



Master professionnel de
sciences de gestion,
Mention finances de marché
Spécialité Actuariat

Evaluation des barèmes de provisions du
contrat Dépendance du BCAC

Anne-gaël LUGAND

MEMOIRE

soutenu le 31 mars 2010 devant le jury composé de :

Michel Fromenteau

Président

Pierre Petauton

Marie-Françoise Resve

Vincent Ruol

François Weiss

Roberto Wolfrum

Table des matières

Remerciements	5
Introduction	7
1 La dépendance des personnes âgées	9
1.1 Définir la notion de dépendance	9
1.2 Perspectives démographiques en France	13
1.3 La prise en charge des personnes dépendantes	15
1.3.1 Par la solidarité nationale	15
1.3.2 Par les organismes d'assurance	17
1.3.3 La prise en charge publique en Europe	19
1.4 Introduction à la gestion technique du produit dépendance . .	20
2 Le contrat Dépendance du BCAC	21
2.1 Présentation du contrat	21
2.2 Tarification et calcul des provisions	23
2.2.1 Modélisation à l'origine du risque dépendance pour le contrat du BCAC	23
2.2.2 Tarification à l'origine	24
2.2.3 Provisions des rentes en cours : construction du barème d'origine	26
2.2.4 Provisions pour risques croissants : construction du ba- rème d'origine	27
3 Etude de la survie des assurés dépendants	29
3.1 Les données disponibles	29
3.2 Panorama des modèles de durée	38
3.2.1 Fonction de survie	38
3.2.2 Estimateurs non paramétriques - Méthode de Kaplan Meier	38
3.2.3 Comparaison de courbes de survie	40
3.2.4 Les estimateurs paramétriques	42
3.2.5 Les estimateurs semi-paramétriques	43

3.3	Modélisation du portefeuille selon des estimations non paramétriques	47
3.3.1	Estimation sur l'ensemble des assurés dépendants . . .	47
3.3.2	Estimation sur des sous-ensembles de population . . .	50
3.4	Estimation semi-paramétrique : Modèle de Cox	59
3.4.1	Méthodologie	59
3.4.2	Sélection d'un modèle	59
3.4.3	Validation du modèle	62
3.5	Barème de provisions de rentes en cours	68
3.5.1	Barèmes de provisions pour les assurés entrant en dépendance avant 85 ans	69
3.5.2	Barème de provisions pour les assurés entrant en dépendance à 85 ans ou plus	72
3.5.3	Conclusion	72
4	Etude sur l'évolution de l'état de dépendance	73
4.1	Modèle multi-états - Définition d'un processus de Markov . .	73
4.2	Description de l'évolution du risque par un processus de Markov homogène avec covariables	77
4.2.1	Construction du modèle	77
4.2.2	Validation du modèle	79
4.2.3	Probabilités de transitions	81
4.3	Incorporation de covariables dans le modèle multi-états	83
4.3.1	Effet de la covariable Sexe	83
4.3.2	Effet de la covariable Type de pathologie	86
4.4	Construction d'un barème de provisionnement de rentes en attente	89
4.4.1	Barème de provisionnement pour les assurés dépendants de niveau 1 et 2	89
5	Estimations des provisions pour risques croissants	91
5.1	Quelques éléments sur les assurés cotisants	91
5.2	Ajustement du tarif de la garantie complète	92
5.3	Ajustement du tarif de la garantie limitée	95
5.4	Provisions pour risques croissants	96
6	Projections du compte de résultats du contrat dépendance	99
6.1	Compte de résultat 1993-2006	99
6.2	Application des nouveaux barèmes	103
6.3	Projections 2008 - 2013 avec les nouveaux barèmes	104
6.4	Tests de sensibilité sur les nouveaux barèmes	108
6.4.1	Test de sensibilité sur le risque de longévité	108
6.4.2	Test de sensibilité sur le risque d'entrée en dépendance	111

Conclusion	115
Bibliographie	117
Autres éléments de bibliographie	119
Appendices	
A Stock des personnes dépendantes	121
B Matrices de probabilité de transitions	123
C Incidence observée sur le portefeuille du BCAC	127
D Table d'entrée en dépendance japonaise	129
E Notice d'information du contrat dépendance	131

Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier Edith Bocquaire, directeur du BCAC pour m'avoir permis de préparer ce mémoire ainsi que Laurent Monsigny, responsable du département technique du BCAC pour son aide.

Je remercie tout particulièrement Roberto Wolfrum pour m'avoir laissé une grande liberté dans mes recherches.

De chaleureux remerciements à Marie-Françoise Resve et Voahirana Ranaiv-Zanany pour leur relecture attentive et leurs précieux conseils.

Un grand merci à tous ceux qui m'ont aidé, soutenu et relu et notamment à Bénédicte, Pascale, et Sandrine.

Merci, enfin à Franck, mon mari pour m'avoir soutenu, des cours du soir à la rédaction de ce mémoire.

Introduction

Le vieillissement de la population en France est devenu une réalité et constitue un enjeu majeur pour notre société. Au cours des prochaines décennies, la population des personnes âgées va croître de manière non linéaire sous la forme de deux accélérations, l'une déjà en cours et l'autre prévue entre 2030 et 2040. Ce vieillissement conduira à une augmentation du nombre de personnes âgées dépendantes. C'est un nouveau défi pour la protection sociale à l'heure des discussions sur la création du 5^e risque.

La participation des assureurs dans ce risque est récente et reste marginale même si le marché français est le plus important en Europe. Ce marché reste cependant en développement avec la création de nouveaux produits innovants. Le contrat du BCAC¹, créé il y a 20 ans est l'un des premiers contrats individuels du marché français qui fonctionne en co-réassurance. Le portefeuille est désormais arrivé à maturité pour permettre la confrontation des études initiales aux données du portefeuille, dans l'optique de mettre à jour les barèmes de provisionnement.

La première partie de cette étude présentera de manière générale la dépendance. Dans la seconde partie, l'étude se focalisera sur le contrat dépendance du BCAC. Après une présentation théorique des modèles de durée, une analyse de la survie des assurés dépendants sera effectuée afin de retenir les critères discriminants de la survie et d'ajuster le barème existant des provisions de rentes en cours.

Dans le chapitre suivant, l'évolution de l'état de dépendance sera estimée à l'aide d'un modèle multi-états dans la perspective de construction d'un barème de rentes en attente. Puis, nous étudierons sur le portefeuille des cotisants le risque d'entrée en dépendance afin de reconstruire un tarif et d'ajuster le barème de provisions pour risques croissants. Enfin, le coût de changement des barèmes sera estimé sur une projection du compte de résultats du pool Dépendance dans l'objectif de valider les nouveaux barèmes.

¹Le Bureau Commun d'Assurances Collectives, créé en 1938, gère notamment les régimes professionnels de la branche assurance.

Chapitre 1

La dépendance des personnes âgées

En 2006, 12 millions de personnes âgées de 60 ans ou plus étaient recensées en France dont 9% étaient âgées de 85 ans ou plus. D'ici 2050, la population âgée de plus de 75 ans va être multipliée par 2 et celle âgée de plus de 85 ans par 4. La dépendance touche aujourd'hui plus de 6% des personnes âgées. Or l'âge joue un rôle d'accélérateur du processus de dépendance. Même si les actes de prévention réduisent peu à peu l'entrée en dépendance causée par des pathologies non mentales, rien n'indique que les pathologies mentales responsables de près de la moitié des dépendances lourdes peuvent diminuer. Cette incertitude pèse sur les projections effectuées jusqu'à présent.

D'après l'enquête HID¹, les deux tiers des personnes dépendantes sont des femmes [1]. Chez les hommes comme chez les femmes, le taux de dépendance reste faible jusqu'à 75 ans, puis augmente rapidement avec l'âge. L'âge moyen des assurés dépendants est de 78 ans pour les hommes et de 83 ans pour les femmes. En dehors du sexe et de l'âge, d'autres caractéristiques influent moins fortement sur la dépendance. Par exemple, pour les hommes, comme pour les femmes avoir fait des études longues diminue significativement le risque de dépendance.

1.1 Définir la notion de dépendance

Le mot dépendance, synonyme dans son sens premier de lien social exprime l'idée de solidarité. Son sens a évolué jusqu'à induire une représentation sociale de la dépendance extrêmement négative sous forme de charge finan-

¹L'enquête Handicaps Incapacités Dépendance a visé à établir, pour la première fois en France, une estimation du nombre de personnes touchées par les divers types de handicaps - y compris ceux liés aux atteintes de l'âge -, à décrire leur situation sociale, relever l'aide dont elles bénéficient et permettre l'évaluation de celle qui leur serait nécessaire. L'enquête a comporté quatre vagues de collecte de 1998 à 2001.

cière et de problème social pour la société. Les personnes qui rencontrent des difficultés en vieillissant ont ainsi été étiquetées sous l'appellation de personnes âgées dépendantes, cette dénomination ne retenant à l'origine que les notions d'incapacité puis elle a évolué jusqu'à se confondre avec le besoin d'aide, alors que ce sont pourtant deux notions distinctes.

Définir l'état de dépendance reste toujours difficile, les définitions sont nombreuses. L'OMS a éclaté la notion générale d'invalidité en 3 concepts :

1. La déficience : représente la perte ou l'altération d'une structure anatomique, physiologique ou psychique. C'est ainsi que pour la perte d'une jambe, on parlera d'une déficience d'un membre inférieur.
2. L'incapacité : correspond à toute réduction de la capacité d'accomplir une activité en référence à des normes générales du fonctionnement humain. C'est ainsi qu'on parlera pour un déficient des membres inférieurs de son incapacité à la marche. Les incapacités sont explorées par des tests de référence à des normes générales.
3. Le désavantage social (ou handicap) : concerne au contraire les conséquences réelles de la déficience et/ou de l'incapacité sur la vie du sujet. Il ne peut s'apprécier par des tests échelonnés une fois pour toute car il se juge en fonction des normes de référence du groupe auquel le sujet appartient.

Six critères ont été développés pour classer le niveau d'handicap : la mobilité physique, l'indépendance physique pour les actes élémentaires de la vie, les occupations habituelles, les relations sociales, la suffisance économique et l'orientation dans le temps et dans l'espace.

La grille AGGIR, la grille COLVEZ et l'indicateur de Katz sont les définitions usuelles en termes d'évaluation de la dépendance. La définition de la dépendance telle que présentée dans le contrat dépendance du BCAC est beaucoup plus précise dans l'évaluation du besoin d'aide dans les actes de la vie quotidienne.

La définition des pouvoirs publics est basée sur la grille AGGIR (Autonomie Gérontologie Groupe Iso-Ressource). Cette grille prend en compte des critères sociaux, environnementaux et psychologiques. La finesse des critères permet de définir des cas de dépendance partielle et de dépendance totale. La grille AGGIR est un outil de mesure de l'autonomie à partir de l'observation par un tiers des activités qu'effectue seule la personne âgée. L'évaluation se fait sur la base de dix-sept variables :

- dix variables dites discriminantes se rapportent à la perte d'autonomie physique et psychique et sont utilisées pour le calcul du GIR (groupe iso-ressources) : cohérence, orientation, toilette, habillage, alimentation, élimination, transferts (se lever, se coucher, s'asseoir), déplacement à l'intérieur et à l'extérieur et communication à distance. La grille

AGGIR comprend ainsi 2 variables qui visent à appréhender l'autonomie mentale (cohérence et communication).

- sept variables dites illustratives, concernant la perte d'autonomie domestique et sociale, n'entrent pas dans le calcul du GIR mais apportent des informations utiles à l'élaboration du plan d'aide : gestion personnelle de son budget et de ses biens, cuisine, ménage, transports, achats, suivi du traitement et activités de temps libre.

Chaque variable possède trois modalités :

- A - fait seul : spontanément, et totalement, et habituellement, et correctement
- B - fait partiellement : non spontanément et/ou non partiellement et/ou non habituellement et/ou non correctement
- C - ne fait pas seul : ni spontanément, ni totalement, ni habituellement, ni correctement

A partir de ces réponses, un algorithme classe les individus en 6 groupes GIR (Groupe Iso-ressources) ; au sein d'un même groupe on peut retrouver des personnes dans des situations disparates, mais qui ont besoin d'un volume d'aide similaire. Le groupe 1 rassemble les individus les plus dépendants, nécessitant la présence permanente d'une aide, le groupe 6 rassemble les personnes n'ayant besoin d'aucune aide pour les actes discriminants de la vie quotidienne. Ces groupes sont censés être homogènes en termes de ressources employées et de coûts : on parle ainsi de groupe iso-ressources. Cependant, la grille AGGIR pourtant revue en août 2008 reste mal adaptée pour la prise en charge des troubles du comportement, de type maladie d'Alzheimer.

La grille Colvez est une grille d'appréhension de la dépendance uniquement physique qui mesure la perte de mobilité. Comme pour la grille AGGIR, elle classe les personnes en plusieurs groupes : personnes confinées au lit ou en fauteuil (niveau 1), personnes non confinées au lit ou au fauteuil, ayant besoin d'aide pour la toilette et l'habillage (niveau 2), personnes ayant besoin d'aide pour sortir de leur domicile ou de l'institution où elles sont hébergées mais n'appartenant pas aux niveaux 1 et 2 (niveau 3), personnes non dépendantes (niveau 4). Les niveaux 1 et 2 correspondent à la dépendance lourde, le niveau 3 à la dépendance modérée.

L'indicateur de Katz évalue la dépendance en fonction de six activités de la vie quotidienne (AVQ) :

- Se déplacer chez soi
- Se lever, se coucher, s'asseoir
- Se servir et manger
- Se laver
- S'habiller et se déshabiller

- Aller aux toilettes régulièrement

A ces *Actes de la Vie Quotidienne*, s'ajoutent 4 activités instrumentales de la vie quotidienne (AIVQ) : utiliser les transports, prendre seul ses médicaments, téléphoner, gérer son budget. La plupart des assureurs utilise l'indicateur de Katz pour reconnaître l'état de dépendance. L'assuré est reconnu comme dépendant s'il n'arrive pas à réaliser au moins 4 des 6 AVQ (ou 3 des 6 AVQ et 3 des 4 AIVQ).

Le BCAC prévoit dans le cadre de son contrat Dépendance, de verser une prestation en fonction de plusieurs critères mesurant le niveau de dépendance réelle :

- le besoin cumulé d'aide par jour. Il correspond à l'estimation du temps que devrait consacrer une tierce personne pour aider l'assuré à l'accomplissement des actes élémentaires de la vie quotidienne hors intervention du type aide ménagère. La dépendance présumée sera :
 - de niveau 3 si cette durée est supérieure à 6 heures
 - de niveau 2 si cette durée est comprise entre 4 et 6 heures
 - de niveau 1 si cette durée est comprise entre 2 et 4 heures
- le plus grand intervalle de temps où la personne peut rester seule, et c'est une question fondamentale pour les personnes atteintes de maladies mentales. Cet état de dépendance sera :
 - de niveau 3 si cet intervalle est inférieur à une demi-heure
 - de niveau 2 si cet intervalle est compris entre une demi-heure et deux heures
 - de niveau 1 si cet intervalle est compris entre deux et quatre heures
- La fréquence des interventions d'une tierce personne pendant la nuit

Ces critères sont évalués en fonction des réponses fournies par le médecin traitant de l'assuré à un questionnaire médical de 84 questions. L'approche traditionnelle (capacités à effectuer les actes ordinaires de la vie quotidienne) est complétée par une approche plus novatrice de prise en compte de l'ampleur des besoins d'aide extérieure. En Allemagne, la personne est jugée dépendante également selon le niveau d'aide journalière dont elle a besoin.

Les troubles cognitifs peuvent être confirmés par des tests. Parmi ces tests, figure par exemple le test MMSE (Mini Mental State Examination) de Folstein qui a été validé par plusieurs populations. Ce test est une échelle globale des fonctions cognitives qui s'élève de zéro à trente. Le patient est interrogé sur l'orientation temporelle, l'orientation spatiale, la mémoire, le calcul, le langage et le dessin. Plus le sujet est performant, plus son score est élevé. Une personne obtenant un score inférieur à 15 souffre de détérioration intellectuelle significative et irréversible. Certains assureurs utilisent des tests cognitifs et notamment le test MMSE pour reconnaître les états de démence.

Le choix de l'indicateur est important car selon celui-ci le nombre de personnes dépendantes peut varier fortement. Selon une étude de 2000 [1], le nombre de personnes dépendantes a été estimé à : 1,4 million de personnes sur la base de niveaux 1 à 4 de la grille Colvez, 800 000 personnes sur la base des niveaux Gir 1 à Gir 4 de la grille AGGIR, 700 000 personnes sur la base de l'indicateur Katz en prenant en compte comme référence le besoin d'aide d'une tierce personne pour réaliser au moins 2 des 6 actes de la vie quotidienne. Ainsi le choix d'une grille d'évaluation est un élément essentiel pour la mesure du risque de dépendance.

1.2 Perspectives démographiques en France

La population française vieillit mais quelles sont les perspectives en termes de dépendance ? Le nombre de personnes âgées dépendantes va-t-il croître de manière importante ou vivrons-nous tous très longtemps et en bonne santé ? L'INSEE a essayé de répondre à cette question en simulant le vieillissement d'une population jusqu'en 2040 [2].

Le modèle Destinie (modèle démographique économique et social de trajectoires individuelles simulées) est constitué d'un échantillon d'environ 170 000 individus représentatif de la population de France métropolitaine en 1997. La période de projection débute en 1998 et le devenir des individus est simulé jusqu'en 2040. Chaque année, le modèle simule un grand nombre d'événements démographiques (naissances, décès, mises en couple et ruptures) qui se réalisent de façon aléatoire, conditionnellement à un certain nombre de variables. Destinie permet ainsi d'obtenir une image de la structure de la population par sexe, âge et type de famille. L'introduction de la dépendance dans le modèle Destinie nécessite d'imputer un état de dépendance aux personnes présentes dans la base initiale, puis de simuler chaque année des transitions entre états de dépendance et de prendre en compte la surmortalité des personnes dépendantes. Les probabilités correspondant à ces différents événements sont définies à partir d'équations estimées grâce aux données de l'enquête HID. L'hypothèse retenue sur l'espérance de vie à 60 ans est qu'elle augmenterait de quatre ans entre 2000 et 2030.

Trois scénarios ont été examinés :

- Scénario central (maintien de la morbidité) : le nombre d'années passées en dépendance après 60 ans reste stable, pour les hommes comme pour les femmes. Cela revient à supposer que l'âge moyen d'apparition de la dépendance et la date de décès se décalent au même rythme. Ce scénario aboutit au même nombre de personnes dépendantes qu'une diminution de la prévalence de la dépendance au rythme de 1.3% par an.
- Scénario pessimiste (extension de la morbidité) : la durée de vie en

dépendance après 60 ans croît au même rythme que l'espérance de vie à 60 ans. La part de la dépendance dans l'espérance de vie à 60 ans reste stable, à 6% pour les hommes et 10% pour les femmes ; cela se traduit par une augmentation du nombre moyen d'années passées en dépendance.

- Scénario optimiste (compression de la morbidité) : le nombre d'années passées en dépendance après 60 ans diminue, ce scénario correspond à l'hypothèse de compression de la morbidité. Ce scénario prévoit un nombre de personnes dépendantes en 2010 égal au nombre de 2000 : il semble peu plausible mais il peut correspondre à la borne inférieure de l'évolution possible pour les années à venir.

D'après les dernières données disponibles en France, le scénario central Maintien de la morbidité a été privilégié même si certaines études conduisent plutôt à choisir le scénario Compression de la morbidité.

Dans le scénario central, le nombre de personnes dépendantes augmenterait de 26% entre 2000 et 2030 où il atteindrait 1 037 000. Ce chiffre varie entre 940 000 et 1,23 million de personnes dépendantes selon les scénarios. Dans tous les cas, l'augmentation deviendrait plus rapide à partir de 2030, c'est en effet vers cette date que les générations du baby-boom atteindront 80-85 ans, âge où la dépendance est forte. L'âge moyen des personnes dépendantes augmenterait nettement entre 2000 et 2030, passant de 78 à 80,5 ans pour les hommes et de 83 à 86,5 ans pour les femmes. La durée moyenne de la dépendance est de 4,4 années (3,7 ans pour les hommes et 4,7 ans pour les femmes). Par ailleurs, les durées longues en dépendance sont rares : seuls 6% des hommes et 16% des femmes vivent plus de 5 ans en dépendance. Les différences entre hommes et femmes s'expliquent par la plus longue espérance de vie des femmes et leur prévalence plus forte à la dépendance.

Chez les hommes comme chez les femmes, le niveau d'étude a deux effets opposés sur la probabilité de connaître la dépendance avant de décéder. D'une part, les personnes ayant fait des études ont une espérance de vie plus longue (ce qui augmente la probabilité de connaître la dépendance). D'autre part, elles font face à des niveaux de dépendance plus faibles à âge donné (surtout chez les hommes). Au total le second effet l'emporte chez les hommes : ceux qui ont fait des études connaissent moins souvent la dépendance (26% contre 31%). Chez les femmes, c'est le premier effet qui l'emporte : celles ayant fait des études connaissent plus souvent la dépendance (57% contre 48%).

Le modèle démographique microsimulation Destinie nous fournit des réponses intéressantes et très certainement assez proches de la réalité future mais peut-on aujourd'hui prévoir quels facteurs sociaux, sanitaires ou environnementaux augmentent (ou diminuent) le risque de dépendance ?

Au Royaume-Uni, le rapport Wanless [3] a passé en revue les déterminants sanitaires de la dépendance des personnes âgées. Il aboutit aux résultats suivants par pathologie :

Affection	Augmente le risque de dépendance	Augmente le risque de décès
Accident vasculaire cérébral	Oui	Oui
Pathologies vasculaires périphériques	Non	Non
Pathologies coronariennes	Oui	Oui
Hypertension (si traitée)	Non	Non
Pathologies rhumatismales	Oui	Non
Diabète (si traité)	Non	Oui
Obstructions chroniques des voies respiratoires	Oui	Oui
Maladie de Parkinson	Oui	Oui
Problèmes d'audition	Non	Non
Problèmes de vue	Oui	Non
Déficiences cognitives moyennes	Oui	Oui
Déficiences cognitives importantes	Oui	Oui

Le rapport insiste sur le lien entre la dépendance et quatre groupes de pathologies :

- les accidents vasculaires cérébraux
- les pathologies coronariennes
- les pathologies rhumatismales
- les démences

Les prévisions devront tenir compte des mesures de prévention de ces pathologies et de l'avancée de la recherche médicale notamment en ce qui concerne la maladie d'Alzheimer.

1.3 La prise en charge des personnes dépendantes

1.3.1 Par la solidarité nationale

La Caisse nationale de solidarité pour l'autonomie (CNSA) est un établissement public créé en mai 2005. Depuis le 1er janvier 2006 elle est chargée de :

- financer les aides en faveur des personnes âgées dépendantes et des personnes handicapées
- garantir l'égalité de traitement sur tout le territoire et pour l'ensemble des handicaps
- assurer une mission d'expertise, d'information et d'animation pour suivre la qualité du service rendu aux personnes

En 2008, ses 15 milliards d'euros de ressources proviennent des crédits de l'Assurance maladie, de la solidarité nationale (100% de la Contribution de solidarité pour l'autonomie et 0,1% de la Contribution sociale généralisée) et des contributions des caisses d'assurance vieillesse.

Elle verse aux conseils généraux une partie de ses ressources pour contribuer à financer les aides individuelles : l'allocation personnalisée d'autonomie (APA) pour les personnes âgées (1,4 milliard d'euros), la nouvelle prestation de compensation pour les personnes handicapées (500 millions d'euros) et le fonctionnement des nouvelles maisons départementales des personnes handicapées (20 millions d'euros). La CNSA répartit l'autre partie de ses ressources aux établissements et services médico-sociaux, accueillant ou accompagnant des personnes âgées et des personnes handicapées. Le financement de la dépendance représente aujourd'hui environ 1% du PIB.

L'APA, créée en 2002 est une prestation en nature destinée à l'achat de biens et de services pour pallier la perte d'autonomie de la personne âgée. Elle s'adresse aux personnes âgées de 60 ans ou plus, dont le niveau de dépendance est évalué en GIR 1 à 4. Cette prestation peut être attribuée à domicile ou financer en partie les frais liés à la dépendance en établissement. Les modalités de calcul de l'APA sont alors différentes. Dans tous les cas, cette allocation n'est pas récupérable sur la succession de l'allocataire.

Au 30 juin 2009, 1 117 000 personnes bénéficiaient de l'APA [4]. 61 % des bénéficiaires vivent à domicile et 39 % en établissement. Les 498 000 bénéficiaires relevant du GIR 4 représentent 45 % de l'ensemble des bénéficiaires. Cette proportion de personnes modérément dépendantes est plus élevée à domicile (représente 57 % du total des personnes à domicile) qu'en établissement (24 %). A l'inverse, 16 % des bénéficiaires hébergés en établissement relèvent du GIR 1, contre 3 % de ceux qui demeurent à leur domicile. Le montant moyen du plan d'aide pour les personnes qui résident à domicile s'élève à 494€/mois. Ce montant dépend du degré de perte d'autonomie : en moyenne, 1009€/mois pour les bénéficiaires évalués en GIR 1, 785€ pour les GIR 2, 585 € pour les GIR 3 et 348€ pour les GIR 4. En établissement, le montant de l'APA versé (461€/mois en moyenne) permet d'acquitter 67 % du tarif dépendance appliqué dans l'établissement.

La création d'une 5^e branche de sécurité sociale, évoquée depuis plusieurs années n'est plus à l'ordre du jour. Le rapport d'étape de la mission d'information du sénat a fixé en juillet 2008 les principales orientations [5]. Le risque dépendance ne serait pas financé par un nouveau prélèvement obligatoire mais plutôt articulé sur un partenariat public/privé. A cette occasion, la grille AGGIR serait revue et pourrait servir de référence aux contrats

d'assurance dépendance et ainsi assurer une portabilité entre assureurs, portabilité fortement souhaitée par les pouvoirs publics. Le projet de loi sur la dépendance est attendu courant 2010. Il devrait préciser les modalités de gouvernance du risque et l'attente des pouvoirs publics sur l'implication des assureurs.

1.3.2 Par les organismes d'assurance

Une dépendance lourde peut engendrer des coûts importants, jusqu'à 3000€ par mois. Le choix de s'assurer peut être motivé par différentes raisons : prévenir le risque de voir fondre son patrimoine, empêcher une personne démunie de patrimoine d'être plongée brusquement dans le besoin. Les assureurs privés français ont développé le marché de l'assurance dépendance depuis le milieu des années 80.

Selon la FFSA, au 31 décembre 2008 près de 1,9 millions de personnes étaient couvertes par un contrat dont la dépendance est la garantie principale pour un montant de 387 M€ de cotisations. Le marché reste très concentré. Quatre sociétés couvraient en garantie principale à adhésion individuelle 75% des personnes assurées : GROUPAMA-GAN (22,2%), GROUPE CNP (17,9%), PRIMA (17,4%) et PREDICA (17,2%). Au niveau des contrats collectifs à adhésion obligatoire, une seule compagnie, la CNP couvre 92% des personnes assurés.

En France, les assureurs proposent des produits basés sur une approche forfaitaire. Le produit d'assurance prend généralement la forme de rente mensuelle qui vient compléter les revenus d'un retraité pour lui permettre de continuer à vivre à domicile, aidé des services appropriés ou de payer un séjour dans un établissement spécialisé. L'assurance Dépendance est une assurance à fonds perdus : si l'assuré décède sans avoir été dépendant, les cotisations versées sont intégralement conservées par l'assureur. Dans la plupart des contrats, l'âge de souscription varie entre 50 et 75 ans. La prime est non réévaluée en fonction de l'âge ou de l'évolution de l'état de santé mais révisée en fonction de l'inflation ou de la valeur du point AGIRC, le versement est viager. Le montant de la rente est compris entre 300 et 3900€/mois.

Les conditions d'adhésion et de versement de la rente sont les suivantes :

- un questionnaire de santé quasi-systématique
- une valeur de réduction possible dans la majorité des cas après 8 ans (parfois 5 ans).
- une couverture en cas de dépendance totale et de plus en plus en dépendance partielle. Dans tous les cas, la dépendance doit être irréversible.
- la plupart des contrats prévoit un délai de carence (un an en cas de maladie, 3 ans en cas de démence sénile ou de maladie d'Alzheimer). Si la dépendance survient pendant ce délai, l'assuré n'est pas garanti et n'a droit à aucune prestation.

- les contrats prévoient également en général un délai de franchise de 3 à 6 mois entre le moment où la dépendance est médicalement constatée et le versement de la rente.
- l'évaluation du risque est diverse, soit par des procédures propres, soit pas la combinaison de la grille AGGIR avec d'autres éléments d'appréciation.
- Le montant des prestations est en général revalorisé en fonction de certains indices dans la limite des résultats financiers. Les cotisations évoluent au minimum comme les garanties. Ces augmentations sont incluses dans la plupart des contrats dans les conditions générales.

Les réticences à adhérer sont nombreuses et dues principalement à la sélection médicale à l'entrée et aux délais de carence et de franchise. De plus, du fait de la difficulté d'apprécier l'état de la dépendance, les assurés ont du mal à comprendre les décisions des assureurs. Enfin, le coût de l'assurance (primes payées sur une longue période) reste élevé.

Pour l'assureur, il s'agit d'un risque mal connu avec peu de recul. Les statistiques basées sur la population entière sont quasi-inexistantes et ne correspondent pas toujours au risque couvert par le contrat.

Quelques assureurs offrent la possibilité de souscrire un contrat dépendance offrant la sortie en rente viagère limitant le risque de cotiser à fonds perdus : une rente est versée à un âge défini que l'assuré soit dépendant ou non. En cas de décès avant le terme du contrat, l'assureur paie le capital au(x) bénéficiaire(s) désigné(s). C'est une alternative à l'assurance à fonds perdus mais peu de produits existent aujourd'hui sur le marché. Ces contrats individuels ou collectifs sont à adhésion facultative.

Certains contrats collectifs à adhésion obligatoire ne couvrent que le risque annuel de dépendance. Souscrits à titre professionnel, ils ne couvrent en fait que le risque invalidité du salarié.

L'OCIRP (Organisme commun des institutions de rente et de prévoyance) a conçu et commercialisé récemment un produit dépendance destiné aux salariés en activité dans le cadre de contrats collectifs de prévoyance obligatoire. La garantie est acquise à vie même en cas de départ du salarié. Ce dernier peut continuer à cotiser à titre individuel. Le risque est couvert même en cas de dépendance précoce sans délai de carence ni exclusion de pathologie. Cette nouvelle offre de prévoyance collective a déjà été souscrite en 2007 par plusieurs grandes entreprises.

AXA propose depuis avril 2008 également un produit dépendance entreprise innovant qui offre des garanties semblables à celles proposées par le contrat de l'OCIRP. De plus, le salarié aidant son parent dépendant bénéficie aussi de services d'aide et reçoit un capital en cas de dépendance totale de son parent.

1.3.3 La prise en charge publique en Europe

Les réponses de l'Etat à la dépendance en termes de financement et de prestations sont très diverses en Europe. Dans certains pays comme le Royaume Uni ou la Suède l'aide de l'Etat est uniquement en nature tandis que dans d'autres pays, le choix est laissé entre des prestations en nature ou en espèces. Le tableau ci-dessous recense les différentes formes de financement en Europe [6].

	Financement	Montant des prestations	Participation des assurés	Nature des prestations	Soutien à l'aide informelle
Allemagne	Cotisation 1,7% + suppression jour férié	De 205 à 1432€	Complément + hébergement + nourriture	Libre choix en nature en espèces	Allocation
Suède	Non contributif, fiscalité locale		Proportionnelle au revenu	Nature	Non
Royaume Uni	Non contributif fiscalité locale		Proportionnelle au revenu	Nature	Non
France	Hausse des prélèvements +suppression jour férié	A domicile : 479€/mois établissement 405€/mois	Proportionnelle au revenu	Nature ou espèces	APA en espèces
Espagne	Non contributif Etat		Proportionnelle à la capacité de financement	Fonction du plan d'aide	Rémunération incitation fiscale

NB : L'aide est considérée comme informelle quand elle provient de non-professionnels.

1.4 Introduction à la gestion technique du produit dépendance

Très souvent pour les contrats à adhésion facultative, le risque dépendance est géré comme un risque viager à primes nivelées (primes déterminées en fonction de l'âge d'adhésion). En effet, il s'agit d'un risque à survenance tardive avec une longue durée de paiement des primes. Une logique de tarification en âge atteint aboutirait à des augmentations de primes importantes pour les assurés.

