



Lyon 1

Université Claude Bernard – Lyon 1

INSTITUT DE SCIENCE FINANCIERE ET D'ASSURANCES



**Mémoire présenté
devant l'Institut de Science Financière et d'Assurances
pour l'obtention
du diplôme d'Actuaire de l'Université de Lyon**

le 12 février 2010

Par : Cédric AKAKPO-MAXWELL

Titre: Etude de la rentabilité en assurance des emprunteurs – Analyse de l'impact
des nouvelles règles Solvency 2 et IFRS

Confidentialité : ☒ NON ☐ OUI (Durée : ☐ 1 an ☐ 2 ans)

Membre du jury de l'Institut des Actuaires

Entreprise :

GALEA & Associés

Membres du jury I.S.F.A.

M. Jean Claude AUGROS

M. Alexis BIENVENÛE

Mme Diana DOROBANTU

Mme Anne EYRAUD-LOISEL

M. Jean-Paul LAURENT

M. Nicolas LEBOISNE

M. Stéphane LOISEL

Mlle Esterina MASIELLO

Mme Véronique MAUME-DESCHAMPS

M. Frédéric PLANCHET

M. François QUITTARD-PINON

Mme Béatrice REY-FOURNIER

M. Didier RULLIERE

Directeur de mémoire en entreprise :

Norbert GAUTRON

Invité :

**Autorisation de mise en ligne sur
un site de diffusion de documents
actuariels** (après expiration de
l'éventuel délai de confidentialité)

Signature du responsable entreprise

Secrétariat

Mme Marie-Claude MOUCHON

Signature du candidat

Bibliothèque :

Mme Michèle SONNIER

Remerciements

Je tiens à remercier toute l'équipe de GALEA & Associés et exprime ma profonde gratitude à M. Norbert GAUTRON pour son aide et sa disponibilité lors du traitement de ce mémoire.

Je remercie M. Pierre THEROND pour ses indications.

Je voudrais aussi remercier Mlle Marie LEGENTIL pour sa relecture et ses conseils.

Mes sincères remerciements s'adressent aussi à Mme Noémie MARCIANO et M. Philippe LALOYEAUX de GENERALI pour m'avoir inclus dans leur équipe.

Je remercie M. Nicolas LEBOISNE pour ses conseils.

Enfin, je remercie l'ISFA pour son enseignement.

Résumé

Les organismes prêteurs souhaitent développer leur activité, c'est-à-dire augmenter leur encours de crédit. Cependant, il est nécessaire qu'ils limitent et maîtrisent leur risque de non remboursement. C'est dans ce cadre de recherche de sécurité que les assureurs ont proposé aux établissements de crédit de souscrire des contrats visant à couvrir certains risques liés à la personne de leurs débiteurs. Ces assurances sont appelées « assurances emprunteurs ». La garantie principale couvre le risque de décès. Accessoirement les assureurs proposent des couvertures des risques d'arrêt de travail (suite à une maladie ou à un accident de travail) et de perte d'emploi.

Après avoir exploré l'univers juridique et opérationnel de l'assurance des emprunteurs, le présent mémoire étudie, dans un premier temps, la rentabilité de ces contrats dans le contexte réglementaire actuel.

Les nouvelles règles européennes assurancielles « Solvency 2 » et IFRS phase 2 conduisent à une nouvelle approche du capital de solvabilité et du calcul de provisions. Ainsi, dans un deuxième temps, ce mémoire propose d'étudier l'impact de ces prochaines normes sur la rentabilité de l'assurance des emprunteurs. Il s'applique notamment à étudier l'effet du risque de remboursement anticipé des emprunteurs sur les provisions « best estimate » par une méthode stochastique. Il propose parallèlement, dans le cadre de réflexions menées à travers les études quantitatives d'impact (QIS 4) du Comité Européen de Contrôleurs des Assurances et des Pensions professionnelles (CEIOPS), de calculer le capital de solvabilité requis (SCR).

Mots clés : assurance des emprunteurs, exigence de marge de solvabilité, Net Present Value (NPV), participation aux bénéfices, remboursement anticipé, Best Estimate (BE), SCR.

Abstract

In order to develop their business, banks offer more and more loans. In compensation, they have to control the risk of default of their clients. This insecure environment made insurance companies suggest a product to banks in order to cover some of the risks linked to banks debtors. This coverage is called credit life insurance. It mainly concerns death, and secondarily, sick leaves or unemployment.

After over viewing the juridical and operational aspect of the credit life insurance, this work analyses, firstly, the profitability of such insurance products in relation with the current regulatory context.

The coming of the new European regulations known as “Solvency 2” and “International Financial Reporting Standards (IFRS)” leads insurance companies to a new methodology for calculation of solvency capital and reserves. Thus, secondly, this essay studies the impact of these new rules on the profitability. It particularly focuses on the impact of the prepayment risk on the “best estimate” reserves using a stochastic analysis. We will, also, calculate the solvency capital using the technical specification of QIS 4 (Quantitative Impact Studies 4) defined by the Committee of European Insurance and Occupational Pensions Supervisors (CEIOPS).

Key words: loan insurance, solvency capital, Net Present Value (NPV), profit sharing, prepayment, Best Estimate (BE), SCR.

Sommaire

PARTIE I : ETUDE DE LA RENTABILITE EN ASSURANCE DES EMPRUNTEURS SOUS « SOLVENCY 1 »

9

CHAPITRE 1 : L'ASSURANCE DE GROUPE ET L'ASSURANCE DES EMPRUNTEURS	9
1. L'ASSURANCE DE GROUPE	9
1.1. Définition	9
1.2. Subdivision de l'assurance de groupe	9
1.3. Les intervenants	10
2. L'ASSURANCE DES EMPRUNTEURS	11
2.1. Définition	11
2.2. Les avantages et limites de l'assurance groupe	11
2.3. Les obligations légales liées au contrat d'assurance des emprunteurs	12
2.4. La convention AERAS	13
2.5. La situation du marché de l'assurance des emprunteurs	13
3. LES RESULTATS DES CONTRATS DES EMPRUNTEURS	15
CHAPITRE 2 : TARIFICATION D'UN PRODUIT D'ASSURANCE COLLECTIVE DES EMPRUNTEURS	18
1. DESCRIPTION DU PRODUIT ETUDIE	18
1.1. Nature du produit	18
1.2. Les conditions d'adhésion	18
1.3. Les garanties	18
1.4. La sélection médicale	19
1.5. Clauses de Participation aux Bénéfices	20
2. LES TABLES UTILISEES POUR EVALUER LES RISQUES DE DECES ET D'ARRET DE TRAVAIL	20
2.1. Tables pour le risque Décès	20
2.1.1. Présentation de la table de l'INSEE	21
2.1.2. Adaptation des tables de mortalité de l'INSEE aux tables TH00-02 et TF00-02	21
2.2. Tables pour le risque d'arrêt de travail : Les tables du BCAC	24
3. METHODE DE TARIFICATION	24
3.1. Tarification en fonction du Capital Initialement emprunté	24
3.1.1. Tarification du risque Décès	24
3.1.2. Tarification du risque PTIA	26
3.1.3. Tarification du risque Arrêt de Travail	27
3.2. Tarification en fonction du Capital Restant Dû	29
3.3. Comparaison de la tarification en fonction du capital initial et de la tarification en fonction du capital restant dû	30
4. LE TARIF COMMERCIAL DU TARIF PRATIQUE SUR LE MARCHE DE L'ASSURANCE DES EMPRUNTEURS	31
CHAPITRE 3 : ÉTUDE DE LA RENTABILITE EN ASSURANCE DES EMPRUNTEURS	33
1. BESOIN D'EVALUATION ET OBJECTIFS	33
2. LES HYPOTHESES	34
3. LE CRITERE DE RENTABILITE	35
3.1. Rentabilité annuelle : le ROEC	35
3.2. Rentabilité globale	35
3.2.1. Le critère de rentabilité basé sur la différence prime-sinistre	35
3.2.2. Le Taux de Rentabilité Interne (TRI)	35
3.2.3. La Net Present Value (NPV)	36
4. ÉTUDE DANS LE CADRE DE SOLVENCY 1	37
4.1. Les provisions	37
4.2. L'exigence de marge de solvabilité	37
5. LES ELEMENTS PRIS EN COMPTE POUR L'ETUDE DE LA RENTABILITE	38
5.1. Étude de la rentabilité selon un modèle déterministe	38

5.1.1. Le compte technique	38
5.1.2. Le compte financier	39
5.1.3. La participation aux bénéfices	40
5.1.4. La marge de solvabilité	40
5. 2. Étude de la rentabilité selon un modèle stochastique	46
5.2.1. Simulation de la durée de survie	47
5.2.2. Estimateur de NPV	48
5.2.3. Distribution de la NPV	48
5.2.4. Intervalle de confiance des flux actionnaires sur la police	51
5.2.5. Choix de police ou de portefeuille	52
5.2.6. Distribution de l'estimateur de la NPV	53

PARTIE II : IMPACT DES PROCHAINES REGLES SOLVENCY 2 ET IFRS PHASE 2 SUR LA RENTABILITE **56**

1. LA DIRECTIVE EUROPEENNE SOLVENCY 2	56
1.1. Solvency 2 et ses objectifs	56
1.2. Les piliers de Solvency 2	58
1.2.1. 1 ^{er} pilier : Les exigences quantitatives en termes de capitaux	58
1.2.2. 2 ^{ème} pilier : Les exigences qualitatives ou surveillance prudentielle	59
1.2.3. 3 ^{ème} pilier : L'exigence d'informations	60
2. LES NORMES IFRS 4	60
2.1. Les objectifs	60
2.2. L'approche	61
3. CONVERGENCE DES FUTURES DIRECTIVES (SOLVENCY 2 ET IFRS 4 PHASE 2)	62
3. 1. Approche prospective	62
3.2. Décomposition des passifs non répliquables	63
3.3. Prise en compte des primes futures	63
4. LES PROVISIONS « BEST ESTIMATE »	64
4.1. Provisionnement tête par tête déterministe	64
4.1.1. Le risque financier : <i>Taux sans risque</i>	65
4.1.2. Le risque de remboursement anticipé	65
4.2. Provisionnement tête par tête dans un environnement stochastique	72
5. CALCUL DE LA CONTRAINTE DE SOLVABILITE SELON LA FORMULE STANDARD	77
5.1. Calcul du MCR	77
5.2. Calcul du SCR	77
5.2.1. Le SCR de base : BSCR	79
5.2.2. Le risque de marché : SCR_{Mkt}	80
5.2.3. Le risque de souscription vie : SCR_{Life}	86
5.2.4. Le risque opérationnel : SCR_{op}	88
6. LA MARGE POUR RISQUE	90
6.1. Distinction des passifs d'assurance : La notion d'actif « répliquable »	90
6.2. Méthode de calcul de la marge pour risque	90
6.2.1. La méthode des quantiles	90
6.2.2. La méthode du « Cost of Capital » (CoC) ou coût du capital	91
6.3. Comparaison du montant de la marge pour risque à l'origine selon la méthode utilisée	92
7. RENTABILITE DANS LE CADRE DE SOLVENCY 2	93
7.1. Prise en compte de la participation aux bénéfices	93
7.2. Comparaison des bilans selon le référentiel Solvency 1 ou Solvency 2 / IFRS	95
7.3. Comparaison des exigences de solvabilité selon le référentiel de solvabilité Solvency 1 ou Solvency 2.	96
7.4. Les flux actionnaires	97
7.4.1. Rentabilité du contrat emprunteur dû au changement d'exigence de montant de solvabilité	98
7.4.2. Résultat sous Solvency 2 et les normes IFRS	99

SOMMAIRE

7.5. Résultats à l'échelle d'un portefeuille	100
--	-----

CONCLUSION	104
-------------------	------------

BIBLIOGRAPHIE	106
----------------------	------------

ANNEXES	108
----------------	------------

INTRODUCTION

Dans le cadre d'un emprunt d'un particulier auprès d'un établissement de crédit, l'assurance des emprunteurs est un contrat de type « prévoyance » couvrant les capitaux sous risque. Ainsi en cas de décès, d'arrêt de travail et, dans certains type de contrats, en cas de chômage, l'assureur s'engage à verser des prestations à l'organisme prêteur. L'objectif de ce mémoire est de d'analyser la rentabilité des contrats « emprunteurs » et de mesurer l'impact des nouvelles règles de solvabilité (Solvency 2) et comptables (IFRS 4) sur cette rentabilité.

Pour répondre à notre but, nous rappelons, dans une première partie, le cadre général de ces assurances, c'est-à-dire leur définition, leur fonctionnement et la réglementation qui leur est applicables.

Dans une deuxième partie, nous exposons la méthode de tarification des risques décès et arrêt de travail et comparons les tarifs obtenus tête par tête aux tarifs en vigueur en sur le marché.

La troisième partie expose l'étude de la rentabilité de l'assurance des emprunteurs en cas de décès sur un individu « type » et sur un portefeuille. Après avoir défini des indicateurs de rentabilité, nous étudions en premier lieu la rentabilité dans le cadre de la réglementation française actuelle.

Puis, après avoir détaillé le contexte dans lequel cette étude a été élaborée, nous tentons de mesurer dans une quatrième partie l'impact des futures directives de solvabilité européennes (Solvency 2) et des normes comptables d'assurance (IFRS 4) sur le provisionnement et le capital de solvabilité et subséquemment sur la rentabilité en assurance des emprunteurs.

Enfin, nous avons rajouté en annexes quelques supports théoriques utiles à la compréhension.

PARTIE I : ETUDE DE LA RENTABILITE EN ASSURANCE DES EMPRUNTEURS SOUS « SOLVENCY 1 »

CHAPITRE 1 : L'ASSURANCE DE GROUPE ET L'ASSURANCE DES EMPRUNTEURS

1. L'assurance de groupe

1.1. Définition

Les sociétés d'assurance ont pris une part non négligeable dans le développement de la prévoyance et de la retraite collective par l'intermédiaire de l'assurance groupe. Elles prennent dans certains cas en charge la totalité du risque ou n'agissent parfois qu'en complément des régimes sociaux.

L'article L. 140-1 du code des assurances définit le contrat d'assurance de groupe comme étant *« un contrat souscrit par une personne morale ou un chef d'entreprise en vue de l'adhésion d'un ensemble de personne répondant à des conditions définies au contrat pour la couverture des risques dépendant de la vie humaine, des risques portant atteinte à l'intégrité physique de la personne ou liés à la maternité, des risque d'incapacité de travail ou d'invalidité ou du risque de chômage. Les adhérents doivent avoir un lien de même nature avec le souscripteur »*.

Cette définition permet de relever deux notions majeures :

- Le contrat est souscrit par une personne morale (société, association, syndicat,...) ou un chef d'entreprise.
- Les adhérents doivent avoir un lien de même nature avec le souscripteur. Ce lien juridique se traduit par un contrat de travail, contrat de prêt, contrat de vente...

1.2. Subdivision de l'assurance de groupe

L'assurance de groupe ou assurance collective se décline en deux axes principaux :

- **La prévoyance** : elle regroupe les garanties décès, incapacité de travail, d'invalidité et de chômage.

- **La retraite** : elle permet aux adhérents du contrat collectif de constituer un complément de retraite.

Selon le lien qui unit les adhérents à un contrat d'assurance collective, trois secteurs se distinguent :

- **L'assurance des salariés.** Traditionnellement les régimes collectifs de prévoyance sont souscrits par des entreprises pour leurs salariés. Ils découlent le plus souvent d'accords ou de conventions collectives. (par exemple l'assurance décès obligatoire des cadres). Ces contrats peuvent être obligatoires ou facultatifs concernant l'ensemble du personnel de la société ou simplement une catégorie objective de salariés (par exemple les cadres).
- **L'assurance des non salariés.** Elle permet de compléter la protection sociale des non salariés (artisans, professions libérales...). Le principal inconvénient lié à cette assurance est le caractère facultatif de l'adhésion susceptible de poser des problèmes d'antisélection ; les conditions tarifaires devront donc nécessairement intégrer ce phénomène.
- **L'assurance de groupe à caractère économique.** Elle tend principalement au maintien du patrimoine de l'assuré ou à l'exécution d'un engagement contractuel. On trouve majoritairement dans cette assurance, les contrats liés à des opérations de prêt souscrits par des établissements bancaires et les contrats liés à des opérations d'épargne. L'objet de ce mémoire concerne cette dernière branche.

1.3. Les intervenants

Les intervenants d'un contrat groupe sont :

- **Le souscripteur** : Il peut être une personne morale ou un chef d'entreprise. Il s'agit principalement d'une entreprise, d'un organisme professionnel, d'une association ou d'un établissement de crédit.
- **Les affiliés** : Il s'agit des personnes physiques appartenant à un groupe assurable. Ces derniers doivent avoir un lien de même nature avec le souscripteur. Il peut s'agir par exemple d'un contrat de travail conclu avec l'employeur ou de prêts souscrits auprès d'un établissement de crédit.
- **Les assurés** : Ce sont les personnes soumises aux risques garantis par le contrat. Ils peuvent être distincts des affiliés. Citons à titre d'exemple les ayants droit d'un affilié en assurance maladie.
- **Les bénéficiaires** de l'assurance sont les personnes susceptibles de recevoir les prestations. Ils ne se confondent pas nécessairement aux assurés et affiliés. Tel est le cas d'un tiers désigné comme bénéficiaire d'une garantie en cas de décès.

2. L'assurance des emprunteurs

2.1. Définition

L'assurance des emprunteurs est une assurance temporaire, limitée à la durée du crédit, qui garantit le remboursement de celui-ci en cas de décès. Elle est le plus souvent complétée par des garanties d'assurance de personnes couvrant les risques d'incapacité, d'invalidité et éventuellement de perte d'emploi. Cette assurance est généralement une condition nécessaire à l'obtention d'un prêt. Bien qu'il n'y ait pas d'obligation légale, les établissements de crédit demandent le plus souvent à leurs clients d'adhérer à une assurance collective, qui répond aux besoins de garantie des uns et des autres. Concrètement, l'assurance emprunteur permet aux consommateurs de se garantir contre différents types de risques physiques susceptibles de compromettre le versement des mensualités dues au prêteur, et ce, en contrepartie du versement de primes. Si cette garantie offre une sécurité réelle à l'emprunteur et sa famille, l'assurance des emprunteurs protège aussi et surtout le prêteur qui en est le bénéficiaire.

Les clients pour qui l'opération principale est celle du prêt, souscrivent donc très majoritairement à l'assurance proposée par la banque sans penser à faire jouer la concurrence. C'est ainsi que dans plus de 80% des cas, l'assurance emprunteur prend la forme d'un contrat de groupe. Cette assurance collective est donc souscrite par l'établissement de crédit auprès d'une compagnie d'assurance au profit des emprunteurs, ces derniers étant adhérents au contrat.

Le contrat emprunteur est pourtant aussi accessible sous forme de contrat individuel. Le client pourrait donc contracter directement auprès d'une autre assurance que celle proposée par la banque. Dans les faits, si l'emprunteur envisage de prendre un autre contrat d'assurance que celui proposé par la banque, il arrive que celle-ci retire son offre de prêt ou prélève des frais pour « délégation d'assurance ». Exemple : L'étude de délégation peut être facturée jusqu'à 100 € (Société Générale, tarif au 1^{er} janvier 2007).

Cependant, à partir du 1^{er} Octobre 2008, sauf si le prêteur exige l'adhésion à un contrat d'assurance collective, l'offre de prêt immobilier devra mentionner la possibilité pour l'emprunteur de souscrire une assurance équivalente à celle proposée par le prêteur, auprès de l'assureur de son choix (source FFSA).

2.2. Les avantages et limites de l'assurance groupe

L'assurance de groupe liée à un prêt souscrite par un établissement de crédit au profit des emprunteurs présentent de nombreux avantages pour l'emprunteur :

- les formalités d'adhésion sont relativement simples ;
- les risques sont mutualisés, c'est-à-dire répartis entre tous les emprunteurs ayant adhéré au contrat d'assurance de groupe ;

- les coûts sont réduits, car il s'agit d'un contrat collectif assurant un grand nombre de personnes.

L'assurance de groupe comporte néanmoins certaines limites liées à l'âge ou à l'état de santé et à la profession de l'emprunteur, ou encore au montant emprunté.

Lorsqu'une personne n'entre pas dans le cadre général, l'assureur pourra, le plus souvent, proposer la prise en charge des garanties contre le paiement d'une surprime ou limiter l'étendue de sa garantie.

Dans une telle situation l'assureur peut rechercher d'autres solutions, par exemple :

- la souscription d'un contrat spécifiquement adapté au risque présenté ;
- le transfert au profit du prêteur des garanties souscrites dans le cadre d'un contrat d'assurance vie ;
- le nantissement d'un capital (bons de capitalisation...) ;
- le recours à d'autres sûretés, telles que le nantissement d'un portefeuille de valeurs mobilières, la caution ou le gage.

Si plusieurs personnes contribuent au remboursement de l'emprunt, il faudra veiller à ce que chacune soit assurée en proportion de sa contribution.

2.3. Les obligations légales liées au contrat d'assurance des emprunteurs

L'assureur comme l'assuré ont des obligations légales vis-à-vis du prêt. En effet, quel que soit le contenu du contrat emprunteur, il incombe à l'organisme financier de donner toutes les informations nécessaires sur les garanties et leur coût. L'organisme remet à cet effet une notice énumérant les risques garantis et précisant toutes les modalités de la mise en jeu de l'assurance. Outre cette notice, l'offre préalable de crédit à la consommation doit comporter une information sur le caractère facultatif ou non de l'assurance. Si l'assurance est obligatoire, la notice doit comporter l'information sur la possibilité pour l'emprunteur de souscrire une assurance équivalente auprès de l'assureur de son choix (ces dernières dispositions sont applicables aux contrats de crédits consentis ou renouvelés à compter du 1^{er} février 2004).

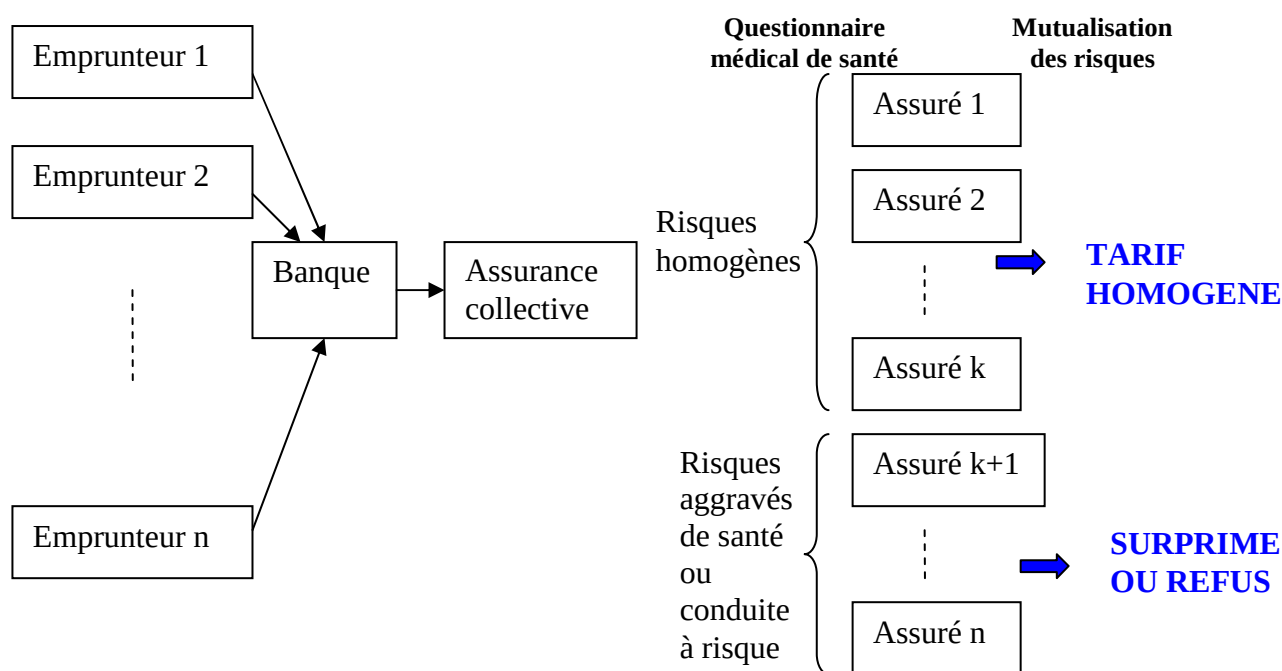
De son côté, l'assuré doit communiquer à l'assureur un certain nombre d'informations qui lui sont indispensables pour l'appréciation du risque qu'il prend en charge (articles *L. 113-2 et L. 112-3* du Code des assurances). Il a ainsi à répondre à un questionnaire sur son état de santé, à l'aide d'un imprimé qu'il signe. Il doit veiller à répondre lui-même, complètement et avec la plus grande exactitude, car ses déclarations l'engagent. En effet, s'il y a une fausse déclaration intentionnelle de sa part, l'assureur est en droit d'invoquer, sur la base de l'article *L. 113-8* du Code des assurances, la nullité du contrat et d'en tirer les conséquences. Cela signifie que, en cas de sinistre, l'assureur ne prendra pas en charge les échéances, avec toutes les conséquences financières que cela peut entraîner. En cas de fausse déclaration mais de bonne foi de l'assuré, l'indemnité peut être réduite si la cotisation payée est moins élevée que celle normalement due (article *L. 113-9* du Code des assurances).

2.4. La convention AERAS

Afin d'améliorer l'accès à l'emprunt et à l'assurance aux personnes présentant un risque de santé aggravé, la convention AERAS (s'Assurer et Emprunter avec un Risque Aggravé de Santé) est applicable depuis le 6 janvier 2007. Elle fait suite à la convention dite « Convention Belorgey » signée en 2001 entre les professionnels de l'assurance et de la banque, des associations de malades et de consommateurs et les pouvoirs publics.

La convention AERAS s'applique à l'ensemble des emprunteurs. Elle comporte des règles relatives au respect de la confidentialité des informations qui touchent à la vie privée et à la santé des personnes ainsi qu'un dispositif particulier pour favoriser l'accès à l'assurance des personnes qui présentent un risque aggravé de santé. Ce dispositif s'applique sous certaines conditions aux prêts à caractère personnel (prêts au logement et certains types de crédit à la consommation) ou professionnel (prêts pour l'acquisition de locaux et de matériels).

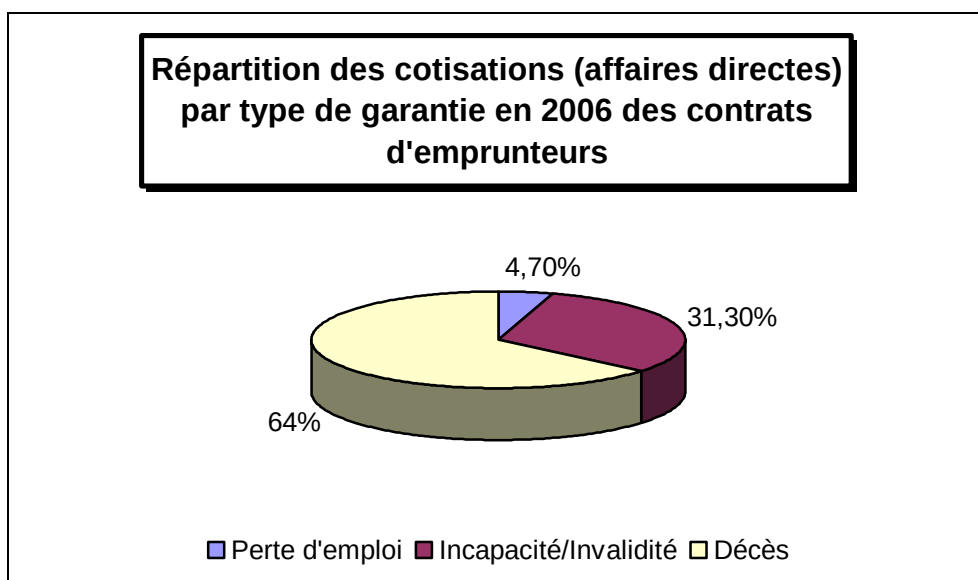
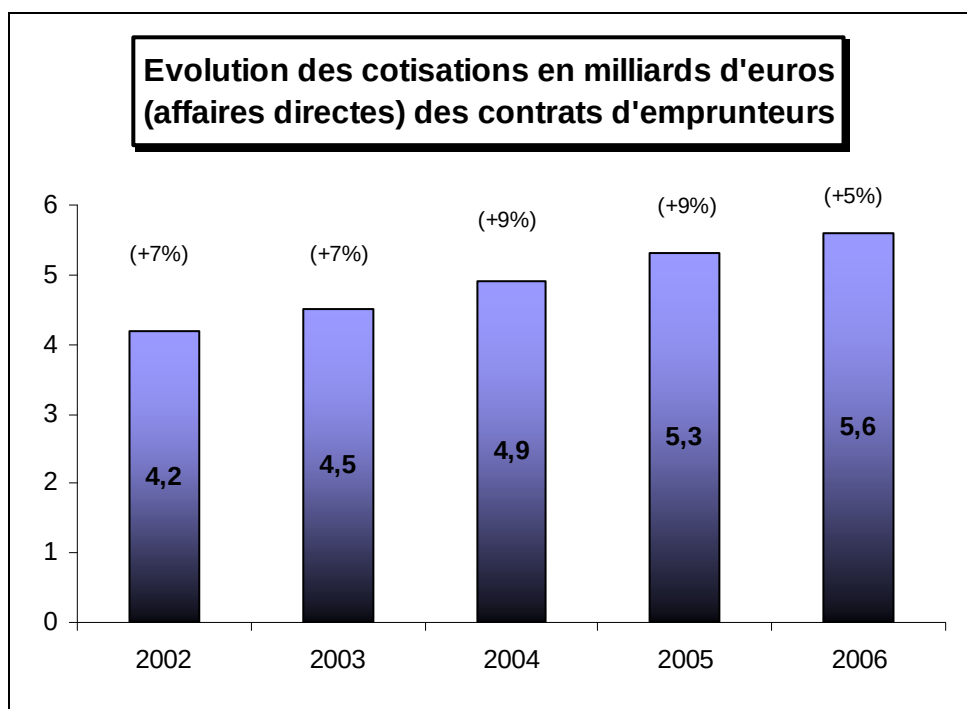
Le processus de l'activité en assurance emprunteur collective peut désormais se schématiser comme suit :



2.5. La situation du marché de l'assurance des emprunteurs

Le marché de l'assurance emprunteur est logiquement lié au marché des prêts immobiliers et des crédits à la consommation, ainsi qu'à leurs caractéristiques (production, montant, durée du prêt). Ce marché présente donc un fort potentiel de croissance. En effet, entre 2002 et 2006,

les contrats d'assurance de groupe liés à un emprunt n'ont pas cessé de croître. Le nombre de ces contrats a connu, selon la FFSA en 2006, une augmentation de 5,4 % (affaires directes). On peut noter que cette croissance est plus importante pour les garanties décès (+ 5,7 %) que pour les garanties incapacité-invalidité (+ 5,0 %) et les garanties perte d'emploi (+ 3,6 %). Les graphiques suivant décrivent l'évolution de l'assurance emprunteur (source FFSA – Décembre 2007).



En 2005, l'Argus de l'Assurance précise que le montant des primes collectées au titre de contrats d'assurance emprunteur collectifs sur les prêts immobiliers représente près de

4 milliards d'euros. Le marché de l'assurance emprunteur a repris sa progression suivant la relance de l'immobilier en 1998.

3. Les résultats des contrats des emprunteurs

Le contrat d'assurance emprunteur est par nature un contrat équilibré : le caractère obligatoire de sa souscription élimine le risque d'attirer uniquement les plus mauvais risques. De plus, la population qui adhère à ce contrat présente des spécificités minorant le risque de mortalité (catégories socioprofessionnelles plutôt élevées, sélection des risques de santé à l'entrée).

Le modèle économique présenté par l'UFC-Que Choisir montre que le rapport sinistre/prime des contrats d'assurance emprunteur est très favorable. Ils seraient largement bénéficiaires : le surplus dégagé après paiement des sinistres représente plus de 60% de la prime.

	2001	2002	2003	2004	2005
Sinistres	947 221 337	1 041 676 274	1 128 758 796	1 207 981 755	1 307 243 036
Primes	2 640 554 684	2 709 646 820	2 993 114 594	3 296 883 691	3 601 874 021
Surplus brut prime-sinistres	1 693 333 307	1 667 970 546	1 864 355 798	2 088 901 936	2 294 630 985
Rapport Sinistre / Prime	36%	38%	38%	37%	36%
Surplus en pourcentage de la prime	64%	62%	62%	63%	64%

Après paiement des sinistres, frais d'acquisition, d'administration et de gestion des contrats, le contrat assurance emprunteur demeure largement bénéficiaire : 46% de la prime reste en moyenne disponible.

A qui reviennent les bénéfices de l'assurance emprunteur ?

Cette question est actuellement l'une des principales problématiques en assurance emprunteur.

Pour apporter des éléments de réponse à cette question il convient de distinguer deux périodes :

Avant le 23 avril 2007 :

L'article L. 331-3 impose aux entreprises d'assurances sur la vie de faire participer les assurés aux bénéfices techniques et financiers qu'elles réalisent, correspondant au différentiel entre les couvertures prévues et les risques effectivement constatés.

Dans les faits, la participation aux bénéfices pour les contrats de groupe emprunteur existe bien mais est versée aux partenaires bancaires. Ces derniers ne la redistribuaient pas à leur clientèle d'emprunteurs. Le Code des assurances définissant l'assuré comme celui sur lequel repose le risque, la participation aux bénéfices devrait revenir à l'emprunteur et non à l'établissement de crédit. En effet il s'agit ici non pas de risque financier mais des risques, décès, invalidité et incapacité qui ne peuvent reposer que sur des personnes physiques. Ne pouvant pas revendiquer la qualité d'assurés, les banques invoquent l'arrêté d'application A. 331-3 de la loi L. 331-3 de 1983. Celui-ci prévoyait que la participation aux bénéfices ne soit pas distribuée aux assurés en cas de contrat collectif en cas de décès. L'application de cette dérogation a eu deux conséquences :

- L'exclusion des contrats emprunteurs des règles de distribution des bénéfices aux assurés.
- L'attribution des bénéfices techniques et financiers aux souscripteurs au titre de frais de gestion et de la commission de l'apport selon des modalités prévues dans les conventions conclues entre chaque établissement.

Cet arrêté va susciter des réactions. En effet, le professeur. Jean Bigot¹ soulève l'illégalité de l'arrêté pris en application de l'article L. 331-3 du Code des assurances car l'arrêté est plus restrictif que la norme supérieure. Le Conseil d'Etat est alors saisi de la question, qui saisit à son tour le Trésor pour le prévenir qu'il envisage de déclarer l'article illégal.

En parallèle l'UFC-Que Choisir² s'associe à une assignation devant le Tribunal de Grande Instance de Paris déposée par un emprunteur de la Caisse d'Épargne doté d'une assurance auprès de la CNP pour violation du principe légal de participation des assurés aux bénéfices.

Le 23 avril 2007 :

Un nouvel arrêté est adopté qui modifie l'article A331-3 du Code des assurances en incluant les contrats collectifs en cas de décès dans l'assiette de détermination de la participation aux bénéfices.

L'illégalité de l'ancien arrêté (A331-3) représente un nouveau risque pour les banques. En effet, un emprunteur peut désormais soulever l'illégalité de l'arrêté par voie d'exception. Si l'arrêté est annulé il sera réputé n'avoir jamais existé. L'assureur aura dans ce cas en plus de l'obligation de faire participer les assurés aux bénéfices (conséquence de l'arrêté du 23 avril 2007), l'obligation d'attribuer aux emprunteurs les participations aux bénéfices antérieurement attribuées aux établissements de crédit.

