



INSTITUT DE STATISTIQUES DE L'UNIVERSITE DE
PARIS
23 avenue d'Italie 75013 PARIS



Mémoire d'Actuariat – Promotion 2011

Mémoire de fin d'études soutenu devant le jury de l'ISUP et l'Institut des Actuaire, en vue de l'obtention du Titre d'Actuaire

Tarification, Business Model, et Réassurance pour une start-up d'Assurance Prévoyance Individuelle

Mots-clés: *Prévoyance individuelle, Tarification, Prime unisex, Prime nivelée, Coûts d'acquisition, Taux d'incidence Accident, Business Plan, Gestion du risque, NBV, Taux de rendement interne, Besoin de financement, Marge de solvabilité, Appétit au risque, Réassurance de financement*

Keywords: *Individual protection, Pricing, Unisex Premium, Levelled premium, Acquisition costs, Accidental incidence rate, Business Plan, Risk management, New Business value, Internal Return Rate, Needs for funding, Solvency margin, Risk Appetite, Reinsurance finite, New Business financing*



Par : **Charlotte BADAIRE CHANUT**

Encadrement pédagogique I.S.U.P : **M. Olivier LOPEZ**

Maître de stage : **M. Vincent LEPEZ**

Entreprise : **AXA Global Life**

Mémoire Confidentiel

Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier mon maître de stage, **Vincent Lepez**, actuaire en chef du pôle prévoyance individuelle et Vie, qui, malgré un emploi du temps très chargé dû aux responsabilités qui lui incombent, a su se rendre disponible pour me guider dans mes travaux quotidiens. Sa patience et ses conseils m'ont aidée à achever cette étude.

Je remercie particulièrement ma jeune collègue de l'actuariat produit, **Nicoleta Tripa** - avec qui je travaillais en binôme sur les problématiques de FamilyProtect - pour sa bonne humeur, sa gentillesse, et son soutien.

J'adresse également tous mes remerciements à l'ensemble **des équipes Actuariat Produit, Actuariat Financier et Réassurance d'AXA Global Life**. Leur accueil chaleureux, leur disponibilité, ainsi que leur culture actuarielle m'ont permis de m'adapter plus facilement à l'univers professionnel, et m'ont donné l'opportunité d'élargir mes compétences actuarielles. Merci également à mes collègues stagiaires (Marine Capet, Reda Jarir, Maxime Cabrol et Alexandra Birkholtz) pour leur participation à la bonne ambiance générale.

Enfin, merci à **Olivier Lopez**, professeur à l'ISUP, d'avoir été mon tuteur pour ce mémoire.

Résumé

Les autorités de contrôle sollicitent les compagnies d'assurance naissantes, dites «start-up», à intégrer, encore plus que les autres, des marges de solvabilité suffisantes pour permettre l'élaboration d'une stratégie de couverture, qui dépendra de l'évolution du portefeuille constitué dans le temps. Cela permettra finalement de définir la politique de gestion des fonds propres à adopter en fonction de leur appétit pour le risque.

Dans cette optique, FamilyProtect est une nouvelle compagnie d'assurance du Groupe AXA qui se destine à la vente en direct de produits de prévoyance individuelle en Europe continentale. Créée en novembre 2010, la société a préparé le lancement de ses premiers produits pour l'été 2011. Les moyens développés consistent en :

- l'investissement massif dans une plateforme informatique et de gestion centralisée puis externalisée ;
- la création d'une gamme complète de produits de prévoyance simples tels que des contrats temporaires décès, décès vie entière, plan accidents (et probablement d'autres à venir) ;
- l'intégration de spécificités marketing et de gestion propres à ce mode de distribution innovant pour un Groupe international comme AXA.

De plus, le métier de la Prévoyance est capitalistique¹ par nature, compte tenu des marges de solvabilité à intégrer et plus encore dans le contexte de la vente en Direct, où les frais d'acquisition sont très élevés. Par ailleurs, l'efficacité commerciale des produits tient dans le fait qu'ils sont orientés "mass market", donc à sommes assurées faibles, mais intégrant des composantes d'appel comme, par exemple, le triplement de la somme assurée en cas de décès simultané du couple ou d'une famille, et autres accidents très peu probables.

Les caractéristiques des produits et leur marketing nécessitent une attention particulière pour l'actuaire en matière de tarification. De plus, la composante Risk Management associée à ces risques "extrêmes" (risque de crête) est cruciale dans la définition de l'appétit pour le risque de la société dans sa phase de lancement, avant que sa surface de portefeuille ne permette de les absorber sereinement. La réassurance structurée apparaît alors non seulement comme une solution d'écrêtement de ces risques, mais aussi comme une méthode pertinente de préfinancement des coûts d'acquisition.

Combinée à l'écrêtement des risques, cette forme de réassurance devient également un véritable outil de gestion et de limitation du capital requis, ce qui s'avère très pertinent au démarrage.

Ainsi, ce mémoire, traite non seulement les problématiques de Tarification et de Business Model pour le cas particulier d'une compagnie naissante, mais a aussi pour objectif de présenter, via la réassurance structurée, les solutions de couverture envisagées et de leurs coûts.

Ce mémoire s'articule donc en 3 grandes parties:

¹ Régime par capitalisation : les primes reçues au cours d'un exercice donné serviront à payer les sinistres survenus au cours du même exercice.

- La présentation de FamilyProtect et des produits qu'elle commercialise : on insistera sur la tarification particulière des produits destinés à la distribution directe dans une approche européenne globale ;
- Le développement d'une stratégie d'appétit pour le risque, qui commencera par l'étude de la sensibilité du business plan de chaque produit puis celui de la société;
- La réassurance structurée, utilisée comme outil d'optimisation de la consommation de capital dans la phase de croissance de la start-up.

Ce mémoire utilise majoritairement des données confidentielles. Les hypothèses de départ et les résultats obtenus le sont également.

Par contre l'analyse des business plans et l'implémentation d'un système de réassurance structurée, ne se basent pas sur de véritables travaux d'estimation et de chiffrages effectués par FamilyProtect, mais constituent en réalité des ordres de grandeur plausibles, spécifiquement utilisés dans le mémoire.

Enfin, compte tenu du calendrier réglementaire, il sera nécessaire de conduire les études sur la consommation des fonds propres en priorité dans le contexte Solvabilité I, toujours en vigueur, afin de définir les paramètres qui importent en termes de politique de gestion et d'appétit pour le risque.

Abstract

The forthcoming implementation of the new European Solvency II Directive encourages emerging insurance companies, so-called “start-up” companies, to incorporate to an even greater extent than the others adequate solvency margins in order to allow development of a cover strategy, which will depend on the progress of the portfolio built up over time and will eventually make it possible to lay down the equity management policy to be adopted according to their risk appetite.

Accordingly, FamilyProtect is a new insurance company, which is part of the AXA Group geared towards direct sale of provision products in continental Europe. Created in November 2010, the company prepared to launch its first products in summer 2011. The means developed involve:

- massive investment in an IT platform for centralized and subsequently outsourced management;
- creation of a complete range of basic provision products such as term life, whole life and accident scheme contracts (and probably others in the future);
- incorporation of marketing and management particularities specific to this innovative mode of distribution for an international Group like AXA.

Moreover, the provision scheme business is capitalistic by nature, given the solvency margins to be included and even more within the context of direct sales where the acquisition costs are very high. Furthermore, the commercial effectiveness of the products is due to the fact that they are “mass market” oriented, i.e. involving small amounts insured, but including call components however such as for instance tripling of the amount insured in case of simultaneous death of a couple or a family and other highly unlikely accidents.

The characteristics of the products and their marketing require particular attention on the actuary’s part as regards pricing. In addition, the Risk Management component associated with these “extreme” risks (peak risk) is crucial in defining the risk appetite of the company during its launching phase before the volume of its portfolio allows their calm absorption. Structured reinsurance not only proves to be a means of capping these risks in this case, but also a relevant method for pre-financing the acquisition costs.

Combined with capping of the risks, this form of reinsurance also becomes a genuine tool for managing and limiting the required capital, which is shown to be highly relevant at the outset.

This master’s thesis therefore not only deals with the problems of price-setting and a Business Model for the specific case of a new-born company, but also aims to present, via structured reinsurance, the coverage solutions contemplated together with their costs.

This master’s thesis is therefore subdivided into three major sections:

- presentation of FamilyProtect and its marketed products: emphasis will be placed on the specific pricing of the products intended for direct distribution in a global European framework;
- development of a risk appetite strategy, which will begin with a study of the sensitivity of the business plan of each product followed by that of the company;
- structured reinsurance, used as a tool for capping the risks and optimizing capital consumption during the growth phase of start-up.

This master's thesis mainly uses confidential data. The assumptions and the results are too.

However, the analysis of business plans and the setting of structured reinsurance, is not based on real work estimation and quantifications made by FamilyProtect, but are in fact plausible orders of magnitude, specifically used in that master's thesis.

Lastly, given the legal calendar, it will be necessary to conduct the studies of consumption of equity, with the context of Solvency I, so as to define the relevant parameters in terms of management policy and risk appetite.

TABLE DE MATIERES

I. PROBLEMATIQUES DE TARIFICATION CHEZ UNE COMPAGNIE D'ASSURANCE NAISSANTE	13
1. FAMILYPROTECT, UNE START-UP D'ASSURANCE VIE, SPECIALISEE EN PREVOYANCE INDIVIDUELLE	15
1.1 L'ORIGINE: D'UNE AMBITION D'AXA A L'AGREMENT DE L'ACP	15
1.1.1 LE GROUPE AXA : LE CONTEXTE DE LA CREATION DE FAMILYPROTECT	15
1.1.2 AXA GLOBAL LIFE : UN CENTRE DE COMPETENCES AU SERVICE DE FAMILYPROTECT	16
1.2 L'ACTIVITE DE FAMILYPROTECT ET LA NATURE DES RISQUES COUVERTS	17
1.3 L'ORGANISATION INTERNE	18
1.4 LE PLAN DE DEVELOPPEMENT PREVISIONNEL	19
1.5 LES MODES DE DISTRIBUTION DE LA VENTE EN DIRECT	20
1.6 L'ETUDE DES CLIENTS CIBLES ET LA STRATEGIE DE VENTE CORRESPONDANTE	20
2. METHODES DE TARIFICATION DES PRODUITS COMMERCIALISES	23
2.1 TARIFICATION DU PRODUIT TERM-LIFE	23
2.1.1 TERM-LIFE : UNE GARANTIE TEMPORAIRE DECES	23
2.1.1 METHODE DE TARIFICATION « CLASSIQUE »	25
2.2 TARIFICATION DU PRODUIT OVER50	29
2.2.1. OVER50: UNE GARANTIE VIE ENTIERE	29
2.2.2. NOTATIONS UTILES POUR LA TARIFICATION D'OVER50	31
2.2.3. FORMALISME THEORIQUE : PRIME UNIQUE, PRIME NATURELLE, ET PRIME NIVELEE	32
2.2.4. FORMALISATION DU TAUX DE PRIME NIVELEE PA_x POUR OVER50	36
2.2.5. PROVISIONS MATHEMATIQUES ET VALEURS DE RACHAT THEORIQUES	40
2.3 OVER50 : L'ORIGINALITE D'UNE PRESENTATION DITE « COMMERCIALE »	43
2.3.1 ETUDE DU SENS DE VARIATION DE LA DERIVEE DE LA PRIME COMMERCIALE PAR RAPPORT AU CAPITAL	44
2.3.2 ETUDE DU SENS DE VARIATION DE LA DERIVEE DE LA PRIME COMMERCIALE PAR RAPPORT A L'AGE	51
2.3.3 ETUDE DU SENS DE VARIATION DE LA DERIVEE DU CAPITAL ASSURE PAR RAPPORT A LA PRIME COMMERCIALE	51
2.3.4 ETUDE DU SENS DE VARIATION DE LA DERIVEE DU CAPITAL ASSURE PAR RAPPORT A L'AGE	56
2.4 TARIFICATION DU PRODUIT ACCIDENTAL PLAN	58
2.4.1 ACCIDENTAL PLAN : UNE GARANTIE CONTRE LES CONSEQUENCES DES ACCIDENTS	58
2.4.2 METHODE DE TARIFICATION PAR TAUX D'INCIDENCE	60
2.4.3 CAS PARTICULIER : UN PRODUIT ACCIDENT ADAPTE AUX FEDERATIONS SPORTIVES	64
II. CONSOMMATION DE TRESORERIE ET STRATEGIE D'APPETIT POUR LE RISQUE	67
1. ETUDE THEORIQUE DES MECANISMES FINANCIERS D'UNE SOCIETE D'ASSURANCE VIE	69
1.1 BILAN COMPTABLE: NOTIONS D'ACTIF REEL, DE PASSIF REEL, ET DE SITUATION NETTE	69
1.2 COMPTE DE RESULTAT : CHARGES, PRODUITS ET RESULTAT TECHNIQUE	70
1.3 L'INVERSION DU CYCLE DE PRODUCTION ET INTERPRETATION DU BILAN ET DU COMPTE DE RESULTAT	71
1.4 NOTION D'INVENTAIRE	71
1.5 MARGE DE SOLVABILITE ET EXIGENCE REGLEMENTAIRE DE MARGE VIE	72
2. LES INDICATEURS FINANCIERS	75
2.1 UN INDICATEUR DE PRODUCTION NOUVELLE : L'APE	75
2.2 UN INDICATEUR DE STOCK : LA VIF (VALUE IN FORCE BUSINESS)	76

2.3	UN INDICATEUR DE VALEUR : LA NBV (NEW BUSINESS VALUE)	78
2.4	DEUX INDICATEURS DE RENTABILITE : L'IRR ET LA NBV MARGIN	79
3.	LES BUSINESS PLANS DE PRODUITS	81
3.1	STRUCTURE GENERALE D'UN BUSINESS PLAN (EXEMPLE D'OVER50)	82
3.1.1	LA STRUCTURE TEMPORELLE : NOTION DE GENERATIONS ET D'ANNEES CALENDAIRES	82
3.1.2	LES PRODUITS	84
3.1.3	LES CHARGES	85
3.1.4	LE RESULTAT TECHNIQUE	91
3.2	CASH-FLOWS, IRR, ET NBV MARGIN DU BUSINESS PLAN D'OVER50 FRANCE	92
3.2.1.	FLUX FINANCIERS GLOBAUX, TOUTES GENERATIONS CONFONDUES	92
3.2.2.	FLUX FINANCIERS NET POUR UNE SEULE GENERATION	93
3.2.3.	ETUDE DES FLUX DE TRESORERIE ET DU REVENU SUR INVESTISSEMENT	94
3.2.4.	ETUDE DE LA MARGE DE SOLVABILITE ET DES DIVIDENDES	95
3.2.5.	VALEUR ACTUELLE DES GAINS ET COUT DU CAPITAL	96
3.2.6.	INDICATEURS FINANCIERS : NBV, APE, NBV MARGIN ET IRR	96
4.	LE BUSINESS PLAN GLOBAL DE LA COMPAGNIE	97
4.1	LES HYPOTHESES	97
4.2	INVESTISSEMENTS ET AMORTISSEMENTS	99
4.3	COMPTE DE RESULTAT PROJETE, MARGE DE SOLVABILITE ET BESOIN DE FINANCEMENT	103
4.4	BILAN PROJETE ET TRESORERIE GENEREE PAR L'ACTIVITE	107
5.	LA STRATEGIE D'APPETIT POUR LE RISQUE	111
5.1	NOTION D'APPETIT AU RISQUE	111
5.2	RISQUES DE CRETES DANS LE CAS D'UN PLAN ACCIDENT	112
III.	LA SOLUTION DE REASSURANCE STRUCTUREE	115
1.	PRESENTATION DE LA PROBLEMATIQUE DE REASSURANCE	117
1.1	LA DIMINUTION DE LA PROBABILITE DE RUINE PAR LA REASSURANCE VIE	118
1.2	LES TRAITES DE FINANCEMENT EN REASSURANCE VIE	121
1.3	LA REASSURANCE FINANCIERE : DEFINITIONS ET OBJECTIFS	123
1.4	LE FINANCEMENT DE LA MARGE DE SOLVABILITE ET LA LIMITATION DU BESOIN EN CAPITAL	124
1.5	LA REASSURANCE, OUTIL DE FINANCEMENT DES COUTS D'ACQUISITION (DAC)	125
2.	APPLICATION : L'IMPACT SUR LES INDICATEURS FINANCIERS	129
2.1.	L'IMPACT DE LA REASSURANCE SUR LE BUSINESS PLAN OVER50	129
2.2.	L'IMPACT DE LA DAC SUR LE BUSINESS PLAN GLOBAL	133
IV.	CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES	135
V.	ANNEXES	139
ANNEXE A.	FORMULAIRE DE DEMONSTRATIONS	141
A.1)	RAPPELS : NOMBRES DE COMMUTATION UTILES	141
A.2)	ACCIDENTAL PLAN : DEMONSTRATION DES FORMULES D'ASSURANCE VIE UTILISEES	141
A.3)	OVER50 : DEMONSTRATION DES FORMULES D'ASSURANCE VIE UTILISEES	144
A.4)	OVER50 : RELATION DE RECURRENCE ENTRE PRIMES UNIQUES : PU_x ET PU_{x+1}	144
ANNEXE B.	GLOSSAIRE	146

ANNEXE C. ORGANIGRAMME AXA GLOBAL LIFE: PARTIE "PROTECTION HEALTH AND REINSURANCE"	148
ANNEXE D. QUELQUES TABLES EUROPEENNES UTILISEES: UNE TABLE DE MORTALITE GENERALE ET UNE TABLE DE MORTALITE D'EXPERIENCE	149
ANNEXE E. UN EXEMPLE DE TABLE AUTOMATISEE DE CALCUL DE TARIF : ACCIDENTAL PLAN	151
ANNEXE F. LES TARIFS FINAUX DE FAMILYPROTECT	152
F.1) ACCIDENTAL PLAN	152
F.2) TERM-LIFE (EXTRAIT)	153
F.3) OVER50	155
ANNEXE G. PRESENTATION DU SITE INTERNET FAMILYPROTECT	156
ANNEXE H. BIBLIOGRAPHIE	161



Partie I

I. Problématiques de tarification chez une compagnie d'assurance naissante

Chapitre 1

FamilyProtect, une start-up d'assurance vie, spécialisée en prévoyance individuelle

Ce chapitre introductif a pour objectif de donner le contexte général du groupe AXA afin de saisir l'enjeu de la création de la start-up FamilyProtect, de présenter Axa Global Life, lieu du stage, d'explicitier son lien avec FamilyProtect et enfin expliquer son activité, son organisation, les modes de distribution de ses produits et le plan de développement.

1.1 L'origine: d'une ambition d'AXA à l'agrément de l'ACP

1.1.1 Le Groupe AXA : le contexte de la création de FamilyProtect

Le Groupe AXA, leader français du marché de l'assurance, conçoit et propose des produits et services adaptés à chaque client. Ils répondent tous à une même nécessité: protéger les actifs financiers ou physiques des particuliers et des entreprises. Ses trois grands domaines d'activités sont:

- Assurance vie, épargne, retraite

AXA propose à sa clientèle de particuliers et d'entreprises une large gamme de contrats individuels et collectifs d'assurance comprenant des produits d'épargne de prévoyance, de santé et de retraite.

AXA réalise près des deux tiers de son chiffre d'affaires en assurance vie.

- Assurance dommages

Cette activité couvre des produits et des services d'assurance automobile, habitation, dommages aux biens et responsabilité civile, destinés aux particuliers et aux entreprises.

- Gestion d'actifs et banque

La gestion d'actifs est une activité stratégique pour AXA qui sert principalement des clients institutionnels et investisseurs particuliers, mais aussi les sociétés d'assurance du Groupe.

De plus, présent dans 56 pays, AXA compte aujourd'hui 67 millions de clients. Avec ses 170 000 collaborateurs (salariés et distributeurs exclusifs), et 400 000 actionnaires, AXA gère 981 milliards euros d'actifs et a atteint un chiffre d'affaires de 94 milliards euros, ce qui le maintient à sa place de leader en assurance.

C'est dans ce contexte international favorable qu'AXA a décidé de fonder une nouvelle société d'assurance, sous la forme d'une société d'anonyme associée à un conseil d'administration : **FamilyProtect**.

En effet, **le Groupe AXA estime que la prévoyance est aujourd'hui un marché prioritaire**. Lancée par le Groupe AXA en août 2010, **FamilyProtect** est une initiative ambitieuse et innovante. Véritable start-up à dimension internationale, cette société a pour vocation d'aider ses partenaires à commercialiser des produits de prévoyance uniquement par marketing direct en Europe.

1.1.2 AXA Global Life : un centre de compétences au service de FamilyProtect

L'entité internationale **AXA Global life (AGL)** -anciennement **AXA cessions-** au sein de laquelle j'ai effectué ce stage, est principalement constituée de six équipes :

- une équipe Actuariat Produit
- une équipe Actuariat Financier
- une équipe Réassurance
- une équipe Souscription
- une équipe Santé et Collectives
- une équipe Individuelle Prévoyance

Au cours de ce stage, je faisais partie de l'équipe Actuariat Produit, mais j'ai également travaillé dans le cadre de ce mémoire, avec l'équipe Actuariat Financier et l'équipe Réassurance.

L'organigramme d'AXA Global Life est disponible en Annexe C p148

De façon générale, l'entité a pour missions transversales:

- le développement de l'activité de prévoyance individuelle et santé (« health and protection »);
- la promotion d'une expertise technique Vie au niveau du groupe, notamment sur les thèmes de la longévité, la dépendance et la segmentation client.

AXA Global Life est responsable du pilotage des affaires en ligne avec les règles, les polices et les standards du Groupe AXA.

Ce centre de compétences a également un rôle :

- de support technique pour les autres centres de compétence Vie, en réassurance, santé, ou prévoyance collective.
- d'assistance aux entités AXA du monde entier dans le développement de leur offre de produits de prévoyance (diagnostic d'offre, tarification, aide technique) ou pour des besoins en expertise technique actuarielle ou de gestion des risques financiers.

Depuis sa création en novembre 2010, la société FamilyProtect entretient une relation fonctionnelle avec AGL, qui lui offre des prestations de services et des compétences techniques actuarielles ou de réassurance.

Les **actuaires d'AXA Global Life** interviennent dans les projets de tarification, d'analyse de la rentabilité des produits de la start-up, menés dans le cadre du groupe AXA.

L'agrément de l'Autorité de Contrôle Prudentiel (ACP) a été obtenu le 29 juin 2011, autorisant ainsi FamilyProtect à pratiquer une activité d'assurance Vie individuelle.

1.2 L'activité de FamilyProtect et la nature des risques couverts

FamilyProtect, s'inspirant de son homologue Sun Life Direct au Royaume-Uni, se destine à la **vente en direct** de produits de **prévoyance individuelle** portant sur les risques des branches (définies à l'article R 321-1 du Code des Assurances):

- Branche 1 - **Accident**,
- Branche 2 - **Maladie**,
- Branche 20- **Vie-Décès**

Elle endosse aussi le rôle de **réassureur** des produits de même nature développés par AXA Belgium.

Dans le cadre des assurances de personnes², ces produits de prévoyance sont simples, et leurs profils de risque sont très homogènes (classes d'âge cibles bornées, capitaux décès peu élevé en versement unique). Ils répondent aux besoins des assurés et de leurs bénéficiaires d'être financièrement couverts en cas d'événements indésirables tels que le décès toutes causes, l'invalidité accidentelle, ou encore la maladie.

Une gamme diversifiée de tels produits a déjà été créée :

- **Temporaire décès**
- **Décès Vie entière**
- **Accident** (décès accidentel, invalidité accidentelle, hospitalisation)
- et probablement d'autres à venir

De plus, pourront être incluses des garanties d'assistance, gérées par AXA assistance.

La clientèle ciblée est ainsi principalement constituée, en fonction du produit, d'individus soucieux d'anticiper les suites de leur décès ou d'une invalidité permanente, afin de protéger leurs proches. C'est pourquoi ces clients peuvent aussi bien être des familles que des personnes seules ou des couples ayant des enfants à charge.

Les premiers produits ont été lancés, pour l'été 2011, en Europe continentale, principalement en France, en Belgique via un partenariat avec AXA Belgium, puis en Europe du Sud.

Pour ce faire, FamilyProtect, tout en s'appuyant sur les ressources et services centraux du groupe AXA, a:

- d'une part, investi massivement dans une plateforme marketing et informatique, de gestion centralisée, externalisée,
- d'autre part, intégré des spécificités marketing propres à la voie de marketing direct : envoi postal, télémarketing, envoi de courrier électronique, site internet.

Cette approche de marché répond au besoin de protection des assurés par la construction de **produits adaptés**, et accessibles par une **distribution de masse**, permettant ainsi à la start-up de bénéficier d'un **effet important de volume**.

² Assurances de personnes : rappel de la définition dans le glossaire p148

1.3 L'organisation interne

Chez FamilyProtect, une équipe opérationnelle dédiée est présente pour assurer l'intégralité des fonctions indispensables à son bon fonctionnement.

En effet, les fonctions clefs sont gérées par les domaines suivants :

- La **direction générale** :

Un directeur général secondé par un directeur délégué en charge du marketing, un directeur des opérations, et un directeur financier.

- La **direction Programme** :

Une équipe de gestion des programmes dont le rôle est de coordonner les travaux de mise en place des différents outils et infrastructures de la société.

- La **direction marketing et vente** :

Pour la commercialisation à des bases de clients d'AXA, la prospection de bases clients partenaires (ventes sous marque « blanche » au nom du partenaire), et une prospection grand public grâce à la publicité véhiculée par les médias classiques (radio, TV, presse, interne).

- La **direction informatique** :

La plateforme informatique, développée dans le respect des règles IT du Groupe AXA, est peu coûteuse et très flexible, qui dispose du logiciel GraphTalkAIA pour la gestion des polices et des clients, d'une base de données pour le reporting, d'un site Web et d'impressions de masse et à la demande grâce à AXA Group Solutions et AXA Tech.

- La **direction administrative** :

Constituée d'un middle office et centre de contacts (gestion des appels téléphoniques, modification ou annulation de contrats) et d'un back office (gestion des sinistres et des réclamations)

- Et enfin la **direction financière** :

Pour établir le plan d'activité, le budget, et le reporting comptable.

De plus, des partenaires provenant d'autres sociétés du Groupe AXA, notamment **AXA Global Life**, GIE AXA et AXA France, se verront confier les fonctions support transversales telles que **l'actuariat**, le support juridique, les ressources humaines, la trésorerie, ou encore les relations avec les fournisseurs.

Dans le cadre d'accords contractuels, et sous la supervision des responsables de FamilyProtect, des prestataires externes sont en charge de la comptabilité, de la gestion des sinistres et contrats, de la gestion des prospects et campagnes de ventes et enfin, de l'infrastructure bancaire.

De surcroit, les politiques de gestion du risque de la société, menées par les actuaires d'AXA Global Life, sont définies dans un cadre **d'appétence au risque**. De fait, les besoins en fonds propres de la start-up sont dans un premier temps modélisés de façon simple.

Enfin, une structure de gouvernance et des comités fonctionnels assurent respectivement la coordination des directions et les décisions des stratégies dans chaque domaine évoqué ci-dessus.

1.4 Le plan de développement prévisionnel

Afin de s'adapter aux opportunités du marché, le lancement de l'activité de FamilyProtect s'effectue selon deux axes :

- ***l'offre française*** : trois produits conçus pour le développement de l'assurance de prévoyance en direct :
 - un contrat Vie entière, dénommé « Over-fifty » (commercialisé dès 2011)
 - un contrat temporaire décès, dénommé « Term-Life » (commercialisé à horizon janvier 2012)

Ces deux types de contrats sont liés à l'*activité Vie* de la société (tarification par table de mortalité (voir paragraphe 2 ci-après)).

- un contrat indemnités accident, nommé « Accidental Plan » (également commercialisé à horizon janvier 2012)

Ce type de contrats est lié à une *activité Non Vie* (tarification par taux d'incidence, indépendants de l'âge de l'assuré (cf. parape 2 ci-après)).

Il est nécessaire d'estimer le nombre de nouveaux clients via le nombre de contacts et l'hypothèse (prudente) sur le taux de résiliation des contrats (16 % la première année, 12% la deuxième année, et 8% pour les années suivantes).

SYNTHESE France	2011	2012	2013	2014	2015
Nouveaux clients	25 200	60 400	119 500	163 400	183 400
<i>Over 50</i>	25 200	50 400	79 500	103 400	103 400
<i>Term Life</i>	0	5 000	20 000	30 000	40 000
<i>Accidental Plan</i>	0	5 000	20 000	30 000	40 000

Flux de nouveaux clients en début d'année (France)

Puis pour évaluer le stock de contrats présents en portefeuille en fin d'année, on applique un taux de mortalité annuel moyen, d'environ 0.2%, donc négligeable devant les taux de résiliation ci-dessus. De telles hypothèses impliquent qu'un contrat a une durée moyenne de présence en portefeuille de 10 ans. Le nombre cumulé de contrats en portefeuille à la fin de chaque année est donné sous la forme d'une ventilation par produit ci-dessous :

SYNTHESE France	2011	2012	2013	2014	2015
Stock en fin d'année	21 150	74 877	179 835	317 304	462 482
<i>Over 50</i>	21 150	66 387	138 246	228 934	314 849
<i>Term Life</i>	0	4 243	20 613	43 186	71 218
<i>Accidental Plan</i>	0	4 247	20 976	45 184	76 415

Flux de stock de contrats en fin d'année (France)

A horizon 2015, on observe que l'objectif est de plus de 400000 contrats.

- ***l'offre dédiée à AXA Belgium***, dont FamilyProtect soutient la conception et la réassurance. Cette offre porte uniquement sur:
 - Term-Life, réassuré à partir de 2011
 - Accidental Plan, réassuré dès l'agrément de l'ACP

On obtient les flux suivants :

SYNTHESE Belgique	2011	2012	2013	2014	2015
Nouveaux clients	6 926	20 927	26 320	27 460	28 600
<i>Term Life</i>	0	7 560	9 600	9 600	9 600
<i>Accidental Plan</i>	6 926	13 367	16 720	17 860	19 000
Stock en fin d'année	5 882	23 299	43 726	63 356	82 370
<i>Term Life</i>	0	6 421	13 671	19 956	25 466
<i>Accidental Plan</i>	5 882	16 878	30 055	43 400	56 903

Flux de nouveaux clients et de stock de contrats (Belgique)

De par la tarification visée, le chiffre d'affaires attendu (uniquement les primes émises Vie et les primes acquises Non Vie) sera de 8 millions d'€ en 2011 et de 140 millions d'€ en 2015.

1.5 Les modes de distribution de la vente en direct

Pour commercialiser les produits créés, dans un premier temps, en France, en Belgique, et en Europe méridionale (Espagne et Italie), la société a prévu divers moyens de distribution propres à la vente en direct. En effet, les contrats peuvent être souscrits :

- soit à distance, via le site internet FamilyProtect ;
- soit par voie postale, par réponse à un courrier publicitaire de la part de FamilyProtect;
- soit directement par téléphone avec un agent du télémarketing.

Aucun courtier ou agent général n'intervient dans ce processus.

La part accordée à chacun de ses modes de distribution diffère selon les types de produits. Exemple : Pour le produit Accidental Plan belge, la distribution est ventilée de la façon suivante: 70% par courrier postal, et 30% par le biais du télémarketing ; tandis que pour le produit Term-Life belge, on procède uniquement par courrier postal.

Pour les souscriptions en ligne, FamilyProtect propose un déploiement opérationnel simple, efficace et surtout à moindre coût. Par exemple, pour le produit Plan accident destiné aux sportifs au sein d'une fédération partenaire de FamilyProtect, un lien vers FamilyProtect a été intégré au site internet d'un partenaire sportif; le client intéressé par la pratique de ce sport et désirant s'assurer, n'aura qu'à cliquer sur le lien personnalisé « Assurer votre pratique sportive, FamilyProtect ».

1.6 L'étude des clients cibles et la stratégie de vente correspondante

Avant le lancement de tout produit, il est indispensable que le Marketing Stratégique mène une étude de marché, dans le but de comprendre les enjeux européens de l'assurance décès et des services funéraires, et afin de s'adapter aux besoins de la clientèle visée.

Depuis 2009, l'assurance est prospère (en 2009, environ 946,7 millions d'euros de primes ont été collectés) et présente un haut potentiel pour les assureurs vie, (pour l'instant, seuls 17% des plus de 60 ans possède un contrat plan obsèques).

Même s'ils doivent être face à la forte concurrence des bancassureurs (53% des souscriptions nouvelles sont faites par des bancassureurs), les compagnies d'assurances restent pourtant majoritaires dans la distribution de ce type de contrats.

De plus, l'analyse du marché actuel des seniors (Age>50 ans au sens large), en particulier

celle des baby-boomers, tout juste âgés de 60-65 ans, conforte le choix du développement de FamilyProtect sur ce marché particulier, pour les contrats décès.

En effet, les populations cibles – étudiées dans le cadre du produit Over50 - sont généralement bien informées, « mass market »³, prudentes, et à la recherche d'une qualité de couverture décès simple et claire. Elles sont représentées en classes:

- les 50-65 ans, encore actifs, ou jeunes retraités, qui commencent à considérer l'importance de l'assurance décès, afin de ne pas représenter un fardeau pour leur famille.
- les 65-85 ans, retraités sensibles aux problèmes d'héritage, qui souhaitent aider leur descendance à financer les obsèques à venir.
- les plus de 85 ans, (majorité de femmes), dont les principales préoccupations sont la santé et une fin de vie heureuse, laissent généralement le soin à leurs enfants baby-boomers d'acheter pour eux un produit de prévoyance adapté à leurs besoins.

Cette étude de marché des clients à assurer, permet de comprendre leur comportement à l'égard des problématiques de décès et de funérailles, et ainsi de rendre les produits à lancer à la fois adaptés et concurrentiels.

³ Marché de masse : les produits de la gamme FamilyProtect sont adressés aux classes moyennes, il vise à

Chapitre 2

Méthodes de tarification des produits commercialisés

Afin de préparer le lancement de ses premiers produits en France, en Belgique, en Italie et en Espagne, FamilyProtect a créé une gamme complète de produits de prévoyance simples (temporaire décès, décès vie entière, accident), et probablement d'autres à venir...

2.1 Tarification du produit Term-Life

Le produit Term-Life est une garantie temporaire décès d'un an, à prime unisexe mensuelle.

2.1.1 Term-Life : une garantie Temporaire décès

Ce contrat a pour objet de garantir en cas de décès pendant la période de couverture, le versement d'un capital versé aux bénéficiaires de l'assuré, désignés par le souscripteur.

Term-Life		
Type de contrat	Individuel	
Type de couverture	Décès toutes causes	
Distribution	Direct	
Durée de couverture	1 an, renouvelable par tacite reconduction, jusqu'à l'âge de 75 ans	
Délai de carence	non	
Age de souscription	min	18
	max	65
Age limite de couverture	75	
Capital assuré	min	25 000 €
	intermédiaire	50 000€
	max	75 000 €
Type de prime	Prime unisexe*	
Prime d'Assistance ⁴	Prime constante qui vient s'ajouter à la prime de la garantie principale : Prime d'assistance mensuelle : 0,50€ pour les 18-45 ans, 2€ pour les 46-75ans	
Provisions mathématiques	non	
Réduction	non	
Rachat	non	
Participation aux bénéfices	non	

Tableau 1 : Caractéristiques principales Term-Life

⁴ FamilyProtect encaisse la prime d'assistance par délégation d'AXA Assistance, et verse les prestations par le biais d'Inter Partner Assistance, qui porte le risque associé à cette garantie (voir en annexe, les types de prestations fournies par un assistant p52).

Spécificité de la durée de couverture et primes annuelles croissantes au cours du temps

L'assureur s'engage à verser un capital au décès de l'assuré à condition qu'il survienne pendant l'année de couverture. Le contrat prend effet immédiatement. Il n'y a pas de délai de carence sur un contrat annuel renouvelable.

La garantie est prévue pour une année seulement, mais renouvelable par tacite reconduction jusqu'à 75 ans.

En effet, en considérant un assuré d'âge x à la date de souscription, la durée de couverture totale, s'il décide de ne jamais résilier son contrat, est en réalité $75-x-1$. Chaque reconduction annuelle correspond à une nouvelle « souscription », c'est-à-dire au versement, de la part de l'assuré, d'une prime « naturelle », fonction de son âge au moment de la reconduction, qui prend en compte l'augmentation du risque décès dans le temps. Ainsi, à une date de calcul ultérieure t , la prime versée par l'assuré d'âge $x+t$ sera supérieure à celle qu'il a payé la première fois à l'âge x . La garantie prend fin le jour des 76 ans de l'assuré, sauf si celui-ci a antérieurement résilié son contrat.

Absence de provisions mathématiques⁵

Ce produit ne présente aucune provision technique (ou provision mathématique) car le contrat est d'une part d'une durée d'un an, et d'autre part, il ne présente qu'un risque assez faible. C'est pourquoi, il n'y a pas de possibilité de rachat⁶ ou de réduction du contrat par le souscripteur, ni de participation aux bénéfices.

Table de mortalité pénalisée et amoindrissement du risque d'anti-sélection

- Tables de mortalité utilisées

En ce qui concerne la table de mortalité, on utilise les tables **TH002** sans décalage pour les hommes et la table **TF002** sans décalage, pénalisée pour les femmes, comme suit :

- +5% pour les 46-50 ans
- +10% pour les 51-55 ans
- +15 % pour les 56-60 ans
- +20% pour les 61-65 ans
- +25 % pour les 66-70 ans
- +30% pour les 71-75 ans.

Pour une tranche d'âge donnée le taux de mortalité est le taux de la table d'origine à la borne supérieure de la tranche :

- Entre 18 et 20 ans, la table de tarification est constante égale à la valeur de la table à l'âge de 20 ans.
- Entre 21 et 65 ans, la table est considérée constante par plages de 5 ans : 18 à 20, 21 à 25, 26 à 30, ..., 60 à 65.
- Au-delà de 66 ans, les tables conservent leur évolution annuelle.

⁵ Les provisions mathématiques sont généralement calculées aux dates anniversaires de souscription des contrats en supposant un paiement annuel de primes pour les contrats à primes périodiques. Pour Term-life, il n'est donc pas nécessaire d'en constituer, la variation de provision sur une année étant une charge comptable.

⁶ La législation française ne prévoit pas le rachat des assurances temporaire décès et des assurances en cas de vie.

En rapport avec l'expérience d'AXA France, la table TH002 est considérée comme suffisamment prudente. Par contre, **le risque d'anti-sélection** à la souscription, étant considéré comme plus important chez les femmes, la table TF002 est pénalisée de façon croissante aux âges élevés.

- Autre critère d'amoindrissement du risque d'anti-sélection : la déclaration de bonne santé

Rappelons que le risque d'Anti-sélection ou sélection adverse est un phénomène statistique qui joue un rôle important dans les domaines de l'assurance et de la gestion du risque par lequel une offre faite sur un marché aboutit à des résultats inverses de ceux souhaités, à cause de l'asymétrie d'information.

Dans le cas de la souscription, l'anti-sélection est le fait que des personnes malades, souscrivent afin de se couvrir au plus vite contre des risques tels que le décès, la maladie, l'invalidité etc., ce qui (si elles sont trop nombreuses à souscrire) pourrait amener l'assureur à faire faillite. C'est pourquoi on parle de **risque d'anti-sélection**⁷.

En ce qui concerne le produit Term-Life, il n'y a pas de sélection médicale sur des sommes assurées peu élevées. Cependant, la souscription est soumise à **déclaration de bonne santé, afin de diminuer le risque d'anti-sélection**. De plus, l'assuré peut augmenter son capital garanti, jusqu'à 65 ans, âge limite de souscription, sous réserve du renouvellement de déclaration de bonne santé.

Le risque d'anti-sélection est ainsi amoindri et la tarification prend en compte une marge de prudence.

2.1.1 Méthode de tarification « classique »

Etudions la méthode de tarification du produit français.

Introduisons quelques notations et valeurs concernant l'âge, la mortalité, le taux technique, les divers chargements et taxes :

Term-Life	
Age de l'assuré à la souscription t_0	$x=(18, \dots, 65)$
Age limite de couverture	$w=75$ ans
Taux de mortalité dans l'année, (pris de la table TH002 ou de TF002)=probabilité pour qu'un individu d'âge x décède avant d'avoir atteint l'âge $x+1$	q^{TH}_x ou q^{TF}_x
Taux de mortalité unisexe	q^*_x
Taux technique	$i=2,00\%$
Facteur d'actualisation	$v=1/(1+i)$
Capital assuré	Ca
Charges forfaitaires sur prime tarifaire	$F=10\text{€}$
Charges totales en % de la prime tarifaire	$\kappa=25\%$
Charge d'inventaire	$b=0,00\%$
Coût de fractionnement mensuel de la prime tarifaire	$f_m=0\%$
Taxe sur la prime commerciale	$t_a=0\%$

Tableau 2 : Notations et valeurs

⁷ Antisélection : définition plus détaillée dans le glossaire p135

Les seules particularités de tarification de la garantie Term-Life sont :

- la prime est **unisexe**,
- la tarification est **organisée par tranches d'âges de 5 ans** : la prime d'un âge donné x est égale à celle de la borne supérieure, multiple de 5, de la classe à laquelle x appartient.

Taux de mortalité unisexe => Prime unisexe

La prime de risque est **unisexe** : elle est basée sur les deux tables de mortalité TH0002 et TF002 en fonction de la proportion en pourcentage d'hommes et de femmes dans la population d'assurés.

On retient les proportions suivantes: α hommes et $1-\alpha$ femmes.

Pour un âge x donné, le taux de mortalité « modifié » est :

$$q_{x+t}^* = \alpha \cdot q_{x+t}^{\text{TH}} + (1-\alpha) \cdot q_{x+t}^{\text{TF}}$$

C'est le taux de mortalité moyen qui permettra d'obtenir la même prime pour un âge donné, que l'assuré soit un homme ou une femme.

Par expérience, les hommes représentent $\alpha=67\%$ des clients alors que les femmes représentent $1-\alpha=33\%$ des clients.

On conserve ce taux pour la suite des calculs.

La tarification est **organisée par tranches d'âges de 5 ans** : le taux de mortalité q_x d'un âge donné x est égal à q_y , taux de mortalité de la borne supérieure de la classe à laquelle x appartient, où y est un multiple de 5.

=> Le produit intègre donc une marge de prudence supplémentaire.

Une fois les spécificités du produit Term-Life mises en lumière, on formalise la façon dont la prime de risque et la prime commerciale ont été calculées.

VAP d'une assurance temporaire décès d'un an

On considère un assuré d'âge x à l'époque 0, date de la signature du contrat.

La prestation de l'assureur constitue un règlement du capital décès à la fin de la période de garantie, au bout d'un an.

Par définition, la VAP⁸ des dépenses de l'assureur, à la date de souscription $t_0=0$, pour un contrat temporaire décès d'un an, pour un capital décès de montant unité, est :

$$\text{VAP}(\text{assurance temporaire décès de 1 an, de capital 1€}) = {}_1A_x = q_x^* \cdot v^{\frac{1}{2}}$$

En adoptant la convention de règlement du capital décès en milieu d'année, la VAP est actualisée en milieu d'année, grâce au facteur d'actualisation $v^{1/2}$.

Rappelons que pour une assurance temporaire décès de n années de couverture, la VAP est donnée par :

⁸ VAP=Valeur Actuelle Probable. Dans les deux membres de l'équation tarifaire, on calcule des sommes actualisées à l'origine $t_0=0$, au taux technique i , pondérées par des probabilités de versements.

$${}_n A_x = \sum_{j=1}^n p_x \cdot q_{x+j-1} \cdot v^{j-\frac{1}{2}}$$

En posant $n=1$, on retrouve bien ce qui a été énoncé ci-dessus.

