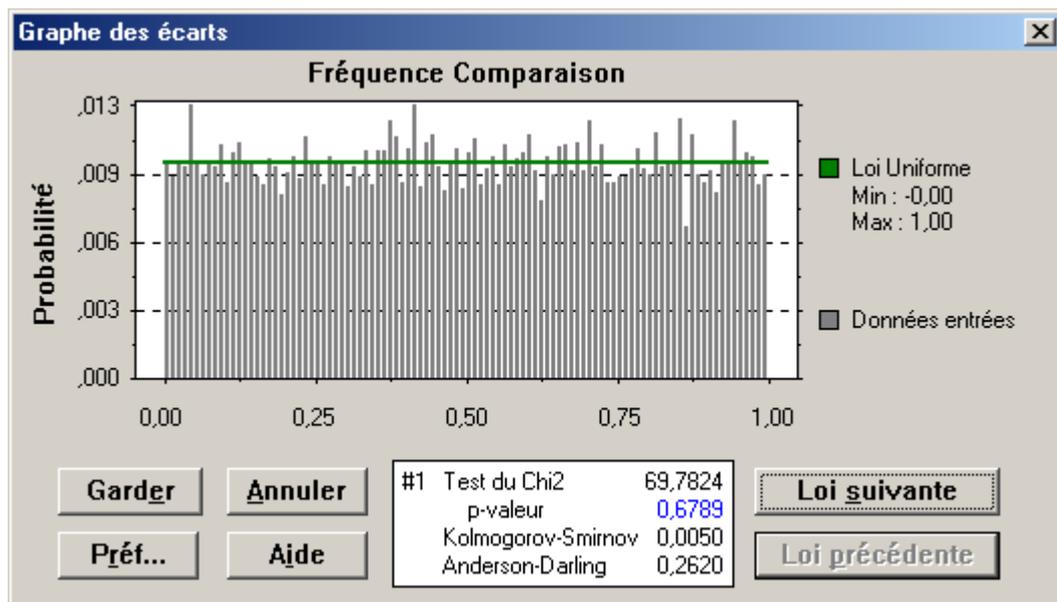
Simulation avec 1 000 valeurs



Simulation avec 2 000 valeurs



Simulation avec 10 000 valeurs



Même si l'adéquation des séries obtenues à une loi uniforme est acceptable d'après le test statistique du Chi-Deux, il est tout de même à noter qu'en dessous de 10 000 valeurs, les séquences générées ont graphiquement tendance à former des paquets de nombres sur certaines parties de l'intervalle $[0;1]$. Ceci peut avoir pour conséquence en pratique de biaiser significativement les simulations utilisant ce type d'algorithme.

Les générateurs congruentiels sont les plus connus et les plus répandus, il existe cependant d'autres générateurs pseudos aléatoires :

- ✓ Le générateur de Mitchell et Moore

$$X_n = (X_{n-24} + X_{n-55}) \text{ mod } m$$

- ✓ Le générateur de Knuth

$$X_n = (X_{n-24} - X_{n-55}) \text{ mod } m$$

□ Les générateurs quasi-aléatoires

Ces méthodes de génération de suites de nombres n'ont pas de graine et sont en fait complètement déterministes. Cependant, les nombres générés sont généralement plus uniformément répartis sur l'hypercube $[0,1]^s$ (s entier positif).

Ces générateurs se basent sur la construction de suites à discrétance¹⁰ faible.

Définition : **Discrétance locale**

Soient : $x = (x_n)_{n \geq 1}$ une suite de points de $[0;1]^n$, λ_n la mesure de Lebesgue sur $[0;1]^n$, et A un sous pavé quelconque de $[0;1]^n$.

La *discrétance locale* d'ordre k de x par rapport à A est la quantité :

$$D_k(A,x) = \frac{1}{k} \text{Card} \{ i \in \{1, \dots, k\} \text{ tq } x_i \in A \} - \lambda_n(A)$$

Définition : **Discrétance**

Soient : $x = (x_n)_{n \geq 1}$ une suite de points de $[0;1]^n$, λ_n la mesure de Lebesgue sur $[0;1]^n$, A un sous pavé quelconque de $[0;1]^n$, et P l'ensemble des sous pavés de $[0;1]^n$.

La *discrétance* d'ordre k de la suite x est la quantité :

$$D_k^\infty(x) = \text{Sup} \{ D_k(A,x) \mid \text{tq } A \in P \}$$

La discrétance mesure la qualité de la répartition des valeurs de la suite x sur son intervalle de définition : elle est d'autant plus faible que x est bien répartie sur $[0,1]^n$. Ces définitions permettent alors de définir les suites équiréparties, puis les suites à discrétance faible.

Définition : **Suites équiréparties**

Soit $x = (x_n)_{n \geq 1}$ une suite de points sur $[0,1]^n$, et P tel que défini ci-dessus.

¹⁰ DE WINNE R., Processus de diffusion de taux d'intérêt et correction du biais de discrétisation.

La suite x est dite équirépartie, ou uniformément distribuée, si et seulement si pour tout pavé A de P , la limite quand $k \rightarrow +\infty$ de la discrédance locale d'ordre k selon A est égale à 0.

Les suites pseudo-aléatoires sus-nommées sont équiréparties¹¹.

Définition : Suite à discrédance faible

Soit $x = (x_n)_{n \geq 1}$ une suite de points sur $[0,1]^n$.

La suite x est à *discrédance faible* si :

$$D_k^\infty(x) = O_{k \rightarrow \infty} \left(\frac{(\ln k)^n}{k} \right)$$

Les algorithmes basés sur les suites à discrédance faible produisent des suites qui sont asymptotiquement meilleures que les suites de nombres pseudo-aléatoires, ils sont particulièrement utilisés pour le calcul numérique d'intégrales, notamment pour leur rapidité de convergence.

Parmi ces algorithmes, on peut notamment citer les suites de Van der Corput, de Halton et de Fauré dans l'ordre croissant de qualité, mais aussi de complexité. Cependant, on présentera ci-après plus particulièrement la méthode de la Translation Irrationnelle du Tore qui s'avère particulièrement efficace et présente l'avantage d'être simple à implémenter.

Définition : Algorithme d'implémentation des suites de translation irrationnelle du Tore (dimension s)

La suite implémentée est :

$$x_n = (\{n\sqrt{p_1}\}, \dots, \{n\sqrt{p_s}\}),$$

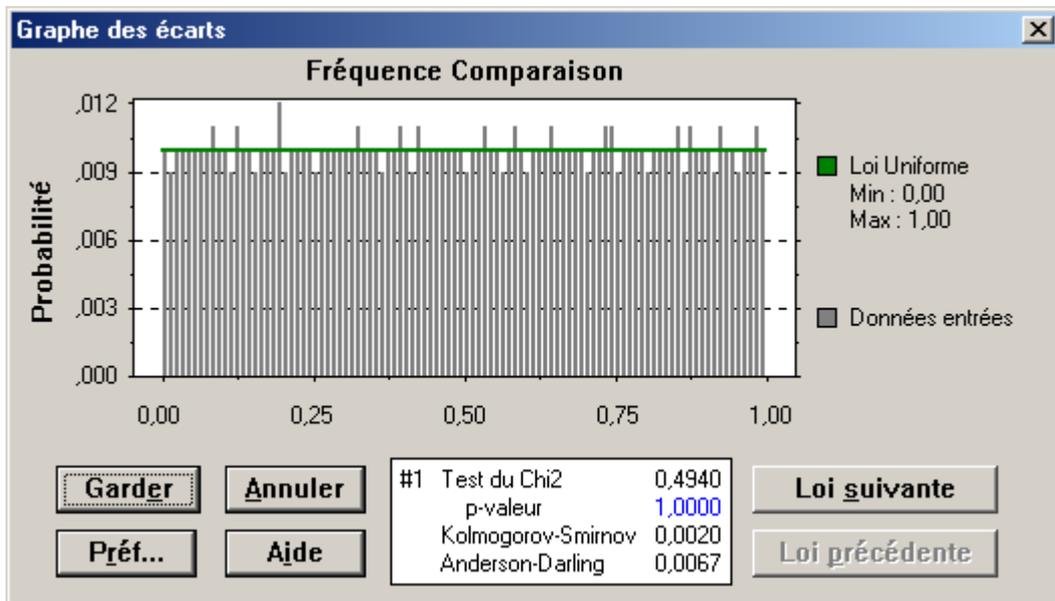
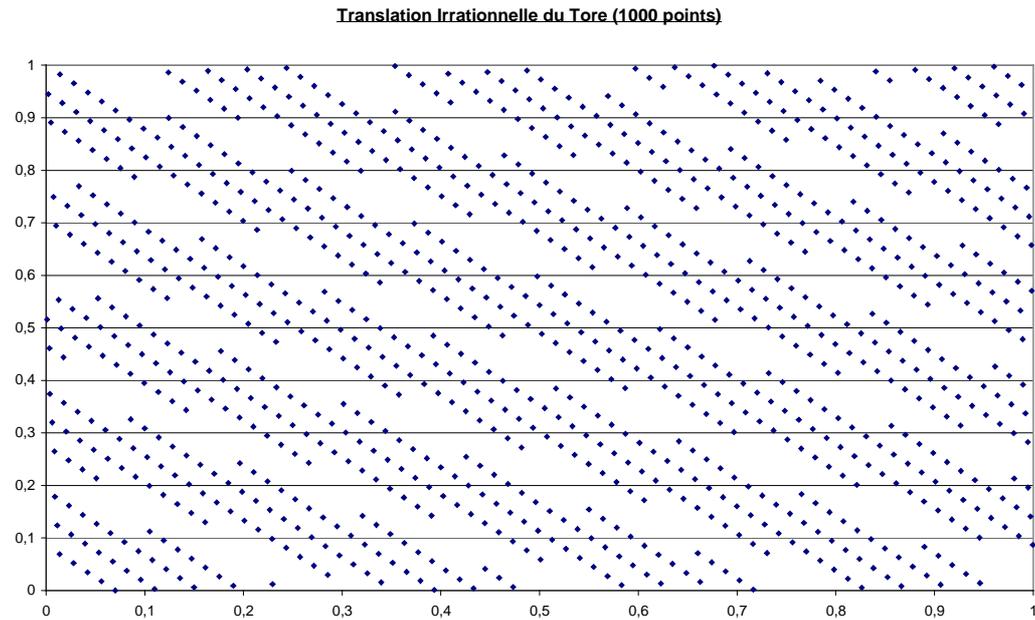
où (p_1, \dots, p_s) représente le vecteur des s premiers nombres premiers, et $\{ \}$ représente l'opérateur *partie fractionnaire* (le nombre moins sa partie entière).

Illustration

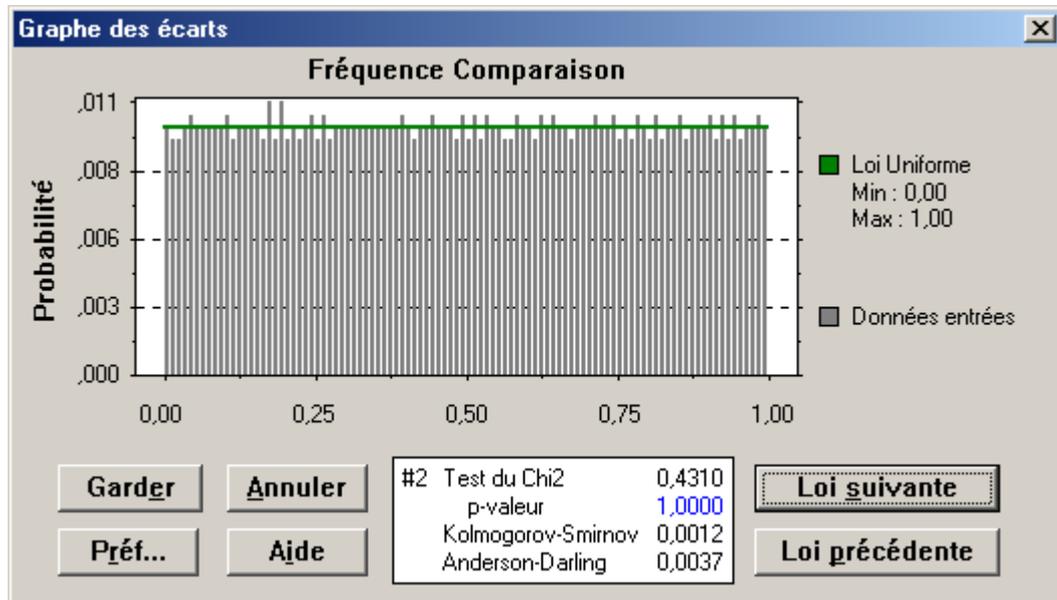
En effectuant les mêmes tests que ceux réalisés sur la fonction *ALEA* de Visual Basic, on obtient les résultats suivants :

¹¹ PATARD Pierre-Alain, Valorisation de SWAPS structures sur actions et indices

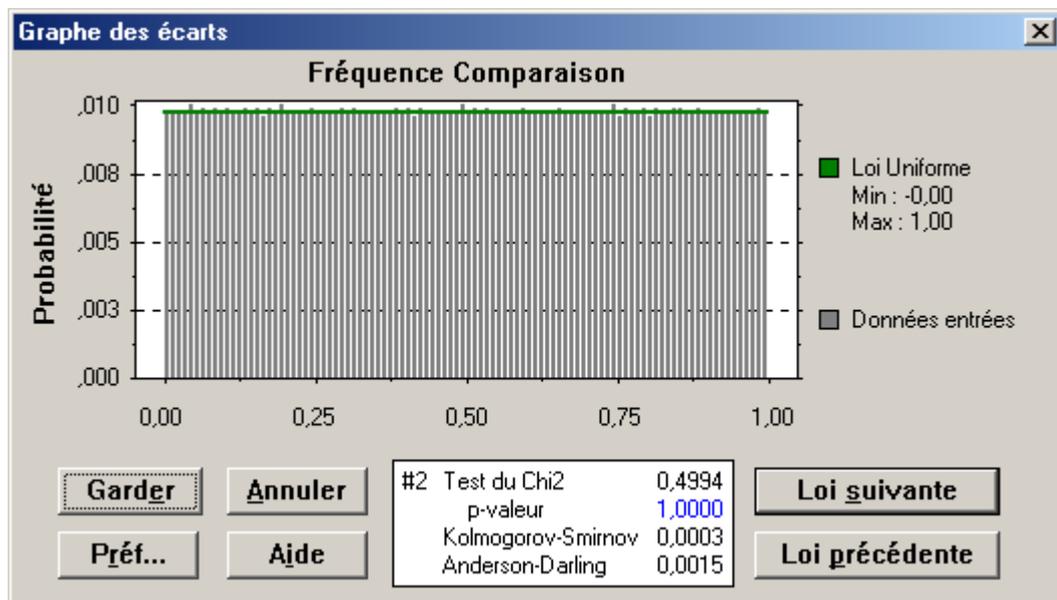
Simulation *Tore* avec 1 000 valeurs



Simulation *Tore* avec 2 000 valeurs



Simulation *Tore* avec 10 000 valeurs



Ici, la perfection de l'équirépartition sur $[0;1]$ est presque atteinte, les P-valeurs du test du Chi-deux dans les trois situations sont égales à 1. Cependant, malgré leur efficacité, ces suites montrent des corrélations importantes entre les suites générées, à partir d'un nombre élevé de dimensions. Cette corrélation est déjà visible sur la représentation graphique d'une suite de 1000 valeurs.

