Master Actuariat de Dauphine

Mémoire présenté devant l'Université Paris Dauphine pour l'obtention du diplôme du Master Actuariat et l'admission à l'Institut des Actuaires

le _____

Par : Yan CHEN

Titre: Détermination des programmes de réassurance optimaux d'une société d'assurance non-vie dans le cadre de Solvabilité II

Confidentialité : ☐ NON ☑ OUI (Durée : ☐ 1 an ☑ 2 ans)

Les signataires s'engagent à respecter la confidentialité indiquée ci-dessus

Membre présent du jury de l'Institut des Actuaires :

Signature :

Entreprise :

Nom : BPCE Assurances

Signature :

Directeur de mémoire en entreprise :

Nom : Emmanuel SOTTO

Signature :

Membres présents du jury du Master Actuariat de Dauphine :

Autorisation de publication et de mise en ligne sur un site de diffusion de documents actuariels *(après expiration de l'éventuel délai de confidentialité)*

Signature du responsable entreprise :

Secrétariat :

Bibliothèque :

Signature du candidat :

Sommaire

Remerciements 5
Résumé 6
Abstract 7
Introduction générale 8

PARTIE I. CONTEXTE D'ETUDE ET TARIFICATION DE LA REASSURANCE 10

Chapitre 1 : Contexte d'étude 11
Section 1.1. Présentation du portefeuille de réassurance de BPCE Assurances 11
Section 1.2. Problématique du mémoire 11
Section 1.3. Etude des traités de réassurance 13
1.3.1. Prime de réassurance non proportionnelle 14
1.3.2. Clauses *Aggregate* 15
A) Limite annuelle (*Annual Aggregate Limit* : AAL) 15
B) Franchise annuelle (*Annual Aggregate Deductible* : AAD) 15
1.3.3. Clause de Reconstitution de Garantie (*Reinstatement Clause* : REC) 15
1.3.4. Clause de stabilité 17
1.3.5. Clause de rente 19
Section 1.4. Présentation des données 20

Chapitre 2 : Méthodes de tarification de réassurance non proportionnelle 21
Section 2.1. Tarification basée sur l'expérience 21
2.1.1. Création d'une statistique « *as if* » : Actualisation, Redressement, Revalorisation Actualisation de la sinistralité 22
A) Actualisation de la sinistralité 22
B) Redressement de la sinistralité 22
C) Revalorisation des primes et sinistres 22
2.1.2. Cotation de taux de prime pure 24
2.1.3. Cotation de taux de la prime commerciale 25
Section 2.2. Tarification probabiliste 26
2.2.1. Modélisations des lois 27
2.2.2. Calibrage des paramètres 27
2.2.3. Prime commerciale 28
Section 2.3. Tarification par exposition 30

Chapitre 3 : Evaluation de la structure des traités de réassurance et du coût de réassurance : application numérique 33
Section 3.1. Propositions des options de la structure des traités 33
Section 3.2. Evaluation de coût de réassurance : application numérique 34

PARTIE II. IMPACT DE LA REASSURANCE SUR LE SCR DE SOUSCRIPTION NON-VIE 38

Chapitre 1 : SCR de souscription non-vie 39
Section 1.1. Introduction sur le SCR 39

Section 1.2. Risque de souscription non-vie en QIS 5 39
1.2.1. Risque de prime et réserve 40
A) Mesure de volatilité 41
B) Mesure de volume 44
1.2.2. Risque de Catastrophe 45

Chapitre 2 : Evaluation du *Best Estimate* 47
Section 2.1. Provisions techniques 47
2.1.1. Provisions pour Sinistres A Payer 47
2.1.2. Provision pour Primes Non Acquises 49
2.1.3. Provision pour Risque En Cours 49
2.1.4. Définition de best estimate 49
2.1.5. Marge de risque 50
Section 2.2. Méthode de calcul du *best estimate* 50
2.2.1. Procédure de calcul du *best estimate* brut de réassurance 51
2.2.2. Procédure de calcul du *best estimate* net de réassurance 54

Chapitre 3 : Méthodes de provisionnement 58
Section 3.1. Méthode déterministe : *Chain-Ladder* 58
3.1.1. Processus 58
3.1.2. Exemple d'illustration numérique 59
3.1.3. Limites 59
Section 3.2. Méthode Stochastique 60
3.2.1. Hypothèses 60
3.2.2. Procédure 61
3.2.3. Limites 63

Chapitre 4 : Minimisation du couple coût de réassurance - SCR de souscription non-vie 65
Section 4.1. Principe de minimisation 65
Section 4.2. Application numérique 65
4.2.1. Etude sur les données 65
4.2.2. Résultat 67
A) Charge ultime : 67
B) SCR de souscription non-vie 69
Conclusion 71

PARTIE III. IMPACT DE LA REASSURANCE SUR LE SCR DE CONTREPARTIE 72

Chapitre 1 : SCR de contrepartie 73
Section 1.1. Risque de défaut de contrepartie 73
1.1.1. Définition du risque de contrepartie 73
1.1.2. Formule Standard du SCR de contrepartie 73
Section 1.2. *Loss-Given-Default* 74
1.2.1. Notion de LGD 74
1.2.2. Simplification du calcul des paramètres 75
A) *Best estimate* des *recoverables* 75
B) Effet d'atténuation 76
C) Collatéral 77
Section 1.3. Probabilité de défaut 77

Chapitre 2 : Minimisation du SCR de contrepartie : répartition de la réassurance par notation 79
Section 2.1. Principe de minimisation 79
Section 2.2. Application numérique 80
2.2.1. Propositions des répartitions de la réassurance par notation 80
2.2.2. Résultat 81
Conclusion 82

Conclusion générale 84
Bibliographie 85
Annexes 87

Remerciements

Je tiens à remercier tout particulièrement mon maître de stage, Monsieur Emmanuel SOTTO, responsable du Département Gestion Financière qui m'a suivi tout au long de mon stage, pour sa disponibilité et ses conseils, ainsi que ses compétences professionnelles qui m'ont permis d'effectuer ce stage dans les meilleures conditions.

Je remercie également Madame Marion AUBERT, directeur financier et Monsieur Hervé-Bernard VALLEE, responsable de mission réassurance, pour leur disponibilité et leur aide durant mon stage.

J'adresse aussi mes remerciements au corps enseignant du Master 2 Actuariat de l'Université Paris-Dauphine et en particulièrement Monsieur Olivier WINTENBERGER et Judith NTSAME qui m'ont aidé scolairement et administrativement.

Enfin, j'exprime toute ma reconnaissance à l'ensemble de la Direction Financière pour leur accueil chaleureux et leur disponibilité de tous les instants.

Résumé

Mots clés : Réassurance non proportionnelle, Assurance non-vie, Tarification de la réassurance, *Solvency Capital Requirement*, Risque de souscription non-vie, Risque de contrepartie, Solvabilité II, QUIS 5, *Best estimate*, Méthode de *Monte-Carlo*, *Chain-ladder* déterministe, *Chain-Ladder* stochastique, Modèle de *Bootstrap*

La directive Solvabilité II exige de la part des assureurs d'avoir un capital solvable requis (*Solvency Capital Required* : SCR) leur permettant d'être solvables en cas de survenance de sinistres inattendus. La réassurance est un moyen significatif de réduire leur exposition aux risques. En transférant une partie des risques aux réassureurs, l'assureur se voit dans l'obligation de céder une partie de ses primes émises. Les fonds propres immobilisés apportés par les actionnaires ont forcément un coût, car les actionnaires attendent une rémunération de leurs investissements.

Ce mémoire a pour objectif d'optimiser les programmes de réassurance en minimisant sa charge totale et en maintenant un niveau de SCR dans les nouvelles normes de Solvabilité II. Dans le cas d'une compagnie d'assurance non-vie, la formule standard pour le calcul du SCR montre que la réassurance n'impacte essentiellement et directement que le risque de souscription non-vie et le risque de contrepartie des réassureurs, alors que ce dernier dépend positivement des paramètres de l'évaluation du risque de souscription non-vie. De plus, le défaut des réassureurs peut affecter la solvabilité de la cédante. Par conséquent, la notation des réassureurs joue essentiellement dans le risque de contrepartie. Ce qui nous conduit à étudier la problématique en trois étapes principales:

- La tarification de la réassurance.
- La minimisation du couple : coût de réassurance - SCR de souscription non-vie.
- La minimisation du SCR de contrepartie, avec la contrainte d'une somme des répartitions des réassureurs égale 1 et la contrainte que la nouvelle répartition de prime ne soit pas trop éloignée de l'ancienne, pour que les réassureurs puissent accepter notre proposition.

Cette étude doit permettre aux personnes en charge de la réassurance :

- d'être plus critiques vis-à-vis des propositions du courtier ;
- de justifier le choix des réassureurs.

Ce mémoire utilisera des données internes de BPCE Assurances, il est donc confidentiel.

Abstract

Key Words: Non-proportional reinsurance, Non-life Insurance, Pricing of reinsurance, Solvency Capital Requirement, Non-life Underwriting Risk, Counterparty Default Risk, Solvency II, QIS 5, Best estimate, Monte-Carlo, Deterministic Chain-ladder, Stochastic Chain-Ladder, Bootstrap Model

The directive Solvency II requires insurers to have a Solvency Capital Requirement which allows them to be solvent in the occurrence of unexpected losses. Reinsurance is a significant way of reducing their risk exposure. By transferring a part of the risk to reinsurers, the insurer must yield at the same time a part of its written premiums. Capital own funds provided by shareholders necessarily have a cost, because shareholders expect compensation of their investments.

This thesis aims to optimize the reinsurance programs by minimizing the total load and maintaining a level of SCR in the new Solvency II standards. In the case of a non-life insurance company, the standard formula for the calculation of SCR shows that reinsurance impacts essentially and directly the non-life underwriting risk and the reinsurance counterparty risk, while the latter depends positively the assessment of the non-life underwriting risk's settings. In addition, the failure of reinsurers may affect the solvability of the cedant. Therefore, the rating of the reinsurers impacts essentially on the counterparty risk. This leads us to study the problem in three main steps:

- Pricing of reinsurance.
- Minimization of the couple: the cost of reinsurance and SCR non-life underwriting.
- Minimization of SCR counterpart, with the constraint of a sum distributions equal 1 and the constraint that the new distribution of premium is not too far from the former, so that the reinsurers can accept our proposal.

This study should allow the people in charge of reinsurance:

- To be more critical vis-à-vis the proposals of the broker;
- Justify the choice of reinsurers.

This memory uses internal BPCE Assurances' data, so it is confidential.

Introduction générale

Dans le cadre de Solvabilité II, le SCR représente l'exigence de capital. Il correspond au montant de fonds propres à détenir pour limiter la probabilité de ruine à un an à 0.5%. La directive Solvabilité II propose deux approches dans l'évaluation des besoins de capitaux : la formule standard et le modèle interne. Les besoins en capitaux obtenus par la formule standard du QIS 5 doivent refléter un niveau de période de retour de 200 ans et doivent être équivalents à une notation de BBB. Notre étude s'applique au cadre de la formule standard définie dans les spécifications du QIS 5.

La réassurance est un moyen significatif d'absorber les sinistres inattendus et de réduire l'exigence de fonds propres. En transférant une partie des risques aux réassureurs, BPCE Assurances doit céder en même temps une partie de ses primes émises. Les fonds propres immobilisés apportés par les actionnaires ont forcément un coût, car les actionnaires attendent une rémunération de leurs investissements. BPCE Assurances doit optimiser sa charge totale (rémunération pour ses actionnaires et prime cédée) tout en maintenant la protection de son bilan sous la nouvelle directive Solvabilité II. Selon la formule standard du QIS 5, le coût du capital est déterminé en fonction du capital requis, l'EIOPA a donc fixé le CoC à 6%. Nous ne nous attacherons donc pas à évaluer le coût du capital.

La réassurance impacte l'exigence du capital et également le résultat financier de la cédante. Néanmoins, étant donné que l'assureur a cédé une partie de ses primes aux réassureurs, le résultat financier de la cédante diminue. L'objectif de ce mémoire sera d'évaluer l'impact de la réassurance sur le capital requis par Solvabilité II. Nous n'étudierons pas l'impact de la réassurance sur le résultat financier de la cédante.

L'optimisation des programmes de réassurance vise à minimiser le couple coût de la réassurance - SCR, tout en limitant la probabilité de ruine après réassurance à un an à 0.5%. Dans le cas d'une compagnie d'assurance non-vie, la formule standard pour le calcul du SCR démontre que la réassurance n'impacte essentiellement et directement que le risque de souscription non-vie et le risque de contrepartie des réassureurs, alors que ce dernier dépend positivement des paramètres de l'évaluation du risque de souscription non-vie. De plus, le défaut des réassureurs peut affecter la solvabilité de la cédante. Par conséquent, la notation des réassureurs joue essentiellement dans le risque de contrepartie.

Le processus pour optimiser les programmes de réassurance sera le suivant :

- Dans un premier temps, nous présenterons le portefeuille de BPCE Assurances et la problématique de ce mémoire. Nous étudierons les traités de réassurance de BPCE Assurances, ainsi que les principales clauses de réassurance concernées dans ces traités. Ensuite, nous présenterons les différentes méthodes de tarification. Afin d'évaluer la tarification de la réassurance, une étude sur les montants de sinistres survenus est nécessaire pour fixer des niveaux de portée et de priorité, paramètres

essentiels dans la tarification.

- Dans un deuxième temps, nous étudierons la formule standard du QIS 5 concernant la partie du SCR de souscription non-vie. Des modèles économétriques en provisionnement seront abordés pour mener à bien le calcul des paramètres du SCR de souscription non-vie : méthode de *Chain-Ladder* déterministe et stochastique. En appliquant la formule standard, nous pouvons calculer le SCR de souscription avec les différentes structures des traités. L'optimisation de programmes de réassurance consiste à minimiser le coût de réassurance et le SCR de souscription non-vie en même temps. La détermination du point optimal simple ou multiple sur la courbe en coordonnées du coût de réassurance et du SCR de souscription non-vie nous permet d'identifier la structure adéquate.

- Enfin, avec l'option optimale obtenue précédemment, nous serons à même de minimiser le SCR de contrepartie avec comme contrainte la somme des répartitions de primes cédées égale à 1. Dans QIS 5, la *Loss-Given-Default* et la probabilité de défaut des réassureurs sont les paramètres majeurs du risque de contrepartie. Nous distribuerons la prime cédée aux réassureurs avec la contrainte que les parts ne soient pas trop éloignées des parts initiales. Nous obtiendrons ensuite une courbe de SCR de contrepartie en fonction des différentes propositions de pourcentage de répartition de la prime cédée.

Les outils utilisés pour mener à bien cette étude seront les logiciels SAS et Excel.

Partie I. Contexte d’étude et tarification de la réassurance

Chapitre 1 : Contexte d'étude

Section 1.1. Présentation du portefeuille de réassurance de BPCE Assurances

En 2010, BPCE Assurances a un chiffre d'affaires de 500 millions euros. Son portefeuille IARD total est de 2,2 millions de contrats, composé principalement de 830 000 contrats habitation, 330 000 contrats auto et 418 000 contrat garantie des accidents de la vie.
Pour réduire l'impact de ses sinistres importants, BPCE Assurances se réassure auprès des réassureurs suivants : *Swiss Ré Europe*, *Muenchener Rueck*, *Mapfre Ré*, *Hannover Ré*, etc.

Le tableau suivant présente les chiffres clés des traités de réassurance non proportionnelle en 2010:

Programme	Rétention	**Capacité**	**Primes cédées**
DAB	2 000 000	20 000 000	1 192 000
Primes de reconstitution FDN	0	6 561 960	1 000 000
Auto et RCD	2 000 000 Agg[1] 2 000 000	7 000 000	3 138 230
GAV XS Tête	500 000 Agg 2 000 000	1 000 000	682 500

Tableau 1 : Traités non proportionnels 2010

Ces primes cédées sont réparties entre des réassureurs ayant ou non une notation. Ces derniers qui s'engagent à couvrir les sinistres dépassant le seuil de rétention.

Section 1.2. Problématique du mémoire

Le tableau des traités non proportionnels en 2010 nous montre que la réassurance a un coût important. BPCE Assurances souhaite réduire la prime cédée en réassurance, en maintenant sa solvabilité. Ce qui aboutit à une étude sur l'optimisation des programmes de réassurance de 2012. Nous devons optimiser les programmes de réassurance de sorte que le risque conservé corresponde à la rétention acceptable. Cela doit être en totale adéquation avec son niveau de fonds propres disponibles et son compétence au risque. Autrement dit, nous cherchons un programme qui offre un niveau de SCR exigé par Solvabilité II au coût le plus adapté.

[1] Agg : aggregate déductible, c'est une conservation supplémentaire sur les premiers sinistres.

L'optimisation des programmes de réassurance consistera à minimiser le coût de réassurance et le coût des fonds propres tout en respectant l'exigence de capital de Solvabilité II.

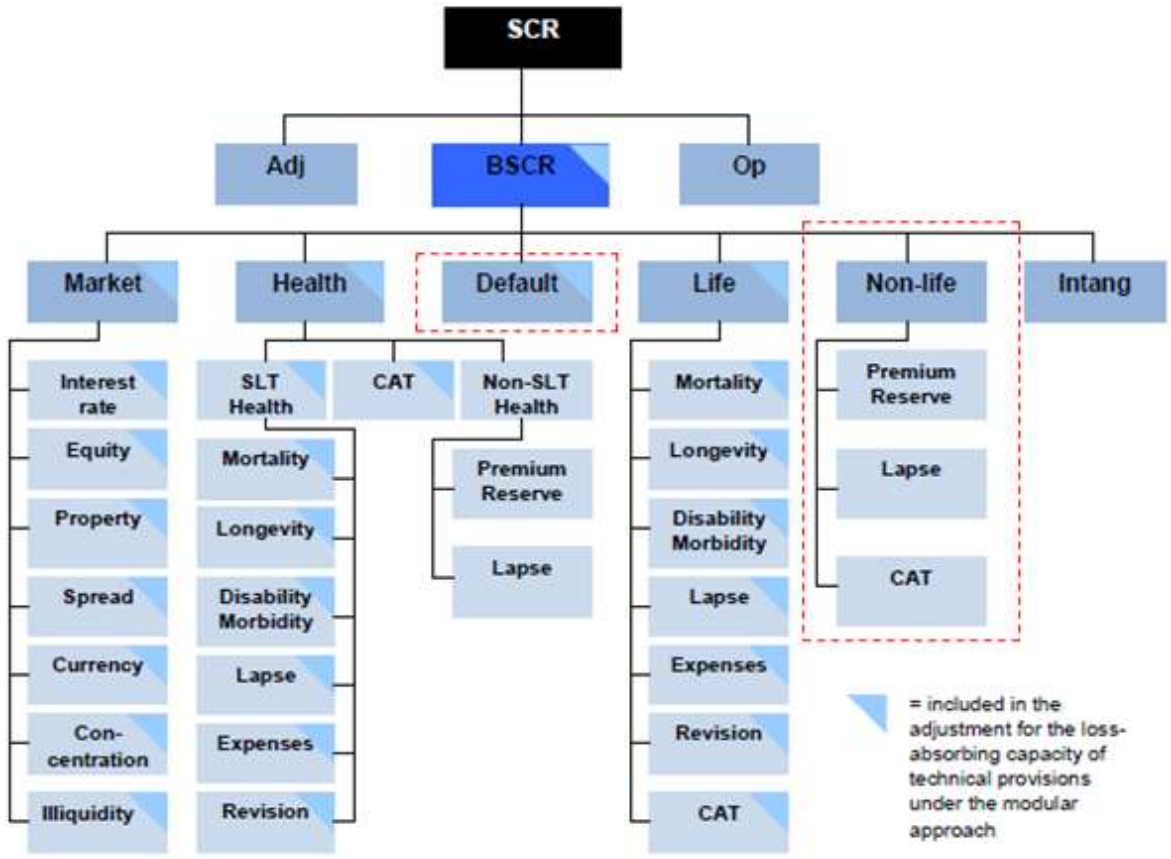


Figure 1 : Approche *bottom-up* pour le calcul du SCR

L'idée d'optimiser les programmes de réassurance de 2012 par rapport au SCR global semble ambitieuse. Notre étude se fera par rapport au SCR de souscription non-vie et SCR de contrepartie. En effet, en partant de ce schéma, nous constatons que la réassurance affecte directement le SCR de souscription non-vie et le SCR de contrepartie. Ce dernier dépend positivement d'un certain nombre de paramètres du calcul du SCR de souscription non-vie. En général, la réassurance impacte aussi le résultat financier de la cédante. Etant donné que l'assureur a cédé une partie de ses primes aux réassureurs, le résultat financier de la cédante diminue. L'objectif de ce mémoire est d'évaluer l'impact de la réassurance sur le capital requis par Solvabilité II. Nous n'étudierons pas l'impact de la réassurance sur le résultat financier de la cédante.

En général, les assureurs préfèrent avoir un traité avec une priorité basse et une portée haute. Mais ces derniers ont souvent un prix très élevé et sont destinés, dans la plupart du temps, à aider l'organisme au lancement d'une nouvelle activité ou augmenter la capacité de souscription au niveau de capital. Nous ne sommes pas dans le cas de lancement d'un nouveau produit d'assurance. BPCE Assurances possède un niveau de fonds propres assez élevé : en 2009, un SCR de 185% en Solvabilité II. Il se réassure plutôt pour stabiliser son résultat opérationnel.

Lorsque la priorité est en-dessous d'un certain seuil, il est fort probable que la prime de réassurance soit plus lourde que la sinistralité absorbée. Une analyse sur les données de sinistres permet de fixer des niveaux de priorité et de portée pour le portefeuille considéré. Nous estimerons donc le prix de la réassurance avec différents montants de ces paramètres.

Pour que la solvabilité de la cédante ne se dégrade pas, nous étudierons l'impact de ces programmes de réassurance sur le SCR. En effet, le SCR est le capital minimum, pour absorber les risques exceptionnels, exigé par la nouvelle norme Solvabilité II.

Notre étude se décompose en différentes étapes :

- Evaluation du coût des programmes de réassurance par les différentes méthodes de tarification.
- Minimisation du couple coût de réassurance - SCR de souscription non-vie : application des programmes de réassurance dans la formule standard du QIS 5 afin de calculer le SCR de souscription non-vie net de réassurance, puis minimiser graphiquement du couple.
- Minimisation du SCR de contrepartie : recherche une répartition de réassurance par notation des réassureurs qui implique un SCR de contrepartie minimum en utilisant le couple optimal ou les couples optimaux obtenus précédemment. Deux contraintes doivent être retenues : la contrainte d'une somme des répartitions égale 1 et la contrainte que la nouvelle répartition de prime ne soit pas trop éloignée de l'ancienne, pour que les réassureurs puissent accepter notre proposition.

Avant de commencer cette étude, nous allons présenter les traités et les données historiques qui sont nécessaires à notre étude. Toutes les techniques actuarielles abordées ultérieurement sont basées sur les traités de BPCE Assurances et ses données historiques.

Section 1.3. Etude des traités de réassurance

Un traité de réassurance couvre un ensemble de risques d'un portefeuille. Il définit les conditions de cession et d'acceptation des risques faisant l'objet de la convention entre un assureur et un réassureur. Il s'agit d'une forme de réassurance « obligatoire » : l'assureur est obligé de céder une partie ou la totalité des risques vérifiant la condition contractuelle et le réassureur n'a aucune raison de refuser un risque couvert dans le cadre du traité.

Les traités de réassurance non proportionnelle de BPCE Assurances sont classés principalement par branches d'activité: DAB Hors Événements Naturels, DAB Force de la Nature, Prime de reconstitutions FDN, Auto et RCD, Auto et RCD tranche GEMA, GAV XS Evénement et CatNat.

Notre étude consiste à étudier les branches: DAB, Auto et RCD, GAV. Typiquement, les traités de réassurance de BPCE Assurances incluent les items suivants :

- Effet-Durée: il indique la période de couverture.
- Forme de couverture: ex: Excédent de sinistre par risque et/ou par événement.
- Affectation des sinistres: rattachement des sinistres à une année de souscription, survenance ou déclaration.
- Objet de la réassurance et risques couverts.
- Exclusions: il s'agit souvent de sinistres résultant de Catastrophes Naturelles, les dommages liés à l'énergie nucléaire et la guerre étrangère, etc.
- Territorialité: la zone géographique de la couverture.
- Limites: portées.
- Reconstitutions de garanties : nombre de REC et type de REC (payante ou gratuite).
- Taux de prime: pourcentage relative aux primes émises de la cédante.
- Prime minimum et provisionnelle: prime minimum que la cédante doit payer aux réassureurs quel que soit le montant de la prime émise que la cédante percevra.
- Seuil d'avis de sinistre: montant de sinistre à partir duquel la cédante avertira aux réassureurs.
- Informations: assiette de prime estimée.
- Clauses: *Aggregate*, Reconstitution de garantie (REC), Stabilité, Rente etc.
- Apériteur : réassureur qui a plus de part de la prime cédée, ainsi que l'engagement cédé.
- etc.

1.3.1. Prime de réassurance non proportionnelle

En réassurance non proportionnelle, la prime se décompose en deux parties :

- prime fixe : elle peut être exprimée comme un montant forfaitaire[2] ou en pourcentage fixe de la mesure de volume (ex : assiette des primes de la cédante). La prime fixe de réassurance est définie lors de la conclusion du traité et son montant est indépendant de la sinistralité à posteriori.
- prime variable : elle représente, la plus part du temps, le coût de l'application d'une clause de réassurance (ex : prime de la reconstitution des garanties). Son montant est donc dépendant de la sinistralité observée sur la période couverte.

Le coût de réassurance des traités de BPCE Assurances est exprimé en pourcentage relative aux primes émises de la cédante à l'exercice en cours, qui est la somme des taux de prime de toutes les tranches s'ils en existent. La prime cédée est obtenue par la formule suivante :

$$Prime\ cédée = \max\left(taux\ de\ prime * prime\ émise\ de\ la\ cédante, prime\ minimum\right)$$

La prise en charge du sinistre par la réassurance peut être totalement différente selon les

[2] Dans un traité de réassurance non proportionnelle, la prime cédée est rarement forfaitaire.

clauses. D'un point de vue théorique, le choix d'une clause a un impact sur la tarification des traités. Dans le paragraphe suivant, nous allons étudier les clauses principales de la réassurance.

1.3.2. Clauses *Aggregate*

Ces clauses ont pour effet de restreindre l'engagement du réassureur et de réduire la prime cédée.

A) Limite annuelle (*Annual Aggregate Limit* : AAL)

La limite annuelle est un engagement annuel maximum du réassureur. La garantie ne joue qu'à hauteur de ce montant, même si le montant des sinistres, cumulé annuellement, lui est supérieur.
Cette clause permet au réassureur de limiter sa couverture et de se prémunir contre le risque de ruine.

$$Charge_{cédée} = \min\left(\sum_i \min(portée, \max(0, sinistre\ i - priorité)), AAL\right)$$

B) Franchise annuelle (*Annual Aggregate Deductible* : AAD)

La franchise annuelle induit une conservation supplémentaire du premier sinistre. Le réassureur ne prend en charge que le montant cumulé annuel (des sinistres en excédent) qui dépasse cette franchise.

$$Charge_{cédée} = \left(\sum_i \min\left(portée, \max(0, sinistre\ i - priorité)\right)\right) - AAD$$

Dans la cotation de réassurance, nous ne considérons pas cette clause au début, puis nous retirons un certain pourcentage de la prime pure. En effet, la franchise annuelle augmente la volatilité de la charge du traité.

1.3.3. Clause de Reconstitution de Garantie (*Reinstatement Clause* : REC)

Dans un traité XS, le réassureur met une certaine portée à la disposition de la cédante pour le cas où surviendrait un sinistre. Ce fonctionnement laisse la cédante à découvert en cas d'absorption totale de la portée. La clause de reconstitution sert à rétablir la couverture en contrepartie d'une prime additionnelle convenue à l'avance. La clause de reconstitution s'applique dès qu'une partie de la portée a été consommée.

