

Recherche de la duration optimale

Optimisation par algorithme génétique

Mémoire - Septembre 2008

Présenté devant

**L'Institut de Statistique
de l'Université Pierre et Marie Curie**

Pour l'obtention

**Diplôme de Statisticien
Mention Actuariat**

Par Mlle : Achraf Ben Lamine

Responsable du stage : Josia Adjavon

RESUME

L'objet de ce mémoire effectué chez BNP Paribas Assurance est la recherche de la duration optimale de la poche obligataire d'un des portefeuilles épargnes de la société. Cette étude porte donc, d'une part, sur la répartition optimale entre les différentes catégories d'actif au sein du R.332-19(en gardant fixe la part du R332-20 au 31/12/2007) et d'autre part sur l'amélioration de la méthode d'optimisation utilisée.

La méthode retenue consiste à modéliser de manière dynamique le bilan et le compte de résultat de la compagnie. Cette méthode est rendue possible grâce à l'utilisation d'un modèle d'évolution stochastique des conditions de marché. Elle est communément appelée méthode des DCF (Discounted Cash Flows). Le principe repose sur l'actualisation des flux de trésorerie disponible.

Le principe est de simuler l'ensemble de la courbe des taux sur plusieurs années et ainsi de calculer la valeur des actifs en utilisant la formule de Black & Scholes. Ces simulations se font à partir de 1000 scénarii financiers. Pour cela, la gestion actif-passif de BNP Paribas Assurance (ALM) s'est doté d'un outil de projection : le logiciel Prophet développé par la société Sungard.

Les résultats que nous obtenons grâce à la méthode de Monte Carlo permettent d'évaluer les résultats futurs de l'assureur.

L'allocation stratégique obtenue est basée sur l'optimisation du couple rendement/risque. Les indicateurs de risque et de rendement utilisés sont définis comme suit :

-Indicateur de rendement : il s'agit d'un indicateur de richesse de l'assureur.

-Indicateurs de risque : la TVaR ou l'Expected Shortfall ou Tail VaR à 96.619% sur la distribution des résultats

L'indicateur de rendement permet d'évaluer la richesse de l'assureur alors que l'indicateur de risque nous renseigne sur l'éventualité de la société à se trouver dans une situation défavorable.

Des améliorations de l'indicateur de richesse ont été proposées dans cette étude ainsi que leur impact sur l'allocation optimale du R332-19.

Par ailleurs, afin de tester la robustesse de l'allocation stratégique, nous effectuons des calculs de sensibilités des différents indicateurs : aux paramètres actions : volatilité et prime de risque

Une optimisation de tout le portefeuille, grâce à la méthode d'optimisation par algorithme génétique nous permet de confirmer ou d'infirmer la pertinence de la duration optimale trouvée à l'aide des deux indicateurs richesse/risque.

REMERCIEMENTS

Je tiens tout d'abord à remercier l'ensemble du personnel de BNP Paribas Assurance et particulièrement l'ensemble du service ALM (Asset Liability Management) pour son accueil, sa gentillesse et sa disponibilité, ce qui m'a permis d'effectuer mon stage dans les meilleures conditions.

Je tiens spécialement à remercier Monsieur Josia Adjavon de m'avoir suivi tout au long de mon stage et particulièrement pour sa disponibilité et ses précieux conseils.

Je remercie Madame Valérie Deppe et Monsieur Grégor Jourdrin, responsables du service ALM, pour m'avoir proposé cette étude ainsi que pour leur encadrement, disponibilité et remarques pertinentes.

Je remercie également mes collègues de l'équipe ALM pour leurs disponibilités et soutiens qu'ils m'ont témoignés durant ce stage, et l'aide technique qu'ils m'ont apportée.

Table des matières

RESUME	2
Introduction	7
Les contrats d'épargne au sein de l'Assurance Vie	8
1. Caractéristiques générales des contrats d'assurance vie.....	8
2. Rémunération et performance des contrats	8
3. Spécificités du secteur de l'assurance en France	9
3.1. Particularités réglementaires	9
3.1.1. Contraintes de solvabilité	9
3.1.2. Réglementation et provisions Actif – Passif	10
3.2. Particularités comptables.....	11
4. Les principaux risques supportés sur l'activité Epargne	12
4.1. Risque de taux	12
4.2. Risque actions et immobilier.....	12
4.3. Risque de change	13
4.4. Risque de signature.....	13
5. La gestion des contrats.....	13
5.1. La gestion des contrats en euros	13
5.2. Frais et fiscalité des contrats	13
Modèle Actif – Passif utilisé.....	15
1. Allocation stratégique d'actifs	15
1.1. Outil de première génération : analyse des flux de trésorerie.....	15
1.2. Outil de deuxième génération : scenarii déterministes	16
1.3. Outil de troisième génération : modèles stochastiques.....	17
1.4. Eléments de notre modèle stochastique.....	18
1.4.1. Pas de temps de modélisation	18
1.4.2. Générateur de scénarii financier	19
1.4.3. Module du passif.....	19
1.4.4. Module actif – passif	19
1.4.5. organigramme du modèle stochastique	19
2. Principes de modélisation des marchés financiers.....	20
2.1. Choix de l'univers « risque réel »	21
2.2. Modélisation de la courbe des taux.....	21
2.3. Dynamique du rendement des actions, des OPCVMs, de l'immobilier.....	23
2.4. Hypothèses financières	23
3. Mise en place du passif.....	26
3.1. Principe du modèle à vide	26
3.2. Données d'entrée	27
3.3. Mécanisme du modèle	27
3.4. Les sorties du modèle à vide	28
3.5. Caractéristiques du portefeuille étudié	28
4. Mise en place de l'actif.....	29
4.1. Principe.....	29
4.2. Données d'entrée	29

4.3.	Valorisation des actifs	30
4.3.1.	Obligations à taux fixe.....	30
4.3.2.	Actifs relevant du R332-20 :Actions, OPCVM et Immobilier	33
4.4.	Hypothèses d'actif	35
5.	Modélisation des interactions actif- passif	37
5.1.	Stratégie financière	37
5.2.	Taux servi cible.....	38
5.3.	Rachats massifs lié à l'évolution de l'actif.....	39
5.4.	Chiffre d'affaires dynamique	40
5.5.	Participation aux bénéfices.....	41
6.	Validation du modèle	42
6.1.	Impact de la Simplification	42
	Optimisation de la durée de la poche obligataire taux fixe	44
1.	Vision économique du risque obligataire.....	44
1.1.	Périmètre de l'étude	44
1.2.	Principales hypothèses retenues dans la modélisation	44
1.2.1.	Projections financières.....	44
1.2.2.	Caractéristiques des différentes classes d'actifs	45
1.2.2.1.	L'OAT 1 an.....	45
1.2.2.2.	L'OAT 10 ans	46
1.2.2.3.	Les actions.....	46
1.2.2.4.	L'immobilier	47
1.2.3.	Hypothèses de réallocation.....	47
1.3.	Définition des indicateurs de profit et de risque	47
1.3.1.	Indicateur de profit	47
1.3.2.	Indicateur de risque.....	48
2.	Duration OPTIMALE AU 31 DECEMBRE 2007	49
2.1.	Duration optimale du R332-19	49
2.2.	Influence du niveau de risque	51
2.2.1.	Risque neutre.....	51
2.2.2.	Prime de risque sur Taux long (10ans) moins importante : 50pb.....	52
2.2.3.	Taux long 15 ans, prime de risque : 150 pb	53
2.3.	Simulation sur Stock Seul	53
	Méthode d'optimisation par algorithme génétique	56
1.	Principe des algorithmes génétiques	56
1.1.	Principes généraux	56
1.2.	Etapes de l'algorithme génétique:description détaillée.....	58
1.2.1.	Codage des données.....	58
1.2.2.	Gestion des contraintes.....	58
1.2.3.	Génération aléatoire de la population initiale	59
1.2.4.	La Sélection.....	59
1.2.5.	Croisement	61
1.2.6.	Mutation	62
1.3.	Schéma récapitulatif	63
1.4.	Définition du problème.....	64
2.	Mise en place du module d'optimisation	65
2.1.	Fonctionnement du module.....	65
2.2.	Paramètres utilisées.....	67
2.3.	Résultats et interprétation	68
	Conclusion	69
	Bibliographie	70
	Annexes	71

Introduction

La gestion Actif / Passif (« Asset Liability Management » ou « ALM », en anglais) est apparue aux Etats Unis dans les années 80. A cette époque, l'accroissement de la volatilité des taux d'intérêt inquiétait beaucoup le secteur bancaire qui a cherché à maîtriser les taux de refinancement de ses clients, en essayant d'adosser au mieux les flux d'actifs aux flux de passifs.

Au milieu des années 1980, les banques françaises, soumises à des pressions équivalentes à celles subies par leurs homologues américains ont développé une analyse similaire. Enfin, au tout début des années 1990, les assureurs intègrent, à leur tour, l'importance de la gestion Actif / Passif. En effet, sous la pression concurrentielle et dans un univers financier hautement instable, il devient primordial de connaître la contribution probable d'un produit à la rentabilité de la société (c'est à dire à ses résultats futurs) et les risques encourus par celle-ci.

Ces risques sont symétriques dans une banque et dans une compagnie d'assurance. En effet, si l'actif d'une banque dépend du comportement de ses clients (remboursement anticipé du prêt accordé ...) et son passif, des variations des taux, c'est l'inverse qui se produit pour une compagnie d'assurance : les assurés peuvent interrompre, volontairement ou non, leur contrat, avant le terme initialement prévu, ou au contraire le prolonger au-delà de ce terme, entraînant, dans les deux cas, une variation du passif. L'actif, représentant la contrepartie du passif sur les marchés financiers, supporte alors le risque de taux.

De ce fait, et puisque tout retrait d'un contrat entraîne une sortie d'argent de la part de l'assureur, il est important pour une compagnie d'assurance (comme pour une banque), que les flux d'actifs et de passifs s'ajustent le mieux possible, afin qu'elle puisse faire face, à tout moment, à ses engagements envers les assurés sans être en situation de perte financière.

Le service ALM tient un rôle essentiel dans une société d'assurance. Une de ses missions est d'étudier l'optimisation de l'allocation d'actif. C'est-à-dire d'évaluer quel portefeuille d'actif est le plus en adéquation avec le passif d'un assureur, à l'aide de différents critères.

L'objet de ce mémoire sera d'essayer de répondre au problème d'allocation stratégique pour un portefeuille de contrat d'épargne sans participation aux bénéfices.

La première partie de notre étude sera constituée d'un rappel sur les caractéristiques générales des contrats d'épargne en assurance vie.

La seconde partie sera consacrée, d'une part, aux outils de modélisation de la gestion actif-passif en assurance vie, présentant ces outils par ordre de sophistication croissante. D'autre part, elle exposera la mise en place du modèle utilisé dans cette étude.

Une troisième partie présentera les résultats et les interprétations des simulations effectuées selon une approche rendement/risque pour l'assureur.

Une dernière partie présentera les résultats et les interprétations des simulations effectuées selon une approche d'optimisation par algorithme génétique.

Les contrats d'épargne au sein de l'Assurance Vie

1. Caractéristiques générales des contrats d'assurance vie

Un contrat d'Assurance Vie est la convention par laquelle un assureur s'engage auprès du souscripteur moyennant le paiement de prime(s), à verser un capital ou une rente en cas de vie ou en cas de décès d'une personne désignée (l'assuré) au profit de l'adhérent ou d'un tiers (le bénéficiaire).

Il existe deux grands types de contrats d'épargne en assurance vie. Ils conduisent à des prises de risque totalement différentes pour l'assureur :

- **Les contrats en Euros** se caractérisent par le fait que les sommes versées en euros par le souscripteur sont garanties par l'assureur, elles sont revalorisées chaque année. Le souscripteur ne court aucun risque de perte en capital.

- **Les contrats en Unités de Compte** (actions, immobilier, OPCVM). Ces contrats ne sont pas garantis en montant. L'épargne placée est répartie en un nombre d'unités de compte. A l'exécution du contrat, l'assureur n'a qu'une seule obligation : restituer le même nombre de parts mais il ne s'engage pas sur la contre-valeur en euros de ces unités de compte. La valeur des unités de compte fluctue en fonction des marchés financiers.

2. Rémunération et performance des contrats

La rémunération des contrats en euros

Les sommes investies chaque année sur un contrat en euros produisent chaque année des intérêts financiers. Le taux de revalorisation est la somme d'un taux technique et de la participation aux bénéfices.

Taux d'intérêt technique

Le taux d'intérêt technique représente le taux minimum de revalorisation de l'épargne investie. Il est fixé par l'assureur à la souscription du contrat et s'appliquera pour toute la durée de celui-ci. D'après l'article A132-1 du Code des Assurances, son montant ne peut pas dépasser :

- 75% du TME pour les contrats dont la durée maximale est inférieure à huit ans
- min (75% TME ; 3,5%) pour les contrats d'une durée supérieure à huit ans

Où le « TME » désigne le taux moyen de emprunts d'état à long terme calculé sur les six mois précédant la souscription.

Participation aux bénéfices

Les assureurs ont l'obligation de reverser les bénéfices qu'ils ont réalisés durant l'année. Cette redistribution ne peut être inférieure à :

- 85% des résultats financiers ;
- 90% des bénéfices techniques.

La participation aux bénéfices est généralement versée chaque année mais elle n'est pas distribuée dans sa totalité. Les assureurs peuvent affecter une partie de ces bénéfices sur un compte de réserve appelé « provision pour participation aux excédents ». Les bénéfices mis de côté doivent être restitués aux assurés dans un délai maximal de huit ans. Cette provision permet de lisser le taux de revalorisation des contrats en euros et donc leurs performances.

Le taux minimum garanti (TMG)

Les assureurs proposent souvent un rendement minimum garanti qui inclut les intérêts minimums servis sur la base du taux d'intérêt technique et la participation aux bénéfices. Ce taux d'intérêt (garanti contractuellement par l'assureur) est fixé à la date de versement, selon les dispositions réglementaires en vigueur. Ce taux peut être fixe ou variable (suivant un indice de référence), il est fixé annuellement ou semestriellement pour l'année suivante.

3. Spécificités du secteur de l'assurance en France

Le secteur de l'assurance évolue dans un environnement réglementaire et comptable particulier.

3.1. Particularités réglementaires

3.1.1. Contraintes de solvabilité

L'assurance est un secteur économique très réglementé. Du fait de l'importance croissante de l'activité d'assurance dans une société qui cherche toujours à contrôler les risques et souhaite donc les transférer, le législateur intervient avec l'objectif de protéger les souscripteurs de contrats contre la défaillance des entreprises d'assurance.

Le législateur impose notamment une marge de solvabilité minimale réglementaire.

Le minimum de marge à constituer, conformément à l'article R 334-11 du Code des Assurances, est décrit par le tableau suivant :

Figure 5 : Exigence en marge de solvabilité

En Assurance vie	En Dommages
- 4% des réserves des contrats en Euros	Le plus élevé de 16% des primes émises nettes ou 23% des sinistres.
- 1% des réserves des contrats en UC	
- 0,3% des capitaux sous risqué	

La contrainte à respecter par les assureurs, à tout instant, peut s'exprimer de la manière suivante :

$$\text{Richesse} \geq \text{MSR}$$

Avec Richesse = Capitaux propres + Plus-values latentes + Réserve de capitalisation

Et MSR = Minimum Solvency Requirement.

Cette contrainte induit un coût pour les actionnaires, appelé par la suite « coût d'immobilisation de la marge de solvabilité ».

3.1.2. Réglementation et provisions Actif – Passif

Le rôle spécifique de l'assurance comme instrument de soutien au développement de l'activité économique et l'impact profond que peut avoir en conséquence la défaillance d'une compagnie d'assurance exigent un niveau de réglementation et de surveillance très élevé. La réglementation prévoit plusieurs dispositifs dont l'objet est de lier l'évaluation comptable des engagements de l'assureur et l'évaluation comptable des placements qu'il détient.

Provisions pour Aléas Financier :

Cette provision est propre à l'assurance vie : elle permet de constater une baisse de rendement de l'actif. Si à l'inventaire le taux minimum garanti moyen est supérieur à 80% du taux de rendement réel des placements, alors la société doit constituer une provision pour aléas financiers. Cette provision sera égale à la différence entre:

- les provisions mathématiques recalculées avec un taux d'actualisation égal à 80% du taux de rendements réel des actifs,
- les provisions mathématiques à l'inventaire.

Provision pour Risque d'Exigibilité

Certains actifs comme les actions ou les immeubles sont comptabilisés à leur valeur de marché d'acquisition, ce qui peut conduire en cas de dépréciation de ces actifs à ce que la valeur comptable soit supérieure à la valeur de réalisation. Le mécanisme de provision pour risque d'exigibilité (PRE) couvre l'éventuelle moins-value latente globale sur l'ensemble des placements relevant de l'article R.332-20. Cette provision doit être dotée totalement en 3 ans.

Provision pour Dépréciation Durable

Une provision pour dépréciation durable doit être constituée à l'inventaire lorsqu'il y a lieu de constater que le débiteur ne sera pas en mesure de respecter ses engagements soit pour le paiement des intérêts, soit pour le remboursement du principal. Le montant de la provision pour dépréciation durable correspond à l'évaluation de la diminution jugée durable de valeur de l'actif considérée. Le caractère durable de la dépréciation s'apprécie au regard de plusieurs critères : ampleur de la baisse et de sa durée, impact sur le marché, inadéquation du titre au marché, durée de détention du titre par la société d'assurance. Le calcul de la provision pour dépréciation durable est effectué actif par actif.

Réserve de capitalisation

La réserve de capitalisation est un dispositif réglementaire de liaison entre les placements obligataires détenus par la société et les engagements qu'elle a pris dans ses contrats. Son but est d'empêcher les entreprises d'extérioriser et de distribuer des plus values obligataires dues aux variations de taux d'intérêts. Lors de la vente de l'obligation, une plus ou moins value est réalisée lorsque la variation des taux d'intérêts engendre un décalage avec la valeur comptable enregistrée par la société.

Lorsque que le prix de vente est supérieur à la valeur comptable, la différence est versée sur la réserve de capitalisation ; lorsqu'il est inférieur à la valeur comptable, la différence est prélevée sur la réserve de capitalisation, dans la limite du montant de celle-ci.

La réserve de capitalisation constitue aussi une couverture du risque de hausse des taux.

3.2. Particularités comptables

Dans une entreprise classique, le prix de revient est connu avant que le prix de vente ne soit déterminé. En assurance, l'assureur encaisse les primes avant de payer les sinistres. On peut donc dire que le prix de vente de l'opération d'assurance (le montant de la prime) est connu avant le prix de revient (le montant du sinistre). La prime est par ailleurs réglée bien avant que la prestation ne le soit par l'assureur. C'est ce qu'on appelle **l'inversion du cycle de production**. Cette inversion modifie considérablement la perception du bilan.

Pour une entreprise classique, le passif du bilan explique comment l'entreprise a financé ces immobilisations et ces stocks : l'activité de l'entreprise s'illustre surtout dans son actif.

A l'inverse, le bilan d'un assureur montre comment les engagements envers les assurés (ou provisions techniques) sont couverts par des placements : l'activité de la compagnie s'illustre surtout dans son passif.

Ainsi, du fait de l'inversion du cycle de production et de la durée des engagements souscrits, les sociétés d'assurance doivent constituer des provisions techniques destinées à régler les sinistres futurs. Le montant de ces provisions est estimé par les actuaires notamment à partir des cadences de règlement observées en assurance dommage et de la mortalité en assurance vie.

Les placements constituent l'essentiel de l'actif, ils représentent les investissements de l'assureur. De même, les provisions représentent l'essentiel du passif, elles représentent les engagements envers la clientèle. Le bilan d'une compagnie d'assurance se présente de la manière suivante :

Figure 6 : Bilan comptable d'une compagnie

ACTIF	PASSIF
Valeurs immobilisées, Placements	Fonds Propres
Provisions techniques à la charge des réassureurs	Provisions Mathématiques (Brutes de réassurance)
Créances et autres actifs	Autres Provisions réglementaires (PRE, PPE, RC)
	Dettes et autres passifs

4. Les principaux risques supportés sur l'activité Epargne

Ce paragraphe a pour but de présenter les différents risques spécifiques aux contrats Euros.

Le risque correspond à tout événement aléatoire qui réduit la capacité de l'assureur à faire face à ses engagements.

Les contrats en Euros sont particulièrement risqués pour l'assureur compte tenu des garanties accordées (taux minimum garanti, rachat possible à tout moment avec une garantie sur le capital) et la volatilité des actifs adossés à ces contrats. La maîtrise de ces risques Actif/Passif est un souci croissant pour les assureurs car la clientèle exige toujours plus de rendement pour son épargne, et n'hésite pas à faire jouer la concurrence. Les assureurs doivent donc nécessairement s'intéresser à l'optimisation du couple « rendement risque ». Ceci afin d'augmenter la performance des leurs contrats et de protéger leurs marges.

Ce risque Actif/Passif se décompose principalement en deux catégories :

- ✓ Le risque lié aux variations de taux à long terme et à court terme
- ✓ Et le risque lié aux variations des marchés.

D'autres risques plus marginaux existent tels que le risque de change lié aux variations respectives des cours des monnaies et le risque de signature (ou risque de crédit) lié à la dégradation de la solvabilité d'un émetteur.

4.1. Risque de taux

Il s'agit des risques liés aux variations des taux d'intérêts sur le marché obligataire. On peut les répartir suivant deux catégories.

Hausse brutale des taux longs : Si les taux d'intérêt montent, les obligations achetées antérieurement sont en moins-value latente. Le risque est constitué par une cession des obligations avant leur remboursement.

Ce risque naît notamment de la faculté donnée aux assurés de pratiquer des rachats à tout moment. Le phénomène d'accélération des rachats anticipés est corrélé avec la hausse des taux, car il est plus attractif d'exercer l'option d'achat dans ce contexte.

En effet, une hausse des taux pourrait inciter les assurés à arbitrer leur épargne vers des produits plus rémunérateurs, en faisant jouer la concurrence.

Ce risque est accru quand l'actif est trop long par rapport au passif.

Afin de couvrir en partie le risque de hausse des taux, l'assureur constitue une réserve dite réserve de capitalisation (RC). Cette réserve est obligatoirement dotée en cas de plus values de cession obligataire et reprise en cas de moins values. La réserve de capitalisation permet ainsi de lisser dans le temps les résultats des cessions obligataires. Elle est également admise en couverture de la marge de solvabilité.

Baisse durable des taux longs : Un mouvement à la baisse des taux d'intérêt induit une diminution du rendement des placements, d'autant plus rapide que la durée de l'actif est courte (i.e qu'il se renouvelle rapidement). Le risque est alors que le taux de rendement de l'actif soit inférieur aux taux garantis aux assurés. Ce risque est aussi appelé risque de réinvestissement.

4.2. Risque actions et immobilier

Les actifs sont comptabilisés à leur valeur d'acquisition, ce qui peut conduire en cas de baisse des marchés à ce que la valeur comptable de l'actif soit supérieure à la valeur de réalisation.

Dans le cas des actions et de l'immobilier (et des OPCVM), la société d'assurance est tenue de constituer une provision dite provision pour risque d'exigibilité (PRE) des engagements techniques. La provision à constituer est égale à la différence constatée entre la valeur nette comptable et la valeur de réalisation de l'ensemble des actions, immobiliers et OPCVM. Elle doit être dotée totalement en trois ans.

Il existe aussi une provision à constituer en cas de dépréciation durable d'un titre (PDD) qui majore le coût pour l'assureur lors d'une crise sur les marchés.