□ Comparaison illustrée de deux types de générateurs

Pour comparer ces deux types de générateur, nous allons les utiliser pour générer des taux de décès à un âge donné.

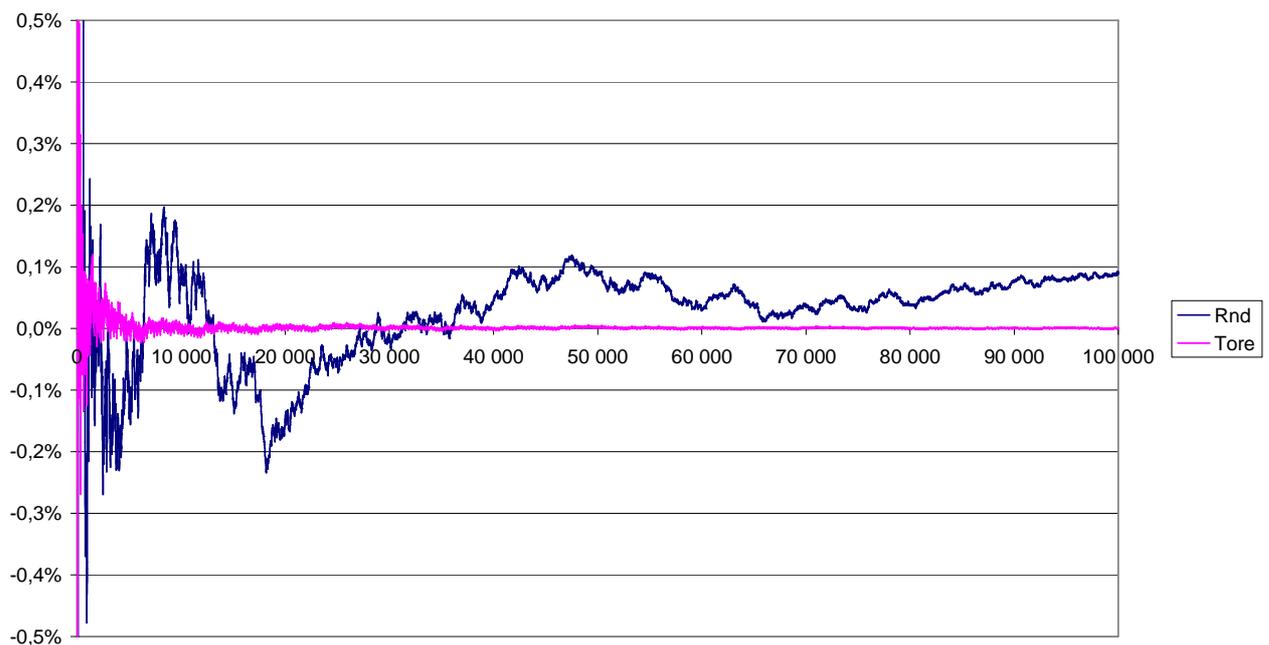
Pour les simulations, on utilise les paramètres suivants:

- Age étudié = 50 ans,
- Table de mortalité : TF00-02.

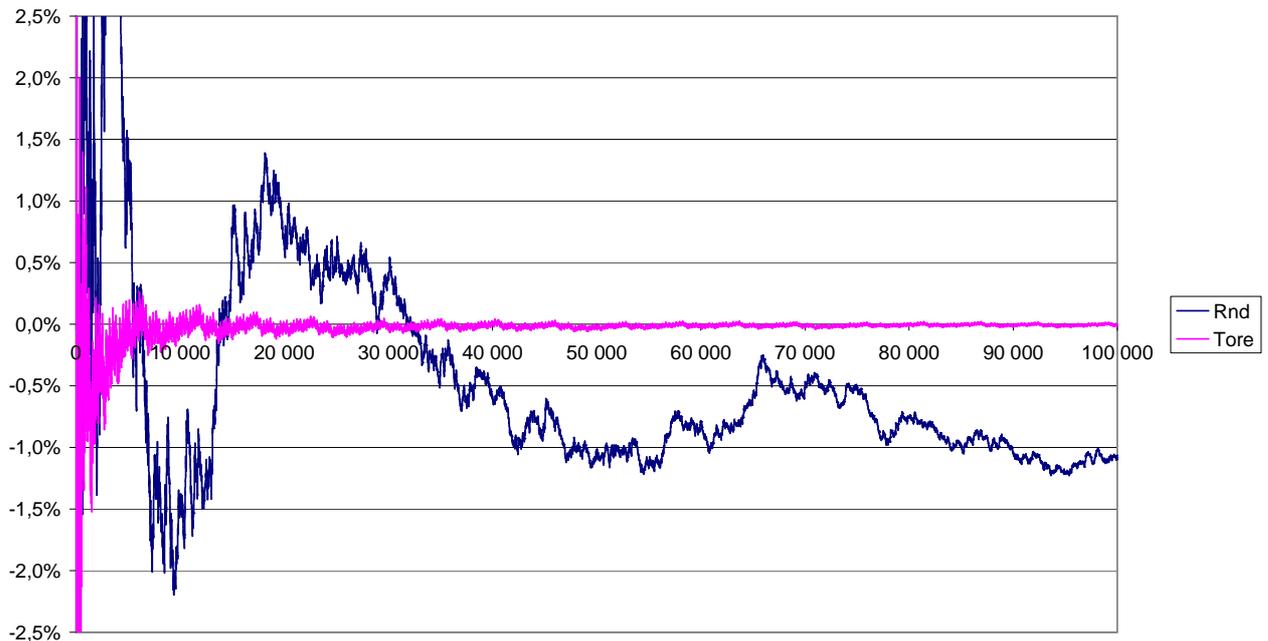
Les graphiques ci-dessous représentent pour chaque générateur (RND et Tore) et selon le nombre de simulations :

- l'écart entre l'espérance théorique et l'espérance obtenue par l'approche de ces simulations d'une part,
- l'écart entre la variance théorique et la variance obtenue par l'approche de ces simulations d'autre part.

Graphique Moyenne
Nombre de simulations en fonction de l'écart avec la moyenne théorique



Graphique Variance
Nombre de simulations en fonction de l'écart avec la variance théorique



La comparaison illustrée des deux types de générateur montre une convergence plus rapide et plus régulière de l'espérance obtenue par la méthode des simulations vers l'espérance théorique (respectivement pour la variance) dans le cas du générateur quasi-aléatoire *Tore*.

Par la suite, nous retiendrons donc le générateur *Tore* pour générer les taux de décès dans l'approche par simulations.

2.3.2. Mise en œuvre de méthodes par simulation

a) Tarification théorique des garanties décès

Cette section sera consacrée à l'étude de la tarification des garanties décès en capital. La méthode décrite peut également être utilisée pour la tarification des garanties en rentes en considérant que le capital assuré est égal au capital constitutif de la rente garantie.

Nous essaierons dans ce paragraphe de vérifier si les résultats obtenus par simulations sont prévisibles en théorie.

Notations

On considère une population constituée de J individus.

P_j est le montant des prestations assurées (capital décès et capitaux constitutifs de rentes) pour l'individu j ($j=1, \dots, J$).

x_j est l'âge de l'individu j .

q_{x_j} est la probabilité de décès de l'individu j (d'âge x_j)

\tilde{P}_j est la variable aléatoire représentant les prestations versées à l'individu j

$\tilde{P} = \sum_{j=1}^J \tilde{P}_j$ est la variable aléatoire représentant la somme des prestations versées par l'assureur au cours de l'exercice pour l'ensemble de l'effectif sous risque.

Calculs

Avec une tarification classique, la prime pure, notée PP , permettant de réaliser l'équilibre technique du risque est calculée à partir de l'espérance de la variable aléatoire des prestations soit:

$$PP = E(\tilde{P}) = \sum_{j=1}^J E(\tilde{P}_j)$$

Or on a :

$$\forall j \in \{1, \dots, J\} \quad \tilde{P}_j = \begin{cases} P_j & \text{avec la probabilité } q_{x_j} \\ 0 & \text{avec la probabilité } (1 - q_{x_j}) \end{cases}$$

D'où :

$$PP = \sum_{j=1}^J q_{x_j} P_j$$

Par ailleurs, la variance des prestations, qui permet de mesurer le risque couvert par l'assureur est égale à :

$$Var(\tilde{P}) = \sum_{j=1}^J Var(\tilde{P}_j) = \sum_{j=1}^J (q_{x_j} * P_j^2 - q_{x_j}^2 * P_j^2)$$

Les méthodes de calcul classiques permettent donc de déterminer le coût et l'amplitude du risque pour l'assureur. Cependant, il est impossible de déterminer la loi de probabilité de la charge de sinistre totale.

Il est donc impossible de mesurer l'impact sur la variance du risque couvert par l'assureur à partir des méthodes classiques de tarification. Cependant, une approche par simulation permettra ces mesures comme nous le montrerons par la suite.

b) L'approche par simulation

L'approche par simulation permettra d'obtenir des réalisations de \tilde{P} la variable aléatoire représentant la somme des prestations versées par l'assureur au cours de l'exercice pour l'ensemble de l'effectif sous risque.

Pour n simulations, on obtiendra donc un n échantillon (R_1, R_2, \dots, R_n) de réalisations de \tilde{P} . Cet échantillon permettra de calculer :

- L'espérance empirique de \tilde{P} , notée PP_e , par :

$$PP_e = \frac{\sum_{i=1}^n R_i}{n}$$

- La variance empirique de \tilde{P} , notée VAR_e , par :

$$VAR_e = \frac{\sum_{i=1}^n (R_i - PP_e)^2}{n}$$

On approchera ainsi les résultats obtenus par les méthodes déterministes pour un nombre suffisamment important de simulations :

$$PP_e \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{} PP \quad \text{et} \quad VAR_e \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{} \text{Var}(\tilde{P})$$

Les simulations intégreront dans la prochaine partie les garanties de réassurance et permettront ainsi d'obtenir les résultats évoqués ci-avant pour les prestations du réassureur. On pourra ainsi déterminer le coût de la réassurance .

2.4 Application à un cas concret

2.4.1. Présentation

a) Présentation de la population des assurés

La population étudiée est composée de 18 825 assurés répartis en trois catégories socioprofessionnelles : Cadres (42 %), Employés, Techniciens et Agents de maîtrise (52 %) et Ouvriers (6 %).

Les principales caractéristiques du groupe assuré, détaillées par catégorie, sont reprises dans le tableau suivant:

	Ouvriers	ETAM ⁽¹⁾	Cadres	Total
Effectif	1 206	9 709	7 910	18 825
Age moyen	37,6	44,2	45,0	44,1
Ancienneté moyenne	6,8	10,9	7,4	9,2
Pourcentage d'hommes	98%	62%	81%	72%
Situation de famille				
<i>Pourcentage de célibataires</i>	49%	37%	27%	34%
<i>Nombre moyen d'enfants</i>	0,9	1,1	1,4	1,2
Salaire moyen ⁽²⁾				
Tranche A	22 947 €	27 246 €	30 603 €	28 381 €
Tranche B	2 051 €	5 502 €	36 808 €	18 435 €
<i>Total</i>	24 998 €	32 748 €	67 411 €	46 817 €

⁽¹⁾Employés / Techniciens / Agent de maîtrises

⁽²⁾PASS 2006 = 31 068 €

Remarque : en raison de l'absence d'information dans les données initiales sur l'âge des conjoints, l'hypothèse d'un âge inférieur de 3 ans pour la femme a été retenue.

b) Présentation du contrat d'assurance décès

Le contrat d'assurance des salariés du groupe couvre le risque décès toutes causes sans majoration pour décès accidentel.

Les garanties offertes sont les suivantes :

□ Garanties en capital

- Capital décès toutes causes si l'assuré est célibataire, veuf ou divorcé : 320 % du salaire annuel brut de l'assuré au moment du décès;
- Capital décès toutes causes si l'assuré est marié : 360 % du salaire annuel brut de l'assuré au moment du décès ;
- Majoration par enfant : 70 % du salaire annuel brut de l'assuré au moment du décès.

□ Garantie en rente

- Rente de conjoint viagère trimestrielle égale à $1\% \cdot (65-x) \cdot S$ où x est l'âge de l'assuré au moment de son décès et S le montant du salaire annuel brut de l'assuré au moment du décès.
- Rente de conjoint temporaire trimestrielle égale à $0,5\% \cdot (x-25) \cdot S$ où x est l'âge de l'assuré au moment de son décès et S le montant du salaire annuel brut de l'assuré au moment du décès.