La prime additionnelle est définie comme un certain pourcentage de la prime de réassurance de base, au prorata des capitaux absorbés (prorata capita) ou au prorata de la durée restante à couvrir jusqu'à la fin de la période de couverture (prorata temporis). La reconstitution au double prorata signifie qu'elle est au prorata capita et au prorata temporis ; autrement dit, la prime additionnelle est proportionnelle au montant de couverture absorbée et au temps restant

à couvrir sur la période de référence.

Si dans un traité, le réassureur accorde n reconstitutions de garantie, il s'engage à payer au maximum n+1 fois la portée dans la période de couverture du traité. Historiquement, le traité en RC fonctionne avec une clause de reconstitutions illimitées et gratuites.

Le calcul de reconstitution et de la prime additionnelle doit se faire dès que l'XS est touché, de sorte que les caractéristiques du traité demeurent les mêmes jusqu'à la fin de l'année.

L'égalité entre l'espérance de prime et l'espérance de coût nous permet de calculer la prime pure de base P_0 au prorata capita[3]:

$$E(prime) = E(co\hat{u}t)$$

Donc

$$P_0 = \frac{\sum_{i=1}^{r+1} P_i}{1 + \sum_{i=1}^{r} r_i \frac{P_i}{p}}$$

Avec $P_i = E[S_N - (i-1)p]1_{((i-1)p \leq S_N \leq ip)} + p1_{(S_N > ip)}$

Où P_i désigne la prime pure de l'excédent de sinistre p XS (i-1)p.

Nous ne possédons pas de traité de réassurance avec une clause de reconstitution au prorata temporis. Nous n'étudierons pas sa modélisation.

Nous illustrons le calcul de la prime additionnelle par l'exemple suivant :

- traité XS par risque : 5,5M€ XS 2,5M€ et franchise aggregate 3M€
- assiette de prime : 200M€
- taux de prime de l'XS : 0,4%
- Reconstitution de garantie :
  - 1 portée gratuite
  - 1 payante à 75% prorata capita et temporis
  - 1 payante à 100% prorata capita

[3] Voir la démonstration dans l'annexe 1.

Les primes de réassurance et les sinistres à la charge du réassureur sont exposés dans le tableau suivant :

Sinistres (en M€)	Prime de réassurance	Sinistres pour réassureur	Franchise *aggregate*
3	0.8	0	2,5
3	0	0	2
6,5	0	2	0
5	0	2,5	-
4,5	0.05[4]	2[5]	-
12	0,43	5,5	-
8	0,65	5,5	-
10	-	4,5	-

Tableau 2 : Illustration numérique de la clause de constitution de garantie

1.3.4. Clause de stabilité

La clause de stabilité a pour objectif de répartir le surcoût engendré par l'inflation entre cédante et réassureur. En effet, un sinistre peut s'enrichir au cours de son développement pour cause d'inflation. Si l'enchérissement touche un sinistre qui a dépassé la priorité, en absence de clause, seul le réassureur supporte cette charge supplémentaire.

Actuellement, sur le marché français, tous les traités en excédent de sinistre de la branche RC incluent une clause de stabilité. En effet, les sinistres concernés par ces traités ont pour la plupart une longue période de développement. Dans la plus part des cas, le taux de la clause n'est pas fixé mais référencé à l'indice du salaire mensuel moyen du Groupement des Industries Métallurgique (GIM). Elle est appliquée à partir du moment où l'inflation dépasse un seuil de 10%.

Nous expliquons le fonctionnement de la clause par l'exemple numérique suivant :

Sinistre réel

	Payés annuels	Suspens	Total
N	20	80	100
N+1	50	35	105
N+2	40	-	110

Tableau 3 : Illustration numérique de la clause de stabilité

[4] $0.05 = 0.8 * 75\% * \frac{1}{5} * \frac{6}{12}$

$0.43 = 0.8 * 75\% * \frac{4,5}{5,5} * \frac{7}{12} + 0.8 * 100\% * \frac{1}{5,5}$

[5] Jusqu'ici, la première portée est totalement absorbée par les sinistres de montant 6,5, 5 et 4,5. La charge du réassureur 2M€ correspond le 1M€ restant de la première portée et 1M€ de la deuxième.

Le sinistre est totalement payé à la fin de l'année N+2, et son montant est atteint à 110 avec l'inflation comprise.

Dans l'exemple ci-dessus, nous supposons qu'il s'agit d'un traité illimité XS 50 avec un taux de clause de 3%.

La charge du réassureur et celle de la cédante avec ou sans clause de stabilité, sont exposées dans les tableaux suivants :

Sans clause

	Charge Réassurance	Charge cédante
N	50	50
N+1	55	50
N+2	60	50

Charge « AS IF »

	Charge Réassurance	% montant total
N	50	50%
N+1	52.5	51,2%
N+2	56.1	52,9%

Avec clause

	Payés annuels	Suspens	Total
N	20	80	100
N+1	48,5	34	102,5
N+2	37,6	-	106,1

Charge réelle avec clause

	Charge Réassurance	Charge cédante
N	50	50
N+1	54	51
N+2	58,2	51.8

Tableau 4 : Tableaux d'illustration numérique de la clause de stabilité

Ici, la charge de réassurance après l'application de la clause vaut 54 en N+1 et 58,2 en N+2 au lieu de 55 et 60.

Nous constatons bien que le taux de clause influe sur la charge de réassurance. Une augmentation du taux de clause est défavorable pour la cédante et inversement. La cadence des paiements joue aussi sur la charge du réassureur lors de l'application de la clause de stabilité: plus la cadence est courte, plus la rétention est basse et la charge du réassureur augmente dans la même proportion.

1.3.5. Clause de rente

Dans le cas d'un préjudice corporel, l'indemnisation de la victime pour compenser ses pertes et frais futures peut se faire sous deux formes : soit en capital, soit en rente. Le capital est un règlement unique. Une rente est un versement régulier pendant une durée donnée d'une somme d'argent prédéfinie, appelée arrérage. En cas de versement annuel, nous l'appelons annuité, mais il peut être également mensuel et trimestriel.

A la date du jugement ou de la transaction, nous devons calculer une somme d'argent qui est nécessaire à la date d'attribution de la rente pour la payer jusqu'à l'extinction de celle-ci en tenant compte des intérêts financiers et de l'espérance de vie de la victime. Nous l'appelons Capital Constitutif de Rente (CCR). La valeur équivalente à un euro réévaluée à l'inflation est déterminée par la formule suivante :

$$K = \sum_{i} \frac{1 * \prod_{j=1}^{i}(1 + inf_j)}{(1+\tau)^i} * iPx$$

Où

- inf_j= taux d'inflation à l'année j
- τ = taux d'actualisation prédéfini dans la clause
- iPx = probabilité d'être vivant dans i années du crédirentier de l'âge x

Dans la pratique, l'évaluation du CCR est très complexe. Afin de facilité notre calcul, nous considérons donc que les arrérages A sont certains et indépendants de l'espérance de vie et que le taux d'inflation est constant.
Nous avons donc :

$$CCR = \sum_{i} \frac{A * (1 + \text{inf})^i}{(1+\tau)^i}$$

Une clause de rente a été introduite pour définir tous les aspects relatifs aux rentes dans le cadre du traité de réassurance. Il existe trois types de suivis de rentes dans les traités de réassurance :

- Suivi proportionnel : partager tous les arrérages selon la proportion (CCR-priorité)/priorité, la priorité est calculée selon la clause de stabilité juste avant le premier versement de la rente.
- Suivie additionnel : nous considérons la rente dans la durée et ne différencions pas le paiement des arrérages des autres paiements relatifs au sinistre. Le réassureur commence à payer les arrérages lorsque leur paiement cumulé dépasse la priorité réévaluée et jusqu'à atteindre la limite de sa garantie.
- En rachat ou commutation : nous ne considérons pas la rente dans la durée, mais à sa date d'attribution par le biais du CCR, qui est considéré comme montant unique correspondant à la totalité de la rente. Le réassureur paie immédiatement en « cash », la part dépassant la priorité réévaluée.

L'état de santé ou la situation familiale de la victime peuvent évoluer au cours du temps. Dans

ce cas, l'arrérage doit être révisé. Le nouvel arrérage appelé arrérage révisé est normalement décidé par un jugement. Un capital constitutif complémentaire de la rente sera calculé comme la différence entre l'arrérage révisé et l'arrérage initial.

Il existe aussi d'autres clauses, comme celle de participation aux bénéfices et de « No Claim Bonus ». Ces deux clauses ne sont pas incluses dans les traités XS de BPCE Assurances.

Section 1.4. Présentation des données

Pour bien mener notre étude, nous devons avoir un historique de données qualitatives et quantitatives. BPCE Assurances a un historique de données d'une dizaine d'années, ce qui est suffisant au niveau quantitatif.

La direction technique de BPCE Assurances évalue les montants des sinistres graves (au moins une fois supérieurs à 150K€) tous les mois. Les données sont déjà analysées par la direction technique. Nous supposons ici que les données sont homogènes et nous utiliserons cet historique de sinistres pour tarifer le coût de réassurance.

La base de donnée du nombre de sinistres annuel et de la charge totale annuelle des sinistres supérieures à 150K€, de règlement de l'assureur, de recours encaissés et de provisions sont ainsi à notre disposition. Ils sont stockés dans un fichier Excel sous forme de triangle de liquidation.

Nous possédons aussi, pour chaque ligne d'activité, le résultat de la modélisation des données historiques des sinistres ayant un montant supérieur à 150k€ : lois de la fréquence et de la sinistralité. Les lois sont présentées dans l'annexe 2.

Nous récupérons auprès du Service Comptabilité Technique, l'historique des assiettes de prime pour chaque ligne d'activité mentionnée précédemment, ainsi que l'historique de règlement des réassureurs.

Chapitre 2 : Méthodes de tarification de réassurance non proportionnelle

Dans le cadre de notre étude, les traités de réassurance sont de forme non proportionnelle XS par Risque ou XS par Evénement. Nous présentons le cadre général des méthodes de tarification pour ces différentes formes de traités.

Section 2.1. Tarification basée sur l'expérience

Cette méthode est basée sur la sinistralité observée dans le passé pour prédire la sinistralité future potentielle du portefeuille. Nous l'appelons aussi méthode *Burning Cost*. La tarification basée sur l'expérience est souvent utilisée pour calculer le prix de traité XS par risque. Elle permet de calculer un montant de prime à partir de l'historique des sinistres individuels, en tenant compte des principaux facteurs susceptibles d'influencer la sinistralité.

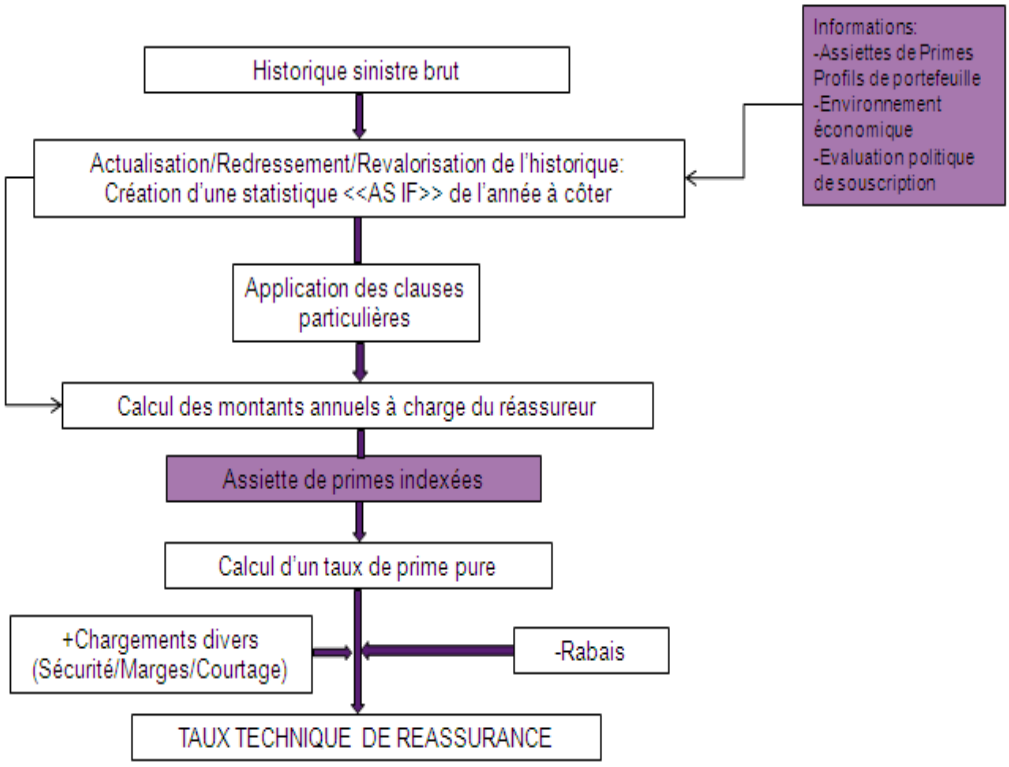


Figure 2 : Processus de la tarification basée sur l'expérience[6]

Notations :

- w XS p : excédent de sinistre de portée w et de priorité p
- n : nombre d'années de données statistiques utilisées

[6] Processus récupéré dans le livre : Jacques B., Christian P., « LA REASSURANCE Approche technique », ECONOMICA.

- x_i^j : montant *as if* du i-ième sinistre relatif à l'année j
- n^j : nombre de sinistres observés à l'année j
- c^{*j} : montant *as if* à la charge du traité XS de l'année j
- p^j : prime perçue relative à l'année j par la cédante

Ce processus peut être décomposé en 3 étapes :

- étape 1 : création d'une statistique *as if*;
- étape 2 : cotation de taux pur;
- étape 3 : cotation de taux commercial.

2.1.1. Création d'une statistique « *as if* » : Actualisation, Redressement, Revalorisation Actualisation de la sinistralité

A) Actualisation de la sinistralité

Les sinistres, ainsi que les primes doivent être actualisées par rapport à l'inflation monétaire, afin de rendre comparable les années entre elles.

B) Redressement de la sinistralité

Le redressement a pour objectif de rétablir une base de portefeuille homogène dans le temps, compte tenu de l'évolution du profil des risques.

C) Revalorisation des primes et sinistres

La revalorisation de la statistique vise à prendre en compte différents facteurs, par exemple, l'évaluation du coût du risque et le changement de l'environnement juridique. Cette revalorisation des données permet de se placer sur la base d'un environnement homogène. En RC et GAV, une inflation surajoutée (*super-imposed inflation*) s'ajoutant à l'inflation des salaires rend l'augmentation du coût du sinistre devenir un problème particulièrement délicat. Dans ces branches, les sinistres majeurs recouvrent typiquement des dommages corporels à développement lent. Pendant cette longue période, l'évolution de l'état de santé du bénéficiaire, le progrès de la médecine et l'augmentation de l'espérance de vie ont un impact non négligeable sur le coût de sinistre.

Ces trois procédures utilisent deux indices pour créer une statistique *AS IF*. L'indice de prime déterminé par l'évolution de la prime moyenne, reflète l'évolution des tarifs et des garanties originaux. L'indice de sinistre reflète l'évolution sur le coût du sinistre. Elle correspond à l'inflation des différentes composantes du sinistre. La projection des sinistres dans l'avenir peut se faire :

- soit en fonction de l'année de survenance (le développement des sinistres pour une année de survenance est multiplié par un seul facteur) ;
- soit en fonction de l'année de développement (le développement des sinistres est projeté sur l'année de tarification puis sur les années consécutives).

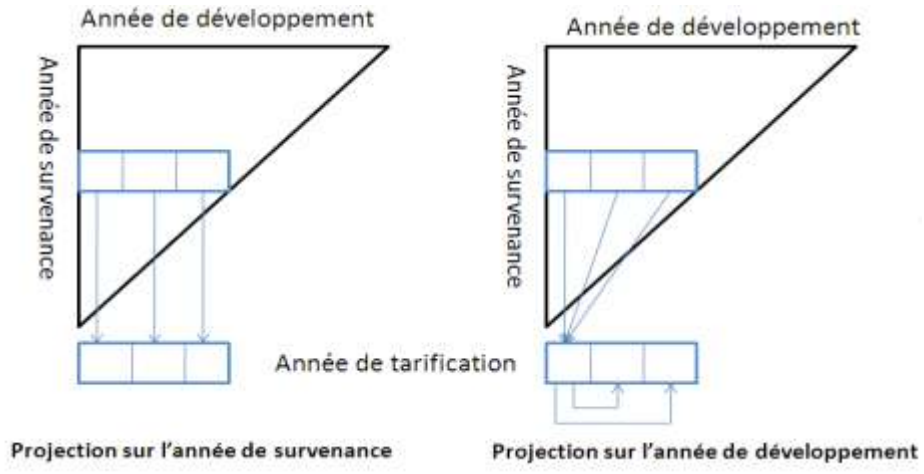


Figure 3 : Méthodes d'indexation

Pour chaque sinistre indexé, nous calculons la partie à la charge des réassureurs en tenant compte des caractéristiques du traité (priorité et portée). En additionnant par année de survenance les montants à la charge de la réassurance, nous obtenons la charge annuelle *as if* de sinistres.

Nous avons donc le montant indexé *as if* à la charge du traité XS de l'année j :

$$c^{*j} = \sum_{i=1}^{n^j} \max\left(0, \min\left(w, \left(x_i^j - p\right)\right)\right)$$

Le triangle de la charge indexé *as if* de sinistres en excédent est incomplet, nous estimons leur coût final par la projection à l'ultime. Ce qui nécessite de calculer les provisions IBNR[7] (*Inccured But Not Reported*), les méthodes couramment utilisées sont *Chain-Ladder* ou *Bornhuetter-Ferguson*. La méthode de *Chain-Ladder* sera détaillée dans la troisième partie de ce mémoire. L'objectif de ce mémoire ne consiste pas à étudier les méthodes de détermination de la charge ultime.

[7] Il s'agit de la somme des provisions IBNER (*Incured But Not Enough Reserved*) et IBNYR (*Incurred But Not Yet Reported*). Les IBNER sont des sinistres survenus mais insuffisamment réservés, les IBNYR les sinistres survenus mais non encore déclarés.

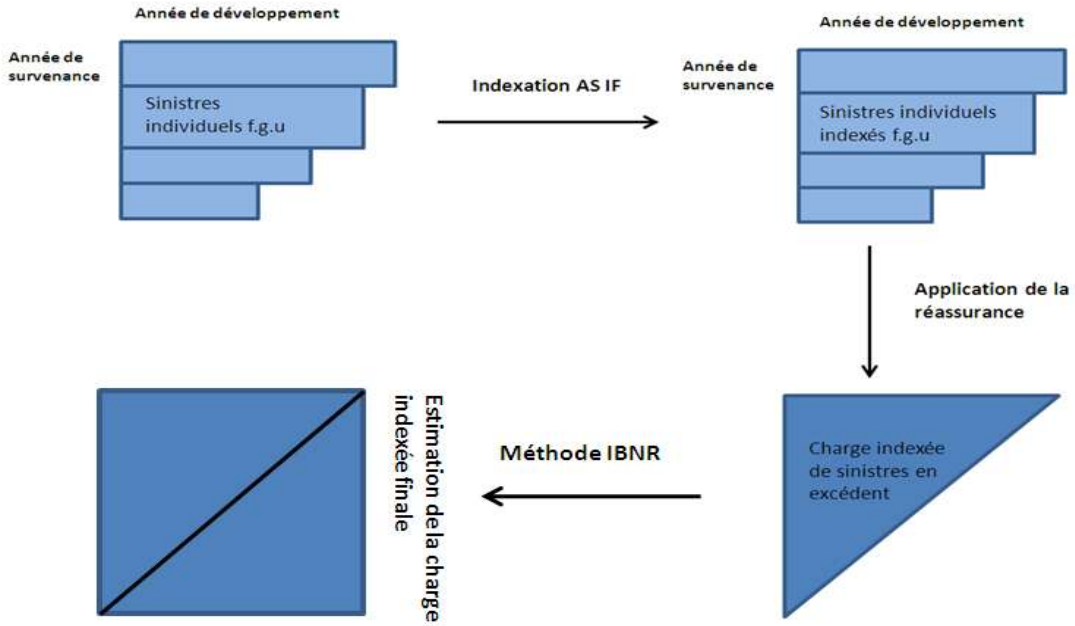


Figure 4 : Création de statistique *as if* cédée[8]

2.1.2. Cotation de taux de prime pure

Nous réalisons la cotation sous la forme d'un taux appelé « taux pur de l'XS », qui est appliqué à une assiette de prime définie contractuellement dans le traité XS. En général, cette assiette de prime correspond au montant des primes perçues par la cédante de l'année de cotation.

Le taux pur « *Burning Cost* » est obtenu par la formule suivante:

$$BC_{pur} = \frac{\sum_{j=1}^{n} c^{*j}}{\sum_{j=1}^{n} p^{j}}$$

Le terme de « *Burning Cost* » s'emploie uniquement pour les charges de sinistres en excédent, il représente la moyenne pondérée de ratios S/P des réassureurs. La charge brute de sinistres relative est définie comme taux de sinistre.

La prime pure de la réassurance est donc égale à:

$$Prime\ Pure = BC_{pur} * assiette\ de\ prime\ estimée\ de\ l'année\ de\ tarification$$

[8] F.g.u signifie « *From Ground Up* », c'est-à-dire au premier euro, sans application de la franchise de réassurance.

2.1.3. Cotation de taux de la prime commerciale

Pour couvrir le risque de fluctuation, nous ajoutons un chargement de sécurité qui est environ de 20% du coefficient de la variation des taux. Ce coefficient correspond à l'écart-type pondéré divisé par la moyenne modérée des taux purs des années historiques. On appelle cette prime « prime de risque ». Elle correspond donc aux engagements contractuels du réassureur et celle-ci doit lui permettre de régler (à long terme) tous les sinistres concernés :

$$Prime\ de\ risque = prime\ pure * (1 + chargement\ de\ sécurité)$$

Les charges administratives et la marge bénéficiaire doivent être incluses dans le coût de la réassurance. Elles sont en général exprimées en pourcentage de la prime de risque, en moyenne de l'ordre de 15%.

La prime technique à la charge de l'assureur est donc égale à :

$$Prime\ technique = Prime\ risque + Taux\ de\ charge\ et\ marge * Prime\ risque$$

Pour obtenir la prime commerciale, la rémunération du courtier doit être ajoutée à la prime chargée. Le taux de courtage est souvent de l'ordre de 10% de la prime commerciale :

$$Prime\ technique = Prime\ commerciale - Taux\ de\ courtage * Prime\ commerciale$$

Ce qui nous donne :

$$Prime\ commerciale = \frac{Prime\ technique}{1 - Taux\ de\ courtage}$$

On a finalement :

$$Prime\ commerciale\ = Prime\ pure * \frac{(1+chargement\ de\ sécurité)*(1+taux\ de\ charge\ et\ bénéfice)}{1-taux\ de\ courtage}$$

D'où :

$$Taux\ commercial = \frac{(1+chargement\ de\ sécurité)*(1+taux\ de\ charge\ et\ bénéfice)}{1-taux\ de\ courtage}$$

L'utilisation de la tarification basée sur l'expérience n'a de sens que si la branche concernée contient une quantité suffisante de données représentatives qui permettront de calculer une moyenne de S/P fiable.

Lorsque les données ne sont pas assez nombreuses ou lorsqu'il s'agit des sinistres rares et peu représentatifs, la tarification basée sur l'expérience doit être remise en question. En autres termes, les sinistres historiques peuvent ne jamais toucher ou consommer complètement la couverture de la réassurance. La tarification par expérience donnera un taux de prime nul. Or, les réassureurs ne fournissent jamais gratuitement cette couverture, nous appelons « *No Free*

Lunch ». Nous devons tarifer cette partie de tranche non touchée. La loi de Pareto peut être utilisée pour cette évaluation. La méthode pour cette évaluation est expliquée dans l'annexe 3.

Nous présenterons donc des modèles mathématiques.

Section 2.2. Tarification probabiliste

Il s'agit d'une méthode basée sur la modélisation de la fréquence de sinistre et leur sévérité.

Notation :

- X : variable aléatoire réelle montant du sinistre individuel f.g.u.
- Y : variable aléatoire réelle montant du sinistre individuel à la charge du réassureur
- N : variable aléatoire du nombre des sinistres durant une année donnée.
- $S = \sum_{i=1}^{N} Y_i$: variable aléatoire réelle montant total annuel à la charge du réassureur

Nous supposons que les (X_i) sont indépendantes identiquement distribuées, et que les variables (X_i) et N sont mutuellement indépendantes. Dans le cas d'un traité w XS p, le montant de sinistre individuel à la charge du réassureur est telle que
$Y = w1_{(X>w+p)} + (X-p)1_{(p\leq\leq X\leq w+p)}$.

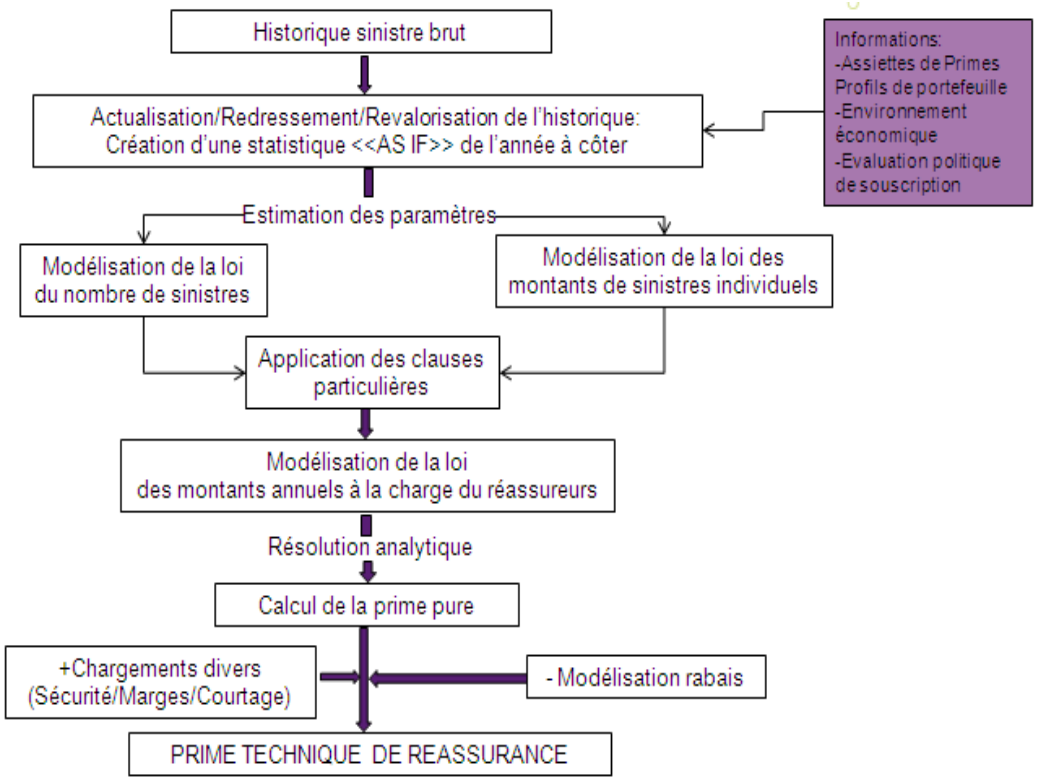


Figure 5 : Processus de la tarification probabiliste[9]

[9] Processus récupéré dans le livre : Jacques B., Christian P., « LA REASSURANCE Approche technique », ECONOMICA.

Ce processus consiste aussi en 3 étapes :

- étape 1 : Création d'une statistique *as if* ;
- étape 2 : Modélisation de la loi de fréquence et de la loi de sévérité ;
- étape 3 : Cotation de la prime de réassurance.

L'étape de la création d'une statistique *as if* reste identique à celle de la tarification basée sur l'expérience.

La modélisation des lois de la fréquence et de la sévérité repose sur un test d'adéquation, qui consiste à choisir une distribution probabiliste, à estimer les paramètres de la loi choisie (ex : la méthode du maximum de vraisemblance ou de l'estimateur des moments), à tester si la série statistique peut être considérée comme une réalisation de cette loi en utilisant un test d'adéquation. De manière générale, les comparaisons de la fonction de répartition empirique avec la fonction de répartition théorique sont utilisées dans les tests d'adéquations.