4.3. Risque de change

Ce risque peut naître lorsque les actifs sont libellés dans une monnaie et les engagements dans une autre. Le risque de change n'a pas véritablement cours en assurance dans la mesure où l'assureur est tenu par la réglementation d'effectuer ses placements dans la monnaie du contrat (ou dans l'unité de compte qui sert à l'indexer).

Il existe toutefois une tolérance qui peut faire naître, à la marge, un tel risque. En effet, les entreprises d'assurance peuvent, à concurrence de 20% de leurs engagements, couvrir ceux-ci par des actifs « non congruents ». En d'autres termes, l'assureur peut détenir des actifs libellés dans une autre monnaie que les engagements pris à l'égard des assurés pour une fraction limitée à 20% de la valeur de ces engagements.

4.4. Risque de signature

Ce risque est lié à la solvabilité de l'émetteur de titres financiers, ainsi qu'à la perception de cette solvabilité par les marchés. En effet, les acteurs financiers n'attendront pas le défaut de paiement, moins encore le dépôt de bilan, pour traduire dans les cours boursiers une dégradation de la capacité d'un émetteur à rembourser ses dettes.

De façon à limiter ces risques, la réglementation prévoit un certain nombre de contraintes en termes de placements tenant :

- à la dispersion des placements entre différents émetteurs (5% pour chaque),
- et au choix des valeurs selon leur nature juridique et selon le type de marché sur lesquels elles sont négociées.

5. La gestion des contrats

5.1. La gestion des contrats en euros

Pour les contrats en euros, les sommes versées par le souscripteur sont placées soit dans l'actif général ou *fonds général* de la compagnie d'assurance, soit dans un fonds à part appelé « actif cantonné ». Pour faire face à ses obligations, l'assureur investit les fonds essentiellement sur des obligations (70%), le reste étant investi en actions (25%) ou en immobilier (5%).

5.2. Frais et fiscalité des contrats

Frais

Les frais prélevés sont essentiellement des frais de souscription et des frais de gestion. Les frais de souscription ou frais de versement sont prélevés à chaque versement effectué par le souscripteur. Ils

sont de l'ordre de 4%. Les frais de gestion sont prélevés chaque année et sont exprimés en % de l'épargne constituée. Ils rémunèrent la gestion administrative du contrat. Ils sont de l'ordre de 0.2 à 1% pour les contrats en Euros et de l'ordre de 0.5 à 2% pour les contrats multi supports.

Fiscalité

Le souscripteur a le choix entre deux modes d'imposition : le prélèvement libératoire forfaitaire ou l'impôt sur le revenu.

- Soit l'adhérent choisit le prélèvement forfaitaire libératoire.
 - Si le retrait a lieu dans les 4 premières années du contrat, 35% des revenus seront prélevés.
 - S'il a lieu les 4 années suivantes, 15% des revenus seront prélevés.
 - S'il a lieu après 8 années, seuls les intérêts dépassant 4600 euros pour une personne seule et 9200 euros pour un couple seront soumis à un prélèvement de 7.5%.
- Soit l'adhérent choisit l'imposition des gains au barème progressif de l'impôt sur le revenu.

Pour bénéficier de l'imposition la plus favorable, le souscripteur a donc intérêt à attendre huit ans.

Les contributions sociales comprennent:

- la CSG (Contribution Sociale Généralisée) au taux de 8,2% ;
- la CRDS (Contribution au Remboursement de la Dette Sociale) au taux de 0,5% ;
- le Prélèvement Social au taux de 2% ;
- la CAPS (Contribution Additionnelle au Prélèvement Social) au taux de 0.3%

Elles s'élèvent donc à 11%. Ces prélèvements sociaux s'appliquent sur les gains dégagés par le contrat et non sur le capital versé. Le mode de paiement diffère selon la nature du contrat.

Pour les contrats en euros, les prélèvements sociaux sont prélevés chaque année. Les contributions sociales ne sont pas dues en complément de l'imposition en cas de rachats puisqu'elles sont payées chaque année.

Pour les contrats multi supports, les contributions sociales ne sont prélevées que lorsque le souscripteur retire partiellement ou totalement son épargne du contrat. Le contrat multi support est donc plus avantageux fiscalement. De plus, si le contrat se dénoue par le décès de l'assuré, il y a exonération totale du paiement des taxes sociales.

Concrètement, l'assureur va prélever sur le montant des gains :

- 46% (35% au titre du prélèvement libératoire + 11% de contributions sociales) si le retrait a lieu dans les 4 premières années du contrat ;
- 26% (25%+11%) si le retrait a lieu les 4 années suivantes ;
- 18.5% (7.5%+11%) si le rachat est réalisé après 8 ans.

Suite au rappel des éléments réglementaires applicables aux contrats d'épargne en assurance vie et des risques supportés par l'assureur pour cette activité, nous allons exposer les principales études du service de gestion actif passif ainsi que le problème traité au cours de la mission.

Modèle Actif – Passif utilisé

La valorisation de la compagnie d'assurance repose sur une modélisation actif-passif, c'est-à-dire à la projection stochastique des cash flows futurs de l'entreprise. Cette modélisation tient compte des interactions actif-passif.

Ces interactions comprennent l'impact du comportement des actifs sur la provision mathématique, la décision des gestionnaires d'actifs de la compagnie (réalisation des plus-values latentes) et le comportement des assurés (notamment l'exercice d'option telle que le rachat).

Pour notre modélisation, nous utilisons le logiciel Prophet qui est un outil de projection permettant de simuler le comportement de chaque portefeuille face à diverses évolutions des marchés.

IL tient en compte:

- les caractéristiques des actifs du portefeuille ;
- la politique d'allocation d'actif ;
- d'une modélisation des lois de comportements des assurés ;
- les règles comptables, réglementaires et contractuelles ;

Dans cette partie, on va s'intéresser aux différentes techniques utilisées par les assureurs pour déterminer quel portefeuille sera le plus stratégique pour minimiser l'impact de ces risques sur leur résultat.

Tout d'abord, nous présenterons les différents modèles d'allocation d'actifs, ensuite la modélisation de l'actif puis celle du passif et enfin, les liens actif-passif.

1. Allocation stratégique d'actifs

L'étude de l'allocation stratégique d'actif est une étude ALM récurrente. Cette étude vise à déterminer quel portefeuille d'actif correspond au mieux au passif d'un assureur donné. On entend par stratégie la détermination par exemple du pourcentage d'actions, d'immobilier que l'assureur doit détenir dans son portefeuille. Cette étude aide donc l'assureur à cibler sa politique, afin de trouver l'équilibre qui lui convient entre risque et gains. Il est possible de classer les méthodes d'allocation stratégique en trois générations de sophistication croissante : les modèles de première, de deuxième et de troisième génération.

1.1. Outil de première génération : analyse des flux de trésorerie

Principe du modèle de première génération

Il consiste à projeter et à comparer les flux de l'actif et ceux du passif. Ces projections sont effectuées sur une base statique, c'est-à-dire à partir des stocks d'actifs et de passifs arrêtés à une date donnée, sans tenir compte de la production et des investissements ultérieurs. La projection des cash flows de l'actif consiste à additionner les flux financiers attendus (dividendes, coupons, intérêts,...) par période pour l'ensemble des portefeuilles financiers. La projection des flux du passif repose sur les

caractéristiques des contrats (montant des rentes, franchise...) et sur le comportement des clients (maintien, décès...).

Les cash flows sont comparés en mesurant pour différentes maturités :

- les excédents de trésorerie,
- le coût du financement des ressources (pour les assureurs, le taux servi moyen),
- le rendement des emplois (le taux de rendement des actifs financiers).

Limites des outils de première génération

Les outils de première génération ne permettent pas de régler tous les problèmes d'adéquation actif-passif auxquels sont confrontés les assureurs vie.

Tout d'abord, cette modélisation ne tient pas compte des versements futurs éventuels des contrats ou des bénéfices générés par ces contrats : l'analyse statique ne peut donc pas rendre compte des risques actif-passif liés aux versements futurs.

De plus, cette méthode permet de faire face au risque de taux, mais ne permet pas d'analyser le risque lié au comportement de la clientèle. Elle ne permet pas non plus de traiter le risque de marché non directement lié au taux obligataire, tel que le risque immobilier. Enfin, les provisions prudentielles et la vision comptable des résultats sont ignorées dans cette méthode.

1.2. Outil de deuxième génération : scenarii déterministes

Les outils de deuxième génération sont des modèles de simulation. Il ne s'agit plus maintenant de regarder des flux statiques, mais de projeter la séquence des résultats en fonction d'hypothèses variées sur l'environnement financier et sur le comportement des assurés. Il est alors possible d'étudier l'évolution de l'actif et du passif de la société d'assurance en fonction de scenarii : il s'agit de scenarii déterministes. Un scénario décrit l'évolution des marchés financiers en donnant par exemple l'évolution des indices actions, immobilier ou encore l'évolution de la courbe des taux pour différentes maturités.

Principe du modèle de deuxième génération

Le principe est de modéliser la situation de base, de créer quelques scenarii jugés significatifs et d'étudier le comportement dans le temps du portefeuille sous les conditions imposées par les scenarii. Ces conditions portent tout aussi bien sur le comportement des assurés que sur les hypothèses économiques futures.

Il existe deux types de scenarii : le scénario central et les stress tests. Le scénario central correspond à une situation stable et moyenne du marché. Les stress tests correspondent à des situations extrêmes, comme par exemple la chute du marché actions ou un seuil de déclenchement des rachats massifs élevé.

Limites des outils de deuxième génération

En terme d'allocation d'actifs, l'approche déterministe permet, par le stress testing, de rejeter certaines allocations d'actifs dont le risque perçu apparaît trop élevé. Cependant, le stress testing ne permet pas de choisir une allocation optimale.

Pour pallier ce problème, il faudrait donner un sens à la notion de « probabilité » d'un scénario financier. Les modèles stochastiques examinent de nombreux scenarii tirés aléatoirement et évaluent statistiquement les risques.

1.3. Outil de troisième génération : modèles stochastiques

Principe du modèle de troisième génération

La modélisation stochastique a pour but de déterminer les lois de probabilités associées aux résultats de l'assureur vie. La démarche consiste à tester chaque stratégie d'investissement avec un grand nombre de scénarii financiers et à étudier l'impact sur le bilan de l'assureur dans le temps à travers des indicateurs statistiques (moyenne, quantile, VAR, ESF...).

Contrairement à l'outil de deuxième génération, il y a ici une notion de probabilité de survenance. Les modèles stochastiques permettent ainsi de donner un sens conventionnel à la notion de « probabilité » des scénarii et d'obtenir de ce fait une mesure des risques (financiers) cohérente.

Les hypothèses cohérentes dont il est question portent sur :

- la politique financière de l'assureur,
- la politique de rémunération des contrats (taux servis)
- le comportement des assurés (souscription, rachat anticipé, prorogation, ...).

C'est ce modèle que nous utiliserons par la suite. Nous présentons dans les paragraphes suivants le principe de fonctionnement d'un outil de gestion de troisième génération.

Processus stochastiques

Par définition, un processus stochastique est une série de variables aléatoires X_t indexée par le temps. Un processus peut être défini en temps continu ou en temps discret.

Pour une variable aléatoire X , chaque tirage est un point unique x appartenant à l'ensemble de définition de X . Pour la modélisation financière, les variables utilisées sont définies sur l'ensemble des réels $\mathcal{R} \times T$ ou $\mathcal{R}^n \times T$. Il s'agit dans ce cas de chemin ou de trajectoire.

Moyennant le choix de processus adaptés, il est possible de générer à volonté des trajectoires pour représenter des scénarii économiques et financiers (inflation, taux, etc.)

Contrairement aux scénarii déterministes, les scénarii stochastiques ne sont pas créés arbitrairement par l'analyste actif-passif ou par les autorités actuelles.

Cependant, ils dépendent de choix effectués à un autre niveau :

- du type de processus stochastique,
- des paramètres retenus pour le processus,
- du générateur de nombres aléatoires utilisé pour la simulation.

Méthode de Monte Carlo

Définition

La méthode de Monte-Carlo est une procédure numérique qui permet d'estimer les caractéristiques de la loi de probabilité d'une fonction $F(X)$ d'une variable aléatoire X à partir de la densité de probabilité de X . Elle consiste en la « fabrication » de cette distribution à l'aide de la génération d'un grand nombre d'échantillons pseudo aléatoires extraits de cette distribution, que cette dernière soit :

- connue théoriquement, avec des paramètres de valeur numérique spécifiée (par estimation par exemple),
- le résultat d'observations ou de calculs sur des observations.

Application à la Gestion Actif-Passif

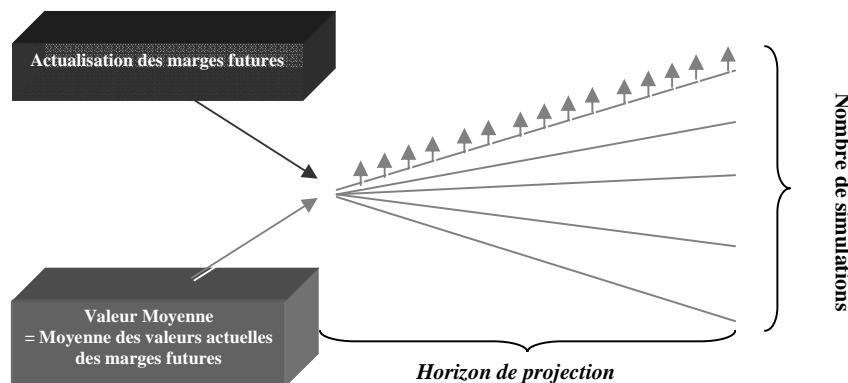
Comme nous l'avons dit, la démarche consiste à tirer aléatoirement de nombreux scénarii économiques, puis d'en étudier l'impact sur le bilan de l'assureur. Nous observons la distribution de nombreuses variables comptables et financières dans un large éventail de scénarii. Il est ainsi possible de calculer l'espérance de la valeur du résultat de l'assureur à un horizon donné ou encore la probabilité de constater une provision pour risque d'exigibilité.

L'approche par moyenne empirique de la valeur du résultat distribuable est basée sur le principe de la Loi des Grands Nombres :

Soit (X_1, X_2, \dots, X_n) une suite de variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées admettant un moment d'ordre 1. Alors : $\bar{X}_n \xrightarrow[ps]{} E(X)$ quand $n \rightarrow +\infty$

Nous illustrons alors la méthode de Monte Carlo par le schéma suivant :

Schéma 3 : Application de la méthode de Monte Carlo



1.4. Eléments de notre modèle stochastique

1.4.1. Pas de temps de modélisation

Pour modéliser conjointement l'actif et le passif, il faut choisir un pas de temps commun. En pratique, les modèles existants fonctionnent avec des pas mensuels ou annuels.

En gestion actif-passif, le pas mensuel est préférable au pas annuel. Il offre une meilleure précision pour traiter des risques financiers et des provisions prudentielles associées. Le pas mensuel entraîne toutefois un temps de calcul plus long.

De plus, le pas annuel reste suffisant pour l'étude des allocations d'actifs stratégiques à moyen et long terme. Aussi dans un souci d'optimisation du temps de calcul, nous optons pour un temps de pas annuel pour la modélisation de notre portefeuille.

1.4.2. Générateur de scénarii financier

Principe

Dans le cadre d'un modèle stochastique, les variables économiques et financières doivent être représentées par des processus discret (nous décrirons ces processus dans la section 3 de cette partie). Le seul risque pris en compte dans notre étude est le risque de marché. Le modèle économique utilisé permet ainsi de générer sur 40 ans des milliers de scénarii financiers différents.

Contenu d'un scénario

Un scénario financier nous fournit en sortie les informations suivantes :

- l'évolution du cours des actions,
- l'évolution du cours de l'immobilier,
- l'évolution du cours des OPCVMs obligataires,
- l'évolution des prix de zéro-coupons (nominaux et réels) de maturités comprises entre 1 et 10 ans et de maturités 15, 20 et 30 ans,
- la courbe des taux (nominaux et réels) 1 an, 10 ans et 30 ans.

1.4.3. Module du passif

Le module de passif permet d'obtenir la projection des flux futurs de passif annuels par poche homogène de contrats avec une revalorisation des contrats au taux minimum garanti. Ces différents flux futurs sont générés par le portefeuille de contrats en stock et par le portefeuille des affaires nouvelles ou encore appelé portefeuille de new business.

1.4.4. Module actif – passif

Le module actif-passif projette tous les actifs en stock. Il modélise aussi les interactions actif-passif à partir des tables des flux du passif générées par le module de passif et du générateur de scénarii financiers. La modélisation actif-passif repose en particulier sur le comportement des assurés tel que les rachats et la production nouvelle en fonction de la compétitivité du taux servi.

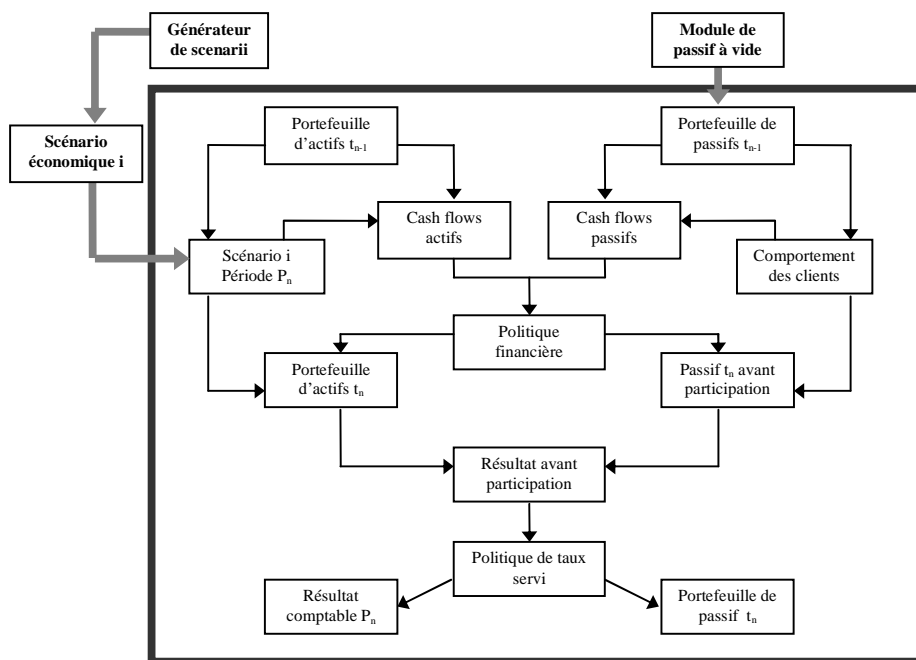
Cette modélisation s'appuie aussi sur le comportement de l'assureur par rapport à son choix d'actifs, sa politique de réalisation de plus ou moins values ou encore sur son pilotage des réserves.

1.4.5. organigramme du modèle stochastique

Le schéma ci-dessous présente l'organigramme d'un modèle stochastique. Il s'agit de projeter les résultats ainsi que les stocks d'actifs et de passifs, période par période, selon un pas de temps fixe.

Les données initiales (stocks d'actifs et de passifs initiaux, valeurs initiales des variables économiques et financières) proviennent de saisies ou de banques de données situées en amont du modèle qui ne figurent pas sur cet organigramme.

Schéma 4 : Organigramme du modèle stochastique



Au début de la période P_n (en t_{n-1}), pour un scénario économique i , les stocks d'actifs et de passifs initiaux sont connus. Il est possible de calculer les résultats comptables et financiers associés à la période n en fonction :

- des caractéristiques des actifs et des passifs en t_{n-1} ,
- du scénario économique i de la période P_n ,
- et du comportement des assurés pendant la période P_n (à paramétrer).

Nous distinguons les résultats provisoires avant participation des assurés aux bénéfices financiers de l'assureur et les résultats définitifs après distribution de cette participation. Pour passer des résultats « avant » aux résultats « après », il faut appliquer la politique de taux servis aux contrats.

Nous obtenons, pour le pas n de la simulation, les résultats comptables et financiers ainsi que les stocks d'actifs et de passifs pour la fin de la période. Ces éléments sont ensuite utilisés comme situation initiale pour le pas suivant.

2. Principes de modélisation des marchés financiers

Nous devons évaluer l'ensemble de l'actif de notre portefeuille qui dépend de la dynamique du bilan et des conditions du marché que nous allons devoir modéliser.

Nous avons supposé que trois facteurs financiers clés influencent cette valeur :

- la performance de la poche R.332-20 : soit les performances des actions, de l'immobilier, et des OPVCMs,
- le taux long,
- et le taux court.

Nous devons alors simuler les trajectoires de ces variables sur 15 ans à l'aide d'un générateur de scénarii financiers fourni par le service modélisation financière. Les paragraphes suivants présentent les modèles de taux utilisés pour ces simulations.

2.1. Choix de l'univers « risque réel »

L'outil utilisé permet de simuler les actifs dans deux mondes différents : le monde risque neutre et le monde réel. Le type d'univers choisi dépend des objectifs finaux de l'utilisateur.

Le premier est un univers artificiel construit dans une logique de pricing dans lequel le rendement des actifs risqués est le taux sans risque. Le prix des actifs calculé comme l'espérance sous probabilité *Risque Neutre* des cash flows futurs actualisés est compatible avec les prix et anticipations donnés par le marché. Nous pouvons parler alors de « *Market Consistency* » de la simulation.

Dans le second, la prise de risque liée à la détention d'actifs risqués est rémunérée par un excès de rendement (prime de risque) par rapport au taux sans risque. On s'écarte alors du cadre des anticipations de marché et du concept de « *Fair Value* » des produits. Néanmoins, ce cadre trouve tout son sens dès lors qu'il s'agit de mesurer des allocations d'actifs à mettre en face d'un métier ou de soumettre un portefeuille à des scénarii de stress.

2.2. Modélisation de la courbe des taux

L'outil propose une simulation jointe des taux nominaux et réels, du cours des actions, des OPCVMs, de l'immobilier et de l'inflation sous probabilité réelle.

- **Modèle de Vasicek**

Vasicek[1977] a développé l'une des premières modélisations stochastiques des taux. Il modélise le taux instantané court terme selon un processus d'Ornstein-Uhlenbeck par l'équation différentielle stochastique suivante :

$$dr_t = a(b - r_t)dt + \sigma \cdot dW_t$$

où le processus $(W_t)_{t \geq 0}$ suit un mouvement brownien standard et les paramètres a, b et σ représentent respectivement le niveau d'équilibre long terme du taux court, la vitesse de retour à la moyenne et la volatilité. Ces trois paramètres sont positifs et constants.

Intérêt :

Ce modèle prend en compte l'effet de retour à la moyenne constaté sur les taux d'intérêt. De plus, il permet d'obtenir les trois formes principales de courbe :

- courbe ascendante si $r_t \leq R_\infty - \frac{\sigma^2}{4a^2}$
- courbe inversée si $r_t \geq R_\infty + \frac{\sigma^2}{4a^2}$
- courbe bosselée si $R_\infty + \frac{\sigma^2}{4a^2} < r_t < R_\infty - \frac{\sigma^2}{4a^2}$

Limites :

Ce modèle autorise les taux à devenir négatifs avec une probabilité non nulle. (Pour éviter le problème des taux négatifs, on se référera au modèle de Cox Ingersoll Ross). En outre, Il ne permet pas de prendre en compte l'ensemble des formes de courbes de taux constatées sur le marché (Pas de courbe en forme de cuvette).

Pour notre étude, nous utilisons le modèle linéaire gaussien à deux facteurs.