	Garanties en % du salaire de référence
Garanties Capital Décès	
Célibataire / Veuf / Divorcé	320%
Marié sans enfant à charge	360%
Majoration personne à charge supplémentaire	70%
Garanties Rente de Conjoint	
Viagère	1%
Temporaire	0,50%

2.4.2. Tarification des risques décès

a) Approche déterministe

Les méthodes de tarification présentées dans ce paragraphe sont les méthodes classiquement utilisées par les organismes d'assurance et abordées au paragraphe . Elles sont basées sur une approche « en moyenne » et sont facilement mises en œuvre.

La prime pure globale pour la couverture des garanties décès est donnée par :

$$PP = \sum_{j=1}^J q_{x_j} P_j$$

où P_j est la somme du capital décès et du capital constitutif de la rente de conjoint.

Le capital décès pour l'individu j (j allant de 1 à J) est égal à :

- $(320 \% + 70 \% * \text{NbreEnfts}_j) * S_j$ si l'individu est célibataire
- $(360 \% + 70 \% * \text{NbreEnfts}_j) * S_j$ si l'individu est marié

où S_j est le salaire annuel en euros et NbreEnfts_j est le nombre d'enfants à charge de l'individu j .

En supposant que l'individu j soit marié, le capital constitutif des rentes de conjoint viagère et temporaire pour un conjoint d'âge y_j est donné respectivement par :

$$RCV_j = 1\% * (65 - x_j) * S_j * a_{y_j}^{(4)}$$

$$\text{et } RCT_j = 0,50\% * (x_j - 25) * S_j * a_{y_j}^{(4)}$$

avec $a_y^{(4)}$ le capital constitutif d'une rente trimestrielle payable à terme échu de 1€ par an

$$a_y^{(4)} = \sum_{k=1}^{+\infty} v^k * {}_k p_y = \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{1}{(1+i)^k} * \frac{l_{y+4+k}^{(4)}}{l_{y+4}^{(4)}}$$

où i est le taux d'actualisation trimestriel donné par $(1+i)^4=(1+i')$ avec i' le taux d'actualisation annuel et $l_{y*4}^{(4)}$ est l'effectif de personnes survivantes à l'âge y , exprimé en trimestres, lu dans une table de mortalité lissée trimestriellement.

Au final, on a donc :

$$PP = \sum_{j=1}^J q_{x_j} * ((360\% + 70\% * NbreEnfts_j) * S_j + 1_{(Individu\ j\ marié)} * 1\% * (65 - x_j) * S_j * a_{y_j}^{(4)})$$

La prime chargée est ensuite obtenue par:

$$PC = \frac{PP}{(1 - \text{Taux de chargement})}$$

Application numérique

Les méthodes de tarification décrites ci-dessus ont été appliquées aux garanties et à la population étudiées. Les bases tarifaires utilisées sont les suivantes :

- Tables de mortalité des assurés : tables TH 00-02 pour les hommes et TF 00-02 pour les femmes,
- Tables de mortalité des conjoints : tables TGH05 pour les hommes et TGF05 pour les femmes,
- Taux de chargement des rentes : 2 %,
- Taux d'actualisation annuel : 2,25 %,
- Taux de chargement sur cotisations : 0 %.

Le tableau ci-dessous reprend :

- le budget total c'est-à-dire la somme des primes individuelles,
- le taux de prime c'est-à-dire le rapport entre le budget et la masse salariale totale.

Garantie	Budget Total	Taux de prime
Capital	20 209 906 €	2,3%
Rente	13 314 777 €	1,5%
<i>rente de conjoint viagère</i>	11 712 155 €	
<i>rente de conjoint temporaire</i>	1 602 622 €	
TOTAL	33 524 683 €	3,8%

La variance s'élève à 2,06 E+13.

b) Approche par simulations

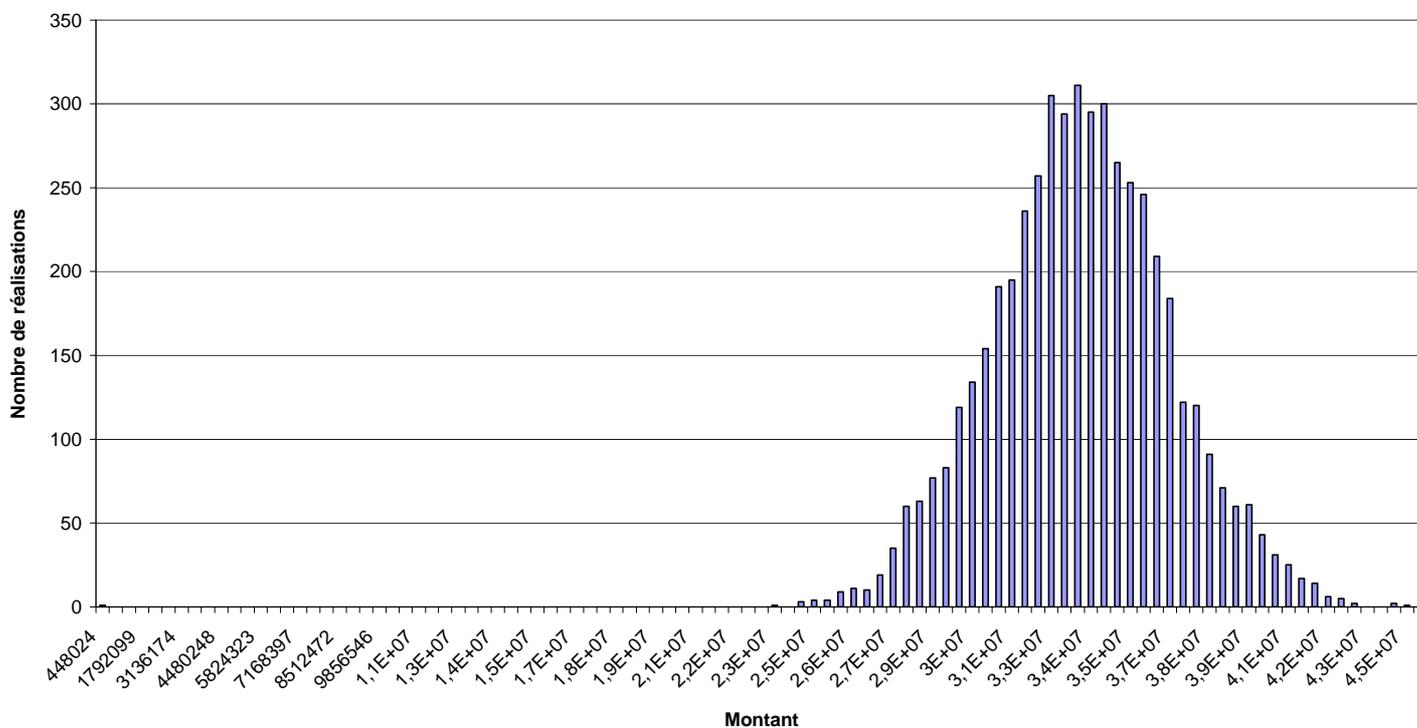
Dans un premier temps, nous ne nous intéresserons qu'à la prime pure du risque, hors prise en compte de garanties de réassurance.

Les résultats obtenus en fonction du nombre d'itérations sont repris dans le tableau suivant :

Nombre d'itérations	Espérance		Variance	
	Empirique	Ecart / résultat déterministe	Empirique	Ecart / résultat déterministe
2500	33 398 156	-0,38%	9,26E+12	-55%
5000	33 503 730	-0,06%	9,21E+12	-55%
10000	33 467 986	-0,17%	9,20E+12	-55%

Une simulation à 5 000 itérations permet de faire converger de manière significative la moyenne des prestations totales vers le budget total obtenu dans le cas déterministe.

Distribution des prestations hors réassurance (sur 100 classes)



Ainsi, les résultats obtenus avec 5000 itérations suggère l'adéquation de la loi de \tilde{P} à une loi usuelle connue type log normale ou gamma dont il faudra estimer les paramètres .

3. Tarification de traités de réassurance

3.1 Définition et bases techniques

3.1.1. Définition

La réassurance est l'opération par laquelle l'assureur, ou cédante, transfère une partie de ses risques au réassureur, dans les conditions définies par un contrat, moyennant le paiement d'une prime de réassurance.

Elle traduit donc le partage avec le réassureur des engagements pris par l'assureur envers ses assurés, moyennant une diminution du gain obtenu par la souscription de contrats d'assurance.

Cependant, il n'y a aucun lien juridique entre le réassureur et l'assuré primitif, qui n'a donc aucun recours légal contre le réassureur. Dans tous les cas où l'assureur se réassure, il est seul responsable vis-à-vis de l'assuré.

3.1.2. Intérêt de la réassurance

La réassurance offre dans certains cas à l'assureur un moyen d'alléger la marge de solvabilité à laquelle la réglementation le contraint.

Du point de vue technique, elle lui permet de minimiser le risque de ruine auquel l'organisme d'assurance est soumis lorsqu'il garantit un risque.

En effet, l'adoption d'un plan de réassurance confère notamment à la société cédante :

- une meilleure homogénéité des risques retenus,
- une protection contre la variabilité des sinistres, tant en fréquence qu'en coût, et donc un lissage des résultats,
- un support financier permettant un accroissement de la capacité de souscription, et le lancement de nouveaux produits.

3.1.3. Les modes de réassurance

a) La réassurance facultative

Dans ce mode de réassurance, les assureurs proposent leurs risques aux réassureurs au fur et à mesure de leurs besoins. L'assureur et le réassureur sont respectivement libres de céder ou d'accepter le risque.

Ce mode de souscription est utilisé pour couvrir des grands risques pour lesquels les sommes assurées dépassent largement la capacité de souscription de la compagnie (par exemple, les risques industriels) ou des risques spéciaux demandant des compétences particulières ou des risques technologiques (par exemple, la pétrochimie).

La réassurance facultative est la plus proche de la souscription en assurance directe, c'est-à-dire que les risques sont gérés au cas par cas, entraînant des coûts de gestion importants. Il y a un risque d'anti-sélection (seuls les mauvais risques sont réassurés) mais le réassureur maîtrise pratiquement seul l'acceptation.

b) La réassurance obligatoire

Ce mode est utilisé pour réassurer un ensemble de polices appartenant à un cadre prédéterminé (modalités et périodes déterminées).

La particularité de ce mode réside dans l'accord automatique qui existe entre les deux parties : toute police rentrant dans le cadre doit être réassurée (par exemple, tous les risques automobile...). Les avantages de cette réassurance obligatoire, dans le sens de l'obligation des cessions de l'assureur au réassureur, résident essentiellement dans des frais de gestion plus réduits qu'en réassurance facultative, et l'absence d'anti-sélection.

Le contrat de réassurance obligatoire liant l'assureur et le réassureur s'appelle un traité de réassurance.

c) La réassurance facultative / obligatoire

Il s'agit d'une forme intermédiaire entre les deux modes précédents. Dans ce mode de réassurance, la relation entre les deux parties n'est pas égale. La cédante a la possibilité mais non l'obligation de céder au réassureur les risques concernés par le traité-cadre, alors que le réassureur est obligé, pour sa part, d'accepter tous les risques concernés.

Le réassureur s'expose donc à un risque d'anti-sélection. Cependant, si la compagnie d'assurance cède systématiquement des mauvais risques aux réassureurs, elle perdra de sa crédibilité et ne trouvera plus de partenaire sur le marché.

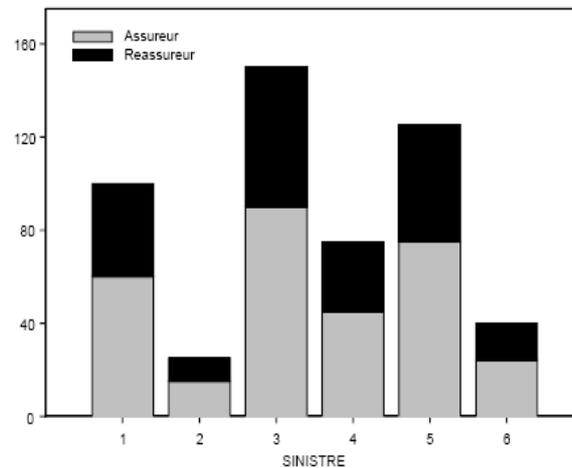
3.1.4. Les types de réassurance

La réassurance se présente sous deux formes : proportionnelle ou non-proportionnelle.

a) La réassurance proportionnelle

La réassurance proportionnelle traduit une répartition proportionnelle des primes perçues et des sinistres à payer entre assureur et réassureur. Le pourcentage cédé au réassureur est défini à la signature du traité et est unique dans le cas de la réassurance en quote-part. Dans le cas de la réassurance en excédent de plein, le réassureur prend en charge uniquement la portion du risque dépassant un niveau de capital appelé plein de rétention, c'est-à-dire le montant maximal de somme assurée sur un risque que l'assureur conserve à sa charge ; et l'excédent définit la portion de risque à la charge du réassureur.

Illustration d'un traité proportionnel avec plein de conservation à 60%



b) La réassurance non proportionnelle

Dans le cas de la réassurance non proportionnelle, le réassureur couvre, à concurrence d'un certain montant appelé portée, l'excédent de sinistre au-delà d'un montant de sinistre fixé, appelé priorité ou franchise. On appelle plafond, ou capacité, la somme définie par la portée ajoutée à la priorité.

Si la couverture concerne des sinistres individuels, on parle d'excédent de sinistres (XS), ou *excess of loss (XL)*, en anglais. En abrégé, on définira donc un traité par : *Portée XS Franchise*.

S'il s'agit d'une agrégation des sinistres individuels sur une période donnée, on parle d'excédent de perte, ou *stop loss (SL)*.

Nous nous intéresserons plus précisément pour cette partie à l'excédent de sinistre qui peut se définir de deux manières : l'excédent de sinistre par risque assuré et l'excédent de sinistre par événement.

En réassurance vie, on les appelle plus couramment excédent de sinistre par tête assurée et excédent de sinistre catastrophique. Alors que l'excédent de sinistre par tête assurée considère le coût des prestations pour chaque assuré, l'excédent de sinistre catastrophique s'applique sur la somme des prestations pour tous les assurés touchés par un même événement.

3.1.5. La prime de réassurance

Tarifier un traité de réassurance signifie évaluer le montant dont le réassureur a besoin pour accepter de s'engager sur le risque à couvrir. Ce montant, appelé la prime, est défini à la signature du traité, qui est antérieure à la période de couverture de la réassurance.