Au niveau des provisions, afin de prendre le risque dans son ensemble deux types de provisions au minimum doivent être constitués :

- Les provisions mathématiques de rente en cours de service sur la population des assurés dépendants : elles découlent du calcul du capital constitutif de rente dépendance avec l'aide de tables de mortalité propres à chaque assureur.
- Les provisions pour risques croissants sur la population des cotisants : il s'agit de provisions de primes qui découlent de la différence entre les engagements de l'assureur et ceux de l'assuré.

A ces deux provisions, il serait prudent de constituer à l'identique de ce qui est fait pour le risque incapacité/invalidé une provision pour rentes en attente sur des assurés dépendants dont l'aggravation de la dépendance est probable. Cette provision prendrait en compte le fait que le contrat du BCAC prévoit un niveau d'indemnisation différent suivant le niveau de dépendance.

Il est également envisageable de constituer une provision pour égalisation afin de gérer des variations de sinistralité ou une évolution du risque ainsi qu'un fond de revalorisation si le contrat prévoit une revalorisation des prestations.

Enfin, on peut noter qu'il n'existe pas de tables réglementaires pour le risque dépendance, ni de tables issues de données du marché. D'une part, peu de données sont disponibles en France et d'autre part les garanties couvertes par les contrats dépendance du marché sont très diverses notamment en ce qui concerne la définition de la dépendance.

Chapitre 2

Le contrat Dépendance du BCAC

2.1 Présentation du contrat

Le contrat dépendance est un contrat collectif à adhésion facultative souscrit par les institutions de retraite et commercialisé à partir de 1990. Ce contrat a été mis au point par le BCAC. Au départ, seules les institutions de retraite AGIRC regroupées au sein du GEAD (Groupe d'Etude pour l'Assurance Dépendance) commercialisaient ce contrat. Puis les institutions de retraite non AGIRC ont elles-aussi diffusé le contrat.

Chaque institution a conclu avec l'assureur de son choix un contrat conforme au contrat type du BCAC présenté en annexe E. Ainsi toutes les caisses ont diffusé un contrat strictement identique. Ce contrat fonctionne en co-réassurance. Chaque organisme assureur établit son compte de résultat relatif aux contrats souscrits auprès de lui mais les résultats de chaque assureur sont mutualisés au sein de 2 pools pilotés par le BCAC afin de permettre un mécanisme de compensation :

- un pool rattaché au GEAD
- un pool rattaché aux contrats souscrits par les institutions de retraite non AGIRC

En 1998, l'AGIRC a considéré qu'il n'entrait plus dans son champ d'action d'avoir d'autres activités que la gestion des régimes de retraite complémentaire et le contrat a été fermé.

Le tarif proposé par chaque assureur correspond au tarif établi par le BCAC. Le calcul des provisions pour risques croissants et des provisions pour rentes en cours de service suit également les mêmes règles quelque soit l'assureur. Le BCAC est également chargé de statuer sur l'état de dépendance via la commission médicale dépendance qui se réunit tous les mois.

Adhésion - phase de cotisation L'adhésion était ouverte aux participants actifs ou allocataires de l'institution de retraite contractante à partir de 50 ans jusqu'à 75 ans. L'adhésion était également ouverte aux conjoints dans les mêmes conditions d'âge. Lors de l'adhésion, un questionnaire d'état de santé visait à établir si une sélection médicale était nécessaire ou non. Une réponse positive à une des 6 questions du questionnaire d'état de santé entraînait la sélection médicale.

L'adhérent cotise tant qu'il est non-dépendant. En cas de non-paiement des cotisations, le contrat est résilié par l'assureur. Il n'existe pas de valeur de réduction. L'adhérent a également la faculté de résilier son contrat.

Le contrat garantit le versement d'une rente mensuelle aux adhérents atteints d'une invalidité définitive entraînant la perte d'autonomie et l'assistance d'une tierce personne :

- quelque soit l'âge de l'adhérent
- que l'adhérent soit à domicile ou en établissement
- que la perte d'autonomie soit physique ou mentale

Deux garanties sont proposées à la souscription :

1. Garantie complète, cette garantie couvre la perte partielle et totale d'autonomie. Le niveau de prestation est fonction de deux paramètres :
 - le montant de la rente de base choisi par l'adhérent lors de son adhésion au contrat
 - le niveau de dépendance : la rente est servie à 100% (niveau 3), 70% (niveau 2) ou 40% (niveau 1) selon l'ampleur de la perte d'autonomie
2. Garantie limitée, cette garantie ne couvre que la perte totale d'autonomie (versement de la rente dans le cas du niveau 3 uniquement, indemnisation à 100%).

Les cotisations et les prestations sont revalorisées en fonction de l'évolution du point AGIRC.

Reconnaissance de l'état de dépendance L'adhérent transmet à la commission médicale dépendance un questionnaire médical comportant près de 84 questions ainsi que le dossier médical nécessaire à justifier l'état de dépendance. L'état et le niveau de la dépendance sont reconnus par une Commission Médicale unique, formée de cinq médecins : deux désignés par les souscripteurs (le GEAD), deux par les organismes assureurs et un par le BCAC. Cette Commission est également chargée de fixer la date du début de paiement des prestations.

Le niveau de dépendance est établi en fonction du besoin cumulé d'aide par jour et du plus grand intervalle de temps où la personne peut rester seule, et c'est une question fondamentale pour les personnes atteintes de maladies mentales.

Niveau de dépendance	Intervalle d'autonomie	Durée cumulée
Aucun	> à 4 heures	< à 2 heures
1	2 à 4 heures	2 à 4 heures
2	1/2 à 2 heures	4 à 6 heures
3	< à 1/2 heure	> à 6 heures

La fréquence des interventions d'une tierce personne pendant la nuit est également prise en compte dans l'évaluation. Si l'adhérent est déclaré dépendant et indemnisable, le paiement de la rente n'a lieu qu'après une période d'attente (en année) liée à la date d'adhésion et une période de consolidation liée à l'entrée en dépendance (en mois).

Par contre, il n'existe pas de délai de carence qui priverait totalement l'adhérent d'indemnisation si la dépendance survenait pendant ce délai. L'état de dépendance est associé à une ou plusieurs pathologies caractérisées par le fait qu'il s'agisse d'une pathologie aiguë, mentale ou non mentale ou qu'il s'agisse d'un accident.

La période d'attente dépend du type de pathologie : un an pour une pathologie non mentale ou aiguë, trois ans pour une pathologie mentale. La période de consolidation dépend également du type de pathologie : trois mois pour les pathologies aiguës, six mois dans les autres cas. Dans le cas d'accident, il n'y a pas de période d'attente. Le paiement de la rente est réduit de moitié après 3 mois d'hospitalisation et cesse au décès de l'adhérent.

Ce contrat, souscrit par près de 18 000 personnes a été fermé en 2000. En 2008, 70% des cotisants ont plus de 75 ans et 42% ont plus de 80 ans. Depuis l'origine et jusqu'à novembre 2008, près de 5 000 demandes de rente ont été effectuées auprès de la Commission Médicale Dépendance.

2.2 Tarification et calcul des provisions

2.2.1 Modélisation à l'origine du risque dépendance pour le contrat du BCAC

Chaque assuré de la population peut se trouver dans l'un des 3 états suivants :

- Valide non dépendant
- Dépendant
- Décédé

La modélisation proposée ne dépend pas du sexe de l'assuré, ni de sa situation familiale. Un assuré valide peut devenir dépendant ou décéder. Un assuré dépendant peut décéder (par convention, il ne peut revenir à l'état de valide). Pour modéliser le risque, la détermination de plusieurs lois est nécessaires :

- la loi de décès des valides

- la loi d'entrée en dépendance
- la loi de décès des dépendants

On suppose qu'un dépendant ne peut pas redevenir valide donc il n'y a de loi supplémentaire de maintien en invalidité à déterminer par rapport à la loi de décès des dépendants.

Notations :

l_x : Nombre de personnes vivantes à l'âge x ,

l_x^i : Nombre de personnes vivantes en état de dépendance à l'âge x ,

l_x^a : Nombre de personnes vivantes et valides à l'âge x ,

i_x : probabilité pour une personne valide de devenir dépendante que la personne décède ou non par la suite (incidence)

p_x^a : probabilité pour une personne valide d'être toujours en vie et valide à la fin de l'année

q_x^a : probabilité pour une personne valide de décéder dans l'année sans être devenue dépendante

Les assurés d'âge x de la population générale se composent de personnes valides et de personnes dépendantes :

$$l_x = l_x^i + l_x^a$$

Le nombre de personnes dépendantes d'âge x peut s'écrire ainsi :

$$l_x^i = l_x^a i_x$$

Le nombre de personnes valides d'âge $x+1$ est le nombre de personnes valides d'âge x qui ne sont pas décédées et qui ne sont pas entrées en dépendance. Ce nombre peut s'exprimer de la manière suivante :

$$l_{x+1}^a = l_x^a (1 - i_x - q_x^a)$$

2.2.2 Tarification à l'origine

Le principe du produit est de verser une rente viagère immédiate à terme échu à une personne dépendante, tant qu'elle est vivante et dépendante notée $a_x^{i(m)}$.

$$\pi(x) = \sum_{k=0}^{\infty} (1+i)^{-k} p_x^a i_{x+k} a_{x+k}^{i(m)}$$

Nous présentons ci-dessous la tarification du produit dépendance telle que proposée par le BCAC en 1988.

La tarification dépend uniquement de l'âge à l'adhésion. La table choisie pour modéliser la loi de survie des assurés valides est la TV 73 – 77. Le taux technique du contrat, noté i est fixé à 0%.

La construction d'une tarification applicable à un contrat à adhésion facultative est fondée sur la connaissance des taux d'entrée en dépendance à chaque âge ainsi que sur les lois de maintien en validité et en dépendance. Cependant, les statistiques disponibles ¹ lors de la construction du tarif se limitaient à des informations sur le stock de personnes dépendantes par tranche d'âge. Les deux études permettaient d'estimer un taux de dépendance moyen sur la population générale de :

- 3% de 65 à 74 ans
- 4% de 75 à 84 ans
- 14% après 85 ans

Ces estimations ont conduit à modéliser le stock de personnes dépendantes d'âge x , noté $S(x)$ de la manière suivante :

$$S(x) = ae^{bx} + c$$

Pour $x = 1$ à 49, les hypothèses sont les suivantes :

$$l_x^a = l_x$$

$$i_x = 0$$

$$S(x) = 0$$

Pour $x = 50$ à 64 ans : $a = 1.59 * 10^{-20}$, $b = 0.6454$, $c = 0.0289$

Pour $x \geq 65$ ans : $a = 1.59 * 10^{-20}$, $b = 0.2303$, $c = 0.0289$

On prend également comme hypothèse que les entrées en dépendance d'une année s'éteignent en 5 ans (1/5 de la population disparaissant à la fin de chaque année). i_x et l_x^a peuvent être définis par :

$$l_x^a = l_{x-1}^a \frac{l_x}{l_{x-1}} (1 - i_{x-1})$$

$$S(x) = i_x l_x^a + 0.8 i_{x-1} l_{x-1}^a + 0.6 i_{x-2} l_{x-2}^a + 0.4 i_{x-3} l_{x-3}^a + 0.2 i_{x-4} l_{x-4}^a$$

Soit $\pi(x)$ et $p_0(x)$ respectivement la prime unique et la prime annuelle pour une tête d'âge x à l'entrée dans l'assurance.

$$\pi(x) = \sum_{k=1}^{106-n} \frac{l_{x+k}^a}{l_x^a} (1+i)^{-k} i_{x+k} a_{x+k}^i$$

$$p_0(x) = \frac{\pi(x)}{a_x^a}$$

¹ Etude sur l'évaluation du nombre de personnes âgées vivant en Ile de France présentant une dépendance pour les activités de la vie quotidienne et note de l'INSERM sur la démence sénile : un essai d'évaluation de l'importance du problème à travers plusieurs enquêtes en France

a_x^i et a_x^a représentent la rente viagère immédiate à terme échu pour une personne dépendante /valide d'âge x :

$$a_x^i = \sum_{k=1}^{106-x} (1+i)^{-k} \frac{l_{x+k}^i}{l_x^i}$$

$$a_x^a = \sum_{k=1}^{106-x} (1+i)^{-k} \frac{l_{x+k}^a}{l_x^a}$$

Faute d'une bonne connaissance de la loi de maintien en dépendance noté l_x^i , on peut retenir l'hypothèse d'une durée moyenne en dépendance indépendante de l'âge.

$$a_x^i = (1+i)^{-1} + 0.8(1+i)^{-2} + 0.6(1+i)^{-3} + 0.4(1+i)^{-4} + 0.2(1+i)^{-5}$$

Si on part de l'hypothèse que tous les dépendants d'une génération décèdent au bout de 5 ans, la durée moyenne de dépendance est de 3 ans. Cette durée moyenne est comparée à la durée de vie résiduelle donnée par la table TV 73 – 77.

$$a_x^i = \text{Min}[3; a_x]$$

La tarification décrite ci-dessus correspond à la tarification de la garantie complète du contrat (dépendance totale et partielle). Le tarif de la garantie limitée (indemnisation uniquement au niveau 3 de dépendance) a été fixé à 55% du tarif de la garantie complète.

2.2.3 Provisions des rentes en cours : construction du barème d'origine

Les provisions des rentes en cours sont calculées en fonction de l'ancienneté en mois en dépendance. Deux barèmes ont été établis suivant l'âge d'entrée en dépendance : un pour les moins de 85 ans et un pour les 85 ans et plus. La table de maintien en dépendance pour les moins de 85 ans a été élaborée en tenant compte de plusieurs statistiques :

- l'étude longitudinale de la survie sans incapacité chez les personnes âgées dans trois régions françaises 1978 – 1986 de l'INSERM
- l'étude publiée par le National Center For Health Research portant sur l'assurance des personnes dépendantes aux Etats-Unis

Le barème a été calculé à partir de la loi de survie des dépendants l_{anc}^i pour une ancienneté anc en dépendance donnée (de 0 mois à 95 mois) :

$$a_{anc}^i = \sum_{k=anc+1}^{\omega} (1+i)^{-k} \frac{l_k^i}{l_{anc}^i}$$

Le taux technique noté i du contrat est fixé à 0%. Le barème pour les plus de 85 ans découle de la table précédente en tenant compte d'une aggravation de la mortalité due au vieillissement. Cet effet a été estimé forfaitairement en fonction de la différence de mortalité observée entre 80 et 90 ans avec la table TV 73 – 77, les âges 80 et 90 ans pouvant être considérés comme valeurs centrales de chacune de ces sous-populations. On note qu'à l'issue de 95 mois en dépendance, la provision pour rente en cours est nulle c'est à dire toutes les personnes dépendantes sont considérées comme décédées.

Le barème de provisions de rentes est basé sur l'ancienneté en dépendance et non sur l'âge des assurés dépendants. Ainsi, on ne retrouve pas directement de lien avec la rente probable utilisée dans l'établissement de la tarification.

La durée probable de dépendance utilisée pour la construction du tarif $a_x^i = \text{Min}[3; a_x]$ peut être comparée à la durée probable des deux barèmes de rentes pour l'ancienneté zéro : 2 ans et 7 mois d'espérance de vie pour les assurés entrés en dépendance avant 85 ans, 1 ans et 8 mois pour ceux entrés en dépendance après 85 ans.

2.2.4 Provisions pour risques croissants : construction du barème d'origine

Il s'agit d'une provision de primes qui découle de la différence entre les flux probabilisés et actualisés de prestations payées par l'assureur et les flux probabilisés et actualisés de cotisations payées par l'assuré. Le montant de provisions à constituer pour une tête, d'âge x , à l'entrée dans l'assurance après k années est de :

$$V(x, k) = \pi(x + k) - p_0(x) \ddot{a}_{x+k}^a$$

$\pi(x + k)$ est la prime unique du risque pour une tête d'âge $x + k$

$p_0(x)$ est la prime annuelle pour une tête d'âge x à l'entrée dans l'assurance

$\ddot{a}_{x+k}^a$ est l'annuité viagère payable d'avance pour un valide d'âge $x + k$

Chapitre 3

Etude de la survie des assurés dépendants

Dans cette première partie de l'étude, une analyse de survie sur les assurés dépendants sera effectuée. Cette étape est essentielle pour l'actualisation des barèmes de provisions de rentes en cours. Comme évoqué dans le second chapitre, les définitions de la dépendance étant diverses parmi les contrats d'assurance il est indispensable d'analyser les données de notre portefeuille.

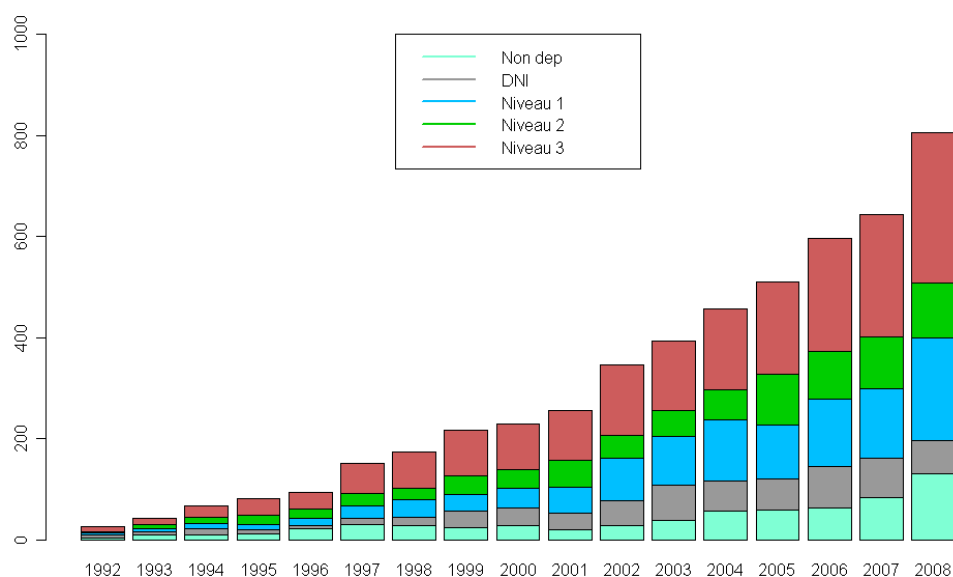
3.1 Les données disponibles

Les données utilisées par l'étude proviennent de la base de données Sinistres du BCAC regroupant tous les assurés du pool AGIRC ou non AGIRC ayant effectué une demande de rente auprès de la Commission Médicale Dépendance. Ces assurés sont, après décision de la Commission Médicale, déclarés comme non dépendants, dépendants à un niveau non indemnisable ou dépendants à un niveau indemnisable. Les assurés dépendants non indemnissables sont des assurés dont la durée d'intervention est supérieure à zéro ou dont l'intervalle d'autonomie est inférieur à 24 heures mais dont les valeurs ne rentrent pas dans le cadre contractuel pour une indemnisation. La base de données contient les informations suivantes :

- La date de naissance
- La date de décès
- La date de souscription du contrat
- La garantie choisie et la classe d'indemnisation
- La date de la première demande de rente
- L'historique des décisions de la Commission Médicale Dépendance avec pour chaque décision :
 - la ou les pathologie(s) responsables de la dépendance
 - la durée d'intervention
 - l'intervalle d'autonomie

- le niveau de dépendance
- la date de début de dépendance
- la date de début de paiement des prestations

La période d'observation est d'environ 18 ans, de 1990 date d'entrée en dépendance des premiers assurés à début 2008 date de fin d'observation. Le graphique ci-dessous présente la répartition des dossiers par année de passage devant la commission médicale et par niveau de dépendance de 1992 à 2008.



Dans les tableaux ci-dessous, nous présentons la répartition des 3 321 assurés ayant effectué une demande de rente jusqu'au premier trimestre 2008, en fonction de l'état en dépendance, de l'âge à l'adhésion et de l'âge à l'entrée en dépendance.

Niveau de dépendance	Non dépendant	Dép non indemnisable	Dép niveau 1	Dép niveau 2	Dép niveau 3	Total
Femme	8,46 %	6,47 %	10,39 %	8,10 %	29,87 %	63,29 %
Homme	3,80 %	3,16 %	5,87 %	4,31 %	19,57 %	36,71 %
Total	12,26 %	9,63 %	16,26 %	12,41 %	49,44 %	100,00 %

Age à l'adhésion	< à 60 ans	60 ans à 64 ans	65 ans à 69 ans	70 ans - 75 ans	Non déterminé	Total
Femme	3,28%	7,59%	23,73%	27,88%	0,81%	63,30%
Homme	1,05%	6,59%	12,89%	15,72%	0,46%	36,70%
Total	4,33%	14,18%	36,62%	43,60%	1,27%	100,00%

Age à l'entrée en dép	< à 70 ans	70 ans - 74 ans	75 ans - 79 ans	80 ans - 84 ans	85 ans - 89 ans	> à 90 ans	Non dépendant	Non connu
Femme	3,34%	7,17 %	16,29 %	18,22 %	7,17 %	0,72 %	8,46 %	1,92 %
Homme	2,95 %	5,27 %	9,52 %	9,61 %	4,19 %	0,27 %	3,80 %	1,10 %
Total	6,29 %	12,44 %	25,81 %	27,83 %	11,36 %	0,99 %	12,26 %	3,02 %

Age à l'entrée en dépendance	Niveau 1	Niveau 2	Niveau 3
67	24 %	6 %	71 %
68	5 %	5 %	89 %
69	6 %	16 %	77 %
70	14 %	8 %	78 %
71	21 %	18 %	61 %
72	11 %	15 %	74 %
73	19 %	24 %	57 %
74	22 %	12 %	66 %
75	15 %	20 %	65 %
76	23 %	11 %	66 %
77	19 %	12 %	70 %
78	14 %	13 %	73 %
79	19 %	17 %	64 %
80	18 %	15 %	67 %
81	20 %	14 %	65 %
82	20 %	19 %	62 %
83	16 %	17 %	67 %
84	20 %	18 %	61 %
85	20 %	11 %	68 %

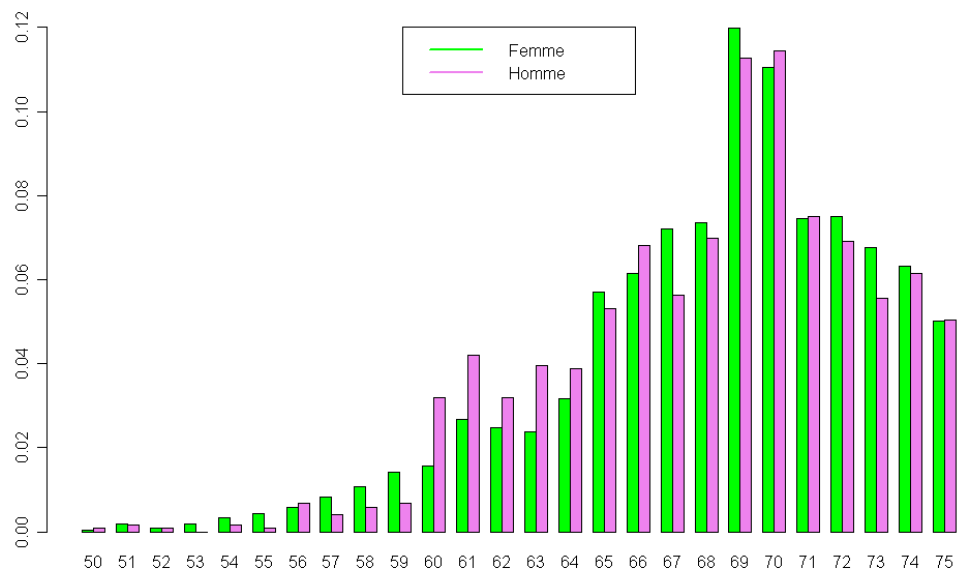


FIG. 3.1 – Répartition des assurés par sexe selon l'âge à l'adhésion

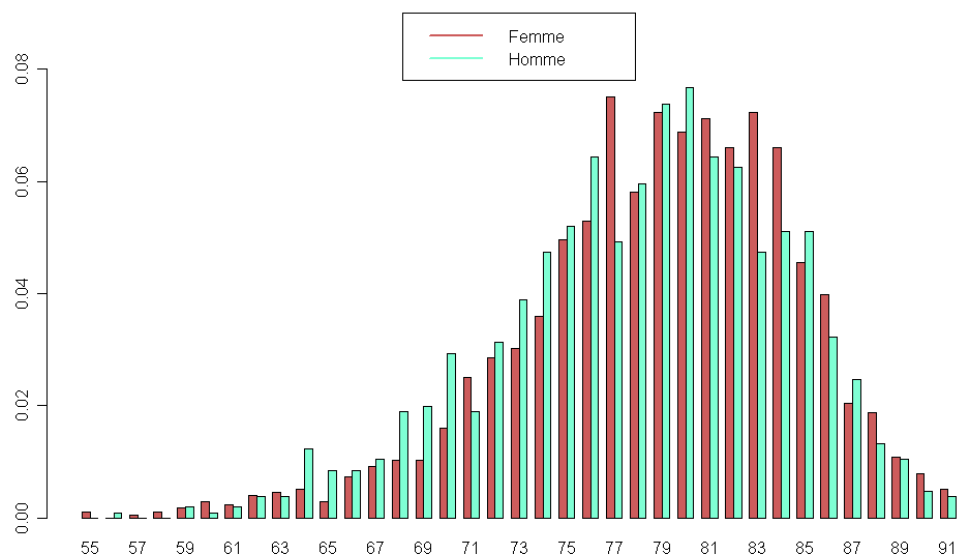


FIG. 3.2 – Répartition des assurés par sexe selon l'âge à l'entrée en dépendance

La répartition des pathologies (hors accident) responsables de l'entrée en dépendance diffèrent selon le sexe.

Pathologie	Femme	Homme	Total	Total (%)
Démences	624	301	925	32,57 %
Affections neurologiques	300	293	593	20,88 %
Polypathologie	356	197	553	19,47 %
Cancers et hémopathie	200	167	367	12,93 %
Affections rhumatologiques	147	33	180	6,34 %
Affections cardiaques	40	28	68	2,39 %
Affections visuelles	32	16	48	1,69 %
Affections psychiatriques	27	8	35	1,23 %
Affections post-traumatiques	19	8	27	0,95 %
Affections pulmonaires	13	10	23	0,81 %
Affections digestives	8	4	12	0,42 %
Affection non communiquée	1	4	5	0,18 %
Affections rénales	2	2	4	0,14 %
Total	1769	1071	2840	100 %

Pathologie	Femme	Homme
Démences	35,28 %	28,1 %
Affections neurologiques	16,96 %	27,36 %
Polypathologie	20,12 %	18,4 %
Cancers et hémopathie	11,31 %	15,59 %
Affections rhumatologiques	8,31 %	3,08 %
Affections cardiaques	2,26 %	2,62 %
Affections visuelles	1,81 %	1,49 %
Affections psychiatriques	1,53 %	0,75 %
Affections post-traumatiques	1,07 %	0,75 %
Affections pulmonaires	0,73 %	0,93 %
Affections digestives	0,45 %	0,37 %
Affection non communiquée	0,06 %	0,37 %
Affections rénales	0,11 %	0,19 %
Total	100 %	100 %

Pour les femmes, les démences (35%) puis les affections neurologiques (17%) et les polypathologies (20%) sont les causes principales de dépendance. Les cancers (11%) et affections rhumatologiques (8%) sont des causes secondaires. Dans une moindre mesure (1,5% à 2%), on trouve les affections cardiaques, visuelles et psychiatriques.

Pour les hommes, les causes principales restent les démences (28%) mais au même niveau on trouve les affections neurologiques (27%). Les polypathologies (18%) et les cancers (16%) sont des causes secondaires. Dans une

moindre mesure (1,5% à 2,6 %), les affections cardiaques, rhumatologiques et visuelles sont également des causes de dépendance. L'étude PAQUID¹ a montré que 75% des personnes dépendantes étaient démentes [7]. C'est la cause principale d'entrée en institution des personnes âgées.

¹Enquête réalisée par l'INSERM en Aquitaine à partir de 1988 qui a porté sur le suivi longitudinal de 4134 personnes âgées de plus de 65 ans pendant 10 ans

La répartition des pathologies est différente en fonction du niveau de dépendance.

Pathologie	DNI	Niveau 1	Niveau 2	Niveau 3	Total(%)
Démences	3,03 %	10,49 %	11,46 %	75,02 %	100 %
Affections neurologiques	7,08 %	15,01 %	14,33 %	63,58 %	100 %
Polypathologie	18,08 %	32,01 %	14,29 %	35,62 %	100 %
Cancers et hémopathie	5,45 %	14,17 %	16,35 %	64,03 %	100 %
Affections rhumatologiques	41,11 %	26,11 %	14,45 %	18,33 %	100 %
Affections cardiaques	22,06 %	29,41 %	20,59 %	27,94 %	100 %
Affections visuelles	25,00 %	35,42 %	16,67 %	22,91 %	100 %
Affections psychiatriques	17,14 %	17,14 %	8,57 %	57,15 %	100 %
Affections post-traumatiques	25,92 %	25,93 %	22,22 %	25,93 %	100 %
Affections pulmonaires	8,70 %	17,39 %	26,09 %	47,82 %	100 %
Affections digestives	16,67 %	25,00 %	8,33 %	50,00 %	100 %
Affection non communiquée	20,00 %	20,00 %	20,00 %	40,00 %	100 %
Affections rénales	25,00 %	0,00 %	25,00 %	50,00 %	100 %

Pathologie	DNI	Niveau 1	Niveau 2	Niveau 3
Démences	9,02 %	18,64 %	26,76 %	43,01 %
Affections neurologiques	13,55 %	17,12 %	21,46 %	23,36 %
Polypathologie	32,26 %	34,04 %	19,95 %	12,21 %
Cancers et hémopathie	6,45 %	10 %	15,15 %	14,56 %
Affections rhumatologiques	23,87 %	9,04 %	6,57 %	2,04 %
Affections cardiaques	4,84 %	3,85 %	3,54 %	1,18 %
Affections visuelles	3,87 %	3,27 %	2,02 %	0,68 %
Affections psychiatriques	1,94 %	1,15 %	0,76 %	1,24 %
Affections post-traumatiques	2,26 %	1,35 %	1,52 %	0,43 %
Affections pulmonaires	0,65 %	0,77 %	1,52 %	0,68 %
Affections digestives	0,65 %	0,58 %	0,25 %	0,37 %
Demande diagnostic non signalé	0,32 %	0,19 %	0,25 %	0,12 %
Affections rénales	0,32 %	0 %	0,25 %	0,12 %
Total	100,00 %	100,00 %	100,00 %	100,00 %

La catégorie DNI représente les assurés dépendants à un niveau non indemnisable. Lorsque la dépendance est à un niveau non indemnisable ou au niveau 1 (dépendance partielle), les polypathologies sont la cause principale de la dépendance. Lorsque le niveau de dépendance est plus important, les démences et les affections neurologiques sont les causes principales d'entrée en dépendance.

Zoom sur les assurés non dépendants : Il est intéressant d'observer les pathologies associées aux assurés déclarés non dépendants :

Pathologie	Nombre d'assurés	en %
Polypathologie	73	21,10%
Affections rhumatologiques	64	18,50%
Cancers et hémopathie	42	12,14%
Affections cardiaques	37	10,69%
Affections neurologiques	34	9,83%
Affection non communiquée	25	7,23%
Affections visuelles	24	6,94%
Démences	20	5,78%
Affections post-traumatiques	11	3,18%
Affections psychiatriques	11	3,18%
Affections pulmonaires	5	1,45%
Total	346	100%

Pathologie	Nombre d'assurés vivants	Nombre d'assurés décédés	Total
Polypathologie	69	4	73
Affections rhumatologiques	62	2	64
Cancers et hémopathies	26	16	42
Affections cardiaques	31	6	37
Affections neurologiques	28	6	34
Affection non communiquée	21	4	25
Affections visuelles	23	1	24
Démences	17	3	20
Affections psychiatriques	8	3	11
Affections post-traumatiques	11	0	11
Affections pulmonaires	5	0	5

Le pourcentage des cancers et hémopathies (12,14%) reste élevé et ces pathologies sont responsables de 36% des décès, décès intervenant dans une large majorité dans l'année qui suit la demande de rente. L'évolution de la pathologie est telle que l'assuré n'a pas le temps de demander un ré-examen de son dossier devant la Commission avant son décès.

