

Lise HE
ENSAE
2003-2004

Stage en alternance :

**Méthodes de provisionnement
et analyse de la solvabilité
d'une entreprise d'assurance non-vie**

Entreprise : JWA Actuaires

Tuteur : Arnaud BURGER

Correspondant ENSAE : Arthur CHARPENTIER

SOMMAIRE

1	CONTEXTE DE L'ETUDE.....	4
1.1	SPECIFICITES DU BILAN ET DU COMPTE DE RESULTAT EN ASSURANCE NON-VIE ...	4
1.1.1	<i>Le bilan</i>	4
1.1.2	<i>Le compte de résultat.....</i>	5
1.2	LES RISQUES ACTIF/PASSIF	5
1.2.1	<i>Pertes potentielles liées au passif réel du bilan.....</i>	5
1.2.2	<i>Pertes potentielles liées à l'actif réel du bilan.....</i>	6
1.2.3	<i>Les risques non techniques</i>	6
1.3	LE CADRE REGLEMENTAIRE	6
1.3.1	<i>La constitution des provisions techniques suffisantes</i>	6
1.3.2	<i>Des actifs représentatifs sûrs, rentables et liquides.....</i>	7
1.3.3	<i>Des tests de solvabilité réglementaires.....</i>	8
2	EVALUATION DES PROVISIONS POUR SINISTRES A PAYER.....	11
2.1	PRESENTATION GENERALE	11
2.1.1	<i>Présentation de la branche étudiée : la responsabilité civile générale....</i>	11
2.1.2	<i>Organisation des données et notations</i>	12
2.1.3	<i>Analyse des données disponibles</i>	13
2.2	LES METHODES D'ESTIMATION.....	14
2.2.1	<i>Les méthodes déterministes.....</i>	15
2.2.2	<i>La méthode de Mack : une version stochastique de Chain Ladder</i>	18
2.2.3	<i>L'application des modèles linéaires généralisés (GLM).....</i>	20
2.2.4	<i>Le Bootstrap.....</i>	24
3	ANALYSE DE LA SOLVABILITE.....	29
3.1	LA MODELISATION ACTIF-PASSIF RETENUE	29
3.1.1	<i>Simplification du bilan d'une compagnie d'assurance.....</i>	29
3.1.2	<i>Modélisation de la courbe de taux.....</i>	30
3.1.3	<i>Modélisation des obligations</i>	31
3.1.4	<i>Modélisation de l'évolution du prix des titres R332-20.....</i>	31
3.1.5	<i>Modélisation du passif.....</i>	33
3.2	APPROCHE PAR LA PROBABILITE DE « RUINE » ET SIMULATION	33
3.2.1	<i>Définitions et calculs des valeurs actuelles probables</i>	34
3.2.2	<i>définition de la probabilité d'insolvabilité</i>	35
3.2.3	<i>Simulation des trajectoires</i>	35
3.2.4	<i>Application à un portefeuille simplifié.....</i>	36
3.2.5	<i>Tests de sensibilité</i>	38
3.3	LIMITES ET PERSPECTIVES	39
	BIBLIOGRAPHIE.....	41
	ANNEXES	42
	ANNEXE 1 : ARTICLES EXTRAITS DU CODE DES ASSURANCES	42
	ANNEXE 2 : TESTS DES HYPOTHESES DU MODELE CONDITIONNEL DE MACK	54
	ANNEXE 3 : LES HYPOTHESES DU SCENARIO CENTRAL DE SIMULATION.....	56

Remerciements

Je tiens à remercier Arnaud Burger, Actuaire consultant chez JWA Actuaires, pour m'avoir confiée la mission et m'avoir encadrée tout le long de mon stage.

Je remercie également Norbert Gautron pour m'avoir accueillie au sein de son équipe, et m'avoir donnée des conseils avisés.

Introduction :

Le rôle spécifique de l'assurance comme instrument de soutien au développement de l'activité économique et l'impact profond que peut avoir en conséquence la défaillance d'une entreprise d'assurance exigent la surveillance rapprochée de ces acteurs. Cette surveillance est également motivée par les risques spécifiques auxquels sont exposées les compagnies d'assurance, aussi bien en terme d'évolution défavorable de la sinistralité initialement estimée qu'en terme de baisse de la valeur de leurs placements financiers.

Une compagnie d'assurance doit garantir sa solvabilité en intervenant à plusieurs niveaux. Tout d'abord elle doit tarifier les produits proposés de manière prudente. Ensuite elle doit constituer des provisions suffisantes pour faire face aux paiements de sinistres futurs et posséder des actifs de qualité (en terme de liquidité, de sûreté et de rentabilité) en représentation de ces provisions. Enfin, elle doit disposer d'un niveau minimal de fonds propres pour que sa probabilité de ruine soit quasi-nulle.

L'exigence de solvabilité ampute la rentabilité de l'entreprise. Pour afficher les meilleurs résultats en préservant sa pérennité, l'assureur doit adopter une méthode de calcul statistiquement fondée et prudente qui lui permette de déterminer un niveau optimal de provisionnement et de limiter le montant de fonds propres à mobiliser.

Une société d'assurance dispose-t-elle d'un niveau suffisant de fonds propres et de placements assez liquides et rentables pour assurer le paiement des sinistres futurs ? La charge de ses provisions ne pèse-t-elle pas de façon excessive sur son résultat ? Ces questions s'avèrent être d'une importance vitale pour les assureurs.

Afin d'y répondre, et dans l'optique de l'évolution de la réglementation prudentielle au niveau européen mettant en avant la possibilité pour les assureurs de tester leur risque de défaillance à l'aide de modèles actuariels, l'objectif de ce mémoire est de proposer des méthodes d'évaluation stochastiques des provisions pour sinistres à payer, qui constituent la part la plus importante des provisions techniques d'une entreprise d'assurance non-vie, et de mesurer la solvabilité à un horizon d'au moins 10 ans de celle-ci. Il s'appuie pour cela sur une modélisation stochastique de l'actif et du passif d'une compagnie d'assurance dans un optique de run-off, ainsi que sur un suivi d'indicateurs pertinents du risque tels que la marge actif-passif.

Après avoir rappelé les évolutions récentes de la réglementation relative à la mesure de la solvabilité des entreprises d'assurance, nous exposerons des méthodes déterministes et stochastiques d'estimation des provisions. Nous analyserons ensuite, la solvabilité de l'entreprise en mettant en œuvre l'approche par la probabilité de ruine.

1 CONTEXTE DE L'ETUDE

La spécificité de l'activité d'une compagnie d'assurance repose sur l'inversion de son cycle de production : les primes sont encaissées avant que les sinistres ne soient connus. Ce qui explique la différence de représentation du bilan et du compte de résultat de celle-ci par rapport aux entreprises classiques. Tout d'abord l'assureur doit constituer des provisions techniques (dettes envers les assurés). Ensuite, il doit détenir suffisamment de fonds propres pour rester solvable même après une éventuelle perte. Enfin, il place les fonds dont il dispose sur les marchés financiers.

De cette activité, naissent essentiellement 2 types de risques, à savoir les risques liés aux placements dont les valeurs dépendent des conditions de marché et les risques techniques liés à l'évaluation des sinistres futurs. Le sous-provisionnement et/ou la dégradation des marchés financiers peuvent affecter gravement la santé de l'entreprise, et même la ruiner dans des cas plus extrêmes. La faillite d'une société d'assurance a de fortes conséquences sur l'économie, c'est pourquoi, dans ce domaine la réglementation en terme de solvabilité est particulièrement stricte.

Avant de commencer toute étude sur la solvabilité, il semble intéressant de détailler les risques auxquels sont soumises les entreprises d'assurance, et de rappeler la réglementation qui régit leur activité, surtout quand celle-ci vient d'être modifiée et complétée par de nouveaux arrêtés.

1.1 Spécificités du bilan et du compte de résultat en assurance non-vie

1.1.1 Le bilan

Le bilan est un état représentatif du patrimoine de l'entreprise. L'actif d'une société est constitué par l'ensemble des biens qu'elle possède et l'ensemble des créances qu'elle détient sur des tiers. Le passif est constitué par l'ensemble des dettes qu'elle a contractées. En assurance, l'actif est essentiellement représenté par des placements, des créances et des disponibilités. Le passif réel est essentiellement résumé par les engagements contractés à l'égard des assurés, c'est-à-dire les provisions techniques, et les autres dettes. La différence entre l'actif et le passif réel est la situation nette comptable ou capitaux propres, inscrits au passif du bilan.

Le bilan peut se présenter sous la forme simplifiée suivante :

Tableau 1 : le bilan simplifié

ACTIF	PASSIF
Placements	Capitaux propres
Provisions techniques à la charge de réassureurs	Passifs subordonnés
Créances	Provisions techniques
Disponibilités	Autres dettes
Total Actif	Total Passif

Les capitaux propres ont pour rôle de garantir la solvabilité future de l'entreprise, même si celle-ci fait une perte.

1.1.2 Le compte de résultat

Le compte de résultat récapitule les produits et les charges de l'exercice afin d'expliquer le résultat. En assurance, les produits sont principalement les primes et les produits financiers provenant des placements, les charges sont essentiellement les charge de sinistres (prestations réglées et variation de provisions), les frais de fonctionnement et les variations de provisions.

La forme simplifiée du compte de résultat est :

Tableau 2 : forme simplifié du compte de résultat

COMPTE DE RESULTAT TECHNIQUE (1)-(2)+(3)+(4)
(+) Primes acquises
(-) Charges des prestations
(-) Variation des PSAP
(1) Solde de souscription
(-) Frais d'acquisition
(-) Frais de gestion
(-) Autres frais
(2) Charges d'acquisition et de gestion
(3) Produit net des placements
(-) Primes cédées
(+) Part des réassureurs dans les charges de prestations
(+) Part des réassureurs dans les charges de provisions
(+) Commissions reçues des réassureurs
(4) Solde de réassurance
Résultat technique = (1)-(2)+(3)+(4)

1.2 Les risques actif/passif

La fonction économique des entreprises d'assurances est d'assumer des risques qu'une personne physique ou morale ne pourrait supporter en mutualisant un grand nombre de risques similaires. Néanmoins elles sont exposées à un grand nombre de risques globaux qui peuvent menacer leur existence et dans certains extrêmes, les ruiner. Les risques de pertes inhérents à l'assurance peuvent être classés en trois grandes catégories.

1.2.1 Pertes potentielles liées au passif réel du bilan

Les risques techniques (risques liés au passif) sont les risques associés directement ou indirectement aux bases techniques et actuarielles de calcul des primes et des provisions techniques. Ces risques dépendent directement du type d'assurance considéré. Ils menacent la capacité de l'assureur à remplir ses obligations en cas d'une fréquence ou d'un montant de sinistres plus importants que prévus. Les provisions peuvent par exemple se révéler insuffisantes suite d'une évolution imprévue de la jurisprudence ou de l'inflation.

1.2.2 Pertes potentielles liées à l'actif réel du bilan

Les risques d'investissement sont l'ensemble des risques liés à la gestion d'actifs de l'assureur (performance, liquidité ...). Les placements, bien qu'ils soient conformes aux normes réglementaires, peuvent se déprécier par suite de circonstances imprévues.

1.2.3 Les risques non techniques

Les risques non techniques regroupent l'ensemble des risques qui ne peuvent être classés dans l'une des deux catégories précédentes, notamment les risques opérationnels, les risques légaux ou fiscaux. Ces risques sont très difficiles à modéliser lors d'un test prospectif de la solvabilité et ne seront pas pris en compte dans le modèle d'analyse de la solvabilité.

1.3 Le cadre réglementaire

La réglementation qui régit les compagnies d'assurance se base sur des principes prudentiels qui visent avant tout, la solvabilité des sociétés d'assurance vis-à-vis de leurs engagements en cours. Des textes relatifs au contrôle de la solvabilité (décret n° 2003-1236 du 22/12/2003 portant transposition des directives 2002/12/CE et 2002/13/CE du parlement européen et du Conseil du 05/03/2002 modifiant les directives 79/267/CEE et 73/239/CEE) ont été modifiés récemment, ils renforcent l'exigence de marge de solvabilité, haussent le niveau de fonds de garantie, modifient les modalités de calcul de la provision pour risque d'exigibilité et apportent un nouveau test de solvabilité (le test d'exigibilité).

Les trois piliers sur lesquels repose la réglementation restent inchangés. Nous rappellerons dans cette partie les règles concernant les 2 premiers piliers, et nous insisterons sur les modifications récentes en évoquant le troisième pilier.

1.3.1 La constitution des provisions techniques suffisantes

Les sociétés pratiquant l'activité d'assurance doivent évaluer correctement leurs dettes au sens le plus large. Le calcul des provisions techniques doit se faire à tout moment et doit présenter un caractère suffisant.

« [...] Les provisions techniques suffisantes pour le règlement intégral de leurs engagements vis-à-vis des assurés ou bénéficiaires de contrats [...] calculées, sans déduction des réassurances cédées [...] » (Art. R. 331-1).

En assurance non-vie, ces provisions techniques sont une estimation du montant des sinistres que l'assureur est engagé à payer (et des frais de gestion relatifs à ces sinistres) :

- les sinistres survenus, qu'ils soient connus ou inconnus de l'assureur, font l'objet de la provision pour sinistres à payer (PSAP).

« [...] valeur estimative des dépenses en principal et en frais, tant internes qu'externes, nécessaires au règlement de tous les sinistres survenus et non payés [...] » (Art. R. 331-6, 4°)

- les sinistres non survenus (et garantis) font l'objet de la provision pour primes non acquises (PPNA) et de la provision pour risque en cours (PREC).

« destinée à constater, pour l'ensemble des contrats en cours, la part des primes émises et des primes restant à émettre se rapportant à la période comprise entre la date de l'inventaire et la date de la prochaine échéance de prime ou, à défaut, du terme du contrat » (Art. R. 331-6, 2°)

« destinée à couvrir, pour l'ensemble des contrats en cours, la charge des sinistres et des frais afférents aux contrats, pour la période s'écoulant entre la date de l'inventaire et la date de la première échéance de prime pouvant donner lieu à révision de la prime par l'assureur » (Art. R. 331-6, 2° bis)

Une fois que les provisions techniques sont calculées de façon suffisante, encore faut-il qu'elles soient bien représentées à l'Actif, ce qui signifie que les actifs représentatifs des engagements réglementés doivent répondre à des critères de sûreté, de rentabilité et de liquidité.

1.3.2 Des actifs représentatifs sûrs, rentables et liquides

La réglementation concernant les actifs représentatifs des engagements techniques (Art. R332-1) vise à s'assurer que les assureurs ne prennent pas trop de risques financiers qui pourraient nuire à la solvabilité de ceux-ci.

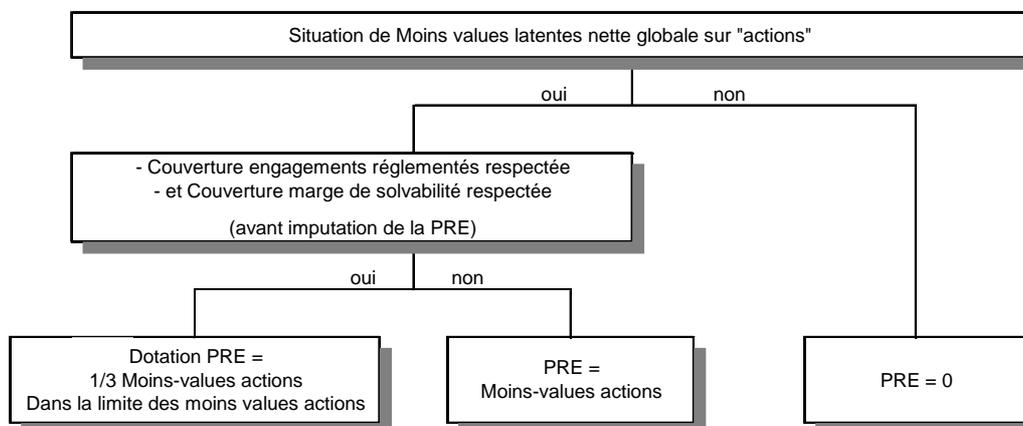
- Les actifs doivent être équivalents aux provisions brutes de réassurance, être congruents (à 80%) en devises et localisés sur le territoire d'un Etat de l'Union européenne.
- Les placements sont soumis à des règles de limitation par nature (les actions ne doivent pas dépasser 65% des actifs, l'immobilier 40%, les prêts 10%), par type d'émetteur (5% ou 10%, dans certaines conditions, au plus par émetteur-emprunteur, 0,5% pour un titre non coté, pas de plafond pour les valeurs émises par un Etat de l'OCDE) pour limiter l'impact de la faillite d'une entreprise sur l'assureur.

La comptabilisation de ces placements se fait au coût historique. Lors de l'inventaire, l'évaluation se fait en distinguant

- les valeurs mobilières amortissables relevant de l'article R. 332-19 (type obligation à taux fixe), qui ont une valeur de remboursement et dont la valeur comptable évolue au cours du temps : comptabilisée au prix d'achat lors de son acquisition, la valeur va évoluer par un mécanisme de surcote/décote pour atteindre à terme sa valeur de remboursement ;
- et les autres placements tels que les actions ou l'immobilier relevant de l'article R.332-20 dont la valeur comptable est égale à la valeur d'achat corrigée de provisions pour dépréciation durable (dans le cas où une moins value latente globale est constatée, une provision pour risque d'exigibilité est constituée au passif).

Les actifs font également objet d'une provision, au cas où une moins-value latente globale serait constatée. Les modalités de calcul de la provision pour risque d'exigibilité (PRE) ont été modifiées et sont résumées dans le schéma ci-dessous.

Figure 1 : les modalités de calcul de la PRE



Cette provision a pour but de réduire les risques dus à la diminution des valeurs de marchés, des actifs de l'entreprise.

1.3.3 Des tests de solvabilité réglementaires

Le troisième pilier de la réglementation est l'exigence permanente d'un actif réel supérieur au passif réel. De nombreux tests réglementaires ont pour but le respect de ce principe. Ils permettent de confirmer la solvabilité de l'assureur ou d'alermer l'autorité de tutelle de son risque de défaillance pour que celui-ci mette en place des mesures afin de redresser la situation (apport de capitaux supplémentaires de la part des actionnaires par exemple).