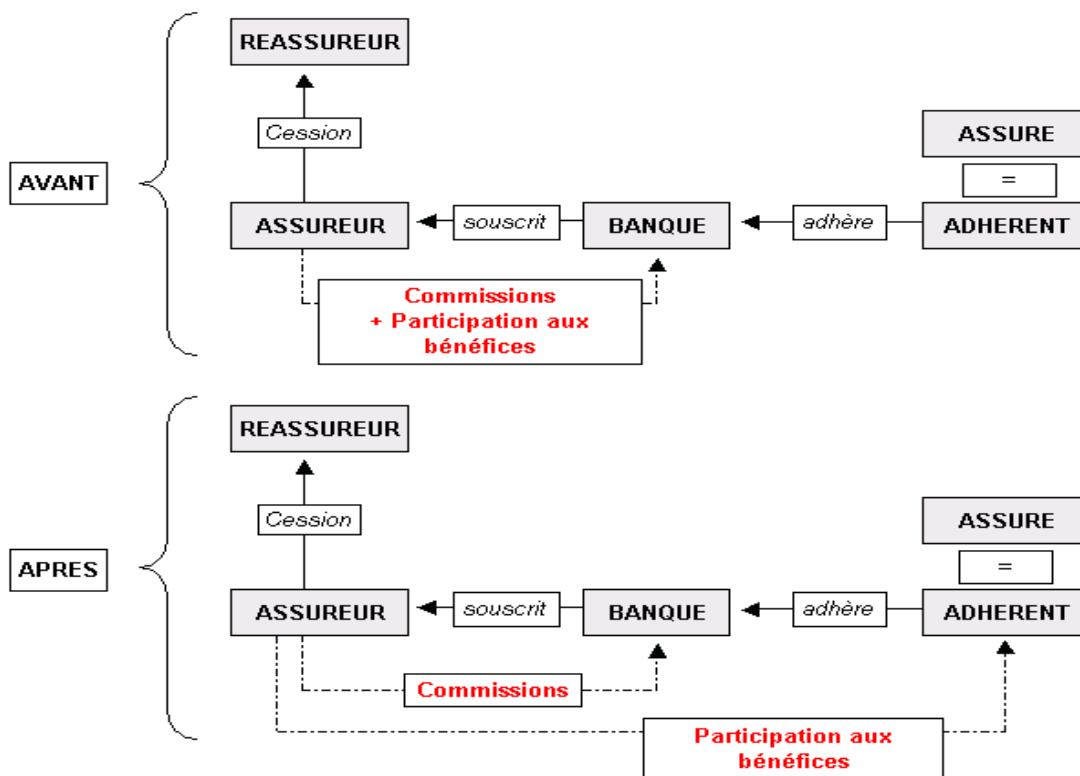
Ceci constitue un sujet d'actualité sensible. L'UFC-Que Choisir assigne le 22 mai 2007 en justice au Tribunal de Grande Instance de Paris, la CNP et la Caisse d'épargne. L'association les accuse d'avoir détourné, de manière illégale pendant 10 ans, 11,5 milliards d'euros de

¹ Jean Bigot, professeur émérite de l'Université Paris 1 (Panthéon-Sorbonne)

² Association à but non lucratif créée en 1951 et agréée pour ester en justice pour défendre les intérêts collectifs des consommateurs.

bénéfices techniques et financiers des contrats d'assurance emprunteur aux dépens des assurés.

Le schéma ci-dessous résume le processus entre les différents acteurs au contrat (assureur, assuré, banque et réassureur) avant puis après l'arrêté du 23 avril.



Après « l'arrêté PB », la participation aux bénéfices que les assureurs versaient en plus des commissions aux banques devra désormais être versée aux emprunteurs (réels détenteurs du risque de décès ou d'arrêt de travail).

Solution des établissements de crédit face à « l'arrêté PB »

Les assureurs ont la possibilité de réduire l'impact de « l'arrêté PB » pour les banques. Afin que les marges ne soient pas modifiées, le principal levier à utiliser est le taux de commission. Des évaluations peuvent donc être réalisées sur la projection de compte de résultat de participation aux bénéfices jusqu'à l'extinction des crédits pour évaluer les marges. Ces simulations permettraient à l'assureur d'estimer le niveau futur de participation aux bénéfices afin d'adapter la prime en conséquence. Ainsi la participation aux bénéfices finale reste restreinte (pour les emprunteurs) et les comptes de la banque ne subissent aucun changement significatif.

Une autre solution adoptée par les banques est de tenter de transformer cette crise en opportunité. Les banques veulent maîtriser les contrats d'assurance des crédits qu'elles distribuent. Les banques commencent à rompre leurs contrats anciens d'assurance pour les faire gérer par leurs filiales. C'est l'exemple de BNP Paribas, qui travaille avec Cardif et BNP Paribas Assurances ; la Société Générale qui a rompu ses liens avec Generali et Natixis Assurance et qui veut conquérir le réseau des Banques Populaires d'ici 2010.

CHAPITRE 2 : TARIFICATION D'UN PRODUIT D'ASSURANCE COLLECTIVE DES EMPRUNTEURS

1. Description du produit étudié

1.1. Nature du produit

Comme nous l'avons précisé, c'est l'établissement bancaire qui souscrit auprès de l'organisme assureur le contrat collectif d'assurance. En adhérant à ce contrat, l'assuré se garantit obligatoirement contre les risques de Décès, de Perte Totale et Irréversible d'Autonomie (PTIA). Les garanties d'Incapacité Temporaire Totale de travail (ITT), d'Invalidité Permanente Totale (IPT) sont les options choisies à l'adhésion. Il existe également une garantie en cas de chômage que nous ne présenterons pas ici. Le bénéficiaire de cette adhésion est l'organisme de crédit.

1.2. Les conditions d'adhésion

Pour adhérer au contrat d'assurance, l'assuré doit obligatoirement être âgé de plus de 18 ans et remplir les conditions suivantes :

- Etre âgé de moins de 75 ans pour la garantie Décès
- Etre âgé de moins de 60 ans pour les garanties PTIA, ITT et IPT
- Si l'assuré est âgé de moins de 65 ans, le montant assuré ne peut excéder 3 000 000 €. Pour les candidats dont l'âge à la souscription est compris entre 65 ans et 75 ans, le plafond des montants assurés est fixé à 450 000 €.

1.3. Les garanties

- **Le Décès**

Le contrat couvre le décès qu'elle qu'en soit la cause.

- **La Perte Totale et Irréversible d'Autonomie (PTIA)**

Un assuré est considéré comme atteint de PTIA si par la suite d'un accident ou de maladie survenant pendant la période de garantie, il se trouve dans l'impossibilité totale et irréversible de se livrer à toute occupation et toute activité rémunérée ou lui procurant gain ou profit et si

son état l'oblige à recourir définitivement à l'assistance d'une tierce personne pour l'accomplissement des actes ordinaires de la vie (faire sa toilette, s'alimenter, se déplacer, effectuer ses transferts, être continent). L'état PTIA doit être reconnu par l'assureur à dire d'expert.

En cas de Décès ou de PTIA de l'assuré survenant pendant la période de garantie, l'assureur verse à l'organisme prêteur le capital restant dû au jour du Décès ou de l'état de consolidation de la PTIA.

- L'Incapacité Temporaire Totale de travail (ITT) et l'Invalidité Permanente et Totale (ITP)

Les garanties ITT et ITP sont facultatives.

Un assuré est considéré en état d'ITT si par la suite de maladie ou d'accident survenant pendant la période de garantie, il se trouve médicalement dans l'impossibilité complète et temporaire d'exercer toute activité professionnelle. Tout assuré n'exerçant pas d'activité professionnelle à la date de réalisation du risque (c'est-à-dire à la date de survenance du risque) est exclu de la garantie.

Un assuré est considéré en ITP si pendant la période de garantie, il se trouve dans l'impossibilité complète et permanente médicalement constatée d'exercer toute activité professionnelle et de se livrer à toute occupation et toute activité rémunérée ou lui procurant gain ou profit. Par ailleurs si l'assuré est salarié, il doit également bénéficier d'un taux de 66% reconnu par la Sécurité Sociale (ou organisme assimilé) en cas d'accident du travail ou être classé parmi les invalides de 2^{ème} catégorie par cet organisme. Tout assuré (à l'exception de celui qui est au chômage) n'exerçant pas d'activité professionnelle à la date de survenance du sinistre est exclu de cette garantie.

En cas d'ITT ou d'IPT de l'assuré, survenant pendant la période de garantie et après le délai de franchise³. L'assureur verse à l'assuré le montant des échéances dues en capital et en intérêt au titre de la période d'indemnisation.

Il faut noter que les définitions attribuées à l'ITT et à l'IPT par le contrat peuvent différer de celles de la Sécurité Sociale.

1.4. La sélection médicale

Il existe deux types de contrats collectifs : ceux à adhésion facultative et ceux à adhésion obligatoire. Dans le deuxième type de contrat, l'assureur garantit un groupe d'individus selon des critères objectifs (exemple : ensemble des salariés sans discrimination du sexe ou de l'âge). Il n'y a donc pas d'antisélection⁴.

En revanche, dans les contrats à adhésion facultative, seuls les individus qui le désirent adhéreront. Les assureurs considèrent donc les contrats liés à l'assurance emprunteur comme des contrats à adhésion facultative. Il existe dès lors un risque d'antisélection. L'équilibre technique et économique du contrat se voit fragilisé. Pour pallier à ce risque, les assureurs ont la possibilité de contraindre les emprunteurs à un test médical et à justifier le montant du prêt

³ La franchise se définit comme la période d'arrêt de travail ou d'activité restant à la charge de l'adhérent. Cette période de franchise, comptée à partir du 1^{er} jour d'une période d'arrêt total et ininterrompu de travail ou d'activité, ne sera en aucun cas indemnisée. Elle est en général de 90 jours.

⁴ Le risque d'antisélection repose sur l'asymétrie d'information entre l'assureur et l'assuré, en faveur de l'assuré. En effet, on considère que les individus connaissent mieux le risque qu'ils représentent que les assureurs. Ainsi seuls les individus qui estiment représenter un risque vont souhaiter adhérer à la garantie.

demandé. On parle de sélection du risque. Cette sélection va leur permettre d'exclure les risques qu'ils ne désirent pas gérer dans leur portefeuille.

Le niveau de contrôle médical est fixé par chaque compagnie en fonction de l'âge de l'emprunteur, du capital emprunté et des garanties. Selon les cas, l'assureur peut demander :

- Un questionnaire médical, rempli par l'assuré lui-même et son médecin traitant ;
- Un rapport médical rempli par le médecin traitant ;
- Des examens complémentaires, effectués par un centre médical lié à l'assurance.

En fonction des résultats, le médecin de l'assurance, peut, dans le respect du secret médical, prendre trois décisions :

- Accepter d'assurer l'individu sans conditions ;
- Accepter d'assurer l'individu en échange d'une surprime pour le risque Décès et une diminution des garanties pour la garantie Arrêt de Travail ;
- Refuser d'assurer l'individu.

1.5. Clauses de Participation aux Bénéfices

Comme nous l'avons vu dans la section 3 de la partie 1, l'arrêté du 23 avril 2007, remet en cause le système de participation des assurés aux bénéfices. Les contrats collectifs Décès et donc les contrats collectifs emprunteurs entrent dans le périmètre des contrats donnant lieu à l'attribution de participation aux bénéfices. Un mécanisme de calcul spécifique aux contrats collectifs temporaires en cas de décès est alors mis en place pour limiter les effets du mécanisme de participation aux bénéfices sur le jeu des contrats. La participation aux bénéfices techniques et de gestion de l'assureur est pour les risques Décès égal au minimum à :

$$\text{Max}(10\% \text{ Résultat technique ; } 4,5\% \text{ Primes nettes})$$

L'arrêté précise également que lorsqu'une participation aux bénéfices de nature contractuelle est prévue, toute fraction de cette participation qui est portée à la provision pour participation aux bénéfices, mentionnée à l'article R. 331-3 du Code des assurances, doit nécessairement revenir au souscripteur d'un contrat emprunteur comportant cette clause.

2. Les tables utilisées pour évaluer les risques de Décès et d'Arrêt de Travail

2.1. Tables pour le risque Décès

Pour toutes les assurances portant sur la vie, les tarifs dépendent de tables de mortalités. Lorsqu'un assureur dispose d'un portefeuille suffisamment conséquent (en termes de nombres d'assurés) et de son historique, il peut construire des tables d'expérience pour établir un tarif au plus proche de la mortalité de ses assurés.

Les tables réglementaires actuellement en vigueur pour la tarification et le provisionnement en cas de versement d'un capital sont les tables TH00-02 et TF00-02. Pour les garanties annuelles des contrats collectifs, les assureurs qui ne disposent pas de tables d'expérience procèdent par abattement des taux de mortalité qui proviennent des tables réglementaires. En effet les populations qui adhèrent aux contrats emprunteurs présentent des spécificités qui minorent le risque de décès (catégories socio-professionnelles plus élevées, ils passent par une sélection médicale). Le taux d'abattement des tables est généralement de l'ordre de 30%. Nous choisissons dans notre étude d'appliquer des coefficients d'abattement basés sur les tables de mortalité par sexe et par catégories socio-professionnelle construites par l'INSEE.

2.1.1. Présentation de la table de l'INSEE

La table de mortalité de l'INSEE tire sa source de l'Echantillon Démographique Permanent (EDP) produit par l'INSEE. Il s'agit d'un panel d'individus représentant 1% de la population résidant en France métropolitaine pour lesquelles sont recueillies des informations des recensements depuis 1968 ainsi que des informations issues de l'état civil dont les décès. Les tables de mortalité décrivent la mortalité moyenne des années 1976-1984 selon la catégorie occupée en 1975 ; la mortalité moyenne des années 1983-1991 selon la catégorie observée en 1982 ; et la mortalité moyenne des années 1990-1999 selon la catégorie sociale en 1990.

Les catégories socio-professionnelles représentées sont les suivantes :

- agriculteur ;
- artisan / commerçant ;
- cadre et profession intellectuelle supérieure ;
- profession intermédiaire ;
- employé ;
- ouvrier ;
- inactif non retraité.

Les tables de mortalité ainsi que quelques statistiques sur la population sous-jacente à la construction des tables sont données en annexe de ce mémoire.

2.1.2. Adaptation des tables de mortalité de l'INSEE aux tables TH00-02 et TF00-02

La méthode se déroule en trois étapes.

1^{ère} étape

La première étape consiste à trouver les taux d'abattement à appliquer aux tables de référence pour obtenir des tables par catégorie socio-professionnelle. Nous recherchons donc un coefficient α tel que :

$$q_x^{cat} = \alpha q_x^{ref}$$

Pour ce faire, rappelons la définition d'une fonction de hasard puis d'un modèle à hasard proportionnel.

Fonction de hasard

La fonction de hasard (ou taux de panne, taux de défaillance, taux de décès, risque instantané, etc.) est par définition :

$$h(t) = \frac{f(t)}{S(t)} = \frac{-S'(t)}{S(t)} = -\frac{d}{dt} \ln S(t)$$

Avec S la fonction de survie d'une variable aléatoire $T \in [0, +\infty[$ (représentant la survie d'un individu) et f (lorsqu'elle existe) la densité de la variable aléatoire T .

Modèle à hasard proportionnel

Il s'agit d'un modèle dans lequel on se donne une fonction de survie de base B et on fait l'hypothèse que la fonction de survie du phénomène observé est de la forme $S_\theta(t) = B(t)^\theta$ pour un paramètre θ inconnu.

La fonction de hasard sous-jacente s'écrit :

$$h_\theta(t) = \frac{f_\theta(t)}{S_\theta(t)} = \theta \frac{f(t)}{S(t)} = \theta h(t)$$

La fonction de hasard du modèle est ainsi proportionnelle à la fonction de hasard de base associée à $\theta = 1$, d'où la dénomination de « modèle à hasard proportionnel ».

Soit $T_x = T - x$ la durée de vie résiduelle d'un individu qui a vécu x années.

Notons pour un événement A , $P_x(A) = P(A|T > x)$

La probabilité qu'un individu d'âge x survive t années est ${}_t p_x = P_x(T > t)$. La probabilité qu'un individu d'âge x décède avant t est ${}_t q_x = 1 - {}_t p_x$.

La fonction de hasard sous la probabilité P_x a pour expression :

$$\mu_x(t) = \frac{f_x(t)}{{}_t p_x} = -\frac{d}{dt} \ln({}_t p_x)$$

Le quotient de mortalité ${}_1 q_x = q_x$ est la version discrète du taux de hasard μ_x (avec la relation $\mu_x = -\ln(1 - q_x)$, si on fait l'hypothèse de constance de la fonction de hasard entre deux âges entiers). On remarque que ce modèle est un modèle à hasard proportionnel dans lequel on suppose la fonction de hasard de base connue. Plus précisément, si on suppose $\mu_x^{cat} = \alpha \mu_x^{ref}$ d'une part et que $\mu_x = -\ln(1 - q_x)$ d'autre part, on obtient la relation suivante :

$$1 - q_x^{cat} = (1 - q_x^{ref})^\alpha$$

Cette relation au premier ordre lorsque les taux sont « petits » est équivalente à :

$$q_x^{cat} = \alpha q_x^{ref}.$$

2ème étape

La deuxième étape consiste à appliquer ces taux d'abattement (par âge) à des tables plus récentes : la TH00-02 et la TF00-02.

Limite de la méthode :

Une limite de cette méthode se situe au niveau de la deuxième étape. En appliquant aux tables TH00-02 et TF00-02 les coefficients d'abattement (ou de majoration) des tables de l'INSEE, on suppose que ces abattements n'ont pas évolué dans le temps. Ceci est une hypothèse à manipuler avec précaution car la mortalité pourrait avoir évolué et les rapports de taux de mortalité pourraient avoir changé dans le temps.

Les graphes ci-dessous présentent chez les femmes puis chez les hommes les taux d'abattement pour les catégories socio-professionnelles retenues dans le cadre de notre étude.

On remarque que de manière générale, les ouvriers ont une probabilité plus forte de décéder que les autres.

Les cadres sont ceux qui ont les plus forts taux d'abattement. Ils sont plus susceptibles d'avoir accès à la médecine et d'entretenir leur santé.

3ème étape

L'objectif d'utiliser une unique table de mortalité. Nous agrégeons donc les taux de mortalité en fonction des proportions observées en interne des catégories socio-professionnelles dans les portefeuilles emprunteurs. On a donc :

$$q_x^* = \%C \times (\%F \times q_x^{C-F} + \%H \times q_x^{C-H}) + (\% \times q_x^{NC-F} + \%H \times q_x^{NC-H}) \%NC$$

$\%C$ = Proportion de cadres

$\%NC$ = Proportion de non-cadres

$\%F$ = Proportion de femmes

$\%H$ = Proportion d'hommes

$C - F$ = Cadres femmes

$C - H$ = Cadres hommes

La table de mortalité est reconstituée grâce à la relation :

$$L_{x+1}^* = L_x (1 - q_x^*)$$

Dans le cadre de notre étude nous avons choisi des proportions que l'on constate généralement dans les portefeuilles emprunteur :

$$\%F = \%H = 50\% \text{ et } \%C = 1/3 = 1 - \%NC$$

Dans la suite de ce mémoire, nous appellerons la table obtenue « table adaptée ».

2.2. Tables pour le risque d'arrêt de travail : Les tables du BCAC

Pour tarifier le risque d'arrêt de travail, l'assureur doit connaître les probabilités d'entrée et de maintien en incapacité et en invalidité de ses assurés.

Le bureau commun des assurances collectives (BCAC) est chargé notamment de la création de tables d'expériences⁵ servant à la tarification et au provisionnement des risques incapacité et invalidité de travail. Ces tables reflètent la probabilité d'occurrence des risques incapacité et invalidité, la durée de maintien et le passage d'un risque à l'autre.

Comme dans le cas du risque de Décès, l'assureur a la possibilité de construire une table d'expérience à partir de son portefeuille d'assuré et de son historique.

Nous utiliserons dans notre étude les tables du BCAC.

3. Méthode de tarification

Les tarifs peuvent être exprimés soit en fonction du capital emprunté initialement, soit en fonction du capital restant dû.

3.1. Tarification en fonction du Capital Initialement emprunté

3.1.1. Tarification du risque Décès

Hypothèses :

- Les primes sont périodiques et constantes ;

⁵ Ces tables ont été construites une population de salariés. Dans la mesure du possible, une table d'expérience sur une population d'emprunteurs mériterait d'être construite.

- La prime est prélevée mensuellement, trimestriellement, semestriellement, ou annuellement en début de période ;
- La durée du prêt et celle du paiement des primes sont équivalentes ;
- Les sinistres sont supposés avoir lieu en milieu de période. Cette hypothèse simplificatrice suppose qu'il y a autant de décès avant le milieu de l'année et après. On suppose intuitivement que le nombre de décès pendant une année est constant et que le nombre de décès avant et après le milieu d'année se compensent.

L'équilibre entre les valeurs actuelles probables des engagements de l'assureur et de l'assuré permet d'obtenir le taux de cotisation T_d .

Notations :

Capital emprunté : C

Capital Restant Dû à l'année k : CRD_k

Annuité de l'année j : a_j

Taux d'assurance décès : T_d

Durée du prêt en années : n

Taux d'intérêt du prêt annuel : t

Taux de technique annuel : i

Périodicité de l'emprunt : m

Facteur d'actualisation annuel : $v = \frac{1}{1+i}$

Âge de l'assuré à la souscription $x+u$ (avec $x \in \mathbb{N}$ et $u \in [0,1[$)

Soient :

C le capital emprunté

CRD_k le capital restant dû à la période k

n la durée du prêt

t le taux d'intérêt du prêt

Le capital restant dû à la période k vérifie l'équation⁶ :

$$CRD_k = C \left[\frac{(1+t)^n - (1+t)^k}{(1+t)^n - 1} \right]$$

Cherchons la valeur actuelle probable de l'engagement de l'assureur que nous noterons VAP_r .

Soit T_{x+u} la durée de survie d'un individu d'âge $x+u$.

$$VAP_r = E\left(CRD_{T_{x+u}} v^{T_{x+u}} 1_{T_{x+u} < n}\right) = \sum_{k=0}^{nm-1} CRD_k \times \frac{k}{m} p_{x+u} \times \frac{1}{m} q_{x+u} \times v^{\frac{k+\frac{1}{2}}{m}} \quad \text{en prenant en compte}$$

l'hypothèse des décès en milieu de période.

$$VAP_r = \sum_{k=0}^{nm-1} CRD_k \times \left(1 - \frac{k}{m} q_{x+u}\right) \times \frac{1}{m} q_{x+u} \times v^{\frac{k+\frac{1}{2}}{m}}$$

⁶ Voir Annexes 2

Remarque : Si l'on abandonne l'hypothèse selon laquelle les décès surviennent en milieu de période, l'expression de l'engagement de l'assureur devient :

$$\begin{aligned}
 VAP_r &= E_{x+u} \left(v^{T_{x+u}} \sum_{k=0}^{nm-1} CRD_k \times 1_{\frac{k}{m} \leq T_{x+u} < \frac{k+1}{m}} \right) \\
 &= \sum_{k=0}^{nm-1} CRD_k \times E_x \left(v^{T_x} \times 1_{\frac{k}{m} \leq T_x < \frac{k+1}{m}} \right) \\
 VAP_r &= \sum_{k=0}^{nm-1} CRD_k \times \int_{\frac{k}{m}}^{\frac{k+1}{m}} v^u {}_h p_x \mu_{x+u+h} dh, \text{ avec } \mu_x \text{ le taux instantané de mortalité d'un} \\
 &\text{individu d'âge } x.
 \end{aligned}$$

Cherchons maintenant la valeur actuelle probable de l'engagement de l'assuré que nous noterons $VAP_{\hat{e}}$.

Soient :

s le différé du prêt

m la périodicité

La valeur actuelle probable de l'engagement de l'assuré est :

$$VAP_{\hat{e}} = T_d \times C \times {}_{s|n} \ddot{a}_{x+u}^{(m)} \quad ^7$$

$$\text{A l'équilibre on a : } VAP_r = VAP_{\hat{e}} \Leftrightarrow T_d = \frac{\sum_{k=0}^{nm-1} CRD_k \times \left(1 - \frac{k}{m} q_{x+u} \right) \times \frac{1}{m} q_{x+u} \times v^{\frac{k+\frac{1}{2}}{m}}}{C \times {}_{s|n} \ddot{a}_{x+u}^{(m)}}$$

3.1.2. Tarification du risque PTIA

Le tarif pour le risque PTIA (Perte Totale et Irréversible de l'Autonomie) s'élabore par expérience. En général et par convention, il est évalué à 3% du tarif du risque Décès.

Application

Les paramètres utilisés pour la tarification sont les suivants :

⁷ Voir Annexes 3

Taux technique	Taux d'intérêt	Durée du prêt
2,25%	5,5%	20 ans

Résultat

Les tarifs pour le risque de décès obtenus selon l'âge et la table utilisés sont les suivants :

Âge	30 ans	40 ans	50 ans
TH 00-02 abattue à 30%	0,08%	0,19%	0,41%
Table adaptée	0,06%	0,13%	0,28%

Les tarifs pour le risque de PTIA correspondants sont les suivants :

Âge	30 ans	40 ans	50 ans
TH 00-02 abattue à 30%	0,002%	0,006%	0,012%
Table adaptée	0,002%	0,004%	0,008%

Les tarifs augmentent avec l'âge du fait de l'augmentation du risque. De plus, on peut constater que les tarifs issus de la table adaptée sont plus bas que ceux issus de la table TH00-02 (abattue à 30%) du fait de taux de mortalité plus faible que ceux obtenus avec une table TH00-02 abattue à 30%.

3.1.3. Tarification du risque Arrêt de Travail

Nous nous limitons à la tarification dans le cas où le remboursement du prêt de l'assuré est mensuel. La tarification dans le cas où les échéances sont autres que mensuelles est analogue.

Remarque

Le calcul de l'engagement de l'assureur pour le risque arrêt de travail dans le cadre du calcul de la prime nécessite une hypothèse sur le taux d'entrée en arrêt de travail. Aucune étude publique n'a réellement été faite sur ce sujet. Les compagnies d'assurance retiennent donc souvent un taux d'entrée de 20% à 35%. Ce taux est identique pour tous les assurés et ne dépend pas de l'âge.

Hypothèses

Les primes sont versées en début de période

Les mensualités du prêt sont constantes

Les sinistres surviennent en début de période.

L'engagement de l'assuré est le même que dans le cas de décès.

Cherchons l'expression de l'engagement de l'assureur.

Notations

La fréquence d'entrée en arrêt de travail à l'âge x puis de maintien pendant une franchise de Y jours est notée $f_x^{(Y)}$

On note par l_j^x le nombre d'incapables entrés en incapacité à l'âge x encore présents en incapacité j mois plus tard (selon les tables du BCAC).

s_{j+p}^x est le nombre d'incapables entrés en incapacité à l'âge x et entrant en invalidité $j+p$ mois après.

La valeur actuelle probable de l'engagement de l'assureur peut être perçue comme suit :

Pendant la période de franchise, l'assureur ne verse pas de prestations. On estime donc la probabilité que l'assuré entre en incapacité et qu'il y reste pendant toute la période de la franchise. Une fois qu'on suppose que l'assuré est entré en incapacité, on lui verse des prestations. L'assuré reste en incapacité au maximum 3 ans (36 mois) ensuite il entre en invalidité sachant que ce passage en invalidité peut être anticipé. On estime donc la probabilité de passage en invalidité pendant la période où l'assuré est en incapacité et ensuite la valeur de l'engagement de l'assureur au cas où l'assuré serait en invalidité.

La valeur actuelle probable de l'engagement de l'assureur est donc estimée comme suit :

$$VAP_r = a \sum_{k=0}^{n-1} f_{x+k}^{(Y)} \times \left(\sum_{j=Y+1}^{36-Y} \frac{l_j^{x+k}}{l_Y^{x+k}} v'^{j+12k} + \sum_{p=0}^{36-j-1} \frac{s_{j+p}^{x+k}}{l_j^{x+k}} v'^{p+\frac{j}{m}} \left(\ddot{a}_{x+k+\frac{j}{m}; p; n-k-\frac{j}{m}-p}^{(m)} \right) \right)$$

Avec v' le taux d'actualisation mensuel.

La rente $\ddot{a}_{x:\overline{n}|}^{(m)}$ d'invalidité se calcul avec la table d'invalidité du BCAC.

On obtient le taux de cotisation en cas d'arrêt de travail de la même manière que dans le cas du décès (c'est-à-dire par égalisation avec la VAP_e) et on obtient le taux de cotisation pour le risque Arrêt de Travail.

$$T_a = \frac{a \sum_{k=0}^{n-1} f_{x+k}^{(Y)} \times \left(\sum_{j=Y+1}^{36-Y} \frac{l_j^{x+k}}{l_Y^{x+k}} v'^{j+12k} + \sum_{p=0}^{36-j-1} \frac{s_{j+p}^{x+k}}{l_j^{x+k}} v'^{p+\frac{j}{m}} \left(\ddot{a}_{x+k+\frac{j}{m}; p; n-k-\frac{j}{m}-p}^{(m)} \right) \right)}{C \times {}_{s|n}\ddot{a}_{x+u}^{(m)}}$$

Résultats

Les paramètres utilisés lors de la tarification sont :

- L'âge limite de prestation : 60 ans
- Le taux technique : 2,25%

- Le taux d'intérêt : 5,5%
- Franchise : 90 jours
- Taux d'entrée en arrêt de travail : 20% (taux d'entrée appliqué en général par les assureurs)

Âge à la souscription	30 ans	40 ans	50 ans
Tarif en fonction du capital emprunté	0,08%	0,15%	0,12%

3.2. Tarification en fonction du Capital Restant Dû

Dans la tarification en fonction du capital restant dû, tout ce qui a été dit sur la valeur actuelle probable de l'engagement de l'assureur pour le risque de Décès comme pour le risque d'Arrêt de Travail reste valable. L'expression de la valeur actuelle probable de l'assuré pour des échéances est :

$$VAP_{\epsilon} = T \times v^s \times p_{x+u} \times \sum_{k=0}^{n-1} CRD_k \times {}_k p_{x+u+s} \times v^{k+1/2}$$

avec T le taux de prime pour le risque de Décès ou d'Arrêt de Travail.

Il ne reste plus qu'à égaliser les valeurs actuelles probables des engagements de l'assureur et de l'assuré puis d'en déduire le taux de prime.

Application

Appliquons la tarification pour les paramètres suivants :

Taux technique	Taux d'intérêt	Durée du prêt
2,25%	5,5%	20 ans

Résultat

Risque : Décès

Âge	30 ans	40 ans	50 ans
TH 00-02 abattue à 30%	0,13%	0,29%	0,61%
Table adaptée	0,09%	0,19%	0,42%

Risque : Décès

Âge	30 ans	40 ans	50 ans
TH 00-02 abattue à 30%	0,004%	0,009%	0,018%
Table adaptée	0,003%	0,006%	0,013%

Risque : Arrêt de travail

Les paramètres utilisés lors de la tarification pour le risque Arrêt de Travail sont :

- L'âge limite de prestation : 60 ans
- Le taux technique : 2,25%
- Le taux d'intérêt : 2%
- Franchise : 90 jours
- Taux d'entrée en arrêt de travail : 20%

Age à la souscription :	30	40	50
Tarif en fonction du capital restant dû	0,13%	0,23%	0,17%

Remarque

On constate dans la pratique que les tarifs commerciaux en cas de décès sont généralement supérieurs aux tarifs « théoriques » et ce pour des raisons stratégiques. En effet, si le tarif pour le risque Décès est augmenté de 30% par exemple, le tarif pour le risque Arrêt de Travail sera réduit de la même hauteur. Le but est de pousser le consommateur à choisir de s'assurer pour les deux risques.

3.3. Comparaison de la tarification en fonction du capital initial et de la tarification en fonction du capital restant dû

La tarification en fonction du capital emprunté peut conduire à favoriser les emprunteurs qui remboursent par anticipation par rapport aux autres qui vont continuer à payer jusqu'au terme du remboursement des primes assises sur le capital restant dû. C'est pour limiter les conséquences d'une telle anomalie qu'en cas de remboursement anticipé partiel du prêt, certains assureurs recalculent l'assiette de la prime d'assurance en déduisant du capital initial le montant du remboursement anticipé. De plus, elle contribue à inciter les emprunteurs à refinancer leur emprunt en cas de baisse des taux : un refinancement qui intervient alors que le capital restant dû est égal à la moitié du capital initialement emprunté divisé par deux le

coût de l'assurance. Pourtant, c'est la tarification au capital emprunté qui est pratiquée par la grande majorité des assureurs. Il est vrai que la tarification en fonction du capital restant dû complique un peu les choses : pour un prêt à mensualité constante, la dégressivité de la prime d'assurance oblige à un lissage de la mensualité hors assurance si l'on veut que la mensualité totale, assurance comprise, soit fixe tout au long de la durée de remboursement. Mais surtout, le tarif, exprimé en pourcentage, semble plus élevé lorsqu'il s'applique au capital restant dû que lorsqu'il s'applique au capital emprunté. Comme il est difficile d'expliquer à l'emprunteur les raisons de cet écart apparent, la plupart des prêteurs ont choisi la tarification au capital emprunté.

4. Le tarif commercial du tarif pratiqué sur le marché de l'assurance des emprunteurs

Initialement unique pour tous les assurés quelque soit leurs caractéristiques, le tarif collectif est de plus en plus proposé par tranche d'âge et par tranche sur la durée de l'emprunt. Pour un prêt immobilier, un exemple de tarif commercial collectif pour couvrir le risque de décès est le suivant :

Tarif Décès en fonction du capital emprunté chargé à 35%

Tranche d'âge	Durée de remboursement du prêt		
	[0 ; 10 ans]	[11 ans ; 15 ans]	[16 ans ; 30 ans]
[18 ans ; 35 ans]	0,15%	0,20%	0,20%
[36 ans ; 50 ans]	0,25%	0,25%	0,35%
[51 ans ; 60 ans]	0,35%	0,50%	0,50%
[61 ans ; 75 ans]	0,60%	0,80%	0,80%

Ces tarifs contiennent un chargement de 35%. L'âge moyen des emprunteurs dans les portefeuilles assureurs est d'environ 40 ans pour une durée d'environ 20 ans (sans prise en compte des remboursements anticipés). Dans ces conditions, un tarif moyen pur devrait être d'environ 0,23%.

Nous choisirons donc dans notre étude de prendre un tarif collectif pur de 0,23% du capital emprunté.

L'étude faite ci-dessus sur la tarification en fonction du capital initial permet de discuter des taux de cotisation actuellement pratiqués sur le marché. Comparons les résultats trouvés pour un individu dont les caractéristiques représentent un emprunteur moyen.

Caractéristique de l'emprunteur moyen

Âge	Taux du prêt	Durée du prêt
40 ans	5,5%	20 ans

	TH00-02 abattue de 30%	Table adaptée	Tendance tarifaire du marché en assurance individuelle
40 ans	0,19%	0,13%	0,23%

La présente étude met donc en évidence une source de marge naturelle pour les assureurs qui est de pratiquer un taux de cotisation supérieur à celui correspondant à l'emprunt. Cette marge pourra être d'autant plus conséquente si l'assureur dispose dans son portefeuille d'une population majoritairement jeune (les bons risques).

CHAPITRE 3 : ÉTUDE DE LA RENTABILITE EN ASSURANCE DES EMPRUNTEURS

Après avoir mis en place un tarif, l'assureur souhaite savoir si se lancer dans la branche emprunteur lui sera rentable et s'il dispose des différentes quantités financières exigées par la réglementation. L'assureur pour faire face à ses engagements envers ses assurés va devoir provisionner ses risques à partir de bases prudentes. Cependant, l'activité d'assurance étant par nature risquée, le niveau de provisionnement peut s'avérer insuffisant pour couvrir les engagements de la compagnie d'assurance. La réglementation exige donc des assureurs qu'ils mettent en place un « matelas » de fonds propres permettant d'absorber les écarts négatifs par rapport aux prévisions de sinistres. On parle de solvabilité. C'est dans ce cadre que depuis les années 70, des travaux sont menés sur la solvabilité des assureurs.

Nous étudierons donc dans un premier temps, la rentabilité de l'assurance emprunteur dans le cadre de la réglementation actuelle appelée Solvency 1. Puis, dans une quatrième partie, nous examinerons l'impact des récentes normes et directives IFRS 4 et Solvency 2 sur la rentabilité dans le cadre de l'assurance des emprunteurs.

1. Besoin d'évaluation et objectifs

D'une manière générale, une société d'assurance a un besoin constant en terme d'évaluation, qu'elle soit dans le lancement d'un produit (d'une branche) ou qu'elle le commercialise depuis un certain temps. Différents facteurs vont contribuer à changer l'environnement de travail d'une société d'assurance et ainsi d'attribuer des méthodes d'évaluation. Ces facteurs sont :

- La concurrence,
- La pression des investisseurs,
- L'évolution des produits et de la législation.