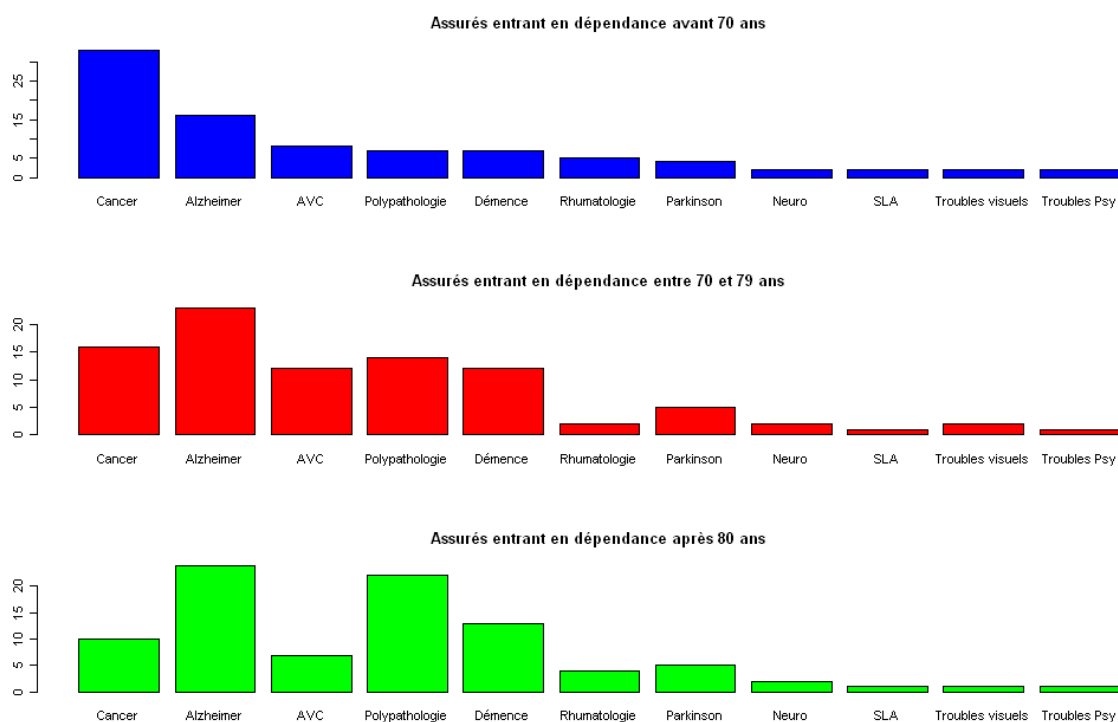


FIG. 3.3 – Répartition des pathologies responsables de la dépendance en fonction de l'âge de l'assuré à l'entrée en dépendance

La répartition des pathologies responsables de la dépendance en fonction de l'âge de l'assuré à l'entrée en dépendance présentée ci-dessus montre que ce ne sont pas les causes d'entrée en dépendance qui changent selon l'âge de l'assuré mais leur répartition. Avant 70 ans, le cancer est la pathologie majoritaire responsable de l'entrée en dépendance alors qu'après 80 ans, les démences (avec la maladie d'alzheimer) et les polypathologies deviennent les pathologies majoritairement responsables de l'entrée en dépendance.

3.2 Panorama des modèles de durée

3.2.1 Fonction de survie

L'objectif est d'étudier la survie d'un groupe d'individus au cours du temps en fonction d'une ou de plusieurs co-variables.

Soit T la variable durée de vie, aléatoire continue et non négative, on définit : La fonction de survie, probabilité de survie au delà de t

$$S(t) = \text{Prob}(T \geq t) = 1 - F(t)$$

Le taux de risque ou taux d'incidence (hazard rate en anglais) ou risque instantané de décès

$$h(t) = \frac{f(t)}{S(t)} = \lim_{dt \rightarrow 0} P[(T < t + dt) | (T \geq t)] / dt$$

où $f(t)$ est la densité

L'interprétation du taux de risque est :

$h(t)dt = \text{Proba}[$ la personne meurt au cours d'un bref intervalle de temps dt autour de l'instant t , sachant qu'il a survécu jusqu'à cet instant t].

La fonction de survie peut être estimée de plusieurs façons : par des estimateurs non paramétriques, par des estimateurs paramétriques et enfin par des estimateurs semi-paramétrique.

3.2.2 Estimateurs non paramétriques - Méthode de Kaplan Meier

Le terme non paramétrique signifie tout d'abord qu'aucune hypothèse n'est posée en ce qui concerne la distribution du risque au cours du temps, ce qui signifie qu'à un instant t le risque est estimé de manière totalement indépendante de celui estimé à l'instant précédent. De plus, aucune hypothèse n'est faite en ce qui concerne les différences de rythme d'occurrence des événements au cours du temps entre diverses sous-populations. Les méthodes non paramétriques comme par exemple la méthode Kaplan-Meier doivent être considérées comme un préalable à la mobilisation d'autres méthodes telles que les analyses semi paramétriques ou paramétriques. En effet, la méthode de Kaplan-Meier [8] permet de voir l'évolution de la distribution du risque au cours du temps. Cela est une aide si l'on souhaite mettre en œuvre une estimation paramétrique. Un risque toujours croissant ou décroissant indique qu'une distribution de Weibull peut être ajustée aux données alors qu'un risque croissant puis décroissant laisse entendre qu'une distribution log-logistique ou log-normale serait plus adéquate. De plus, la comparaison des distributions entre différentes sous-populations permet de vérifier les hypothèses qui sont faites concernant les différences de risque en fonction des caractéristiques des individus.

L'estimateur le plus courant de la fonction de survie $S(t)$ est l'estimateur de Kaplan Meier ou Product Limit Estimation (PLE) ($\hat{S}(0) = 1$). Le principe de l'estimation repose sur une idée simple : être encore en vie après un instant t , c'est être en vie juste avant t et ne pas mourir en t . Il est asymptotiquement distribué sous une loi normale centrée sur $S(t)$, à condition que la censure soit non informative, c'est-à-dire que les individus censurés doivent être identiques aux individus non censurés. Soit :

n_j , le nombre de sujets exposés au risque de décéder juste avant le temps j , dépend du nombre de sujets décédés avant j et du nombre de sujets censurés avant j

d_j , le nombre de décès observés au temps j

q_j , la proportion observée de sujets ayant survécu au jour j parmi ceux qui étaient vivants juste avant le jour j

$$q_j = \frac{n_j - d_j}{n_j}$$

$$\hat{S}(t) = \prod_{t_i > t} \frac{n_i - d_i}{n_i}$$

La proportion cumulée d'individus ayant connu l'événement (donc ayant décédé) est le complémentaire à 1 de $S(t)$:

$$F(t) = 1 - S(t)$$

A partir de $S(t)$, on peut déterminer le risque cumulé $H(t)$.

$$h(t) = \frac{f(t)}{S(t)} = -\frac{S'(t)}{S(t)} = -\frac{d}{dt} \ln S(t)$$

d'où

$$S(t) = \exp\left[-\int_0^t h(u)du\right]$$

$$H(t) = \int_0^t h(u)du = -\ln(S(t))$$

En pratique, quatre informations sont nécessaires pour l'estimation de Kaplan-Meier :

- la date du début de l'observation, appelée date d'origine
- la date des dernières nouvelles. C'est soit la date de survenue de l'événement décès ou, pour les données censurées, la date pour laquelle on dispose des dernières données relatives au sujet sachant qu'il n'est pas décédé
- la date de fin d'observation, appelée date de point, elle est commune à tous les sujets inclus dans l'étude

- la variable d'état : c'est l'état du sujet aux dernières nouvelles. Deux modalités sont possibles soit le décès, soit l'absence de décès.

Les dates permettent de calculer la durée du suivi pour chaque sujet ou le temps de participation à l'étude. On distingue deux situations :

- le décès est survenu au cours du suivi, c'est-à-dire avant la date de point (ou date de fin de suivi). La durée de suivi est calculée entre la date d'origine et la date du décès.
- le décès n'est pas observé au cours du suivi sa durée est alors censurée. Dans ce dernier cas, deux situations peuvent se présenter :

1. soit le sujet n'est pas décédé à la date de point. Il est dit exclu-vivant. Sa durée de suivi est égale à la différence entre la date de point et la date d'origine. Mais, cela ne signifie pas qu'il est exclu de l'étude. Au contraire, on enrichit l'analyse par la prise en compte de son suivi sur toute la période pendant laquelle il n'a pas présenté l'événement décès,
2. soit le sujet est perdu de vue. Sa durée de suivi est égale à la différence entre la date des dernières nouvelles et la date d'origine. Les perdus de vue requièrent une analyse attentive car il faut s'assurer que le mécanisme par lequel ils sont perdus de vue est indépendant du phénomène étudié, sinon un biais est introduit dans l'analyse.

Il existe une autre méthode d'estimation non-paramétrique : l'estimation actuarielle. Les individus sont alors agrégés en fonction de l'intervalle de temps au cours duquel ils connaissent l'événement ou sortent de l'observation. Cette méthode est conseillée si l'on dispose d'un échantillon important ou si les mesures de durée sont grandes.

3.2.3 Comparaison de courbes de survie

Lorsqu'il est possible de différencier les individus de l'étude en 2 groupes, il est intéressant de comparer l'évolution des courbes de survie. On pourrait comparer les pourcentages de décès survenant dans chacun de ces groupes ou encore comparer les taux de survie à un instant donné. Ces solutions ne permettent pas de tenir compte des moments auxquels les décès se produisent. Le test qui permet de tenir compte du nombre de décès et de leurs délais est un test de rang.

On dispose de deux échantillons indépendants, éventuellement censurés et on souhaite tester l'hypothèse nulle d'égalité des fonctions de survie dans les deux échantillons. C'est à dire les événements surviennent avec la même fréquence dans les deux groupes et au même moment. C'est une hypothèse de non différence. Le test de rang utilise non pas les valeurs prises par les observations, mais leurs rangs une fois ces observations réunies dans un même

ensemble.

Le test du logrank est plus couramment utilisé en présence de données censurées [9]. A chaque instant t_i , on désigne par d_{ij} le nombre de décès dans le groupe j et n_{ij} l'effectif sous risque du groupe j calculé avant les sorties en t_i et n_i l'effectif global avant les sorties en t_i .

Sous l'hypothèse nulle d'égalité, la variable aléatoire d_{ij} est distribuée selon une loi hypergéométrique d'espérance et de variance :

$$V(d_{ij}) = d_i \frac{n_i - d_i}{n_i - 1} \frac{n_{i1}n_{i2}}{n_i^2}$$

$$E(d_{ij}) = d_i \frac{n_{ij}}{n_i}$$

Ces observations conduisent à utiliser les statistiques de test suivantes :

$$\varphi_j = \frac{[\sum_{i=1}^N w_i (d_{ij} - d_i \frac{n_{ij}}{n_i})]^2}{\sum_{i=1}^N w_i^2 d_i \frac{n_i - d_i}{n_i - 1} \frac{n_{i1}n_{i2}}{n_i^2}}$$

qui suit asymptotiquement un $\chi^2(1)$.

On pose :

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^N w_i^2 d_i \frac{n_i - d_i}{n_i - 1} \frac{n_{i1}n_{i2}}{n_i^2}$$

On choisit $w_i = 1$ pour tout i , on attribue à chaque décès la même pondération. Le test revient à comparer le nombre de décès observés et le nombre de décès théoriques sous l'hypothèse nulle :

$$\varphi_j = \frac{(D_j^{th} - D_j^{obs})^2}{\sigma^2}$$

Il existe une formule approchée, plus simple à calculer : c'est le test de Savage. Elle rappelle la statistique du χ^2 utilisée pour comparer deux proportions observées. C'est une statistique conservatrice par rapport au test du logrank : chaque fois qu'elle conduit à rejeter H_0 , la statistique exacte aurait conduit à la même conclusion. En revanche, la puissance du test approché est inférieure à celle du test exact.

$$\varphi = \frac{(D_1^{th} - D_1^{obs})^2}{D_1^{th}} + \frac{(D_2^{th} - D_2^{obs})^2}{D_2^{th}}$$

Le test du logrank est fondé sur une statistique qui donne des poids égaux à toutes les observations. Il existe d'autres tests, le test de Gehan par exemple qui donne plus de poids aux observations initiales. Il est moins sensible aux événements tardifs en particulier lorsque le nombre de sujets restant dans l'étude est faible. Cependant, il dépend fortement de la distribution de la censure.

3.2.4 Les estimateurs paramétriques

Un modèle paramétrique de survie est un modèle dans lequel la fonction de risque $h(t)$ est une fonction mathématique dépendant d'un ou de plusieurs paramètres. Les estimateurs des paramètres du modèle s'obtiennent par la méthode du maximum de vraisemblance. Les formes de risque instantané les plus usuelles dans l'analyse de la survie sont les suivantes :

- constante
- monotone
- en forme de $\cap$
- en forme de $\cup$
- en forme de baignoire

Nous présentons ci-dessous les principaux modèles utilisés pour décrire la survie.

Modèle exponentiel (risque instantané constant)

$$h(t) = h_0$$

Dans ce modèle, $h(t)$ est constant au cours du temps. On l'appelle modèle exponentiel parce que la fonction de survie est exponentielle.

$$S(t) = \exp(-h_0 t)$$

$$f(t) = h_0 \exp(-h_0 t)$$

h_0 est l'unique paramètre à estimer.

Modèle de Weibull (risque instantané monotone)

$$h(t) = \gamma h_0^\gamma t^{\gamma-1}$$

Le modèle de Weibull est un modèle à deux paramètres : h_0 et γ . Si γ est supérieur à 1, la fonction de risque est croissante ; si γ est inférieur à 1, la fonction de risque est décroissante et si γ est égal à 1 on retrouve le modèle exponentiel qui en est un cas particulier. La fonction de survie du modèle de Weibull est

$$S(t) = \exp(-(h_0 t)^\gamma)$$

Modèle gamma (risque instantané monotone)

$$f(t) = \frac{h_0}{\Gamma(\gamma)} (h_0 t)^{\gamma-1} \exp(-h_0 t)$$

où :

$$\Gamma = (\gamma - 1)! \quad \text{pour } \gamma \text{ entier}$$

Comme le modèle de Weibull, le modèle gamma est un modèle qui généralise le modèle exponentiel quand γ vaut 1. h_0 et γ sont les 2 paramètres à estimer.

Modèle log-normal (risque instantané en $\cap$)

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{\gamma}{t} \exp -\frac{1}{2}(\gamma \ln(h_0 t))^2$$

Dans ce modèle, la variable $\ln T$ suit une loi normale d'espérance mathématique $-\ln(h_0)$ et d'écart-type $(\frac{1}{\gamma})$.

Modèle log-logistique (risque instantané en $\cap$)

$$S(t) = [1 + (h_0 t)^\gamma]^{-1}$$

Dans ce modèle $\ln T$ a une distribution logistique. La distribution logistique est proche de la distribution normale, mais la fonction de survie s'écrit plus simplement.

Il existe d'autres modèles paramétriques. Ces modèles se différencient surtout par les queues de distribution, c'est à dire leurs comportements aux grandes valeurs de t .

3.2.5 Les estimateurs semi-paramétriques

Les modèles multivariés permettent de représenter la variable étudiée en fonction de plusieurs autres variables. Ils sont utiles pour estimer l'effet de chaque covariable sur la survie.

Le modèle de Cox : la variable à expliquer est dichotomique, les variables explicatives peuvent être qualitatives ou quantitatives. Ce modèle permet d'exprimer le risque instantané de survenue de l'événement en fonction des facteurs explicatifs.

La régression linéaire multiple : la variable à expliquer est quantitative, sa distribution est normale.

La régression logistique : la variable à expliquer est dichotomique, les variables explicatives peuvent être qualitatives ou quantitatives. Ce modèle permet de déterminer la probabilité de survenue de l'événement étudié en fonction de plusieurs facteurs explicatifs.

Le modèle de Cox a été choisi car il est adapté aux données dont le délai de suivi est variable selon les sujets et aux données censurées. Il permet d'estimer à partir de données d'observation l'effet d'une variable sur la survie, après ajustement sur les autres variables explicatives de décès.

Ce modèle possède trois caractéristiques :

- il est semi-paramétrique, c'est-à-dire que la fonction de survie n'est pas modélisée, seul l'effet d'une variable sur la survie est modélisé,

- il s'agit d'un modèle à risque multiplicatif, c'est-à-dire que la présence d'un caractère (être une femme par exemple) multiplie le risque de décès par rapport au risque basal (être un homme) selon un coefficient de régression estimé (risque relatif ou hazard ratio),
- ce risque relatif doit être constant au cours du temps. Il s'agit là de l'hypothèse de validité du modèle de Cox qui est un modèle à risque proportionnel constant.

Le modèle de régression de Cox relie les variables explicatives $(X_1, \dots, X_k)$ à la fonction de risque instantané par la formule suivante :

$$h(t) = h_0 e^{\beta_1 X_1 + \dots + \beta_k X_k}$$

où les β_i sont les coefficients de régression de Cox. Comme dans les autres modèles multivariés, tester l'association entre X_i et la survie revient à comparer la valeur du coefficient β_i à 0. Le terme $h_0(t)$ est appelé risque instantané de base, il n'est pas précisé et on ne cherche pas à l'estimer.

Les paramètres β_i sont obtenus par la méthode du maximum de vraisemblance. Plus exactement, seule la partie de la vraisemblance comportant de l'information sur les coefficients β_i est retenue pour les calculs. Le maximum de vraisemblance est la valeur de β_i qui rend maximum $\ln(L(\beta))$. Les censures ne participent pas au calcul de la vraisemblance et elle ne dépend pas de $h_0(t)$. Supposons qu'un décès arrive à t^* . Conditionnellement à ce décès, la probabilité que cela soit arrivé au sujet i qui est à risque à l'instant t^* est égale à :

$$L_i(\beta) = \frac{h_0(t^*) \exp(\beta X_i(t^*))}{\sum_j h_0(t^*) \exp(\beta X_j(t^*))} = \frac{\exp_i(\beta X_i(t^*))}{\sum_j \exp(\beta X_j(t^*))}$$

Le produit de ces termes sur tous les temps de décès, au nombre de m vaut donc

$$L(\beta) = \prod_i L_i(\beta)$$

C'est ce qu'on appelle la vraisemblance partielle de Cox. La maximisation du log de cette vraisemblance partielle donne un estimateur pour β .

Lorsque les paramètres β_i sont estimés, trois tests, asymptotiquement équivalents, permettent de déterminer si les coefficients β_i estimés sont significativement différents de 0 (test de l'hypothèse nulle $H_0 : \beta = \beta^{(0)}$).

Il s'agit du test de Wald (maximum de vraisemblance),

$$(\hat{\beta} - \beta^{(0)})^2 / \text{Var} I(\hat{\beta}) (\hat{\beta} - \beta^{(0)})$$

du test du rapport de vraisemblance

$$2(L(\hat{\beta}) - L(\beta^{(0)}))$$

et du score test,

$$U^T(\beta^{(0)})I(\beta^{(0)})^{-1}U(\beta^{(0)})$$

où I est la matrice d'information de Fisher et $U(\beta) = \partial L / \partial \beta$

Enfin, le test du rapport de vraisemblance permet de comparer deux modèles dits emboîtés, par exemple le modèle 1 comprenant les variables a, b et c et le modèle 2 comprenant les variables a, b, c et d. Le rapport de vraisemblance s'écrit $2(L(\beta(\text{modele1})) - L(\beta(\text{modele2})))$ et suit une table de χ^2 à n degrés de liberté où n correspond à la différence du nombre de variables introduites dans chacun des modèles.

Risque relatif X_1 prend les valeurs 1 ou 0 selon la présence ou l'absence d'une caractéristique donnée. Le rapport des risques instantanés ou risque relatif des sujets de la classe 1 par rapport à la classe 0 est :

$$\frac{h_0 e^{\beta_1 1 + \dots + \beta_k X_k}}{h_0 e^{\beta_1 0 + \dots + \beta_k X_k}} = e^{\beta_1}$$

Lorsqu'on s'intéresse avant tout à la valeur des risques relatifs, la détermination de la fonction $h_0(t)$ sera donc inutile. Le risque relatif prendra des valeurs entre 0 et 1 pour indiquer une protection par rapport au groupe témoin et supérieures à 1 pour une aggravation.

Remarque Ce modèle est également appelé modèle à risques proportionnels (PH pour Proportionnal Hazards). Cependant le modèle (PH) est en fait plus général que le modèle de Cox car le facteur multiplicatif n'est pas nécessairement une exponentielle d'une fonction linéaire des covariables :

$$h(t/Z = z, \beta) = h_0(t)g(z, \beta)$$

Risques proportionnels Le modèle de Cox repose sur l'hypothèse des risques proportionnels. Cette analyse est faite avant d'appliquer le modèle de Cox. Pour chaque covariable la survie $S(t)$ est estimée dans les différents groupes par la méthode de Kaplan Meier. On représente alors $\log(-\log(S(t)))$ en fonction de $\log(t)$ pour les deux groupes : si les risques sont proportionnels les tracés correspondant aux différents groupes doivent être des droites parallèles. Plus simplement, on considère souvent que dès que les courbes de survie obtenues dans les différents groupes ne se coupent pas, l'hypothèse des risques proportionnels est acceptable.

De plus, la régression de Cox n'est valide que si l'effet d'une variable sur la mortalité est constant au cours du temps. Les tests basés sur les résidus partiels de Schoenfeld permettent de vérifier l'indépendance temporelle à partir d'un modèle ayant des bétas dépendant du temps.

$$h(t, Z_i(t)) = h_0(t)r_i(\beta(t), t)$$

Contrairement aux résidus que l'on rencontre habituellement en régression, ces résidus partiels ne sont pas des écarts entre valeurs observées et prédites de la variable réponse. Les résidus portent sur les covariables et mesurent des écarts par rapport au profil moyen en termes de ces variables. Plus précisément, ils mesurent la différence entre la valeur des covariables d'un cas connaissant l'événement (décès) en t et une moyenne pondérée des valeurs de ces mêmes covariables pour les cas exposés en t . Les résidus sont calculés sur les cas non tronqués seulement. Pour chaque cas, il y a p résidus, soit un résidu pour chaque coefficient β_i . Si en ajustant ce modèle on trouve graphiquement que les composantes $\beta(t)$ sont à peu près constantes dans le temps, alors cela plaide en faveur d'un modèle à risques proportionnels. Cependant, contrairement aux résidus usuels que l'on rencontre en régression, ils ne donnent pas d'indication sur la qualité de l'ajustement. Pour prendre en compte les risques relatifs dépendants du temps (ou non constants au cours du temps), trois méthodes sont possibles :

1. stratifier sur la covariable dépendante du temps (valable uniquement pour les variables qualitatives),
2. partitionner le temps (risque relatif proportionnel par morceaux),
3. estimer les paramètres du modèle avec des variables dépendantes du temps (variables dépendantes du temps)

Modèles stratifiés La stratification consiste à autoriser un taux de risque de base différent pour chaque strate. Par exemple, au lieu de supposer que l'effet du sexe est constant dans le temps et multiplicatif sur le risque comme dans un modèle de Cox on autorise un taux de risque de base différent selon le sexe. Cependant, on continue de supposer que les autres covariables Z agissent de la même manière sur les deux risques instantanés, qui eux sont différents. Soit ξ la covariable Sexe :

$$h(t|\xi = 0, Z = z) = h_0(t) \exp(\beta(t)z)$$

$$h(t|\xi = 1, Z = z) = h_1(t) \exp(\beta(t)z)$$

Comme pour le modèle de Cox standard, les fonctions h_0 et h_1 sont supposées inconnues.

Courbes de survie Pour estimer les courbes de survie dans un modèle pour un profil Z donné, on utilise les estimations de β et de la fonction de risque cumulée :

$$S(t, Z) = S_0(t)^{\exp(\beta z_i)}$$

Le modèle de Cox donne l'estimation $\hat{\beta}$ des coefficients β . Pour obtenir une estimation de la probabilité de survie $S(t, x)$, il faut une estimation de la fonction $S_0(t)$. En l'absence d'hypothèses sur la forme de la distribution, on

estime $S_0(t)$ de façon non paramétrique, avec un estimateur très similaire à celui de Kaplan-Meier. On suppose le risque $h_0(t)$ constant entre deux temps successifs t_i et t_{i+1} :

$$\frac{S(t_{i+1}, Z)}{S(t_i, Z)} = \left[\frac{S_0(t_{i+1})}{S_0(t_i)} \right]^{\exp z\beta} = (1 - h_0(t_i))^{\exp z\beta}$$

D'où

$$S_0(t_k) = \prod_{i < k} (1 - h_0(t_i)) = \prod_{i < k} \hat{\alpha}_i$$

si on pose $\alpha_i = 1 - h_0(t_i)$.

Les α_i sont estimés par une procédure de maximum de vraisemblance conditionnelle aux estimations $\hat{\beta}$. On trouve en utilisant l'approximation de Breslow

$$\hat{\alpha}_i = \exp \left(\frac{-d_i}{\sum_{j \in \mathbf{R}_i} \exp(\beta Z_j)} \right)$$

où d_i est le nombre d'événements en t_i .

$$\hat{S}(t_i, Z) = \left(\exp \sum_{t_i < t} \left(\frac{-d_i}{\sum_{j \in \mathbf{R}_i} \exp(\beta Z_j)} \right) \right)^{\exp \beta z}$$

Dans un modèle stratifié, les fonctions de survie ne sont à priori pas les mêmes dans les différentes strates mais les effets des covariables y sont identiques. La fonction de survie sera estimée dans chaque strate.

3.3 Modélisation du portefeuille selon des estimations non paramétriques

3.3.1 Estimation sur l'ensemble des assurés dépendants

Les estimations de survie sont effectuées à partir de fonctions développées sous R [10]. R est un logiciel distribué librement sous les termes de la GNU General Public Licence. Son développement est assuré par plusieurs statisticiens rassemblés dans le R Development Core Team. R comporte de nombreuses fonctions pour les analyses statistiques et les graphiques. Le logiciel est enrichi de nouvelles fonctions statistiques au fil du temps par la création de packages.

Dans un premier temps, la courbe de survie est estimée sur tous les assurés dépendants indemnisables en fonction de l'ancienneté en dépendance. Seul 70% du portefeuille des sinistres est utilisé. Les données relatives à un co-reassureur où aucune date de décès n'est connue ont été écartées de l'étude. La fonction `Survfit` issue du package « Survival » [11] permet l'estimation de courbes de survie par la méthode de Kaplan-Meier :

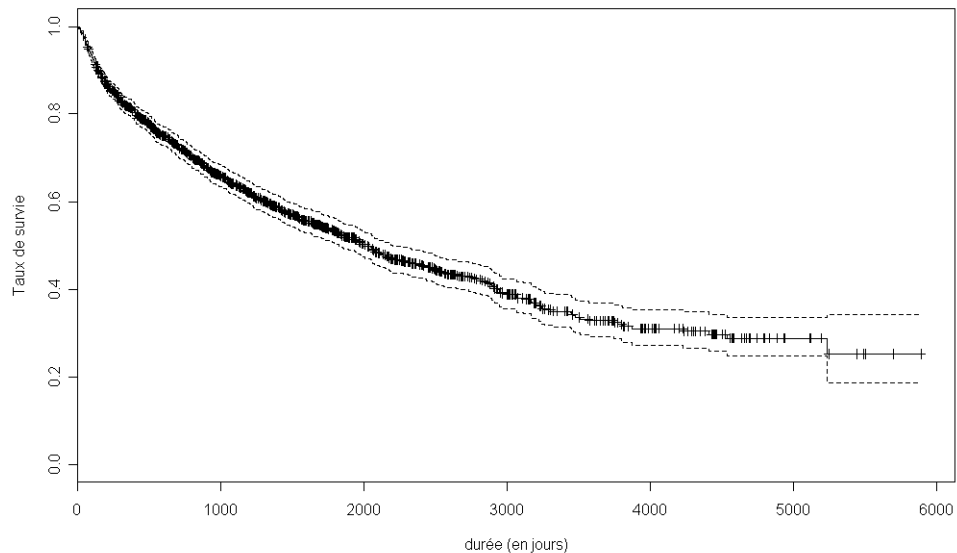


FIG. 3.4 – Courbe de survie des assurés dépendants avec son intervalle de confiance

- Date d’origine : 30/11/1991
- Date de point : 31/03/2008
- Nombre d’observations : 1635
- Nombre d’exclus-vivants : 887
- Nombre de décès : 748
- Durée de survie calculée à partir de la date de début de dépendance

La courbe de survie des assurés dépendants décroît rapidement durant les premiers mois, puis la pente est moins forte jusqu’à 3000 jours d’ancienneté. En pratique, tous les assurés dépendants ne sont pas indemnisés car une partie décède pendant la période de consolidation (88,16% de survie à 6 mois). A partir d’une ancienneté de 3000 jours environ, la courbe s’aplanit progressivement car la survenue des événements est moins fréquente. Il est difficile de donner un sens à cet aplanissement car le nombre de sujets encore à risque est faible : moins de 10% à 3000 jours et moins de 5% à 4000 jours d’ancienneté.

En présence de données censurées, l’estimation d’une durée de vie moyenne n’est pas appropriée. Il est préférable de prendre en compte la durée médiane. La médiane représente la durée au cours de laquelle la moitié des individus présents au début de la période d’observation est décédée (et donc 50% est encore en vie). Elle correspond à 66,5 mois.

Il est intéressant de visualiser la courbe du risque cumulé. L’observation de la courbe nous donne une indication sur l’évolution du risque au cours du

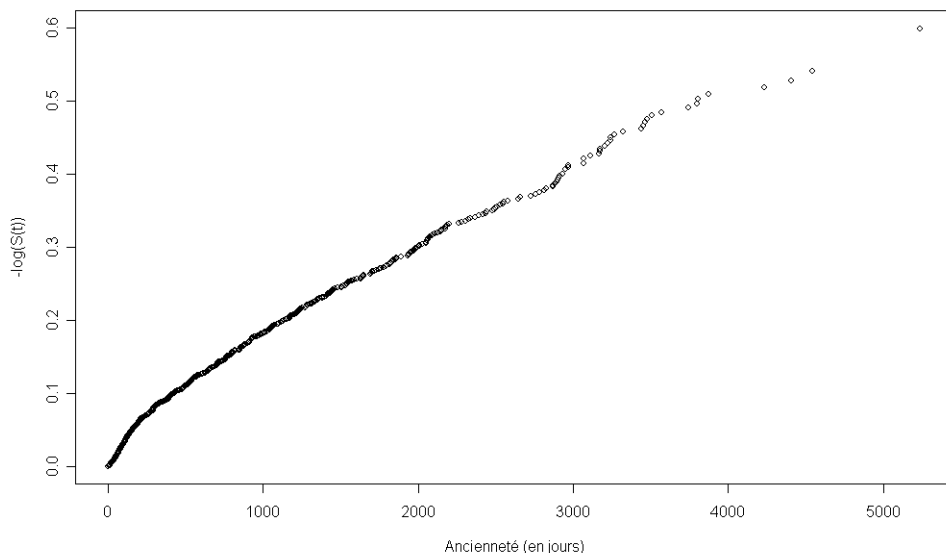
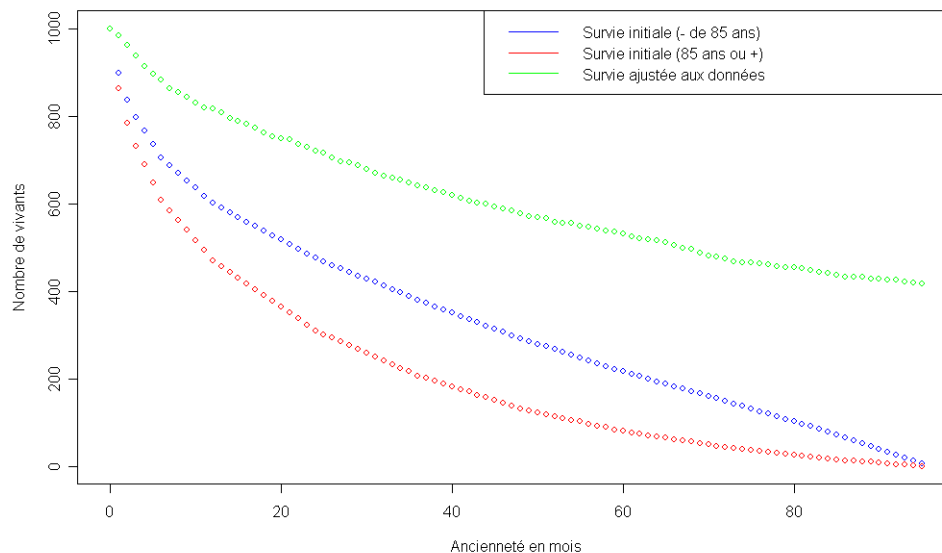


FIG. 3.5 – Risque cumulé $H(t)$

temps. Ainsi une courbe d'allure convexe indique que le risque diminue au cours du temps. A l'opposé, une courbe de forme concave indique une augmentation du risque au cours du temps alors qu'une droite signifie un risque constant. Dans le cas présent, la courbe de $H(t)$ présente une allure générale de type convexe ce qui indiquerait une diminution du risque au cours du temps. Cette courbe peut se décomposer en 2 segments de droite : un premier sur les 12 premiers mois et un second segment de pente moins élevé qui indiquerait un risque plus faible. Cette différence de niveau de risque pourrait être expliquée par l'hétérogénéité au sein de notre population des assurés dépendants. Cette hypothèse se traduirait par exemple en l'existence de deux sous-populations, la première se caractérisant par un risque important de décès à l'entrée en dépendance, la seconde par un risque plus faible. Cette seconde sous-population prendrait de plus en plus poids au fur et à mesure que les individus de la première sous-population décèdent.