➤ L'Exigence de marge de solvabilité et les fonds garantis

Les entreprises d'assurance doivent disposer d'une richesse propre (éléments constitutifs de marge de solvabilité) suffisante (supérieure au minimum réglementaire de la marge de solvabilité) pour faire face à des évolutions défavorables de l'actif ou du passif non prises en compte dans les provisions constituées ou les évaluations comptables prudentes des actifs.

Les éléments constitutifs de la marge de solvabilité et les seuils de l'exigence de marge de solvabilité ont été modifiés, comme cela a été évoqué au début de cette partie.

Les éléments constitutifs de la marge de solvabilité sont :

- la situation nette comptable (retraîtée, éventuellement),
- les emprunts subordonnés (sous condition que la somme des emprunts subordonnés à durée indéterminée ne dépassent pas 40% de la marge de solvabilité et que celle à durée déterminée 25% de la marge),
- les plus-values latentes,

- les rappels de cotisation (ne concernent que les mutuelles non vie, à condition que cette faculté soit écrite dans les contrats, et que la somme n'excède pas 50% de la marge de solvabilité).

Le minimum réglementaire de marge de solvabilité repose toujours sur une méthode du ratio fixe. il est égal au maximum entre :

- la marge calculée à partir des primes¹,
- et la marge calculée à partir de la moyenne des charges de sinistres sur les 3 dernières années².

Le tableau suivant résume les calculs et compare la réglementation antérieure et la nouvelle.

Tableau 3 : Modalités de calcul de l'exigence de marge de solvabilité (ancienne et nouvelle réglementation)

	Réglementation antérieure	Transposition des directives 2002
Règle des primes	18 % Max (Primes ; 10 M€) +16 % Min (Primes -10 M€)	18 % Max (Primes ; 50 M€) +16 % Min (Primes -50 M€)
Règle des sinistres	26% Max (Sinistres ; 7 M€) +23% Min (Sinistres -7 M€; 0)	26% Max (Sinistres ; 35 M€) +23% Min (Sinistres -35 M€ ; 0)
Impact réassurance	Réduction maximale de 50%	Réduction maximale de 50%

On conçoit bien que le minimum de marge que doit disposer l'entreprise est une fonction croissante de son activité ou des sinistres passés.

➤ L'état T3 – Actif/Passif

L'état T3, mis en place par un arrêté le 26 décembre 2000, est un reporting trimestriel dont le but est d'analyser l'impact de variations durables de taux et de cours boursiers sur les équilibres Actif/Passif. L'entreprise d'assurance doit réévaluer son actif et son passif sous différentes scénarii de taux et de valeurs de marchés des actifs non obligataires.

➤ Le test d'exigibilité

Pour renforcer le contrôle de la solvabilité des compagnies d'assurance, le test d'exigibilité a été mis en place. Le texte relatif à ce test a été publié par le ministère de l'économie et de l'industrie le 31 décembre 2003 (R.344-4 et A.344-15) lors de la transposition de la directive européenne relative à l'exigence de la marge de solvabilité. Il a donné lieu à la création d'un état réglementaire annuel C6 bis (JO 11 mai 2004, annexe 1 à l'article 1.344-10).

Ce test s'inscrit dans la droite continuation de l'état trimestriel de suivi actif-passif T3. Il a pour vocation d'évaluer les contraintes de liquidité à un horizon de cinq ans en retenant des hypothèses

¹ La base des primes est le maximum entre les primes ou cotisations brutes émises et des primes ou cotisations brutes acquises. Pour certaines branches (Responsabilité Civile véhicules aériens, RC véhicules maritimes et RC générales), la base des primes est augmentée de 50%.

² De même que pour la base des primes, la base des charges de sinistres, pour les mêmes branches sont augmentés de 50%.

défavorables d'évolution de l'actif et une forte hausse de la sinistralité au passif. Si les résultats à l'issu de ce test ne sont pas satisfaisant, la Commission de Contrôle des Assurances, des Mutuelles et des Institutions de Prévoyance (CCAMIP) peut exiger un renforcement de l'exigence de marge de solvabilité³.

Le test d'exigibilité consiste à déterminer le besoin de liquidité (après la prise en compte des encaissements et des décaissements prévisibles) sur cinq ans de la compagnie et d'observer l'impact de la cession d'actifs pour subvenir à ce besoin dans des situations financières détériorées.

En assurance non-vie, les décaissements futurs correspondent aux prestations futures estimées à partir de la PSAP comptable aggravée de 20% en utilisant une hypothèse de cadence de règlement dans une optique de run-off (pas d'affaire nouvelle). Les encaissements futurs correspondent aux disponibilités, aux revenus financiers futurs (coupon et remboursement des obligations des 5 prochaines années) et aux dépôts à court terme.

Si le solde entre les encaissements et les décaissements est négatif, celle-ci doit alors simuler la vente d'une partie de ses actifs sous différentes hypothèses de conditions de marché. Les textes réglementaires proposent de calculer ces valeurs dans l'hypothèse où le marché financier est en mauvaise posture (augmentation du taux obligataire de 2 points, diminution de la valeur d'un indice de référence du marché des actions de 30%, diminution des valeurs immobilières de 20% et combinaison des 3 hypothèses).

Le test d'exigibilité apparaît donc comme une mesure de la capacité de l'assureur à faire face à ses engagements dans des conditions qui lui sont défavorables au passif et à l'actif. Il permet notamment de déterminer si les actifs en représentation des engagements d'assurance sont suffisants, même dans des conditions de marché particulièrement dégradées et, si c'est le cas, d'évaluer l'impact des cessions de ces actifs.

La solvabilité d'une compagnie d'assurance est une question que regardent de près les autorités de tutelle en mettant en place des normes de plus en plus exigeantes, mais elle doit également être surveillée de manière rapprochée par les entreprises elles-mêmes en mettant en place des modèles internes qui vont au-delà de la réglementation. La tarification prudente est certes à la base de la solvabilité, mais une estimation prudente des provisions et un niveau de fonds propres suffisamment élevé, sans délaissier la performance qu'exigent les actionnaires, sont tout aussi des points clés. Les 2 parties suivantes traitent ces 2 derniers aspects en matière de solvabilité. Dans un premier temps, des méthodes de provisionnement stochastiques seront proposées, elles permettent de mesurer les erreurs de prédiction et de donner des intervalles de confiance. Dans un second temps, une méthode d'analyse de la solvabilité stochastique, en simulant stochastiquement l'actif et le passif, sera mise en place, pour pallier l'aspect déterministe des contrôles réglementaires. Des applications sont faites sur un portefeuille de responsabilité civile.

³ Cf article R. 323-1-1 du code des assurances

2 EVALUATION DES PROVISIONS POUR SINISTRES A PAYER

Les provisions techniques en assurances non-vie sont principalement des provisions pour sinistres à payer (PSAP), des provisions pour primes non acquises (PPNA), des provisions pour risques en cours (PPRE) et des provisions pour égalisation (PPE).

La PSAP constitue la part la plus importante ; elle représente en moyenne 85 % des provisions des compagnies d'assurance non-vie. En terme de solvabilité, l'entreprise devrait constituer le plus possible de provisions, mais en terme de performance et de rentabilité vis-à-vis des actionnaires, elle souhaite constituer le moins possible. La difficulté consiste à prédire le plus justement les prestations futures. Une bonne estimation de celle-ci est donc un enjeu majeur pour l'entreprise. On distingue 3 volets de la provision pour sinistres à payer :

- Les sinistres qui sont déclarés, mais dont le règlement n'a pas été effectué en date d'inventaire en raison du retard dans les règlements, dans l'estimation du préjudice etc. L'inconnue est alors estimée par la méthode dossier à dossier.
- Les sinistres survenus mais non encore déclarés qui doivent faire l'objet une évaluation de provision pour tardifs (en anglais IBNR : incurred but not reported). Les méthodes d'estimation employées sont basées sur des outils statistiques. Ce volet est particulièrement important pour des branches qualifiées de développement long, c'est le cas de la branche responsabilité civile générale qui est le portefeuille appliqué.
- Les frais de gestion des sinistres futurs estimés qui sont généralement un pourcentage de la somme des 2 éléments ci-dessus.

2.1 Présentation générale

2.1.1 Présentation de la branche étudiée : la responsabilité civile générale

La responsabilité civile se définit comme l'obligation légale pour toute personne de réparer les dommages causés à autrui. Les cas de responsabilité évoqués par le Code civil (art. 1382 à 1386) sont des « dommages causés par son fait, par sa négligence, son imprudence, par les enfants, préposés, animaux ou choses que l'on a sous sa garde ».

La victime a droit à une indemnité correspondant au dommage subi, dans la mesure où elle apporte trois preuves :

- celle d'un préjudice : blessure, tache sur un vêtement, etc. ;
- celle d'un fait dommageable commis par l'auteur responsable de la faute, de la maladresse... ou qu'une chose dont il a la garde est à l'origine du dommage;
- celle d'un rapport de cause à effet entre le préjudice et le fait dommageable.

Le rôle de l'assurance est de se substituer au responsable du dommage causé pour indemniser la victime. La loi oblige chacun à souscrire un contrat d'assurance en Responsabilité Civile.

La Responsabilité Civile est une branche d'assurance non-vie réputée être longue dans le sens où l'assureur est encore amené à payer des indemnités relatives aux sinistres qui sont passés plusieurs années auparavant. Ceci s'explique par le temps d'attente entre la survenance du sinistre et la décision de la cour de justice définitive et par le fait que beaucoup de sinistres ne sont déclarés que quelques années après leur année de survenance. On voit bien, dans ce cas, l'importance de la constitution d'une provision pour sinistres lors de l'inventaire afin de faire face aux paiements ultérieurs des sinistres qui sont rattachés à l'exercice en cours ou aux exercices précédents.

2.1.2 Organisation des données et notations

Le triangle de liquidation permet de suivre l'évolution dans le temps des paiements de sinistres rattachés à un même exercice technique ou année de survenance. Il se présente sous la forme suivante :

Tableau 4 : Tableau des règlements des sinistres

Année	1	2	j	n-1	n
1	$Y_{1,1}$	$Y_{1,2}$		$Y_{1,n-1}$	$Y_{1,n}$
2	$Y_{2,1}$	$Y_{2,2}$		$Y_{2,n-1}$	
i			$Y_{i,j}$		
n-1	$Y_{n-1,1}$			$\hat{Y}_{n-1,n-1}$	$\hat{Y}_{n-1,n}$
n	$Y_{n,1}$	$\hat{Y}_{n,2}$		$\hat{Y}_{n,n}$	$\hat{Y}_{n,n}$

lecture : un montant $Y_{i,j}$ a été réglé en $i+j-1$, c'est-à-dire la j^e année après l'année de survenance i

Les données, nécessaires pour l'évaluation des provisions pour tardifs, sont organisées en fonction :

- de l'année de survenance du sinistre i
- et de l'année de développement (nombre d'année entre la survenance du sinistre et le paiement de celui-ci) j .

$Y_{i,j}$ est alors le règlement effectué la j^e année après que les sinistres soient survenus l'année i .

Du triangle de liquidation peuvent se déduire les paiements de sinistres d'une année comptable d qui sont la somme des termes de la d^e diagonale :

$$P_d = \sum_{i+j-1=d} Y_{i,j}$$

Le triangle supérieur du tableau de liquidation, décrit ci-dessus, représentant l'ensemble $T = \{Y_{i,j} / i + j - 1 \leq n; i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, n\}$ est connu, car relatif aux exercices comptables

passés, et nous cherchons à estimer le plus justement possible le triangle inférieur, l'ensemble des règlements pour lesquels $i+j-1 > n$, c'est-à-dire les règlements futurs.

Les provisions relatives à l'année de survenance i sont notés R_i et sont égaux à la somme des règlements futurs de l'année de survenance i :

$$R_i = \sum_{j=n-i+2}^n Y_{i,j}$$

La provision totale, notée R , est la somme de tous les règlements futurs estimés :

$$R = \sum_i R_i = \sum_{i,j/i+j > n+1} Y_{i,j}$$

Le tableau de liquidation peut également être exprimé en terme de règlement cumulé. Dans ce cas, en notant $C_{i,j}$ les règlements cumulés pour l'année de survenance i et l'année de développement j , on a la relation suivante : $C_{i,j} - C_{i,j-1} = Y_{i,j}$.

En fonction des méthodes d'estimation des PSAP utilisées, les données de calcul seront soit des règlements cumulés, soit des règlements non cumulés, soit des sinistres sur primes (S/P).

L'hypothèse sous-jacente d'une telle représentation est que tous les sinistres sont déclarés et qu'ils ne donnent plus lieu à aucun règlement au bout de n années après l'année de survenance, c'est-à-dire qu'un règlement ne peut avoir plus de n années de développement. Cette hypothèse est compréhensible dans le sens où au bout de n années de développement, les sinistres ont eu le temps de se révéler, et même s'il existe encore des sinistres non réglés ou non déclarés, le montant reste négligeable et sera ignoré dans un premier temps.

2.1.3 Analyse des données disponibles

Les données dont nous disposons sont issues de la branche responsabilité civile générale d'une entreprise d'assurance réelle, mais elles ont été modifiées pour garder la confidentialité. Elles se présentent sous la forme d'un triangle de liquidation des règlements non cumulés.

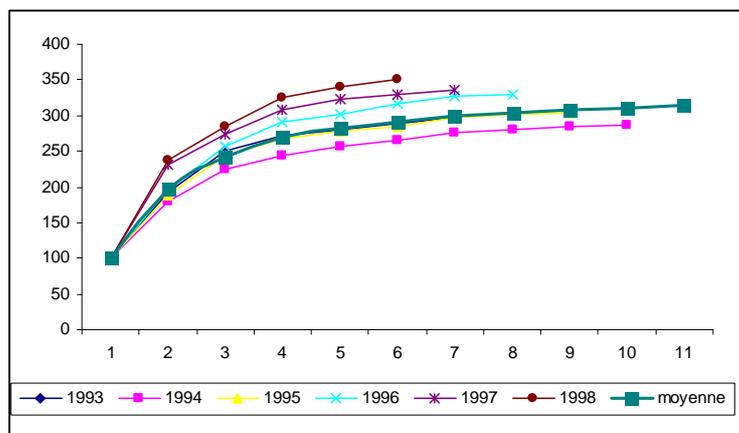
Tableau 5 : les règlements de sinistres non cumulés (branche responsabilité civile générale)

An	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1993	3 189	2 959	1 829	709	280	252	252	250	129	60	93
1994	2 756	2 974	1 402	638	426	236	386	102	129	67	
1995	3 008	3 026	1 735	745	371	213	386	108	107		
1996	3 242	3 044	1 915	1 104	303	462	335	88			
1997	3 766	3 621	1 333	1 095	495	175	218				
1998	3 847	3 742	1 513	1 272	467	365					
1999	3 590	3 308	1 252	1 114	641						
2000	2 883	2 867	1 254	423							
2001	3 280	2 976	1 052								
2002	3 127	3 341									
2003	3 259										

Tableau 6 : les règlements de sinistres en cumulés

An	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1993	3 189	6 149	7 978	8 687	8 967	9 219	9 471	9 721	9 850	9 909	10 002
1994	2 756	5 730	7 132	7 770	8 196	8 432	8 818	8 920	9 048	9 115	
1995	3 008	6 033	7 768	8 513	8 885	9 098	9 485	9 592	9 699		
1996	3 242	6 286	8 201	9 305	9 608	10 070	10 406	10 494			
1997	3 766	7 387	8 721	9 816	10 311	10 486	10 704				
1998	3 847	7 589	9 102	10 373	10 840	11 205					
1999	3 590	6 898	8 149	9 263	9 904						
2000	2 883	5 750	7 004	7 427							
2001	3 280	6 256	7 308								
2002	3 127	6 468									
2003	3 259										

Figure 2 : Représentation graphique des cadences de règlements



Au vu de la représentation graphique des règlements cumulés des sinistres (base 100), une tendance se dégage : la grosse majorité des règlements est payée les premières années. D'autre part, une variabilité dans les cadences de règlements est observable, en effet, si la même cadence est applicable pour toutes les années de survenances, les courbes de paiements cumulés seraient confondues. De ces observations, on prend conscience qu'estimer les provisions par la valeur moyenne (courbe en gras) n'est pas suffisant. Il est tout aussi important d'associer une variance à l'estimateur et un intervalle de confiance.

Dans cette partie seront développées et détaillées des méthodes d'estimation stochastiques qui fournissent lesdites informations. Avant d'aborder ces méthodes, un rappel sur les méthodes déterministes les plus répandues est donné.

2.2 Les méthodes d'estimation

Différentes méthodes d'estimation stochastique des PSAP sont proposées dans la littérature, elles s'appuient sur l'estimation paramétrique telle que le modèle de Mack (1993) [1] ou les modèles linéaires généralisés, plus récemment développés. Renshaw et Verrall (1994 et 1998) [2] propose de modéliser les règlements par un modèle Log-Poisson dont les variables explicatives sont les facteurs ligne et colonne. Le calcul de l'erreur quadratique moyenne des prévisions (MSEP), sur

laquelle sera basé éventuellement le calcul de l'intervalle de confiance de la prévision de la somme des règlements futurs, relatif à ce type de modélisation se fait par approximation de la valeur théorique et peut s'avérer très laborieux. C'est pourquoi la méthode bootstrap, basée sur le principe de rééchantillonnage et sur la méthode de simulation de Monte Carlo, qui a prouvé son efficacité dans d'autres domaines, constitue une méthode robuste pour déterminer les erreurs quadratiques moyennes, la distribution empirique des variables d'intérêts (la provision par année de survenance ou la provision totale) et les intervalles de confiance (England P. et Varrall R. , 1999 [3], Pinheiro, Andrade e Silva et Centeno, 2003 [4]). D'autres méthodes, reposant sur l'estimation non paramétrique telle que l'estimation bayésienne, sur la théorie de crédibilité ont également été développées, mais leur mise en oeuvre pratique est moins évidente.

Mais, nombreuses sont encore les entreprises qui utilisent des méthodes déterministes telles que la méthode du coût moyen ou la méthode Chain Ladder. Ces méthodes donnent en général des estimations correctes des PSAP, et la méthode Chain Ladder est très souvent utilisée comme la référence pour comparer les méthodes stochastiques, mais l'inconvénient majeur est qu'elles ne fournissent pas d'estimation de la variance, ni d'intervalle de confiance des réserves.