La concurrence : Elle s'est accrue à cause de la dérégulation du marché de l'assurance. Dans le cadre du marché commun, les autorités renforcent le contrôle financier pour garantir la solvabilité aux assurés. Parallèlement, il y a un abandon du contrôle matériel (c'est-à-dire un abandon de l'exigence de faire approuver les nouveaux tarifs par les autorités). La solidarité entre assureurs se démantèle petit à petit, ils se communiquent de moins en moins les informations.

Cette concurrence a incité les compagnies d'assurances à analyser la rentabilité des produits, des branches, des systèmes de distribution afin d'éliminer les moins performants. L'évaluation de la compagnie d'assurances ainsi que de ses produits est nécessaire.

L'évolution de la surveillance, une plus grande liberté tarifaire et donc une plus grande concurrence qui en découle, obligent les actuaires à trouver des méthodes de tarification, de mesure de rentabilité et de nouveaux produits.

La pression des investisseurs : Elle se manifeste par les critiques des actionnaires vis-à-vis de la performance de la compagnie (l'exigence de profitabilité des actionnaires est croissante) et par la difficulté d'obtenir des ressources en capital (les investisseurs sont exigeants et sélectionnent les entreprises avant d'investir).

L'interaction du manque de capitaux, de l'exigence de rendement, de l'évolution de la surveillance condamnent les assureurs à améliorer leurs techniques d'évaluation des produits, la tarification, ainsi que la commercialisation des produits.

L'évolution des produits et de la législation : Les profits sont essentiels à la survie de toute entreprise et les compagnies d'assurances ne sont pas une exception à cette règle. La législation et les hypothèses prises en compte lors de la tarification étant amenées à évoluer, il est indispensable de savoir quels profits on peut attendre dans un environnement incertain.

Dès lors, les tests de rentabilité sont également utilisés pour mesurer la sensibilité des hypothèses. Faire varier les paramètres du modèle de test de rentabilité va permettre à l'actuaire de savoir non seulement à quel point le contrat est profitable mais aussi quels sont les paramètres les plus décisifs à la rentabilité. Ce procédé appelé « Stress Testing », est le cœur de l'étude de la rentabilité. En d'autres termes, il n'est pas suffisant de savoir que le taux de rentabilité est de 10% si un changement relativement plausible dans les hypothèses réduit ce taux à 0%.

Toutes choses égales par ailleurs, l'actuaire cherchera à mettre en place un produit qui :

- A le plus fort taux de retour sur fonds investis possible ;
- Fait utiliser le moins de capital possible ;
- A un taux de retour sur fonds investis robuste au changement d'hypothèses.

Pour ce faire, le test de rentabilité, appelé aussi « Profit Testing » aura pour principe de :

1. Mettre en perspective les résultats futurs probables ;
2. Estimer le retour sur fonds investis suivant différents critères (Return On Economic Capital, taux de rendement interne, point-mort...) ;
3. Utiliser une approche souvent en « espérance », pour différents scénarii d'hypothèses sur les grandeurs les plus importantes : rendement des actifs, taux de rachat des contrats...

2. Les hypothèses

La suite de notre étude se limite à la garantie obligatoire du produit, à savoir le décès. Cependant le cas des risques d'arrêt de travail ou de chômage peuvent être traités de manière similaire.

- Nous supposerons que les chargements de gestion et de commercialisation (frais d'acquisition inclus) sont exactement égaux aux frais qui leur correspondent. Nous raisonnerons ainsi directement en prime pure.

- Nous ne tiendrons pas compte de l'impôt sur les sociétés⁸ et des taxes.
- Nous ne tiendrons pas compte de l'inflation.

3. Le critère de rentabilité

3.1. Rentabilité annuelle : le ROEC

Le « Return On Economic Capital » (ROEC) est un critère de rentabilité fondamental. Il permet de mesurer année après année, le retour sur investissement des fonds qui ont été injectés dans une exploitation. Rapporté à l'exigence de marge de solvabilité, le résultat annuel permet d'apprécier l'efficacité dégagée par l'ensemble des capitaux mis en œuvre dans l'entreprise.

3.2. Rentabilité globale

3.2.1. Le critère de rentabilité basé sur la différence prime-sinistre

Ce critère permet de voir si les primes couvrent les sinistres de manière globale sur tout le contrat ou inversement. Ce critère n'est pas complet car il est loin de prendre en compte tous les éléments entrant en compte dans un contrat d'assurance notamment les capitaux investis par les actionnaires, les produits financiers et intérêts techniques.

3.2.2. Le Taux de Rentabilité Interne (TRI)

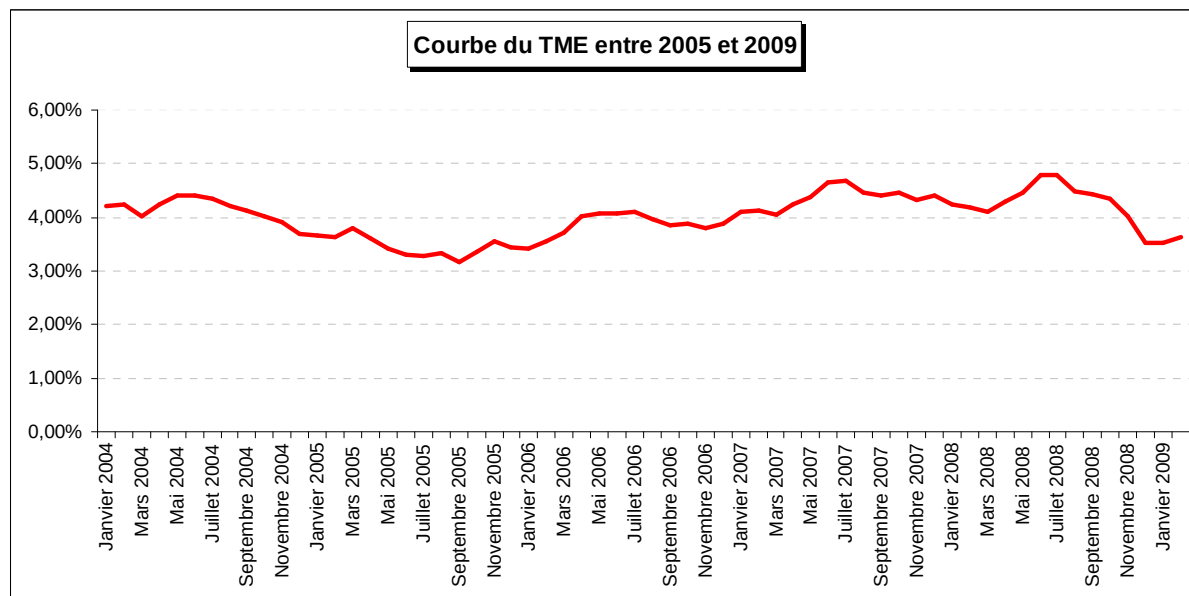
Le TRI est le taux d'actualisation qui annule la valeur actuelle des flux futurs espérés générés par le produit ; on parle aussi de flux actionnaires. C'est un outil classique de décision à l'investissement.

Le projet d'investissement est considéré rentable si le TRI est supérieur ou égal au taux de rémunération demandé par les actionnaires. En d'autres termes, on décide de lancer le produit d'assurance si le TRI est supérieur au taux de rémunération des fonds propres versés par les actionnaires. Le taux attendu par les actionnaires est appelé Risk Discount Rate (RDR). Il est subjectif et son critère d'évaluation varie d'une compagnie à une autre. On pourrait cependant considérer que comme l'activité d'assurance est un investissement risqué, les actionnaires souhaitent être rémunéré au minimum à la hauteur d'un investissement sans risque sur les marchés. L'expression du RDR pourrait être la suivante :

⁸ Il s'élève à 33,33% du bénéfice final de l'assureur

$RDR = (1 + \alpha\%) \times \text{Moyenne sur les 5 dernières années du Taux Moyen d'emprunt d'Etat (TME)}$

$\alpha\%$ représente une prime de risque pour l'investissement en assurance emprunteur.



La moyenne du TME sur ces cinq dernières années est de 4,01%.

Ainsi le TRI peut avoir une influence sur la distribution des dividendes aux actionnaires et sur le taux de participation aux bénéfices contractuel.

3.2.3. La Net Present Value (NPV)

La NPV est la somme des flux futurs espérés de l'assureur actualisés au RDR. L'actionnaire accepte de placer des fonds propres dans l'assurance si la NPV est au moins positive. C'est un critère équivalent au critère retenu avec le TRI.

L'emploi de la NPV comme critère de rentabilité permet de donner un avis sur la rentabilité d'un projet dans tous les cas (ce qui n'est pas possible avec le TRI, car il arrive que le TRI ne soit tout simplement pas calculable. C'est le cas lorsqu'il y a une opportunité d'arbitrage par exemple).

De plus la NPV peut être actualisée à des RDR différents suivant les années. Ceci est également un avantage sur le TRI. En effet, supposer que dès lors que le TRI est supérieur au RDR alors le projet est rentable suppose que les actionnaires sont rémunérés chaque année au même taux : le TRI.

Enfin pour certaines structures d'échéanciers, le TRI n'est pas unique. Il peut être difficile de choisir un TRI avec objectivité.

Pour toutes ces raisons nous privilégierons dans notre étude le calcul de la NPV.

4. Étude dans le cadre de Solvency 1

4.1. Les provisions

Le calcul de la provision mathématique dans les contrats d'assurance portant sur la vie de l'assuré se fait chaque année par différence de la valeur actuelle probable de l'engagement de l'assureur et de celle de l'assuré. Ce calcul dans le cas des contrats emprunteurs conduit très souvent à une valeur négative (du fait de la structure du produit et du niveau des primes). L'article A331-1 du Code des assurances précise que la provision mathématique ne doit pas être négative. Lorsque la valeur actuelle probable des engagements de l'assuré est supérieure à celle de l'assureur (ce qui conduit à une provision négative), la valeur de la provision est ramenée à zéro.

4.2. L'exigence de marge de solvabilité

En 1973 et 1979 sont publiées deux directives, l'une dans le secteur de l'assurance non vie et l'autre dans celui de l'assurance vie. Celles-ci imposent aux assureurs européens de constituer un « matelas » de sécurité en termes de fonds propres.

Les modèles pour évaluer la marge de solvabilité dans le cadre de Solvency 1 sont simples. Selon Solvency 1, les risques se situent dans les provisions ou dans les primes. Le calcul du capital est basé sur une approche dite « basé sur les facteurs » : les fonds propres requis sont calculés comme une fraction des éléments considérés risqués au bilan (provisions techniques) ou du compte de résultat (primes et sinistres).

Dans le cadre l'assurance emprunteur et par référence à l'article R. 334-13 du Code des assurances, la marge de solvabilité est égale à (hors prise en compte de la réassurance) :

- **En assurance vie (prestations en cas de décès) :**
 - 0,1% des capitaux sous risque (c'est-à-dire le capital restant dû) si la durée du prêt est inférieure à 3 ans ;
 - 0,15% des capitaux sous risque si elle est comprise entre 3 ans et 5 ans ;
 - 0,30% des capitaux sous risque si elle est supérieur à 5 ans.
- **En assurance non-vie (prestations en cas d'arrêt de travail) :** 16 à 18% des primes ou 23 à 26% de la charge moyenne des sinistres.

5. Les éléments pris en compte pour l'étude de la rentabilité

La profitabilité d'un produit d'assurance est comparable à la notion financière de profitabilité d'un investissement.

Lors du lancement d'un produit, les actionnaires apportent les fonds propres nécessaires à couvrir la marge de solvabilité. En contrepartie, les actionnaires attendent un retour sur leur investissement. Celui-ci est constitué d'une part par d'éventuels bénéfices annuels et d'autre part, par la reprise de la marge de solvabilité puisque celle-ci diminue au même rythme que le capital restant dû. Des critères de rentabilité (TRI, NPV etc...) peuvent avoir une influence sur la participation aux bénéfices des assurés ou sur la distribution des dividendes aux actionnaires.

Ces critères de rentabilité reposent sur la projection de flux probables liés aux contrats, c'est-à-dire les flux du compte de résultat d'un contrat et la marge de solvabilité qui lui est imposée.

5.1. Étude de la rentabilité selon un modèle déterministe

Dans cette partie, nous présenterons dans un contexte déterministe les éléments techniques sur lesquels repose l'étude de rentabilité :

- Le compte de technique
- Le compte financier
- La marge de solvabilité

Ces éléments sont estimés année après année par des projections pour déterminer la rentabilité.

5.1.1. Le compte technique

Le compte technique annuel se présente comme suit :

CREDIT	DEBIT
Primes probables Provisions mathématiques à l'ouverture Intérêts techniques sur provisions (éventuelles)	Sinistres probables Provisions mathématiques à la clôture
Solde = Résultat technique	

Nos travaux étant prospectifs, lorsque nous nous plaçons k années après la souscription du contrat, nous supposons que la prime est versée avec une probabilité ${}_k p_x$. Le but de cette « probabilisation » est d'intégrer le fait que la prime ne peut être versée que si l'assuré est en vie. On intégrera cette même idée dans le règlement des sinistres ainsi que dans le provisionnement.

Le découpage chaque année du compte technique sera donc le suivant :

	$t = 0$	$t = 1$	...	$t = n - 1$	$t = n$
Encaissement de primes probables	$+C.T_d$	$+C.T_d \cdot p_x$	...	$+C.T_d \cdot {}_{n-1}p_x$	0
Prestations probables	$-CRD_0 \cdot q_x v^{1/2}$	$-CRD_1 \cdot p_x \cdot q_{x+1} v^{1/2}$	...	$-CRD_{n-1} \cdot p_x \cdot q_{x+n-1} v^{1/2}$	0
PM à l'ouverture	0	$+ \max({}_1V_x \cdot p_x; 0)$	...	$+ \max({}_{n-1}V_x \cdot p_x; 0)$	0
PM à la fermeture	$- \max({}_1V_x \cdot p_x \cdot v; 0)$	$- \max({}_2V_x \cdot p_x \cdot v; 0)$	...	0	0
Intérêts techniques	0	$+ \max({}_1V_x \cdot p_x \cdot v; 0) i_t$	...	$+ \max({}_{n-1}V_x \cdot p_x \cdot v; 0) i_t$	0

Où :

C est le capital emprunté

CRD_k est le capital restant dû en k

v est le taux d'actualisation

${}_k V_x$ est la provision en k pour un individu d'âge x

5.1.2. Le compte financier

Au débit de ce compte est enregistré le produit du placement des provisions mathématiques. On retrouvera au débit les intérêts escomptés sur le placement de la différence entre les primes et des sinistres probables lors de la tarification.

Le compte financier annuel se présente comme suit :

CREDIT	DEBIT
Produits financiers sur les provisions (éventuelles)	Intérêts techniques sur les provisions (éventuelles)
Solde = Résultat financier	

On retrouve le découpage annuel du compte financier ci-dessous :

	$t = 0$	$t = 1$	..	$t = n - 1$	$t = n$
Produits financiers	0	$+ \max(V_{x+1} p_x v; 0) i_1$	..	$+ \max(V_{x+n-1} p_x v; 0) i_{n-1}$	0
Intérêts techniques	0	$- \max(V_{x+1} p_x v; 0) i_t$	..	$- \max(V_{x+n-1} p_x v; 0) i_t$	0

Avec i_t le taux d'intérêt technique et $i_j, j \in \{1...n-1\}$, le taux d'intérêt effectivement perçu sur les marchés.

5.1.3. La participation aux bénéfices

La participation aux bénéfices est un enjeu particulier de l'assurance des emprunteurs. Il convient donc d'étudier son impact. Conformément à l'article A.331-3, l'assureur est tenu de distribuer globalement aux assurés un minimum de participation aux bénéfices (PB). Avant l'arrêté du 23 avril 2007, le compte de participation aux bénéfices était établi globalement pour les catégories 1 à 5, 7 et 10.

- Catégorie 1 : Contrats de capitalisation à prime unique ;
- Catégorie 2 : Contrats de capitalisation à prime périodique ;
- Catégorie 3 : Contrat individuels d'assurance temporaire décès ;
- Catégorie 4 : Autres contrats d'assurance vie à prime unique ;
- Catégorie 5 : Autres contrats d'assurance vie à prime périodique (y compris groupes ouverts) ;
- Catégorie 7 : Contrats collectifs d'assurance en cas de vie ;
- Catégorie 10: Contrats collectifs relevant de l'article L. 441- 1.

La participation de l'assureur aux bénéfices était alors fixée à 10% du solde technique.

Depuis le 23 avril 2007, le compte de participation intègre la catégorie 6, c'est-à-dire celle des contrats collectifs en cas de décès. La participation aux bénéfices techniques de l'assureur est pour les risques Décès égal à :

$$\text{Max}(10\% \text{ Résultat technique ; } 4,5\% \text{ Primes nettes})$$

Nous considérerons dans notre étude qu'il existe une participation aux bénéfices contractuelle qui donne droit aux assurés à 90% du résultat technique de chaque année.

5.1.4. La marge de solvabilité

Les fonds propres constituent une marge pour l'assureur qui lui permet de faire face aux aléas de résultats et ainsi de garantir sa solvabilité. Le minimum de fonds propres dont doit disposer l'assureur pour exercer et rester solvable au sens du Code des assurances est appelé la marge

de solvabilité. Nous rappelons que l'article R. 334-13 du Code des assurances définit le minimum réglementaire de la marge.

Dans nos travaux, nous supposons que les fonds propres correspondent à cette exigence de marge de solvabilité (EMS).

D'autre part, le placement des fonds propres constitués par l'assureur à chaque début d'année génère des produits financiers dont nous tenons compte dans notre étude.

Application

Caractéristiques de la police

Capital initial (CI)	Durée du prêt	Taux du prêt	Taux de prime (en % du CI)
104 520	20 ans	5,5%	0,23%

Caractéristiques assurantielles

- Table : Table adaptée⁹
- Taux d'intérêt sur fonds investis = 4%
- Taux de cotisation collectif = 0,23% du capital initial¹⁰.

Résultat

- ***Critère de surplus sur prime***

Commençons par calculer quel est le surplus dont bénéficie l'assureur sur toute la durée du contrat. Ce surplus est calculé par la relation suivante :

$$\%S = \frac{VAP_0(P - S)}{VAP_0(P)}$$

Nous obtenons les résultats suivants en fonction de l'âge.

Âge	Surplus sur prime
25 ans	80%
35 ans	63%
40 ans	45%
45 ans	18%

Selon les résultats développés par le modèle UFC-Que choisir, après paiement des sinistres et des frais relatifs au contrat d'assurance, 46% de la prime reste disponible (voir partie I, section 3). Sur cet exemple, pour un emprunteur de 40 ans, nous remarquons que 45% de la

⁹ Nous rappelons que la table adaptée est celle obtenue par les abattements (issus de la table de mortalité proposée par l'INSEE) sur les tables TH00-02 et TF00-02.

¹⁰ Le choix de ce taux est présenté dans la partie II, section 4 de ce mémoire.

prime reste disponible après paiement des sinistres. Les bénéfices relatifs aux frais ne sont pas pris en compte dans cette étude puisque nous avons pris comme hypothèse que les frais sont égaux aux chargements contenus dans la prime. Ce résultat que nous constatons semble refléter celui de l'UFC-Que Choisir. Par contre pour un portefeuille dont l'âge moyen serait de 45 ans, notre étude montre que seul 18% de la prime reste disponible.

Cependant ce critère a été étudié sur une unique police et mériterait d'être examiné sur un portefeuille conséquent pour confirmer les résultats du modèle développé par l'UFC-Que Choisir.

Néanmoins ce critère de rentabilité n'est pas exhaustif. La rentabilité du produit doit prendre en compte plus de paramètres que le surplus de prime sur les sinistres probables. Ces autres éléments sont : les provisions et l'exigence de marge de solvabilité et les intérêts sur les fonds placés.

- Critère de ROEC

Le ROEC peut être calculé chaque année mais peut aussi être calculé sur la globalité du contrat. Nous noterons $ROEC_{annuel}$ le ROEC calculé sur les flux de chaque année et $ROEC_{Global}$ celui calculé sur l'ensemble du contrat.

Les expressions du $ROEC_{annuel}$ et du $ROEC_{Global}$ sont les suivantes :

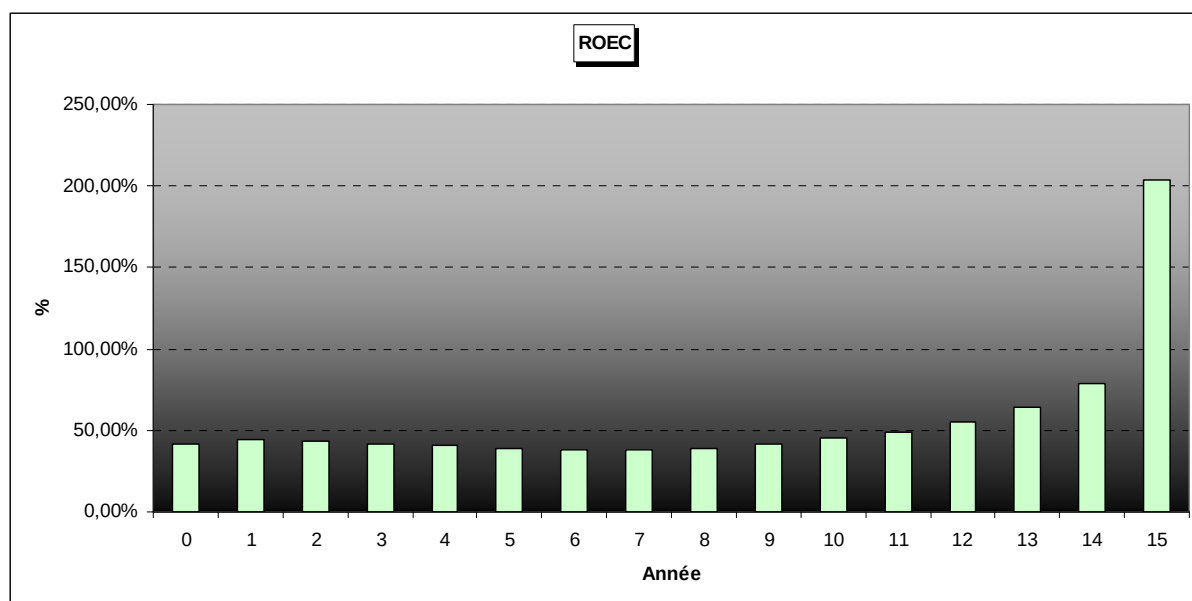
$$ROEC_{Annuel} = \frac{\text{Somme des flux probables de l'année } t}{EMS_t \text{ probable}}$$

$$ROEC_{Global} = \frac{\sum_t VAP_0 (\text{flux de chaque année } t)}{\sum_t VAP_0 (EMS \text{ de chaque année } t)}$$

Comparons les résultats selon que la participation aux bénéfices soit prise en compte ou non.

Sans participation aux bénéfices

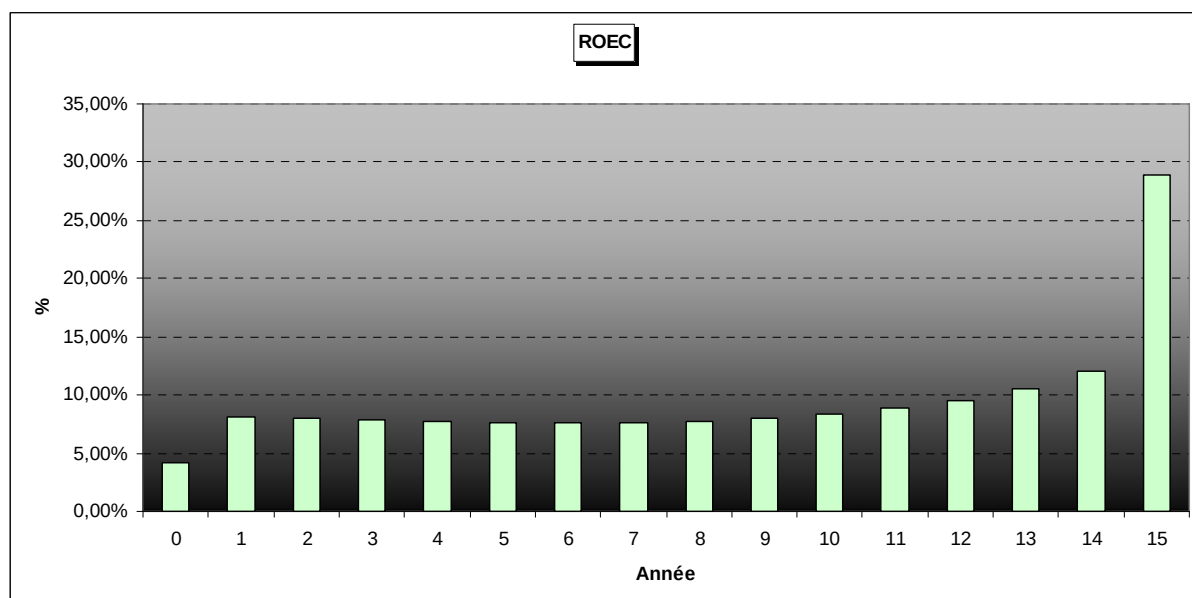
Les graphes ci-dessous présentent les ROEC sur les 16 premières années trouvés pour un individu de 40 ans remplissant les caractéristiques de l'exemple de prêt que nous avons pris.



Le $ROEC_{Annuel}$ est autour de 50% les 15 premières années puis augmente ensuite. Lorsque le prêt n'a plus qu'une maturité de 5ans, le taux d'exigence de solvabilité passe de 0,3% des capitaux sous risque à 0,15%. Ceci entraîne un retour des capitaux immobilisés au bout de la 16^{ème} année (car dans cet exemple, le prêt dure 20 ans).

$$ROEC_{Global} = 58,64\%$$

Avec participation aux bénéfices



Le $ROEC_{Annuel}$ est compris entre 4% et 12% les 15 premières années puis augmente ensuite car le taux d'exigence de solvabilité appliqué aux capitaux sous risque baisse les 5 dernières années

$$ROEC_{Global} = 9,38\% \text{ après distribution de la participation aux bénéfices.}$$

Conclusion sur la comparaison des ROEC selon la prise en compte de la participation aux bénéfices

Les contrats emprunteurs sont donc très bénéficiaires selon le critère du ROEC.

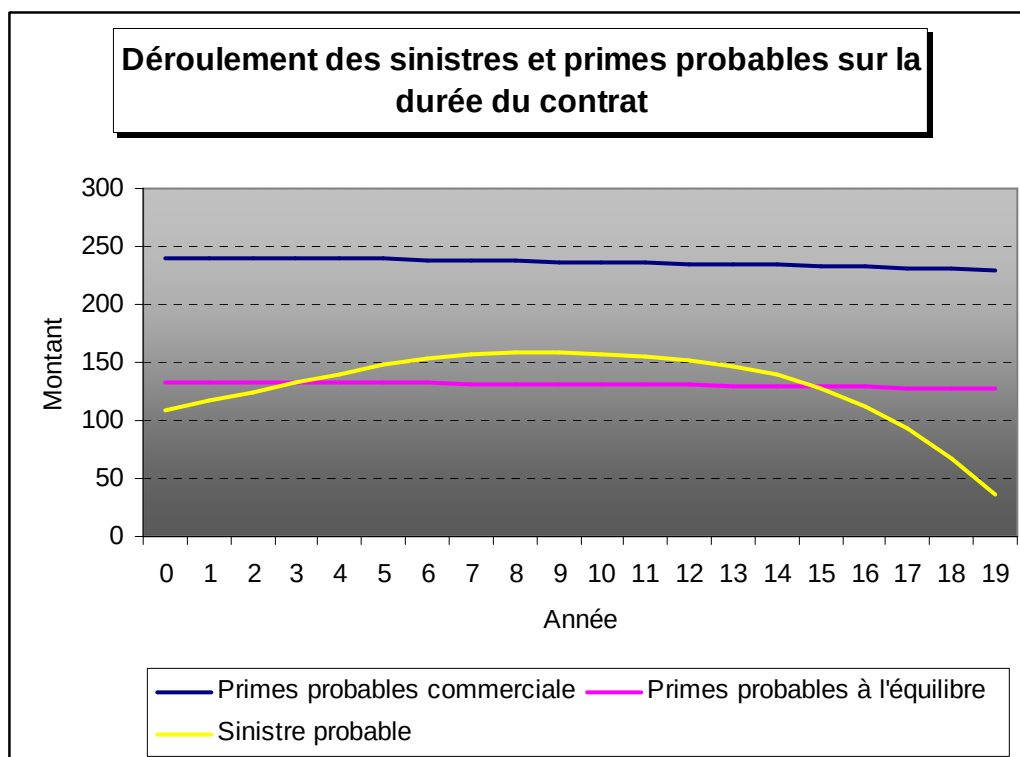
Une deuxième conclusion est qu'en assurance emprunteur, les taux de ROEC (global comme annuel) sont très largement réduits lorsque la participation aux bénéfices est distribuée. Cette participation aux bénéfices représente donc un enjeu important. Ceci explique pourquoi les banques souhaiteraient que la participation aux bénéfices leur soit affectée.

Conclusion sur les bénéfices engendrés par le contrat emprunteur

L'étude fait ressortir que le profit fait par l'assureur sur le contrat provient des sources suivantes :

Premièrement, le gain fait par l'assureur provient de la différence entre le résultat qu'il aurait fait s'il avait appliqué la prime à l'équilibre et le résultat qu'il réalise réellement en appliquant une prime de 0,23% du capital emprunté. En effet pour les individus plus jeunes (moins de 45 ans), le tarif de 0,23% du capital initial est supérieur au tarif à l'équilibre. Il en ressort donc une marge pour l'assureur.

Deuxièmement, l'assureur réalise un produit financier sur les provisions qu'il place. Lorsque le montant des primes est supérieur au montant de sinistres que l'assureur prévoit de rembourser, les provisions sont négatives et donc rendues nulles conformément à la réglementation du Code des assurances. Dans ce cas, la seule source de gain est celle citée en premier. C'est le cas dans notre exemple comme l'illustre le graphe ci-dessous.



Enfin le retour des sommes immobilisées augmente les flux actionnaires année après année. En effet, en l'année 0, l'assureur constitue une marge de solvabilité EMS_0 . Les années qui suivent il verse $\Delta EMS_t + i_{t-1} EMS_{t-1}$. Donc, d'année en année, l'assureur récupère la marge de solvabilité qu'il a constitué (du fait de la décroissance des capitaux sous risque, d'une part et de la décroissance du taux d'exigence de solvabilité d'autre part). Il fait donc un gain naturel sur le montant qu'il récupère.

De plus l'assureur va bénéficier de produits financiers sur les montants versés au titre de sa solvabilité les années précédentes.

On peut rajouter aux sources précitées des sources de revenus qui n'ont pas fait l'objet d'étude dans ce mémoire :

- La différence entre les chargements appliqués aux primes et les véritables frais engendrés par le contrat emprunteur ;
- La différence entre la mortalité tarifaire et celle effectivement constatée lorsque le contrat est tarifé à l'équilibre (propre à chaque individu).

- Critère de TRI ou de NPV

Nous avons vu en utilisant le ROEC que les contrats emprunteurs sont de nature très bénéficiaire lorsque la participation aux bénéfices n'est pas prise en compte. Nous étudions ici la rentabilité du contrat pour l'assureur en tenant compte de la participation aux bénéfices.

Le TRI estimé (car les flux sous-jacents aux contrats sont ne sont pas connus à la souscription) est tel que :

$$\sum_j^n \frac{1}{(1+TRI)^j} (\hat{E}[F_j]) = 0$$

Nous choisirons un $RDR = 9\%$ (le RDR est bien supérieur à la moyenne du TME sur ces 5 dernières années).

La NPV est alors estimée de la manière suivante :

$$NPV^{\det} = \sum_j^n \frac{1}{(1+RDR)^j} (\hat{E}[F_j])$$

Où :

F_j est la variable aléatoire représentant le flux actionnaire de l'année j dépendant de la survie de l'assuré.

$\hat{E}[F_j]$ est l'estimateur de l'espérance du flux de l'année j en utilisant la table de mortalité.

L'objectif de rentabilité est atteint lorsque $TRI \geq RDR$ ou que $NPV \geq 0$

Âge	TRI	NPV	Conclusion
25 ans	12,61%	81,51	Objectif atteint
35 ans	11,17%	46,84	Objectif atteint
40 ans	9,04%	0,91	Objectif atteint
45 ans	6,02%	-63,50	Objectif non atteint

Le modèle déterministe nous permet donc de savoir si en moyenne l'assureur atteint un objectif qu'il s'est fixé. La limite de ce type de modèle est qu'il ne donne que des valeurs moyennes. Il ne permet en aucun cas d'évaluer les variations de NPV suite à des scénarii démographiques ou économiques. Le prochain point de notre étude s'applique à étudier un modèle stochastique pour palier à cette limite.

Dans un premier temps nous montrerons que ce soit dans le modèle stochastique ou dans le modèle déterministe, la valeur de la NPV estimée reste la même.

Dans un second temps, après avoir mis en place le modèle, nous estimerons un intervalle de confiance des flux actionnaires dans le temps. Ce procédé de trouver un jeu de plusieurs scénarii (favorables ou défavorables) dans lequel varie la NPV et donc d'estimer une NPV moyenne plus générale. Le raisonnement sera appliqué sur une « police type » mais reste inchangé pour un portefeuille.

Troisièmement, nous construirons la distribution de la NPV pour une police type, puis pour un portefeuille. La distribution de la NPV nous permet d'avoir une information plus complète que la NPV moyenne. On peut alors déduire des quantiles de NPV et avoir une information plus riche.

Puis, après avoir évalué l'espérance, la variance et l'écart-type de la NPV, nous montrons que le modèle stochastique permet de faire des choix sur des investissements. En effet il sera désormais possible d'utiliser des critères de type espérance-variance ou espérance-écart-type.

Enfin, nous nous pencherons sur l'évaluation de l'erreur sur l'estimation de la NPV.

5. 2. Étude de la rentabilité selon un modèle stochastique

Pour analyser la rentabilité de l'assurance emprunteur il est possible de constituer un modèle stochastique qui représente l'incertitude concernant le décès de l'assuré. Le terme « stochastique » renvoie à l'utilisation de tirages aléatoires respectant une loi de probabilité.

Les éléments techniques sur lesquels repose l'étude de rentabilité sont les mêmes que ceux dans le cas du modèle déterministe (comptes de résultats techniques et financiers, et la marge de solvabilité).

5.2.1. Simulation de la durée de survie

On suppose que la date d'anniversaire de l'assuré coïncide avec les dates anniversaires du contrat d'assurance. On observe la survie de l'assuré sur chaque année du contrat.

On utilise les probabilités découlant de la table de mortalité employée. Soit n la durée du contrat d'assurance. Pour $k \in \{0, \dots, n-1\}$, q_{x+k} est la probabilité de décès d'un individu d'âge $x+k$ dans l'année. La simulation d'un décès se fait de la manière suivante :

- On tire une loi uniforme $U[0,1] = u$,
- Si $u \leq q_{x+k+1}$ alors il y a décès entre k et $k+1$, (sinon pas de décès)
- On note pour résultat de la simulation l'année de décès k de l'assuré.

Les engagements de l'assureur et de l'assuré on respectivement pour expression :

$$Engagement(\text{assureur}) = \begin{cases} 0 & \text{si } k \geq \text{durée du prêt} \\ CRD_k v^{1/2} & \text{sinon} \end{cases}$$

$$Engagement(\text{assuré}) = \begin{cases} \sum_{i=0}^{n-1} T_d C & \text{si } k \geq \text{durée du prêt} \\ \sum_{i=0}^{k-1} T_d C & \text{sinon} \end{cases}$$

Où :

CRD_k est le capital restant dû en k

v est le facteur d'actualisation

T_d est le tarif en fonction du capital initial pour le risque décès

C est le capital emprunté

Le découpage annuel de l'étude de rentabilité est désormais le suivant :

	$t = 0$	$t = 1$	.	$t = k$	$t = k + 1$
Encaissement de primes	$C.T_d$	$C.T_d$	.	$C.T_d$	0
Prestation	0	0	...	$-CRD_k$	0
ΔPM	$-({}_1V_x^+ v - {}_0V_x^+)$	$-({}_2V_x^+ v - {}_1V_x^+)$	...	$-({}_{k+1}V_x^+ v - {}_kV_x^+)$	$+{}_{k+1}V_x^+$
Exigence de marge de solvabilité	$-EMS_0$	$-\Delta EMS_0$	...	$-\Delta EMS_{k-1}$	$+EMS_k$
Intérêts sur fonds investis	0	I_1	...	I_k	I_{k+1}

Flux actionnaire	F_0	F_1	...	F_k	F_{k+1}
---------------------	-------	-------	-----	-------	-----------

Avec $\Delta MS_j = MS_{j+1} - MS_j$, ${}_n V_x^+ = \max({}_n V_x; 0)$ et $I_{j+1} = i.(MS_j + {}_j V_x^+ v)$

L'estimation de la NPV est faite après avoir effectué le tirage de u un grand nombre de fois et répété l'opération.