La loi de survie utilisée pour établir le barème initial est comparée à la loi déterminée à partir de l'estimation de Kaplan Meier sur les données du portefeuille. Le modèle utilisé pour décrire le comportement des assurés dépendants à l'origine du produit sous-estimait la survie des dépendants. Cette différence peut s'expliquer par la définition très sévère de la dépendance utilisée lors de l'étude américaine (personnes confinées au lit ou dans un fauteuil).

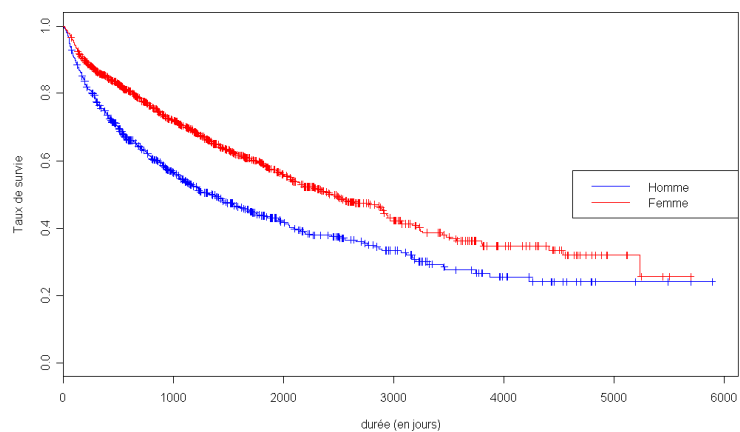


3.3.2 Estimation sur des sous-ensembles de population

Notre jeu de données comprend les covariables suivantes :

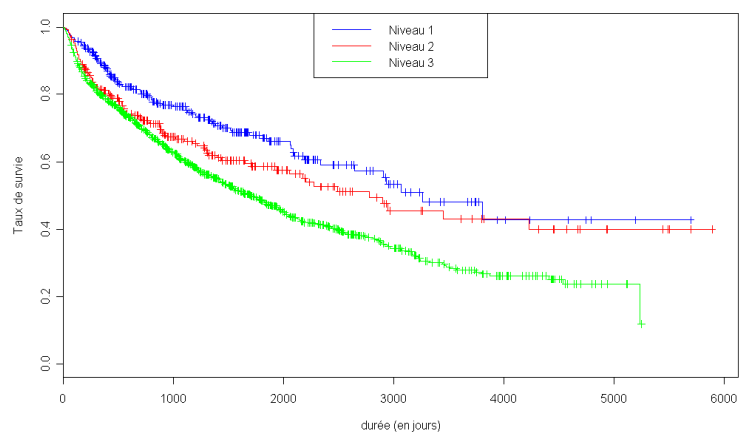
- le sexe (0 : Homme, 1 : Femme)
- le niveau de dépendance (Niveau 1, Niveau 2 et Niveau 3)
- le nombre de décisions de la commission médicale dès le moment où l'assuré a atteint un niveau de dépendance indemnisable (0 : une unique décision, 1 : au moins deux décisions). Lorsque le nombre de décisions est supérieur ou égal à 2, cela signifie que la commission médicale a évalué à nouveau l'état de dépendance, en général, à la demande de l'assuré. Il peut s'agir d'une aggravation, d'un maintien dans le niveau de dépendance ou dans de rares cas, d'une amélioration (cas des accidents vasculaires cérébraux).
- le type de pathologie (0 : Mentale, 1 : Non mentale)
- Deux covariables Age à l'entrée en dépendance (0 : inférieur à 80 ans (ou 85 ans), 1 : supérieur ou égal à 80 ans (ou 85 ans))
- une troisième covariable âge à l'entrée en dépendance déclinée en 3 modes (inférieur à 70 ans, de 70 à 79 ans, supérieur à 80 ans)

En fonction de chaque covariable, nous allons séparer en deux groupes la population étudiée, tracer les courbes de survie estimées par la méthode de Kaplan Meier et enfin comparer les courbes par un test de Logrank. La fonction `Survdiff` issue du package « `Survival` » permet d'effectuer un test de Logrank (présenté dans le tableau au-dessous de chaque graphique).



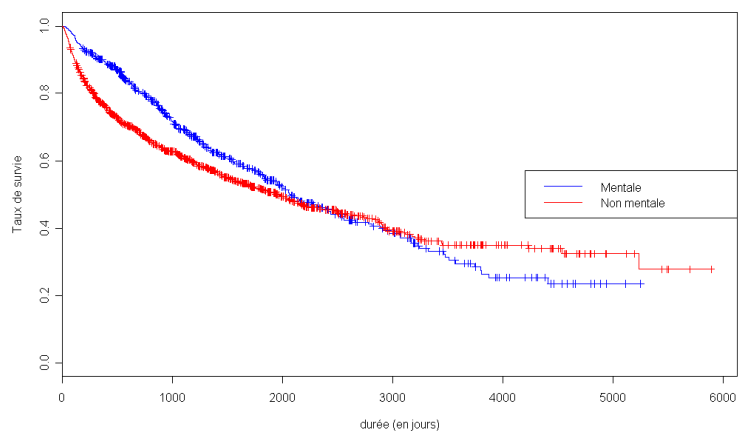
	N	Observed	Expected	$(O - E)^2/E$	$(O - E)^2/V$
Sexe = 0	628	344	267	22,2	34,6
Sexe = 1	1007	404	481	12,3	34,6

chi2= 34,6, 1 degré de liberté, p-value = $4,04e - 09$



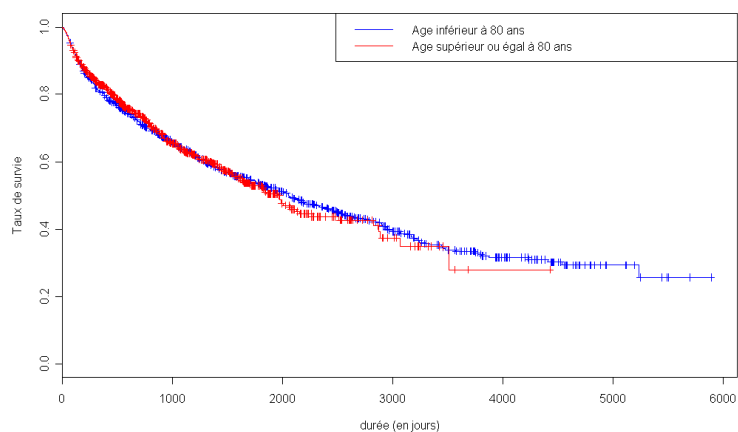
	N	Observed	Expected	$(O - E)^2/E$	$(O - E)^2/V$
Niv=Niveau 1	304	91	141	17,94	22,16
Niv=Niveau 2	254	98	115	2,39	2,83
Niv=Niveau 3	1077	559	492	9,10	26,64

chi2= 29,5, 2 degrés de liberté, p-value= $3,98e - 07$



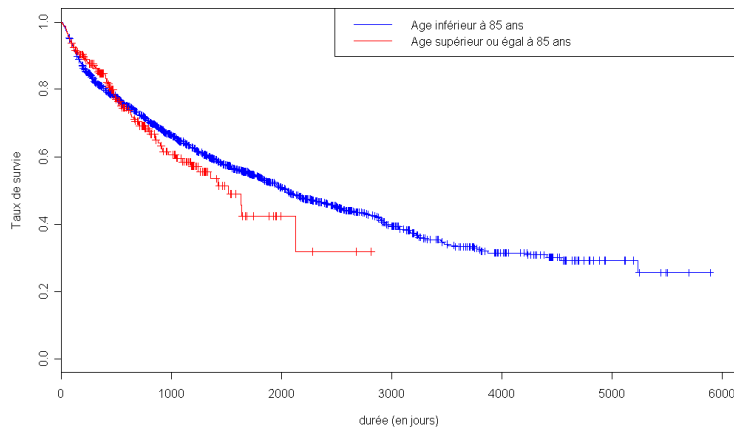
	N	Observés	Attendus	$(O - E)^2/E$	$(O - E)^2/V$
Type=0	570	253	282	3,07	4,94
Type=1	1065	495	466	1,86	4,94

chi2= 4,9, 1 degré de liberté, p-value= $p = 0,0263$



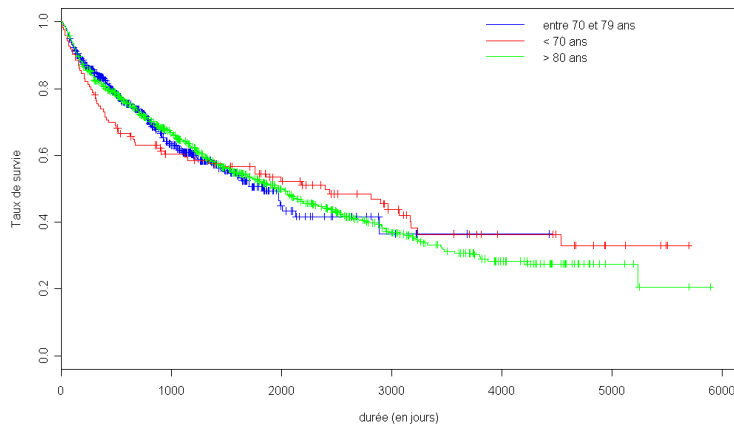
	N	Observés	Attendus	$(O - E)^2/E$	$(O - E)^2/V$
Age80=0	862	450	452	0.00511	0.0136
Age80=1	773	298	296	0.00779	0.0136

chi2= 0, 1 degré de liberté, p-value= 0,907



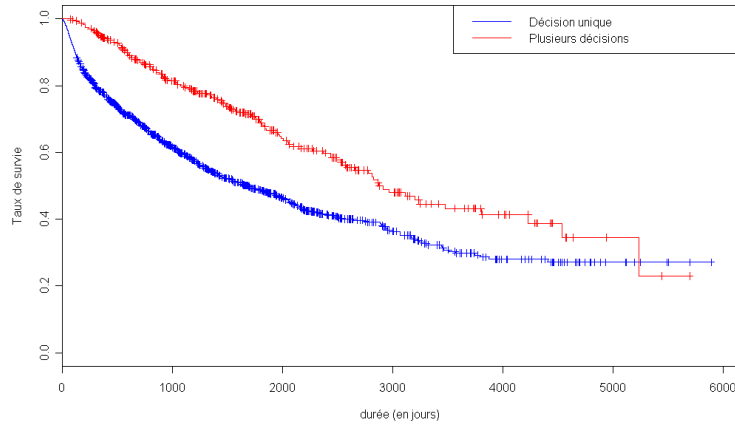
	N	Observés	Attendus	$(O - E)^2/E$	$(O - E)^2/V$
Age85=0	1396	667	674,8	0,0903	0,951
Age85=1	239	81	73,2	0,8329	0,951

chi2= 1 on 1 degré de liberté, p-value=0,329



	N	Observés	Attendus	$(O - E)^2/E$	$(O - E)^2/V$
Age >= 80 ans	523	185	183.6	0.01023	0.0153
Age < 70 ans	123	67	70.1	0.13879	0.1589
Age entre 70 et 79 ans	719	376	374.3	0.00817	0.0207

chi2= 0,2 on 2 degré de liberté, p-value=0,923



	N	Observés	Attendus	$(O - E)^2/E$	$(O - E)^2/V$
DMD=0	1293	624	549	10,3	38,8
DMD=1	342	124	199	28,3	38,8

chi2= 38,8 on 1 degré de liberté, p-value= $4,64e - 10$

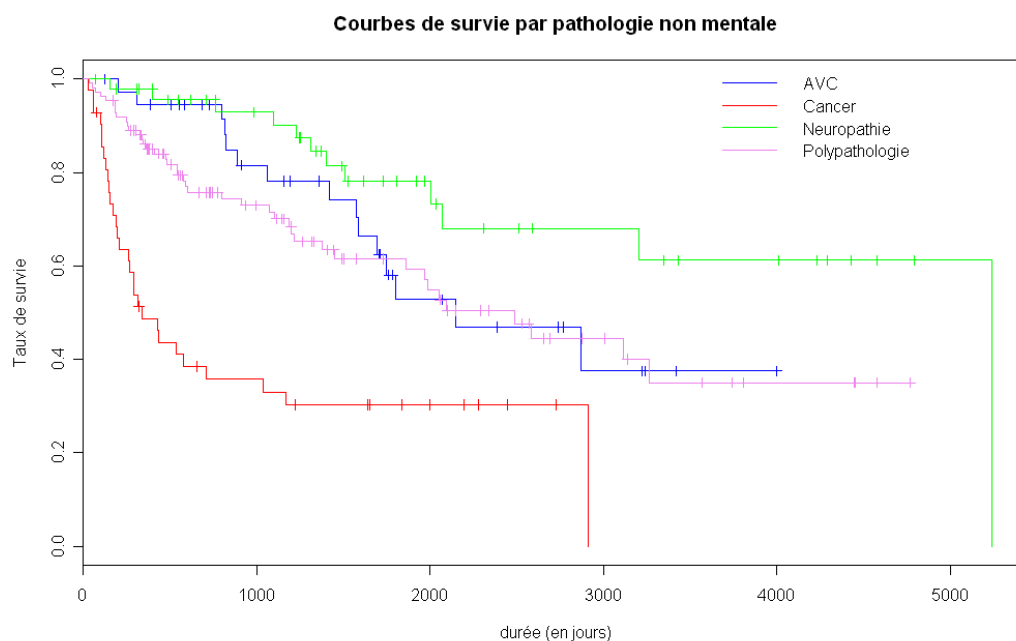
La comparaison des courbes par le test de Logrank indique qu'il existe des différences significatives pour chacune des courbes à l'exception des courbes par âge et par type de pathologie où l'on ne peut rien déduire. L'interprétation graphique des courbes relatives aux covariables sexe et niveau de dépendance est conforme aux résultats des études existantes : la mortalité des femmes est inférieure à celles des hommes, la dépendance lourde (niveau 3) est un facteur aggravant la mortalité.

Courbes par Type de pathologie La médiane de survie pour les assurés dont la cause de dépendance est une pathologie mentale est de 68,5 mois. L'étude PAQUID avait estimée la médiane de survie pour les personnes âgées démentes à 54 mois. Dans le tableau ci-dessous, l'espérance de vie des personnes démentes est comparée à celle estimée à partir des tables TV 73-77 et TV 88-90.

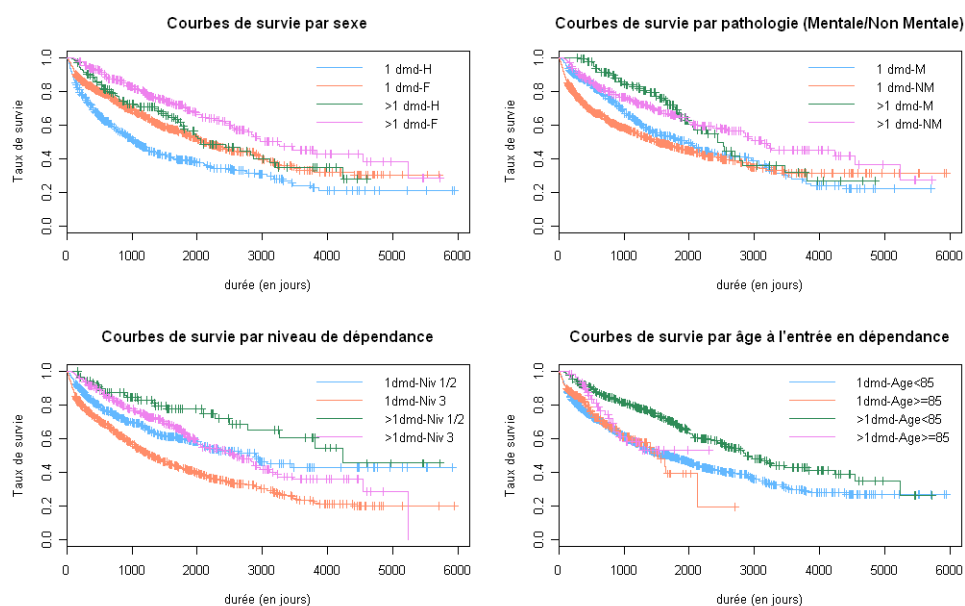
	PAQUID[12]		Larson et al.[13]		Tables de mortalité	
	Hommes	Femmes	Hommes	Femmes	TV 73-77	TV 88-90
70 ans	6,9	11,1	4,4	8,0	13	15,20
80 ans	3,9	5,8	3,6	5,3	6,8	8,1
90 ans	2,3	2,9	2,7	2,1	3,2	3,6

Ces études montrent que la démence diminue l'espérance de vie des personnes. La durée de vie des personnes démentes varie en fonction de l'âge

d'entrée dans la démence. Les résultats des études PAQUID et Larson sont très proches avec des espérances de vie supérieures chez les femmes, mais nettement plus faibles comparées à celles de la population française. Si l'on observe les courbes de survie éclatées par pathologies non mentales, on note que la survie pour un cancer est sensiblement plus faible que dans le cas de neuropathies, d'AVC ou de polypathologie. Contrairement aux pathologies mentales où la démence est la pathologie largement majoritaire, le fait qu'il existe plusieurs pathologies non mentales avec des durées de survie différentes expliquerait le résultat de non-significativité des courbes de survies par type de pathologies mentales/non mentales.



Courbes par Nombre de décisions de la Commission Médicale Il existe également des différences significatives suivant la covariable Nombre de décisions. Utiliser cette covariable n'est pas intuitif mais on peut constater graphiquement des différences significatives de survie.



Il est intéressant d'examiner la répartition des pathologies en fonction du nombre de décisions de la commission médicale.

Pathologie	Décision unique	Plusieurs décisions
Démences	36,05%	35,6%
Affections neurologiques	20,45%	22,6%
Cancers et hémopathies	16,81%	8,05%
Polypathologie	15,84%	21,05%
Affections rhumatologiques	3,64%	4,95%
Affections cardiaques	2,34%	1,24%
Affections post-traumatiques	1,78%	1,86%
Affections visuelles	1,13%	2,17%
Affections psychiatriques	0,65%	1,24%
Affections pulmonaires	0,65%	0,62%
Affections digestives	0,40%	0,31%
Demande diagnostic non signalé	0,24%	0,00%
Affections rénales	0,00%	0,31%

Les assurés ayant fait l'objet de plusieurs décisions de la commission médicale dépendance souffrent davantage d'affections invalidantes sans influence

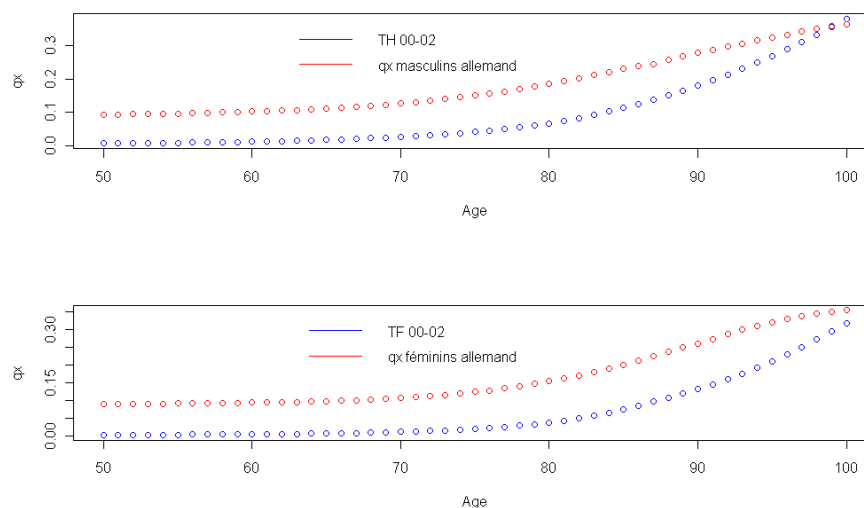
sur la mortalité (polypathologie, affections rhumatologiques et visuelles) et moins d'affections aiguës aggravant la mortalité (cancers et affections cardiaques). Par contre le pourcentage de démences et d'affections neurologiques ne diffère pas selon le nombre de décisions.

Le délai médian entre deux décisions est de 11 mois pour les aggravations (51 % des cas), 8 mois pour les non aggravations (10 % des cas) et 10,5 mois pour les personnes évoluant du statut dépendant non indemnisable au statut dépendant (27 % des cas). On constate des améliorations dans 1 % des cas, avec une durée moyenne entre chaque décision de 22 mois. Les autres cas concernent des demandes diverses non représentatives. Ces durées sont à comparer avec les médianes de survie, 4,64 ans pour les assurés ayant fait l'objet d'une unique décision et 7,8 ans pour les assurés ayant fait l'objet d'au moins 2 décisions.

Une explication possible est qu'il s'agisse de personnes plus suivies médicalement ou qui reçoivent plus de soutien familial et dont la survie est améliorée.

Courbes par âge Les courbes des survie éclatées par âge ne montrent pas de différence significative. Cela peut surprendre mais s'expliquer :

- d'une part la population de population d'assurés dépendants est relativement homogène : la majorité des assurés dépendants est entrée en dépendance entre 75 et 85 ans. Or, même si l'espérance de vie en cas de pathologies mentales (pathologies majoritaires) diminue en fonction de l'âge, elle ne diminue très fortement qu'après 90 ans.
- d'autre part, la surmortalité liée à la dépendance observée par exemple dans le cas de la table allemande de mortalité des assurés dépendant ne suit pas forcément la même progression que la mortalité de la population générale. La figure ci-dessous compare les quotients de mortalité des tables TH 00-02 et TF 00-02 avec les tables de mortalité allemandes pour les assurés dépendants par sexe.



Cependant, l'âge est peut-être une variable discriminante sur une population plus jeune (avant 75 ans) ou plus âgée (après 85 ans) mais nous ne disposons pas de données pour confirmer ou infirmer cette hypothèse.

Conclusion Dans l'optique de la construction d'un barème de rente dépendance en cours, utiliser les critères de sexe et de niveau de dépendance est un choix cohérent avec l'observation des données du portefeuille. Dans la partie suivante, l'effet des covariables sur la mortalité sera étudiée par une méthode semi-paramétrique.

3.4 Estimation semi-paramétrique : Modèle de Cox

3.4.1 Méthodologie

Les objectifs sont d'une part d'estimer l'effet des covariables sur la mortalité et d'autre part de déterminer si une covariable a un effet plus discriminant.

La fonction `Coxph` issu du package « Survival » permet d'estimer les paramètres β d'un modèle de Cox [14]. En pratique, les étapes nécessaires à la construction du modèle sont :

- le codage des covariables
- la sélection des covariables : le but est de proposer un modèle final contenant uniquement les covariables les plus pertinentes, c'est à dire significativement et indépendamment liées à la survie. Trois étapes sont nécessaires.
 1. Première sélection des covariables par une analyse univariée : les covariables dont le seuil de significativité est inférieur à un seuil arbitraire (en général $p < 0,2$) sont retenues pour la seconde phase. Cette première sélection permet d'éviter l'apparition d'associations dues à la seule méthode de calcul dans l'analyse multivariée.
 2. Ajustement d'un modèle multivarié comportant les covariables retenues à la première étape Le seuil de significativité est fixé à 5% ($p < 0,05$).
 3. Détermination de l'existence d'interactions entre les covariables
- la validation du modèle : le modèle de Cox repose sur des conditions très fortes. En pratique, il faut impérativement vérifier que l'hypothèse des risques proportionnels est acceptable. Puis, on examinera l'indépendance du risque relatif vis à vis du temps.

3.4.2 Sélection d'un modèle

Nous allons partir d'un modèle contenant les covariables suivantes (telles que définies lors de l'estimation de Kaplan Meier : Age (+ou – 80 ans), Sexe, Type de pathologie, Nombre de décisions et Niveau de dépendance. La covariable Niveau de dépendance est une variable catégorielle avec 3 catégories. R recode cette variable avec 2, soit $(3 - 1)$ variables auxiliaires. Il suffit de connaître la valeur de deux variables pour déduire la valeur de la troisième. Dans le paragraphe précédent, nous avons tracé les courbes de survie par une estimation de Kaplan-Meier pour chacune des covariables de notre modèle. Les courbes de survie relatives aux covariables sexe, Niveau et Nombre de décisions ne se croisent pas. Par contre, les courbes relatives à l'âge se croisent légèrement et celles relatives au type de pathologie se croisent franchement.

Nous n'allons pas immédiatement écarter de l'analyse les covariables Age et Type de pathologie. Lors d'une première estimation du modèle de Cox, toutes les covariables sont conservées.

	coef	exp(coef)	se(coef)	z	p	lower .95	upper .95
Type	0,3259	1,385	0,0807	4,04	$5,4e-05$	1,183	1,623
Niv Niv2	0,3828	1,466	0,1461	2,62	$8,8e-03$	1,101	1,952
Niv Niv3	0,7938	2,212	0,1167	6,80	$1,0e-11$	1,760	2,780
Sexe	-0,3661	0,693	0,0741	-4,94	$7,8e-07$	0,600	0,802
DMD	-0,7146	0,489	0,0998	-7,16	$8,1e-13$	0,402	0,595
Age80	0,0567	1,058	0,0767	0,74	$4,6e-01$	0,911	1,230

« se » correspond à l'écart type du coefficient, « z » est le ratio du coefficient sur son écart type (donnée utilisée pour le test de Wald).

$\exp(\beta_i)$ ($= \exp(coef)$) est le taux relatif des sujets pour lesquels $z_i = 1$ par rapport à ceux pour lesquels $z_i = 0$, toutes choses égales par ailleurs :

- $\exp(\beta_i) > 1$: effet néfaste
- $\exp(\beta_i) = 1$: pas d'effet
- $\exp(\beta_i) < 1$: effet protecteur

Les valeurs lower .95 et upper .95 représentent les bornes de l'intervalle de confiance à 95% de $\exp(coef)$. La fonction Coxph fournit également les 3 tests permettant de valider si les coefficients β calculés sont significativement différents de zéro.

Likelihood ratio test = 135 (6 degrés de liberté), p=0

Wald test = 129 (6 degrés de liberté), p=0

Score (logrank) test = 132 (6 degrés de liberté), p=0

L'âge d'entrée en dépendance n'est pas une covariable discriminante. Etre âgé de plus de 80 ans (et de moins de 92 ans) augmente le risque de décès de seulement 1,058 (intervalle de confiance 0,911-1,230). Il faut cependant relativiser cette constatation. En effet, au vu de la répartition par âge des assurés à l'adhésion, les assurés entrant en dépendance après 80 ans ont une ancienneté plus récente. Les résultats obtenus signifient donc que l'âge n'est pas discriminant dans les premières années de dépendance. Rien ne prouve que ce soit le cas pour des grandes anciennetés.

Par contre, le sexe, le niveau de dépendance et le nombre de décisions sont des covariables très discriminantes. Le risque de décès est multiplié par 2,121 lorsque l'assuré est en niveau 3 (par rapport au niveau 1).

Dans une seconde analyse, nous éliminons la covariable Age.

	coef	exp(coef)	se(coef)	z	p	lower .95	upper .95
Type	0.326	1.385	0.0808	4.03	$5.6e-05$	1.182	1.623
Niv Niveau2	0.380	1.462	0.1460	2.60	$9.3e-03$	1.098	1.946
Niv Niveau3	0.790	2.203	0.1166	6.78	$1.2e-11$	1.753	2.768
Sexe	-0.364	0.695	0.0740	-4.91	$9.0e-07$	0.601	0.804
DMD	-0.714	0.490	0.0998	-7.15	$8.4e-13$	0.403	0.595

Rsquare= 0,079 (max possible= 0,998)

Likelihood ratio test= 135 (5 degrés de liberté), p=0

Wald test = 128 (5 degrés de liberté), p=0

Score (logrank) test = 131 (5 degrés de liberté), p=0

L'étape de sélection des covariables pourrait s'arrêter là. Le p associé à la covariable Type de pathologie est inférieur à 0,05 et l'effet d'aggravation est significatif (1,385 avec un intervalle de confiance 1,183 – 1,623). Cependant nous éliminons cette covariable pour deux raisons : tout d'abord car nous savons qu'elle n'est pas indépendante dans le temps (les courbes de survie se croisent) et ensuite c'est une donnée médicale qui ne peut, en pratique être utilisée comme critère pour l'établissement de barèmes de provisions. Dans l'analyse suivante, nous éliminons la covariable Type de pathologie.

	coef	exp(coef)	se(coef)	z	p	lower .95	upper .95
Niv Niveau2	0,366	1,442	0,1460	2,51	$1,2e-02$	1,083	1,919
Niv Niveau3	0,682	1,979	0,1138	5,99	$2,0e-09$	1,583	2,473
Sexe	-0,400	0,670	0,0735	-5,44	$5,4e-08$	0,580	0,774
DMD	-0,677	0,508	0,0993	-6,82	$9,4e-12$	0,418	0,617

Rsquare= 0,07 (max possible= 0,998)

Likelihood ratio test= 118 (4 degrés de liberté), p=0

Wald test = 111 (4 degrés de liberté), p=0

Score (logrank) test = 114 (4 degrés de liberté), p=0

La covariable Nombre de décisions est discriminante.

3.4.3 Validation du modèle

Maintenant que l'étape de sélection des variables est terminée, nous allons à l'aide de la fonction `cox.zph` du package `survival` tracer les résidus de Schoenfeld pour chaque covariable afin de vérifier l'hypothèse de proportionnalité des risques dans le temps. Comme nous l'avons vu, la régression de Cox n'est valide que si l'effet d'une variable sur la mortalité est constant au cours du temps.

Le test basé sur les résidus de Schoenfeld permet de valider cette hypothèse. La formulation du risque de décès d'un individu i dans le modèle de Cox peut être étendue à

$$\lambda_i(t) = \lambda_0(t)e^{(X_i(t), \beta(t))}$$

Si $\beta(t)$ est constant ($\beta(t) = \beta$), alors les risques sont proportionnels et l'on revient à la formulation du risque de décès tel qu'il est spécifié dans le modèle de Cox. Si $\beta(t)$ n'est pas constant, l'impact d'une ou plusieurs variables varie alors avec le temps. Pour une covariable j , tracer la fonction $\beta_j(t)$ nous permet d'observer la variation du risque relatif de décès au cours du temps. Si l'hypothèse des risques proportionnels est vérifiée, les résidus ont en théorie un aspect totalement aléatoire et l'évolution temporelle moyenne est une droite horizontale. Un test statistique de proportionnalité basé sur les résidus de Schoenfeld permet de valider les observations graphiques :

Covariable	rho	Pchisq	p
NiveauNiveau2	-0,0641	3,083	$7,91e-02$
NiveauNiveau3	-0,0346	0,896	$3,44e-01$
Sexe	0,0959	6,847	$8,88e-03$
dmd2	0,2158	33,776	$6,18e-09$
GLOBAL	NA	44,733	$4,52e-09$

« rho » est le coefficient de corrélation de Pearson entre les résidus de Schoenfeld et le temps pour chaque variable.

Le test comparant à zéro la pente de régression donne, suivant les covariables des p-value variant de $3,44e-01$ à $4,52e-09$. Pour les covariables Sexe et Nombre de décisions, le risque n'est a priori pas constant au cours du temps. L'observation graphique de l'évolution de l'estimation du coefficient β en fonction du temps pour chaque covariable confirme les résultats du test statistique.