Le but du mémoire n'étant pas de présenter toutes les méthodes d'estimation des PSAP existantes, mais de se concentrer sur des méthodes stochastiques, après avoir rappelé les méthodes déterministes les plus utilisées, pour déterminer le risque d'erreur d'estimation commise et de proposer des intervalles de confiance. Plusieurs méthodes ont été implémentées, les résultats des estimations sont présentés dans les sections suivantes. Pour des raisons de confidentialité, les données réelles ont été modifiées.

2.2.1 Les méthodes déterministes

➤ La méthode du coût moyen

La méthode du coût moyen consiste à déterminer le coût moyen par année de survenance d'un côté et le nombre de sinistre à venir de l'autre, le règlement futur est alors le produit des deux termes.

Le coût moyen d'un sinistre est défini comme étant le rapport entre une charge finale estimée de sinistres et un nombre de sinistres. L'idée est d'évaluer le coût moyen des sinistres par exercice de survenance. On considère donc la charge finale estimée (règlements plus provisions dossier par dossier $P_{i,j}$) relative aux sinistres déclarés, par exercice de survenance, et on la note F_i :

$$F_i = C_{i,n-i+1} + P_{i,n-i+1}$$

Le coût moyen par exercice de survenance, π_i , est donc :

$$\pi_i = F_i / M_{i,n-i+1}$$

Par la méthode Chain-Ladder classique (décrite ci-dessous), appliquée aux nombres de sinistres déclarés, on obtient une estimation du nombre total, T_i , de sinistres survenus (connus plus inconnus) par année de survenance. Une évaluation de la PSAP par exercice de survenance, est donc donnée par :

$$R_i = \pi_i \cdot T_i - C_{i,n-i+1}$$

La PSAP est alors obtenue en sommant les PSAP relatives à chaque exercice de survenance considérée :

$$R = \sum_i R_i$$

Le coût moyen utilisé ici est le coût moyen des sinistres déclarés. La méthode du coût moyen ne fait pas de différence entre les coûts moyens des différents types de sinistres (fermés, tardifs, tous confondus, etc...). Empiriquement, on constate que le coût moyen des sinistres tardifs est plus élevé que le coût moyen tous sinistres confondus.

La méthode du coût moyen présentée ici est relativement simple à mettre en place et fournit un ordre de grandeur cohérent des réserves à constituer. L'assureur dispose alors d'un premier élément de comparaison pour valider ou infirmer sa méthode de provisionnement pour les sinistres tardifs. Cependant les résultats fournis par cette méthode varient beaucoup en fonction du coût moyen utilisé. Il est donc important d'avoir une bonne connaissance du coût des différentes classes de sinistres, afin d'utiliser le coût moyen le plus à propos.

➤ La méthode Chain Ladder classique

La méthode de Chain Ladder standard est fondée sur la détermination des link-ratios λ_j , ou coefficients de passage, d'une année de développement j à $j+1$. Les données utilisées sont des règlements annuels par année de survenance et de développement en cumulés.

L'hypothèse sous-jacente du modèle est de supposer que pour $j = 1, \dots, n-1$, les ratios $\frac{C_{i,j+1}}{C_{i,j}}$ sont indépendants de l'année d'origine i .

Le modèle est le suivant :

$$C_{i,j+1} = \lambda_j C_{i,j} \text{ pour } j = 1, \dots, n-1$$

Les coefficients λ_j sont estimés à l'aide des $C_{i,j}$ et $C_{i,j+1}$ pour $j = 1, \dots, n-1$ et $i=1, \dots, n-k$: $\hat{\lambda}_j = \frac{\sum_{i=1}^{n-j} C_{i,j+1}}{\sum_{i=1}^{n-j} C_{i,j}}$

A partir des coefficients de passage estimés, il est alors possible de calculer les montants des provisions, en calculant le montant des sinistres futurs :

$$\hat{C}_{i,j} = (\hat{\lambda}_{n+1-i} \dots \hat{\lambda}_{j-1}) C_{i,n+1-i} \text{ pour } j > n+1-i$$

La provision estimée pour l'année de survenance i est $\hat{R}_i = \hat{C}_{i,n} - C_{i,n-i+1}$
 et le montant de la provision totale estimé est $\hat{R} = \sum_i \hat{R}_i$.

Les résultats des estimations issues de la méthode de Chain Ladder standard sont résumés dans le tableau suivant.

Tableau 7 : les provisions estimées (Chain Ladder standard)

Année	provisions
1993	-
1994	85
1995	156
1996	307
1997	471
1998	883
1999	1 101
2000	1 212
2001	2 135
2002	3 801
2003	6 959
Total	17 111

➤ Test empirique

L'hypothèse sous-jacente du modèle peut être testée empiriquement : si on considère le triangle de développement formé des facteurs $f_{i,j} = \frac{C_{i,j+1}}{C_{i,j}}$ (pour $i+j \leq n$), les éléments de la $j^{\text{ème}}$ colonne doivent être sensiblement constants, pour $j=0, \dots, n-1$.

Sur les données brutes les coefficients de passage d'une année de développement à l'autre sont :

Tableau 8 : Coefficients de passage (des paiements cumulés)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Min	1,907	1,168	1,060	1,032	1,017	1,021	1,008	1,011	1,002	1,009
Max	2,079	1,305	1,140	1,069	1,048	1,046	1,026	1,014	1,098	1,009
lambda _k	1,975	1,229	1,111	1,047	1,030	1,033	1,014	1,013	1,048	1,009

Ce test permet en première approche de confirmer la méthode de Chain Ladder classique.

➤ Des variantes du modèle de Chain Ladder

Il existe des variantes de la méthode de Chain Ladder standard avec :

- une prise en compte l'inflation, en appliquant la méthode sur un triangle de liquidation déflaté où les règlements sont exprimés en euros courants (dans le cas de notre étude, le souci est de savoir quel est le taux d'inflation à prendre en compte, étant donné qu'en

responsabilité civile générale, les règlements dépendent plus de l'évolution de la jurisprudence que de l'indice des prix)

- une introduction de pondérations lors de l'estimation des coefficients de passage pour accorder plus ou moins d'importance aux exercices passés.

$$\hat{\lambda}_j = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n-j} \omega_{i,j}} \sum_{i=1}^{n-j} \omega_{i,j} \frac{C_{i,j+1}}{C_{i,j}}$$

NB : La méthode de Chain Ladder classique correspond au cas particulier $\omega_{i,j} = C_{i,j}$.

La méthode Chain Ladder est probablement la méthode la plus populaire parmi les méthodes d'estimation des PSAP. Les principales raisons de son succès sont sa simplicité et sa facilité de mise en œuvre. Cependant la méthode est déterministe et ne permet pas de connaître la variance des estimations. Sachant que l'estimation des réserves qu'elle fournit pour les années de survenance récentes sont fortement sensibles aux variations des données observées, la mesure du risque d'erreur est d'autant plus important. C'est ce que nous essaierons de palier en étudiant des modèles stochastiques et l'application de la méthode Bootstrap en provisionnement.

2.2.2 La méthode de Mack : une version stochastique de Chain Ladder

➤ Le modèle

Le modèle conditionnel de Mack [1] consiste à réécrire sous forme stochastique le modèle Chain Ladder standard.

Le modèle est :

$$\text{pour tout } i, j = 1, \dots, n : E(C_{i,j+1}) = \lambda_j E(C_{i,j})$$

Les hypothèses du modèle sont :

- H1 : Les paiements cumulés de l'année de développement i ($C_{i,j}$) $_{j=1,\dots,n}$ et ceux de l'année de développement i' ($C_{i',j}$) $_{j=1,\dots,n}$ sont indépendants ($i \neq i'$).
- H2 : L'espérance conditionnelle de $C_{i,j+1}$ sachant le passé ($C_{i,1}, \dots, C_{i,j}$) est liée à la dernière observation à un facteur multiplicatif près $E(C_{i,j+1} | C_{i,1}, \dots, C_{i,j}) = \lambda_j E(C_{i,j} | C_{i,1}, \dots, C_{i,j-1})$
- H3 : $V(C_{i,j+1} | C_{i,1}, \dots, C_{i,j}) = C_{i,j} \sigma_j^2$ pour $i=1, \dots, n$ et $k=1, \dots, n-1$.

➤ L'estimation des paramètres et intervalle de confiance

Mack a montré que le modèle stochastique induit fournit exactement les mêmes montant de charges finales que la méthode standard de Chain Ladder. Les estimateurs $\hat{\lambda}_j$, issus de la méthode de Chain Ladder standard, sont sans biais et non corrélés. Ce qui a permis de montrer que les réserves estimés $\hat{R}_i = \hat{C}_{i,n} - C_{i,n-i+1}$ ($C_{i,n-i+1}$ étant le dernier paiement cumulé observé de l'année de survenance i) sont des estimateurs non biaisés du montant de réserves pour l'année de survenance i défini comme $R_i = C_{i,n} - C_{i,n-i+1}$.

La considération stochastique permet de préciser l'erreur de prévision par l'intermédiaire du calcul de l'erreur moyenne quadratique de l'écart entre la valeur estimée de la provision et sa vraie valeur, défini par $mse(\hat{R}_i) = E((\hat{R}_i - R_i)^2 | C_{i,1}, \dots, C_{i,j})$ et de fournir des estimations d'intervalle de confiance des montants de réserves.

$$mse(\hat{R}_i) \text{ est estimé par } \hat{mse} = \hat{C}_{i,n}^2 \sum_{k=n-i+1}^{n-i} \frac{\hat{\sigma}_k^2}{\hat{\lambda}_k^2} \left(\frac{1}{\hat{C}_{i,k}} + \frac{1}{\sum_{j=1}^{n-k} C_{j,k}} \right),$$

$$\text{où } \begin{cases} \hat{\sigma}_k^2 = \frac{1}{n-k-1} \sum_{i=1}^{n-k} C_{i,k} \left(\frac{C_{i,k+1}}{C_{i,k}} - \hat{\lambda}_k \right)^2, \text{ pour } k=1, \dots, n-2 \\ \hat{\sigma}_{n-1}^2 = \min \left\{ \frac{\hat{\sigma}_{n-2}^4}{\hat{\sigma}_{n-3}^2}, \min(\hat{\sigma}_{n-3}^2, \hat{\sigma}_{n-2}^2) \right\} \end{cases}$$

L'hypothèse H3 est une hypothèse sous-jacente modèle.

Le moyenne des erreurs quadratiques du montant total de provisions $\hat{R} = \hat{R}_2 + \dots + \hat{R}_n$ peut être estimée par

$$\hat{mse}(\hat{R}) = \sum_{i=2}^n \left[mse(\hat{R}_i) + \hat{C}_{i,n} \left(\sum_{j=i+1}^n \hat{C}_{j,n} \right) \sum_{k=n-i+1}^{n-1} \frac{2\hat{\sigma}_k^2}{\hat{\lambda}_k^2} \frac{1}{\sum_{j=1}^{n-k} C_{j,k}} \right]$$

Sous l'hypothèse de normalité du montant des réserves R_i , l'intervalle de confiance (à 95%) du montant de réserves est de la forme :

$$[\hat{R}_i - 1.96s\hat{e}(\hat{R}_i), \hat{R}_i + 1.96s\hat{e}(\hat{R}_i)], \text{ où } s\hat{e}(\hat{R}_i) = \hat{mse}(\hat{R}_i)$$

Sous l'hypothèse que les montants des réserves R_i suivent une loi lognormale, l'intervalle de confiance (à 95%) est alors de la forme :

$$[\exp(m_i - 1.96\sigma_i), \exp(m_i + 1.96\sigma_i)] \text{ où } \begin{cases} m_i = \log(\hat{R}_i) - \sigma_i^2/2 \\ \sigma_i = \log(1 + s\hat{e}(\hat{R}_i)^2 / \hat{R}_i^2) \end{cases}$$

➤ Application

Les MSE ainsi que les intervalles de confiance sont estimés sur la branche RC générale dont les données sont présentées dans la partie 2.1.3. Pour le calcul des intervalles de confiance, les 2 lois présentées ci-dessus ont été utilisées. Les résultats sont résumés dans le tableau suivant :

Tableau 9: Intervalles de confiance des PSAP (Modèle conditionnel de Mack)

Année	Rhat	sê (RiHat)	IC Normal		IC Lognormal	
			borne inf	borne sup	borne inf	borne sup
1994	85	7	72	99	84	87
1995	156	13	130	182	154	159
1996	307	24	260	354	303	311
1997	471	99	278	665	433	512
1998	883	161	567	1 200	828	941
1999	1 101	195	720	1 483	1 036	1 169
2000	1 212	210	800	1 624	1 143	1 284
2001	2 135	349	1 452	2 818	2 027	2 247
2002	3 801	599	2 627	4 976	3 621	3 987
2003	6 959	675	5 635	8 282	6 832	7 087
Totaux	17 111	1 165	14 828	19 394	16 956	17 266

Les intervalles de confiance dans le cas où les montants des réserves suivent une loi log-normale sont plus réduites que les intervalles de confiance dans celui où ils suivent une loi normale.

➤ Test des hypothèses

Le modèle conditionnel de Mack repose sur 3 hypothèses fondamentales H1, H2 et H3⁴. Les 2 premières sont les mêmes que celles du modèle Chain Ladder classique et la troisième, précisant la forme a priori des variances conditionnelles est plus spécifique à Mack. Cette dernière hypothèse est souvent sujet à critique. Son interprétation n'est pas évidente.

Mack formule des tests pour valider les hypothèses de son modèle. Les principes de mise en œuvres de ces tests et les résultats détaillés sont présentés en annexe.

Ces tests sont appliqués pour la branche étudiée et donnent des résultats satisfaisants pour les premières années de développement. Toutefois, il est difficile de préjuger de la fiabilité de ces tests eu égard au faible nombre de données (surtout en fin de période).

2.2.3 L'application des modèles linéaires généralisés (GLM)

Les méthodes d'estimation des provisions pour sinistres à payer basées sur les principes des modèles linéaires généralisés ont été largement développées et adoptées. Les facteurs explicatifs qu'il est possible de prendre en compte sont de 3 types, à savoir les facteurs lignes, les facteurs colonnes et les facteurs diagonaux. Après avoir exposé brièvement les principaux résultats des modèles linéaires généralisés, le modèle log-poisson proposé par Renshaw et Verrall (1994) sera plus détaillé et appliqué. Les variables explicatives du modèle sont les facteurs lignes et les facteurs colonnes.

⁴ cf partie 2.2.2 -> le modèle

➤ Considérations théoriques des GLM

Soient $Y_{i,j}$ ($i, j = 1, \dots, n$) les variables aléatoires réelles « réponses », indépendantes et dont la loi de probabilité appartient à la famille exponentielle, la densité de chaque $Y_{i,j}$ ($i, j = 1, \dots, n$) peut alors s'écrire sous la forme :

$$f(y) = \exp\left\{\frac{y\theta - b(\theta)}{a(\phi)} + c(y, \phi)\right\} \quad (1)$$

où θ est un paramètre réel

$\phi > 0$ est un paramètre d'échelle indépendant de i et de j

b et c sont des fonctions régulières spécifiques de la distribution

La fonction moyenne et la fonction variance de la distribution peuvent s'écrire de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \mu &= E(Y) = b'(\theta) \\ V(Y) &= \phi b''(\theta) = \phi V(\mu) \end{aligned}$$

En résumé, la loi de probabilité de $Y_{i,j}$ dépend des 2 paramètres ϕ et $\mu_{i,j} : Y_{ij} \sim f(y; \mu_{ij}, \phi)$, où le paramètre $\mu_{i,j}$ peut être lié à une forme linéaire systématique par une fonction de lien g (fonction strictement monotone et dérivable) :

$$\begin{aligned} \mu_{i,j} &= g^{-1}(\eta_{i,j}) \\ \text{avec } \eta_{i,j} &= X' \beta + \varepsilon \end{aligned}$$

X désigne la matrice des variables explicatives et β désigne le vecteur des paramètres systématiques. En provisionnement, les paramètres systématiques sont les 3 facteurs ligne, colonne et diagonal.

➤ Le modèle de Renshaw et Verrall

En supposant que les variables $Y_{i,j}$, désignant les règlements de sinistres d'année de survenance i et d'année de développement j , soient indépendantes et suivent une loi de Poisson de paramètres $\mu_{i,j}$, Renshaw et Verrall ont montré que les règlements futurs correspondent exactement à ceux trouvés en utilisant la méthode de Chain Ladder classique.

La loi de poisson de paramètre λ fait partie de la famille exponentielle, sa distribution peut se mettre sous la forme de l'équation (1) :

$$P(Y = y) = e^{(y \ln \lambda - \lambda) + c(y)}, x \in \mathbb{N}$$

D'où $\theta = \ln(\lambda)$, $\phi = 1$, $\mu = E(Y) = \lambda$, $V(\mu) = \mu$.

Dans le cas du provisionnement, la composante non aléatoire est $\eta_{ij} = c + \alpha_i + \beta_j$ avec $\alpha_1 = \beta_1 = 0$ pour éviter les problèmes d'identifiabilité du modèle. α_i est le facteur ligne et β_j est le facteur colonne. La fonction de lien fait le pont entre la composante non aléatoire et la fonction moyenne : $\eta_{ij} = g(\mu_{ij})$. La fonction de lien du modèle de Renshaw et Verrall est la fonction $\ln(\cdot)$.

➤ Estimation des paramètres du modèle et prédiction de la provision totale

L'estimation des paramètres c , α_i et β_j se fait par la maximisation de la fonction de vraisemblance, résoluble numériquement par les algorithmes standards de Newton-Raphson ou du score. La proc `genmod` de SAS permet d'estimer ces paramètres et la matrice de variance-covariance associée à des estimateurs \hat{c} , $\hat{\alpha}_i$ et $\hat{\beta}_j$.

L'estimation de l'espérance $\mu_{i,j}$ de la variable aléatoire $Y_{i,j}$ est alors donnée par l'expression :

$$\hat{\mu}_{i,j} = g^{-1}(\hat{\eta}_{i,j}), \text{ avec } \hat{\eta}_{i,j} = \hat{c} + \hat{\alpha}_i + \hat{\beta}_j.$$

$\hat{\mu}_{i,j}$ est l'estimateur du maximum de vraisemblance (emv) de $\mu_{i,j} = E(Y_{i,j})$.