Enfin, en utilisant les commutations décès (voir annexes p141), on a : ${}_1 A_x = \frac{M_x - M_{x+1}}{D_x}$

Détermination de la prime pure et de la prime commerciale

La **prime pure** est donnée par :

$$\Pi_x = C_a \cdot q_x^* \cdot v^{\frac{1}{2}}$$

En effet, la prime pure doit être égale en valeur à l'engagement de l'assureur à payer le capital assuré dû à la date du décès d'un individu d'âge x à la date de souscription.

Or la prime de risque se décompose comme le produit du capital assuré par le « taux de prime de risque », à la date t , noté **PR_x**.

$$\Pi_x = C_a \cdot PR_x$$

Donc, plus simplement, le taux de prime est simplement:

$$PR_x = q_x^* \cdot v^{\frac{1}{2}} = {}_1 A_x$$

Cependant, on cherche à calculer la prime commerciale, qui comporte les chargements qui incombent à l'assuré, afin de compenser les frais payés par l'assureur.

On note PR'_x le taux de prime commerciale et on a :

$$PR'_x = PR_x + \kappa \cdot PR'_x$$

$$\Leftrightarrow PR'_x = \frac{PR_x}{(1-\kappa)}$$

La **prime commerciale** de l'année de couverture (prime unique) est :

$$\Pi'_x = \frac{C_a \cdot \left(PR'_x + \frac{b}{(1-\kappa)} \right) + F}{1-t_d}$$

Il est prévu des versements mensuels de la part du souscripteur. La prime **commerciale mensuelle** est par conséquent :

$$\Pi_x^m = \left[\frac{C_a \cdot \left(PR'_x + \frac{b}{(1-\kappa)} \right) + F}{1-t_d} \right] \cdot \frac{(1+f_m)}{12}$$

N.B : De même, $t_d=0\%$, $b=0\%$ et comme, il n'y a pas de fractionnement mensuel ($f_m=0\%$), la formule se simplifie :

$$\Pi_x^m = \left[\frac{C_a \cdot (PR'_x) + F}{12} \right]$$

De plus, toutes ces primes sont arrondies à 0,50€ supérieur.

Exemple de Tarif

S'il y avait une différenciation par sexe, pour une somme assurée de 50 000 euros, la prime mensuelle à acquitter, par un homme de 40 ans est de 13,50 euros et 7,50 euros pour une femme.

Ici, dans le cadre d'une prime unisexé, si on suppose une distribution Hommes / Femmes = 50% / 50%, la prime moyenne résultante est de 10,50 €, soit 126 € annuels.

Avec la distribution retenue, (Hommes/Femmes = 67%/33%), la prime moyenne résultante est de 11,52€, arrondie à 11,50€, soit 138€ annuels.

Extrait des Tarifs officiels et benchmarks⁹, selon l'âge et la Somme assurée souscrite

Ex : Pour $C_a=30000€$ et pour les âges : 35, 45 et 60 ans, les tarifs FamilyProtect et ceux de ses concurrents.

	FamilyProtect	Matmut	Mercer Direct
Age/Sum Insured (€)	30 000	30 000	30 000
35 years	4,5	5	9,05
45 years	12,5	12,91	15,69
60 years	33,5	35	43,74

Tableau 3: Comparatif des tarifs exercés par la concurrence

Sont présentées en annexe les tables de calcul des tarifs pour Term-Life France, Belgique, Italie et Espagne, ainsi que les tarifs finaux présentés au marketing. La méthode de tarification adoptée est la même, quelle que soit la « nationalité » du produit, mais les tables de mortalité diffèrent.

Pays	Tables de mortalité
FRANCE	TH002 et TF002
BELGIQUE	Assuralia 97-01
ESPAGNE	GKMF 95

Quelle que soit la nationalité du produit, les prix pratiqués par la start-up s'alignent généralement avec la concurrence.

⁹ Benchmark : définition dans le glossaire *p80*

2.2 Tarification du produit Over50

Le produit « Over50 », appelé « convention dernières volontés » en France, s'inscrit dans une logique différente. C'est une **garantie décès Vie entière à primes nivelées**¹⁰.

2.2.1. Over50: une garantie Vie Entière

La souscription au contrat Over50 garantit en cas de décès (toutes causes) le versement d'un capital aux bénéficiaires de l'assuré¹¹, désignés par le souscripteur. Ce capital permet aux bénéficiaires de couvrir les frais d'obsèques de l'assuré décédé, et éventuellement de leur garantir un capital supplémentaire.

Over50		
Type de contrat	Individuel	
Type de couverture	Décès toutes causes Couverture de frais funéraires avec éventuel capital supplémentaire versé aux bénéficiaires	
Distribution	Direct	
Durée de couverture	Vie entière	
Délai de carence	2 ans	
Age de souscription	min	50
	max	85
Age limite de couverture	illimité	
Capital assuré	min	100 €
	max	15 000 €
Type de prime	Prime de risque unisexe	
Réduction	$\eta_r=0,6\%$	
Rachat	T=5% PM	

Tableau 8 : Caractéristiques principales Over50

L'une des particularité de ce produit concerne **l'âge minimal de souscription : 50 ans**, d'où le terme « Over50 ». Au delà de 85 ans, on ne peut plus souscrire. Par contre, par définition d'un produit décès Vie entière, il n'y a aucune limite quant à l'âge de couverture.

Le capital assuré présente différents niveaux de 100€ à 15 000€, comprenant uniquement des montants multiples de 100.

Garanties sur le délai de carence

La prestation n'est versée qu'après un **délai de 2 ans de présence en contrat**.

Cependant, l'assureur est engagé à verser **pendant ce délai de carence** :

- **en cas de décès accidentel**, le capital décès C_a .
- **en cas de décès non accidentel**, un capital correspondant au remboursement des primes commerciales annuelles aux bénéficiaires.

¹⁰ Prime nivelée : prime périodique constante pendant toute la durée de couverture, ne prenant pas en compte l'aggravation du risque au cours du temps.

¹¹ Pour bien différencier les notions de souscripteur, assuré, et bénéficiaire, voir annexe I. Glossaire p.44

- (en cas de suicide durant la deuxième année, le montant versé aux bénéficiaires sera égal aux provisions mathématiques).

Les deux premières garanties, propres au délai de carence, seront prises en compte dans le calcul de la VAP de l'assureur. Ces calculs seront développés un peu plus loin.

Table de mortalité utilisée et prime unisex

On utilise **la table sans décalage TH002** pénalisée de +20% pour les 80-85 ans et de +50% pour les plus de 80-85 ans, **aussi bien pour les femmes que pour les hommes**. La prime est donc totalement **unisex**.

Prime nivelée

En plus d'être un produit vie entière, la garantie Over50 propose aux assurés un versement périodique de primes, **constantes au cours du temps**. On parle de **prime nivelée**.

En effet, contrairement à la garantie Term-life, l'assureur **n'a pas besoin**, pour le produit Over50, de demander à l'assuré une prime croissante, en fonction de la durée passée en contrat.

La prime nivelée est harmonisée, de façon à équilibrer les versements, et doit équivaloir sur la durée à **la prime « naturelle » ou « prime de risque », qui, elle, est croissante avec le risque décès, au cours du temps**.

La comparaison entre ces deux types de primes sera présentée dans le paragraphe suivant.

Provisions mathématiques

Le paiement de la prime annuelle (ou mensuelle) constante est viager. En contrepartie, l'assureur doit tenir ses engagements, quelle que soit l'époque t du contrat. C'est pourquoi, ce dernier constitue des provisions mathématiques pour ce produit décès vie entière. Nous détaillerons plus loin comment les provisions mathématiques (PM) ont été constituées.

Ainsi, ces PM appartenant à l'assuré, celui-ci peut à tout moment, demander le rachat de son contrat (à hauteur de 5% de la PM), ou bien cesser le paiement des primes sans modifier la durée du contrat, autrement dit, demander la réduction de son contrat.

Par contre, il n'y a pas de participation des assurés aux bénéfices sur ce produit.

2.2.2. Notations utiles pour la tarification d'Over50

Introduisons à présent quelques notations et valeurs concernant le capital, les primes, les chargements, les taxes, les rachats, et réductions :

Over50	
Taux technique	$i=2,00\%$
Facteur d'actualisation	$v=1/(1+i)$
Capital assuré	C_a
Taux de prime pure unique pour un assuré d'âge x	PU_x
Taux de prime naturelle pour un assuré d'âge x	PN_x
Taux de prime pure annuelle constante pour un assuré d'âge x	PA_x
Prime pure unique	$\Pi_x^U = C_a \cdot PU_x$
Prime de risque = Prime naturelle	$\Pi_x^N = C_a \cdot PN_x$
Prime pure nivelée	$\Pi_x^A = C_a \cdot PA_x$
Provision mathématique calculée en x+t pour un individu d'âge x	${}_tPM_x$
Charges totales en % de la prime commerciale (taux moyen)	$\kappa=28\%$
Charges forfaitaires sur prime tarifaire	$F=0\text{€}$
Charge d'inventaire	$b=0\%$
Coût de fractionnement mensuel de la prime	$f_m=0\%$
Taxe sur la prime commerciale	$t_d=0$

Tableau 9 : Notations et valeurs pour Over50

Afin de comprendre en quoi la tarification diffère des garanties précédentes, voici les notations utilisées concernant les données de mortalité :

Over50	
Age de l'assuré à la date de souscription	x
Nombre de vivants d'âge x	l_x
Nombre de décès entre l'âge x et x+1	d_x
Taux de mortalité dans l'année = Probabilité pour qu'un individu d'âge x décède dans l'année Autrement dit avant d'avoir atteint l'âge x+1	q_x
Probabilité pour qu'un individu d'âge x+t décède dans l'année, Autrement dit qu'il décède dans l'intervalle de temps [0,1] Autrement dit qu'il décède avant d'avoir atteint l'âge x+t+1,	q_{x+t}
Probabilité pour qu'un individu d'âge x+t décède après Δt années, Autrement dit, qu'il décède dans l'intervalle de temps [0, Δt] Autrement dit, qu'il décède avant d'avoir atteint l'âge x+t+Δt,	$\Delta t q_{x+t}$
Probabilité pour qu'un individu d'âge x (pris en observation à l'âge x) décède après t années mais avant t+Δt années, c'est-à-dire dans l'intervalle de temps [t, t+Δt]. Autrement dit qu'il décède après avoir atteint l'âge x+t et avant d'avoir atteint x+t+Δt.	${}_t\Delta t q_x$

Tableau 9 bis : Notations Over50 sur les taux de mortalité

Attention : Il ne faut pas confondre les taux de mortalité ci-dessus.

Si on désigne par T_x la variable aléatoire représentant le temps de vie restant d'un individu d'âge x, alors :

$${}_{t\Delta t}q_x = P(t \leq T_x \leq t + \Delta t)$$

$$\Delta t q_{x+t} = P(0 \leq T_x \leq \Delta t)$$

2.2.3. Formalisme théorique : prime unique, prime naturelle, et prime nivelée

Pour un contrat décès vie entière classique, l'assuré est couvert, quelle que soit la période à laquelle intervient le décès.

La prime pure peut être versée de différentes façons :

- unique (un seul versement à la souscription),
- viagère (versements périodiques jusqu'au décès de l'assuré),
- temporaire (versements périodiques sur une période donnée)

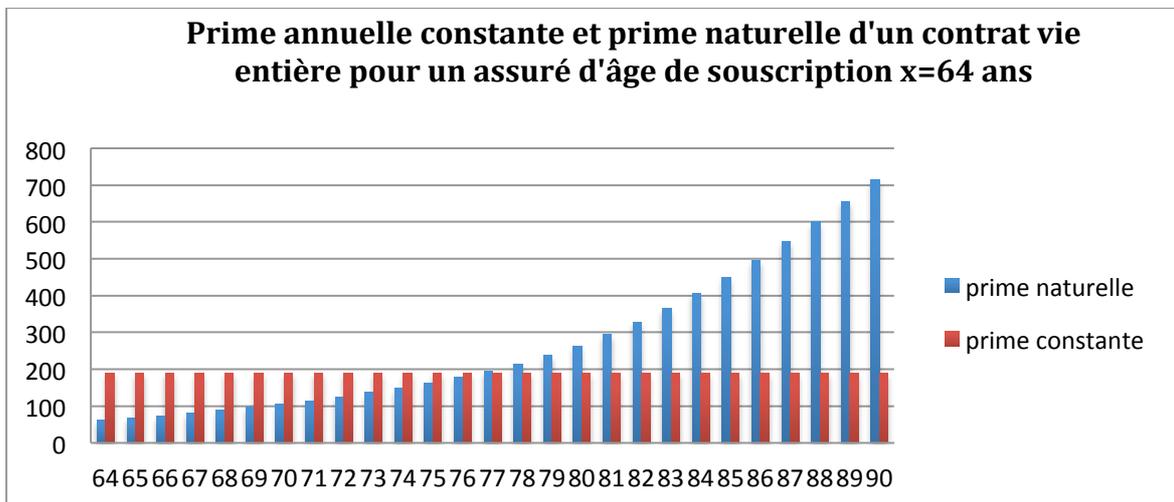
Dans le cas où la prime pure est viagère, elle est également périodique et constante, c'est-à-dire nivelée.

Le fait que l'assuré puisse verser une prime périodique (généralement annuelle ou mensuelle) présente trois avantages :

- les versements sont étalés et harmonisés dans le temps et sont donc de montants plus modiques.
- la situation est plus équilibrée entre assureur et assuré.
- La constance de la prime nivelée permet à l'assureur d'éviter de demander une prime croissante, compte tenu de l'aggravation du risque décès au cours du temps passé en contrat. C'est donc un avantage commercial et psychologique important dans le cadre d'une assurance décès.

Nous allons considérer une périodicité annuelle¹²

Or cette prime annuelle constante ne prend pas en compte l'augmentation du risque décès avec le temps, contrairement à la prime de risque ou prime « naturelle¹³ », autrement dit une prime annuelle non constante, qui, elle, couvrirait exactement le risque décès de l'année en cours.



Graph 1 : Evolutions des primes naturelles et de la prime nivelée en fonction de la durée de vie du contrat

¹²La périodicité annuelle n'est pas la seule possible, on considèrera une période de versement mensuelle dans la suite de l'étude de la garantie over50

¹³La prime naturelle augmente d'année en année en raison de l'influence du vieillissement sur les taux de mortalité annuels.

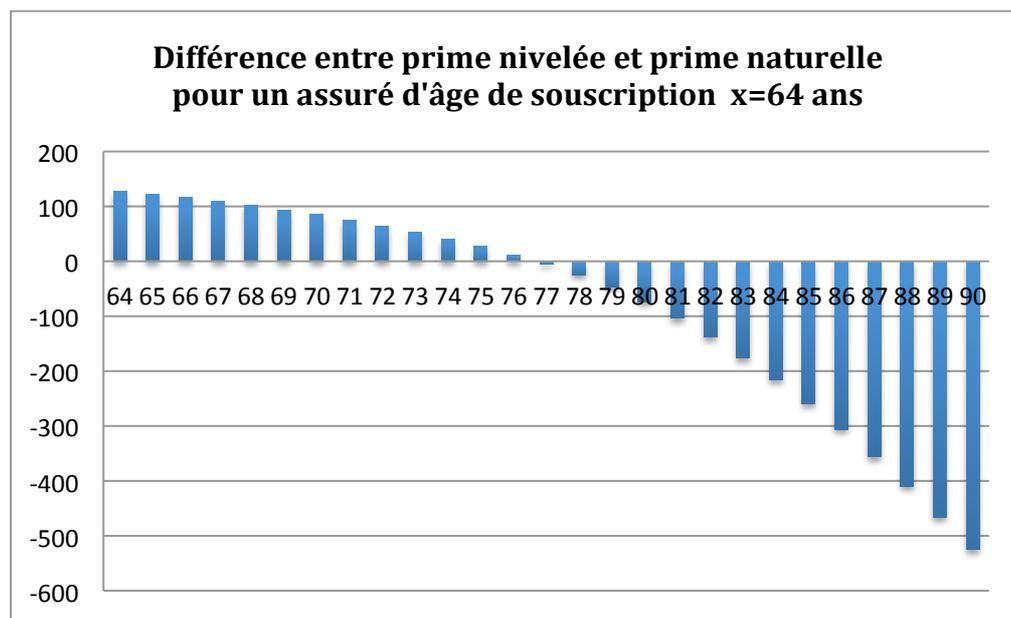
L'objectif de ce paragraphe est donc de comparer, pour un assuré d'âge donné (exemple : $x=64$ ans), les évolutions respectives de la prime nivelée (constante) et de la prime naturelle (croissante de façon exponentielle).

On choisit une période de 26 ans, du 64^{ème} au 90^{ème} anniversaire de l'assuré.

L'étude du sens de variation de la prime naturelle nous prouve bien que : pour tout t , la prime versée par l'assuré d'âge $x+t$, (ex : 80 ans) à la date t , sera supérieure à celle qu'il a payé la première fois à l'âge x (ex : 64ans), à la date de souscription.

Pendant une première période de présence en contrat de 12 ans, (jusqu'au 76^{ème} anniversaire de l'assuré), la prime nivelée est supérieure à la prime naturelle. La différence entre ces deux primes constitue en réalité une épargne, qui sera utilisée pendant la seconde période du contrat, qu'on a choisi, ici, par souci de visibilité, de limiter à 14 ans (jusqu'au 90^{ème} anniversaire de l'assuré), car sur un contrat vie entière, il n'y a pas de limite d'âge de couverture. Sur cette seconde période la prime naturelle augmente très vite !

Ainsi le paiement d'une prime nivelée de la part de l'assuré, permet à l'assureur de réaliser sur la première période (sur les 12 premières années) une recette qui sera mise en provision pour permettre en fin de contrat de faire face à l'insuffisance de recette de la seconde période (après les 12 premières années de contrat).



Graph 1 bis : Evolutions des variations entre les deux types de primes en fonction de la durée de vie du contrat

La représentation de la variation de la différence entre ces deux types de primes, nous confirme que la proposition d'une prime nivelée est plus intéressante sur cet intervalle de temps, que la prime de risque, qui atteindrait des montants trop élevés en fin de contrat, d'où l'importance d'avoir constitué des provisions mathématiques. Voir le paragraphe 2.2.5 sur les PM.

*N. B : Dans la suite, on suppose que l'assuré d'âge x a souscrit à une assurance décès vie entière pour un capital **unité**, afin de ne pas nous encombrer du capital C_a dans les calculs.*

Prime pure unique (PU_x): c'est la prime que l'assuré n'aurait à payer qu'une fois en tout début de contrat. Pour un contrat vie entière sa VAP (pour un capital unité) est :

$$VAP(\text{prime pure unique}) = A_x = \sum_{k=0}^{\infty} p_x \cdot q_{x+k} \cdot v^{k+\frac{1}{2}} = \frac{M_x}{D_x}$$

Prime de risque (PN_x) : c'est la prime unique annualisée, c'est-à-dire sur un an uniquement. Pour un contrat vie entière sa VAP (pour un capital unité) est :

$$VAP(\text{prime naturelle}) = q_x \cdot v^{\frac{1}{2}}$$

C'est PU_x dans le cas où k=0.

Ainsi la prime unique est la somme cumulée des primes de risque payées chaque année sur toute la durée du contrat.

Dans le cas général d'un contrat Vie entière, le taux de prime pure PU_x est calculé ainsi:

VAP assuré

La prime unique versée par le souscripteur pour avoir droit à la garantie de l'assureur est payée par anticipation. L'assuré s'acquitte de la prime au début de la période de garantie pour avoir droit à la couverture de l'assureur.

La VAP de l'assuré est la VAP de la prime pure unique à la souscription t₀=0.

$$VAP(\text{Assuré}) = VAP(\text{prime pure unique}) = \Pi_x^U$$

VAP assureur

L'assureur s'engage à payer un capital décès C_a (ici pris égal à 1€ par souci de simplification) au décès de l'assuré, quelle que soit la date t.

On considère un assuré d'âge x à la date de souscription t=0.

Par définition, la VAP d'un contrat décès vie entière de capital 1€ pour un individu d'âge x à t=0, est:

$$VAP(\text{assureur}) = A_x = \sum_{j=1}^{\infty} p_x \cdot q_{x+j-1} \cdot v^{j-\frac{1}{2}} = \frac{M_x}{D_x}$$

D'après la relation suivante¹⁴ : ${}_k|q_x = {}_k p_x \cdot q_{x+k}$

En posant k=j-1, A_x s'exprime :

$$A_x = \sum_{j=1}^{\infty} p_x \cdot q_{x+j-1} \cdot v^{j-\frac{1}{2}} = \sum_{j=1}^{\infty} q_x \cdot v^{j-1+\frac{1}{2}} = \sum_{k=0}^{\infty} q_x \cdot v^{k+\frac{1}{2}}$$

Pour tout entier $k \in [0; +\infty[$:

¹⁴ La démonstration de cette relation simple est présentée en Annexe A.3) Over50 : Démonstration des formules d'assurance vie utilisées

$$A_x = \sum_{k=0}^{\infty} {}_{k|}q_x \cdot v^{k+\frac{1}{2}} = \frac{M_x}{D_x}$$

Démontrons la 2^{ème} égalité :

$$\frac{M_x}{D_x} = \sum_{k=0}^{\infty} {}_{k|}q_x \cdot v^{k+\frac{1}{2}}$$

On a, par définition :

$$\frac{M_x}{D_x} = \frac{\sum_{k=0}^{\infty} d_{x+k} \cdot v^{x+k+\frac{1}{2}}}{l_x \cdot v^x}$$

⇔

D'où :

$$\frac{M_x}{D_x} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{d_{x+k} \cdot v^{k+\frac{1}{2}}}{l_x} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{d_{x+k}}{l_x} \cdot v^{k+\frac{1}{2}} = \sum_{k=0}^{\infty} {}_{k|}q_x \cdot v^{k+\frac{1}{2}}$$

Par résolution de l'équation tarifaire :

$$VAP(\text{Assuré}) = VAP(\text{Assureur})$$

⇔

$$PU_x = A_x$$

⇔

$$\Pi_x^U = C_a \cdot A_x$$

Comment déterminer à présent, la prime pure annuelle constante PA_x (ou Π_x^A) à partir de la prime pure unique PU_x (ou Π_x^U) ?

Pour obtenir la prime pure annuelle inconnue PA_x , on écrit l'égalité des VAP en 0, des deux échéanciers suivants : celui comprenant le versement de PU_x à la signature du contrat et celui comprenant au début d'année, le versement de la prime annuelle inconnue PA_x , tant que l'assuré est en vie. On a alors :

$$PU_x = A_x = \sum_{k=0}^{\infty} p_x \cdot PA_x \cdot v^k = PA_x \cdot \ddot{a}_x$$

La prime annuelle constante est donc simplement :

$$PA_x = \frac{PU_x}{\ddot{a}_x}$$

De plus comme $\ddot{a}_x = \frac{N_x}{D_x}$ et $A_x = \frac{M_x}{D_x}$, alors $PA_x = \frac{A_x}{\ddot{a}_x} = \frac{M_x}{N_x}$ (représentée sur le graphique 1).

2.2.4. Formalisation du taux de prime nivelée PA_x pour Over50

Over50, couverture vie entière prend en compte des garanties supplémentaires par rapport au cas général : les garanties versées pendant le délai de carence de deux ans :

En effet, au delà du capital C_a dû si le décès survient après le délai de carence, l'assureur est engagé à verser **pendant ce délai** :

- **en cas de décès accidentel**, le capital décès C_a .
- **en cas de décès non accidentel**, un capital correspondant au remboursement des primes commerciales des deux premières années.

La VAP de l'assureur pour ce contrat est donc un peu plus complexe que la VAP « classique » d'un contrat décès vie entière.

Les termes munis d'étoile qui vont suivre, signifient qu'ils ont une expression modifiée par rapport aux formules classiques d'assurance vie.

L'engagement de l'assureur

On peut donc modéliser le taux de mortalité q_x utilisé dans la table TH002 sans décalage pénalisée, comme la somme d'un terme indépendant de l'âge (pour le décès accidentel) et d'un terme dépendant de l'âge (pour le décès par vieillissement). Alors q_x est noté μ_x dans le modèle qui suit.

On introduit **un modèle de Gompertz-Makeham** : $\mu_x = \alpha + \beta\gamma^x$

α est le terme de Makeham est le taux de mortalité accidentel, indépendant de l'âge de l'assuré, ici noté q^{acc} , est pris égal à 0,001 d'après les données historiques.

$\beta\gamma^x$ est la fonction de Gompertz est le taux de décès par vieillissement (toutes causes sauf accident). Le terme γ^x modélise le vieillissement exponentiel si $\gamma > 1$. La constante $\beta > 0$ est une constante accélératrice. Ici, le taux annuel de décès par vieillissement (ou « non accidentel ») pour un individu d'âge x , est noté q_x^* , tel que $q_x^* = \beta\gamma^x$.

On a ainsi :

$$q_x = q_x^* + q^{\text{acc}}$$

On calcule pour tout $x = 50, \dots, 85$ le taux de mortalité q_x^* , le taux de mortalité annuel d'une tête d'âge x auquel on soustrait le taux d'incidence accident:

$$q_x^* = q_x - q^{\text{acc}} = \frac{l_x - l_{x+1}}{l_x} - 0,001$$

De la même façon on calcule un ${}_{1|}q_x^*$ le taux annuel de mortalité non accidentelle, différé d'un an d'un individu d'âge x:

$${}_{1|}q_x^* = \left({}_{1|}q_x - q^{\text{acc}} \cdot p_x \right) \cdot v = \left[\frac{l_{x+1} - l_{x+2}}{l_x} - 0,001 \cdot \left(\frac{l_{x+1}}{l_x} \right) \right] \cdot \frac{1}{1+i}$$

Pour comprendre la signification de ${}_{1|}q_x$, se reporter au tableau 9 sur les notations des taux de mortalité.

Age	qx	qx acc	qx*	1 1qx*	lx	dx	Cx	Mx	Dx	Nx
50	0,005823	0,001	0,00482	0,00509	92736	540	180,8296	17395,07	31392,68	661902,4
51	0,006237	0,001	0,00524	0,00552	92196	575	188,4236	17214,24	30541,03	630509,7
52	0,00668	0,001	0,00568	0,00598	91621	612	196,2504	17025,82	29700,12	599968,6
53	0,007153	0,001	0,00615	0,00648	91009	651	204,2827	16829,57	28869,5	570268,5
54	0,007669	0,001	0,00667	0,00700	90358	693	212,8019	16625,29	28048,72	541399
55	0,008208	0,001	0,00721	0,00752	89665	736	221,1626	16412,49	27237,11	513350,3
56	0,008749	0,001	0,00775	0,00808	88929	778	228,7731	16191,32	26434,62	486113,2
57	0,009325	0,001	0,00832	0,00868	88151	822	236,5314	15962,55	25641,8	459678,6
58	0,009951	0,001	0,00895	0,00936	87329	869	244,6969	15726,02	24858,29	434036,8
59	0,010664	0,001	0,00966	0,01012	86460	922	254,057	15481,32	24083,5	409178,5
60	0,011457	0,001	0,01046	0,01098	85538	980	264,2518	15227,26	23316,06	385095
61	0,012347	0,001	0,01135	0,01194	84558	1044	275,4761	14963,01	22554,98	361778,9
62	0,013351	0,001	0,01235	0,01301	83514	1115	287,9055	14687,54	21799,1	339223,9
63	0,014478	0,001	0,01348	0,01424	82399	1193	301,4443	14399,63	21047,13	317424,8
64	0,015762	0,001	0,01476	0,01559	81206	1280	316,496	14098,19	20297,87	296377,7
65	0,017191	0,001	0,01619	0,01709	79926	1374	332,4578	13781,69	19549,79	276079,8
66	0,018765	0,001	0,01776	0,01869	78552	1474	349,0109	13449,23	18801,95	256530,1
67	0,02046	0,001	0,01946	0,02043	77078	1577	365,3968	13100,22	18053,76	237728,1
68	0,022318	0,001	0,02132	0,02233	75501	1685	382,0538	12734,83	17305,4	219674,3
69	0,024344	0,001	0,02334	0,02442	73816	1797	398,7166	12352,77	16556,59	202368,9
70	0,026576	0,001	0,02558	0,02670	72019	1914	415,5754	11954,06	15807,35	185812,4
71	0,029028	0,001	0,02803	0,02914	70105	2035	432,3783	11538,48	15057,49	170005
72	0,031673	0,001	0,03067	0,03179	68070	2156	448,2701	11106,1	14307,08	154947,5
73	0,034545	0,001	0,03355	0,03466	65914	2277	463,2823	10657,83	13557,03	140640,4
74	0,037682	0,001	0,03668	0,03782	63637	2398	477,4451	10194,55	12808,2	127083,4
75	0,041167	0,001	0,04017	0,04134	61239	2521	491,1778	9717,104	12061,41	114275,2
76	0,045063	0,001	0,04406	0,04521	58718	2646	504,4839	9225,926	11317,04	102213,8
77	0,049383	0,001	0,04838	0,04954	56072	2769	516,621	8721,442	10575,46	90896,74
78	0,054256	0,001	0,05326	0,05454	53303	2892	528,0061	8204,822	9837,767	80321,28
79	0,059927	0,001	0,05893	0,06034	50411	3021	539,738	7676,815	9104,619	70483,51
80	0,066596	0,001	0,06560	0,06698	47390	3156	551,7735	7137,077	8375,578	61378,89
81	0,074332	0,001	0,07333	0,07431	44234	3288	562,5321	6585,304	7650,254	53003,32
82	0,083036	0,001	0,08204	0,08213	40946	3400	569,2276	6022,772	6929,833	45353,06
83	0,092527	0,001	0,09153	0,09026	37546	3474	569,1523	5453,544	6218,227	38423,23
84	0,102636	0,001	0,10164	0,09881	34072	3497	560,6424	4884,392	5521,945	32205
85	0,113524	0,001	0,11252	0,10786	30575	3471	544,5484	4323,75	4849,004	26683,06

Tableau 10 : Calcul des taux annuels de primes de risque par âge

Notons que pour obtenir l'expression ${}_{1|}q_x^*$, il faut soustraire de ${}_{1|}q_x$, la proportion de décédés suite à un accident parmi les survivants de la première année. On actualise par le facteur v, pour se placer en fin de 1^{ère} année.

L'application pratique est donnée par le tableau ci-dessus, qui recalcule, pour chaque âge, à partir du nombre de survivants l_x et du taux technique i , les taux de mortalité, les différents nombres de commutation.

Puis, une fois les nombres de commutations N_x , D_x , et M_x connus, (*rappels de leurs formules en annexe p141*), il reste à calculer A_x^* , la VAP assureur (modifiée) d'un contrat décès vie entière de capital 1€ pour un assuré d'âge x à $t=0$, **qui tient compte des garanties du délai de carence.**

$$A_x^* = \frac{M_{x+2}}{D_x} + 0,001 \cdot v^{\frac{1}{2}} + 0,001 \cdot p_x \cdot v^{\frac{3}{2}}$$

L'apparition du terme $\frac{M_{x+2}}{D_x}$ au lieu du terme $\frac{M_x}{D_x}$ de la VAP classique, car le délai de carence est d'une durée de deux ans : le capital n'est versé qu'au bout de 2 ans après la souscription.

A_x^* est obtenue en ajoutant à $\frac{M_{x+2}}{D_x}$, la valeur du taux de mortalité accidentelle, actualisée à la moitié de la 1^{ère} année, ainsi que la valeur du taux d'incidence appliqué à la population de survivants à la fin de la 1^{ère} année, c'est-à-dire les survivants touchés par une mort accidentelle au cours de la 2^{ème} année.

De plus, on fait l'hypothèse qu'au décès de l'assuré, le capital ainsi que les éventuelles primes remboursées, sont réglés en moyenne au milieu de l'année au cours de laquelle le décès est constaté, d'où le facteur d'actualisation $v^{1/2}$ la première année et le facteur $v^{3/2}$ la deuxième année.

On peut désormais exprimer la VAP finale de l'assureur, dans laquelle on ajoute le remboursement des primes commerciales, annuelles et constantes, elles aussi.

$$VAP(\text{assureur}) = C_a \cdot \bar{A}_x^* + \Pi_x^A \cdot q_x^* \cdot v^{\frac{1}{2}} + 2 \cdot \Pi_x^A \cdot {}_{1|}q_x^* \cdot v^{\frac{3}{2}}$$

Si le décès de l'assuré a lieu (au milieu de) la 1^{ère} année, l'assureur rembourse la prime commerciale Π_x^A , à ses bénéficiaires. S'il a lieu (au milieu de) la 2^{ème} année, il rembourse la prime de 1^{ère} année et celle de 2^{ème} année, de même montant.

L'engagement de l'assuré

Les primes nivelées (annuelles constantes pour un assuré d'âge x) sont versées par le souscripteur pour avoir droit à la garantie de l'assureur.

La VAP de l'assuré est la VAP, à la souscription $t_0=0$, est ;

$$VAP(\text{Assuré}) = VAP(\text{prime annuelle nivelée}) = \Pi_x^A \cdot \ddot{a}_x$$

L'équation tarifaire et la détermination de la prime pure annuelle nivelée

Dans l'hypothèse où l'assuré n'a pas mis fin prématurément à son contrat Vie entière, l'espérance de résultat pour un contrat est nulle.

De fait, l'équation tarifaire dans le cas de prime annuelle nivelée est donné :

$$VAP(\text{Assuré}) = VAP(\text{Assureur})$$

⇔

$$\Pi_x^A \cdot \ddot{a}_x = C_a \cdot A_x^* + \Pi_x^A \cdot {}_1q_x^* \cdot v^{\frac{1}{2}} + 2 \cdot \Pi_x^A \cdot {}_{1|}q_x^* \cdot v^{\frac{3}{2}}$$

⇔

On fait apparaître le taux de prime PA_x :

$$C_a \cdot PA_x \cdot \ddot{a}_x = C_a \cdot A_x^* + C_a \cdot \frac{PA_x}{1-\kappa} \cdot {}_1q_x^* \cdot v^{\frac{1}{2}} + 2 \cdot C_a \cdot \frac{PA_x}{1-\kappa} \cdot {}_{1|}q_x^* \cdot v^{\frac{3}{2}}$$

⇔

$$PA_x \cdot \left(\ddot{a}_x - \frac{{}_1q_x^* \cdot v^{\frac{1}{2}}}{1-\kappa} - \frac{2 \cdot {}_{1|}q_x^* \cdot v^{\frac{3}{2}}}{1-\kappa} \right) = A_x^*$$

⇔

L'expression finale du taux de prime pure annuelle est donnée par :

$$PA_x = \frac{\frac{M_{x+2}}{D_x} + 0,001 \cdot v^{\frac{1}{2}} + 0,001 \cdot p_x \cdot v^{\frac{3}{2}}}{\left(\frac{N_x}{D_x} - \frac{{}_1q_x^* \cdot v^{\frac{1}{2}} + 2 \cdot {}_{1|}q_x^* \cdot v^{\frac{3}{2}}}{1-\kappa} \right)}$$

On en déduit alors :

Prime pure annuelle: $\Pi_x^A = C_a \cdot PA_x$

Prime commerciale annuelle: $\Pi_x^A = C_a \cdot \frac{PA_x}{1-\kappa}$

La prime commerciale est calculée en divisant les montants ci-dessus par $(1-\kappa)$, puis on arrondit à l'euro supérieur.

Or, ce contrat prévoit un versement mensuel de primes de la part du souscripteur. En effet, l'assuré est engagé à payer des arrérages de primes tous les mois. Il faut donc diviser par 12, le taux de prime annuelle nivelée pour obtenir un taux de prime mensuelle.

2.2.5. Provisions mathématiques et valeurs de rachat théoriques

Une fois connus les montants mensuels des primes de risque, il ne reste plus qu'à calculer pour toute date t , les réserves (provisions mathématiques), les valeurs de rachats (pratique et théorique) et les valeurs de réduction

- **Calcul et représentation des provisions mathématiques**

Les provisions mathématiques (PM), qui constituent l'essentiel du passif de l'assureur, font partie des engagements de l'assureur (et non des fonds propres). Leur différence variation d'une année à l'autre est une charge comptable. (cf partie II, ch1)

Elles permettent de :

- **retracer comment l'épargne s'est constituée au cours du temps.**

En effet, pour le contrat Over50, l'assureur FamilyProtect n'aura a priori que de rares prestations à délivrer sur la période de constitution des primes (ici de même durée que la période de couverture, jusqu'au décès de l'assuré). Ses seules réelles dépenses en phase de démarrage sont les frais de gestion et d'acquisition.

Cependant les primes pures encaissées ne sont pas considérées comme un bénéfice (pouvant couvrir les frais élevés), car au décès de l'assuré, l'assureur devra lui remettre le capital dû. C'est pourquoi la recette excédentaire formée est mise en provision pour honorer l'engagement final.

- **niveler des charges (dépenses) variables au cours du temps**

Comme on l'a vu au paragraphe 2.2.3, le choix d'une prime nivelée plutôt que la prime naturelle permet de créer un excédent mis en provision sur une première période et éventuellement utilisé sur la deuxième période.

Explication de la méthode prospective :

Supposons un assuré (x) qui effectue un versement viager de prime annuelle constante P_x , payable en début d'année tant qu'il est vivant.

La provision mathématique pure est la dette (engagement) de l'assureur envers les assurés, autrement dit, une forme d'épargne pour l'assureur, destinée à couvrir les sinistres à venir.

Les PM sont des VAP, d'où l'existence d'une mutualité au sein de laquelle s'opèrent des compensations.

D'après une conception prospective :

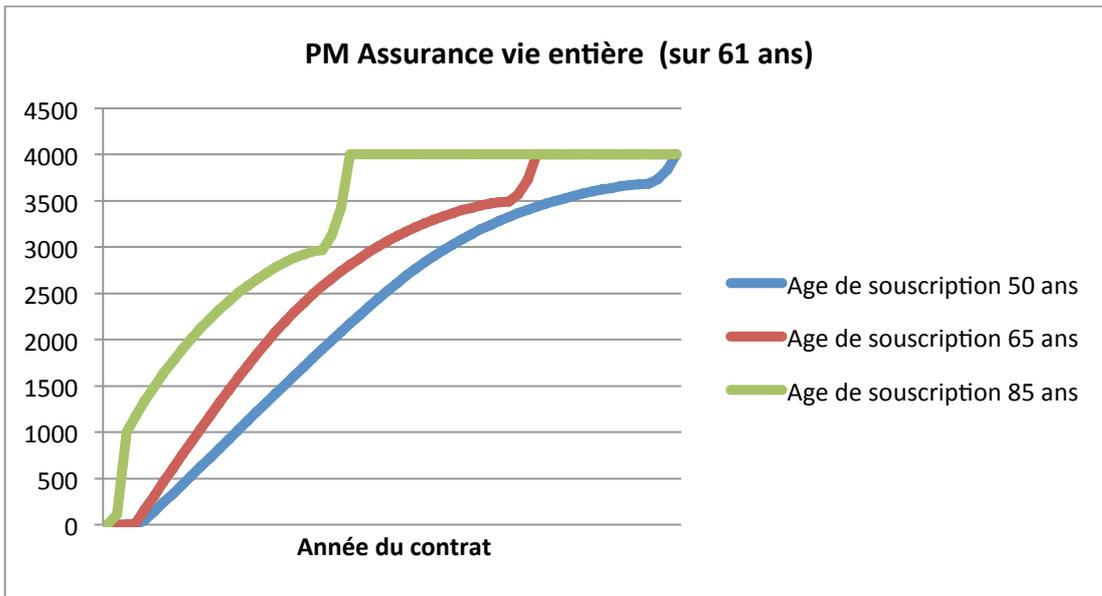
$${}_t PM_x = \text{VAP (Prestations)} - \text{VAP (Primes Pures)}$$

La provision mathématique calculée en $x+1$ est :

$${}_1 PM_x = C_a \cdot \bar{A}_{x+2} + C_a \cdot \frac{PA_x}{1-\kappa} \cdot {}_1 q_x \cdot v^{\frac{1}{2}} + 2 \cdot C_a \cdot \frac{PA_x}{1-\kappa} \cdot {}_{1|1} q_x \cdot v^{\frac{3}{2}} - PA_x \cdot \ddot{a}_{x+1}$$

Quelle que soit l'époque t , l'assureur doit garantir à l'assuré maintenant d'âge $x+t$, le versement du capital décès. L'assuré, lui, s'est engagé à payer P_x .
La provision mathématique calculée en $x+t$, $t > 1$, par différence entre la VAP en t des engagements de l'assureur et de la VAP en t des engagements de l'assuré, est :

$${}_t PM_x = C_a \cdot \bar{A}_{x+t} + C_a \cdot \frac{PA_x}{1-\kappa} \cdot q_x \cdot v^{\frac{1}{2}} + 2 \cdot C_a \cdot \frac{PA_x}{1-\kappa} \cdot q_x \cdot v^{\frac{3}{2}} - PA_x \cdot \ddot{a}_{x+t}$$



Graph 2 : Evolution dans le temps des PM du contrat Over50 pour 3 âges de souscription

En supposant que la durée de paiement des primes est la même que la durée de couverture, on peut représenter pour le contrat Over50, les PM en fonction des années de présence en contrat pour des assurés d'âge de souscription donné.

L'allure générale de ces trois courbes montre, que le montant des PM augmente jusqu'à égaliser le capital assuré (ici 4000€). Cette croissance est plus rapide pour les âges initiaux élevés et la courbe est plus rapidement tangente à l'asymptote $y=4000$.

Enfin, il est désormais aisé de calculer les valeurs de rachats et de réduction.

- **Calcul de la Valeur de rachat théorique**

La valeur de rachat théorique, à la date t est: $W_t = {}_t PM_x$

- **Calcul de la Valeur de rachat pratique**

La valeur de rachat réelle, à la date t est: $\bar{W}_t = W_t - \tau$

Pour une durée en portefeuille inférieure à 10 ans, on a $\tau = 5\% \cdot W_t$

- **Calcul de la Valeur de réduction**

La valeur de réduction à la date t est: $\bar{U}_t = \frac{W_t - RG_t}{A_{\overline{1}|x+t}}$

$$\text{Avec } RG_t = \eta_r \cdot \Pi_x^A \cdot \ddot{a}_{x+t}$$

2.3 Over50 : L'originalité d'une présentation dite « commerciale »

Regroupons dans un grand tableau (ci-dessous), le montant mensuel¹⁵ de la prime pure annuelle, en fonction du capital assuré (uniquement les montants multiples de 1000, de 1000€ à 15000€), et ce, pour tous les âges de souscription possibles (âges d'entrée en portefeuille (de 50 à 85 ans).

Capital assuré de 1000 en 1000				
Age	1 000	2 000	15 000
50	Primes pures mensuelles (nivelées)			
51				
52				
...				
83				
84				
85				

Tableau 11: Présentation des primes pures mensuelles par capital souscrit et par âge de souscription

Puis, comme on l'a vu précédemment, le montant de primes commerciales s'obtient en divisant chacune de ces primes par $1-\kappa$, sachant que κ est le taux de chargement moyen.

Or, l'équipe Marketing a proposé de présenter de façon claire et concise, aux futurs clients, les sommes assurées auxquelles ils ont droit, en fonction de la prime commerciale qu'ils versent, et en fonction de la tranche d'âge à laquelle ils appartiennent à la date de souscription, c'est-à-dire une présentation inversée.

Voici donc le tableau à présenter : les capitaux garantis auxquels les assurés ont droit en fonction de :

- en colonnes, les primes commerciales qu'ils versent (elles varient de 7€ à 150€)
- en lignes, les âges sont classés en 7 tranches d'étendue 5 ans.