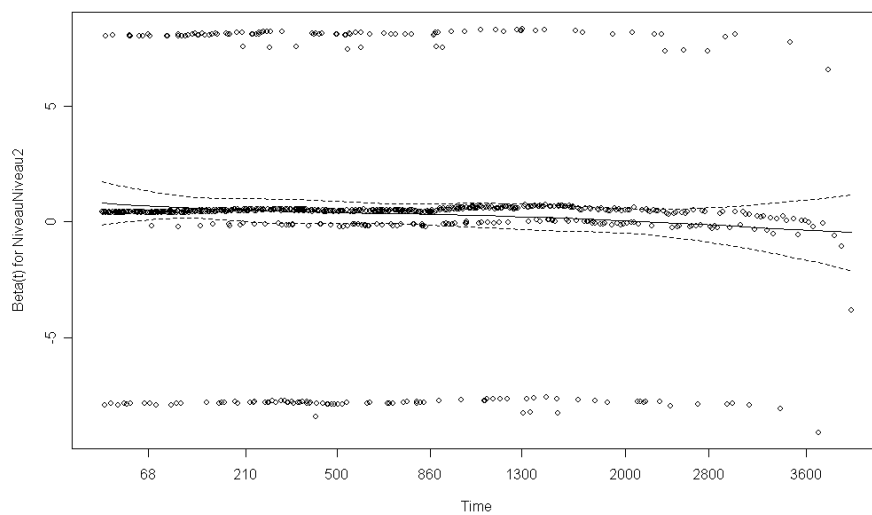


FIG. 3.6 – Résidus de Schoenfeld pour la covariable Niveau 2

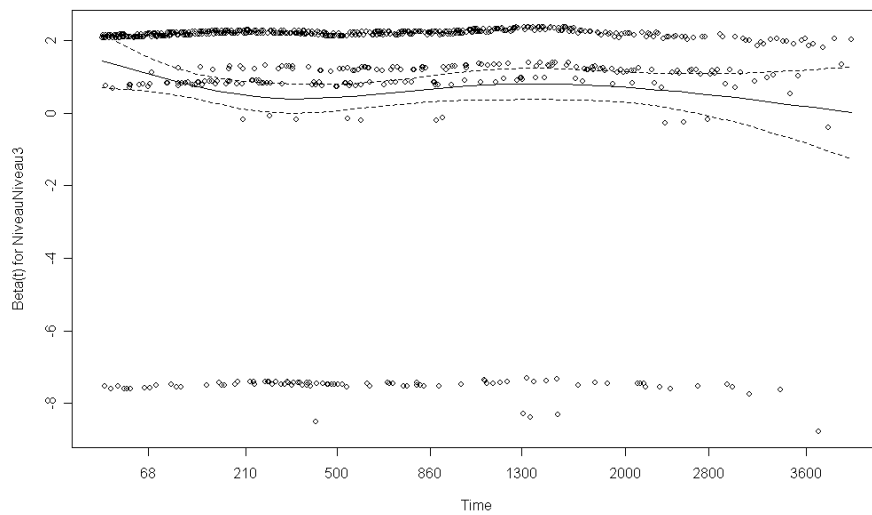


FIG. 3.7 – Résidus de Schoenfeld pour la covariable Niveau 3

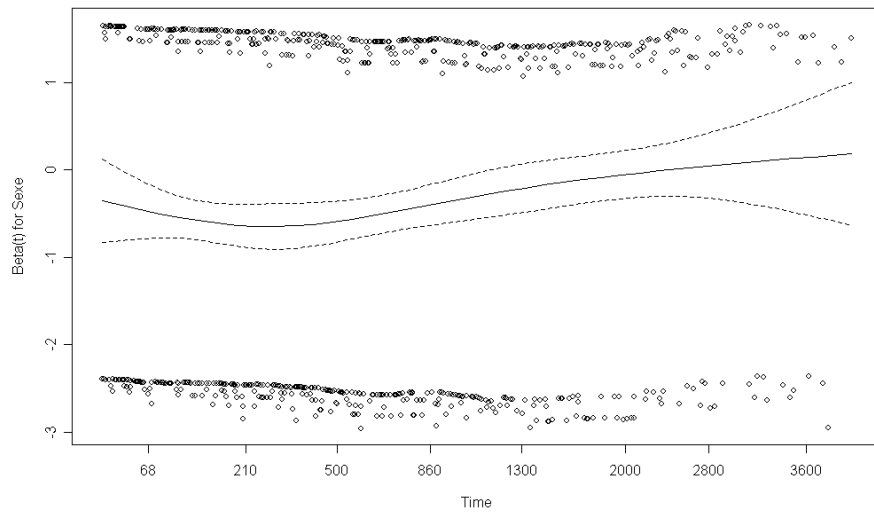


FIG. 3.8 – Résidus de Schoenfeld pour la covariable Sexe

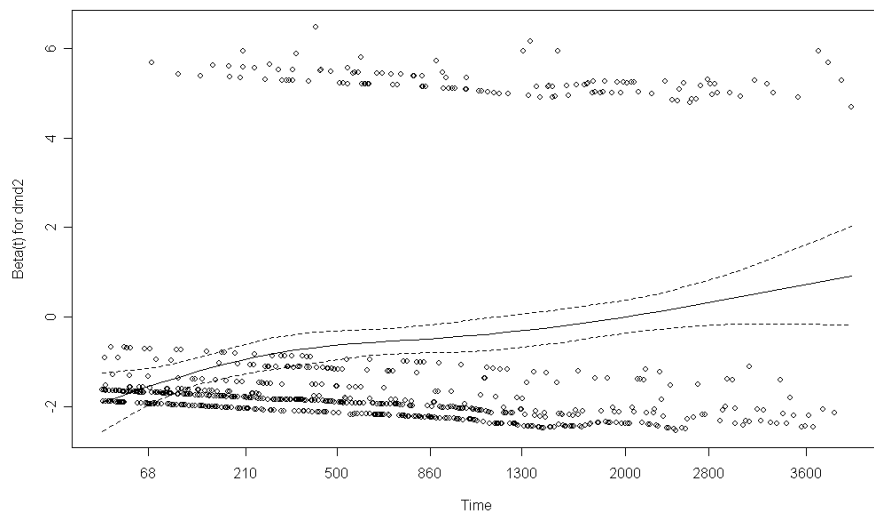


FIG. 3.9 – Résidus de Schoenfeld pour la covariable Nombre de décisions

Pour les covariables Nombre de décisions et Sexe, la pente de cette droite est donc significativement différente de zéro et donc les risques ne sont pas constants au cours du temps. L'utilisation du modèle de Cox avec ces covariables n'est pas pertinent. Pour prendre en compte cette dépendance dans le temps, nous avons le choix entre 3 méthodes :

- partitionner le temps
- stratifier une ou deux co-variables
- estimer des paramètres avec des variables dépendantes du temps

Dans une première approche, la période d'observation est partitionnée sur deux périodes avant et après la première année. Ce partitionnement se base sur l'observation de la courbe de risque cumulé (fig 3.5). La courbe se décomposait en deux parties, un premier segment de droite sur les 12 premiers mois de pente élevée et un second de pente moins élevée.

L'évolution des risques relatifs de décès est étudiée au cours de la première année après l'entrée en dépendance. Le modèle obtenu est satisfaisant en termes de significativité des covariables. Cependant, l'observation des résidus de Schoenfeld nous indique que le modèle ne respecte pas l'hypothèse d'indépendance dans le temps.

	coef	exp(coef)	se(coef)	z	p	lower .95	upper .95
NivNiveau2	0.528	1.696	0.233	2.27	$2.4e-02$	1.0738	2.6796
NivNiveau3	0.694	2.002	0.191	3.63	$2.8e-04$	1.3765	2.9113
Sexe	-0.361	0.697	0.119	-3.05	$2.3e-03$	0.5522	0.8790
dmd2	-1.075	0.341	0.247	-4.35	$1.3e-05$	0.2104	0.5538

Nous allons ensuite étudier l'évolution des risques relatifs de décès après la première année d'entrée en dépendance. Le modèle obtenu n'est pas satisfaisant en termes de significativité des covariables.

	coef	exp(coef)	se(coef)	z	p	lower .95	upper .95
NivNiveau2	0.287	1.333	0.306	0.938	0.3500	0.7313	2.4284
NivNiveau3	0.721	2.057	0.239	3.013	0.0026	1.2868	3.2891
Sexe	-0.301	0.740	0.141	-2.130	0.0330	0.5606	0.9762
dmd2	-0.272	0.762	0.176	-1.543	0.1200	0.5398	1.0761

Partitionner le temps ne semble pas la meilleure solution pour prendre en compte la dépendance des risques dans le temps. Une autre solution consiste à stratifier une covariable. Nous choisissons de stratifier sur la covariable Nombre de décisions car le β relatif à cette covariable met en évidence des différences importantes. De plus, se baser sur le nombre de décisions revient en partie à utiliser comme critère discriminant le Type de pathologie puisque l'on a noté que la répartition des pathologies étaient différentes.

	coef	exp(coef)	se(coef)	z	p	lower .95	upper .95
Niv Niveau2	0,354	1,425	0,1461	2,42	$1,5e-02$	1,070	1,897
Niv Niveau3	0,680	1,974	0,1139	5,97	$2,3e-09$	1,579	2,468
Sexe	-0,407	0,665	0,0736	-5,53	$3,2e-08$	0,576	0,769

Rsquare= 0,046 (max possible= 0,997)

Likelihood ratio test= 76,8 (3 degrés de liberté), $p=1,11e-16$

Wald test = 72,3 (3 degrés de liberté), $p=1,44e-15$

Score (logrank) test = 74,1 (3 degrés de liberté), $p=5,55e-16$

Le test de proportionnalité donne :

Covariable	rho	Pchisq	p
NiveauNiveau2	-0,0658	3,258	0,0711
NiveauNiveau3	-0,0342	0,873	0,3500
Sexe	0,0865	5,582	0,0181
GLOBAL	NA	8,896	0,0307

Le modèle obtenu ne respecte pas l'hypothèse d'indépendance dans le temps. Pour la covariable Niveau 2, le p égal à $1,5e-02$ nous indique que la différence avec la covariable Niveau 1 n'est pas très significative. En effet, les risques associés aux niveaux 1 et 2 correspondent à une dépendance partielle tandis que le niveau 3 correspond à la dépendance lourde. La covariable Niveau est recodée : 0 si Niveaux 1 et 2, 1 si Niveau 3.

	coef	exp(coef)	se(coef)	z	p	lower .95	upper .95
Niv	0,511	1,667	0,0848	6,03	$1,6e-09$	1,412	1,97
Sexe	-0,407	0,666	0,0736	-5,52	$3,4e-08$	0,576	0,77

Likelihood ratio test=70,9 (2 degrés de liberté), $p=4,44e-16$

Afin de valider le modèle, on effectue le test de proportionnalité dont le résultat est acceptable :

Covariable	rho	Pchisq	p
Niv	0,00997	0,074	0,7855
Sexe	0,08510	5,403	0,0201
GLOBAL	NA	5,450	0,0655

Le fait d'utiliser un modèle stratifié impose qu'il n'y pas ou peu d'interactions entre les covariables Sexe et Niveau et la covariable Nombre de décisions [15]. Afin de valider cette hypothèse, les données sont séparées en fonction du nombre de décisions et un modèle de Cox est appliqué à chaque groupe : Pour les assurés ayant fait l'objet d'une seule décision devant la commission médicale

	coef	exp(coef)	se(coef)	z	p	lower .95	upper .95
Niv	0,493	1,637	0,0895	5,51	$3,6e-08$	1,374	1,95
Sexe	-0,394	0,675	0,0803	-4,90	$9,6e-07$	0,576	0,79

Pour les assurés ayant fait l'objet de plusieurs décisions devant la commission médicale

	coef	exp(coef)	se(coef)	z	p	lower .95	upper .95
Niv	0,678	1,969	0,270	2,51	0,0120	1,16	3,346
Sexe	-0,484	0,616	0,184	-2,63	0,0085	0,43	0,884

Les coefficients d'aggravation/de protection obtenus pour chaque groupe sont assez proches. Les intervalles de confiance sont peu différents pour la covariable Sexe et ne sont pas satisfaisants pour la covariable Niveau (1,16 – 3,346). On peut valider le modèle de Cox stratifié sur le nombre de décisions avec réserves en termes d'indépendance dans le temps. La troisième voie (β fonction du temps) devrait être explorée dans une étude ultérieure afin de mieux décrire les effets des covariables sur la survie.

Conclusion Le modèle de Cox stratifié sur le nombre de décisions avec les covariables Sexe et Niveau 3 fournit deux coefficients d'aggravation/de protection quasi-constants au cours du temps.

- Être une femme protège du décès d'un facteur 0,666 (0,576 – 0,77)
- Au contraire, le niveau 3 de dépendance aggrave la mortalité d'un facteur 1,667 (1,412 – 1,97)

Ces résultats confirment les études existantes. Ces coefficients ne peuvent pas être utilisés en l'état dans la construction de barèmes de provisionnement des rentes car nous ne pouvons pas décrire le risque de base. Par contre, ces résultats confirment que l'intérêt de construire des barèmes basés sur le sexe de l'assuré et sur le niveau de dépendance.

A partir du dernier modèle retenu, nous pouvons représenter les courbes de survie (fonction `survfit` appliquée au modèle de Cox). Les courbes présentées ci-dessous sont très semblables à celles tracées avec une estimation de Kaplan-Meier (figure 4.7).

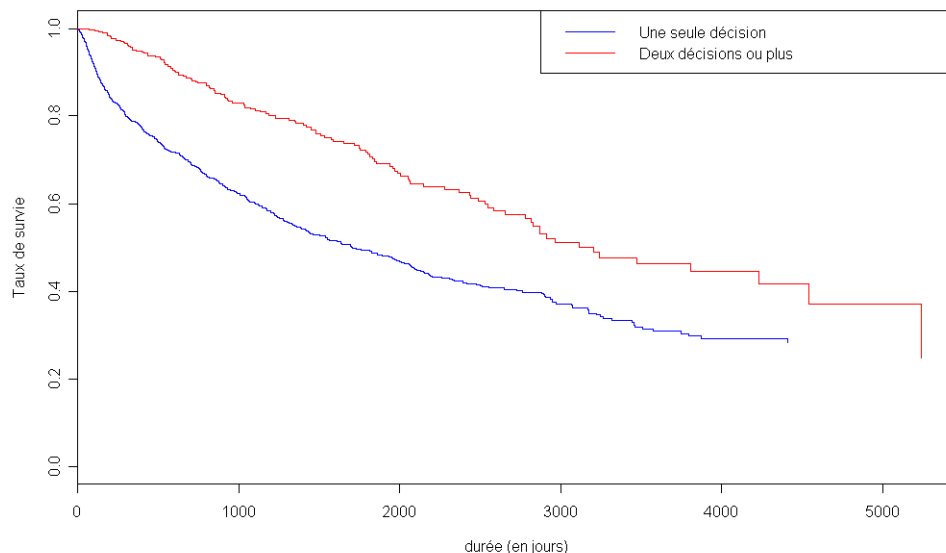


FIG. 3.10 – Courbes de survie (stratification sur le nombre de décisions)

3.5 Barème de provisions de rentes en cours

L'étude de survie du chapitre précédent a été un préalable à la construction d'un barème de provisions des rentes en cours. Ce barème doit être représentatif du risque porté par notre portefeuille. Lors de sa construction, nous devons tenir compte de deux points importants :

- les critères discriminants
- la fermeture de la table

Outre les points décrits ci-dessus, nous devons également prendre en considération l'application pratique des barèmes et notamment les informations disponibles chez tous les assureurs lors du calcul des provisions. Les deux barèmes utilisés jusqu'à présent pour le calcul de provisions de rente se basent sur l'âge de l'assuré à l'entrée en dépendance (plus ou moins 85 ans) et sur l'ancienneté en dépendance.

Nous avons vu que notre portefeuille n'avait pas encore atteint la maturité suffisante pour prendre en compte l'âge comme donnée discriminante. Par conséquent, le choix de conserver un barème de rente en cours basé sur l'ancienneté en dépendance et non sur l'âge n'est pas remis en question. Se basant sur les données de notre portefeuille, le barème que nous allons construire sera cohérent pour des âges d'entrée en dépendance inférieurs à 85 ans. Pour les assurés entrant en dépendance après 85 ans, utiliser le même barème serait inadéquat car d'après les études existantes notamment sur les

démences, aux grands âges le comportement de la dépendance (fréquence des décès, durée en dépendance et sévérité de la dépendance) change. Nous choisissons donc de conserver la séparation de la population des assurés dépendants suivant l'âge d'entrée en dépendance (plus ou moins 85 ans).

3.5.1 Barèmes de provisions pour les assurés entrant en dépendance avant 85 ans

Les critères discriminants Le modèle de Cox retenu à la fin de notre analyse se base sur trois covariables discriminantes : le sexe, le niveau de dépendance et le nombre de décisions de la commission médicale. Ces données ne contiennent pas d'information médicale et pourraient donc être utilisées comme critère. A partir de l'estimation des courbes de survie, nous pouvons déterminer une table de maintien en dépendance générale et des tables de maintien en fonction à la fois du sexe de l'assuré et de son niveau en dépendance. Ces tables sont déterminées en fonction de l'ancienneté en dépendance. Le nombre de décisions est également un critère discriminant mais il est difficilement utilisable en l'état car nous ne connaissons pas à priori dans quelle population classer un nouveau dépendant.

La fermeture de la table La durée d'observation du portefeuille se limite à 18 ans ce qui induit qu'au terme de l'ancienneté maximale il n'y a que très peu de dépendants. Ainsi, la provision déterminée à partir de nos seules données sera nulle par construction à l'ancienneté la plus grande. Initialement l'ancienneté maximale du barème (ancienneté à partir de laquelle tous les assurés dépendants étaient décédés) étaient de 95 mois. Dans notre portefeuille, l'ancienneté maximale d'un assuré est de 175. Par construction, si l'on choisit de calculer les coefficients jusqu'à ces anciennetés maximales le dernier coefficient calculé sera nul. D'autre part, lors de l'observation de la courbe de survie estimée par la méthode Kaplan-Meier, nous avons remarqué qu'à partir de 3500 jours les données sont moins nombreuses et qu'en conséquence la courbe s'aplanit sans qu'on puisse y donner un sens.

Nous proposons de prolonger la table de maintien en dépendance à l'aide d'une table de mortalité existante à partir de 121 mois jusqu'à une ancienneté de 240 mois. On suppose donc qu'à partir de 121 mois d'ancienneté, la mortalité des assurés dépendants se rapproche de la mortalité de la population générale. Cette solution est prudente car nous ne savons pas mesurer aujourd'hui la surmortalité des personnes qui sont en dépendance depuis très longtemps. L'âge moyen d'entrée en dépendance des assurés est de 78 ans. A partir de cet âge moyen, on peut prolonger la table de maintien en dépendance à partir de 121 mois d'ancienneté.

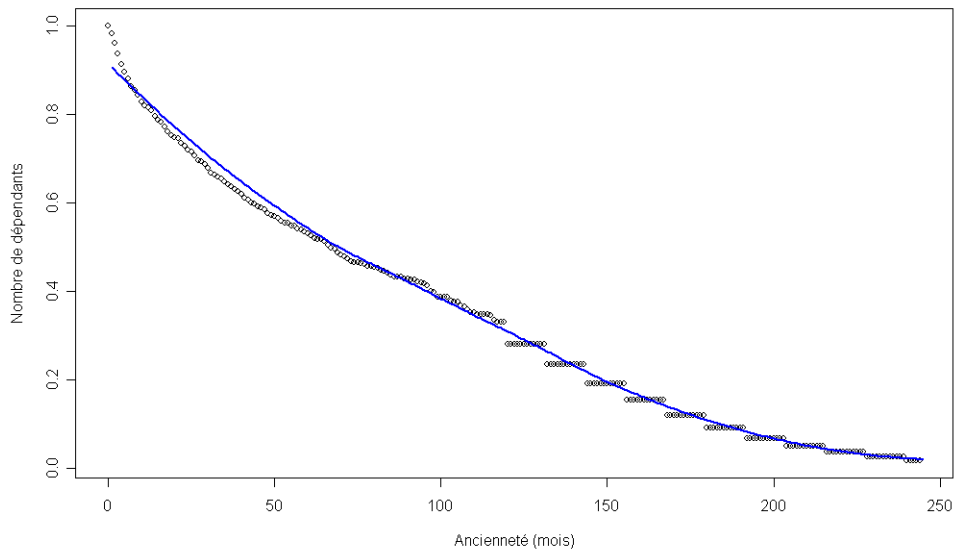


FIG. 3.11 – Courbes de survie (population générale des assurés dépendants) prolongées jusqu’à 240 mois

Pour k variant de 1 à 120,

$$l_{120+k}^i = l_{120+12 \cdot E(\frac{k}{12})}^i \frac{l_{79+E(\frac{120+k}{12})}}{l_{78+E(\frac{120+k}{12})}}$$

La table de mortalité choisie pour prolonger la tables de maintien en dépendance de la population générale des assurés dépendants est la table TV 88–90. Les courbes de survie par sexe sont prolongées par les tables TH-00 et TF-00. Par contre, les courbes de survie par niveau de dépendance n’ont pas été prolongées. Les tables obtenues sont lissées par la fonction « loess » de R [16]. Cette fonction est utilisée pour obtenir une interpolation à travers un nuage de points (x, y) . Les barèmes sont calculés en conservant la formule d’origine en fonction de l’ancienneté en mois en dépendance (taux technique 0%) :

$$a_{anc}^i = \sum_{k=anc+1}^{\omega=240} \frac{l_k^i}{l_{anc}^i}$$

où l_k^i est la loi de survie des assurés dépendants en fonction de l’ancienneté k

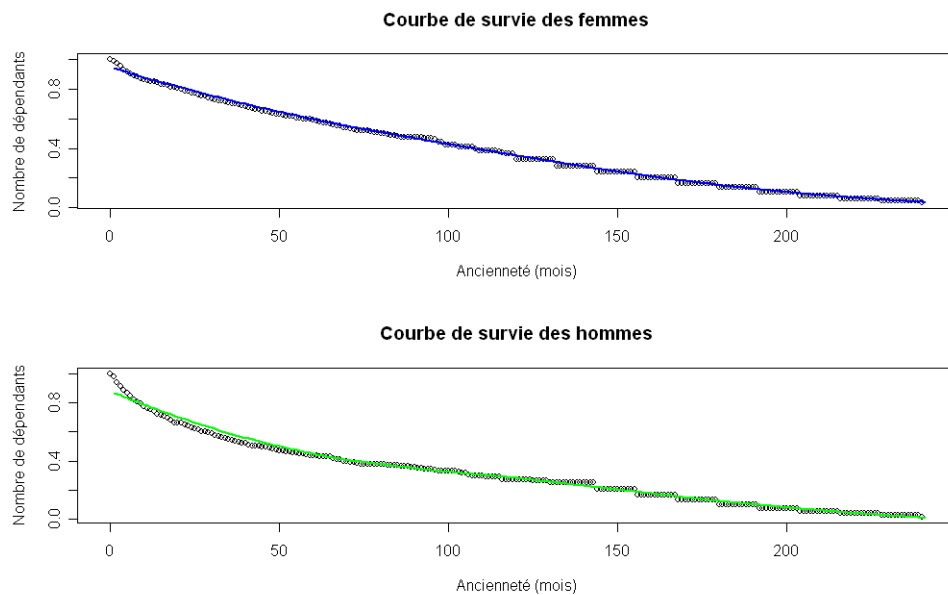


FIG. 3.12 – Courbes de survie par sexe prolongées jusqu'à 240 mois

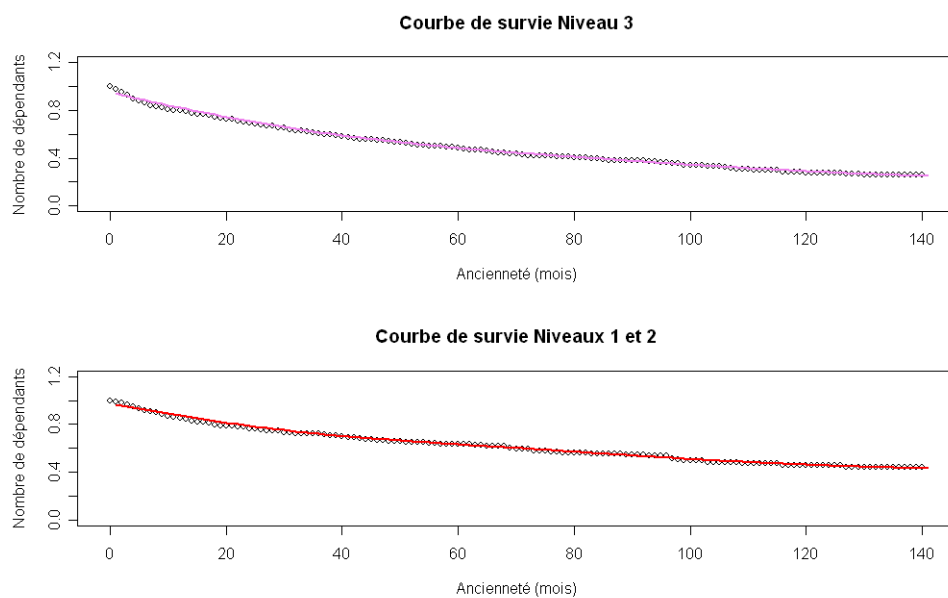


FIG. 3.13 – Courbes de survie par niveau de dépendance non prolongées

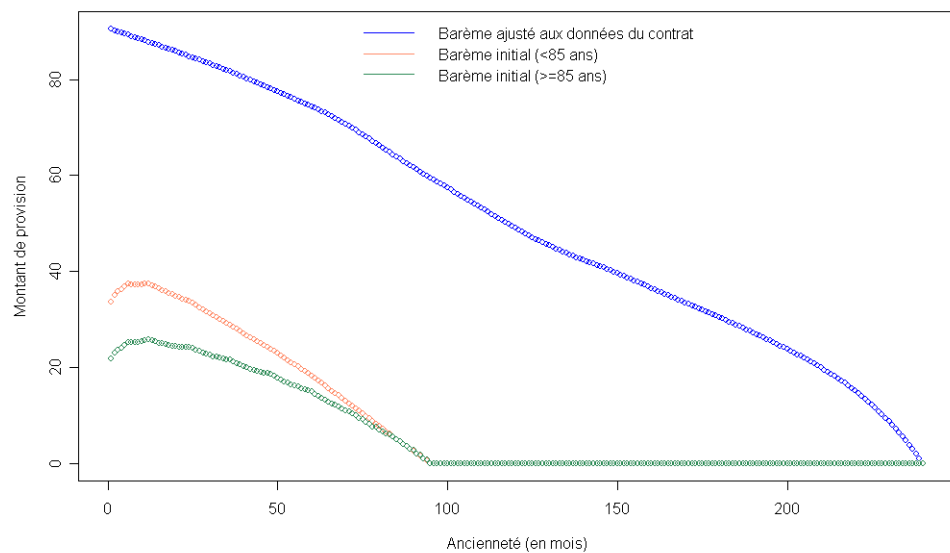
3.5.2 Barème de provisions pour les assurés entrant en dépendance à 85 ans ou plus

Pour ces assurés, le barème construit à partir des données existantes du portefeuille n'est pas applicable car le risque décrit par notre portefeuille n'est pas à priori représentatif. De plus, l'espérance de vie calculée avec la table TV88 – 90 est largement inférieure à l'espérance de vie issue de notre barème.

Pour construire un barème de provision de rente, nous pouvons choisir la table TV 88 – 90 comme référence. Ce serait une solution très prudente mais nous préférons continuer à utiliser le barème d'origine tout en prévoyant une mise à jour dès que des données en nombre suffisant seront disponibles.

3.5.3 Conclusion

Le choix de conserver les critères actuels de provisions permet de faciliter la mise en application chez tous les assureurs. Les barèmes construits à partir des données du portefeuille devront faire l'objet de mises à niveau régulières au fur et à mesure de la connaissance des dates de décès des personnes dépendantes. L'étude reste cependant à finaliser pour les assurés dont l'entrée en dépendance a lieu après 85 ans.



La seconde partie de l'étude va s'intéresser à l'évolution de l'état de dépendance dans le temps et notamment à l'aggravation.

Chapitre 4

Etude sur l'évolution de l'état de dépendance

L'objectif de ce chapitre est d'étudier les processus d'évolution de l'état de dépendance à partir d'un modèle multi-états. L'évaluation des probabilités de maintien ou d'aggravation de l'état de dépendance permettront la détermination de barèmes de provisions pour rentes en attente.

4.1 Modèle multi-états - Définition d'un processus de Markov

Les modèles multi-états utilisent la notion d'état et de processus pour décrire un phénomène. La notion de processus est utilisée pour représenter les différents états successivement occupés à chaque temps d'observation. Il existe plusieurs modèles multi-états mais nous allons nous intéresser plus particulièrement au processus de Markov à temps continu.

Un processus aléatoire $\{X_t; t \geq 0\}$ à valeurs entières est un processus de Markov si, pour tout $s, t \geq 0, i, j \in \mathbf{N}$ et $x_u \in \mathbf{N}, 0 \leq u < s$, nous avons

$$P(X_{t+s} = j | X_s = i, X_u = x_u, \forall 0 \leq u < s) = P(X_{t+s} = j | X_s = i)$$

En d'autres termes, un processus de Markov est un processus ayant la propriété d'indépendance conditionnelle du passé. La loi conditionnelle de la variable future X_{t+s} sachant l'état présent X_s et toute l'histoire du processus jusqu'au temps s ne dépend que du présent et est indépendante du passé. Le présent étant connu, le futur est indépendant du passé.

Une chaîne de Markov à temps continu à espace d'états fini $S = \{1, \dots, k\}$ est complètement définie par

- Son vecteur de probabilité initial, notée P_0 tel que

$$P_0[j] = Pr\{X(0) = j\}, \quad j = 1, \dots, k$$

avec

$$\sum_{j=1}^k P\{X(0) = j\} = 1$$

- Sa matrice de probabilités de transition : $P(s, t) = (p_{ij}(s, t))_{ij}$ telle que

$$p_{ij}(s, t) = Pr\{X(t) = j | X(s) = i\}$$

avec

$$P(s, s) = Id \text{ et } \sum_{j=1}^k p_{ij}(s, t) = 1 \quad \text{pour tout } i \text{ et } 0 \leq s \leq t$$

Les probabilités de transition d'un processus Markovien vérifient la relation suivante , $\forall i, j \in S = \{1, \dots, k\}$ et $\forall 0 < s < u < t$,

$$p_{ij}(s, t) = \sum_{k \in S} p_{ik}(s, u) p_{kj}(u, t)$$

Cette propriété est appelée équation de Chapman Kolmogorov.

Processus homogène Un processus de Markov est homogène si la probabilité de transition de l'état i vers j est définie par :

$$p_{ij}(s, t) = P(X_{t+s} = j | X_s = i)$$

$$p_{ij}(s, t) = P_{ij}(t - s)$$

Les probabilités de transition dépendent uniquement du temps entre deux transitions et non du moment où se produisent ces transitions.

Autre définition Il existe une représentation intuitive d'un processus de Markov homogène quelconque.

- Pour tout i dans $\mathbf{N}$, le temps de séjour dans l'état i avant d'effectuer une transition vers un autre état est une variable aléatoire de loi exponentielle de paramètre ν_i .
- Lorsque le processus quitte l'état i , il choisit d'aller en $j \neq i$ avec la probabilité p_{ij} . Les probabilités de transition vérifient donc :

$$p_{ij} \geq 0; \sum_{j \neq i} p_{ij} = 1$$

- toutes les durées de séjour sont indépendantes.

On pose

$$\forall i \neq j, \lambda_{ij} = \nu_i p_{ij}$$

La vitesse avec laquelle le processus sort de l'état i est ν_i et la probabilité avec laquelle il entre dans j est p_{ij} . Ainsi on peut interpréter λ_{ij} comme le taux avec lequel le processus partant de i entre en j . Ainsi :

$$\nu_i = \sum_{j \neq i} \nu_i p_{ij} = \sum_{j \neq i} \lambda_{ij}$$

et

$$\forall i \neq j, p_{ij} = \lambda_{ij} / \nu_i$$

Ainsi la donnée de la famille $\{\lambda_{ij}; i \neq j\}$ détermine complètement le processus de Markov. Posons pour tout $i, j \in \mathbf{N}$ et $s, t \geq 0$,

$$P_{ij}(s, t) = P(X_{t+s} = j | X_s = i)$$

Il s'agit de la probabilité conditionnelle pour que le processus en i au temps s se trouve en j au temps $t + s$. Par homogénéité, cette grandeur ne dépend pas de s . La proposition suivante justifie la dénomination de taux (ou intensité) de transition appliquées aux λ_{ij} . On appelle générateur infinitésimal la matrice dont le terme général est λ_{ij} pour $i \neq j$ et $-\nu_i$ pour le terme diagonal d'ordre i . Cette matrice est notée Q .

$$Q = \begin{pmatrix} -\nu_0 & \lambda_{01} & \lambda_{02} & \dots \\ \lambda_{10} & -\nu_1 & \lambda_{12} & \dots \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{pmatrix}$$

$$\lambda_{ij}(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{p_{ij}(t, t + \Delta t) - \delta_{ij}}{\Delta t}$$

$$\nu_i(t) = - \sum_{j \neq i} \lambda_{ij}(t), \quad i = 1, \dots, k$$

$\lambda_{ij}(t)$ peut s'interpréter comme le risque instantané de faire une transition de l'état k à l'état j à l'instant t .