Des tests d'adéquations sont intégrés dans le module Statistique du logiciel SAS : test *Kolmogorov_Smirnov*, test de Khi-deux et QQ-Plot.

Nous présenterons par la suite, les lois usuelles utilisées en réassurance et la calibration des paramètres.

2.2.1. Modélisations des lois

Les lois de fréquence de sinistre les plus usuelles sont la loi de Poisson et la loi Binomiale Négative. Les lois de sévérité les plus couramment utilisées en réassurance sont la loi de Pareto et la loi de Log Normale. Les caractéristiques de ces lois sont résumées dans l'annexe 4.

2.2.2. Calibrage des paramètres

Les paramètres des lois de fréquence et de sévérité sont calibrés à partir de la statistique de sinistres *as if* obtenue. La méthode d'estimation utilisée est la méthode de maximum de vraisemblance (MLE). Notons $\widehat{m} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$

- Poisson : $\hat{\lambda} = \widehat{m}$

- Binomiale Négative : $\hat{p} = \frac{\widehat{m}}{\hat{r}+\widehat{m}}$
  $\hat{r}$ est l'unique solution de H(r)=0

$$H(r) = n * \log\left(\frac{r}{r+\widehat{m}}\right) + \sum_{i=1}^{n} 1_{\{x_i \geq 1\}}\left(\frac{1}{r} + \cdots + \frac{1}{r+x_i-1}\right)$$

La condition $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i)^2 > \hat{m}$ doit être vérifiée. La fonction H(r) est étudiée dans l'annexe 5.

- Pareto : $\hat{x}_m = \min_{i \in [\![1,n]\!]}(x_i)$

$$\hat{k} = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n} \ln(x_i)} - \frac{1}{\ln(x_m)}$$

- Log Normale : $\hat{x}_m = \min_{i \in [\![1,n]\!]}(x_i)$

$$\hat{m} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \ln\left(\frac{x_i}{\hat{x}_m}\right)$$

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(\ln\left(\frac{x_i}{\hat{x}_m}\right))^2 - \left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \ln\left(\frac{x_i}{\hat{x}_m}\right)\right)^2}$$

2.2.3. Prime commerciale

La tarification probabiliste retourne le montant de la prime pure de réassurance, contraire à la tarification par expérience qui donne un taux de prime pure.

Après avoir retenue la loi de fréquence et la loi de sévérité, la prime pure du traité XS est obtenue comme l'espérance mathématique de S_N :

$$\mathbb{E}(S) = \sum_{i=1}^{+\infty} \mathbb{E}(S|N=i)\mathbb{P}(N=i) = \sum_{i=1}^{+\infty} \mathbb{E}(N)\mathbb{P}(N=i) = \mathbb{E}(N)\mathbb{E}(Y)$$

Sous les hypothèses d'i.i.d. et indépendance :

$$\mathbb{E}(Y) = (w+p)\mathbb{P}(X > w+p) - p\mathbb{P}(X \geq P) + \mathbb{E}\left(X 1_{(p \leq X \leq w+p)}\right)$$

Le tableau suivant résulte les $\mathbb{E}(Y)$ en cas que X suit une loi Pareto $P(x_m, k)$ ou une loi Log Normale $LN(x_m, m, \sigma)$:

Pareto $P(x_m, k)$		
	$k \neq 1$	$k = 1$
w infinie	$\frac{{x_m}^k}{k-1} p^{1-k}, k < 1$	Inexiste
w finie	$\frac{{x_m}^k}{k-1}(p^{1-k} - (w+p)^{1-k})$	$x_m \ln\left(\frac{w+p}{p}\right)$
Log Normale $LN(x_m, m, \sigma)$		
w infinie	$e^{m+\frac{\sigma^2}{2}}\left(1 - \Phi\left(\frac{\ln(p-x_m) - (m+\sigma^2)}{\sigma}\right)\right) + \left(1 - \Phi\left(\frac{\ln(p-x_m) - m}{\sigma}\right)\right)(x_m - p)$	
w finie	$e^{m+\frac{\sigma^2}{2}}\left(1 - \Phi\left(\frac{\ln(p-x_m) - (m+\sigma^2)}{\sigma}\right)\right) + x_m\left(1 - \Phi\left(\frac{\ln(p-x_m) - m}{\sigma}\right)\right)$	

Tableau 5 : Espérances de la variable aléatoire réelle du montant de sinistre individuel à la charge au réassureur[10]

Afin de passer à la prime de risque, nous calculons le chargement de sécurité qui est en pourcentage de l'écart-type de la distribution de la charge en excédent :

$$Chargement\ de\ sécurite = taux\ de\ sécurité * \sqrt{Var(S)}$$

Sous les hypothèses d'i.i.d. et indépendance :

$$Var(S) = \mathbb{E}\big(\mathbb{V}(S|N)\big) + \mathbb{V}\big(\mathbb{E}(S|N)\big) = \mathbb{E}(N) * Var(Y) + Var(N) * \big(\mathbb{E}(Y)\big)^2$$

Dans le cas de la loi de fréquence de Poisson, nous avons donc :

$$\mathbb{E}(N) = Var(N)$$

D'où

$$Var(S) = \mathbb{E}(N) * \big(\mathbb{E}(Y^2)\big)$$

Dans le cas où X suit une loi de Pareto, $\mathbb{E}(Y^2)$ n'est pas définie lorsque w est à l'infinie.

[10] Source : BLONDEAU Jacques, PARTRAT Christian (2006), « LA REASSURANCE Approche technique »

Pareto $P(x_m, k)$, w finie	
$k \neq 1 \; et \; k \neq 2$	$2{x_m}^k(\frac{{x_m}^{2-k} - p^{2-k}}{2-k} - \frac{p}{1-k}({x_m}^{1-k} - p^{1-k}))$
$k \neq 1$	$2x_m p(\frac{1}{p} - \ln\left(\frac{w+p}{p}\right) - 1)$
$k \neq 2$	$2{x_m}^2(\ln\left(\frac{w+p}{p}\right) - 1 + \frac{p}{w+p})$
Log Normale $LN(x_m, m, \sigma)$	
$e^{2(m+\sigma^2)}\left(\Phi\left(\frac{\ln(w+p-x_m)-(m+2\sigma^2)}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{\ln(p-x_m)-(m+2\sigma^2)}{\sigma}\right)\right)$ $+ 2(x_m - p)e^{m+\frac{\sigma^2}{2}}\left(\Phi\left(\frac{\ln(w+p-x_m)-(m+\sigma^2)}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{\ln(p-x_m)-(m+\sigma^2)}{\sigma}\right)\right)$ $+ ({x_m}^2 - 2x_m p)\left(\Phi\left(\frac{\ln(w+p-x_m)-m}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{\ln(p-x_m)-m}{\sigma}\right)\right)$ $+ ({x_m}^2 - 2x x_m p)\left(1 - \Phi\left(\frac{\ln(w+p-x_m)-m}{\sigma}\right)\right) + p^2\left(1 - \Phi\left(\frac{\ln(p-x_m)-m}{\sigma}\right)\right)$	

Tableau 6 : Espérance de la loi Y^2

Pour le passage de la prime de risque à la prime commerciale, les étapes restent identiques à celles de la tarification par expérience.

Section 2.3. Tarification par exposition

Nous procédons à la tarification par exposition, lorsque la tarification basée sur expérience ne s'applique pas en cas de non disponibilité des données représentatives de sinistre. Cette méthode se base sur la composition du portefeuille (sommes assurées, nombre de polices par tranches de capitaux etc.).

L'objectif est de répartir la prime de chaque police entre l'assureur direct et le réassureur, en fonction du risque assumé par l'un et l'autre. L'utilisation des courbes dites d'exposition permet cette répartition.

En reprenant les notations dans le cas de tarification probabiliste et en tenant compte du traité $+\infty$ XS D, nous avons :

- la prime pure à la base :

$$PP = \mathbb{E}(X)\mathbb{E}(N) = M\mathbb{E}(x \wedge 1)\mathbb{E}(N)$$

- la prime pure retenue par l'assureur :

$$PP_r = \mathbb{E}(X \wedge D)\mathbb{E}(N) = M\mathbb{E}(x \wedge d)\mathbb{E}(N)$$

- avec $x = \frac{X}{M}$, appelé « taux de destruction » et $d = \frac{D}{M}$.

Nous appelons « courbe d'exposition » G le rapport entre prime pure retenue par l'assureur et prime pure à la base, représentant ainsi la part de la prime pure par la cédante pour une tranche
+∞ XS p :

$$G: d \in [0,1] \to G(d) = \frac{PP_r}{PP} = \frac{\mathbb{E}[x \wedge d]}{\mathbb{E}[x \wedge 1]}$$

Nous remarquons que la fonction G est indépendante de la fréquence $\mathbb{E}(N)$. Cette fréquence est prise en compte via la prime d'assurance qui est calculée à partir du produit de convolution $\mathbb{E}(X)\mathbb{E}(N)$ et auquel est appliqué G(d).

Supposons que nous connaissons la fonction de la variable aléatoire du taux de destruction individuel x, nous la notons F_x. A partir de F_x, nous déduisons la fonction G.
Donc :

$$\mathbb{E}[x \wedge d] = \int_0^d t * dF_x(t) + \int_d^{+\infty} d * dF_x(t) = \int_0^d t * dF_x(t) + d\big(1 - F_x(d)\big)$$

Par intégration par partie, nous obtenons :

$$\int_0^d t * dF_x(t) = \int_0^d t * f(t)dt = [t(F_x(t) - 1)]_0^d - \int_0^d (F_x(t) - 1)dt$$

$$= d(F_x(d) - 1) + \int_0^d \big(1 - F_x(t)\big)dt$$

D'où :

$$\mathbb{E}[x \wedge d] = \int_0^d \big(1 - F_x(t)\big)dt$$

Donc :

$$G(d) = \frac{\int_0^d \big(1 - F_x(t)\big)dt}{\mathbb{E}(x)}$$

De plus :

$$\mathbb{E}[x \wedge 1] = \int_0^1 \big(1 - F_x(t)\big)dt = \mathbb{E}(x) = \mathbb{E}\left[\int_0^x dt\right] = \mathbb{E}\left[\int_0^1 1_{t \le x} dt\right] = \int_0^1 \mathbb{E}[1_{t \le x}]dt$$

$$= \int_0^1 \mathbb{P}(x \ge t)dt = \int_0^1 \big(1 - F_x(t)\big)dt$$

Nous avons finalement :

$$G(d) = \frac{\int_0^d \big(1 - F_x(t)\big)dt}{\int_0^1 \big(1 - F_x(t)\big)dt}$$

La fonction G est une fonction strictement croissante et concave sur l'intervalle [0,1]. Par définition, G(0)=0 et G(1)=1.

Exemple :

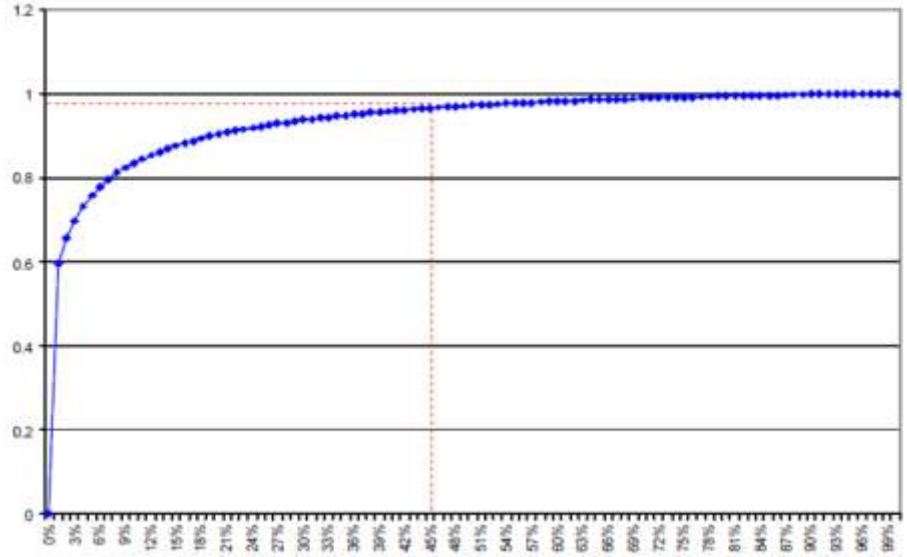


Figure 6 : Courbe d'exposition

D'après la courbe, l'assureur garde 98% de prime pour une rétention de 45% de la somme assurée. Le réassureur reçoit 2% en contrepartie de sa couverture (55% de la somme assurée). Ici, il s'agit des sinistres mineurs.

Plus la courbe est aplatit, plus la probabilité de survenance de sinistre sérieux est grande.

Toutes ces méthodes de tarifications sont applicables soit à partir des statistiques globales représentatives du marché considéré, soit à partir de l'expérience individuelle de la compagnie d'assurance considérée. Mais la détermination de la méthode de tarification appropriée dépend, avant tout, des informations disponibles, ainsi que des lignes d'activité et couvertures concernées.

A noter que la théorie de la crédibilité permet d'associer un prix de réassurance sur base expérience et sur base exposition.

Chapitre 3 : Evaluation de la structure des traités de réassurance et du coût de réassurance : application numérique

Section 3.1. Propositions des options de la structure des traités

Le coût de la réassurance dépend principalement des caractéristiques du programme de réassurance (assiette de prime, taux de prime, nombre de reconstitution, priorité, portée etc.). Chez BPCE Assurances, le coût de réassurance est défini comme produit de l'assiette de prime et de son taux de prime. Le montant de l'assiette de prime émise de l'année 2012 est estimé par la direction technique. Nous ne calculerons donc que le taux de prime.

L'augmentation de priorité et la diminution de portée permettent en général de réduire le coût de réassurance. Nous proposons les différentes options de la structure des traités en diminuant la portée et en augmentant la priorité par rapport à celles de 2011.

Nous analysons les sinistres dépassant au moins une fois 150k€ :

- environ 95% de sinistres ont un montant inférieur à 200k€, nous fixons donc l'aggrégate à 200k€ ;
- le montant maximum est d'environ égal à 650k€, nous fixons le plafond à 650k€.

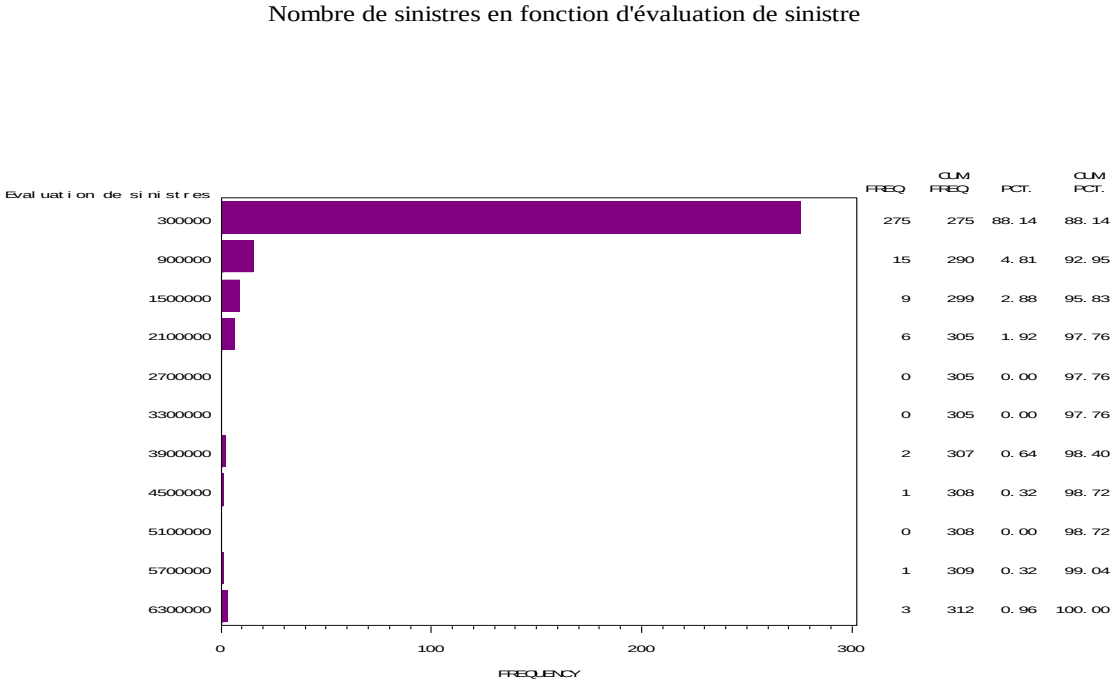


Figure 7 : Nombre de sinistres survenus entre 2000 et 2010

Pour que la modification des valeurs de priorité et de portée ait un effet visible sur le coût de la réassurance, nous allons utiliser un écart de 50 000€.

Illustration numérique de la branche Auto et RCD :

Option	Priorité	Portée	Agrégat Déductible
1[11]	2000000	2000000	2000000
2	2000000	1500000	2000000
3	2500000	1500000	2000000
4	2500000	2000000	2000000
5	2500000	2500000	2000000
6	3000000	2000000	2000000
7	3000000	2500000	2000000
8	3000000	3000000	2000000
9	3500000	1500000	2000000
10	3500000	2000000	2000000

Figure 7 : Tableau des options de réassurance en branche Auto et RCD

Section 3.2. Evaluation de coût de réassurance : application numérique

L'objectif de ce mémoire est d'optimiser les programmes de la réassurance non proportionnelle tout en respectant le niveau de SCR exigé par la Solvabilité II en 2012. Pour tarifier les programmes de la réassurance, nous devons disposer de l'historique des primes émises et acquises jusqu'en 2012. Au moment de la rédaction de ce mémoire, nous ne possédons que celle jusqu'en 2010. Celles de l'année 2011 et 2012 sont estimées par la direction technique. De même pour les nombre de polices et les sommes assurées.

L'indice choisi est le taux de coût de salaire pour la branche RC et le coût de construction en DAB. Une extrapolation linéaire est effectuée pour obtenir ceux de 2011 et 2012.

Illustration numérique en branche RC :

Les hypothèses sont :

- Données de sinistres survenus entre 2000 et 2010
- le nombre de police est la somme de nombre de polices en RC Auto et en RC Générale ;
- une distinction de sinistres corporels et de sinistres matériels est faite lors de la

[11] Option 1 correspond à la situation de traité en 2011

création de statistique « AS IF » ; de même, pour la prime émise ;

- les contrats sont supposés être souscrits en milieu d'année ;
- le taux de coût de salaire est considéré comme indice de sinistre ;
- le rapport de coût moyen de police entre l'année historique et l'année 2012 est utilisé comme indice de prime ;
- le taux de chargement de sécurité est de 20%, 15% pour le taux de charge et de bénéfice et 10% pour le taux de courtage.

	priorité	portée	AAD	Taux de prime commerciale
Option 1	2000000	2000000	2000000	1,35%
Option 2	2000000	1500000	2000000	0,59%
Option 3	2500000	1500000	2000000	0,48%
Option 4	2500000	2000000	2000000	0,91%
Option 5	2500000	2500000	2000000	1,32%
Option 6	3000000	1500000	2000000	0,42%
Option 7	3000000	2000000	2000000	0,69%
Option 8	3000000	2500000	2000000	1,08%
Option 9	3000000	3000000	2000000	1,50%
Option 10	3500000	1500000	2000000	0,14%
Option 11	3500000	2000000	2000000	0,35%

Tableau 8 : Taux de prime commerciale obtenus par la tarification par expérience du traité RC Auto et Divers avec dommages matérielles

Le taux de prime réel du traité de 2011 est de 1.97%, dans notre étude, le taux de l'option 1 correspondant à la situation de 2011 est inférieure à 1.97%. En effet, le graphique ci-dessous montre que très peu de gros sinistres sont survenus en 2010. La tarification sur *burning cost* est une méthode basée sur la moyenne pondérée des taux de prime pure, la non survenance de sinistre important en 2010 diminue la moyenne pondérée.

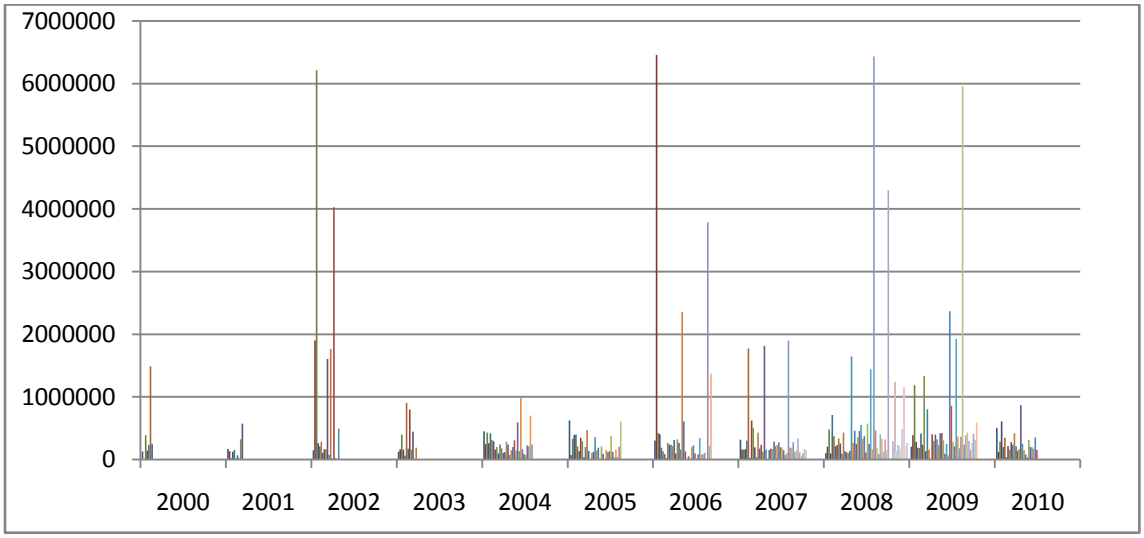


Figure 8 : Evaluation de sinistres entre 2000 et 2010

Les sinistres de nature corporelle pèsent un poids important sur l'ensemble des sinistres survenus en RC, alors que ceux de nature matérielle ont un montant moins important, mais sont plus fréquent.

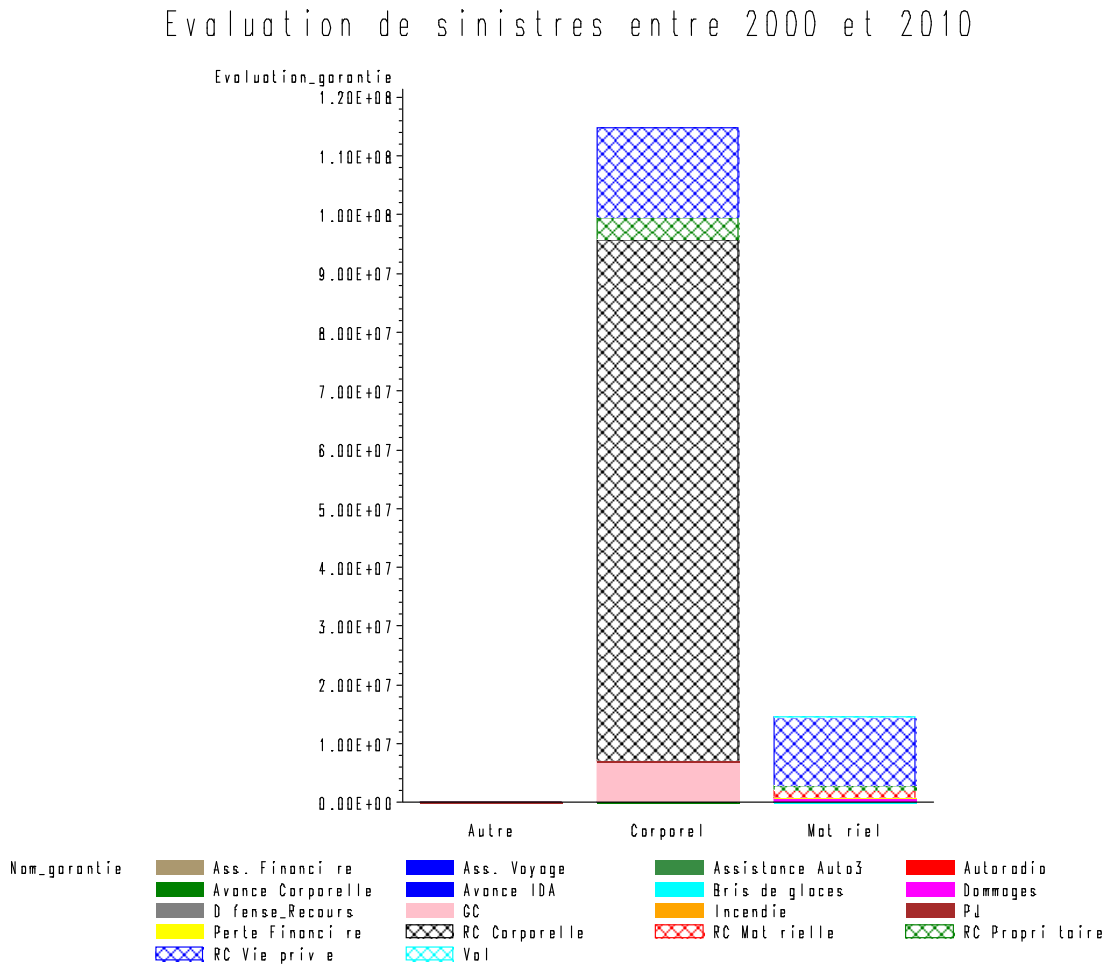


Figure 9 : Evaluation de sinistres entre 2000 et 2010

Nous constatons bien que les sinistres de nature corporelle est d'environ 6 fois plus lourds que ceux de la nature matérielle. BPCE Assurances essaie de tarifer le traité de la branche RC en enlevant le risque des dommages et en gardant les mêmes hypothèses retenues, sauf la prime émise. Ici, la prime émise concernée est celle exclue de la prime rapportée par la garantie dommage.

	priorité	portée	Taux commerciale
Option 1	2000000	2000000	1,91%
Option 2	2000000	1500000	0,97%
Option 3	2500000	1500000	0,78%
Option 4	2500000	2000000	1,29%
Option 5	2500000	2500000	1,61%
Option 6	3000000	1500000	0,50%
Option 7	3000000	2000000	0,81%
Option 8	3000000	2500000	1,09%
Option 9	3000000	3000000	1,38%
Option 10	3500000	1500000	0,04%
Option 11	3500000	2000000	0,76%

Tableau 9 : Taux de prime commerciale obtenus par la tarification par expérience du traité RC Auto et Divers hors dommages matérielles

Nous remarquons que le taux de prime commerciale pour les sinistres corporels n'évolue pas dans le même sens par rapport à celui pour les sinistres corporels et matériels. Le taux a augmenté pour les options ayant une priorité basse de 2M€, baisse pour les options ayant une priorité de 2,5M€. Il raugmente pour les options ayant une priorité de 3M€, mais rebaisse lorsque la portée dépasse 2,5M€. Ceci peut être du à la volatilité des sinistres RC.

Partie II. Impact de la réassurance sur le SCR de souscription non-vie

Chapitre 1 : SCR de souscription non-vie

Section 1.1. Introduction sur le SCR

Pour renforcer les assureurs contre la répétition des risques exceptionnels, la Directive Solvabilité II leur impose une exigence de capital, appelée Capital de Solvabilité Requis (*Solvency Capital Requirement* : SCR). Directive (article 101) : « Le capital de solvabilité requis est calibré de manière à garantir que tous les risques quantifiables auxquels l'entreprise d'assurance ou de réassurance est exposée soient pris en considération. Il doit couvrir le portefeuille en cours, ainsi que le nouveau portefeuille dont la souscription est attendue dans les douze mois à venir. Pour ce qui concerne le portefeuille en cours, il couvre seulement les pertes non anticipées ».

Le SCR est une couverture des risques non prévus et des produits d'assurance à forte volatilité. Il correspond au niveau de fonds propres nécessaires pour que la probabilité de ruine de la compagnie d'assurance soit inférieure à 0,5% à un an.

Solvabilité II propose une Formule Standard pour calculer le SCR en prenant en compte de nombreux risques exceptionnels et la corrélation de ces risques. Mais les compagnies d'assurance ont la possibilité d'utiliser des modèles internes en prenant en compte l'effet de diversification.