Primes commerciales mensuelles				
Age	7	8	150
50-54	Capitaux assurés arrondis à la cinquantaine d'€			
55-59				
60-64				
65-69				
70-74				
75-79				
80-85				

Tableau 12: Présentation commerciale

Cette présentation non classique se propose de donner pour chaque prime commerciale reçue par l'assureur, arrondie à l'unité d'euro, le montant de capital assuré à verser au(x)

¹⁵ Les primes pures mensuelles sont obtenues en divisant les primes de risque annuelles par 12, car $f_m=0\%$.

bénéficiaire(s) en cas de sinistre, arrondi à la dizaine d'euro, selon les tranches d'âge données ci-dessus.

Pour obtenir le même capital assuré au sein d'une classe d'âge, la prime commerciale étant fixée, il faut considérer que le risque d'un âge donné est égal au risque de borne supérieure de la classe à laquelle il appartient.

Pour une prime commerciale donnée, le capital assuré auquel a droit un assuré âgé de 50 ans à la date de souscription doit être le même que celui auquel a droit un assuré âgé de 54 ans.

Le raisonnement est le même pour chaque classe d'âge.

Ainsi les assurés âgés de 50 à 54 ans à la souscription disposeront du même capital Ca_{54} , ceux de 55 à 59 ans d'un capital Ca_{59} , et ainsi de suite...



La tarification classique, c'est-à-dire le **calcul du taux de prime pure** annuelle, exposée précédemment, s'est fait **sans prise en compte de classe d'âge**. En effet, PA_x varie en fonction de l'âge de souscription x , comme le montre le tableau 10. Par contre, le calcul des **primes commerciales** exige une présentation « commerciale » **par tranches d'âges** (tableau 12).

=> Un tel objectif fixé par l'équipe marketing exige que l'équipe actuariat propose de **présenter des différentiels de primes commerciales décroissants par rapport au Capital assuré, et croissants par rapport à l'âge.**

2.3.1 Etude du sens de variation de la dérivée de la prime commerciale par rapport au capital

La méthode est très simple. Commençons par indiquer les notations qui nous utiliserons dans tout le paragraphe 2.3.

- **Formalisme mathématique**

x = âge de l'assuré

y = capital garanti en €

$\Pi''(x,y)$ = Prime commerciale en €, fonction de l'âge et du capital garanti

$P(x)$ = Taux de prime pure annuelle en %, fonction de l'âge mais indépendant du capital assuré

$\Pi(x,y)$ = Prime pure annuelle en €, fonction du capital assuré

$L(x,y)$ = Chargement en € (ajouté à la prime pure), fonction de l'âge et du capital assuré

La prime commerciale se décompose de la façon suivante :

$$\Pi''(x,y) = \Pi(x,y) + L(x,y)$$

$$\Pi''(x,y) = P(x).y + L(x,y)$$

Dérivée par rapport au capital assuré :

$$\frac{\partial \Pi''(x,y)}{\partial y} = P(x) + \frac{\partial L(x,y)}{\partial y}$$

N.B : Le taux de prime P_x représente en réalité le différentiel¹⁶ de prime pure par rapport au capital. C'est la fonction dérivée $\frac{\partial \Pi(x,y)}{\partial y}$, qui est une fonction constante par rapport au capital assuré. Elle ne dépend que de l'âge x .

BUT : On sait que la fonction représentant la prime commerciale par rapport au capital est concave. Elle est croissante mais présente une forme concave. Ainsi, pour un écart de capital assuré choisi (ex : 1000€), les variations correspondantes de prime commerciale décroissent avec le capital.

Par définition de la concavité, la fonction **dérivée** de la fonction « prime commerciale » doit être décroissante par rapport au capital assuré. Autrement dit, la dérivée seconde doit être négative : $\frac{\partial^2 \Pi''(x,y)}{\partial y^2} < 0$

Le taux de prime pure étant indépendant du capital, il est plus simple de raisonner sur les variations de chargements que sur les variations de prime commerciale.

Ainsi, la fonction représentant les chargements par rapport au capital est également concave. La dérivée de la fonction « chargements » doit être décroissante par rapport au capital assuré, donc $\frac{\partial^2 L(x,y)}{\partial y^2} < 0$.

Comment définir la fonction $\frac{\partial L(x,y)}{\partial y}$ de façon à obtenir le tarif le plus attractif possible (contrainte marketing) tout en intégrant une marge suffisante.

On peut décomposer la fonction dérivée $\frac{\partial L(x,y)}{\partial y}$ comme le produit d'une fonction $h(y)$ représentant les variations du taux chargement (en %), et la fonction $P(x)$ (en €).

$$\frac{\partial L(x,y)}{\partial y} = h(y).P(x)$$

La fonction h est une fonction que les actuaires se doivent de définir soigneusement.

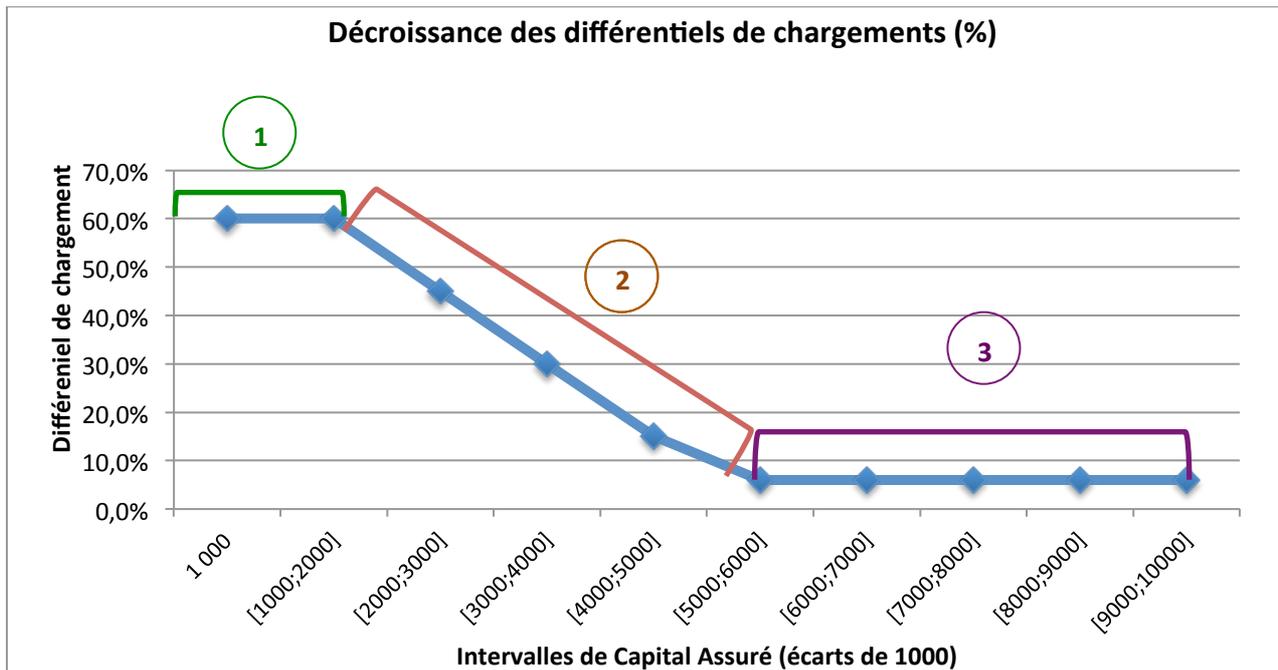
Etude de la fonction h :

En abscisse, on place les variations de capital assuré de 1000 en 1000.

En ordonnée, on représente à l'aide de la fonction h , les différentiels de chargements exprimés en pourcentage.

¹⁶ Différentiel= écart= saut, dans le cas discret et Différentiel= dérivée dans le cas continu

On observe clairement trois phases :



Graph 3: Représentation de l'évolution de la dérivée de chargements par rapport au Capital assuré

- 1 Pour les petits montants de capitaux assurés (1000€ ou 2000€), on garde le même taux de différentiel de chargement, (palier d'environ 60%), autrement dit un taux élevé, pour conserver une marge élevée sur les petits capitaux.
- 2 Pour les sommes assurées entre 2000€ et 6000€, on affiche une nette décroissance des différentiels de chargements. Il s'agit là d'une contrainte imposée par le Marketing. Le client, attentif aux variations de tarif d'un montant de capital à l'autre, sera plus enclin à souscrire à une somme assurée plus élevée si la variation de part de chargement dans la prime commerciale est nettement plus faible. On l'appelle cette portion le « sweet spot ».
- 3 Pour les sommes assurées élevées, c'est-à-dire supérieures à 6000€, le différentiel de chargement correspondant à 1000€ supplémentaire de capital assuré doit être faible mais non nul. Le palier observé indique une volonté d'afficher le même différentiel de chargement à partir de sommes assurées élevées.

Construction du tarif :

Il ne reste plus qu'à reconstruire le tarif, à partir des hypothèses prises pour h.

Le souscripteur choisit un montant de capital assuré $C=C_0$

La prime commerciale qu'il devra verser sera donnée par :

Cas continu : h est une fonction continue car le capital prend des valeurs réelles

$$\begin{aligned} \Pi''(x,y) &= \int_0^{C_0} \frac{\partial \Pi''(x,y)}{\partial y} dy = \int_0^{C_0} P(x) dy + \int_0^{C_0} \frac{\partial L(x,y)}{\partial y} dy \\ &= P(x) \cdot C_0 + P(x) \cdot \int_0^{C_0} h(y) dy = P(x) \cdot C_0 + L(x,y) \end{aligned}$$

Cas discret : h est une fonction discrète car le capital prend des valeurs entières uniquement (multiples de 1000, de surcroît)

$$\Pi''(x,k) = P(x).C_0 + \sum_{k=1}^{C_0/1000} 1000.h(1000k)$$

• **Application pratique dans Excel : (cas discret)**

Une fois les classes d'âges constituées, on applique la formule de PA_x **en prenant pour chaque âge de souscription x , l'âge correspondant à la borne supérieure de la tranche.** Ainsi q_{51} prend la valeur de q_{54} .

	50-54	55-59	60-64	65-69	70-74	75-79	80-85
Nx/Dx	19,30209	16,98999	14,60142	12,22286	9,92203	7,74151	5,50279
Mx+2/Dx	0,57921	0,62324	0,66454	0,69885	0,72223	0,72519	0,67367
qx excepté accident	0,00667	0,00966	0,01476	0,02334	0,03668	0,05893	0,11252
1 1qx excepté accident	0,00700	0,01012	0,01559	0,02442	0,03782	0,06034	0,10786
Taux de prime de risque annuelle	3,005%	0,03677	0,04571	0,05765	0,07396	0,09680	0,13352

Tableau 13 : Calcul des taux annuels de primes de risque par classe d'âge

On a un unique taux de prime pure annuelle par classe d'âge.

On construit alors le tableau des primes commerciales à régler par classes d'âges et par capital assuré (dont le montant est un multiple de 1000). Autrement dit, il s'agit d'un tableau qui reprend la présentation naturelle, mais avec des classes d'âges cette fois-ci.

	1 000	2 000	3 000	4 000	5 000	6 000	7 000	8 000	9 000	10 000
50-54	30,05	60,10	90,16	120,21	150,26	180,31	210,37	240,42	270,47	300,52
55-59	36,77	73,55	110,32	147,09	183,87	220,64	257,41	294,19	330,96	367,73
60-64	45,71	91,42	137,14	182,85	228,56	274,27	319,98	365,70	411,41	457,12
65-69	57,65	115,30	172,95	230,60	288,25	345,90	403,55	461,20	518,84	576,49
70-74	73,96	147,91	221,87	295,83	369,79	443,74	517,70	591,66	665,61	739,57
75-79	96,80	193,61	290,41	387,22	484,02	580,82	677,63	774,43	871,24	968,04
80-85	133,52	267,04	400,56	534,08	667,60	801,12	934,64	1 068,16	1 201,68	1 335,20

Tableau 14: Primes de risque annuelles

On en déduit les primes pures mensuelles en divisant simplement par 12, car il n'y a aucun frais de fractionnement mensuel sur ce produit.

	1 000	2 000	3 000	4 000	5 000	6 000	7 000	8 000	9 000	10 000
50-54	2,50	5,01	7,51	10,02	12,52	15,03	17,53	20,03	22,54	25,04
55-59	3,06	6,13	9,19	12,26	15,32	18,39	21,45	24,52	27,58	30,64
60-64	3,81	7,62	11,43	15,24	19,05	22,86	26,67	30,47	34,28	38,09
65-69	4,80	9,61	14,41	19,22	24,02	28,82	33,63	38,43	43,24	48,04
70-74	6,16	12,33	18,49	24,65	30,82	36,98	43,14	49,30	55,47	61,63
75-79	8,07	16,13	24,20	32,27	40,34	48,40	56,47	64,54	72,60	80,67
80-85	11,13	22,25	33,38	44,51	55,63	66,76	77,89	89,01	100,14	111,27

Tableau 15: Primes de risque mensuelles

On calcule ensuite le différentiel de prime pure mensuelle pour un ajout de 1000€ de capital assuré, pour une tranche d'âge donnée, en soustrayant pour une colonne donnée, la colonne qui la précède, dans le tableau ci-dessus.

Ex : pour la colonne [2000 ; 3000], la valeur de prime pure additionnelle correspondante est obtenue, à partir du tableau 1

5, en soustrayant pour chacun des tranches d'âge, le montant de prime pure mensuelle de la colonne 2000, au montant de prime pure mensuelle de la colonne 3000.

En d'autres termes, on évalue ce que « coûte » au souscripteur un montant de 1000€ supplémentaires de Capital assuré.

	1 000	2 000	3 000	4 000	5 000	6 000	7 000	8 000	9 000	10 000
50-54	2,50	2,50	2,50	2,50	2,50	2,50	2,50	2,50	2,50	2,50
55-59	3,06	3,06	3,06	3,06	3,06	3,06	3,06	3,06	3,06	3,06
60-64	3,81	3,81	3,81	3,81	3,81	3,81	3,81	3,81	3,81	3,81
65-69	4,80	4,80	4,80	4,80	4,80	4,80	4,80	4,80	4,80	4,80
70-74	6,16	6,16	6,16	6,16	6,16	6,16	6,16	6,16	6,16	6,16
75-79	8,07	8,07	8,07	8,07	8,07	8,07	8,07	8,07	8,07	8,07
80-85	11,13	11,13	11,13	11,13	11,13	11,13	11,13	11,13	11,13	11,13

Tableau 16: Différentiel de primes de risque mensuelles

⇒ On observe très nettement que pour une tranche d'âge, ce différentiel de prime pure est **constant**, quelque soit le capital assuré.

Classes d'âges	Ecart de prime
50-54	2,50
55-59	3,06
60-64	3,81
65-69	4,80
70-74	6,16
75-79	8,07
80-85	11,13

Tableau 16 bis : Un unique différentiel de prime mensuelle par classes d'âge

Ex : Un assuré dont l'âge à la date de souscription est compris dans la tranche 50-54 ans, devra verser 2,50€ supplémentaires de prime pure s'il désire être couvert pour 1000€ supplémentaire de capital assuré.

En ce qui concerne les montants de **chargements**, présentés par tranche d'âge et par capital assuré, on va d'abord calculer les différentiels de chargements. On fait l'hypothèse suivante : choisir un taux de chargement égal à 60% du différentiel de prime pure, pour les premiers 1000€, quelle que soit la tranche d'âge. C'est le point de départ.

	coefficient choisi	Δ chgt (%)
[0 ; 1 000]	1,00	60,0%
[1000;2000]	1,00	60,0%
[2000;3000]	0,75	45,0%
[3000;4000]	0,50	30,0%
[4000;5000]	0,25	15,0%
[5000;6000]	0,10	6,0%
[6000;7000]	0,10	6,0%
[7000;8000]	0,10	6,0%
[8000;9000]	0,10	6,0%
[9000;10000]	0,10	6,0%

Tableau 17: Des différentiels de chargement décroissants

Puis pour une tranche d'âge donnée, les différentiels de chargements, exprimés en % du différentiel de prime pure mensuelle se doivent d'être linéairement décroissants. Pour cela, on met en place des coefficients allant de 1,00 à 0,10, qui multipliés par 60%, permettent d'obtenir la décroissance voulue (2^{ème} colonne du tableau précédente).

En multipliant chacun des pourcentages précédents par le différentiel de prime pure correspondant de chaque classe d'âge, on obtient le tableau ci-dessous représentant les différentiels de chargements en euros.

	1 000	2 000	3 000	4 000	5 000	6 000	7 000	8 000	9 000	10 000
50-54	1,38	1,38	1,03	0,69	0,34	0,14	0,14	0,14	0,14	0,14
55-59	1,84	1,84	1,38	0,92	0,46	0,18	0,18	0,18	0,18	0,18
60-64	2,21	2,21	1,66	1,10	0,55	0,22	0,22	0,22	0,22	0,22
65-69	2,40	2,40	1,80	1,20	0,60	0,24	0,24	0,24	0,24	0,24
70-74	3,70	3,70	2,77	1,85	0,92	0,37	0,37	0,37	0,37	0,37
75-79	4,84	4,84	3,63	2,42	1,21	0,48	0,48	0,48	0,48	0,48
80-85	6,69	6,69	5,02	3,35	1,67	0,67	0,67	0,67	0,67	0,67

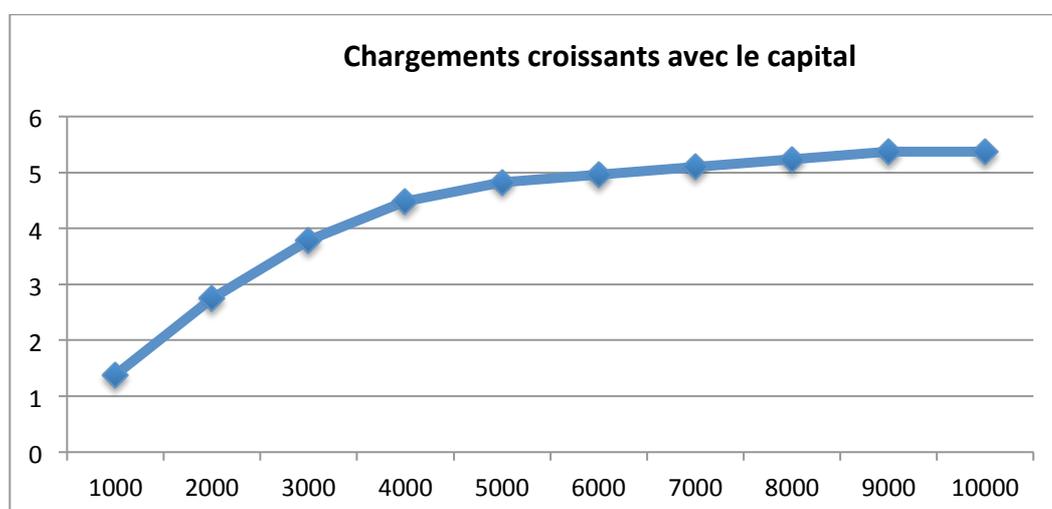
Tableau 18 : Différentiels de chargements exprimés en €

A partir de là, on peut connaître les montants de chargement mensuels. Il suffit de procéder par somme cumulée par chaque colonne.

Age	1 000	2 000	3 000	4 000	5 000	6 000	7 000	8 000	9 000	10 000
50-54	1,38	2,75	3,79	4,48	4,82	4,96	5,10	5,23	5,37	5,51
55-59	1,84	3,68	5,06	5,98	6,44	6,62	6,80	6,99	7,17	7,36
60-64	2,21	4,42	6,08	7,18	7,73	7,95	8,18	8,40	8,62	8,84
65-69	2,40	4,81	6,61	7,81	8,41	8,65	8,89	9,13	9,37	9,61
70-74	3,70	7,40	10,17	12,02	12,95	13,32	13,69	14,06	14,43	14,80
75-79	4,84	9,69	13,32	15,74	16,96	17,44	17,92	18,41	18,89	19,38
80-85	6,69	13,38	18,40	21,75	23,42	24,09	24,76	25,43	26,10	26,77

Tableau 19 : Chargements reconstitués, en €

On peut alors, pour une tranche d'âge donnée, tracer le graphe représentant les chargements (en €) en fonction du capital assuré. Cette fonction est bien croissante avec le capital. La forme concave obtenue confirme bien l'hypothèse de départ.



Graph 4: Représentation des chargements en fonction du Capital assuré, pour une classe d'âge fixée

Si on observe la variation de chargements pour un écart constant de 1000 de capital, on remarque que bien que les « sauts » sont de plus en plus petits, ce qui confirme bien la décroissance de la dérivée de la fonction chargements par rapport au capital assuré. On note cette fonction g.

Cette fonction représente la primitive de la fonction du graphe 1 précédent.

Les barres verticales rouges représentent les sauts de chargements pour 1000€ de plus de capital assuré.

Une fois connus les montants mensuels de chargements de chaque tranche d'âge et de chaque montant de capital assuré, il ne reste qu'à reconstituer les primes commerciales.

Age	1 000	2 000	3 000	4 000	5 000	6 000	7 000	8 000	9 000	10 000
50-54	3,88	7,76	11,30	14,49	17,34	19,98	22,63	25,27	27,91	30,55
55-59	4,90	9,81	14,25	18,23	21,76	25,01	28,25	31,50	34,75	38,00
60-64	6,02	12,04	17,50	22,42	26,78	30,81	34,84	38,87	42,90	46,93
65-69	7,21	14,41	21,02	27,02	32,43	37,47	42,52	47,56	52,61	57,65
70-74	9,86	19,72	28,66	36,68	43,76	50,30	56,83	63,36	69,90	76,43
75-79	12,91	25,82	37,52	48,01	57,29	65,84	74,39	82,94	91,50	100,05
80-85	17,82	35,64	51,78	66,25	79,05	90,85	102,64	114,44	126,24	138,03

Tableau 20 : Primes commerciales « reconstituées »

Exemple : pour un assuré d'âge 53 ans, ayant souscrit à un capital garanti de 2000€, la prime commerciale à payer est :

$$\begin{aligned} \Pi_{\text{com}}^{\text{mens}}(2000, 50-54) &= \Pi_{\text{com}}^{\text{mens}}(1000, 50-54) + \Delta\Pi^{\text{mens}}(50-54) + \Delta\text{Chgt}([1000;2000], 50-54) \\ &= 3,88 + 2,50 + 1,38 = 7,76 \text{ €} \end{aligned}$$

Ces primes commerciales sont ensuite arrondies à l'unité d'euro supérieure.

Age	1 000	2 000	3 000	4 000	5 000	6 000	7 000	8 000	9 000	10 000
50-54	4,00	8,00	12,00	15,00	18,00	21,00	24,00	27,00	30,00	33,00
55-59	5,00	10,00	15,00	19,00	23,00	27,00	30,00	33,00	36,00	39,00
60-64	6,00	12,00	17,00	22,00	26,00	30,00	34,00	38,00	42,00	46,00
65-69	8,00	15,00	22,00	28,00	33,00	38,00	43,00	48,00	53,00	58,00
70-74	10,00	19,00	28,00	36,00	43,00	50,00	57,00	64,00	71,00	78,00
75-79	13,00	26,00	38,00	49,00	59,00	68,00	77,00	86,00	95,00	104,00
80-85	18,00	36,00	52,00	67,00	81,00	94,00	106,00	118,00	130,00	142,00

Tableau 21 : Primes commerciales mensuelles arrondies à l'€ supérieur

Enfin, en ajoutant 3€ de prime additionnelle due aux services d'assistance, on aboutit aux tarifs finaux :

Age	1 000	2 000	3 000	4 000	5 000	6 000	7 000	8 000	9 000	10 000
50-54	7,00	11,00	15,00	18,00	21,00	24,00	27,00	30,00	33,00	36,00
55-59	8,00	13,00	18,00	22,00	26,00	30,00	33,00	36,00	39,00	42,00
60-64	9,00	15,00	20,00	25,00	29,00	33,00	37,00	41,00	45,00	49,00
65-69	11,00	18,00	25,00	31,00	36,00	41,00	46,00	51,00	56,00	61,00
70-74	13,00	22,00	31,00	39,00	46,00	53,00	60,00	67,00	74,00	81,00
75-79	16,00	29,00	41,00	52,00	62,00	71,00	80,00	89,00	98,00	107,00
80-85	21,00	39,00	55,00	70,00	84,00	97,00	109,00	121,00	133,00	145,00

Tableau 22 : Tarifs finaux incluant l'assistance

C'est cette table qui fait foi auprès des clients. On la retrouve dans les annexes p155.

2.3.2 Etude du sens de variation de la dérivée de la prime commerciale par rapport à l'âge

On utilise les mêmes notations qu'au 2.3.1 :

La prime commerciale se décompose comme précédemment:

$$\Pi''(x,y) = \Pi(x,y) + L(x,y)$$

$$\Pi''(x,y) = P(x).y + L(x,y)$$

La dérivée par rapport à l'âge est :

$$\frac{\partial \Pi''(x,y)}{\partial x} = y \cdot \frac{\partial P(x)}{\partial x} + \frac{\partial L(x,y)}{\partial x}$$

La fonction dérivée $\frac{\partial P(x)}{\partial x}$ est une fonction qui ne dépend que de l'âge x.

BUT : On sait que la fonction représentant la prime commerciale par rapport à l'âge est convexe. Elle est évidemment croissante. Ainsi, pour un écart d'âge donné (ex : 5 ans) les variations correspondantes de prime commerciale croissent avec l'âge.

Par définition de la convexité, la fonction **dérivée** de la fonction « prime commerciale » doit être croissante par rapport à l'âge. Autrement dit, la dérivée seconde doit être positive :

$$\frac{\partial^2 \Pi''(x,y)}{\partial x^2} > 0$$

2.3.3 Etude du sens de variation de la dérivée du capital assuré par rapport à la prime commerciale

- **Formalisme mathématique**

On utilise les mêmes notations qu'au 2.3.1 :

On y ajoute :

z = $\Pi_{com}(x,y)$ = Prime commerciale en €, fonction de l'âge et du capital garanti

g(y) = Taux de chargement, fonction du capital assuré, primitive de h.

Rappelons que $\frac{\partial L(x,y)}{\partial y}$ se décompose comme le produit de la fonction représentant le taux

de prime pure P(x) et d'une fonction h(y) :

$$\frac{\partial L(x,y)}{\partial y} = h(y).P(x)$$

h est en fait la dérivée par rapport au capital de la fonction g représentant le taux de chargements, croissante avec le capital et concave(cf graphe1 précédemment), et telle que :

$$L(x,y) = g(y).P(x)$$

Par contre h (c'est-à-dire g') est décroissante avec le capital. En effet, l'ajout de chargement diminue lorsque le capital augmente (cf graphe 2). La fonction h représente le différentiel du taux de chargements par rapport u capital y.

On redonne l'expression de la prime commerciale avec les notations ci-dessus:

$$z = \Pi_{\text{com}}(x,y) = P(x) \cdot y + P(x) \cdot g(y) = P(x) \cdot (y+g(y))$$

z s'exprime comme une fonction de x et y . On souhaite exprimer y comme une fonction de z , (on suppose x est fixé).

On sait que $z=f(y)$. On cherche la fonction réciproque $\varphi=f^{-1}$ telle que $y= \varphi(z)$.

A défaut d'obtenir l'expression explicite de φ , on peut connaître son sens de variation et celui de sa dérivée.

En effet, d'après une propriété mathématique sur les fonctions réciproques, f étant strictement monotone (croissante ici), sur un intervalle I , bijective de I sur $J=f(I)$, alors la réciproque f^{-1} strictement monotone de J sur I , de même sens de variation que f (ici croissante).

Ainsi φ est croissante de J sur I . Le capital y augmente bien avec la prime commerciale z .

Ainsi la dérivée est positive :

$$\frac{\partial y}{\partial z} = \varphi'(z) = (f^{-1}(z))' = \frac{1}{f' \circ f^{-1}(z)} = \frac{1}{f' \circ \varphi(z)}$$

Comme $f(y)= P(x) \cdot (y+g(y))$

Sa dérivée $f'(y)= P(x) \cdot (1+g'(y))$ est décroissante par rapport à y sur I , car g' est décroissante sur le même intervalle I .

φ est croissante avec z , donc composé avec f' , décroissante, on obtient un dénominateur décroissant avec z .

Par passage à l'inverse, **la dérivée de φ est finalement croissante avec z .**

$$\frac{\partial y}{\partial z} \text{ est croissante donc } \frac{\partial^2 y}{\partial z^2} > 0$$

On en conclut que la fonction φ , représentant le capital en fonction de la prime commerciale, est une fonction convexe sur J .

Cas particulier: Hypothèse sur g

Supposons que les chargements suivent un modèle polynomial de degré 2, coïncidant avec la croissance et la concavité de la fonction g .

Proposons alors une expression fonctionnelle de g , un polynôme de degré 2:

$$g(y)=ay^2+by+c$$

Or la condition $g(0)=0$ doit être vérifiée, avec $a<0$ et $b>0$ et $c<0$

On constate bien que la dérivée $g'(y)= 2ay+b$ qui est décroissante si $a<0$. Cependant on doit vérifier que sur un domaine de définition donné, g' est bien positive, afin d'impliquer la croissance de la fonction g .

Pour $y=0$, $g'(0)=b > 0$

$$g'(y)=0 \Leftrightarrow y = -\frac{b}{2a} \text{ avec } -\frac{b}{2a} > 0 \text{ car } a < 0$$

$$\text{et } g'(y) > 0 \Leftrightarrow 0 < y < -\frac{b}{2a}$$

Ainsi $\forall y \in \left[0; -\frac{b}{2a}\right]$, g' est positive, donc g est croissante sur ce même intervalle à valeurs

dans $\left[0; -\frac{b^2}{4a} + c\right]$ (donc positive également), car $g\left(-\frac{b}{2a}\right) = -\frac{b^2}{4a} + c > 0$

Après avoir modélisé les chargements, on pourra de la même manière attribuer une expression fonctionnelle à la prime commerciale z .

En effet :

$z = P(x) \cdot (y + g(y)) = a \cdot P(x) \cdot y^2 + (1+b) \cdot P(x) \cdot y + c$, ce qui est également un modèle polynomial de degré 2, où y est l'inconnue. La prime commerciale z s'exprime comme une simple fonction de y , c'est-à-dire $z = f(y)$.

En posant $A = a \cdot P(x)$ et $B = (1+b) \cdot P(x)$, et en appliquant le même raisonnement que pour la fonction g , à la fonction polynôme $f(y) = Ay^2 + By$, on peut affirmer que la dérivée f' (dérivée de la prime commerciale z par rapport au capital y) est décroissante et positive sur $I = \left[0; -\frac{1+b}{2a} P(x)\right]$, donc f est croissante sur ce même intervalle à valeurs dans $J = \left[0; -\frac{(1+b)^2}{4a} P^2(x) + c\right]$. Ce qui concorde bien avec le fait que la prime commerciale augmente avec le capital.

Comme précédemment, on cherche la fonction réciproque $\varphi = f^{-1}$ telle que $y = \varphi(z)$.

Remarque : En réalité $y = \varphi(x, z)$ mais la dépendance en fonction de x n'est pas prise en compte ici, car on a intégré $P(x)$ dans des constantes A et B , coefficients du polynôme $f(y)$.

A défaut d'obtenir l'expression explicite de φ , on peut connaître son sens de variation et celui de sa dérivée.

En effet, d'après une propriété mathématique sur les fonctions réciproques, f étant strictement monotone (croissante ici), sur un intervalle I , bijective de I sur $J = f(I)$, alors la réciproque f^{-1} strictement monotone de J sur I , de même sens de variation que f (ici croissante).

Ainsi φ est croissante de J sur I . Le capital y augmente bien avec la prime commerciale z .

Ainsi la dérivée est positive :

$$\frac{\partial y}{\partial z} = \varphi'(z) = (f^{-1}(z))' = \frac{1}{f' \circ f^{-1}(z)} = \frac{1}{f' \circ \varphi(z)}$$

Comme $f(y) = P(x) \cdot (y + g(y)) = a \cdot P(x) \cdot y^2 + (1+b) \cdot P(x) \cdot y = A \cdot y^2 + B y$

Sa dérivée est $f'(y) = 2Ay + B$, avec $A = a \cdot P(x)$ et $B = (1+b) \cdot P(x)$

$$\text{Donc } \frac{\partial y}{\partial z} = \frac{1}{2A\varphi(z) + B}$$

φ est croissante avec z , donc en multipliant par le coefficient négatif $2A$ (car $a < 0$), on obtient $2A\varphi(z)$ décroissante avec z .

Après ajout de la constante B , et passage à l'inverse, **la dérivée de φ est finalement croissante avec z .**

$$\frac{\partial y}{\partial z} \text{ est croissante donc } \frac{\partial^2 y}{\partial z^2} > 0$$

On en conclut que la fonction φ , représentant le capital en fonction de la prime commerciale, est une fonction convexe sur J .

Application :

On a supposé à la section précédente que les chargements représentés par la fonction g suivent un modèle polynomial de degré 2, d'inconnue y . Afin de confirmer ce choix d'hypothèse sur g , on procède à une vérification pratique.

La courbe de g' n'est pas linéaire pour l'ensemble des montants de capitaux souscrits. Elle est partagée en trois morceaux distincts (voir graphe 1) :

1 - lorsque le capital assuré d'une police est compris entre 0 et 2000€, le différentiel de chargement est constant, égal à 60%.

Autrement dit, si $y \in [0 ; 2000]$ alors $g'(y) = 60\%$

=> La **prime commerciale sur [0 ; 2000]** est :

$$\Pi_{\text{com}}(x, y) = P(x)(y + 60\% \cdot y)$$

2 - lorsque le capital assuré d'une police est compris entre 2000€ et 6000€, le différentiel de chargement est linéaire et décroissant.

Autrement dit, si $y \in [2000 ; 6000]$ alors $g'(y) = 2ay + b$ avec $a < 0$, donc $g(y) = ay^2 + by + c$

=> La **prime commerciale sur [2000 ; 6000]** est :

$$\Pi_{\text{com}}(x, y) = P(x)(y + ay^2 + by + c)$$

Déterminons les valeurs de coefficients a et b .

Pour un capital $y = 2000$, $g'(2000) = 2a \cdot 2000 + b = 60\%$

Pour un capital $y = 6000$ €, $g'(6000) = 2a \cdot 6000 + b = 6\%$

Ce système a pour solutions : $a = -0,0068\%$ et $b = 87\%$

Au point $y = 2000$, les morceaux 1 et 2 de la courbe se croisent, et $g'(2000) = 60\%$

La prime commerciale en ce point est telle que : $P(x)(y + 60\% \cdot y) = P(x)(y + ay^2 + by + c)$

avec $y = 2000$. Ce qui nous permet de calculer la valeur de c : $c = -268$

La prime commerciale est alors : $\Pi_{\text{com}}(x,y) = P(x) \left(-\frac{0,0068}{100} \cdot y^2 + \frac{187}{100} y - 268 \right)$

3 - lorsque le capital assuré d'une police est compris entre 6000€ et 10000€, le différentiel de chargement est constant, égal à 6%.

Autrement dit, si $y \in [6000 ; 10000]$ alors $g'(y) = 6\%$.

=> La **prime commerciale sur [6000 ; 10000]** est :

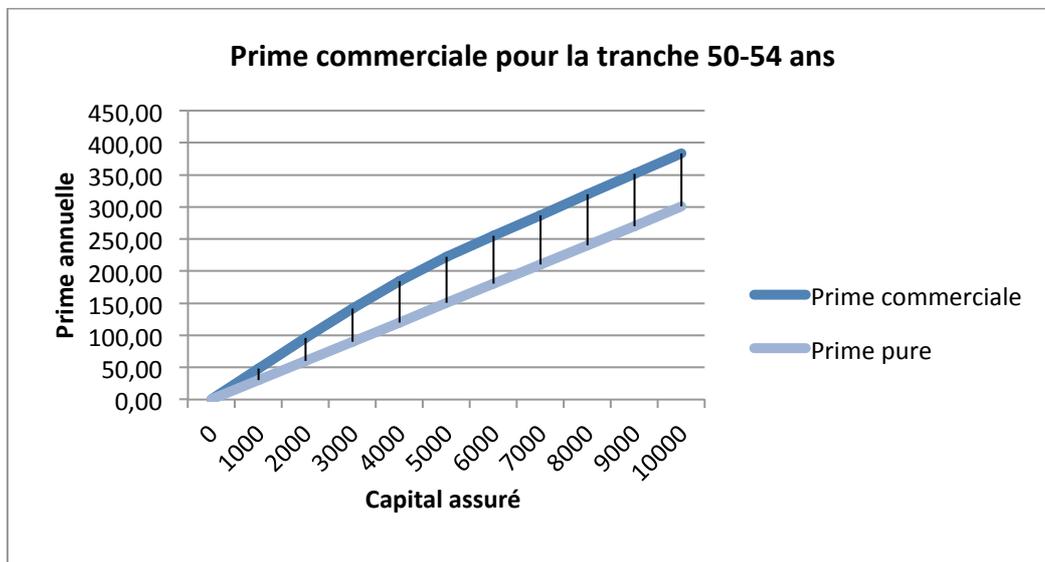
$$\Pi_{\text{com}}(x,y) = P(x)(y + 6\%.y)$$

Au point $y=6000$, les morceaux 2 et 3 de la courbe de g' se croisent.

La prime commerciale en ce point est telle que : $P(x)(y + 6\%.y + d) = P(x)(y + ay^2 + by + c)$

avec $y=6000$. Ce qui nous permet de calculer la valeur de d : $d=2144$

Représentons graphiquement la prime commerciale en fonction du capital assuré, pour une tranche d'âge donnée (ex : les 50-54 ans) :



Graph 5 : Représentation de la prime commerciale en fonction du capital garanti

- **Application Excel**

Objectif : à partir du tableau précédent présentant les tarifs mensuels finaux (tableau 22), il faut aboutir à une présentation « commerciale » (tableau 12)

Il doit exister une parfaite cohérence entre ces deux tableaux.

On peut reconstituer le montant de capital assuré auquel l'assuré a droit, pour une prime donnée versée, arrondie à l'euro et pour une tranche d'âge donnée, afin d'obtenir une première version de la présentation commerciale.

On veut calculer le différentiel de capital assuré pour 1€ de prime mensuelle supplémentaire, pour toutes les valeurs unitaires de la prime commerciale de 7€ à 150€ mensuels. Cela revient à calculer la pente de la tangente au point z.

Ex : Pour un capital de 1000€, qui correspond à une prime commerciale de 8€, pour la

tranche 55-59 ans. (Se reporter au tableau 22.)

Dans un repère d'abscisse la prime commerciale unitaire, et d'ordonnée, le capital assuré, la droite formée par les points (8;1000) et (13;2000) a pour pente : $(2000-1000)/(13-8) = 200€$

=> Interprétation : Pour un capital assuré de 1000€, le passage à 2000€ coûte en prime commerciale à l'assuré 5€ supplémentaires. Ainsi s'il paye 1€ de prime additionnel, il aura droit à 250€ supplémentaires de capital assuré.

En arrondissant à la dizaine d'euro inférieure, on obtient alors :

Age	1 000	2 000	3 000	4 000	5 000	6 000	7 000	8 000	9 000	10 000
50-54	250,00	250,00	330,00	330,00	330,00	330,00	330,00	330,00	330,00	250,00
55-59	200,00	200,00	250,00	250,00	250,00	330,00	330,00	330,00	330,00	200,00
60-64	160,00	200,00	200,00	250,00	250,00	250,00	250,00	250,00	250,00	160,00
65-69	140,00	140,00	160,00	200,00	200,00	200,00	200,00	200,00	200,00	140,00
70-74	110,00	110,00	120,00	140,00	140,00	140,00	140,00	140,00	140,00	110,00
75-79	70,00	80,00	90,00	100,00	110,00	110,00	110,00	110,00	110,00	70,00
80-85	50,00	60,00	60,00	70,00	70,00	80,00	80,00	80,00	80,00	50,00

Tableau 23 : Différentiels de capitaux assurés

On obtient le tableau des différentiels de capital en fonction des tranches d'âges et des primes commerciales.

Il suffit ensuite de reconstituer les capitaux assurés, par de simples sommes cumulées, pour déterminer les capitaux finaux, arrondis à la dizaine d'euro, donnés en fonction des classes d'âge et des primes commerciales, comme le souhaite l'équipe marketing.

La cohérence espérée est bien vérifiée, ce qui valide l'intérêt de cette méthode innovante de tarification pour une garantie Vie entière, telle qu'Over50.

2.3.4 Etude du sens de variation de la dérivée du capital assuré par rapport à l'âge

En reprenant les notations précédentes, de l'expression de la prime commerciale z,

$$z = P(x).y + P(x).g(y) = P(x).(y+g(y)) = P(x). \phi(y)$$

où $\phi(y) = y+g(y) = ay^2 + (b+1)y$, fonction croissante avec y, avec $a < 0$ et $b > 0$

nous pouvons déduire que :

$$y = \Phi^{-1}\left(\frac{z}{P(x)}\right)$$

On calcule la dérivée :

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{1}{\Phi'\left(\Phi^{-1}\left(\frac{z}{P(x)}\right)\right)}$$

D'après la propriété sur les fonctions réciproques utilisée précédemment :

Comme ϕ est croissante sur $I = \left[0; -\frac{1+b}{2a}\right]$ donc ϕ^{-1} est croissante sur $\phi(I) = J$.

On cherche à étudier le sens de variation de $\frac{\partial y}{\partial x}$.

Quand x augmente, le taux de prime pure $P(x)$ augmente, puis par passage à l'inverse,

La quantité $\frac{z}{P(x)}$ est bien décroissante avec x , ($z > 0$).

Puis en composant avec la fonction réciproque Φ^{-1} croissante, la quantité $\Phi^{-1}\left(\frac{z}{P(x)}\right)$ est décroissante avec x .

En composant maintenant cette quantité avec Φ' , décroissante, on obtient :

$2a\Phi^{-1}\left(\frac{z}{P(x)}\right) + (1+b)$ qui change le sens de variation de $\Phi^{-1}\left(\frac{z}{P(x)}\right)$, car $a < 0$

Donc $2a\Phi^{-1}\left(\frac{z}{P(x)}\right) + (1+b)$ est croissante avec x . Enfin par passage à l'inverse,

$\frac{1}{\Phi'\left(\Phi^{-1}\left(\frac{z}{P(x)}\right)\right)}$ est décroissante avec x .

Conclusion : $\frac{\partial y}{\partial x}$ est décroissante par rapport à x , ce qui s'interprète de la façon suivante :

Pour une prime commerciale z fixée, plus l'âge de l'assuré augmente, plus le différentiel de capital garanti diminue.

L'application Excel sur les tarifs d'Over-50 France est présentée en Annexe.

2.4 Tarification du produit Accidental Plan

2.4.1 Accidental Plan : une garantie contre les conséquences des accidents

Ce contrat a pour objet d'indemniser et de porter assistance aux personnes assurées ou à leurs bénéficiaires, en cas d'accident de la vie privée, dans le cas de préjudices corporels, économiques ou moraux, dès lors que l'accident entraîne :

- Le décès
- L'invalidité totale et permanente (correspondant à un taux de déficit fonctionnel total et permanent, supérieur à 66%)
- L'hospitalisation

« Plan Accident » a été pensé pour répondre à la situation individuelle et aux besoins de des proches. C'est pourquoi trois formules et trois niveaux de capital assuré et 3 niveaux de forfait journalier d'hospitalisation sont proposés à l'assuré, à combiner au choix.

Les trois formules de souscription mises en place sont les suivantes:

- une formule « single » : la garantie ne porte que sur une seule tête
- une formule « duo » : la garantie porte sur un couple, ou un parent célibataire avec un enfant, donc sur deux têtes.
- une formule « famille » : la garantie porte sur une famille (deux adultes avec enfant(s)) donc sur plus de deux têtes.