Or le risque à couvrir peut évoluer si, par exemple, l'assureur augmente de façon significative le nombre de ses assurés par rapport à ce qu'il envisageait. Pour cette raison, il est d'usage en réassurance de définir un taux de prime qui, multiplié par ce que l'on appelle l'assiette de prime,

forme la prime de réassurance. L'évolution durant la période de couverture à laquelle la prime est soumise est alors prise en compte par cette assiette.

Ce que nous appellerons l'assiette de prime de réassurance peut être, selon les traités, l'ensemble des primes d'assurance ou bien tout autre montant directement lié à ces primes. Il pourra donc s'agir des capitaux sous risque, ou de la masse salariale dans le cas d'assurance de groupe pour les salariés d'une entreprise.

Il est alors possible d'évaluer, au début de la période de couverture, un taux de prime de réassurance, directement fonction des paramètres techniques caractérisant la population soumise au risque, sans tenir compte des fluctuations de cette population, qui seront prises en compte par l'assiette. Ainsi, à la définition des termes du traité, l'assureur communique au réassureur le montant estimé de l'assiette de prime pour la période future, en se basant sur les années passées et sur ses propres prévisions. Le réassureur évalue ensuite le taux de prime, c'est-à-dire le ratio défini, ex ante, par : $\text{sinistralité future attendue} / \text{assiette de prime de réassurance future estimée}$.

Le quotient de la sinistralité du réassureur sur les primes de réassurance est couramment appelé ratio sinistre à prime (S/P en abrégé), ou *loss ratio*.

3.2 Le cas particulier de la réassurance vie

La réassurance vie permet aux assureurs de partager leurs risques décès et/ou invalidité avec les réassureurs. Le risque de longévité est typiquement un élément faisant partie de la réassurance vie. On parle aussi souvent de réassurance de la branche assurance de personnes.

3.2.1. Les traités

Les traités qui nous intéressent ici sont ceux qui concernent la réassurance dans le cadre de l'assurance de personnes. Il s'agit donc de contrats d'assurance individuelle ou d'assurance de groupe (prévoyance collective, groupe emprunteur...).

a) Les garanties couvertes

Les garanties susceptibles d'être couvertes par un tel plan de réassurance sont la garantie décès, la garantie invalidité, ou les deux.

La garantie décès peut couvrir le décès par accident ou par maladie, ou les deux.

La garantie invalidité couvre à la fois le risque d'incapacité temporaire (généralement pour toute cause, accident ou maladie) et le risque d'invalidité (fonctionnelle, professionnelle ou mixte, pour cause d'accident ou de maladie).

b) Les prestations

La prestation du réassureur à la cédante se définit comme suit :

- pour la garantie décès, un capital à verser en cas de décès ou un capital constitutif, à la date de survenance, de rentes de conjoint ou d'enfant (orphelin, éducation...),
- pour la garantie invalidité, un capital constitutif d'invalidité à la date de consolidation de l'invalidité, et des prestations à payer au titre de l'incapacité à la date de l'arrêt de travail, plus éventuellement la franchise.

Tous ces paramètres adaptés en fonction des caractéristiques du portefeuille d'assurés (nombre de têtes, capitaux...) vont permettre de procéder à la tarification de la couverture de l'excédent de sinistre par risque.

3.2.2. L'excédent de sinistre par risque assuré

Nous limiterons notre étude au cas de la réassurance non proportionnelle, pour les contrats en excédent de sinistre par risque. Ces contrats sont plus communément appelés excédent de sinistre par « tête assurée » en assurance de personnes, car il est difficile de qualifier une vie humaine de « risque ».

A ce niveau, nous allons définir les termes utilisés dans ce type de contrat, et le montant qui est à la charge du réassureur.

Soit F la franchise de l'excédent de sinistre, et P sa portée. On notera le traité de réassurance en abrégé : $P \text{ XS } F$. La capacité est donc donnée par : $F+P$.

Soit un sinistre de montant X .

On appelle sinistre « au premier euro » le montant X du sinistre à régler à l'assuré : il s'agira donc, aux yeux du réassureur, de la somme des prestations versées en capital et des capitaux constitutifs de rente.

L'assureur garde à sa charge tous les sinistres n'entrant pas dans la tranche de l'excédent de sinistre, c'est-à-dire de montant inférieur ou égal à F . Par ailleurs, sur chacun des sinistres, survenant dans les conditions définies au contrat, de montant excédant F , il paiera le montant F , et éventuellement, en plus, la somme excédant la capacité $F+P$.

Ainsi, le montant à charge du réassureur pour ce sinistre est donné par :

$$\text{Min}(P, \text{Max}(0, X - F))$$

Par ailleurs, sur un traité couvrant un ensemble de sinistres éventuels, et non un sinistre unique, la charge du réassureur dépend du nombre de sinistrés. Ainsi le montant total à charge du réassureur est donné par :

$$\sum_{i=1}^N \text{Min}(P, \text{Max}(0, X_i - F)),$$

où N représente le nombre, variable aussi, des sinistres qui surviennent durant la période de couverture.

3.2.3. Les clauses particulières

Certains traités présentent des clauses additionnelles visant à limiter l'engagement du réassureur, et par conséquent à limiter le risque qu'il encourt en acceptant le traité de réassurance, moyennant une réduction de la prime de réassurance. C'est le cas de la limite annuelle agrégée et de la franchise annuelle agrégée. Par ailleurs, il arrive que les cédantes désirent une clause de participation aux bénéfices.

Nous définirons aussi dans cette partie la clause de taux de prime variable, par opposition au taux de prime fixe.

a) La limite annuelle agrégée

Il s'agit du montant maximal des sinistres cumulés que le réassureur s'engage à prendre en charge sur l'année de couverture. On l'appelle souvent en abrégé AAL, pour le terme anglais d'*Annual Aggregate Limit*.

Ainsi, si l'on considère un contrat $PXS F$, auquel on adjoint une clause de limite annuelle agrégée, dont le montant limite sera noté L , et si l'on note X_i le montant individuel du $i^{\text{ème}}$ sinistre, au premier euro, alors l'engagement du réassureur est donné par :

$$\text{Min} \left(L, \sum_{i=1}^n \text{Min}(P, \text{Max}(0, X_i - F)) \right)$$

b) La franchise annuelle agrégée

Il s'agit d'une franchise (notée aussi *AAD* pour *Annual Aggregate Deductible*), à l'engagement annuel du réassureur : tant que le montant cumulé des sinistres n'a pas excédé cette franchise, le réassureur ne prend pas en charge les sinistres sur lesquels le traité en excédent de sinistre l'engage. Dès que ce montant annuel est franchi, le réassureur prend en charge les sinistres, dans les conditions de l'excédent de sinistre.

De même, si l'on considère un contrat $PXS F$, auquel on adjoint une clause de franchise annuelle agrégée, dont le montant de la franchise sera noté D , et si l'on note X_i le montant individuel du $i^{\text{ème}}$ sinistre, au premier euro, alors l'engagement du réassureur est donné par :

$$\text{Max} \left(0, \left[\sum_{i=1}^n \text{Min}(P, \text{Max}(0, X_i - F)) - D \right] \right)$$

Par ailleurs ces deux clauses peuvent coexister dans un même contrat. Dans ce cas, l'engagement du réassureur vaut :

$$\text{Min} \left(L, \text{Max} \left(0, \left[\sum_{i=1}^n \text{Min}(P, \text{Max}(0, X_i - F)) - D \right] \right) \right)$$

c) La participation aux bénéfices

La participation aux bénéfices versée par le réassureur à l'assureur est une part du résultat bénéficiaire du traité. Les modalités du calcul du résultat du réassureur sont définies au traité (sinistres, primes, frais du réassureur, produits financiers, éventuellement report de pertes...).

Par ailleurs, la clause de PB stipule aussi qu'un pourcentage des primes de réassurance à reverser soit gardé par le réassureur, pour ses frais de gestion.

d) Le taux variable

Il existe deux façons d'exprimer le taux qui sera appliqué à l'assiette de primes : le taux fixe et le taux variable.

Le taux fixe est calculé a priori, et sa valeur est définie au traité, alors que le taux variable est calculé a posteriori, et ce sont les valeurs qui l'encadrent qui sont définies dans le traité.

En pratique, on définit un montant de prime minimum qui sera déposé à la date d'effet du traité. Dans le cas d'un taux fixe, la prime minimum déposée vaut généralement 80% du taux de prime par l'assiette.

Ainsi, certains traités proposent un taux de prime variable, fonction du ratio sinistres à primes futur, inconnu au jour de la tarification. L'idée sous-jacente est de réussir à concilier les anticipations vraisemblablement différentes de l'assureur et du réassureur en ce qui concerne la variable ratio S/P. Néanmoins, comme un traité de réassurance comporte un risque, on peut chercher à le limiter, en encadrant le taux de prime entre un taux minimum et un taux maximum, définis à la date d'effet du traité.

3.2.4. Prime pure et prime de risque

Les méthodes de tarification que nous étudierons reposent sur une estimation de la sinistralité : nous chercherons à déterminer la prime pure, notée P_{XS} , définie comme l'espérance de la sinistralité à charge du réassureur.

Afin de limiter une éventuelle perte pour le réassureur, il est d'usage d'appliquer une prime majorée par rapport à l'espérance de la sinistralité. Ainsi, il est intéressant de considérer, au-delà de l'estimation de la sinistralité attendue, l'estimation de la dispersion des sinistres futurs, qui peut permettre de s'affranchir du problème des variations importantes de la sinistralité, ou du moins de limiter ce risque.

En effet, le choix d'estimer la sinistralité future par l'espérance donne une estimation sans biais du coût technique du risque. Ceci correspond à ce que l'on appelle une attitude risque neutre. Cependant, le réassureur n'est pas risque neutre, et ses actionnaires attendent une rémunération des fonds qu'ils ont investis dans le groupe, supérieure à celle qu'ils auraient eue en plaçant leurs fonds sur des investissements financiers sans risques. La rémunération supplémentaire à celle des taux sans risque est appelée la prime de risque.

Ainsi, dans le but de se prémunir contre ce risque, on choisit d'ajouter à la prime pure un terme supplémentaire, fonction de l'écart type de la sinistralité attendue.

Soit c le chargement de sécurité, exprimé en pourcentage et soit σ_s l'écart type de la sinistralité.

La prime de réassurance finalement appliquée, notée PR_{XS} sera définie par :

$$PR_{XS} = P_{XS} + c * \sigma_s$$

3.3 Les différentes méthodes de tarification

Nous allons ici présenter trois principales méthodes de tarification utilisées en réassurance vie : la première méthode est basée sur le profil du portefeuille des assurés, tandis que les deux autres méthodes nécessitent un historique de la sinistralité passée de la société cédante.

3.3.1. Méthode basée sur le risque de portefeuille

Dans cette partie, et contrairement à celles qui suivront, les données qui vont nous intéresser pour procéder à la tarification ne portent pas sur la sinistralité passée de la société cédante mais sur le portefeuille d'assurés concerné par le traité de réassurance. Cependant, comme le but de cette étude n'est pas la cotation sur profil de portefeuille, nous n'entrerons pas dans les détails techniques des calculs.

a) La garantie décès

Lorsque la couverture porte sur des garanties décès, on fait appel à la théorie de l'assurance vie, et aux tables de mortalités qui fournissent des probabilités de décès pour un individu, fonctions de certains paramètres propres à l'individu concerné.

Ainsi, si $K_{XS}(i)$ est, en cas de sinistre, le montant des capitaux entrant dans la tranche de l'excédent de sinistre, et si $P(i)$ est la probabilité de survenance du décès pour l'individu i , alors la sinistralité attendue pour l'individu i est donnée par le produit $K_{XS}(i)*P(i)$, et la sinistralité totale correspond à la somme de ces résultats sur l'ensemble des assurés.

b) La garantie invalidité

Lorsque la couverture porte sur la garantie invalidité permanente totale, la démarche est assez similaire.

En notant i_x le taux d'incidence, c'est-à-dire la probabilité d'entrée en invalidité pour un assuré d'âge x , et CC le capital constitutif de la rente d'invalidité à verser, alors la sinistralité attendue est donnée par : i_x*CC . Ensuite, on détermine la partie de ce montant qui entre dans la tranche de l'excédent de sinistre afin d'obtenir la charge du réassureur.

De même que pour le décès, l'une des difficultés majeures réside dans le choix adéquat du taux d'incidence.

3.3.2. Méthode non-paramétrique basée sur la sinistralité

La méthode que nous allons maintenant exposer est basée sur le taux d'équilibre ou taux de « Burning Cost ».

Elle repose sur l'idée que les statistiques du passé nous renseignent sur l'avenir car elles sont amenées à se reproduire. En effet, les réassureurs proposent des traités non proportionnels uniquement sur des portefeuilles stables et volumineux. Par stables, on entend stabilité au sens de la sinistralité et de la structure du portefeuille. Dans ce cas, il est alors légitime de supposer que le passé est fortement susceptible de se reproduire.

a) Définition du taux d'équilibre ou taux de « Burning Cost »

En premier lieu, rappelons que nous allons nous baser sur le modèle collectif, c'est-à-dire que la charge totale S de sinistres sur la période de couverture est :

$$S = \sum_{i=1}^N X_i$$

où X_i représente le montant individuel des sinistres et N le nombre de sinistres sur la période de couverture.

Comme nous l'avons dit, cette méthode repose sur l'historique des années passées de la sinistralité de la cédante. Soit a une période de couverture de cet historique, (c'est-à-dire une année) prise dans l'ensemble $\{1, \dots, A\}$. Pour définir et calculer le taux d'équilibre, nous avons besoin de connaître :

- les sinistres $X_{a,i}$ où a est l'indice de l'année et i l'indice du numéro du sinistre de l'année a
- les assiettes de prime P_a des années a

Pour une période de couverture a , la charge totale $S_{XS}(a)$ du réassureur du traité $P XS F$ est donnée par :

$$S_{XS}(a) = \sum_{i=1}^{N_a} \min(X_{a,i} - F, P)$$

Ainsi le taux de prime de réassurance pour cette période est donné par :

$$P_{XS} = \frac{S_{XS}(a)}{P_a}$$

On définit alors le taux d'équilibre, ou taux de « Burning Cost », comme :

$$BC = \frac{\sum_{a=1}^A S_{XS}(a)}{\sum_{a=1}^A P_a} = \frac{\sum_{a=1}^A \sum_{i=1}^{N_a} \min(X_{a,i} - F, P)}{\sum_{a=1}^A P_a}$$

Nous voyons donc que ce taux est une estimation par la moyenne de l'espérance de la sinistralité.