BPCE Assurances utilise la Formule Standard de Solvabilité II pour calculer son SCR non-vie. Sous certaines conditions, il est possible d'utiliser des simplifications dans les calculs. En QIS 5, la réassurance non proportionnelle affecte principalement le risque de souscription et le risque de contrepartie des réassureurs. Le calcul du besoin en capital devra être effectué en brut de réassurance et en net de réassurance.

Section 1.2. Risque de souscription non-vie en QIS 5

Le risque de souscription non-vie est un module central pour les assureurs non-vie compte tenu de son importance en termes de contribution aux besoins de fonds propres.

Comme son nom indique, le risque de souscription est un risque provenant de la souscription du contrat. Il se détache en trois sous modules :

- sous module du risque de prime et réserve ;
- sous module du risque de rachat ;
- sous module du risque de catastrophe.

Les spécificités du QIS 5 ont pris en compte une corrélation de 0,25 entre le risque de prime et de réserve et le risque de catastrophe. Le capital requis du risque de souscription est donc égal à :

$$SCR_{nl} = \sqrt{\sum CorrNL_{r,c} \cdot NL_r \cdot NL_c}$$

$$= \sqrt{\begin{pmatrix} NL_{pr} & NL_{lapse} & NL_{CAT} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0.25 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0.25 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} NL_{pr} \\ NL_{lapse} \\ NL_{CAT} \end{pmatrix}}$$

$$= \sqrt{{NL_{pr}}^2 + {NL_{lapse}}^2 + {NL_{CAT}}^2 + 0.5 \cdot NL_{pr} \cdot NL_{CAT}}$$

Où NL_{pr} , NL_{lapse} et NL_{CAT} désignent respectivement les capitaux requis pour le risque de prime et réserve, le risque d'erreur et le risque de catastrophe.

Ici, notre objectif est d'évaluer l'influence de la réassurance sur le SCR de souscription non vie. Le risque de rachat, représentant les risques liés aux options de contrat d'assurance (résiliation avant son terme ou renouvellement avec des conditions prédéterminées), peut influencer significativement les engagements contractuels. BPCE Assurances n'offre que des produits d'assurance simples, dans ce cas, les Spécifications du QIS 5 nous autorisent à considérer ce risque nul.

La formule pour calculer le SCR_{nl} devient :

$$SCR_{nl} = \sqrt{{NL_{pr}}^2 + {NL_{CAT}}^2 + 0.5 \cdot NL_{pr} \cdot NL_{CAT}}$$

1.2.1. Risque de prime et réserve

Le risque de prime et de réserve combine le risque lié aux primes et le risque lié au provisionnement. Ils sont définis comme suit :

- Risque de prime (*Premium risk*): risque que le coût des futurs sinistres soit supérieur aux primes perçues et risque résultant de la volatilité du paiement (*Expense risk*).
- Risque de réserve (*Reserve risk*) : risque lié à la nature aléatoire de l'évaluation des sinistres et à leur mauvaise estimation.

Le besoin de capital requis pour couvrir le risque de prime et de réserve est déterminé par la formule suivante sous :

$$NL_{pr} = \rho(\sigma) * V$$

Où V désigne la mesure de volume d'activité non-vie, σ est le coefficient de variation reflétant une volatilité globale liée au risque de prime et de réserve et $\rho(\sigma)$ est la fonction d'un coefficient de variation σ.

$\rho(\sigma)$ est défini de la manière à produire un chargement en capital conforme au VaR 99.5% d'une distribution lognormale :

$$\rho(\sigma) = \frac{\exp\left(N_{0.995} \cdot \sqrt{log(\sigma^2 + 1)}\right)}{\sqrt{\sigma^2 + 1}} - 1$$

Avec $N_{0.995}$ représente du quantile à 99.5% de la loi gaussienne.

Pour la fonction $\rho(\sigma)$, une approximation est donnée dans QIS 5 : $\rho(\sigma) \approx 3 \cdot V$
Afin d'évaluer le capital requis du risque de prime et de réserve NL_{pr} , nous mesurerons les volumes et les volatilités de chaque ligne d'activité.

A) Mesure de volatilité

Pour mesurer la volatilité, l'organisme peut utiliser soit des données standard fournies dans QIS 5, soit des paramètres propres à l'organisme (*Undertaking-Specific-Parameters* : USP) basés sur son historique de ratios S/P. BPCE Assurances utilise les données du QIS 5.

Nous mesurerons séparément la volatilité du risque de tarification et la volatilité du provisionnement. Puis une agrégation sera appliquée entre ces volatilités.

a) Volatilité du risque de prime

La volatilité du risque de prime correspond à un certain pourcentage[12] du facteur d'ajustement de NP_{lob} , qui permet de prendre en compte l'effet du risque d'atténuation de la réassurance.

Pour mieux estimer l'effet atténuateur de la réassurance non proportionnelle sur le risque de prime, un « *net-gross* » ratio a été introduit dans l'annexe N du QIS 5 :

$$NP_{lob} = \sqrt{\frac{1 + (\Omega_{lob}^{net} / \mathrm{M}_{lob}^{net})^2}{1 + (\Omega_{lob}^{gross} / M_{lob}^{gross})^2}}$$

Avec

- Ω_{lob}^{gross}et Ω_{lob}^{net} est la moyenne de la sinistralité brute et nette de la réassurance
- M_{lob}^{gross}et M_{lob}^{net} est l'écart-type de la sinistralité brute et nette de la réassurance

Les données historiques de coût moyen brute de la réassurance $\widetilde{M}_{lob}^{gross}$ et son écart-type $\widetilde{\Omega}_{lob}^{gross}$permettent de calculer le Ω_{lob}^{gross}et le M_{lob}^{gross}, alors que celui de Ω_{lob}^{net} et M_{lob}^{net}est basé sur une simulation d'une loi tronquée pour la sinistralité nette dans l'hypothèse que la sinistralité brut suit une distribution lognormale.

[12] Ces pourcentages fournie par QIS 5 sont mis dans l'annexe 6.

Les paramètres bruts de la réassurance sont déterminés par les formules suivantes :

$$M_{lob}^{gross} = \begin{cases} \widetilde{M}_{lob}^{gross} & si\ S \geq 1 \\ S * \widetilde{M}_{lob}^{gross} & sinon \end{cases}$$

$$\Omega_{lob}^{gross} = \begin{cases} \widetilde{\Omega}_{lob}^{gross} & si\ S \geq 1 \\ s * \widetilde{\Omega}_{lob}^{gross} & sinon \end{cases}$$

$$S = \sqrt{\frac{n * \sigma_{(prem,gross,lob)}^2 * V_{(prem,gross,lob)}^2}{N * \left(\left(\widetilde{\Omega}_{lob}^{gross}\right)^2 + \widetilde{M}_{lob}^{gross^2}\right)}}$$

Où

- S = facteur d'ajustement
- n = nombre d'années d'observation utilisées pour estimer les paramètres
- N= nombre d'année des données pendant ces dernières années n

Les paramètres nets de la réassurance sont évalués à partir des formules suivantes :

$$M_{lob}^{net} = M_{lob}^{gross} * \left[1 - F_{m+\sigma^2,\sigma}(a+b) + F_{m+\sigma^2,\sigma}(a)\right] + a * \left[F_{m,\sigma}(a+b) - F_{m,\sigma}(a)\right] - b * \left[1 - F_{m,\sigma}(a+b)\right]$$

$$\Omega_{lob}^{net} = \left(\left(\left(\Omega_{lob}^{gross}\right)^2 + \left(M_{lob}^{gross}\right)^2\right) * \left[1 - F_{m+2\sigma^2,\sigma}(a+b) + F_{m+2\sigma^2,\sigma}(a)\right] + a^2 * \left[F_{m,\sigma}(a+b) - F_{m,\sigma}(a)\right] - 2b * M_{lob}^{gross} * \left[1 - F_{m+\sigma^2,\sigma}(a+b)\right] + b^2 * \left[1 - F_{m,\sigma}(a+b)\right] - (M_{lob}^{net})^2\right)^{\frac{1}{2}}$$

Avec : $\sigma = \sqrt{\ln\left(1 + \left(\frac{\Omega_{lob}^{gross}}{M_{lob}^{gross}}\right)^2\right)}$

$$m = lnM_{lob}^{gross} - \frac{\sigma^2}{2}$$

Où

- a = priorité du traité réassurance non proportionnel
- b = portée du tréité de la réassurance non proportionnelle
- $F_{m,\sigma}$, $F_{m+\sigma^2,\sigma}$ et $F_{m+2\sigma^2,\sigma}$ = fonction de la distribution lognormale avec des paramètres (m, σ^2), $(m+\sigma^2, \sigma^2)$ et $(m+2\sigma^2, \sigma^2)$

L'impact de la réassurance non proportionnelle est croissant avec la volatilité du portefeuille et décroissant avec la priorité du traité[13]. En effet, plus le portefeuille est volatile, plus la

[13] Source : Yi LANG, 2010, « Evaluation des programmes de réassurance dans le référentiel Solvabilité II »

probabilité d'avoir des sinistres graves est grande pour la cédante. Une majorité de ces sinistres graves font l'objet d'un transfert de sinistres aux réassureurs. De même, plus la rétention est basse, plus les sinistres sont cédés aux réassureurs.
Nous concluons que le facteur d'ajustement S est sensible à la volatilité du portefeuille et à la priorité de la réassurance.

b) Volatilité du risque de réserve

Contrairement à la volatilité du risque de prime, celle du risque de réserve est donnée directement dans QIS 5.

LoB	*Standard deviation for reserve risk (net of reinsurance)*
Motor vehicle liability	*9.5%*
Other motor	*10%*
MAT	*14%*
Fire	*11%*
3rd-party liability	*11%*
Credit	*19%*
Legal expenses	*9%*
Assitance	*11%*
Miscellaneous	*15%*
Np reins (prop)	*20%*
Np reins (cas)	*20%*
Np reins (MAT)	*20%*

Tableau 10 : Volatilité du risque de réserve

c) Volatilité du risque de prime et réserve

Pour chaque ligne d'activité, QIS 5 a intégré une corrélation de $\alpha = 0{,}5$ entre la volatilité du risque de prime et celle du risque de réserve :

$$\sigma_{(lob)} = \frac{\sqrt{\left(\sigma_{(prem,lob)}V_{(prem,lob)}\right)^2 + 2\alpha\sigma_{(prem,lob)}\sigma_{(res,lob)}V_{(prem,lob)}V_{(res,lob)} + \left(\sigma_{(res,lob)}V_{(res,lob)}\right)^2}}{V_{(prem,lob)} + V_{(res,lob)}}$$

La volatilité globale liée au risque de prime et réserve est égale à :

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{V^2}\sum_{r,c} CorrLob_{r,c} * \sigma_r * \sigma_c * V_r * V_c}$$

Où :

- r,c = indices des lignes d'activité
- $CorrLob_{r,c}$= entités de la matrice de corrélation des lignes d'activité
- V_r, V_c= mesure de volume pour les lignes d'activité

B) Mesure de volume

Pour chaque ligne d'activité, les besoins de capital au titre du sous module de risque de prime et de réserve sont données par les fonctions suivantes :

- prime :

$$V_{(prem,lob)} = \max\left(P_{lob}^{t,written};\ P_{lob}^{t,earned};P_{lob}^{t-1,written}\right) + P_{lob}^{PP}$$

- réserve :

$$V_{(res,lob)} = PCO_{lob}$$

Où (pour chaque ligne d'activité):

- $P_{lob}^{t,written}$ = primes émises nettes estimée pour l'année suivant celle de l'évaluation
- $P_{lob}^{t,earned}$ = primes acquises estimée pour l'année suivant celle de l'évaluation
- $P_{lob}^{t-1,written}$ = primes émises nettes pour l'année de l'évaluation
- P_{lob}^{PP} = valeur actuelle des primes nettes de réassurance au titre des contrats en portefeuille à la date d'évaluation (31/12/t-1) et supposé acquises au cours des années t+1, t+2, etc.
- PCO_{lob} = provision pour sinistres *best estimate* nette de la réassurance

La diversification géographique a été introduite dans le QIS 5 pour l'évaluation du volume de risque de souscription :

$$V_{lob} = \left(V_{lob}^{prem} + V_{lob}^{res}\right)(0{,}75 + 0{,}25 * DIV_{lob})$$

Avec :

$$DIV_{lob} = \frac{\sum_j (V_{(prem,j,lob)} + V_{(res,j,lob)})^2}{(\sum_j (V_{(prem,j,lob)} + V_{(res,j\ ,lob)}))^2}$$

En revanche, BPCE Assurances ne possède qu'un portefeuille localisé en France. Le facteur DIV_{lob} vaut donc 1 dans notre étude. Nous déduisons la formule suivante :

$$V_{lob} = V_{lob}^{prem} + V_{lob}^{res}$$

V_{lob}^{res} peut être réduit par recours de la réassurance.

Le volume de prime future brute de réassurance pour chaque ligne d'activité est estimé par la direction commerciale.

Le calcul de V_{lob}^{res} rappelle la notion de *best estimate*. Nous évoquerons dans la partie suivante les méthodes d'évaluation de *best estimate*.

1.2.2. Risque de Catastrophe

Le risque de catastrophe est défini comme suit dans la Directive Solvabilité II :
« *The risk of loss or of adverse change in the value of insurance liabilities, resulting from significant uncertainty of pricing and provisioning assumptions related to extreme or exceptional events.* »[14]

C'est le risque résultant d'événements extrêmes ou irréguliers non captés par les risques de tarification et de provisionnement.

Dans la formule standard du QIS 5, il est calibré à la VaR à 99,5% à un an et deux méthodes de calcul sont proposées :

- Méthode 1 : méthode de scénarios standardisés (*standardised scenarios*) ;
- Méthode 2 : méthode par facteur.

BPCE Assurances se réassure contre les catastrophes naturelles grâce à un traité de *Quote Part* et *Stop Loss*. Les autres traités de réassurance non proportionnelle excluent toutes les catastrophes naturelles, sauf le traité de DAB qui prend en compte le risque d'incendie (conflagration) causé par l'homme et le traité de Force de la Nature pour la branche habitation incluant le risque de tempête. Or, notre étude ne concerne pas le traité FDN. De plus, BPCE Assurances utilise la méthode de scénarios standardisés pour l'évaluation de son SCR de catastrophe. Nous traiterons donc uniquement la partie concernant le risque d'incendie.

Méthode de scénarios standardisés

Sous cette méthode, nous distinguons deux types de catastrophes, supposées indépendantes dans le QIS 5 :

- catastrophe naturelle
- catastrophe Man Made

Le capital requis de risque de catastrophe est une agrégation de ces deux catastrophes.

$$CAT_NAT_1 = \sqrt{(CAT_NAT_{1\ NAT_CAT})^2 + (CAT_NAT_{1\ Man_Made})^2}$$

Où

- $CAT_NAT_{1\ NAT_CAT}$ = Capital requis de catastrophe naturelle net de risque d'atténuation
- $CAT_NAT_{1\ Man_Made}$ = Capital requis de catastrophe causé par humain net de risque d'atténuation

[14] Extrait de la Directive 2009/138/EC.

L'incendie est un sous module de catastrophes « *Man Made* ». Deux options de calcul du capital requis du risque d'incendie CAT_{Fire} sont proposées dans le QIS 5.

- Option 1 : $CAT_{Fire} = P * x$
  - P = somme assurée plus concentrée connue dans un rayon de 150 mètres sous le risque d'incendie et le risque de dommage
  - x = proportion de dommage causé par le scénario
- Option 2 : $CAT_{Fire} = Max(LSR, \sum_{sub-lines} SI_x * F_x)$
  - x = sous ligne d'activité: R=résiduel, C=commercial et I=industriel
  - SI_x= sommes assurées par sous ligne d'activité x
  - F_x= facteur d'incendie d'Interruption marché par sous ligne d'activité x
    Il vaut 0,004%, 0,010% et 0,073% respectivement pour les sous lignes d'activité résiduelle, commerciale et industrielle.
  - LSR= plus grand risque parmi toutes les sous lignes d'activité x

Le CAT_{Fire_net} est calculé en déduisant de la réassurance.

Il est impossible pour BPCE Assurances de connaître les sommes assurées dans un rayon de 150 mètres, l'option 2 sera appliquée pour le calcul de CAT_{Fire}. Puisque le portefeuille de BPCE Assurances contient uniquement de la sous ligne d'activité résiduel, les SI_{FC} et SI_{FI} sont donc nulles.

Chapitre 2 : Evaluation du *Best Estimate*

Section 2.1. Provisions techniques

L'article 77 de la Directive de la Solvabilité II prévis que :
« La valeur des provisions techniques est égale à la somme de la meilleure estimation et de la marge de risque ». [15]

Le *best estimate* est donc la mesure du niveau des provisions techniques sans marge de risque qu'une compagnie doit tenir. Dès lors, pour calculer les BE, les hypothèses utilisées ne doivent pas contenir de prudence implicite ou de marge de sécurité.

La figure suivante montre le passage entre les provisions avec la vision comptable et les provisions avec la vision économique. Ces provisions correspondent à celles de BPCE Assurances.

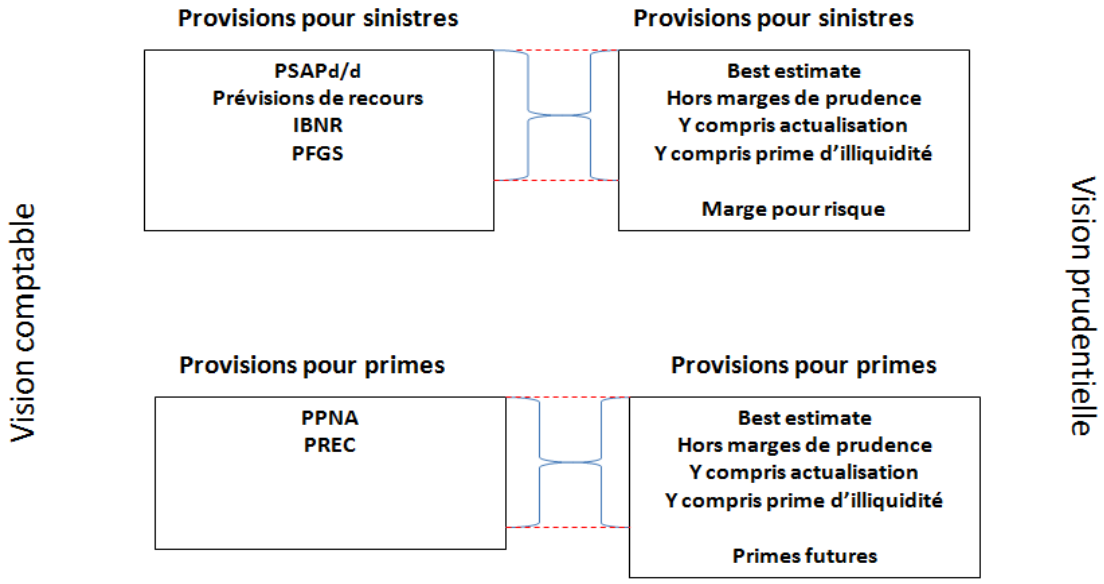


Figure 10 : Passage d'une vision comptable à une vision économique des provisions

2.1.1. Provisions pour Sinistres A Payer

La Provision Pour Sinistre A Payer est définie comme la réserve concernée des sinistres survenus à la date d'inventaire mais qui n'ont pas encore été réglés. Ceux-ci incluent les sinistres réglés mais non encore ou totalement payés et les sinistres non encore réglés. Ces derniers correspondent aux sinistres déclarés dont les dommages n'ont pas encore été

[15] Extrait de l'article de La Directive de la Solvabilité II

évalués et aux sinistres survenus mais pas encore déclarés (*Incurred But Not Reported*, IBNR).

La provision pour sinistres à payer est calculée exercice par exercice d'après le code des assurances. La vie d'un sinistre est constituée des dates de : survenance, déclaration, paiement et clôture. Le fait qu'un sinistre peut couvrir plusieurs années pose les principales difficultés de son évaluation. Nous appelons « année de survenance ou d'accident », l'année à laquelle le « fait générateur » se produit. Les années comptables suivant la survenance au cours desquelles se font les paiements sont appelés « années de développement ».

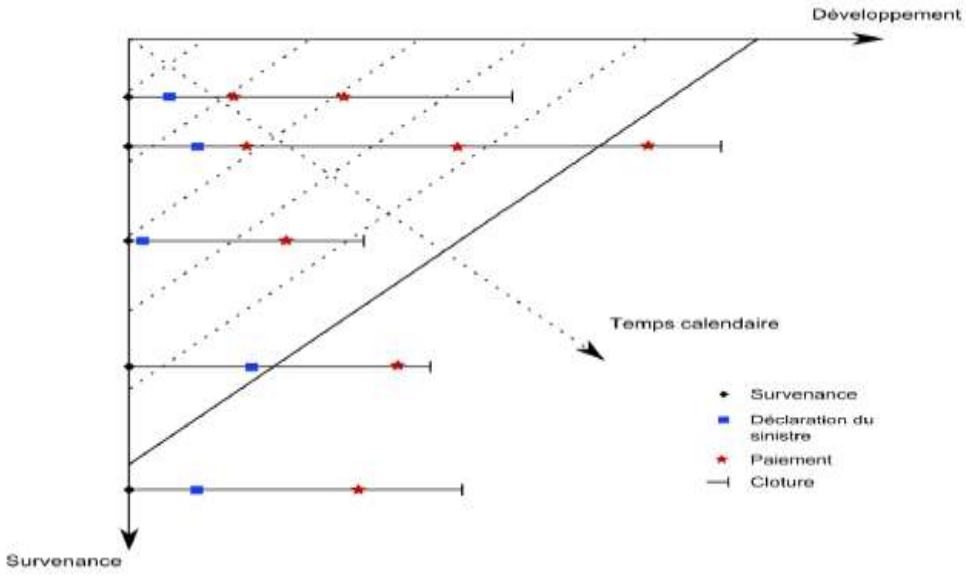


Figure 11 : Diagramme de Lexis : un aspect dynamique de la gestion de sinistres

Les données non-vie d'une compagnie d'assurance sont généralement présentées sous la forme d'un triangle qu'on appelle « Triangle de Liquidation », que ce soit pour les sinistres payés, les recours encaissés, les charges etc.

	Année de développement				
Année de survenance	1	2	⋯	n-1	n
1	$C_{1,1}$	$C_{1,2}$	⋯	$C_{1,n-1}$	$C_{1,n}$
2	$C_{2,1}$	$C_{2,2}$	⋯	$C_{2,n-1}$	
⋮	⋮	⋮	⋱		
n-1	$C_{n-1,1}$	$C_{n-1,2}$			
n	$C_{n,1}$				

Figure 12 : Triangle de liquidation

Notation :

- $C_{i,j}$: montant de sinistres cumulés survenus à l'année i et développé jusqu'à l'année j
- a_j : coefficient de développement de sinistre de l'année de développement j à j+1

2.1.2. Provision pour Primes Non Acquises

La Provision pour Primes Non Acquises correspond à la provision destinée à constater, pour l'ensemble des contrats en cours, la part des primes émises et des primes restant à émettre se rapportant à la période comprise entre la date d'inventaire et la date de la prochaine échéance de prime, ou à défaut du terme du contrat.

D'après l'article A. 331 du code des assurances, elle est calculée au prorata temporis pour chacune des catégories de contrat d'assurance, contrat par contrat ou sur la base de méthodes statistiques.
La formule suivante permet de calculer la PPNA:

$$PPNA = Prime\ émise * \frac{Durée\ restante}{Durée\ totale}$$

Après avoir évoqué les définitions des paramètres du *best estimate*, nous décrierons le processus interne de BPCE Assurances pour calculer le *best estimate*.

2.1.3. Provision pour Risque En Cours

La Provision pour Risque En Cours (PREC) a pour objectif de pallier à une sous estimation de tarif. Il permet de prémunir contre un risque de modèle de tarification. Ce risque se manifeste lorsque le modèle retenu s'avère erroné, ou s'il apparaît des risques non anticipés. Dès lors l'assureur s'expose à des pertes systématiques, qu'elles reflètent dans son bilan sous la forme d'une PREC.

La PPEC doit être provisionnée lorsque S/P >100% :

$$PREC = \max\left(\frac{S}{P} - 1,0\right) * prime$$

2.1.4. Définition de best estimate

Le *best estimate* de provisions est un élément principal du risque de prime et de réserve, très sensible aux caractéristiques de la réassurance. Dans l'évaluation du best estimate, le portefeuille est en « *run-off* ».

La notion de *Best Estimate* est définie par l'extrait suivant :

> « *La meilleure estimation est égale à la moyenne pondérée par leur probabilité des flux de trésorerie futurs, compte tenu de la valeur temporelle de l'argent (valeur actuelle probable des flux de trésorerie futurs), déterminée à partir de la courbe des taux sans risque pertinente. Le calcul de la meilleure estimation est fondé sur des informations actuelles crédibles et des hypothèses réalistes et il fait appel à des méthodes actuarielles et des techniques statistiques adéquates »*[16]

[16] Cet extrait provient de l'article 77 de la Directive de Solvabilité II

D'après cette notion, le *best estimate* est égal à l'espérance des flux futurs actualisés aux taux sans risque. Tous les flux futurs susceptibles d'être encourus pour honorer les engagements faits aux assurés doivent être évalués. Pour les sociétés d'assurance non-vie, il est nécessaire de dissocier l'estimation du *best estimate* des provisions de primes et du *best estimate* de provisions de sinistres :

$$BE_{non\ vie} = BE\ de\ provision\ pour\ sinistres + BE\ de\ provisions\ pour\ primes$$

Dans la réalité, les assureurs chercheront toujours à fixer un tarif profitable, qui est donc plus élevé que la valeur espérée des flux futurs de sinistres et des frais de gestion. De ce fait, le *best estimate* des provisions de prime n'est pas égal aux provisions pour prime non acquises actuelles. Dans le calcul du *best estimate* des provisions de prime, nous devrons également tenir compte des primes espérées liées aux contrats existants.

2.1.5. Marge de risque

L'organisme ou les personnes qui apportent des fonds propres à l'assureur attendent un rendement de ses investissements. La marge de risque correspond à la rémunération de ses actionnaires. Dans le QIS5, elle est calculée par la méthode dite du « Coût du capital » (CoC). Le coût du capital est en fonction du capital requis, EIOPA a donc fixé le CoC à 6%.

Les fonds propres permettent à l'assureur d'absorber les risques imprévus. Dans le calcul de la marge de risque, nous ne tenons compte que les risques appartenant au portefeuille actuel de l'assureur, le risque opérationnel et le risque de défaut de contrepartie liées aux provisions cédées.

La marge de risque dépend de la valeur du SCR, qui est très sensible à la modification des caractéristiques de la réassurance. Plus l'assureur est réassuré, moins son SCR sera élevé et moins sa marge de risque sera importante.

Dans notre étude d'impact de la réassurance sur le SCR non-vie, nous ne cherchons pas à évaluer la marge de risque.

Section 2.2. Méthode de calcul du *best estimate*

Deux méthodes de calcul sont autorisées par les normes de Solvabilité II :

- méthode déterministe : après application de cadence et de courbe de taux, l'évolution de la sinistralité ultime « moyenne » permet de déduire la valeur actualisée des flux futurs;
- méthode stochastique : l'évaluation de la distribution des flux futurs donne une moyenne actualisée qui reflète la définition de *best estimate*.

Les Spécifications techniques du QIS 5 (TP2.12) proposent: « *The calculation of the best estimate should only include future cash-flows associated with existing insurance and reinsurance contracts* ».

Il est nécessaire de calculer le *best estimate* brut de réassurance dans un premier temps, puis le net de réassurance. Le *best estimate* net de réassurance est égal à la différence entre le *best estimate* brut de réassurance et le *best estimate* de la provision cédée.

Nous commençons par la description du processus de calcul du *best estimate* de PT brutes de la réassurance, puis nous décrirons les étapes supplémentaires pour évaluer le *best estimate* PT nettes de la réassurance.

Les données nécessaires sont :

- primes : émises et acquises
- sinistres : charges de sinistres, nombre de sinistres, règlement, recours encaissés (tout en distinguant des sinistres hors graves et graves).
- frais de gestion de sinistres.