Dans le cas d'un processus homogène, les probabilités de transition dépendent uniquement du temps entre deux transitions et non du moment où se produisent les transitions. Dans ce cas particulier, les intensités de transition du processus sont indépendantes du temps, pour tout $i \neq j$,

$$\lambda_{ij}(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{p_{ij}(t, t + \Delta t) - \delta_{ij}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{p_{ij}(\Delta t) - \delta_{ij}}{\Delta t} = \lambda_{ij}$$

A l'aide de l'équation de Chapman Kolmogorov, on obtient une équation différentielle qui fait le lien entre la matrice de probabilités de transition et

les intensités de transition. La loi $p(t)$ peut se calculer comme la solution d'un système différentiel linéaire. Les équations de ce système sont appelées équations de Kolmogorov.

$$\frac{d}{dt}p = pQ$$

Sachant que $P_{ii}(0) = 1$ et $P_{ij}(0) = 0$, la solution à cette équation est donnée par,

$$P(0, t) = \exp Qt$$

Vraisemblance Soit $\{X_t; t \geq 0\}$ un processus de Markov homogène à espace d'états fini $S = \{1, \dots, k\}$. Supposons que chaque individu se déplace indépendamment entre les états suivant le processus X . Les données observées pour le sujet $h = 1, \dots, n$ sont

- les temps successifs de suivi $T_{h,0} < T_{h,1} < \dots < T_{h,n_h}$
- les états occupés $x_{h,j} = X(T_{h,j})$, $j = 0, 1, \dots, n_h$.

La contribution à la vraisemblance pour un individu, est le produit des probabilités associées à chaque transition observée. Ainsi, la contribution de l'individu h à la vraisemblance est

$$l_h = P_0[x_{h,0}] \times \prod_{j=1}^{n_h} P_{x_{h,j-1}, x_{h,j}}(T_{h,j} - T_{h,j-1})$$

La vraisemblance totale est le produit des contributions individuelles,

$$L = \prod_{h=1}^n l_h$$

Les probabilités dans la vraisemblance s'obtenant par l'équation $\frac{d}{dt}p = pQ$, la vraisemblance dépend alors uniquement des intensités de transition. La méthode du maximum de vraisemblance permet d'obtenir l'estimation des paramètres. La méthode de la diagonalisation ou un développement en série entière peuvent être utilisés pour calculer l'exponentielle matricielle.

Incorporation de covariables Il est parfois intéressant d'incorporer des covariables dans le modèle afin d'étudier l'impact de ces covariables sur les paramètres du modèle. Le modèle peut être étendu de manière simple en considérant un modèle de régression à intensités proportionnelles. Les intensités de transition peuvent s'écrire :

$$\lambda_{ij}(z) = \lambda_{ij0} \exp [\beta_{hj} z] \quad i \neq j$$

où λ_{ij0} est l'intensité de transition de base associée à la transition de l'état i vers l'état j , β_{hj} est un vecteur de coefficients de régression et Z est un vecteur de covariables. Ce modèle fournit des résultats qui sont facilement

interprétables (comme dans le modèle de Cox). L'effet d'une covariable est mesuré par un ratio d'intensité de transition qui s'interprète comme un risque relatif : si le ratio est significativement supérieur à 1, la covariable augmente le risque de transition, elle le diminue dans le cas contraire. Si l'intervalle de confiance inclut la valeur 1, la covariable n'a pas d'effet significatif sur cette transition.

4.2 Description de l'évolution du risque par un processus de Markov homogène avec covariables

4.2.1 Construction du modèle

Dans cette partie, nous allons nous intéresser à un processus de Markov que nous supposons homogène. La modélisation par chaîne de Markov dans le cas du contrat du BCAC peut décomposer le processus d'évolution de l'état de dépendance en 5 états :

1. dépendant non indemnisable (DNI)
2. dépendant niveau 1
3. dépendant niveau 2
4. dépendant niveau 3
5. décédé

La modélisation est effectuée à l'aide des fonctions du package « msm » (Multi-state models) de R [17].

Le tableau ci-dessous décrit la représentativité des 1293 transitions observées et renseignées dans la base de données qui concernent 70% du portefeuille. On comptabilise une transition $i \rightarrow j$ quand on observe un assuré dans l'état i lors d'une commission médicale et qu'il est observé dans l'état j lors d'une commission suivante. ($i, j = 1, \dots, 5$). Dans de nombreux cas, on n'observe pas de changement d'état d'une commission à l'autre (transition $i \rightarrow i$). Notons qu'entre deux commissions consécutives, il peut y avoir des changements d'état qui ne sont pas observés par la commission et qui ne sont pas renseignés dans la base de données. Les quelques cas d'amélioration (diminution du niveau de dépendance) ont été exclus de l'étude par souci de simplification.

Etat de départ	DNI	Niveau 1	Niveau 2	Niveau 3	Décès
DNI	86	21	20	26	32
Niveau 1	0	285	49	129	92
Niveau 2	0	0	206	142	95
Niveau 3	0	0	0	537	543

Transition	Effectif	Pourcentage
DNI → DNI	86	3,8 %
DNI→Niveau 1	21	0,93 %
DNI→Niveau 2	20	0,88 %
DNI→Niveau 3	26	1,15 %
DNI→Décès	32	1,41 %
Niveau 1 → Niveau 1	285	12,59 %
Niveau 1 → Niveau 2	49	2,17 %
Niveau 1 → Niveau 3	129	5,7 %
Niveau 1 → Décès	92	4,07 %
Niveau 2 → Niveau 2	206	9,1 %
Niveau 2 → Niveau 3	142	6,27 %
Niveau 2 → Décès	95	4,2 %
Niveau 3 → Niveau 3	537	23,73 %
Niveau 3 → Décès	543	23,99 %

Pour obtenir la matrice d'intensité de transition, il faut maximiser la vraisemblance. Pour les modèles dont le nombre d'états est inférieur ou égal à 5 états, la fonction « msm » de R calcule la matrice $P(t)$ de manière analytique. Pour les autres modèle, $P(t)$ est déterminée à partir de la matrice exponentielle calculée par décomposition en valeurs propres.

Il est nécessaire de spécifier les valeurs initiales de la matrice d'intensité de transition afin d'initier le calcul. Pour ce faire, nous prenons des hypothèses simplificatrices. Nous calculons le temps passé en moyenne dans chaque niveau à partir de nos données. On prend comme hypothèse que la probabilité d'aggravation, d'amélioration et de décès est identique. A partir de chaque q_{rr} , nous pouvons déterminer la valeur initiale des q_{rs} par ligne puis $q_{rr} = -\sum q_{rs}$. A partir de notre données, sur une période dont la date de fin est au 30/04/2008, les durées moyennes de séjour dans les différents états sont les suivantes :

- Dépendants non indemnisables : 998 jours
- Dépendants niveau 1 : 884 jours
- Dépendants niveau 2 : 907 jours
- Dépendants niveau 3 : 1340 jours

Les valeurs initiales de la matrice d'intensité de transition déterminées par cette méthode sont :

$$\mathbf{Q}_0 = \begin{pmatrix} 0 & 0,0003 & 0,0003 & 0,0003 & 0,0003 \\ 0 & 0 & 0,0004 & 0,0004 & 0,0004 \\ 0 & 0 & 0 & 0,0006 & 0,0006 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,0007 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Il n'est pas utile de définir les valeurs des coefficients sur la diagonale puisqu'ils sont égaux par définition à moins la somme des coefficients de la ligne.

La matrice d'intensité de transition estimée par la fonction « msm » est présentée ci-dessous :

$$Q = \begin{pmatrix} -0,001498 & 0,0002978 & 0,0004393 & 0,0004034 & 0,0003576 \\ -0,001688 / -0,00133 & 0,000228 / 0,000389 & 0,0003525 / 0,0005474 & 0,00032 / 0,0005075 & 0,00028 / 0,000456 \\ 0 & -0,0009655 & 0,000223 & 0,000379 & 0,0003627 \\ -0,001058 / -0,0008814 & 0,0001848 / 0,0002699 & 0,0003281 / 0,0004388 & 0,0003126 / 0,00042 & \\ 0 & 0 & -0,0009573 & 0,0004834 & 0,0004739 \\ -0,00106 / -0,000863 & 0,0004176 / 0,0005597 & 0,0004087 / 0,0005494 & & \\ 0 & 0 & 0 & -0,0006595 & 0,0006595 \\ -0,0007095 / -0,000613 & 0,000613 / 0,0007095 & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

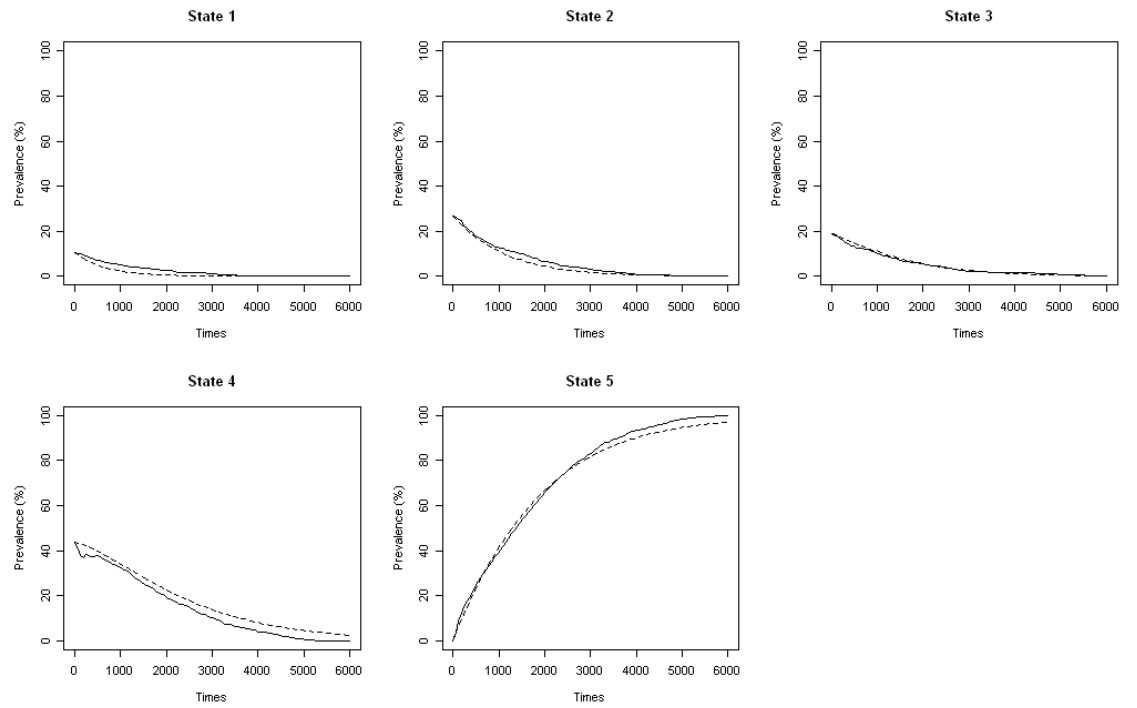
Le temps moyen de séjour dans un état r est déterminé par la fonction « sojourn.msm » : le temps moyen est estimé par $1/q_{rr}$, où q_{rr} est le terme diagonal de la matrice d'intensité de transitions estimée.

Etat de départ	Durée	SE	L	U
DNI	667,5	40,57	592,55	751,94
NIV 1	1035,76	48,17	945,53	1134,6
NIV 2	1044,55	55,46	941,32	1159,11
NIV 3	1516,23	56,51	1409,42	1631,14

« se » correspond à l'écart type, « L » et « U » sont les bornes de l'intervalle de confiance.

4.2.2 Validation du modèle

Il est difficile de valider un modèle en se basant sur la vraisemblance. La fonction « msm » fournit $-2 * \log - vraisemblance = 21070,32$, valeur difficilement interprétable en l'état. Pour valider le modèle, les valeurs prédites peuvent être comparées aux valeurs observées (présentées en annexe A). La fonction « prevalence » construit le stock des personnes dépendantes observées par niveau au cours du temps en nombre et en pourcentage ainsi que les prédictions à partir du modèle. Les graphiques ci-dessous présentent la prévalence relative à nos données ainsi que celle estimée par le modèle en fonction du niveau de dépendance



Pour l'état 3 (niveau de dépendance 2), le modèle colle aux données. Pour les états 1, 2 et 5 (DNI, niveau de dépendance 1 et décès), la prédiction sous-estime la prévalence. Par contre, pour l'état 4 (niveau de dépendance 3), la prévalence est sur-estimée. Plusieurs explications sont possibles. D'une part, il est fort possible que l'hypothèse d'homogénéité dans le temps ne soit pas correcte. Il faudrait par exemple utiliser un modèle avec des intensités constantes par morceaux qui permettrait également de valider l'hypothèse d'homogénéité sur la période globale. D'autre part, l'hypothèse de Markov (l'état futur ne dépend que de l'état présent) n'est peut-être pas respectée.

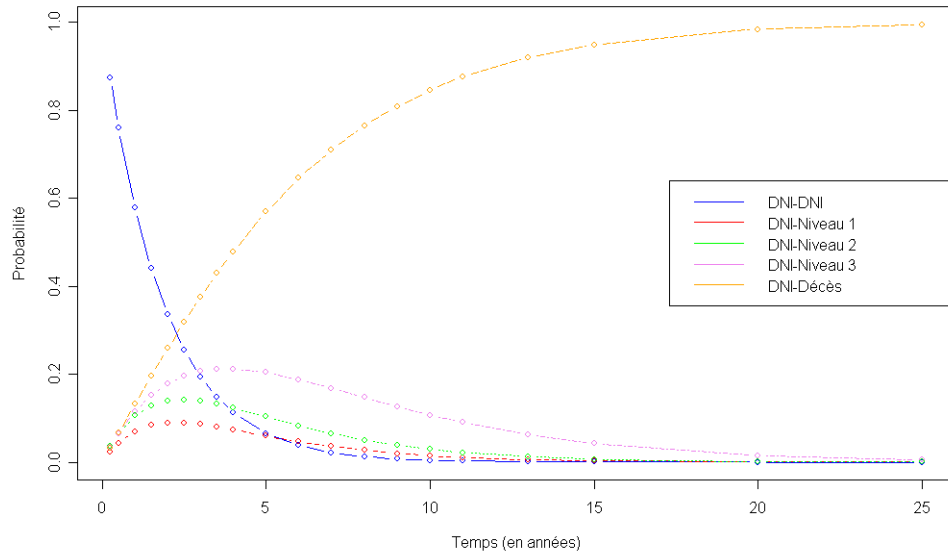


FIG. 4.1 – Probabilités de transition au cours du temps à partir de l'état Dépendant Non Indemnisable

4.2.3 Probabilités de transitions

La fonction « pmatrix » du package msm extrait les probabilités de transition estimées à un temps donné par la fonction msm. Les valeurs sont présentées en annexe B.

Quel que soit l'état de départ, les courbes des probabilités de maintien dans l'état, de décès ou d'aggravation ont la même allure. Les probabilités de maintien dans un état de dépendance décroissent jusqu'à être nulles tandis que les probabilités de transition vers le décès croissent jusqu'à 100%. Les probabilités d'aggravation ne sont maximales que vers 4 ans puis décroissent peu à peu.

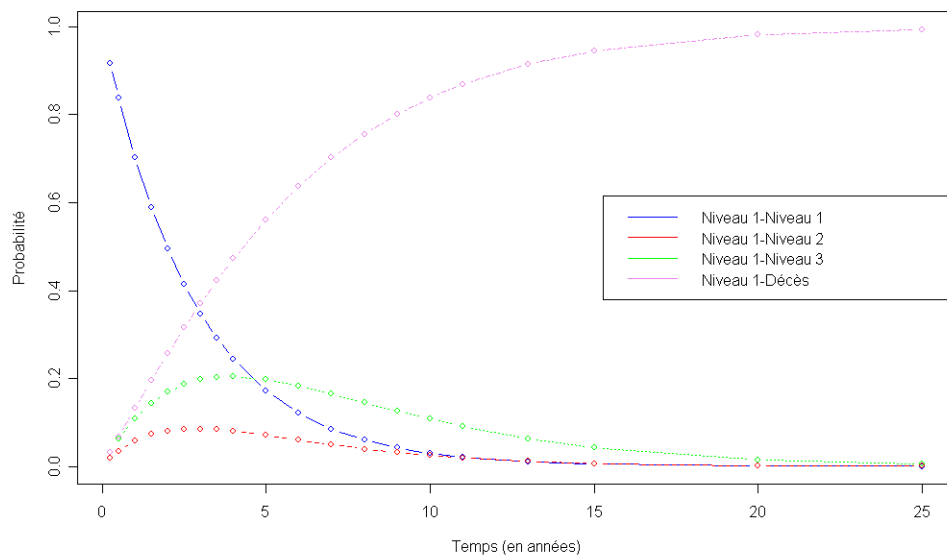


FIG. 4.2 – Probabilités de transition au cours du temps à partir de l'état Dépendant Niveau 1

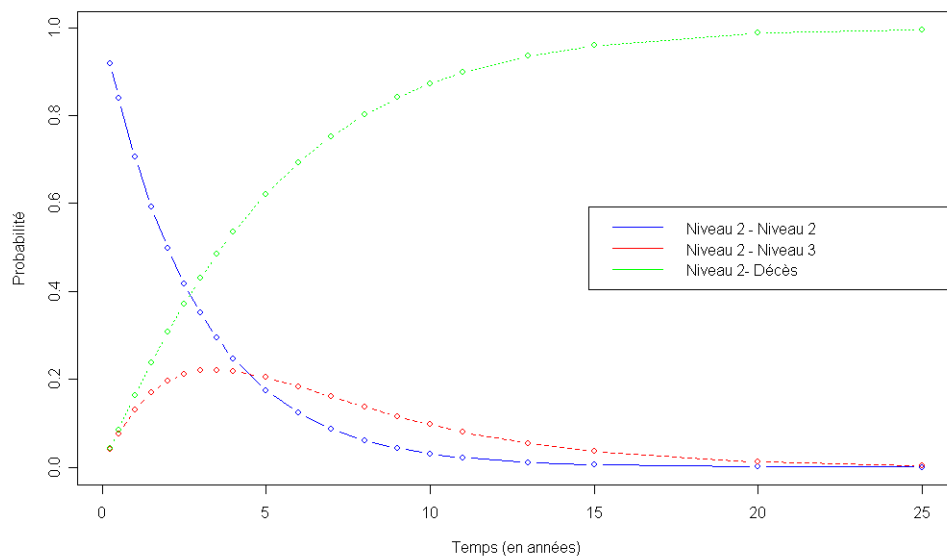


FIG. 4.3 – Probabilités de transition au cours du temps à partir de l'état Dépendant Niveau 2

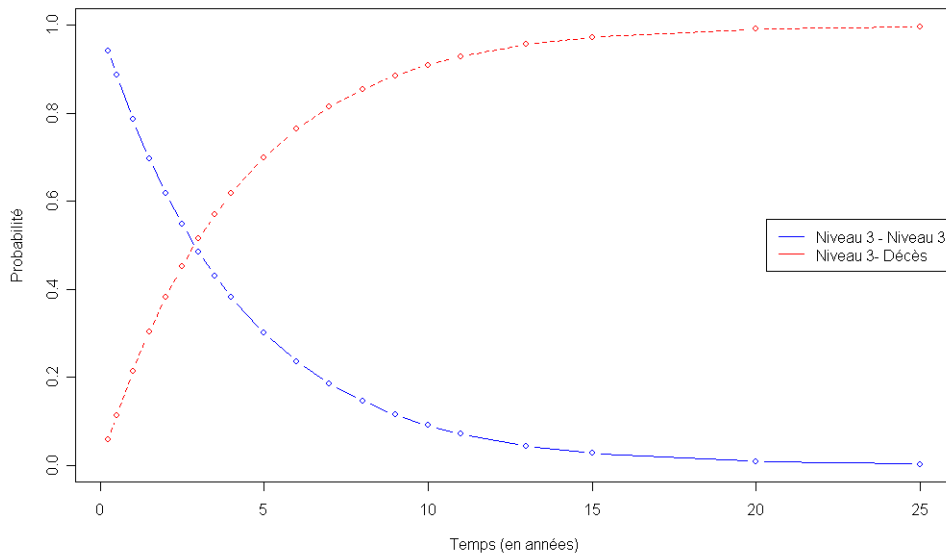


FIG. 4.4 – Probabilités de transition au cours du temps à partir de l'état Dépendant Niveau 3

4.3 Incorporation de covariables dans le modèle multi-états

Dans cette seconde partie, l'effet des covariables Sexe et Type de pathologie sera étudié sur les probabilités de transition en utilisant un modèle à intensité proportionnelle. La matrice d'intensité $Q(z)$ dépend désormais d'un vecteur de covariables z . Pour un individu i à l'instant j ,

$$q_{rs}(z_{ij}) = qrs^{(0)} \exp(\beta_{rs}^T z_{ij})$$

4.3.1 Effet de la covariable Sexe

L'effet de la covariable Sexe sur les probabilités de transition est estimé à partir de la fonction « msm ». Les probabilités de maintien dans un état sont toujours supérieures chez les femmes quelque soit l'état de départ. A l'inverse, les probabilités de décès sont supérieures chez les hommes, l'écart faible durant les premières années augmente progressivement au cours du temps.

Dans le cas d'une aggravation à partir de l'état non indemnisable, les probabilités d'aggravation sont beaucoup plus faibles chez les femmes (de l'ordre de la moitié). Le fait d'être une femme protège à la fois du décès mais aussi du processus d'aggravation.

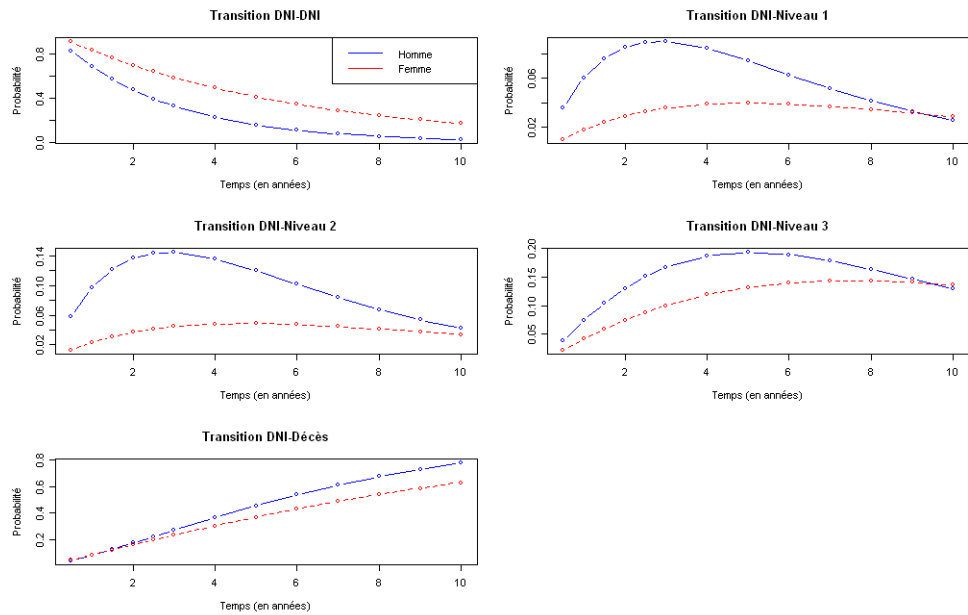


FIG. 4.5 – Probabilités de transition à partir de l'état DNI

Quand l'état de départ est un état de dépendance indemnisable, les probabilités d'aggravation vers le niveau 3 sont très proches entre les hommes et les femmes pendant les 3 premières années puis elles augmentent sensiblement pour les femmes. Les probabilités de décéder sont plus importantes chez les hommes, ce qui semble cohérent avec l'état des connaissances. Le sexe n'est pas un facteur déterminant de l'aggravation dans les premières années de dépendance mais le devient après.

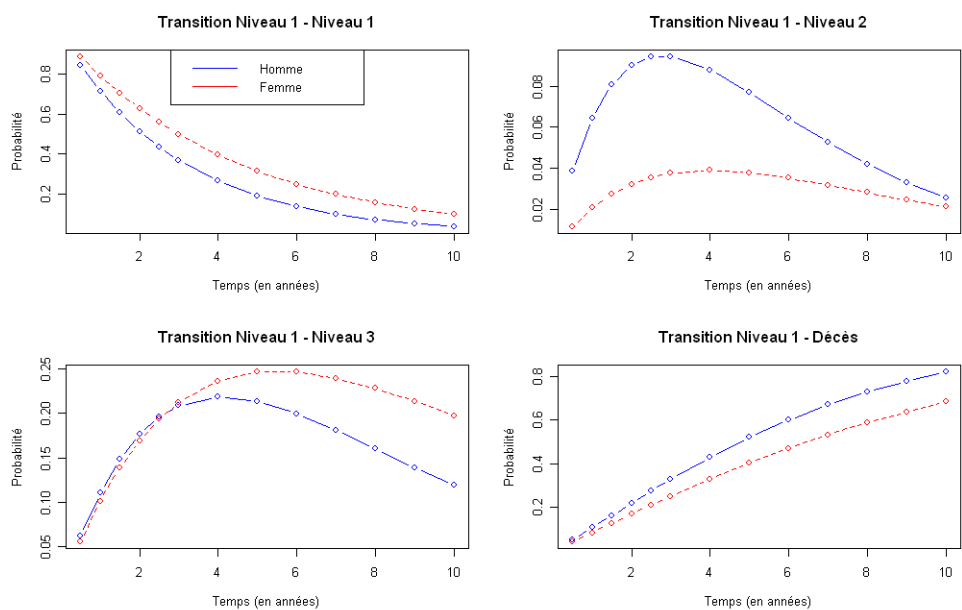


FIG. 4.6 – Probabilités de transition au cours du temps à partir de l'état Dépendant non indemnisable

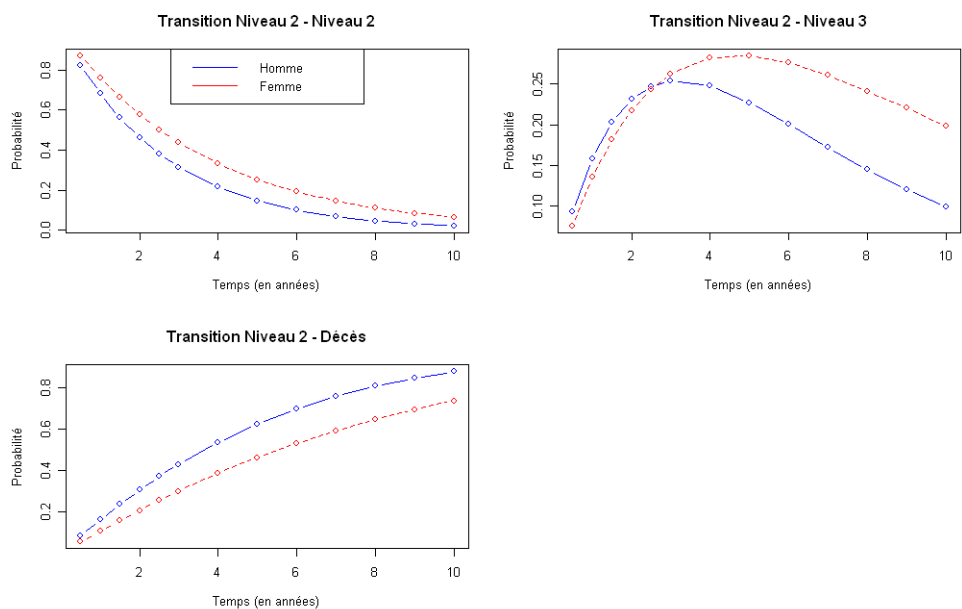


FIG. 4.7 – Probabilités de transition au cours du temps à partir de l'état Dépendant Niveau 2

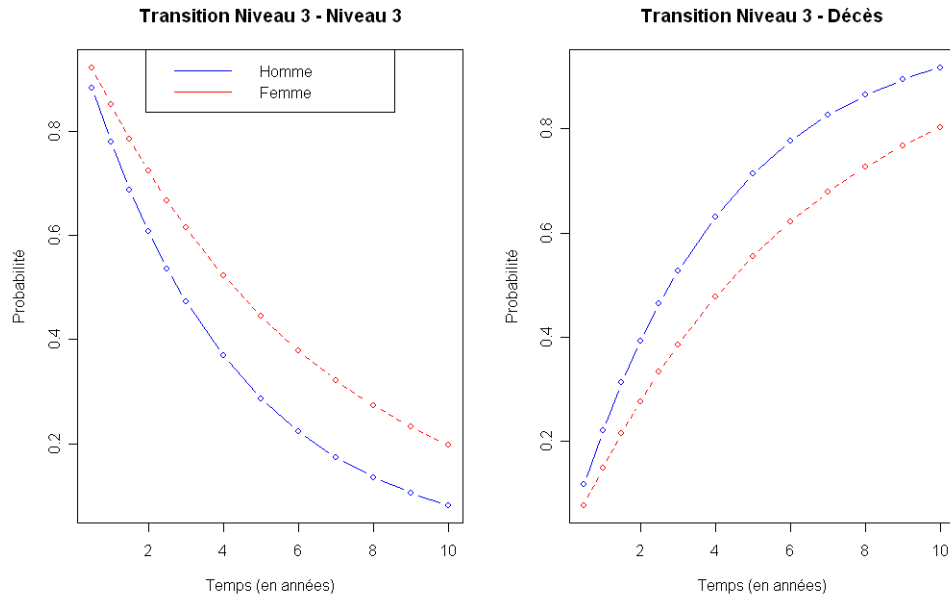
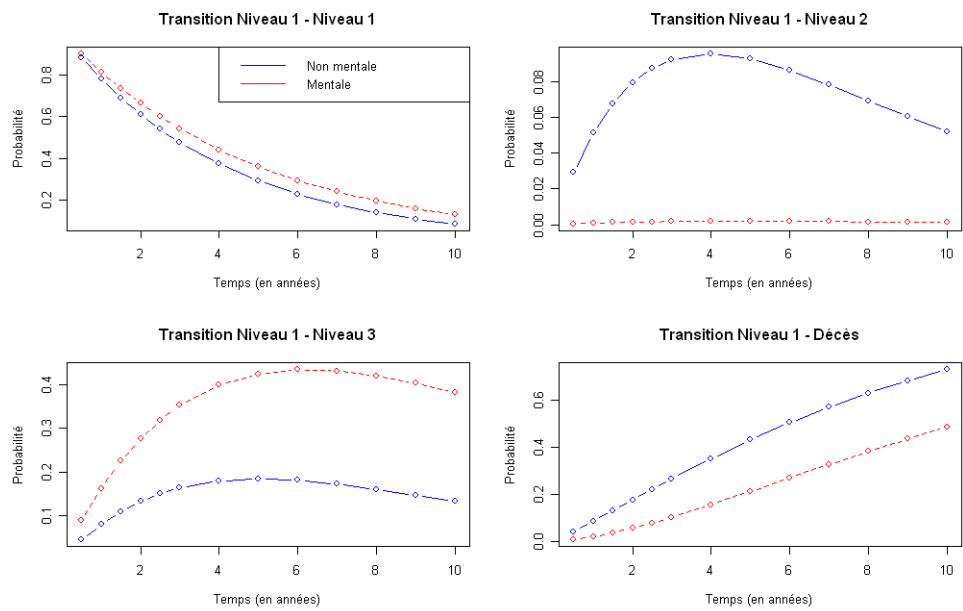
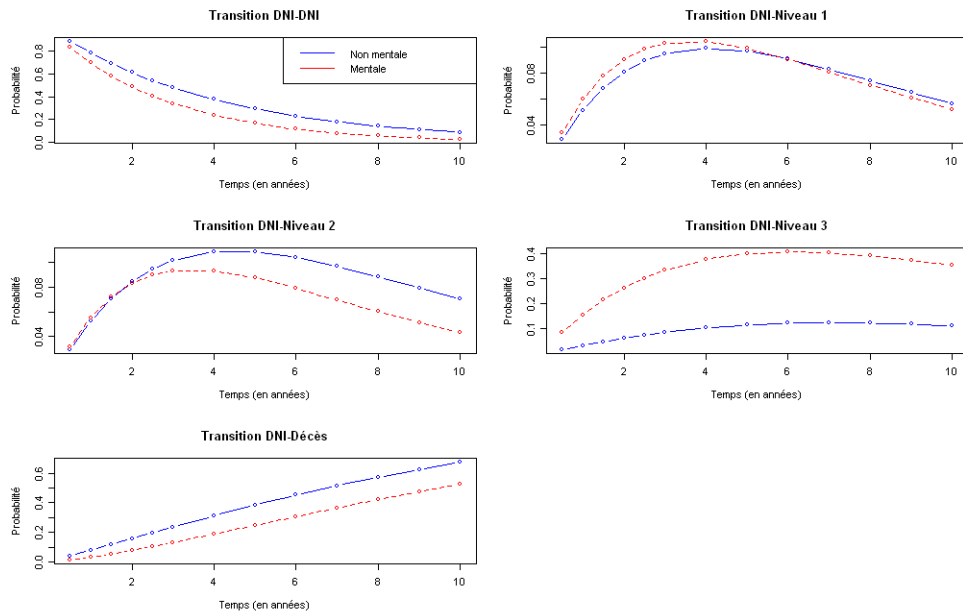


FIG. 4.8 – Probabilités de transition au cours du temps à partir de l'état Dépendant Niveau 3

4.3.2 Effet de la covariable Type de pathologie

Dans le cas d'une aggravation à partir d'un état de dépendance indemnisable ou non, les probabilités d'aggravation vers le niveau 3 sont très supérieures pour les assurés avec une pathologie mentale. A l'inverse, les probabilités de décès sont supérieures pour les assurés avec une pathologie non mentale. Cependant, pour ces assurés, les probabilités d'aggravation vers le niveau 2 sont supérieures à celles des assurés avec une pathologie mentale.