Il est à noter que le générateur de loi uniforme sous Microsoft Excel / Visual Basic (logiciel que nous utilisons dans les travaux de ce mémoire) a un défaut : le nombre aléatoire précédemment généré est utilisé pour le calcul du nombre aléatoire suivant (selon l'algorithme de Derrick Henry Lehmer en 1948), ce qui implique que la suite de nombre aléatoire générée est périodique. Pour remédier à ce problème nous utilisons l'algorithme de tore exposé en annexes¹¹.

5.2.2. Estimateur de NPV

L'estimateur de la NPV est donné par :

$$\hat{NPV}^{\text{stoch}} = \left[\sum_{j=1}^n \frac{1}{(1 + RDR)^j} \hat{E}[(F_j)] \right]$$

Où :

$F_{i,j}$ représente le flux actionnaire de l'année j suite à la simulation i

$\hat{E}[(F_j)] = \frac{\sum_{i=1}^N F_{i,j}}{N}$, avec N le nombre de simulations et $F_{i,j}$ représente le flux actionnaire de l'année j suite à la simulation i

5.2.3. Distribution de la NPV

La distribution de la NPV est obtenue en simulant N fois le décès de l'assurée. Puis, les NPV sont rangées par fréquence d'apparition

Application

Estimation et distribution de la NPV sur une police « type »

Nous appliquons l'estimation de la NPV sur une police puis sur un portefeuille.

¹¹ Voir Annexes 1

Application sur une police

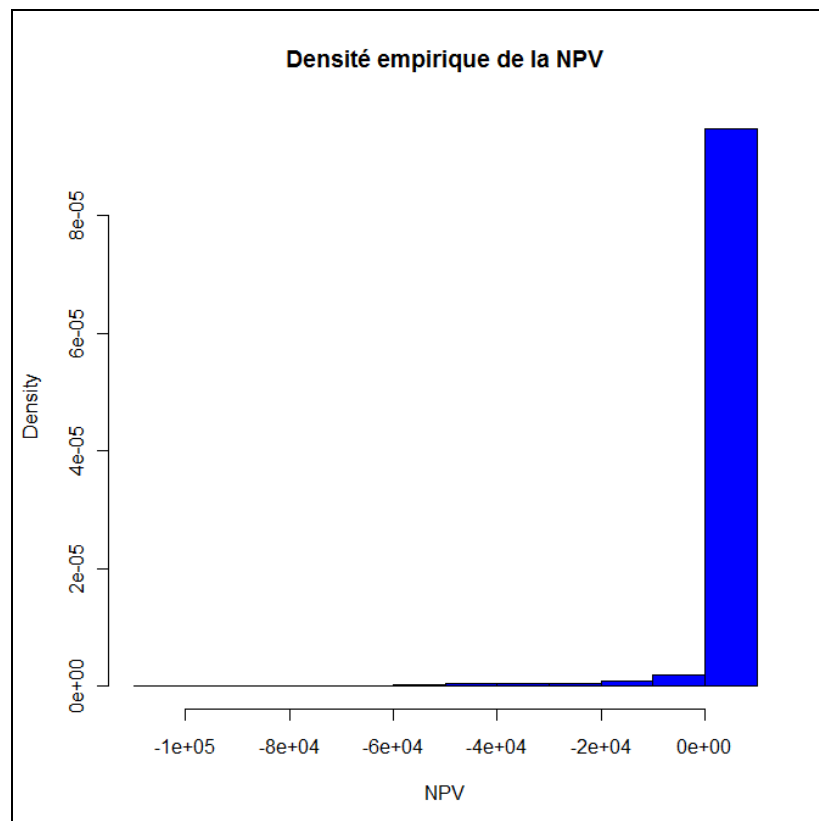
Les caractéristiques de la police sont les suivantes :

Capital initial (CI)	Durée du prêt	Taux du prêt	Taux de prime (en % du CI)
104 520	20 ans	5,5%	0,23%

Résultats

L'estimateur de la NPV qui n'est autre que la moyenne empirique vaut 0,862. Cette valeur est cohérente avec celle trouvée dans le cas déterministe, à savoir une NPV de 0,91.

La distribution de la NPV pour 65 000 simulations est décrite par le graphe suivant



A ce graphique nous rajoutons quelques statistiques descriptives

Minimum	$-1,042 \cdot 10^5$
Maximum	$1,356 \cdot 10^3$
Moyenne	0,862

Le maximum correspond à la valeur de la NPV constatée lorsque le décès n'est pas réalisé.

Le graphe présente un point de cumulation. Ce point correspond à la valeur de la NPV lorsque le décès n'est pas réalisé. En effet, d'après la table de mortalité « adaptée » un individu de 40 à moins de 95% de probabilité de décéder.

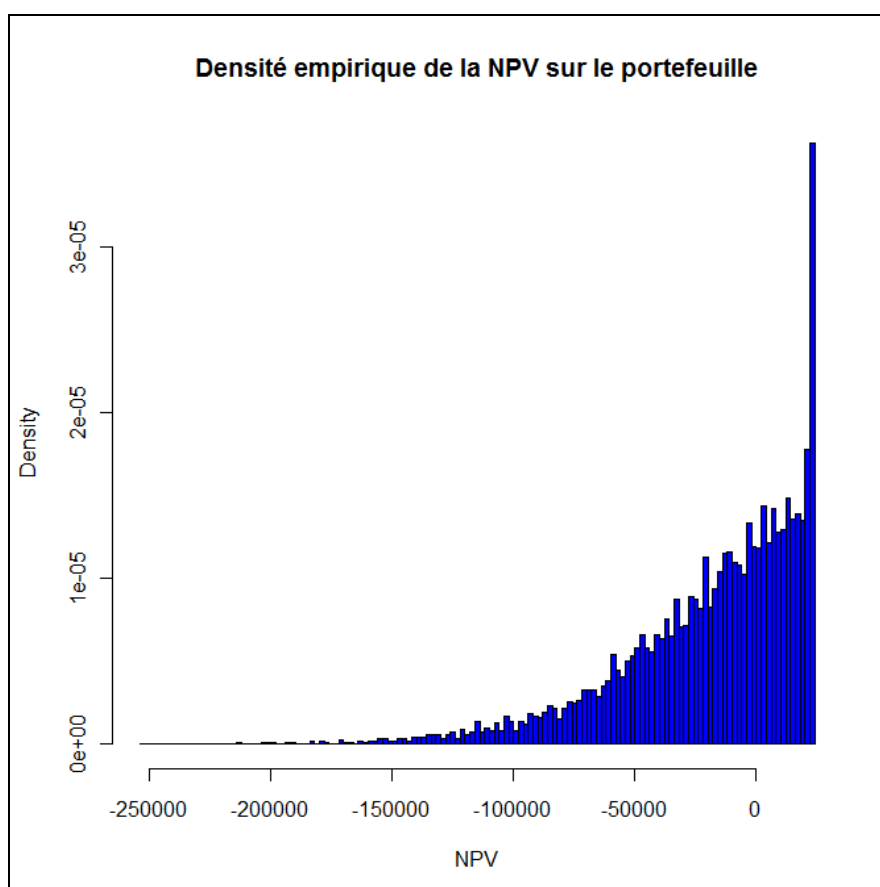
Estimation et distribution de la NPV sur un portefeuille

Le portefeuille contient 100 contrats. Nous avons procédé à la mise en oeuvre que celle développée ci-dessus en agrégeant les projections de tous les contrats de façon à obtenir une distribution de la NPV à l'échelle de notre portefeuille.

Les caractéristiques principales du portefeuille sont les suivantes :

Capital moyen	43 780 €
Âge moyen	39 ans
Durée moyenne	13 ans
Taux d'intérêt annuel moyen	4,90%

La distribution de la NPV pour 20 000 simulations sur le portefeuille est décrite par le graphe ci-dessous :



Comme dans le cas d'une unique police, nous complétons ce graphe quelques statistiques descriptives

Minimum	-253 000
---------	----------

Maximum	22 770
Moyenne	0,254
Ecart-type	37 524,41

On constate une NPV positive. L'objectif de rentabilité du produit est donc atteint.

5.2.4. Intervalle de confiance des flux actionnaires sur la police

Ce modèle permet d'évaluer un intervalle de confiance du résultat technique. Dans cet intervalle de confiance on pourrait imaginer différents scénarii de l'évolution du résultat et d'en tirer différente NPV.

L'intervalle de confiance I_j du flux actionnaire F_j a pour expression :

$$I_j = \left[\hat{NPV}^{\text{stoch}} - q_{95\%} \cdot \hat{\sigma}; \hat{NPV}^{\text{stoch}} + q_{95\%} \cdot \hat{\sigma} \right]$$

Où :

$\hat{NPV}^{\text{stoch}}$ est la valeur estimée par le modèle stochastique de la NPV.

$q_{95\%}$ est le quantile d'ordre 95% de la loi normale centrée réduite. Il est sensiblement égal à 1,96.

$\hat{\sigma}$ est l'écart-type de la NPV qui a pour expression :

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\left(\frac{N}{N-1} \right) \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (F_{i,j})^2 - (\hat{NPV}^{\text{stoch}})^2 \right)}$$

avec :

N le nombre de simulations

Application

Nous estimons un intervalle de confiance sur une police mais le même raisonnement peut être fait à l'échelle d'un portefeuille.

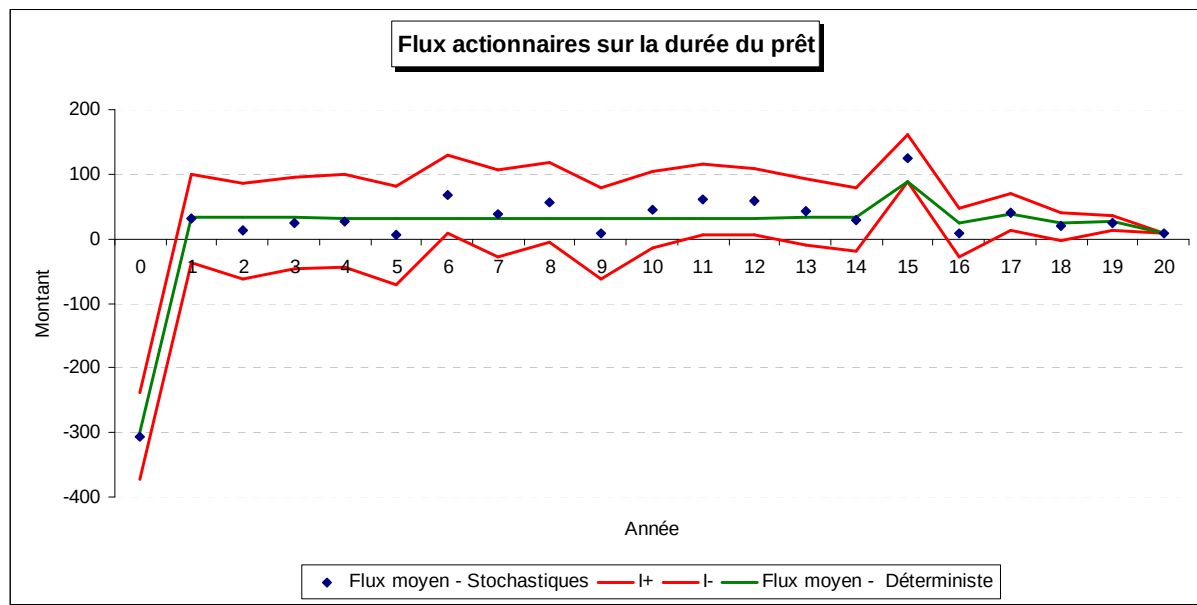
On considère les paramètres suivants :

Age de l'assuré	Capital emprunté	Durée du prêt	Taux d'intérêt du prêt	Table de mortalité	Taux technique	Taux sur fond investis
40 ans	104 520 euros	20 ans	5,5%	Table adaptée	2,25%	4%

Taux de prime = 0,23%

Résultat

Le graphe ci-dessous présente les flux actionnaires en tenant compte de l'incertitude sur le décès des assurés pour 10 000 simulations. Nous obtenons un intervalle de confiance qui nous permet de faire différents scénarii de projection et d'en déduire les NPV ou les TRI correspondants afin d'approfondir l'analyse de rentabilité.



Le pic observé à la 15^{ème} année est dû au changement de taux appliqué aux capitaux sous risques au titre de l'exigence de marge de solvabilité. Le taux passe de 0,3% à 0,15% car la durée résiduelle du prêt est de 5 ans.

5.2.5. Choix de police ou de portefeuille

Le modèle stochastique permet en outre d'estimer la variance (ou l'écart-type) de la NPV. Il est donc possible d'utiliser des critères de type espérance-variance pour comparer des contrats ou des portefeuilles. Par exemple pour deux contrats (ou deux portefeuilles) présentant à espérance (empirique) de NPV égales, l'assureur pourra choisir celui pour lequel la variance ou l'écart-type (empirique) est le plus faible (en effet, dans plusieurs modèles de choix de portefeuilles, la variance ou l'écart-type sont associés au risque financier supporté).

Une autre manière de modéliser le comportement d'un assureur sur le choix d'un portefeuille ou d'un autre (ou d'une police ou d'une autre) est de créer une fonction d'utilité de type : $f : x \rightarrow E(x) - kVar(x)$. L'assureur choisira le portefeuille tel que $f(NPV_{\text{Portefeuille}})$ soit maximal.

Application

Comparons les deux polices suivantes.

Police 1

Age de l'assuré	Capital emprunté	Durée du prêt	Taux d'intérêt du prêt	Table de mortalité	Taux technique	Taux sur fond investis
35 ans	104 520 euros	20 ans	5,5%	Table adaptée	2,25%	4%

Police 2

Age de l'assuré	Capital emprunté	Durée du prêt	Taux d'intérêt du prêt	Table de mortalité	Taux technique	Taux sur fond investis
40 ans	104 520 euros	15 ans	5,5%	Table adaptée	2,25%	4%

Il est très subjectif de porter un choix sur ces deux polices. L'âge et la durée

Pour 50 000 simulations on obtient pour la première et la deuxième police respectivement :

$$\begin{cases} \hat{E}(NPV_1) = 49,14 \\ \hat{\sigma}(NPV_1) = 35\,983,10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \hat{E}(NPV_2) = 48,40 \\ \hat{\sigma}(NPV_2) = 29\,783,10 \end{cases}$$

En choisissant une fonction d'utilité :

$$f : x \mapsto f(x) = E(x) - \frac{1}{2}\sigma(x)$$

On obtient :

$$f(NPV_1) = -17\,942,41 < f(NPV_2) = -14\,843,10$$

D'après ce critère, la police 2 est préférée à la police 1.

Ces critères sont subjectifs (choix de la fonction d'utilité) et donc peuvent différer selon les assureurs.

5.2.6. Distribution de l'estimateur de la NPV

Nous nous proposons à ce stade, de trouver la distribution de l'estimateur de la NPV que nous avons noté $\hat{NPV}^{\text{stoch}}$. D'après la loi forte des grands nombres, cet estimateur est une réalisation d'une loi normale dont nous estimerons les paramètres.

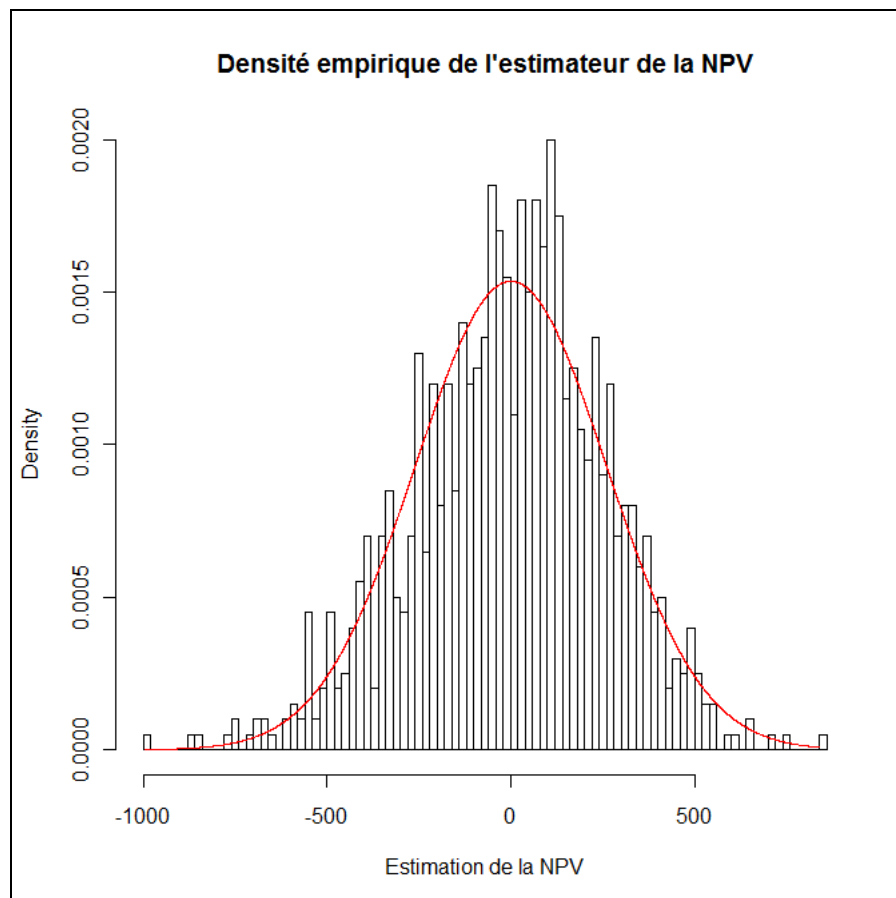
On obtient une distribution de la statistique $\hat{NPV}$ de par le procédé suivant :

On simule N fois le décès de l'assuré et on estime la NPV en faisant la moyenne des NPV obtenues après chaque tirage (ce qui correspond à une réalisation de la variable aléatoire $\hat{NPV}^{\text{stoch}}$). On répète cette opération N' fois pour obtenir N' estimations de la NPV. Les N' estimations de la NPV sont finalement rangées par ordre de fréquence d'apparition pour donner la distribution de la NPV. On réalise donc au total $N \times N'$ simulations.

Application

Age de l'assuré	Capital emprunté	Durée du prêt	Taux d'intérêt du prêt	Table de mortalité	Taux technique	Taux sur fond investis	RDR
40 ans	104 520 euros	20 ans	5,5%	Table adaptée	2,25%	4%	9%

D'après le théorème central limite (TCL), la distribution de la NPV est celle d'une loi Normale. La distribution de NPV obtenue pour $N = 1000$ et $N' = 1000$ est représentée par les graphes ci-dessous.



Le graphe ci-dessous met en lumière le fait que l'allure de la densité empirique de la NPV n'est pas très éloignée de celle d'une loi normale de même espérance et de même écart type.

L'espérance et l'écart-type de cet estimateur sont :

Espérance	0,92182
Ecart-type	259,94

Dans le cas déterministe, pour la même police, nous rappelons que nous avons trouvé une NPV de 0,91. Ceci représente un écart relatif d'environ 1%. Les résultats sont donc bien cohérents.

Les tests de normalité de Shapiro et de Kolmogorov que nous effectuons à l'aide du logiciel « R » nous permettent de confirmer la normalité.

Le test de Shapiro donne une p-value = 0,1411 > 5%. L'hypothèse de normalité ne peut donc être rejetée.

On calcul l'espérance et l'écart-type des réalisations de NPV puis on fait un test de Kolmogorov d'adéquation à une loi normale de même espérance et variance.

Les résultats dans notre exemple sont les suivants :

Le test de Kolmogorov (sur le logiciel R) donne le résultat suivant :

One-sample Kolmogorov-Smirnov test
data: NPV[, 1] D = 0.0183, p-value = 0.8908 alternative hypothesis: two-sided

Le test de Kolmogorov donne une p-value = 0,8908 > 5%. Une fois de plus l'hypothèse de normalité ne peut être rejetée.

En conclusion, on peut donc estimer la NPV et lui ajouter une marge d'erreur telle que :

$$\hat{NPV} = E(\hat{NPV}) + \varepsilon, \text{ avec } \varepsilon \sim N(0; \sigma(\hat{NPV}))$$

Bien évidemment, l'espérance et l'écart-type de $\hat{NPV}$ sont évaluées de manière empirique.

PARTIE II : IMPACT DES PROCHAINES REGLES SOLVENCY 2 ET IFRS PHASE 2 SUR LA RENTABILITE

La solvabilité des assureurs est actuellement soumise à de grands travaux de réforme et donneront naissance à la directive Solvency 2. L'objectif du projet est de combler les imperfections de la réglementation actuelle et d'uniformiser le marché européen.

Des travaux ont également été mis en place dans le cadre des normes comptables IFRS. Ces normes visent à garantir l'information des entreprises fournie sur les marchés financiers. Les normes IFRS spécifiques au domaine de l'assurance sont appelées normes IFRS 4. Ces travaux sont effectués en parallèle de ceux de Solvency 2 car ils ont plusieurs points de convergence.

Après avoir défini les projets Solvency 2 et IFRS 4 et leurs similitudes, nous examinerons l'impact de l'application de la directive Solvency 2, puis celui des normes IFRS 4 sur les contrats emprunteurs.

1. La directive européenne Solvency 2

1.1. Solvency 2 et ses objectifs

Le calcul de la marge de solvabilité sous Solvency 1 est relativement simple. De plus la réglementation permet une comparaison rapide des résultats obtenus pour différentes compagnies. Cependant l'approche n'est pas sans faille.

Tout d'abord, les provisions techniques et les primes ne sont pas les seuls porteurs de risque pour plusieurs raisons :

- Le niveau de prudence de l'assureur est mal récompensé. En effet, un assureur se dotant de plus fortes provisions (par prudence) se voit contraint à une plus grande marge de solvabilité.
- L'approche actuelle ne se base que sur les éléments du passif du bilan hors certains risques non négligeables sont repérés dans l'actif. Il n'y a pas d'effet sur l'exigence en capital en cas de chute du marché d'actions ou immobilier ou d'une forte variation de taux. On parle de risque de marché et de risque de crédit.
- Enfin l'approche ne prend pas en compte le risque systématique auquel est réduit toute entreprise. Le risque de l'erreur opérationnelle.

Solvency 1 justifie de ce fait d'un projet de réforme.

Le 10 juillet 2007, la Commission européenne a présenté la proposition de Directive Solvency 2 au Parlement et au Conseil européen. Les travaux sur les directives de Solvency 2 prennent donc naissance. Le projet a été voté au Parlement européen le 22 avril 2009 et l'application de ses règles prudentielles sont prévues à partir de 2012.

Le projet Solvency 2 vise à mieux protéger les assurés et parties prenantes aux contrats d'assurance en prenant en compte le profil de risque propre à chacune des compagnies concernées. De plus, comme toute directive européenne, il vise à harmoniser les systèmes de solvabilité entre les États membres de l'Union Européenne.

Le projet Solvency 2 a pour vocation de mettre au niveau de l'Union Européenne un système de solvabilité qui cherche à contrôler le risque global de la société d'assurance et non plus chaque risque indépendamment les uns des autres.

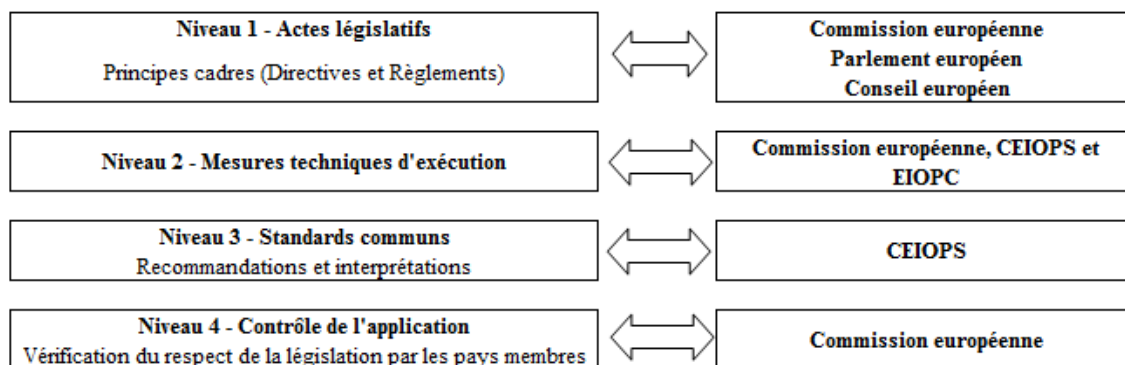
Solvency 2 se base sur une approche « bilantaire ». En effet, tous les postes du bilan sont désormais pris en compte dans l'évaluation de la marge de solvabilité. Ceci vise à faire intervenir tous les risques.

D'autre part, Solvency 2 a désormais une vision économique. Tous les actifs et passifs sont évalués selon des valeurs cohérentes au marché. La valorisation ne se fait plus sur une base comptable au coût « historique ».

Pour ce faire, le projet se fonde sur une structure à trois piliers semblable à celle de Bâle 2¹².

Les acteurs de la réforme

Les organismes impliqués dans l'élaboration du projet ont adopté le processus Lamfalussy : il s'agit d'un procédé composé de quatre niveaux dont l'objet est de se concentrer sur des aspects précis du travail législatif.



Le premier niveau du processus Lamfalussy concerne l'élaboration de la législation : les institutions européennes, pour Solvency 2, adoptent un texte législatif selon le principe de codécision. Ce texte livre les principes directeurs de la future réglementation et donne des axes de mise en œuvre.

Au deuxième niveau, la Commission européenne en collaboration avec le Committee of European Insurance and Operational Pension Supervisor (CEIOPS) et l'European Insurance

¹² Récente réforme dans le milieu bancaire.

and Occupational Pension Committee (EIOPC) travaillent sur l'élaboration des mesures d'exécution. Un comité spécial conçoit en collaboration avec les autorités de régulation des états membres les détails techniques liés à la mise en œuvre de la réglementation : il s'agit des Quantitatives Impact Studies (QIS). Ces études quantitatives d'impact sont effectuées par les organismes d'assurance eux-même et ont pour but de tester en réel les options théoriques proposées par le CEIOPS et de se positionner sur les méthodologies.

Au troisième niveau, intervient la coopération des régulateurs à travers le CEIOPS : les autorités de contrôle nationales (ACAM pour la France) coordonnent leurs travaux et déclinaisons des textes européens dans leur droit afin que les réglementations des Etats membres divergent le moins possible.

Le quatrième niveau concerne le contrôle du respect du droit : la Commission européenne vérifie la conformité des réglementations nationales et prend les mesures nécessaires à l'encontre des Etats suspectés de contourner le règlement européen.

Comparé aux méthodes traditionnelles utilisées pour légiférer, le processus Lamfalussy comporte les avantages suivants :

- il améliore l'interprétation des textes,
- il fait converger les pratiques de réglementation,
- il élève de manière générale la qualité de la législation.

1.2. Les piliers de Solvency 2

1.2.1. 1^{er} pilier : Les exigences quantitatives en termes de capitaux

Le projet Solvabilité 2 fixe un degré de prudence à deux niveaux

- Le calcul des provisions technique

L'évaluation des provisions techniques est faite selon deux méthodes, selon que le passif soit répliquable ou non.

Le passif est dit « répliquable » s'il peut être modélisé par des instruments financiers existants. Pour ces contrats, l'évaluation des provisions techniques est faite selon la méthode « market consistent », c'est-à-dire en cohérence avec une évaluation d'actifs financiers similaires.

Pour les passifs non répliquables, les provisions techniques sont la somme d'un « best estimate » (ou provisions « best estimate ») et d'une marge pour risque.

Le « best estimate » (BE) est égal à la valeur actuelle probable de tous les flux de trésorerie potentiels. Cette valeur est basée sur des informations actuelles et fiables ainsi que sur des hypothèses réalistes et spécifiques à l'entité. Ce calcul nécessite donc de recenser tous les cash flows liés aux engagements du contrat d'assurance (primes, sinistres payés...). Ces cash flows doivent être basés sur des informations crédibles et des hypothèses réalistes. Enfin, l'actualisation des flux potentiels se fait sur la base d'une courbe de taux sans risque pertinente à la date d'évaluation. Il s'agit de la courbe de taux zéro-coupon.

Le contrat emprunteur – Problématique des primes futures

L'évaluation du « best estimate » constituant dorénavant une étape incontournable de la détermination des provisions, il convient d'analyser la prise en compte des primes futures que vont payer les assurés au titre de leurs contrats. Cette problématique intervient surtout pour :

- les contrats de prévoyance pluriannuels ou renouvelables à des conditions fixées à la souscription ;
- les contrats d'épargne et de retraite qui offrent la possibilité de versements libres et programmés.

Dans de tels cas la question est de savoir si le « best estimate » doit refléter l'intégralité des primes probables (et les prestations associées) ou seulement certaines.

L'approche de Solvency 2 prévoit de retenir les primes futures uniquement si leur prise en compte a pour effet d'augmenter la provision.

Pour l'utilisation de la formule standard de la dernière version du QIS (QIS 4), l'ACAM précise ce qu'il faut entendre par prime périodique (référence à l'équilibre global actuariel à la souscription) et insiste sur l'exclusion des primes programmées mais l'inclusion des primes futures des contrats emprunteurs.

- Le niveau d'exigence des fonds propres :

Le projet Solvency 2 tente de trouver le capital « cible » que doit contrôler le risque global de la société. Le minimum de marge de solvabilité réglementaire (ou exigence de marge de solvabilité) de Solvency 1 (MSR ou EMS) est remplacé dans Solvency 2 par le « Solvency Capital Requirement » (SCR) et le « Minimum Capital Requirement » (MCR).

Le SCR correspond au capital cible qui a pour but d'absorber les pertes significatives en cas de sinistralité exceptionnelle et de garantir aux assurés le paiement des prestations contractuelles à tout moment. Il est calculé soit par le modèle standard proposé par le CEIOPS, soit par un modèle interne validé par l'autorité de contrôle. Il est évalué au minimum chaque année et reflète le risque réel porté par l'entreprise d'assurance.

Le MCR est le minimum de fonds propres que doit détenir une entreprise d'assurance pour exercer. Son calcul doit être effectué au moins une fois par trimestre.

1.2.2. 2ème pilier : Les exigences qualitatives ou surveillance prudentielle

Le deuxième pilier a attiré aux mesures qualitatives en matière de suivi et de gestion en interne par les entreprises et en matière de supervision par les autorités de contrôle.

Au sein des compagnies d'assurance, ce sont les mécanismes de contrôle interne et d'organisation qui sont visés ainsi que la gestion du risque. Dans ce cadre, les questions liées à la gouvernance d'entreprise feront l'objet d'une attention particulière : honorabilité et compétence des dirigeants, gestion adaptée et prudente de l'activité.

La gestion adaptée et prudente fait référence à la gestion des risques qui doit faire l'objet d'une fonction à part entière dans l'entreprise. Cette fonction sera dédiée principalement à la gestion des risques liés au SCR. Elle devra appréhender tous les risques liés aux contrats.

L'honorabilité et les compétences sont dédiées aux personnes qui dirigent l'entreprise ou de manière plus générale qui disposent de postes clés.

Concernant le contrôle, la lumière est mise sur le contrôle et la gestion des procédures internes : existence de procédures administratives et comptables écrites, d'un dispositif de contrôle de l'information prudentielle et d'une fonction permanente de conformité. Pour les superviseurs, l'harmonisation concerne tous les principes et les outils de supervision.

1.2.3. 3ème pilier : L'exigence d'informations

Le troisième et dernier pilier énonce les éléments propres au nouveau rapport de solvabilité et de situation financière qui devra être présenté au public et aux autorités de contrôle avec au minimum une périodicité annuelle. Ce dernier pilier a deux objectifs : permettre à l'autorité de contrôle de mener à bien sa mission à l'égard des assurés et assurer la discipline de marché par une exigence élevée en terme de transparence.

2. Les normes IFRS 4

Les normes internationales d'information financières, plus connues sous le nom de IFRS (International Financial Reporting Standards) sont des normes comptables élaborées par l'IASB (le bureau des standards comptables internationaux) destinées aux entreprises cotées ou faisant appel à des investisseurs afin d'harmoniser la présentation et la clarté de leurs états financiers. La norme IFRS 4 est consacrée aux principes spécifiquement liés à l'activité d'assurance.

De par la complexité du sujet, cette norme est provisoire. Elle est appelée norme IFRS 4 phase 1. La norme IFRS 4 phase 2 n'est pas entièrement explorée à ce jour. Sa révision définitive est prévue pour 2010. Les orientations préliminaires de l'International Accounting Standards Board (IASB) sur cette future norme ont été rendues publiques en mai 2007 sous forme d'un « Discussion Paper » (DP).

2.1. Les objectifs

L'objectif des normes IFRS est principalement de garantir une meilleure transparence comptable et ainsi de faciliter l'information et la concurrence à l'échelon européen. L'IASB est donc chargé de développer, dans l'intérêt public, un ensemble de normes comptables de haute qualité, compréhensibles et applicables afin d'aider les acteurs des marchés des capitaux et d'autres utilisateurs à prendre des décisions économiques. En parallèle, l'IASB doit également s'investir dans la promotion de l'utilisation et de l'application rigoureuse de ces normes. Ces tâches ne sont pas aisées dans la mesure où il faut prendre en considération les besoins spécifiques des petites et moyennes entreprises.

Satisfaire le besoin d'information des utilisateurs de ces nouvelles normes financières passe par deux principes fondamentaux :

- privilégier le contenu plutôt que la forme ;
- et comptabiliser en « juste valeur ».

Ainsi les comptes ne se verront plus imposer de format obligatoire, seul leur contenu sera fortement supervisé. De plus, le principe de ces nouvelles normes est la prééminence de l'économique sur le juridique : il s'agira de comptabiliser les actifs et les passifs selon le principe de la « Faire Value », ou juste valeur (c'est-à-dire comptabiliser les éléments du bilan non plus à la valeur à laquelle ils ont été enregistrés mais à la valeur qui reflète le plus les réalités du marché), afin que les comptes donnent une image fidèle de l'entreprise et son patrimoine.

L'implémentation de ces normes a et aura de nombreux impacts pour les entreprises : outre le travail de compréhension, la mise en application de celles-ci génère de nombreux coûts et engendre divers changements organisationnels. Par exemples les actifs sont désormais comptabilisés à leur valeur de marché. Ceci implique pour les comptes, la mise en place de méthodes de calcul et de suivi de ces valeurs.

2.2. L'approche

La norme IFRS 4 « contrat d'assurance » dite phase 1 a été publiée en début 2004 et est appliquée depuis le 1^{er} janvier 2005. Cette norme a été rendue publique dans une démarche à court terme dans le but de combler un vide laissé par la norme IFRS. Aujourd'hui cette norme ne donne qu'une définition du contrat d'assurance et quelques orientations pour son traitement comptable. Les actifs sont évalués en valeur de marché. La problématique apportée est qu'il n'existe pas de marché où peuvent être directement évalués ou échangés les passifs d'assurance. La phase 1 exempte temporairement les assureurs de certaines dispositions et leur permet d'appliquer leurs méthodes locales et de tester la suffisance (LAT) de leur passif à chaque date de « reporting ».

En conclusion les méthodes proposées dans la phase 1 pour évaluer les passifs d'assurance apporte une forte distorsion dans l'évaluation d'où la nécessité de la phase 2.

La phase 2 de la norme IFRS 4 doit permettre de réaliser une norme complète traitant de la reconnaissance et du traitement des contrats d'assurance. Elle constitue un enjeu important constituant à évaluer les passifs d'assurance à partir de projection de flux de trésorerie futurs probabilisés et actualisés, complétées d'une marge pour risque.

Initialement prévue pour 2007, l'application de la phase 2 du projet de l'IASB par les entreprises est reportée au plus tôt à 2010.

Les études menées par l'IASB l'ont conduit à développer le « Discussion Paper » (DP). Ces orientations préliminaires sur la future norme IFRS 4 ont permis aux entreprises de donner leur avis sur la mise en place réelle des concepts théoriques.