2.2.1. Procédure de calcul du *best estimate* brut de réassurance

Notation :

- PS^i : Provision pour sinistres de l'année de survenance i vue à l'année de l'évaluation
- PS_n : Provision pour sinistres à l'année de l'évaluation
- $PPNA^i$: Provision pour Primes Non Acquises de l'année de survenance i vue à l'année de l'évaluation
- $PFGS_n$: Provision pour frais de gestion de sinistres à l'année de l'évaluation
- FS_{n+k} : flux futurs de sinistres en année n+k
- FF_{n+k} : flux futurs de frais en année n+k
- FP_{n+k} : flux futurs de primes en année n+k

Les phrases de calcul du *best estimate* de provisions techniques sont :

1. La projection du triangle de charge de sinistres brut de recours encaissés par catégorie de risque avec prise en compte de l'inflation permet d'obtenir la charge ultime. Nous évaluons les taux de recours par la division terme à terme de la diagonale des triangles de recours encaissés et de règlement.
   L'évaluation de recours à la charge ultime se fait selon la formule suivante :

$$Recours \text{ à } charge\ ultime = Taux\ de\ recours * Charge\ \ ultime$$

La PS nette de recours correspond à la charge ultime diminuée des règlements de sinistres et de recours à encaisser :

$$PS_{nette\ de\ recours} = Charge\ ultime - règlement\ de\ sinistre\ net\ de\ recours - Recours\ à\ encaisser$$

Avec

$$Règlement\ net\ de\ recours = règlement - recours\ encaissés$$

$$Recours\ à\ encaisser = Recours\ à\ la\ charge\ ultime - Recours\ encaissés$$

La PS de l'année de l'évaluation est la somme des PS^i.
Nous devons avoir :

$$PS_n = \sum_{i=1}^{n} PS^i$$

Il est nécessaire de calculer séparément la PS pour les sinistres attritionnels et la PS pour les sinistres graves.

1. BPCE Assurances a recouru à un logiciel appelé IBNRS pour prolonger la courbe de liquidation après 2010. A l'aide de cet outil, la cadence de règlements de sinistres net de recours et brut de réassurance est calculée à partir du triangle de paiement. Cette cadence correspond au ratio de prestation payée/Charge ultime, qui est souvent d'une longueur de 15 ans en RC.

   Par la suite, nous retenons la *proxie* suivant : le ratio de sinistres à primes est supposé constant sur les années de survenance 2012 et ultérieures.

   A partir de cette cadence incrémentale, nous estimons les flux de paiements de sinistres futurs nets de recours et bruts de réassurance. En autres termes, nous répartissons les PS^i nettes de recours obtenues dans l'étape 1 aux années à venir par rapport à l'année de survenance, d'où les FS^i_{n+1}, FS^i_{n+2}, ...

$$FS^i_{n+k} = PS^i * \frac{ratio_{n+k-i}}{\sum_{j=n+k-i} ratio_j}$$

   Les FS_{n+1}, FS_{n+2} , ... sont obtenues par la formule suivante :

$$FS_{n+k} = \sum_{i=1}^{n} PS^i_{n+k}$$

2. Pour chaque branche d'activité, BPCE Assurances a fixé un taux de frais de gestion de sinistres en pourcentage du montant de sinistre (par exemple, 10,19% pour la branche RC). Le calcul de la provision de frais de gestion est simplifié. Il est considéré comme

étant le produit entre ce taux et la PS :[17]

$$FF_{n+k} = taux\ de\ frais\ de\ gestion\ de\ sinistres * FS_{n+k}$$

3. Le BE de provisions de primes est égale aux flux des sinistres qui surviendront après la date d'évaluation, déduit des flux des primes qui seront reçues après cette date et augmenté des flux des frais sur sinistres et sur primes.

   Les frais comprennent des frais de gestion, des frais d'administration, des frais d'acquisition, des frais de structure, des frais de gestion de placement et autres charges. Pour faciliter notre calcul, BPCE Assurance applique un taux de 31.5% par rapport à aux flux de prime futurs pour l'ensemble de frais.

   De plus, dans notre étude, nous ne connaissons pas la durée restante de chaque police. Nous supposons que les polices d'assurance sont souscrites en milieu de l'année. Notre calcul ne concerne donc que des polices souscrites à l'année de l'évaluation.

   Afin de calculer les flux de sinistres surviendront après la date d'évaluation, une meilleure estimation du ratio de S/P net de recours et brut de réassurance à projeter est calculée. D'où :

$$Flux\ de\ sinistres\ surviendront\ après\ la\ date\ d'évaluation = PPNA^n * \left(\frac{S}{P_{\text{à projeter}}}\right)$$

   En fin, nous avons :

$$PP^n = PPNA^n * \left(\frac{S}{P_{\text{à projeter}}} - 1 + taux\ de\ frais\right)$$

5. Avec la charge ultime de sinistres obtenue dans l'étape 1, nous pouvons évaluer le ratio S/P pour obtenir la PREC :

$$PREC^n = \max\left(1 - \frac{Charge\ ultime^n}{Prime^n}, 0\right) * Prime^n$$

Le BE de provisions pour primes a ainsi une composante sinistre. En effet, il s'agit d'évaluer les résultats futurs, en tenant compte des sinistres non survenus, au regard des primes futures et des frais. Enfin, les provisions de primes sont obtenues en ajoutant le $PREC^n$ dans PP^n.

Puis de la même façon, les PP^i_{n+1}, PP^i_{n+2}, ... sont obtenue par la cadence de paiement.

[17] Le taux de frais de gestion est calculé par la direction technique de BPCE Assurances. Il existe d'autre méthode de calcul de frais de gestion de sinistres: méthode de « New-York ».

6. Finalement, nous actualisons les PS_{n+k} , FF_{n+1} et FP_{n+1} par la courbe de taux sans risque. Le BE de provisions pour sinistres et celui de provisions de primes sont déterminés par les formules suivantes :

$$BE_{sinistre} = \sum_{k} FS_{n+k}^{actualisée} + \sum_{k} FF_{n+k}^{actualisée}$$

$$BE_{Prime} = \sum_{k} FP_{n+k}^{actualisée}$$

Le BE de PT est la somme de $BE_{sinistre}$ et BE_{Prime} . Et le PCO_{lob} est égal$BE_{sinistre}$. Il est possible que le BE soit négatif.

La procédure décrit ci-dessus est basée sur une constatation de sinistralité. Or, notre étude concerne l'année 2012, une simulation des lois de fréquence et de sévérité sera intégrée par la suite.

2.2.2. Procédure de calcul du *best estimate* net de réassurance

Les principes pour calculer le BE de provisions cédées à la réassurance sont les mêmes que ceux du BE brut de réassurance. Ils consistent aussi à estimer les *cash flow* futurs avec le réassureur et actualiser avec la courbe de taux fournie par l'EIOPA, en distinguant le BE de provisions pour sinistres cédée et le BE de provisions pour primes cédée. A bien noter qu'il n'y a toujours pas de calcul de marge de risque, celle-ci se calcule directement sur le BE net de réassurance. Ainsi, le BE de provisions cédées à la réassurance ne comprend pas les frais de gestion, qui sont déjà intégrés dans le BE brut de réassurance.

Une grande différence est que le BE de provisions cédées doit être ajusté par la probabilité de défaut des réassureurs. La méthode simplifiée proposée par l'EIOPA dans les spécifications techniques QIS 5 :

$$Adj_{CD} = -\max\left((1 - RR) * BE_{Rec} * Dur_{mod} * \frac{PD}{1 - PD}; 0\right)$$

Où Adj_{CD} est l'ajustement du défaut des contreparties.
Il est calculé en fonction du rating des contreparties. Cette approche se base sur les éléments suivants :

- Taux de recouvrement de la contrepartie par rating
- Le BE des provisions cédées ne tenant pas compte du défaut de la contrepartie (ces créances devront être classées par rating)
- La duration modifiée du BE des provisions cédées
- La probabilité de défaut de la contrepartie à horizon 1 an par rating

Or, dans notre étude, nous ne connaissons pas la répartition de la réassurance entre les réassureurs dans l'évaluation du SCR de souscription de non-vie. Nous supposons donc que le

BE net sera ajusté par une probabilité de défaut moyenne des réassureurs actuels. Afin que les paramètres RR et PD soit à la fois harmonisés et comparable, un tableau de taux d'ajustement $(1 - RR) * Dur_{mod} * \frac{PD}{1-PD}$ qui est en fonction de la qualité du réassureur et de la duration de l'engagement est fournie par QIS 5.

Lorsque le taux d'ajustement est inférieur à 5%, la règle de simplification du calcul de l'ajustement est la suivante :

$$BE_{cédé}^{ajusté} = BE_{cédé} * (1 - taux\ ajustement)$$

Nous rappelons que nous travaillons pour l'année 2012. La sinistralité doit être simulée par les lois de fréquence et de sévérité, que nous les avons mis dans l'annexe 1.
De plus, comme nous travaillons sur les traités excédent de sinistre par risque et/ou par évènement, il est nécessaire de faire une projection de charge de sinistres, sinistre par sinistre, pour déterminer la charge cédée. Pour ce faire, nous réaliserons une simulation des lois par la méthode de Monte Carlo.

Puisque la réassurance n'est appliquée que sur les sinistres graves, les triangles que nous utiliserons par la suite sont ceux des sinistres graves.

Notations :

- w XS p : excédent de sinistre de priorité p et de portée w
- $\hat{n}_k$: nombre ultime (simulé à la k-nième fois par la loi de fréquence) de sinistres survenus à l'année de l'évaluation
- $n_{i,j}$: nombre brut de sinistres graves survenus à l'année i et développé jusqu'à l'année j
- $\hat{S}_1, \dots, \hat{S}_{\hat{n}_k}$: charges de sinistre ultimes simulées $\hat{n}_k$ fois par la loi de sévérité
- $S_{i,j}$: coût moyen de sinistres graves survenu à l'année i et développé jusqu'à l'année j
- $R_{i,j}^{*}$ [18]: paiement des réassureurs des sinistres survenus à l'année i et développé jusqu'à l'année j
- $R_{n,1}^{*,k}$: paiement de réassureur pour des sinistres simulés à la k-nième fois

Les étapes de l'application de la méthode de Monte Carlo au calcul des provisions se déroulent comme suit :

1. Nous commençons par la simulation de la loi de fréquence pour obtenir un nombre ultime $\hat{n}_1$de sinistres. Nous simulons $\hat{n}_1$ fois la loi de sévérité de la branche correspondante : $\hat{S}_1, \dots, \hat{S}_{\hat{n}_1}$.
   La charge ultime brute de réassurance de l'année de l'évaluation est donc : $Charge\ ultime = \sum_{i=1}^{\hat{n}_1} \hat{S}_i$

[18] Nous ne possédons pas assez de données par tranche du traité, nous travaillons donc sur la somme des paiements de chaque tranche.

2. Hypothèse : A partir du triangle de règlements des réassureurs, nous définissons un taux de règlement[19] de réassureur à l'année de survenance par rapport à la charge ultime:

$$Taux\ de\ règlement\ du\ réassureur = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n-1}\frac{R_{i,1}^{*}}{S_{i,1}^{*}}$$

3. Le règlement de réassureur à l'année de l'évaluation pour les sinistres survenus à cette même année vaut :

$$R_{n,1}^{*,1} = Taux\ de\ règleme * Charge\ ultime_{cédée}^{1}$$

et $\quad R_{n,1}^{*} = R_{n,1}^{*,1}$

En réassurance, il n'y a pas de recours. La provision pour sinistres cédée pour les sinistres survenus à l'année de l'évaluation est donc égale à :

$$PS_{cédée,1}^{n} = Charge\ ultime_{cédée,1}^{n} - R_{n,1}^{*,1}$$

4. De la même manière, pour calculer la provision brute de réassurance pour sinistres survenus à l'année de l'évaluation, nous supposons que le paiement de la cédante à l'année de l'évaluation pour les sinistres simulés est égal au taux de règlement de l'assureur multiplié la charge ultime simulée. Où le taux de règlement de l'assureur est calculé de la même manière de celui du réassureur. Nous utilisons cette même méthode pour calculer les recours. La provision pour sinistres survenus à l'année n $PS_{brute,1}^{n}$ est obtenue en appliquant l'étape 1 de la méthode de calcul du *best estimate* brut de la réassurance,

5. En tenant compte le traité de réassurance, la charge ultime cédée pour les sinistres simulés est obtenue par la formule suivante :

$$Charge\ ultime_{cédée,1}^{n} = \sum_{i=1}^{\hat{n}_1} \min\left(w, \max\left(0, \hat{S}_i - p\right)\right)$$ [20]

Cette charge varie selon les clauses :

- en cas d'une clause AAD et AAL :

$$Charge\ ultime_{cédée,1}^{n} = \min\left(\sum_{i=1}^{\hat{n}_1} \min\left(w, \max\left(0,\ \hat{S}_i - p\right)\right)\right) - AAD, AAL)$$

- en cas d'une clause de REC :

$$Charge\ ultime_{cédée,1}^{n} = \min\left(\sum_{i=1}^{\hat{n}_1} \min\left(w, \max\left(0,\ \hat{S}_i - p\right)\right), (nombre\ de\ REC + 1) * w\right)$$

[19] En fait, nous ne possédons pas la valeur de $R_{n,1}$ (notre étude concerne l'année 2012).

[20] La priorité p et la portée w peuvent varier selon les années de développement si une clause de stabilité s'applique.

6. Contractuellement, BPCE Assurances cède les primes émises. La provision pour primes cédée est donc nulle pour les traités exclus de la catastrophe. Mais s'il existe une clause de reconstitution de garantie, nous devrons évaluer le montant de la prime de REC.

   La provision pour primes non acquise pour la réassurance est supposée égale à la somme des primes de REC.

$$PP^{n}_{cédée,1} = \sum_{i=1}^{nb\ de\ REC} P^{i}_{n}$$

   (Voir partie II, clause de Reconstitution de Garanties pour calculer les primes de REC)

7. Application de la méthode de Monta Carlo[21] : phase itérative
   Nous répétons N (1000, 5000,…) fois les étapes précédentes, sauf l'étape 2, en raison de l'indépendance du taux de règlement par rapport à la simulation des lois. Les provisions $PS^{n}_{cédée}$, $PP^{n}_{cédée}$ et PS^{n}_{brute} que nous voudrais obtenir correspondent respectivement aux espérances de $\{PS^{n}_{cédée,1}, \dots, PS^{n}_{cédée,N}\}$, $\{PP^{n}_{cédée,1}, \dots, PP^{n}_{cédée,N}\}$ et $\{PS^{n}_{brute,1}, \dots, PS^{n}_{brute,N}\}$.

8. Une fois les provisions obtenues par la phase itérative de Monte Carlo, nous projetons le triangle de charge cédée, afin d'obtenir les $\{PS^{1}_{cédée},\dots,PS^{n-1}_{cédée}\}$ et $\{PP^{1}_{cédée}, \dots, PP^{n-1}_{cédée}\}$ des autres années de survenance.

9. La cadence de règlement de sinistres par les réassureurs est obtenue par le logiciel IBNRS à partir du triangle de règlement des réassureurs. Ici, nous supposons que la vitesse de paiement des réassureurs est constante pour chaque sinistre. Le dernier élément du triangle de règlement des réassureurs est la valeur du produit entre le taux de règlement des réassureurs et la $PS^{n}_{cédée}$.

   A partir de la vitesse de paiements de la cédante et celle des réassureurs, nous déterminons respectivement les flux des provisions brutes de réassurance et ceux de provisions cédées. Ainsi, les flux des provisions bruts de réassurance sont calculés selon la vitesse de paiement de la cédante.

   Nous récupérons le BE des provisions brutes de réassurance et le BE des provisions cédées en appliquant la dernière étape de la procédure de calcul du BE brut de réassurance. Puis le BE net de réassurance est obtenu par la différence entre le BE brut et le BE de provisions cédées ajusté.

Nous allons appliquer ce processus à chaque catégorie de risques. Cette méthode de calcul des BE reste propre à la société BPCE Assurances.

[21] Voir annexe 6 la programmation SAS du modèle de *Monte-Carlo* en RC Auto.

Chapitre 3 : Méthodes de provisionnement

Section 3.1. Méthode déterministe : *Chain-Ladder*

La méthode de *Chain-Ladder* est un modèle de développement par cadence, basé sur le triangle des montants cumulés. Elle a pour objectif de compléter le triangle inférieur à partir des données du triangle supérieur.

Hypothèse : le modèle est stationnaire, c'est–à-dire les taux moyens d'augmentation du cumul des sinistres sont stable dans le temps, la liquidation future sera similaire à la liquidation passée.

Les facteurs de développement sont indépendants de l'année de survenance des sinistres

3.1.1. Processus

Les valeurs de la partie inférieure du triangle sont obtenues par la formule suivante :

$$C_{i,j+1} = a_j C_{i,j} \qquad pour\ \ 2 \leq i \leq n, i + j > n$$

Avec $\quad a_j = \frac{\sum_{i=1}^{n-j} C_{i,j+1}}{\sum_{i=1}^{n-j} C_{i,j}} \quad pour\ j \in [\![1, n-1]\!]$

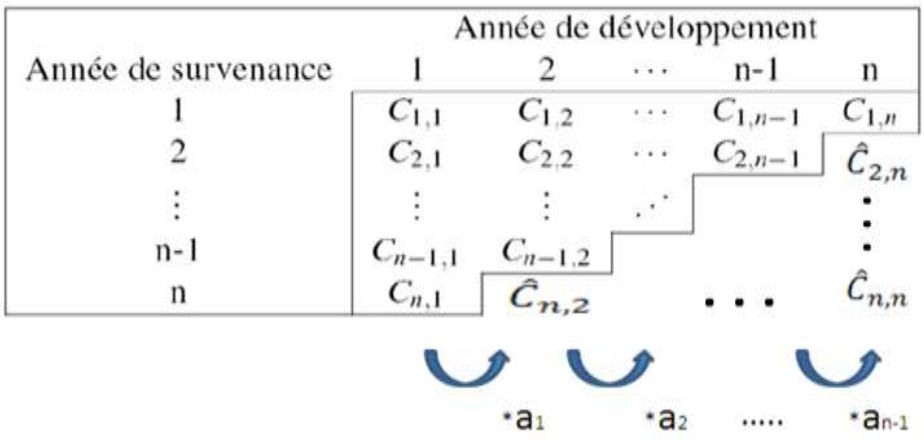


Figure 13 : Méthode de *Chain-Ladder*[22]

Nous avons donc : $\hat{C}_{i,j} = C_{i,n+1-i} a_{n+1-i} \ \dots \ a_{j-1}$

et les différentes provisions par année de survenance sont égales à :

$$R_i = C_{i,n-i+1}(a_{n-i+1} \dots a_{n-1} - 1) \qquad pour\ 1 \leq i \leq n$$

[22] Voir en Annexe 7 le programme SAS de Méthode de *Chain-Ladder*.

Le montant de la provision est donc la somme de toutes ces différentes provisions :

$$R = \sum_{i=1}^{n} R_i$$

3.1.2. Exemple d'illustration numérique

	Année de développement					
Année de survenance	1	2	3	4	5	6
1	232	300	350	400	428	442
2	254	280	350	380	420	
3	220	315	400	429		
4	300	368	400			
5	196	300				
6	250					
Coefficients de développement		1 .30033	1.18764846	1.09909091	1.08717949	1.0327103

Tableau 11 : Application numérique de la méthode de *Chain-Ladder*

	Année de développement					
Année de survenance	1	2	3	4	5	6
1	232	300	350	400	428	442
2	254	280	350	380	420	434
3	220	315	400	429	466	482
4	300	368	400	440	478	494
5	196	300	356	392	426	440
6	250	325	386	424	461	476

Tableau 12 : Application numérique de la méthode de *Chain-Ladder*

3.1.3. Limites

La méthode de *Chain-Ladder* est simple à appliquer, mais possède plusieurs inconvénients:

- Elle ne fonctionne que sur des triangles stables et réguliers.
- La progression de la charge cumulée est supposée la même pour toutes les années de survenance.
- Les provisions dépendent fortement du dernier montant de la charge connue (la diagonale). Si la dernière valeur est nulle, la charge finale estimée l'est aussi. Une faible variation de la diagonale peut avoir un impact important sur les provisions. Notamment, pour la dernière année de survenance, où le $C_{n,1}$ est la seule valeur connue.

D'autres méthodes déterministes existent: *London-Chain*, *London-pivot*, *Bornhuetter-Ferguson*. Ici, nous ne rentrons pas dans le détail de ces méthodes. Le choix de méthode de provisionnement dépend des triangles de liquidation disponibles. Mais les méthodes

déterministes ne détectent pas les irrégularités potentielles du triangle et elles ne prennent pas en compte l'évolution jurisprudentielle, réglementaire et économique (ex : inflation non constante). De plus, nous ne pouvons pas obtenir une estimation de la loi probabiliste de la provision totale.

Section 3.2. Méthode Stochastique

Le modèle stochastique de provisionnement est une méthode de modélisation des risques permettant d'obtenir une fonction de distribution des provisions. Il utilise les techniques de simulation.

Les méthodes stochastiques sont :

- *Chain-Ladder* stochastique
- *Bornhuetter-Ferguson* stochastique
- Modèle stochastique factoriel : Modèle Linéaire Généralisé (GLM : *Generalized Linear Model*), Modèle Poisson Sur-Dispersé (ODP : *Over-Dispersed Poisson*)[23].

La méthode de *Chain-Ladder* stochastique est souvent utilisée pour l'évaluation de provisions. Nous allons expliquer cette méthode par la suite.

3.2.1. Hypothèses

Le modèle stochastique qui sous-tend la méthode de *Chain-Ladder*, présenté par Thomas MACK[24], repose sur trois hypothèses :

- Les montants de paiements cumulés sont indépendants pour deux années de survenance différentes :

$$\{C_{i,1}, \dots, C_{i,n}\}, \{C_{j,1}, \dots, C_{j,n}\} \text{ sont indépendants, pour } i \neq j.$$

- Il existe un constant $f_j > 0$ telle que :

$$\mathbb{E}\left(C_{i,j+1} \middle| C_{i,1}, \dots, C_{i,j}\right) = f_j C_{i,j} \qquad \forall\, i \in [\![1, n]\!], \forall\, j \in [\![1, n-1]\!]$$

- Il existe une constante $\sigma_j > 0$ telle que :

$$\mathbb{V}\left(C_{i,j+1} \middle| C_{i,1}, \dots, C_{i,j}\right) = \sigma_j^2 C_{i,j} \qquad \forall\, i \in [\![1, n]\!], \forall\, j \in [\![1, n-1]\!]$$

Ces trois hypothèses doivent être vérifiées sur les triangles de données à partir des quels que nous appliquerons la méthode de *Chain Ladder*.

[23] Voir annexe 6 : Modèle Poisson Sur-Dispersé.

[24] Thomas MACK, 1993, « Distribution Free Calculation of the Standard Error of Chain Ladder Reserve Estimate »

3.2.2. Procédure

Méthode de *Chain-Ladder* Stochastique[25] :

a) La méthode de *Chain-ladder* « classique » permet de calculer les coefficients de développement à partir du triangle de paiements cumulés$(C_{i,j})$.

	Année de développement						
Année de survenance	1	2	3	4	5	6	7
2000	1352	1680	1687	2050	3000	3005	3010
2001	268	1250	3504	8600	8600	8612	
2002	350	2500	3000	3820	3878		
2003	1559	2540	3480	5900			
2004	1680	2000	3600				
2005	680	2580					
2006	1950						
Coeff de développement		2,13109187	1,53169509	1,74535173	1,06966137	1,00146552	1,00166389

Tableau 13 : Triangle de paiements cumulé et de coefficients de développement

b) Par récursion arrière à partir de la diagonale, nous calculons les valeurs prédites pour la partie supérieure du triangle. Cela crée un nouveau triangle qui s'appelle « Triangle Prédit ». Les valeurs prédites sont égales à la valeur de la diagonale divisée par les coefficients de développement.
Puis nous déduisons les paiements annuels prédits par le modèle : $(\hat{\mu}_{i,j})$.

	Année de développement						
Année de survenance	1	2	3	4	5	6	7
2000	492	1049	1607	2805	3001	3005	3010
2001	1411	3007	4606	8039	8599	8612	
2002	636	1356	2077	3625	3878		
2003	1036	2207	3380	5900			
2004	1103	2350	3600				
2005	1211	2580					
2006	1950						

Tableau 14 : Triangle de paiements prédits cumulés

[25] Christian PARTRAT, 2004, « Evaluation stochastique de la provision pour sinistres ».

	Année de développement						
Année de survenance	1	2	3	4	5	6	7
2000	492	557	558	1198	195	4	5
2001	1411	1596	1599	3433	560	13	
2002	636	720	721	1548	253		
2003	1036	1171	1173	2520			
2004	1103	1247	1250				
2005	1211	1369					
2006	1950						

Tableau 15 : Triangle de paiements annuels prédits $(\hat{\mu}_{i,j})$

c) A partir du triangle prédit et du triangle de paiements non cumulés$(D_{i,j})$, nous déterminons le triangle des résidus de Pearson non standardisés $(r_{i,j})$ par la formule suivante :

$$r_{i,j} = \frac{D_{i,j} - \hat{\mu}_{i,j}}{\sqrt{\hat{\mu}_{i,j}}}$$

Année de survenance	Année de développement						
	1	2	3	4	5	6	7
2000	1352	328	7	363	950	5	5
2001	268	982	2254	5096	0	12	
2002	350	2150	500	820	58		
2003	1559	981	940	2420			
2004	1680	320	1600				
2005	680	1900					
2006	1950						

Tableau 16 : Triangle de paiements annuels $(D_{i,j})$

Année de survenance	Année de développement						
	1	2	3	4	5	6	7
2000	38,73929	-9,70077	-23,32391	-24,12364	53,97990	0,287345	0
2001	-30,43056	-15,37140	16,38227	28,378415	-23,665082	-0,169736	
2002	-11,351753	53,309033	-8,232229	-18,50793	-12,24228		
2003	16,264153	-5,562142	-6,814563	-1,984091			
2004	17,37811	-26,25918	9,91037				
2005	-15,25095	14,33996					
2006	0						

Tableau 17 : Triangle de résidus

d) La procédure de *Boostrap* des résidus de Pearson est suivante:

La procédure de *Boostrap* repose sur l'hypothèse d'indépendance et la distribution identique des lois de chacun des éléments de l'échantillon.

i. A partir du triangle des résidus$(r_{i,j})$, k tirages équiprobables pour obtenir un nouveau triangle des résidus$(r'_{i,j})$.

ii. A partir du triangle$(r'_{i,j})$, reconstituer un nouveau triangle de paiements non cumulés «bootstrapé» $(D'_{i,j})$:

$$D'_{i,j} = \hat{\mu}_{i,j} + \sqrt{\hat{\mu}_{i,j}} * r'_{i,j}$$

iii. Calculer le triangle de paiements cumulés $(C'_{i,j})$ correspondant de celui non cumulé$(D'_{i,j})$, et appliquer la méthode *Chain-Ladder* avec le triangle ainsi obtenu afin de calculer un nouveau montant de provisions R=$(R_1, \dots, R_n)$.

iv. Répéter N fois des étapes i), ii) et iii) pour obtenir N valeurs R: distribution empirique de provisions R.

v. Calcul de la moyenne empirique et de la volatilité relative à R.