Notons néanmoins que cette méthode, bien que satisfaisante si l'on possède un historique de sinistralité suffisamment complet, soulève un problème si dans le passé la portée n'a jamais été atteinte, c'est-à-dire si le sinistre maximal revalorisé était inférieur à la capacité. On parle dans ce cas de partie non travaillante.

b) Estimation de la partie non travaillante

Si l'on appliquait directement la méthode du « Burning Cost » sans s'affranchir de ce problème, cela reviendrait à sous-estimer le risque couru par le réassureur, en diminuant la somme maximale que peut atteindre la sinistralité. Or le réassureur s'engage sur l'ensemble de la portée, d'où la nécessité de quantifier ce risque.

En effet, dans la pratique, il n'est pas rare de couvrir des portefeuilles contenant des capitaux sous risque, par risque assuré, non négligeables, pour lesquels le sinistre peut survenir, mais à une fréquence très faible, ou du moins extérieure à l'étendue de la durée couverte par l'historique de sinistralité fourni par la cédante.

Pour pallier ce problème, d'un point de vue technique, la méthode retenue ici est celle dite « de Pareto ». Cette méthode repose, comme son nom l'indique, sur l'hypothèse que la loi de la variable aléatoire S peut être modélisée par une loi de Pareto, de coefficients α et X_0 , avec X_0 valant la franchise.

Une fois que cette modélisation est effectuée, une des propriétés de la loi de Pareto présente un grand intérêt. Dans le cadre de l'estimation du taux de prime pure, pour passer d'un couple franchise-portée à un autre, il suffit d'utiliser un simple coefficient multiplicatif, donné par :

$$\frac{(\text{Franchise} + \text{Nouvelle Portée})^{(1-\alpha)} - (\text{Franchise})^{(1-\alpha)}}{(\text{Ancienne Franchise} + \text{Ancienne Portée})^{(1-\alpha)} - (\text{Ancienne Franchise})^{(1-\alpha)}}$$

Ainsi, dans le cas qui nous intéresse, l'ancienne portée sera reliée au sinistre maximal observé, et le coefficient à appliquer s'écrit :

$$\frac{(\text{Franchise} + \text{Portée})^{(1-\alpha)} - (\text{Franchise})^{(1-\alpha)}}{(\text{Sinistre Maximum Observé})^{(1-\alpha)} - (\text{Franchise})^{(1-\alpha)}}$$

Notons tout de même qu'en pratique, cette méthode purement mathématique peut conduire à un chargement de Pareto excessif ou ridicule. Le tarificateur devra donc veiller à ce que les résultats obtenus ne soient pas aberrants.

Le choix de la loi de Pareto pour modéliser la sinistralité totale n'est pas anodin. En effet, cette loi, en plus de l'avantage, vu précédemment, qu'elle présente au niveau de la simplification des calculs, possède une queue de distribution très lourde. Elle conduit donc à une tarification très sécuritaire pour le réassureur. Néanmoins, l'inconvénient qui en découle est qu'elle est

susceptible alors de largement surestimer le risque encouru, et peut alors conduire à des montants de provisions excessifs, et irréalisable en pratique.

c) Taux de prime

Finalement, en considérant les deux tranches, travaillante et non travaillante, on utilisera la formule suivante pour l'estimation du taux de prime pure à appliquer à l'assiette de prime estimée pour l'année de tarification:

$$\frac{S}{P} \text{ pur} = \frac{\sum_{a=1}^A S_{XS}(a)}{\sum_{a=1}^A P_a} * \text{Coeff Pareto} = \frac{\sum_{a=1}^A \sum_{i=1}^{N_a} \min(X_{a,i} - F, P)}{\sum_{a=1}^A P_a} * \text{Coeff Pareto}$$

Ensuite, le passage à la prime finale de réassurance se fera de la manière que nous avons présentée aux précédents. Ici l'écart type de la sinistralité sera, puisque l'on tarifie dans cette partie sur l'expérience, égal à l'écart type de la sinistralité observée dans l'historique.

3.3.3. Méthode paramétrique basée sur la sinistralité

La modélisation de ce modèle repose sur une modélisation Fréquence-Coût de la charge annuelle de sinistres.

Commençons par définir les notations utilisées dans cette méthode.

a) Notations

Soit X le coût unitaire d'un sinistre, au premier euro.

Rappelons que nous considérons un traité en excédent de sinistre par risque, de priorité F et de portée P : P XS F. La capacité est donc : F+P.

Ainsi, le montant à charge du réassureur est donné par :

$$\min(P, \max(0, X - F))$$

Plaçons-nous maintenant sur l'ensemble de la période de couverture, c'est-à-dire une année. Il se produit N sinistres : $(X_i, 1 \leq i \leq N)$

Ainsi, la charge totale de sinistres pour l'assureur sur la période de couverture est :

$$S = \sum_{i=1}^N X_i$$

Et, pour le réassureur, elle vaut :

$$S_{XS} = \sum_{i=1}^N \min(P, X_i - F)$$

Notons bien que les X_i , coût unitaire des sinistres, N , fréquence annuelle, et S , S_{XS} , charges annuelles, sont des variables aléatoires.

Nous allons voir que sous certaines hypothèses, il est possible d'approcher S , et donc S_{XS} , ou tout au moins de déterminer leurs premiers moments.

b) Les hypothèses du modèle

- $N, X_1, X_2, \dots, X_i, \dots, X_N$ sont mutuellement indépendantes
- $X_1, X_2, \dots, X_i, \dots, X_N$ sont équidistribuées

Nous en déduisons notamment que les X_i , pour i variant de 1 à n , forment un échantillon indépendant et identiquement distribué selon la loi de X .

Sous ces hypothèses, on dit que S suit une loi composée. Les coûts sont homogènes, et il y a indépendance entre la fréquence et le coût des sinistres.

En ce qui concerne la loi de N (discrète) et la loi de X (continue), il existe plusieurs lois susceptibles d'être en adéquation avec le type de données peuvent reposer le modèle.

c) Détermination des moments de la sinistralité totale

La prime pure de l'assurance directe étant définie comme l'espérance de la sinistralité, on cherchera donc à calculer, dans le cadre de cette modélisation, le moment d'ordre 1 de la loi de S .

Par ailleurs, on a défini plus haut la prime de risque comme une fonction des deux premiers moments de la loi de S . Nous ne détaillerons pas ici les calculs conduisant aux résultats qui vont suivre.

Sous les hypothèses citées plus haut de loi composée, et en supposant de plus que X et N admettent des moments d'ordres 1 et 2, on obtient les résultats suivants sur les deux premiers moments centrés de S :

$$E(S) = E(N) * E(X)$$

$$Var(S) = E(N) * Var(X) + ((E(X))^2) * Var(N)$$

d) Détermination de la prime de réassurance de l'excédent de sinistre

Dans le cas d'un traité de réassurance $PXS F$, nous avons vu précédemment que le montant à charge du réassureur pour un seul sinistre de montant X était donné par :

$$\min(P, \max(0, X - F))$$

Le montant S_{XS} à charge du réassureur sur l'ensemble de la période de couverture est donc donné par :

$$S_{XS} = \sum_{i=1}^N \min(P, \max(0, X_i - F))$$

D'où l'on déduit la prime pure de réassurance :

$$P_{XS} = E \left[\sum_{i=1}^N \min(P, \max(0, X_i - F)) \right]$$

De même que précédemment, on en déduit, sous les hypothèses du modèle collectif d'assurance, que :

$$P_{XS} = E(N) * E \left[(X - F) * 1_{F \leq X < F+P} + P * 1_{F+P \leq X} \right]$$

Puisque l'on a supposé que X suivait une loi continue, sa densité est bien définie. Notons-la f .

Dans ce cas, la probabilité que la variable X soit égale précisément à une valeur fixe est nulle, puisque le singleton est de mesure de probabilité nulle pour une loi continue. Nous ne ferons donc plus attention à distinguer les relations d'ordre strictes des relations d'ordre larges.

La prime de l'excédent de sinistre peut alors s'écrire :

$$P_{XS} = E(N) * \left[\int_F^{F+P} (x - F) * f(x) dx + \int_{F+P}^{\infty} P * f(x) dx \right]$$

$$P_{XS} = E(N) * \left[\int_F^{F+P} x * f(x) dx - F * \int_F^{F+P} f(x) dx + P * \int_{F+P}^{\infty} f(x) dx \right]$$

$$P_{XS} = E(N) * \left[\int_F^{F+P} x * f(x) dx - F * P(F \leq X \leq F + P) + P * P(F + P \leq X) \right]$$

$$P_{XS} = E(N) * \left[E(X) * \left(\int_0^{F+P} \frac{x * f(x)}{E(X)} dx - \int_0^F \frac{x * f(x)}{E(X)} dx \right) - F * P(F \leq X \leq F + P) + P * P(F + P \leq X) \right]$$

La prime de réassurance peut alors être interprétée comme la somme de :

- la part de la prime d'assurance directe qui revient au réassureur, correspondant à la tranche de l'excédent de sinistre,
- le coût, c'est-à-dire la diminution de la prime, pour le réassureur, de la franchise,
- l'estimation de la sinistralité correspondant à la charge maximale du réassureur (limitée par la capacité).

e) Calcul de la prime de risque

Comme nous l'avons exposé plus haut, nous déterminons, après la prime pure, une prime de risque, directement fonction de l'écart type de la distribution.

Nous ne rappelons pas ici les hypothèses citées précédemment, mais nous restons dans le même cadre d'étude.

On souhaite calculer :

$$\begin{aligned} V &= \text{Var} \left(\sum_{i=1}^N \text{Min}(\text{Max}(0; X_i - F); P) \right) \\ &= P_{XSunit}^2 * \text{Var}(N) + E(N) \text{Var}((X - F) * 1_{F+P > X \geq F} + P * 1_{X \geq F+P}) \end{aligned}$$

où on pose : $P_{XSunit} = E((X - F) * 1_{F+P > X \geq F} + P * 1_{X \geq F+P})$.

Calculons alors : $V_{unit} = \text{Var}((X - F) * 1_{F+P > X \geq F} + P * 1_{X \geq F+P})$.

$$\begin{aligned} V_{unit} &= E\left(\left((X - F) * 1_{F+P > X \geq F} + P * 1_{X \geq F+P}\right)^2\right) - \left(E\left((X - F) * 1_{F+P > X \geq F} + P * 1_{X \geq F+P}\right)\right)^2 \\ &= E\left((X - F)^2 * 1_{F+P > X \geq F} + P^2 * 1_{X \geq F+P}\right) - P_{XSunit}^2 \\ &= \int_F^{F+P} (x - F)^2 f(x) dx + P^2 * (1 - P(X < F + P)) - P_{XSunit}^2 \\ &= \int_F^{F+P} x^2 f(x) dx - 2F * \int_F^{F+P} x f(x) dx + F^2 * \int_F^{F+P} f(x) dx + P^2 * (1 - P(X < F + P)) - P_{XSunit}^2 \\ &= E(X^2) * \left(\int_0^{F+P} \frac{x^2 f(x)}{E(X^2)} dx - \int_0^F \frac{x^2 f(x)}{E(X^2)} dx \right) - 2F * E(X) * \left(\int_0^{F+P} \frac{x f(x)}{E(X)} dx - \int_0^F \frac{x f(x)}{E(X)} dx \right) \\ &\quad + P^2 * P(X \geq F + P) + F^2 * P(F + P > X \geq F) - P_{XSunit}^2 \end{aligned}$$

Finalement, la variance cherchée est donnée par :

$$V = P_{XSmit}^2 * (Var(N) - E(N)) + E(N) \times \left(E(X^2) \left(\int_0^{F+P} \frac{x^2 f(x)}{E(X^2)} dx - \int_0^F \frac{x^2 f(x)}{E(X^2)} dx \right) \right. \\ \left. - 2F * E(X) \left(\int_0^{F+P} \frac{x f(x)}{E(X)} dx - \int_0^F \frac{x f(x)}{E(X)} dx \right) + P^2 * P(X \geq F + P) + F^2 * P(F + P > X \geq F) \right)$$

On en déduira donc l'écart type, sa racine, puis la prime de réassurance, comme annoncé précédemment :

$$PR_{XS} = P_{XS} + c * \sigma_s$$

Ainsi, comme nous venons de le voir, la détermination analytique de la prime repose sur la loi de la fréquence des sinistres et sur la densité de la loi de leur montant. L'étape suivante de la modélisation consiste donc à choisir ces lois. Cependant, nous allons juste citer les familles de lois qui pourraient être utilisées pour les calculs, sans entrer dans le détail.

f) Loi pour la distribution de N

Parmi les lois discrètes susceptibles d'être utilisées pour la fréquence, on trouve la loi de Poisson, la loi binomiale ou la loi binomiale négative.

Cependant, pour sélectionner l'adéquation à l'une ou l'autre de ces lois, il serait nécessaire d'effectuer des tests sur des historiques de sinistralité

Ainsi, nous avons choisi de citer uniquement la loi de Poisson, pour exemple, pour modéliser la répartition du nombre de sinistres à charge du réassureur.

La loi de Poisson, de paramètre $\lambda > 0$ a pour fonction de répartition :

$$P(N = n) = \exp(-\lambda) * \frac{\lambda^n}{n!},$$

pour tout entier n positif.

Son espérance et sa variance valent simplement : $E(N) = Var(N) = \lambda$

Ceci met en évidence tout l'intérêt de la loi de Poisson pour les calculs de prime.