- **Modèle Linéaire Gaussien à deux facteurs**

Le taux nominal r_t est modélisé par deux facteurs x_t et y_t et un terme d'ajustement φ_t

En probabilité risqué neutre, le taux court $r^N(t)$ suit la dynamique suivante :

$$r^N_t = x^N_t + y^N_t + \varphi^N_t$$

Avec

$$\begin{cases} dx^N_t = -a x^N_t dt + \sigma dW_t^x \\ dy^N_t = -b y^N_t dt + \eta dW_t^y \end{cases}$$

avec $Corr(W_t^x, W_t^y) = \rho$

φ^N_t est une fonction déterministe d'ajustement qui permet d'ajuster la courbe initiale de taux. Les composantes x_t et y_t suivent donc un processus d'Ornstein-Uhlenbeck avec $b=0$.

Pour simuler les taux selon la probabilité réelle, il faut stipuler la forme des primes de risque. Pour les taux, les primes de risque sont supposées constantes par paliers. Sous probabilité réelle, la dynamique du taux court s'écrit sous la forme

$$r^R_t = x^R_t + y^R_t + \varphi^R_t$$

avec

$$\begin{cases} dx^R_t = -a x^R_t dt + \sigma dW_t^x + \sum_{i=1}^n \alpha_i \cdot 1_{T_{i-1} < t \leq T_i} dt \\ dy^R_t = -b y^R_t dt + \eta dW_t^y + \sum_{i=1}^n \beta_i \cdot 1_{T_{i-1} < t \leq T_i} dt \end{cases}$$

$(T_i)_{1 \leq i \leq n}$ représentent les paliers.

$(\alpha_i)_{1 \leq i \leq n}$ représentent les primes de risques.

Les paramètres sont calibrés annuellement en se basant sur des caps à la monnaie ou des swaptions (ou les deux). Une optimisation selon les moindres carrés basée sur la méthode de Nelder-Mead (ou algorithme du simplexe).

Comparés aux modèles à un facteur, les modèles multifactoriels permettent de reproduire la courbe des taux initiale.

2.3. Dynamique du rendement des actions, des OPCVMs, de l'immobilier

Le cours de chaque actif relevant de la part R.332-20 (c'est-à-dire les actions, les OPCVMs et l'immobilier) est simulé selon une loi Log-Normale caractérisée par la volatilité de cette poche. Il est alors possible de démontrer que la performance annuelle de cette poche suit une loi Normale de même volatilité.

Soit S_t^i le cours d'un actif i relevant du R.332-20 à l'instant t et servant un dividende q . Notons $r(t)$ le taux court nominal simulé par le générateur de scénarii financier à l'instant t .

Le cours de l'actif est donc modélisé de la façon suivante :

$$\frac{dS_t}{S_t} = (r(t) - q).dt + \sigma.dW_t$$

où $(W_t)_{t \geq 0}$ est un mouvement brownien standard.

2.4. Hypothèses financières

La valorisation des actifs s'effectue dans un univers risqué. Le rendement des actifs relevant de la part R.332-20 est donc par construction égale en moyenne à la somme du taux court et de la prime de risque de l'actif considéré.

Nous définissons le taux court (respectivement le taux long) comme étant le taux 1 an (respectivement le taux 10 ans).

Anticipations de l'utilisateur

Soit $\tau(t_i, d)$ le taux terme-terme à la date t_i d'une maturité d .

Quatre types d'anticipations sont requis afin de simuler les différents scénarii financiers :

- une courbe des taux nominaux terme-terme de maturité 1 an à 12 dates différentes,
- une courbe des taux nominaux terme-terme de maturité 10 ans à 12 dates différentes,
- une courbe des taux réels terme-terme de maturité 1 an à 12 dates différentes,
- une courbe des taux réels terme-terme de maturité 10 ans à 12 dates différentes.

L'anticipation retenue pour la modélisation des taux futurs se base sur la courbe des taux (courts) forwards.

Les taux forwards sont construits à l'aide de la courbe des taux à la date de calcul. Ils représentent les taux qu'il faudrait observer pour des périodes à venir afin de donner la même rentabilité à un investissement long et à deux investissements courts consécutifs de durée totale égale à celle du premier investissement :

$$1 + \tau(t_1, d_1) = \left(\frac{(1 + \tau(t_0, d + d_1))^{d+d_1}}{(1 + \tau(t_0, d))^d} \right)^{\frac{1}{d_1}}$$

Taux forward de maturité d_1 calculé à la date t_1

Taux à la date t_0 correspondant au taux comptant terme de maturité d

Pour calculer les taux terme-terme de maturité 1 an, nous nous basons sur la courbe des taux au 31 décembre 2008 fournit par l'institut des actuaires et nous appliquons la formule précédente sur les taux forwards.

De plus, nous faisons l'hypothèse d'une prime de risque de 100 points de base entre les taux terme-terme de maturité 1 an précédemment calculés et les taux terme-terme de maturité 10 ans.

Nous obtenons ainsi pour les différentes dates, l'anticipation des taux terme-terme de maturité 10 ans suivante :

$$\text{Taux long} = \text{Taux court} + 100 \text{ pb}$$

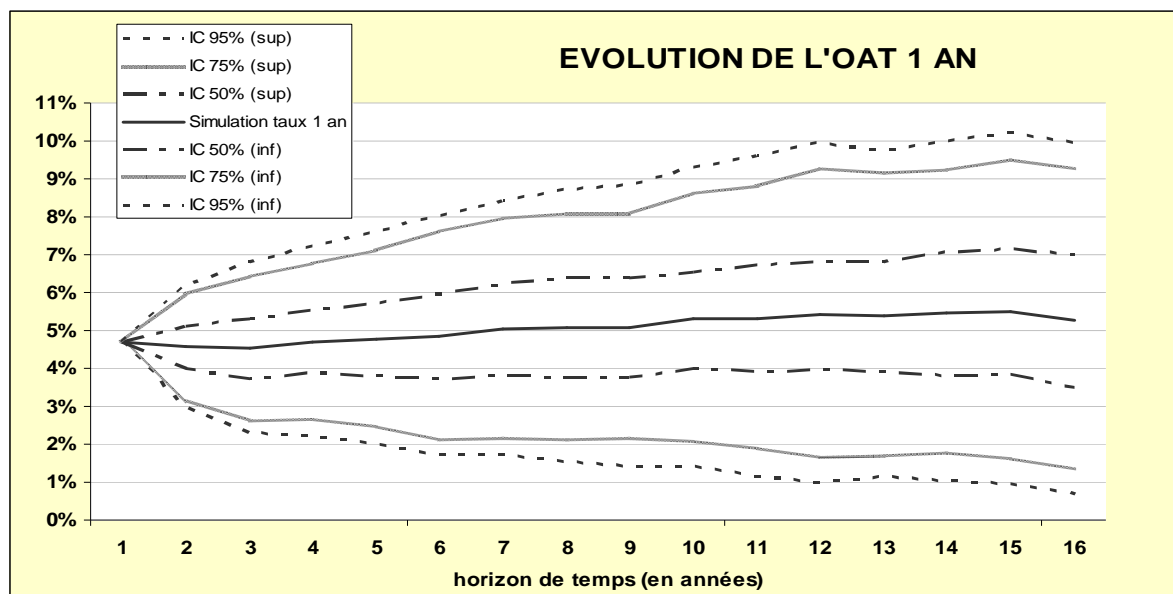
Evolutions du taux court et de l'OAT 10 ans

Nous considérons que les assurés se basent sur le niveau de l'OAT 10 ans pour racheter leur contrat en Euros. Il s'agit donc un indicateur de référence, qu'il est nécessaire de modéliser et d'étudier. Comme dans notre modèle les anticipations de l'OAT 10 ans se basent sur les anticipations du taux court, nous étudierons principalement l'évolution du taux court.

A partir de 1 000 simulations effectuées selon le modèle linéaire gaussien à deux facteurs précédent, nous obtenons des valeurs pour le taux court et l'OAT 10 ans ; sur 15 ans (c'est-à-dire de 2007 à 2021).

Nous présentons maintenant les valeurs moyennes pour les 1 000 simulations, ainsi que les intervalles de confiance à différents degrés.

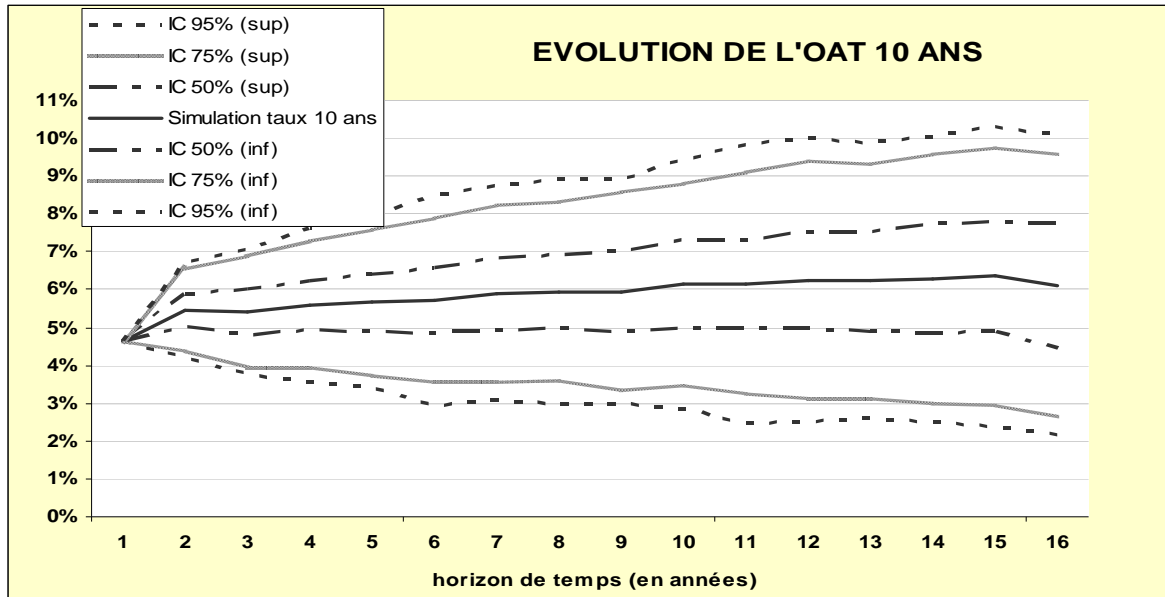
Graphe 4: Evolution du taux court



Le taux court converge vers 5 % en moyenne au bout des 15 années de projection

De même, l'OAT 10 ans converge vers 6% en moyenne.

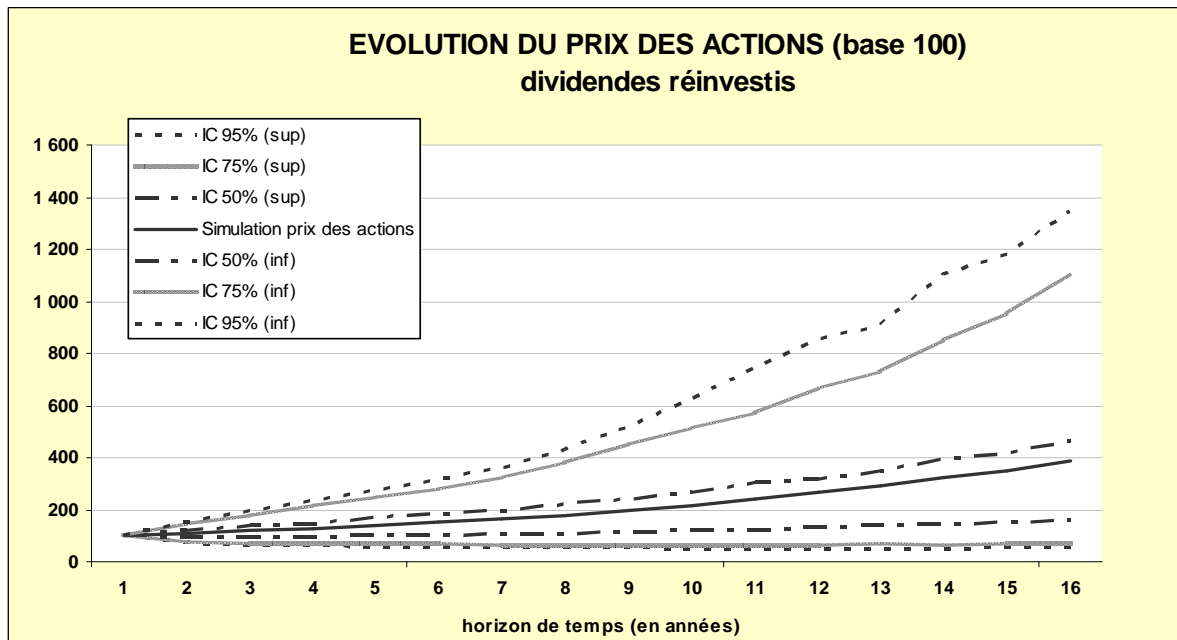
Graphe 5 : Evolution de l'OAT 10 ans



Evolution du rendement des actions et de l'immobilier

Nous présentons maintenant l'évolution du prix des actions et de l'immobilier. Ces prix sont donnés en base 100.

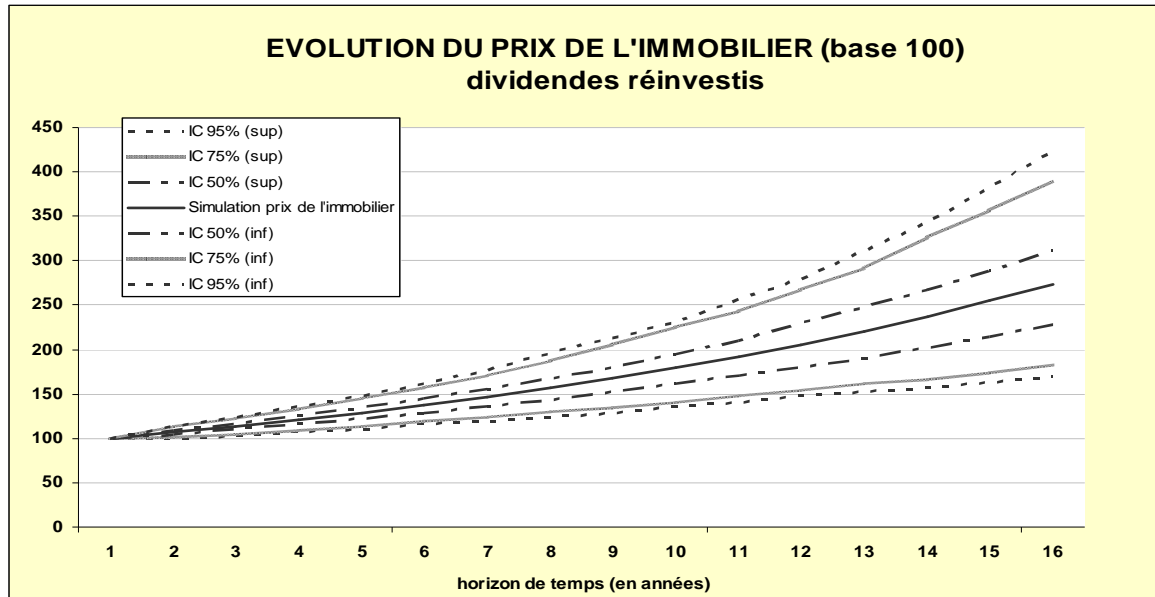
Graphe 6 : Evolution du prix des actions



Le prix des actions converge en moyenne vers 315 au bout de 15 ans, ce qui correspond à une performance annuelle de 9,4%.

L'évolution du prix de l'immobilier est la suivante :

Graphe 7: Evolution du prix de l'immobilier



Le prix de l'immobilier converge en moyenne vers 274 au bout de 15 ans, ce qui correspond à une performance annuelle de 6,9%.

3. Mise en place du passif

Dans cette partie, on va modéliser les contrats que vend notre société d'assurance-vie. Nous pourrons ainsi déterminer quels seront les flux de passif prévisionnels liés à ces contrats. Nous serons alors en mesure de choisir un portefeuille d'actifs adossé à notre passif.

A partir des données du portefeuille de passif, nous déterminons dans un premier temps les cash flows futurs avec une revalorisation des contrats au taux minimum garanti. Nous calculons ainsi les écoulements déterministes des différents flux de passif tels que les rachats statistiques, les flux de contrats arrivant à maturité, les provisions mathématiques ou encore les flux de décès.

Ces cash flows seront par la suite intégrés à notre modèle GAP stochastique. Ils seront ainsi ajustés en fonction de chaque scénario en ajoutant notamment la participation aux bénéfices et les rachats dynamiques.

3.1. Principe du modèle à vide

Les éléments du compte de résultat sont projetés avec des hypothèses économiques et démographiques. Ces hypothèses incluent notamment les lois de sorties, la mortalité, la fiscalité, les taux de rendements financiers et les coûts de gestion. Les calculs sont réalisés annuellement.

Le résultat de chaque année future est déterminé par la projection du compte de résultat étant considéré comme la somme des éléments suivants :

- + Chargements sur primes
- Commissions sur primes
- + Chargements sur encours
- Commissions sur encours

$$\begin{array}{r}
 - \text{Frais} \\
 - \text{Impôt} \\
 \hline
 = \text{Résultat d'une année}
 \end{array}$$

Certains produits prévoient des pénalités de rachat, celles-ci n'ont pas été prises en compte dans le modèle car les études de l'équipe ALM ont montré que ces pénalités sont marginales.

3.2. Données d'entrée

Les polices sont regroupées dans des tables selon les réseaux de distribution d'après des critères pertinents : le produit, le taux de chargement sur encours, la famille fiscale (vie, capitalisation), la durée écoulée, la durée du contrat, le taux de participation aux bénéficiaires, la durée du TMG, la date d'intégration de la participation aux bénéficiaires (mensuelle, annuelle, au terme du TMG). Ces caractéristiques nous sont fournies par le département Actuariat.

3.3. Mécanisme du modèle

Les contrats sont projetés de façon déterministe jusqu'à leur terme pour les contrats de capitalisation et sont prorogés pour les contrats d'épargne. Les mécanismes suivants sont utilisés lors de la projection:

➤ Primes

Le modèle développé est un modèle en prime périodique. Cependant, les primes futures sont modélisées comme étant plusieurs années de new business.

➤ Prestations

Le modèle projette différents types de prestations reposant sur les états probables de l'assuré :

- versement de l'épargne acquise en cas de décès,
- versement de la provision mathématique en cas de rachat total et partiel,
- versement de l'épargne acquise en cas d'arrivée à échéance.

Ces prestations sont déterminées en fonction des lois de rachats et de mortalité dépendant des réseaux de distribution, de la famille fiscale (vie, capitalisation), du type de support (mono support, multi supports), de l'ancienneté du contrat, de l'année de projection et d'une loi de rachat partiel en fonction de l'ancienneté du contrat.

➤ Mécanisme de revalorisation

L'épargne constituée bénéficie d'une revalorisation mensuelle, annuelle ou au terme du TMG en fonction des contrats. Le taux de revalorisation peut être au choix :

- le maximum entre le taux contractuel et le taux réglementaire,
- le maximum entre le taux de rendement diminué d'une marge assureur fixe et le taux réglementaire.

Le taux réglementaire étant égal à 85% des produits financiers diminués de la perte technique définie en paramètre.

➤ Frais, chargements et commissions

Les frais d'acquisition sont calculés en pourcentage des primes. Les frais de gestion sont exprimés en pourcentage de l'encours. Les chargements et commissions sur primes sont modélisés en pourcentage des primes. Les chargements et commissions sur encours sont modélisés en pourcentage des provisions mathématiques. Les hypothèses de frais et de commissions sont données par partenaire et par année civile.

3.4. Les sorties du modèle à vide

Les sorties du modèle de passif à vide sont regroupées dans deux tables. Elles alimentent le modèle GAP stochastique dans lequel seront calculés les flux revalorisés de la participation aux bénéficiaires et des rachats dynamiques.

Les passifs sont segmentés par poche selon le TMG et la durée restante de TMG. Chaque poche est scindée en deux sous poches en fonction d'une hypothèse de répartition des contrats par classe d'âge des assurés (jeunes / vieux). La catégorie d'âge permet de déterminer les paramètres de la loi de rachat massif, les plus jeunes étant les plus réactifs. Sont également isolés les primes périodiques et les versements libres.

Dans une première table ont définis pour chaque poche : le taux de chargement sur encours, le taux de participation aux bénéficiaires comme étant la moyenne pondérée par les encours, la classe d'âge des assurés, le taux des frais de gestion, le taux des prélèvements sociaux. Une seconde table est constituée des flux mensuels suivants (projetés uniquement au taux minimum garanti) :

- primes (commerciale et pure),
- prestations versées (décès, rachat, maturité),
- intérêts crédités aux stocks de contrats et aux prestations,
- commissions (d'acquisition et sur encours),
- provisions mathématiques.

3.5. Caractéristiques du portefeuille étudié

Propriétés du passif

Nous distinguons deux types de contrats : les bons de capitalisation et les contrats d'assurance vie qui regroupent les PEP, les lois Madelin, ...

Après avoir projeté les données de notre portefeuille de passif de façon déterministe, nous regroupons les cash flows obtenus en 80 poches homogènes de contrats. Cependant dans un souci d'optimisation du temps de calcul, il apparaît nécessaire de diminuer le nombre de poches. A cet effet, nous effectuons des simplifications nous ramenant à un nombre de 5 poches homogènes de contrats regroupées en fonction des réseaux de distribution des contrats et de la classe d'âge de l'assuré.

Pour cela, nous recalculons pour ces 5 poches, les différents taux cités au paragraphe précédent comme des moyennes pondérées par le montant des provisions mathématiques. Les flux des prestations sont quant à eux additionner.

De plus, nous projetons les cash flows d'un chiffre d'affaires prévisionnel (portefeuille de new business) correspondant approximativement à 10% des provisions mathématiques, durant les 15 années de projection. Le TMG de ces nouveaux contrats est nul tandis que le taux contractuel de participation aux bénéficiaires est de 90%. Ce nouveau chiffre d'affaires permet de prendre en compte dans cette étude, l'effet de mutualisation des richesses latentes entre anciens et nouveaux assurés.

Les caractéristiques de notre passif sont représentées par le tableau ci-dessous :

Tableau 8 : Caractéristiques du passif

Données au 31/12/2007	poche 1	poche 2	poche3	poche 4	poche 5	Nouveau CA
TMG(en %)	3,27	3,27	3,04	3,04	2,25	0,00
Durée TMG (en mois)	23,21	23,21	31,13	31,13	120,00	0,00
Frais (en %)	0,82	0,82	0,48	0,48	0,45	0,5
Taux de PB (en%)	97,698	97,698	90,482	90,482	100	90,00
Catégorie d'age	Jeunes	Vieux	Jeunes	Vieux	Vieux	Jeunes

Duration du passif

Définition

La duration de Macaulay d'une série de flux fixes (F_j) est égale à :

$$\text{Duration} = \left(\sum_{j=1}^n j \times \frac{F_j}{(1+r_j)^j} \right) \times \frac{1}{\sum_{j=0}^n \frac{F_j}{(1+r_j)^j}}$$

Où r_j est le taux d'actualisation de l'année j .

Elle peut être interprétée comme la durée de vie moyenne de l'échéancier des flux.

4. Mise en place de l'actif

4.1. Principe

Nous rappelons que les différentes catégories d'actifs projetés sont les suivantes :

- les actions,
- l'immobilier,
- les OPCVMs obligataires,
- Les obligations à taux fixe,
- les obligations indexées sur inflation,
- et les obligations convertibles.

Le but de cette modélisation est la projection des actifs aussi bien en valeur de marché qu'en valeur nette comptable.