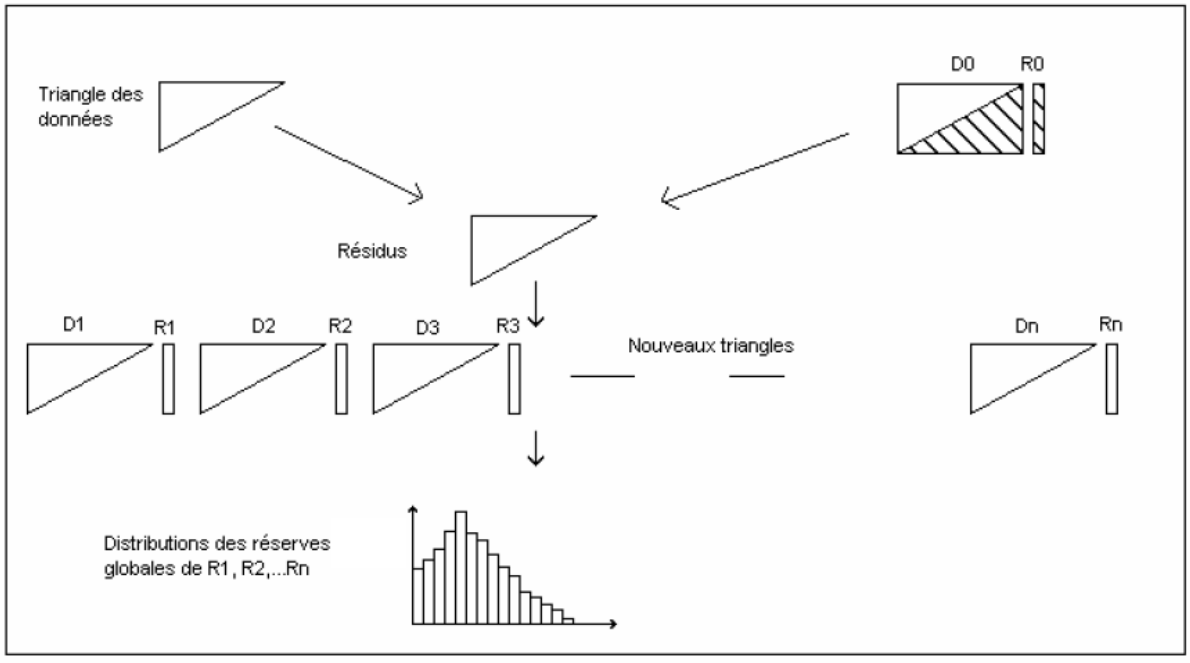


Figure 14 : Schéma synthétique de la procédure *Boostrap*[26]

3.2.3. Limites

La méthode de *Chain-Ladder* stochastique est facile à mettre en œuvre par rapport aux autres méthodes stochastiques. En revanche, il existe de nombreuses limites :

[26] Source : J.DUGAS, « Détermination d'un intervalle de confiance de réserves IBNR »

- hypothèse 2 n'est plus vérifiée en cas de changement important dans la gestion des sinistres ou dans le taux d'inflation ;
- incertitude très importante pour les années récentes du triangle ;
- les facteurs de développement ne dépendent que du triangle considéré, paiement (P) ou suspens (O), alors qu'il existe une corrélation naturelle entre ces deux triangles.

Nous pouvons utiliser d'autres méthodes stochastiques que nous avons déjà mentionnées. Toutefois, notre étude n'a pas pour objectif d'expliquer les méthodes de provisionnement, seule la méthode ODP est présentée dans l'annexe 9.

Chapitre 4 : Minimisation du couple coût de réassurance - SCR de souscription non-vie

Section 4.1. Principe de minimisation

Nous chercherons à trouver un programme de réassurance telle que son coût soit minimum possible et telle qu'il réduira mieux le SCR de souscription non-vie :
$\min_{(priorité,portée)}(Coût\ de\ réassurance, SCR\ de\ souscription\ non-vie)$.

Cependant, il est impossible d'effectuer cette minimisation sans restreindre certaines valeurs des caractéristiques du traité. En effet, avec un seul coût de réassurance donné, l'évaluation du SCR de souscription non-vie est cruciale. C'est aussi pourquoi nous avons proposé des options sur les niveaux de priorité et de portée dans la partie de la tarification de réassurance. Nous allons calculer les SCR de souscription non-vie avec ces niveaux.

Une fois les coûts de réassurance et les SCR de souscription non-vie correspondants calculés, nous pouvons déterminer le couple optimal en utilisant la courbe de coordonnées coût de réassurance et le SCR de souscription non-vie.

La comparaison des résultats obtenus du couple (coût de réassurance, SCR de souscription) nous fournit un argument quantitatif parmi les programmes de réassurance proposés.

Section 4.2. Application numérique

Les triangles de sinistres, de paiements, de recours encaissés et de nombre de sinistres sont nécessaires pour évaluer les provisions. Rappelons que nous travaillons sur les triangles de sinistres graves survenus entre 2000 et 2010. Le mode de comptage est le suivant : si un sinistre dépasse le seuil des graves 1 fois dans sa vie, nous le comptabilisons comme grave depuis le début.

4.2.1. Etude sur les données

L'application numérique se base sur le traité RC Auto et Diverse. Par la suite, toute application numérique concerne cette branche d'activité.

Comme notre étude concerne l'impact de la réassurance 2012 sur le SCR de souscription non-vie, nous devons remplir les triangles supérieurs jusqu'en 2012. Nous devons calculer le capital requis NL par ligne d'activité : pour RC Auto et RC générales. Puis l'agrégation est

ajoutée en prenant les valeurs des NL des autres lignes d'activité de 2009[27]. Nous expliquerons le calcul sur le SCR pour RC Auto. celui du RC générales est évalué de la même manière.
En RC, la période de développement est souvent supérieure à 15 ans. Autrement dit, les sinistres qui sont survenus en 2000 ne sont pas totalement développés jusqu'en 2010.

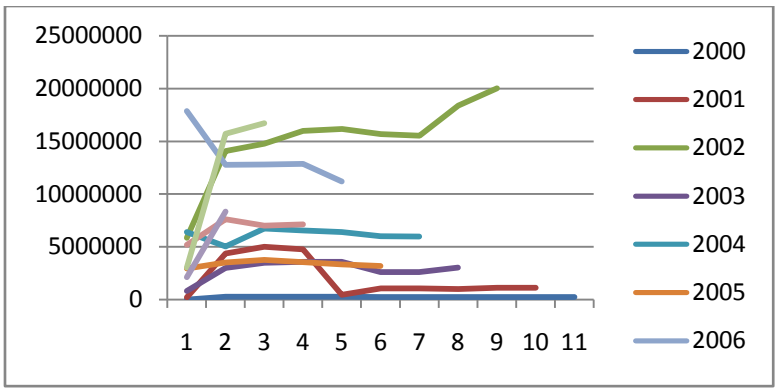


Figure 14 : Evolution de la charge grave cumulée en RC Auto

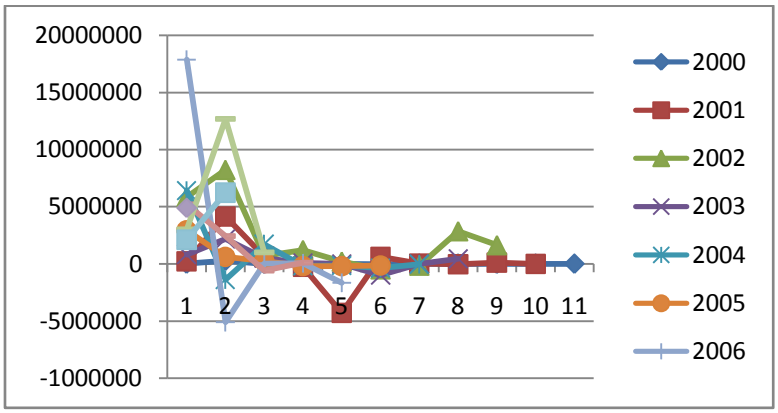


Figure 15 : Evaluation de la charge grave non cumulée en RC Auto

Nous remarquons que la charge continue à évolué au bout de 11 ans. BPCE Assurances a recouru à un logiciel appelé IBNRS pour prolonger la courbe de liquidation après 2010. Nous allons appliquer cette courbe pour prolonger nos triangles de charge grave. Le règlement ultime est égal à la charge ultime. (Voir Annexe 10 : a) Cadence de règlement des sinistres net de recours et brut de réassurance). En effet, la variation de la vitesse de paiement de BPCE Assurances est négligeable tant que la structure de la branche ne change pas.

[27] L'objectif de ce mémoire ne consiste pas à évaluer une valeur exacte de SCR. Il s'agit de donner un ordre de grandeur de sa valeur.

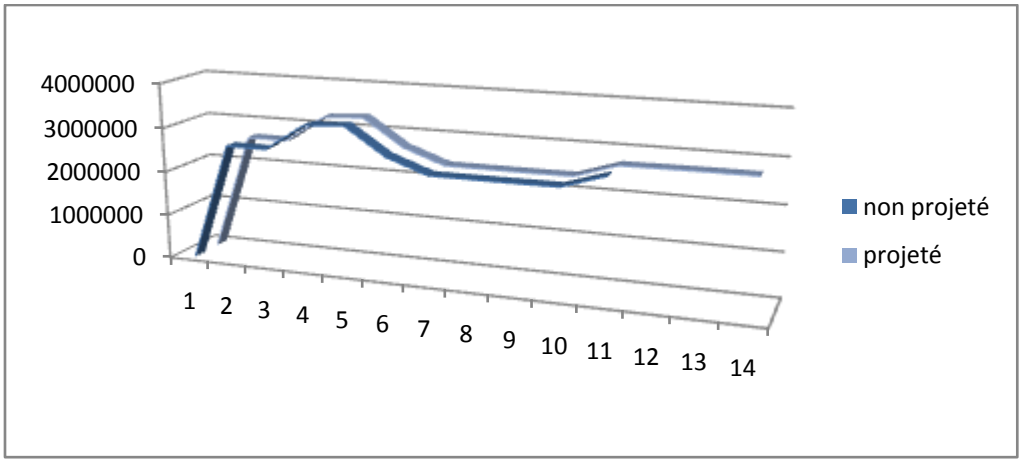


Figure 16 : Charge grave de sinistre survenu en 2000

En ce qui concerne la charge grave de sinistre survenu en 2011, une estimation est effectuée par la direction technique. Cependant, la réassurance de 2012 n'a aucun effet sur les sinistres de 2011.

En général, il est plus prudent de projeter les sinistres de nature corporelle et matérielle séparément. Les sinistres en RC ont un développement d'environ 15 ans. Ceci est à cause des sinistres corporels. En effet, les sinistres matériels sont dans la plus part du temps totalement réglés au bout de 5 ans. Vu que nous disposons uniquement des triangles de charge grave en RC, le calcul s'effectuera sans distinguer les sinistres corporels et matériels.

Ainsi, le triangle de règlement est prolongé de la même manière. Une étude sur le triangle des recours encaissés est présentée dans l'annexe 10 : b) Triangle de recours encaissés.

4.2.2. Résultat

A) Charge ultime :

Dans la branche RC, les lois de fréquence et de sévérité en 2012 sont présentées dans l'annexe 2. Vu qu'il y a une loi de fréquence et une loi de sévérité pour des tranches différentes et pour le RC Auto et le RC MRH, une addition sera appliquée pour la simulation des sévérités obtenues[28].

[28] Le programme SAS de simulation des lois par modèle Monte Carlo est

Une simulation de N=1000 est effectuée, le résultat est exposé dans le tableau suivant :

Charge brute	14538751,4
charge_cedee_1	1379987,599
charge_cedee_2	1252422,934
charge_cedee_3	1155485,098
charge_cedee_4	1231772,287
charge_cedee_5	1319978,426
charge_cedee_6	187591,1061
charge_cedee_7	1154170,568
charge_cedee_8	1200309,668
charge_cedee_9	1226839,374
charge_cedee_10	179346,8965
charge_cedee_11	1115577,389

Tableau 17 : Charge ultime pour les sinistres survenus en 2012 de la branche RC obtenue par modèle de *Monte Carlo*

A partir du triangle de charge grave, la charge totale est projetée suivant la méthode de *Chain-Ladder*. Le graphique suivant représente l'évolution de cette charge :

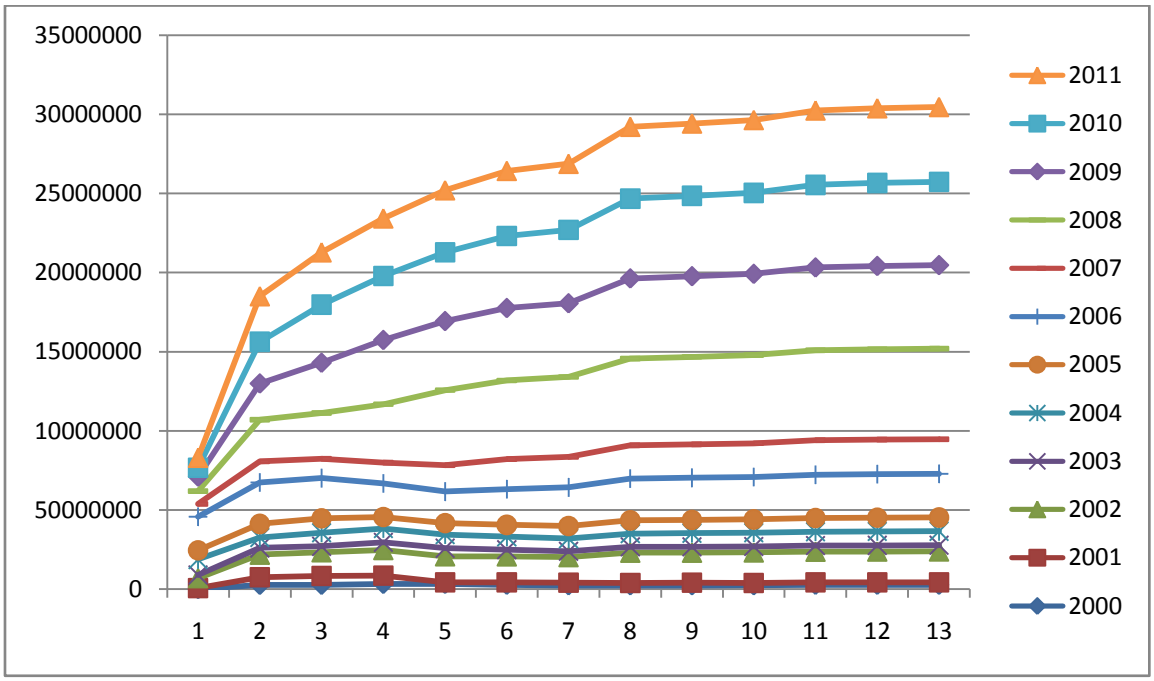


Figure 17 : Projection de la charge ultime brute

Nous constatons que la projection semble relativement bonne. Nous pouvons donc calculer les BE selon la procédure développée dans le chapitre 2. Le calcul est détaillé dans l'annexe 10 c).

B) SCR de souscription non-vie

Une fois que les BE nécessaires au calcul du SCR de souscription non-vie par ligne d'activité sont disponibles, nous calculons le SCR de souscription non-vie de BPCE Assurances en tenant compte des hypothèses suivantes :

- La prime de réassurance du traité RC Auto et RCD est répartie entre les lignes d'activité RC Auto et RCG, selon leur niveau de prime émise estimée.
- Le facteur d'ajustement pour la réassurance non proportionnelle est calculé sur un historique de sinistres des 5 dernières années.
- L'ajustement de défaut des contreparties est calculé selon le taux d'ajustement d'une duration de 3 ans.
- Les montants de NP des autres lignes d'activité sont supposés égaux à ceux de 2009, afin de tenir compte l'effet de diversification des activités.

Nous trouvons les SCR de souscription non-vie dans le tableau suivant :

Option	Coût de réassurance	SCR de souscription non-vie net
1	2261051,612	103488022
2	1635040,965	103568902
3	1426097,517	103877818
4	2046870,082	103778548
5	2256413,311	103776303
6	1246943,154	104454060
7	1848442,781	104219275
8	2256413,311	104161631
9	2465956,54	104130678
10	839192,5426	104899942
11	1429356,323	104523731

Tableau 18 : SCR de souscription non-vie

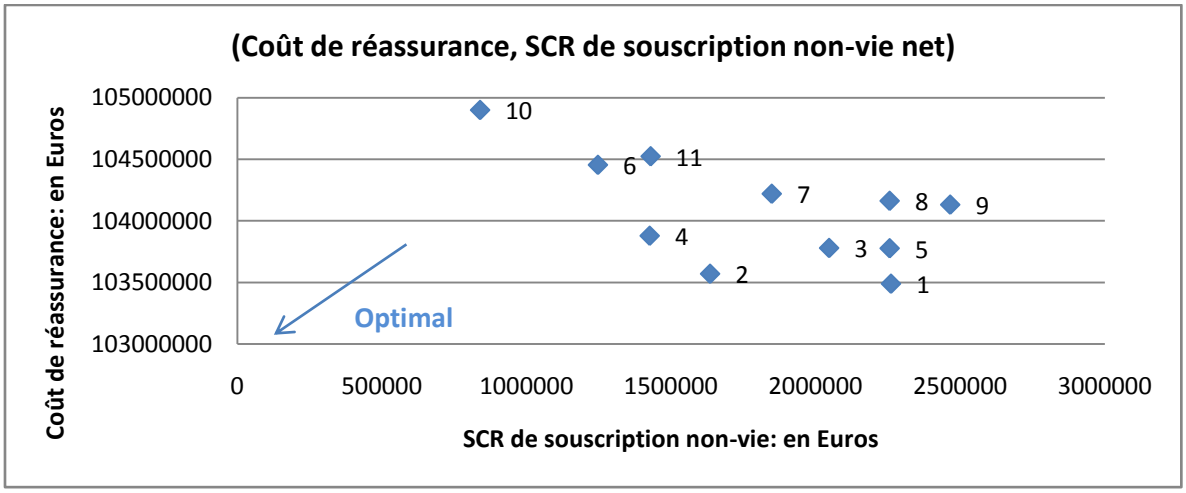


Figure 18 : Couple (Coût de réassurance, SCR de souscription)

Le graphique précédent nous permet d'éliminer les options 3, 5, 7, 8, 9 et 11. Il est difficile de comparer graphiquement les autres options restantes.

L'optimisation des programmes de réassurance doit être cohérente avec le niveau du risque de BPCE Assurance. L'étude sur les sinistres supérieurs à 2M€ montre qu'ils sont plus nombreux entre 2M€ et 3,5M€ (Voir figure 8 page 36). Ce qui nous conduite prendre l'option 2. De plus, l'option 2 donne une somme des montants de coût de réassurance et de SCR de souscription non-vie plus petite. Nous rappelons que l'optimisation du couple coût de réassurance - SCR de souscription non-vie consiste à minimiser ce couple. Autrement dit, le couple optimal doit correspondre aussi le minimum de la somme du coût de réassurance et du SCR de souscription non-vie.

Option	Coût de réassurance + SCR de souscription non-vie
1	105749073
2	105203943
3	105303916
4	105825418
5	106032716
6	105701003
7	106067718
8	106418044
9	106596635
10	105739135
11	105953087

Tableau 19 : Coût de réassurance + SCR de souscription non-vie

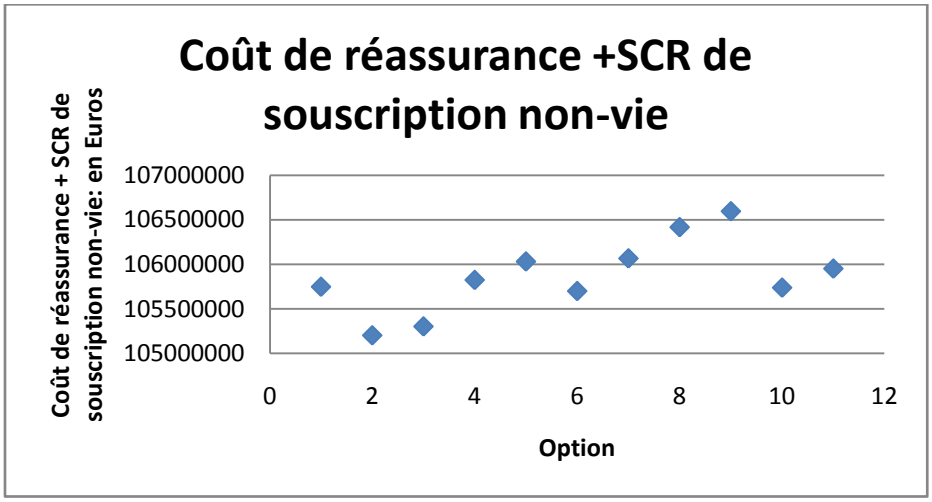


Figure 19 : Coût de réassurance + SCR de souscription non-vie

Conclusion

Le graphique de minimisation du couple coût de réassurance - SCR de souscription non-vie permet uniquement d'éliminer certaines options. Toutefois, il ne nous permet pas de déterminer un couple optimal. Ceci est peut-être du aux nombreuses hypothèses supposées dans le calcul de SCR de souscription non-vie. Afin de choisir une option plus « adéquate » dans notre étude, nous reposons sur l'étude de concentration des sinistres supérieurs à 2M€.

Partie III. Impact de la réassurance sur le SCR de contrepartie

Chapitre 1 : SCR de contrepartie

La réassurance influence non seulement le SCR de souscription, mais aussi le SCR de contrepartie de l'assureur. Une sinistralité importante peut impacter simultanément la solvabilité de l'assureur et celle de ses réassureurs. En effet, même si l'assureur a transféré une partie de ses risques aux réassureurs, il reste responsable vis-à-vis de ses assurés quelque soit la situation de solvabilité de ses contreparties. L'assureur fait face non seulement au risque de la charge des sinistres, mais aussi de la perte des créances de ses réassureurs.

Les créances sur les réassureurs sont également évaluées à la meilleure estimation. Elles sont un facteur dans le calcul du risque de défaut de réassureur.

Section 1.1. Risque de défaut de contrepartie

1.1.1. Définition du risque de contrepartie

Un traité de réassurance limite les pertes de la cédante, mais elle supporte alors le risque de défaut sur les provisions cédées à ses réassureurs.
Dans les Spécifications du QIS5, le risque de contrepartie est défini comme les pertes possibles dues à des défauts inattendus, ou à une dégradation de la solvabilité, des contreparties ou débiteurs des entreprises au cours des douze prochains mois.

Trois causes principales peuvent provoquer la faillite d'un réassureur : souscription des risques, transfert des risques et politique d'investissement. Nous n'avons pas le moyen de connaitre leur niveau du transfert des risques et la politique d'investissement.

1.1.2. Formule Standard du SCR de contrepartie

Une différenciation de deux types d'expositions au risque de contrepartie est proposée dans QIS 5 :

- la classe de type d'exposition 1 couvre des risques non diversifiables où la contrepartie couvrant ces risques est probablement notée. (ex : opération de réassurance, de titrisation, etc.)
- la classe de type d'exposition 2 couvre les risques diversifiables où la contrepartie couvant ces risques est probablement non notée. (ex : créances sur les intermédiaires et crédits hypothécaires)

Ces deux types d'exposition sont traités différemment dans le QIS5. La réassurance est classée dans le type d'exposition 1. Nous allons détailler le calcul du SCR de contrepartie de type 1.

Compte tenu des probabilités de défaut et de pertes en cas de défaut (LGD) des contreparties dans le portefeuille des expositions de type 1, l'exigence de capital de type 1 est calculé comme suit:

$$SCR_{def,1} = \begin{cases} 3 * \sqrt{V} & si\ \sqrt{V} \leq 5\% * \sum_i LGD_i \\ \min\left(\sum_i LGD_i; 5 * \sqrt{V}\right) & sinon \end{cases}$$

Où V désigne la variance d'une distribution de perte liée au risque de contrepartie de type 1, qui est déterminée par la formule suivante :

$$V = \sum_j \sum_k u_{j,k} * y_j * y_k + \sum_j v_j * z_j$$

Avec

$$y_i = \sum_i LGD_i$$

$$z_j = \sum_i (LGD_i)^2$$

$$u_{ij} = \frac{p_i(1-p_i)p_j(1-p_j)}{(1+\gamma)(p_i+p_j) - p_i p_j}$$

$$v_i = \frac{(1+2\gamma)p_i(1-p_i)}{2+2\gamma-p_i}$$

$$\gamma = 0{,}25$$

Où

- j = notation de classe j
- i = contrepartie ayant la notation j
- p_i = probabilité de défaut de la notation i
- γ = facteur de puissance du choc commun sur la solvabilité du réassureur
- z_j = facteur en fonction de LGD telle que la diversification du nombre des réassureurs ayant la même notation est prise en compte

Ici, une hypothèse d'indépendance entre les contreparties est supposée.

Section 1.2. *Loss-Given-Default*

1.2.1. Notion de LGD

LGD correspond à la perte relative en cas de défaut de la contrepartie.

La LGD est corrigée par un facteur (1-RR) où RR désigne le taux de recouvrement de la contrepartie, dépendant des accords de réassurance. Ce qui permet à la cédante de récupérer

une partie de sa créance en cas de défaut d'un réassureur. La formule suivante permet de calculer la LGD :

$$LGD_i = \max\Big((1 - RR) * \big(Recoverables_i + RM_{re,i} - Collateral_i\big); 0\Big)$$

Où $Recoverables_i$ représente le BE du recouvrement du réassureur i
$RM_{re,i}$ désigne l'effet d'atténuation du risque grâce à la réassurance i
$Collateral_i$ est la valeur ajustée du collatéral de réassureur i.

1.2.2. Simplification du calcul des paramètres

Les formules précédentes nous montrent que l'EIOPA a inclue le BE du *recoverable* et l'effet d'atténuation du risque grâce à la réassurance dans le risque de contrepartie.
Ici, nous nous intéressons aux calculs simplifiés de ces paramètres.

A) *Best estimate* des *recoverables*

Le BE des *recoverables* est la somme des *recoverables* sur les provisions de sinistres, sur les provisions de primes et sur les créances.

Nous évaluons ces trois BE séparément de la manière suivante :

1. Le *recoverable* sur les provisions de sinistres, répartie par la notation i, $REC_i^{sinistre}$ est obtenu par la formule suivante :

$$REC_i^{sinistre} = BE_{cédée}^{sinistre} * pourcentage\ de\ rating_i$$

2. BPCE Assurances possède des créances sur les réassureurs. Ces créances nées d'opération de réassurance correspondent à la différence des sinistres cédés non réglés par les réassureurs et les primes cédés non payées par la cédante. Pour simplifier notre calcul, nous supposons que les soldes financiers (primes cédées réduisant les commissions cédées et les sinistres cédés) des années antérieures ont déjà été réglés par les réassureurs. Ce qui nous conduit à avoir l'équation suivante :

$Créances =$
$réglement\ de\ la\ cédante\ sur\ sinistres\ surnenus$ à $l'année\ de\ l'évaluation\ cédés -$
$paiement\ de\ réassureur\ sur\ les\ sinistres\ survenus$ à $l'annéede\ l'évaluation -$
$Primes\ cédées\ de\ l'année\ de\ l'évaluation\ non\ encore\ payées$[29]

Donc le *recoverable* réparti par la notation i sur les créances, $REC_i^{créances}$ est calculé par les formules suivantes :

$$REC_i^{créances} = Créances * pourcentage\ de\ rating_i * coeff\ d'actualisation$$

[29] Prime cédée de l'année d'exercice courant vaut 0 dans notre cas, car nous avons supposé que la primes cédée de la réassurance ont totalement payés à la fin de l'année d'exercice courant. Et la PPNA cédée correspond à la prime de REC.

Avec

$$coeff\ d'actualisation = \frac{BE_{cédée}}{BE_{cédée}^{sinistre,non\ actualisée}}$$

Les créances nées d'opérations de réassurance correspondent aux comptes 6b, qui sont des comptes courant financiers.

3. Ainsi, le *recoverable* sur les provisions de prime, répartie par la notation i, REC_i^{prime} est égale à :

$$REC_i^{prime} = FP_{cédée} * pourcentage\ de\ rating_i * coeff\ d'actualisation$$

Nous devons avoir :

$$BE_{cédée}^{sinistres,non\ actualisée} = \sum_{i=1}^{nombre\ de\ ratings} Provision\ technique\ de\ réassurance\ par\ rating_i$$

Finalement, nous avons donc :

$$Recoverable_i = REC_i^{sinistre} + REC_i^{Autres\ créances} + REC_i^{prime}$$

B) Effet d'atténuation

Le risque d'atténuation du risque de contrepartie comprend les contrats, tels que les accords de réassurance, titrisation, produits dérivés et les créances des intermédiaires, ainsi que toute autre exposition de crédit non couverts dans les sous modules du risque. Il permet à la cédante de réduire son exposition au risque.