Si on pose $\hat{Y}_{i,j} = \hat{\mu}_{i,j}$, $g^{-1}(\hat{\eta}_{i,j})$ est alors un prédicteur de $Y_{i,j}$, pour $i + j - 1 > n$.

Les provisions par année de survenance i , $R_i = \sum_{i/i+j-1 > n} Y_{i,j}$, et la provision totale $R = \sum_i R_i$

peuvent être prédites respectivement par :

$$\hat{R}_i = \sum_{i/i+j-1 > n} \hat{Y}_{i,j} = \sum_{i/i+j-1 > n} \hat{\mu}_{i,j}$$

et par $\hat{R} = \sum_i \hat{R}_i = \sum_i \sum_{i/i+j-1 > n} \hat{\mu}_{i,j}$.

➤ Erreur moyenne quadratique de prévision MSEP et intervalle de confiance

Le calcul de l'intervalle de confiance de la provision totale suppose le calcul de l'erreur quadratique moyenne de la prévision définie comme étant $MSEP(R) = E[(\hat{R} - R)^2]$, qui se fait en plusieurs étapes :

- La variance asymptotique $\sigma_{as}^2(\hat{\eta}_{i,j})$ se déduit de la matrice de variance-covariance des estimateurs estimée.

- La fonction de lien $g(\cdot) = \ln(\cdot)$, étant une fonction dérivable à dérivée non nulle, la méthode Delta conduit à la variance asymptotique de $\hat{\mu}_{i,j}$

$$\begin{aligned}\sigma_{as}^2(\hat{\mu}_{i,j}) &= \left[(g^{-1})'(\eta_{i,j}) \right]^2 \sigma_{as}^2(\hat{\eta}_{i,j}) \\ &= \hat{\mu}_{ij}^2 \sigma_{as}^2(\hat{\eta}_{ij}) \quad \text{pour le modèle de Poisson}\end{aligned}$$

- L'erreur quadratique moyenne de prévision de $Y_{i,j}$ pour $i+j-1 > n$ est :

$$\begin{aligned}E(Y_{ij} - \hat{\mu}_{ij})^2 &= \text{var}(Y_{ij}) + \text{var}_{as}(\hat{\mu}_{ij}) \\ &\cong \phi V(\mu_{ij}) + \hat{\mu}_{ij}^2 \text{var}(\hat{\eta}_{ij}) \quad \text{pour le modèle de Poisson}\end{aligned}$$

- La variance asymptotique de l'emv de R_i est :

$$\text{Var}_{as}(\hat{R}_i) = \sum_{j>n-i+1} \text{var}_{as}(\hat{\mu}_{ij}) + 2 \sum_{\substack{j_1>n-i+1, j_2>n-i+1 \\ j_2 \neq j_1}} \text{cov}_{as}(\hat{\mu}_{ij_1}, \hat{\mu}_{ij_2})$$

- L'erreur quadratique moyenne du prédicteur de la provision pour l'année de survenance est :

$$\begin{aligned}E(R_i - \hat{R}_i)^2 &= \text{var}(R_i) + \text{var}_{as}(\hat{R}_i) \\ &\cong \sqrt{\sum_j \phi V(\mu_{ij}) + \sum_j \mu_{ij}^2 \text{var}(\hat{\eta}_{ij}) + 2 \sum_{\substack{j_1, j_2 \\ j_2 > j_1}} \mu_{ij_1} \mu_{ij_2} \text{cov}(\hat{\eta}_{ij_1}, \hat{\eta}_{ij_2})}\end{aligned}$$

- Et enfin, l'erreur quadratique moyenne du prédicteur de la provision totale est

$$\sqrt{E(R - \hat{R})^2} \cong \sqrt{\sum_{i,j} \phi V(\mu_{ij}) + \sum_{i,j} \mu_{ij}^2 \text{var}(\hat{\eta}_{ij}) + \sum_{\substack{i_1, j_1 \\ i_2, j_2 \\ i_1, j_1 \neq i_2, j_2}} \mu_{i_1 j_1} \mu_{i_2 j_2} \text{cov}(\hat{\eta}_{i_1 j_1}, \hat{\eta}_{i_2 j_2})}$$

Il ressort de ces formules que les expressions des erreurs quadratiques moyennes, même asymptotique, donc approchées, sont difficiles à appréhender en pratique. C'est pourquoi la méthode de Bootstrap a souvent été privilégiée pour calculer le risque de prévision et l'intervalle de confiance de la PSAP prédite.

➤ Application du modèle de renshaw et Verrall

Le modèle de renshaw et Verrall peut se résumer ainsi :

$$\begin{cases} Y_{i,j} \text{ indépendants } \forall i, j = 1, \dots, n \\ Y_{i,j} \sim P(\mu_{i,j}), P \text{ désigne la loi de Poisson} \\ \mu_{i,j} = \exp(c + \alpha_i + \beta_j) \\ \alpha_1 = \beta_1 = 0 \end{cases}$$

L'estimation des paramètres à l'aide de l'outil SAS donne les résultats suivants :

Tableau 10 : Estimation des paramètres du modèle Poisson

<i>Estimation</i>	<i>coef</i>	<i>écart-type</i>
Constante c	1,0195	0,6244
surv 1	-0,0211	0,1225
surv 2	-0,1051	0,1238
surv 3	-0,0361	0,1227
surv 4	0,0555	0,1216
surv 5	0,0896	0,1213
surv 6	0,1681	0,1206
surv 7	0,0742	0,1222
surv 8	-0,1678	0,1268
surv 9	-0,0789	0,1269
surv 10	0,0050	0,1288
surv 11	0	
dévlpt 1	3,5363	0,6158
dévlpt 2	3,5106	0,6158
dévlpt 3	2,7415	0,6170
dévlpt 4	2,2231	0,6188
dévlpt 5	1,4659	0,6242
dévlpt 6	1,0669	0,6311
dévlpt 7	1,2020	0,6323
dévlpt 8	0,3918	0,6642
dévlpt 9	0,3009	0,6876
dévlpt 10	-1,3284	1,0554
dévlpt 11	0	

Quand le paramètre d'échelle ϕ n'est pas fixé à 1, comme cela devait l'être dans un modèle de poisson, il est estimé à une valeur supérieure à 1 sur les données originales de la compagnie étudiée. Cela laisse penser qu'il existe un phénomène de sur-dispersion, c'est-à-dire que les variables aléatoires $Y_{i,j}$ ne suivent plus une loi de poisson $P(\mu_{i,j})$ où $V(\mu_{i,j}) = \mu_{i,j}$, mais une loi de poisson sur-dispersée où $V(\mu_{i,j}) = \phi * \mu_{i,j}$. La sur-dispersion ne change en rien la prédiction de la valeur des provisions, mais impacte l'estimation de la variance asymptotiques des estimateurs et par conséquent les intervalles de confiance.

2.2.4 *Le Bootstrap*

Le Bootstrap est une méthode de simulation basée sur le rééchantillonnage des données avec un tirage aléatoire avec remise. Son efficacité a été prouvée dans de nombreux domaines et s'avère être un outil puissant en assurance pour estimer la variabilité des prédictions des estimateurs des paiements futurs ou la distribution empirique des cadences. Il peut être associé à différentes méthodes d'estimation stochastique des provisions, en particulier les modèles GLM.

L'hypothèse fondamentale de l'estimation par bootstrap est que les variables sur lesquelles le rééchantillonnage sera effectué doivent être indépendamment et identiquement distribuées (iid).

En GLM, 2 possibilités de rééchantillonnage sont possibles, l'une concerne directement les observations et l'autre concerne les résidus des estimations. Seule la deuxième possibilité peut être appliquée dans l'estimation des PSAP.

La méthode de Bootstrap impose de choisir un modèle d'estimation des paramètres, de définir l'expression des résidus et de déterminer une méthode de rééchantillonnage.

➤ Les différents types de résidus

Plusieurs types de résidus peuvent être exploités, Pinheiro et al. dans leur papier « Bootstrap methodology in Claim reserving », en proposant quelques-uns parmi lesquels, on peut citer :

- Les résidus de Pearson : $r_{ij}^{(P)} = \frac{y_{ij} - \hat{\mu}_{ij}}{\sqrt{\hat{\text{var}}(Y_{ij})}} = \frac{y_{ij} - \hat{\mu}_{ij}}{\sqrt{\hat{\phi} \hat{V}(\mu_{ij})}}$

Les résidus de Pearson modifiés : $r_{ij}^{(P^*)} = \frac{y_{ij} - \hat{\mu}_{ij}}{\sqrt{\hat{V}(\mu_{ij})}}$, où le paramètre de dispersion a été ignoré.

Ceci est possible dans le sens où $\hat{\phi}$ est une variable constante, ne variant pas d'un règlement estimé à l'autre.

- Les résidus de Pearson standard : $r_{ij}^{(P^{**})} = \frac{r_{ij}^P}{\sqrt{1 - h_{ij}}}$, où h_{ij} est un élément de la

matrice H définie par $H = X(X^T W X)^{-1} X^T W$, W est une matrice diagonale

dont les termes généraux sont $w_{ii} = \left(V(\mu_i) \left(\frac{\partial \eta_i}{\partial \mu_i} \right)^2 \right)^{-1}$.

Les différents types de résidus décrits ci-dessus peuvent être calculés par SAS.

Remarque : Les observations $Y_{1,n}$ et $Y_{n,1}$ sont parfaitement bien estimés par le modèle, les résidus correspondants sont donc nuls. Pinheiro et al. proposent de ne pas tenir compte de ces résidus dans le rééchantillonnage.

➤ Les grandes étapes du bootstrap

Comme ce qui a été évoqué, la méthode bootstrap consiste à choisir un modèle, estimer les résidus (dont les différents types sont rappelés précédemment), rééchantillonner les résidus pour déduire de nouvelles valeurs de $Y_{i,j}$ pour tout i,j tel que $i+j-1 \leq n$, ces valeurs sont appelées des observations bootstrappées. Dans cette partie, sera décrit plus en détail les différentes étapes.

- 1) Estimation du modèle choisi :
 - Estimation des paramètres du modèle, à savoir c, α_i, β_j .
 - Calcul des règlements estimés $\hat{Y}_{i,j}$
 - Déduction des résidus $r_{i,j}$ (nous pouvons choisir par exemple les résidus de Pearson)
- 2) Rééchantillonge des résidus et constitution d'un échantillon bootstrap des observations :
 - Tirage avec remise d'un nouvel échantillon de résidus $\{r_{i,j}^*\}$ à partir de l'échantillon des résidus $\{r_{i,j}\}$ calculé dans la partie 1).
 - Calcul d'un nouvel échantillon des observations $Y_{i,j}^*$, avec $Y_{i,j}^* = \hat{Y}_{i,j} + r_{i,j}^* \sqrt{\hat{Y}_{i,j}}$
 - Estimations paramètres du modèle choisi avec les nouvelles observations $Y_{i,j}^*$.
 - Calcul des variables d'intérêt. Dans le cas d'une étude sur la provision totale la variable d'intérêt est alors la somme des règlements futurs prédits par le modèle $\hat{R} = \sum_{i,j/i+j-1 > n} \hat{y}_{i,j}$

Si B est le nombre de simulation bootstrap, la partie 2) doit alors être répétée B fois.

➤ Estimation des MSEP et intervalle de confiance

Une fois que la simulation Bootstrap terminée, nous avons B échantillons des provisions par année de survenance et de la provision totale, à partir desquels des grandeurs statistiques (distribution empirique, moyenne, écart-type, quartile, intervalle de confiance...) sont déduites.

Par exemple, l'écart-type d'un estimateur $\hat{\mu}$ ($\hat{\mu}$ désigne aussi bien les provisions par année de survenance que la provision totale) se calcule comme suit :

$$SE_b(\hat{\mu}) = \sqrt{\frac{1}{B} \sum_{k=1}^B (\mu_k^* - \hat{\mu})^2} \quad (2)$$

où μ_k^* est la k^e estimateur de μ dans la procédure bootstrap.

Par contre $SE_b(\hat{\mu})$ est un estimateur biaisé de l'erreur standard de prédiction de μ . Ce biais peut être corrigé en utilisant l'expression ci-dessous proposée par England et Verrall [3].

$$SEP_b(\mu) = \sqrt{\hat{\phi}\hat{\mu} + \frac{N}{N-p} (SE_b(\hat{\mu}))^2} \quad (3)$$

où N est le nombre d'observations et p et le nombre de paramètres.

Un intervalle de confiance $[a; b]$ du montant de réserve prédit est calculée telle que $Pr ob(a \leq R < b) = 1 - \alpha \%$, où α est le niveau de seuil d'erreur de première espèce. En utilisant le théorème centrale limite, la distribution de la loi des réserves peut être approximée par une loi normale de moyenne la moyenne estimée et d'écart-type l'erreur standard de prédiction définie par l'équation (3). Pour un seuil de risque de 5%, l'intervalle de confiance des réserves est alors :

$$[\hat{\mu} - 1.96 * SEP_b(\mu); \hat{\mu} + 1.96 * SEP_b(\mu)]$$

➤ Application à un cas concret

Le modèle d'estimation choisi est le modèle poissonien comme Renshaw et Verrall l'ont décrit. L'avantage de ce modèle est sans aucun doute qu'il donne les mêmes résultats que la méthode de Chain Ladder classique qui est une méthode très répandue. Ayant l'estimation de la provision par la méthode déterministe et le calcul de la moyenne des erreurs quadratiques de prévision par le modèle de Poisson étant difficile, la mise en œuvre par le bootstrap semble intéressant pour mesurer la variabilité des prédictions et de construire des intervalles de confiance des provisions par année de survenance d'une part et de la provision totale d'autre part.

Pour rappel, il se met sous la forme suivante :

$$\begin{cases} Y_{i,j} \text{ indépendants } \forall i, j = 1, \dots, n \\ Y_{i,j} \sim P(\mu_{i,j}), P \text{ désigne la loi de Poisson} \\ \mu_{i,j} = \exp(c + \alpha_i + \beta_j) \\ \alpha_1 = \beta_1 = 0 \end{cases}$$

Le type de résidu retenu est le résidu de Pearson modifié, où $r_{ij}^{(P^*)} = \frac{y_{ij} - \hat{\mu}_{ij}}{\sqrt{\hat{V}(\mu_{ij})}}$.

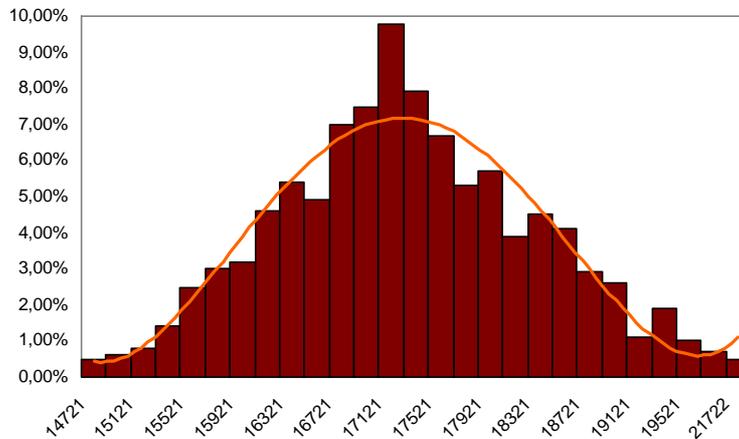
L'implémentation de la procédure de simulation décrite précédemment a été faite sous SAS et le nombre de simulation B est de 1000.

➤ Les résultats

Appliquée aux données modifiées de la compagnie, la distribution estimée de la provision totale⁵ est :

⁵ Les distributions des provisions par année de survenance sont fournies en annexe.

Figure 3 : distribution de la provision totale par bootstrap



De cette distribution estimée par la méthode de bootstrap, il est possible de déduire facilement toutes les statistiques liées à la variabilité de la distribution, à savoir,

- l'écart-type standard de prédiction dont le calcul est exposé précédemment
- les quantiles pour déterminer le niveau de provision à constituer pour que la probabilité d'insuffisance de provision soit inférieure à un niveau $\alpha\%$: $Prob(R > R_\alpha) < \alpha\%$
- et surtout l'intervalle de confiance [a, b] associée à la prédiction de la provision totale : $Prob(a \leq R < b) = 1 - \alpha\%$. Etc...

Tableau 11 : principaux résultats par bootstrap

Année de survivance	Estimation (Chain Ladder)	Ecart-type de prédiction		Quantile 95%		Intervalle de confiance			
						Borne Inf		Borne Sup	
1994	85	56	65%	167	95%	0	0%	195	228%
1995	156	72	46%	254	62%	16	10%	297	190%
1996	307	94	30%	440	43%	124	40%	490	160%
1997	471	108	23%	611	30%	260	55%	683	145%
1998	883	147	17%	1 069	21%	596	67%	1 171	133%
1999	1 101	154	14%	1 291	17%	800	73%	1 402	127%
2000	1 212	156	13%	1 402	16%	906	75%	1 518	125%
2001	2 135	233	11%	2 427	14%	1 678	79%	2 592	121%
2002	3 801	360	9%	4 277	13%	3 096	81%	4 506	119%
2003	6 959	813	12%	8 138	17%	5 366	77%	8 551	123%
Total	17 111	1 320	8%	18 955	11%	14 523	85%	19 698	115%

Le quantile à 95% permet de déduire le montant de provisions à constituer pour que la probabilité d'insuffisance de provision soit inférieure à 5%. Ce montant est de 18 955, soit 11% de plus que la provision estimée par la méthode Chain Ladder.

Les écart-types de prédiction ne sont bien entendu pas négligeable. Sur le montant totale, il représente presque 10 % de l'estimation. Ce qui se traduit par la largeur de l'intervalle de confiance (30 % de l'estimation). Ce dernier est évalué à [14 500 ; 19 700] (soit [85% ; 115%] par rapport à l'estimation par Chain Ladder), avec un seuil de risque de 5%.

3 ANALYSE DE LA SOLVABILITE

Les tests de solvabilité proposés par la réglementation française restent sur une approche déterministe, même si une analyse par scénarii a été introduite ces dernières années. Le but du mémoire est de dépasser ce cadre déterministe afin d'analyser, de façon stochastique, la solvabilité d'une entreprise d'assurance non-vie donnée. L'intérêt majeur du mémoire repose sur la modélisation stochastique de l'Actif et du Passif.