(Les enfants de 12 à 18 ans sont automatiquement couverts au même titre que les parents, et s'ils sont étudiants, ils sont couverts jusqu'à 25 ans au plus. Si l'enfant a moins de 12 ans, le capital maximal sera de 5000€)

Dans le cas d'une souscription famille, l'âge minimal de couverture décès des enfants est de 5 ans.

Pour calculer les tarifs « Duo » et « Famille », on applique aux tarifs « single », respectivement des coefficients multiplicatifs que l'on applique pour toutes les garanties sur les différents montants de capital assuré et de forfait journalier.

- Le coefficient de la formule « Duo » a été choisi égal à **1,8** :

En effet, doubler le tarif ne serait pas judicieux. Utiliser les principes de tarification sur deux têtes n'est pas le parti pris par FamilyProtect, préférant des méthodes plus simples. Ainsi, en supposant que le tarif individuel s'applique à un assuré de sexe masculin, la deuxième tête sur laquelle porte le contrat est soit:

- **le conjoint**, généralement une femme. Or les femmes ont généralement un taux de décès accidentel environ trois fois plus faible que les hommes.

En ce qui concerne le décès, nous disposons des statistiques décès Hommes / Femmes pour toutes les classes d'âges et donc de leur taux de décès par âge et par sexe. (cf Annexe).

Pour une population d'assurés constituée, tous âges confondus, à 90% d'hommes et 10% de femmes (distribution prudente) le taux de décès accidentel SINGLE est de : 0,040%

Le taux de décès du couple est : 0,056%. Ainsi on remarque bien que le rapport DUO/SINGLE est inférieur à 2 ! Il est environ égal à 1,4. Par mesure de prudence, le coefficient 1,8 sera adopté.

- **un enfant** (de moins de 18 ans), dont le taux de décès accidentel est généralement inférieur de moitié à celui de l'assuré principal ! Le choix du coefficient 1,8 est

donc toujours très prudent.

- Le coefficient de la formule « Family » a été choisi égal à **2,2** :

Une famille a généralement 2 enfants. On considère que le taux d'accidents mortels de ces derniers représente 1/3 de celui des parents. Le taux de décès accident d'une famille « standard » est environ égal à 1,9 d'après les statistiques officielles. On fait une nouvelle preuve d'une grande prudence en choisissant un coefficient égal à 2,2.

Les caractéristiques d'Accidental plan sont regroupées dans le tableau ci-dessous :

		Plan accident		
		Décès	Incapacité	Hospitalisation
Type de contrat		Individuel, couple, famille		
Type de couverture		Décès accidentel	Incapacité accidentelle (taux ITP>66%)	Hospitalisation causée par un accident
Distribution		Direct		
Durée de couverture		1 an renouvelable par tacite reconduction		1 an renouvelable par tacite reconduction (en réalité 364 jours de couverture)
Délai de carence		non		2 jours
Age de souscription	min	18		18
	max	70		70
Age limite de couverture		75		75
Capital assuré	montant min	25 000 €		15€/j
	montant intermédiaire	50 000 €		30€/j
	montant max	75 000 €		45€/j
Taux d'incidence nationaux		0,0466%	inconnu	10,347%
Caractéristiques de tarification	Marge de sécurité	10%	-	25% de l'écart-type
	Taux de prime finaux	$R_d = 0,051\%$	$R_{IPT} = 0,103\%$	$R_H = 39,37\%$
Prestations		Paiement d'un capital fixe en cas de décès suite à un accident de la vie privée. Attention: En cas de décès consécutif à un accident de transports de commun, la somme assurée est triplée. ¹⁷	Paiement d'un capital fixe en cas d'incapacité totale et permanente suite à un accident de la vie privée	Paiement d'un forfait journalier après un délai de carence de 2 jours.
Assistance		Incluse (service délégués à Axa assistance) La prime assistance mensuelle est de 2€ quel que soit le capital assuré pour la formule single mais pour les formules duo et family, les montants sont variables en fonction du capital assuré.		

Tableau 4 : Caractéristiques principales du produit Accidental Plan

¹⁷ L'indemnisation a lieu si l'accident de transport public en question est un accident survenu à l'assuré comme passager d'un moyen de transport collectif et public, excluant ainsi son véhicule personnel.

En termes de prestations, l'assureur s'engage à verser :

- Un capital fixe (on distingue les trois niveaux de capital: 25000€, 50000€ et 75000€), en cas de décès ou d'incapacité totale et permanente, suite à un accident de la vie privée¹⁸.
- Une indemnité forfaitaire journalière (15€, 30€, 45€), après un délai de carence de 2 jours, dans la limite de 364 jours de couverture, en cas d'hospitalisation suite à un accident de la vie privée.

De surcroît, un même fait générateur **ne peut donner lieu** à l'indemnisation cumulée du décès et de l'invalidité. Un accident qui engendre l'invalidité puis un décès ayant pour cause le même fait générateur ne donne droit au versement que de la première des deux prestations.

Remarque : Ce produit ne présente aucune provision technique, le contrat étant d'une durée d'un an seulement. Il n'y a pas de possibilité de rachat ou de réduction du contrat par le souscripteur, ni de participation aux bénéfices.

2.4.2 Méthode de tarification par taux d'incidence

Les notations qui vont être utilisées pour le calcul de la prime commerciale sont :

R_d = taux d'incidence du décès due à l'accident de la vie privée

R_{IPT} = taux d'incidence de l'Incapacité Permanente et Totale suite à l'accident de la vie privée

R_H = taux d'incidence de hospitalisation suite à l'accident de la vie privée

Ca = Capital assuré en décès et invalidité

H = Forfait journalier d'hospitalisation

		Plan accident		
		Décès	Invalidité	Hospitalisation
Charges forfaitaires sur prime tarifaire		$F_d=0€$	$F_i=0€$	$F_h=0€$
Charges en % de la prime tarifaire	$Ca=25K$	$c_{1d}=25\%$	$c_{1i}=20\%$	$c_{1h}=20\%$
	$Ca=50K$	$c_{1d}=25\%$	$c_{1d}=25\%$	$c_{1d}=30\%$
	$Ca=75K$	$c_{1d}=25\%$	$c_{1d}=25\%$	$c_{1d}=30\%$
Coût de fractionnement mensuel de la prime		$fm=0\%$	$fm=0\%$	$fm=0\%$
Taxe sur la prime commerciale		$t=9\%$	$t=9\%$	$t=9\%$

Tableau 5: Notations Accidental Plan

La tarification est **indépendante de l'âge de l'assuré**. On n'utilise donc pas de table de mortalité ici mais des taux d'incidence, c'est-à-dire la probabilité d'occurrence de l'événement accidentel indésirable.

Afin de connaître ces probabilités d'occurrence, il nous a fallu chercher des statistiques nationales d'accidentologie, sur Internet, dans la base de données «eurostat.ec.europ».

Explication de la construction des taux d'incidence de chaque garantie

Les taux d'incidence sont basés sur les taux d'expérience évalués dans le cadre de la tarification du Plan Accident national pour le décès et l'invalidité. Une marge supplémentaire de sécurité sera ajoutée afin d'obtenir les taux d'incidence finaux.

¹⁸ En effet, les accidents de la vie privée comprennent les accidents domestiques, de loisirs ou de circulation. Les accidents de travail ne sont pas couverts par cette garantie.

➤ Eléments statistiques de fixation du tarif décès

La référence du produit Plan Accident belge donne un taux de prime de 0,047%, taux contenant déjà une marge de 10%. Compte tenu de la similarité des marchés, le taux de prime utilisé sera basé sur le taux belge et inclura une marge supplémentaire de 10%, soit un taux de 0,051%.

Causes de décès - Taux de mortalité standardisé (pour 100 000 habitants) (Données annuelles)

ICD10: Causes externes de morbidité et mortalité (V0189)

Année	2009	2008	2007	2006	2005	2004	2003	2002	2001
Taux brut		0,0443%	0,0449%	0,0463%	0,0485%	0,0491%	0,0544%	0,0548%	0,0558%

Le taux d'incidence brut retenu est la moyenne des taux de 2004 à 2008, soit 0,0466%
Après intégration de la marge de sécurité de 10%, le taux final retenu est : 0,051%

Pourquoi avoir retenu le taux moyen? D'après la série statistique ci-dessus, les taux bruts diminuent progressivement chaque année. Le maximum de cette série (0,0558%) serait trop élevé et plus tellement d'actualité. La moyenne de ces taux reste cependant très prudente, car il y a une faible volatilité, c'est pourquoi elle apparaît comme un choix judicieux.

➤ Eléments statistiques de fixation du tarif invalidité

Les données concernant l'invalidité accidentelle en France étant manquantes, on considère que le taux d'incidence final retenu est le double du taux d'incidence décès, soit 0,103%. Ce taux tient déjà compte d'une marge de sécurité.

➤ Eléments statistiques de fixation du tarif hospitalisation

Cette couverture en cas d'hospitalisation est tarifée de manière particulièrement prudente, compte tenu de la volatilité dont elle fait l'objet et observée dans l'expérience AXA.

Source : Eurostat

http://epp.eurostat.ec.europa.eu/portal/page/portal/health/public_health/data_public_health/database

(1) Nombre de patients hospitalisés pour au moins une nuit suite à un accident

Population française :

AGE: Total

UNIT: Patients hospitalisés pour au moins une nuit pour 100 000 habitants

SEX: Total

ICD10: Lésions traumatiques, empoisonnements et certaines autres conséquences de causes externes (S00-T98)

Année	2008	2007	2006	2005	2004	2003	2002	2001	2000
Nb hospitalisations	1338,3	1396,7	1424,2	1460,7	1469,8	1506	1616,3	1705,6	1767,1

Taux d'incidence par année :

Année	2008	2007	2006	2005	2004	2003	2002	2001	2000
Taux brut (N)	1,34%	1,40%	1,42%	1,46%	1,47%	1,51%	1,62%	1,71%	1,77%

Les statistiques françaises d'hospitalisation de 2000 à 2008 montrent un nombre maximal d'hospitalisations pour cause d'accident égal à 1,77%.

Dans ce cas, il est plus judicieux de choisir le maximum de ces taux ici, car le produit Accidental Plan s'adresse également à des sportifs amateurs (voir paragraphe suivant), dont le taux d'hospitalisation est globalement doublé !

Nous supposons que la loi du nombre d'hospitalisations N est une loi de Poisson de variance égale à 1,77% :

N = nombre total d'accidents entraînant une hospitalisation (par an et par individu)

$$E(N)=1,77\%$$

$$\text{Var}(N)=1,77\%$$

(2) Durées moyennes d'hospitalisation par jour et par accident

Population française :

AGE: Total

UNIT: Durée moyenne de séjour des patients hospitalisés (en jours)

SEX: Total

ICD10: Lésions traumatiques, empoisonnements et certaines autres conséquences de causes externes

Année	2008	2007	2006	2005	2004	2003	2002	2001	2000
Durée d'hospitalisation(X)	5,3	5,6	5,7	5,8	6	6,1	6,2	6,1	5,9

La durée d'hospitalisation moyenne retenue correspond à la moyenne des données de la série 2000 à 2008, soit 5,9 jours.

X = durée (nombre de jours) d'hospitalisation par accident (par an et par individu)

$$E(X)=5,9$$

$$\text{Var}(X)=41,98$$

Pour connaître le nombre de jours moyens d'hospitalisation par individu et par an, on adopte un **modèle collectif (ou fréquence coût)** de N hospitalisations. On retient alors le résultat global du groupe de N accidents (qui entraînent une hospitalisation)

Soient X_1, X_2, \dots, X_N , la suite des variables aléatoires représentant les durées d'hospitalisation.

(3) Taux d'incidence retenu final

Y = durée cumulée d'hospitalisation (par an pour un individu, tous accidents en cause)

$$Y = \sum_{i=1}^N X_i$$

Hypothèses :

- i) N, X_1, X_2, \dots, X_N sont des variables aléatoires indépendantes
- ii) Les X_i sont indépendantes identiquement distribuées (de même loi que X)
- iii) $P(X=0)=0$

Le nombre de jours moyens d'hospitalisation par individu et par an est donc : $1,77 \% \times 5,9 = 10,35 \%$, auquel nous ajoutons une marge de sécurité égale à 25 % de l'écart-type estimé.

On a donc :

$$E(Y) = E(N)E(X) = 1,77 \% \times 5,9 = 10,35\%.$$

$$\Leftrightarrow$$

$$\sigma(Y) = \sqrt{E(N) \cdot \text{Var}(X) + \text{Var}(N) \cdot E(X)^2} = 116,09\%$$

$E(Y)$ est le taux de risque moyen (« risk rate »), mais ce n'est pas le taux final que l'on retiendra.

Le taux d'incidence retenu tient compte d'une large marge de sécurité égale à 25 % de l'écart-type estimé soit :

$$R_h = E(Y) + 25\% \cdot \sigma(Y)$$

$$\Leftrightarrow$$

$$R_h = E(X) \cdot E(N) + 25\% \cdot \sqrt{E(N) \cdot \text{Var}(X) + \text{Var}(N) \cdot E(X)^2} = 39,37\%$$

Ces taux d'incidence explicités ci-dessus sont ici des taux de prime annuelle.

Détermination des primes commerciales annuelles et mensuelles

- La prime de risque annuelle (pure) est donnée par:

$$\Pi = (R_d + R_{ITP}) \times C_a + R_H \times H$$

- La prime commerciale TTC annuelle est :

$$\Pi_{\text{com}} = \left[\left(\frac{R_d}{1 - c_{1d} - c_{2d}} + \frac{R_{ITP}}{1 - c_{1i} - c_{2i}} \right) \cdot C_a + F_d + F_i + \frac{R_H}{1 - c_{1h} - c_{2h}} \cdot H \right] \cdot (1 + t_d)$$

- La prime commerciale TTC mensuelle est :

$$\Pi_{\text{com,m}} = \frac{1 + f_m}{12} \cdot \Pi_{\text{com}}$$

Ces montants de prime commerciale sont arrondis au demi-euro immédiatement supérieur.

Prime d'assistance

La prime correspondant à l'assistance est une prime constante de 24 € annuels pour la formule single, pour toutes les garanties (2 € mensuels), qui vient s'ajouter à la prime de la garantie principale.

Pour les formules duo et famille, le tarif varie en fonction du capital assuré :

	25 000€	50 000€	75 000€
SINGLE	2,00€	2,00€	2,00€
DUO	3,70€	3,50€	3,60 €
FAMILY	4,30€	4,50€	4,40€

Exemples de tarifs

Pour des sommes assurées moyennes cibles de $C_a = 50\,000$ € et $H = 30$ €/j, les primes commerciales annuelles et mensuelles, exprimées en € sont :

Risque	Prime pure	Prime commerciale annuelle TTC hors assistance	Prime commerciale mensuelle TTC hors assistance	Prime commerciale mensuelle TTC avec assistance
Décès	28,50	36,50	3,50	5,50
ITP	60,00	76,50	7,00	9,00
Hospitalisation	13,14	17,00	1,50	3,50
Total	101,64	130,00	12,00	14,00

Tableau 6 : Exemple de prime commerciale ventilée

La ligne « total » concerne un assuré qui aurait souscrit à l'ensemble des trois garanties.

2.4.3 Cas particulier : Un produit Accident adapté aux fédérations sportives

FamilyProtect est habilité à opérer sur l'Europe entière en franchise de service. Ainsi, les solutions proposées et distribuées en marque blanche par les réseaux de vente des partenaires, permettent aux marques d'enrichir et de différencier leur offre. Elle propose des services clé en main et sur mesure qui permettent à ses partenaires de créer un nouveau centre de profit rapidement et facilement.

C'est dans cette optique, qu'un partenariat de distribution d'assurance auprès de diverses fédérations sportives a été mis en place.

En effet, les fédérations sportives opèrent dans un contexte difficile (Baisse des subventions publiques et Diminution du sponsoring de entreprises privées), ce qui entraîne une recherche de revenus complémentaires. L'assurance répond parfaitement à ce besoin, c'est-à-dire un Besoin de protection complémentaire pour les adhérents et les bénévoles, ainsi qu'une source de revenus récurrents pour les fédérations.

De plus, les sites internet des fédérations sont bien fréquentés par les adhérents.

Le produit le mieux adapté à ces sportifs (bénévoles et licenciés) est « Protection Accident ». Cette assurance est une couverture en cas d'accident, notamment s'il intervient lors de la pratique d'un sport en amateur, qui s'adresse à tous de 18 à 70 ans.

Résultats de statistiques sur l'accidentologie des sportifs :

Après des recherches conséquentes sur les statistiques nationales d'accidentologie des sportifs, on peut affirmer que ces sportifs amateurs ou licenciés n'ont pas significativement plus d'accidents (bénins, graves, ou mortels) que la moyenne nationale, calculée sur huit ans. En ce qui concerne les accidents mortels, on a estimé qu'il y a 0,0498% de décès par accident de la vie courante (notés AcVC), soit 3,6% de la mortalité totale. Ces accidents comprennent, comme vu précédemment, les accidents domestiques, de sport, de loisir et de circulation. On ne trouve pas de statistiques suffisamment parlantes en ce qui concerne l'invalidité accidentelle des sportifs. Par contre, on sait que 19% des AcVC sont des accidents de sports, nécessitant un recours aux urgences hospitalières, soit 91 000 personnes par an.

Dans le cas de l'hospitalisation, une remarque intéressante est à faire :

Les sportifs sont généralement victimes d'un nombre plus élevé d'accidents **avec recours à une hospitalisation** (par an et par individu) que celui de la population nationale : $E(N) = 3\%$ au lieu de 1,5%.

Donc on pourrait penser que le taux d'incidence moyen R_h décrit au paragraphe est plus important.

Or ce n'est pas le cas, car si les sportifs (amateurs ou licenciés) sont effectivement hospitalisés plus souvent, en revanche la durée moyenne de chaque hospitalisation (par an et par individu) est moindre : $E(X) = 3$ jours (au lieu de 6 pour la population générale).

Ainsi $E(Y)$ étant le produit de $E(X)$ et de $E(N)$, qui se compensent, c'est pourquoi on trouve un taux d'incidence d'hospitalisation accidentelle pour une population de sportifs environ égal à celui de la population nationale.

Ainsi, le taux d'incidence de l'hospitalisation accidentelle des sportifs est $E(N) = 3,01\%$. Leur séjour à l'hôpital est d'environ 3,5 jours, d'où un risk rate d'environ 10,5%, donc très proche de celui obtenu pour une population générale.

Ainsi ces sportifs amateurs constitueront une nouvelle cible de clientèle pour le produit Accidental plan. De plus, ce produit ne couvre pas seulement les accidents issus d'une pratique sportive, mais l'ensemble des accidents de la vie courante.

D'un point de vue marketing, cette garantie accidents considérée comme un produit adapté aux sportifs licenciés ou amateurs, sera désignée par le terme « Protection Accident ».

Il permet de disposer d'un capital pour faire face en cas d'hospitalisation et/ou d'invalidité suite à un accident. Ainsi, l'assuré bénéficie :

- d'une indemnité journalière en cas d'hospitalisation
- et/ou du versement d'un capital (25, 50 ou 75k€) dans le cas d'invalidité permanente (supérieure à 66%). Ce capital est doublé si l'accident est lié aux **transports publics**.
- et/ou du versement d'un capital (25, 50 ou 75k€) dans le cas du décès accidentel. **Ce capital est triplé si l'accident est lié aux transports publics.**

Cette assurance inclut également une partie « Assistance », sans supplément, qui comprend notamment le rapatriement en cas d'accident. On retrouve également les trois

formules (single, couple, famille) et les trois niveaux de capital assuré. L'assuré peut modifier la formule et le niveau de garantie choisis. Selon le niveau de couverture, 1 à 3 mois gratuits seront offerts à l'assuré.

FamilyProtect propose donc un mode de commercialisation à coût marginal dans un premier temps, grâce à des modules de vente internet intégrés aux sites des fédérations.

Il sera proposé une rémunération à la fédération partenaire, en guise de récompense pour le développement de son portefeuille client et la fidélité des licenciés et bénévoles.

La commercialisation sous la marque « FamilyProtect – une compagnie du groupe AXA » permettra la mise en place d'un modèle économique favorisant la récurrence des revenus pour la fédération.

Le modèle économique en question propose deux niveaux de rémunération :

- *Au niveau des nouveaux contrats* : la rémunération est proportionnelle au nombre de nouveaux contrats vendus (sous réserve d'un temps de présence en contrat minimal de l'affilié de 6 mois)

Le niveau est fixé à 10€ et les versements sont effectués annuellement à date anniversaire ou au 31 décembre. Si les volumes dépassent 500 contrats par trimestre, un règlement trimestriel peut être envisagé.

- *Au niveau de la Fidélité* : la rémunération est proportionnelle aux primes totales perçues par l'assureur à partir du portefeuille complet.

Le niveau est fixé à 3% et le règlement est effectué sur une base trimestrielle.

Prenons un exemple avec les hypothèses suivantes :

Nombre de nouveaux contrats par an : 1 000

Prime annuelle moyenne perçue : 120 €

Taux annuel de désistement annuel : 20%

	Année 1	Année 2	Année 3	Année 4	Année 5
Nouveaux contrats	1 000	1 000	1 000	1 000	1 000
Contrats en cours	1 000	1 800	2 450	2 950	3 350
Prime totale Perçue	120 000	216 000	294 000	354 000	402 000
Rémunération des nouveaux contrats	10 000	10 000	10 000	10 000	10 000
Rémunération Fidélité	3 600	6 480	8 820	10 620	12 060
Total Rémunération fédération	13 600	16 480	18 820	20 620	22 060

Tableau 7 : Evolution du nombre de contrats, des primes perçues, et de la rémunération de la fédération

Le modèle apporte rapidement et de façon constante une rémunération conséquente à la fédération, dès l'année 1.

Partie II

II. Consommation de trésorerie et stratégie d'appétit pour le risque

Chapitre 1

Etude théorique des mécanismes financiers d'une société d'assurance vie

Les compagnies d'assurance, comme toutes les sociétés, doivent tenir une comptabilité, avec un bilan et un compte de résultat. Cependant, l'inversion du cycle de production, caractéristique de l'assurance, conduit à des spécificités notables dans les mécanismes financiers d'assurance mais aussi au niveau de la réglementation et du contrôle de l'Etat.

L'étude des mécanismes financiers d'une société d'assurance comporte :

- un inventaire de la richesse de l'entreprise, autrement dit **le bilan**,
- une explication du résultat de l'entreprise au cours de la période écoulée, en tant que différence entre produits et charges, autrement dit **le compte de résultat**.

1.1 Bilan comptable: Notions d'actif réel, de passif réel, et de situation nette

Le bilan comptable d'une société d'assurance, qu'elle soit Vie ou non vie permet de comparer le montant de *l'actif réel* (les placements et les créances) au montant du *passif réel* (les engagements et les dettes).

Le bilan reflète le fait que les primes soient encaissées avant que les prestations correspondantes ne soient payées : C'est pourquoi l'assureur constitue des provisions techniques, qui sont les engagements envers les assurés. Le bilan comptable présente les placements à l'actif en face de ces engagements (dette envers les assurés) au passif.

On peut donc affirmer que les prestations sont couvertes par les placements et produits financiers qui en découlent.

Au sein de l'actif, à gauche du bilan, *l'actif réel* de l'assureur est l'ensemble des biens et placements qu'il possède (matériels : terrain, immeuble; ou financiers : actions, obligations) et des créances qu'il détient sur des tiers (réassureur principalement).

Au sein du passif, à droite du bilan, *le passif réel* de l'assureur est l'ensemble des engagements qu'il a contractés à l'égard des tiers. Il est composé:

- pour la majorité, des engagements envers les assurés. Ce sont les **provisions techniques** (brutes de réassurance)
- d'autres dettes, (dettes d'emprunt) envers les banques, les fournisseurs,...)

La différence entre l'actif réel et le passif réel constitue la situation nette de la compagnie, encore appelée *capitaux propres*.

Situation nette = Actif réel - Passif réel

La situation nette comprend :

- le capital social, apporté par les investisseurs ou les actionnaires,
- le résultat de l'exercice (bénéfice ou perte)

Il est indispensable que, même amputée d'une perte une année, **la situation nette reste positive**, ce qui signifie que les placements, avoir et créances (*assets* en anglais) de l'assureur soient supérieurs à ses engagements (*liabilities* en anglais), sinon la société serait insolvable¹⁹.

Actif au 31/12/ N	Passif au 31/12/N
Actif réel (<i>assets</i>)	Capitaux propres= situation nette
Biens (terrain, immeubles, construction)	Dont capital social
Placements financiers (actions, obligations)	Dont Résultat de l'exercice (bénéfice / perte)
Créances (détenues sur des tiers)	Passif réel (<i>liabilities</i>)
Part des réassureurs dans les provisions techniques (créances sur le réassureur)	Dont provisions techniques
Avoirs en banque	Dont autres dettes

Tableau 24 : Bilan simplifié au 31/12/N

Au 31/12/N, l'actif et le passif doivent bien entendu être de même montant.

La situation nette évolue au fil des exercices comptables, en fonction du bénéfice ou de la perte réalisé(e).

Si l'année N, l'assureur réalise un bénéfice (résultat technique positif) alors la situation nette augmente. Après distribution des dividendes aux actionnaires, le reste des capitaux propres de l'entreprise est mis en réserve au sein du capital social, avec les bénéfices des exercices antérieurs.

La situation nette peut donc être assimilable à une dette envers les actionnaires.

1.2 Compte de résultat : Charges, produits et résultat technique

Le compte de résultat d'une société d'assurance récapitule les produits (primes reçues, produits des placements) et les charges (prestations de sinistre, frais de fonctionnement de l'entreprise : gestion, acquisition, administration), et fournit le résultat de l'exercice écoulé. Pour une société d'assurances vie, on distingue un compte de résultat technique vie, et un compte non technique.

Le compte technique vie comprend :

- dans la colonne de droite, les produits : les primes, les produits des placements, les plus-values d'autres produits techniques les charges incombant aux réassureurs (dont commission de réassurance).

- dans la colonne de gauche, les charges : les charges de sinistres, les charges de provisions techniques²⁰, la participation aux résultat, les frais d'acquisition, de gestion et d'administration, les charges de placements et moins-values, les primes cédées en réassurance.

¹⁹ Insolvabilité : le fait pour une entreprise de ne plus pouvoir remplir ses engagements inscrits au passif, car son actif réel est inférieur à son passif réel. A ne pas confondre avec la faillite.

²⁰ C'est la variation positive des provisions techniques au cours de l'exercice

Le résultat de ce compte s'appelle le résultat technique. Au 31/12/N, les montants de charges et de produits doivent être de même montant. C'est pourquoi afin d'équilibrer le compte, le résultat de l'exercice, si c'est un bénéfice, figurera du côté des charges, et si c'est une perte, du côté des produits.

Charges	Produits
Prestations réglées	Primes encaissées
Charges de Provisions mathématiques ²¹	Produits des placements financiers
Frais d'acquisition, de gestion, de structure	
Résultat de l'exercice (en cas de bénéfice)	Résultat de l'exercice (en cas de perte)

Tableau 25 : Compte de résultat simplifié au 31/12/N

Résultat de l'exercice au 31/12/N = Produits - Charges

Le compte non technique comprend entre autres, des produits non techniques, des produits ou charges exceptionnels, les impôts sur les bénéfices.

Dans la suite, nous nous intéresserons seulement au compte technique vie.

1.3 L'inversion du cycle de production et interprétation du bilan et du compte de résultat

Contrairement à une entreprise classique où le prix d'achat (les charges) est connu et payé avant le prix de vente (chiffre d'affaires, la capacité à vendre), qui, lui, est a priori l'inconnue, les compagnies d'assurances encaissent les primes (prix de vente de l'opération d'assurance) avant de payer les sinistres (prix d'achat). En fait, les primes ont été définies avant que les charges, qui en sont la contrepartie, ne soient connues avec précision.

Les montants de charges n'étant pas encore connus, une perte est toujours à craindre. Dans cette optique, la compagnie se doit de disposer de capitaux importants pour rester solvable, même après une éventuelle perte.

L'interprétation du bilan et du compte de résultat diffère des autres compagnies.

Le bilan montre comment le passif a été placé à l'actif (lecture de droite à gauche) :

En effet, après constitution du passif (par l'apport des actionnaires, l'encaissement de primes, la mise en réserve (provisions)), l'assureur dispose de fonds reçus qu'il place (en obligations, actions, immeubles, prêts) qu'il veut voir fructifier, sous forme de revenus, et de plus-values. Mais il a corrélativement des engagements envers les assurés.

Ainsi, l'actif du bilan montre comment la compagnie a employé les fonds et comment elle payera ces engagements à l'égard des assurés.

1.4 Notion d'inventaire

L'inventaire, imposée par le réglementation, a lieu le 31/12/N de chaque année et correspond au moment où la société vérifie :

- en terme de résultat, que toutes les charges ont bien été comptabilisées, et que les produits comptabilisés contribue bien au résultat de l'exercice ; en assurance vie, il faut faire

²¹ Charges de provisions= variation entre les provisions totales au 31/12/N et celles au 01/01/N

attention aux nombres de survivants au total (pour chaque génération) afin de calculer la variation de provisions mathématiques à intégrer dans les charges.

- en terme de bilan, que tous les engagements ont bien été comptabilisés, que les actifs valent au moins leur valeur comptable. Pour une société d'assurance vie, l'inventaire du bilan consistera principalement à constituer au passif, les provisions mathématiques de l'année écoulée, (ainsi que d'autres provisions techniques telles que la Provision pour aléas financiers (PAF), la Provision globale de gestion (PGG) et la Provision pour participation aux bénéficiaires. (Nous ne nous attarderons pas sur ces dernières)) ; à l'actif les amortissements des actifs.

Dans le cas de FamilyProtect, une application pratique d'inventaire est présentée au chapitre 4.

1.5 Marge de solvabilité et exigence réglementaire de marge vie

Les sociétés d'assurance vie sont des investisseurs importants sur les places boursières : ce sont des investisseurs institutionnels.

En effet, dans le cas de sociétés ayant un fonctionnement en capitalisation, les sinistres survenus au cours d'un exercice comptable donné sont payés grâce aux primes reçues au cours du même exercice. Cependant, l'exercice de paiement des sinistres peut différer de quelques années de celui de l'encaissement des primes. Le temps joue un rôle important. Par exemple, les primes encaissées en 2011 serviront à payer en 2013 les sinistres survenus en 2011.... L'assureur ne peut donc pas compter sur des primes futures pour honorer ses engagements d'aujourd'hui (contrairement à un régime par répartition). C'est pourquoi l'assureur disposera toujours de réserves (principalement des provisions mathématiques en assurance vie).

Le Code des Assurances exige d'ailleurs que la marge de solvabilité (MS) à constituer soit supérieure à un minimum réglementaire. La Situation Nette Comptable positive (SNC) à laquelle s'ajoute les plus-values latentes²² (PVL) des placements donne la marge de solvabilité.

En première approximation :

$$MS = SNC + PVL$$

La plus-value latente d'un actif est l'excédent de la valeur de réalisation de l'ensemble des placements sur leur valeur comptable, mis dans la réserve de capitalisation.

$$PVL = VR - VNC^{23}$$

Les plus-values latentes des sociétés vie sont comptabilisées dans la marge de solvabilité. Cependant, si elles sont effectivement réalisées, et donc mises en réserve de capitalisation (dans les fonds propres), une grande partie devra être distribuée aux actionnaires.

²² Remarque : A l'inverse la **moins value-latente** est donnée par $MVL = VNC - VR$ et cette valeur est portée au passif sous le nom de provisions pour risque d'exigibilité ($PRE = 1/3$ de la MVL globale)

²³ Un actif en R.332-19 (obligations) a une **valeur nette comptable** (VNC) (=prix d'achat) et une valeur de marché (VM) (ou de réalisation (VR)) (=prix de vente). Si $VR > VNC$, on verse la différence (plus value latente) en réserve de capitalisation, qui fait partie des engagements réglementés de l'assureur.

La marge de solvabilité est le montant des ressources supplémentaires à détenir au cas où les provisions ne seraient pas suffisantes, pour couvrir les engagements. Elle est destinée à ce que la société reste solvable même dans des circonstances futures défavorables)

L'exigence de marge est le montant que le code des assurances estime comme le minimum de marge à constituer. On s'attend à ce qu'elle soit croissante avec l'activité de la société : en fonction de son chiffre d'affaires, du montant des prestations et des provisions.

On peut alors introduire le **taux de couverture de la marge** :

$$\tau = \frac{\text{marge constituée}}{\text{exigence de marge}}$$

Si $\tau > 1$, la compagnie est en bonne santé financière

Si $\tau < 1$, elle ne couvre pas son exigence de marge.

D'après le Code des Assurances, **l'exigence de marge de solvabilité en Assurance Vie (EMV)** est calculée à partir des provisions mathématiques (PM) et du Capital sous risque (CSR):

$$\text{EMV} = 4\% \text{ PM}^* \times \text{Coefficient financier} + 0,3\% \text{ CSR} \times \text{Coefficient viager}$$

- ✓ **PM*** désigne la « somme des provisions, mentionnées aux 1° et 4° de l'article R.331-36, relatives aux opérations d'assurances directes sans déduction des cessions en réassurance et aux acceptations en réassurance » (Art R.334-13)
«Les provisions techniques correspondant aux opérations de réassurance²⁴ acceptées sont les suivantes: 1° Provisions mathématiques (PM): différence entre les valeurs actuelles des engagements respectivement pris par le réassureur et par les entreprises réassurées (...) 4° Provision pour primes non acquises (PPNA): fraction de primes qui correspond à la durée restant à courir pour un contrat ou un ensemble de contrats après la clôture de l'exercice considéré et jusqu'au terme de la garantie» (Art R331-36)
- ✓ **CSR**, le capital sous risque est une mesure de risque en cas de décès, donnée par :
CSR = Prestations garanties en cas de décès – Provisions mathématiques brutes
Les prestations en cas de décès sont le produit de la somme assuré pour une police par le nombre de polices acquises dans l'année (pour une génération donnée).
Les provisions mathématiques sont les réserves de fin d'année, brutes de réassurance.
- ✓ Le **Coefficient financier** est le montant après cession en réassurance et le rapport entre le montant de provisions mathématiques brut de réassurance.
Ce rapport est obligatoirement supérieur à 85%.

$$\text{Coefficient financier} = \frac{\text{PM brutes} - \text{PM cédées}}{\text{PM brutes}} \geq 85\%$$

Remarque : $\text{PM brutes} - \text{PM cédées} = \text{PM nettes}$.

Les PM nettes de réassurance (les PM restant à la charge de l'assureur après réassurance) ne peuvent représenter moins de 85% des PM brutes. Autrement dit, La part de PM cédée en réassurance ne peut représenter plus de 15% des PM brutes de réassurance.

²⁴ La réassurance du portefeuille est prise en compte dans le calcul de la marge de solvabilité : le réassureur participe au financement de la marge de solvabilité.

$$PM \text{ cédées} \leq 15\% PM \text{ brutes}$$

- ✓ Le **Coefficient viager** est le rapport entre le montant de capitaux sous risque après cession en réassurance et le montant des capitaux sous risque brut de réassurance. Ce rapport est obligatoirement supérieur à 50%.

$$\text{Coefficient viager} = \frac{CSR \text{ bruts} - CSR \text{ cédés}}{CSR \text{ bruts}} \geq 50\%$$

De plus, dans le deuxième terme de l'expression de l'EMV, le facteur multiplicateur est de 0,3% pour une garantie au delà de 5 ans (cas de la garantie Over50 de FamilyProtect). L'exigence de marge est d'autant plus forte que la garantie est à long terme. En effet, pour une garantie temporaire décès de durée de maximale 3 ans, ce facteur est de 0,1% (cas des garanties Term-Life et Accidental Plan de FamilyProtect) ; pour une garantie temporaire décès de durée comprise entre 3 et 5 ans, ce facteur est de 0,15%.

Il existe également un **fonds de garantie** pour les sociétés Vie pour lesquelles $\tau < 1$. Le fonds de garantie vaut un tiers de l'exigence de marge de solvabilité et au moins 3,5M€ pour les compagnies constituées sous forme de société anonyme, comme c'est le cas de FamilyProtect.

$$\text{Fonds de garantie} = \max\left(\frac{1}{3} \text{ de l'exigence minimale de marge}; 3,5M\text{€}\right)$$

Ce fonds intervient dans le cas d'une **sous-couverture**, qui se présente sous deux formes :

- 1°) Marge de solvabilité constituée < Exigence de marge => L'ACP exige un plan de redressement.
- 2°) Marge de solvabilité constituée < Fonds de garantie => L'ACP exige un plan de financement à court terme.

En effet, selon l'article **R334-15** : « **Le fonds de garantie des entreprises mentionnées au 1° de l'article L. 310-2 agréées pour pratiquer une ou plusieurs des branches mentionnées aux 20 à 28 de l'article R. 321-1 est égal au tiers de l'exigence minimale de marge de solvabilité** définie à l'article R. 334-13, **sans pouvoir être inférieur à 3 500 000 euros pour les entreprises constituées sous la forme de société anonyme et 2 600 000 euros pour les entreprises constituées sous la forme d'assurance mutuelle et les sociétés à forme tontinière** »).

Chapitre 2

Les indicateurs financiers

Après avoir développé la réglementation propre à la solvabilité d'une compagnie d'assurance vie, et avant d'en voir les applications sur la start-up FamilyProtect via l'étude des business plans de ces produits, il convient de définir les indicateurs financiers incontournables dans l'analyse de la rentabilité d'un produit.

2.1 Un indicateur de production nouvelle : l'APE

L'APE (« Annualized Premium Equivalent ») est l'équivalent de primes annuelles, pour les affaires nouvelles (production nouvelle)

L'APE est un indicateur de production nouvelle.

Réglementairement, l'APE est défini comme la somme de:

- 100% des primes annuelles reçues sur les contrats d'une nouvelle génération, (les affaires nouvelles)
- 10% des primes uniques reçues sur les contrats nouveaux.

Généralement, la plupart des polices d'assurance sont à prime annuelle. Cependant, souvent en assurance vie, certaines primes sont uniques. Dès lors, il est difficile de comparer le volume d'affaires nouvelles²⁵ d'un assureur à l'autre sur la seule base des primes encaissées sur les nouveaux contrats, puisque la proportion de contrat à prime unique diffère selon les assureurs.

L'APE consiste donc à convertir une prime unique en équivalent de primes annuelles avec des paiements périodiques.

Son but est de permettre d'établir des comparaisons entre compagnies d'assurances, quant au montant des nouvelles primes annuelles acquises sur une période. C'est pourquoi, les primes uniques sont prises à hauteur de 10 % de leur montant dans le calcul du total de primes générées par les nouvelles affaires.

Chez FamilyProtect, les primes sont annuelles, quelque soit le produit d'assurance. La formule de l'APE est alors simplifiée par rapport à la définition générale (voir p3.1.2).

²⁵ Affaires nouvelles : Nouvelles souscriptions aux polices d'assurances

2.2 Un indicateur de stock : la VIF (Value In Force Business)

La **VIF** (Value In Force), littéralement, la valeur des contrats en portefeuille, est la valeur actualisée des résultats futurs générés par les contrats souscrits dans le passé et toujours en cours au 31/12/N.

De manière générale, la VIF se décompose comme suit :

$$\boxed{VIF = PVFP - TVFOG - CNHR - CReC}$$

- La **PVFP** (Present value of Future profits) est la valeur actuelle des profits ou pertes futurs, nets d'impôts, générés par le portefeuille de contrats en cours. C'est la valeur actualisée des résultats futurs.

Considérons un contrat prenant fin à la date n .

Soit R_k le résultat de l'année k sur le portefeuille observé, i le taux d'actualisation.

La PVFP peut être représentée comme la somme des résultats actualisés sur n années:

$$PVFP = \sum_{k=1}^n \frac{R_k}{(1+i)^k}$$

Le taux d'actualisation représente le taux de retour attendu par l'investisseur.

Selon les principes de la MCEV (Market Consistent Embedded Value), le taux d'actualisation i est le taux de référence.

- La **TVFOG** (Time Value of financial options and guarantees) est la valeur temps des options et garanties financières (O&G).

Cette quantité peut être décomposée comme la différence entre la valeur totale des O&G (leur coût) et la valeur intrinsèque des O&G (la valeur intégrée dans la modélisation déterministe). Autrement dit la valeur temps est la différence entre la PVFP moyenne obtenue à partir des scénarios stochastiques (en risque neutre) et la PVFP déterministe intégrant la valeur intrinsèque des O&G.

Ainsi :

$$\text{Coût des O\&G} = \text{Valeur intrinsèque des O\&G} + \text{Valeur Temps des O\&G}$$

- Le **CNHR** (Cost of Non-Hedgeable Risk) est le coût des risques non couvrables. C'est le coût des risques non couvrables sur le marché financier. (Exemple : le risque opérationnel, les risques d'assurance tels que la mortalité). Ces risques font l'objet d'un calcul stochastique intégrant une matrice de corrélation des risques dans le cadre de l'étude de solvabilité de la compagnie (Solvabilité 2).
- Le **CReC** (Cost of holding required capital) est le coût d'immobilisation du Capital requis, représentant le coût économique des investissements réalisés pour l'actionnaire.

Le coût d'immobilisation du capital peut s'assimiler aux revenus que s'engage à verser l'assureur en plus des revenus financiers générés par l'investissement de ce capital sur les marchés.

Coût d'immobilisation = Capital initial investi - Valeur actualisée des revenus de l'investissement du capital + Valeur actualisée de l'impôt sur les revenus de l'investissement du capital +/- Valeur actualisée des dotations/reprises du Capital.

$$CReC = ReC_0 + \sum_{i=0}^N \frac{-ReC_i * tx_{inv} * (1 - tx_{tax}) + (ReC_{i+1} - ReC_i) + Coût d'invest * (1 - tx_{tax})}{(1 + tx_{actu})^{i+1}}$$

Où :

Le taux d'actualisation est défini comme le taux de rémunération attendu par l'actionnaire.

Le taux d'investissement et le taux d'actualisation sont supposés égaux à un même taux de référence.

$$CReC = ReC_0 + \sum_{i=0}^N \frac{-ReC_i * tx_{inv} * (1 - tx_{tax}) + (ReC_{i+1} - ReC_i) + Coût d'invest * (1 - tx_{tax})}{(1 + tx_{actu})^{i+1}}$$

=>

$$CReC = ReC_0 + \sum_{i=0}^N \frac{-ReC_i * tx_{ref} * (1 - tx_{tax}) + (ReC_{i+1} - ReC_i) + Coût d'invest * (1 - tx_{tax})}{(1 + tx_{ref})^{i+1}}$$

=>

$$CReC = \sum_{i=0}^N \frac{ReC_i * tx_{ref} * tx_{tax} + Coût d'invest * (1 - tx_{tax})}{(1 + tx_{ref})^{i+1}}$$

La principale composante de la VIF est la PVFP. Nous allons donc insister sur cette notion via un exemple simple.

L'exemple de la PVFP d'une année N est représentée à la page d'après avec N=7.