La problématique principale du Discussion Paper : Measurement - core issues (Evaluation – problématiques centrales)

Ce chapitre est le cœur du Discussion Paper. Il traite du modèle d'évaluation des provisions techniques. L'objectif du board est de choisir un modèle d'évaluation qui donnera à l'utilisateur des informations utiles sur le montant, l'échéance et l'incertitude des flux de trésorerie futurs provenant des obligations et droits contractuels générés par le contrat d'assurance.

Le DP propose l'évaluation des provisions selon la Current Exit Value (CEV) définie comme le montant qu'un assureur s'attendrait à payer à la date d'inventaire pour transférer immédiatement ses droits et obligations contractuels restants à un autre organisme assureur.

Pour assurer au mieux cet objectif, une Preliminary View du Board affirme qu'un assureur devra mesurer tous ses passifs d'assurance en faisant référence à trois paramètres fondamentaux :

- l'estimation des montants liés à la période de garantie contractuelle : les montants sont liés à une probabilité d'occurrence
- les taux d'actualisation actuels du marché qui ajustent les flux de trésorerie estimés pour tenir compte de la valeur temps argent ;
- l'estimation explicite non biaisée de marge que les acteurs du marché exigent pour supporter le risque (marge pour risque) et pour fournir d'autre service (une marge pour service).

Sur le sujet des primes futures, l'approche de IFRS 4 prévoit de ne retenir que les primes qui répondent à l'un des trois critères suivants :

- les primes que l'assuré doit payer pour conserver la garanti de couverture ;
- les primes que l'assureur peut réclamer de manière exécutoire ;
- les primes dont la prise en compte a pour effet d'augmenter la provision.

3. Convergence des futures directives (Solvency 2 et IFRS 4 Phase 2)

3. 1. Approche prospective

Que ce soit selon la future norme prudentielle Solvency 2, ou bien la future norme comptable IFRS 4, le calcul des provisions techniques devra être effectué de manière prospective.

3.2. Décomposition des passifs non répliquables

Les deux normalisateurs s'entendent quant à l'évaluation des provisions techniques sur la base d'une valeur de transfert. Cette valeur est appelée « Current Exit Value », (CEV) (ou valeur de sortie).

De plus, la décomposition proposée par le CEIOPS pour le calcul des provisions techniques vie relatifs aux passifs non répliquables est la même que celle proposée par l'IASB à savoir best estimate et marge pour risque.

La partie best estimate correspond à la valeur actuelle probable des flux de trésorerie relatifs au contrat. Dans les deux normes, cette valeur est estimée sur la base d'une courbe de taux sans risque pertinente.

3.3. Prise en compte des primes futures

Pour les contrats d'assurance emprunteur, l'ACAM a précisé à travers des ONC (Orientations Nationales Complémentaires) que les primes futures devaient être prises en compte pour la pratique du QIS 4. Revenons sur les particularités de ce contrat afin de comprendre cette décision de l'ACAM.

- Les contrats emprunteurs garantissent le remboursement de l'emprunt en cas de décès, ou d'arrêt de travail. La durée du contrat coïncide donc avec la durée de l'emprunt.
- L'assuré paie ses primes en même temps que les échéances de son prêt. De ce fait, les primes sont connues à la souscription du contrat et ne sont modifiées qu'en cas de négociation. Dans ce cas le tarif peut être révisé mais l'assuré reste tenu de payer ses cotisations. Par ailleurs l'assuré a une obligation juridique de payer ses primes. S'il ne respecte pas ses paiements, son contrat est résilié.
- Le seul cas possible de non paiement des primes est le terme de l'assurance ou la remboursement du crédit par anticipation. A ce moment, le risque lié au prêt n'existe plus et de ce fait, l'assurance n'a plus lieu d'être.
- Le risque augmente avec le temps et la prise en compte des primes futures augmente (en valeur absolue) le montant de la provision.

Remarque : Le transfert du portefeuille auprès d'un autre assureur ne modifie pas les primes ultérieures prévues car le repreneur est tenu de poursuivre l'engagement initial de tarification des primes.

4. Les provisions « best estimate »

4.1. Provisionnement tête par tête déterministe

La provision « best estimate » correspond au montant moyen de la sinistralité future, c'est-à-dire à l'espérance future des cash flows actualisés. Dans la réglementation actuelle (Solvency 1), l'estimation des provisions se base sur une actualisation au taux technique et utilise des tables réglementaires. Cette technique sera abandonnée et est remplacée par une projection des cash flows prenant en compte toute l'information des marchés financiers et reflétant les changements attendus au niveau démographique (décès, remboursements anticipés, prorogations, etc...). Le maximum de risque sont donc à prendre en compte.

Evaluons la provision « best estimate » dans le cadre de l'assurance emprunteur.

Trois risques sont à prendre en compte :

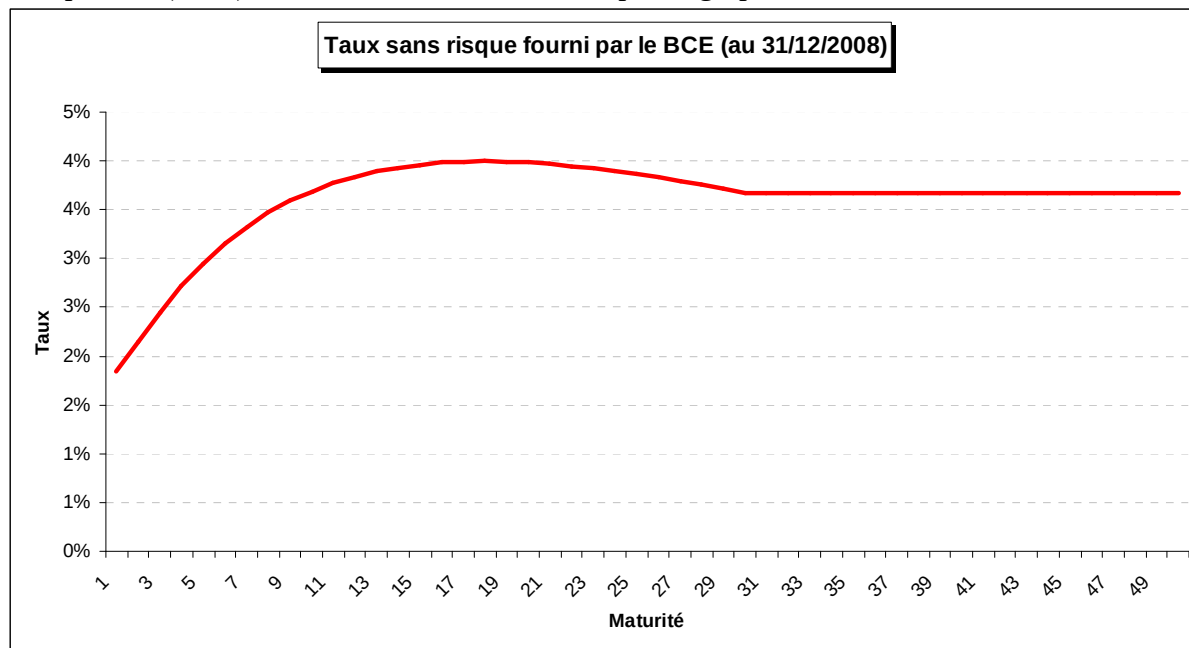
- Le risque financier : il apparaît dans l'actualisation des flux futurs. L'échéancier de flux est considéré comme une « obligation » à coupons. Une obligation délivre des coupons réguliers tout comme l'échéancier de flux fruit du contrat d'assurance emprunteur. Ceux-ci doivent être actualisés à l'aide de la courbe de taux sans risque et non plus au taux technique. Contrairement à d'autres garanties d'assurance, les flux de prestations ne sont pas revalorisés. Dans le cas de l'assurance des emprunteurs les flux de prestation correspondent en effet au capital restant dû (pour le décès) ou aux échéances à verser (arrêt de travail ou perte d'emploi). Lorsque des clauses de participation aux bénéfices sont prévues, une part des produits financiers reviennent au souscripteur du contrat. Cette part de produit est également intégrée au « best estimate ».
- Le risque de mortalité : il apparaît à travers les probabilités de survie. Il est modélisé par les tables de mortalité.
- Le risque de remboursement anticipé : il correspond au risque que le souscripteur rembourse plus tôt que prévu son emprunt et de ce fait diminue le résultat attendu par l'organisme d'assurance. Ce risque correspond à une option financière « cachée ».

Le risque de mortalité ayant déjà été présenté dans le cadre de Solvency 1, nous présentons les éléments techniques pour la prise en compte du risque financier (le taux sans risque) et le risque de remboursement anticipé dans le calcul du « best estimate ».

4.1.1. Le risque financier : Taux sans risque

Les flux futurs sont actualisés au taux sans risque correspondant à la maturité de chaque flux. Les taux sans risque proviennent de la courbe des taux sans risque fournie par la banque centrale européenne comme le propose la directive Solvency 2.

Le taux sans risque que nous retenons dans cette étude est celui fourni par la Banque Centrale Européenne (BCE) au 31 décembre 2008 décrit par le graphe ci-dessous :



4.1.2. Le risque de remboursement anticipé

Dans une opération de crédit, l'emprunteur a le choix de payer ses échéances régulièrement comme calculé dans le plan d'amortissement, mais a également la possibilité de rembourser le capital restant dû à tout moment, ce qui provoque l'extinction du prêt et donc du contrat d'assurance qui lui est associé. Ce phénomène a un impact sur les engagements de l'assuré et donc subséquemment sur ceux de l'assureur qu'il est idéal de facturer à l'assuré. Ceci est un phénomène d'option cachée comme fréquemment rencontré en assurance. Nous utiliserons donc des modèles financiers pour modéliser le remboursement anticipé.

Modélisation adoptée

Pour être dans un cadre plus général, nous considérons un prêt à fractionnement mensuel. En premier lieu nous pensons à prendre en compte l'écart entre le taux du prêt et les taux disponibles sur les marchés financiers. Le modèle considère que l'individu ne rembourse pas par anticipation quand les taux sont hauts mais il profite de la baisse des taux dès qu'il passe en dessous d'un certain seuil.

On peut définir pour cette modélisation le temps d'arrêt τ auquel il y a remboursement anticipé tel que :

$$\tau = \inf\{t, r_t < r - s\}$$

Où :

r représente le taux du prêt ;

r_t représente le taux sur les marchés

s représente le seuil de réactivité de l'emprunteur

Cette approche permet de considérer un sous-jacent de la durée jusqu'à un remboursement anticipé assez simple. D'un point de vue psychologique, il semble que l'emprunteur aura tendance à comparer les deux taux. Dans ce cas, la variable s représente pour un emprunteur donné l'écart critique entre le taux de l'emprunt et le taux du marché qui fait que l'emprunt ira se refinancer sur le marché. Les individus « dynamiques » qui profiteront rapidement de cette baisse auront un seuil s plus faible que les autres. Seulement, cette approche s'avère insatisfaisante car elle ne prend pas en compte l'effet de maturité restante. En effet, on imagine assez bien qu'un emprunteur n'aura pas tendance à rembourser son prêt par anticipation lorsque son prêt arrive bientôt à échéance.

Le principe retenu est donc de considérer l'écart entre la valeur de l'échéancier actualisée (au taux du marché) à venir du prêt (qu'on appelle Marked-to-Market¹³ noté ici MtM) et le capital restant dû. Bien entendu, on ne suppose pas que les emprunteurs calculent explicitement la valeur de marché de leur créance et la compare à leur capital restant dû. On suppose simplement que les emprunteurs font un calcul grossier dans lequel ils mesurent approximativement l'impact financier d'une renégociation sur leur taux. Cette approximation du comportement des emprunteurs prend en plus en compte la maturité restante du prêt.

En notant s (stochastique ou déterministe) l'écart entre le MtM et le CRD , on peut définir comme suit le temps d'arrêt correspondant à la date de remboursement anticipé :

$$\tau = \inf\{t, MtM_t > CRD_t + s\}$$

On peut interpréter le seuil s comme la réactivité de l'emprunteur.

Nous modéliserons le taux d'intérêt instantané selon le modèle de CIR (Cox Ingersoll Ross), puis nous reconstituerons une courbe des taux à partir de zéro-coupons pour l'évaluation du MtM .

Notons r_t le taux sans risque à la date t . r_t suit le mouvement suivant :

$$dr_t = a(b - r_t)dt + \sigma\sqrt{r_t}dB_t$$

Où a (appelé facteur de retour à la moyenne), b (appelé valeur moyenne à long terme) et σ sont des paramètres et $(B_t)_t$ un mouvement brownien standard.

Discretisons ce processus. L'équation de régression des taux devient :

$$r(t_{i+1}) - r(t_i) \approx a(b - r(t_i))(t_{i+1} - t_i) + \sigma\sqrt{r(t_i)}\sqrt{t_{i+1} - t_i}\varepsilon, \text{ avec } \varepsilon \sim N(0,1)$$

Dans le cadre du modèle de CIR, les prix des zéros coupons $P(t,T)$ s'expriment au moyen d'une formule fermée :

¹³ Valeur actuelle des échéances à venir évaluée au moyen d'une courbe des taux

$P(t, T) = A(t, T) \exp(-B(t, T)r(t))$, avec A , B et γ définis comme suit :

$$A(t, T) = \left[\frac{2\gamma \exp\left(\frac{(a + \gamma)(T - t)}{2}\right)}{(a + \gamma)(\exp(\gamma(T - t)) - 1) + 2\gamma} \right]^{2ab / \sigma^2}$$

$$B(t, T) = \frac{2(\exp(\gamma(T - t)) - 1)}{(a + \gamma)(\exp(\gamma(T - t)) - 1) + 2\gamma}$$

Avec $\gamma = \sqrt{a^2 + 2\sigma^2}$

Le MtM à la date t est donc :

$$MtM_t = \sum_{k=t+1}^T P(t, k) \cdot M$$

On en déduit la condition de remboursement anticipé :

$$\sum_{k=t+1}^T P(t, k) \cdot M > C \frac{1 - v^{T-t}}{1 - v^T} + s$$

Nous pouvons maintenant estimer la probabilité de remboursement anticipé au mois par la méthode de Monté Carlo. L'estimateur se définit par :

$$\hat{P}_{RA}^{(m)} = \frac{\text{Nb de remboursements anticipés}}{\text{Nb de simulations}}$$

La probabilité de remboursement est ramenée à l'échelle annuelle comme suit :

$$\hat{P}_{RA} = 1 - \left(1 - \hat{P}_{RA}^{(m)}\right)^{12/d_r}, \text{ où } d_r \text{ est la durée résiduelle du prêt.}$$

Application

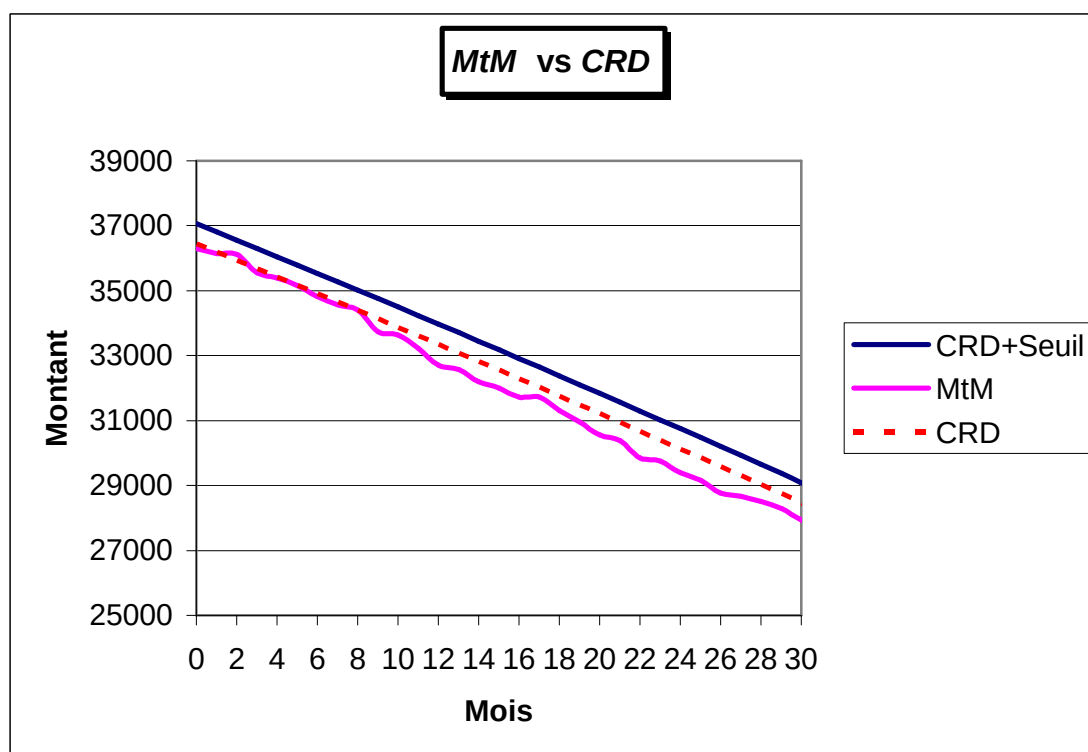
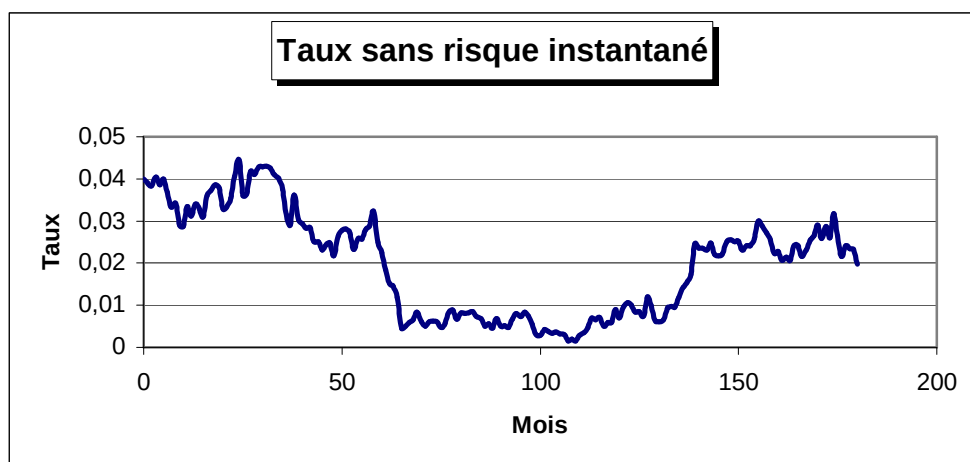
Nous considérons le prêt suivant :

Nominal	Durée du prêt (en mois)	Durée échue (en mois)	Taux du prêt
52 000	180	62	4%

Les paramètres choisis pour le modèle de CIR sont les suivants :

a	b	σ	r_0	s (en % du nominal)
0,01	4%	0,02	4%	1,25%

Pour que le MtM reste ajusté au CRD il faut que la valeur d'origine r_0 et la valeur à long terme b ne soient pas trop éloignées du taux du prêt. Dans le cas contraire, toutes les polices avec un taux d'intérêt du prêt trop élevé effectuent des remboursements anticipés. Voici à titre d'illustration une trajectoire de la courbe du taux instantané sans risque qui permet de tarifier les zéro-coupons et d'en déduire la rencontre entre le *MtM* et le *CRD*.



Ce graphe présente l'allure d'une trajectoire de *MtM*. Ici par exemple il n'y a pas de remboursement anticipé sur les 30 premiers mois.

Dans cette étude, on trouve pour 10 000 simulations une probabilité de remboursement anticipé mensuelle de :

$$\hat{P}_{RA} = 4,498\%$$

On peut trouver un intervalle de confiance en appliquant la Delta-method avec la fonction :

$$x \rightarrow f(x) = 1 - (1 - x)^{12/d_r}$$

L'intervalle de confiance a dans ce cas pour expression :

$$IC_{95\%} = \left[P_{RA}^{(m)} - 1,96\sqrt{Var(P_{RA}^{(m)})}; P_{RA}^{(m)} + 1,96\sqrt{Var(P_{RA}^{(m)})} \right]$$

L'estimation de l'intervalle de confiance est (pour 10 000 simulations) :

$$IC_{95\%} = [3,57\%; 5,43\%]$$

Cette probabilité de remboursement anticipée doit être maniée avec précaution. En effet, la probabilité de remboursement anticipé est fonction de la durée restante de remboursement. Les provisions devraient donc intégrer la probabilité de remboursement anticipé en compte de la maturité du prêt.

Etude de la loi de remboursement anticipé

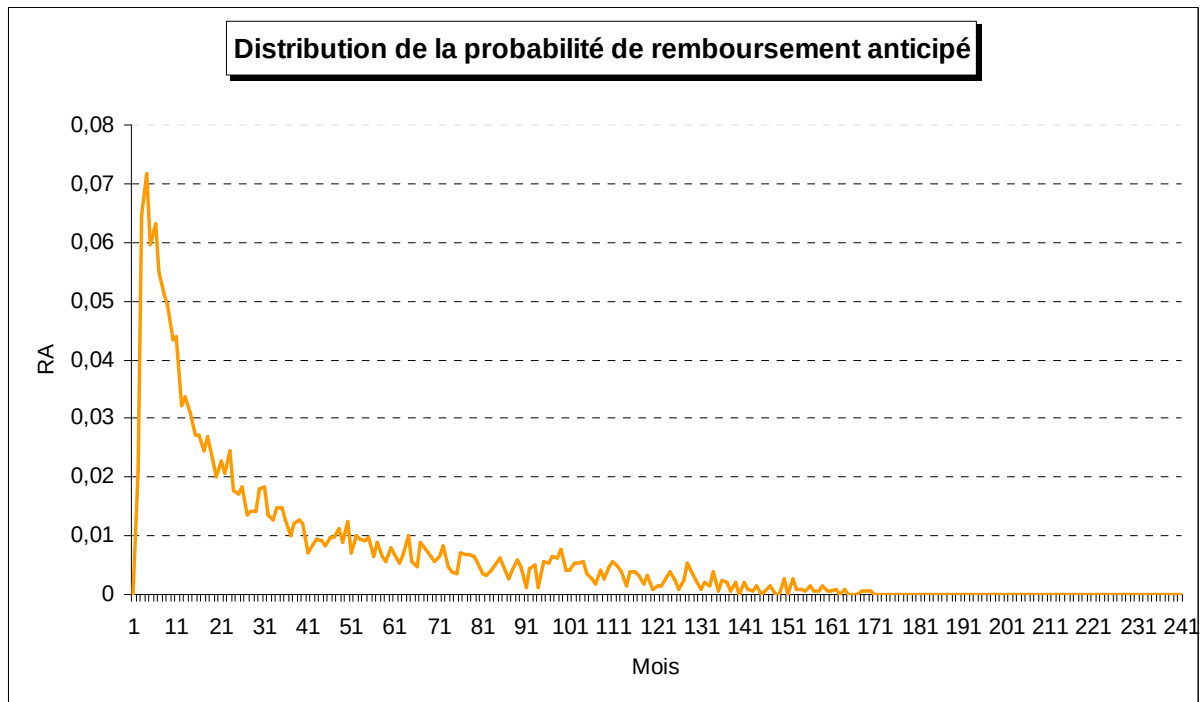
La loi de remboursement anticipé faite ici n'est calculée qu'à partir d'une seule police mais le raisonnement employé peut tout à fait se faire sur un portefeuille.

Nous basons notre étude sur la police suivante :

Capital initial (CI)	Âge	Durée du prêt	Taux du prêt	Taux de prime (en % du CI)
104 520	40 ans	20 ans (soit 240 mois)	5,5%	0,23%

Pour obtenir une loi de remboursement anticipé il faut lancer N simulations de taux (variable sous-jacente du modèle) puis compter le nombre de remboursement anticipé observé à chaque date. Parallèlement, on compte le nombre de prêts non encore remboursés. Ces grandeurs permettent d'obtenir des taux bruts de remboursement anticipé RA_t représentant la probabilité qu'il y ait un remboursement anticipé en t (sachant que le prêt n'a pas été remboursé jusque là).

Le graphique ci-dessous retrace les taux bruts évoqués ci-dessus :



Nous notons quelques points :

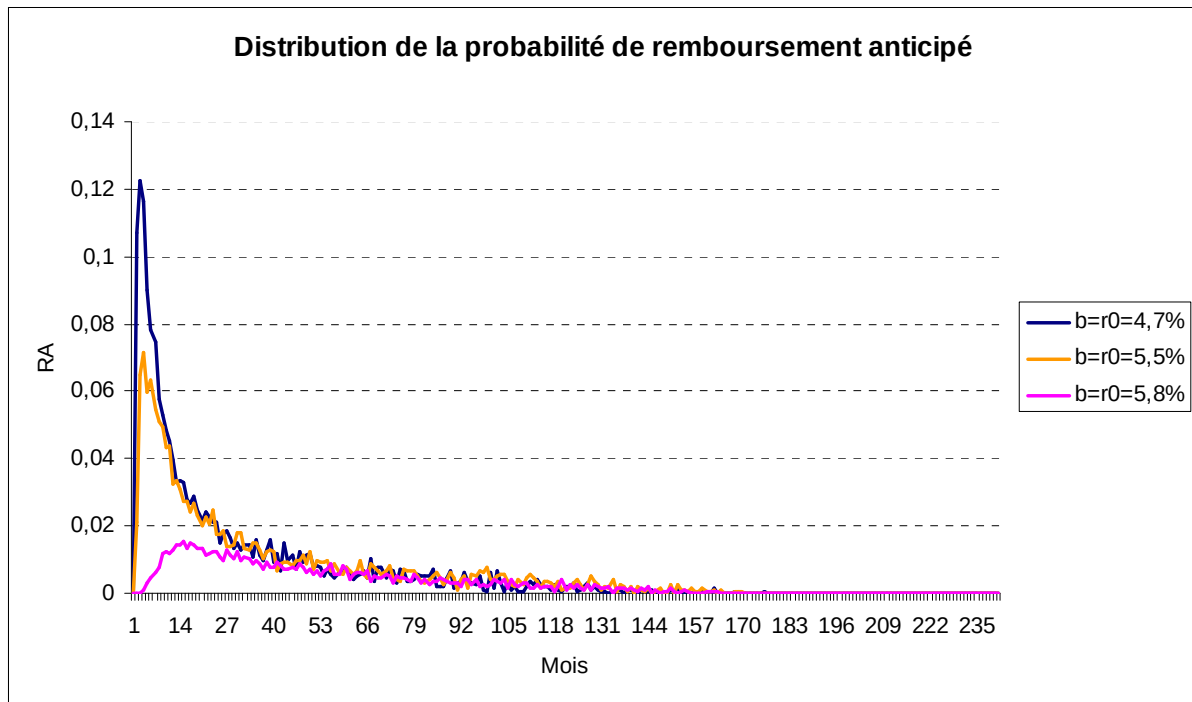
- La structure erratique de ces taux de remboursement anticipés fait apparaître d'importantes fluctuations d'échantillonnage. Pour palier à ce problème, un lissage mérite d'être fait.
- On constate que les taux de remboursement anticipé décroissent de plus en plus en se rapprochant de la fin du prêt. En effet, on imagine assez bien que lorsque le prêt se rapproche de son échéance. L'emprunteur a de moins en moins d'intérêt pour refinancer son prêt sur le marché car le capital restant dû est de plus en plus faible. Seul de très fortes variations de taux pourrnt entraîner un remboursement anticipé.

Selon le modèle de CIR, le taux sans risque évolue selon le mouvement suivant :

$$dr_t = a(b - r_t)dt + \sigma\sqrt{r_t}dB_t$$

Le choix du taux (sur les marchés) en 0 est très important. Comme nous l'avons déjà évoqué, un taux trop faible entraine systématiquement des remboursements anticipé (l'emprunteur refinance son prêt sur les marchés puisque les taux sont plus faibles).

Ce constat est illustré par le graphe ci-dessous, où nous faisons varier le taux sur le marché en 0 (noté r_0).



Pour un calcul de provision par exemple, le taux de remboursement anticipé ne devra pas être choisi uniforme sur tout le prêt mais devra varier en fonction de la maturité du prêt selon la loi de remboursement anticipé estimée.

a. Expression de la provision « best estimate »

La provision « best estimate » sans prise en compte du risque de remboursement anticipé a pour expression :

$$BE_t = \sum_{k=t}^{n-t-1} CRD_k v_k^{k+1/2} E\left(1_{\{k \leq T_X < k+1\}}\right) - P v_k^k E\left(1_{\{T_X > k\}}\right)$$

$$BE_t = \sum_{k=t}^{n-t-1} CRD_k v_k^{k+1/2} {}_k p_x \cdot q_{x+k} - P v_k^k {}_k p_x$$

Où :

CRD_k est le capital restant dû à la période k

v_k est le facteur d'actualisation au taux sans risque à la période k

T_X est la durée de survie d'un individu d'âge X

n est la durée du contrat d'assurance

La prise en compte du remboursement anticipé dans le calcul du « best estimate » nécessite d'intégrer une nouvelle variable aléatoire Y qui représente la durée de vie résiduelle du prêt sachant que k années sont échues.

$$BE_t = \sum_{k=t}^{n-t-1} CRD_k v_k^{k+1/2} E\left(1_{\{k \leq T_X < k+1\} \cap \{Y > k\}}\right) - P v_k^k E\left(1_{\{T_X > k\} \cap \{Y > k\}}\right)$$

Les variables aléatoires T_X et Y sont supposées indépendantes alors,

$$BE_t = \sum_{k=t}^{n-t-1} CRD_k v_k^{k+1/2} E\left(1_{\{k \leq T_X < k+1\}}\right) E\left(1_{\{Y > k\}}\right) - P v_k^k E\left(1_{\{T_X > k\}}\right) E\left(1_{\{Y > k\}}\right)$$

$$BE_t = \sum_{k=t}^{n-t-1} CRD_k v_k^{k+1/2} p_x \cdot q_{x+k} (1-RA)^k - P v_k^k p_x (1-RA)^k$$

Avec RA la probabilité de remboursement anticipé sur une base annuelle supposée connue.

Nous obtenons ainsi une formule relativement simple mais en nous appuyant sur des hypothèses fortes sur la distribution de la variable aléatoire Y .

Malgré tout, cette approche conduit à l'estimation d'un montant de provision et n'indique en aucun cas la dispersion sous-jacente. Il se peut que des variations de la mortalité et du comportement du rachat produisent des fluctuations de la quantité de provision estimée.

L'ACAM à ce sujet demande donc que le calcul des provisions « best estimate » pour les produits d'assurance comportant des options financières cachées soit effectué par méthode stochastique. Il apparaît donc pertinent de disposer d'une distribution de provision plutôt que d'un montant moyen de ces dernières. Ceci fait l'objet de la section suivante.

4.2. Provisionnement tête par tête dans un environnement stochastique

La mortalité n'est plus considérée ici comme une donnée fixe mais comme une variable aléatoire.

Présentation

Introduisons quelques notations afin de modéliser rigoureusement notre problématique de provisionnement stochastique.

Soit D (resp. d) la date de remboursement anticipé (resp. durée résiduelle du prêt). On a donc $\{0 < D < d\}$.

Soit T_X la durée de survie de l'assuré.

$$VA = \sum_{k=0}^D CRD_k \times 1_{\{k \leq T_X < k+1\}} v_k^{k+1/2} - \sum_{k=0}^D P \times 1_{\{T_X > k\}} v_k^k$$

Où :

v_k est le taux d'actualisation au taux sans risque au temps k

T_X est la durée de vie résiduelle de l'assuré

D est la date de remboursement anticipé

CRD_k est le capital restant dû au temps k

P est la prime d'assurance

$$E(VA | D, T_X) = E \left(\sum_{k=0}^D CRD_k \times 1_{\{k \leq T_X < k+1\}} v_k^{k+1/2} - \sum_{k=0}^D P \times 1_{\{T_X > k\}} v_k^k \mid D, T_X \right)$$

D est une variable aléatoire D -mesurable et donc plus particulièrement mesurable par rapport à la tribu engendrée par D et T_X , alors on peut linéariser l'espérance :

$$E(VA | D, T_X) = \sum_{k=0}^D E \left(CRD_k \times 1_{\{k \leq T_X < k+1\}} \mid D, T_X \right) v_k^{k+1/2} - P \sum_{k=0}^D E \left(1_{\{T_X > k\}} v_k^k \mid D, T_X \right) v_k^k$$

Par indépendance de T_X et de D , on obtient,

$$E(VA | D, T_X) = \sum_{k=0}^D E \left(CRD_k \times 1_{\{k \leq T_X < k+1\}} \mid T_X \right) v_k^{k+1/2} - P \sum_{k=0}^D E \left(1_{\{T_X > k\}} v_k^k \mid T_X \right) v_k^k$$

Mesure de risque : La « value-at-risk » (VaR)

De façon générale, la VaR est définie comme la perte maximale potentielle qui ne devrait être atteinte qu'à une probabilité donnée et un horizon temporel donné. Elle est déterminée par le quantile associé à une distribution.

En d'autres termes, on peut dire qu'on a une probabilité de $1-\alpha$ de ne pas avoir suffisamment provisionné.

$VaR(1-\alpha) = F^{-1}(1-\alpha)$ où F correspond à la fonction de répartition de la variable dont on souhaite mesurer le risque.

$1-\alpha$ est appelé le niveau de confiance. Il est donc tel que $P(VA < VaR(1-\alpha)) = 1-\alpha$

Il peut être intéressant de constituer des provisions à partir de mesure basée sur la distribution de l'estimateur de $E(VA | D, T_X)$. Nous choisirons comme mesure la « value-at-risk » (VaR).

Estimation de la provision « best estimate »

Pour obtenir la provision « best estimate », on utilise l'égalité ci-dessous :

$$BE = E(VA) = E \left(E(VA | D, T_X) \mid D \right)$$

La méthode consiste à générer N trajectoires de taux d'intérêt (variable sous-jacente au risque de remboursement anticipé) et M trajectoires de mortalité. L'estimation du « best estimate » stochastique nécessite donc $N \times M$ états de la nature (états de date de remboursement anticipé et états de mortalité stochastique).

L'estimateur proposé est le suivant :

$$B\hat{E} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \sum_{k=0}^{D^j} CRD_k 1_{\{k \leq T_X^i < k+1\}} v_k^{k+1/2} - P 1_{\{T_X^i \geq k\}} v_k^k$$

Cet estimateur est sans biais et convergent car $E(B\hat{E}) = BE$.

De plus, d'après le théorème central limite, $B\hat{E}$ tend en loi vers une loi normale.

Application

Rappelons les caractéristiques de la police considérée ainsi que les paramètres du modèle de remboursement anticipé :

Caractéristiques de la police :

Capital initial (CI)	Âge	Durée du prêt	Taux du prêt	Taux de prime (en % du CI)
104 520	40 ans	20 ans	5,5%	0,23%

Paramètres utilisés pour modéliser la date de remboursement anticipé

a	0,01
b	5,5%
σ	0,02
r_0	5,5%
$Seuil$	3%

Il s'agit d'un modèle de retour vers la moyenne. Le modèle a donc été calibré de sorte à ce que la valeur moyenne des taux b soit égale à la valeur de départ des taux r_0 . De plus comme nous l'avons déjà évoqué, le taux r_0 est choisi égal au taux du prêt pour éviter d'avoir systématiquement des remboursements anticipés en début de période.