Avant de présenter les critères de solvabilité utilisés, il est important de choisir un modèle stochastique associé à chaque poste à risque du bilan, à savoir les valeurs des placements financiers et l'évaluation des règlements futurs.

3.1 La modélisation Actif-Passif retenue

3.1.1 *Simplification du bilan d'une compagnie d'assurance*

Le bilan d'une compagnie d'assurance non-vie a été simplifié, pour ne modéliser que les principales postes.

Au passif, seuls les PSAP et les fonds propres ont été pris en compte.

A l'actif, seuls les placements financiers ont été modélisés. Ces derniers sont répartis en 2 grandes catégories :

- les titres obligataires (art. R332-19)
- et les titres non-obligataires assimilables à des actions (art. R332-20), qui regroupent à la fois les actions, les OPCVM et des actifs immobiliers.

Vu le nombre important de titres différents possédés par les entreprises d'assurance, il convient de simplifier ce portefeuille en constituant des titres synthétiques selon la répartition réglementaire.

- Les obligations de maturité proche peuvent être synthétisées par un titre obligataire dont les caractéristiques (nominal, taux coupon et maturité) sont déduites des caractéristiques des obligations le constituant.
- Les titres type R332-20 sont synthétisés par nature en 3 titres qui sont le titre synthétique action, le titre synthétique OPCVM et le titre synthétique immobilier. Par cette simplification, il est supposé que tous les actions suivent la même évolution, de même pour les OPCVM et les valeurs immobilières.

La diminution des valeurs de marché est une source de risque non négligeable pour l'entreprise et impacte directement la solvabilité et la performance de celle-ci.

La valeur des obligations dépend essentiellement des taux d'intérêt pratiqués sur le marché. C'est pourquoi, il s'avère important de pouvoir construire des courbes de taux, à partir des modèles

existants. D'autre part la modélisation des taux est également utile en cas de réinvestissements des flux ou d'actualisation.

Les valeurs des 3 titres non-obligataires synthétiques sont corrélées entre elles et suivent un modèle de diffusion empilé. Bien qu'elles puissent également dépendre des taux d'intérêt, cet aspect n'est pas modélisé et constitue une piste d'amélioration possible du modèle.

3.1.2 Modélisation de la courbe de taux

Le modèle de taux choisi pour construire la courbe des taux est le modèle de Vasicek (1997), pour sa simplicité et sa facilité de mise en œuvre. L'inconvénient majeur de ce type de modèle à un facteur est que la probabilité que les taux courts deviennent négatifs (non réaliste) est non nulle. Pour surpasser cet inconvénient d'autres modèles taux sont possibles. On peut citer, à titre d'exemple, le modèle de Cox Ingersoll et Ross CIR (1985), les modèles à 2 facteurs Vasicek généralisés (taux court et taux long), ou les modèles de marché tels que Heath-Jarrow-Morton HJM (1990).

Dans le modèle de Vasicek, la déformation de la structure des taux d'intérêt s'explique par le taux « spot » (taux court instantané) qui suit une diffusion de type Ornstein-Uhlenbeck :

$$dr_t = a(b - r_t)dt + \sigma dZ_t$$

Avec : r_t est le taux d'intérêt continu instantané
 b tendance autour de laquelle oscille le taux spot
 a intensité de la force de rappel sur la tendance
 σ volatilité instantanée supposée constante
 Z_t mouvement brownien standard

La solution de l'équation différentielle stochastique ci-dessus a pour solution :

$$r_t = r_0 \cdot e^{-at} + b(1 - e^{-at}) - \sigma \int_0^t e^{-a(t-s)} dZ_s$$

Le processus de taux est un mouvement brownien.

La variable $\left(\int_t^T r_s ds \right)_t$, représentant le taux d'intérêt entre l'instant t et le moment T est une variable gaussienne de moyenne :

$$m(t, T) = b(T - t) + (r_t - b) \frac{1 - e^{-a(T-t)}}{a(T - t)}$$

et de variance :

$$\sigma^{\epsilon}(t, T) = \frac{\sigma^2}{2a^3} (1 - e^{-a(T-t)})^{\epsilon} + \frac{\sigma^2}{a^3} (T - t) (1 - e^{-a(T-t)})$$

Par Absence d'Opportunité d'Arbitrage, le prix en t d'un euro en T est

$$B(t, T) = E_Q(e^{-\int_t^T r_s ds} / F_t) = e^{-m(t, T) + 1/2 \sigma^{\epsilon}(t, T)} \quad (4)$$

Le taux zéro coupon $R(0,T)$ à l'instant 0 et de maturité T peut alors se déduire en égalisant le prix du zéro coupon déduit du taux zéro coupon, qui est $B(0,T)=e^{-T*R(0,T)}$, et son prix zéro coupon par AOA, donné par l'expression ci-dessus. La forme fonctionnelle du taux zéro coupon est :

$$R(0,T) = R_{\infty} - SG_1(T) + \gamma G_2(T)$$

$$\text{avec } G_1(T) = \frac{(1 - e^{-aT})}{aT}$$

$$G_2(T) = \frac{(1 - e^{-aT})^2}{4aT}$$

a est un paramètre d'échelle,

$R_{\infty} = b - \sigma^2 / 2a$ est interprété comme le taux long, supposé constant

S est le spread entre le taux long et le taux court

$\gamma = \frac{\sigma^2}{a^2}$ correspond à une courbure

La simulation des courbes de taux a 2 buts, d'une part elle est utile dans le calcul des valeurs actuelles probables de l'Actif et du Passif dont une définition sera donnée plus loin dans le mémoire et d'autre part, elle sera utilisée pour calculer le prix des obligations à différentes dates dans le futur.

3.1.3 Modélisation des obligations

En considérant qu'une obligation est une somme de zéro-coupons de maturité adéquate, le prix d'une obligation peut se déduire facilement de la courbe des taux.

Soit une obligation de nominal N, arrivant à maturité en T et de taux coupon c%, son prix théorique à l'instant t, déduit de la courbe des taux en vigueur à t est :

$$P_t^{oblig} = N * \left(c \sum_{i=1}^T B(t,i) + B(t,T) \right)$$

Rappelons que les obligations classiques délivrent des flux non aléatoires (coupon et remboursement du nominal) dans le futur.

3.1.4 Modélisation de l'évolution du prix des titres R332-20

Les actifs de type R332-20 sont représentés par les 3 actifs synthétiques d'action, d'OPCVM et de l'immobilier. Les évolutions des prix des 3 titres sont corrélées et suivent une équation de diffusion empilée.

Dans un premier temps, la part des différents actifs reste constant au cours du temps, pour simplifier, la réallocation optimale entre actif, à chaque date, n'est pas modélisé.

Le rendement de chaque titre i sera représenté en utilisant un modèle de diffusion simple à paramètres constants, analogue à celui utilisé pour déterminer l'évolution du prix du sous-jacent dans le modèle de Black et Scholes. L'évolution du prix de chaque actif est alors décrite par l'équation :

$$\frac{dP_t^i}{P_t^i} = \mu^i dt + \sigma^i dZ_t^i \quad (5)$$

où (Z_t^i) est un mouvement brownien standard.

L'équation différentielle (2) admet une solution dont la forme explicite est la suivante :

$$P_t^i = P_0^i \cdot \exp \left[\left(\mu^i - \frac{(\sigma^i)^2}{2} \right) t + \sigma^i Z_t^i \right]$$

Dans le modèle utilisé, les mouvements browniens sont corrélés afin de refléter le fait que les évolutions des prix des actifs sur le marché ne sont pas indépendantes. On peut décliner l'équation différentielle (5) pour les différentes catégories de titres représentées et constituer ainsi un modèle de diffusion empilé à paramètres constants :

$$\begin{aligned} \frac{dP_t^{Action}}{P_t^{Action}} &= \mu^{Action} dt + \sigma^{Action} dZ_t^{Action} \\ \frac{dP_t^{OPCVM}}{P_t^{OPCVM}} &= \mu^{OPCVM} dt + \sigma^{OPCVM} dZ_t^{OPCVM} \\ \frac{dP_t^{immobilier}}{P_t^{immobilier}} &= \mu^{immobilier} dt + \sigma^{immobilier} dZ_t^{immobilier} \end{aligned}$$

On mènera la simulation en discrétisant les équations de diffusion de la façon suivante :

$$\frac{P_{t+\Delta t} - P_t}{P_t} = \mu \cdot \Delta t + \sigma \cdot \Delta Z_t \quad (6)$$

où Z_t suit une loi normale centrée de variance Δt .

Si $\Delta t = 1$ an, on obtient d'après l'équation (3) :

$$\begin{pmatrix} \frac{P_{t+1}^{Action} - P_t^{Action}}{P_t^{Action}} \\ \frac{P_{t+1}^{OPCVM} - P_t^{OPCVM}}{P_t^{OPCVM}} \\ \frac{P_{t+1}^{immobilier} - P_t^{immobilier}}{P_t^{immobilier}} \end{pmatrix} = \mu + N(0, \Sigma) \quad (7)$$

$$\text{où } \mu = \begin{pmatrix} \mu^{Action} \\ \mu^{OPCVM} \\ \mu^{immobilier} \end{pmatrix}$$

$$\text{et } \Sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{Action}^2 & \sigma_{OPCVM,Action} & \sigma_{immobilier,Action} \\ \sigma_{OPCVM,Action} & \sigma_{OPCVM}^2 & \sigma_{immobilier,OPCVM} \\ \sigma_{immobilier,Action} & \sigma_{OPCVM,immobilier} & \sigma_{immobilier}^2 \end{pmatrix}$$

Les paramètres μ et Σ peuvent être estimés en utilisant des valeurs empiriques de marché. Ce que nous ne ferions pas. Il est en effet très difficile de choisir les données adéquates pour estimer les paramètres, en particulier la volatilité. En fonction du type des données considérées, de la période dans laquelle sont extraites les données et de la fréquence des données prises, les valeurs estimées des paramètres peuvent être très différentes, C'est pourquoi, l'option retenue est de choisir des paramètres qui nous semblent a priori justes.

3.1.5 Modélisation du passif

L'étude sur le calcul des provisions pour sinistres à payer (PSAP) et sur les erreurs standards de prédiction de la partie 2. a montré qu'estimer la provision totale par la somme des règlements futurs prédits, le prédicteur étant l'espérance estimée, présente un certain risque. La variabilité de la prévision mesurée par l'erreur quadratique moyenne n'est pas négligeable. Il est par conséquent important dans l'analyse de la solvabilité stochastique de modéliser stochastiquement les prestations de sinistres.

La distribution qui a été adoptée pour modéliser les prestations futures est la distribution de Poisson, présentée dans la partie 2 : pour tout i, j tel que $i+j-1 > n$,

$$Y_{i,j} \sim P(\exp(\hat{c} + \hat{\alpha}_i + \hat{\beta}_j)).$$

Les paramètres estimés étant ceux du modèle de Renshaw et Verrall, présentés dans le tableau 8 (Estimation des paramètres dans le modèle de Poisson).

Maintenant que la modélisation stochastique de l'actif et du passif est fixé, nous sommes plus à même de parler des critères d'analyse de solvabilité.

3.2 Approche par la probabilité de « ruine » et simulation

Par une approche de probabilité de ruine, qui sera défini ultérieurement, nous souhaitons déterminer le niveau de fonds propres minimal pour que la probabilité de ruine soit négligeable.

3.2.1 Définitions et calculs des valeurs actuelles probables

Economiquement parlant, l'actif d'une entreprise d'assurance est caractérisé par un ensemble de flux positifs qui correspondent aux revenus dégagés par les actifs du portefeuille des placements et le passif par un ensemble de flux négatifs qui correspondent aux prestations futures.

Les flux de l'actif proviennent des 2 types d'actifs synthétiques présentés précédemment.

- les actifs obligataires type R332-19 délivrent des coupons et remboursent le nominal quand le titre arrive à échéance. Ces flux financiers sont connus par l'assureur en 0.
- les autres actifs type R332-20 délivrent des revenus, que nous pouvons appeler communément dividendes, qui ne sont pas connus à l'instant 0. Pour simplifier, nous supposons que l'aléa sur les dividendes provient de l'aléa sur l'évolution des prix des titres, les dividendes étant une fraction fixe du prix des actifs :

$$dividende_i = \text{Prix}_i * \text{taux_dividende}^i$$

Les flux du passif sont les règlements de sinistres futurs qui suivent une loi de Poisson, auxquels on ajoute des frais de gestion. Les flux de l'année t , notés S_t , sont la somme de tous les règlements d'année de survenance i et d'année de développement j pour lesquels $i+j-1=t$, multiplié par le taux de frais de gestion, auxquelles s'ajoutent des frais d'administration.

$$S_t = \left(\sum_{i+j-1=t} Y_{i,j} \right) * (1 + \text{tx_gestion}) + \text{frais_administration}$$

Dans l'approche adoptée, on évalue l'actif par la valeur actuelle probable (VAP) des flux de l'actif et le passif par la valeur actuelle probable des flux du passif. Pour pouvoir comparer les 2 valeurs, il faut qu'elles aient la même maturité, c'est pourquoi la définition de la VAP a été légèrement modifiée par rapport à sa définition habituelle.

Définition du VAP :

On se fixe un horizon T , soit $(F_t)_{t \leq T}$ un ensemble de flux du passif, la valeur actuelle du passif est alors :

$$VAP(Passif) = \sum_{t=1}^T F_t * \frac{B(0,T)}{B(t,T-t)}$$

où $B(t,T-t)$ est le prix du zéro-coupon en t pour une maturité $T-t$ dont le nominal est 1.

La même règle est utilisée pour calculer la VAP(Actif)

Remarquons que l'approche par les VAP choisie suppose implicitement que les flux futurs qu'ils proviennent de l'actif ou du passif, sont réinvestis automatiquement sur des zéro-coupons de date d'échéance T .

3.2.2 définition de la probabilité d'insolvabilité

La valeur estimative de l'actif, à un horizon T, est la valeur actuelle probable (VAP) des flux de l'actif, et celle du passif est la VAP des flux du passif, la VAP étant définie dans la partie 3.2.1. Pour que l'entreprise d'assurance soit solvable, il faut qu'elle ait assez de ressources pour payer les prestations futures, ce qui signifie que la marge actif/passif définie comme étant la différence entre la VAP de l'actif et la VAP du passif peut être couverte par les fonds propres initiaux.

Nous cherchons à déterminer le niveau de fonds propres initiaux FP que doit posséder l'entreprise pour qu'elle reste solvable dans $1-x\%$ des cas. Ce qui est équivalent à chercher le niveau des fonds propres initiaux tel que la probabilité d'insolvabilité soit inférieure à un seuil $x\%$ donné :

$$\text{Proba} (VAP[\text{Actif}] - VAP[\text{Passif}] < -FP) < x\%$$

Cette définition de la solvabilité s'apparente à la définition de la VaR⁶ : il s'agit bien du montant de perte potentielle qui ne sera pas dépassé dans $x\%$ des cas.

$$\text{Proba} (VAP[\text{Passif}] - VAP[\text{Actif}] > -FP) = x\%$$

3.2.3 Simulation des trajectoires

Les modélisations stochastiques de l'actif, du passif et des courbes de taux étant posées, l'indicateur de solvabilité étant défini, la simulation, type Monte Carlo, des trajectoires de la marge Actif-Passif (différence entre la VAP(Actif) et la VAP(passif)) peut être mise en place.

Lors de la construction de l'outil informatique, sous VBA d'Excel, servant à faire des simulations de la marge actif/passif, une hypothèse simplificatrice a été faite. On considère que tous les flux tombent à la date d'inventaire. Cette hypothèse a pour but de nous éviter de faire des calculs avec un pas journalier qui ralentirait énormément le programme, sachant que l'horizon de temps choisi est au moins égal à 10 ans.

Cette simulation se fait en plusieurs étapes, à savoir la simulation des conditions économiques, la simulation des différents flux (actif et passif), le calcul des valeurs actuelles probables (actif, passif et de la marge actif/passif).

Dans un premier temps, les conditions de marché sont simulées, elles concernent :

- Les courbes des taux à toutes les dates jusqu'à l'horizon T⁷

⁶ Soit P une fonction de perte potentielle aléatoire, le VaR est défini tel que $\text{Proba} (P > VaR) = x\%$.

⁷ Les taux courts, qui sont le seul facteur explicatif des taux zéro-coupon, sont simulés dans un premier temps. La discrétisation exacte de l'équation de diffusion du taux court

$$dr_t = a(b - r_t)dt + \sigma dZ_t$$

dans le modèle de Vasicek est :

$$r_{t+\delta} = r_t e^{-a\delta} + b(1 - e^{-a\delta}) + \delta \sqrt{\frac{1 - e^{-2a\delta}}{2a}} \varepsilon$$

où ε est une variable aléatoire de loi normale centrée réduite, δ est le pas de discrétisation retenu

Les prix zéro-coupons sont calculés selon la formule décrite par l'équation (4)

- L'évolution du marché des actions, des OPCVM et de l'immobilier⁸

Dans un second temps, les flux sont simulés et pour chaque simulation la valeur actuelle probable définie dans la partie 3.2.1 est calculé à partir des courbes de taux simulés dans l'étape 1.

- Les flux futurs des obligations sont connus en 0, mais leur valeur actuelle probable est aléatoire dans le sens où elle est calculée à partir des taux d'intérêt aléatoires.
- Les dividendes à la date t du titre k correspondent au prix du titre i simulé dans l'étape 1 multiplié par le taux de dividende du titre i .
- Pour chaque simulation, le triangle inférieur du tableau des règlements $Y_{i,j}$ est simulé, chaque règlement futur est une variable aléatoire suivant une loi de poisson dont la moyenne est estimée par un modèle de Poisson (cf tableau 8). Les flux du passif à la date t est $St = \left(\sum_{i+j-1=t} Y_{i,j} \right) * (1+tx_gestion)$.