Par convention, les flux ne sont considérés versés ou encaissés qu'en milieu d'année : c'est-à-dire le 30 juin à minuit.

4.2. Données d'entrée

Actifs relevant du R.332-19

Les données d'entrée nécessaires à l'évaluation des obligations à taux fixe et indexées sur l'inflation sont les suivantes :

Tableau 9 : Données d'entrée du R.332-19

Date d'échéance	Montant du Coupon	Montant du Remboursement	Valeur d'achat pied de coupon	Quantité	Type d'amortissement	Spread
...
...

Actifs relevant du R.332-20

Les données d'entrée nécessaires à la projection des actifs relevant du R.332-20 sont représentées dans le tableau ci-dessous :

Tableau 10 : Données d'entrée du R.332-20

Valeur Comptable	Valeur de Marché
...	...
...	...

4.3. Valorisation des actifs

4.3.1. Obligations à taux fixe

L'obligation à taux fixe ouvre droit au versement d'un intérêt fixe pour toute la durée de vie de l'emprunt ainsi qu'au remboursement du capital à l'échéance.

Calcul du flux de remboursement

Le montant encaissé pour le remboursement d'une obligation d'échéance t_N de l'année N se calcule de

la façon suivante :

$$\text{Remboursement}_N = \text{Re mb}_{t_N} \times (1 + \tau_{N-1})^{-a/12}$$

Avec les notations suivantes:

- Remboursement_N : Montant encaissé au titre du remboursement de l'obligation pour l'année N,
- Re mb_{t_N} : Valeur de remboursement (donnée d'entrée de la modélisation) de l'obligation d'échéance t_N ,
- a : est le nombre de mois séparant le 30.06.N (date d'encaissement des flux) et la date t_N . Pour un remboursement avant le 30.06.N « a » est négatif et pour remboursement après le 30.06.N d'année « a » est positif,
- τ_{N-1} : le taux cash 1 an au 31/12/ N-1.

Calcul du coupon encaissé

Un coupon encaissé se comptabilise également en milieu d'année. Pour un coupon se détachant à une date t_N de l'année N, le calcul du montant encaissé pour l'année N se fait de la façon suivante :

$$\text{Coupon_encaissé}_N = \text{Coupon}_{t_N} \times (1 + \tau_{N-1})^{-b/12}$$

Avec les notations suivantes:

- Coupon_encaissé_N = Montant encaissé au titre du détachement de coupon pour l'année N,
- Coupon_{t_N} = Montant du coupon se détachant à une date t_N ,
- b : est le nombre de mois séparant le 30.06.N (date d'encaissement des flux) et la date de détachement de coupon. Pour un détachement avant le 30.06.N « b » est négatif et pour un détachement après le 30.06.N « b » positif,
- τ_{N-1} : est le taux cash 1 an au 31/12/ N-1.

Calcul du coupon couru

Le coupon couru correspond au montant d'intérêt acquis au prorata temporis. Le coupon couru à la date t_N de l'année N se calcule de la manière suivante :

$$CC_{t_N} = \begin{cases} \text{Coupon} \times (\text{Nbj1} / \text{Nbj2}) & \text{si } N < \text{année d'échéance} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Avec les notations suivantes :

- CC_{t_N} = Coupon Couru à la date t_N ;
- Coupon = Montant du coupon qui succède la date t_N ;
- Nbj1= Nombre de jours encadrant la précédente date de détachement du coupon et la date de calcul t_N ;
- Nbj2 = Nombre de jours encadrant les dates de détachement de deux coupons.

Calcul de la valeur de marché

➤ Valeur de marché plein coupon

La valeur de marché plein coupon correspond à la valeur de marché de l'obligation, coupon couru inclus. Le logiciel **Prophet** calcule cette valeur de marché en sommant les valeurs actualisées du remboursement et des coupons. La valeur de marché plein coupon à la date t_N de l'année N, d'une obligation d'échéance t_R de l'année R, se calcule de la façon suivante :

$$VM_{t_N} = \sum_{i=1}^R \frac{\text{Coupon}_{t_i}}{(1 + \tau(t_N, t_{N+i} - t_N))^{t_{N+i} - t_N}} + \frac{\text{Re mb}_{t_R}}{(1 + \tau(t_N, t_R - t_N))^{t_R - t_N}}$$

Avec les notations suivantes :

- VM_{t_N} = Valeur de marché plein coupon à la date t_N ,
- Coupon_{t_i} = Montant du coupon se détachant à la date t_i ,
- Re mb_{t_R} = Montant du remboursement de l'obligation (à la date t_R),
- t_R = Date d'échéance de l'obligation,
- $\tau(t_N, t_R - t_N)$ = Taux terme-terme à la date t_N d'un zéro coupon de maturité $t_R - t_N$.

Remarque :

Lorsque $t_N = t_0$ (date de référence), $\tau(t_N, t_R - t_N)$ devient le taux à la date t_0 d'un zéro coupon arrivant à maturité en t_R .

➤ Valeur de marché pied de coupon

La valeur de marché pied de coupon à la date t_N de l'année N est obtenue de la manière suivante :

$$VM_PDC_{t_N} = VM_{t_N} - CC_{t_N}$$

Avec les notations suivantes :

- $VM_PDC_{t_N}$ = la valeur de marché pied de coupon de l'obligation à la date t_N ,
- VM_{t_N} = Valeur de marché plein coupon à la date t_N ,
- CC_{t_N} = Coupon Couru à la date t_N .

Calcul de la surcote / décote

Les sociétés d'assurance doivent constater comptablement la différence entre le prix d'achat (hors intérêts courus et frais d'acquisition) et le prix de remboursement des titres obligataires en tant que produit ou charge à amortir sur la durée de vie résiduelle de l'obligation. Il s'agit alors d'une surcote ou d'une décote. Cet amortissement peut s'effectuer de façon linéaire ou actuarielle. Nous détaillons ici le calcul de l'amortissement actuariel car c'est ce mode d'amortissement qui sera utilisé dans le calcul de la réserve de capitalisation pour les obligations.

➤ Taux de rendement actuariel

Le taux de rendement actuariel r est le taux qui est solution de l'équation suivante :

$$A = \sum_{i=1}^R \frac{\text{Coupon}_{t_i}}{(1+r)^{t_i-t_0}} + \frac{\text{Remb}_{t_R}}{(1+r)^{t_R-t_0}}$$

Avec les notations suivantes :

- A = le prix d'achat de l'obligation à la date t_0 ,
- t_0 = date d'achat de l'obligation,
- Coupon_{t_i} = montant du coupon à la date t_i ,
- t_R = date d'échéance de l'obligation,
- Remb_{t_R} = remboursement de l'obligation à échéance t_R .

Remarque :

On note A_PDC le prix d'achat pied de coupon définit de la façon suivante :

$$A_PDC = A - CC_{t_0}$$

où CC_{t_0} est le coupon couru à la date t_0 et A est le prix d'achat de l'obligation à la date t_0 .

➤ Valeur amortie

La valeur amortie en t_N d'une obligation à taux fixe est définie comme la valeur actuelle de celle-ci en t_N , calculée au taux de rendement actuariel déterminé lors de l'acquisition.

$$\text{VAM}_{t_N} = \sum_{i=N}^R \frac{\text{Coupon}_{t_i}}{(1+r)^{t_i-t_N}} + \frac{\text{Remb}_{t_R}}{(1+r)^{t_R-t_N}}$$

Avec les notations suivantes :

- VAM_{t_N} = valeur amortie à la date t_N ,
- Coupon_{t_i} = montant du coupon à la date t_i ,
- t_R = date d'échéance de l'obligation,
- Remb_{t_R} = montant du remboursement de l'obligation à échéance t_R ,
- r = taux de rendement actuariel de l'obligation déterminé lors de l'acquisition.

➤ Flux de surcote/décote

Pour chaque obligation, le flux de surcote/ décote à la date t_N se calcule de la manière suivante :

$$S_D_{t_N} = \text{VAM}_{t_N} - \text{VAM}_{t_{N-1}}$$

Avec les notations suivantes :

- $S_D_{t_N}$ = Flux de surcotes/décotes de la date t_N ,
- VAM_{t_N} = Valeur amortie à la date t_N .

Calcul de la valeur nette comptable

Au bilan, l'obligation est inscrite pour son prix d'achat. En compte de régularisation figurent les montants des surcotes/décotes déjà amorties ainsi que les montants des coupons courus au 31 décembre de l'année N (année en cours).

Une valeur nette comptable est définie comme étant le prix d'achat pied de coupon auquel est rajouté le montant des surcotes/décotes déjà amorties, c'est-à-dire inscrites en compte de régularisation au bilan.

La valeur nette comptable pied de coupon au 31 décembre de l'année N se calcule de la manière suivante :

$$\text{VNC_PDC}_{t_N} = A_PDC + \sum_{i=1}^N S_D_{t_i}$$

Avec les notations suivantes:

- VNC_PDC_{t_N} = Valeur nette comptable pied de coupon à la date t_N ,
- $S_D_{t_i}$ = Montant de surcotes / décotes à la date t_i ,
- A_PDC = Prix d'achat pied de coupon

4.3.2. Actifs relevant du R332-20 :Actions, OPCVM et Immobilier

Calcul de la valeur de marché

Nous rappelons que la valeur de marché des actifs relevant du R.332-20 est renseignée à la date de référence par l'utilisateur. La valeur de marché de ces actifs à la date t_N est calculée de la manière suivante :

$$VM_{t_N} = \begin{cases} VM_{t_0} & \text{si } t_N = t_0 \\ VM_{t_{N-1}} \times \frac{S_{t_N}}{S_{t_{N-1}}} & \text{sinon} \end{cases}$$

Avec les notations suivantes :

- VM_{t_0} = Valeur de marché à la date de référence t_0 (entrée par l'utilisateur),
- VM_{t_N} = Valeur de marché à la date t_N ,
- S_{t_N} = cours de l'actif à la date t_N (fournit par le générateur des scenarii financiers),

Calcul du dividende encaissé

Nous rappelons que les flux de dividendes sont considérés comme encaissé au milieu de l'année. Le dividende encaissé pour l'année N se calcule donc de la manière suivante :

$$Div_N = Tx_div \times VM_{t_{N-1}} \times \left(\frac{S_{t_N}}{S_{t_{N-1}}} * \frac{1}{1 + Tx_div} + 1 \right)^{0,5}$$

Avec les notations suivantes :

- Div_N = Montant du dividende encaissé au titre de l'année N,
- $VM_{t_{N-1}}$ = Valeur de marché de l'actif à la date t_{N-1} ,
- S_{t_N} = cours de l'actif à la date t_N ,
- Tx_div = taux de dividende de l'actif (défini lors du paramétrage du générateur).

Calcul de la valeur comptable

Nous rappelons que la valeur comptable des actifs relevant du R.332-20 est renseignée à la date de référence par l'utilisateur. La valeur de marché à la date t_N de ces actifs se calcule de la manière suivante :

$$VC_{t_N} = \begin{cases} VC_{t_0} & \text{si } t_N = t_0 \\ VC_{t_{N-1}} + Div_N + PMVLR_N & \text{sinon} \end{cases}$$

Avec les notations suivantes :

- VC_{t_0} = Valeur comptable à la date de référence t_0 (entrée par l'utilisateur),
- VC_{t_N} = Valeur comptable à la date t_N ,

- Div_N = Montant du dividende encaissé au titre de l'année N,
- $PMVLR_N$ = Plus ou moins values réalisées au titre de l'année N (voir section 6.1.2 de cette partie).

4.4. Hypothèses d'actif

Périmètre de l'étude

Les simulations ont été réalisées sur la base d'un portefeuille existant de produits classiques de capitalisation, d'épargne individuelle et d'épargne collective arrêté au 31/12/2007. Ce portefeuille est initialement composé de 600 lignes d'actifs.

Principales hypothèses de l'actif

Pour des raisons d'optimisation du temps de calculs, les données d'actifs ont aussi été agrégées. Nous vérifierons par la suite que cette simplification a des effets négligeables. Les principales hypothèses à l'actif sont :

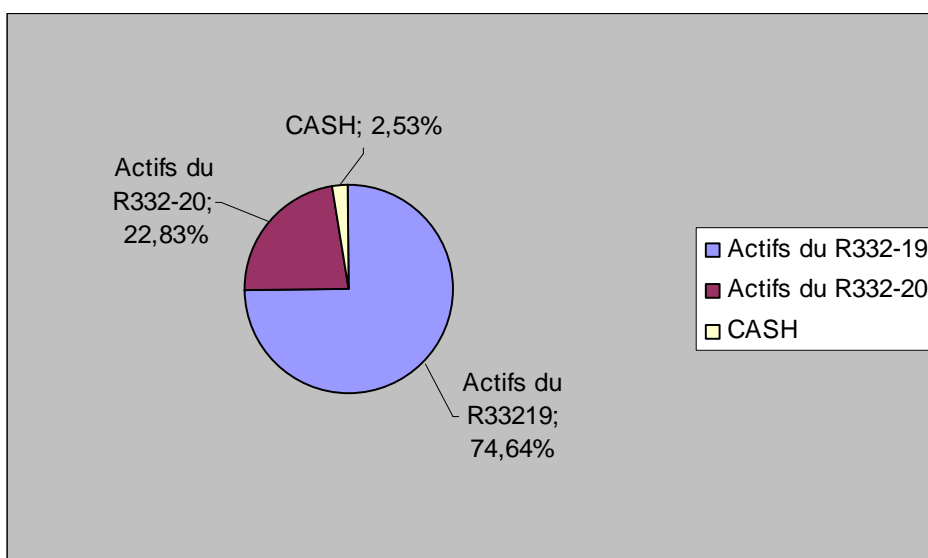
- La structure de l'actif, en **valeur de marché**, est réalignée à partir de la première année sur une allocation cible définie au départ.
- Les lignes obligataires ont été agrégées pour les réduire au minimum (30 lignes environ) : 1 ligne par maturité et par type pour la partie obligataire (Obligations à taux variables, à taux fixes, couponnées, non couponnées).
- L'ensemble des actions est renseigné sur une seule ligne, caractérisé par sa volatilité de 20% et une prime de risque de 4% par rapport au taux court.
- L'immobilier est renseigné sur une seule ligne, caractérisé par une volatilité de 10% et une prime de risque de 2% par rapport au taux court.
- Les OPCVM de taux sont aussi renseignés sur une seule ligne, caractérisés par une volatilité de 1,6% et une prime de risque de 1,7%.
- **10% des plus-values latentes sont réalisées** tous les ans sur le R.332-20.

Composition du portefeuille d'actifs

Répartition des actifs du portefeuille global

La situation de notre portefeuille au 31/12/2007 en valeur de marché est la suivante :

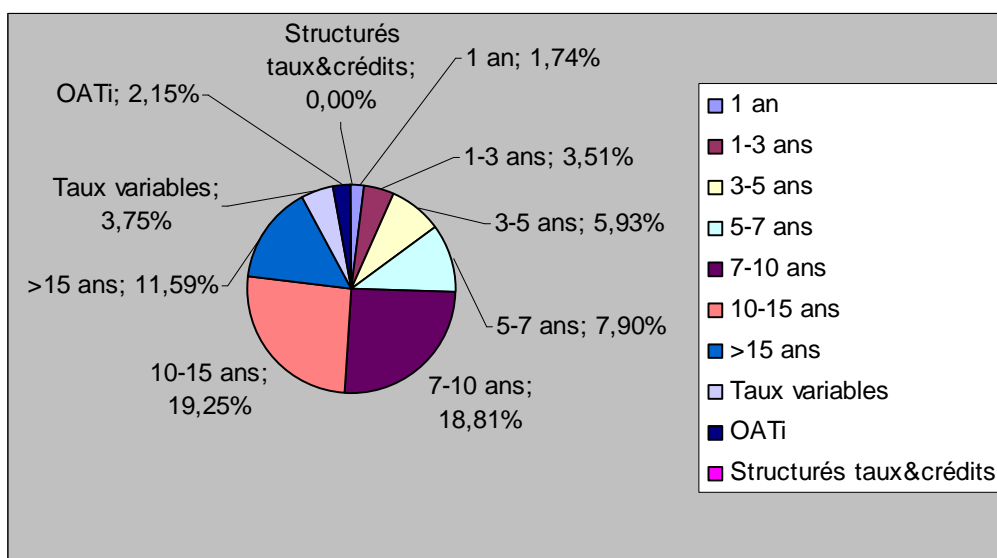
Graph 9 : Répartition de l'allocation initiale au 31/12/2007 en catégories d'actifs



Le portefeuille initial est constitué principalement d'actifs relevant du R.332-19. Toutefois la part du R.332-20 représente 23% du total de l'actif en valeur de marché. Détaillons maintenant les classes d'actifs à l'intérieur des parts R.332-20 et R.332-19.

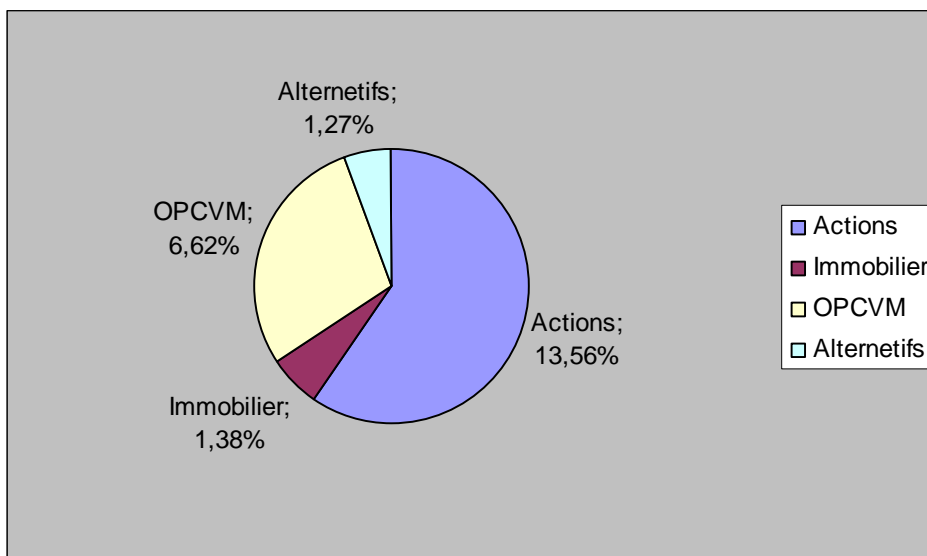
Répartition des actifs relevant du R.332-19

Graph 10 : Répartition des actifs relevant du R.332-19 pour l'allocation initiale au 31/12/2007



Nous constatons que les deux grandes catégories d'actifs relevant du R.332-19 sont les obligations à taux fixes de maturités comprises entre 7 et 10 ans et entre 10 et 15ans. Rappelons que le but de cette étude est d'optimiser la partie taux fixes de la poche R332-19 et qui est constituée par les taux 1 an jusqu'à plus que 15 ans

Graph 11 : Répartition des actifs relevant du R.332-20 pour l'allocation initiale au 31/12/2006



5. Modélisation des interactions actif- passif

La modélisation actif-passif repose principalement sur le comportement des assurés tel que les rachats ou la production nouvelle en fonction de la compétitivité du taux servi. Cette modélisation repose également sur le comportement de l'assureur par rapport à son choix d'actifs, à sa politique de réalisation de plus ou moins values ou encore par rapport à son pilotage des réserves.

5.1. Stratégie financière

Hypothèses d'investissement et de désinvestissement

Le traitement du flux de trésorerie net suit la règle suivante :

- s'il est excédentaire, le solde de trésorerie est réinvesti chaque année selon la structure initiale de l'actif en valeur de marché,
- s'il est déficitaire, des cessions d'actifs sont déclenchées suivant la structure initiale en valeur de marché.

Politique de réalisation des plus ou moins values latentes : le turn-over

Le turn-over est défini comme le pourcentage de plus ou moins-values réalisé chaque année. Dans cette étude, nous imposons un turn-over de 10%. Les plus ou moins values réalisées proviennent de la cession d'actifs relevant du R.332-20. Il ne s'agit pas directement d'une stratégie financière, mais plutôt d'une tactique comptable permettant à l'assureur de ne pas avoir un stock de plus ou moins value trop important tout en conservant une valeur de marché de l'actif identique.

Cette technique consiste, dans un premier temps, à vendre le montant d'actif en valeur de marché qui engendre 10% des plus ou moins values. Puis l'assureur rachètera de l'actif pour un même montant. Ainsi, la valeur de marché finale de l'actif reste constante après application du turn-over mais le montant des plus ou moins values sera moins important.

A titre d'exemple, considérons un portefeuille constitué uniquement d'actions au 31 décembre de l'année N. Les caractéristiques de notre portefeuille sont les suivantes :

Tableau 12 : Cas pratique de la politique de réalisation des plus ou moins values latentes

	Valeur comptable	Valeur de marché	Plus ou Moins Values Latentes
Avant l'application du turn-over	1000	1100	100
Après l'application du turn-over	1010	1100	90

Notre actif présente avant l'application du turn-over une plus value de 100 euros. Le turn-over conduit à vendre $10\% \times 1100 = 110$ euros d'actions. A ce moment de l'opération la valeur de marché du portefeuille est de 990 euros et la valeur comptable du portefeuille est de 900 euros, ce qui correspond à 90 euros de plus value latente. Nous rachetons ensuite 110 euros d'actions, ce qui nous amène à une valeur comptable de 1010 euros ($=900+110$) et une valeur de marché de 1100 euros ($=110+990$). La valeur de marché de l'actif n'a donc pas changé alors que la plus value finale du portefeuille est maintenant de 90 euros. Les plus values ont donc diminuées de 10%.

Il ne faut cependant pas négliger l'importance de cette tactique car la réalisation de plus ou moins values permet à l'assureur de piloter ses résultats et de manœuvrer en fonction des différentes provisions et des réserves prudentielles imposées par la réglementation.

Notre modèle réalisera 10% des plus ou moins values latentes tous les ans sur tous les actifs de la poche R.332-20 (Actions, Immobilier, OCPVM et Alternatif).

Politique d'allocation d'actifs

Lors de la projection, l'allocation est maintenue constante en valeur de marché : nous gardons ainsi constant le pourcentage de chaque classe d'actifs en valeur de marché dans le portefeuille. La structure du portefeuille obligataire est maintenue constante par classe lors des réinvestissements et désinvestissements

Dividendes

Le résultat net comptable est distribué à l'actionnaire sous forme de « dividendes » à la fin de chaque exercice.

5.2. Taux servi cible

Le Taux Servi Cible (TSC) est un élément clé de la modélisation actif-passif. Il intervient dans le pilotage du Taux Servi (TS), de même que dans les lois comportementales (rachats dynamiques et chiffre d'affaires dynamique).

Le taux servi est piloté dans le but de minimiser les rachats. Dans cette optique, nous définissons un Taux Servi Cible correspondant au taux servi par la concurrence, pondéré par un coefficient multiplicateur de 90%.

Taux servi en période de hausse des taux

Dans une période de hausse de taux, nous considérons que l'assuré compare le taux servi de son contrat au rendement d'une obligation d'Etat 10 ans. Par conséquent, nous utilisons la moyenne sur l'année de l'OAT 10 ans comme référence de la concurrence en période de hausse des taux.

Cette démarche n'est cependant pas valable dans les scénarii de baisse des taux. Il nous est donc apparu nécessaire de modifier le taux cible, pour qu'il soit valable à la fois en cas de hausse des taux, mais aussi en cas de baisse.

Taux servi en période de baisse des taux

Nous avons choisi de modéliser le taux de l'AFER en cas de baisse des taux. Nous avons effectué ce choix d'une part parce que nous possédons un historique de taux servis assez conséquent, et d'autre part parce que le marché l'utilise assez souvent comme référence.