Si l'on note n_a le nombre de sinistres observé pour l'année a, a variant de 1 à A, alors l'estimateur de λ généralement utilisé est :

$$\lambda = \frac{\sum_{a=1}^A n_a}{A}$$

Ainsi, nous prendrons pour estimateur de $E(N)$ l'estimateur de λ , et pour estimateur de $Var(N)$ ce même estimateur.

g) Lois pour la distribution de X

Il faut également choisir des lois de probabilités en adéquation avec la distribution du coût. Plusieurs lois sont susceptibles de représenter avec fidélité les données dissymétriques du coût des sinistres à charge du réassureur.

Nous n'avons pas jugé utile d'alourdir cette étude avec des calculs laborieux de moments, ou d'estimateurs des paramètres.

Nous pouvons citer cinq familles de lois susceptibles de donner de bons résultats, notamment pour l'adéquation au niveau des queues de distribution : les lois de Pareto, Log-Normale, Gamma, Log-Gamma et de Weibull.

Nous reprenons maintenant le cadre de notre étude en appliquant les méthodes citées ci-dessus au risque décès. Nous garderons les mêmes notations.

3.4 Formules de Tarification de base du risque décès

Nous reprenons ici le cadre de notre étude, se rapportant au risque décès.

La plupart des assureurs introduisent dans les contrats de prévoyance une couverture en réassurance permettant de limiter leur risque.

L'assureur doit choisir sa couverture de réassurance en fonction :

- du prix du traité ;
- du gain obtenu sur la variance des prestations.

Nous allons montrer qu'il est très difficile voir impossible de mesurer ces critères à partir des méthodes de tarification classiques.

La majorité des portefeuilles de prévoyance sont couverts par un contrat de type excédent de sinistre. Ces traités prévoient une intervention du réassureur pour chaque sinistre :

- au-delà d'une priorité notée $PrioritéInd$;
- pour un montant maximum appelé portée et noté $PortéeInd$.

L'engagement du réassureur est donc modélisé par une variable aléatoire égale à :

$$\tilde{P}_{réass1} = \sum_{j=1}^J \text{Max}(0; \text{Min}(PortéeInd, \tilde{P}_j - PrioritéInd))$$

Le tarif d'équilibre du traité vaut ainsi :

$$E(\tilde{P}_{réass1}) = E\left(\sum_{j=1}^J \text{Max}(0; \text{Min}(PortéeInd, \tilde{P}_j - PrioritéInd))\right)$$

De plus, la couverture de réassurance est parfois complétée par un contrat en excédent de perte annuelle. Ces traités prévoient une intervention du réassureur si la charge de sinistre annuelle totale de l'assureur est supérieure à la priorité notée *PrioritéGlobale* et pour un montant maximum égal à la portée et noté *PortéeGlobale*.

Si ce traité est couplé à la couverture en excédent de sinistres, il interviendra alors sur la charge totale de sinistre déduction faite des prestations de réassurance du traité en excédent de sinistres.

L'engagement du réassureur est donc modélisé par une variable aléatoire égale à :

$$\tilde{P}_{réass2} = \sum_{j=1}^J \text{Max}(0; \text{Min}(\text{PortéeGlobale}, \tilde{P} - \tilde{P}_{réass1} - \text{PrioritéGlobale}))$$

Le tarif d'équilibre du traité vaut ainsi :

$$E(\tilde{P}_{réass2}) = E\left(\sum_{j=1}^J \text{Max}(0; \text{Min}(\text{PortéeGlobale}, \tilde{P} - \tilde{P}_{réass1} - \text{PrioritéGlobale}))\right)$$

On en déduit alors la prime de risque, avec la formule vue précédemment à partir de :

$$\text{Var}(\tilde{P}_{réass}) = \text{Var}\left(\sum_{j=1}^J \text{Max}(0; \text{Min}(\text{PortéeGlobale}, \tilde{P} - \tilde{P}_{réass} - \text{PrioritéGlobale}))\right)$$

3.5 Application à un cas concret

Dans cette partie, nous reprenons la population présentée en partie 2 ainsi que les résultats obtenus sur la tarification des garanties assurance décès.

3.5.1. Présentation du traité de réassurance

Le traité de réassurance présenté ci-dessous est du type réassurance non proportionnelle.

✓ Traité de réassurance par tête

Le contrat correspond à un excédent de sinistre où le réassureur prend en charge les sinistres (prestations en capital et en rente) d'un montant supérieur à 500 000 € avec une franchise de 300 000 €.

Excédent de sinistre en K€ : $300 \text{ XS } 500$

✓ Traité de réassurance global

Le traité prévoit des clauses particulières AAL (portée globale) et AAD (priorité globale).

Excédent de sinistre avec clauses particulières en K€ :

300 XS 500 avec un AAD de 15 000 et un AAL de 5 000.

3.5.2. Tarification du traité de réassurance

a) Approche déterministe

Les méthodes de tarification présentées dans ce paragraphe sont basées sur une approche « en moyenne » et sont facilement mises en œuvre.

La prime pure globale pour la couverture des garanties décès, sur la base du traité de réassurance individuelle, est donnée par :

$$PP_{\text{indiv}} = \sum_{j=1}^J q_{x_j} \min(\text{PortéeIndiv}; \text{Max}(P_{x_{s_j}} - \text{PrioritéIndiv}; 0))$$

où :

- $P_{x_{s_j}}$ est la somme du capital décès et du capital constitutif de la rente de conjoint,
- PortéeIndiv la portée individuelle définie dans le traité de réassurance soit 300 000 €,
- PrioritéIndiv la priorité individuelle définie dans le traité de réassurance soit 500 000 €.

La prime pure globale pour la couverture des garanties décès, sur la base conjointe des traités de réassurance individuelle et de réassurance globale, est donnée par :

$$PP_{\text{glob}} = \min \left(\text{PortéeGlob}; \text{Max}(0; \sum_{j=1}^J \min(\text{PortéeIndiv}; \text{Max}(P_{x_{s_j}} - \text{PrioritéIndiv}; 0)) - \text{PrioritéIGlob}) \right)$$

où :

- $P_{x_{s_j}}$ est la somme du capital décès et du capital constitutif de la rente de conjoint,
- PortéeGlob la portée globale définie dans le traité de réassurance soit 5 000 000 €,
- PrioritéGlob la priorité globale définie dans le traité de réassurance soit 15 000 000 €.

La prime de risque est ensuite obtenue par:

$$PR = PP + c * \sigma_s$$

Application numérique

Les méthodes de tarification décrites ci-dessus ont été appliquées aux garanties et à la population étudiées. Les bases tarifaires utilisées sont les suivantes :

- Tables de mortalité des assurés : tables TH 00-02 pour les hommes et TF 00-02 pour les femmes.

Le tableau ci-dessous reprend le budget total c'est-à-dire la somme des primes individuelles,

Traités de réassurance en K€	Individuelle	Globale
	300 XS 500	5000 XS 15000
<hr/> Prime pure <hr/>	<hr/> 4 623 590 € <hr/>	<hr/> 5 000 000 € <hr/>

De la prime pure, on déduit alors la prime de risque par la relation précédente, en supposant un taux de chargement de 10%.

P_{XS}	4 623 590 €	5 000 000 €
sigma	1 072 109 €	1 072 109 €
c	10%	10%
Prime de risque	4 730 801 €	5 107 211 €

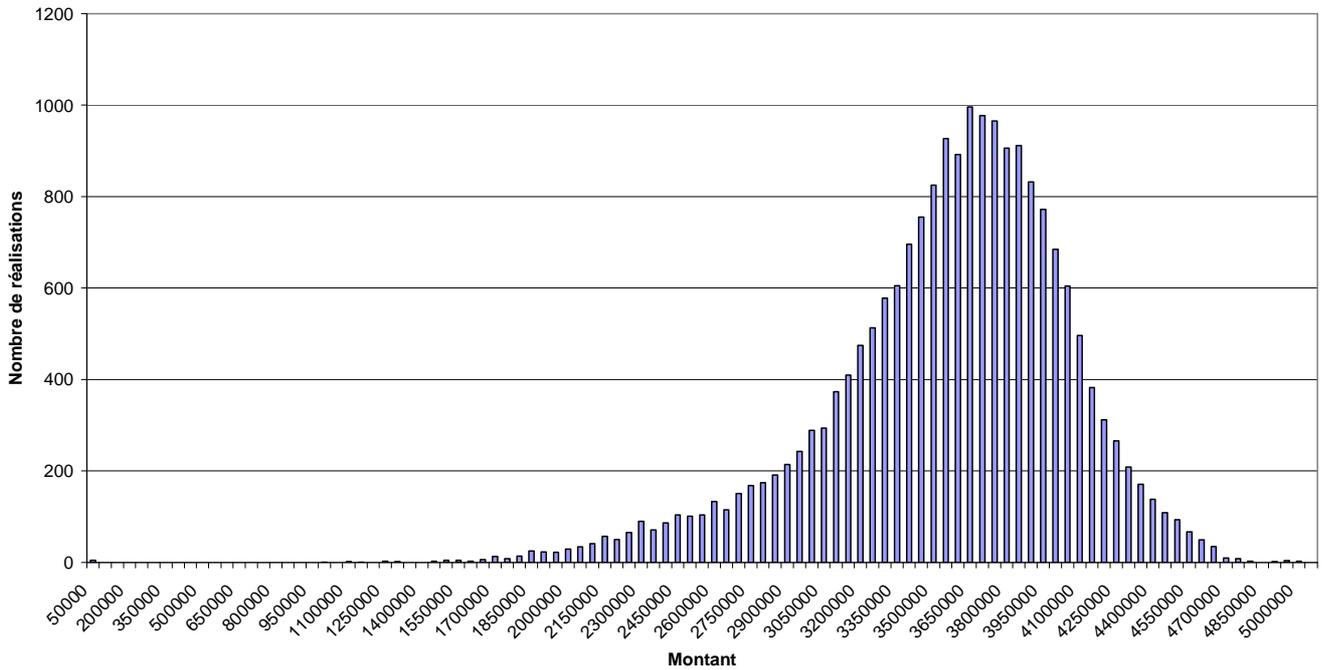
b) Approche par simulations

Les résultats obtenus pour la prime pure dans le cas du traité de réassurance individuelle en fonction du nombre d'itérations sont repris dans le tableau suivant :

Nombre d'itérations	Espérance	
	Empirique	Ecart / résultat déterministe
2500	4 598 190	-0,55%
5000	4 625 474	0,04%
10000	4 608 059	-0,34%

De manière analogue, une simulation à 5 000 itérations permet de faire converger de manière significative la moyenne des prestations totales vers le budget total obtenu dans le cas déterministe.

Distribution des prestations de réassurance Stop Loss (sur 100 classes)



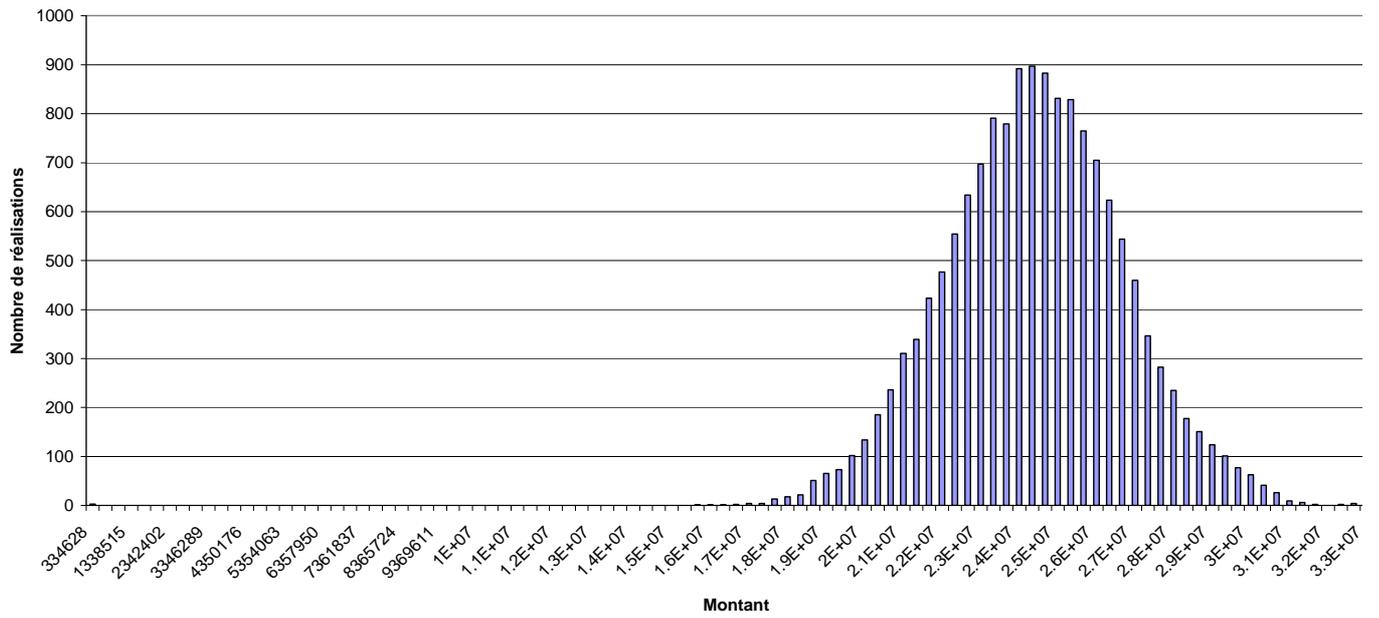
Ainsi, les résultats obtenus avec 5000 itérations suggère l'adéquation de la loi de \tilde{P} à une loi usuelle connue type log normale ou gamma .

c) Impact de la réassurance sur la charge de l'assureur

L'assureur, en cédant une partie de ses risques au réassureur, voit diminuer sa charge totale proportionnellement à la part de risque cédé.

L'application de la méthode par simulation dans le cadre d'une tarification des garanties décès de l'assureur en tenant compte de la réassurance permet d'obtenir une nouvelle distribution des prestations de l'assureur. L'allure de la courbe n'est pas modifiée mais les prestations semblent avoir une meilleure distribution.