Enfin, la marge Actif-Passif « économique » (MAP) est calculée pour chaque simulation.

$$MAP = VAP(Obligation) + VAP(titres R334-20) - VAP(sinistes)$$

Avec 10 000 simulations, la distribution de la VAP(MAP) peut être construite, avec laquelle on peut déterminer le niveau des fonds propres initial pour rester solvable dans 99% des cas, la variance de la marge Actif-Passif « économique »

L'application de l'approche par la probabilité d'insolvabilité est appliqué à un portefeuille simplifié de la société étudiée.

3.2.4 Application à un portefeuille simplifié

➤ Le portefeuille étudié

Les garanties principales proposées par la compagnie étudiée sont les risques de responsabilités civiles générales, elles représentent 90% des risques. Sur ce périmètre, le bilan, réduit à sa plus simple expression, peut être simplifié comme suit :

⁸ La discrétisation de l'équation de diffusion empilée de l'évolution des 3 actifs non-obligataires est :

$$Rdt_t = \mu + N(0, \Sigma) \text{ où } Rdt_t \text{ est le vecteur de rendement des 3 titres (cf équation (7))}$$

La simulation d'un vecteur aléatoire suivant une loi normale $N(0, \Sigma)$, se fait en plusieurs étapes :

- simuler d'abord 3 variables aléatoires suivant chacune une loi normale centrée réduite, le vecteur X constitué par ces 3 variables aléatoires suit une loi normale $N(0, I_3)$, où I_3 est une matrice diagonale de dimension 3
- utiliser la propriété suivante : $Y = AX \sim N(0, \Sigma)$ où A est une matrice telle que $\Sigma = AA'$, A peut être calculé en utilisant la décomposition de Cholesky (si M est une matrice symétrique définie positive, alors il existe une matrice A telle que $M=AA'$).

Tableau 11 : version simplifiée du bilan de l'entreprise

ACTIF		PASSIF	
Placements	35 000	Fonds Propres	16 000
Obligation	21 500		
Action	1 000		
OPCVM	11 000	PSAP	19 000
Immobilier	1 500		
TOTAL	35 000	TOTAL	35 000

Les valeurs comptables ci-dessus sont déduites du portefeuille réel de la compagnie. Le montant de PSAP est obtenu par la méthode de Chain Ladder (il ne correspond pas au montant de PSAP comptable). Les titres financiers sont représentés par des titres synthétiques.

Les titres que nous considérons sont :

- les 3 titres non-obligataires (Action, OPCVM et immobilier) évoqués dans la partie 3.1.1 (leur valeur comptable et leur valeur de marché sont la somme des valeurs comptables et de marché des actifs de chaque type)
- Un ensemble d'obligations synthétiques (7 au total) de maturité différente, dont les caractéristiques sont déduites en calant les flux futurs réels du portefeuille.

Les paramètres des modèles financiers (modèle de taux et modèle Black & Scholes) ne sont pas estimés dans le cadre de ce mémoire. Pour l'étude du scénario central, ils sont issus soit des études précédentes soit du bon sens. L'ensemble des paramètres du model est fourni en annexe.

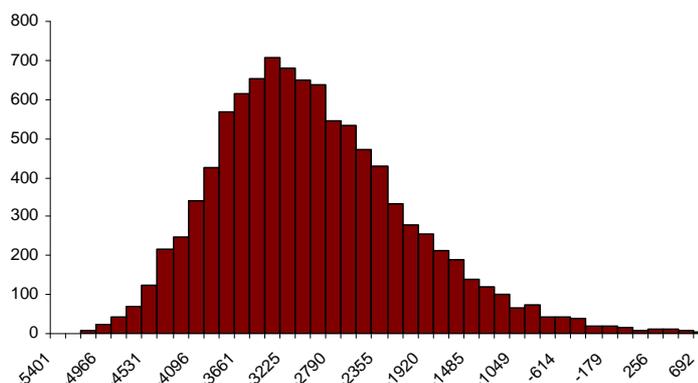
➤ Les résultats du scénario central

Le nombre de simulation choisi est de 10 000. Généralement dans des simulations type Monte Carlo, le nombre minimum de simulations nécessaire pour que les résultats soient stables est de 5000. Puisque le temps de simulation du programme n'est pas exorbitant, il semble plus prudent de prendre 10 000 simulations.

L'horizon de simulation est de 15 ans.

Le résultat principal de la simulation du scénario centrale est la distribution de la marge Actif-Passif qui se présente comme suit :

Figure 4 : distribution empirique de la marge Actif/Passif



Dans le cas où le montant de PSAP comptable est égal au montant de PSAP estimé par chain ladder auquel est ajoutée la provision pour frais de gestion et que ces mêmes provisions sont représentées à l'actif par de placement, le niveau de fonds propres que doit détenir l'entreprise est de 4 750, soit près de 45% des prestations payées l'année comptable précédente, pour qu'elle reste solvable dans 99% des cas. Ce niveau est largement supérieur à la marge de solvabilité exigée par la réglementation (elle est au maximum égale à 26% de la moyenne des prestations des 3 dernières années). Ce constat amène à 2 conclusions : l'estimation par la méthode de Chain Ladder qui repose sur une approche par la moyenne présente un caractère insuffisant et l'exigence marge de solvabilité est sans doute trop basse.

3.2.5 Tests de sensibilité

- Le niveau des PSAP comptables, pour un même risque de sinistralité

Le niveau du fonds propre à mobiliser dépend beaucoup du montant de PSAP comptabilisé par rapport à sa valeur estimée, par Chain Ladder par exemple. Le tableau suivant récapitule le niveau de fonds propres à constituer (seuil de la probabilité de ruine fixé à 1%) :

Tableau 12 : sensibilité au niveau de PSAP comptables

PSAP comptables/ PSAP estimées	Fonds propres à 1%	En % des règlements 2003
-10%	6110	57%
centrale : 0%	4750	44%
10%	3368	31%
20%	1976	18%

- Sensibilité par rapport au niveau des frais

Deux types de frais ont été modélisés : les frais de gestion des sinistres et les frais d'administration. Il est évident que des variations de frais répercutent sur le niveau des fonds propres.

Tableau 13 : sensibilité aux frais de gestion ou d'administration

frais de gestion	frais d'adm	Fonds propres à 1%	En % des règlements 2003
6%	200	3971	37%
11%	200	4750	44%
	500	6502	61%
16%	200	6667	62%

Le modèle d'estimation du niveau des fonds propres à détenir est également sensible aux paramètres des modèles d'évaluation d'actifs financiers type R332-20, puisqu'elles conditionnent le montant des flux de l'actif dans le futur.

3.3 Limites et perspectives

L'approche retenue dans le cadre du modèle repose sur un certain nombre d'hypothèses fortes, liées notamment au choix des variables aléatoires et des lois de probabilité à savoir :

- le modèle d'évaluation des actifs financiers type action (problème de calibrage et de robustesse du modèle sur longues périodes)
- le modèle d'évolution des taux d'intérêt par un processus de Vasicek, qui fournit parfois des taux d'intérêt négatifs
- la non prise en compte de l'inflation en tant que variable aléatoire explicative (modèles d'actif et de passif). Le modèle de Wilkie (1995) pourrait servir de base à la modélisation de l'inflation, mais celui-ci a pour objet l'évolution de l'indice des prix. Si l'inflation monétaire est un facteur important pour la branche responsabilité civile automobile, le lien est moins direct pour la branche responsabilité civile générale dont les montants de prestations dépendent beaucoup de l'évolution de la jurisprudence.
- l'hypothèse de développement des sinistres inférieur à 11 ans. Compte tenu du manque d'historique des sinistres, cette limite peut être résolue en prolongeant les règlements par une courbe de Hoerl.

Par ailleurs, l'optique retenue (optique de run-off) ne propose pas une vision exhaustive de la situation comptable de l'entreprise et des contraintes comptables sous-jacentes. La réassurance n'a pas non plus été modélisée dans le cadre du mémoire pour des raisons de délais.

Les prochaines étapes du mémoire seront de poursuivre les pistes d'amélioration évoquées ci-dessus en se dirigeant vers une analyse type DFA (Dynamic Financial Analysis⁹).

⁹ Cf Kaufmann R., Gadmer A., Klett R. (2001), *introduction to dynamic financial analysis*.

Conclusion :

Les assureurs sont à la recherche des techniques qui leur permettent d'évaluer leur niveau de provisionnement et de garantir leur solvabilité.

Les méthodes déterministes ne permettent pas d'appréhender l'erreur d'estimation des provisions, leur emploi prive donc les assureurs d'une mesure du risque, utile au pilotage de leur activité. C'est pourtant à ces méthodes que les compagnies d'assurance ont le plus recours, car elles sont faciles à mettre en œuvre.

L'utilisation de méthodes stochastiques pour déterminer le niveau de provision, s'il ne permet pas toujours de réduire la charge du provisionnement, apporte néanmoins une information sur le risque inhérent au niveau de dotation retenu. L'utilisation de ces techniques révèle en particulier que le calcul des provisions par la méthode de Chain Ladder, qui est une estimation par la moyenne, conduit à une dotation parfois peu prudent. Si l'on peut associer une distribution aux règlements des sinistres, une détermination de la provision à l'aide des quantiles se révèle plus appropriée. C'est pour cette raison que l'approche stochastique est au cœur des discussions relatives à la refonte au niveau européen des indicateurs de solvabilité des entreprises d'assurance.

L'utilisation de méthodes stochastiques permet de mettre en place des projections des flux générés par l'actif (réduit aux placements) et le passif (réduit aux PSAP) du bilan de l'entreprise, et ainsi de déterminer le niveau de fonds propres nécessaire à la garantie de la pérennité de la compagnie.

L'étude dans ce cadre simplifié révèle que le niveau de fonds propres nécessaires est parfois supérieur à la marge de solvabilité exigée par les autorités de tutelle. On pourrait alors penser que cette marge est insuffisante pour assurer la solvabilité effective des compagnies d'assurance. Ce constat reflète l'avis du régulateur qui a décidé de réviser à la hausse ses exigences.

Les résultats de l'étude doivent toutefois être tempérés par les hypothèses qui ont été retenues dans le modèle, et par l'extrême simplicité du cadre d'analyse. On peut notamment citer la fixation arbitraire des paramètres d'évaluation des actifs et la non prise en compte de la réassurance, qui est pourtant un facteur clé de la réduction de probabilité de ruine.

La pertinence du modèle pourrait être renforcée par la prise en compte de l'inflation, de décision de rélocation des actifs, et de l'adjonction de nouveaux contrats au portefeuille de l'entreprise. L'intégration de ces nouveaux paramètres pourrait conduire à mettre en place une véritable modélisation dynamique et stochastique d'un bilan plus détaillé de l'entreprise.

BIBLIOGRAPHIE

Articles :

- [1] Mack, T. (1993) *Distribution-free calculation of the standard error of chain Ladder reserve estimates.*
- [2] Renshaw et Verrall (1994 et 1998) *A stochastic model underlying the chain ladder technique.*
- [3] England P. et Varrall R. , (1999) *Analytic and bootstrap estimates of prediction errors in claim reserving.*
- [4] Mack T. et Venter G (2000) *A comparison of stochastic models that produce chain Ladder reserve estimate.*
- [5] Mack T. (1994) *Which stochastic model is underlying the chain model?*
- [6] Pinheiro, Andrade e Silva et Centeno, (2003) *Bootstrap methodology in Claim Reserving*
- [7] Schmidt (2002) *A note on the overdispersed Poisson family*
- [8] Verrall (2000) *An investigation into stochastic claims reserving models and the chain-ladder technique*

Livres :

- [9] Tosetti A., Béhar T., Fromenteau M. et Ménart S. (2000) *assurance : réglementation, comptabilité, actuariat* Dunod
- [10] Jackson M., Staunton M., (2001) *Advanced modelling in finance using Excel and VBA* Wiley Finance

Cours :

- [11] A. Charpentier et F. Bucchini (2004) *Actuariat de l'assurance dommages* ENSAE
- [12] Priaulet (2004) *Courbes des taux* ENSAE

Mémoires :

- [13] C. Dutey et V. Leflaive (2000) *Mesure du risque d'illiquidité et d'insuffisance de marge de bilan d'Axa Global Risk* ENSAE
- [14] L. Fargeon et K. Nissan (2003) *Recherche d'un modèle actuariel d'analyse dynamique de la solvabilité d'un portefeuille de rentes viagères* ENSAE
- [15] M. Laboureau et J. Brochard (1998) *Estimation du risque lié au calcul des réserves* ENSAE
- [16] E. Châles et A. Givry (2003) *Quelle forme donner à l'exigence de marge de solvabilité européenne ?* ENSAE

ANNEXES

Annexe 1 : articles extraits du code des assurances

Article R331-1

(Décret n° 91-603 du 27 juin 1991 art. 17 Journal Officiel du 28 juin 1991)

Les engagements réglementés dont les entreprises mentionnées à l'article L. 310-1 doivent, à toute époque, être en mesure de justifier l'évaluation sont les suivants :

1° Les provisions techniques suffisantes pour le règlement intégral de leurs engagements vis-à-vis des assurés ou bénéficiaires de contrats ;

2° Les postes du passif correspondant aux autres créances privilégiées ;

3° Les dépôts de garantie des agents, des assurés et des tiers, s'il y a lieu ;

4° Une réserve d'amortissement des emprunts ;

5° Une provision de prévoyance en faveur des employés et agents destinée à faire face aux engagements pris par l'entreprise envers son personnel et ses collaborateurs.

Les provisions techniques mentionnées au 1° du présent article sont calculées, sans déduction des réassurances cédées à des entreprises agréées ou non, dans les conditions déterminées par décret en Conseil d'Etat.

La provision mentionnée au 5° du présent article est calculée dans les conditions fixées par décret.

Article R331-6 :

(Décret n° 91-398 du 25 avril 1991 art. 1 Journal Officiel du 27 avril 1991)

(Décret n° 91-603 du 27 juin 1991 art. 17, art. 18 Journal Officiel du 28 juin 1991)

(Décret n° 94-481 du 8 juin 1994 art. 6 III Journal Officiel du 11 juin 1994 en vigueur le 1er janvier 1995)

(Décret n° 94-635 du 25 juillet 1994 art. 12 III Journal Officiel du 26 juillet 1994)

(Décret n° 95-153 du 7 février 1995 art. 1 II, art. 2 I Journal Officiel du 14 février 1995)

(Décret n° 2001-1280 du 28 décembre 2001 art. 1 I et II Journal Officiel du 29 décembre 2001)

(Décret n° 2003-1236 du 22 décembre 2003 art. 3 Journal Officiel du 24 décembre 2003)

Les provisions techniques correspondant aux autres opérations d'assurance sont les suivantes :

1° Provision mathématique des rentes : valeur actuelle des engagements de l'entreprise en ce qui concerne les rentes et accessoires de rentes mis à sa charge ;

2° Provision pour primes non acquises : provision, calculée selon les méthodes fixées par arrêté du ministre de l'économie, destinée à constater, pour l'ensemble des contrats en cours, la part des primes émises et des primes restant à émettre se rapportant à la période comprise entre la date de l'inventaire et la date de la prochaine échéance de prime ou, à défaut, du terme du contrat ;

2° bis Provision pour risques en cours : provision, calculée selon les méthodes fixées par arrêté du ministre de l'économie, destinée à couvrir, pour l'ensemble des contrats en cours, la charge des sinistres et des frais afférents aux contrats, pour la période s'écoulant

entre la date de l'inventaire et la date de la première échéance de prime pouvant donner lieu à révision de la prime par l'assureur ou, à défaut, entre la date de l'inventaire et le terme du contrat, pour la part de ce coût qui n'est pas couverte par la provision pour primes non acquises ;

3° Réserve de capitalisation : réserve destinée à parer à la dépréciation des valeurs comprises dans l'actif de l'entreprise et à la diminution de leur revenu ;

4° Provision pour sinistres à payer : valeur estimative des dépenses en principal et en frais, tant internes qu'externes, nécessaires au règlement de tous les sinistres survenus et non payés, y compris les capitaux constitutifs des rentes non encore mises à la charge de l'entreprise ;

5° Provision pour risques croissants : provision pouvant être exigée, dans les conditions fixées par le décret prévu à l'avant-dernier alinéa de l'article R. 331-1, pour les opérations d'assurance contre les risques de maladie et d'invalidité et égale à la différence des valeurs actuelles des engagements respectivement pris par l'assureur et par les assurés ;

6° Provision pour égalisation :

a) Provision destinée à faire face aux charges exceptionnelles afférentes aux opérations garantissant les risques dus à des éléments naturels, le risque atomique, les risques de responsabilité civile dus à la pollution, les risques spatiaux, les risques liés au transport aérien, et les risques liés aux attentats et au terrorisme, et calculée dans les conditions fixées par l'article 2 de la loi n° 74-1114 du 27 décembre 1974, par le décret n° 75-768 du 13 août 1975, le décret n° 86-741 du 14 mai 1986 et l'article 39 quinquies G du code général des impôts. Toutefois, pour la détermination du bénéfice technique annuel pris en compte pour le calcul de la dotation annuelle de la provision pour les risques liés aux attentats et au terrorisme prévue à l'article 39 quinquies G du code général des impôts et pour la détermination de la limite du montant global de cette provision prévue à cet article, les primes pour attentat et terrorisme pour chacun des deux exercices 2001 et 2002 ne pourront excéder 3,75 % des primes émises au titre des dommages aux biens correspondant aux branches 8 et 9 de l'article R. 321-1 et agrégées dans les conditions définies à l'article A. 341-1.

b) Provision destinée à compenser en assurance-crédit la perte technique éventuelle apparaissant à la fin de l'exercice, et calculée dans les conditions fixées à l'article R. 331-33.

c) Provision destinée à faire face aux fluctuations de sinistralité afférentes aux opérations d'assurance de groupe contre les risques de dommages corporels.

7° Provision mathématique des réassurances : provision à constituer par les entreprises mentionnées aux 2° et 3° de l'article L. 310-1 qui acceptent en réassurance des risques cédés par des entreprises d'assurance sur la vie ou d'assurance nuptialité-natalité et égale à la différence entre les valeurs actuelles des engagements respectivement pris l'un envers l'autre par le réassureur et le cédant ;

8° Provision pour risque d'exigibilité : provision destinée à faire face aux engagements dans le cas de moins-value de l'ensemble des actifs mentionnés à l'article R. 332-20. La provision à constituer est calculée dans les conditions définies au I de l'article R. 331-5-1.