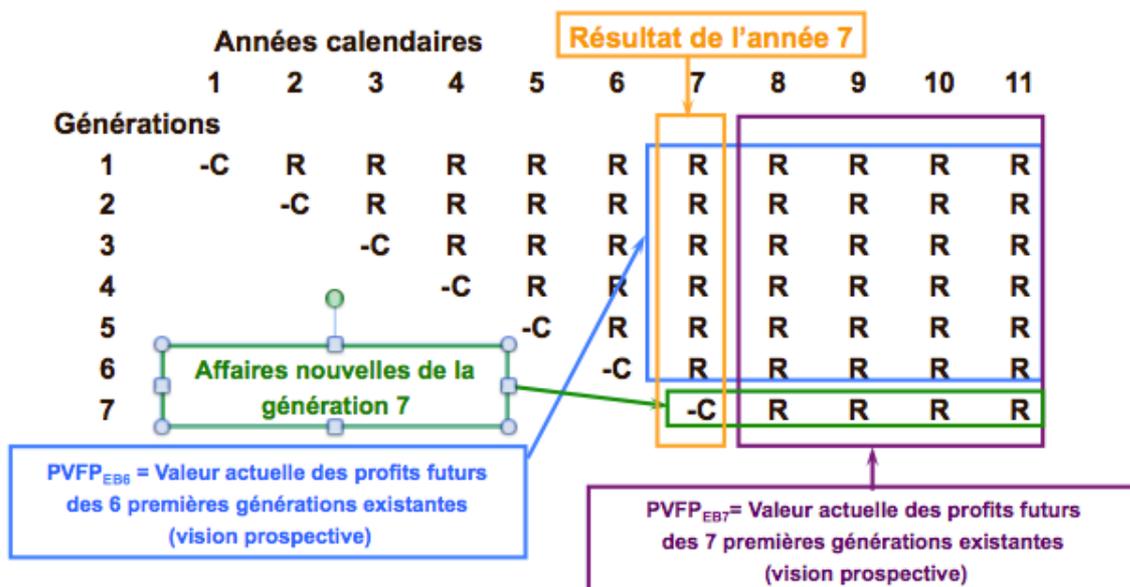


Schéma 1 : Notion de générations, de résultat et de PVFP

R = Résultat de l'année

C = Coûts de 1ère année

EB = « Existing Business » = générations existantes (les précédentes et celle en cours)

NB = « New business » = Affaires nouvelles, correspondant à la nouvelle génération

$PVFP_{EB}(N)$ = valeur actuelle des profits futurs des contrats issus de générations précédentes et de la génération en cours, (souscrits avant le 31/12/N)

Le résultat technique d'un exercice (d'une année calendaire donnée) se lit en colonne, et considère toutes les générations²⁶ de contrats acquises en portefeuille (ex : Résultat de l'année 7 représenté dans le tableau ci-dessous).

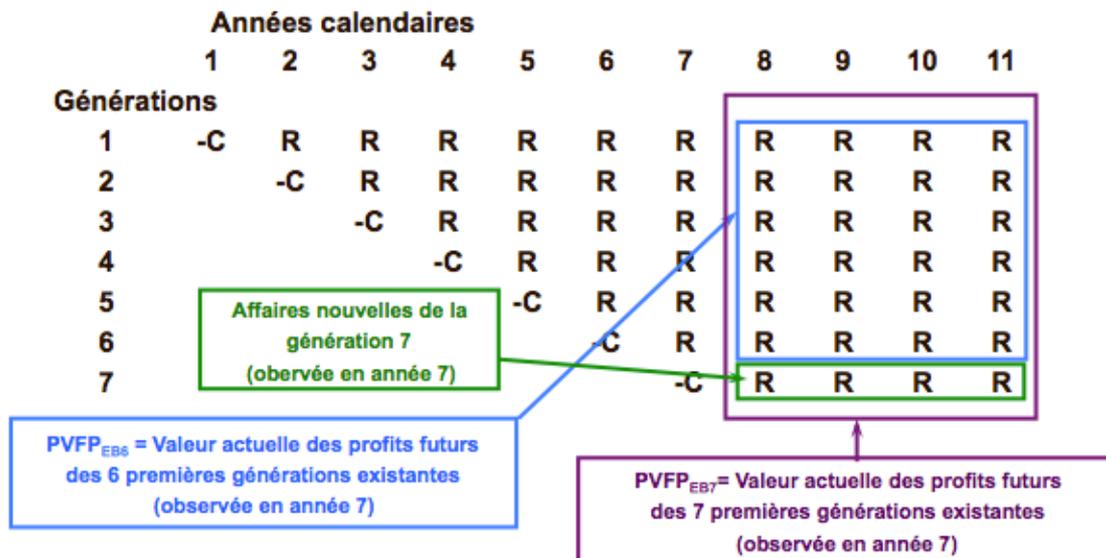


Schéma 1 bis : Décomposition de la PVFP de l'année 7

Observée en année 7, la $PVFP_{EB}(7)$ se décompose en $PVFP_{EB}(6)$ et en $PVFP_{NB}(7)$.

On a alors la relation suivante :

$$PVFP_{EB}(7) = PVFP_{EB}(6)(\text{observée l'année 7}) + PVFP_{NB}(7)$$

Généralisation à l'année N:

$$PVFP_{EB}(N) = PVFP_{EB}(N-1)(\text{observée l'année N}) + PVFP_{NB}(N)$$

2.3 Un indicateur de valeur : La NBV (New Business value)

La **New Business Value** est la somme de la première année statutaire correspondant aux pertes induites par les affaires nouvelles et de la valeur actualisée des résultats futurs générés par la production nouvelle, c'est-à-dire par les contrats souscrits pendant l'année en cours.

Autrement dit, c'est l'équivalent de la VIF sur la production nouvelle en fin d'année, à laquelle s'ajoute la perte (statutaire) de l'année.

C'est un indicateur de valeur, puisqu'elle représente en quelque sorte l'espérance de profit des affaires nouvelles.

²⁶ afin de bien comprendre les notions de générations et d'années calendaires, se reporter au chapitre suivant 3.1.1 qui explique la structure temporelle d'un business plan.

La NBV peut être calculée :

- soit « at sale point » (date de vente du contrat) - qui tient compte de la dernière année de production, comme la somme des différentes NBV calculées à la date de vente du contrat-
- soit « at valuation date » - qui, elle ne tient compte que des profits futurs.

La VIF s'apparente à la somme des NBV de toutes les générations passées, « at valuation date ».

La NBV constitue une mesure de la valeur économique des bénéfices issus des affaires nouvelles. La NBV est donc donnée pour une génération. On verra au paragraphe suivant l'étude de la NBV sur la génération 2011 du produit Over50.

Il s'agit d'un calcul prospectif qui tient compte de la valeur créée par les nouveaux contrats, ce qui permet d'élaborer le développement des produits et les décisions de tarification. Au final la NBV sert à optimiser la valeur actionnariale à long terme.

2.4 Deux indicateurs de rentabilité : l'IRR et la NBV margin

La **NBV margin** est le ratio $\frac{NBV}{APE}$ qui indique la valeur actuelle des profits futurs générés par 1€ de prime encaissée en affaires nouvelles (New Business).

La **NBV margin** mesure alors la rentabilité des affaires nouvelles.

L'**IRR** (Internal Return Rate) ou **TRI** (taux de rendement interne) est la valeur créée (gains) par ce qui a été investi sur les affaires nouvelles d'une génération.

Autrement dit l'IRR indique la rentabilité associée à l'investissement.

C'est aussi la valeur du taux d'actualisation qui annule la NBV d'une génération, ou plus généralement la valeur actuelle nette (VAN) de la série de flux financiers de cette génération (incluant le capital requis).

Ce taux prend en compte les gains attendus dans les années à venir des affaires nouvelles (new business) issues d'une année.

Il est égal au taux d'actualisation pour lequel la valeur actuelle (à la date de calcul) des profits distribuables est nulle.

Si l'**IRR est supérieur au taux d'actualisation du capital (Coût du capital*(CoC))**, la valeur actuelle nette du projet d'investissement de la compagnie (ici, la mise en vente d'un produit d'assurance) est positive, c'est-à-dire que le projet est rentable.

$$VAN = \sum_{k=1}^n \frac{R_k}{(1+i)^k} - I$$

$$\text{Soit IRR, le taux de rendement interne recherché : } VAN = 0 = \sum_{k=1}^n \frac{R_k}{(1+IRR)^k} - I$$

On note :

R_k =montant du $k^{\text{ième}}$ flux de trésorerie,

k =la date à laquelle le R_k est encaissé,

I =investissement initial (à la date $k=0$)(comprend les frais d'acquisitions principalement)

n = le nombre d'années durant lesquelles on récupère les profits futurs d'une génération donnée (hors investissement)

*Le **coût du capital** (moyen pondéré) (CoC), est le taux de rentabilité annuel moyen, attendu par les actionnaires et les créanciers (banque par exemple) en retour de leur investissement.

En effet, pour une compagnie, générer de la croissance a un coût.

Ce taux mesure ce que la compagnie doit à tous ceux qui ont investi, apporté des capitaux, c'est-à-dire payer les dividendes aux actionnaires et rembourser les dettes.

Pour connaître le coût du capital, on calcule simplement la moyenne pondérée par la valeur des coûts des dettes et des fonds propres.

Soit α le taux de pondération défini ainsi : $\alpha = \frac{\text{dette}}{\text{dette} + \text{capitaux propres}}$

C_d : coût de la dette

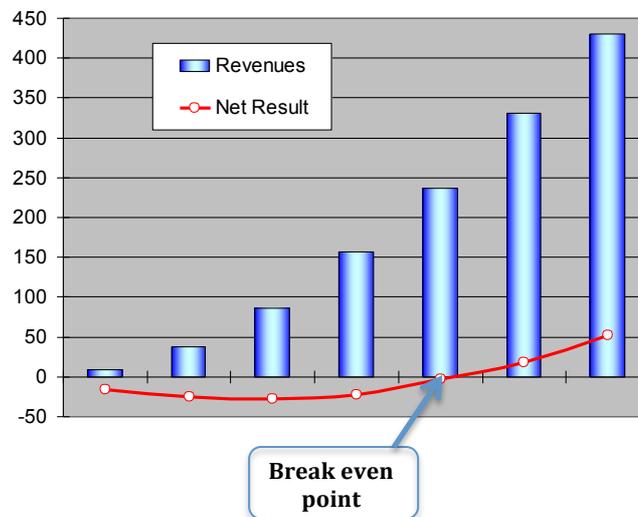
C_{cp} : coût des capitaux propres

$$\Rightarrow \text{CoC} = \alpha C_d + (1 - \alpha) C_{cp}$$

Il s'agit d'une méthode parmi d'autres. Il existe différentes visions du coût du capital. On choisit alors la méthode la plus classique, ici une méthode analytique.

Le TRI est lié à la notion de « **break even point** ».

Le **break even point** ou **point mort** est la date à laquelle les flux cumulés s'annulent. C'est la date à laquelle les produits égalent les charges, où les revenus totaux égalent les coûts totaux ; il n'y a aucun bénéfice ni aucune perte réalisé(e) en ce point.



Graphique 6 : Représentation du break even point

Le break even point est alors un indicateur de la vitesse du retour sur investissement.

Les flux de trésorerie nets peuvent alternativement être positifs ou négatifs et donc s'annuler plusieurs fois.

On introduit alors la notion de **période de retour** (« payback period ») qui est le temps statistique entre deux occurrences pour lesquelles l'IRR annule la VAN, dont la formule a été donnée précédemment.

La période de retour est le temps nécessaire pour que les flux de trésorerie générés par des affaires nouvelles (New Business) puissent compenser les coûts d'acquisition qui ont été nécessaires à les engendrer.

Chapitre 3

Les Business Plans de produits

Conçu à l'occasion de la création d'une entreprise et/ou du lancement de nouveaux produits, comme c'est le cas de FamilyProtect, le business plan d'un produit à commercialiser est un résumé de la stratégie d'entreprise pour le produit en question, des moyens mis en œuvre pour le commercialiser, afin de développer au cours d'une période donnée (Exemple : 5 ans) les activités nécessaires et suffisantes pour atteindre les objectifs visés, formulés dans les hypothèses. Ces activités constituent un juste arbitrage entre les risques acceptés et la rentabilité du produit.

Il est généralement rédigé principalement pour un usage interne pour le management, mais parfois aussi pour communiquer à l'extérieur et convaincre les banques d'accorder des financements permettant d'investir dans le produit.

Ce n'est pas un document rigide : il doit évoluer en fonction de la réglementation, de la conjoncture économique et doit s'adapter aux différents interlocuteurs (actionnaires, clients, management).

Enfin, le Business Plan a pour rôle de conforter l'équipe en charge du produit sur la faisabilité du projet du point de vue financier et constitue un bon moyen d'éviter les causes fréquentes d'échec en phase de démarrage, comme celle d'allouer des ressources insuffisantes là où la demande est forte.

Le Business plan d'un produit d'assurance vie, est un compte de résultat (spécifique au produit), projeté sur plusieurs années, et plusieurs générations. De par l'inversion du cycle de production²⁷, il est sensé apporter des réponses à des questions spécifiques :

-En fonction des hypothèses choisies (capital assuré, charges, coûts d'acquisition, distribution hommes femmes), quelle est la progression dans le temps du nombre de nouveaux contrats, de résiliations, de rachats, de primes reçues, de sinistres à payer, de frais d'acquisition et de gestion, commissions dont il faudra supporter le coût? Quel est le montant des provisions mathématiques engrangées ? Quels sont les produits financiers qui découlent des placements? Quel est le résultat technique du produit ?

-Comment se comportent les cash-flows²⁸ pour une génération de contrats donnée sur la période déterminée ?

²⁷ Inversion du cycle de production : caractéristique des sociétés d'assurance (définition rappelé en Annexe p80) qui modifie considérablement le perception du bilan et du compte de résultat.

²⁸ Cash-flows= flux financiers (positifs ou négatifs)

- Quel est le rendement sur investissement (ou produits financiers) ?
- Quel est le coût du capital la 1^{ère} année ?
- Quel est le capital sous risque ?
- Comment se calcule la marge de solvabilité ? Comment évolue-t-elle dans le temps ?
- Quelle rentabilité en déduit-on ?
- Quel est le taux de rendement interne (TRI) du produit, pour une génération donnée de contrats ?

Nous allons prendre pour exemple le Business Plan de la garantie Vie Entière Over50 France.

3.1 Structure générale d'un business plan (exemple d'Over50)

La structure d'un business Plan d'un produit d'assurance se doit de respecter quelques règles de forme.

Les Business Plans réalisés pour FamilyProtect ont la structure suivante :

- un feuillet « **Calculs de tarifs** », en fonction du capital assuré et de l'âge choisi, qui rappelle en détail les calculs effectués pour obtenir les taux de mortalité, la prime de risque, la prime commerciale, la VAP assureur, la VAP assuré, les provisions mathématiques, les valeurs de rachats et de réduction.
- un feuillet « **Hypothèses** » sur l'âge et le capital choisis, le taux technique en vigueur, sur les coûts choisis pour la Business Unit : (les coûts d'acquisition, les frais de gestion des sinistres et d'administration, les frais généraux et d'informatique), sur le taux de pénétration²⁹ annuel du portefeuille atteignable, sur les taux de résiliation qui évoluent dans le temps, accompagnés d'un taux de sensibilité. On introduit enfin un taux fixe d'investissement, et des taux de rendement annuels.
- un feuillet « **Cash-flows d'une génération de contrats** », qui correspondent sur une période de 30 ans à un Business Plan, « spécifique » à la génération choisie, ici 2011.
- un feuillet « **Compte de résultat projeté sur 5 ans** » : qui récapitule les produits et charges de chaque exercice, sans qu'il soit tenu compte des dates de paiement ou d'encaissement
- un feuillet « **Business Plan** » (toutes générations confondues) : qui développe sur les 5 premières années, le stock de contrats, les différents produits et charges, le résultat technique et la rentabilité.

Commençons par expliciter la structure temporelle d'un business plan. Il faut bien distinguer année calendaire et génération. On prend l'exemple du Business Plan d'**Over50 France**.

3.1.1 La structure temporelle : notion de générations et d'années calendaires

Chaque année, de nouveaux contrats (affaires nouvelles) entrent dans le portefeuille de la société, dans le cadre de nouvelles souscriptions. D'autres en sortent, quand le contrat arrive simplement à son terme, soit dans le cadre de résiliations et de rachats, soit dans le cadre de la déclaration d'un sinistre (accident, décès, invalidité). Une génération N de contrats est l'ensemble des contrats entrés en portefeuille la première fois l'année calendaire N.

²⁹ Taux de pénétration = part de contrats en portefeuille en début d'année (en % du portefeuille atteignable)

Années calendaires	2 011	2 012	2 013	2 014	2 015
Nouvelles polices (début d'année)	3 000	10 000	15 000	20 000	20 000
Nombre de polices en portefeuille (début d'année)	3 000	12 663	26 367	43 994	60 230
Nombre de polices en portefeuille (fin d'année)	2 663	11 367	23 994	40 230	55 631
Génération 2011	2 663	2 491	2 377	2 263	2 152
Génération 2012		8 876	8 304	7 758	7 236
Génération 2013			13 313	12 457	11 883
Génération 2014				17 751	16 609
Génération 2015					17 751

Tableau 26 : Répartition des polices dans le temps

D'après le tableau ci-dessus, la répartition du nombre de polices dans le temps indique, pour chaque année calendaire N (de 2011 à 2015):

- le détail du nombre de contrats par génération, chaque fin d'année N (bas du tableau).
- le nombre total de contrats en portefeuille toutes générations confondues, recensés à la fin de l'année calendaire N. (=> Ligne verte). C'est la somme (par colonne) des contrats de toutes les générations présentes en portefeuille à la fin de l'année.
- le nombre total de contrats en portefeuille toutes générations confondues, recensés au début de l'année calendaire N. (=> Ligne bleue)
- le nombre de nouveaux contrats qui entrent en portefeuille en début d'année N (ils correspondent en fait au nombre de nouveaux contrats de la génération N entrant en portefeuille). (=> Ligne orange)

En jaune, est présenté le nombre de contrats à la fin de la première année d'entrée en portefeuille de chaque génération. Suite aux sinistres et aux résiliations qui ont lieu chaque année, le nombre de contrats pour chaque génération, diminue d'année en année.

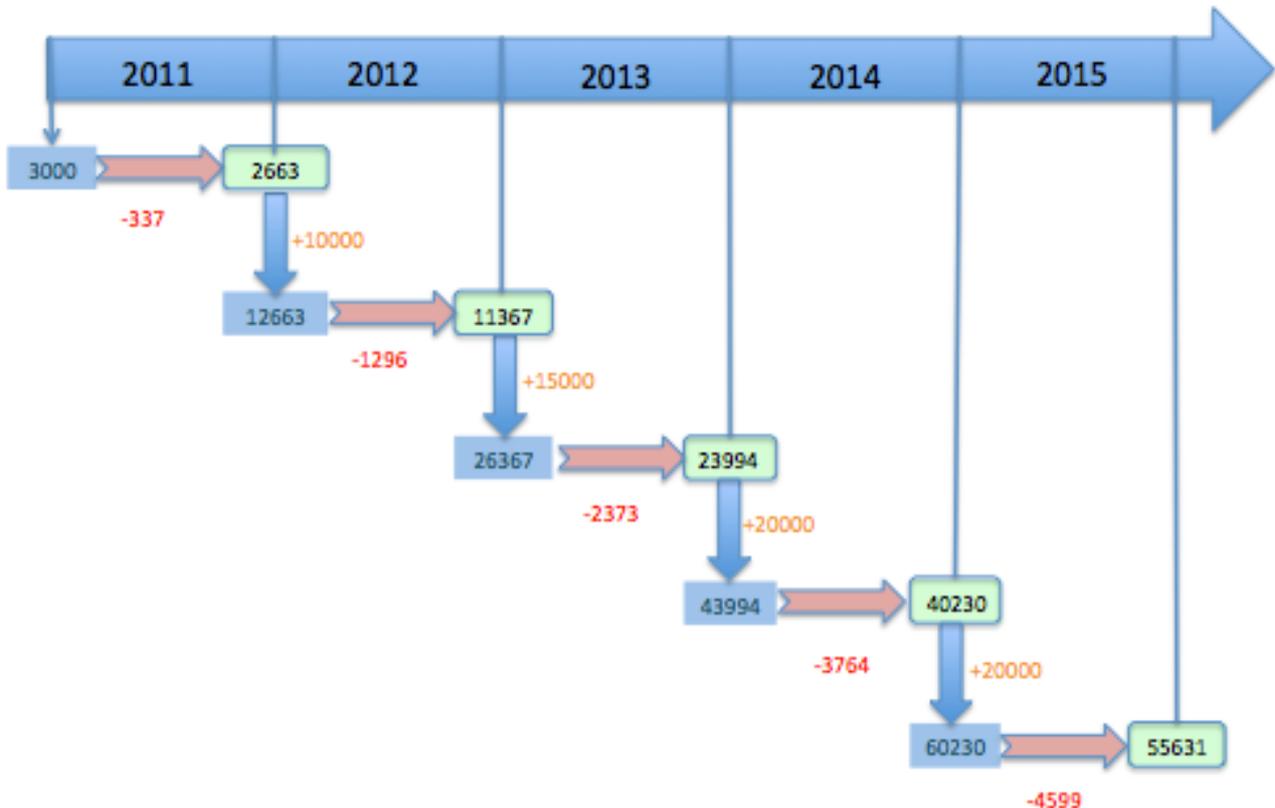


Schéma 2 : Evolution du nombre de polices présentes en portefeuille de 2011 à 2015

Le schéma ci-dessus développe les mécanismes d'entrées et sorties des polices, quantitativement, dans le portefeuille, sur une période de 5 ans.

Exemple : L'entrée de 10000 nouveaux contrats début 2012, (ajoutés aux 2663 contrats qu'il reste fin 2011 de la génération 2011), correspond au nombre de contrats de début d'année de la génération 2012.

Sur ces 10000 nouveaux contrats il n'en restera que 8876 en fin d'année. De plus, des 2663 contrats de la génération précédente (2011), il ne restera que 2491 contrats, c'est pourquoi, par somme, il reste bien 11367 contrats (génération 2011 et 2012 mélangées) en portefeuille à la fin de l'année 2012.

A cause des sorties annuelles de polices du portefeuille, dues aux sinistres, aux résiliations, et aux rachats (en rouge), le nombre de polices en fin d'année (encadré vert clair), toutes générations confondues, est toujours inférieur au nombre de polices en début d'année (encadré bleu).

3.1.2 Les produits

On fixe l'âge de souscription de l'assuré et le capital auquel il a souscrit.

Sur les 5 premières années de vie du contrat Over50 (de 2011 à 2015), souscrit par un assuré par exemple d'âge 67 ans, pour un capital assuré de 4000€, (en rappelant la distribution Hommes/Femmes), on met en place la projection de:

- la prime commerciale unitaire correspondante (nivelée donc invariante) ;
- le nombre de nouveaux contrats qui entrent en portefeuille (hypothèse);

	Unité	2011	2012	2013	2014	2015
Nombre de nouvelles polices		3 000	10 000	15 000	20 000	20 000
Prime commerciale nivelée par police	EUR	336	336	336	336	336
Capital assuré par police	EUR	4 000	4 000	4 000	4 000	4 000
Age de souscription de l'assuré par police		67	67	67	67	67
% hommes	%	45%	45%	45%	45%	45%
% femmes	%	55%	55%	55%	55%	55%
Total APE	EUR	1 008 000	3 360 000	5 040 000	6 720 000	6 720 000

Tableau 27 : Hypothèses pour le BP Over50 et montant total d'APE

Cela nous permet de calculer l'APE sur ces 5 années.

L'APE est le montant global de primes encaissées pour les nouveaux contrats, entrés en portefeuille en début d'année, autrement dit:

$$\text{APE} = \text{Nombre de nouvelles polices souscrites en début d'année} \times \text{Prime commerciale (nivelée) d'une police}$$

Les nouvelles polices de chacune des 5 premières années calendaires correspondent à l'entrée en portefeuille chaque année d'une nouvelle génération de contrats.

Les 3000 nouveaux contrats de début 2011 correspondent à l'entrée en portefeuille de la génération 2011.

Les 10000 nouveaux contrats de début 2012 correspondent à l'entrée en portefeuille de la génération 2012. Et ainsi de suite.

Après avoir calculé, comme expliqué dans le paragraphe précédent, le nombre de police en début et fin d'année pour chaque génération, puis toutes générations confondues, on peut donner le GWP (Gross Written Premium) sur les 5 années suivantes.

	Unité	2011	2012	2013	2014	2015
Nombre de nouvelles polices	#	3 000	10 000	15 000	20 000	20 000
Nombre de polices en portefeuille (Début d'année)	#	3 000	12 663	26 367	43 994	60 230
Nombre de polices en portefeuille (Fin d'année)	#	2663	11367	23994	40230	55631
Génération 2011	#	2 663	2 491	2 377	2 263	2 152
Génération 2012	#		8 876	8 304	7 758	7 236
Génération 2013	#			13 313	12 457	11 883
Génération 2014	#				17 751	16 609
Génération 2015	#					17 751
Total GWP	EUR	1 008 000	4 254 665	8 859 298	14 782 113	20 237 152

Tableau 28 : Nombre de contrats Over50 et Montant total de GWP

Le GWP est le montant global de primes encaissées pour tous les contrats recensés en portefeuille en début d'année, autrement dit :

$$\text{GWP} = \text{Nombre total de polices en portefeuille en début d'année} \times \text{Prime commerciale (nivelée) d'une police}$$

La GWP constitue l'essentiel des produits du compte de résultat. Il faut y ajouter les produits financiers (voir 3.2) et les pénalités de rachat.

L'APE et la GWP appartiennent à la **Top Line** du business plan.

La « Top Line » représente le chiffre d'affaires et l'ensemble des produits du compte de résultat Vie de l'assureur.

3.1.3 Les charges

Les charges sont principalement constituées des montants de sinistres (« claims ») à payer (décès toutes causes), des rachats, de la variation de provision, et bien sûr des frais d'acquisition et d'administration, qui représentent la part de charges la plus importante.

- **Sinistres :**

On raisonne d'abord par génération en fonction de l'année calendaire.

Les décès toutes causes se scindent en deux catégories :

- ✓ **Les décès non accidentels** (processus de vieillissement, dépendance d'âge)

Pour une génération donnée:

- Si n est l'année d'entrée de la génération (date de souscription)

$$\begin{aligned} \text{Nombre de décès NA de l'année } n &= \text{Nb de nouveaux contrats de la génération} \\ & * ([\text{Proportion d'hommes (45\%)} * \text{taux de mortalité (table TH002) de l'assuré d'âge } x] \\ & + [\text{Proportion de femmes (55\%)} * \text{taux de mortalité (table TF002) de l'assuré d'âge } x]) \end{aligned}$$

- Si n est une année postérieure à la date de souscription

Nombre de décès NA de l'année n = Nb de contrats recensés à la fin de l'année n-1
 * ([Proportion d'hommes (45%) * taux de mortalité (table TH002) de l'assuré d'âge x+n]
 + [Proportion de femmes (55%) * taux de mortalité (table TF002) de l'assuré d'âge x+n])

		2011	2012	2013	2014	2015
Nombre total de décès non accidentels	#	41	178	382	657	935
Génération 2011		41	40	41	43	45
Génération 2012			138	134	137	141
Génération 2013				207	201	205
Génération 2014					276	268
Génération 2015						276
Ratio S/P (Claims / Risk Premium)		55,5%	64,1%	68,8%	66,0%	65,2%
Claims	EUR	13 928	73 480	324 915	951 376	1 844 201

Tableau 29 : Nombre et montant des décès non accidentels (pour Over50)

On a ajouté les ratios S/P ou loss ratios, afin d'avoir une idée précise de la sinistralité.

- ✓ **Les décès accidentels** (indépendants de l'âge) que l'on calcule sur l'ensemble des survivants au décès non accidentel.

On avait vu précédemment que le taux de décès accidentel est pris, par mesure de prudence, pris égal à 0,001 quelque l'âge et le sexe de l'assuré.

Ainsi :

Nombre de décès accidentels l'année N pour une génération donnée =
 Nombre de contrats de la génération en fin d'année n – 1 (ou nouveaux contrats) *
 (taux de survie (pondéré par la distribution H/F) en fonction de l'âge de l'assuré à la date N) *
 0,001

		2011	2012	2013	2014	2015
Nombre total de décès accidentels		3	13	26	44	60
Génération 2011		3	3	3	2	2
Génération 2012			10	9	8	8
Génération 2013				15	13	13
Génération 2014					20	18
Génération 2015						20
Claims (Montant brut de sinistres)	EUR	11 834	60 700	140 083	228 466	312 157

Tableau 30 : Nombre et montant des décès accidentels (pour Over50)

Les **montants de sinistres à verser (« claims »)** aux bénéficiaires des assurés décédés, se calculent facilement pour chaque année calendaire, toutes générations confondues, en sommant les montants de décès accidentels et non accidentels.

	2011	2012	2013	2014	2015
Décès non accidentel	13 928	73 480	324 915	951 376	1 844 201
Décès accidentel	11 834	60 700	140 083	228 466	312 157
Montant total décès	25 762	134 180	464 998	1 179 842	2 156 358

Tableau 31 : Montant total de décès (pour Over50)

Soit l'année calendaire N :

En cas de décès, la même année d'un assuré de la génération N (ayant souscrit l'année N), l'assureur devra à ses bénéficiaires, les deux premières années après la souscription, le remboursement des primes commerciales annuelles, si le décès a une cause non accidentelle, sinon il leur versera le capital garanti ; au-delà de la période de carence, la prestation est le versement du capital décès quelle que soit la cause du décès.

On note : C_a le capital décès

P_{com} la prime commerciale nivelée, pour une police

NA : non accidentel et A : accidentel, les causes de décès

Année 2011 :

Claims NA (2011) = Nb décès $NA_{gén 2011}(2011) * P_{com}$

Claims A (2011) = Nb décès $A_{gén 2011}(2011) * C_a$

Claims (2011) = Claims NA (2011) + Claims A (2011)

Année 2012 :

Claims NA (2012) = [Nb décès $NA_{gén 2012}(2012) + 2 * Nb$ décès $NA_{gén 2011}(2012)] * P_{com}$

Claims A (2012) = [Nb décès $A_{gén 2011}(2012) + Nb$ décès $A_{gén 2012}(2012)] * C_a$

Claims (2012) = Claims NA (2012) + Claims A (2012)

Année 2013 :

Claims NA (2013) = [Nb décès $NA_{gén 2013}(2013) + 2 * Nb$ décès $NA_{gén 2012}(2013)] * P_{com} + Nb$ décès $NA_{gén 2011}(2013) * C_a$

Claims A (2013) = [Nb décès $A_{gén 2011}(2013) + Nb$ décès $A_{gén 2012}(2013) + Nb$ décès $A_{gén 2013}(2013)] * C_a$

Claims (2013) = Claims NA (2013) + Claims A (2013)

Année 2014 :

Claims NA (2014) = [Nb décès $NA_{gén 2014} + 2 * Nb$ décès $NA_{gén 2013}] * P_{com} + [Nb$ décès $NA_{gén 2012} + Nb$ décès $NA_{gén 2011}] * C_a$

Claims A (2014) = [Nb décès $A_{gén 2011}(2014) + Nb$ décès $A_{gén 2012}(2014) + Nb$ décès $A_{gén 2013}(2014) + Nb$ décès $A_{gén 2014}(2014)] * C_a$

Claims (2014) = Claims NA (2014) + Claims A (2014)

Année 2015 :

$$\text{Claims NA (2015)} = [\text{Nb décès NA}_{\text{gén 2015}} + 2 * \text{Nb décès NA}_{\text{gén 2014}}] * P_{\text{com}} + [\text{Nb décès NA}_{\text{gén 2013}} + \text{Nb décès NA}_{\text{gén 2012}} + \text{Nb décès NA}_{\text{gén 2011}}] * C_a$$

$$\text{Claims A (2015)} = [\text{Nb décès A}_{\text{gén 2011}}(2015) + \text{Nb décès A}_{\text{gén 2012}}(2015) + \text{Nb décès A}_{\text{gén 2013}}(2015) + \text{Nb décès A}_{\text{gén 2014}}(2015) + \text{Nb décès A}_{\text{gén 2015}}(2015)] * C_a$$

$$\text{Claims (2015)} = \text{Claims NA (2015)} + \text{Claims A (2015)}$$

- **Rachats :**

Dans le cas du produit Over50, le souscripteur a à tout moment la possibilité de résilier son contrat, autrement dit de renoncer à la garantie inscrite au contrat, en se faisant rembourser une somme, qui est **la valeur de rachat du contrat**.

Au moment du rachat, la PM du contrat qui a été constituée est désormais récupérable par l'assuré. C'est la base de remboursement.

De plus, l'assureur pourra ainsi accorder au souscripteur des avances, (c'est-à-dire faire un prêt au souscripteur) car il sait que le remboursement sera gagé par la valeur de rachat.

De la même façon que pour les charges de sinistres, on calcule le nombre de résiliations puis les valeurs de rachats correspondantes.

	2011	2012	2013	2014	2015
Nombre total de résiliations	296	1117	1990	3106	3661
Génération 2011	296	131	74	70	67
Génération 2012		986	437	408	381
Génération 2013			1479	656	368
Génération 2014				1972	874
Génération 2015					1972
Montant total des Rachats	60 595 €	274 638 €	596 021 €	1 107 806 €	1 522 375 €

Tableau 32 : Nombre de résiliations et Montant total des valeurs de rachats (pour Over50)

On a fait les hypothèses suivantes concernant les taux de résiliations :

La 1^{ère} année => 10%

La 2^{ème} année => 5%

Les années suivantes => 3%

Le nombre de résiliations (« lapses » en anglais) de chaque génération, pour chaque exercice (année calendaire), est donné par :

$\text{Nombre de résiliations pour l'année n pour une génération donnée} = ([\text{Nombre de nouveaux contrats de la génération ou de contrats de fin d'année n-1, l'année n}] - [\text{Nombre de décès correspondants l'année n}]) * \text{taux de résiliation de l'année n}$
--

On va ensuite déterminer les montants des rachats (« lapse refund » en anglais).

Une fois connu le montant des provisions mathématiques pour un assuré d'âge x (ici x=67 ans) pour toute la durée de son contrat, on calcule les valeurs totales de rachats pour chaque exercice comptable, toutes générations confondues.

Rachat 2011= PM d'une police (2011)*Nombre total de résiliations (lapses) 2011

Rachat 2012= PM 2011*Nb lapses_{gén 2012} (2012)+PM 2012 * Nb lapses_{gén 2011} (2012)

Rachat 2013= PM 2011*Nb lapses_{gén 2013} (2013)+ PM 2012 * Nb lapses_{gén 2012} (2013)+
PM 2013 * Nb lapses_{gén 2011} (2013)

Et ainsi de suite jusqu'à 2015 :

En généralisant, on peut exprimer la méthode de calcul des lapses :

$$\text{Rachat } (n+t) = \text{PM } (n) * \text{Nb lapses}_{\text{gén } n+t} (n+t) + \text{PM } (n+1) * \text{Nb lapses}_{\text{gén } n+t-1} (n+t) \\ + \dots + \text{PM}(n+t-1) * \text{Nb lapses}_{\text{gén } n+1} (n+t) + \text{PM } (n+t) * \text{Nb lapses}_{\text{gén } n} (n+t)$$

Signalons que depuis 1982, les provisions **réglementaires** sont dites « zillmétrisées » car les chargements d'acquisition sont pris en compte dans l'engagement de l'assuré.

Ainsi, calculée une année n donnée, **cette provision zillmétrisée est en fait le montant de la valeur de rachat**, sous réserve de l'application d'une indemnité couvrant le risque de réalisation de moins-value des actifs. Cette indemnité est en France, autorisée seulement pendant les 10 premières années et elle ne doit pas dépasser 5% de la PM, d'après l'article R-132-1 du Code des Assurances.

L'assureur met parfois en place des **pénalités de rachat**, part déduite, par l'assureur, de la valeur de rachat du contrat une année donnée. Elle est de 5% ici, ce que signifie que l'assuré qui met fin à son contrat touchera 95% de la valeur de rachat qui lui est due. Au-delà de 1 à ans cette pénalité est nulle.

- **Variation de provisions mathématiques sur l'année :**

Si les provisions mathématiques apparaissent toujours au passif du bilan, en revanche sa variation (toujours positive) entre les provisions de début et de fin d'exercice, apparaissent toujours au sein de charges du compte de résultat. On parle aussi de charges de provisions techniques. C'est l'augmentation des provisions au cours de l'exercice.

Δ PM de l'exercice (n) = PM à la fin de l'exercice n – PM au début de l'exercice n

Les PM en question sont des provisions d'inventaire, non zillmétrisées.

- **Frais d'acquisition, de gestion et d'administration**

Nous allons indiquer comment s'expriment les différents chargements ou frais supportés par la compagnie d'assurance et plus particulièrement par une start-up.

La prime commerciale demandée à l'assuré est la somme de la prime pure constante P et des chargements, censés couvrir et équilibrer les frais qui incombent à la compagnie. Ces chargements devraient être d'égale importance dans chaque prime, (c'est-à-dire une part égale à la valeur actuelle en début d'exercice des dépenses de frais de l'année).

Or les dépenses à couvrir sont généralement de montant variable d'une année à l'autre.

En général, on distingue différents types de frais, en phase de démarrage:

- *les frais d'acquisition* : payés par l'assureur à la signature du contrat, ces frais désignent les frais d'entrée servant à couvrir les coûts de commercialisation, (publicité et marketing), la rémunération de l'apporteur d'affaire (commission).

- *les frais de structure* : maintenance de la plateforme informatique

- *les frais d'administration* : coût lié à la rédaction de la police d'assurance;

- *les frais de gestion et encaissement annuels* : payés en début d'année, ils correspondent :
- à l'encaissement de primes annuelles (commission versée à l'encaisseur), fonction de la prime commerciale annuelle,

- à la gestion du contrat sur toute sa durée, fonction du capital assuré.

- *les frais de gestion des prestations* : proportionnel au capital.

Pour le produit Over50, apparaissent :

- **des frais d'acquisition fixes (« Fixed acquisition costs »)** sur les polices entrant en portefeuille :

On choisit un coût fixe par police, élevé la première année et qui diminue progressivement.

Pour une police :

550€ la première année (2011), année d'entrée en portefeuille

500€ la 2^{ème} et 3^{ème} année,

475€ la 4^{ème} année

450€ la 5^{ème} année.

En multipliant ces montants par le nombre de nouveaux contrats entrés en portefeuille chaque année, on obtient :

		2011	2012	2013	2014	2015
Frais d'acquisition fixes	EUR	1 650 000 €	5 000 000 €	7 500 000 €	9 500 000 €	9 000 000 €

- **des frais généraux (« Overhead ») et de structure (informatique « IT maintenance »)** portant sur les polices présentes en contrat en début d'année.

Pour une police, le coût est fixé à 10€ tous les ans.

		2011	2012	2013	2014	2015
Frais généraux et de structure	EUR	30 000€	126 627€	263 670€	439 944€	602 296€

- **des frais de gestion des prestations et d'administration (« administration and claims costs »)** régis par un taux proportionnel à la GWP, égal à 5% de la GWP tous les ans.

		2011	2012	2013	2014	2015
Frais d'administration et frais de règlement des prestations	EUR	50 400€	212 733€	442 965€	739 106€	1 011 858€

A partir de l'étude de ces chargements, on a pu déterminer la prime commerciale annuelle constante pour le contrat Over50 (voir partie 1 2.3).

3.1.4 Le résultat technique

Une fois présentés les différentes charges et produits d'un exercice, on peut en déduire le résultat technique de l'assureur.

✓ Résultat de l'année et dépenses de 1^{ère} année

Le premier exercice comptable donne lieu à des dépenses de frais (frais d'acquisition, de gestion et d'administration), très élevés en phase de démarrage, ce qui implique un résultat technique de 1^{ère} année, négatif, qui peut le rester pendant quelques années, le temps que la start-up devienne rentable.

Résultat technique	2011	2012	2013	2014	2015
PRODUITS					
Primes commerciales (GWP)	1 008 000	4 254 665	8 859 298	14 782 113	20 237 152
Produits financiers	10 907	74 873	243 422	535 096	938 270
Pénalités de rachat	3 030	13 732	29 801	55 390	76 119
CHARGES					
Montant des décès	13 928	73 480	324 915	951 376	1 844 201
Montant des rachats	60 595	274 638	596 021	1 107 806	1 522 375
Frais généraux et de structure	30 000	126 627	263 670	439 944	602 296
Frais d'acquisition fixes, d'administration et de règlement des prestations	1 700 400	5 212 733	7 942 965	10 239 106	10 011 858
Variation de provision	545 353	2 652 951	5 774 494	8 809 209	11 349 480
Cadeau	150 000	500 000	750 000	1 000 000	1 000 000
Taxes sur prime	0	0	0	0	0
Résultat technique	EUR -1 478 339	-4 497 159	-6 519 543	-7 174 841	-5 078 669
% GWP	-146,7%	-105,7%	-73,6%	-48,5%	-25,1%

Tableau 33 : Compte de résultat projeté Over50 et résultat technique

Notations temporelles utilisées dans les paragraphes suivants :

BoY : Beginning of the year (début d'année)

MY : Mid year (moitié d'année)

EoY : End of the year (fin d'année)

Les produits financiers qui apparaissent à chaque exercice dans les produits sont obtenus par le calcul suivant :

$$\text{Produits financier} = 4\% * \text{Moyenne des PM de début et de fin d'année}$$

$j=4\%$ est l'intérêt fixe réel portant sur les actifs.

La moyenne des PM de début et de fin d'année est égale à :

$$\frac{PM_{BoY} + PM_{EoY}}{2}$$

La section du Business qui représente le résultat du compte de résultat Vie de l'assureur s'appelle la « Bottom Line ».

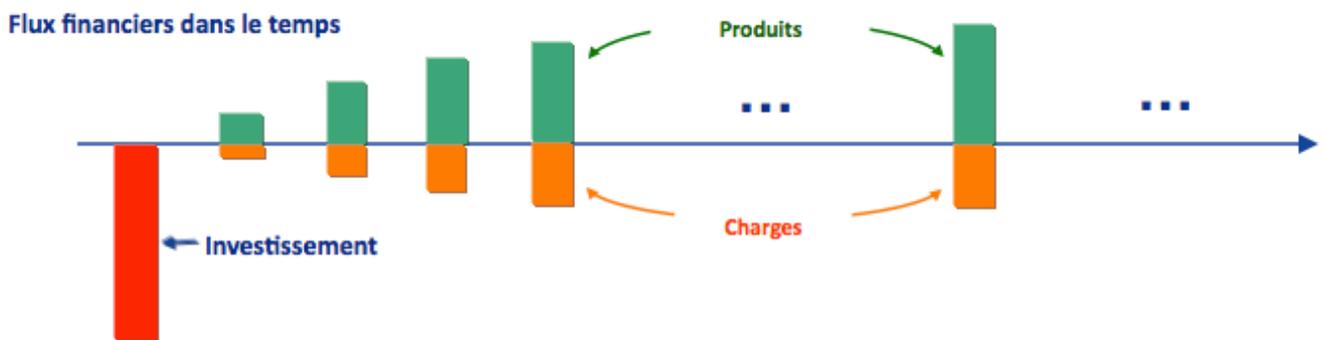
3.2 Cash-flows, IRR, et NBV margin du Business plan d'Over50 France

Pour indiquer comment sont établis les produits financiers, nous allons présenter les pour **une génération de contrats donnée** (2011) les différents éléments suivants : les flux financiers (Cash flows), les profits, les dividendes, les produits des placements sur les 5 premières années, de la génération 2011. Enfin, nous calculerons le coût du capital correspondant, la marge de solvabilité réglementaire, la NBV margin et l'IRR, notions explicitées précédemment au 2.4.

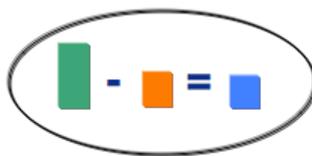
Afin de se familiariser avec la notion de cash flows, regardons d'abord le schéma de cash flows annuels, toutes générations confondues, puis pour une seule génération.