Une explication possible à ces différences est que les pathologies non mentales regroupent à la fois des pathologies invalidantes qui n'impliquent pas forcément une dépendance totale et des pathologies aiguës dont la survie est faible. Les pathologies mentales sont constituées en grande majorité par des démences se caractérisant par une évolution vers une perte d'autonomie importante.



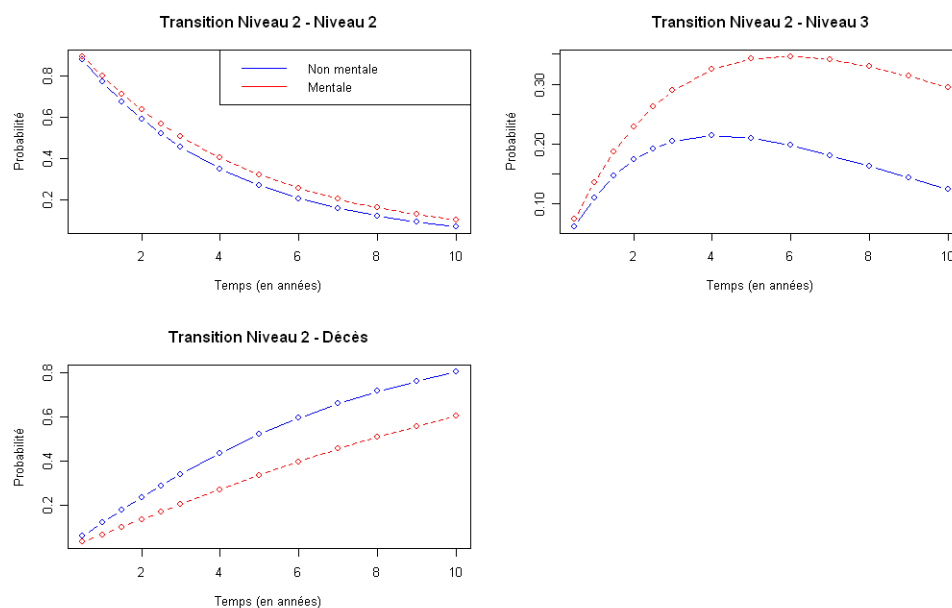


FIG. 4.11 – Probabilités de transition au cours du temps à partir de l'état Dépendant Niveau 2

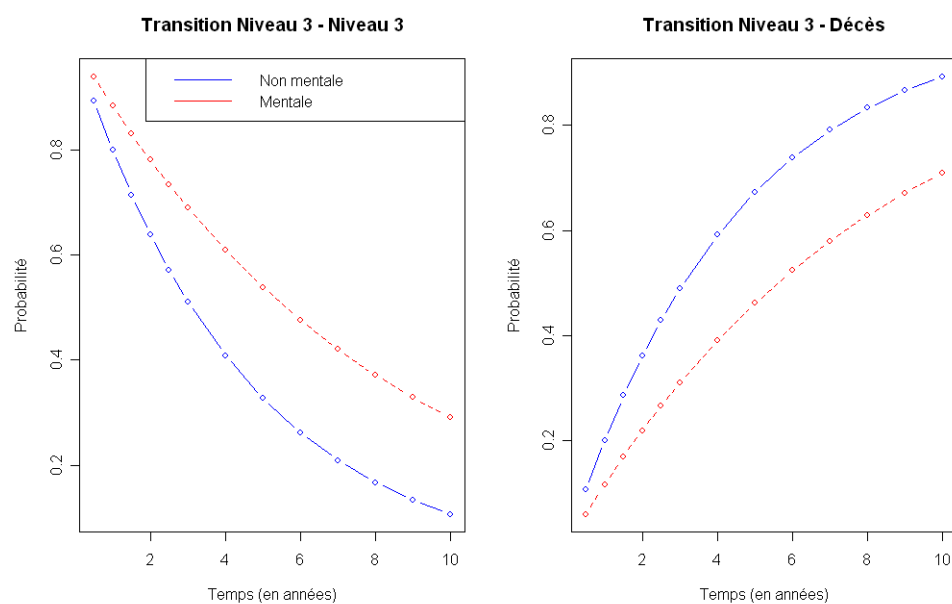


FIG. 4.12 – Probabilités de transition au cours du temps à partir de l'état Dépendant Niveau 3

4.4 Construction d'un barème de provisionnement de rentes en attente

4.4.1 Barème de provisionnement pour les assurés dépendants de niveau 1 et 2

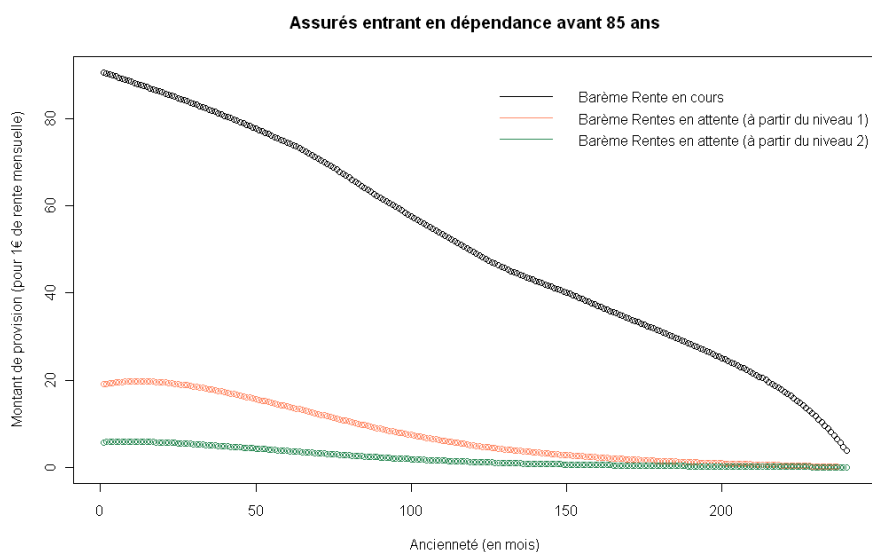
A partir de la loi de survie des dépendants (avant et après 85 ans) établie en fonction de l'ancienneté en dépendance et des probabilités de transition d'un niveau de dépendance à un autre, les barèmes de rentes en attente sont déterminés de la manière suivante (taux technique 0%) :

$$a_{anc}^{niv_i \rightarrow niv_j} = \sum_{k=anc+1}^{\omega=240} \frac{l_k^i}{l_{anc}^i} * Proba_{niv_i \rightarrow niv_j}(anc) * \Delta(indemnisation)$$

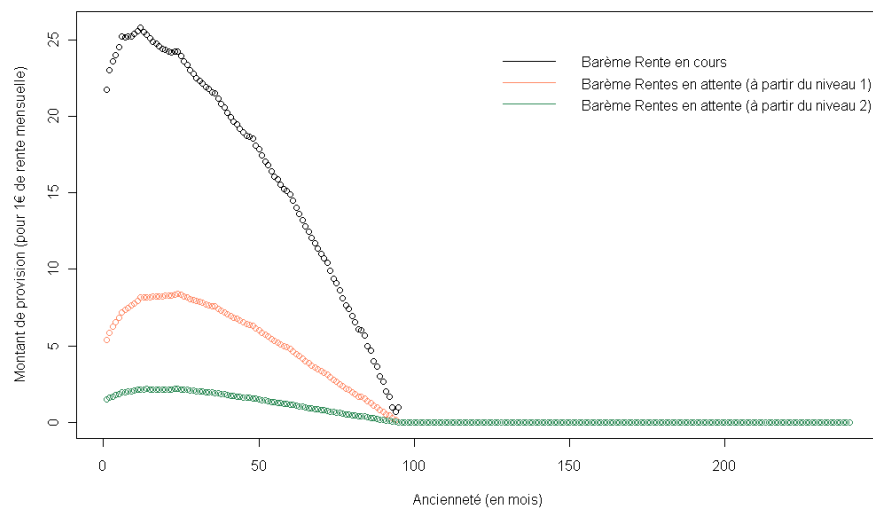
où l_x^i est la loi de survie des assurés dépendants qui dépend de l'âge à l'entrée en dépendance (avant ou après 85 ans),

$\Delta(indemnisation)$ est le coefficient lié l'augmentation de l'indemnisation suite à l'évolution du niveau de dépendance. L'assuré reçoit 40% de la rente de base en niveau 1, 70% en niveau 2 et 100% en niveau 3.

$Proba_{niv_i \rightarrow niv_j}(anc)$ est la probabilité d'évoluer vers le niveau de dépendance i vers le niveau j



Assurés entrant en dépendance à 85 ans ou plus

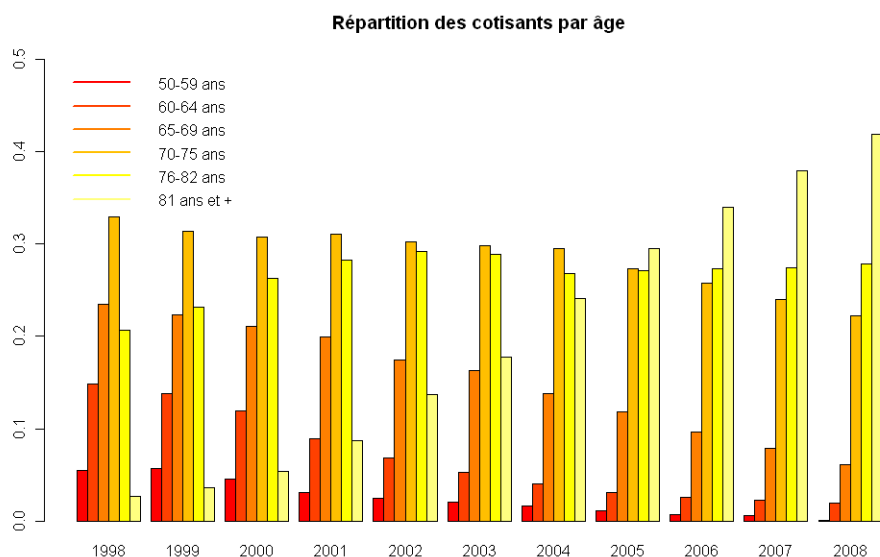


Chapitre 5

Estimations des provisions pour risques croissants

5.1 Quelques éléments sur les assurés cotisants

Le contrat Dépendance du BCAC fonctionnant en co-réassurance, les données sur les cotisants sont éparpillées chez chaque assureur. Cependant, chaque année le Groupement pour l'Etude de l'Assurance Dépendance (GEAD) consolide les données fournies par les institutions de retraite AGIRC. Le contrat étant fermé depuis 2000, la population des assurés vieillit chaque année sans apport de personnes plus jeunes.



De 1999 à 2008, la part des assurés ayant choisi de se couvrir uniquement contre la dépendance totale est d'environ 23%. En 2008, la part de rentiers représente 8% de la population assurée.

Pool Agirc	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
Cotisants	17 036	16 284	15 818	15 220	14 552	13 896	13 210
Rentiers	413	472	555	625	721	812	1 070
% de dépendants	2,37 %	2,82 %	3,39 %	3,94 %	4,72 %	5,52 %	8,10 %

5.2 Ajustement du tarif de la garantie complète

Pour établir le tarif du contrat dépendance à partir des formules de tarification de l'origine du contrat, les lois suivantes sont nécessaires :

- la loi de survie des valides : la table TV 73-77, utilisée pour le tarif initial pour modéliser la loi de survie des valides, est conservée. C'est une hypothèse forte dans la modélisation du risque prise car aucune étude de mortalité sur la population des cotisants n'a pu être réalisée.
- la loi d'entrée en dépendance (ou incidence) à un âge donné
- la loi de survie des assurés dépendants : Le principe d'une durée moyenne de survie des dépendants indépendante de l'âge est conservé mais la durée moyenne est ajustée à partir de l'étude de survie effectuée sur notre portefeuille. La durée moyenne de survie des personnes dépendantes passe de 3 ans à 5,33 années.

La loi d'incidence par âge a été déterminée à partir d'un échantillon représentatif de 13% de la population du portefeuille. Nous disposons, pour cet échantillon, de la liste des assurés valides vivants au 31/12 pour les années 2001 à 2007. En croisant avec la base sinistres, le nombre de nouveaux dépendants par âge est déterminé pour les années 2001 à 2007.

Soit Dep_x , le nombre d'entrées en dépendance sur la période à l'âge x et N_x l'effectif observé d'âge x sur la période :

$$i_x = \frac{Dep_x}{N_x}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N_x} i_x (1 - i_x)}$$

Le taux d'incidence peut également être obtenu en le définissant comme la probabilité de transition de l'état valide à l'état dépendant. Soit D_x le nombre annuel d'individus dépendants d'âge x au début de la dépendance et ER_x la quantité d'individus susceptibles d'être dépendants, l'incidence est définie par :

$$i_x = 1 - \exp\left(-\frac{D_x}{ER_x}\right)$$

Si on note T_x la variable aléatoire qui représente la durée de vie d'un individu d'âge x en état de dépendance

$$P(T_x \leq t + dt | T_x > t) = \frac{D_x}{ER_x} dt$$

Posons $S_x(t) = P(t < T_x)$ la probabilité de survie d'une personne dépendante d'âge x au-delà de t alors $S_x(t) = 1 - P(T_x \leq t)$. Ainsi,

$$S'_x(t) = - \lim_{dt \rightarrow 0} \frac{P(t < T_x \leq t + dt)}{dt}$$

$$P(t < T_x \leq t + dt) = P(T_x \leq t + dt | T_x > t) \cdot P(t < T_x) = \frac{D_x}{ER_x} S_x(t) dt$$

$$S_x(t) = \exp\left(-\frac{D_x}{ER_x} t\right)$$

$$1 - S_x(1) = 1 - \exp\left(-\frac{D_x}{ER_x}\right) = i_x$$

Les résultats obtenus sont présentés en annexe C. A partir des taux observés, la loi d'incidence est déterminée par interpolation avec la fonction « loess » de R.

La loi d'entrée en dépendance obtenue est très légèrement inférieure à celle du BCAC jusqu'à 70 ans puis devient progressivement plus forte. A partir de 92 ans où aucune donnée n'est disponible, nous préférons prolonger avec la table japonaise (une des seules tables de marché disponibles, présentée en Annexe D) plutôt que de conserver les taux d'incidence du tarif initial. En effet, les taux d'incidence aux grands âges du tarif initial sont 4 fois plus importants que ceux de la table japonaise et paraissent trop élevés.

La prime est recalculée avec un taux technique de 0% et un chargement de 10%. Jusqu'à 72 ans, la prime recalculée est inférieure au tarif initial qui est chargé avec un coefficient 1/0,67. De 73 à 75 ans, le tarif est légèrement supérieur.

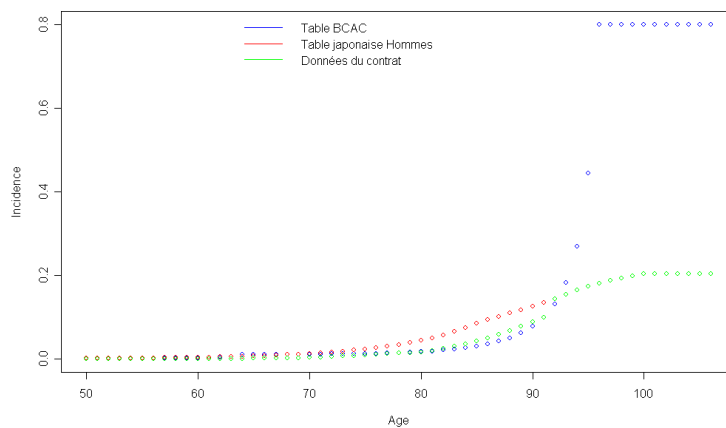


FIG. 5.1 – Taux d'entrée en dépendance en fonction de l'âge

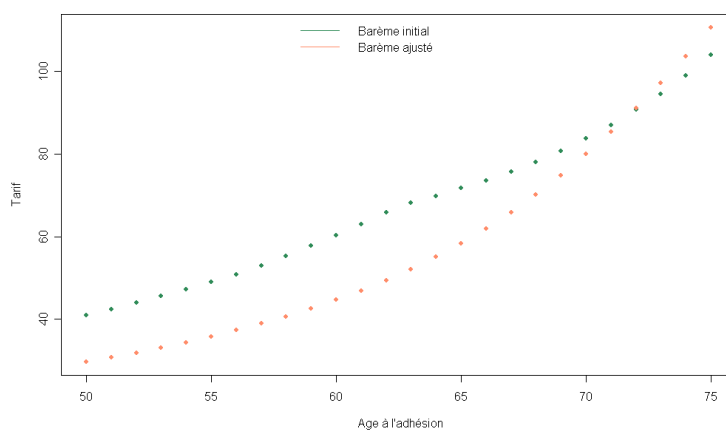


FIG. 5.2 – Tarif de la garantie complète (pour 1000€ annuel)

5.3 Ajustement du tarif de la garantie limitée

La garantie limitée (dépendance totale) prévoit une indemnisation uniquement en cas de dépendance de niveau 3. Le tarif initial de cette garantie correspond à 55% du tarif de la garantie complète.

Pour établir le tarif de cette garantie, plusieurs lois sont nécessaires :

- la loi de survie des valides : nous conservons la table TV 73-77.
- la loi d'entrée en dépendance à un âge donné
- la loi de survie des assurés dépendants : la durée moyenne de survie des assurés dépendants évolue de 3 ans à 4,7 années.

A partir du portefeuille des participants assurés par le BCAC des années 2001 à 2007 et des entrées en dépendance nous avons déterminé des taux d'incidence en ne considérant que les dépendances de niveau 3. Les résultats ne sont pas satisfaisants du fait du faible effectif disponible. Par conséquent, nous prenons l'hypothèse que l'incidence pour la garantie limitée (dépendance totale) représente les 2/3 des entrées en dépendance. Le niveau 3 (dépendance totale) regroupe en effet les deux-tiers en nombre de personnes dépendantes dans le portefeuille de sinistres (chapitre 3.1). De plus, nous prenons l'hypothèse forte qu'à partir de 85 ans, la part de dépendance totale est plus importante et représente 85% des entrées en dépendance. Le tarif alors déterminé est supérieur au tarif initial qui correspondait à 55 % du tarif de la garantie complète.

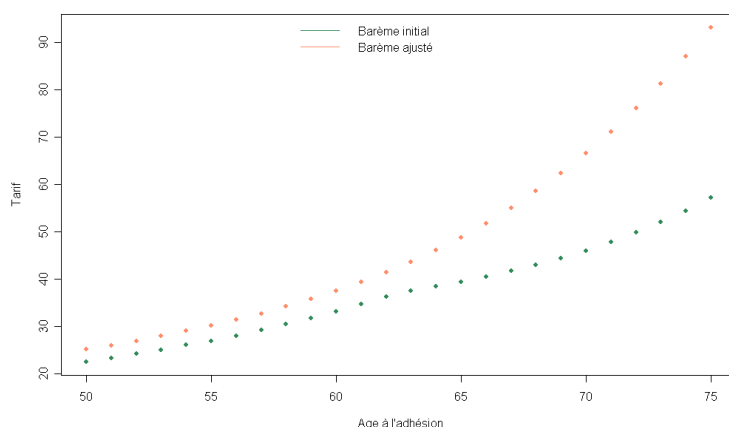


FIG. 5.3 – Tarif de la garantie limitée (pour 1000€ annuel)

5.4 Provisions pour risques croissants

A partir du recalcul du tarif, un nouveau barème de la provision pour risques croissants est déterminé. Le barème utilisé jusqu'à aujourd'hui dans les comptes correspond au barème initial chargé avec un coefficient de 1/0,67 puis majoré par un coefficient 1,5. Ce coefficient de majoration avait été mis en place dès les premières années du contrat suite aux résultats très positifs du compte de mutualisation.

Pour rappel, le montant de provisions à constituer pour une tête d'âge x à l'entrée dans l'assurance est au bout de k années, de :

$$V(x, k) = \pi(x + k) - p_0(x)\ddot{a}_{x+k}^a$$

$\pi(x + k)$ est la prime unique du risque pour une tête d'âge $x + k$

$p_0(x)$ est la prime annuelle pour une tête d'âge x à l'entrée dans l'assurance

$\ddot{a}_{x+k}^a$ est l'annuité viagère payable d'avance pour un valide d'âge $x + k$

Le barème de provisions pour risques croissants recalculé conserve la table de mortalité TV 73-77 comme loi de mortalité des personnes valides mais prend en compte la loi d'incidence et la loi de survie des assurés dépendants estimées à partir des observations du portefeuille.

L'observation des courbes relatives au barème initial de provision pour risques croissants montre que le barème reste croissant sur une longue période (maximum atteint vers les 90 ans de l'assuré) alors que les premières entrées en dépendance arrivent entre 75 et 85 ans. Si l'on conserve ce barème, cela risque d'aboutir à des pertes techniques artificielles car les capitaux constitutifs des nouvelles rentes ne seront pas financés par la reprise du montant de provision pour risques croissants. L'utilisation du nouveau barème permettra un meilleur équilibre technique entre les provisions de primes et les provisions de sinistres.

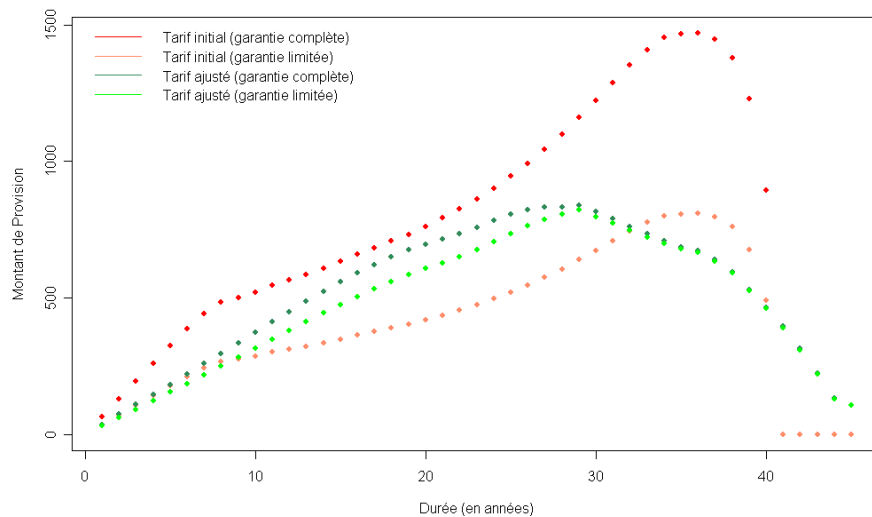


FIG. 5.4 – Barèmes de PRC, souscription à 55 ans (pour 1000€ annuels)

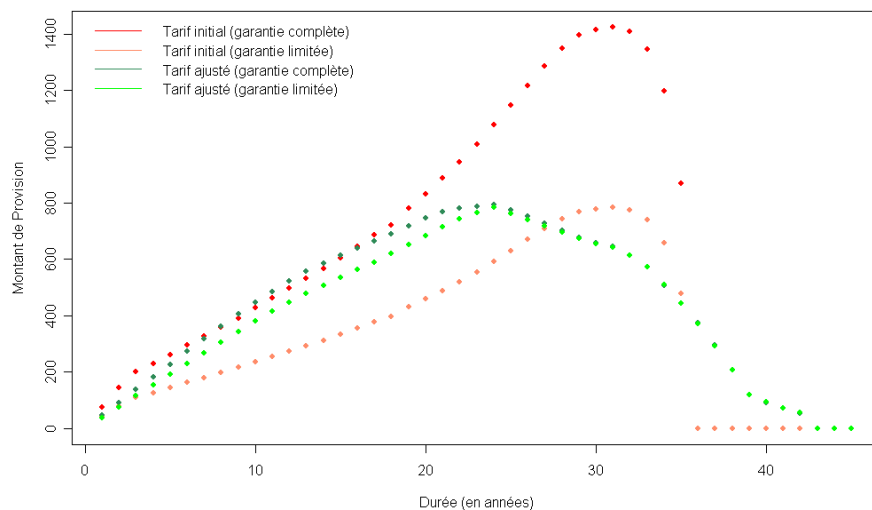


FIG. 5.5 – Barèmes de PRC, souscription à 60 ans (pour 1000€ annuels)

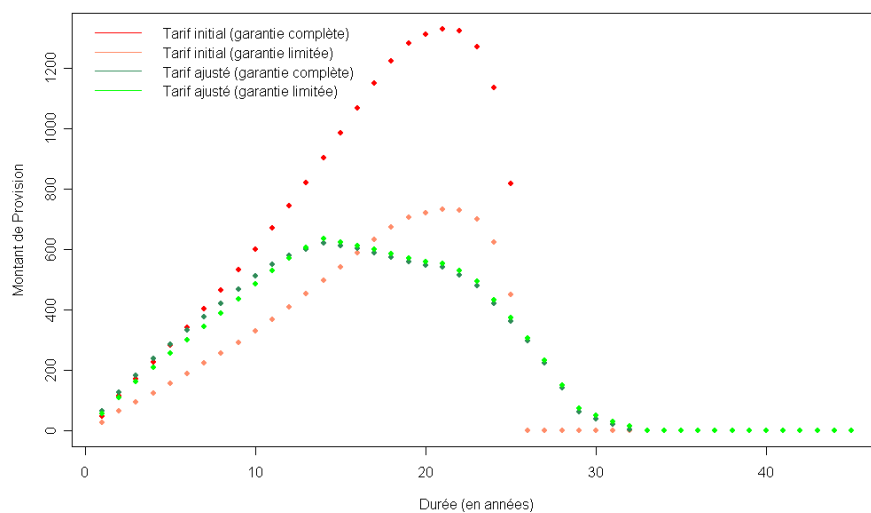


FIG. 5.6 – Barèmes de PRC, souscription à 70 ans (pour 1000€ annuels)

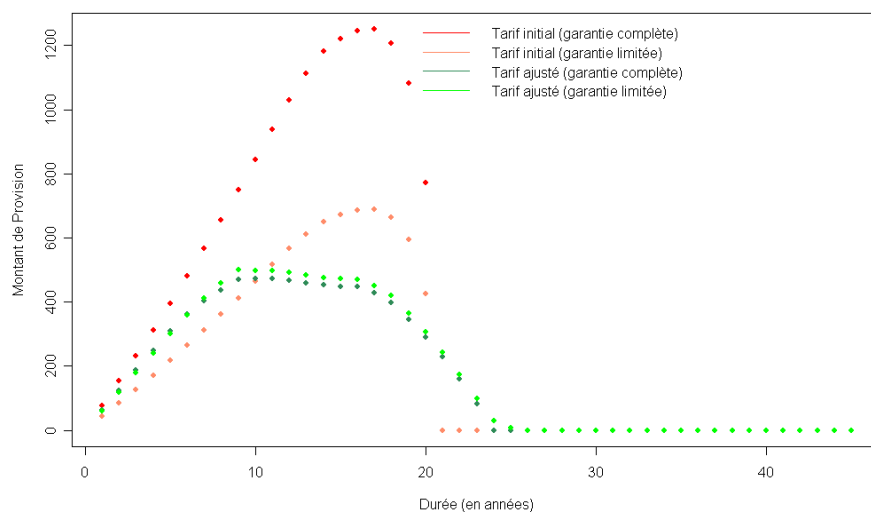


FIG. 5.7 – Barèmes de PRC, souscription à 75 ans (pour 1000€ annuels)

Chapitre 6

Projections du compte de résultats du contrat dépendance

L'objectif de ce chapitre est d'étudier les impacts du changement de barème sur le compte de résultats. Avant d'étudier les conséquences du changement de barèmes, les règles établissant le compte de résultats sont présentées ainsi que le déroulé du compte de mutualisation de 1993 à 2006.

6.1 Compte de résultat 1993-2006

Les divers organismes assureurs ont institué une mutualisation entre les résultats des différents assureurs ayant délivré des contrats types au sein d'un groupement de réassurance mutuelle. Le compte de résultat établi par chaque organisme assureur comporte les éléments suivants :

Au crédit :

- les cotisations payées, nettes de taxes afférentes à l'exercice
- les provisions techniques pour rentes en cours de service calculées au 31 décembre de l'exercice précédent incluant le complément de provisions prélevé sur la provision d'égalisation correspondant à la revalorisation accordée au titre dudit exercice
- les provisions techniques pour risques croissants calculées au 31 décembre de l'exercice précédent, selon la valeur du point du Régime de Retraite des Cadres au 1er janvier de l'exercice inventorié
- la somme reçue au titre de la mutualisation des résultats
- les intérêts financiers
- solde débiteur éventuel (après réassurance)

Au débit :

- les arrérages servis

- les provisions techniques pour rentes en cours de service calculées au 31 décembre de l'exercice (sur la base de la valeur du point du Régime de Retraite des Cadres en début d'exercice)
- les provisions techniques pour risques croissants calculées au 31 décembre de l'exercice sur la base de garanties revalorisées selon la valeur du point du Régime de Retraite des Cadres au 1er janvier de l'exercice suivant
- la somme versée au titre de la mutualisation des résultats
- les frais généraux
- le solde créditeur éventuel (après réassurance)

Produits financiers Les produits financiers s'appliquent à la demi-somme des provisions techniques au 31 décembre de l'exercice précédent et au 31 décembre de l'exercice en cours. Le taux de rémunération est fixé contractuellement à :

$$85\% \frac{(TMO)_5 + (TJJ)_5}{2}$$

TMO est la moyenne arithmétique, pour un exercice donné des taux de rendements à la date du règlement des emprunts garantis par l'état et assimilés, résultant des chiffres établis mensuellement par l'INSEE.

TJJ est la moyenne arithmétique, pour un exercice donné de taux au jour le jour du marché interbancaire publiés par la Banque de France. Les taux $(TMO)_5$ et $(TJJ)_5$ représentent la moyenne des valeurs constatées au cours des exercices successifs depuis la mise en œuvre du contrat, pondérée par l'importance des provisions supplémentaires constituées chaque année. Après une période de cinq ans, cette moyenne pondérée sera effectuée par référence aux cinq derniers exercices (exercice courant et quatre exercices antérieurs).

Frais Les frais généraux sont fixés à 10% du montant des cotisations et 3% du montant des arrérages servis au cours de l'exercice.