Résultats

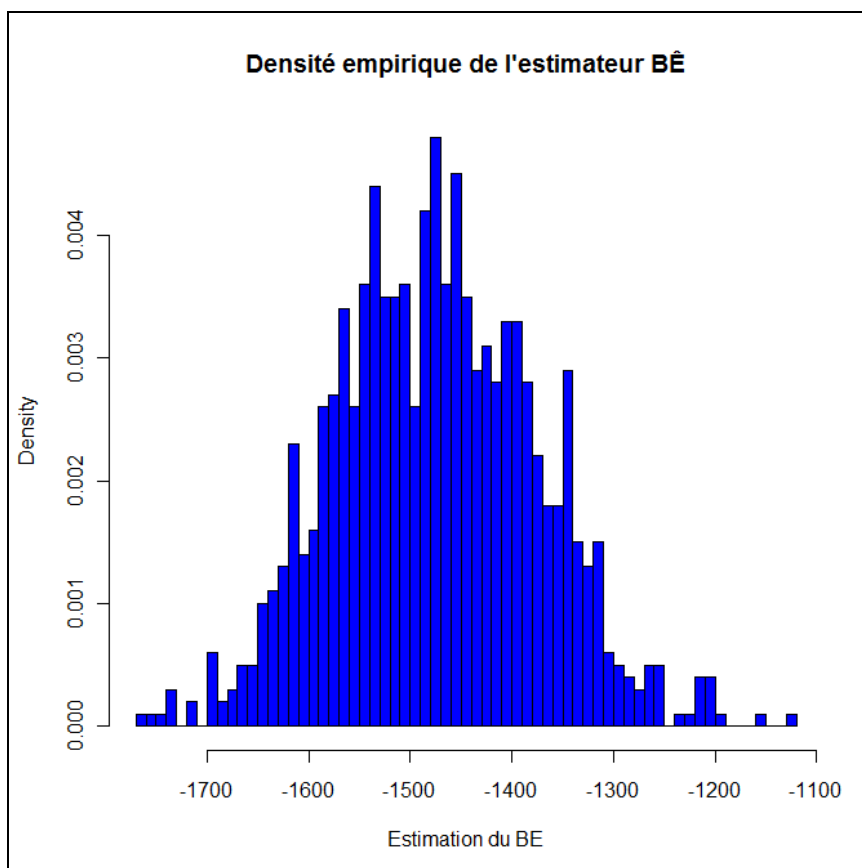
Nous lançons $M = 100$ simulations de la variable mortalité et $N = 100$ simulations de la variable taux d'intérêt (variable sous-jacente de la date de remboursement anticipé). Enfin on réitère $L=1000$ fois le nombre de simulation global. Ce procédé conduit à une distribution de la variable aléatoire $B\hat{E}$ (estimateur de la provision « best estimate »)

- **Probabilité de remboursement anticipé**

La probabilité de remboursement anticipé trouvé est de 3,08%.

- **Distribution de l'estimateur du best estimate**

Le graphe ci-dessous illustre la densité empirique de l'estimateur $\hat{BE}$:



Nous ajoutons à ce graphe quelques statistiques descriptives :

Mesures statistiques	$\hat{BE}$
Moyenne	-1 475
Médiane	-1 476
Maximum	-1 129
Minimum	-1 463
p-value du test de Shapiro-Wilk	0,45

La p-value > 5%. La propriété de normalité n'est donc pas rejetée.

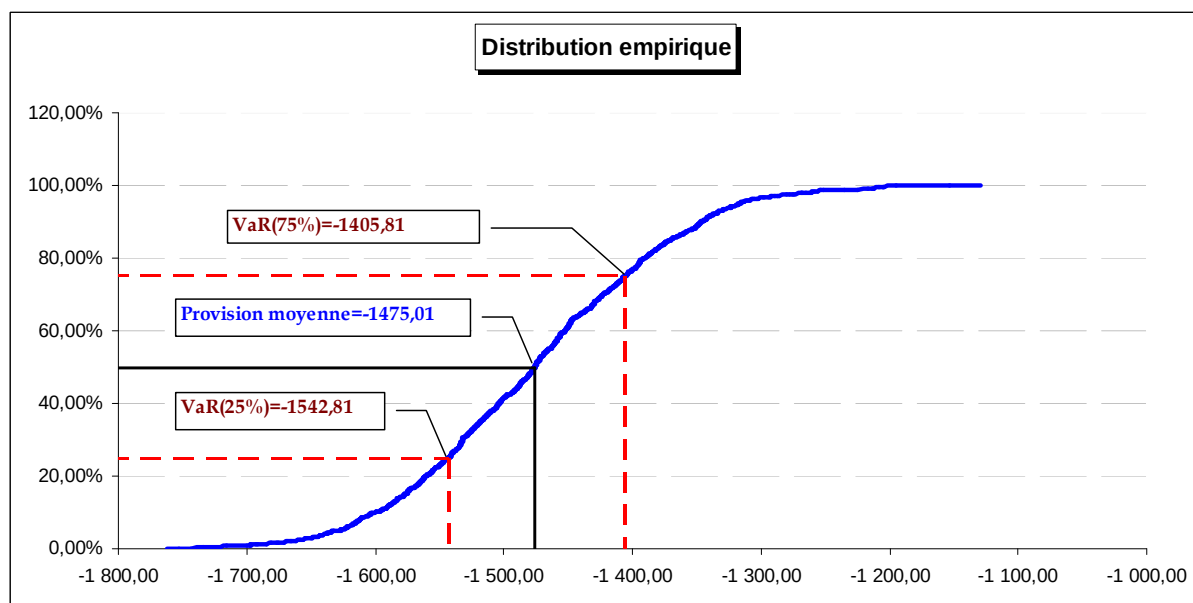
En effet, $\hat{BE} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i$ avec $X_i = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \sum_{k=0}^{D^j} CRD_k 1_{\{k \leq T_X^i < k+1\}} v_k^{k+1/2} - P1_{\{T_X^i \geq k\}} v_k^k$.

Les variables X_i sont indépendantes et uniformément distribuée alors le théorème central limite peut être appliqué :

$$\frac{B\hat{E} - E(X_1)}{\sigma_{B\hat{E}}} \xrightarrow{\text{loi}} N(0,1)$$

En vertu du théorème central limite, l'estimateur $B\hat{E}$ suit une loi normale.

La fonction de répartition retournée est représentée par le graphe suivant :



Nombre de simulations globales = 1000 ; Nombre de simulations de la variable aléatoire Décès=100 ; Nombre de simulation de la variable Taux=100

VaR(75%)	-1 406,81
Moyenne	-1 475,01
VaR(25%)	-1 542,81

- Impact du remboursement anticipé sur la provision « best estimate »**

Nous nous intéressons à l'impact de la prise en compte du remboursement anticipé sur la provision best estimate. Nous comparons donc la provision trouvée par un modèle déterministe qui ne prend pas en compte la probabilité de remboursement anticipé à la provision « best estimate » calculée selon le modèle stochastique que nous venons de décrire.

Modèle stochastique		Modèle déterministe (sans prise en compte du remboursement anticipé)	Ecart relatif
Provision moyenne	-1 475,01	-1 497,65	1,5%

L'écart constaté est d'environ 1,5%. L'hypothèse de remboursement anticipé n'a donc qu'un faible impact sur le montant de la provision. Néanmoins, il convient de rester prudent quant à cette conclusion car suivant les spécificités du prêt ou du portefeuille considéré, l'impact pourrait s'avérer plus conséquent.

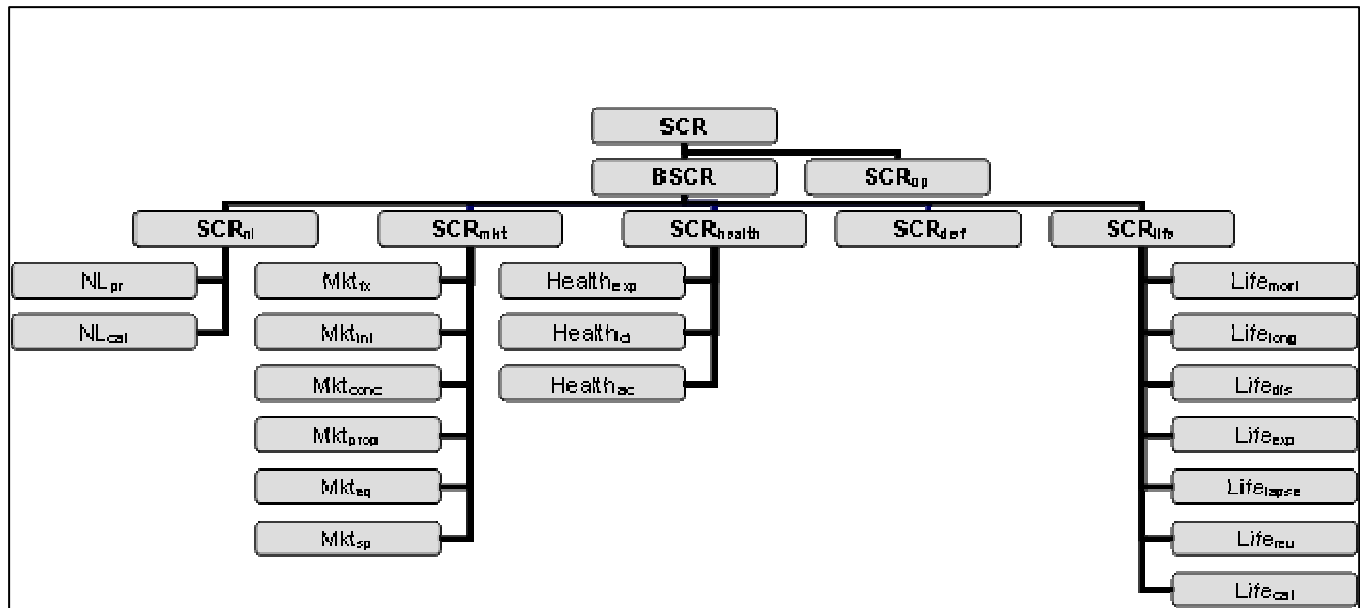
5. Calcul de la contrainte de solvabilité selon la formule standard

5.1. Calcul du MCR

Le MCR (Minimum Capital Requirement) correspond au capital de solvabilité minimum pour exercer une activité d'assurance. Nous n'en tiendront pas compte durant notre étude car on suppose par prudence que l'assureur doit disposer d'un capital de solvabilité supérieur au MCR, à savoir le SCR.

5.2. Calcul du SCR

Le calcul de la formule standard du SCR s'organise en modules. La première étape du calcul consiste à répertorier les risques qui seront pris en compte dans le module de base, c'est-à-dire le Basic SCR (BSR). De même dans chaque module, on détermine les sous module à prendre en compte. Ces sous modules font l'objet d'une agrégation. Enfin, cette dernière étape est répétée à l'échelle du module de base. La formule standard présentée par le CEIOPS est découpée selon le diagramme ci-dessous :



- BSCR : « Basic » SCR.
- SCR_{op} : risque opérationnel, c'est-à-dire, le risque de perte issu de processus internes, de personnes, de systèmes ou d'événements externes inadéquats ou défailnants.
- SCR_{nl} ; Risque de souscription non vie :
 - o NL_{pr} : risque de primes et de provisions.
 - o NL_{cat} : risque de catastrophe.
- SCR_{mkt} : risque de marché :
 - o Mkt_{fx} : risque de change.
 - o Mkt_{int} : risque de taux d'intérêt.
 - o Mkt_{conc} : risque de concentration.
 - o Mkt_{prop} : risque immobilier.
 - o Mkt_{eq} : risque d'actions
 - o Mkt_{sp} : risque de « spread » ou risque de signature.
- SCR_{health} : risque de souscription santé :
 - o Health_{exp} : risque de frais.
 - o Heath_{cl} : risque de sinistres.
 - o Health_{ac} : risque d'épidémie.
- SCR_{def} : risque de défaut de contrepartie, c'est le risque que le réassureur fasse défaut.
- SCR_{life} : risque de souscription vie :
 - o Life_{mort} : risque de mortalité.
 - o Life_{long} : risque de longévité.
 - o Life_{dis} : risque d'incapacité.
 - o Life_{exp} : risque de frais.
 - o Life_{lapse} : risque de rachat.
 - o Life_{rev} : risque de révision.
 - o Life_{cat} : risque de catastrophe.

Le SCR exigé chaque année est la somme du BSCR et du SCR_{op}.

$$SCR = BSCR + SCR_{op}$$

Applications

Pour toutes les applications, nous considérerons une police dont les caractéristiques sont les suivantes :

Capital initial (CI)	Âge	Durée du prêt	Taux du prêt	Taux de prime (en % du CI)
104 520	40 ans	20 ans	5,5%	0,23%

Hypothèses :

- Dans un premier temps nous ne prenons pas la participation aux bénéfices en compte.
- Dans le cadre du calcul du SCR, nos calculs sont déterministes. Comme nous l'avons vu précédemment, dans un calcul déterministe, il est difficile de prendre en compte le remboursement anticipé convenablement. On considérera donc un calcul de provision sans prise en compte de la possibilité de remboursement anticipé.

5.2.1. Le SCR de base : BSCR

Définition : Le « Basic » SCR (ou SCR de base) pour une compagnie d'assurance est le capital de solvabilité requis avant tout ajustement.

Nous étudions un produit d'assurance emprunteur qui couvre uniquement le risque de décès de l'assuré. Le BSCR prend donc en compte les sous modules relatifs au risque de souscription vie et le risque de marché.

Une fois les montants évalués pour couvrir les risques de marché et de souscription vie, une matrice de corrélation permet de calculer le BSCR. La matrice est calibrée de sorte que la probabilité de ruine à 1 an soit inférieure à 0,5%. La matrice est la suivante :

$CorrSCR=$	SCR_{mkt}	SCR_{def}	SCR_{life}	SCR_{health}	SCR_{nl}
SCR_{mkt}	1				
SCR_{def}	0,25	1			
SCR_{life}	0,25	0,25	1		
SCR_{health}	0,25	0,25	0,25	1	
SCR_{nl}	0,25	0,5	0	$0,25^{14}$	1

Le BSCR a donc pour formule dans notre étude :

¹⁴ En raison de l'intégration dans le module Santé des branches qui étaient comprises dans le module Risque de souscription non-vie dans QIS3, la corrélation entre SCR_{health} et SCR_{nl} est passée de 0 à 0,25.

$$BSCR = \sqrt{SCR_{mkt}^2 + SCR_{life}^2 + 2 \times 0,25 \times SCR_{mkt} \times SCR_{life}}$$

5.2.2. Le risque de marché : SCR_{Mkt}

Les sous-modules pris en compte dans le risque de marché sont le risque de taux d'intérêt, le risque de spread et le risque d'actions.

Nous nous plaçons dans le cas d'une société qui a bien réparti ses actifs et qui a donc un risque de concentration très faible, voir nul. Nous ne prenons donc pas en compte le risque de concentration.

Nous considérons le risque de taux de change est également nul car les actifs sont échangés uniquement sur le marché français.

Le portefeuille n'est pas réassuré, il n'y a donc pas de risque défaut.

Le calcul dans les sous-modules

Les hypothèses

- H1 : L'actif sous solvabilité 1 couvre l'exigence de solvabilité sous Solvency 1.

Le calcul des exigences de solvabilité est prévu pour des organismes assureurs en cours d'activité dont les exigences de solvabilité étaient régies par les règles nationales (Solvency 1). Le tarif pur appliqué sur le marché étant généralement supérieur au tarif inhérent au risque du contrat emprunteur, les provisions sont presque toujours négatives et donc rendues nulles. Dans le cas de provisions nulles, le bilan se présente donc comme suit :

ACTIF	PASSIF
Actifs couvrant l'EMS	Fonds propres = EMS

Dans le référentiel Solvency 2, le « best estimate » prend souvent des valeurs négatives. Le traitement de la correspondance actif-passif devient fastidieux et nécessite plusieurs hypothèses. Nous choisissons de considérer que l'actif couvre toujours le même passif, à savoir l'exigence de marge de solvabilité sous Solvency 1.

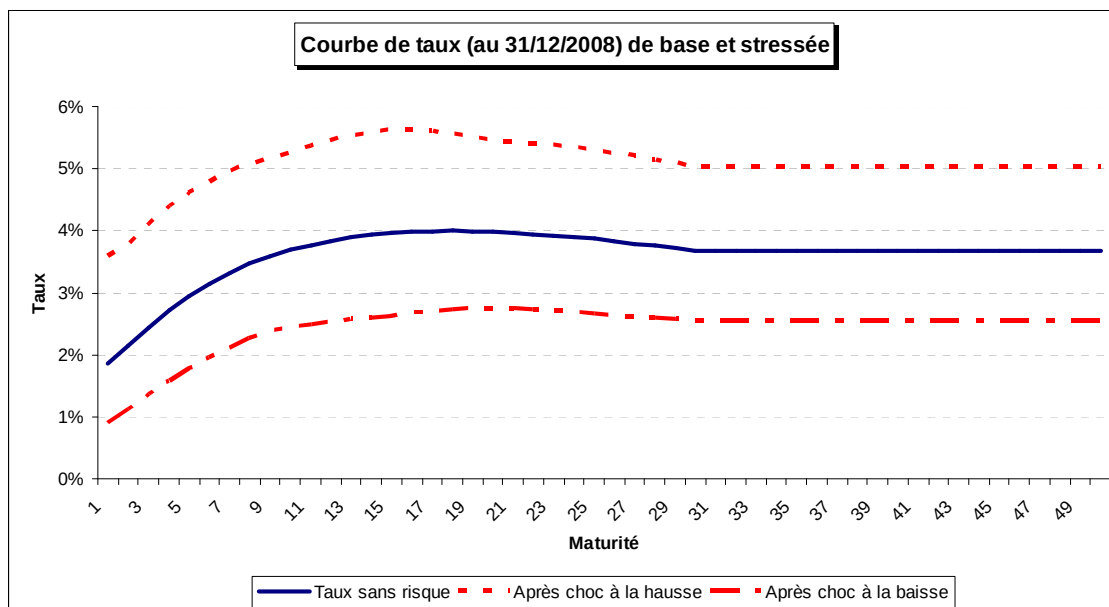
- H2 : L'assureur dispose d'un portefeuille composé de 80% d'obligations et 20% d'actions.
- H3 : L'actif et le passif (au sens comptable de Solvency 1) sont de même duration (donc de même sensibilité).

- H4 : Les coupons des obligations sont réinvestis sur les marchés jusqu'à échéance du contrat.

a. Le risque de taux d'intérêt

Le risque de taux correspond au risque que la courbe de taux chute ou au contraire grimpe. Les fluctuations de taux vont avoir un impact à la fois sur l'actif et le passif qu'il convient de couvrir.

Le CEIOPS propose donc un scénario de baisse de taux et un scénario de hausse des taux.



La formule de calcul du montant pour couvrir le risque de marché est la suivante :

$$Mkt_{int} = \max \left\{ \begin{array}{l} 0 \\ \Delta NAV / \text{upwardshock} \\ \Delta NAV / \text{downwardshock} \end{array} \right\}$$

La « Net Asset Value » (NAV) est la valeur nette des actifs. On compare donc la valeur nette des actifs au taux de base à la valeur nette des actifs en cas d'une hausse des taux (« upwardshock ») ou d'une baisse des taux (« downwardshock »). $\Delta NAV > 0$ correspond à un déficit à combler pour la société.

Les éléments du bilan impactés par le risque de taux sont à l'actif les obligations et au passif le « best estimate ».

- Les obligations

La valeur des obligations est égale à 80% de l'exigence de marge sous Solvency 1 selon les hypothèses H1 et H2. Les obligations en valeur historique (c'est-à-dire comptable) évoluent donc simplement sur chaque année k du contrat de la manière suivante :

$B^H(k) = 80\%EMS(k)$, en notant $B^H(k)$ la valeur historique des obligations.

Selon l'hypothèse H3, la sensibilité de l'actif est la même que celle du passif car la gestion actif-passif est optimale. La sensibilité est donnée par la formule suivante :

$$s_k = \sum_{i=0}^{n-k} \frac{(\text{Flux probables du passif}) \times i}{(1 + r_f(i))^{i+1}}$$

Schématiquement, une obligation d'une sensibilité s verra sa valeur baisser de $s\%$ si son taux d'intérêt augmente de 1%. Et inversement, sa valeur augmente d'environ $s\%$ si les taux baissent de 1%. Nous faisons donc l'hypothèse selon laquelle la valeur de marché des obligations évolue comme suit :

$$B^M(k) = 80\%EMS(k) \left(1 - \frac{s_k}{100} (r_f(k) - r_f(k-1)) \right)$$

En en notant $B^H(k)$ la valeur de marché des obligations

On applique ensuite les chocs aux obligations en valeurs de marché.

- Le « best estimate »

Les provisions sont calculées par différences des engagements de l'assureur et de l'assuré actualisés au taux sans risque. Les chocs sur les taux vont donc impacter les provisions. Les engagements sont actualisés aux taux sans risques « choqués » selon les cas, à la hausse ou à la baisse.

Résultats

Les résultats en $t=0$ sont les suivants :

Sensibilité = 5,79

$\Delta NAV^{up} = -190,42$

$\Delta NAV^{down} = 163,37$

Donc $Mkt_{int} = 190,42$

b. Le risque d'actions

Le risque d'action est, comme son nom l'indique, relatif au marché des actions. Une distinction se fait entre les actions classiques et les actions des marchés émergents. Selon, le type d'actions que détient l'organisme assureur, le choc infligé est différent :

	Global	Autres
Baisse de valeur de marché	32%	45%

Nous considérons, dans le cadre de notre étude que l'assureur ne dispose que d'action de type classique. Le choc appliqué est donc de 32%.

$$Mkt_{eq} = \max\{\Delta NAV | \text{choc-action}; 0\}$$

La valeur des actions est obtenue par différence entre la valeur de l'exigence de marge de solvabilité sous Solvency 1 (qui est la valeur totale de l'actif) et de la valeur de marché des obligations.

Résultats

En t=0 on trouve le capital alloué au titre du risque inhérent aux actions est de :

$$Mkt_{eq} = 20,07$$

c. Le risque de spread

Le risque de spread (ou risque de signature) est le risque qu'un débiteur n'honore pas ses engagements. Les sociétés émettrices d'outils financiers sont notées en fonction de leur exposition au risque. Les notations *standards & Poor's* sont les suivantes :

Notations Standards & Poor's	
AAA	Capacité de remboursement extrêmement forte
AA	Capacité de remboursement très forte
A	Forte capacité de remboursement mais sensibilité aux aléas économiques
BBB	Capacité suffisante mais sensibilité aux aléas économiques
BB/B	Caractère spéculatif et incertitude du paiement
CCC/CC/C	Créance douteuse
D	Défaut de paiement

Hypothèse : Les actions dont on dispose sont de type A

Selon cette hypothèse, la valeur du montant alloué au risque de spread d'après le CEIOPS est la suivante :

$$Mkt_{sp} = Mkt_{sp}^{bonds} + Mkt_{sp}^{struct} + Mkt_{sp}^{cd}$$

Avec :

Mkt_{sp}^{bonds} le chargement de capital au titre du risque de spread des obligations

Mkt_{sp}^{struct} le chargement de capital au titre du risque de spread des produits de crédit structurés

Mkt_{sp}^{cd} le chargement de capital au titre du risque de spread des dérivés de crédit.

Nous ne disposons dans le portefeuille ni de produits structurés, ni de dérivés de crédit. Le risque de spread se limite donc aux obligations.

$$Mkt_{sp} = \sum_i MV_i \times m(dur_i) \times F(rating_i) + \Delta Liab_{ul}$$

Où :

MV_i est la valeur de marché

$F(rating_i)$ est une fonction de la catégorie de notation de l'exposition au risque de crédit, qui est calibrée pour produire un choc conforme à une VaR de 99,5 %

$m(dur_i)$ est une fonction de la durée de l'exposition au crédit

$\Delta Liab_{ul}$ est l'impact global du scénario de choc côté passif pour les polices dont les souscripteurs assument le risque d'investissement et comportant des options et garanties intégrées, dont la valeur minimale est égale à 0. Par convention nous considérons que cette valeur est nulle.

Nous considérons, par prudence, que les obligations du portefeuille sont notées A. Dans ce cas, $F(rating_i) = 1,03$ et $m(dur_i) = \max(dur_i; 1)$

Donc :

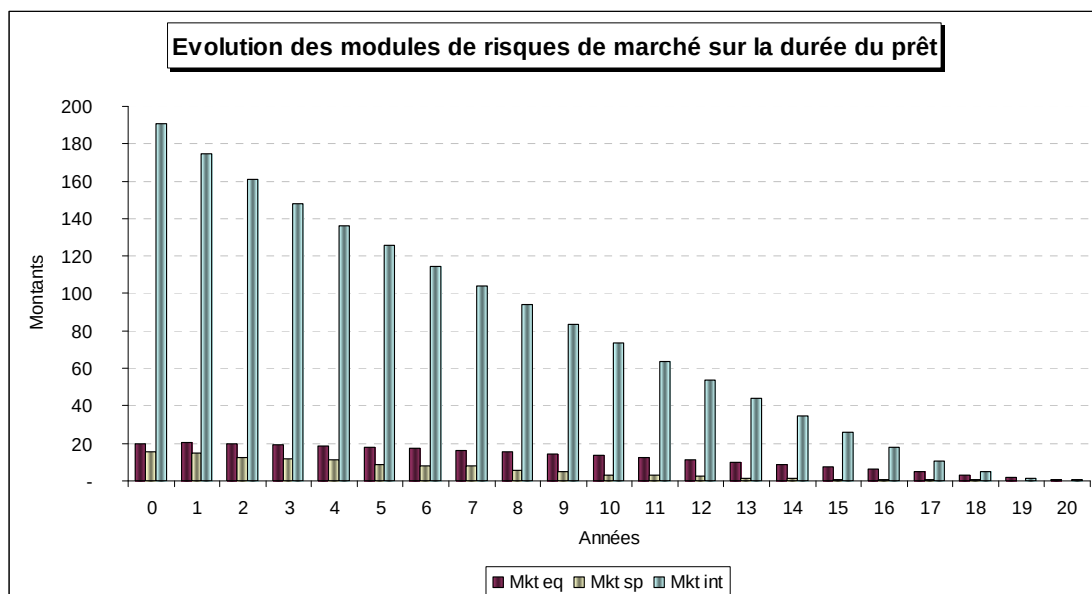
$$Mkt_{sp} = B^M(t) \times 1,03\% \times \max(dur(B(t)); 1)$$

Résultats

En 0, le capital alloué au titre du risque de « spread » vaut :

$$Mkt_{sp} = 15,50$$

Le graphe ci-dessous décrit la répartition des risques de marché sur la durée du prêt.



On constate que le montant le module du SCR au titre du risque des obligations (Mkt_{int}) est plus élevé que celui que l'on pourrait attendre. En effet, en prenant comme hypothèse d'égalité des durations du passif et de l'actif, on pourrait s'attendre à une valeur du Mkt_{int} assez faible car l'allocation actif / passif aurait été optimale.

Seulement dans cette hypothèse les actifs couvrent uniquement les fonds propres. Les chocs sont appliqués aux éléments du bilan qui sont liés au taux d'intérêt. Il s'agit du « best-estimate » (au passif) et des obligations (à l'actif). L'effet des chocs est beaucoup plus fort pour deux raisons :

- Les chocs appliqués sur les obligations ne sont pas comblés par ceux appliqués sur les fonds propres.
- Les chocs n'agissent pas de manière « classique » sur les provisions car celles-ci sont négatives.

Une fois tous les sous-modules calculés, le SCR de marché est obtenu par agrégation des montants trouvés pour couvrir les risques de marché avec une matrice définie par le CEIOPS. La matrice est définie comme suit :

<i>CorrMkt</i>	<i>Mkt_{int}</i>	1. <i>Mkt_e_q</i>	2. <i>Mkt_p_{rop}</i>	3. <i>Mkt_s_p</i>	4. <i>Mkt_c_{onc}</i>	5. <i>Mkt_f_x</i>
<i>Mkt_{int}</i>	1					
<i>Mkt_{eq}</i>	0	1				
<i>Mkt_{prop}</i>	0,5	0,75	1			
<i>Mkt_{sp}</i>	0,25	0,25	0,25	1		
<i>Mkt_{conc}</i>	0	0	0	0	1	
<i>Mkt_{fx}</i>	0,25	0,25	0,25	0,25	0	1

La formule du SCR de marché est donc dans le cadre de notre étude la suivante

$$SCR_{Mkt} = \sqrt{Mkt_{int}^2 + Mkt_{eq}^2 + Mkt_{sp}^2 + 2 \times 0,25 \times Mkt_{int} \cdot Mkt_{sp} + 2 \times 0,25 \times Mkt_{eq} \cdot Mkt_{sp}}$$

Application

On trouve un SCR au titre du risque de marché de :

$$SCR_{Mkt} = 197,41$$

5.2.3. Le risque de souscription vie : SCR_{Life}

Les sous-modules de risque à prendre en compte dans le calcul du SCR au titre du risque de souscription vie sont les sous-modules relatifs au risque de mortalité et de catastrophe.

Le risque de frais n'est pas pris en compte puisque nous avons pris comme hypothèse que les frais sont totalement couverts par les chargements de primes (frais = chargements).

a. Le risque de mortalité

Le risque de mortalité correspond au risque que la mortalité effectivement constatée s'écarte de la mortalité prédite par les tables de mortalité utilisées par la société d'assurance.

Le CEIOPS propose un choc correspondant à une augmentation de 10% du taux de mortalité à chaque année.

Le module du risque de mortalité vaut ainsi :

$$Life_{mort} = \sum_i \Delta NAV | choc - mortalité$$

Résultats

Les résultats que l'on trouve en $t=0$ sont les suivants :

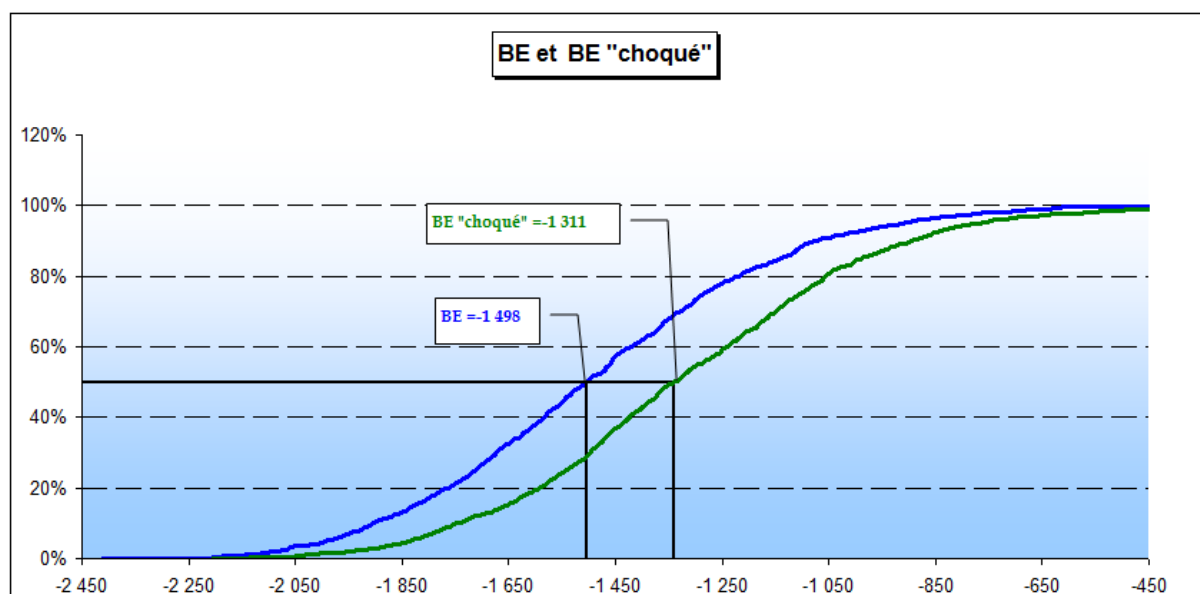
un « best estimate » égal à :

$$BE = -1\,497,65$$

Le « best estimate » suite au choc sur la mortalité vaut :

$$BE = -1\,310,52$$

On constate que le choc en 0 entraîne une augmentation du « best estimate » de 6%.



Ceci entraine que l'allocation de capital au titre du risque de mortalité est de :

$$Life_{mort} = 187,13$$

b. Le risque de catastrophe

Le risque de catastrophe correspond à une augmentation de la mortalité due à un évènement telle qu'une épidémie ou une catastrophe naturelle. Le CEIOPS donne un scénario où le taux de mortalité augmente de 1,5 pour mille uniquement l'année d'évaluation.

$$Life_{CAT} = \Delta NAV \mid life\ CAT\ shock$$

Résultats

En $t = 0$, le « best estimate » avant le choc vaut -1 497,65. Le choc appliqué la première année du contrat conduit à un « best estimate » qui prend une valeur de -1 494,84.

On trouve donc en 0 : $Life_{CAT} = 2,81$

Comme pour le risque de marché, une fois les montants inhérents aux sous-modules calculés, le montant pour couvrir le module de souscription vie est calculé par agrégation des sous-modules grâce à une matrice donnée par le CEIOPS. La matrice est la suivante :

<i>CorrLife</i>	<i>Life_{mort}</i>	<i>Life_{long}</i>	<i>Life_{dis}</i>	<i>Life_{lapse}</i>	<i>Life_{exp}</i>	<i>Life_{rev}</i>	<i>Life_{CAT}</i>
<i>Life_{mort}</i>	1						
<i>Life_{long}</i>	-0,25	1					
<i>Life_{dis}</i>	0,5	0	1				
<i>Life_{lapse}</i>	0	0,25	0	1			
<i>Life_{exp}</i>	0,25	0,25	0,5	0,5	1		
<i>Life_{rev}</i>	0	0,25	0	0	0,25	1	
<i>Life_{CAT}</i>	0	0	0	0	0	0	1

$$SCR_{Life} = \sqrt{Life_{mort}^2 + Life_{CAT}^2}$$

Résultats

On trouve en 0 :

$$SCR_{Life} = 187,15$$

Ainsi le « basic » SCR vaut :

$$BSCR = \sqrt{SCR_{mkt}^2 + SCR_{life}^2 + 2 \times 0,25 \times SCR_{mkt} \times SCR_{life}}$$

$$BSCR = 304,09$$

5.2.4. Le risque opérationnel : SCR_{op}

Le risque opérationnel correspond au risque de pertes dues à une inadéquation ou à une faille des procédures, personnels, système internes ou à des événements extérieurs.

La modélisation et l'évaluation du risque opérationnel ne sont pas aisées car il n'existe pour le moment pas de mesure exacte du risque juridique, de défaillance du personnel ou du système, de fraude, de bug informatique, d'incendie des locaux... Son estimation est donc évaluée au moyen d'une approximation :

Son calcul se base sur l'hypothèse selon laquelle le module du risque opérationnel représente 30% du risque de base.

$$SCR_{op} = \min(0,30.BSCR; Op_{Inul}) + 0,25.Exp_{ul}$$

Où :

Op_{Inul} est le chargement de base au titre du risque opérationnel au titre du risque opérationnel pour toutes les activités exceptée celles en unités de comptes (brut de réassurance) ;

Et Exp_{ul} est le montant de frais annuel (brut de réassurance) relatif à l'activité en unités de compte. Nous ne sommes pas dans le cadre de contrats en unités de compte donc ce montant est ici égal à zéro.

Op_{Inul} se calcule comme suit :

$$Op_{Inul} = \max \left(\begin{array}{l} 0,03(Earn_{life} - Earn_{life-ul}) + 0,02Earn_{nl} + 0,02Earn_h \\ 0,003(Tp_{life} - Tp_{life-ul}) + 0,02Tp_{nl} + 0,02Tp_h \end{array} \right)$$

$Earn_{life}$ représente le total des primes acquises en vie (brutes de réassurance).

$Earn_{life-ul}$ représente le total des primes acquises en vie pour les contrats en unités de compte (brutes de réassurance). Ce montant est nul dans notre cas d'étude.

$Earn_{nl}$ représente les primes acquises au titre de l'activité non vie. Ce montant est nul dans le cadre de notre étude.

$Earn_h$ représente le total des primes acquises en santé. Ce montant est nul dans le cadre de notre étude.

Tp_{life} représente le total des provisions techniques d'assurance vie (brutes de réassurance)

$Tp_{life-ul}$ représente le total des provisions techniques d'assurance vie pour les contrats en unités de compte (brutes de réassurance). Ce montant est nul dans notre cas d'étude.

PARTIE IV : IMPACT DES PROCHAINES REGLES SOLVENCY 2 ET IFRS PHASE 2 SUR LA RENTABILITE

Tp_{nl} représente le total des provisions techniques au titre de l'activité non vie. Ce montant est nul dans notre cas d'étude.

Tp_h représente le total des provisions techniques en santé. Ce montant est nul dans notre cas d'étude.