3.2.1. Flux financiers globaux, toutes générations confondues

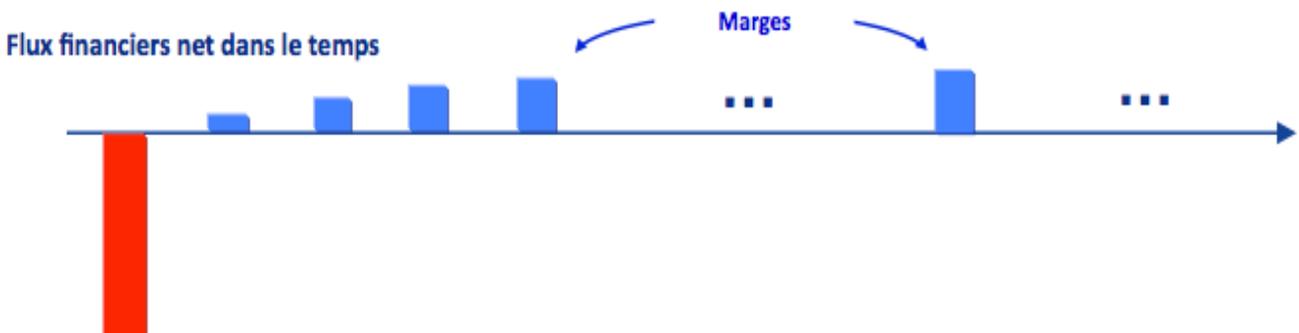
Flux bruts :



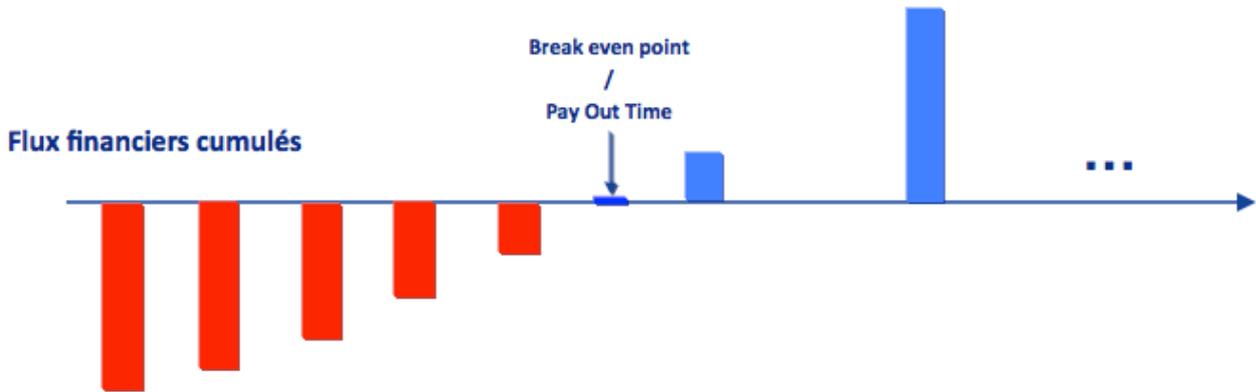
En posant Produits - Charges = Marges



Flux nets :



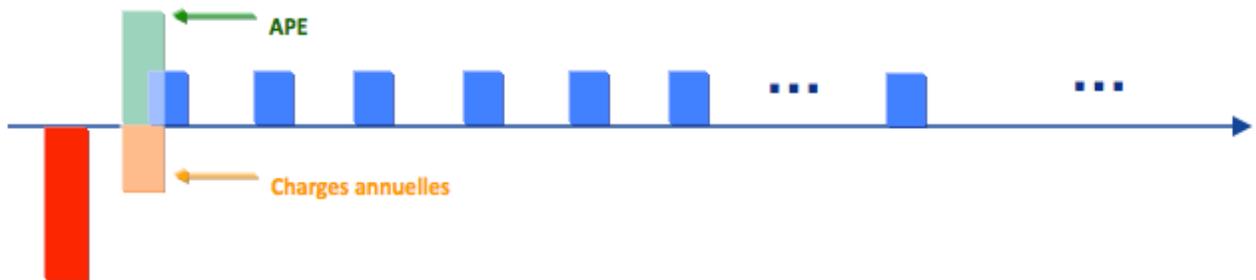
Flux nets cumulés d'année en année:



Au bout de la 6^{ème} année, on observe un break even point, à partir duquel la compagnie peut commencer à être rentable.

3.2.2. Flux financiers net pour une seule génération

Flux financiers nets pour une génération



Les flux financiers sont calculés pour une génération donnée. La marge engendrée tous les ans est théoriquement de même montant tous les ans, si elle n'était pas actualisée, (ni cumulée avec les années précédentes).

Flux financiers actualisés



$NBV = \Sigma$ flux financiers actualisés pour une génération

3.2.3. Etude des flux de trésorerie et du revenu sur investissement

Rappel : On se situe dans le cas de l'étude des flux financiers d'une seule génération.

On distingue les flux de trésorerie de début d'année et ceux de milieu d'année :

Rappel : Notations temporelles utilisées:

BoY : Beginning of the year (début d'année)

MY : Mid year (milieu d'année)

EoY : End of the year (fin d'année)

CF= **Cashflow net BoY**= APE + Pénalités de rachat – Coûts d'acquisition fixes – Valeurs de rachats – Variation de provisions – taxe sur primes - commissions

CFm = **Cash flows MY**= - Montant des décès – Frais généraux et de structure – frais d'administration et de gestion des prestations

➤ Intérêts

On introduit un taux d'intérêt annuel (« fund return ») croissant avec le temps :

Taux d'intérêt annuel	1,32%	1,57%	1,92%	2,25%	2,63%
------------------------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------

On en déduit :

Intérêt sur les flux financiers = taux d'intérêt appliqué sur l'année en cours * (CF+CFm/2)

Il augmente au cours du temps, négatif les deux premières années et positif ensuite.

Intérêt sur les provisions = taux d'intérêt de l'année * (Provision BoY+ Provision EoY) /2

Il croît rapidement au cours du temps.

Revenu sur investissement = Intérêt sur les flux financiers + Intérêt sur les provisions

La première année, ce revenu est négatif, mais redevient immédiatement positif l'année suivante, d'un montant presque équivalent, puis il continue de croître les années suivantes.

	2011	2012	2013	2014	2015
Revenu sur investissement	-15 432	14 313	36 833	48 392	61 944
Cash flow	-1 394 918	-9 466	524 726	512 532	500 818
Cash flow de milieu d'année	-94 328	-84 887	-231 863	-236 627	-241 601
Intérêt sur les cash flow	-19 030	-816	7 837	8 856	9 997
Intérêt sur les Provisions	3 598	15 129	28 996	39 536	51 947

➤ Profit

Profit opérationnel (sans taxe) = (APE + Revenu sur investissement+ Pénalité de rachat) – (Total décès+ Total dépenses de frais + Variation de provisions + Total valeurs de rachats)

C'est le profit global, avec prise en compte des revenus sur investissement dans les produits.

Ce profit est fortement négatif la première année.

On introduit la taxe générale fixe sur le résultat, qui s'applique tous les ans, de valeur 33%

Taxes sur les résultats	33%	33%	33%	33%	33%
--------------------------------	------------	------------	------------	------------	------------

Gains statutaires= Profit opérationnel (1 - taxe sur résultat)

Les pertes et les gains obtenus après application de la taxe à 33% sont moindres.

	2011	2012	2013	2014	2015
Profit opérationnel	-1 504 677	-80 040	329 696	324 297	321 160
Gains statutaires (après taxes)	-1 008 134	-53 627	220 896	217 279	215 177

3.2.4. Etude de la marge de solvabilité et des dividendes

➤ Marge de solvabilité

En application à la théorie développée au II. 1.5, on a un coefficient financier et un coefficient viager tous deux égaux à 150%, donc respectivement très au-dessus des 85% et 50% réglementaires.

La somme sous risque (ou capital sous risque CSR) est donnée par :

Somme sous risque = Nb de polices EoY* Prestation – PM EoY

(Prestation = capital assuré ou la prime commerciale si la date de calcul correspond à une des 2 années du délai de carence, dans le cas du décès non accidentel)

Cette Somme sous risque est négative la deuxième année, car la part des réserves constituées est plus importante que l'ensemble des prestations à verser si tous les contrats en portefeuille, en fin d'année, étaient sinistrés.

Marge de solvabilité = MS = (4% PM+0,3% CSR)*150%

La marge de solvabilité engrange, elle aussi, des intérêts de plus en plus importants chaque année.

Intérêts sur la MS, sans taxe = taux d'intérêt de l'année* MS*(1-Taxe)

Part taxée sur intérêts sur la MS = MS* taux d'intérêt * taxe

Elle constitue un débit pour l'assureur qui s'accroît avec le temps.

Augmentation de la MS d'une année n = MS(n) - [MS(n-1) + intérêt sur MS(n-1)]

La variation de marge de solvabilité d'une année à l'autre est toujours positive (il s'agit bien d'une augmentation), qui croît fortement les 3 premières années, mais qui est bien moindre à partir de la 4^{ème} année.

	2011	2012	2013	2014	2015
Marge de solvabilité	34 293	80 382	134 047	144 823	153 840
4% des PM	21 814	55 218	65 780	75 015	82 964
0.3% de la Somme sous risque	1 048	-1 630	23 585	21 534	19 596
Intérêt sur la marge sans les taxes	303	846	1 722	2 180	2 711
Part taxée sur intérêts sur la MS	149	417	848	1 074	1 335
Augmentation de la marge de solvabilité	34 293	45 786	52 819	9 054	6 837

➤ Gains distribuables aux actionnaires= gains statutaires + Part taxée sur intérêts sur la MS.

La première année et la deuxième année, aucun dividende ne peut être versé aux actionnaires, car il s'agit de pertes et non de gains.

	2011	2012	2013	2014	2015
Gains distribuables	-1 008 283	-54 043	220 048	216 205	213 842

3.2.5. Valeur actuelle des gains et coût du capital

La **PVEP** (Present Value of Expected Premiums) désigne la valeur actuelle de toutes les APE attendues qui seront reçues d'ici la fin du contrat.

$$\text{Facteur d'actualisation} = \frac{1}{(1 + \text{taux d'intérêt annuel})^{\text{Nombre d'année passées en contrat}}}$$

	2011	2012	2013	2014	2015
Facteur d'actualisation	0,9870	0,9693	0,9446	0,9150	0,8782

C'est un indicateur qui mesure le volume d'affaires nouvelles (New Business).

$$\text{PVEP} = \sum_{k=0}^{30} \frac{\text{APE}_k}{(1+j)^k}$$

On actualise les APE sur les 30 premières années de présence en contrat, pour la génération 2011. On trouve une PVEP supérieure à 9 millions d'euros.

On calcule également les valeurs actuelles des gains statutaires avant et après application de la taxe à 33%, ainsi que la valeur actuelle des gains distribuables (légèrement inférieure de la valeur du CoC).

Le **Coût du capital (CoC)** est le coût d'immobilisation financière des capitaux utilisés pour assurer la solvabilité d'une compagnie d'assurance dans tous les scénarios prévus.
CoC= valeur actuelle des gains statutaires (après taxes) - valeur actuelle des gains distribuables.

3.2.6. Indicateurs financiers : NBV, APE, NBV margin et IRR

Récapitulons les chiffres clés dans l'étude des indicateurs financiers pour la génération 2011 du produit Over50:

PVEP	9 571 042	NBV	1 287 829
Valeur actuelle des gains statutaires (avant taxes)	1 956 534	APE	1 008 000
Valeur actuelle des gains statutaires (après taxes)	1 310 878	NBV/APE	136%
Valeur actuelle des gains distribuables	1 287 829	(NBV/PVEP)*10	143%
Coût du Capital (CoC)	23 049	IRR	17,73%

La mesure de PVEP n'est pas aussi étroitement liée à la notion de gain reçu pendant l'année en cours, que la mesure d'APE.

Le ratio NBV sur PVEP est un indicateur de profit, qui a une vision plus économique que le ratio NBV sur APE.

Le taux de rendement interne est supérieur à 15%, on peut donc considérer que le rendement sur le produit Over50 France sera bon, mais améliorabile via un traité de réassurance. C'est ce que nous verrons dans la partie III.

Chapitre 4

Le Business Plan Global de la compagnie

A partir du Business Plan global de la compagnie, tous produits et tous pays confondus, nous allons à présent étudier les notions de besoin de financement de la start-up, et d'investissement et d'amortissement. Puis nous insisterons sur le bilan comptable de la compagnie, projeté sur 7 ans, en distinguant bien les différents types d'actifs : actifs incorporels, corporels, et financiers. Enfin, nous concluons avec la notion de trésorerie générée par l'activité.

Les chiffres qui suivent sont donnés à titre illustratif.

4.1 Les hypothèses

Quelles sont les hypothèses de départ ?

Sur l'ensemble des produits commercialisés (Accidental Plan, Term-Life, Over50), de diverses nationalités (France, Belgique, Italie, Espagne), certains sont vendus par différents types de réseau de distribution : en « pure direct » (destiné à la France), d'autres en « cross-sell AXA » (destiné à la Belgique), d'autres encore par « Affinity network ».

La vente en Pure direct a pour objectif d'attirer des clients par le biais de courriers postaux, par le télémarketing, sans passage par des agents généraux ou des courtiers, de manière à ce que les personnes intéressées souscrivent d'elles-mêmes. Cela n'implique donc aucune commission mais d'importants coûts d'acquisition.

Le cross-sell AXA réutilise les bases d'AXA pour augmenter le taux d'« équipement » des clients, via l'intervention de courtiers, d'agents et d'autres entités d'AXA, qui percevront une commission.

L'« Affinity network » est un réseau d'entreprises partenaires (autres qu'AXA), dont les clients se voient proposer des produits d'assurance FamilyProtect. Ainsi ces entreprises sont commissionnées.

Ce business plan Global observe les 7 premières années de présence en contrat (de 2011 à 2017).

Pour tous les types de réseau, on indique le nombre de nouveaux contrats (constituant une nouvelle génération) chaque année, par hypothèse, et le nombre de contrats « inforce », autrement dit présents en portefeuille à la fin de l'année, après déduction des résiliations et des contrats sinistrés, dont les proportions sont choisies par hypothèse.

Lapses = Taux de résiliation des polices : 16% la 1^{ère} année, 12% la 2^{ème} année, et 8%

ensuite...

Claims = Probabilité d'occurrence des sinistres : 0,2% quelle que soit l'année en cours. On note α ce taux.

On observe sur les années de présence en portefeuille de chaque génération, les chiffres suivants :

	Année 1	Année 2	Année 3	Année 4	Année 5	Année 6	Année 7
Taux de résiliation des polices	16%	12%	8%	8%	8%	8%	8%
Probabilité d'occurrence des sinistres	0,2%	0,2%	0,2%	0,2%	0,2%	0,2%	0,2%
Taux de polices restantes	90%	90%	90%	90%	90%	90%	90%

Tableau 34 : Proportion de polices sorties du portefeuille

On introduit alors un taux de polices restantes ("remainers") afin de calculer plus facilement le nombre de polices inforce en fin d'année. On le note Tr .

Pour une année n (comprise entre 2011 et 2017) :

Nombre de polices inforce (n) =

$$[Nb \text{ de nouvelles polices } (n) + Nb \text{ de polices inforce } (n - 1)] * Tr(n)$$

Le ratio S/P est choisi égal à 30% (du GWP).

La **prime** par police (unitaire) est choisie égale à 200€. La **prestation** correspondante est calculée :

$$\text{Montant de la prestation} = \frac{S}{P} * \frac{1}{\alpha} * \text{Prime unitaire}$$

Ce qui donne un montant de 30000€.

En ce qui concerne les **frais**, la proportion des coûts d'acquisition (en % de l'APE, ici car on ne les applique que sur la première année d'entrée en portefeuille)) varie en fonction du réseau de distribution.

Ces frais concernent l'investissement en matériel informatique (**frais de structure**), le marketing et la publicité (**frais d'acquisition différés**), mise en œuvre pour attirer des clients, ainsi que les commissions dues.

Les taux choisis pour les frais d'acquisition s'appliquent uniquement la première année de chaque génération entrante; c'est pourquoi les taux sont en % de l'APE :

Coûts d'acquisition	Gén.1	Gén.2	Gén.3	Gén.4	Gén.5	Gén.6	Gén.7
Pure direct (% APE)	180%	170%	160%	150%	140%	130%	120%
<i>incluant la part amortissable</i>	50%	50%	50%	50%	50%	50%	50%
Cross - sell (% APE)	90%	85%	80%	75%	70%	65%	60%
<i>incluant la part amortissable</i>	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%
Affinity Network (% APE)	135%	130%	125%	120%	115%	110%	105%
<i>incluant la part amortissable</i>	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%
Réseaux "mix" (% APE)	160%	141%	128%	120%	113%	106%	99%
<i>incluant la part amortissable</i>	64%	64%	64%	64%	64%	64%	64%

Tableau 35 : Coûts d'acquisition par réseau

Pour le pure direct : 180% de l'APE, puis ce taux diminue de 10 points chaque année. Seuls 50 % des ces frais sont amortissables.

Pour le cross sell : 90% de l'APE, puis ce taux diminue de 5 points chaque année.

100% de ces frais sont amortissables.

Pour l'affinity Network : 135% de l'APE (par moyenne entre les deux autres réseaux) puis diminue de 5 % chaque année, mais ne peut être inférieur à 100% de l'APE.

De plus, 100% de ces frais sont amortissables.

On calcule enfin un taux moyen des frais d'acquisition de chaque réseau de distribution. Ce taux « mixé » est la moyenne des taux précédents pondérés par les nombres respectifs de contrats inforce pour chaque réseau.

Ce taux de frais d'acquisition « mixé » vaut 160% de l'APE. Sa part amortissable représente 64% de ces frais, moyenne pondérée des parts amortissables de chaque réseau.

Pour les commissions, on trouve :

0% (de l'APE) en « pure direct », 50% en « cross sell », 50% en « Affinity Network ». Le taux de commission moyen est 14% de L'APE, moyenne pondérée par le nombre de contrats in force de chaque réseau.

Commissions	Gén.1	Gén.2	Gén.3	Gén.4	Gén.5	Gén.6	Gén.7
Pure direct (% APE)	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
Cross - sell (% APE)	50%	50%	50%	50%	50%	50%	50%
Affinity Network (% APE)	50%	50%	50%	50%	50%	50%	50%
Réseaux "mix" (% APE)	14%	21%	25%	26%	27%	28%	29%
<i>incluant la part amortissable</i>	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%

Tableau 36 : Coûts des commissions par réseau

Les frais d'administration (ou **frais de gestion**), s'expriment eux en fonction du GWP, car ils s'appliquent tous les ans, quelque soit l'ancienneté du contrat. On retient 7 % du GWP.

	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017
Coûts d'administration (% GWP)	7%	7%	5%	5%	5%	5%	5%

La variation de provisions donnée en % du GWP est égale à 0 la première année puis est fixé à 5% à partir de la deuxième année.

	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017
Variations de PM	0%	5%	5%	5%	5%	5%	5%

Le taux d'intérêt retenu pour le calcul des produits financiers est fixé à 4% par an.

La taxe d'Etat est de 34% par an.

4.2 Investissements et amortissements

Une des caractéristique de l'assurance vie est qu'elle entraine des coûts de distribution (mailing, télémarketing), de gestion (impression des bulletins de souscription), plus généralement appelés **coûts d'acquisition**, qui peuvent avoir un forte impact sur le bilan de la compagnie, d'autant plus si elle vient d'être créée.

En effet, une compagnie naissante, telle que FamilyProtect doit supporter de très lourds frais d'acquisition (gestion, distribution, marketing, rémunération de l'assureur),

particulièrement en phase de démarrage, la 1^{ère} année, au cours de laquelle le portefeuille de clients assurés commence tout juste à prendre forme.

Ces frais d'acquisition constituent un investissement de taille pour FamilyProtect. De surcroît, ce sont des investissements de long-terme. On les appelle des immobilisations³⁰ financières, même si une partie seulement est « immobilisable », ce que nous allons voir dans ce qui suit.

Comme ces investissements ne sont en réalité pas liés à l'activité annuelle de l'entreprise, il n'est pas pertinent de les faire apparaître dans les charges du compte de résultat, car cela diminuerait considérablement le résultat de l'année. Or le résultat doit refléter la performance et les investissements de l'entreprise. Ainsi on étale ces coûts dans le temps, autrement dit on les amortit. Ces **amortissements**³¹ sont la constatation comptable annuelle de la dépréciation des immobilisations, enregistrées à l'actif. Cette dépréciation est un amoindrissement de la valeur de cet actif. On parle de **dotations aux amortissements** de l'actif.

Ainsi les amortissements permettent à la compagnie d'afficher les résultats annuels raisonnables, et de dégager par la suite les sommes nécessaires pour le renouvellement des actifs amortis.

Dans le cas de notre étude, on choisit d'amortir sur 10 ans les différents frais d'acquisition, ce qui induit un taux d'amortissement de 10%, car :

$$\text{Taux d'amortissement (\%)} = \frac{1}{\text{durée d'amortissement}} * 100$$

La durée d'amortissement correspond souvent à la durée de vie du contrat. Or ici, on a des contrats vie entière (Over50), des contrats un an renouvelable (Accidental Plan, Term-life) non amortissable (durée max d'amortissement : 1 an). Ainsi un amortissement de 10 ans apparaît comme une hypothèse pertinente.

Dans le cas présent d'un amortissement linéaire, l'annuité d'amortissement, c'est-à-dire le montant de dépréciation, de l'immobilisation financière est inchangée d'un exercice à l'autre.

$$\text{Annuité d'amortissement} = \text{Valeur d'investissement} * \text{Taux d'amortissement} * j/360$$

(Les annuités sont calculées pro rata temporis, donc j désigne le nombre de jours concernés par l'amortissement).

Enfin, la somme des annuités des amortissements d'un investissement amortissable donné sur le nombre d'année d'amortissement est le cumul d'amortissement.

On en déduit la valeur nette d'amortissement (VNA), différence entre la valeur d'origine (investissement) et le cumul d'amortissement.

Dans le cadre du business plan général de FamilyProtect, on commence par étudier les frais informatiques, dits IT :

³⁰ Une immobilisation financière est un élément de l'actif d'une compagnie, d'une valeur supérieure à 500€ et destiné à rester dans l'entreprise car il participe grandement à son processus de production et de vente.

³¹ Amortissement de l'actif corporel: la valeur de l'**actif corporel** est donc faussée puisqu'un bien perd de sa valeur avec l'écoulement du temps. Il est donc important pour l'entreprise d'enregistrer comptablement la perte de valeur de ce bien. C'est le rôle des amortissements et dépréciations qui se font tout au long de la durée de vie du bien.

L'investissement est de 10 000 k€ pour la génération 2011, de 3000€ la génération 2012, et de 2000€ la génération 2013. Puis on n'investit plus à partir de 2014, mais on amortit chaque génération (2011, 2012, et 2013 uniquement) sur 10 ans.

Amortissement =10 ans	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017
Investissement IT	10 000	3 000	2 000	0	0	0	0
Génération 2 011	1 000	1 000	1 000	1 000	1 000	1 000	1 000
Génération 2 012		300	300	300	300	300	300
Génération 2 013			200	200	200	200	200
Génération 2 014				0	0	0	0
Génération 2 015					0	0	0
Génération 2 016						0	0
Génération 2 017							0
Total	1 000	1 300	1 500	1 500	1 500	1 500	1 500

Tableau 37: Amortissements de l'investissement informatique

L'investissement marketing ainsi que les commissions s'étendent tout le long de la vie du contrat.

Amortissement = 10 ans	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017
Charges marketing	4 789	14 847	24 488	34 402	39 677	46 144	48 194
Investissement Marketing	8 621	26 724	44 079	61 923	71 419	83 059	86 749
Génération 2 011	862	862	862	862	862	862	862
Génération 2 012		2 672	2 672	2 672	2 672	2 672	2 672
Génération 2 013			4 408	4 408	4 408	4 408	4 408
Génération 2 014				6 192	6 192	6 192	6 192
Génération 2 015					7 142	7 142	7 142
Génération 2 016						8 306	8 306
Génération 2 017							8 675
Total	862	3 535	7 942	14 135	21 277	29 582	38 257

Tableau 38: Amortissement de l'investissement marketing

L'investissement marketing est calculé pour chaque exercice de la façon suivante.

Investissement Marketing = Part amortissable des coûts d'acquisition « mix »* taux de frais d'acquisition « mix »* APE.

Pour la 1^{ère} année, Investissement Marketing= 64%*160%*APE.

En effet, il existe une part amortissable de ces frais (64%), selon la vision économique IFRS (comptes consolidés), adoptée par FamilyProtect.

Seule une partie des investissements sera inscrite dans les charges du compte de résultat:

Charges Marketing reconnues = (1-64%)*160%*APE.

Amortissement 10 ans	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017
Charges de commissions	0	0	0	0	0	0	0
Investissement en commissions	1 200	6 189	13 372	21 106	26 837	34 256	39 055
Génération 2011	120	120	120	120	120	120	120
Génération 2012		619	619	619	619	619	619
Génération 2013			1 337	1 337	1 337	1 337	1 337
Génération 2014				2 111	2 111	2 111	2 111
Génération 2015					2 684	2 684	2 684
Génération 2016						3 426	3 426
Génération 2017							3 905
Total	120	739	2076	4187	6870	10296	14201

Tableau 39: Amortissement de l'investissement en commissions

On suit la même méthode pour l'investissement en commissions.

Investissement en Commissions = Part amortissable des coûts de commissions « mix »*
taux de commission « mix »* APE

Pour la 1^{ère} année, l'investissement en commissions= 100% *14%*APE.

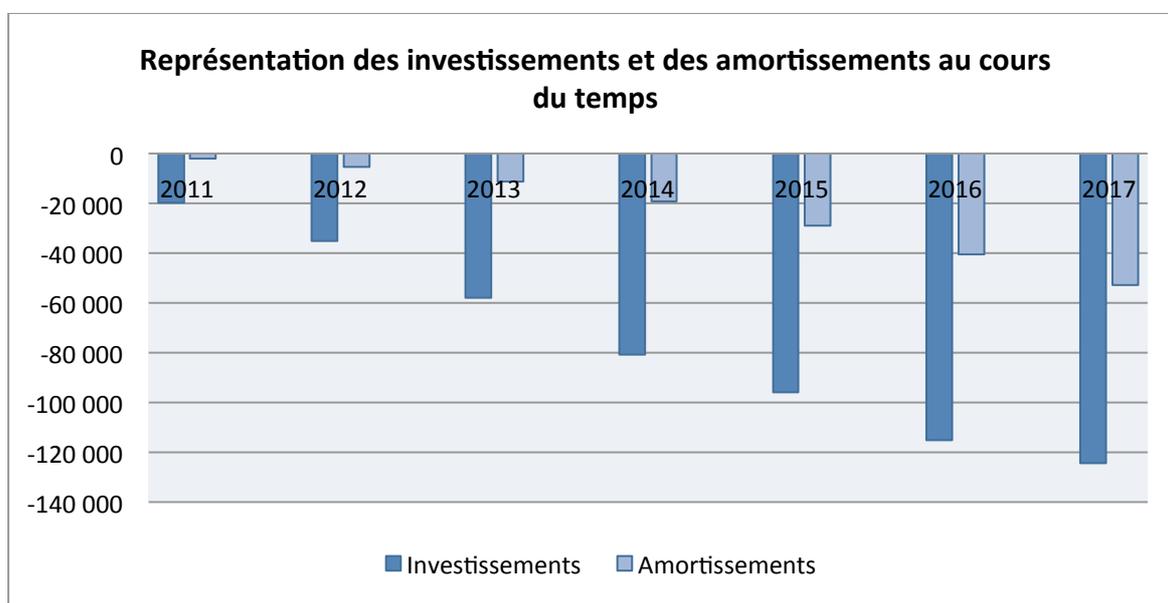
La charge reconnue est donc nulle, au cours du temps.

Enfin, le total des investissements et des amortissements, tous réseaux confondus, de chaque exercice comptable est donné dans le tableau ci-dessous :

INVESTISSEMENTS	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017
Investissements	-19 821	-35 913	-59 451	-83 029	-98 256	-117 315	-125 804
<i>dont informatique</i>	-10 000	-3 000	-2 000	0	0	0	0
<i>dont frais d'acquisition différés (marketing)</i>	-8 621	-26 724	-44 079	-61 923	-71 419	-83 059	-86 749
<i>dont commissions</i>	-1 200	-6 189	-13 372	-21 106	-26 837	-34 256	-39 055
Amortissements	-1 982	-5 573	-11 518	-19 821	-29 647	-41 378	-53 959
<i>dont informatique</i>	-1 000	-1 300	-1 500	-1 500	-1 500	-1 500	-1 500
<i>dont frais d'acquisition différés (marketing)</i>	-862	-3 535	-7 942	-14 135	-21 277	-29 582	-38 257
<i>dont commissions</i>	-120	-739	-2 076	-4 187	-6 870	-10 296	-14 201
Valeur nette comptable	-17 839	-30 340	-47 932	-63 207	-68 609	-75 937	-71 845

Tableau 40: Investissements et amortissements

Remarque : L'investissement est inscrit négativement dans la comptabilité car il s'agit d'un décaissement, qui s'accroît au cours du temps. L'amortissement suit la même tendance que l'investissement.



Graph 7 : investissements et amortissements au cours du temps.

Quel est l'impact de ces investissements et amortissements sur le compte de résultat projeté ? Sur le bilan ?

4.3 Compte de résultat projeté, marge de solvabilité et besoin de financement

De 2011 à 2017, sont présentés les produits et les charges du compte de résultat. Le calcul des primes, produits financiers, sinistres, frais, dotation aux provisions etc. s'effectue de la même manière que ce qui a été présenté au II. 3.1

COMPTE DE RÉSULTAT	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017
PRODUITS							
Primes	8 400	36 960	86 664	158 198	240 778	338 700	440 830
<i>dont nouveaux contrats</i>	8 400	29 400	53 400	80 200	98 400	122 000	136 000
Produits Financiers	204	976	2 370	4 453	6 992	10 132	13 621
Total Produits	8 604	37 936	89 034	162 650	247 770	348 832	454 451
CHARGES							
Sinistres	-2 520	-11 088	-25 999	-47 459	-72 233	-101 610	-132 249
Frais d'acquisition	-5 771	-19 120	-34 507	-52 723	-67 824	-86 023	-100 653
Frais de gestion	-588	-2 587	-4 333	-7 910	-12 039	-16 935	-22 042
Frais de structure	-6 000	-11 200	-13 200	-15 200	-16 400	-17 400	-18 200
Dotations aux provisions	0	-1 848	-4 333	-7 910	-12 039	-16 935	-22 042
Total Charges	-14 880	-45 843	-82 372	-131 202	-180 535	-238 903	-295 185
Résultat Courant	-6 275	-7 907	6 662	31 448	67 235	109 930	159 266
<i>Cumulé</i>	-6 275	-14 183	-7 521	23 927	91 162	201 092	360 358
Impôts	0	0	-6 662	-13 250	-22 860	-37 376	-54 150
Résultat net	-6 275	-7 907	0	18 199	44 375	72 554	105 115
<i>Cumulé</i>	-6 275	-14 183	-14 183	4 016	48 391	120 945	226 060

Tableau 41 : Compte de résultat projeté global de la start-up

Produits :

L'APE(n) désigne le montant total des primes correspondant aux nouveaux contrats de l'année (n).

- $APE(n) = \text{Nombre des contrats du new business}(n) * \text{Prime unitaire } (n)$

Apparaît alors dans les produits :

- $GWP(n) = \text{Nombres de contrats inforce } (n-1) * \text{Prime unitaire} + APE(n)$
- $\text{Produits financiers } (n) = 4\% * \text{Montant des actifs financiers } (n)$

Charges :

- $\text{Montant total de sinistres } (n) = GWP(n) * \text{ratio S/P}$

Le ratio S/P est fixe et égal à 30% du GWP, par hypothèse.

Les frais d'acquisition comprenant les charges marketing et les charges de commissions sont donnés par :

Frais d'acquisition (n) = Charges marketing (n) – Amortissement total³² marketing (n) + Charges de commission (n) – Amortissement total des commissions (n)

- Frais de gestion (n) = GWP* Taux de frais de gestion (=7%)
- Frais de structure (n) = 20% de l'investissement IT.

Enfin, les variations annuelles des provisions mathématiques, appelées **dotations aux provisions**, apparaissent bien évidemment dans les charges. La variation de PM est nulle la 1^{ère} année, et vaut à partir de la deuxième année :

- Dotation aux provisions (n) = 5%* GWP

Résultat brut et net

La différence finale des produits par les charges donne le résultat courant ou **résultat brut**.

Le **résultat net** est le résultat courant après déduction d'impôts.

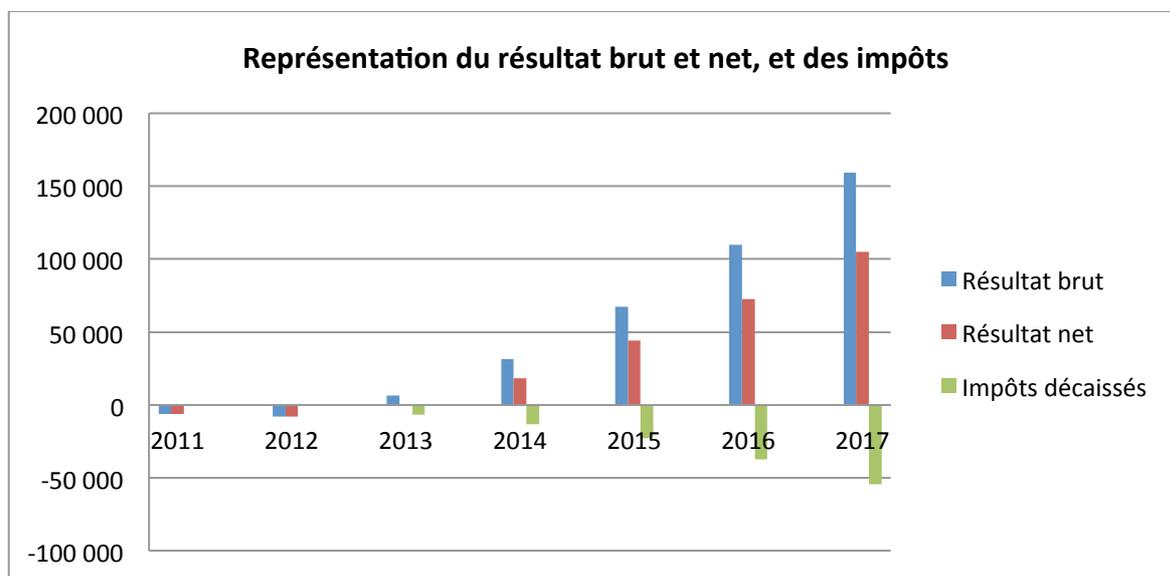
Impôts

Les impôts dus à l'Etat sont soumis à la taxe annuelle de 34% (du résultat courant).

Impôts = min (0 ; - 34% *Résultat courant).

On distingue :

- les **impôts décaissés**
- les **stocks d'impôts différés**, le cumul des impôts de 2011 à l'année n en cours.



Graphe 8 : Résultat brut, résultat net, impôts

Le résultat étant négatif les deux premières années, il n'y a pas d'impôts à payer. A partir de 2013, un résultat positif (encore relativement faible) implique le décaissement d'impôts. Les comptes étant statutaires, on ne réaffecte pas le crédit d'impôt : si le résultat courant est inférieur à la somme de 34% du résultat courant et du stock d'impôts différés de

³² L'amortissement total (d'un type de frais) désigne l'amortissement de l'année calendaire n, toutes générations confondues

l'exercice précédent, alors le montant d'impôts à verser de la part de la firme est égal au résultat courant. C'est pourquoi en 2013, le résultat net est nul.

Dans le cas où :

Résultat courant (n) > 34%*résultat courant (n) + stock d'impôts différés de l'exercice n-1

Alors les impôts valent : 34%*résultat courant (n) + stock d'impôts différés de l'exercice n-1.

Le résultat courant (positif) s'accroissant d'année en année, les impôts à payer augmentent proportionnellement à ces bénéfices.

Cette tendance apparait nettement pour les exercices 2014 à 2017. Ainsi le résultat net de ces exercices, représente simplement 66% du résultat brut.

Le graphique ci-dessus met en exergue ces observations.

Etude de la trésorerie :

TRESORERIE	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017
Flux de trésorerie avant impôts	-24 114	-38 247	-41 271	-31 759	-1 374	33 993	87 421
<i>Stock d'impôts différés</i>	2 134	4 822	2 557	0	0	0	0
<i>Impôts décaissés</i>	0	0	-6 662	-13 250	-22 860	-37 376	-54 150
Flux de trésorerie après impôts	-24 114	-38 247	-47 932	-45 009	-24 234	-3 383	33 270
<i>Cumulés</i>	-24 114	-62 361	-110 293	-155 302	-179 536	-182 919	-149 649
Marge de Solvabilité	-5 103	-22 556	-52 996	-96 905	-147 773	-208 260	-271 628
<i>Variation</i>	-5 103	-17 453	-30 440	-43 910	-50 868	-60 488	-63 367
Besoins de financement	-29 217	-55 700	-78 372	-88 918	-75 101	-63 871	-30 097
<i>Cumulés</i>	-29 217	-84 917	-163 289	-252 207	-327 309	-391 179	-421 276

Tableau 42 : Etude de la trésorerie

On étudie la trésorerie de la société en calculant les **cash-flows** (flux de trésorerie) :

Flux de trésorerie avant impôts(n) = Résultat courant(n) + Investissement(n) – Amortissement(n)

Flux de trésorerie après impôts (n) = Flux de trésorerie avant déduction d'impôts (n) – Impôts décaissés(n)

Ou tout simplement :

Flux de trésorerie après impôts(n) = Résultat net(n) - VNC des investissements (n)

Où VNC est la valeur nette comptable des investissements (on a déduit les amortissements)

Enfin la **marge de solvabilité** dont nous rappelons la formule réglementaire, avec ici des coefficients viager et financier égaux à 150%, est :

$$MS = [4\% PM + 0,3\% CSR] * 150\%$$

Où CSR = Nombre total de contrats in force * Prestation – PM

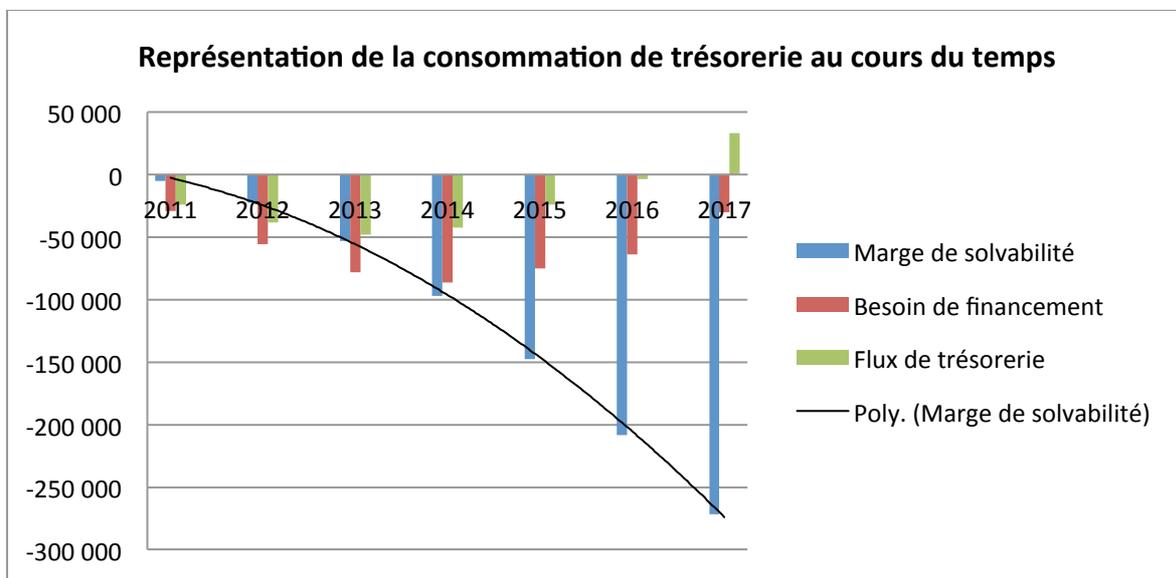
Puis on calcule les variations annuelles de la marge de solvabilité ΔMS .

Etude de besoin de financement :

On cherche à savoir quel est le financement nécessaire de la part du groupe AXA. C'est pourquoi, la compagnie a recours aux actionnaires dès que la somme de la variation annuelle de la marge de solvabilité et du flux de trésorerie de l'exercice (après déduction d'impôts) est négative.

En général, on parle de besoin de financement si ce solde est négatif, et de capacité de financement s'il est positif.

On représente la consommation de trésorerie de 2011 à 2017, via les flux de trésorerie après impôts (en vert) qui prend en compte le résultat net moins la valeur nette comptable des investissements. Les allures respectives du résultat net et des investissements observés précédemment nous permettent d'approuver l'allure des flux de trésorerie : négatifs de 2011 à 2016 (valeur maximale atteinte en 2013), presque nul en 2016 et positif à partir de 2017.



Graph 9 : Consommation de trésorerie au cours du temps

L'évolution de la marge de solvabilité au cours du temps peut être modélisée par une courbe de tendance polynomiale de degré 2, de coefficient principal négatif. En effet, les variations (négatives) de marge de solvabilité croissent progressivement avec le temps.

Ce qui implique une croissance quasi linéaire modélisable très grossièrement par $ax+b$.

Si $\Delta MS \cong ax+b$ alors la primitive $MS \cong ax^2+bx+c$.

En ce qui concerne l'évolution du besoin de financement :

On étudie chaque année le signe de la somme suivante: cash flow généré par l'activité + coût d'immobilisation de la marge de solvabilité.

S'il est négatif, le besoin de financement est exactement de ce montant.

Si par contre il est positif ou nul, il n'y a aucun besoin de financement.

Dans notre étude, il existe toujours un besoin de financement (moindre cependant), même lorsque le cash-flow de l'exercice est positif (cas de 2016 et 2017). Ce besoin de financement diminue au fur et à mesure que les cash-flows augmentent.

4.4 Bilan projeté et Trésorerie générée par l'activité

Le bilan projeté de la compagnie indique pour chaque exercice, les montants totaux du passif et de l'actif de 2011 à 2017, toutes générations de contrats mélangées. Ces montants sont comptablement inscrits positifs.

Passif:

Au passif, on retrouve les capitaux propres, c'est-à-dire la situation nette qui inclut la marge de solvabilité et les investissements non financiers.

Ces « investissements » non financiers correspondent la part des capitaux qui finance les pertes passées dues aux investissements matériels ou informatique.

Pour une année calendaire donnée :

Investissements non financiers = Résultat net cumulé (depuis 2011) + Stock d'impôts différés – Marge de solvabilité + Besoin de financement
(en exprimant le besoin de financement positivement)

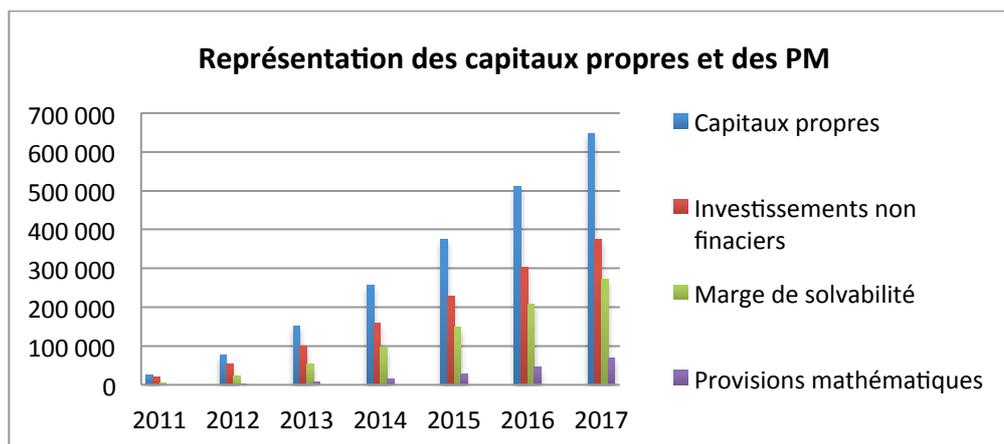
Capitaux Propres = **Investissements non financiers** + **Marge de solvabilité**
= Résultat net cumulé (depuis 2011) + Stock d'impôts différés + Besoin de financement

Les provisions mathématiques à constituer quant à elles sont capitalisées chaque année au taux d'intérêt fixe retenu 4%.