Distribution des prestations avec réassurance par tête et globale (sur 100 classes)



Conclusion

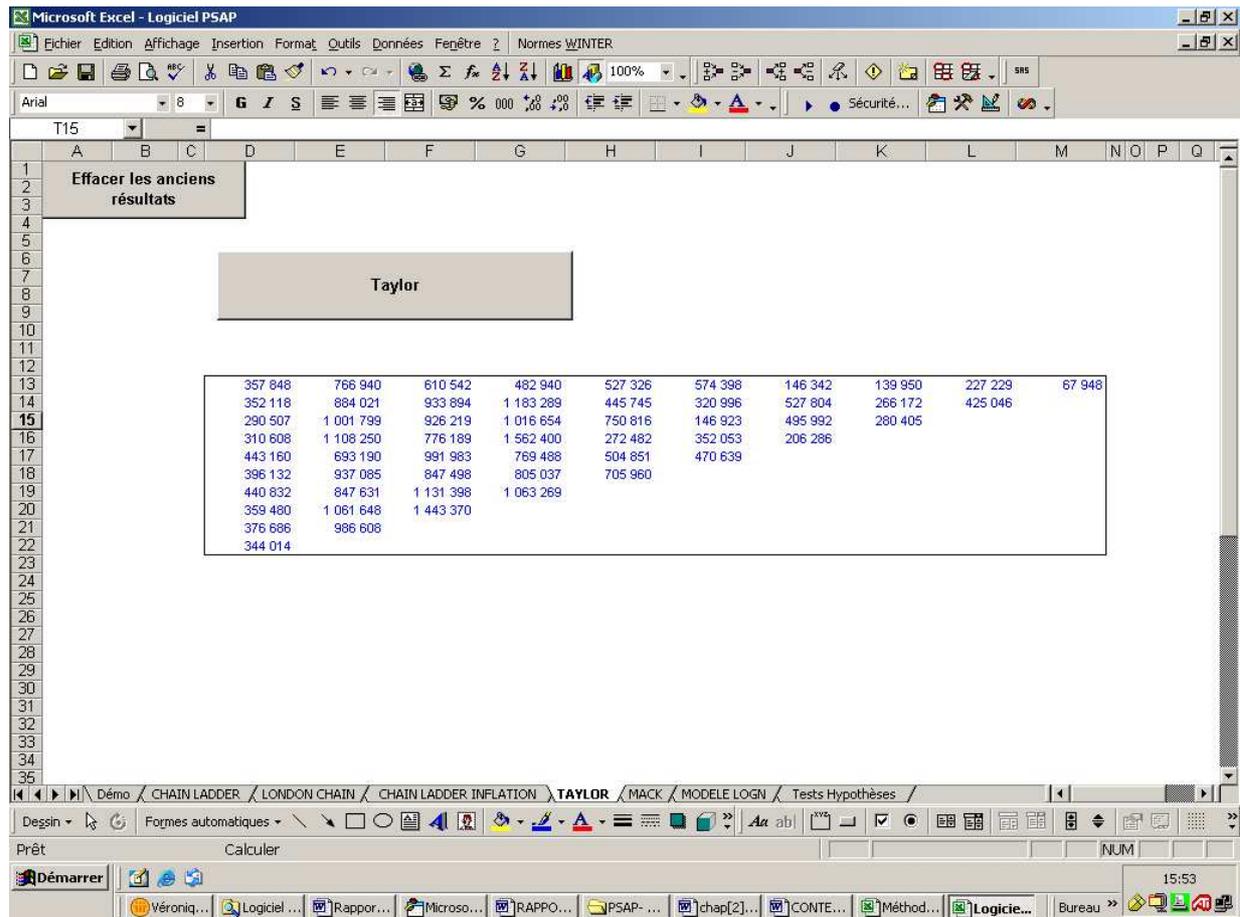
Le cabinet Winter & Associés utilise, pour le calcul de primes en prévoyance collective, un logiciel interne de tarification basé sur une approche technique classique. Cette tarification s'effectue en prenant comme prime pure l'espérance des prestations futures. Cependant, cette méthode, bien qu'étant la plus courante, reste limitée.

Notre étude nous a ainsi permis d'aborder une nouvelle approche : une approche aléatoire de la tarification à travers l'utilisation de générateurs aléatoires. Nous avons retenu le générateur quasi-aléatoire du Tore pour générer les taux de décès dans l'approche par simulations. En effet, celui-ci montre une convergence plus rapide de l'espérance obtenue par la méthode des simulations vers l'espérance théorique. Nous nous sommes alors intéressés à la simulation de primes pures de risque afin de comparer les méthodes déterministe et aléatoire. Nous avons obtenu qu'une simulation à 5 000 itérations permet de faire converger de manière significative la moyenne des prestations totales vers le budget total obtenu dans le cas déterministe. Enfin, nous avons pu intégrer dans la tarification des clauses de réassurance non proportionnelle, qui n'étaient pas prise en compte dans le cas de l'approche classique actuellement appliquée en interne. Nous avons ainsi pu mettre en avant le rôle de la réassurance pour un assureur, à savoir un allègement de sa charge de prestations. Ces évolutions pourront être intégrées afin d'améliorer l'outil existant.

Ainsi, la réassurance va permettre de desserrer les contraintes liées à la marge de solvabilité, dans la mesure où les primes versées au réassureur ne seront plus prises en compte pour le calcul du niveau de cette marge. En effet, la législation impose aux sociétés d'assurance, vie et non vie, la constitution d'une réserve globale, appelée marge de solvabilité. Elle doit alors permettre de faire face aux aléas défavorables de la sinistralité et/ou des rendements des produits financiers, et ainsi de diminuer sa probabilité de ruine.

Annexes

Annexe 1 : Aperçu du logiciel de calcul des PSAP avant exécution de la macro



Annexe 2 : Extrait du Code des Assurances (Partie Arrêtés)

Article A335-1

Les tarifs pratiqués par les entreprises d'assurance sur la vie et de capitalisation comprennent la rémunération de l'entreprise et sont établis d'après les éléments suivants :

1) Un taux d'intérêt technique fixé dans les conditions prévues à l'article A. 132-1.

2) Une des tables suivantes :

a) Tables homologuées par arrêté du ministre de l'économie et des finances, établies par sexe, sur la base de populations d'assurés pour les contrats de rente viagère, et sur la base de données publiées par l'Institut national de la statistique et des études économiques pour les autres contrats ;

b) Tables établies ou non par sexe par l'entreprise d'assurance et certifiées par un actuair indépendant de cette entreprise, agréé à cet effet par l'une des associations d'actuaires reconnues par l'autorité mentionnée à l'article L. 310-12.

Les tables mentionnées au b) sont établies d'après des données d'expérience de l'entreprise d'assurance, ou des données d'expérience démographiquement équivalentes.

Lorsque les tarifs sont établis d'après des tables mentionnées au a, et dès lors qu'est retenue une table unique pour tous les assurés, celle-ci correspond à la table appropriée conduisant au tarif le plus prudent.

Pour les contrats en cas de vie autres que les contrats de rente viagère, les tables mentionnées au a sont utilisées en corrigeant l'âge de l'assuré conformément aux décalages d'âge ci-annexés. (Annexes non reproduites, voir le fac-similé).

Pour les contrats de rentes viagères, en ce compris celles revêtant un caractère temporaire, et à l'exception des contrats relevant du chapitre III du titre IV du livre Ier, le tarif déterminé en utilisant les tables mentionnées au b ne peut être inférieur à celui qui résulterait de l'utilisation des tables appropriées mentionnées au a).

Pour les contrats collectifs en cas de décès résiliables annuellement, le tarif peut être établi d'après les tables mentionnées au a avec une méthode forfaitaire si celle-ci est justifiable.

Annexe 3 : Extrait du Code des Assurances (Partie Arrêtés)

Article A132-1

Les tarifs pratiqués par les entreprises pratiquant des opérations mentionnées au 1° de l'article L. 310-1, en ce compris celles mentionnées à l'article L. 143-1 doivent être établis d'après un taux au plus égal à 75 % du taux moyen des emprunts de l'Etat français calculé sur une base semestrielle sans pouvoir dépasser, au-delà de huit ans, le plus bas des deux taux suivants : 3,5 % ou 60 % du taux moyen indiqué ci-dessus. Pour les contrats à primes périodiques ou à capital variable, quelle que soit leur durée, ce taux ne peut excéder le plus bas des deux taux suivants : 3,5 % ou 60 % du taux moyen indiqué ci-dessus.

En ce qui concerne les contrats libellés en devises étrangères, le taux d'intérêt technique ne sera pas supérieur à 75 % du taux moyen des emprunts d'Etat à long terme du pays de la devise concernée calculé sur base semestrielle ou, à défaut, de la référence du taux à long terme pertinente pour la devise concernée et équivalente à la référence retenue pour l'euro.

Pour les contrats au-delà de huit ans, le taux du tarif ne pourra en outre être supérieur au plafond établi par les réglementations en vigueur dans le pays de chaque devise concernée, pour les garanties de même durée, sans pouvoir excéder 60 % du taux moyen visé à l'alinéa précédent. Il en est de même pour les contrats à primes périodiques.

Le taux moyen des emprunts d'Etat à retenir est le plus élevé des deux taux suivants : taux à l'émission et taux de rendement sur le marché secondaire.

Les règles définies au présent article sont à appliquer en fonction des taux en vigueur au moment de la souscription et ne sont pas applicables aux opérations de prévoyance collective visées au chapitre Ier du titre IV du livre IV du code des assurances. Dans le cas de versements non programmés aux termes du contrat, ces règles sont à apprécier au moment de chaque versement.

Annexe 4 : Extrait du Code de la Sécurité Sociale (Partie Législative)

Pour le calcul des cotisations des assurances sociales, des accidents du travail et des allocations familiales, sont considérées comme rémunérations toutes les sommes versées aux travailleurs en contrepartie ou à l'occasion du travail, notamment les salaires ou gains, les indemnités de congés payés, le montant des retenues pour cotisations ouvrières, les indemnités, primes, gratifications et tous autres avantages en argent, les avantages en nature, ainsi que les sommes perçues directement ou par l'entremise d'un tiers à titre de pourboire. La compensation salariale d'une perte de rémunération induite par une mesure de réduction du temps de travail est également considérée comme une rémunération, qu'elle prenne la forme, notamment, d'un complément différentiel de salaire ou d'une hausse du taux de salaire horaire.

Lorsque le bénéficiaire d'une option accordée dans les conditions prévues aux articles L. 225-177 à L. 225-186 du code de commerce ne remplit pas les conditions prévues au I de l'article 163 bis C du code général des impôts, est considéré comme une rémunération le montant déterminé conformément au II du même article. Toutefois l'avantage correspondant à la différence définie au II de l'article 80 bis du code général des impôts est considéré comme une rémunération lors de la levée de l'option.

Il ne peut être opéré sur la rémunération ou le gain des intéressés servant au calcul des cotisations des assurances sociales, des accidents du travail et des allocations familiales, de déduction au titre de frais professionnels que dans les conditions et limites fixées par arrêté interministériel. Il ne pourra également être procédé à des déductions au titre de frais d'atelier que dans les conditions et limites fixées par arrêté ministériel. Ne seront pas comprises dans la rémunération les prestations de sécurité sociale versées par l'entremise de l'employeur.

Sont exclues de l'assiette des cotisations mentionnées au premier alinéa les contributions mises à la charge des employeurs en application d'une disposition législative ou réglementaire ou d'un accord national interprofessionnel mentionné à l'article L. 921-4, destinées au financement des régimes de retraite complémentaire mentionnés au chapitre Ier du titre II du livre IX ou versées en couverture d'engagements de retraite complémentaire souscrits antérieurement à l'adhésion des employeurs aux institutions mettant en oeuvre les régimes institués en application de l'article L. 921-4 et dues au titre de la part patronale en application des textes régissant ces couvertures d'engagements de retraite complémentaire.

Sont exclues de l'assiette des cotisations mentionnées au premier alinéa les contributions des employeurs destinées au financement des prestations complémentaires de retraite et de prévoyance versées par les organismes régis par les titres III et IV du livre IX du présent code ou le livre II du code de la mutualité, par des entreprises régies par le code des assurances ainsi que par les institutions mentionnées à l'article L. 370-1 du code des assurances et proposant des contrats mentionnés à l'article L. 143-1 dudit code, à la section 9 du chapitre II du titre III du livre IX du code de la sécurité sociale ou au chapitre II bis du titre II du livre II du code de la mutualité, lorsqu'elles revêtent un caractère collectif et obligatoire déterminé dans le cadre d'une des procédures mentionnées à l'article L. 911-1 du présent code :

1) Dans des limites fixées par décret, pour les contributions au financement d'opérations de retraite déterminées par décret ; l'abondement de l'employeur à un plan d'épargne pour la retraite

collectif exonéré aux termes du deuxième alinéa de l'article L. 443-8 du code du travail est pris en compte pour l'application de ces limites ;

2) Dans des limites fixées par décret, pour les contributions au financement de prestations complémentaires de prévoyance, à condition, lorsque ces contributions financent des garanties portant sur le remboursement ou l'indemnisation de frais occasionnés par une maladie, une maternité ou un accident, que ces garanties ne couvrent pas la participation mentionnée au II de l'article L. 322-2.

Toutefois, les dispositions des trois alinéas précédents ne sont pas applicables lorsque lesdites contributions se substituent à d'autres éléments de rémunération au sens du présent article, à moins qu'un délai de douze mois ne se soit écoulé entre le dernier versement de l'élément de rémunération en tout ou partie supprimé et le premier versement desdites contributions.

Les personnes visées au 20° de l'article L. 311-3 qui procèdent par achat et revente de produits ou de services sont tenues de communiquer le pourcentage de leur marge bénéficiaire à l'entreprise avec laquelle elles sont liées.

Sont également pris en compte, dans les conditions prévues à l'article L. 242-11, les revenus tirés de la location de tout ou partie d'un fonds de commerce, d'un établissement artisanal, ou d'un établissement commercial ou industriel muni du mobilier ou du matériel nécessaire à son exploitation, que la location, dans ce dernier cas, comprenne ou non tout ou partie des éléments incorporels du fonds de commerce ou d'industrie, lorsque ces revenus sont perçus par une personne qui réalise des actes de commerce au titre de l'entreprise louée ou y exerce une activité.