Le taux de l'AFER a été modélisé en fonction des taux 10 ans afin d'estimer son évolution et l'utiliser dans notre taux cible.

Il s'agit d'une relation de régression linéaire multiple issue d'une étude économétrique. Ici, l'estimateur statistique du taux AFER pour la date t_N est donné par la relation suivante :

$$AFER_{t_N} = 0,17 \times OAT 10_{t_N-5} + 0,17 \times OAT 10_{t_N-4} + 0,2 \times OAT 10_{t_N-3} + 0,23 \times OAT 10_{t_N-2} + 0,23 \times OAT 10_{t_N-1}$$

Avec les notations suivantes :

- $AFER_{t_N}$ = estimateur statistique du taux AFER pour la date t_N ,
- $OAT 10_{t_N}$ = taux de l'OAT 10 ans à la date t_N .

Modélisation du taux servi cible

Le taux servi cible à la date t_N sera donc pris comme le maximum entre la prédiction du taux AFER et l'OAT 10 ans, pondéré par un coefficient de 90%, soit :

$$TSC_{t_N} = 90\% \times \text{Max}(AFER_{t_N}; OAT 10_{t_N})$$

Avec les notations suivantes :

- TSC_{t_N} = taux servi cible à la date t_N ,
- $AFER_{t_N}$ = estimateur statistique du taux AFER pour la date t_N ,
- $OAT 10_{t_N}$ = taux de l'OAT 10 ans à la date t_N .

Nous avons vérifié que les taux servis dans le passé par la compagnie étaient relativement proches des résultats obtenus avec cette formule.

Ainsi, il est maintenant possible d'introduire dans notre étude sur la modélisation un taux servi cible valable à la fois dans les contextes de hausse et de baisse des taux.

5.3. Rachats massifs lié à l'évolution de l'actif

L'objectif principal d'un assureur, en cas de hausse des taux, est avant tout de limiter les sorties des clients (du fait de la possibilité donnée aux assurés de racheter leurs contrats à n'importe quel moment) pour ne pas dilapider son fonds de commerce et, en outre, ne pas avoir à liquider de titres obligataires

en moins-values. Nous considérons dans ce cas que l'assuré a tendance à comparer le dernier rendement de son contrat en Euros (le taux servi) au taux de l'OAT 10 ans du jour. En effet, cet horizon de 10 ans correspond a priori à la durée moyenne de détention de son contrat.

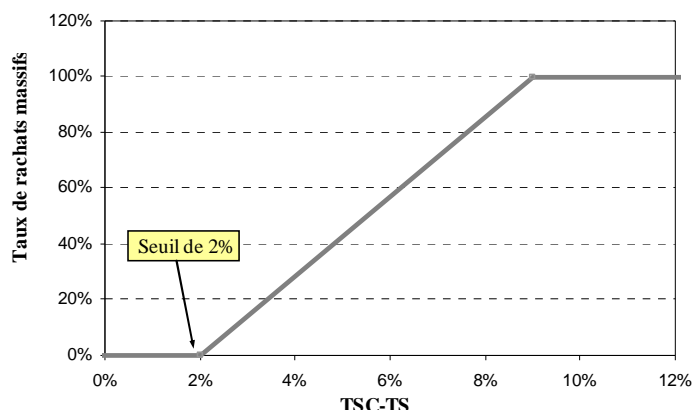
La règle retenue est de ne pas dépasser l'écart critique entre le taux de l'OAT 10 ans et le taux servi (TS) qui déclencherait des rachats massifs.

Dans la modélisation retenue pour cette étude, les rachats massifs se déclenchent (hors chutes naturelles des contrats) au-delà d'un écart entre le taux servi (TS) et le taux servi cible (TSC) appelé seuil de réaction. Ceci permet à l'assureur de tenir compte du plus grand frein fiscal sur ces clients (avantage à souscrire avant 70 ans d'un point de vue de la fiscalité en cas de décès).

Les paramètres de cette loi diffèrent suivant l'âge de l'assuré et le réseau de distribution des contrats. Nous rappelons que la catégorie d'âge est un élément important de notre étude car elle permet de déterminer les paramètres de la loi de rachat massif, les plus jeunes étant les plus réactifs.

Le graphe suivant présente l'évolution des taux de rachats en fonction du seuil de réaction pour les jeunes assurés.

Graphe 12 : Evolution du taux de rachat massifs



Au-delà d'un écart de 2% entre le Taux Servi et le Taux Servi Cible, il y a un intérêt pour l'assuré de racheter son contrat.

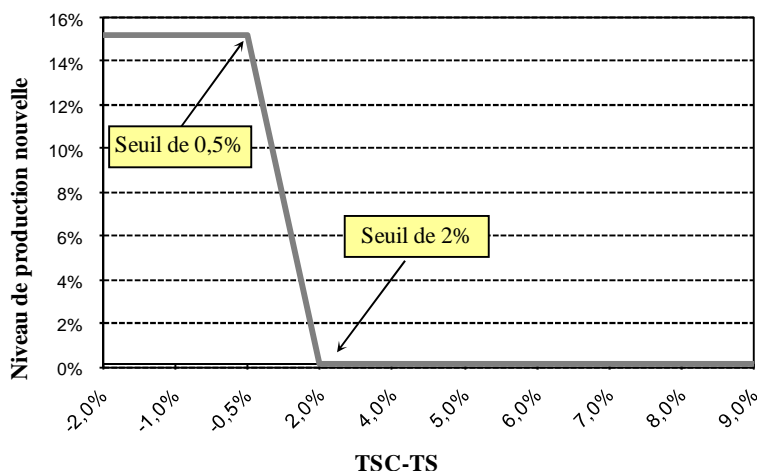
5.4. Chiffre d'affaires dynamique

Le futur chiffre d'affaires est modélisé de manière analogue aux rachats massifs. Le niveau moyen de production annuelle correspond aux prévisions budgétaires. Nous faisons ensuite croître ce chiffre d'affaires prévisionnel suivant un taux de croissance moyen basé sur les observations passées (moyenne sur 5 années).

Si le Taux servi correspond au Taux servi cible, le futur chiffre d'affaires est maintenu au niveau prévisionnel. Si l'écart entre le Taux servi et le Taux servi cible devient supérieur à 0,5%, alors le futur chiffre d'affaires est réduit linéairement pour devenir nul au-delà d'un certain seuil.

Prenons pour exemple un niveau de production annuelle de 15% de l'encours. Nous obtenons l'évolution suivante pour le chiffre d'affaires dynamique pour les jeunes assurés :

Graphe 13 : Evolution de la production nouvelle



Cette loi reprend les mêmes conclusions que celles sur les rachats rationnels. En effet, au-delà d'un certain écart entre le Taux Servi et le Taux Servi Cible, il n'y a pas d'intérêt pour un assuré à verser de nouvelles primes sur son contrat, ni d'en souscrire un nouveau. Les paramètres de cette loi diffèrent aussi suivant l'âge de l'assuré et le réseau de distribution des contrats. Par conséquent, **le chiffre d'affaires s'annule quand les rachats rationnels se déclenchent.**

5.5. Participation aux bénéfices

La participation aux bénéfices des assurés respecte une double contrainte.

Versement d'un montant minimal annuel

Selon le code des assurances (art. A 331-4), « le montant minimal de la participation aux bénéfices à attribuer au titre d'un exercice est déterminé globalement à partir d'un compte de participation aux résultats ».

Ce compte de participation aux résultats est calculé de la façon suivante :

$$\begin{aligned}
 & \text{Le solde de la gestion technique} \\
 & - 10\% \text{ du solde créditeur de la gestion technique (le cas échéant)} \\
 & + \text{Le solde débiteur du compte de participation aux résultats de l'exercice précédent (le cas échéant)} \\
 & + 85\% \text{ du solde du compte financier} \\
 & + \text{Le solde de réassurance} \\
 \hline
 & = \text{Montant minimal de participation aux bénéfices}
 \end{aligned}$$

Le solde de la gestion technique est défini comme le « Solde de souscription » (Primes - Charges des prestations - Charges des provisions d'assurance vie et des autres provisions techniques) diminué des « Frais d'acquisition » et des « Autres charges de gestion nettes ».

Modalités de la participation aux bénéfices

Les conditions générales ou particulières des contrats fixent les modalités de participation aux bénéfices.

Les conditions apparaissant sur les contrats sont généralement rédigées de la façon suivante : l'assureur attribue au contrat, au titre de la catégorie à laquelle il est rattaché, une participation aux bénéfices financiers sous la forme d'une augmentation de la valeur de rachat. Cette valorisation est déterminée à

partir de l'attribution de [X %] des résultats obtenus sur les placements de ces fonds, nets d'un prélèvement au plus égal à [Y %] des encours gérés (par année).

Ces conditions générales de participation aux bénéfices s'accompagnent parfois d'un engagement de valorisation minimale.

Dans les simulations, les contraintes de rentabilité du portefeuille couplées aux contraintes commerciales de taux servis conduisent à définir la politique suivante de participation aux bénéfices :

- Si le taux de rendement de l'actif diminué de la marge maximale contractuelle de l'assureur est supérieur au taux servi cible, alors l'assureur servira le taux servi cible et dotera à la PPE l'excédent de produits financiers.
- Si le taux de rendement de l'actif diminué de la marge de l'assureur est inférieur au taux servi cible, alors l'assureur reprendra tout ou partie de la PPE disponible afin d'atteindre le Taux servi cible.
- Si la reprise à la PPE s'avère insuffisante, l'assureur acceptera alors de diminuer sa marge jusqu'à 72 point de base, afin de minimiser les rachats.

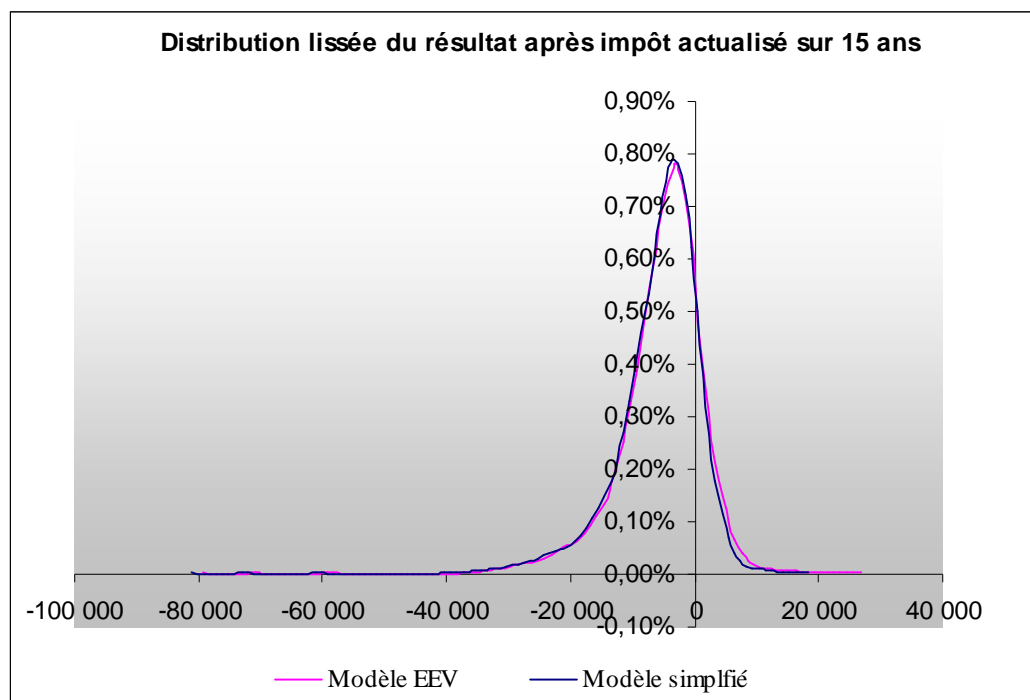
Il convient de préciser que si l'abandon partiel de la marge ne permet pas d'atteindre le taux servi cible, alors le taux servi reste inférieur au taux servi cible. Si cet écart dépasse un certain seuil alors les assurés rachètent massivement leur contrat.

6. Validation du modèle

6.1. Impact de la Simplification

Afin de mesurer l'impact des simplifications qui ont été faites sur les lignes d'actif et de passif, nous étudions à partir de l'allocation initiale (situation au 31/12/2007), la distribution lissée du résultat actualisé avant impôt dans les cas d'une modélisation simplifiée et non simplifiée.

Grphe 15 : Distribution lissée du résultat avant impôt



Les simplifications effectuées conduisent donc à une distribution du résultat du portefeuille simplifié similaire à celle du résultat de notre portefeuille de base. Nous pouvons donc conclure que l'impact des simplifications effectuées est quasi-nul sur les résultats de nos tests.

La dissymétrie des distributions correspond à la dissymétrie de la répartition des bénéfices entre assureur et assurés :

- en cas de gain, la participation de l'assureur est limitée à 15% des produits financiers,
- et a contrario, il supporte 100% des pertes financières au-delà d'un certain seuil.

Optimisation de la duration de la poche obligataire taux fixe

L'objet de cette étude est de définir la duration optimale du portefeuille obligataire taux fixes du fonds général de Cardif Vie France. Les études réalisées auparavant concernaient l'optimisation de la poche R332-20, dans cette étude, nous allons garder fixe la poche R332-20 au 31/12/2007, et nous optimiserons les allocations des différents actifs de la partie taux fixe de la poche R332-19.

Nous définirons, dans une première partie, les indicateurs de performance et de risque sur lesquels on s'appuiera pour comparer les durations entre elles, la meilleure duration sera celle qui optimisera au mieux le couple rendement risque.

1. Vision économique du risque obligataire

Nous effectuons une optimisation de l'allocation d'actif à partir d'un indicateur de profit, d'un indicateur de risque et d'hypothèses financières.

1.1. Périmètre de l'étude

Les simulations ont été réalisées pour la plupart sur la base du bilan de Cardif Vie France, gestion générale seule hors Fonds C et autres cantons, arrêté au 31/12/2007.

1.2. Principales hypothèses retenues dans la modélisation

L'actif et le passif sont simulés sur 15 ans à partir de scénarii sur l'évolution du taux court (1an), du taux long (OAT 10 ans) et du marché actions. Nous intégrons du nouveau chiffre d'affaires prévisionnel, approximativement 10% des provisions mathématiques, durant les 15 années de projection pour prendre en compte dans cette étude l'effet de mutualisation des richesses latentes entre anciens et nouveaux assurés.

Pour des raisons d'optimisation de temps de calcul, les données d'actif et de passif ont été agrégées.

1.2.1. Projections financières

La valorisation des actifs s'effectue dans un univers risqué dont les principales hypothèses sont les suivantes :

- une prime de risque de 100pb entre le taux court 1 an et l'OAT 10 ans.
- des volatilités et des dividendes pour la poche R332-20 exposés dans le tableau suivant

	Prime de risque/ OAT 10ans	Volatilité
CAC	300pb	20%
Immobilier	100pb	10%
Autres	70pb	1.6%

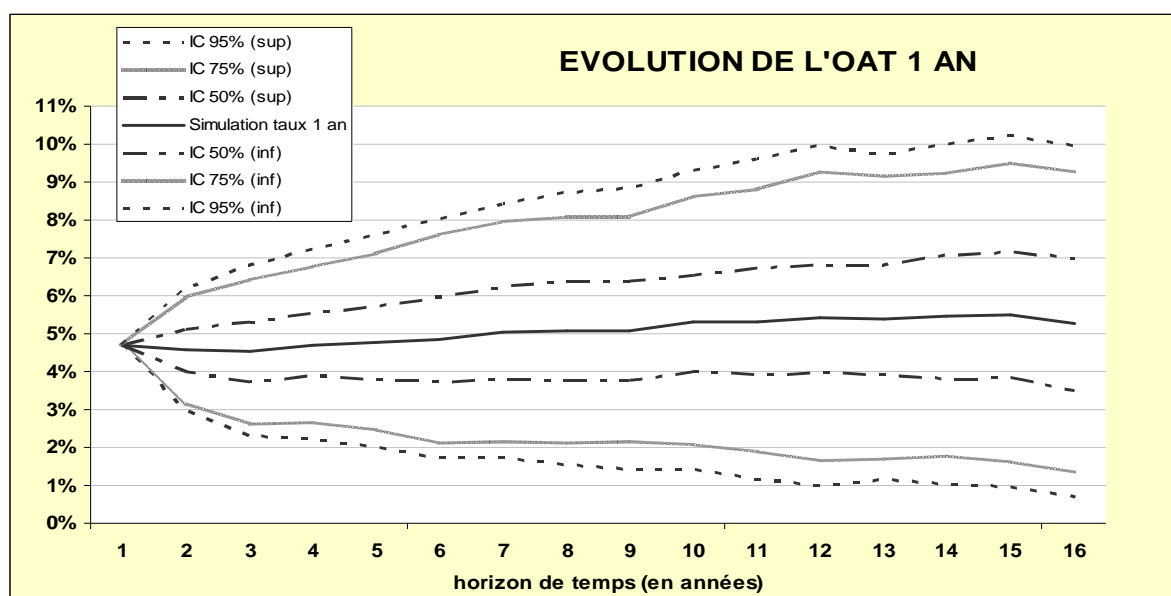
Toutefois au-delà du taux 10 ans, nous nous calons sur les taux forward, et il n'y a donc pas de surrendement d'un taux OAT 15 ans par rapport à un taux OAT 10 ans. Nous avons testé, dans une précédente étude, nos différentes allocations en augmentant la durée du taux long dans nos scénarii financiers, c'est-à-dire en fixant celui-ci à 15 ans voire à 30 ans en conservant une prime de risque de 10 pb par année, et nous avons pu observer que les résultats concernant la duration obligataire étaient conservés. Le générateur de scénarii financiers utilisé est le modèle développé par le département GAP du groupe BNP Paribas.

Différents tests de sensibilité seront présentés dans cette note.

1.2.2. Caractéristiques des différentes classes d'actifs

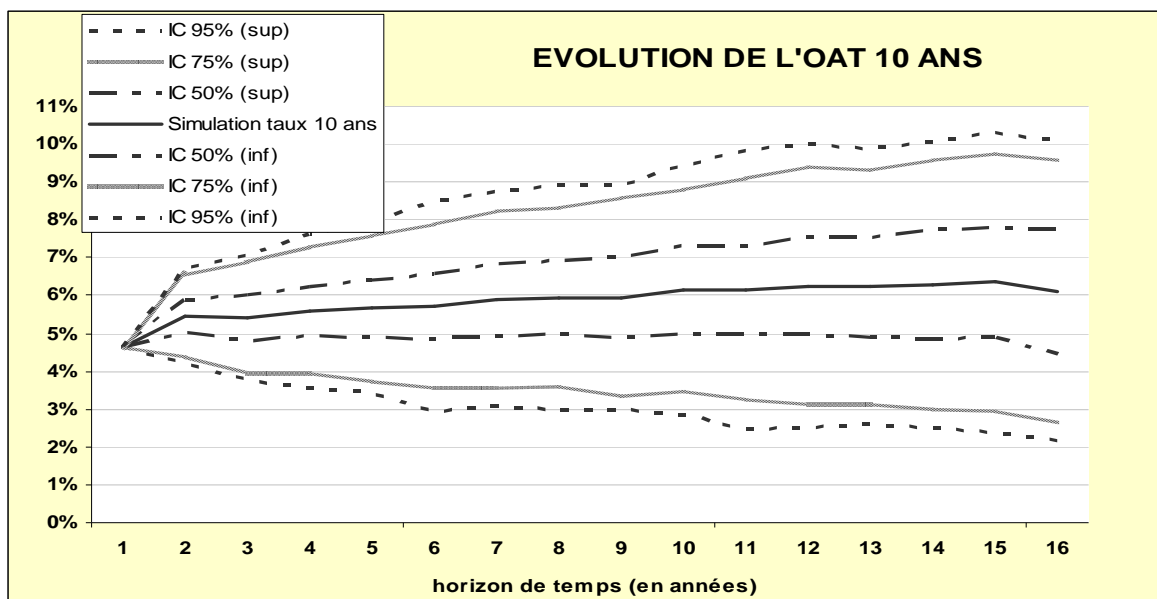
Sur la base des paramètres précédents, nous simulons l'évolution de nos classes d'actifs

1.2.2.1. L'OAT 1 an



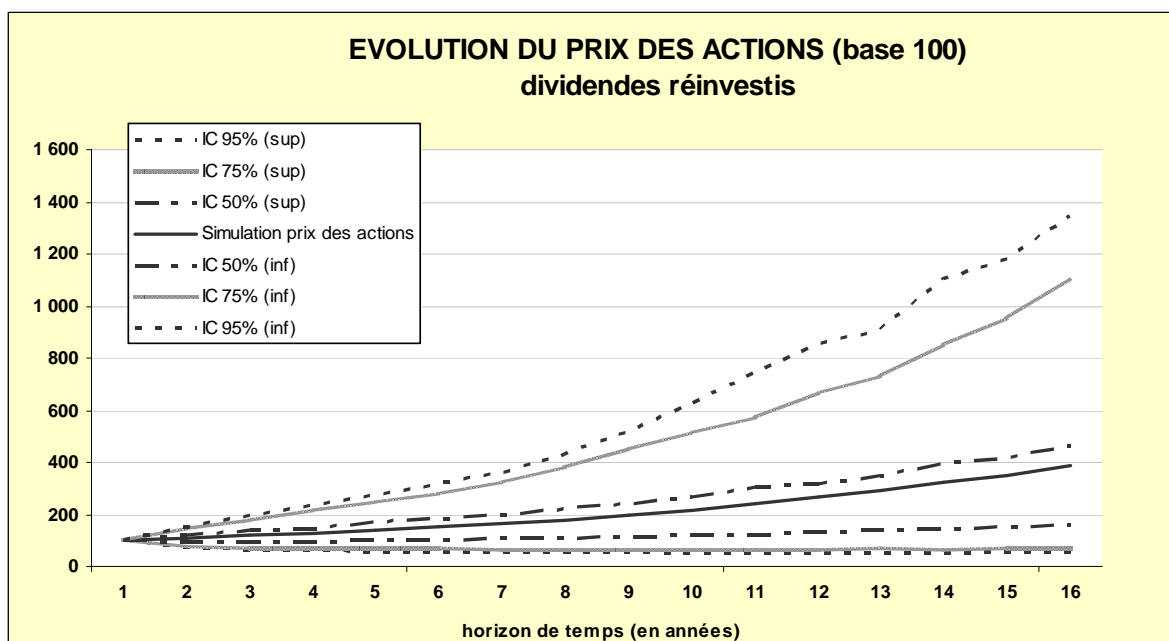
L'OAT 1 an converge vers 5% (taux forward) en moyenne et reste comprise entre 0% et 11% dans 95% des scénarii au terme des simulations (soit au bout de 15 ans)

1.2.2.2. L'OAT 10 ans



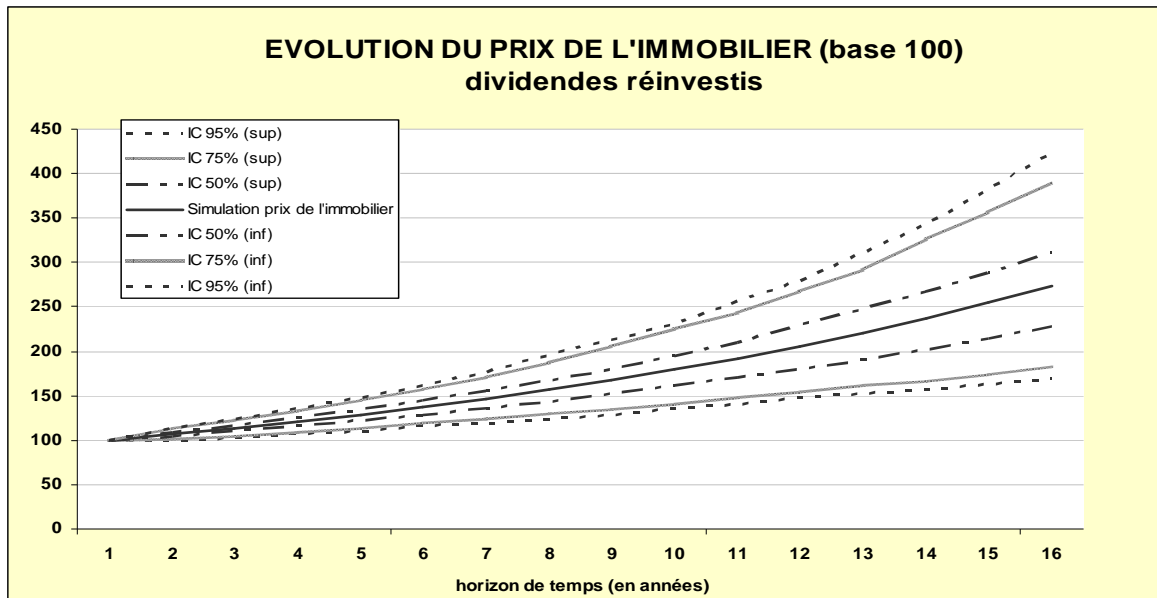
L'OAT 10 ans converge vers **6%** (taux Forward) en moyenne et reste comprise entre 2% et 11% dans 95% des scénarii au terme des simulations (soit au bout de 15 ans). Nous vérifions bien ici la prime de risque de 100 PB que nous avons fixée entre le taux court (1 an) et le taux long (10 ans).