Article R332-1

1. Les engagements réglementés mentionnés à l'article R. 331-1 doivent, à toute époque, être représentés par des actifs équivalents.

2. Les engagements pris dans une monnaie doivent être couverts par des actifs congruents, c'est-à-dire libellés ou réalisables dans cette monnaie.

3. Les actifs mentionnés au 1 doivent être localisés sur le territoire d'un Etat membre de la Communauté économique.

Toutefois, les engagements pris dans le cadre de la coassurance communautaire, en exécution des dispositions de l'article L. 352-1, par une entreprise mentionnée à l'article L. 310-1 peuvent être couverts par des actifs localisés dans le pays de l'apporteur.

4. Les engagements pris par des entreprises mentionnées à l'article L. 310-1 et résultant d'opérations réalisées en libre prestation de services au sens des articles L. 351-1 et L. 353-1 sont soumis aux règles du pays de situation du risque ou de l'engagement lorsque ce dernier subordonne l'exercice de ces opérations à agrément.

Article R332-2 :

En application des dispositions de l'article R. 332-1 et sous réserve des dérogations prévues à ce même article, à l'article R. 332-1-1 ainsi qu'aux articles R. 332-3-3 à R. 332-10, les engagements réglementés mentionnés à l'article R. 331-1 sont représentés par les actifs suivants :

A. - Valeurs mobilières et titres assimilés :

1° Obligations et autres valeurs émises ou garanties par l'un des Etats membres de l'Organisation de coopération et de développement économique (O.C.D.E.) ainsi que les titres émis par la caisse d'amortissement de la dette sociale instituée par l'article 1er de l'ordonnance n° 96-50 du 24 janvier 1996 ; obligations émises ou garanties par un organisme international à caractère public dont un ou plusieurs Etats membres de la Communauté européenne font partie ; obligations émises ou garanties par les collectivités publiques territoriales d'un Etat membre de l'O.C.D.E. ;

2° Obligations, parts de fonds communs de créance et titres participatifs négociés sur un marché reconnu, autres que celles ou ceux visés au 1° ;

2° bis Titres de créances négociables d'un an au plus (certificats de dépôt et billets de trésorerie) rémunérés à taux fixe ou indexé sur un taux usuel sur les marchés interbancaire, monétaire ou obligataire, et émis par des personnes morales autres que les Etats membres de l'OCDE ayant leur siège social sur le territoire de ces Etats et dont des titres sont négociés sur un marché reconnu ;

2° ter Bons à moyen terme négociables répondant aux conditions mentionnées à l'article R. 332-14-1, et émis par des personnes morales autres que les Etats membres de l'OCDE ayant leur siège social sur le territoire de ces Etats et dont des titres sont négociés sur un marché reconnu ;

3° Actions des sociétés d'investissement à capital variable et parts de fonds communs de placement dont l'objet est limité à la gestion d'un portefeuille de valeurs mentionnées aux 1°, 2°, 2° bis et 2° ter du présent article, dans les conditions fixées par l'article R. 332-14 ;

4° Actions et autres valeurs mobilières, négociées sur un marché reconnu, autres que celles visées aux 3°, 5°, 5° bis, 8° et 9° bis ;

5° Actions des entreprises d'assurance, de réassurance, de capitalisation ayant leur siège social sur le territoire de l'un des Etats membres de l'O.C.D.E. ;

5° bis Actions des entreprises d'assurance, de réassurance, de capitalisation autres que celles visées au 5° ;

6° Actions, parts et droits émis par des sociétés commerciales et obligations, titres participatifs et titres subordonnés émis par les sociétés d'assurance mutuelles, les mutuelles, unions et fédérations régies par le code de la mutualité et les institutions de prévoyance régies par le titre III du livre IX du code de la sécurité sociale ayant leur siège social sur le territoire de l'un des Etats membres de l'O.C.D.E., autres que les valeurs visées aux 2°, 2° bis, 2° ter 3°, 4°, 5°, 5° bis, 7° bis, 8° et 9° bis ;

7° Parts des fonds communs de placement à risques de l'article L. 214-36 du code monétaire et financier, parts des fonds communs de placement dans l'innovation de l'article L. 214-41 du même code et parts des fonds d'investissement de proximité de l'article L. 214-41-1 du même code ;

7° bis Actions des sociétés d'investissement à capital variable et parts des fonds communs de placement des articles L. 214-35, L. 214-35-2, L. 214-37 et L. 214-38 du code monétaire et financier ;

8° Actions des sociétés d'investissement à capital variable et parts des fonds communs de placement, autres que celles mentionnées aux 3°, 7° et 7° bis, dans les conditions fixées par l'article R. 332-14.

Les marchés reconnus mentionnés aux 2°, 2° bis, 2° ter et 4° du présent article sont les marchés réglementés des Etats parties à l'accord sur l'Espace économique européen ou les marchés de pays tiers membres de l'OCDE en fonctionnement régulier. Les autorités compétentes de ces pays doivent avoir défini les conditions de fonctionnement du marché, d'accès à ce marché et d'admission aux négociations, et imposé le respect d'obligations de déclaration et de transparence.

B. - Actifs immobiliers :

9° Droits réels immobiliers afférents à des immeubles situés sur le territoire de l'un des Etats membres de l'O.C.D.E. ;

9° bis Parts ou actions des sociétés à objet strictement immobilier, parts des sociétés civiles à objet strictement foncier, ayant leur siège social sur le territoire de l'un des Etats membres de l'O.C.D.E., dans les conditions fixées par l'article R. 332-15.

C. - Prêts et dépôts :

10° Prêts obtenus ou garantis par les Etats membres de l'O.C.D.E., par les collectivités publiques territoriales et les établissements publics des Etats membres de l'O.C.D.E. ;

11° Prêts hypothécaires aux personnes physiques ou morales ayant leur domicile ou leur siège social sur le territoire de l'un des Etats membres de l'O.C.D.E., dans les conditions fixées par l'article R. 332-12 ;

12° Autres prêts ou créances représentatives de prêts consentis aux personnes physiques ou morales ayant leur domicile ou leur siège social sur le territoire de l'un des Etats membres de l'O.C.D.E., dans les conditions fixées par l'article R. 332-13 ;

13° Dépôts, dans les conditions fixées par l'article R. 332-16.

D. - Dispositions communes :

Les intérêts courus des placements énumérés au présent article sont assimilés auxdits placements.

Lorsqu'un instrument financier à terme a été souscrit dans les conditions définies à l'article R. 332-45 et qu'il est lié à un titre ou à un groupe de titres de même nature, parmi ceux mentionnés au paragraphe A du présent article, les primes ou soultes versées ou reçues pour la mise en place de l'instrument sont assimilées audit titre ou groupe de titres

de même nature, dans la limite de la part restant à amortir et, pour les primes ou soultes versées au titre d'opérations de gré à gré, du montant des garanties reçues dans les conditions de l'article R. 332-56.

Les actifs représentatifs des provisions techniques sont évalués en net des dettes contractées pour l'acquisition de ces mêmes actifs.

Les actifs donnés en garantie d'un engagement particulier ne sont pas admissibles en représentation des autres engagements. Par exception, les actifs remis en garantie d'opérations de taux sur instruments financiers à terme mentionnées aux articles R. 332-45 et R. 332-46 sont admis en représentation à hauteur des plus-values latentes enregistrées sur les actifs visés à l'article R. 332-19 auxquels ces instruments financiers à terme sont liés.

Article R332-19 :

I. Les valeurs amortissables énumérées aux 1^o, 2^o, 2^o bis et 2^o de l'article R. 332-2, autres que les obligations indexées, les parts de fonds communs de créance et les titres participatifs, sont inscrites à leur prix d'achat à la date d'acquisition.

Lorsqu'un instrument financier à terme est utilisé dans les conditions définies à l'article R. 332-46 et qu'il est lié à l'achat d'un titre ou d'un groupe de titres de même nature, la valeur de réalisation de l'instrument est prise en compte dans le prix d'achat de ce titre ou de ce groupe de titres.

Lorsque le prix d'achat de ces titres est supérieur à leur prix de remboursement, la différence est amortie sur la durée de vie résiduelle des titres.

Lorsque le prix d'achat de ces titres est inférieur à leur prix de remboursement, la différence est portée en produits sur la durée de vie résiduelle des titres. L'entreprise peut décider de ne pas appliquer les dispositions du présent alinéa aux titres acquis avant le 1^{er} janvier 1992. Le choix ainsi effectué par l'entreprise s'applique à l'ensemble des titres acquis avant cette date.

Le prix d'achat et le prix de remboursement s'entendent hors intérêt couru.

Lors de l'arrêté comptable, les moins-values latentes ressortant de la différence entre la valeur comptable, diminuée des amortissements et majorée des produits mentionnés aux deuxième et troisième alinéas du I, et la valeur de réalisation des titres correspondants évaluée conformément à l'article R. 332-20-1, ne font pas l'objet d'une provision.

Néanmoins, lorsqu'il y a lieu de considérer que le débiteur ne sera pas en mesure de respecter ses engagements, soit pour le paiement des intérêts, soit pour le remboursement du principal, une provision pour dépréciation doit être constituée à l'inventaire.

II. - Le I du présent article s'applique également aux obligations indexées sur le niveau général des prix, avec garantie de remboursement au pair et émises ou garanties par un Etat, un organisme ou une collectivité publics mentionnés au 1^o du A de l'article R. 332-2 ou dont le débiteur est un établissement public national de l'un des Etats membres de la Communauté européenne ou parties à l'accord sur l'Espace économique européen.

Pour le calcul de la différence à amortir entre le prix d'achat d'une obligation indexée sur le niveau général des prix et son prix de remboursement, celui-ci est le prix de remboursement initial du titre multiplié par le rapport entre l'indice des prix de référence à la date d'acquisition et ce même indice à la date d'émission.

A chaque arrêté comptable, le gain ou la perte lié à l'indexation depuis le dernier arrêté comptable ou, s'il est plus récent, depuis l'achat, est enregistré en produits ou en charges.

Sans préjudice des dispositions du I, les obligations indexées sur le niveau général des prix donnent lieu à la constitution d'une provision pour dépréciation si une situation de déflation durable est envisagée. Pour la détermination du montant de cette provision, la valeur de réalisation de ces obligations, qui ne peut être inférieure à leur nominal, est la valeur la plus faible entre, d'une part, leur valeur de marché et, d'autre part, leur valeur calculée sur la base des prévisions d'évolution de l'indice des prix de référence publiées par un organisme figurant sur une liste fixée par arrêté du ministre chargé de l'économie.

Article R332-20 :

A l'exception des valeurs inscrites comme il est dit à l'article R. 332-19, les actifs mentionnés à l'article R. 332-2 et les autres placements financiers et immobiliers sont inscrits au bilan sur la base du prix d'achat ou de revient, dans les conditions ci-après :

a) Les valeurs mobilières et les parts de fonds communs de placement sont retenues pour leur prix d'achat. Lorsqu'un instrument financier à terme est utilisé dans les conditions définies à l'article R. 332-46 et qu'il est lié à l'achat d'un titre ou d'un groupe de titres de même nature, la valeur de réalisation de l'instrument est prise en compte dans le prix d'achat de ce titre ou de ce groupe de titres. Le prix d'achat s'entend hors intérêt couru ;

b) Les immeubles et les parts ou actions des sociétés immobilières ou foncières non inscrites à la cote d'une bourse de valeurs d'un Etat membre de l'organisation de coopération et de développement économiques sont retenus pour leur prix d'achat ou de revient ou, dans les conditions fixées dans chaque cas par la commission de contrôle des assurances, pour une valeur déterminée après expertise effectuée conformément à l'article R. 332-23. Les valeurs sont diminuées des amortissements pratiqués. Le prix de revient des immeubles est celui qui ressort des travaux de construction et d'amélioration, à l'exclusion des travaux d'entretien proprement dits ;

c) Les prêts sont évalués d'après les actes qui en font foi ;

d) Les nues-propriétés et les usufruits sont évalués suivant les règles déterminées par arrêté du ministre chargé de l'économie.

Dans tous les cas, sont déduits, s'il y a lieu, les remboursements effectués et les provisions pour dépréciation, lesquelles ne peuvent être constatées que lorsqu'il y a lieu de considérer que la dépréciation a un caractère durable. Toutefois, les entreprises qui, au bilan du dernier exercice clos avant le 1er janvier 1993, constataient les dépréciations, même lorsque celles-ci n'avaient pas un caractère durable, peuvent continuer à faire application de cette méthode jusqu'au dernier exercice clos avant le 1er janvier 1999 ; elles peuvent y renoncer à tout moment, en le notifiant préalablement à la commission de contrôle des assurances, cette renonciation étant alors définitive.

Article R332-20

*(Décret n° 83-647 du 8 juillet 1983 art. 7, art. 8 Journal Officiel du 17 juillet 1983)
(Décret n° 84-1023 du 84 novembre 1984 art. 20 Journal Officiel du 23 novembre 1984)
(Décret n° 90-981 du 5 novembre 1990 art. 15, art. 24 Journal Officiel du 6 novembre 1990)*

(Décret n° 91-1419 du 28 décembre 1991 art. 3 Journal Officiel du 22 janvier 1992)
(Décret n° 94-481 du 8 juin 1994 art. 2 Journal Officiel du 11 juin 1994 en vigueur le 1er janvier 1995)
(Décret n° 2002-970 du 4 juillet 2002 art. 4 II 5° Journal Officiel du 11 juillet 2002)

A l'exception des valeurs inscrites comme il est dit à l'article R. 332-19, les actifs mentionnés à l'article R. 332-2 et les autres placements financiers et immobiliers sont inscrits au bilan sur la base du prix d'achat ou de revient, dans les conditions ci-après :

a) Les valeurs mobilières et les parts de fonds communs de placement sont retenues pour leur prix d'achat. Lorsqu'un instrument financier à terme est utilisé dans les conditions définies à l'article R. 332-46 et qu'il est lié à l'achat d'un titre ou d'un groupe de titres de même nature, la valeur de réalisation de l'instrument est prise en compte dans le prix d'achat de ce titre ou de ce groupe de titres. Le prix d'achat s'entend hors intérêt couru ;

b) Les immeubles et les parts ou actions des sociétés immobilières ou foncières non inscrites à la cote d'une bourse de valeurs d'un Etat membre de l'organisation de coopération et de développement économiques sont retenus pour leur prix d'achat ou de revient ou, dans les conditions fixées dans chaque cas par la commission de contrôle des assurances, pour une valeur déterminée après expertise effectuée conformément à l'article R. 332-23. Les valeurs sont diminuées des amortissements pratiqués. Le prix de revient des immeubles est celui qui ressort des travaux de construction et d'amélioration, à l'exclusion des travaux d'entretien proprement dits ;

c) Les prêts sont évalués d'après les actes qui en font foi ;

d) Les nues-propriétés et les usufruits sont évalués suivant les règles déterminées par arrêté du ministre chargé de l'économie.

Dans tous les cas, sont déduits, s'il y a lieu, les remboursements effectués et les provisions pour dépréciation, lesquelles ne peuvent être constatées que lorsqu'il y a lieu de considérer que la dépréciation a un caractère durable. Toutefois, les entreprises qui, au bilan du dernier exercice clos avant le 1er janvier 1993, constataient les dépréciations, même lorsque celles-ci n'avaient pas un caractère durable, peuvent continuer à faire application de cette méthode jusqu'au dernier exercice clos avant le 1er janvier 1999 ; elles peuvent y renoncer à tout moment, en le notifiant préalablement à la commission de contrôle des assurances, cette renonciation étant alors définitive.

Article R334-15 : le test d'exigibilité

Le test d'exigibilité mentionné à l'article R. 344-4 vise à quantifier l'impact d'une détérioration marquée des marchés financiers sur la capacité de l'entreprise à faire face à ses engagements vis-à-vis des assurés. Il est pratiqué à partir d'hypothèses financières standardisées. Ces hypothèses consistent, par rapport à leur moyenne respective constatée sur les trois dernières années :

- en une baisse de l'indice boursier de référence de 30 % ;
- en une hausse de deux points des taux d'intérêt de l'obligation de référence ;
- en une baisse de 20 % du prix des transactions immobilières.

Le test consiste à comparer l'ensemble des décaissements et des encaissements prévisibles de l'entreprise au cours des cinq exercices qui suivent le dernier arrêté

comptable. Quatre simulations sont successivement réalisées. Les trois premières prennent en compte séparément chacune des trois hypothèses mentionnées aux alinéas précédents. La quatrième résulte de la combinaison de l'ensemble des hypothèses énumérées. Pour l'établissement de ce test, l'entreprise tient compte des encaissements et des décaissements constatés au cours des exercices précédents. Les prévisions d'encaissement sont calculées après prise en compte des disponibilités, des revenus financiers, des dépôts à court terme et des prêts et titres du marché monétaire et du marché obligataire énumérés à l'article R. 332-2 venant à échéance à moins de cinq ans et les autres actifs en proportion de leur part dans le portefeuille résiduel de l'entreprise. Les prévisions de décaissement sont calculées à partir des engagements comptabilisés. Les engagements pour sinistres à payer sont recalculés sur la base de prestations majorées de 20 % et le taux des rachats exceptionnels pris en compte est égal au triple du taux annuel moyen des rachats constatés au cours des années passées.

Les entreprises transmettent les résultats du test chaque année à la commission de contrôle avant le 31 mars dans la forme de l'état C 6 bis Test d'exigibilité défini dans l'annexe à l'article A. 344-10.