Donc finalement la formule à retenir pour le calcul du Op_{lnul} est la suivante :

$$Op_{lnul} = \max(0,03(Earn_{life}); 0,003(Tp_{life}))$$

Et celle du SCR_{op} est :

$$SCR_{op} = \min(0,30.BSCR; Op_{lnul})$$

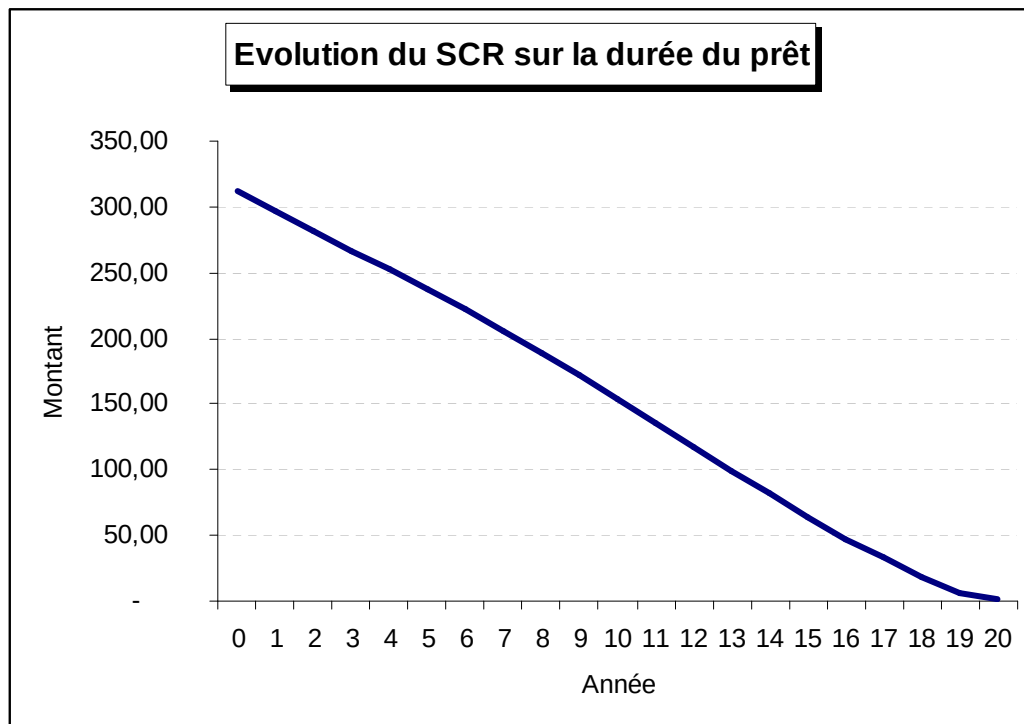
Résultats

On trouve un SCR la première année au titre du risque opérationnel de :

$Op_{lnul} = 7,21$ et donc :

$$SCR_{op} = \min(91,23; 7,21) = 7,21$$

Le graphe ci-dessous décrit l'évolution du SCR sur la durée du prêt :



Le SCR à la dernière année du prêt est faible mais pas nul. Cette valeur non nul a pour but de supporter le risque de marché de la dernière année.

6. La marge pour risque

Une marge pour risque est ajoutée aux provisions « best estimate ». Cette marge a différentes interprétations selon qu'on se place dans le référentiel IFRS ou celui de Solvency 2.

Dans le référentiel IFRS : la marge pour risque représente le montant réclamer par un autre assureur pour récupérer les engagements pris par l'assureur. Elle représente une information financière sur la rémunération du repreneur de risque.

Dans un référentiel Solvency 2 : la marge pour risque représente la rémunération des fonds propres versées par les actionnaires.

6.1. Distinction des passifs d'assurance : La notion d'actif « répliquable »

Le mode d'évaluation des provisions techniques prudentielles est apparu être un problème sérieux au cours des travaux de préparation du référentiel Solvency 2. Dans la logique d'une évaluation réaliste, les provisions techniques doivent être déterminées de manière à permettre à l'assureur le paiement des prestations aux assurés. La provision se voit complétée d'une marge de couverture pour risque « risk margin ». Dans ce contexte, une distinction forte est effectuée entre les passifs d'assurance qu'il est possible de répliquer par des actifs financiers sur un marché liquide et transparent (on dit que les passifs sont « hedgeable ») et les autres passifs (« non hedgeable »).

6.2. Méthode de calcul de la marge pour risque

6.2.1. La méthode des quantiles

La décomposition d'un contrat d'assurance en risque répliquable n'est pas toujours aisée. Comme nous l'avons noté, la possibilité pour l'emprunteur d'effectuer un remboursement anticipé constitue une option financière cachée. Dans ce cas, l'évaluation des provisions techniques doit nécessairement se faire par un modèle stochastique pour prendre en compte la valeur temps. La provision augmentée de la marge pour risque (MR) suit la relation suivante :

$$BE + MR = VaR_{75\%} \left(\text{Distribution VA}(\text{Engagement assureur} - \text{Engagement assuré}) \right)$$

Donc la marge de risque pour se déduit automatiquement :

$$MR = VaR_{75\%} \left(\text{Distribution VA}(\text{Engagement assureur} - \text{Engagement assuré}) \right) - BE$$

Avec $BE = VaR_{50\%}$ (Distribution VA(Engagement assureur-Engagement assuré))

La méthode des quantiles était utilisée pendant le QIS 3 mais ne l'est plus depuis le QIS 4 du CEIOPS. Elle a été abandonnée pour être remplacée par la méthode du coût du capital.

6.2.2. La méthode du « Cost of Capital » (CoC) ou coût du capital

Pour les passifs non répliquables, la méthode privilégiée par le CEIOPS est la méthode du coût du capital. La marge pour risque est calculée selon la méthode dite du « coût du capital ». Cette méthode consiste à calculer le coût d'immobilisation d'un montant de fonds propres éligibles, nécessaires à couvrir le SCR sur toute la durée du contrat.

Pour ce faire les assureurs doivent établir une projection de leurs engagements d'assurance et de réassurance jusqu'à extinction, puis chaque année, déterminer le montant de SCR que doit présenter une entreprise face à ses engagements. La marge pour risque est calculée nette de réassurance (ce qui n'a pas d'impact dans notre cas puisque le produit n'est pas réassuré).

La valorisation de la marge de risque repose sur de grands principes :

- Principe 1 : Le calcul se fait en supposant une reprise par une autre entité.
- Principe 2 : Cette entité est « vide », avant la reprise.
- Principe 3 : Cette entité a des fonds propres de base égaux au SCR nécessaire pour couvrir les risques repris.
- Principe 4 : Le SCR de référence couvre les risques : opérationnel, de défaut (réassurance cédée) et de souscription.
- Principe 5 : La réduction du SCR du fait des PB futures est déterminée à partir des caractéristiques de la société étudiée.
- Principe 6 : L'étude des marges de risque se fait segment par segment et en net de réassurance.
- Principe 7 : Utilisation possible des modèles internes.

Les risques à prendre en compte dans le cas de notre produit en assurance des emprunteurs sont le risque opérationnel, le risque de souscription vie. Théoriquement, le CEIOPS considère qu'il n'existe pas de risque de défaut des contreparties aux contrats dérivés financiers (risque de marché).

Le coût du capital est égal à 6% pour tous les assureurs.

Le calcul de la marge pour risque suivant la méthode du coût du capital s'effectue en considérant que la date d'évaluation est celle du début de l'année où on se place :

- les seuls risques pris en compte sont le risque de souscription vie et le risque opérationnel. Il s'agit donc de trouver le SCR en t et pour chaque année future de la durée de vie des engagements ;
- multiplier chacun des futurs SCR par le coût du capital pour obtenir le coût de détention des futurs SCR ;
- actualiser chacun des montants calculés à l'étape précédente au moyen de la courbe des taux sans risque en t . La somme des valeurs actualisées correspond à la marge pour risque à associer aux provisions « best estimate » des engagements en t .

$$MR_0 = 6\% \sum_{t=0}^n \frac{SCR_t^{\text{Sans risque de marché}}}{(1+r_f(t))^t}$$

Application

On considère les caractéristiques d'une police similaire à celle utilisée en section 3.3. (Calcul de BE). Ceci nous permettra de faire une comparaison entre la méthode dite des quantiles et la méthode du coût du capital lors du calcul des provisions. Pour une comparaison des méthodes, nous rappelons les hypothèses suivantes :

- Dans le cadre du calcul du SCR, nos calculs sont déterministes. Comme nous l'avons vu précédemment, dans un calcul déterministe, il est difficile de prendre en compte le remboursement anticipé convenablement. On considérera donc un calcul de provision sans prise en compte de la possibilité de remboursement anticipé.
- Nous ne tenons pas compte à ce niveau de la participation aux bénéfices.

Rappelons les caractéristiques de la police :

Capital initial (CI)	Âge	Durée du prêt	Taux du prêt	Taux de prime (en % du CI)
104 520	40 ans	20 ans	5,5%	0,23%

Résultats en t=0

BSCR+SCR_{op}	311,30
SCR _{Life}	187,15
- Life _{mort}	187,13
- Life _{CAT}	2,81
SCR _{Mkt}	197,41
- Mkt _{int}	190,42
- Mkt _{eq}	20,07
- Mkt _{sp}	15,50
BE+MR	-1 391,73
BE	-1 497,65
MR	105,92

Le risque de marché représente 64% de la contribution au BSCR. Ce résultat se rapproche de celui trouvé lors de l'analyse des résultats du QIS 4 publiée par l'ACAM. Selon cette étude 2/3 du BSCR en assurance vie provient du risque de marché.

Le risque de souscription vie est une fonction croissante des risques inhérents au contrat emprunteur (durée du contrat, âge de l'assuré, taux d'intérêt du prêt...) et est donc comparable à l'exigence de marge de solvabilité de Solvency 1. Le module dédié au risque de souscription vie donne une valeur d'environ 60% de l'exigence de solvabilité.

6.3. Comparaison du montant de la marge pour risque à l'origine selon la méthode utilisée

Nous nous proposons de comparer les deux méthodes de calcul de provision lorsque la possibilité de remboursement anticipé de l'assuré n'est pas prise en compte. En effet nous ne pourrions comparer la méthode de CoC et celle des quantiles lorsque le remboursement anticipé est pris en compte dans la mesure où nous ne prenons pas en compte le remboursement anticipé dans les SCR projetés lors du calcul de la marge pour risque avec la méthode du CoC. Le but est de mesurer le décalage de prise en compte de la marge pour risque.

Selon le modèle stochastique vu à la section 4.2., la VaR à 75% de la provision (c'est-à-dire la somme du « best estimate » et de la marge pour risque) a une valeur de -1 407 (en considérant que la prise en compte du remboursement anticipé dans le calcul est négligeable). Le « best estimate » ayant une valeur de -1 498, on peut estimer par différence à 90 la marge pour risque.

Marge pour risque <i>Méthode des quantiles</i>	Marge pour risque <i>Méthode du CoC</i>	Ecart relatif
90	106	15%

On note un écart de l'ordre de 15%. Les deux méthodes ne sont, a priori, pas comparables. Cet exemple semble montrer que la méthode du coût du capital est plus prudente mais cette conclusion mériterait d'être vérifiée à l'échelle d'un portefeuille.

Le CEIOPS privilégie la méthode du CoC lorsque le passif n'est pas répliquable (sans doute car il prend en compte l'interaction entre l'actif et le passif puisqu'il passe par le calcul de SCR jusqu'à la fin du contrat).

7. Rentabilité dans le cadre de Solvency 2

7.1. Prise en compte de la participation aux bénéfices

Dans le cadre Solvency 2, tous les engagements de l'assureur doivent être pris en compte dans le calcul de la provision « best estimate ». Dans ce contexte même la distribution de la participation aux bénéfices constitue un engagement de l'assureur. La participation aux bénéfices se base sur les comptes sociaux (comptes de la réglementation actuellement appliquée en France).

La provision a donc pour expression :

$$BE = \sum_{k=t}^{n-t-1} CRD_k v_k^{k+1/2} p_x \cdot q_{x+k} - P v_k^k p_x + 90\% \left[\max \left(P v_{ACTU}^k p_x - CRD_k v_{ACTU}^{k+1/2} p_x \cdot q_{x+k}, 0 \right) + PF_k \right]$$

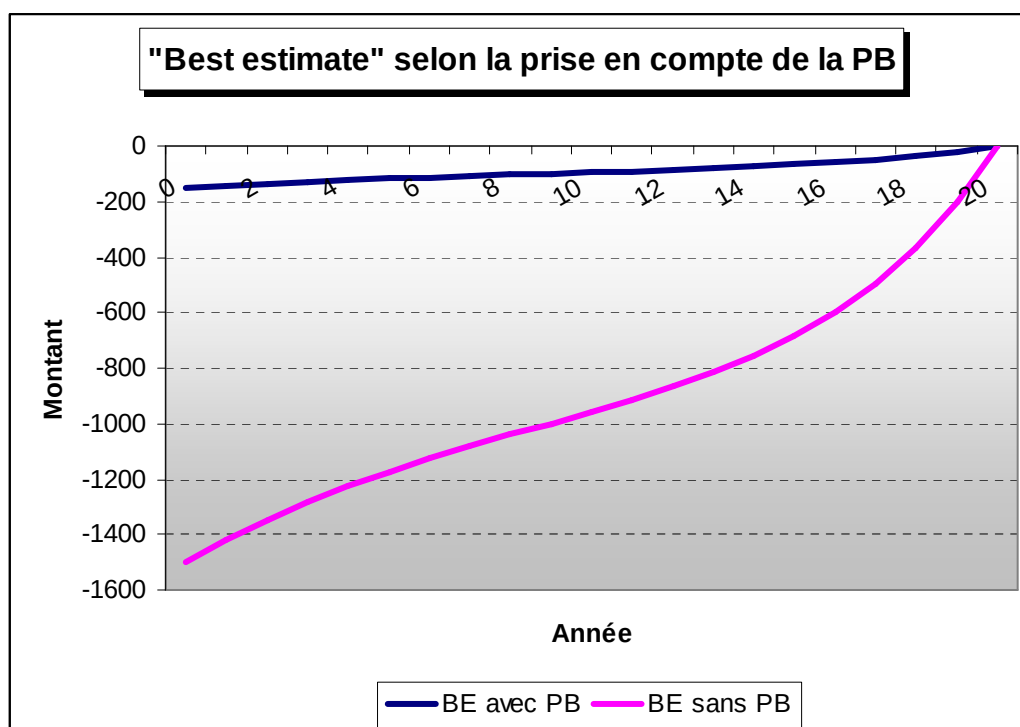
Avec PF_k les produits financiers (sur provisions techniques) en k et v_{ACTU} le facteur d'actualisation par le taux technique.

L'application numérique avec le contrat emprunteur décrit donne les résultats suivants :

- La provision « best estimate » à l'origine (sans prise en compte de la marge pour risque)

Sans prise en compte de la PB	Avec prise en compte de la PB
BE = -1 498	BE = -149
MR=106	MR = 13
-1 392	-137

La provision avec prise en compte de la participation aux bénéfices est réduite de 90%. Ceci est cohérent car la valeur actuelle probable des primes est supérieure à celle des sinistres le long du contrat. Comme le montre le graphe suivant, le « best estimate » est donc absorbé de 90% par la participation aux bénéfices.

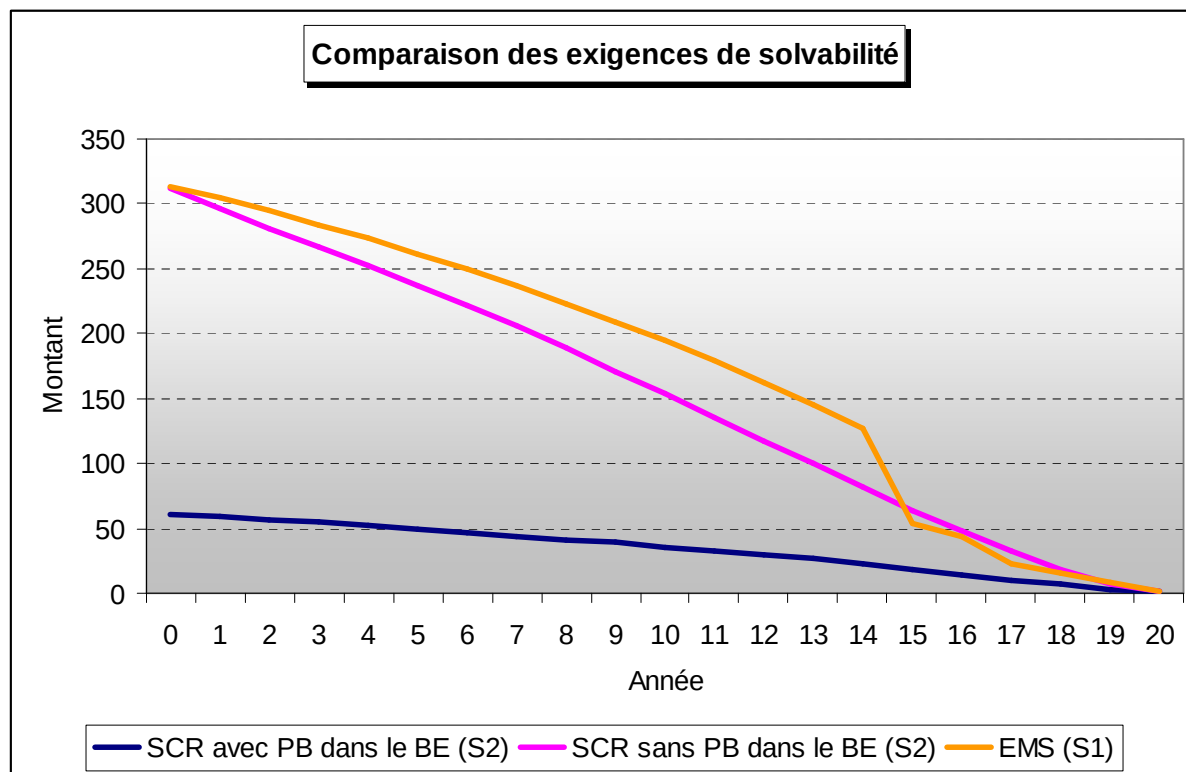


- le SCR à l'origine

Sans prise en compte de la PB	Avec prise en compte de la PB
311,30	61,12

Le SCR passe de 311,30 à 61,12 car les chocs sont effectués sur un « best estimate » réduit par la participation aux bénéfices. Les chocs ont moins d'impact sur la variation de la NAV et donc moins d'impact sur le SCR.

Le graphe ci-dessous compare les exigences de solvabilité selon différentes hypothèses.



Le graphe fait remarquer qu'avec la prise en compte de la participation aux bénéfices dans le « best estimate » est beaucoup plus faible car les différents chocs appliqués ont moins d'impact.

7.2. Comparaison des bilans selon le référentiel Solvency 1 ou Solvency 2 / IFRS

Comparons les bilans de la première année que l'on obtient sur la police pris en exemple selon que nous nous plaçons dans un référentiel Solvency 1 ou un référentiel Solvency 2 / IFRS.

Le bilan est transformé comme le décrit le schéma ci-dessous :

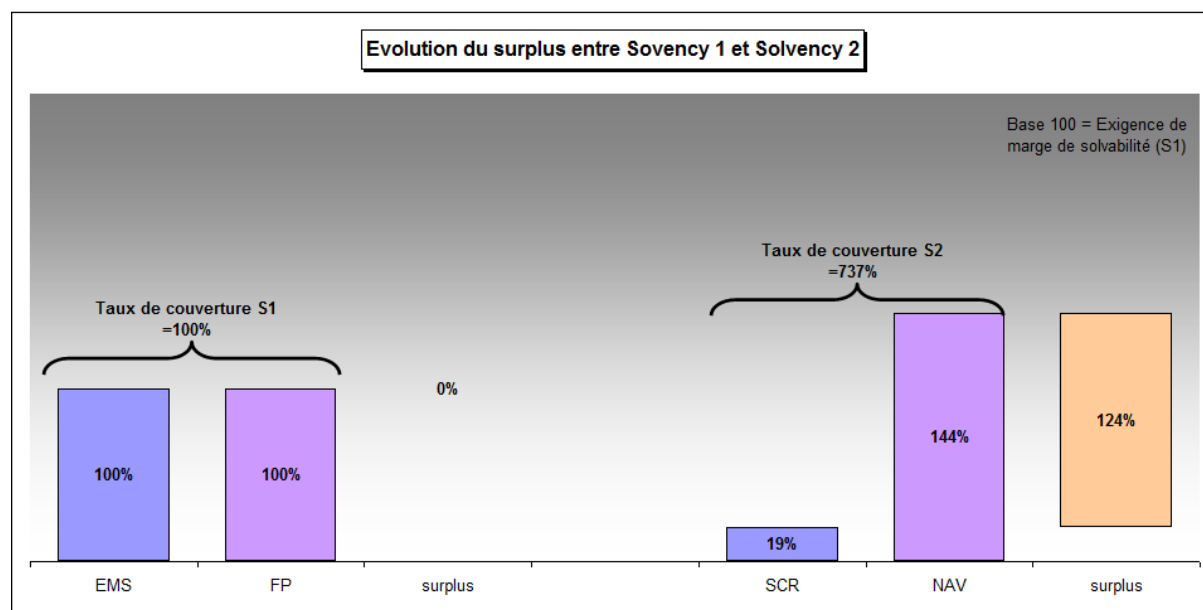
PARTIE IV : IMPACT DES PROCHAINES REGLES SOLVENCY 2 ET IFRS PHASE 2 SUR LA RENTABILITE

<u>Bilan SOLVENCY 1</u>		<u>Bilan SOLVENCY 2 / IFRS</u>		NAV = 451
ACTIF	PASSIF	ACTIF	PASSIF	
Placements EMS = 314	Fonds propres EMS = 314	Placements EMS = 314	SCR 61	
			Surplus 390	
			Provisions techniques BE + MR = -137	

La provision sous Solvency 1 est négative et est donc réduite à zéro. Le passif sous Solvency 1 est donc uniquement égal à l'exigence de marge de solvabilité.

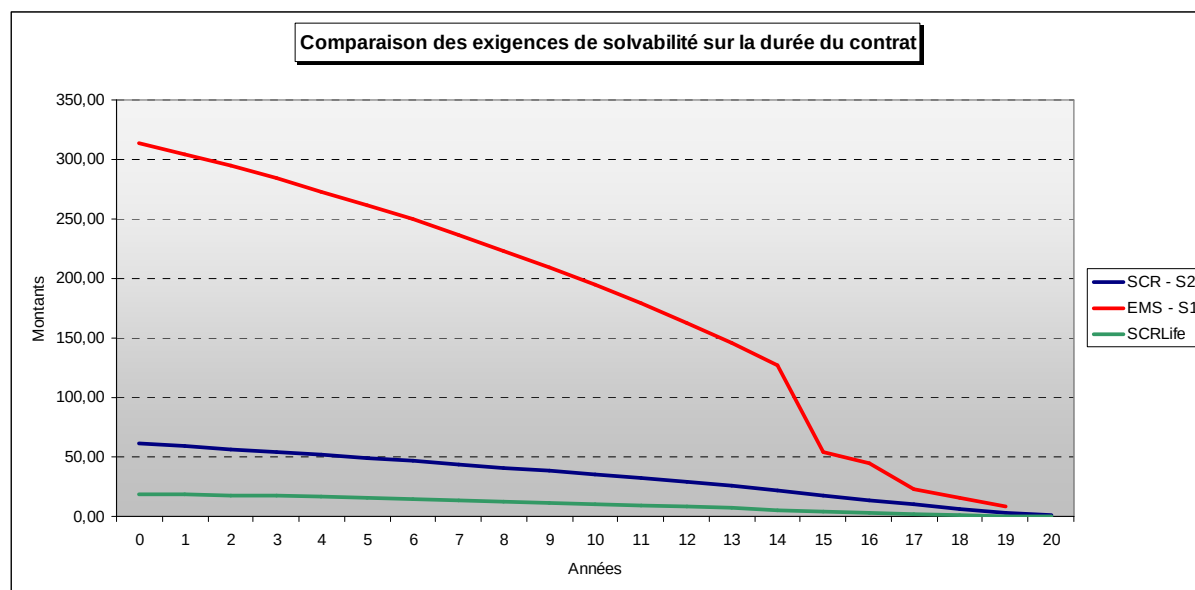
Sous les normes Solvency 2 / IFRS, la provision constituée de la somme du « best estimate » et de la marge pour risque est négative et vaut -137. Ainsi la NAV vaut 451 et est constituée de 61 au titre du SCR et d'un surplus de 390.

Interviennent alors des écarts de couverture selon le référentiel de solvabilité décrits par le graphe ci-dessous :



La NAV vaut 144% des fonds propres en Solvency 1. Ceci s'explique par une diminution de l'exigence de capital de solvabilité et par un « best estimate » négatif. Un surplus se crée et l'exigence de capital (SCR) est désormais couverte à 737% par la NAV.

7.3. Comparaison des exigences de solvabilité selon le référentiel de solvabilité Solvency 1 ou Solvency 2.



Pour l'exemple de police que nous avons choisi, le SCR est inférieur à l'exigence de marge de solvabilité réclamée dans le référentiel de Solvency 1. Ceci est en grande partie dû à la prise en compte de la participation aux bénéfices dans le calcul du « best estimate ». En effet, la participation au bénéfice absorbe les chocs et donc réduit la valeur du SCR.

On peut remarquer que la dernière année, le risque de marché existe toujours et de ce fait, contrairement à l'exigence de solvabilité sous Solvency qui est nulle, il existe un capital de solvabilité la dernière année (bien que faible).

Il est également à noter que le SCR varie avec l'âge contrairement à l'exigence de marge de solvabilité. L'allocation au titre du risque de souscription vie (SCR_{Life}) est croissante avec l'âge à la souscription. Ceci n'est pas forcément vérifié au niveau du SCR global car il dépend aussi du montant pour couvrir le risque de marché (SCR_{Mkt}), lui-même dépendant de la gestion actif passif et du « best estimate ». Nous concluons donc que le SCR global varie en fonction de l'âge (ce qui paraît plus réaliste qu'une exigence de marge de solvabilité constante). Par contre, nous ne ferons aucune conclusion sur le sens de variation du SCR global en fonction de l'âge de souscription.

7.4. Les flux actionnaires

Les normes IFRS interviennent uniquement dans la présentation des comptes consolidés. Il n'est pas encore prévu que le calcul de dividendes se fasse sur les comptes consolidés. Etudions donc la rentabilité du contrat emprunteur sur des comptes sociaux, c'est-à-dire ceux que nous retrouvons dans la partie intitulée « étude dans le cadre Solvency 1 ». Puis dans un second temps, étudions la rentabilité du contrat emprunteur dans un cadre IFRS, c'est-à-dire avec des flux actionnaires prenant en compte le « best estimate » (augmenté de la marge pour risque) comme provision.

7.4.1. Rentabilité du contrat emprunteur dû au changement d'exigence de montant de solvabilité

Nous tentons de voir ici la déformation du résultat sous Solvency 1 lorsque les fonds propres investis ne sont plus équivalents à l'EMS mais au SCR.

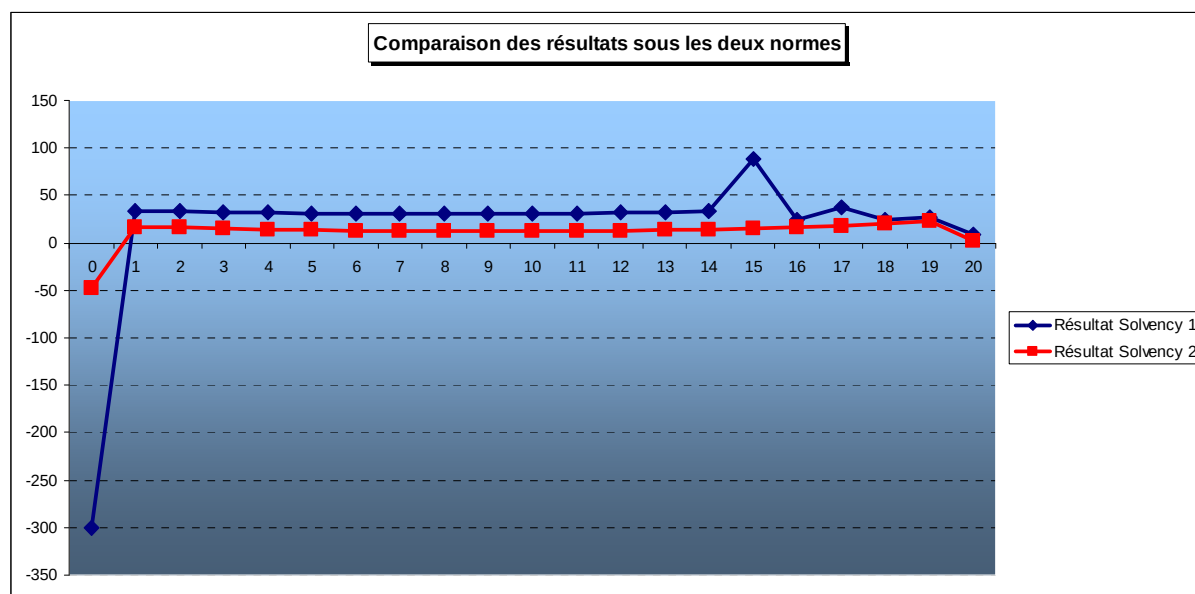
Le résultat en t suit le processus suivant :

$$R_t = P_t - S_t + i(PM_{t-1} + SCR_{t-1}) + (PM_t - PM_{t-1}) + (SCR_t^* - SCR_{t-1}^*)$$

Avec :

- P_t la prime (probabilisé par la survie de l'assuré jusqu'en t) reçue en t ;
- S_t le sinistre (probabilisé par la survie de l'assuré jusqu'en t et son décès avant probabilisé par la survie de l'assuré jusqu'en $t+1$) remboursé t ;
- PM_t la provision mathématique (probabilisé par la survie de l'assuré jusqu'en t) en t ;
- i_t le taux sur fonds investis en t ;
- Et SCR_t^* le SCR (probabilisé par la survie de l'assuré jusqu'en t) immobilisé.

Les résultats que nous trouvons sont illustrés par le graphe ci-dessous :



Les résultats se déroulent différemment car les montants investis au titre de la solvabilité sont différents et ne s'écoulent pas au même rythme.

Le pic que l'on constate la 15^{ème} année de contrat est dû au changement de taux appliqué aux capitaux sous risque. En effet au bout de la 15^{ème} année, ce taux passe de 3% à 1,5%.

Les NPV pour un RDR = 9% trouvées dans chacune des situations sont les suivantes :

NPV sous EMS	NPV sous SCR
1	84

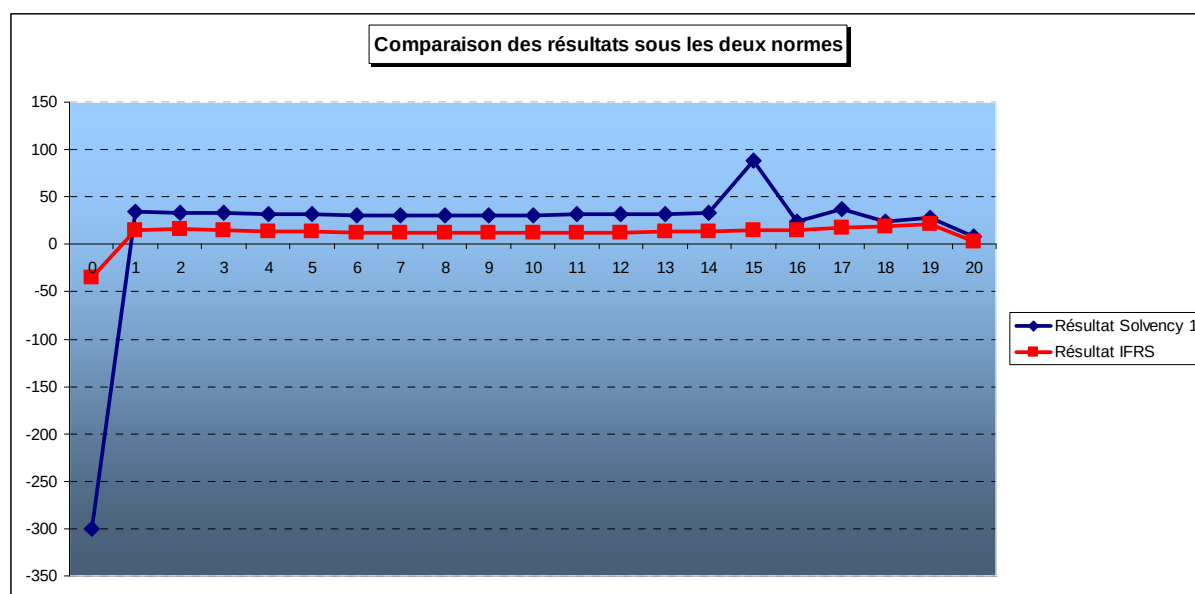
L'objectif de rentabilité est atteint dans les deux cas mais l'est d'autant plus dans le cas où l'exigence de solvabilité est le SCR.

7.4.2. Résultat sous Solvency 2 et les normes IFRS

Le résultat dans ce cas se déroule comme suit :

$$R^{IFRS}_t = P_t - S_t + i(BE_{t-1} + MR_{t-1} + SCR_{t-1}) + ((BE_t + MR_t)v - BE_{t-1} + MR_{t-1}) + (SCR_t^* - SCR_{t-1}^*)$$

Avec $(BE_t + MR_t)$ probabilisé par la survie de l'assuré jusqu'en t .



Dans le cas de résultats « IFRS », le résultat de la 1^{ère} année diminue légèrement. Ceci est dû à la prise en compte des provisions négatives qui augmente le résultat technique.

La NPV trouvée vaut :

NPV (pour des comptes IFRS)
89

La NPV augmente car les résultats sont légèrement plus élevés que dans le cas où les provisions sont rendues nulles lorsqu'elles sont négatives.

Etude de sensibilité

Âge	Provision technique en 0	BE+ MR en 0
25 ans	0	-264
45 ans	0	-42
50 ans	763	856

Âge	EMS en 0	SCR en 0
25 ans	314	70
45 ans	314	59
50 ans	314	438

Âge	NPV (Solvency 1)	NPV (Solvency 2 / IFRS)
25 ans	82	172
45 ans	-64	23
50 ans	-133	-991

Conclusion

La NPV est négative dans tous les référentiels règlementaires pour un assuré de 50 ans. L'objectif de rentabilité n'est donc pas atteint à cet âge. On constate que la NPV dans le cas « Solvency 2 / IFRS » est d'autant plus négative à cet âge. La première remarque est qu'à cet âge, la provision (somme du « best estimate » et de la marge pour risque) est positive. La seconde est que le SCR est plus élevé que l'exigence de solvabilité.

Les flux actionnaires, dans le cadre réglementaire « Solvency 2 / IFRS » sont ainsi plus faibles et que ceux dans le cadre de Solvency 1. De ce fait, la NPV est plus faible.

Nous retiendrons de notre exemple que sous les hypothèses que nous avons faites que dans les conditions habituelles du marché de l'assurance emprunteurs (âge moyen autour de 40 ans), la rentabilité attendu des assureurs devrait être plus forte dans le cadre Solvency 2 / IFRS que celle constatée actuellement.

Par contre, pour des portefeuilles dont l'âge moyen est élevé, les provisions dans le cadre de Solvency 2 / IFRS peuvent être supérieure à celles constatée dans le cadre actuel de Solvency 1. Cela réduit la rentabilité.

Dans le cas où la provision est positive, l'actif est égal à la somme des provisions et des fonds propre. La gestion actif / passif faite, il se peut que le SCR soit plus élevée que l'exigence de marge de solvabilité. La rentabilité s'en voit davantage réduite.

7.5. Résultats à l'échelle d'un portefeuille

Dans cette section, nous tentons de voir l'impact des nouvelles normes sur un portefeuille. Le portefeuille couvre 10 générations de prêts. Ces générations vont de 1999 à 2008. Le but mettre en lumière les variations de NPV de chaque génération de contrat.

Présentation du portefeuille

PARTIE IV : IMPACT DES PROCHAINES REGLES SOLVENCY 2 ET IFRS PHASE 2 SUR LA RENTABILITE

	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
Nombre de prêts	188	166	337	411	421	847	1 095	1 629	2 078	2 515
Taux moyen des prêts (en %)	4,9	4,95	5,75	5,4	5,1	4,25	3,95	3,56	4,19	4,45
Âge moyen	37,72	36,3	36,8	37,52	37,98	39,51	39,29	38,73	38,88	38,98
Capital moyen (en euros)	98 726,54	102 008,95	73 563,28	97 977,71	102 248,93	98 914,85	90 853,44	80 632,92	74 392,19	83 268,73
Durée moyenne (en années)	13,02	13,36	15,07	12,85	12,6	10,48	9,33	8,67	8,05	7,95

Les taux moyens annuels constatés par génération de contrat suivent la tendance de taux de prêt immobiliers constaté entre 1999 et 2008.