1.2.2.3. Les actions



Le prix de l'action converge en moyenne vers 385 au bout de 15 ans, soit une performance annuelle de **9,4%**.

1.2.2.4. L'immobilier



Le prix de l'immobilier converge en moyenne vers 274 au bout de 15 ans, soit une performance annuelle de **6.9%**.

1.2.3. Hypothèses de réallocation

Les allocations sont modifiées au bout d'un an puis conservées constantes tout au long de la projection.

Par ailleurs, le simple fait de réallouer la poche obligataire est source de profit pour l'assureur. En effet, le portefeuille considéré étant en plus-value latente, la vente de telle ou telle obligation va constituer de la réserve de capitalisation, réserve sur laquelle les produits financiers sont exclusivement reversés à l'assureur. **Ainsi dans un souci de comparaison entre les différentes allocations testées et l'allocation initiale, les produits financiers sur la RC sont ici redistribués aux assurés.**

1.3. Définition des indicateurs de profit et de risque

1.3.1. Indicateur de profit

Amélioration indicateur de profit

Notre vision

L'indicateur de profit retenu est la moyenne, sur les 1000 scénarii, de la somme :

- des résultats futurs de l'assureur avant impôt les 15 premières années, capitalisés, pour obtenir une valeur du résultat au terme des 15 ans de projection.
- de la PRE finale

- de 15% des PMVL finales
- de 15% de la réserve de capitalisation finale

Un exemple en annexe 1 vient en illustration des différents termes qui composent cet indicateur.

Le taux de capitalisation utilisé est le taux 1 an.

La décomposition de cet indicateur de profit pour le portefeuille initial au 31.12.2007 est la suivante :

	Situation au 31/12/2007 en M€	en %
Profit avant taxe	7 235,81	96,3%
15% PMVL	- 55,40	-0,7%
15% RC	83,02	1,1%
PRE	250,32	3,3%
Indicateur de Richesse	7 513,74	100,0%

Vision RCM

RCM propose l'indicateur de richesse suivant :

$$\left(\sum \text{Profit}_{\text{capitalisés}} + FP_0 \text{capitalisés} \right) + (15\% PVL - 100\% MVL) + \text{Re prise}(PRE + PPE + RC)$$

L'indicateur de RCM comprend trois termes.

Conformément à sa proposition de janvier 2007, RCM recommande que les profits avant taxe et les fonds propres initiaux soient capitalisés au taux sans risque (1^{er} terme)

Pour tenir compte de l'optionalité du contrat d'assurance vie évoquée ci-dessus, RCM propose que les PVL soient prises à 15% et les MVL à 100% pour l'instant. En effet, une étude est en cours entre RCM et BNP-PARIBAS Assurance pour arriver à une définition commune de l'indicateur de richesse couvrant entre autres les scénarios extrêmes.

Concernant les reprises de réserves latentes, RCM propose la répartition ci-après ; brièvement, 100% de la PRE serait reprise, selon la situation entre 15% et 100% de la PPE serait reprise ; pour la RC, 15% serait reprise en cas de PVL sur obligations à taux fixes et la totalité de la RC serait reprise en cas de MVL sur obligations à taux fixes dans la limite de cette MVL.

Le terme reprise (PRE + PPE+ RC) est détaillé en annexe 2.

1.3.2. Indicateur de risque

L'indicateur de risque retenu dans cette étude est l'Expected Shortfall ou Tail VaR à 96.619% sur la distribution des résultats obtenus sur les 1000 scénarii, pour l'indicateur de profit - tel que défini au paragraphe précédent. Cette ES correspond à la moyenne des pires scénarii à un niveau de risque donné, qui est ici celui d'un rating obligataire AA, à un horizon de 15 ans. Elle est équivalente en terme de risque à une Value at Risk à 98.839%.

(Source : *Exposure Draft : Prism – Insurance Rating Calibration Measures*)

Le choix de l'expected shortfall pour cette étude se justifie par le fait qu'elle offre une vision de la perte moyenne dans les différents scénarii et est par là très utile pour la définition d'une stratégie d'affectation de capital, contrairement à la VaR qui offre une vision de la solvabilité de l'entreprise qui ne nous est pas directement utile ici.

Nous avons initialement (au 31/12/2007) une ES de -2244 M€ pour une richesse moyenne de 7514 M€.

2. Duration OPTIMALE AU 31 DECEMBRE 2007

2.1. Duration optimale du R332-19

Au 31 décembre 2007, l'allocation du fonds général était la suivante :

Allocation initiale au 31/12/2007		
R 332-19	Taux fixes	68.73%
	Taux variables	5.9%
	Liquidités	2.54%
	Total	77.17%
R 332-20	Actions	13.56%
	Immobilier	1.38%
	OPCVM	6.62%
	Alternatif	1.27%
	Total	22.83%
Total		100.00%

La partie taux fixes de la poche R332-19 représentait 68.73% du total de l'actif en valeur de marché, répartis selon les maturités des obligations de la manière suivante :

Catégorie	Maturité	Allocation
1	< 1 an	1,74
2	1 - 3 ans	3,51
3	3 - 5 ans	5,93
4	5 - 7 ans	7,90
5	7 - 10 ans	18,81
6	10 - 15 ans	19,25
7	> 15 ans	11,59
Pourcentage global		68,73

En procédant à une première optimisation sous la contrainte d'une proportion de 68.73% d'obligations taux fixes, nous avons calculé la variation du profit de l'assureur en fonction de la durée de notre allocation obligataire. Pour cela nous conservons la poche R332-20 en son état au 31/12/2007 et nous modifions seulement l'allocation de la poche obligataire taux fixes.

Pour évaluer la durée de cette poche obligataire taux fixes nous utilisons des durées moyennes pour chacune des catégories obligataires considérées.

Catégorie	Maturité	Allocation
1	< 1 an	0,49
2	1 - 3 ans	1,72
3	3 - 5 ans	3,75
4	5 - 7 ans	5,26
5	7 - 10 ans	6,98
6	10 - 15 ans	9,53
7	> 15 ans	11,52

La durée du portefeuille obligataire taux fixes au 31 décembre 2007 ressort à 7.55, contre 7.6 dans le RAM au 31/12/2007 incluant les OPCVM de taux longs.

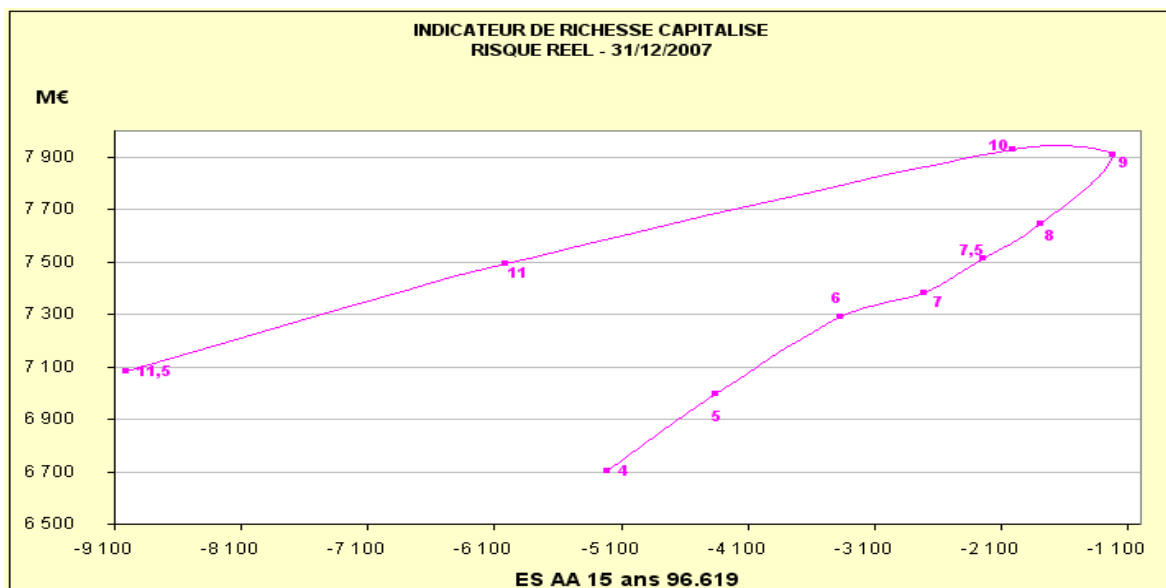
Cette durée correspond à une sensibilité de la poche R332-19 de 6.67 calculée comme suit :

Allocation initiale au 31/12/2007			
Poche	Actif	Proportion	Sensibilité
R 332-19	Taux fixes	68,73%	7,2
	Taux variables + OATi	5,90%	2,8
	Liquidités	2,54%	0,2
	Total	77,17%	6,67

La convention de gestion de Cardif Assurance Vie prévoyant une contrainte en terme de sensibilité du R332-19, nous prendrons par hypothèse dans la suite de cette étude que la sensibilité et la durée de la poche taux fixe sont de valeur très proche.

Nous avons testé diverses allocations de durations différentes, comprises entre 4 et 11.5 ; l'allocation optimale est retenue selon un point de vue rendement/risque. Les allocations testées seront ainsi synthétisées par un indicateur de durée.

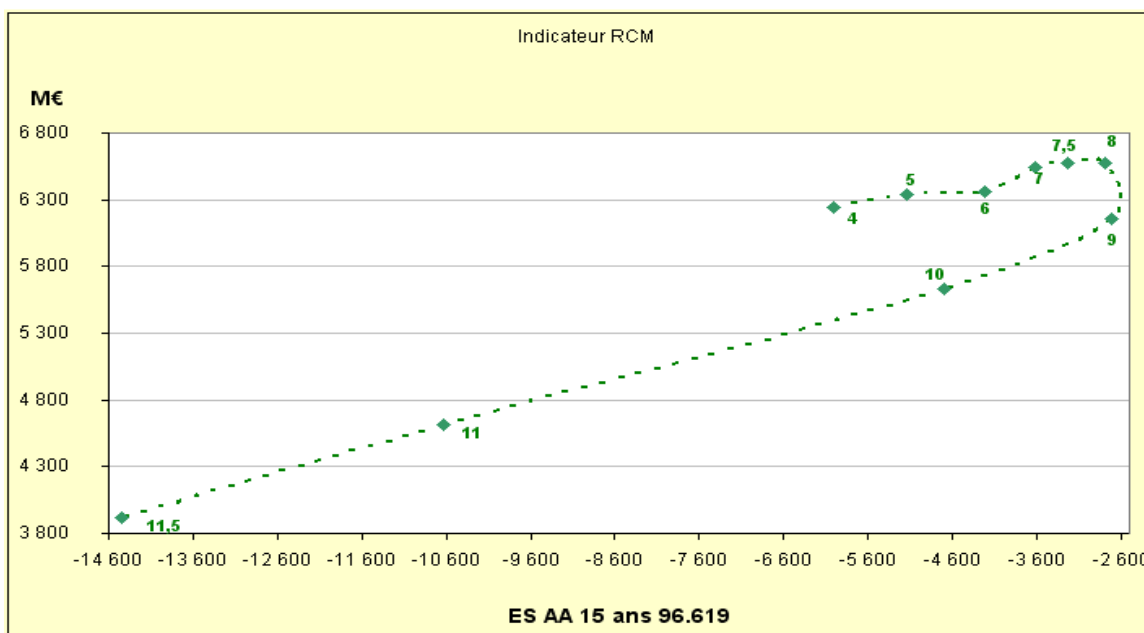
Le graphe ci-après expose les résultats obtenus au 31 décembre 2007 :



L'étude menée montre ainsi qu'on se dirige vers une durée de la poche obligataire taux fixes proche de 9, soit une augmentation de la durée actuelle, ce qui apporterait par rapport à la situation au 31/12/2007 un gain de 400M€ en terme de profit et un gain en capital de 1000 M€

Cette allocation correspond à une sensibilité de la poche obligataire de 8.3.

Indicateur proposé par RCM



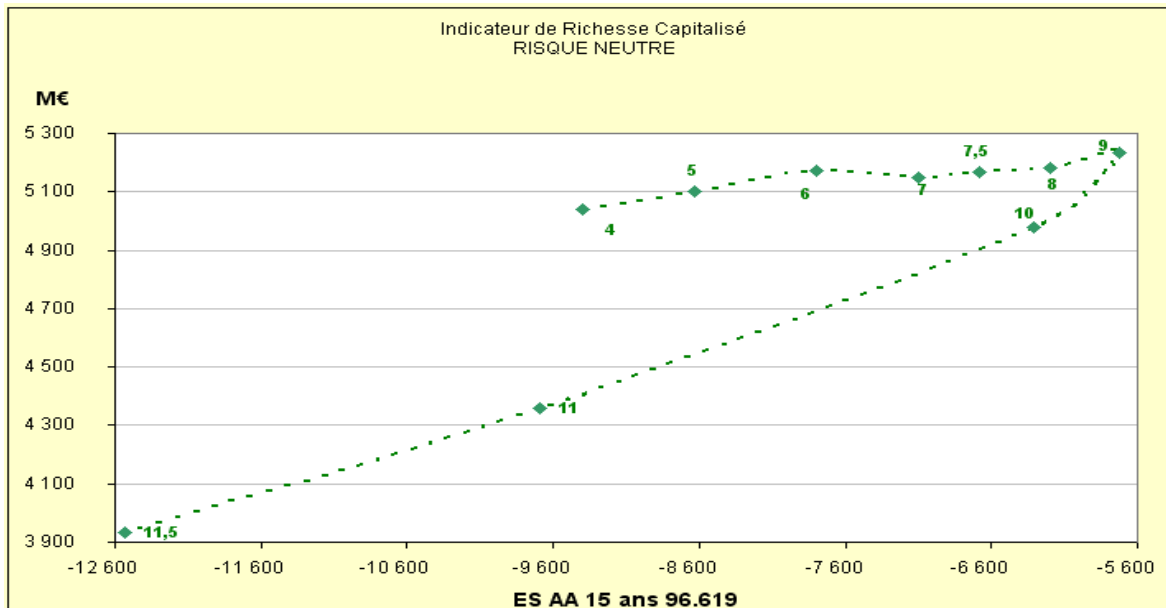
Avec la vision de RCM, une durée de 8 de la poche obligataire taux fixes paraît optimale. Cette allocation correspond à une sensibilité de la poche obligataire de 7,4.

2.2. Influence du niveau de risque

2.2.1. Risque neutre

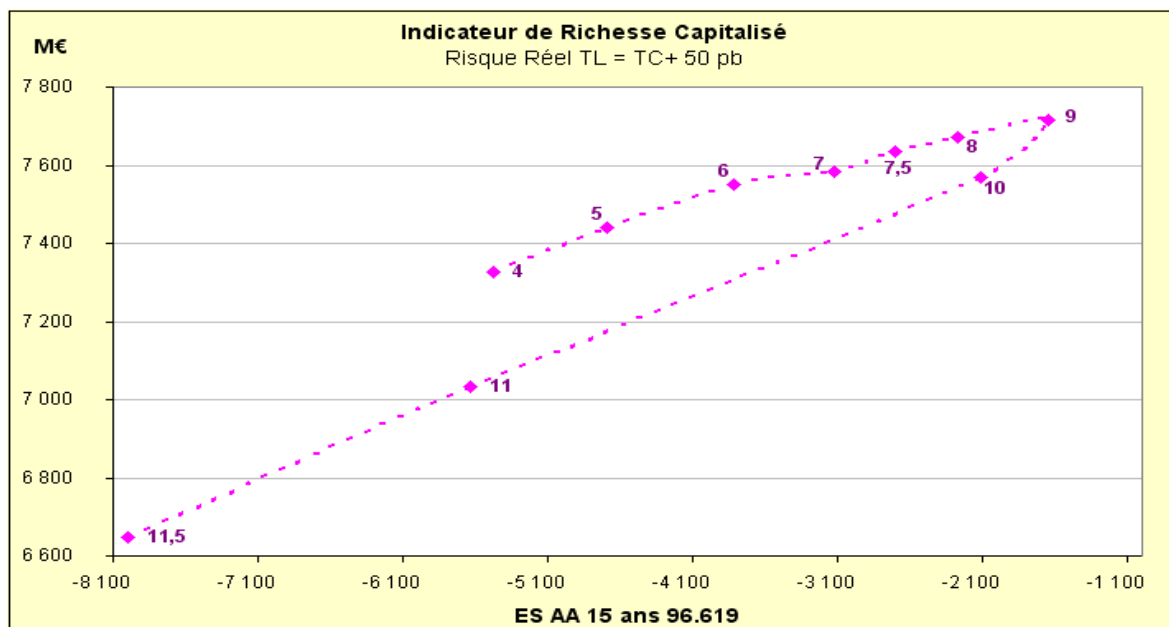
Pour mieux évaluer l'influence des paramètres de risque que nous avons fixé, nous avons effectué les simulations dans un univers risque neutre.

Dans ce contexte aussi, une durée de 9 pour notre poche obligataire taux fixes semble demeurer pertinente.



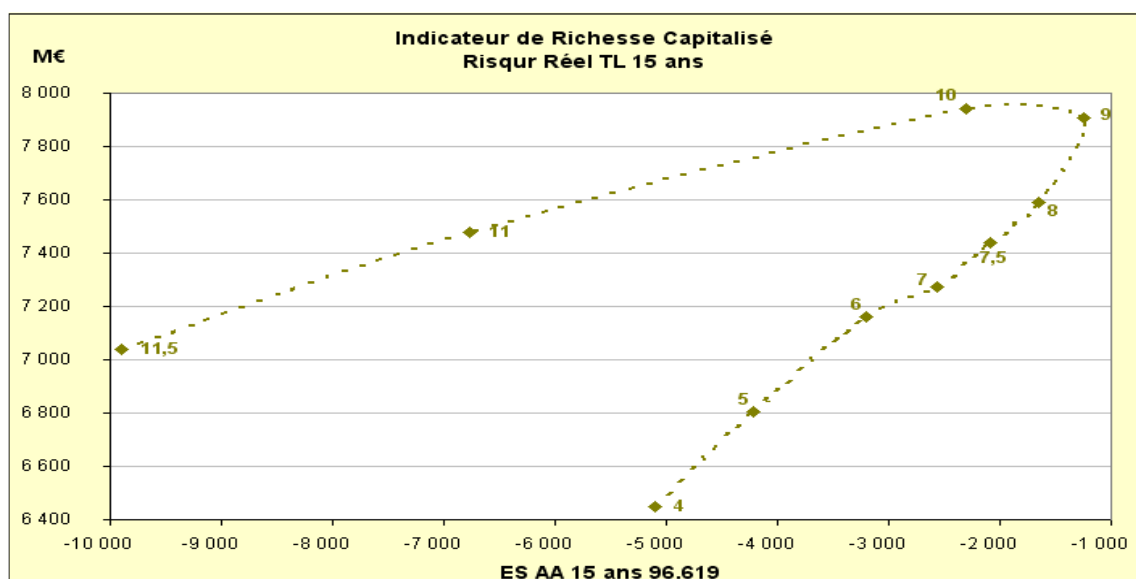
2.2.2. Prime de risque sur Taux long (10ans) moins importante : 50pb

En choisissant une prime de risque inférieure à celle du scénario central dans nos scénarii financiers, nous observons les mêmes tendances quant à la nécessaire augmentation de la durée de notre poche taux fixes au vu des données au 31 décembre 2007.



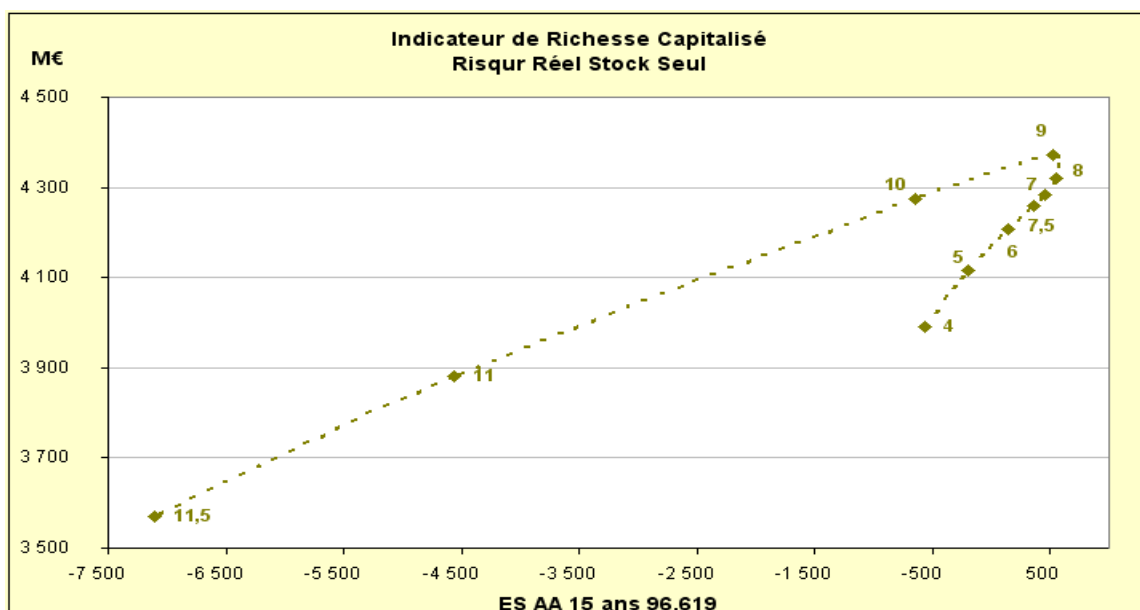
2.2.3. Taux long 15 ans, prime de risque : 150 pb

Il pourrait sembler qu'une durée optimale autour de 9 dans un univers où les taux longs sont les taux 10 ans ne soit pas qu'une coïncidence. Nous avons donc testé les mêmes allocations en changeant simplement dans l'élaboration de nos scénarii financiers la durée du taux long que nous avons fixée à 15 ans, en portant la prime de risque à 150pb pour conserver un niveau de risque constant. Nous n'observons aucun changement de « comportement » de nos allocations en matière de rapport rendement/risque et concluons donc que l'apparition de 9 comme durée optimale n'est pas lié à ce facteur.