Article R323-1-1

I. - Après que lui a été communiqué le programme de rétablissement mentionné au II de l'article R. 323-1, la commission de contrôle peut exiger d'une entreprise d'assurance une marge de solvabilité renforcée, supérieure à l'exigence minimale de marge mentionnée soit à l'article R. 334-5 s'agissant des entreprises d'assurance de dommages, soit à l'article R. 334-13 s'agissant des entreprises d'assurance sur la vie, soit à l'article R. 334-19 s'agissant des entreprises d'assurance mixtes. Le niveau de cette exigence de marge de solvabilité renforcée est déterminé par la commission de contrôle dans les conditions suivantes :

Lorsqu'elle constate que les éléments constitutifs de la marge de solvabilité ont connu une baisse d'au moins 33 % au cours du dernier exercice clos par rapport à la moyenne de ces éléments constitutifs de la marge constatée au cours des quatre exercices précédant le dernier exercice, ou lorsqu'elle estime que les résultats du test d'exigibilité mentionné à l'article R. 344-4 font apparaître un risque de solvabilité, la commission de contrôle peut :

1. Soit demander à l'entreprise de satisfaire, pour l'exercice en cours, à une exigence de marge de solvabilité renforcée. Toutefois, le niveau total de marge de solvabilité exigé ne peut être supérieur au double de l'exigence minimale de marge mentionnée aux articles R. 334-5, R. 334-13 ou R. 334-19 ;
2. Soit demander à l'entreprise de déduire des éléments constitutifs de la marge de solvabilité tout ou partie du montant de la moins-value latente nette globale constatée sur les placements mentionnés à l'article R. 332-19 ;
3. Soit demander à l'entreprise de déduire tout ou partie du montant de la moins-value latente nette globale constatée sur les actifs mentionnés à l'article R. 332-20 et non provisionné par la provision pour risque d'exigibilité ;
4. Soit mettre en oeuvre de manière appropriée une combinaison des mesures précédentes.

II. - Après que lui a été communiqué le programme de rétablissement mentionné au II de l'article R. 323-1, la commission de contrôle peut limiter la réduction de marge de

solvabilité prévue au quatrième alinéa du a des articles R. 334-5, R. 334-13 ou R. 334-19 et au quatrième alinéa du b des mêmes articles lorsque :

1. Le contenu ou la qualité du programme de réassurance a subi des modifications sensibles depuis le dernier exercice ;
2. Ou lorsque le programme de réassurance ne prévoit aucun transfert de risques ou un transfert insignifiant.

Article R. 331-5-1

I. - La provision pour risque d'exigibilité est constituée lorsque les placements mentionnés à l'article R. 332-20 se trouvent en situation de moins-value latente nette globale. Une moins-value latente nette globale des placements mentionnés à l'article R. 332-20 est constatée lorsque la valeur nette comptable de ces placements est supérieure à la valeur globale de ces mêmes placements évalués selon les règles prévues à l'article R. 332-20-1.

1° Lorsque l'entreprise, avant dotation à la provision pour risque d'exigibilité, satisfait à la représentation de ses engagements réglementés et à la couverture de l'exigence minimale de marge de solvabilité, la dotation annuelle à la provision pour risque d'exigibilité au titre de l'exercice est égale au tiers du montant de la moins-value latente nette globale constatée sur les placements mentionnés à l'article R. 332-20, sans que cette dotation puisse conduire à ce que le montant total de la provision inscrite au bilan au titre de l'exercice excède le montant de la moins-value nette globale constatée sur les placements mentionnés à l'article R. 332-20.

2° Dans les autres cas, la provision pour risque d'exigibilité inscrite au bilan au titre de l'exercice est égale à la moins-value latente nette globale constatée sur les placements mentionnés à l'article R. 332-20.

Pour les calculs mentionnés aux alinéas précédents, les valeurs déterminées selon l'article R. 332-20-1 prennent en compte les moins-values latentes des opérations sur instruments financiers à terme prévues aux articles R. 332-45 à R. 332-47 ayant comme sous-jacent les actifs mentionnés à l'article R. 332-20. Ces moins-values latentes sont prises en compte à hauteur de la partie excédant la valeur des titres ou espèces donnés en garantie. Les plus-values latentes ne sont prises en compte que si elles sont garanties dans les conditions prévues à l'article R. 332-56.

II. - La provision pour frais d'acquisition reportés doit être constituée pour un montant égal au montant des frais d'acquisition reportés en application des dispositions de l'article R. 332-35.

Article R. 334-3 : Elements constitutifs de la marge de solvabilité

I. - La marge de solvabilité mentionnée à l'article L. 334-1 est constituée, après déduction des pertes, de la part des frais d'acquisition non admise en représentation des engagements réglementés et des autres éléments incorporels, par les éléments suivants :

1. Le capital social versé ou le fonds d'établissement constitué ;
2. Les réserves de toute dénomination, réglementaires ou libres, ne correspondant pas aux engagements, y compris la réserve de capitalisation ;
3. Le report du bénéfice ou de la perte, déduction faite des dividendes à verser au titre du dernier exercice ;
4. L'emprunt ou les emprunts pour fonds social complémentaire ; toutefois, à partir de la

moitié de la durée d'un emprunt, celui-ci n'est retenu dans la marge de solvabilité que pour sa valeur progressivement réduite chaque année d'un montant constant égal au double du montant total de cet emprunt divisé par le nombre d'années de sa durée. La marge de solvabilité est diminuée du montant de ses actions propres détenues directement par l'entreprise d'assurance.

II. - La marge de solvabilité peut également être constituée par :

1. Les fonds effectivement encaissés provenant de l'émission de titres ou emprunts subordonnés.

Ces titres et emprunts doivent répondre aux conditions, notamment de durée et de remboursements, qui sont fixées par arrêté du ministre chargé de l'économie. La prise en compte de ces fonds est limitée à hauteur de 50 % de l'exigence de marge de solvabilité ou de la marge de solvabilité disponible, le montant le plus faible étant retenu. Toutefois, la prise en compte de ceux de ces fonds qui proviennent de titres ou emprunts à durée déterminée n'est admise qu'à concurrence de 25 %. Tout remboursement effectué irrégulièrement peut, conformément aux dispositions de l'article L. 310-18, donner lieu à application de sanctions par la commission de contrôle ;

2. Pour les entreprises adhérentes au fonds de garantie institué par l'article L. 423-1, la réserve pour fonds de garantie prévue à l'article R. 423-16, à hauteur de la part de cotisation versée par l'entreprise et non utilisée par le fonds.

III. - Sur demande et justification de l'entreprise et avec l'accord de la commission de contrôle, la marge de solvabilité peut également être constituée par :

1. La moitié de la fraction non versée du capital social ou de la part restant à rembourser de l'emprunt pour le fonds d'établissement, dès que la partie versée atteint 25 % de ce capital ou de ce fonds, à concurrence de 50 % du montant le plus faible de la marge de solvabilité ou de l'exigence minimale de marge de solvabilité ;

2. Les rappels de cotisations que les sociétés d'assurance mutuelle à cotisations variables peuvent exiger de leurs sociétaires au titre de l'exercice, à concurrence de la moitié de la différence entre les cotisations maximales et les cotisations effectivement appelées, dans la limite de 50 % de la marge de solvabilité ou de l'exigence minimale de marge, le montant le plus faible étant retenu ;

3. Les plus-values pouvant résulter de la sous-estimation d'éléments d'actif et de la surestimation d'éléments de passif, dans la mesure où de telles plus-values n'ont pas un caractère exceptionnel ;

4. Les plus-values latentes sur les instruments financiers à terme mentionnés aux articles R. 332-45 et R. 332-46 lorsque les opérations correspondantes sont négociées sur un marché reconnu au sens du dernier alinéa du A de l'article R. 332-2 ou réalisées de gré à gré dans la mesure où elles sont garanties dans les conditions prévues à l'article R. 332-56.

Les moins-values latentes sur instruments financiers à terme non provisionnées sont déduites des éléments énumérés au 3 et au 4 du III.

Article R334-5 : calcul de l'exigence de marge de solvabilité

Pour les entreprises visées au 1° de l'article L. 310-2, l'exigence minimale de marge de solvabilité est déterminée, soit par rapport au montant annuel des primes ou cotisations, soit par rapport à la charge moyenne annuelle des sinistres. Cette exigence minimale de marge est égale au plus élevé des résultats obtenus par application des deux méthodes

suivantes :

a) Première méthode (calcul par rapport aux primes).

La base des primes est calculée à partir des primes ou cotisations brutes émises ou des primes ou cotisations brutes acquises, le chiffre le plus élevé étant retenu. Les primes ou cotisations nettes d'annulation et de taxes pour les branches 11, 12 et 13 énumérées à l'article R. 321-1 sont majorées de 50 %. Les primes ou cotisations émises dans le cadre des affaires directes au cours du dernier exercice, accessoires compris, sont agrégées. Il est ajouté à ce montant le total des primes acceptées en réassurance au cours du dernier exercice.

De cette somme sont déduits, d'une part, le total des primes ou cotisations annulées au cours du dernier exercice, d'autre part, le total des impôts et taxes afférents aux primes ou cotisations précitées.

Le montant obtenu est réparti en deux tranches, respectivement inférieure et supérieure à 50 000 000 Euros. A 18 p. 100 de la première tranche sont ajoutés 16 p. 100 de la seconde.

Le résultat déterminé par application de la première méthode est obtenu en multipliant la somme des deux termes de l'addition prévue à l'alinéa précédent par le rapport existant, pour les trois derniers exercices entre le montant des sinistres demeurant à charge de l'entreprise après cession en réassurance et le montant des sinistres brut de réassurance, sans que ce rapport puisse être inférieur à 50 p. 100.

b) Deuxième méthode (calcul par rapport à la charge moyenne annuelle des sinistres).

Au total des sinistres payés pour les affaires directes au cours des trois derniers exercices, sans déduction des sinistres à la charge des cessionnaires et rétrocessionnaires, sont ajoutés, d'une part, les sinistres payés au titre des acceptations en réassurance ou en rétrocession au cours des mêmes exercices, d'autre part, les provisions pour sinistres à payer constituées à la fin du dernier exercice, tant pour les affaires directes que pour les acceptations en réassurance. Pour les branches 11, 12 et 13 énumérées à l'article R. 321-1, les sinistres, provisions et recours sont majorés de 50 %.

De cette somme sont déduits, d'une part, les recours encaissés au cours des trois derniers exercices, d'autre part, les provisions pour sinistres à payer constituées au commencement du deuxième exercice précédant le dernier exercice, tant pour les affaires directes que pour les acceptations en réassurance.

Le tiers du montant ainsi obtenu est réparti en deux tranches, respectivement inférieure et supérieure à 35 000 000 Euros. A 26 p. 100 de la première tranche sont ajoutés 23 p. 100 de la seconde.

Le résultat déterminé par application de la deuxième méthode est obtenu en multipliant la somme des deux termes de l'addition prévue à l'alinéa précédent, par le rapport existant, pour les trois derniers exercices, entre le montant des sinistres demeurant à la charge de l'entreprise après cession en réassurance et le montant des sinistres brut de réassurance, sans que ce rapport puisse être inférieur à 50 p. 100.

Pour la branche mentionnée au 18 de l'article R. 321-1, le montant des sinistres payés entrant dans le calcul du résultat déterminé par application de la seconde méthode est le coût résultant pour l'entreprise des interventions effectuées en matière d'assistance, y compris les coûts d'assistance directs internes.

Lorsqu'une entreprise pratique principalement un ou plusieurs des risques crédit, tempête, grêle, gelée, il est tenu compte pour le calcul de la charge moyenne annuelle des sinistres des sept derniers exercices sociaux au lieu des trois derniers.

Si les calculs des a et b donnent un résultat inférieur à l'exigence minimale de marge de l'exercice précédent, l'exigence de marge de solvabilité est au moins égale à celle de l'exercice précédent multipliée par le rapport entre les provisions techniques pour sinistres à payer à la fin du dernier exercice et le montant des provisions techniques pour sinistres à payer au début du dernier exercice. Dans ces calculs, les provisions techniques sont calculées déduction faite de la réassurance, ce rapport ne pouvant cependant pas être supérieur à un.

Annexe 2 : tests des hypothèses du modèle conditionnel de Mack

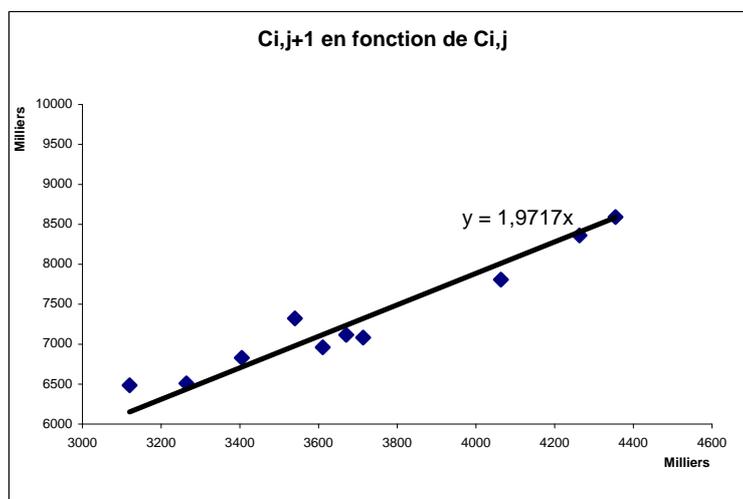
Rappel des hypothèses du modèle de Mack :

- H1 : Les paiements cumulés de l'année de développement i ($C_{i,j}$) $_{j=1,\dots,n}$ et ceux de l'année de développement i' ($C_{i',j}$) $_{j=1,\dots,n}$ sont indépendants ($i \neq i'$).
- H2 : L'espérance conditionnelle de $C_{i,j+1}$ sachant le passé ($C_{i,1}, \dots, C_{i,j}$) est liée à la dernière observation à un facteur multiplicatif près. $E(C_{i,j+1} | C_{i,1}, \dots, C_{i,j}) = \lambda_j C_{i,j}$.
- H3 : $V(C_{i,j+1} | C_{i,1}, \dots, C_{i,j}) = C_{i,j} \sigma_j^2$ pour $i=1, \dots, n$ et $k=1, \dots, n-1$.

Les résultats des tests :

- L'hypothèse H1 se traduit par le fait que, à j donné, les points ($C_{i,j}, C_{i,j+1}$) doivent être sensiblement alignés, sur une droite de pente $\hat{\lambda}_j$ passant par l'origine.

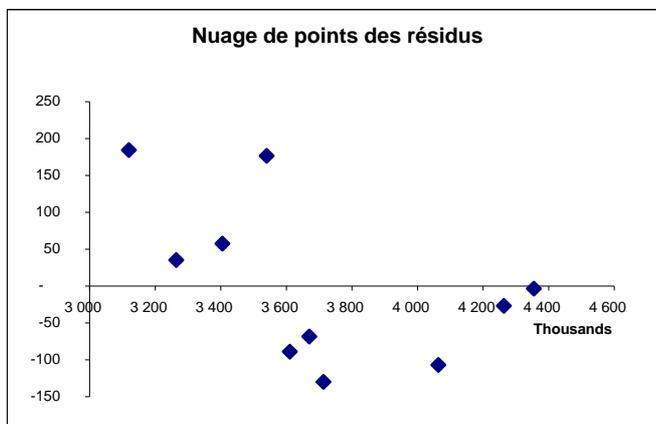
Pour $j=1$:



- L'hypothèse H3 signifie que, à j donné, les résidus ne doivent pas être autocorrélés, ce qui est traduit, graphiquement, par l'absence d'une tendance claire du nuage de points

$$(C_{i,j} ; D_{i,j}) \text{ où } D_{i,j} = \frac{C_{i,j+1} - \hat{\lambda}_j C_{i,j}}{\sqrt{C_{i,j}}}$$

Pour $j = 1$:



A priori, il ne semble pas avoir de tendance claire au vu du graphique ci-dessus.

Toutefois, il est difficile de préjuger d'une tendance claire eu égard au faible nombre de données (surtout en fin de période). Par conséquent les 2 hypothèses peuvent difficilement être testées vers la fin des années de développement.

- Un test de l'hypothèse d'indépendance entre les années de survénance est proposé par Mack. Il repose sur le calcul des rapports des éléments diagonaux, et de constater s'il n'y aurait pas une certaine tendance par rapport à la médiane. Le tableau suivant indique '+' quand le rapport est supérieur à la médiane et '-' dans le cas contraire

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	-	+	-	-	-	-	+	.	-
2	+	+	-	+	+	+	+	+	+
3	+	+	-	-	-	+	-	-	.
4	-	+	+	-	+	.	-	.	.
5	-	-	+	+	-	-	-	.	.
6	+	-	+	.	+
7	-	-	+	+	-	-	-	.	.
8	+	.	-
9	-	-	.	+

Aucune, tendance claire ne se dégage, il n'est pas évident de rejeter l'hypothèse d'indépendance des années de survénance.

Annexe 3 : les hypothèses du scénario central de simulation

LES HYPOTHESES DE CALCUL

Dans tous les cas

Date d'évaluation	31/08/03
Nombre de simulation	10000
Horizon T	15
Fonds propres initiaux	3 345

Le modèle de taux

Le modèle de taux choisi est le modèle de Vasicek dont l'équation de diffusion du taux court est :
 $dr = a(b-r) dt + \sigma_r dz$

Saisie des paramètres

a	0,9195
b	0,0460
r0	2,05%
σ_r	3,00%

Actif **VC total** **18 399**

Les obligations

	Obligation 1	Obligation 2	Obligation 3	Obligation 4	Obligation 5	Obligation 6	Obligation 7
Nominal	1 333	575	2 574	2 924	379	3 289	178
Taux coupon	3,54%	3,92%	6,81%	5,08%	3,84%	4,71%	5,05%
maturité	1	2	3	4	5	6	10
Nombre	1	1	1	1	1	1	1
VC*	1 333	575	2 574	2 924	379	3 289	178
VM**	1 342	573	2 817	3 087	385	3 490	179

VC = valeur comptable à l'instant 0

VM = valeur de marché à l'instant 0

Les autres actifs type Actions

Part dans chaque type d'actif non obligataire

	VC	VM	Nb de parts
Action	497	530	1
OPCVM	5 743	5 620	1
Immobilier	906	1 138	1

Les autres actifs type action suivent des équations de diffusion empilé corrélés

$$dPt(i)/Pt(i) = \mu^* dt + \sigma^* dZt(i) \text{ où les } dZt(i) \text{ sont corrélés}$$

Saisie des paramètres

MU	
Action	6,0%
OPCVM	5,5%
Immobilier	4,0%

SIGMA

	Action	OPCVM	Immobilier
Action	3,0%	0,9%	0,8%
OPCVM	0,9%	1,9%	0,4%
Immobilier	0,8%	0,4%	1,1%

Attention : cette matrice de variance-covariance doit être symétrique, définie positive

TAUX DE DIVIDENDE

Action	3,00%
OPCVM	3,00%
Immobilier	3,00%

pas de rotation d'actif

Passif

Frais de gestion (%) en % des prestations	11%
--	-----