Pour tout exercice n :

Provisions mathématiques (n) = $PM(n-1) * (1+4\%) + \text{Dotation aux provisions (n)}$
(avec la dotation aux provisions (n) exprimée positivement)

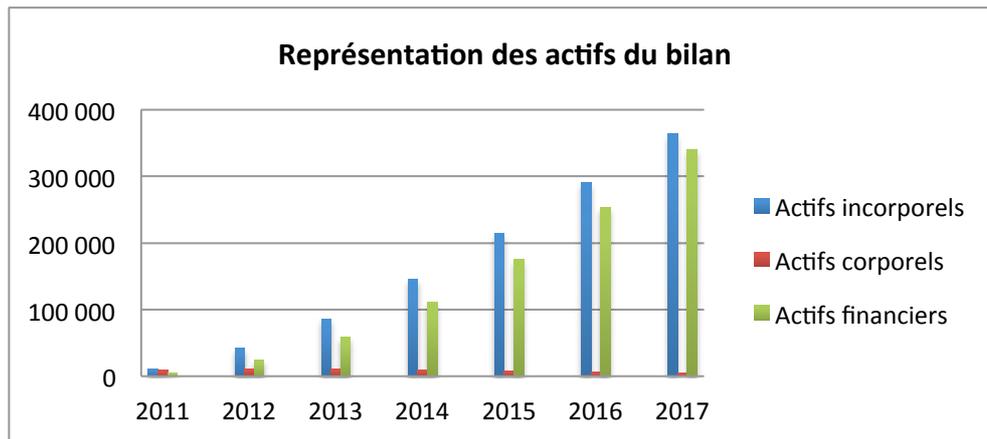
La 1^{ère} année, il n'y a pas de provision, puis ces provisions, assimilables à des dettes, augmentent faiblement au cours du temps, jusqu'à atteindre plus de 68 000 k€ en 2017.



Graph 10 : Capitaux propres et Provisions mathématiques, marge de solvabilité

Actif:

On différencie trois types d'actifs au bilan : les actifs corporels, les actifs incorporels et les actifs financiers.



Graphique 11 : Part des différents types d'actifs

Les **actifs corporels** désignent les actifs matériels de l'entreprise. Ils font partie intégrante de l'actif immobilisé (qui ne disparaît pas durant le cycle d'exploitation).

Ce sont généralement les immeubles, les terrains, les usines et tous autres biens matériels que la société peut posséder.

Chez FamilyProtect, il s'agit simplement de l'investissement **informatique** cumulé (de 2011 jusqu'à l'année n), puis amorti.

Actifs corporels (n) = Investissements IT cumulés – Amortissements IT cumulés

Les **actifs incorporels** représentent les actifs immatériels de l'entreprise, c'est à dire que l'on ne peut pas toucher. Ils font eux aussi, partie intégrante de l'actif immobilisé.

Ce sont généralement les brevets, frais d'établissement, fonds de commerce, licences et autres biens immatériels que l'entreprise peut posséder.

Chez FamilyProtect, il s'agit simplement de l'investissement **marketing (publicité)** et des **commissions**, cumulés et amortis, auxquels on ajoute le stock d'impôts différés de l'exercice.

Actifs incorporels (n) = Investissements Mkt cumulés – Amortissements Mkt cumulés + Investissements Commissions cumulés – Amortissements Commissions cumulés + Stock d'impôts différés (n)

Par contre, les titres financiers sont à exclure de l'actif incorporel car ils sont à intégrer dans les immobilisations financières.

Les actifs financiers concernent les titres financiers (créances, valeurs mobilières : actions, obligations) généralement transmissibles et négociables, susceptibles de produire à son détenteur des revenus et/ou un gain en capital, en contrepartie d'une certaine prise de risque.

Ils sont considérés comme des placements d'où leur place au bilan comptable.

Les éléments liés au risque tels que les provisions mathématiques constituées afin de se couvrir de ce risque, et la marge de solvabilité réglementaire, sont toutes deux « sécurisées » par les actifs financiers. C'est pourquoi on a **en valeur seulement** l'égalité³³ suivante:

³³ Cette égalité n'est vraie qu'en valeur, car bien entendu, les provisions et la marge de solvabilité constituent des passifs.

Actifs financiers (n) = Provisions (n) + Marge de solvabilité (n)

Les flux futurs émergents de l'actif financier sont adaptés aux flux du passif en terme de cadence d'émergence.

Enfin, un dernier élément indispensable de l'actif du bilan est **la trésorerie (cash) générée par l'activité de la compagnie.**

Cette notion est directement corrélée à la notion de besoin de financement.

La trésorerie générée une année donnée est positive lorsqu'elle devient capable de s'autofinancer, autrement dit de n'avoir plus aucun besoin de financement. A l'inverse, tant qu'il y a un besoin de financement, il n'y a aucune trésorerie générée à l'actif.

C'est le dernier cas qui est observable dans le tableau ci-dessous. (Afin de relier les deux notions, se reporter au tableau 42, ligne besoin de financement).

Ce n'est qu'au delà de 2017, que l'on pourra observer une trésorerie strictement positive.

BILAN	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017
Capitaux propres	25 075	75 556	151 663	256 223	375 700	512 124	647 336
<i>dont investissements non financiers</i>	19 972	53 000	98 668	159 318	227 927	303 864	375 709
<i>dont marge de solvabilité</i>	5 103	22 556	52 996	96 905	147 773	208 260	271 628
Provisions pour risques	0	1 848	6 255	14 415	27 031	45 047	68 890
Total Passif	25 075	77 404	157 919	270 638	402 730	557 171	716 227
Actifs incorporels	10 972	42 300	87 468	149 618	219 727	297 164	370 509
Actifs corporels	9 000	10 700	11 200	9 700	8 200	6 700	5 200
Actifs financiers	5 103	24 404	59 251	111 320	174 803	253 307	340 518
Trésorerie générée par l'activité	0	0	0	0	0	0	0
Total Actif	25 075	77 404	157 919	270 638	402 730	557 171	716 227

Tableau 43 : Bilan comptable de la société

Comment se calcule la trésorerie générée par une start-up ?

En exprimant chaque élément du Business Plan en valeur absolue, on calcule la trésorerie selon les encaissements (+) et décaissements (-) suivants :

Trésorerie générée (n) = Trésorerie générée (n-1) + Produits (n) + Besoin de financement - Charges (n) - [Investissements (n) - Amortissements (n)] - ΔMS (n) - Impôts décaissés (n)

En effet, la variation de trésorerie générée d'une année sur l'autre comprend tout ce qui est encaissé, autrement dit les produits, le financement de la part de l'actionnaire (si besoin), puis on retire tout ce qui est décaissé, autrement dit, les charges, les investissements, puis les impôts payés à l'Etat.

De 2011 à 2017, ces encaissements et les décaissements se compensent l'un l'autre, d'où une trésorerie générée par l'activité, nulle.

On vérifie bien qu'à chaque exercice, le total de l'actif est égal au total du passif. Aucun ajustement n'a été nécessaire, ce qui prouve bien les calculs réalisés pour ce business plan sont tous corrects et par conséquent ce business est fiable, et donne une bonne visibilité de la comptabilité future, sous réserve d'avoir choisi des hypothèses suffisamment perspicaces.

En conclusion, à partir du suivi des indicateurs clés, définis au chapitre 2, et de l'analyse précise des business plans, la compagnie d'assurances pourra régulièrement contrôler les limites opérationnelles sur l'ensemble de ses risques, une fois que l'on s'est assuré que le risque est bien intégré dans la gestion courante des activités de l'entreprise. C'est l'objectif principal de la mise en place d'une stratégie d'appétit pour le risque, que nous allons détailler dans le chapitre suivant.

Chapitre 5

La stratégie d'appétit pour le risque

Dans un contexte où l'évaluation quantitative des risques devient une préoccupation majeure, afin de préserver la solvabilité des compagnies d'assurances, ce chapitre a pour objet d'expliquer comment les compagnies d'assurances peuvent définir leur appétit pour le risque, afin d'optimiser leurs décisions de gestion stratégique de façon cohérente avec la prise de risque.

5.1 Notion d'appétit au risque

Commençons par signaler que le terme « *appétit pour le risque* » signifie plutôt qu'une compagnie d'assurances supportera le risque seulement si cette prise de risque a une probabilité raisonnable d'être convenablement « récompensée ». Ainsi, au lieu d'utiliser le mot appétit ou appétence, on préfère employer le terme « *tolérance au risque* » pour signifier que le risque n'est bien sûr pas désiré en soi.

En effet, la raison d'être de l'assurance est en réalité la risquophobie, autrement dit l'aversion au risque. Elle concerne tous les agents économiques (particuliers ou professionnels) soumis à des aléas indésirables. Dans la théorie du risque, deux critères décisionnels interviennent : la volatilité du risque et le rendement. Un agent risquophobe choisira toujours, à revenu comparable la solution la moins risquée. Et inversement, il consentira à encourir un risque plus élevé si la compensation prend la forme d'un bénéfice suffisant. De plus, il préférera porter plusieurs petits risques indépendants qu'un risque unique très important. : La **diversification** (définition dans le glossaire p146) est une caractéristique propre à l'aversion au risque. Or, certaines compagnies pourront accepter certains types de risque alors que d'autres s'efforceront de les éviter. Cette différence d'« *appétence envers le risque* » peut être imputable aux expériences passées liées aux activités de la société, à son expertise acquise et au degré d'aversion au risque de ses actionnaires.

De plus, chacune des parties prenantes de la société, c'est-à-dire des actionnaires, des assurés, des régulateurs, des agences de notations, et des employés, a une perspective différente vis-à-vis du risque et cherchera un objectif différent dans la formulation de l'appétit pour le risque.

Cependant comme une compagnie d'assurances a besoin du capital de ses actionnaires pour exercer sur le long terme son activité de « prise de risques » et satisfaire à tout moment ses engagements vis-à-vis des assurés, elle doit définir des limites de risque cohérentes avec

le niveau de capital de la compagnie et la rentabilité attendue du capital par les actionnaires.

Mais qu'en est-il du côté de l'assureur?

Le risque est la matière première de l'assurance : le métier de l'assureur consiste à prendre des risques, à les mutualiser et à les gérer afin d'exercer cette activité de façon rentable et pérenne. Les compagnies d'assurances devraient donc être bien placées pour avoir une vision claire des prises de risques qu'elles souhaitent entreprendre.

Il est évidemment soumis, lui aussi, à un risque non négligeable : le risque d'insolvabilité qui l'empêcherait de couvrir ses engagements en cas de sinistres (ici en assurance vie : accident, décès, invalidité). C'est pourquoi, il est important que l'assureur souscrive de nombreux contrats, groupés par risque semblable, ne s'influençant pas mutuellement au sein de son portefeuille client. Ainsi, afin de dédommager les sinistres frappant un petit nombre d'assurés, l'assureur pourra utiliser les primes encaissées relatives l'ensemble des contrats. C'est le principe de compensation. Par conséquent, la tarification est généralement prudente. En théorie, il serait donc à l'image de ses assurés, averse au risque.

Cependant, dans le contexte de lancement de la société, il est conseillé de ne pas être trop « Risk adverse », puisque la surface de portefeuille ne permet pas encore d'absorber des sinistres « extrêmes » ou trop nombreux, les frais d'acquisition étant très élevés comme nous l'avons montré dans la partie II précédente.

La notion de « Risk Management » est donc cruciale dans la définition de l'appétit pour le risque de FamilyProtect. **L'appétit pour le risque** peut être défini comme le niveau de variation des indicateurs de solvabilité, mais aussi des indicateurs de capital (en fonction de son impact sur les capitaux propres), du résultat après impôts, de la valeur (EEV), et de la trésorerie, qui vérifie qu'il n'y a pas de situation d'impayé.

Ce niveau est bien un seuil de tolérance fourni dans le cadre de référence à l'analyse des décisions et à l'évolution du profil de risque de la compagnie.

5.2 Risques de crêtes dans le cas d'un Plan Accident

Les « risques de crêtes » désignent des risques extrêmes que l'on souhaite écrêter, via la réassurance par exemple.

Les risques extrêmes se caractérisent par une très faible occurrence de l'événement porteur de risque, mais aussi par une « gravité » importante en termes de destruction de capital humain ou de capital physique et financier. En effet, ces risques sont rares mais de coût généralement très élevé ; d'où la nécessité de se doter d'une théorie de gestion du risque pour ces événements extrêmes.

Les sinistres extrêmes peuvent consister des catastrophes majeures (ex : catastrophes naturelles) entraînant un nombre de décès colossal, et donc un versement de prestations beaucoup trop important.

En Assurance Vie individuelle, le risque est habituellement : d'une part un risque technique lié aux garanties de prévoyance (garanties en cas de décès, invalidité et arrêts de travail) et d'autre part financier (garanties en cas de décès sur les contrats d'épargne).

Dans le cadre de FamilyProtect où les garanties sont plus restreintes, le risque à couvrir, susceptible d'être exposé à un événement catastrophique, est le décès ou l'invalidité suite à

un accident. Le produit Accidental Plan de par les garanties qu'il propose, peut être amené à couvrir ces événements rares. Or l'occurrence de tels événements impacte fortement le portefeuille naissant de la compagnie, particulièrement sur le passif et l'actif de l'assureur.

Ces événements rares mais graves, auxquels sont exposés les assurés sont appelés «worst case scenarios» (scénarios des pires cas). Exemples : une famille assurée chez FamilyProtect décède dans une avalanche pendant un séjour aux sports d'hiver, ou plus grave : un accident d'avion pouvant comporter plusieurs assurés (où le capital à verser en cas de décès est triplé), etc.

En théorie, l'analyse de ces « worst case scenarios » nous amène à cartographier les différents risques auxquels sont exposés les assurés, de mesurer ces risques. Cela permet également de définir le besoin en fonds propres de la start-up.

Cependant la connaissance de l'historique des sinistres n'est pas suffisante pour appréhender l'exposition. Même s'il n'y a pas eu de catastrophes majeures par le passé, on ne peut pas considérer que la probabilité de tel événement est nulle.

En l'absence de distribution de probabilités, une fois les scénarios catastrophes définis, il faut mesurer leur impact sur le portefeuille de la société.

Un exemple pourrait être les scénarios concernant le nombre de décès suite à un accident de probabilité d'occurrence sur un an inférieure à 0.05%.

Pour cela, des experts en Risk Management effectuent des *stress tests* à l'échelle de l'entreprise. Après avoir établi certains scénarios économiques de base, il faut évaluer l'ensemble des conséquences du risque supporté par l'assureur, afin de déterminer l'importance des pertes provoquées par la conjonction d'événements graves et afin d'identifier de manière concrète l'appétit pour le risque. Enfin on prend une décision sur la manière de couvrir ou de réduire le risque, parmi les décisions stratégiques portant sur l'activité de l'entreprise.

C'est pourquoi les compagnies d'assurance peuvent mettre en œuvre des outils pour évaluer les risques extrêmes, les mesurer, les contrôler au niveau individuel et global, en particulier la *value at risk*.

Malheureusement, on définit souvent grossièrement la VAR comme la perte maximale attendue sur un portefeuille à un horizon donné, avec une certitude donnée.

Cependant, les risques extrêmes, qui, par définition, ne se prêtent pas à la modélisation car les données sont rares et les estimations doivent souvent être établies à la marge, voire en marge, des données disponibles. On a le plus souvent recours à la théorie des valeurs extrêmes.

Nous ne nous étendrons pas sur les notions théoriques de risk management, mentionnées ci-dessus. En effet, FamilyProtect a adopté un outil plus pertinent de risk management : la solution de réassurance structurée, qui est un travers de la réassurance. Après avoir défini, dans sa phase de lancement, sa politique d'appétit pour le risque, la société, qui ne dispose pas encore d'une surface de portefeuille suffisante, pour absorber les risques extrêmes, va écrêter ces risques, via, idéalement, un traité de réassurance en excédent de sinistres, et pour traiter la problématique des coûts d'acquisition, ou un traité de réassurance financière non traditionnelle, que nous allons développer dans la partie

suivante.

Partie III

III. La solution de réassurance structurée

Chapitre 1

Présentation de la problématique de réassurance

Classiquement, pour réduire son risque de ruine, l'assureur peut :

- augmenter le montant de ses fonds propres, soit par injection de capital, soit en réalisant un bénéfice important au cours d'un exercice donné
- augmenter les chargements via la prime commerciale demandée aux assurés.
- augmenter le nombre de contrats dans son portefeuille.

Or, en phase de démarrage, ces mesures sont très délicates à mettre en œuvre et nécessitent surtout un délai important.

C'est pourquoi, l'assureur peut faire appel à une autre mesure, sans délai : la **réassurance**. Dans la phase de développement de nouveaux produits d'une compagnie d'assurance, la réassurance est même une préoccupation indispensable, en particulier pour un plan de tarification compétitif ou pour la structure marketing d'un produit innovant.

L'assureur conservera à sa charge les coûts des sinistres relativement faibles afin de ne pas payer une charge trop importante au titre de la réassurance.

En fait, le choix de la limite de conservation dépendra de la perte limite que l'assureur est prêt à subir sur ses résultats. Un équilibre est donc à trouver entre le coût de la réassurance et la capacité de la société d'assurances à supporter un seuil de perte sur ses résultats.

Au-delà de ce premier niveau de rétention, qui s'apparente à une limite de tolérance, l'assureur transférera ses risques aux réassureurs afin de se couvrir contre une perte trop importante sur ses résultats et sur ses fonds propres.

Avant de solliciter des propositions de réassurance sur un nouveau produit, comme Accidental Plan ou Over50, la cédante, ici FamilyProtect, doit évaluer ses besoins et émettre des décisions préliminaires, en fonction de ses besoins.

Ses besoins en réassurance sont déterminés sous deux angles distincts : l'aspect risque et l'aspect financier. Pour cela, les phases de sélection médicale et de sélection financière nécessitent toute l'expertise du réassureur.

En ce qui concerne la sélection médicale, comme nous l'avons vu dans la 1^{ère} partie, De façon générale, le réassureur vie participe à l'élaboration de questionnaires médicaux et à la sélection médicale.

Chez FamilyProtect, la sélection médicale ne se fait pas par questionnaire. Il est simplement demandé au souscripteur une déclaration de bonne santé de l'assuré.

Par contre, rappelons que la **sélection financière** joue un rôle très important pour les contrats d'assurance à capital assuré élevé, comme c'est le cas du produit Accidental Plan, particulièrement en cas d'accidents mortels dans les transports publics où la somme assurée est triplée ! Le réassureur peut alors intervenir dans la définition des normes de sélection financière en examinant si le risque est acceptable, donc assurable. (Par exemple, si les bénéficiaires s'enrichissent sans raison sur un ou plusieurs contrats souscrits, alors il y a refus d'assurance ou réduction des prestations sollicitées.)

La réassurance est donc un transfert d'une partie des risques risque d'assurance et risque financier.

Commençons par prouver que la solution de réassurance est d'abord un moyen de diminuer la probabilité de ruine de l'assureur, quitte à diminuer son espérance de bénéfice.

1.1 La diminution de la probabilité de ruine par la réassurance vie

Etudions l'effet d'une réassurance vie en quote-part sur la probabilité de ruine et le bénéfice probable. Le risque étudié est le décès toutes causes (ex : temporaire décès 1 an Term-Life).

Soit Π_i la prime pure, payée par un assuré (contrat) i , et connue d'avance.

Soit X_i la prestation à verser à un (contrat) assuré i , aléatoire.

Ainsi, l'assureur dispose de primes $\sum \Pi_i$ pour payer les sinistres $\sum X_i$, pour un assuré i .

Le but de l'assureur est de prévoir la somme globale de prestations avec le maximum de précision.

Pour des risques dits assez homogènes et indépendants, la loi des grands nombres s'applique lorsque le nombre de contrats en portefeuille est suffisant.

Si les risques assurés ne sont pas suffisamment nombreux, et indépendants pour que l'assureur puisse prévoir la somme globale des prestations à régler, autrement dit, si la loi des grands nombres ne peut s'appliquer, l'assureur doit faire appel à la réassurance.

On considère un modèle individuel dans lequel le montant total des décès, à verser aux assurés, suit une loi binomiale.

Hypothèses:

n = nombre d'assurés avec un taux de mortalité identique (même âge, même sexe)

C = capital décès à verser en cas de décès

q = chaque assuré a une probabilité q de décéder dans l'année

✓ **Avant réassurance :**

X_i = montant annuel des sinistres pour un individu i (càd relatif à un risque i).

Les variables aléatoires X_i sont indépendantes et *i.d.d* de même loi que X_1 .

$P(X_i=C)=q$ (la probabilité qu'un individu i perçoive son capital décès est la probabilité qu'il décède)

$$P(X_1=0)=1-q$$

$$\frac{X_i}{C} \sim \mathcal{B}(1, q) \text{ loi de Bernoulli}$$

$$X = \sum_{i=1}^n X_i, \text{ le montant total annuel des décès pour les } n \text{ assurés}$$

$$\frac{X}{C} \sim \mathcal{B}(n, q), \text{ loi binomiale}$$

$$E(X)=n.E(X_1)=nqC$$

$$V(X)=n.V(X_1)=nq(1-q)C^2$$

$$\sigma(X) = C\sqrt{nq(1-q)}$$

$$\Pi(X) = \sum_{i=1}^n \Pi(X_i) = \sum_{i=1}^n \Pi_i, \text{ la prime pure globale annuelle}$$

$$\Pi(X) = nqv^{\frac{1}{2}}C = E(X), \text{ car (avec } v \text{ facteur d'actualisation du taux technique } i, \text{ négligeable ici)}$$

CT= chargement technique de la prime technique. Il est le plus souvent égal à $\alpha E(X)$, où α est le coefficient technique.

$$\Pi'(X) = \sum_{i=1}^n \Pi'(X_i) = \sum_{i=1}^n \Pi'_i, \text{ la prime technique globale annuelle}$$

$$\Pi'(X) = \Pi(X) + CT = (1 + \alpha)E(X)$$

g= taux de chargement commercial et de gestion

$$\Pi''(X) = \sum_{i=1}^n \Pi''(X_i) = \sum_{i=1}^n \Pi''_i \text{ la prime commerciale globale annuelle}$$

$$\Pi''(X) = \Pi(X) + \alpha\Pi(X) + g\Pi''(X)$$

$$\text{donc } \Pi''(X) = \frac{(1 + \alpha)\Pi(X)}{1 - g} = \frac{\Pi'(X)}{1 - g}$$

R= réserves affectées au risque= équivalent aux fonds propres

B= bénéfice technique de l'exercice (avant réassurance)

- Bénéfice technique de l'assureur :

$$\begin{aligned} B(X) &= \Pi'(X) - X \\ \Rightarrow E(B) &= CT = \alpha E(X) = \alpha nqC, \\ \Rightarrow \sigma(B) &= \sigma(X) \end{aligned}$$

- Coefficient de sécurité β

$$\beta = \frac{R + E(B)}{\sigma(B)} = \frac{R + CT}{\sigma(X)} = \frac{R + \alpha nqC}{C\sqrt{nq(1-q)}}$$

- Probabilité de ruine (avec prise en compte de réserves)

$$P(\text{ruine}) = P(X > \Pi'(X) + R) = P(X > E(X) + CT + R)$$

$$= P\left(\frac{X - E(X)}{\sigma(X)} > \frac{CT + R}{\sigma(X)}\right) = P(W > \beta) = 1 - F(\beta)$$

Où $W = \frac{X - E(X)}{\sigma(X)}$ suit une loi normale $\mathcal{N}(0,1)$ de fonction de répartition F et $\beta = \frac{CT + R}{\sigma(X)}$

✓ **Après réassurance:**

La réassurance a pour but de diminuer le risque de ruine, au prix d'une diminution de l'espérance de bénéfice.

θ = Plein de conservation de l'assureur compris entre 0 et 1

$1 - \theta$ = taux de cession en réassurance

Π_r = primes pures cédées = prime de réassurance

Π''_r = primes commerciales cédées = prime de réassurance

B_θ = bénéfice après réassurance (net) = bénéfice conservé par l'assureur

g = taux de chargements de gestion, d'acquisition et d'administration de l'assureur

c_r = taux de la commission de réassurance (part des primes commerciales cédées)

Le bénéfice après cession en réassurance est :

$$B_\theta = [\Pi''(X) - \Pi''_r(X)] - [X - (1 - \theta)X] - g\Pi''(X) + c_r(1 - \theta)\Pi''(X)$$

Dans le cas où $g = c_r$: le réassureur applique un taux de commission c_r égal au taux de chargement g de l'assureur.

	Brut	Cession	Net
Primes commerciales	Π''	$-\Pi_r = -(1 - \theta)\Pi''$	$\theta\Pi''$
Prestations	$-X$	$X'' = (1 - \theta)X$	$-X' = -\theta X$
Frais	$-g\Pi''$	$c_r(1 - \theta)\Pi''$	$-g\Pi'' + c_r(1 - \theta)\Pi''$
Résultat (bénéfice)	$B = \Pi'' - X - g\Pi''$	$-(1 - \theta)\Pi'' + (1 - \theta)X + c_r(1 - \theta)\Pi''$	$B_\theta = \theta\Pi'' - \theta X - g\Pi'' + c_r(1 - \theta)\Pi''$

Alors le bénéfice de l'assureur après cession :

$$B_\theta = \theta\Pi''(X) - \theta X - \theta g\Pi''(X) = \theta \cdot [\Pi''(X) - X - g\Pi''(X)] = \theta \cdot B(X)$$

d'où $E(B_\theta) = \theta E(B)$ et $\sigma(B_\theta) = \theta \sigma(B)$ et comme $\theta \in]0, 1[$, alors $E(B_\theta) < E(B)$ et $\sigma(B_\theta) < \sigma(B)$

Avec la mise en place d'un traité de réassurance en Quote-part, le réassureur prend bien en charge une proportion identique de tous les risques du portefeuille et reçoit en échange la même proportion de primes. Ainsi le portefeuille conservé par l'assureur après réassurance en Q-P à 60% (c'est le taux de cession) par exemple est 40% du portefeuille avant réassurance, ce qui explique que le bénéfice après réassurance soit inférieur à celui

avant réassurance.

On peut alors en déduire le coût de la réassurance, autrement dit l'espérance de bénéfice cédé au réassureur :

$$\text{Coût de la réassurance : } E(B) - E(B_\theta) = (1 - \theta)E(B) = (1 - \theta) \cdot CT = \alpha(1 - \theta)E(X)$$

Le **coefficient de sécurité** après cession est noté $\beta(\theta)$

$$\beta(\theta) = \frac{R + E(B_\theta)}{\sigma(B_\theta)} = \frac{R + \theta E(B)}{\theta \sigma(B)} = \frac{R + \alpha \theta E(X)}{\theta \sigma(X)}$$

La **probabilité de ruine** est donnée par :

$$\begin{aligned} P(\text{ruine_après_réassurance}) &= P(\theta X > R + \theta \Pi'(X)) = P(\theta X > R + \theta E(X) + \theta CT) \\ &= P\left(\theta \frac{X - E(X)}{\sigma(X)} > \frac{\theta CT + R}{\theta \sigma(X)}\right) = P\left(\theta \frac{X - E(X)}{\sigma(X)} > \frac{\alpha \theta E(X) + R}{\theta \sigma(X)}\right) = P(\theta W > \beta(\theta)) = 1 - F\left(\frac{\beta(\theta)}{\theta}\right) \end{aligned}$$

Où $W = \frac{X - E(X)}{\sigma(X)}$ suit une loi normale $\mathcal{N}(0,1)$ de fonction de répartition F

Et $P(\text{ruine_après_réassurance}) < P(\text{ruine_sans_réassurance})$

On vérifie bien que la probabilité de ruine diminue avec l'intervention du réassureur.

Par une telle réassurance en quote part, traditionnelle, (dite également « réassurance technique »), l'assureur cherche, du moins dans la théorie actuarielle à diminuer le risque d'être « ruiné », autrement dit, le risque qu'une perte dépasse les fonds propres. Il cherche à éviter de trop grandes pertes. C'est pourquoi, il doit consentir à ce que l'espérance de son bénéfice diminue.

1.2 Les traités de financement en réassurance vie

La caractéristique d'un traité réassurance vie est le respect du principe de congruence : l'assureur devra souscrire à un traité de réassurance qui le protège pour une même durée que la police d'assurance originale. Rappelons que la durée de polices individuelles est souvent longue. Ainsi l'assureur ne peut résilier ces polices individuelles avant leur terme, donc il recherchera la couverture de réassurance qui le protège jusqu'à l'échéance du contrat. En effet, il ne peut risquer de se retrouver sans protection alors que les polices sont toujours en vigueur. La période de couverture du traité est souvent pluriannuelle.

Se pose alors pour la société et en particulier pour une start-up, la question des nouveaux contrats (« new busines »), afin de se constituer un portefeuille de contrats confortable dans sa phase de démarrage. Or le pouvoir d'attirer des clients a un coût. Les modes de distribution et de gestion mis en place impliquent des coûts initiaux très élevés et très lourds à supporter la première année, pouvant impacter lourdement le bilan de la compagnie.

L'assureur doit alors se poser la question du financement de sa nouvelle production. Il fait

alors appel au réassureur pour transférer une partie de ces coûts par le biais de **la réassurance de financement**.

Le principe d'un traité de financement consiste à payer à la cédante une commission importante les premières années afin de l'aider à supporter les coûts de production et d'acquisition initiaux.

L'assureur cède au réassureur une partie du capital assuré (fixée contractuellement) et la part correspondante de la prime nivelée originale (prime cédée ou prime de réassurance). En contrepartie, le réassureur accorde sur la prime de réassurance une commission de réassurance, qui doit couvrir complètement ou partiellement les frais d'acquisition de la police originale (selon un taux de commission exprimé en % des primes cédées).

Le réassureur a alors à sa charge la proportion correspondant au versement des sinistres. Il assume en plus sa part d'engagements liés à la police originale : les rachats, les échéances, et la constitution de provisions techniques.

Dans le cas de la réassurance vie, extension naturelle de l'assurance vie, au delà du risque d'assurance (mortalité), le réassureur devra aussi prendre en compte la notion financière inhérente à ces contrats, qui garantissent un taux technique. En effet, le réassureur contribue directement à l'effort financier que l'assureur doit supporter pour produire des affaires nouvelles. De plus, afin de limiter les phénomènes d'anti-sélection, il apportera un soin particulier à la **sélection financière des risques** à la souscription.

Quelle est la caractéristique d'un traité de financement ?

Le réassureur paye à la cédante une commission de réassurance importante les premières années afin de l'aider à supporter ces coûts d'acquisition et de production initiaux.

Par cette méthode, le réassureur, en plus de couvrir le risque d'assurance, comme dans un traité classique, contribue directement à l'effort financier que l'assureur doit supporter pour produire de nouvelles affaires, par le préfinancement d'une partie ou de la totalité de coûts d'acquisition.

Cela implique que le réassureur puisse être considéré comme un banquier : la part de sinistres réglée et la commission de réassurance (servant à couvrir une partie des frais) constitue une sorte de « prêt », remboursé via les primes de réassurance. Ce qui revient à dire que l'assureur cède une partie de son espérance de bénéfice.

Or, en réalité, ce type d'opération ne peut être assimilable à un prêt puisque l'aléa réside dans le remboursement du réassureur (et non de l'assureur) ; remboursement qui dépend de la pertinence des hypothèses de départ, comme la mortalité attendue.

Les conditions économiques du traité de réassurance de financement permettent d'amortir les dépenses futures sur toute la durée du contrat.

Ce type de réassurance correspond à des traités proportionnels : quote-part ou excédent de plein. Il ne reste plus à l'assureur qu'à prendre à sa charge le financement correspondant à son plein de rétention. Dans certains cas, la commission de réassurance sur la part réassurée d'une police finance couvre entièrement les coûts d'acquisition de cette police. Cette commission peut être considérée comme un apport d'actif, car la cédante n'est pas obligée de constituer à son passif la contrepartie correspondant aux commissions amorties.

La réassurance de financement permet généralement d'augmenter la rentabilité des produits en diminuant les besoins en capitaux les premières années. Pour connaître la rentabilité d'un tel traité, le réassureur doit prendre en compte toutes les composantes entrant dans les flux financiers de la cédante, liés aux diverses opérations d'assurance qu'elle pratique. Ces composantes financières sont la mortalité, les chutes, le rachat anticipé, et bien sûr des intérêts financiers sur les provisions mathématiques constituées par l'assureur.

Un tel traité permet de diminuer le besoin de capital et en marge de solvabilité.

1.3 La réassurance financière : définitions et objectifs

Dans la relation entre le réassureur et sa cédante, dans le cas d'assurances individuelles vie, l'assureur demande non seulement un transfert de tout ou une partie de son risque auprès du réassureur vie, mais il attend également des conseils de ce dernier, ainsi qu'un ensemble de services appropriés à sa demande, intégrés dans l'offre de réassurance.

Le réassureur vie apparaît alors comme un partenaire pour l'assureur car il intervient dans chacune des étapes de la vie du contrat d'assurance. Il s'impliquera dans la création de nouveaux produits mais aussi dans la souscription, la sélection, la gestion de portefeuille, et il n'hésitera pas à revoir son offre et proposer une réassurance moins traditionnelle afin de répondre aux nouvelles exigences des cédantes.

En effet, à la réassurance traditionnelle, s'ajoute une autre forme de réassurance : la **réassurance financière** (dite « réassurance non technique ») ou plus communément appelée **réassurance « finite », non traditionnelle**.

Alors que la réassurance traditionnelle se définit comme un transfert de risque d'un assureur à un réassureur en échange d'une prime fixe, sur des traités souvent annuels ; la réassurance financière consistait, dans un premier temps, à un transfert de risque d'assurance quasiment nul. Les quote-parts financières étaient effectivement presque sans transfert de risque car elles avaient pour but de reconnaître les revenus financiers à venir. (De plus, il était souvent défini une cadence de règlement « de référence », excluant tout risque, ou une cadence de règlement « minimale », limitant fortement le risque).

Ces opérations s'apparentaient ainsi plus à des plans de financement qu'à de la réassurance véritable. Suite à des évolutions comptables et réglementaires, ces traités ont évolué en incluant une part grandissante de risque d'assurance associée au risque financier pur.

En fait, on peut établir une ligne de démarcation juridique entre :

- la réassurance technique, où une partie du risque est transférée de l'assureur au réassureur. Cette partie est déterminée, dans le cas d'une quote-part financière, par un taux de cession fixe.

- la réassurance non technique (financière), où la partie du risque transférée n'est pas significative.

Dans la réassurance financière, pratiquée sur des contrats vie, dont le frais d'acquisition sont lourds à supporter, l'assureur fait financer par le réassureur les frais d'acquisition exposés à la souscription du contrat. L'assureur le rembourse donc à l'aide des primes ultérieures du contrat, si le contrat se poursuit. Il y a donc une équité dans le sort de chaque partie.

Concernant les contrats de réassurance avec transfert de risques d'assurance significatifs mais limités et les contrats sans transfert significatif de risque, au-delà des termes contractuels inscrits dans certains contrats de réassurance, il peut s'avérer que la nature réelle de l'opération entre la cédante et le cessionnaire ne vise pas exclusivement un objectif de transfert de risque. C'est le cas lorsque l'objectif recherché par les parties est de financer des coûts d'acquisition ou des sinistres importants qui seront in fine remboursés par la cédante.

D'après l'article L310-1-1 du Code des Assurances, « la réassurance financière limitée (dite « réassurance finite ») désigne la réassurance en vertu de laquelle la perte maximale potentielle du réassureur, découlant d'un transfert significatif à la fois des risques liés à la souscription et des risques liés à l'échéance des paiements, excède, à concurrence d'un montant important mais limité, les primes dues par la cédante sur toute la durée du contrat. Cette réassurance présente en outre l'une au moins des deux caractéristiques suivantes :

1°) Elle prend en compte explicitement la valeur temporelle de l'argent ;

2°) Elle prévoit un partage contractuel qui vise à lisser dans le temps les répercussions économiques du risque réassuré en vue d'atteindre un niveau déterminé de transfert de risque. »

Enfin, récapitulons les critères que présentent les traités de réassurance « finite »:

- Ce sont des contrats sur mesure => Réassurance « non traditionnelle ».
- La prestation maximale du réassureur est limitée. Dans les contrats de réassurance non traditionnelle, les limites sont souvent épuisées déjà en cas d'écart relativement faibles par rapport aux dépenses pour sinistres attendues. De cette façon, le risque du réassureur est très fortement limité. => Réassurance « finite ».
- Ces contrats sont souvent pluriannuels. La possibilité de fluctuations du ratio de sinistralité est ainsi réduite.
- En ce qui concerne l'estimation des revenus financiers attendus. Il y a deux cas : soit , la cédante reçoit une participation aux excédents en cas de forte sinistralité; soit c'est le réassureur qui reçoit une prime complémentaire, en cas de sinistralité très faible. Dans les cas extrêmes, le transfert de risque est ainsi très faible, voire inexistant. => Traité de financement.

Nous allons étudier dans le paragraphe suivant, les apports de ce type de réassurance pour la compagnie.

1.4 Le financement de la marge de solvabilité et la limitation du besoin en capital

Comme nous l'avons vu, l'assureur doit se mettre d'accord avec le réassureur, dans le cas d'un traité de réassurance proportionnelle, (quote-part financière) sur la partie des **provisions techniques** correspondant au risque cédé.

La part des PM cédée en réassurance est déduite des provisions initiales figurant au bilan. Lorsque la réglementation (qui diffère d'un pays à l'autre) et la forme du traité oblige le réassureur à constituer des provisions techniques de son côté, il mettra en réserve ces provisions sous forme de titres ou d'espèces.

De surcroît, **le réassureur participe au financement de la marge de solvabilité** et

permet ainsi de baisser le besoin en marge de solvabilité de l'assureur. L'intérêt des quote-part financières ou « finite quota-share » en anglais, est d'augmenter les moyens propres de la compagnie cédante. De plus, les quote-part financières, premières formes de réassurance « finite », permettent d'améliorer **la marge de solvabilité** de la compagnie cédante tout en prenant en compte explicitement la valeur actuelle des provisions de sinistres.

(L'application pratique se trouve au chapitre suivant.)

Cependant, la législation française vérifie s'il n'y a pas de pertes dissimulées dans les comptes. La réassurance financière peut poser un problème prudentiel si elle conduit à comptabiliser un simple différé de pertes dans le temps, comme un soutien financier et donc une amélioration du résultat puis des fonds propres.

Ainsi, il faudra faire attention aux traités dont l'enregistrement comptable tend à faire croire que la solvabilité de la cédante a été améliorée : cette réassurance est dite « cosmétique ».

L'autorité de contrôle prudentiel devra alors analyser les traités dont le résultat est bénéficiaire afin de se prononcer sur le caractère réel ou non de la réalisation de ce bénéfice.

Cependant ces traités « cosmétiques », ayant pour objectif de « lisser les pertes » et dont la comptabilisation est critiquable d'un point de vue prudentiel, sont très peu nombreux.

Nous ne nous étendrons pas sur ce sujet.

Expliquons à présent ces notions à l'aide d'une réassurance financière bien spécifique : la réassurance par le principe de la DAC (Deferred Acquisition Cost).

1.5 La réassurance, outil de financement des coûts d'acquisition (DAC)

Il existe (aux Etats-Unis) deux normes comptables: SAP (*Statutory Accounting Principles*), US GAAP (*US Generally Accepted Accounting Principles*).

La norme SAP, permet classiquement au régulateur de déceler plus facilement les éventuelles défaillances de la compagnie, mais a un inconvénient : les coûts d'acquisition sont amortis la même année (comme les frais courants). Par contre, **les normes US GAAP les considèrent comme étant des frais d'investissement**. En effet, les commissions et autres frais d'acquisition sont extrêmement élevés. Ils constituent aux Etats-Unis par exemple environ 90% de la prime de la 1ère année.

Ainsi ces frais ne sont pas comparables à des frais « ordinaires » mais plutôt à un investissement de départ. D'un point de vue comptable, c'est par un actif qu'est représenté cet investissement: il s'agit des **Deferred Acquisition Cost (DAC)**. Cette méthode est également appelée « New Business financing » ou « Acquisition costs financing ».

Les frais sont alors plus lissés dans le temps. Les dépenses différées sont amorties tout comme on amortirait par exemple le coût d'acquisition d'un immeuble.

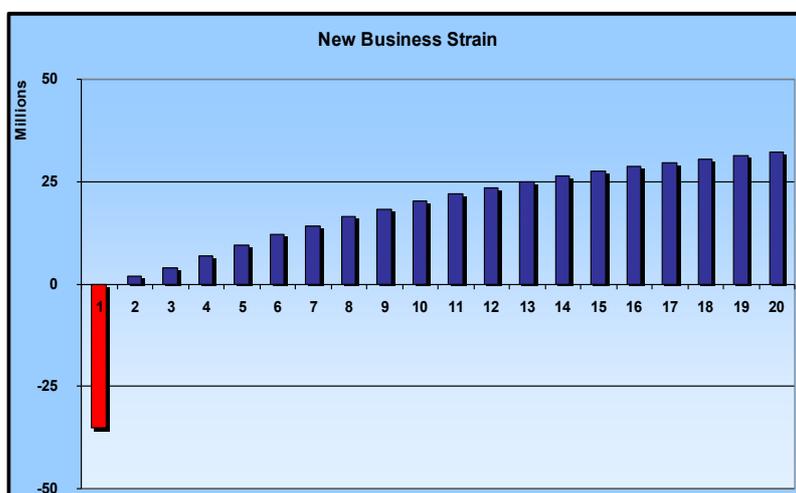
Expliquons d'abord les notions de dépenses « différables », (que l'on peut différer dans le temps) par rapport aux dépenses amortissables.

Parmi les dépenses générales de début d'année, liées aux polices réassurées certains coûts sont directement comptabilisés, d'autres par contre sont différés dans le temps par des méthodes de capitalisation et d'amortissement d'actifs.

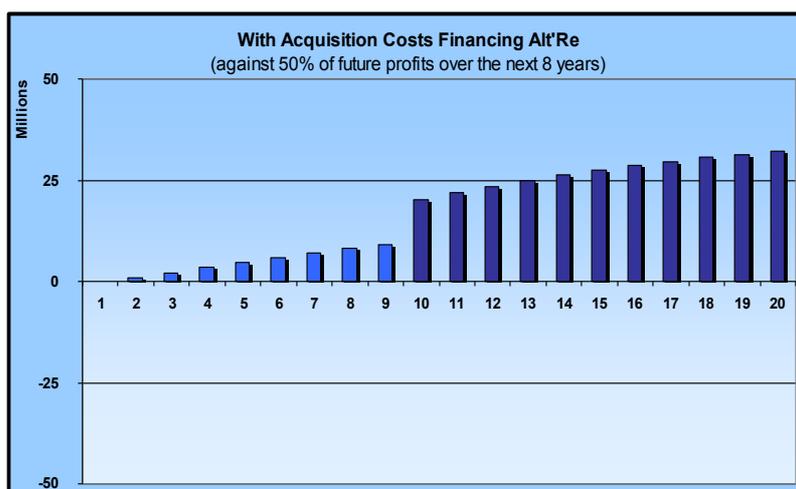
Les dépenses «différables» correspondent aux dépenses liées directement à l'acquisition de nouveaux contrats ; (par exemple les frais de souscription). Ces dépenses peuvent être différées dans le temps. Sous la norme GAAP, ces dépenses sont considérées comme un investissement initial, qui sera remboursé par les profits futurs, dans le cas du scénario futur le plus probable (*Best estimate scenario*).