2.3. Simulation sur Stock Seul

Nous projetons les contrats en portefeuille au 31/12/2007 sans considérer le New Business. Les résultats obtenus sont présentés ci-dessous :



Nous constatons ici que la durée optimale pour notre poche obligataire taux fixes est égale à 9 lorsqu'on n'envisage pas de chiffre d'affaires relatif à notre portefeuille.

Nous pouvons ainsi penser que c'est le stock qui est déterminant dans le choix de la durée de la poche obligataire taux fixes.

CONCLUSION

Nous remarquons qu'une durée de 9 pour la poche obligataire taux fixe reste la durée optimale dans les différents scénarii présentés si dessus.

Si on reporte cet optimum pour calculer la sensibilité cible de la poche R332-19 à allocation inchangée par rapport au 31/12/2007, on obtient une sensibilité globale de 8.28 (voir tableau).

Allocation initiale au 31/12/2007			
Poche	Actif	Proportion	Sensibilité
332-19	Taux fixes	68,73%	9
	Taux variables + OATi	5,90%	2,8
	Liquidités	2,54%	0,2
	Total	77,17%	8,28

Comme ça été énoncé dans le début de cette étude, la stratégie adoptée pour trouver la durée optimale de la partie taux fixe de la poche R332-19 est de :

- Fixer les proportions de chacune des deux poches R 332-19 et R332-20 de notre portefeuille d'actifs aux quantités réelles observées au 31/12/2007
- Faire varier les pourcentages des différents actifs de la partie taux fixe, **en gardant fixe la proportion totale**, et de façon à varier la durée totale
- Tester les différentes durations obtenues

La question qui se pose est : est-on sûr que les allocations retenues pour chacune des deux poches au 31/12/2007, à savoir 77,17% pour la poche R332-19 et 22,83% pour la R332-20 sont optimales ?

Une idée pour essayer de répondre à cette question est de trouver un moyen d'optimiser tous les actifs de notre portefeuille sans poser au préalable des contraintes sur la répartition des différentes allocations sauf des contraintes règlementaires. En effet, les méthodes utilisées dans cette étude ne sont adaptées pour une optimisation globale du portefeuille de point de vue « temps de calcul »

Une des solutions qui a été proposée est d'utiliser les méthodes méthaheuristiques qui fournissent des algorithmes d'optimisation pour des problèmes complexes.

Méthode d'optimisation par algorithme génétique

Dans cette dernière partie du mémoire, on va présenter la méthode d'optimisation par algorithme génétique ainsi que les travaux qui ont été réalisés pour l'application de cette méthode d'optimisation à la recherche de l'allocation optimale.

Nous présentons dans une première partie le principe de l'algorithme génétique. Nous détaillerons dans une deuxième partie les différentes étapes de cette méthode d'optimisation. La dernière partie est consacrée à la mise en place d'un module Excel « Optimisation Génétique » qui fournit une application automatique de cet algorithme.

1. Principe des algorithmes génétiques

Les algorithmes génétiques (notés AG dans la suite) peuvent être classés dans la grande famille d'algorithmes d'optimisation que sont les métaheuristiques .

Les algorithmes génétiques sont des procédures qui s'inspirent des mécanismes de sélection naturelle et des phénomènes génétiques. Le principe de base consiste à simuler le processus d'évolution naturelle dans un environnement hostile. Ces algorithmes utilisent un vocabulaire similaire à celui de la génétique, cependant, les processus auxquels ils font référence sont beaucoup plus complexes.

On parlera ainsi d'individu dans une population. L'individu est composé d'un ou plusieurs chromosomes. Les chromosomes sont eux-mêmes constitués de gènes qui contiennent les caractères héréditaires de l'individu. Les principes de sélection, de croisement, de mutation introduits dans ce cadre artificiel, s'appuient sur les processus naturels du même nom.

Pour un problème d'optimisation donné, un individu représente un point de l'espace d'état. On lui associe la valeur du critère à optimiser. L'algorithme génère ensuite de façon itérative des populations d'individus sur lesquelles on applique des processus de sélection, de croisement et de mutation. La sélection a pour but de favoriser les meilleurs éléments de la population, tandis que le croisement et la mutation assurent une exploration efficace de l'espace d'état.

1.1. Principes généraux

Le mécanisme consiste à faire évoluer, à partir d'un tirage initial, un ensemble de points de l'espace vers le ou les optima d'un problème d'optimisation. L'ensemble du processus s'effectue à taille de population constante, que nous notons N . Par analogie avec la génétique, on parle alors de générations successives. L'ensemble du processus s'effectue à taille de population constante, que nous notons N , de sorte que les générations successives comportent toutes N individus.

Afin de faire évoluer ces populations de la génération k à la génération $k+1$, trois opérations sont effectuées pour tous les individus de la génération k :

Une sélection d'individus de la génération k est effectuée en fonction du critère à optimiser ou plus généralement du critère d'adaptation au problème (fitness), on cherche ainsi à privilégier la reproduction des "bons" éléments au détriment des "mauvais".

Des opérateurs d'exploration de l'espace sont ensuite utilisés pour "élargir" la population et introduire de la nouveauté d'une génération sur l'autre.

- L'opérateur de croisement est appliqué avec une probabilité P_c à deux éléments de la génération k (parents) qui sont alors transformés en deux nouveaux éléments (les enfants) destinés à les remplacer dans la génération $k+1$.
- Certaines composantes (les gènes) de ces individus peuvent ensuite être modifiés avec une probabilité P_m par l'opérateur de mutation. Cette procédure vise à introduire de la nouveauté dans la population.

Cette procédure en trois points est ensuite renouvelée à taille de population constante. Les critères d'arrêts sont alors de deux natures :

1. Arrêt après un nombre de générations fixées a priori. C'est la solution retenue lorsqu'un impératif de temps de calcul est imposé.
2. Arrêt lorsque la population cesse d'évoluer ou n'évolue plus suffisamment rapidement, on est alors en présence d'une population homogène dont on peut penser qu'elle se situe à proximité du ou des optimums.

Il est à noter qu'à ce stade, aucune certitude concernant la bonne convergence de l'algorithme n'est assurée. Comme dans toute procédure d'optimisation l'arrêt est arbitraire, et la solution "en temps fini" ne constitue qu'une approximation de l'optimum.

Pour utiliser un algorithme génétique sur un problème particulier on doit disposer des cinq éléments suivants :

- Un principe de codage des éléments de l'espace admissible du problème, en éléments sur lesquels peuvent s'appliquer les trois opérateurs présentés ci-dessus. Ce codage intervient après une phase indispensable de modélisation mathématique du problème

Le choix du codage des données dépend du problème traité et conditionne l'efficacité (vitesse de convergence, précision,...) de l'algorithme génétique.

- Un mécanisme de génération de la population initiale. Cette population initiale, qui sert de base aux générations futures, doit être la plus hétérogène possible.
- Une fonction d'utilité f , permettant de calculer l'adaptation de chaque élément au problème. Ce critère retourne une valeur de R^+ appelée fitness.
- Des opérateurs permettant de diversifier et d'améliorer la population d'une génération sur l'autre ainsi que d'explorer le plus largement possible l'espace admissible.
- Des paramètres dimensionnels : taille de la population, critère d'arrêt, probabilités de croisement (P_c) et de mutation (P_m).

Il s'agit donc d'un "algorithme stochastique itératif" qui opère sur des ensembles de points codés, à partir d'une population initiale, et qui est bâti à l'aide de trois opérateurs : croisement, mutation, sélection. Les deux premiers sont des opérateurs d'exploration de l'espace, tandis que le dernier fait évoluer la population vers les optima du problème. Nous détaillons dans la section suivante les différentes phases de l'algorithme ainsi les principes de fonctionnement de ces opérateurs.

1.2. Etapes de l'algorithme génétique: description détaillée

1.2.1. Codage des données

Historiquement le codage utilisé par les algorithmes génétiques était représenté sous forme de chaînes de bits contenant toute l'information nécessaire à la description d'un point dans l'espace d'état. Ce type de codage a pour intérêt de permettre de créer des opérateurs de croisement et de mutation simples. C'est également en utilisant ce type de codage que les premiers résultats de convergence théorique ont été obtenus.

Cependant, ce type de codage n'est pas toujours bon comme le montrent les deux exemples suivants :

- deux éléments voisins en terme de distance de Hamming ne codent pas nécessairement deux éléments proches dans l'espace de recherche. Cet inconvénient peut être évité en utilisant un codage de Gray.
- Pour des problèmes d'optimisation dans des espaces de grande dimension, le codage binaire peut rapidement devenir mauvais. Généralement, chaque variable est représentée par une partie de la chaîne de bits et la structure du problème n'est pas bien reflétée, l'ordre des variables ayant une importance dans la structure du chromosome alors qu'il n'en a pas forcément dans la structure du problème.

Les algorithmes génétiques utilisant des vecteurs réels [Gol91, Wri91] évitent ce problème en conservant les variables du problème dans le codage de l'élément de population sans passer par le codage binaire intermédiaire. La structure du problème est conservée dans le codage.

Dans cette étude, un codage binaire serait inutile car les données qu'on va optimiser sont de type réel.

1.2.2. Gestion des contraintes

La gestion des contraintes liées au problème est une tâche difficile et sensible pour laquelle l'utilisateur aura à arbitrer entre différentes techniques suivant son appréhension du problème. Ces contraintes sont de diverses natures et peuvent intervenir sur l'espace d'état (contraintes de signe, restrictions à un sous-espace, etc.), ou de manière plus complexe dans le problème lui même.

Dans le cas de contraintes sur l'espace dans lequel doit se faire la recherche, on pourra sélectionner les individus rapidement (sans avoir à les réévaluer) par différentes méthodes. Un individu "hors champ" pourra être :

- rejeté brutalement et remplacé par un autre individu tiré aléatoirement sur l'espace admissible ;
- ramené à la frontière la plus proche (principe du mur);
- reporté à la frontière diamétralement opposée à la frontière la plus proche (principe du tore).

Enfin il est bon de noter qu'il peut être préférable de garder des individus "hors champ" mais qui conservent une direction originale, plutôt que de confiner la population à un espace.

Dans l'hypothèse où la gestion des contraintes ne peut se faire directement, les contraintes peuvent être incluses dans le critère à optimiser sous forme de pénalités. Ainsi, un individu qui viole une contrainte

se verra attribuer une mauvaise fitness et sera donc éliminé, avec une forte probabilité, par le processus de sélection (voir section 2.2.4). Cette façon de gérer les contraintes est difficile. En effet, inclure les contraintes dans la fonction d'évaluation peut se faire de diverses façons, et un "dosage" s'impose pour ne pas favoriser la recherche de solutions admissibles au détriment de la recherche de l'optimum ou inversement. On risque alors de fournir une solution admissible certes, mais éloignée de l'optimum.

1.2.3. Génération aléatoire de la population initiale

Comme dans tout problème d'optimisation, une connaissance de "bons" points de départ conditionne la rapidité de la convergence vers l'optimum.

Si la position de l'optimum dans l'espace d'état est totalement inconnue, il est naturel de générer aléatoirement des individus en faisant des tirages uniformes dans chacun des domaines associés aux composantes de l'espace d'état, en veillant à ce que les individus produits respectent les contraintes.

Si par contre, des informations *a priori* sur le problème sont disponibles, il paraît bien évidemment naturel de générer les individus dans un sous domaine particulier afin d'accélérer la convergence.

Une nouvelle fois, les contraintes du problème pourront être incorporées (ou non) dans le tirage de la génération initiale.

Disposant d'une population d'individus non homogène, la diversité de la population doit être entretenue au cours des générations afin de parcourir le plus largement possible l'espace d'état, c'est le rôle des opérateurs de croisement et de mutation. Toutefois cette méthode diffère de la méthode de recherche aléatoire, puisque les générations successives doivent être évaluées et modifiées afin de converger, c'est ici qu'intervient l'opérateur de sélection.

1.2.4. La Sélection

La sélection permet d'identifier statistiquement les meilleurs individus d'une population et d'éliminer les mauvais. On trouve dans la littérature un nombre important de principes de sélection plus ou moins adaptés aux problèmes qu'ils traitent. Les trois principes de sélection suivants ont retenu notre attention :

- *Ordonnancement*,
- *Roue de la fortune*,
- *Roue modifiée*

Ordonnancement (Ranking)

C'est le principe de sélection le plus simple, il consiste à attribuer à chaque individu son classement par ordre d'adaptation. Le meilleur (c'est à dire celui qui possède la meilleure fitness) sera numéro un, et ainsi de suite. On tire ensuite une nouvelle population dans cet ensemble d'individus ordonnés, en utilisant des probabilités indexées sur les rangs des individus. Cette procédure semble toutefois assez simpliste et exagère le rôle du meilleur élément au détriment d'autres éléments potentiellement exploitables. Le second, par exemple, aura une probabilité d'être sélectionné nettement plus faible que celle du premier, bien qu'il puisse se situer dans une région d'intérêt. Des procédures plus évoluées permettent de pondérer cette dominance des meilleurs éléments, c'est le cas des principes de roulette.

Roue de la fortune (Roulette wheel selection)

Le principe de la *Roue de la fortune* consiste à associer à chaque individu θ_i une probabilité P_i proportionnelle à sa fitness $f(\theta_i)$ dans la population. Cette probabilité pourra être calculée comme :

$$P_i = \frac{S(f(\theta_i))}{\sum_{j=1}^N S(f(\theta_j))}$$

Où S est une fonction régulière et croissante, au sens large

Chaque individu est alors reproduit avec la probabilité P_i , certains individus (les "bons") seront alors "plus" reproduits et d'autres (les "mauvais") éliminés.

Remarque :

Dans la pratique, il est aisé de tirer N individus, affectés de la probabilité P_i , parmi N avec remise. Pour cela, on associe à chaque individu un segment dont la longueur est proportionnelle à sa fitness (ou à $S(f(\theta_i))$, plus exactement). On reproduit ici le principe de tirage aléatoire utilisé dans les roulettes de foire avec une structure linéaire. Ces segments sont ensuite concaténés sur un axe que l'on normalise entre 0 et 1. On tire alors un nombre aléatoire, de distribution uniforme entre 0 et 1, puis on "regarde" quel est le segment sélectionné. Avec ce système, les grands segments, c'est-à-dire les bons individus, seront plus souvent adressés que les petits, on privilégie ainsi les individus ayant une forte fitness au détriment des individus moins forts, tout en gardant une structure aléatoire.

Roue modifiée (Stochastic remainder without replacement)

Le principe consiste à créer un sous-tableau T_M un tableau de dimension M ($M < N$), N étant la taille de la population, tel que :

- Tous les individus ayant une fitness supérieure à la moyenne figurent dans T_M ,
- Chaque individu θ_i est représenté N_i fois où N_i est la partie entière du rapport de la fitness à la moyenne des fitness μ ,

$$N_i = (f(\theta_i) / \mu)$$

Le tableau T_M est alors étendu à T_N de dimension N , de la façon suivante :

- Pour chaque individu θ_i , on calcule la partie fractionnaire du rapport de sa fitness à la moyenne (on obtient donc un nombre α_i entre 0 et 1).
- On tire ensuite aléatoirement η entre 0 et 1, autant de fois qu'il manque d'individus, c'est à dire $(N-M)$ fois .
 - Si $\eta < \alpha_i$, l'élément θ_i est ajouté dans le tableau T_M .

- Sinon, on passe à l'indice $i+1$.
- Quand on arrive à l'élément d'indice N on repasse à l'élément 1.

1.2.5. Croisement

Le croisement a pour but d'enrichir la diversité de la population en manipulant les composantes des individus (chromosomes). Classiquement, les croisements sont envisagés avec deux parents et génèrent deux enfants.

Initialement, le croisement associé au codage par chaînes de bits ou chromosomes, est le croisement à découpage de chromosomes (slicing crossover). Pour effectuer ce type de croisement sur des chromosomes constitués de M gènes, on tire aléatoirement une position de découpage. On échange ensuite les deux sous chaînes terminales de chacun des deux chromosomes (les parents) P_1 et P_2 , ce qui produit deux nouveaux chromosomes (les enfants) C_1 et C_2 .

On peut étendre ce principe en découpant le chromosome non pas en deux sous chaînes mais en trois, quatre, etc. Ce type de croisement est illustré par la figure.

Le croisement à découpage de chromosomes est très rapide à mettre en œuvre lorsqu'on travaille sur des problèmes utilisant des codages entiers (binaires ou autres).

Pour les problèmes où l'on utilise un codage réel, un croisement "barycentrique" est souvent utilisé. Deux parents P_1 et P_2 sont sélectionnés ; deux nouveaux points sont créés sur la droite qui les relie créant ainsi C_1 et C_2 de la façon suivante :

$$\begin{cases} C_1 = \alpha P_1 + (1 - \alpha) P_2 \\ C_2 = (1 - \alpha) P_1 + \alpha P_2 \end{cases}$$

où α est un coefficient de pondération aléatoire adapté au domaine d'extension des gènes.

Le croisement barycentrique permet de générer des points entre, ou à l'extérieur des deux éléments considérés. Toutefois ce type de croisement peut connaître des limitations importantes si les individus se situent sur la même droite (ou plus généralement dans le même sous espace). L'opérateur de croisement, utilisé seul, ne permet alors pas de rechercher les nouveaux éléments en dehors de cette droite.

Dans le cas particulier d'un chromosome matriciel constitué par la concaténation de vecteurs, on peut étendre ce principe de croisement aux vecteurs constituant les gènes. Deux composantes $P_1(i)$ et $P_2(i)$ sont sélectionnés dans chacun des parents à la même position i . Ils définissent deux nouveaux éléments par pondération. On crée ainsi $C_1(i)$ et $C_2(i)$ de la façon suivante :

$$\begin{cases} C_1(i) = \alpha P_1(i) + (1 - \alpha) P_2(i) \\ C_2(i) = (1 - \alpha) P_1(i) + \alpha P_2(i) \end{cases}$$

On peut imaginer et tester des opérateurs de croisement plus ou moins complexes sur un problème donné mais l'implémentation de ces principes est souvent liée intrinsèquement au problème.

Remarque :

Cette méthode de diversification des éléments rappelle la méthode du *simplexe* ou des *polytopes*. Dans cette méthode, les solutions du problèmes sont recherchée de manière itérative en considérant une population initiale constituant des sommets de polytopes de l'espace d'état et où les éléments successifs sont construits de manière barycentriques. Nous pouvons pousser la comparaison, puisque les éléments sont réévalués après cette diversification dans les deux méthodes. Les algorithmes génétiques offrent cependant un aspect stochastique important (les éléments sont reproduits avec la probabilité P_c) et une efficacité supérieure.

1.2.6. Mutation

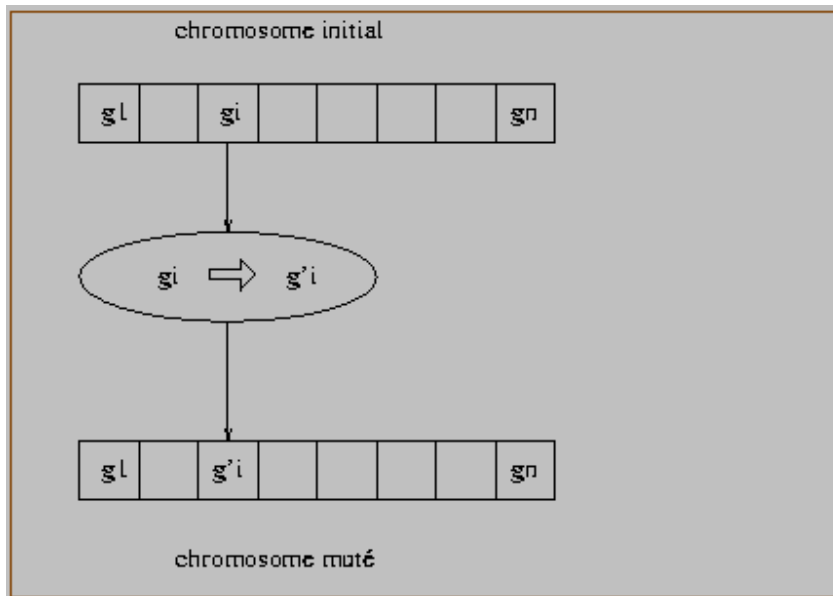
L'opérateur de mutation apporte aux algorithmes génétiques l'aléa nécessaire à une exploration efficace de l'espace. Cet opérateur nous garantit que l'algorithme génétique sera susceptible d'atteindre tous les points de l'espace d'état, sans pour autant les parcourir tous dans le processus de résolution. Ainsi, en toute rigueur, l'algorithme génétique peut converger sans croisement, et certaines implantations fonctionnent de cette manière et sont conformes aux résultats théoriques de R. Cerf. Les propriétés de convergence des algorithmes génétiques sont donc fortement dépendantes de cet opérateur.

Pour bien comprendre l'utilité de l'opérateur de mutation, considérons un problème discret pour lequel les individus sont codés sous forme de chaînes chromosomiques constituées de trois valeurs entières et prenons une population de dix individus. On suppose de plus que le croisement utilisé est un croisement à découpage de chromosomes à un point peu importe lequel. Si par malchance, la population initiale ne présente pas de "7" en troisième position, par exemple :

$\theta_1:$	5	4	0
$\theta_2:$	7	3	3
$\theta_3:$	4	6	6
$\theta_4:$	2	7	4
$\theta_5:$	6	8	5
$\theta_6:$	5	5	2
$\theta_7:$	9	8	8
$\theta_8:$	4	9	9
$\theta_9:$	7	3	0
$\theta_{10}:$	8	2	3

et que l'optimum se trouve en "4.5.7" , il est impossible d'atteindre ce point avec l'opérateur de croisement. L'opérateur de mutation permet alors de faire varier aléatoirement la valeur des composantes de ces termes, c'est à dire des gènes.

La mutation consiste généralement à tirer aléatoirement un gène dans le chromosome et à le remplacer par une valeur aléatoire (voir ci dessous). Si la notion de distance existe, cette valeur peut être choisie dans le voisinage de la valeur initiale. Dans le cas d'éléments codés en binaire, on remplacera la valeur "0" par "1" et vice-versa.