Le risque d'atténuation est calculé comme la différence entre le SCR de souscription brut de réassurance et le SCR de souscription net de réassurance.

Le calcul d'effet d'atténuation peut être simplifié comme suivant :

- Etape1 : calcul de $SCR_{nl}^{hyp} - SCR_{nl}^{without}$ pour toutes les contreparties en ensemble ;
- Etape 2 : calcul de $RM_{re,i}$ pour chaque contrepartie individuelle :

$$(SCR_{nl}^{hyp} - SCR_{nl}^{without})_i = \left(SCR_{nl}^{hyp} - SCR_{nl}^{without}\right) * \frac{REC_i}{REC_{total}}$$

Où :

- $REC_i = Recoverable_i$
- $REC_{total} = \sum_i Recoverable_i$
- SCR_{nl}^{hyp}= SCR de souscription brute de réassurance
- $SCR_{nl}^{without}$ = SCR de souscription net de réassurance

C) Collatéral

Le collatéral est un outil permettant d'atténuer le risque de contrepartie et donc de réduire l'exposition au risque de la cédante. En réassurance, le nantissement est un collatéral très utilisé. Le nantissement permet à la cédante de se protéger (récupération de titres ou actions) en cas de défaut de ses réassureurs. Il est défini lors de la conclusion du traité de réassurance.

Pour BPCE Assurances, il n'y a pas de dépôts chez un tiers. Nous pouvons donc calculer la valeur du collatéral par la formule simplifiée suivante:

$$Collateral_i = 85\% * MarketValue_i^{collateral}$$

Où est $MarketValue_i^{collateral}$ la valeur de nantissement par notation i.

Section 1.3. Probabilité de défaut

La probabilité de défaut de réassureur joue un rôle essentiel dans le calcul de risque de contrepartie sous QIS 5.

Dans le cadre de QIS 5, les probabilités de défaut de la contrepartie sont fournies selon les catégories suivantes :

- le réassureur est noté par une agence de notation[30], la probabilité de défaut est donnée avec la notation correspondante ;

Notation		**Probabilité de défaut p_i**
AAA	2000000	0.002%
AA	2000000	0.01%
A	2500000	0.05%
BBB	2500000	0.24%
BB	500000	1.2%
B	3000000	6.04%
CCC ou plus bas	3000000	30.41%

Tableau 20 : Probabilités de défaut avec la notation correspondante

[30] Une agence de notation est une entreprise ou une institution de la notation des collectivités ou des entreprises selon certains critères définis par une réglementation ou par les acteurs du marché. *Fitch Rating*, *Moody's* et *Standard* & *Poor's* sont les premières agences de notation.

Dans le cas où plusieurs notations sont attribuées à un réassureur, la deuxième plus haute notation sera appliquée.

- pour les réassureurs non notés mais soumise à la Directive Solvabilité II, leur probabilité de défaut dépendant du ratio de solvabilité (fond propre/SCR) sont déterminées comme suivant :

Ratio de solvabilité	**Probabilité de défaut p_i**
>200%	0.025%
>175%	0.050%
>150%	0.1%
>125%	0.2%
>100%	0.5%
>90%	1%
>80%	2%
≤80%	10%

Tableau 21 : Probabilités de défaut avec ratio de solvabilité correspondante

- pour les réassureurs non soumises à la Directive Solvabilité II, la probabilité est considérée égale à 30%. Pour les autres réassureurs non notés, une probabilité de 10% est appliquée.

Si la cédante a plusieurs contreparties qui ne sont pas indépendants, alors il est nécessaire d'attribuer une probabilité de défaut à l'ensemble des contreparties à charger. Cette probabilité globale de défaut devrait être la probabilité de moyenne pondérée des contreparties par les pertes correspondantes en cas de défaut. Dans la pratique, les réassureurs se réassurent entre eux et ils sont donc dépendants entre eux. Dans notre étude, nous supposons que les réassureurs sont indépendants entre eux.

Chapitre 2 : Minimisation du SCR de contrepartie : répartition de la réassurance par notation

Section 2.1. Principe de minimisation

Après avoir déterminé le couple « adéquate » coût de réassurance - SCR de souscription net de réassurance, nous mettons en œuvre ce couple optimal pour évaluer le SCR de contrepartie. Autrement dit, notre étude se limitera à la condition des caractéristiques de la réassurance correspondante.

Dans notre étude, nous ne nous intéresserons pas à la répartition de la réassurance par réassureur. Nous nous focalisons sur la répartition de la réassurance par rating. Pour ce fait, nous supposons que le nombre des réassureurs ayant la même notation vaut 1. Autrement dit, nous laissons de côté l'effet de diversification du nombre des réassureurs ayant la même notation. Il nécessite un arbitrage de la répartition de la réassurance par rating.

Nous recherchons la répartition de réassurance optimale qui donne un SCR de contrepartie minimal. Avec la contrainte que la répartition ne soit pas trop éloignée de celle de l'année 2011, afin que les réassureurs puissent accepter notre proposition. De plus, un réassureur ayant une meilleure notation n'accepte qu'une petite partie de risque d'une cédante, car tous les assureurs préfèrent avoir des réassureurs ayant une très bonne notation ; ces acteurs ne sont pas nombreux sur le marché de la réassurance et très demandés. En général, le réassureur ayant une meilleure notation demande un taux de prime plus élevé. Or, lors de notre tarification de réassurance, un taux de chargement moyen est appliqué. Nous supposons donc qu'il s'agit du même taux de prime pour tous les réassureurs.

Notation :

- $x_i$pourcentage de réassurance par notation i
- y_i le pourcentage de la réassurance par notation i en 2011

Nous introduisons donc une contrainte telle que les x_i a une variation de 10% par rapport à celui de 2011. La problématique est donc la suivante :

$$\begin{cases} \min\limits_{x_i} SCR_{contrepartie}(x_i) \\ sous\ contraintes \quad \sum\limits_{i} x_i = 1 \\ \max(y_i - 5\%, 0) \leq x_i \leq y_i + 5\% \end{cases}$$

Cependant, il est complexe d'effectuer cette minimisation sans restreindre certaines valeurs des x_i. Comme dans l'application numérique de la minimisation du couple du SCR de souscription non-vie, nous devons proposer des valeurs des x_i.

Section 2.2. Application numérique

2.2.1. Propositions des répartitions de la réassurance par notation

La répartition des engagements annuels des réassureurs 2011 de BPCE Assurances en RC Auto et diverses est présentée dans le tableau suivant :

Réassureurs	Notation	Part
ACE	AA-	5%
ARCH Ré	A+	3%
CCR	AAA	8%
Hannover	AA-	6%
Mapfre Ré	AA	15%
Odyssey	A-	10%
R+V	A+	15%
SCOR	A	25%
Secura	A	10%
Surassur	Non coté	3%

Tableau 22 : Répartition des engagements annuels des réassureurs 2011 en RC

BPCE Assurances a choisi de mettre sa propre notation A+ pour Surassur, afin de calculer le SCR de contrepartie.

Partant de la répartition de réassurance actuelle, nous proposons des options suivantes :

Option	AAA	AA	A	B	BB	BBB	CCC
a	8%	26%	66%	0%	0%	0%	0%
b	8%	30%	62%	0%	0%	0%	0%
c	8%	21%	71%	0%	0%	0%	0%
d	10%	26%	64%	0%	0%	0%	0%
e	10%	24%	66%	0%	0%	0%	0%
f	5%	31%	64%	0%	0%	0%	0%
g	5%	26%	69%	0%	0%	0%	0%

Tableau 23 : Répartition des parts de réassureurs

BPCE Assurances ne cède pas ses engagements aux réassureurs qui ont une notation inférieure à sa propre notation A+. Visuellement, l'option b et l'option d ont des parts des réassureurs AAA et AA plus importantes que les autres options. Ces deux options doivent donner des SCR de contreparties moins élevés.

2.2.2. Résultat

Le schéma suivant explicite les *inputs* nécessaires aux calculs de SCR de contrepartie de réassurance.

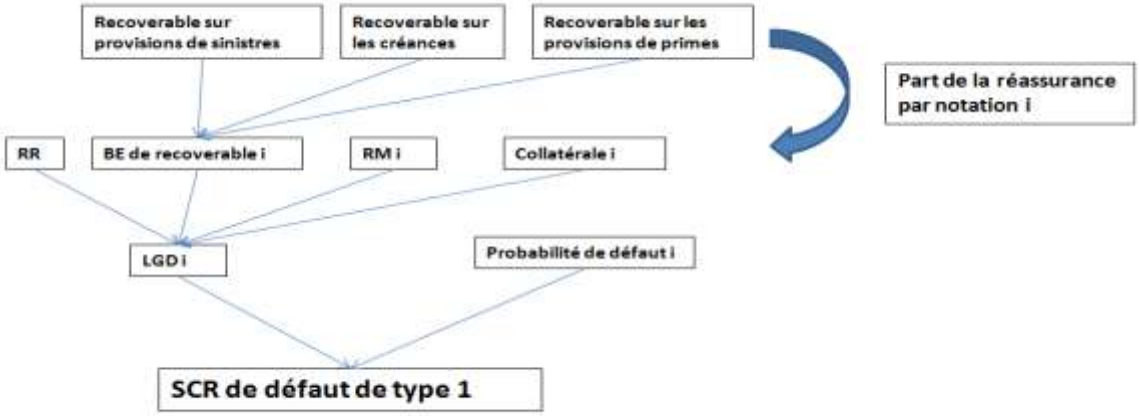


Figure 20 : Schéma des paramètres de SCR de contrepartie de réassurance

Nous calculons le SCR de défaut de type 1 en fournissant les paramètres par branche d'activité :

- Les BE sur les provisions de sinistres et sur les provisions de primes sont déjà calculés dans le chapitre 4 de la partie II, ainsi que l'effet d'atténuation de la réassurance.
- Le taux de recouvrement RR est de 50% pour BPCE Assurances.
- Les montants de nantissements[31] sont donnés par le service de comptabilité.
- La valeur de créances est calculée par une projection du ratio créances/(primes cédées).
- LGD des autres branches d'activité sont supposés constante par rapport à l'année 2009 afin de tenir compte l'effet de corrélation entre les branches.

Pour chaque option, les résultats de LGD sont exposés dans le tableau suivant :

Option	AAA	AA	A
a	13934277	13384261	34523422
b	13934277	13385822	34077603
c	13934277	15415925	32047500
d	13934277	10846930	36616495
e	14949609	13385261	33062832
f	12411278	15923592	33062832
g	11547086	11335567	38412995

Tableau 24 : Résultats de LGD pour chaque option

[31] Il s'agit de des valeurs de l'année 2009, en effet, nous ne pouvons pas estimer la valeur de marché de collatéral des réassureurs en 2012.

En appliquant les probabilités de défaut des contreparties dans la formule standard, nous obtenons le SCR de contrepartie suivant :

Option	SCR de défaut type 1	SCR de contreparties
a	2507795	11280628
b	2403139	11192954
c	2642003	11393476
d	2444606	11227658
e	2497612	11272084
f	2471522	11250208
g	2602971	11360609

Tableau 25 : Résultat de SCR de contrepartie

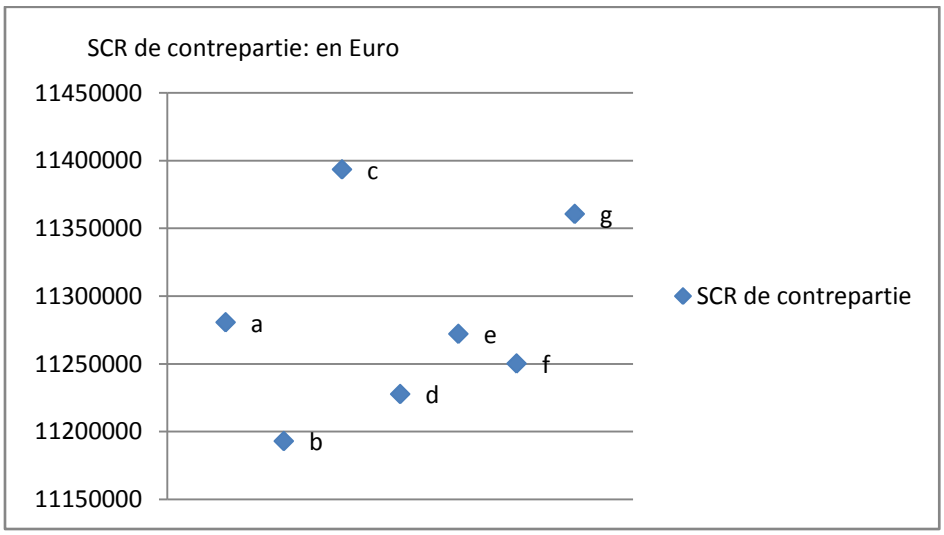


Figure 21 : Minimisation de SCR de contrepartie

Nous vérifions bien que l'option b et l'option d donnent un SCR de contrepartie moins élevé par rapport aux autres options. Nous constatons que l'option b donne une SCR de contrepartie minimum. La probabilité de défaut est un facteur déterminant dans le calcul de SCR de contrepartie, un petit d'écart des parts de réassureurs peut avoir une différence d'une centaine de milliers d'euros sur l'exigence de capital de contrepartie. Il semble bien que plus la probabilité de défaut des réassureurs est faible, plus le SCR de contrepartie est basse.

Conclusion

Jusqu'à présent, l'application numérique sur le SCR de contrepartie est basée sur le couple « adéquat » du coût de réassurance et du SCR de souscription non-vie. Il est possible qu'un autre couple donne une autre option que l'option b. En effet, certaines hypothèses sont utilisées pour simplifier le calcul : la valeur de marché du collatéral est supposée égale à celle de l'année 2009 et l'effet de diversification du nombre des réassureurs a été négligé.

Nous avons aussi laissé de côté le nombre des réassureurs. En réalité, l'effet de diversification des réassureurs impacte sur le calcul de SCR de contrepartie. Par rapport à la probabilité de défaut, cet effet est relativement faible.[32]

[32] Yi LANG (2010), « Evaluation des programmes de réassurance dans le référentiel Solvabilité II »

Conclusion générale

Tout au long de ce mémoire, nous nous sommes attachés à proposer un cheminement d'optimisation des programmes de réassurance en tenant compte de l'impact de celle-ci sur le SCR dans le cadre de Solvabilité II.

BPCE Assurances ayant des traités de réassurance prédéfinis, une étude sur ces traités est obligatoire afin de mener bien la tarification du prix de la réassurance non proportionnelle. Les niveaux de la priorité et de la portée impactent essentiellement le prix de la réassurance. Ainsi, les clauses inclues dans ces traités modifient la manière de prendre en compte les sinistres à la charge de la réassurance. Nous avons présenté les trois méthodes de tarification : tarification basée sur expérience, tarification probabiliste et tarification par expérience. Le choix d'une méthode de tarification de la réassurance non proportionnelle dépend des données disponibles.

La réassurance non proportionnelle impacte essentiellement et directement sur le SCR de souscription non-vie et le SCR de contrepartie. Afin de faciliter notre calcul, de nombreuses hypothèses ont été envisagées. Surtout sur les triangles de liquidation, nous avons prolongé les triangles de charge des sinistres graves selon la cadence de règlement des sinistres.

Nous avons expliqué la procédure de calcul du BE basée sur les méthodes de *Chain-Ladder* déterministe et stochastique afin de calculer les provisions. Le choix de la méthode de projection du triangle supérieur sur la partie inférieure a un impact sur la valeur des provisions. Ces dernières sont réparties selon la cadence de paiement, ce qui nous permet d'obtenir les montants des *cash flow* futurs.

Une fois que les données passives sont à notre disposition, nous avons calculé les SCR de souscription non-vie pour chaque option proposée. La minimisation graphique du couple coût de réassurance - SCR de souscription non-vie permet uniquement d'éliminer certaines options proposées. L'étude sur la concentration des sinistres graves permet de choisir une option « adéquate » parmi les options non éliminées.

En appliquant les valeurs du couple « adéquat » dans le calcul de SCR de contrepartie avec des propositions des parts de la réassurance par notation, nous avons calculé le SCR de contrepartie correspondant. Nous avons remarqué qu'un petit écart de la répartition des parts de réassurance par notation peut donner une grande différence entre les valeurs de SCR de contrepartie.

Cette approche fournit un ordre de grandeur quantitative du SCR de souscription non-vie et du SCR de contrepartie de la cédante. En effet, de nombreuses hypothèses sont supposées dans leur évaluation. Notre approche apporte une aide à la détermination des caractéristiques du traité de la réassurance. En revanche, elle ne permet pas de déterminer une option des caractéristiques de la réassurance optimale.

Bibliographie

[1] Acam (2007), « Rapport du groupe de travail sur le calcul du *best estimate* en assurance dommages »

[2] Altia (2011), « Formation générale sur le bilan prudentiel (SII) à destination des services comptables de BPCE Assurances »

[3] AonBenfield (2010), « Documents de la formation à la réassurance »

[4] BALSON Nathalie (2008), « Les méthodes stochastiques de provisionnement et incertitude sur l'estimation »

[5] BLONDEAU Jacques, PARTRAT Christian (2006), « LA REASSURANCE Approche technique », ECONOMICA.

[6] BOYER CHAMMARD Romain (2011), Cours de l'université Paris Dauphine, « Théorie de la réassurance »

[7] CHARPENTIER Arthur (2009), « Les modèles en réassurance »

[8] COURMONT Benoit, IZART Christophe (2003), Thèse d'Actuariat « Détermination d'un plan de réassurance optimal pour une société d'assurance non-vie ».

[9] GIBELLO Hélène, LEBRUN Benoît (2004), « Crédibilisation des méthodes de provisionnement non-vie»

[10] JAZIRI Selma (2011), « Méthodes de provisionnement non-vie et risque de réserve à un an »

[11] Mazars (2005), « *Solvency II* »

[12] MONTADOR Laurent (2011), Cours de l'université Paris Dauphine, « Pratique de la réassurance »

[13] PARTRAT Christian (2004), « Evaluation stochastique de la provision pour sinistres »

[14] PEI Yu (2008), « Modélisation du capital économique : le risque de souscription non-vie ».

[15] SAUVET Clélia (2006), Mémoire d'Actuariat « *Solvency II*-Quelle modélisation stochastique des provisions techniques prévoyance et non-vis »

[16] Solvabilité II, Consultation papers 15-20 du CEIOPS

[17] Swiss Re (2010), « Le guide essentiel de la réassurance »

[18] Swiss Re, « Introduction à la tarification en réassurance RC et accident »

[19] WALHIN Jean-François, PARIS José, « *Excess of loss reinsurance with reinstatements : premium calculation and ruin probability of the cedent* »

[20] WALHIN Jean-François, PARIS José, « *The effect of excess of loss reinsurance with reinstatements on the cedent's portfolio* »

[21] WITDOUCK Sofie and WALHIN Jean-François, « *Some Remarks on the Cedent's Retention Risk in Presence of an Annual Aggregate Deductible or Reinstatements* »

Annexes

Annexe 1 : Clause de Reconstitution de Garanties

Nous considérons un traité p XS 0, avec r reconstitutions payables à r_i%. Notons P_0 la prime pure de base, S_N la charge cédée à la réassurance et $\{P^1, \dots, P^r\}$ primes de chaque reconstitution.

L'égalité entre l'espérance de prime et l'espérance de coût nous permet de calculer la prime pure de base P_0: $E(prime) = E(coût)$

Les primes de REC sont calculées de manière suivante :

1er REC : $\begin{cases} P = P_0 & P^1 = 0 & si\ S_N = 0 \\ P = P_0 + r_1 P_0 \frac{S_N}{P} & P^1 = r_1 P_0 \frac{S_N}{P} & si\ \ 0 < S_N \leq p \\ P = P_0 + r_1 P_0 & P^1 = r_1 P_0 & si\quad S_N > p \end{cases}$

2e REC : $\begin{cases} P^2 = 0 & si\ 0 \leq S_N \leq p \\ P^2 = r_2 P_0 \frac{S_N - p}{P} & si\ \ p \leq S_N \leq 2p \\ P^2 = r_2 P_0 & si\quad S_N > 2p \end{cases}$

i-ème REC : $\begin{cases} P^i = 0 & si\ 0 \leq S_N \leq (i-1)p \\ P^i = r_i P_0 \frac{S_N - (i-1)p}{P} & si\ \ (i-1)p \leq S_N \leq ip \\ P^i = r_i P_0 & si\quad S_N > ip \end{cases}$

soit $P^i = r_i \frac{P_0}{p}[S_N - (i-1)p]1_{((i-1)p \leq S_N \leq ip)} + p1_{(S_N > ip)}$

Nous déduisons la prime totale payée au réassureur, ainsi que le coût total:

$$Prime = P_0 + \sum_{i=1}^{r} P^i$$

$$Coût = S_N 1_{(S_N \leq (r+1)P)} + (r+1)p1_{(S_N > (r+1)P)}$$

$$P_0 = \frac{\sum_{i=1}^{r+1} P_i}{1 + \sum_{i=1}^{r} r_i \frac{P_i}{p}}$$

Avec $P_i = E[S_N - (i-1)p]1_{((i-1)p \leq S_N \leq ip)} + p1_{(S_N > ip)}$

Où P_i désigne la prime pure de l'excédent de sinistre p XS (i-1)p.

Annexe 2 : Lois de la fréquence et de la sévérité pour chaque ligne d'activité de BPCE Assurance

- GAV :
  - Petits sinistres (inférieurs à 150K€)
    - fréquence loi de Poisson (mean : 278)
    - sévérité loi lognormale (mean : 16903, Std deviation : 20375)
  - Moyens sinistres (supérieurs ou égaux à 150K€)
    - fréquence loi de Poisson (mean : 14)
    - sévérité loi Pareto (Alpha : 0,8636, Ballast : 3.2615) en M€

- RC auto:
  - Sinistres de 200K€ à 600K€
    - Fréquence loi de Poisson (mean: 22)
    - Sévérité loi Pareto (Alpha : 326647.612, Ballast: 101315.4)
  - Sinistre supérieurs à 600K€
    - Fréquence Loi de Poisson (mean : 6)
    - Sévérité loi LogNormal (mean : 2344578.22, std : 1808875)

- RC MRH :
  - Petits sinistres (150K€ à 1M€)
    - Fréquence loi de Poisson (mean: 8)
    - Sévérité loi Normale (mean: 160000, std: 275000)
  - Gros sinistres (>1M€)
    - Fréquence loi de Poisson (mean: 4)
    - Sévérité loi de LogLogistic (mean: 3.5, std : 170000)

Annexe 3 : Couverture « No Free Lunche »

La loi de Pareto est utilisée pour tarifier la portion de tranche qui n'a historiquement jamais été touchée complètement :

$$f(x, x_m, k) = \frac{k x_m^k}{x^{k+1}}$$

Le fait qu'une loi Pareto tronquée est toujours une loi de Pareto permet de définir le coût espéré à la tranche w XS p :

$$EL = \int_p^{p+w} (x-p) \frac{k x_m^k}{x^{k+1}} dx + \int_{p+w}^{+\infty} w \frac{k x_m^k}{x^{k+1}} dx$$

$$EL = \begin{cases} \frac{p}{1-k}(RL^{1-k} - 1) & pour\ k \neq 1 \\ p \log(RL) & pour\ k = 1 \end{cases}$$

Avec $RL = \frac{p+w}{w}$, appelé longueur relative de la tranche.

En supposant que nous connaissons la fréquence des sinistres supérieurs à x_m, nous pouvons calculer la fréquence des sinistres supérieurs à x :

$$FQ(x) = FQ(x_m)\mathbb{P}(X > x) = FQ(x_m)\left(\frac{x_m}{x}\right)^k$$

La prime de risque à demander est donc égale à :

$$PR = FQ(p) * EL = \begin{cases} FQ(x_m)\left(\frac{x_m}{p}\right)^k \frac{p}{1-k}(RL^{1-k} - 1) & pour\ k \neq 1 \\ FQ(x_m) x_m \log(RL) & pour\ k = 1 \end{cases}$$

Ainsi, le prix de la couverture non utilisée est obtenu en remplaçant la priorité p par le sinistre maximum constaté.

Annexe 4 : Lois de la fréquence et de la sinistralité

Notons N la variable aléatoire réelle nombre totale de sinistre annuel.

Distribution paramètres	Poisson$P(\lambda)$, $\lambda > 0$	Binomiale Négative NegBin(r, p) $r \in \mathbb{N}^*,\ p \in]0,1[$
Loi de probabilité	$P(N=k) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^k}{k!}$	$P(N=k) = \binom{k+r-1}{k} * p^k * (1-p)^r$
Espérance	$E(N) = \lambda$	$E(N) = r\frac{p}{1-p}$
Variance	$Var(N) = \lambda$	$Var(N) = r\frac{p}{(1-p)^2}$

Tableau1 : Lois usuelles de fréquence de sinistre

Distribution paramètres	Pareto $P(x_m, k)$ avec $x_m > 0, k > 0, x > x_m$	Log Normale $LN(x_m, m, \sigma)$ avec $x_m > 0, m \in \mathbb{R}, \sigma > 0, x > x_m$
Densité de probabilité	$f(x, x_m, k) = \frac{kx_m^k}{x^{k+1}}$	$f(x, x_m, m, \sigma) = \frac{e^{\frac{(\ln(x-x_m)-m)^2}{2\sigma^2}}}{\sqrt{2\Pi}\sigma(x-x_m)}$
Fonction de répartition	$F(x) = 1 - (\frac{x_m}{x})^k$	$F(x) = \Phi(\frac{\ln(x-x_m)-m}{\sigma})$
Espérance	$E(X) = \frac{kx_m}{k-1}$, $k > 1$	$E(X) = e^{m+\frac{\sigma^2}{2}}$
Variance	$Var(X) = \frac{x_m^2 k}{(k-1)^2(k-2)}$ k>2	$Var(X) = (e^{\sigma^2} - 1)e^{2m+\sigma^2}$

Tableau 2 : Lois usuelles de sévérité de sinistre

Annexe 5 : Fonction H(r)

Nous observons une réalisation de la variable aléatoire réelle N suivant une loi Binomiale Négative $N_1(\omega) = n_1, \dots, N_k(\omega) = n_k$.

La logarithme de la vraisemblance l(r,p) cet échantillon s'écrit :

$$\max_{r \in]0,+\infty[, p \in]0,1[} l(r,p) = \max_{r \in]0,+\infty[} \left(\max_{p \in]0,1[} l(r,p) \right)$$

$$\prod_{k=1}^{K} f_{N_K}(n_k) = \prod_{k=1}^{K} \left(\binom{n_k + r - 1}{n_k} * p^{n_k} * (1-p)^r \right)$$

$$= (1-p)^{rK} \left(\prod_{k=1}^{K} \frac{(n_k + r - 1)!}{(r-1)!} \right) p^{\sum_{k=1}^{K} n_k} \prod_{k=1}^{K} \frac{1}{n_k!}$$

$$l(r,p) = \log\left(\prod_{k=1}^{K} f_{N_K}(n_k) \right)$$

$$= \left(\sum_{k=1}^{K} n_k \right) \log(p) + rK log(1-p) + \sum_{k=1}^{K} \log\left(\frac{(n_k + r - 1)!}{(r-1)!} \right) + constante$$

Pour qu'il ait des solutions, il faut que $\widehat{m} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^{K} n_k$ soit strictement positif.

$$\widehat{m} > 0 \iff \sum_{k=1}^{K} n_k > 0$$

Cette condition est vérifiée, car les $\{n_1, \dots, n_K\}$ sont tous positifs.

La fonction $\varphi(p) : p \to \widehat{m} \log(p) + r log(1-p)$ permet d'obtenir l'estimation de p.

$$\varphi'(p) = 0 \Leftrightarrow \hat{p} = \frac{\widehat{m}}{r + \widehat{m}} = p(r)$$

$\hat{p} \in]0,1[$ car $\widehat{m} > 0$ et $r > 0$.