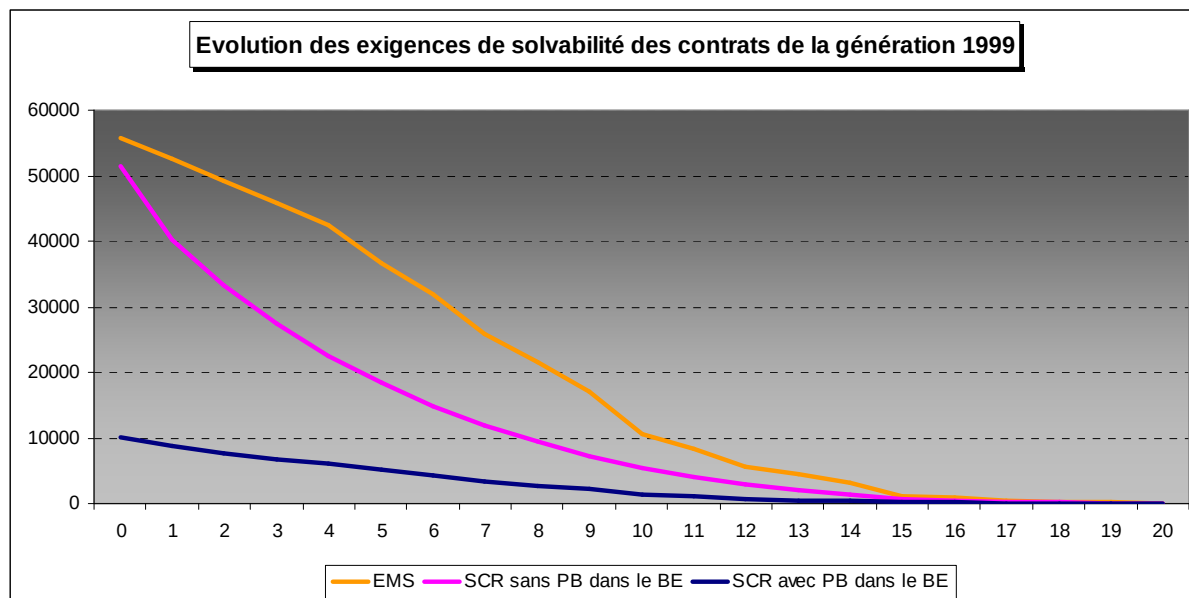
L'âge moyen du portefeuille sur chaque génération est proche de 40 ans. Ceci est un constat relativement régulier sur les portefeuilles emprunteurs collectifs.

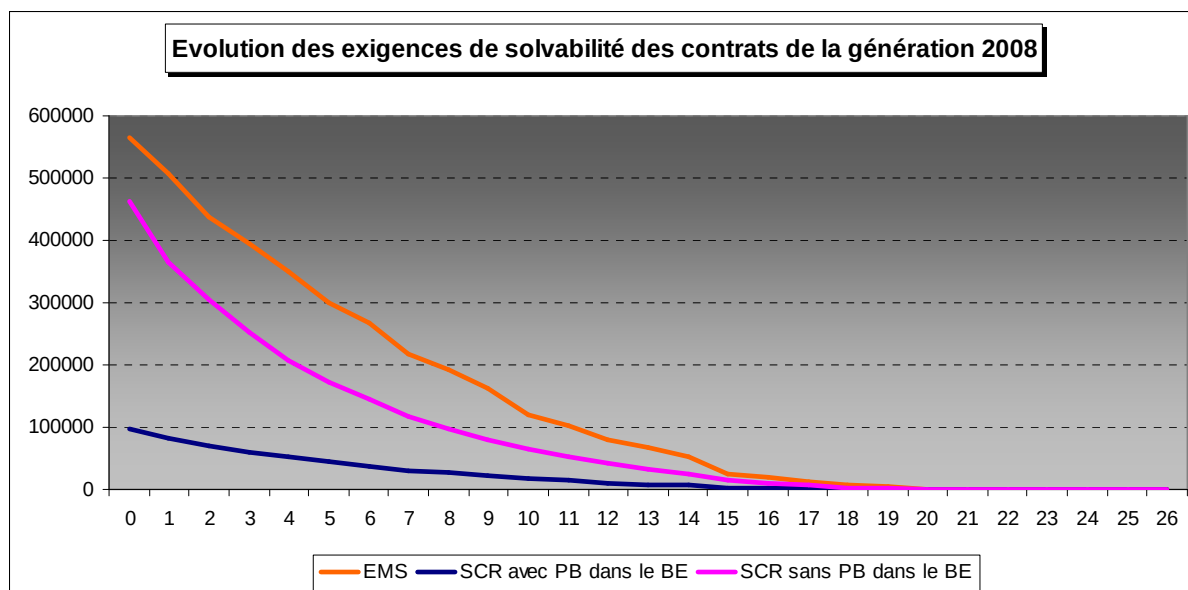
La durée moyenne des prêts sur chaque génération semble un peu faible.

Résultats

- Les exigences de solvabilité

Les graphes ci-dessous décrivent les exigences de solvabilité selon la directive employée (EMS pour Solvency 1 et SCR pour Solvency 2) et selon que la participation aux bénéfices soit prise en compte dans le « best estimate » ou non. Nous choisissons de présenter uniquement les graphes pour la génération 1999 et 2008 car les graphes des autres générations sont similaires.

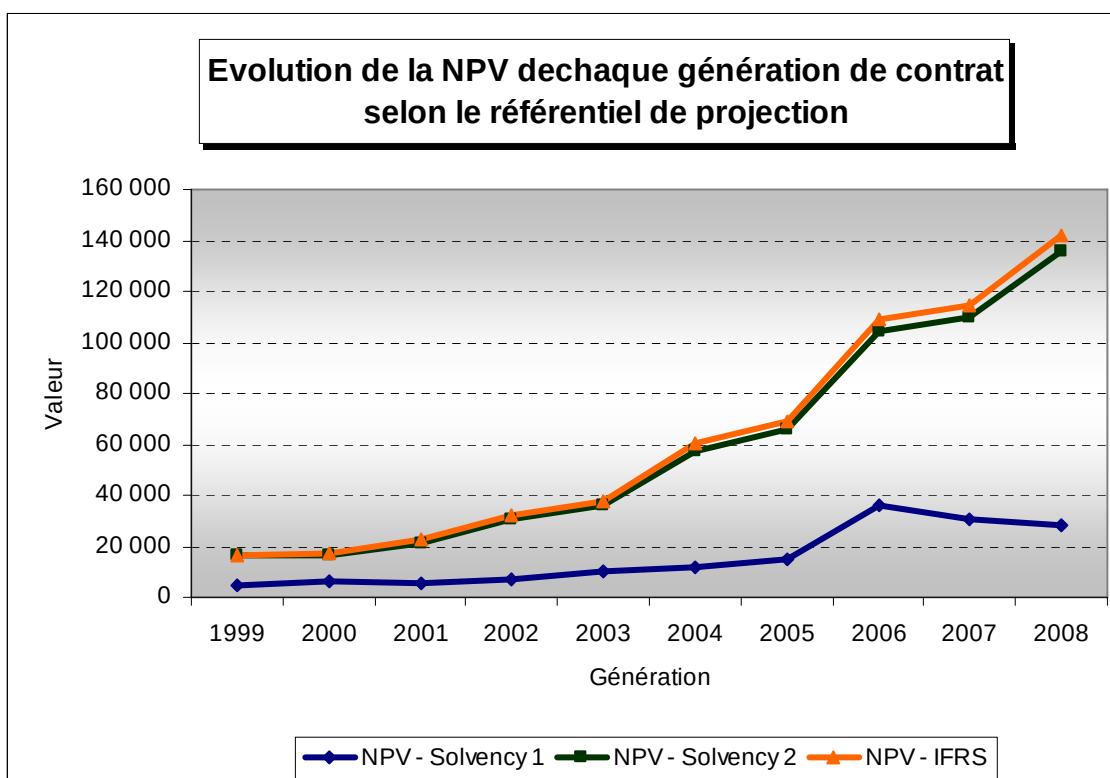




Sur ce portefeuille l'exigence de marge de solvabilité est toujours supérieure au SCR. Comme dans le cas d'une unique police, par la prise en compte de la participation aux bénéfices dans le « best estimate », les chocs générés pour calculer le SCR sont absorbés et ont un impact plus faible. Ainsi le montant du SCR devient largement réduit.

- Evolution de la NPV sous les différentes règles

Le graphe suivant décrit l'évolution de la NPV suivant chaque génération.



Dans toutes les conditions exposées, la NPV est positive. L'objectif de rentabilité est donc à chaque fois atteint.

La NPV sous Solvency 1 est plus faible dans tous les cas car l'exigence de solvabilité dans cette directive est plus importante.

Dans le cadre des nouvelles règles Solvency 2 et IFRS, on remarque de manière générale, la NPV est plus élevée lorsque la provision est calculée comme la somme du « best estimate » de la marge pour risque. En effet la créance générée par la provision négative augmente les flux actionnaires et donc la NPV.

Des études de sensibilité de la NPV aux exigences de solvabilité sous chacun des référentiel réglementaires ici exposés sont rajoutées en annexes 5.

CONCLUSION

L'étude de rentabilité est nécessaire à toute entreprise comme outil de pilotage de son activité et l'assurance n'en fait pas exception. Ce mémoire porte sur l'étude de la rentabilité d'un domaine de l'assurance en pleine ébullition médiatique : l'assurance des emprunteurs.

Ainsi après avoir défini le domaine juridique et technique actuel de l'assurance des emprunteurs, ce mémoire s'intéresse à mettre en place des méthodes d'analyse de la rentabilité. Nous nous intéressons dans un premier temps au tarif du contrat emprunteur. L'étude du tarif pour la couverture du risque décès met en lumière une source de revenu pour les assureurs. En effet, il ressort de notre étude qu'en moyenne, les tarifs purs du marché sont plus élevés que ceux évalués par l'équilibre actuariel des engagements de l'assureur et de l'assuré à la souscription du contrat. Nous trouvons, dans nos calculs, pour un individu remplissant les caractéristiques d'un emprunteur moyen, un tarif (sans chargements) pour couverture du risque de décès de 0,13% du capital initial contre une tendance tarifaire du marché (sans chargements) de 0,23% du capital initial.

Notre étude se poursuit sur la projection des flux actionnaires résultants du contrat dans un cadre déterministe puis est enrichie en modélisant de manière stochastique la durée de survie des assurés. Cette dernière méthode nous a notamment permis d'évaluer l'erreur d'estimation du critère de rentabilité retenu (Net Present Value dans le cadre de ce mémoire) ; et / ou de cibler un type de portefeuille ou de police par des méthodes de type espérance-variance.

La partie II de ce mémoire s'est attachée à étudier l'impact des prochaines règles d'assurance européennes Solvency 2 et IFRS phase 2. Ce référentiel introduit le « best estimate » comme meilleure évaluation des provisions mathématiques. Ceci nous a conduits à mesurer un aléa supplémentaire : le remboursement anticipé. Ce risque représente une option financière « cachée ». Comme le préconise l'ACAM, nous avons évalué le coût de cette option dans un environnement stochastique. Il a fallu définir la notion de provision comme variable aléatoire et développer un outil modélisant d'une part de manière stochastique la durée de survie et d'autre part le remboursement anticipé basé sur la simulation de courbes de taux.

La directive européenne Solvency 2 représente l'exigence de solvabilité par le SCR (Solvency Capital Requirement). Pour ce faire, les spécifications techniques rédigées par le CEIOPS se basent sur une étude en profondeur des risques techniques, financiers et opérationnels. Elles définissent des scénarii de chocs sur l'actif et le passif du bilan qui permettent de déduire le SCR. L'inclusion des primes futures et de la participation aux bénéfices que l'assureur devra distribuer dans le « best estimate » est une étape incontournable de cette étude. Elle illustre le phénomène d'absorption des chocs. La valeur du SCR chute et est, dans nos exemples, largement inférieure à l'exigence de marge de solvabilité des normes françaises actuelles. Ces ordres de grandeur laissent attendre une plus forte rentabilité dans le contexte des règles Solvency 2 et IFRS que celle constatée actuellement. L'étude a été complétée par une analyse de la sensibilité de la Net Present Value d'un portefeuille aux capitaux immobilisés au titre de

la solvabilité. Le financement de la solvabilité par des titres subordonnés permettent aux assureurs d'accroître la rentabilité de leurs contrats.

Pour prolonger les travaux de ce mémoire, il est important d'implémenter les techniques stochastiques exposées dans un environnement informatique optimisé (C++ par exemple). Un modèle DFA (Dynamic Financial Analysis) pourrait également être mis en place pour une approche plus fine du SCR. Enfin, des réflexions sur un module de solvabilité spécifique aux rachats anticipés dans le cadre de l'assurance des emprunteurs pourraient être faites car le module de rachat de la formule standard du CEIOPS est (pour le moment) développé pour des contrats de type « épargne ».

Bibliographie

- ACAM, www.acam-france.fr/
- ACAM (mai 2008), *Solvabilité 2, quatrième impact QIS 4, orientations complémentaires aux spécifications techniques*
- BENOIT C., (2000) *Assurances emprunteurs : Lois de maintien en chômage et en arrêt de travail*. Mémoire d'actuariat de l'EURIA
- CEIOPS, www.ceiops.org/content/view/118/124/
- CEIOPS (2 juillet 2009), *Consultation Paper No 54*.
- Code des assurances, www.legifrance.gouv.fr
- DARBELLAY P.A. et VERAGUTH C. (1997), *Méthode d'évaluation d'une compagnie d'assurance Vie et de ses produits*.
- DEMEY P., FRACHOT A. et RIBOULET G. (2000), *Note sur l'évaluation de remboursement anticipé*. Groupe de Recherche Opérationnelle du Crédit Lyonnais
- DEVINEAU L. (2005), *Modélisation prospective du passif en assurance emprunteurs : projection du résultat technique et méthodes de provisionnement*. Mémoire d'actuariat de l'ISFA
- FFSA, www.ffsa.fr
- IASB, www.iasb.org
- KAECKENBEECK C. et MILLER A. (2006), *Solvabilité réglementaire des assureurs Vie*. Mémoire d'actuariat de l'Université Catholique de Louvain
- MONTEIL C. et ROBERT-ROBEE I. (2005), *Quelles évolutions des différentiels sociaux de mortalité pour les femmes et les hommes ?*, Document de travail de l'INSEE (division Enquêtes et Etudes Démographiques)
- PLANCHET F., THEROND P., JACQUEMIN J. (2006), *Modèles financiers en assurance*. Economica
- PLANCHET F., THEROND P. (2006), *Modèles de durée – Applications actuarielles*. Economica
- RICHARDS S. (2004), *Profit testing*. , Vol 3 pp. 1345 – 1354 in Encyclopaedia Of Actuarial Science
- RULLIERE D. (2007), *Mathématiques actuarielles*, Support de cours de 2006-2007

- UFC – Que choisir (2007), *Le scandale financier de l'assurance emprunteur*, Conférence de presse du 22 mai 2007

Annexes

ANNEXE 1 – GENERATION DE LA LOI UNIFORME

L'algorithme de Henry Lehmer est donné par :

$$x_1 = (x_0 \times a + c) \times \text{mod}(m)$$

x_1 est la nouvelle valeur générée, x_0 (appelée la graine) la précédente, a , c et m sont des constantes.

Cette méthode simule des séries de variables aléatoires répétitives sans jamais atteindre 1 : en effet, les variables simulées appartiennent à l'intervalle $[0;1[$. D'autre part en dessous de 10000 valeurs, les tendances générées ont graphiquement tendance à former des « paquets de nombre » (cf. bibliographie : Plachet, Jacquemin, 2003).

La méthode de la translation du Tore suit le principe ci-dessous :

Dans un premier temps, on simule un nombre u compris entre 0 et 1 avec un générateur classique. Il faut ensuite poser :

$$n = \lceil u \times 10^8 + 1 \rceil$$

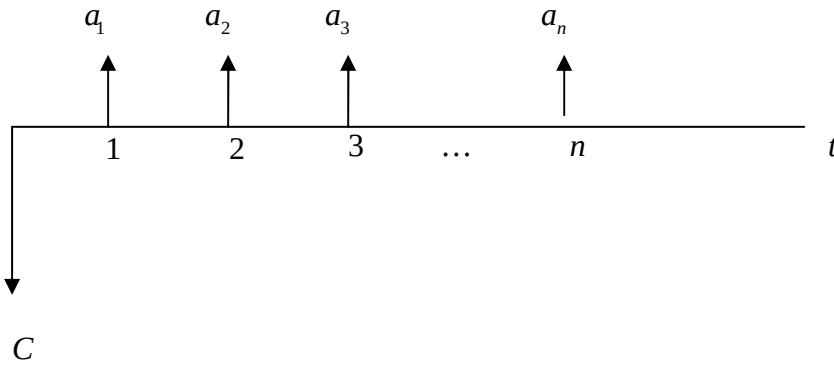
où $\lceil . \rceil$ représente la fonction partie entière. La variable aléatoire générée est :

$$v = \text{frac}(n\sqrt{p})$$

Avec *frac* désigne la partie fractionnaire et p un nombre premier quelconque.

ANNEXE 2 – EXPRESSION DU CAPITAL RESTANT DU

Échéancier lié à un prêt à annuités constantes



Le capital emprunté vérifie l'équation suivante :

Soient C le capital emprunté, a_i l'annuité de l'année i , n la durée du prêt et t le taux annuel du prêt.

$$C = \sum_{i=1}^n a_i (1+t)^{-i}$$

Les annuités étant constantes et toutes égales à a , on a l'égalité suivante :

$$C = a \frac{1-(1+t)^{-n}}{t} \Leftrightarrow a = \frac{t \times C}{1-(1+t)^{-n}}$$

Soit m_i l'amortissement de l'année i

De l'égalité sur la constance des annuités $a_{i+1} = a_i$, le capital restant dû CRD et l'amortissement m vérifient la relation :

$$CRD_i \times t + m_{i+1} = CRD_{i-1} \times t + m_i \Leftrightarrow m_{i+1} = t(CRD_{i-1} - CRD_i) + m_i = t \times m_i + m_i$$

Et donc par récurrence on a :

$$m_i = m_1 (1+t)^{i-1}$$

Ceci implique que :

$$CRD_k = C - \sum_{i=1}^k m_i = C - \sum_{i=1}^k m_1 (1+t)^{i-1}$$

En remarquant que $m_1 = a - C \times t$, on obtient $m_1 = C \times t \left(\frac{1}{(1+t)^n - 1} \right)$ en remplaçant a par son expression.

En remplaçant m_1 par son expression, celle de CRD_k devient : $CRD_k = C \left[\frac{(1+t)^n - (1+t)^k}{(1+t)^n - 1} \right]$

ANNEXE 3 – EXPRESSION DU TAUX DE RENTE

Nous exposons ici l'expression d'un taux de rente de périodicité m , de différé s , de durée t pour un individu d'âge $x+u$:

On considère un individu d'âge $x+u$, avec $x \in \mathbb{N}$ et $u \in [0;1[$

Nous noterons par s le différé du prêt (en mois et inférieur à une année) et n la durée du prêt.

$${}_s|_n \ddot{a}_{x+u}^{(m)} = v^s {}_s p_{x+u} \times \ddot{a}_{x+s+u:n}^{(m)} = v^s {}_s p_{x+u} (\ddot{a}_{x+s+u}^{(m)} - v^n {}_n p_{x+s+u} \times \ddot{a}_{x+s+n+u}^{(m)})$$

On considère que la durée de survie de l'assuré est la variable aléatoire $T_x + S_x$ avec S_x qui suit la loi $U([0;1])$. Avec cette hypothèse, on peut écrire que ${}_u q_x = u q_x$, et donc ${}_u p_x = 1 - u q_x$

D'autre part, on démontre que $\ddot{a}_x^{(m)} = \alpha(m) \ddot{a}_x - \beta(m)$ avec $\alpha(m) \approx 1$ et $\beta(m) \approx \frac{m-1}{2m}$

Sous l'hypothèse que S_x suive la loi $U([0;1])$:

$$\ddot{a}_{x+u} = \left(\frac{1-u}{1-u q_x} \right) \ddot{a}_x + \left(\frac{u p_x}{1-u q_x} \right) \ddot{a}_{x+1}$$

On obtient donc :

$${}_s|_t \ddot{a}_{x+u}^{(m)} = v^s (1 - s q_{x+u}) \left\{ \alpha(m) \left[\left(\frac{1-(s+u)}{1-(s+u) q_x} \right) \ddot{a}_x + \left(\frac{u p_x}{1-(s+u) q_x} \right) \ddot{a}_{x+1} \right] - \beta(m) - v^n \left[\frac{1-(s+u)}{1-(s+u) q_x} \right] (\alpha(m)[D] - \beta(m)) \right\}$$

$$\text{avec } [D] = \left[\frac{1-(s+u)}{1-s q_{x+n}} \ddot{a}_{x+n} + \frac{(s+u) p_{x+n}}{1-s q_{x+n}} \ddot{a}_{x+n+1} \right]$$

ANNEXE 4 – ENONCE DU THEOREME CENTRAL LIMITE

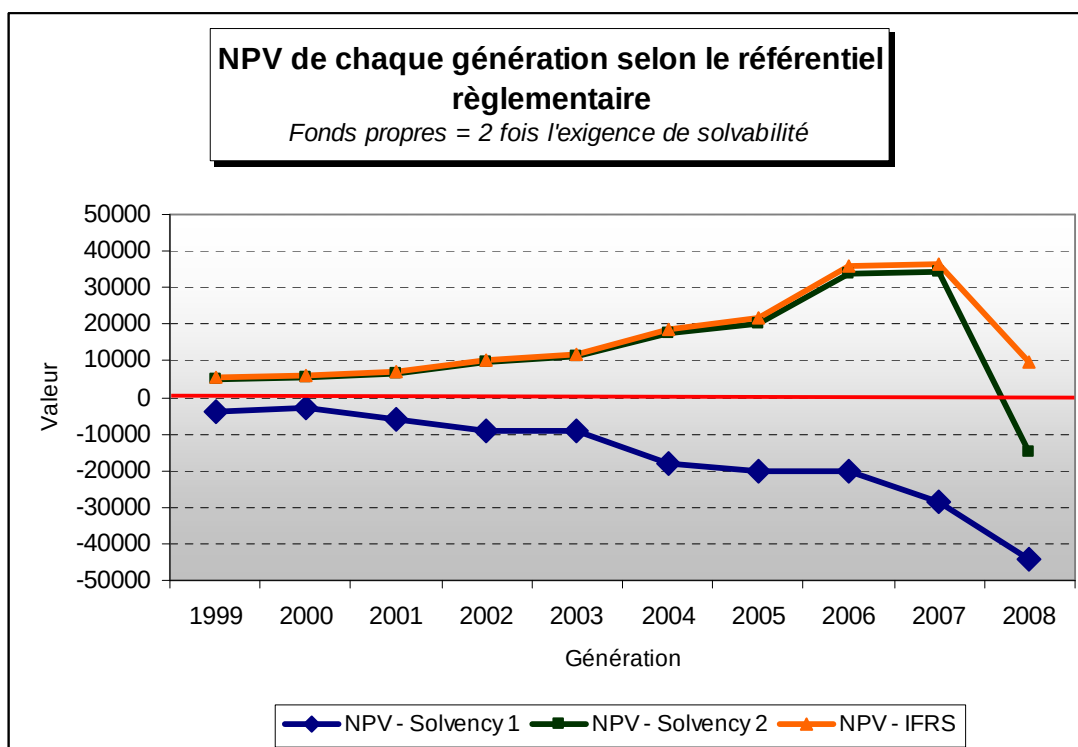
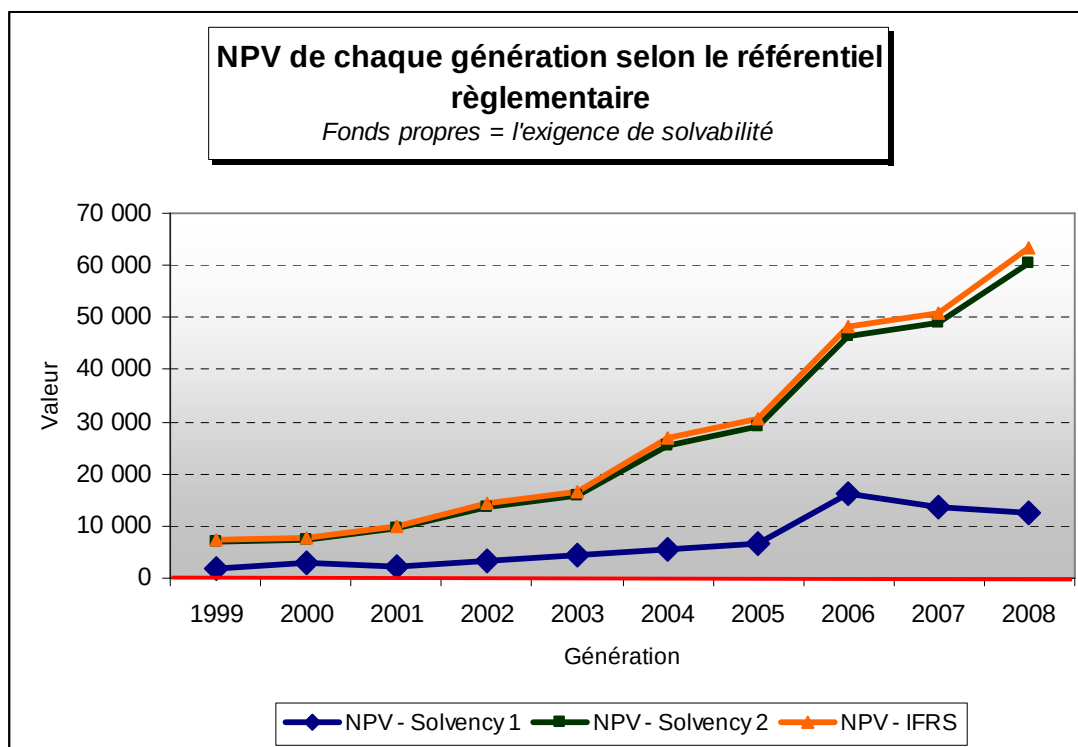
Soit $X_1, \dots, X_n$ une suite de variables aléatoire indépendante et identiquement distribuées d'espérance μ et lorsqu'elle existe de variance σ alors :

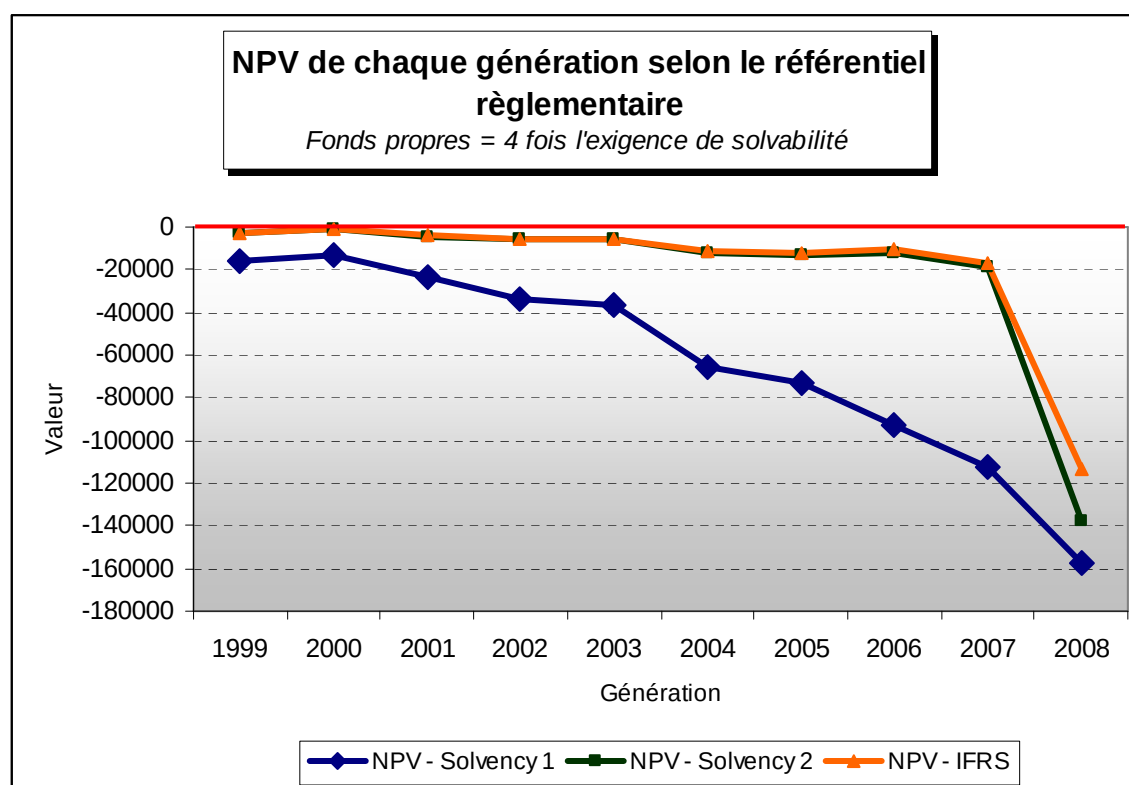
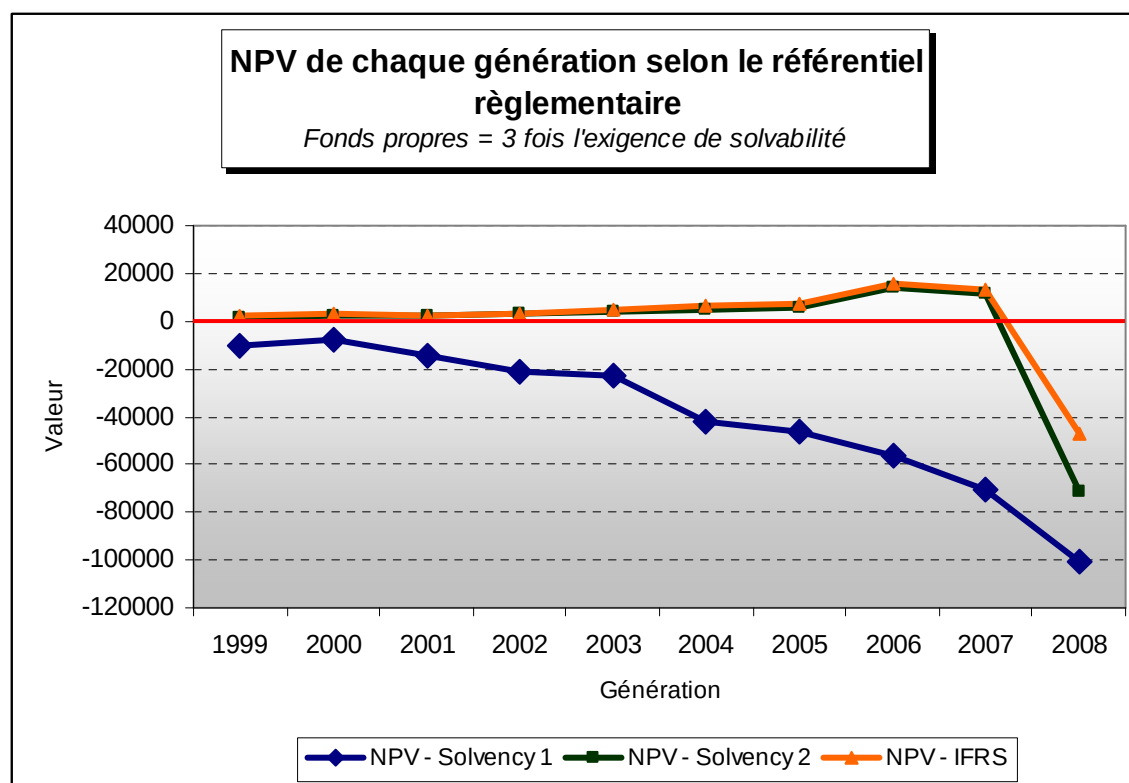
$$\frac{\sum_{i=1}^n X_i - n\mu}{\sqrt{n\sigma}} \xrightarrow{L} N(0,1)$$

Où $N(0,1)$ est la loi normale centrée réduite.

ANNEXE 5 – ETUDE DE LA SENSIBILITE DE LA NPV DU PORFEUILLE AUX EXIGENCES DE SOLVABILITE

Pour compléter l'étude de rentabilité, nous reprenons le portefeuille de la partie IV, section 7.5. et analysons la rentabilité en fonction du niveau de fonds propres. Les graphes ci-dessous décrivent l'évolution de la NPV pour chaque génération de prêt en fonction du niveau de fonds propres immobilisés.



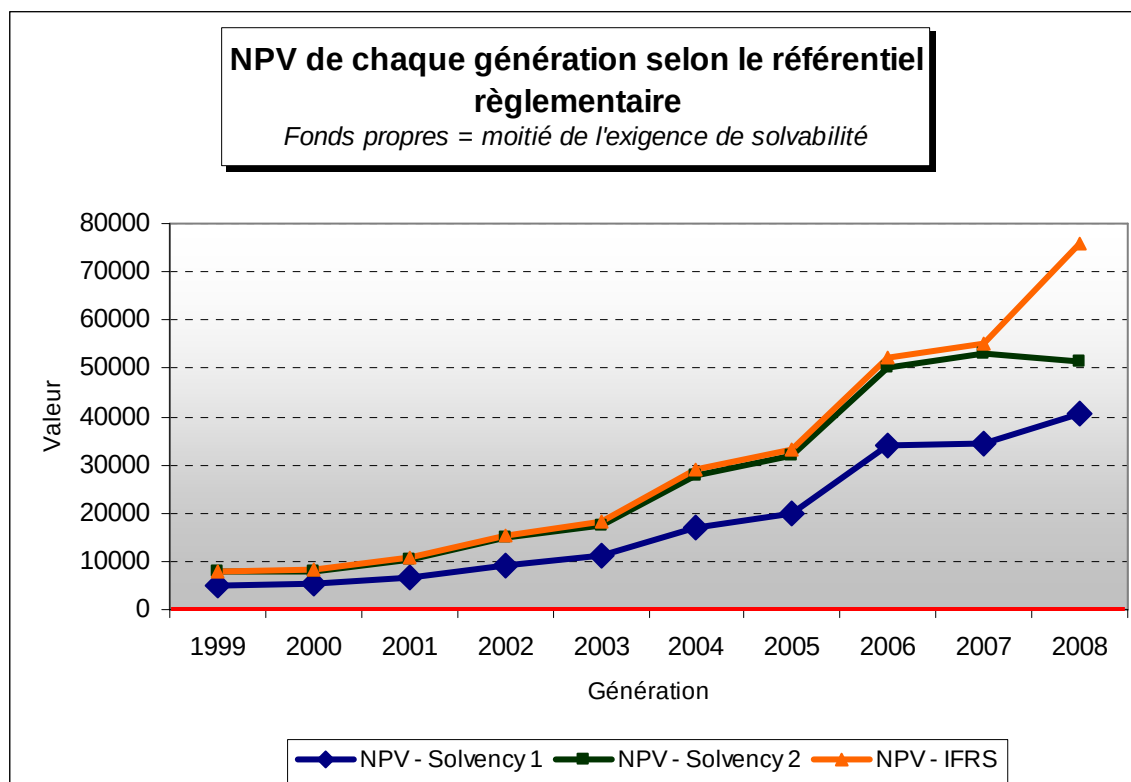


Lorsque les fonds propres sont égaux à la marge de solvabilité, la NPV est positive pour toutes les générations de prêt et quelque soit le référentiel réglementaire. Plus on immobilise de fonds propres, plus la NPV est faible. L'allure des courbes prouve que l'augmentation des fonds immobilisés est plus désavantageuse pour les prêts de la génération 2008. Ceci essentiellement s'explique par la forte augmentation des effectifs. Ce phénomène également

l'année 2003. Les effectifs sont plus conséquents et donc la marge immobilisée est beaucoup plus forte, d'où des NPV plus fortement négatives.

En somme dans nos exemples, un assureur peut rester solvable dans le référentiel Solvency 2 / IFRS lorsqu'il immobilise jusqu'à 3 fois le SCR.

L'exigence de marge de solvabilité (Solvency 1) peut être financée par des titres subordonnés. Ils permettent ainsi de limiter le versement de capital. D'après l'article R334-11 du Code des assurances, ces fonds sont admis jusqu'à concurrence de 50% de l'exigence de marge de solvabilité. Les graphes ci-dessous décrivent, dans ce cas, l'évolution de la NPV.



La valeur de la NPV se voit croître du fait de la diminution des exigences de solvabilité.