Les coûts de la compagnie principalement liés à l'acquisition des contrats d'assurance sont ainsi différés et amortis afin qu'il y ait un équilibre entre ces coûts et le revenu futur relatif à ces coûts. Les frais initiaux d'une police d'assurance vie sont en général très élevés, par rapport aux frais des années suivantes. La méthodologie de US GAAP permet de les lisser sur toute la période de couverture.

Le profit de la compagnie apparait alors plus homogène dans le temps. Les dépenses sont en fait différées et amorties sur toute la période du contrat proportionnellement aux profits de la compagnie.



Graph 12 : Résultats de l'assureur pour le new business



Graph 13 : Impact de la DAC reinsurance sur les coûts d'acquisition

Avec la comptabilité SAP, les coûts paraissent très élevés la 1ère année ; par contre, sous US GAAP, il n'y a pas de perte la 1ère année.

Remarque : certains coûts d'acquisition ne peuvent pas être différés. Ces coûts correspondent à toutes les dépenses associées aux nouvelles affaires mais qui ne varient pas directement avec l'acquisition de nouvelles polices. Par exemple : une nouvelle campagne publicitaire pour l'assurance vie en général. Ils ne sont pas capitalisés mais coïncident avec des dépenses pour la période en cours.

Ainsi, la **DAC (Deferred Acquisition Costs) reinsurance** consiste en un traité de financement disposant de quelques spécificités.

Au delà de la vie du traité de réassurance, par l'amortissement de la DAC, le réassureur bénéficiera d'une partie des profits engendrés par les polices réassurées.

Cependant la prise en compte de la DAC comme actif dans la comptabilité du réassureur n'est pas autorisée partout.

En fait, la DAC définit le montant des dépenses capitalisées dans le bilan à n'importe quelle date de *reporting*.

Le terme « *Deferred acquisition costs* » fait référence aux dépenses liées principalement à **l'acquisition de nouveaux contrats**. Le terme DAC est souvent utilisé pour décrire :

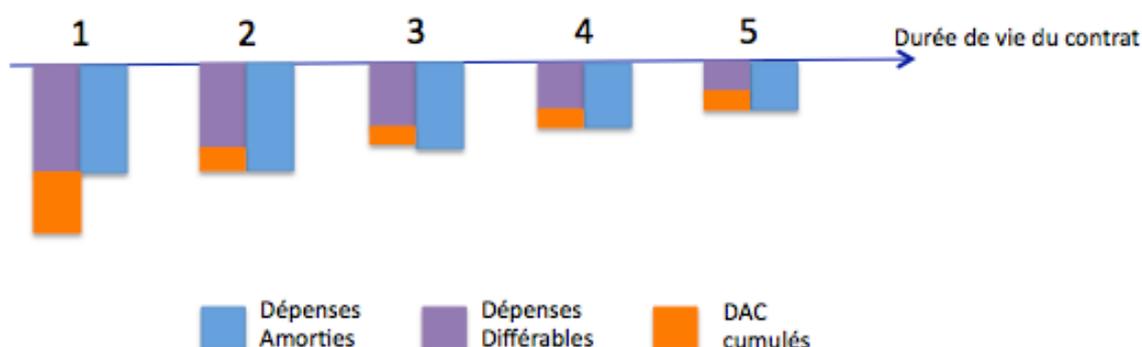
- les coûts des nouvelles affaires qui peuvent être capitalisés mais **qui ne sont pas amortis sur la période** en question.
- la part des dépenses de la première année qui a été amortie sur les années suivantes.

Les DAC peuvent être illustrés de la manière suivante pour un contrat donné :

Toutes les dépenses « différables » sont projetées sur toute la période du contrat. Elles sont agrégées et réparties de manière homogène sur toute la durée, en fonction de l'émergence des profits.

En se plaçant en une année t donnée, la somme des écarts annuels (correspondent aux années précédentes à l'année t avec l'année t incluse) entre les dépenses amorties et les dépenses « différables », définissent la DAC_t :

$$DAC_t = DAC_{t-1} + Dépenses Différables_t - Dépenses Amorties_t$$



Graph 14 : Schématisation sur 5 ans des frais d'acquisition différés cumulés chaque année

De plus, la variation des DAC, notée ΔDAC définit les dépenses différées non amorties d'une année donnée. On déduit les dépenses amorties des dépenses « différables » afin d'obtenir au final **les dépenses différées non amorties**.

C'est sur ces frais non amorties que le réassureur intervient. Il rembourse à la cédante tout ou une partie (selon de taux de commission de réassurance) des coûts propres au New Business, qui n'ont pas été amortis dans le temps.

Enfin, précisons que, sous les normes GAAP, la **DAC est un actif**.

En effet, les traités de réassurance affirment que la cédante maintienne ses engagements envers tous ses assurés, et nie le fait qu'un assuré puisse tirer profit d'une transaction. La GAAP reconnaît ce fait, et les réalités économiques de la réassurance en laissant les réserves sur bénéfice intactes, et en établissant un actif compensateur.

Or la réglementation française, n'a pas jugé utile de chercher à transcrire les préconisations des normes GAAP (américaines). Elle se conforme simplement à des tests précis.

Par exemple, pour éviter que l'opération de réassurance soit qualifiée d'emprunt bancaire, la cédante pourrait se protéger pour les sinistres (décès principalement) des dix prochaines années moyennant le versement des dix primes annuelles futures. Ainsi, le contrat de réassurance comportera un transfert significatif de risque pour avoisiner la définition américaine du contrat de réassurance technique.

Selon la **législation française**, la comptabilisation d'un traité visant à lisser les bénéfices est parfois critiquable, d'un point de vue fiscal. C'est plus rare pour les traités lissant les pertes. En effet, une dissimulation de pertes consisterait à comptabiliser un simple différé dans le temps, comme un soutien financier véritable de la part du réassureur, comme une amélioration du résultat et donc des fonds propres.

Les conséquences de cette réassurance non traditionnelle réglementée, permet de financer les provisions et par conséquent la marge de solvabilité de la compagnie.

Chapitre 2

Application : L'impact sur les indicateurs financiers

Le chapitre précédent présentait de façon théorique les grands principes de la réassurance financière, qui trouve tout son intérêt dans un contexte start-up tel que celui que nous étudions. En mettant en place une réassurance adaptée sur les business plans, nous allons montrer l'impact de la réassurance sur la marge de solvabilité et sur les indicateurs financiers.

Pour cela, dans un premier temps nous introduirons de la réassurance sur le business plan de la garantie Vie entière Over 50 France, produit phare de la société FamilyProtect. Le réassureur de FamilyProtect est AXA Global Life.

2.1. L'impact de la réassurance sur le Business Plan Over50

On reprend le business plan présenté au II. Chapitre 3.

On introduit dans les hypothèses un Quote-part traditionnel à 50%. (50% = taux de cession).

On observe le compte de résultat projeté suivant. Tout d'abord les produits :

COMPTE DE RÉSULTAT VIE - Over 50	2011	2012	2013	2014	2015
Primes brutes	1 008 000	4 254 665	8 859 298	14 782 113	20 237 152
Primes cédées en réassurance	-504 000	-2 127 333	-4 429 649	-7 391 056	-10 118 576
Primes nettes	504 000	2 127 333	4 429 649	7 391 056	10 118 576
<i>APE brute</i>	1 008 000	3 360 000	5 040 000	6 720 000	6 720 000
<i>APE nette</i>	504 000	1 680 000	2 520 000	3 360 000	3 360 000
Produits des placements	10 937	102 136	386 885	895 079	1 591 370
Produits des placements cédés	-5 469	-51 068	-193 442	-447 540	-795 685
Produits des placements nets	5 469	51 068	193 442	447 540	795 685
Pénalités de rachat	760	8 665	21 863	43 090	60 910
Pénalités de rachat cédées	-380	-4 332	-10 931	-21 545	-30 455
Pénalités de rachat nettes	380	4 332	10 931	21 545	30 455
Total Produits bruts	1 019 697	4 365 466	9 268 046	15 720 282	21 889 431
Total Produits cédés en réassurance	-509 848	-2 182 733	-4 634 023	-7 860 141	-10 944 715
Total Produits nets de réassurance	509 848	2 182 733	4 634 023	7 860 141	10 944 715

Tableau 44 : Produits du Compte de résultat projeté avec application d'un Quote-part 50%

Les différents produits cédés au réassureur (primes cédées en réassurance, produits des placements cédés, pénalités de rachat cédées) sont à la charge de l'assureur. Ce sont des produits pour le réassureur. La cédante, qu'est FamilyProtect cède donc la moitié de ses produits en réassurance. Le total des produits, net de réassurance, est donc diminué de moitié.

En ce qui concerne les charges des l'assureur :

COMPTE DE RÉSULTAT VIE - Over 50	2011	2012	2013	2014	2015
Charge des sinistres	-13 928	-73 480	-324 915	-951 376	-1 844 201
Sinistres cédés en réassurance	6 964	36 740	162 457	475 688	922 101
Sinistres nets à payer	-6 964	-36 740	-162 457	-475 688	-922 101
Frais d'acquisition et d'administration	-1 730 400	-5 339 360	-8 206 635	-10 679 049	-10 614 154
<i>Frais d'acquisition fixes</i>	-1 650 000	-5 000 000	-7 500 000	-9 500 000	-9 000 000
<i>(dont frais de marketing)</i>	-1 650 000	-5 000 000	-7 500 000	-9 500 000	-9 000 000
<i>Frais de gestion</i>	-50 400	-212 733	-442 965	-739 106	-1 011 858
<i>Frais de structure</i>	-30 000	-126 627	-263 670	-439 944	-602 296
Commissions reçues des réassureurs	1 008 000	425 467	885 930	1 478 211	2 023 715
Frais nets à payer	-722 400	-4 913 894	-7 320 705	-9 200 838	-8 590 439
Rachats (lapses refund)	-60 763	-346 598	-874 508	-1 723 609	-2 436 383
Part des rachats cédés en réassurance	30 382	173 299	437 254	861 804	1 218 192
Rachats nets de réassurance	-30 382	-173 299	-437 254	-861 804	-1 218 192
Variation de provisions=Charges de PM	-546 871	-4 013 038	-10 224 427	-15 185 296	-19 629 210
Variation de provisions cédées en réassurance	273 435	2 006 519	5 112 214	7 592 648	9 814 605
Variation de provisions nettes	-273 435	-2 006 519	-5 112 214	-7 592 648	-9 814 605
Cadeau de bienvenue	-150 000	-500 000	-750 000	-1 000 000	-1 000 000
Participation aux résultats	0	0	0	0	0
Total Charges	-2 501 962	-10 272 476	-20 380 484	-29 539 331	-35 523 948
Total Charges cédées en réassurance	1 318 781	2 216 558	5 711 925	8 930 141	11 954 897
Total Charges nettes de réassurance	-1 183 181	-7 555 918	-13 918 560	-19 609 190	-22 569 051

Tableau 44 bis : Charges du Compte de résultat projeté avec application d'un Quote-part 50%

Les frais d'acquisition et d'administration ne sont pas soumis au quote part à 50%. En revanche, le réassureur verse à la société cédante une commission de réassurance pour couvrir ces frais. Pour déterminer son montant, on applique un taux de commission variable, choisi par hypothèse, exprimé en % des primes cédées.

Sachant que les premières années, les frais d'acquisition sont très lourds à supporter, on applique un taux de commission de première année, équivalent au montant des primes brutes reçues par la cédante en 2011, soit 200% des primes cédées. Cette forte commission est versée uniquement la 1^{ère} année : comme il s'agit d'une garantie Vie entière, le réassureur ne peut verser une telle commission sur la même durée que le contrat d'assurance (vie entière). Ainsi à partir de la 2^{ème} année le réassureur verse une commission donc le taux de commission est 20% des primes cédées jusqu'en 2015, puis il ne verse plus rien ensuite.

Les frais nets à payer sont encore relativement importants mais ils commencent à diminuer en 2015.

Enfin les charges cédées en réassurance constituent un produit pour l'assureur.
Le résultat technique final est alors :

COMPTE DE RÉSULTAT VIE - Over 50	2011	2012	2013	2014	2015
Résultat technique vie	-1 482 265	-5 907 010	-11 112 439	-13 819 048	-13 634 518
Résultat technique vie cédé en réassurance	808 933	459 291	1 963 832	2 548 211	3 033 897
Résultat technique vie net de réassurance	-673 333	-4 522 252	-7 512 677	-8 792 626	-7 576 905

Tableau 44 ter : Résultat technique vie projeté avec application d'un Quote-part 50%

On remarque que le résultat technique vie pour le produit Over50, net de réassurance fait état de pertes moins importantes, surtout la première année, suite à la commission de réassurance reçue d'un montant de 1 008 000€. Le réassureur prend en charge plus de la moitié de la perte la 1^{ère} année.

On détermine maintenant pour la génération de contrats 2011, que FamilyProtect réassurance, les flux financiers nets de réassurance.

On calcule nets de réassurance, les éléments suivants : les provisions mathématiques, les revenus sur investissement, les profits opérationnels et les gains statutaires, et surtout l'exigence de marge.

Reportons-nous à la partie II. 3.2 afin de comparer ces chiffres avant et après réassurance.

	2011	2012	2013	2014	2015
Provisions					
Provision de début d'année	0	273 435	517 837	659 059	783 646
Provision de fin d'année	273 435	517 837	659 059	783 646	891 904
variation de provision	273 435	244 402	141 221	124 587	108 258
Revenu sur investissement					
Cash flow	-590 298	266 505	341 663	331 498	321 818
Flux financiers de milieu d'année	-87 364	-42 444	-115 931	-118 313	-120 801
Intérêt sur les flux financiers	-8 366	3 854	5 439	6 118	6 877
Intérêt sur les Provisions	1 804	6 216	11 281	16 205	22 038
Profit opérationnel	-684 224	234 131	242 452	235 508	229 933
Gains statutaires (après taxes)	-458 430	156 868	162 443	157 790	154 055
Exigence de marge de solvabilité					
4% des PM	10 937	20 713	26 362	31 346	35 676
0.3% de la Somme sous risque	1 864	958	26 541	24 809	23 143
Marge de solvabilité	19 202	32 507	79 355	84 232	88 228
Intérêt sur la marge sans les taxes	170	342	1 019	1 268	1 555
Augmentation de la marge de solvabilité	19 202	13 135	46 506	3 857	2 729

Tableau 45 : Réserves, Revenus et marge de solvabilité nets suite à Quote-part 50%

Les provisions et la variation de provision sont logiquement diminuées de moitié.

Les flux financiers, les revenus sur investissement, le profit opérationnel et les gains

statutaires, **tous nets de réassurance**, ont été calculés de la même manière qu'avant l'introduction de la réassurance, (avec des composants nets de réassurance). En conséquence de quoi, les résultats négatifs affichés la 1^{ère} année sont moindres, mais les résultats positifs des années suivantes sont moindres également. Une partie des profits a donc été versée au réassureur, via ce traité en quote part.

De même, la marge de solvabilité est également diminuée, pratiquement de moitié la première année, puis moins fortement réduite les années suivantes.

	2011	2012	2013	2014	2015
Gains distribuables	-458 514	156 699	161 941	157 166	153 289
Taux de rendement annuel	1,32%	1,57%	1,92%	2,25%	2,63%
Facteurs d'actualisation	0,987	0,9693	0,9446	0,915	0,8782
Taxes sur les résultats	33%	33%	33%	33%	33%

Par conséquent, les gains distribuables aux actionnaires se voient légèrement amoindris.

Bien entendu, les taxes, les facteurs d'actualisation et le taux de rendement annuel présentés précédemment restent inchangés.

Remarque : On observe en réalité les 30 premières années de vie des contrats entrés en portefeuille en 2011. Par souci de simplicité on a présenté les 5 premières années seulement.

La **PVEP**, valeur actuelle de toutes les APE attendues qui seront reçues d'ici la fin du contrat est quasiment diminuée de moitié.

Par contre, les valeurs actuelles (actualisées en 2011) des gains statutaires et distribuables n'ont pratiquement pas diminué par rapport au cas avant réassurance. Par contre le coût du capital est amoindri, de moitié environ.

	après	avant
PVEP	4 785 521	9 571 042
Valeur actuelle des gains statutaires (avant taxes)	1 955 955	1 956 534
Valeur actuelle des gains statutaires (après taxes)	1 310 490	1 310 878
Valeur actuelle des gains distribuables	1 297 814	1 287 829
Coût du Capital (CoC)	12 675	23 049

Etudions à présent l'impact sur la NBV 2011, la NBV margin 2011 et l'IRR.

	après	avant
NBV 2011	728 515	1 287 829
APE	504 000	1 008 000
NBV/APE	145%	136%
(NBV/PVEP)*10	152%	143%
IRR	19,91%	17,73%

Comme prévu, l'APE est divisée par 2. La NBV est moindre, mais le rapport NBV margin, qui indique ce que rapporte 1€ de prime sur le new Business, est meilleur. Enfin l'IRR a augmenté de 2 points environ, ce qui prouve que ce quote-part 50% et les hypothèses sur le

taux de commission de réassurance sont un choix pertinent pour réassurer FamilyProtect.

Le dernier paragraphe de ce mémoire traite de l'impact de la réassurance financière sur le Business Plan général de la société, toutes garanties confondues, dans les pays cibles.

2.2. L'impact de la DAC sur le Business Plan global

On applique un « finite quota-share » à 50% sur le business plan global de FamilyProtect, auquel on ajoute la problématique des « Deferred Acquisitions costs ». On ne revient pas sur les notions théoriques vues au chapitre précédent.

COMPTE DE RÉSULTAT	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017
Primes nettes de réassurance	4 200	22 260	59 964	118 098	191 578	277 700	372 830
<i>dont nouveaux contrats</i>	4 200	14 700	26 700	40 100	49 200	61 000	68 000
Produits Financiers nets	102	461	1 097	2 030	3 139	4 484	5 936
Total Produits	4 302	22 721	61 061	120 128	194 717	282 184	378 766
Sinistres nets retenus	-630	-3 339	-8 995	-17 715	-28 737	-41 655	-55 925
Frais d'acquisition	-5 771	-19 120	-34 507	-52 723	-67 824	-86 023	-100 653
Frais de gestion	-588	-2 587	-4 333	-7 910	-12 039	-16 935	-22 042
Frais de structure	-6 000	-11 200	-13 200	-15 200	-16 400	-17 400	-18 200
Commission de réassurance	3 000	5 250	4 768	2 864	1 757	0	0
Dotations aux provisions nettes de réassurance	0	-557	-1 499	-2 952	-4 789	-6 943	-9 321
Total Charges	-9 990	-31 553	-57 766	-93 636	-128 032	-168 955	-206 140
Résultat Courant net de réassurance	-5 687	-8 832	3 295	26 492	66 685	113 229	172 626
<i>Cumulé</i>	-5 687	-14 520	-11 224	15 267	81 952	195 181	367 807
Impôts	0	0	-3 295	-12 824	-22 673	-38 498	-58 693
Résultats net final	-5 687	-8 832	0	13 668	44 012	74 731	113 933
<i>Cumulé</i>	-5 687	-14 520	-14 520	-851	43 161	117 892	231 825

Tableau 45 : Compte de résultat net suite à Quote-part finite à 50%

Dans un premier temps, on indique les hypothèses choisies concernant les commissions de réassurance annuelles. On raisonne comme pour le business plan Over50, autrement dit **la commission de réassurance est égal à 200% de la part non amortissable (ici 36%) des coûts d'acquisition, la première année**. Puis on la choisit décroissante : 100% la 2^{ème} année, 50% la 3^{ème} année, 20% la 4^{ème} année, 10% la 5^{ème} année puis aucune commission à partir de 2016.

En conséquence, le résultat courant est largement amélioré. En effet, la première année une perte minimale est constatée, puis le résultat est positif et croissant à partir de 2012. En 2017, par exemple le résultat net d'impôt atteint près de 114 000€ alors qu'il y a eu aucune commission de réassurance versée.

Etudions maintenant comment a été conçu le différé et l'amortissement des coûts d'acquisition au cours du temps. Se reporter au III. 1.5 pour la théorie.

Les investissements et leurs amortissements dans le temps (période d'amortissement de 10 ans) détaillés précédemment nous permettent de calculer les investissements qui, eux ne sont pas amortis. De plus, parmi les investissements, on trouve des dépenses « différables » (définies précédemment) correspondant principalement aux frais marketing.

Une année t donnée, la différence entre les frais différables et les frais amortis donne simplement les frais non amortis de l'année t .

	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017
Investissements	-19 821	-35 913	-59 451	-83 029	-98 256	-117 315	-125 804
<i>dont informatique</i>	-10 000	-3 000	-2 000	0	0	0	0
<i>dont frais d'acquisition différés (différables)</i>	-8 621	-26 724	-44 079	-61 923	-71 419	-83 059	-86 749
<i>dont commissions</i>	-1 200	-6 189	-13 372	-21 106	-26 837	-34 256	-39 055
Amortissements	-1 982	-5 573	-11 518	-19 821	-29 647	-41 378	-53 959
<i>dont informatique</i>	-1 000	-1 300	-1 500	-1 500	-1 500	-1 500	-1 500
<i>dont frais d'acquisition différés (différables)</i>	-862	-3 535	-7 942	-14 135	-21 277	-29 582	-38 257
<i>dont commissions</i>	-120	-739	-2 076	-4 187	-6 870	-10 296	-14 201
Investissements non amortis	-17 839	-30 340	-47 932	-63 207	-68 609	-75 937	-71 845
<i>dont informatique</i>	-9 000	-1 700	-500	1 500	1 500	1 500	1 500
<i>dont frais d'acquisition différés (=Delta DAC)</i>	-7 759	-23 190	-36 136	-47 788	-50 142	-53 477	-48 492
<i>dont commissions</i>	-1 080	-5 450	-11 296	-16 919	-19 967	-23 960	-24 853
DAC	-7 759	-30 949	-67 085	-114 873	-165 015	-218 492	-266 984

Tableau 46 : Investissements et DAC

Afin de calculer la DAC, dont la variation $\Delta DAC_t = DAC_t - DAC_{t-1}$ est également la différence entre les frais « différables » de l'année t et les frais amortis de l'année t .

$$\text{Ainsi } DAC_t = DAC_{t-1} + \text{Dépenses Différables}_t - \text{Dépenses Amorties}_t$$

$$= \text{Cumul de 2011 à l'année } t \text{ (Dépenses Différables)} - \text{Cumul de 2011 à } t \text{ (Dépenses Amorties)}$$

$$= \text{Cumul de 2011 à } t-1 \text{ (Dépenses Différables)} - \text{Cumul de 2011 à } t-1 \text{ (Dépenses Amorties)} + \Delta DAC_t$$

Le cumul de ces frais non amortis atteint des montants élevés au cours du temps. L'intervention de la Réassurance énoncée ci-dessus permet de palier en ce problème. En effet, il suffit d'observer les flux de trésorerie et le besoin de financement pour s'en convaincre.

	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017
Flux de trésorerie avant impôts	-23 526	-39 172	-44 637	-36 715	-1 924	37 292	100 781
<i>Stock d'impôts différés</i>	1 934	4 937	3 816	0	0	0	0
<i>Impôts décaissés</i>	0	0	-3 295	-12 824	-22 673	-38 498	-58 693
Flux de trésorerie après impôts	-23 526	-39 172	-47 932	-49 539	-24 597	-1 206	42 088
<i>Cumulés</i>	-23 526	-62 698	-110 630	-160 169	-184 766	-185 972	-143 884
Marge de Solvabilité	-5 103	-22 484	-52 764	-96 389	-146 833	-206 729	-269 329
<i>Variation</i>	-5 103	-17 381	-30 280	-43 625	-50 445	-59 895	-62 600
Besoins de financement	-28 629	-56 553	-78 212	-93 164	-75 041	-61 101	-20 512
<i>Cumulés</i>	-28 629	-85 182	-163 394	-256 558	-331 600	-392 701	-413 213

Tableau 47 : Flux de trésorerie et besoin de financement pour Quote-part finie à 50%

Le besoin de financement augmente jusqu'en 2014 puis diminue significativement, pour n'être que de 20 000€ en 2017.

Partie IV

IV. Conclusions et perspectives

Une compagnie d'assurance naissante, telle que FamilyProtect, doit faire face à des problématiques fondamentales en ce qui concerne le lancement des produits qu'elle souhaite commercialiser. En effet, il est indispensable, encore plus que pour n'importe quelle compagnie d'assurance qui aurait auparavant acquis un portefeuille clients suffisant, de mettre en place les stratégies nécessaires en terme de business model et d'appétit pour le risque, quitte à faire appel à un réassureur.

Outre la rentabilité, les principales problématiques de la start-up sont : la mise en place d'une tarification adaptée aux produits prévoyance individuelle, l'étude de la sensibilité des business plans aux paramètres produits puis l'analyse du business plan global de la société afin de comprendre les évolutions de la solvabilité, et enfin l'optimisation, via la réassurance structurée, de la consommation de capital dans sa phase de croissance.

D'abord, la tarification des garanties se doit de respecter deux principes dont les objectifs sont divergents : une certaine prudence tarifaire est à observer en phase de démarrage – une marge supplémentaire est souvent de mise - mais les prix pratiqués doivent rester suffisamment concurrentiels afin d'attirer les assurés intéressés par les garanties de prévoyance individuelle.

En ce qui concerne ces contrats prévoyance (décès : temporaire, vie entière et accidents de la vie) de durée variable, l'aléa inhérent aux sinistres (relativement peu important en assurance vie, comparé à l'assurance non vie) n'est pas la principale préoccupation : le temps a un « prix » dans un fonctionnement en capitalisation, puisque des produits financiers sont générés. C'est la caractéristique principale du modèle de l'assurance vie, pour les garanties prévoyance, généralement de longues, voire très longues durées. Les bases tarifaires ne sont pas révisables pendant ces durées, ce qui explique l'attention particulière portée sur le produit Vie entière Over50.

Ensuite, il est important pour la société de construire un Business Model, où le calcul de la marge de solvabilité et des indicateurs financiers tels que la New Business margin et le taux de rendement interne, nécessite au préalable le choix d'hypothèses pertinentes concernant le nombre de nouvelles polices chaque année, mais aussi sur les taux de lapses, et surtout sur les frais d'acquisition et commission.

Les investissements informatiques et marketing, particulièrement élevés les premières années impliquent un besoin de financement extérieur : la réassurance.

La forme de réassurance structurée dite « finite » apparaît alors comme une solution perspicace puisqu'elle permet à la cédante d'augmenter le niveau de rétention des risques, et de faire face aux aléas du marché de la réassurance traditionnelle. Elle considère mieux la partie financement des risques sans négliger la part de transfert de risque.

La cédante peut alors mieux comprendre sa structure de risque afin de mieux définir sa politique de gestion des risques réassurés, la composition de ses fonds propres, sa politique d'investissement, sa politique de souscription à son aversion/appétit au risque.

À l'origine très orientée vers le lissage de bilan des sociétés d'assurance, la réassurance financière s'est éloignée de ce type d'opération face à la pression des autorités de contrôle pour empêcher ces embellissements ou trucages de bilan des sociétés. Aujourd'hui, cette forme de réassurance non traditionnelle s'est rapprochée des activités plus classiques de la réassurance mais en proposant des solutions plus flexibles et mieux adaptées que les formes traditionnelles de la réassurance.

La réassurance financière permet enfin d'orienter ses couvertures traditionnelles vers d'autres risques tels les risques de taux d'intérêt et les risques d'investissement. La société cédante FamilyProtect disposera alors d'une couverture de réassurance plus efficace et plus rentable sur le long terme.

Ce mémoire pourrait trouver une ouverture possible avec l'étude des mêmes problématiques dans le cadre de Solvabilité 2, véritable révolution dans le secteur assurantiel vie. Avec la mise en place de cette nouvelle réforme réglementaire, l'adoption d'un cadre réglementaire davantage orienté vers une approche « basée sur des principes », et le développement d'un modèle interne, l'analyse de la solvabilité devient plus étendue et l'assureur doit démontrer aux Autorités de Contrôle l'efficacité de l'ensemble de son système de gestion. Cette gestion efficace des risques d'assurances, notamment dans le calcul des provisions et du capital réglementaire à détenir pour faire face à des situations extrêmes comme une crise économique ou un risque d'assurance sous-évalué, constituera d'ici 2013, une nouvelle solution pour l'avenir.

Partie V

V. Annexes

Annexe A. Formulaire de démonstrations

A.1) Rappels : Nombres de commutation utiles

$$D_x = l_x \cdot v^x = \frac{l_x}{(1+i)^x}$$

$$M_x = \sum_{k=0}^{w-x} C_{x+k} = \sum_{k=0}^{w-x} d_{x+k} \cdot v^{x+k+\frac{1}{2}}$$

$$N_x = \sum_{k=0}^{w-x} D_{x+k}$$

$$\ddot{a}_x = \frac{N_x}{D_x}$$

A.2) Accidental Plan : Démonstration des formules d'assurance vie utilisées

Dans la tarification Accidental Plan en hospitalisation accidentelle:

Sous les hypothèses exposées au 2.2.2 du chapitre 1 :

Hypothèses :

- i) N, X_1, X_2, \dots, X_N sont des variables aléatoires indépendantes
- ii) Les X_i sont indépendantes identiquement distribuées (de même loi que X)
- iii) $P(X=0)=0$

On va démontrer que :

$$E(Y) = E(N)E(X) \quad (a)$$

$$\sigma(Y) = \sqrt{E(N) \cdot \text{Var}(X) + \text{Var}(N) \cdot E(X)^2}$$

\Leftrightarrow

$$V(Y) = E(N) \cdot \text{Var}(X) + \text{Var}(N) \cdot E(X)^2 \quad (b)$$

Démonstration du (a) :

$$Y \equiv Y_N$$

$$Y_n = \sum_{i=1}^n X_i$$

$$\begin{aligned}
E(Y) &= E[E(Y \setminus N)] = \sum_{n=0}^{\infty} P(N = n).E(Y \setminus N = n) \\
&= P(N = 0).E(Y \setminus N = 0) + \sum_{n=1}^{\infty} P(N = n).E(Y \setminus N = n) \\
&= \sum_{n=1}^{\infty} P(N = n).E(Y_n \setminus N = n)
\end{aligned}$$

avec :

$$P(N = 0).E(Y \setminus N = 0) = 0$$

et on peut remplacer la v.a Y par Y_n , car l'espérance est conditionnée par $N=n$.

Comme les X_i et N sont indépendantes, et que :

$$Y_n = \sum_{i=1}^n X_i$$

on a :

$$E(Y_n \setminus N = n) = E\left(\sum_{i=1}^n X_i \setminus N = n\right) = E\left(\sum_{i=1}^n X_i\right) = \sum_{i=1}^n E(X_i)$$

d'où :

$$E(Y) = \sum_{n=1}^{\infty} P(N = n). \sum_{i=1}^n E(X_i) = \sum_{n=1}^{\infty} P(N = n).nE(X) = E(X). \sum_{n=1}^{\infty} n.P(N = n) = E(X).E(N)$$

Démonstration du (b) :

$$V(Y) = E(Y^2) - E(Y)^2$$

Calcul de $E(Y^2)$:

$$\begin{aligned}
E(Y^2) &= E[E(Y^2 \setminus N)] = \sum_{n=0}^{\infty} P(N = n).E(Y^2 \setminus N = n) \\
&= P(N = 0).E(Y^2 \setminus N = 0) + \sum_{n=1}^{\infty} P(N = n).E(Y^2 \setminus N = n) \\
&= \sum_{n=1}^{\infty} P(N = n).E(Y_n^2 \setminus N = n)
\end{aligned}$$

Avec :

$$P(N = 0).E(Y^2 \setminus N = 0) = 0$$

Comme les X_i et N sont indépendantes, et que :

$$Y_n^2 = \left(\sum_{i=1}^n X_i \right)^2$$

on a :

$$E(Y_n^2 \mid N = n) = E \left[\left(\sum_{i=1}^n X_i \right)^2 \mid N = n \right] = E \left(\left(\sum_{i=1}^n X_i \right)^2 \right) = E(Y_n^2)$$

Or, par définition :

$$E(Y_n^2) = V(Y_n) + E(Y_n)^2$$

avec :

$$V(Y_n) = V \left(\sum_{i=1}^n X_i \right) = \sum_{i=1}^n V(X_i) = n \cdot V(X)$$

$$E(Y_n)^2 = \left(E \left(\sum_{i=1}^n X_i \right) \right)^2 = \left(\sum_{i=1}^n E(X_i) \right)^2 = (nE(X))^2 = n^2 E(X)^2$$

donc :

$$E(Y_n^2) = n \cdot V(X) + n^2 E(X)^2$$

En réinjectant dans l'expression de $E(Y^2)$:

$$\begin{aligned} E(Y^2) &= \sum_{n=1}^{\infty} P(N = n) \cdot (n \cdot V(X) + n^2 E(X)^2) \\ &= \left[\sum_{n=0}^{\infty} n \cdot P(N = n) \right] \cdot V(X) + \left[\sum_{n=0}^{\infty} n^2 \cdot P(N = n) \right] E(X)^2 \\ &= E(N) \cdot V(X) + E(X)^2 \cdot E(N^2) \end{aligned}$$

En injectant cette expression dans l'expression de départ de $V(Y)$:

$$V(Y) = E(N) \cdot V(X) + E(X)^2 \cdot E(N^2) - E(N)^2 E(X)^2$$

En mettant $E(X)^2$ en facteur, on reconnaît :

$$V(N) = E(N^2) - E(N)^2$$

Ainsi :

$$V(Y) = E(N) \cdot V(X) + E(X)^2 \cdot [E(N^2) - E(N)^2] = E(N) \cdot V(X) + E(X)^2 \cdot V(N)$$

A.3) Over50 : Démonstration des formules d'assurance vie utilisées

Dans la tarification Over50 :

1) On avait vu Chapitre 1, 2.3.2, la relation suivante :

$${}_{k|1}q_x = {}_k p_x \cdot q_{x+k}$$

Démonstration :

$${}_{k|1}q_x = {}_k p_x - {}_{k+1}p_x = \frac{l_{x+k}}{l_x} - \frac{l_{x+k+1}}{l_x} = \frac{d_{x+k}}{l_x}$$

et

$${}_k p_x = \frac{l_{x+k}}{l_x}$$

et

$$q_{x+k} = 1 - p_{x+k} = 1 - \frac{l_{x+k+1}}{l_{x+k}} = \frac{l_{x+k} - l_{x+k+1}}{l_{x+k}}$$

on a alors :

$${}_k p_x \cdot q_{x+k} = \frac{l_{x+k}}{l_x} \cdot \frac{l_{x+k} - l_{x+k+1}}{l_{x+k}} = \frac{d_{x+k}}{l_x} = {}_{k|1}q_x$$

A.4) Over50 : Relation de récurrence entre primes uniques : PU_x et PU_{x+1}

Intérêt : observer que $PU_x < PU_{x+1}$ et avoir une idée du gain engrangé par une souscription en date $t=0$ ($\hat{a}ge=x$) plutôt qu'en date $t=1$ ($\hat{a}ge=x+1$).

En $x+1$, on a :

$$PU_{x+1} \cdot \left(1 - \frac{q_{x+1} \cdot v^{\frac{1}{2}}}{1-\kappa} - \frac{{}_{1|1}q_{x+1} \cdot v^{\frac{3}{2}}}{1-\kappa} \right) = \frac{M_{x+3}}{D_{x+1}} \quad (2)$$

Or

$$\begin{aligned}
\frac{M_{x+3}}{D_{x+1}} &= \sum_{k=0}^{\infty} \frac{d_{x+3+k} \cdot v^{x+3+k+\frac{1}{2}}}{l_{x+1} \cdot v^{x+1}} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{d_{x+3+k}}{l_{x+1}} \cdot v^{2+k+\frac{1}{2}} = \sum_{k=2}^{\infty} \frac{d_{x+1+k}}{l_{x+1}} \cdot v^{k+\frac{1}{2}} \\
&= \frac{l_x}{l_{x+1}} \cdot \frac{\sum_{k=2}^{\infty} d_{x+1+k} \cdot v^{k+\frac{1}{2}}}{l_x} = \frac{l_x}{l_{x+1}} \cdot \frac{\sum_{k=3}^{\infty} d_{x+k} \cdot v^{k-1+\frac{1}{2}}}{l_x} = \frac{l_x}{l_{x+1}} \cdot v^{-1} \cdot \frac{\sum_{k=3}^{\infty} d_{x+k} \cdot v^{k+\frac{1}{2}}}{l_x} \\
&= \frac{l_x}{l_{x+1}} \cdot \frac{1}{l_x} \cdot v^{-1} \cdot \left(\sum_{k=2}^{\infty} d_{x+k} \cdot v^{k+\frac{1}{2}} - d_{x+2} \cdot v^{2+\frac{1}{2}} \right) = \frac{l_x}{l_{x+1}} \cdot v^{-1} \cdot \left(\frac{M_{x+2}}{D_x} - \frac{d_{x+2}}{l_x} \cdot v^{\frac{5}{2}} \right)
\end{aligned}$$

Ainsi en réinjectant les relations (1) et (2), on trouve la relation :

$$\text{PU}_{x+1} \cdot \left(1 - \frac{q_{x+1} \cdot v^{\frac{1}{2}}}{1-\kappa} - \frac{1|1 q_{x+1} \cdot v^{\frac{3}{2}}}{1-\kappa} \right) = \frac{l_x}{l_{x+1}} \cdot (1+i) \cdot \left(\text{PU}_x \cdot \left(1 - \frac{q_x \cdot v^{\frac{1}{2}}}{1-\kappa} - \frac{1|1 q_x \cdot v^{\frac{3}{2}}}{1-\kappa} \right) - \frac{d_{x+2}}{l_x} \cdot v^{\frac{5}{2}} \right)$$

Annexe B. Glossaire

Assurances de personnes : l'assureur s'engage à verser un capital ou une rente définis par le contrat, si se réalisent des risques touchant à la personne même de l'assuré (maladie, accident, décès, longévité).

Assurance Vie : lorsque les risques sont uniquement le décès (toutes causes) ou la survie de l'assuré. Elle vise à protéger les promesses de longue durée faites aux assurés. Cependant, certaines sociétés vie sont autorisées à commercialiser des garanties temporaires décès d'un an (ex : la garantie Term-Life de FamilyProtect)

Assurance de dommages corporels : lorsque les risques sont l'accident (dont les conséquences ne sont pas mortelles, exemple : hospitalisation, invalidité) ou la maladie.

En assurance de personnes, Vie, individuelle :

Assuré : c'est la personne physique désignée aux conditions Particulières du contrat, sur laquelle porte la garantie.

Bénéficiaire : c'est la personne physique désignée qui perçoit la prestation, c'est-à-dire le capital assuré versé par l'assureur en cas de décès de l'assuré. Le bénéficiaire est souvent, le conjoint survivant de l'assuré, non séparé ni divorcé, le concubin, la personne ayant signé un PACS avec l'assuré ou à défaut les enfants, et à défaut ses ayants droit légaux.

Souscripteur ou adhérent : c'est la personne physique qui souscrit le contrat, et s'engage à verser les primes à l'assureur.

Généralement, le souscripteur et l'assuré sont la même personne.

Pour certains types de risques (risque en cas de vie), il arrive que les trois statuts soient accumulés par la même personne. Ce qui est impossible en cas de décès : l'assuré et le bénéficiaire sont forcément distincts.

Exemple de contrat décès où l'assuré, le bénéficiaire et le souscripteur sont trois personnes distinctes :

Mme X. qui souscrit à un contrat temporaire décès garantissant le versement d'un capital de 10000€ à son frère en cas de décès de sa mère.

Souscripteur : Mme X.

Assuré : la mère

Bénéficiaire : le frère

Assisteur : Chez FamilyProtect, les prestations d'assistance sont mises en œuvre par un service d'assistance délégué. Il s'agit de services rendus à l'assuré en cas d'invalidité ou d'hospitalisation (ex : adaptation du domicile, assistance psychologique, administrative) ou aux bénéficiaires en cas de décès de l'assuré (ex : rapatriement de corps, organisation des obsèques).

Inversion du cycle de production : Contrairement à une entreprise classique où le prix d'achat est connu et payé avant le prix de vente, les compagnies d'assurances encaissent les primes (prix de vente de l'opération d'assurance) avant de payer les sinistres (prix d'achat). C'est pourquoi la perception du bilan et du compte de résultat diffère des autres compagnies.

Cédante : l'assureur dans un traité de réassurance

Benchmark : référence d'autres compagnies d'assurances, pour situer FamilyProtect

Diversification : pour une entreprise naissante, c'est le fait d'acquérir de nouvelles activités ou produits (diversification interne) ou de les étendre à un nouveau secteur géographique (diversification externe), ce qui permet de diviser les risques d'exploitation et donc réduire la dépendance financière de l'entreprise.

Effet de levier : C'est la différence de bénéfice de l'exercice comparée au total des capitaux de l'entreprise (endettement compris). Autrement dit, c'est l'effet sur la rentabilité financière d'un produit ou d'une entreprise. Il mesure l'impact d'apports de capitaux de la part de tiers de l'entreprise par rapport aux capitaux propres à l'entreprise. Les actionnaires et associés de l'entreprise attendent une certaine rentabilité de l'entreprise donc s'ils acceptent « l'endettement », ils attendent un retour encore plus important en bénéfice relativement au risque supplémentaire pris.

Valeur de réalisation d'un actif : C'est la valeur de marché de l'actif, la valeur de revente.

Valeur comptable d'un actif : La valeur des biens indiqués dans le bilan est la valeur brute comptable, c'est à dire la valeur d'achat. C'est le montant du coût de production.

Il existe deux types de plus-values : les plus-values réelles et les **plus-values latentes** ou potentielles.

Les plus-values réelles se calculent en soustrayant du prix de vente des actifs, le prix d'achat et les éventuels frais de courtage.

Plus value latente (PVL): Les **plus-values latentes** sont des profits potentiels donc non encore réalisées. Les **plus-values latentes** sont donc provisoires et restent théoriques. Elles apparaissent lors de la valorisation des actifs qu'ils soient monétaires, financiers ou autres.

Moins value latente (MVL): Les **moins-values latentes** sont des pertes potentielles et provisoires qui apparaissent lors de la valorisation des actifs qu'ils soient monétaires, financiers ou autres.

$PVL = \text{Valeur de réalisation} - \text{Valeur brute comptable} > 0$

$MVL = \text{Valeur brute comptable} - \text{Valeur de réalisation} > 0$

Dépréciation durable : Valeur brute comptable - Valeur nette comptable

Antisélection : dans le cadre des assurances privées, l'assuré est libre de choisir son assureur, le montant de capital assuré et les différentes garanties. Il choisira donc le contrat le plus attrayant pour lui. De plus, l'assuré a un avantage par rapport à l'assureur : il connaît sa propre situation (ex : son état de santé pour un contrat décès ou santé) alors que l'assureur n'a pas connaissance des éventuels facteurs d'aggravation du risque auquel est soumis l'assuré (maladie, handicap...). Cette asymétrie d'information mène à l'anti-sélection émanant des assurés (preneurs d'assurances).