Notons $\mathrm{H(r)} = \mathrm{l(r, p(r))}$, donc :

$$\mathrm{H(r)} = \mathrm{K\widehat{m}} \log\left(\frac{\widehat{\mathrm{m}}}{\mathrm{r} + \widehat{\mathrm{m}}} \right) + \mathrm{rK} * \log\left(\frac{\mathrm{r}}{\mathrm{r} + \widehat{\mathrm{m}}} \right)$$

$$+ \sum_{\mathrm{k}=1}^{\mathrm{K}} 1_{(\mathrm{n_k} \geq 1)} (\log(\mathrm{r}) + \log(\mathrm{r}+1) + \cdots + \log(\mathrm{r} + \mathrm{n_k} - 1)) + \mathrm{constante}$$

$$H'(r) = -\frac{K\widehat{m}}{r+\widehat{m}} + K * log\left(\frac{r}{r+\widehat{m}}\right) + K - \frac{rK}{r+\widehat{m}} + \sum_{k=1}^{K} 1_{(\mathrm{n_k}\geq 1)}\left(\frac{1}{\mathrm{r}} + \frac{1}{\mathrm{r}+1} + \cdots + \frac{1}{\mathrm{r}+\mathrm{n_k}-1}\right)$$

Finalement, nous avons

$$H(r) = K * \log\left(\frac{r}{r+\widehat{m}}\right) + \sum_{k=1}^{K} 1_{\{n_k\geq 1\}}\left(\frac{1}{r} + \cdots + \frac{1}{r+\mathrm{n_k}-1}\right)$$

Annexe 6 : Volatilité du risque de prime

LoB	*Standard deviation for premium risk (net of reinsurance)*
Motor vehicle liability	$10\%*NP_{lob}$
Other motor	$7\%*NP_{lob}$
MAT	$17\%*NP_{lob}$
Fire	$10\%*NP_{lob}$
3rd-party liability	$15\%*NP_{lob}$
Credit	$21.5\%*NP_{lob}$
Legal expenses	$6.5\%*NP_{lob}$
Assitance	$5\%*NP_{lob}$
Miscellaneous	$13\%*NP_{lob}$
Np reins (prop)	*17.5%*
Np reins (cas)	*17%*
Np reins (MAT)	*16%*

Tableau 3 : Volatilité du risque de prime

Annexe 7 : Programme SAS *Mont- Carlo* en RC Auto

```
options mprint symbolgen;
%macro monte_carlo(N,pf1,pf2,ps1,ps2,ps3,ps4,tab_op);

/* nombre d'options*/
      proc sql noprint;
            select count(*) into :nb_op
            from &tab_op;
      quit;

      proc iml;
            F=J(&N,2,0);
            nb=J(1,1,0);  /*nombre total de sinistres pour les 2 types de
sévérité*/

      /*simulation des lois de fréquence*/
            %do i=1 %to &N;
                  F[&i,1]=ranpoi(0,&pf1);
                  nb[1,1]=F[&i,1]+nb[1,1];
                  F[&i,2]=ranpoi(0,&pf2);
                  nb[1,1]=F[&i,2]+nb[1,1];

            %end;

            create freq from f;
            append from f;
            close f;

            create nb from nb;
            append from nb;
            close nb;
      quit;

      data _null_;
            set freq end=eof;
            call symput('nb1'||left(put(_n_,best.)),col1);
            call symput('nb2'||left(put(_n_,best.)),col2);
      run;

      %do i=1 %to &N;

            proc iml;
                  use nb;
                  read all into nb;

                  /*simulation des lois de sévérité correspondantes*/
                  s=J((&&nb1&i..+&&nb2&i..+&&nb3&i..+&&nb4&i..),1,0);
/*vecteur colonne stocke tous les sinistres: en altenance de pareto et
lognormal*/
                  pos=J(1,1,0);

                  %do j=1 %to &&nb1&i.. ;

                  /* simulation de la loi de Pareto*/
                        y=J(1,1,0);
                        y[1,1]=ranuni(1);           /*simulation de la loi
uniforme*/
                        s[&j+pos[1,1],1]=&ps1/((y/(1-y))**(1/&ps2));
/*simulation de la loi pareto*/
                        if s[&j+pos[1,1],1]<200000
```

```
                        then s[&j+pos[1,1],1]=200000;
                        if s[&j+pos[1,1],1]>600000
                        then s[&j+pos[1,1],1]=600000;
                  %end;
                  pos[1,1]=&&nb1&i..+pos[1,1];

                  %do j=1 %to &&nb2&i. ;

                  /* simulation de la loi de lognormal*/
                        y=J(1,1,0);
                        y[1,1]=&ps3+(&ps4)*rannor(1);
                  s[&j+pos[1,1],1]=exp(y[1,1]);
                        if s[&j+pos[1,1],1]<600000
                        then s[&j+pos[1,1],1]=600000;
                  %end;
                  pos[1,1]=&&nb2&i..+pos[1,1];


                  create charge_brut&i from s;
                  append from s;
                  close charge_brut&i;
            quit;

            /*application de la réassurance*/
            %macro charge_cedee(tab1,tab2);

                  data _null_;
                        set &tab1 end=eof;
                        call symput('portee'!!left(put(_n_, best.)),
portee);
                        call symput('prio'!!left(put(_n_, best.)),
priorite);
                        call symput('agg'!!left(put(_n_, best.)), agg_deb);
                        if eof then call symput('max_opt', _n_);
                  run;

                  data charge_cedee&i;
                        set &tab2;
                        %do j = 1 %to &max_opt.;
                        col1_&j= min(&&portee&j, max(col1-&&prio&j, 0) );
                        %end;
                  run;
            %mend;

            %charge_cedee(tab1=&tab_op,tab2=rc_sim.charge_brut&i);

            Proc sql ;
                  Create table charge_cedee&i as
                  Select  %do j=1 %to 11;
                  sum(col1_&j) as charge_cedee_&j,
            %end;
            sum(col1) as charge_brute
                  from charge_cedee&i ;
            quit ;

            data chg_cedee_&i;
                  set charge_cedee&i;
                  %do j=1 %to &nb_op;
                        charge_cedee_&j=max(charge_cedee_&j-&&agg&j,0);
                  %end;
            run;
```

```
	%end;

	data charge_cedee;
		set %do i=1 %to &N;
			chg_cedee_&i
		%end;
		;
	run;

	Proc sql ;
		Create table esperance as
		Select  %do i=1 %to 11;
			mean(charge_cedee_&i) as charge_cedee_&i,
	  %end;
	  mean(charge_brute) as charge_brute
		from charge_cedee ;
	quit ;

%mend;
```

Annexe 8 : Programme SAS de méthode de *Chain-Ladder*

```
%macro chain_ladder(tab);
      proc sql noprint;
            select count(*) into : nb
            from &tab;
      quit;
%put &nb;

      proc iml;
            use &tab;
            read all into X;

            f=J(2,&nb,0);
            %do j=1 %to &nb;
                  %do i=1 %to &nb-&j;
                        f[2,1]=X[&i,&j+1]+f[2,1];
                        f[2,2]=X[&i,&j]+f[2,2];
                  %end;
                  f[1,&j]=f[2,1]/f[2,2];
                  f[2,1]=0;
                  f[2,2]=0;
            %end;

            %do i=1 %to &nb;
                  %do j=1 %to &nb;
                        if X[&i,&j]=. then X[&i,&j]=f[1,&j-1]*X[&i,&j-1];
                  %end;
            %end;
            print f;
      print X;

            create &tab._cl from X;
            append from X;
            close &tab._cl;

      quit;


%mend;
```

Annexe 9 : Modèle Poisson Sur-Dispersé (ODP)

Nous présenterons dans la suite le modèle Poisson Sur-Dispersé (*Over-Dispersed Poisson* : ODP) qui est un cas particulier des modèles linéaires généralisés (*Generalized Linear Models* : GLM[33]).

Modèle ODP

Le modèle ODP est fondé sur un modèle GLM et travaillé sur des triangles de montants incrémentaux.
L'idée principale est que la variable D/φ suit une loi de Poisson :

- $D_{i,j} \sim ODP(\mu_{i,j}, \varphi)$: φ est la sur-dispersion
- $\mathbb{E}(D_{i,j}) = \mu_{i,j}$ et $\mathbb{V}(D_{i,j}) = \varphi\mu_{i,j}$

La fonction de lien logarithmique avec le modèle GLM : $g(\mu) = \theta = \log(\mu)$, nous impose à chercher les variables explicatives. Dans la modélisation d'un triangle de liquidation, les variables correspondent naturellement aux deux directions du triangle :

- l_i des années de survenance : représentatives de l'effet volume du portefeuille, effet ligne
- c_j des années de développement : représentatives de l'effet cadence de paiement, effet colonne

Le modèle à étudier est donc $\log(\mu_{i,j}) = l_i + c_j + c$.

Les variables l_i sont par nature qualitatives et sont codée sous forme binaire :

- 1 si l'entrée du triangle considérée appartient à l'année de souvenance
- 0 sinon

Les variables c_j sont par nature quantitatives discrètes et sont codées comme suit :

- $c_j = j, \ \forall j \in [\![0, n]\!]$

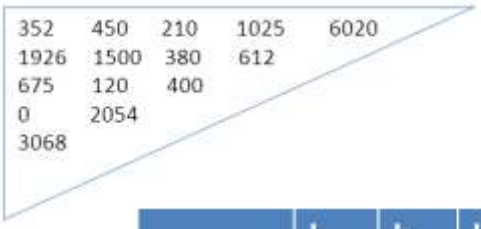
La constante c permet de limiter les effets inflations sur l'hypothèse que l'inflation est constante. Mais cette hypothèse est rarement vérifiée. Le modèle à effet calendaire de Gluck & Venter (2009) permet de traiter cette limite. Ici, nous ne nous intéressons pas à étudier le modèle de Gluck & Venter.

Les intérêts de ce modèle sont :

- Par rapport à une modèle avec une loi de Poisson, plus flexible en permettant à la variance d'être différente de la moyenne des réponses.
- Paramètres estimés par maximum de vraisemblance : l_i, c_j et c

[33] GLM est un modèle stochastique factoriel. Voir annexe : Modèles linéaires généralisés

Exemple de matrice de régression :



	I_1	I_2	I_3	I_4	I_5	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5
352	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
450	1	0	0	0	0	0	2	0	0	0
210	1	0	0	0	0	0	0	3	0	0
1025	1	0	0	0	0	0	0	0	4	0
6020	1	0	0	0	0	0	0	0	0	5
1926	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0
⋮										

Figure 1 : Matrice de régression

A partir de la matrice de régression, nous pouvons estimer $\hat{\mu}_{i,j}$.

La procédure de *Bootstrap* repose sur l'hypothèse d'indépendance et la distribution identique des lois de chacun des éléments de l'échantillon.

Pour obtenir la distribution de la variable D, nous utilisons le modèle de *Bootstrap*.

e) *Bootstrap* sur les résidus de *Pearson*

La procédure de *Bootstrap* repose sur l'hypothèse d'indépendance et la distribution identique des lois de chacun des éléments de l'échantillon.

Les paiements incrémentaux observés ne sont pas évidemment indépendants, ce qui pose le problème dans le modèle de *Bootstrap*. Il faut donc normer ces incréments. Nous utilisons des résidus de Pearson calculé à partir des règlements incrémentaux.

Les résidus de Pearson sont définis par la formule suivante:

$$r = \frac{D - \hat{\mu}}{\sqrt{\mathbb{v}(\hat{\mu})}}$$

La procédure de Bootstrap des résidus de Pearson est suivante:

vi. Calcul des résidus de Pearson $r = (r_1, \dots, r_k)$ [34]obtenus après application du modèle de ODP à la variable d'observation D.

[34] Le vecteur r correspond au triangle des résidus, donc le vecteur est de taille n*(n+1)/2.

vii. A partir du vecteur des résidus r, k tirages équiprobables pour obtenir un nouveau vecteur des résidus $r' = (r'_1, \dots , r'_k)$;

viii. A partir du vecteur r' , définir une nouvelle variable d'observation «bootstrapée» : $D' = \hat{\mu} + \sqrt{\mathbb{V}(\hat{\mu})} * r'$

ix. Renouvellement de N fois des étapes b) et c) pour obtenir N valeurs $D' = (D'_1, \dots , D'_N)$: distribution empirique de D'.

x. Calcul de la moyenne empirique et de la volatilité relative à D'.

Annexe 10 : Résultats intermédiaires du calcul de SCR de souscription non-vie

a) Cadence de règlement de sinistres net de recours et brute de réassurance

	Cadence de règlement de sinistres net de recours et brute de réassurance	Cadence de règlement de sinistres net de recours et brute de réassurance (Incrémental)
2/1	7,06%	7,06%
3/2	32,64%	25,58%
4/3	45,43%	12,79%
5/4	58,00%	12,57%
6/5	74,34%	16,34%
7/6	84,40%	10,06%
8/7	90,79%	6,39%
9/8	94,68%	3,89%
10/9	96,99%	2,31%
11/10	98,35%	1,36%
12/11	99,13%	0,78%
13/12	99,59%	0,46%
14/13	99,85%	0,26%
15/14	100,00%	0,15%

Tableau 4 : Cadence de règlement des sinistres net de recours et brut de réassurance

b) Triangle de recours encaissés

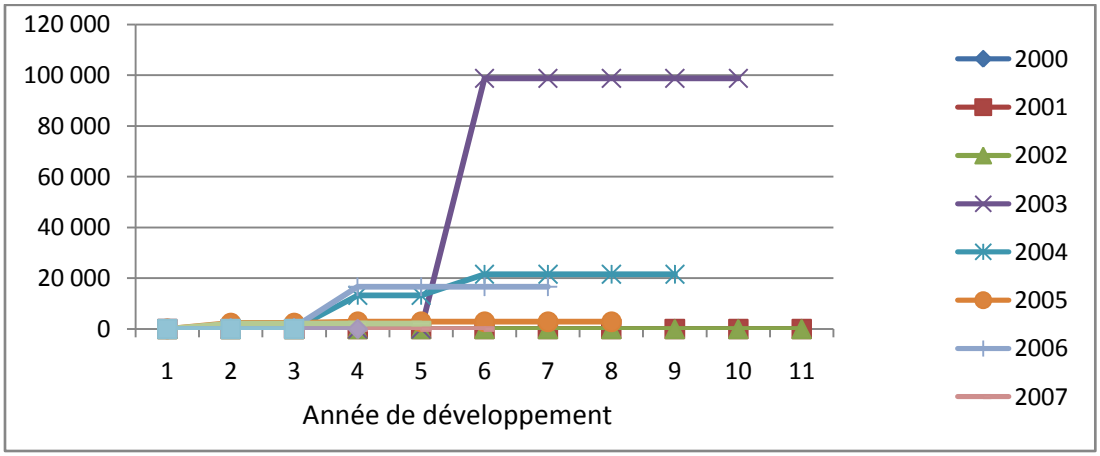


Figure 2 : Evolution de recours encaissés

Nous constatons que l'évolution des recours encaissés est stable, sauf celle des années de survenance 2003, 2004 et 2009. Néanmoins, pour les 3 premières années de survenance, les montants sont stables au bout de 6 ans. Nous projetons constamment l'année de survenance 2000 et nous estimons les recours encaissés de l'année 2012 par le produit entre la charge ultime et la moyenne des taux de recours encaissés des années précédentes. Afin de remplir l'intérieur du triangle, nous utilisons la règle de trois.

La méthode décrite au-dessus est résumé dans la figure suivant :

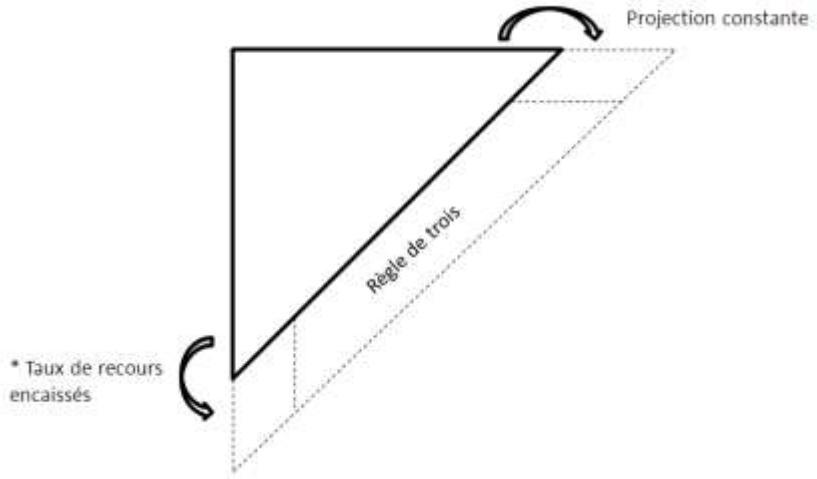


Figure 3 : Schéma de remplissage du triangle jusqu'à 2012

c) Provision de sinistres

Avec les triangles vus précédemment (triangle de règlement et triangle de recours encaissés), l'application de la méthode du calcul du BE, abordée dans le chapitre 2, nous donne le résultat suivant :

Année de survenance	Provision de sinistres
2000	2670
2001	121 987
2002	19 861 180
2003	1 927 315
2004	2 708 688
2005	903 443
2006	9 313 485
2007	4 141 179
2008	13 553 082
2009	7 434 673
2010	3 249 951
2011	1 706 334
2012	13 311 577

Tableau 5 : Provision de sinistres brute de réassurance

Puisque nous travaillons sur les triangles de sinistres graves, la charge ultime brute des sinistres attritionnels est ajoutée. Afin d'évaluer la charge attritionnelle des sinistres survenus en 2012, une estimation est faite selon la proportion de la charge des sinistres attritionnels par rapport à la charge grave des années antérieures. Notre étude n'a pas pour objectif de calculer la valeur exacte du SCR. Elle a pour but d'estimer le SCR pour l'année 2012 et de déterminer le meilleur programme de réassurance si possible.

Année de survenance	Provisions pour les sinistres attritionnels nettes de recours	Provisions pour les sinistres graves nettes de recours	Provisions pour sinistres nettes de recours totales brutes de réassurance
2000	563,3163	2670	3234
2001	338,63	121 987	122 325
2002	798,5831	19 861 180	19 861 979
2003	1022,859	1 927 315	1 928 338
2004	20891,374	2 708 688	2 729 579
2005	66774,5262	903 443	970 217
2006	185133,156	9 313 485	9 498 618
2007	671714,2985	4 141 179	4 812 894
2008	4276836,514	13 553 082	18 032 563
2009	10597889,65	7 434 673	3 272 476
2010	22525,03443	3 249 951	2 463 386
2011	757051,3258	1 706 334	18 738 484
2012	5426906,204	13 311 577	17 829 919

Tableau 6 : Provisions pour sinistres brut net de recours

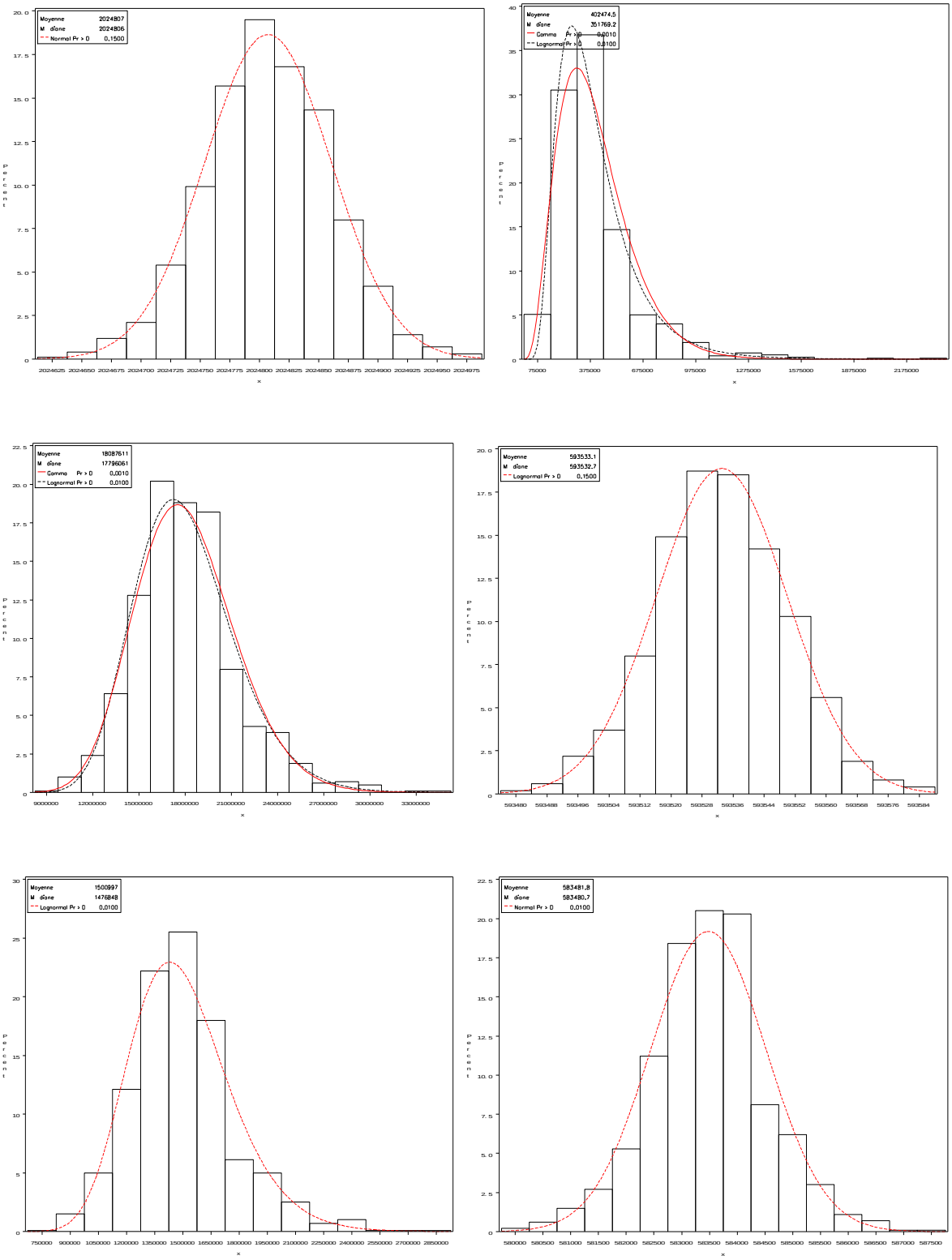
De la même manière, selon la procédure du calcul du BE, nous obtenons les résultats suivants :

Année	Primes futures acquises brute de réassurance non actualisées	BE de sinistres brut et net de recours	BE de frais sur sinistres non actualisé
2013	1 069 264	39 516 734	13 829 612
2014	534 632	23 833 620	7 222 307
2015	525 436	15 584 729	4 243 351
2016	683 025	9 039 823	982 316
2017	420 516	5 330 544	552 144
2018	267 107	3 132 451	281 195
2019	162 605	1 839 771	164 465
2020	96 560	986 690	34 577
2021	56 849	546 171	20 353
2022	32 605	254 079	11 675
2023	19 228	111 248	6 883
2024	10 868	57 907	3 891
2025	6 270	30 243	2 227
2026	0	0	0
2027	0	0	0

Tableau 7 : BE de provisions non actualisés

Afin d'actualiser les BE, BPCE Assurances utilise la courbe de taux avec prime de liquidité à 50% de l'année 2010 fournie pas l'EIOPA.

Ainsi, le BE pour provisions cédées est évalué de la même façon. Nous avons utilisé la méthode de *Chain-ladder* Stochastique, et nous obtenons des graphiques suivants :



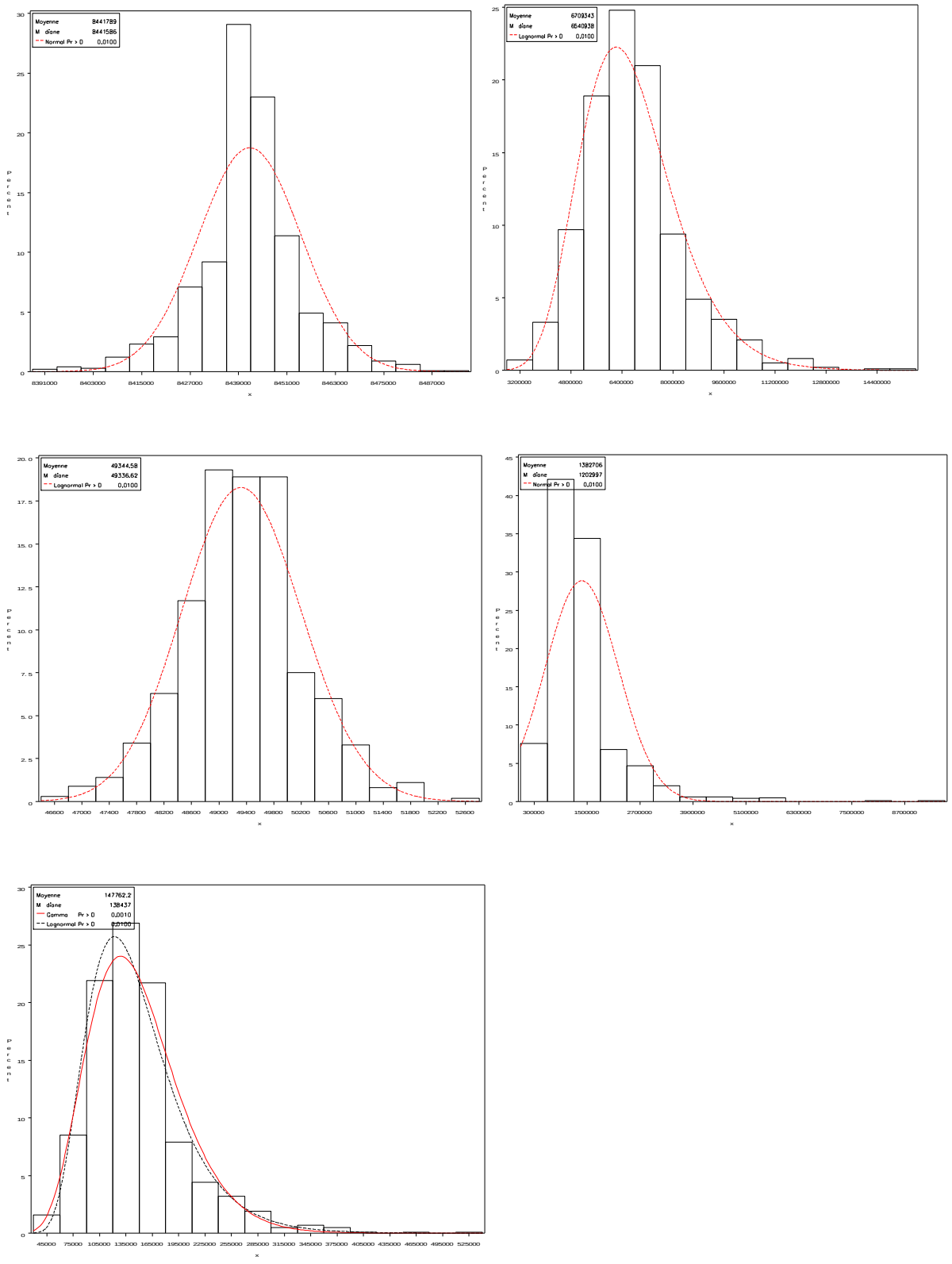


Figure 4 : Distributions des lois des provisions pour les années de survenance de 2000 à 2010

Nous constatons qu'ils ne s'agissent pas de la même loi statistique pour les provisions de chaque année de survenance. Ceci peut être du à la volatilité des sinistres graves.

Annexe 11 : Abréviations retenues

BE : *Best Estimate*
CatNat: Catastrophes Naturelles
CCR : Capital Constitutif de Rente
CoC: *Cost of Capital*
DAB: Dommages Aux Biens
FDN: Force De la Nature
GAV: Garantie des Accident de la Vie
GLM : *Generalized Linear Models*
IBNER : *Incurred But Not Enough Reserved*
IBNR: *Incurred But Not Reported*
IBNYR : *Incurred But Not Yet Reported*
MLE: *Maximum Likehood Estimation*
ODP: *Over-Dispersed Poisson*
PPNA : Provision pour Primes Non Acquises
PSAP : Provision pour Sinistres A Payer
PT : Provisions Techniques
QIS: *Quantitative Impact Studies*
RC: Responsabilité Civile
RCD: Responsabilités Civiles Diverses
REC: Reconstitution
S&P: *Standard and Poor's*
SCR: *Solvency Capital Requirement*
USP : *Undertaking Specific Parameters*