Sont aussi prises en compte les indemnités versées à l'occasion de la rupture du contrat de travail à l'initiative de l'employeur ou à l'occasion de la cessation forcée des fonctions des mandataires sociaux, dirigeants et personnes visées à l'article 80 ter du code général des impôts, ainsi que les indemnités de départ volontaire versées aux salariés dans le cadre d'un accord collectif de gestion prévisionnelle des emplois et des compétences, à hauteur de la fraction de ces indemnités qui est assujettie à l'impôt sur le revenu en application de l'article 80 duodecimes du même code.

Les attributions gratuites d'actions effectuées conformément aux dispositions des articles L. 225-197-1 à L. 225-197-3 du code de commerce sont exclues de l'assiette des cotisations mentionnées au premier alinéa si elles sont conservées dans les conditions mentionnées au I de l'article 80 quaterdecies du code général des impôts et si l'employeur notifie à son organisme de recouvrement l'identité de ses salariés ou mandataires sociaux auxquels des actions gratuites ont été attribuées définitivement au cours de l'année civile précédente, ainsi que le nombre et la valeur des actions attribuées à chacun d'entre eux. A défaut, l'employeur est tenu au paiement de la totalité des cotisations sociales, y compris pour leur part salariale.

Les dispositions de l'avant-dernier alinéa sont également applicables lorsque l'attribution est effectuée, dans les mêmes conditions, par une société dont le siège est situé à l'étranger et qui est mère ou filiale de l'entreprise dans laquelle l'attributaire exerce son activité.

Annexe 5 : Tables de mortalité

Table de mortalité TF00-02

Age	Lx	Age	Lx
0	100 000	60	93 329
1	99 616	61	92 892
2	99 583	62	92 425
3	99 562	63	91 923
4	99 545	64	91 382
5	99 531	65	90 797
6	99 519	66	90 164
7	99 508	67	89 476
8	99 498	68	88 726
9	99 488	69	87 907
10	99 478	70	87 010
11	99 467	71	86 024
12	99 456	72	84 941
13	99 444	73	83 751
14	99 431	74	82 442
15	99 415	75	80 998
16	99 395	76	79 402
17	99 371	77	77 633
18	99 342	78	75 671
19	99 309	79	73 496
20	99 274	80	71 088
21	99 239	81	68 423
22	99 205	82	65 478
23	99 171	83	62 233
24	99 137	84	58 680
25	99 103	85	54 828
26	99 068	86	50 706
27	99 033	87	46 362
28	98 997	88	41 868
29	98 960	89	37 319
30	98 921	90	32 821
31	98 879	91	28 469
32	98 833	92	24 328
33	98 782	93	20 444
34	98 725	94	16 860
35	98 662	95	13 618
36	98 593	96	10 750
37	98 518	97	8 277
38	98 435	98	6 204
39	98 343	99	4 516
40	98 242	100	3 185
41	98 130	101	2 171
42	98 007	102	1 426
43	97 872	103	900
44	97 724	104	544
45	97 563	105	314
46	97 387	106	172
47	97 197	107	89
48	96 993	108	44
49	96 776	109	20
50	96 546	110	9
51	96 304	111	4
52	96 049	112	1
53	95 778	113	0
54	95 489	114	0
55	95 180	115	0
56	94 851	116	0
57	94 501	117	0
58	94 131	118	0
59	93 741	119	0

Table de mortalité TH00-02

Age	Lx	Age	Lx
0	100 000	60	85 538
1	99 511	61	84 558
2	99 473	62	83 514
3	99 446	63	82 399
4	99 424	64	81 206
5	99 406	65	79 926
6	99 390	66	78 552
7	99 376	67	77 078
8	99 363	68	75 501
9	99 350	69	73 816
10	99 338	70	72 019
11	99 325	71	70 105
12	99 312	72	68 070
13	99 296	73	65 914
14	99 276	74	63 637
15	99 250	75	61 239
16	99 213	76	58 718
17	99 163	77	56 072
18	99 097	78	53 303
19	99 015	79	50 411
20	98 921	80	47 390
21	98 820	81	44 234
22	98 716	82	40 946
23	98 612	83	37 546
24	98 509	84	34 072
25	98 406	85	30 575
26	98 303	86	27 104
27	98 198	87	23 707
28	98 091	88	20 435
29	97 982	89	17 338
30	97 870	90	14 464
31	97 756	91	11 852
32	97 639	92	9 526
33	97 517	93	7 498
34	97 388	94	5 769
35	97 249	95	4 331
36	97 100	96	3 166
37	96 939	97	2 249
38	96 765	98	1 549
39	96 576	99	1 032
40	96 369	100	663
41	96 141	101	410
42	95 887	102	244
43	95 606	103	139
44	95 295	104	75
45	94 952	105	39
46	94 575	106	19
47	94 164	107	9
48	93 720	108	4
49	93 244	109	2
50	92 736	110	1
51	92 196	111	0
52	91 621	112	0
53	91 009	113	0
54	90 358	114	0
55	89 665	115	0
56	88 929	116	0
57	88 151	117	0
58	87 329	118	0
59	86 460	119	0

Annexe 6 : Capital constitutif d'une rente annuelle de 1 € payable à terme échu pour la rente de conjoint temporaire

Age	CC TH00-02	CC TF00-02	Age de fin de la rente	55 ans
0	31.60581394	31.91165260	Table de mortalité	TH/TF 00-02
1	31.44522302	31.72533181	Taux technique	2.25%
2	31.13626765	31.42116566	Tx chargement de la rente	2.00%
3	30.81676507	31.10622974	Fractionnement	Trimestriel
4	30.48842188	30.78287862	Terme	échu
5	30.15137923	30.45125946		
6	29.80607909	30.11151382		
7	29.45234806	29.76377693		
8	29.09030852	29.40787506		
9	28.72007516	29.04392911		
10	28.34117080	28.67175728		
11	27.95398255	28.29146445		
12	27.55803124	27.90257238		
13	27.15395813	27.50516960		
14	26.74183063	27.09905558		
15	26.32197615	26.68457463		
16	25.89550576	26.26178282		
17	25.46270201	25.83045766		
18	25.02408616	25.39063264		
19	24.57938811	24.94181271		
20	24.12732861	24.48325069		
21	23.66640195	24.01420878		
22	23.19537190	23.53420362		
23	22.71326218	23.04323293		
24	22.21957850	22.54104600		
25	21.71428356	22.02738643		
26	21.19710262	21.50221541		
27	20.66818834	20.96504103		
28	20.12724232	20.41580140		
29	19.57395826	19.85420943		
30	19.00822245	19.28017242		
31	18.42951066	18.69357766		
32	17.83768056	18.09429122		
33	17.23275101	17.48215666		
34	16.61470367	16.85699375		
35	15.98365130	16.21842624		
36	15.33915583	15.56606666		
37	14.68108009	14.89951597		
38	14.00908793	14.21866493		
39	13.32295352	13.52321363		
40	12.62253514	12.81269327		
41	11.90761650	12.08687895		
42	11.17814801	11.34524712		
43	10.43349400	10.58737066		
44	9.67318133	9.81278295		
45	8.89653799	9.02087646		
46	8.10280660	8.21120266		
47	7.29096870	7.38299629		
48	6.45987463	6.53556249		
49	5.60833791	5.66811379		
50	4.73519006	4.77991525		
51	3.83919329	3.87015588		
52	2.91915070	2.93809584		
53	1.97366713	1.98299039		
54	1.00119017	1.00395434		
55	0.00000000	0.00000000		
56	0.00000000	0.00000000		

Annexe 7 : Capital constitutif d'une rente annuelle de 1 € payable à terme échu pour la rente de conjoint viagère (pour les hommes)

Age	CC TGH05	Age	CC TGH05
0	0.00000000	56	24.58895426
1	0.00000000	57	24.10286538
2	0.00000000	58	23.60956736
3	0.00000000	59	23.10598026
4	39.80303680	60	22.59319147
5	39.65717712	61	22.06824705
6	39.50619086	62	21.53050823
7	39.35032688	63	20.97907112
8	39.18995427	64	20.41476729
9	39.02531299	65	19.84258912
10	38.85624705	66	19.26053603
11	38.68270326	67	18.67072842
12	38.50490886	68	18.07246799
13	38.32238502	69	17.46681629
14	38.13515331	70	16.85290521
15	37.94361267	71	16.23537904
16	37.74731913	72	15.61223757
17	37.54664552	73	14.98229271
18	37.34194348	74	14.35229215
19	37.13253219	75	13.72055853
20	36.91876172	76	13.09035077
21	36.69934313	77	12.46148819
22	36.47426377	78	11.83968632
23	36.24309355	79	11.22057547
24	36.00609279	80	10.60961457
25	35.76248639	81	10.00786252
26	35.51255666	82	9.41964516
27	35.25615888	83	8.84827538
28	34.99296664	84	8.29569847
29	34.72293785	85	7.76360173
30	34.44609138	86	7.25106845
31	34.16204618	87	6.76032102
32	33.87075449	88	6.29155515
33	33.57198480	89	5.85576580
34	33.26598395	90	5.44316368
35	32.95220754	91	5.06124551
36	32.63076648	92	4.70165487
37	32.30177428	93	4.37838196
38	31.96475504	94	4.07709838
39	31.62015588	95	3.79617048
40	31.26746787	96	3.53480693
41	30.90707208	97	3.29149404
42	30.53890329	98	3.06497157
43	30.16356109	99	2.85436989
44	29.78180805	100	2.65850754
45	29.39074404	101	2.47587149
46	28.99194143	102	2.30634144
47	28.58527410	103	2.14766868
48	28.17074425	104	2.00089681
49	27.74857853	105	1.86415655
50	27.32159737	106	1.73570271
51	26.88861558	107	1.61637885
52	26.44674969	108	1.50419228
53	25.99685328	109	1.40170013
54	25.53872187	110	1.39007931
55	25.06915010		

Age de fin de la rente	Viager
Table de mortalité	TGH/TGF05
Taux technique	2.25%
Tx chargement de la rente	2.00%
Fractionnement	Trimestriel
Terme	échu

Bibliographie

- Ouvrages

- BATIFOULIER Philippe, TOUZE Vincent (2000), *La protection sociale*, Éditions DUNOD.
- BELLOCQ Guy (2006), *La protection sociale dans l'entreprise*, Éditions l'Argus de l'Assurance, 2^{ème} édition.
- BLONDEAU Jacques, Christian PARTRAT (2003), *La réassurance, approche technique*, Éditions ECONOMICA.
- DEELSTRA Griselda, Guillaume PLANTIN (2006), *Théorie du risque et réassurance*, Éditions ECONOMICA.
- DESPLANQUES Guy (1985) : *La mortalité des adultes*. N° 479-D des Collections de l'INSEE (Série D, n°102).
- DE WINNE R. : *Processus de diffusion de taux d'intérêt et correction du biais de discrétisation*. 5th AFIR International Colloquium, p. 749 – 782.
- FRANCIS LEFEVRE (1^{er} août 2003) – Feuille rapide Fiscal-Social : « *Réforme des retraites – Adoption définitive de la loi* ».
- GREENBERGER M. (1961) : *Notes a new pseudo-random number generator*. Journal of the ACM, 8, (2), April, p. 163-167.
- HESS Christian (2000), *Méthodes actuarielles de l'Assurance Vie*, Éditions ECONOMICA.
- INED bulletin mensuel d'information Population et sociétés (mai 2004) "*Espérance de vie : un avantage féminin menacé ?*".
- KESSLER Francis (2005), *Droit de la protection sociale*, Éditions DALLOZ, 2^{ème} édition.
- LAIGRE Philippe, MASCOMERE Pierre : *La prévoyance*. Législation sociale n°7335
- LYON – CAEN Gérard (1994): *La Prévoyance*. Dalloz, collection « connaissance du droit ».
- PATARD Pierre-Alain (2002) : *Valorisation de SWAPS structures sur actions et indices*. Mémoire confidentiel présenté devant le jury de l'Institut de Science Financière et d'Assurances en janvier 2002.
- PETAUTON Pierre (1996) : *Théorie et pratique de l'assurance vie*. DUNOD 2^{ème} édition .

- PLANCHET Frédéric, JACQUEMIN Julien : *L'utilisation des méthodes de simulation en assurance.*
 - SAPORTA Gilbert (1990) : *Probabilités, Analyse des données et statistiques.* Éditions TECHNIP.
 - La Tribune (6 Août 2002) : *Les frais de santé varient selon l'emploi, le revenu et le diplôme.*
- **Mémoires d'actuariat**
 - Thierry NDEM GARKA, *Les facteurs de risque en assurance santé. Une application en assurance incapacité,* Mémoire EURIA, Promotion 1999.
 - Sophie TERRIER, *Les rentes viagères : mortalité d'expérience et réassurance,* Mémoire CNAM, Promotion 2001.
 - Isabelle VERGUES, *Tarifification en réassurance de l'assurance de personnes : traités en excédent de sinistres par risque assuré,* Mémoire ISUP, Promotion 2003.
 - Christine FARGIER, *La gestion d'une captive de réassurance dans un groupe industriel,* Mémoire ISFA, Promotion 2000.
 - Delphine BAUCHOT, *Tarifification de traités de réassurance à partir de simulations de tremblements de terre,* Mémoire ISFA, Promotion 2000.
- **Ressources en ligne**
 - Site de Legifrance, le service public de la diffusion du droit
<http://www.legifrance.gouv.fr/>
 - Site de la FFSA (Fédération Française des Sociétés d'Assurance)
<http://www.ffsa.fr/>
 - Site de l'INSEE (Institut National de la Statistiques et des Études Économiques)
http://www.insee.fr/fr/home/home_page.asp
 - Site de l'INED (Institut National d'Études Démographiques)
<http://www.ined.fr/>
 - Site de la SCOR
<http://www.scor.com/www/index.php>
 - Cours de Arthur CHARPENTIER
<http://www.crest.fr/pageperso/charpent/charpent.htm>