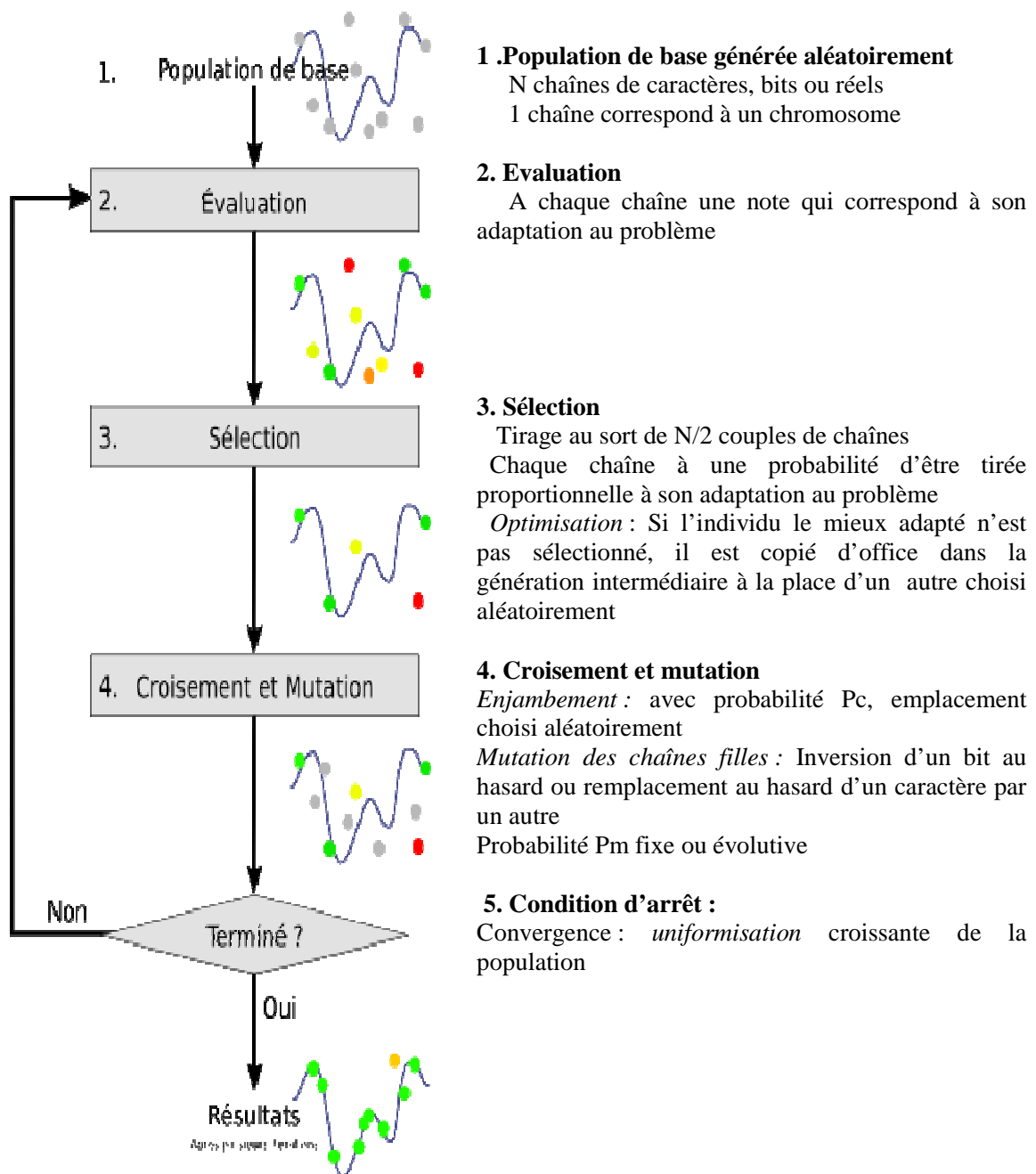


Dans les codages réels, on procède un peu de la même manière en tirant aléatoirement un élément, auquel on ajoute un bruit aléatoire en veillant à ce que l'élément résultant reste dans le domaine d'extension qui lui est propre.

Le choix pratique des probabilités P_m et P_c dépend de la complexité du problème étudié, cependant il paraît souhaitable de faire dépendre ces paramètres de la génération courante, afin d'explorer plus largement l'espace, au "début" de l'algorithme, et moins sur la "fin".

Comme nous l'avons déjà précisé, les opérateurs de croisement et de mutation ne font pas intervenir la fonction à optimiser, ce sont des opérateurs stochastiques d'exploration du domaine admissible. C'est l'opérateur de sélection qui guide la population vers les valeurs élevées de la fonction.

1.3. Schéma récapitulatif



1.4. Définition du problème

Le problème que nous avons décidé de traiter est une optimisation multicritères de l'allocation stratégique d'actifs sous contraintes réglementaires de solvabilité. Un des apports principaux de cette étude consiste en la prise en compte de critères à la fois techniques (augmentation de la richesse de l'assureur) et pratiques (le temps de calcul).

De façon plus détaillée, le problème est le suivant : déterminer quelle est l'allocation cible (à un horizon donné) d'actifs (ou l'ensemble d'allocations) qui maximise l'augmentation de richesse de l'assureur

tout en minimisant les cas d'insolvabilité (sur une mesure de quantile obtenue sur un nombre de simulations donné de rendement des actifs et du taux servi) et le temps de calcul.

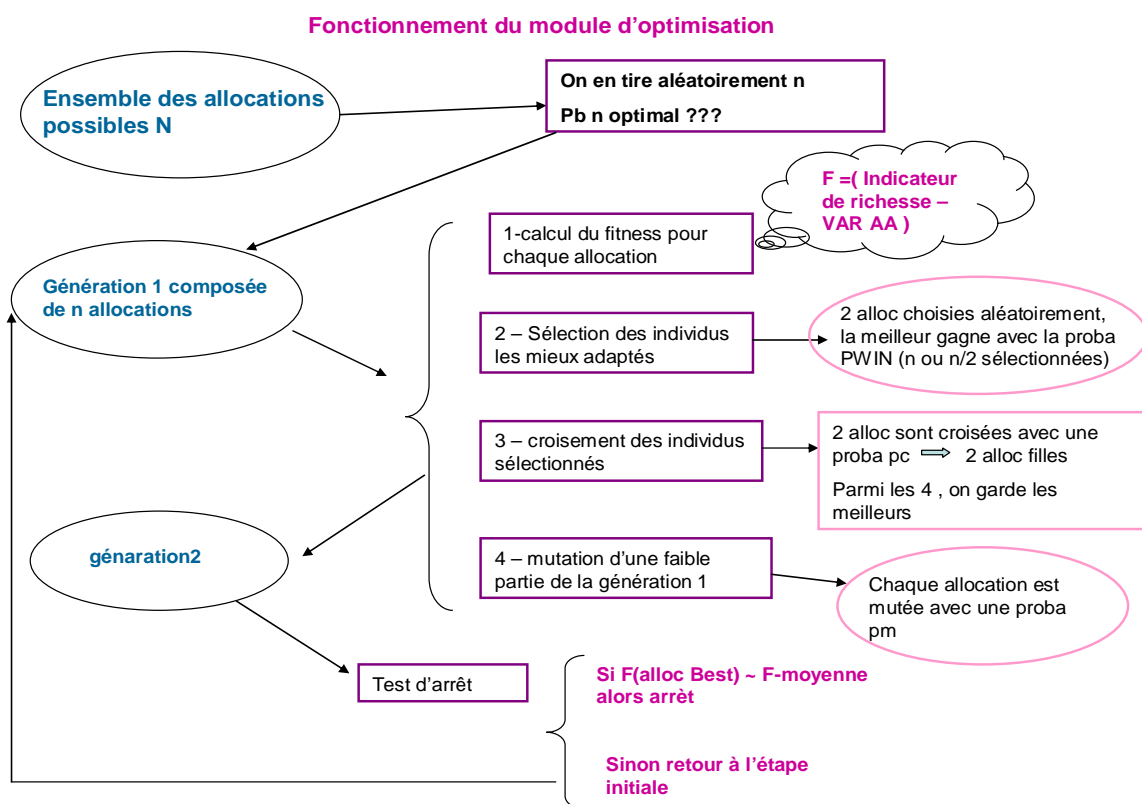
2. Mise en place du module d'optimisation

Le module d'optimisation par Algorithme Génétique est un fichier Excel qui est une version automatisée du processus de l'algorithme génétique.

La réalisation de ce module a nécessité la création d'un code sur VBA et des macros qui vont générer les différentes étapes de l'algorithme génétique.

2.1. Fonctionnement du module

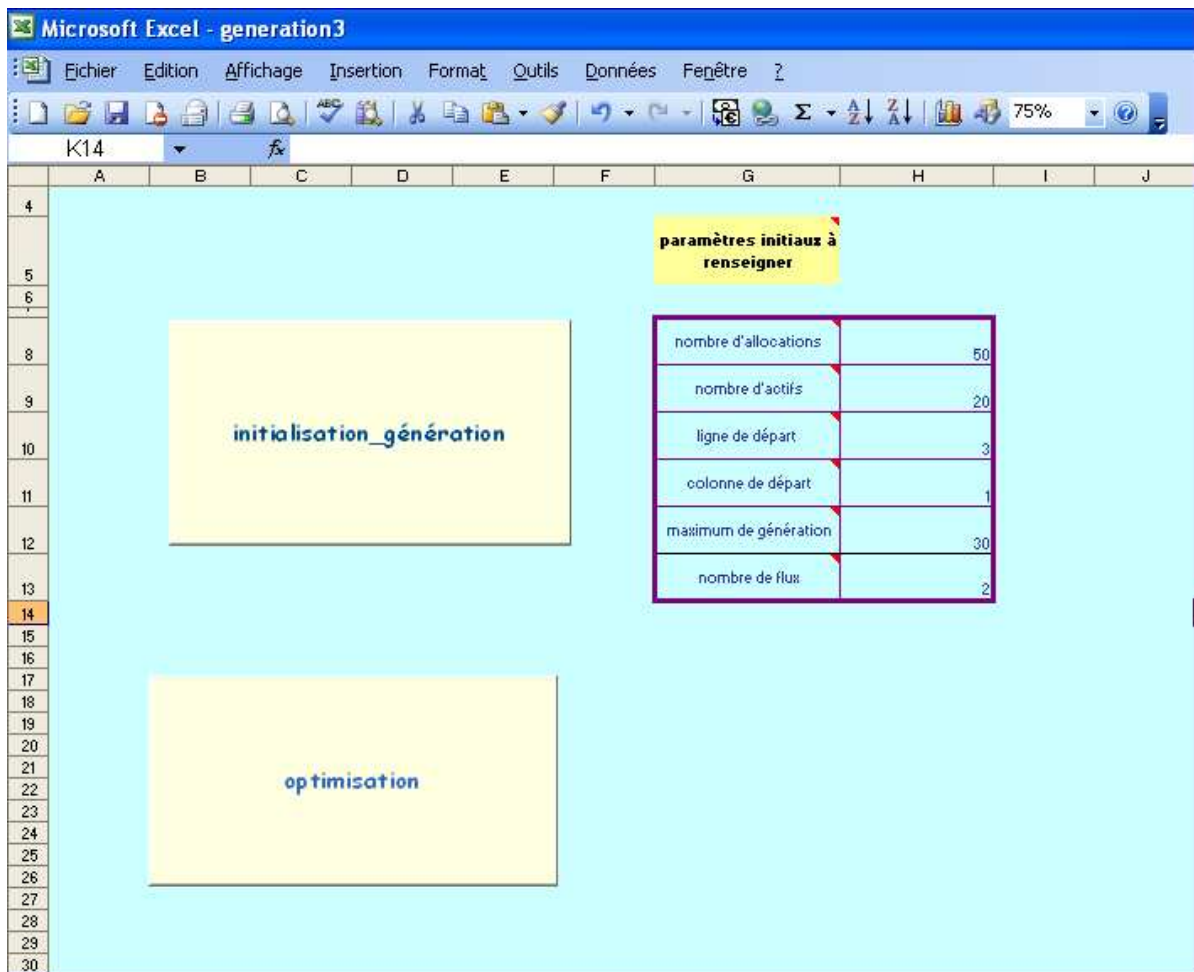
Schématiquement, le module fonctionne selon le processus suivant :



Le module est composé de 4 onglets.

Premier onglet : Paramètres

Il se présente ainsi :



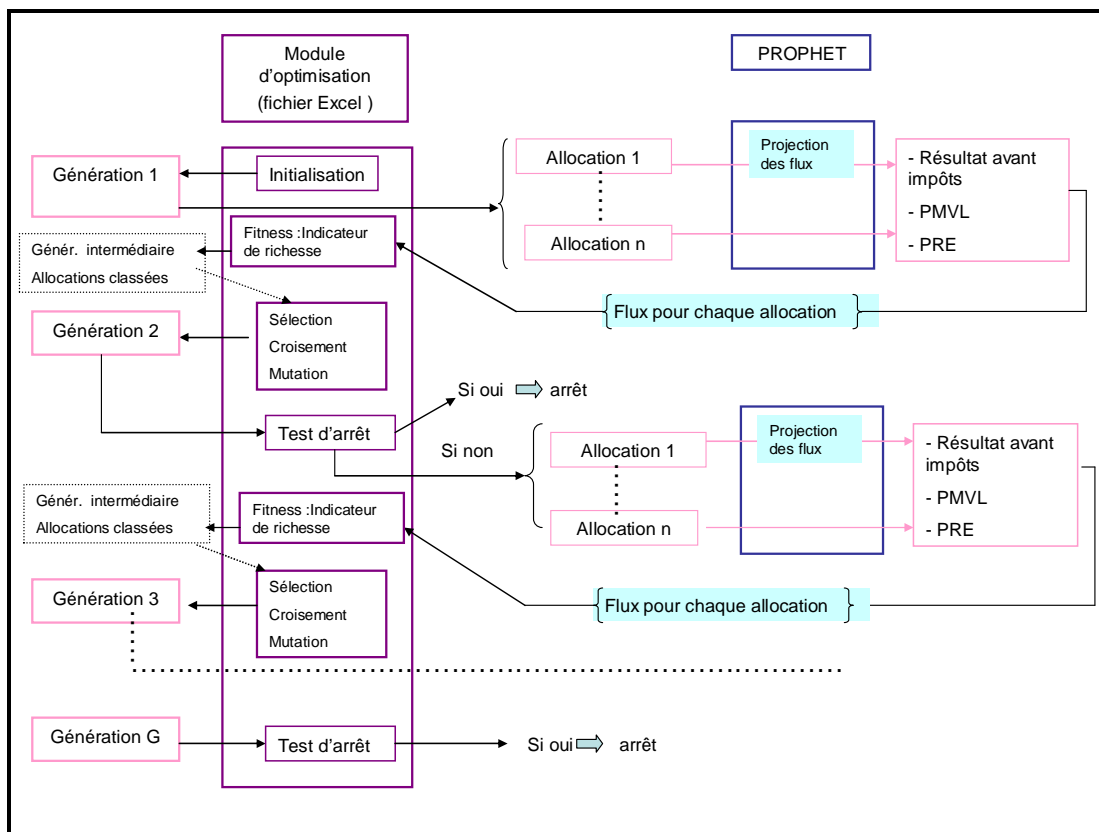
Dans le tableau des paramètres à renseigner, on initialise les paramètres qui vont nous permettre de générer aléatoirement la première génération.

Une fois qu'on a la première génération d'allocation, on lance le processus d'optimisation (en lançant la macro optimisation) par algorithme génétique dont le résultat serait une deuxième génération meilleure que la première en terme de fonction objectif.

La fonction « objectif » qui va nous permettre d'évaluer les allocations est fonction de l'indicateur de richesse et de risque présenté si haut. Le modèle utilisé est le modèle actif passif sous le logiciel Prophet qui va nous permettre d'évaluer chaque allocation.

A l'étape de l'évaluation, le module va chercher les informations ; dans PROPHET ; qui sont nécessaires au calcul de la fonction objectif

Schématiquement, le processus est le suivant :



2.2. Paramètres utilisées

Paramètres initiaux :

Pour notre modélisation, on a retenu un nombre d'allocations de départ de 50.

La première génération tirée aléatoirement est composée de 50 allocations.

Chaque allocation est composée de 20 actifs, qui représentent tous les actifs de la poche R332-20 et R33219 qui composent notre portefeuille.

Seuls les contraintes règlementaires et de composition sont imposées au différents d'actifs.

Par exemple, tous les pourcentages d'actions sont tirés aléatoirement entre 0 et 60 % car la réglementation ne nous permet pas d'investir plus de 60% (en valeur de marché) en Actions.

Un nombre de générations maximum est choisit initialement dans le cas où l'algorithme ne convergerait pas en atteignant ce nombre, c'est une condition d'arrêt limite

Paramètres de modélisation :

- méthode de sélection : sélection par tournoi : 2 allocations sont choisies aléatoirement, la meilleure d'entre elles est sélectionnée avec une probabilité P_s : 90%
- méthode de croisement : croisement linéaire en un point : 2 allocations choisies aléatoirement sont croisées en un emplacement aléatoire avec une probabilité de P_c : 95%
- méthode de mutation : un actif choisi aléatoirement est muté avec une probabilité de P_m : 0,5%
- la fonction objectif (Allocation) = $\text{indicateur de richesse} / |\text{indicateur de risque}|$

En effet, une allocation i est meilleure qu'une allocation j si

Indicateur de richesse $i >$ indicateur de richesse j

Indicateur de risque $i <$ indicateur de risque j

→ |Indicateur de risque i | $>$ | indicateur de risque j |

2.3. Résultats et interprétation

Rappelons l'enjeu : une optimisation de tous les actifs de notre portefeuille est effectuée par la méthode d'optimisation d'algorithme génétique

Le but étant de comparer l'allocation optimale de la poche R332-19 avec celle obtenue par la méthode d'optimisation selon une optique rendement risque.

Rappelons tout de même que l'allocation que nous avons jugé optimale selon l'optique couple rendement /risque est la suivante :

Catégorie	Maturité	Allocation	duration
1	< 1 an	2,04	0,49
2	1 - 3 ans	2,01	1,72
3	3 - 5 ans	2,53	3,75
4	5 - 7 ans	2,90	5,26
5	7 - 10 ans	12,01	6,98
6	10 - 15 ans	19,25	9,53
7	> 15 ans	27,99	11,52
Pourcentage global		68,73	9,00

Le résultat obtenu par la méthode de l'algorithme génétique est le suivant :

Catégorie	Maturité	Allocation	duration
1	< 1 an	4,35	0,49
2	1 - 3 ans	15,62	1,72
3	3 - 5 ans	10,96	3,75
4	5 - 7 ans	12,78	5,26
5	7 - 10 ans	5,98	6,98
6	10 - 15 ans	9,19	9,53
7	> 15 ans	8,55	11,52
Pourcentage global		67,43	6

On remarque que la durée optimale obtenue par cette méthode est proche de 6, donc on est loin du 9. Ce résultat ne nous permet pas de conclure car faute de temps, on a dû arrêter ces travaux à la génération 9.

Conclusion

Une optimisation de la partie taux fixe de la poche R332-19 a été effectuée en utilisant deux méthodes différentes :

- Selon la vision du couple richesse / risque, la duration de 9 semble optimale et résister à tous événements de stress des hypothèses financières
- Selon la méthode d'optimisation par algorithme génétique, une allocation de 67% pour la poche R332-19 semble optimale, et donc une duration proche de 6 qui favorise les taux longs.

Faute de temps, on a été contraint de s'arrêter à la génération 9, pour notre algorithme génétique, qui est déjà assez énorme en « temps de calcul », cette génération semble tout de même assez stable.

Bibliographie

Ouvrages :

- Gestion Actif passif en Assurance Vie : Réglementation, Outils, Méthodes, Franck Le Vallois, Patrice Palsky, Bernard Paris, Alain Tosetti, Ed Economica
- Allocation d'actifs, Théorie et pratique, Pierre Hervé, Philippe Bernard, Jean-François Boulier, François Chauvet, Olivier Davanne, Jérôme Fillol, Robert de Guigné, Stéphane Priaulet, Christian Rabeau, Ed Economica
- Les Placements de l'Épargne à Long Terme, Jean-François de Laulabié Ed Economica
- Théorie du Portefeuille et Analyse de sa Performance, Noël Amenc, Véronique Le Sourd, Ed Economica Gestion
- La Gestion Actif-Passif d'une compagnie d'assurance ou d'un investisseur institutionnel, Michel Piermay, Pierre Mathoulin, Arnaud Cohen, Ed Economica
- Asset & Risk Management, La finance orientée risques, Louis Esch, Robert Kieffer, Thierry Lopez, Ed de Boeck
- Les techniques de Mesure de Performance, Florin Aftalion, Patrice Poncet, Ed Economica
- Modèles Financiers en Assurance, Analyse de risques dynamiques, Frédéric Planchet, Pierre Thérond, Julien Jacquemin, Ed Economica
- Assurance, Comptabilité, Réglementation, Actuariat, Alain Tosetti, Thomas Béhar, Michel Fromenteau, Stéphane Ménart, Ed Economica
- Introduction au calcul stochastique appliqué à la finance, Daniel Lambertson, Bernard Lapeyre, Ed Ellipses
- Mathématiques Financières, Edith Ginglinger, Jean-Marie Hasquenoph, Ed Economica

Supports de cours :

- Comptabilité des Assurances,

Mémoires :

- Pilotage du provisionnement et allocation stratégique optimale d'un portefeuille d'assurance responsabilité civile, Pierre DORE

Site internet :

- <http://www.afgap.org>
- <http://www.institutdesactuaire.com>

Annexes

Annexe 1:

Ci-dessous un exemple pour mieux comprendre l'utilisation des 15 % du solde de la RC et des PMVL en cas de PF :

1^{er} cas : on est en fin d'année, PF = 100 , je redistribue 85 → Marge max = 15

- 3 cas possible : - 85 aux assurés → reprise possible de la PPE = 0
- 75 aux assurés → dotation minimale de la PPE = 10
- 95 aux assurés → reprise possible de la PPE = 10

2^{ème} cas : PF = 100, MVL pas couvert par la RC → (RC+MVL) = -50

Je distribue 85 % aux assurés = 42.5 → reprise de PPE = 0 et Marge max = 7.5

→ la Marge max a baissé de 7.5 par rapport au premier cas qui correspond à $15\% * (RC+MVL)$
= $15\% * 50$ → ce qui justifie qu'on garde $15\% * (RC+PMVL)$

Annexe 2:

Détail du terme reprise(PRE + RC +PPE)

Reprise de PRE ΔPRE

S'il existe de la PRE, c'est que les valeurs mobilières sont en MVL. Cette MVL est de par la régimentation supérieure à la PRE.

RCM propose donc que la reprise de PRE soit égale à la PRE.

$$\boxed{\Delta PRE = PRE}$$

Reprise de RC ΔRC

Si les obligations sont en PVL, alors on peut dire que la RC reviendrait à 15% à l'assureur et 85% à l'assuré. En effet, si plus de 15% de la RC revenait à l'assureur, ce dernier aurait intérêt par arbitrage à réaliser artificiellement de la RC dans Prophet plutôt que de garder la PVL obligatoire qu'il serait tenu de distribuer à 85% à l'assuré.

Si les obligations sont en MVL d'un montant inférieur à la RC, l'assureur reprend la RC à hauteur de la MVL obligatoire et 15% de la RC au-delà de cette MVL obligatoire.

Enfin si les obligations sont en MVL d'un montant supérieur à la RC, l'assureur reprend la totalité de la RC.

Finalement, en notant les ensembles A et B $PVL_{R332-19} > 0 = A$ $PVL_{R332-19} + RC > 0 = B$

On obtient :

$$\Delta RC = 1_A * 15\% * RC + 1_{\bar{A}} * 1_B * RC + 1_{\bar{A}} * 1_{\bar{B}} \left(\begin{array}{l} -PVL_{332-19} \\ +15\%(RC + PVL_{332-19}) \end{array} \right)$$

Reprise de PPE ΔPPE

Un même raisonnement pour la PPE conduit à :

Si la PVL du bilan, augmentée du montant de PRE et de RC repris, est positif, l'assureur s'attribue 15% de la PPE.

Si la PVL du bilan, augmentée du montant de PRE et de RC repris, est négative, l'assureur s'attribue 100% de la PPE dans la limite de la valeur absolue du montant de PVL augmenté de PRE et de RC.

Finalement, en notant l'ensemble C : $PVL + \Delta PRE + \Delta RC > 0 = C$, on obtient :

$$\Delta PPE = 1_C * 15\% * PPE + 1_{\bar{C}} * (PPE, -(PVL + \Delta PRE + \Delta RC))^-$$