Provision pour égalisation 95% du compte créditeur éventuel du compte de résultat sont affectés à titre de participation aux bénéfices à la constitution d'une provision pour égalisation dont le double objet est de :

- financer la revalorisation des prestations versées aux assurés en état de dépendance
- pallier les écarts de sinistralité, afin de stabiliser le taux de cotisation

Cette provision est créditée annuellement d'intérêts financiers à un taux égal à 85% de *TJJ*, *TJJ* représentant la moyenne arithmétique, pour l'exercice considéré des taux au jour le jour du marché interbancaire, publiés par la Banque de France. Sont prélevés chaque année sur cette provision, s'il y a lieu :

- le montant du solde débiteur éventuel du compte de résultat

- le complément de provisions techniques destiné à garantir la majoration annuelle au-delà de niveau déjà atteint au 31 décembre de l'exercice précédent par les rentes en cours de service, compte tenu de l'augmentation de la valeur du point de Régime des Cadres au cours de l'exercice.

Mécanisme de la réassurance Pour un exercice donné, la part de chaque organisme assureur dans les résultats techniques de l'ensemble du Groupement est proportionnelle à sa part dans les primes émises.

Soit, pour un organisme assureur i :

- p_i , le montant des primes, émises au cours de l'exercice,
- u_i , le résultat avant réassurance, c'est-à-dire le solde du compte de résultats avant réassurance comprenant l'ensemble des postes définis à ci-dessus, à l'exception des mouvements de compensation avec le Groupement,
- x_i , la somme payée au Groupement (x_i est positive) ou reçue du Groupement (x_i est négative).

Pour l'ensemble des organismes assureurs, P et U sont respectivement la somme des p_i et u_i . Au terme de l'exercice, l'organisme assureur i verse au Groupement ou reçoit du Groupement la somme x_i telle que :

$$x_i = u_i - U \frac{p_i}{P}$$

	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
Primes (+)	5 923	7 108	7 489	7 961	8 519	8 517	9 577	10 635	10 011	9 618	9 630	9 071	8 795	8 279
Prentes 01/01 (+)	391	696	1 831	2 041	2 461	2 959	4 917	5 097	6 578	8 110	9 709	12 037	11 936	12 739
PRC 01/01 (+)	7 998	12 951	18 372	24 200	29 344	35 880	39 077	45 805	51 816	57 645	63 824	70 270	75 103	81 183
Produits fin (+)	552	841	1 326	1 396	1 534	1 594	1 678	1 884	2 159	2 420	2 501	2 712	2 713	2 720
Arrérages (-)	164	272	542	780	875	1 274	1 675	2 025	2 345	2 880	3 646	4 233	4 517	5 050
Prentes 31/12 (-)	696	1 831	2 041	2 461	2 959	4 917	5 097	6 578	8 110	9 709	12 037	11 975	12 739	13 223
PRC 31/12 (-)	12 951	18 372	24 200	29 344	35 880	39 077	45 805	51 816	57 645	63 824	70 270	75 311	81 183	84 529
Frais (-)	597	719	764	817	874	885	1 001	1 157	1 035	1 040	1 074	1 034	1 012	979
Résultat technique	456	402	1 471	2 196	1 270	2 797	1 671	1 845	1 429	340	-1 363	1 537	-904	1 140
Prov égalisation	432	382	1 399	2 086	1 206	2 658	1 587	1 754	1 358	324	0	1 460	0	1 139
Cumul PE	432	824	2 242	4 381	5 689	8 479	10 262	12 316	14 066	14 824	13 954	15 807	15 282	16 748

FIG. 6.1 – Comptes de mutualisation du contrat Dépendance

6.2 Application des nouveaux barèmes

Les provisions relatives à l'inventaire 2006 ont été calculées avec les nouveaux barèmes de provisions de rentes et de provisions pour risques croissants sur une partie du portefeuille représentative de plus de 50% de la population totale du contrat. Le montant total des provisions calculées avec les nouveaux barèmes augmente de 14,78%. Cette augmentation a été répercutée sur le montant global des provisions du compte de mutualisation 2006 (tous assureurs confondus).

Application des nouveaux barèmes sur le compte de résultats 2006

		Barèmes origine	Barèmes ajustés
Primes	(+)	8,28	8,28
Prentes 01/01	(+)	12,74	12,74
PRC 01/01	(+)	81,18	81,18
Produits financiers	(+)	2,72	2,94
Arrérages	(-)	5,05	5,05
Provision de rentes et PRC 31/12	(-)	97,75	112,20
Provision de rentes en attente 31/12	(-)		1,23
Frais	(-)	0,98	0,98
Résultat technique		1,14	-14,32

L'application des nouveaux barèmes aux comptes de mutualisation 2006 entraînerait une perte technique importante. Cette perte s'explique par la modification du barème des rentes en cours qui multiplie par 2,5 le montant des provisions. Le nouveau barème de provisions pour risques croissants entraîne au contraire une diminution d'environ 5% du montant des provisions.

Afin de valider que le changement de barème permet de conserver des comptes équilibrés, le compte de résultat est projeté sur plusieurs années.

6.3 Projections 2008 - 2013 avec les nouveaux barèmes

Le compte de résultats est projeté sur une partie du portefeuille, représentative de 50% de la population assurée, à partir de l'exercice 2007 jusqu'en 2013.

Hypothèses prises pour le groupe des cotisants

- La population de départ est celle des cotisants connus tête par tête vivants au 31/12/2006 (âge moyen à l'adhésion 65 ans)
- Montant des primes : barème 2006 par garantie
- La loi d'entrée en dépendance utilisée est celle déterminée à partir des données du portefeuille en fonction de la garantie
- La loi de survie des assurés valides est la loi TV 73-77 corrigée par la loi d'entrée en dépendance déterminée à partir des données du portefeuille.
- Le taux de revalorisation des primes et provisions et les produits financiers sont constants au cours du temps
- Les provisions pour risques croissants sont calculées avec les nouveaux barèmes (taux technique 0%, table TV 73-77)

Hypothèses prises pour le groupe des rentiers

- la population de départ est celle des rentiers connus tête par tête vivants au 31/12/2006 pour les comptes 2006 et ceux vivants au 31/12/2007 pour les comptes 2007
- La loi de survie des assurés dépendants diffère selon l'âge d'entrée en dépendance. Pour les assurés entrant en dépendance avant 85 ans, nous utilisons la loi ajustée aux données du portefeuille. Par contre, pour les assurés entrant en dépendance à 85 ans ou plus tard, la loi de survie d'origine est conservée. Les barèmes utilisés pour le calcul des provisions de rentes en cours suivent la même distinction (taux technique 0%).
- Seules les provisions pour rentes en cours sont constituées.
- Le taux de revalorisation des arrérages et provisions de rentes et les produits financiers sont constants au cours du temps.
- Pour les rentes nées à partir de 2008, les capitaux constitutifs, le montant des rentes servis et les provisions sont déterminés à partir des flux probables de paiement de rentes. Le nombre de nouveaux rentiers est déterminé à partir de la loi d'incidence sur la population de cotisants. La prestation moyenne mensuelle versée est de 500 € pour les assurés ayant souscrit la garantie complète, 624 € pour ceux ayant souscrit la garantie limitée. Ces montants correspondent au montant moyen déterminé sur les cotisants de la partie du portefeuille étudiée.
- Les aggravations de l'état de dépendance ne sont pas prises en compte.

	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
(+) Primes	5 586	4 822	4 380	3 950	3 537	3 145	2 776
(+) PM rentes Base 01/01	21 709	23 004	23 168	23 204	23 246	22 548	21 914
(+) PRC Base 01/01	45 478	44 224	43 012	41 348	39 339	37 051	34 561
(-) Arrérages	4 101	4 233	4 376	4 225	4 822	4 595	4 585
(-) Frais	682	609	569	522	498	452	415
(-) PM rentes Base 31/12	23 004	23 168	23 204	23 246	22 548	21 914	21 109
(-) PRC Base 31/12	44 224	43 012	41 348	39 339	37 051	34 561	31 946
Résultat technique (A)	762	1 028	1 061	1 171	1 203	1 222	1 196
Produits financiers (B)	1 680	1 668	1 634	1 589	1 527	1 451	1 369
Résultat du contrat (A+B)	2 442	2 696	2 696	2 761	2 730	2 673	2 565
Dotations à la provision pour égalisation	2 320	2 561	2 561	2 623	2 594	2 539	2 437

FIG. 6.2 – Projection du compte de mutualisation sur les années 2007-2013
(taux de revalorisation de 0%, 2,5% de produits financiers)

	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
(+) Primes	5 586	4 822	4 380	3 950	3 537	3 145	2 776
(+) PM rentes Base 01/01	21 709	23 004	23 168	23 204	23 246	22 548	21 914
(+) PRC Base 01/01	45 478	44 224	43 012	41 348	39 339	37 051	34 561
(-) Arrérages	4 101	4 233	4 376	4 225	4 822	4 595	4 585
(-) Frais	682	609	569	522	498	452	415
(-) PM rentes Base 31/12	23 004	23 168	23 204	23 246	22 548	21 914	21 109
(-) PRC Base 31/12	44 224	43 012	41 348	39 339	37 051	34 561	31 946
Résultat technique	762	1 028	1 061	1 171	1 203	1 222	1 196
(+) Revalorisation des primes	84	146	200	242	273	294	305
(+) produits financiers	1 693	1 743	1 758	1 759	1 738	1 698	1 647
(-) Revalorisation des arrérages	62	128	200	259	373	429	504
(-) Frais	10	18	26	32	39	42	46
(-) Charge provisions	1 008	992	948	892	766	671	551
Résultat fond de revalorisation	696	750	784	818	835	849	852

FIG. 6.3 – Projection du compte de mutualisation sur les années 2007-2013
(taux de revalorisation de 1,5%, 2,5% de produits financiers)

La projection s'est limitée à 7 années pour conserver des hypothèses sur les cotisants et les dépendants cohérentes. A partir de 2013, la population des nouveaux dépendants est constituée en grande majorité (quasiment les 2/3) de personnes âgées de plus de 85 ans. Or, il s'agit d'une population dont l'entrée en dépendance et la survie n'ont pu être étudiées. Prolonger la projection au-delà de 2013 n'aurait pas apporter d'éléments solides.

Le déroulé de la projection sans revalorisation montre que le contrat reste à l'équilibre malgré la baisse du montant des primes et l'augmentation du nombre de rentiers. Le résultat technique est bénéficiaire sur les 7 années de projection.

Ce résultat technique s'explique d'une part parce que le montant de primes encaissées (calculées au tarif d'origine) est supérieur au montant des primes théoriques calculées avec la table TV 73-77. D'autre part, l'espérance de vie résiduelle calculée avec le barème des rentes en cours pour les assurés entrant en dépendance après 85 ans est inférieur à l'espérance de vie prise en compte dans l'établissement des barèmes ajustés de PRC. L'alimentation de la provision pour égalisation à 95% du résultat technique permet d'assurer une sécurité avant un éventuel changement de barème pour les assurés entrant en dépendance après 85 ans.

Pour le compte projeté en intégrant une revalorisation, la revalorisation des prestations et des provisions a été isolée dans un fond de revalorisation. Les produits financiers dégagés sont suffisants pour financer une revalorisation des prestations et des provisions de 1,5%. Par contre, une revalorisation supérieure au taux de rendement des produits financiers ne pourrait pas être financée uniquement sur les produits financiers mais également à partir de la provision pour égalisation.

6.4 Tests de sensibilité sur les nouveaux barèmes

Ces tests se limitent aux risques techniques et n'intègrent pas les risques financiers. Le risque dépendance est un risque non vie, basé principalement sur les différentes lois de mortalité et de maintien. De plus, le taux technique du contrat étant fixé à zéro, les produits financiers assure théoriquement la revalorisation des prestations sous entendu que le tarif et les provisions sont suffisants. Nous n'aborderons pas dans les calculs qui suivent la problématique de la revalorisation des prestations.

Les données disponibles sur les assurés cotisants ont été moins nombreuses et complètes que celles sur les assurés dépendants. Ainsi, les résultats qui s'y rattachent sont plus sujets à discussion. Les tests de sensibilité vont se focaliser sur le risque de longévité des assurés cotisants et sur le risque d'entrée en dépendance.

6.4.1 Test de sensibilité sur le risque de longévité

La sensibilité sur le risque de longévité des cotisants a été choisie pour deux raisons :

- d'une part, la mortalité des cotisants du contrat dépendance du BCAC n'a pas pu être appréciée faute de données. L'actualisation des barèmes s'est appuyée sur la table de mortalité TV 73-77 basée sur la population française générale, table utilisée pour la construction des barèmes à l'origine.
- d'autre part, l'hypothèse d'un phénomène d'anti-sélection similaire à celui qui existe sur les rentes viagères ne semble pas incohérent. Les personnes se sachant les plus exposées au risque de dépendance, voire déjà dépendantes, auront plus tendance à souscrire que les autres. La sélection médicale à l'adhésion n'était pas systématique. Elle avait lieu uniquement lorsque au moins une réponse parmi les 5 questions posées sur l'état de santé était positive. Ces questions évaluaient l'état de santé général mais aucune question précise évaluait par exemple des problèmes de mémoire ou des difficultés déjà existantes dans la vie quotidienne. Il était quasi-impossible de détecter à l'adhésion les prémices d'une pathologie invalidante.

Le barème de Provisions pour risques croissants a été recalculé en modifiant la table de mortalité des assurés valides. Deux tables ont été choisies :

- la table TV 88-90
- la table AGIRC instantanée féminine 1992, choix justifiée par le fait que la population assurée est principalement une population de cadres. Les tables instantanées AGIRC ont été réalisées à partir d'observations du fichier central des allocataires entre 1981 et 1991.

Application des nouveaux barèmes sur le compte de résultats 2006

		Barème origine	Barème TV 88-90	Barème Table AGIRC
Primes	(+)	8,28	8,28	8,28
Prentes 01/01	(+)	12,74	12,74	12,74
PRC 01/01	(+)	81,18	81,18	81,18
Produits financiers	(+)	2,72	3,18	3,39
Arrérages	(-)	5,05	5,05	5,05
Provisions de rentes et PRC 31/12	(-)	97,75	130,05	144,81
Frais	(-)	0,98	0,98	0,98
Résultat technique		1,14	-30,70	-45,25

Les tarifs et barèmes de provisions pour risques croissants déterminés à partir des tables TV 88-90 et AGIRC sont supérieurs aux tarifs et barèmes initiaux. L'application de ces nouveaux barèmes entraînerait une perte supérieure à celle estimée avec l'application des nouveaux barèmes calculés avec la table TV 73-77.

La projection du compte de résultats avec le barème utilisant la TV 88-90 ne montre cependant pas de perte. Cette situation s'explique principalement par deux raisons. D'une part, le barème des rentes en cours non modifié pour les assurés entrant en dépendance après 85 ans prend en compte une survie inférieure à celle utilisée pour le barème de provisions pour risques croissants. D'autre part, la survie des valides étant meilleure avec la table TV 88-90, le montant de primes reçues est supérieur à la première projection.

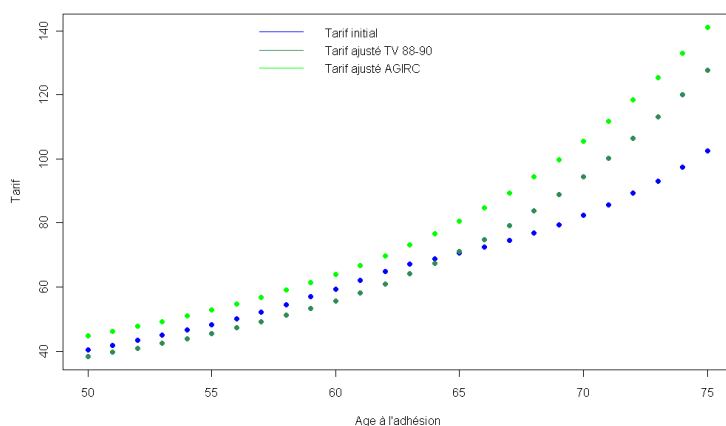


FIG. 6.4 – Comparaison des tarifs de la garantie complète (pour 1000€ annuels)

	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
(+) Primes	5 586	5 006	4 636	4 263	3 893	3 529	3 176
(+) PM rentes Base 01/01	21 709	23 004	23 215	23 373	23 590	23 105	22 702
(+) PRC Base 01/01	56 072	55 399	54 739	53 454	51 651	49 406	46 800
(-) Arrérages	4 101	4 236	4 399	4 283	4 928	4 756	4 808
(-) Frais	682	628	596	555	537	496	462
(-) PM rentes Base 31/12	23 004	23 215	23 373	23 590	23 105	22 702	22 135
(-) PRC Base 31/12	55 399	54 739	53 454	51 651	49 406	46 800	43 914
Résultat technique (A)	181	592	768	1 010	1 158	1 286	1 359
Produits financiers (B)	1 952	1 954	1 935	1 901	1 847	1 775	1 694
Résultat du contrat (A+B)	2 133	2 546	2 703	2 911	3 005	3 061	3 053
Dotation à la provision pour égalisation	2 026	2 419	2 568	2 765	2 855	2 908	2 901

FIG. 6.5 – Projection du compte de mutualisation sur les années 2007-2013
(barème TV 88-90, taux de revalorisation de 0%, 2,5% de produits financiers)

6.4.2 Test de sensibilité sur le risque d'entrée en dépendance

La loi d'entrée en dépendance utilisée pour la construction du nouveau barème de provisions pour risques croissant a été déterminée à partir d'un échantillon du portefeuille. Cette loi est différente à la fois de la loi du tarif d'origine mais aussi de la loi japonaise, loi basée sur diverses études réalisées au Japon dans les années 80.

Le tarif et les barèmes de Provisions pour risques croissants ont été recalculés :

- en utilisant la loi japonaise d'entrée en dépendance (table de mortalité des valides TV 73-77)
- en augmentant l'incidence déterminée sur le portefeuille de 10% pour les assurés de plus de 80 ans et utilisant la table TF 00-02 pour la mortalité des valides

Application des nouveaux barèmes sur le compte de résultats 2006

		Barème actuel	Barème loi japonaise	Barème inc +10% TF 00-02
Primes	(+)	8,28	8,28	8,28
Prentes 01/01	(+)	12,74	12,74	12,74
PRC 01/01	(+)	81,18	81,18	81,18
Produits financiers	(+)	2,72	3,17	3,52
Arrérages	(-)	5,05	5,05	5,05
Provisions de rentes et PRC 31/12	(-)	97,75	129,16	154,32
Frais	(-)	0,98	0,98	0,98
Résultat technique		1,14	-29,82	-54,63

L'application du barème calculé avec la loi d'incidence japonaise entraînerait une perte importante, comparable aux pertes estimées avec l'utilisation du barème calculé avec la table TV 88-90. Par contre, le changement, à la fois de la table de mortalité (TF 00-02) et de la loi d'incidence augmente de manière significative le montant des provisions à constituer (près de 58% de majoration).

La projection du compte de résultats ne sera pas présentée car les tarifs recalculés sont très supérieurs au tarif appliqué aujourd'hui. Ayant pris comme hypothèse que les primes encaissées correspondaient au tarif existant, le compte de résultats projeté devient alors complètement déséquilibré.

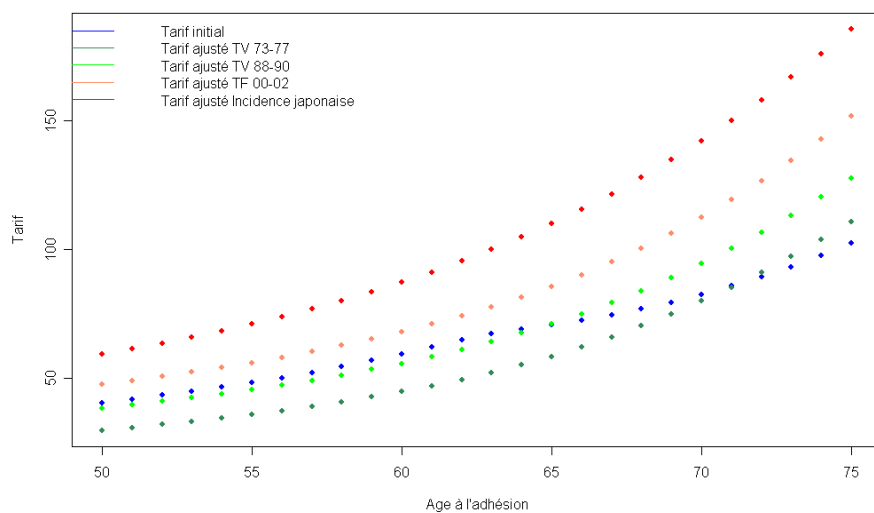


FIG. 6.6 – Comparaison des tarifs de la garantie complète (pour 1000€ annuels)

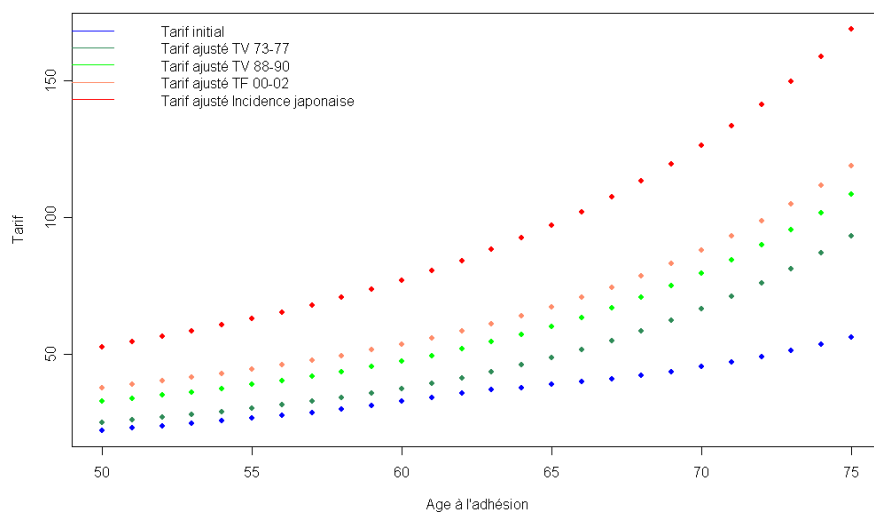


FIG. 6.7 – Comparaison des tarifs de la garantie limitée (pour 1000€ annuels)

La projection du compte de résultats est cependant utile car elle fournit le nombre d'assurés dépendants. Ce nombre peut être comparé aux projections effectuées avec les différents barèmes ainsi qu'avec le nombre de personnes dépendantes présentes dans notre base Sinistres.

	2006	2007	2008	2009	2010
Base Sinistres du BCAC	150	172	214	ND	ND
TV 73-77	ND	171	179	185	188
TV 88-90	ND	171	184	195	203
Tables AGIRC	ND	176	193	208	221
TF 00-02 (inc+10%)	ND	185	202	217	230
Incidence Japonaise	ND	382	377	367	352

Proportion des assurés de plus de 85 ans entrant en dépendance

	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
Sinistres BCAC	39,11 %	49,27 %	56,25 %	ND	ND	ND	ND
Barème TV 73-77	41,03 %	48,12 %	54,18 %	56,83 %	59,82 %	62,31 %	64,16 %
Barème TV 88-90	41,03 %	48,47 %	54,89 %	57,89 %	61,22 %	64,03 %	66,16 %
Barème TF 00-02	41,82 %	49,43 %	56,05 %	59,19 %	62,66 %	65,59 %	67,86 %

La modification de la loi de mortalité des assurés cotisants ou de la loi d'entrée en dépendance a un impact important sur le barème de provisions pour risques croissants ainsi que sur le nombre de nouveaux dépendants.

L'utilisation du barème ajusté avec la table TF 00-02 serait le choix le plus prudent au vu du manque de connaissances sur les cotisants présents dans le portefeuille. En 2008, le nombre d'assurés entrant en dépendance est supérieur à celui calculé à partir du barème utilisant la table TF 00-02. Il est possible que la mortalité des cotisants soit sur-estimée ou que les taux d'entrée en dépendance soient supérieurs à la loi déterminée sur un échantillon du portefeuille. Une étude plus complète sur les cotisants aurait certainement levé les incertitudes.

En pratique, le changement de barèmes va permettre d'assurer un meilleur équilibre entre les provisions de primes et les provisions de sinistres. L'application du nouveau barème de provisions de rentes en cours et du barème de provisions pour risques croissants calculé avec la table TV 73-77 ne sont qu'une première étape. Une étude ultérieure devra valider l'opportunité de changement de tarif et du barème de provisions pour risques croissants associé.

Conclusion

Vingt ans après la création du contrat du BCAC, la connaissance du risque dépendance reste incomplète. Ce mémoire a confronté les études initiales aux données disponibles du portefeuille afin d'examiner le niveau des provisions techniques du contrat. Les données sur les personnes dépendantes ont été suffisantes pour fournir de nouveaux barèmes de provisions de rentes en cours. Par contre, les données sur les cotisants ont été trop frustrées pour valider complètement de nouveaux barèmes de provisions pour risques croissants et un changement de tarif.

Les observations sur les assurés dépendants du portefeuille sont conformes aux études existantes. Les femmes dépendantes sont plus nombreuses que les hommes. Elles survivent plus longtemps et souffrent davantage de démences. Il a été également mis en évidence que la dépendance lourde diminue la survie. Sur la tranche d'âge d'entrée en dépendance 75-85 ans, l'âge n'apparaît pas comme un facteur discriminant de la survie. Par contre, la pathologie est intimement liée à la survie. Pour les assurés entrés en dépendance après 85 ans, les données sont pour le moment en nombre insuffisant pour décrire précisément la survie. L'application d'un modèle de Cox a confirmé que les femmes ont une meilleure survie alors que la dépendance totale aggrave le risque de décès.

Le barème de provisions de rentes basé sur l'ancienneté en dépendance a été ajusté. Ce barème est représentatif des rentiers présents dans le portefeuille, c'est à dire des assurés entrés en dépendance avant 85 ans. Pour les assurés entrés en dépendance après 85 ans, le barème initial a été conservé dans l'attente de posséder suffisamment de données pour effectuer une analyse de survie. La création de barèmes par sexe et par niveaux de dépendance n'a pas été choisie car, du fait du fonctionnement en co-réassurance, ces changements auraient été trop complexes à mettre en œuvre.

L'application d'un modèle de Markov indique que les probabilités d'aggravation de l'état de dépendance sont maximales 4 ans après l'entrée en dépendance. Le sexe et le type de pathologie influent également sur les processus

d'aggravation. Un barème de provisions de rentes en attente a été déterminé sur les assurés déclarés dépendants afin de provisionner l'augmentation du niveau d'indemnisation lors de l'aggravation du niveau de dépendance. La modélisation est restée cependant fruste car il n'a pas été possible de relier toute la population des cotisants aux personnes dépendantes.

La seconde partie du mémoire s'est intéressée à l'étude sur les cotisants. Contrairement aux données sinistres, les données sur les cotisants n'ont pas pu être consolidées depuis l'origine du contrat et sur la majeure partie du portefeuille. Les nouveaux barèmes de provisions pour risques croissants ont été constitués à partir de 2 hypothèses fortes :

- d'une part, la mortalité des cotisants a été déterminée avec la table d'origine du contrat, c'est à dire la TV 73 77
- d'autre part, les taux d'incidence ont été estimés à partir des taux d'entrée d'une fraction du portefeuille observés sur la période 2001-2007

Le compte de mutualisation a été projeté avec les nouveaux barèmes de 2006 à 2013 afin d'évaluer, d'une part le coût du changement de barème et d'autre part de valider le retour à l'équilibre du compte de résultats. Les incertitudes sur les données des cotisants ont conduit à tester la sensibilité des barèmes sur la mortalité des personnes valides et sur les taux d'incidence. Les tests de sensibilité ont montré que ces lois avaient une influence importante sur les barèmes de PRC et donc sur le résultat du contrat.

Le choix de la table TV 73-77 comme table représentative de la mortalité des valides a été remis en question. L'utilisation de la table TF 00-02 dans la construction des barèmes de provisions pour risques croissants serait un choix plus prudent. Le phénomène d'antisélection serait en partie responsable de la bonne survie des personnes valides. Des travaux complémentaires sont nécessaires pour fournir des barèmes de provisionnement des risques croissants plus représentatif du risque porté par notre portefeuille. Cette étude a également montré l'importance de suivre les portefeuilles de cotisants et de sinistres afin de baser les études sur des données suffisantes et fiables.

L'utilisation de nouveaux barèmes permettra un meilleur équilibre technique entre les provisions de primes et les provisions sur les rentes. C'est une première étape dans le réajustement de l'équilibre technique du contrat. La suite de l'étude devra également prendre en compte l'arrivée des nouvelles règles prudentielles lors de l'application de Solvabilité 2.

Bibliographie

- [1] Colin, Coutton. *Le nombre de personnes âgées dépendantes d'après l'enquête handicaps/incapacités/dépendance*. Drees Etudes et résultats;2000 ; n° 94
- [2] Michel Duée, Cyril Rebillard. *La dépendance des personnes âgées : une projection en 2040*. Donnée sociales - La société Française ; 2006
- [3] Carol Jagger et al. *Compression or Expansion of Disability ? Forecasting future disability levels under changing patterns of diseases*. figures for England and Wales ; 2006
- [4] Drees *L'allocation personnalisée d'autonomie et la prestation de compensation du handicap au 30 juin 2009*. Etudes et résultats ; novembre 2009 ; n° 710
- [5] Alain Vasselle. *Rapport d'information du sénat sur la prise en charge de la dépendance et la création du cinquième risque*. 2008
- [6] Etienne GRASS. *Perspectives financières de la dépendance des personnes âgées à l'horizon 2025 : prévisions et marges de choix Rapport à Monsieur Philippe Bas*. 2007
- [7] Barbeger-Gateau P, Pérès K, Letenneur L. *Résultats PAQUID*. 2004 [http ://www.isped.u-bordeaux2.fr/RECHERCHE/paquid/2004/ResultatsPAQUID.pdf](http://www.isped.u-bordeaux2.fr/RECHERCHE/paquid/2004/ResultatsPAQUID.pdf)
- [8] Kaplan E.L, Meier P. *Non parametric estimation from incomplete observation*. Journal of the American Statistical Association ; 1958 ; 53, 457-481
- [9] Planchet Frédéric. *Statistiques des modèles non paramétriques*. Cours ISFA ; 2008
- [10] Ihaka R. et Gentleman R. *R : a language for data analysis and graphics*. Journal of Computational and Graphical Statistics 5 ; 1996 ; 299-314
- [11] Terry Therneau, Thomas Lumley. *The survival Package*. 2008 ; [http ://cran.r-project.org/web/packages/survival/survival.pdf](http://cran.r-project.org/web/packages/survival/survival.pdf)
- [12] Helmer C, Joly P, Letenneur L, Commenges D, Dartgues J. *Mortality with dementia : result from a french prospective community-based cohort*. AM J Epidemiol ; 2001 ; 154 :642-648

- [13] Larson EB, Shadlen MF, Wang L et al. *Survival after initial diagnosis of Alzheimer disease*. Ann Intern Med ; 2004 ; 140 ; 501-509
- [14] John Fox. *Cox proportional-Hazards Regression for Survival Data*. Appendix to An R and S-PLUS companion to Applied Regression ; 2002
[http ://cran.r-project.org/doc/contrib/Fox-Companion/appendix-cox-regression.pdf](http://cran.r-project.org/doc/contrib/Fox-Companion/appendix-cox-regression.pdf)
- [15] David G.Kleinbaum, Mitchel Klein. *Survival Analysis A self learning*. Text Second Edition Springer ;2005.
- [16] W.S. Cleveland, E. Grosse and W.M. Shyu. *Local regression models*. Chapter 8 of Statistical Models in S eds J.M. Chambers and T.J. Hastie, Wadsworth Brooks/Cole ; 1992
- [17] Christophe Jackson. *Multi-state modelling with R : the msm package*. 2007 ; [http ://cran.r-project.org/web/packages/msm/msm.pdf](http://cran.r-project.org/web/packages/msm/msm.pdf)

Autres éléments de bibliographie

- Claudia Czado, Florian Rudolph. *Application of Survival Analysis Methods to Long Term Care Insurance Insurance*. Mathematics and Economics ; 2002 ; 31, issue 3, 395-413
- Terry Therneau. *A package for Survival Analysis en S*. Mayo Foundation ; 1999 ;
<http://mayoresearch.mayo.edu/mayo/research/biostat/upload/tr53.pdf>
- Barbeger-Gateau P, Pérès K, Lagalaye L, Nikulin, Andrieu S, Alioum A. *Démence et perte d'autonomie fonctionnelle du sujet âgé*. Revue médicale de l'assurance maladie ; 2005 ; volume 36 n1
- Didier Weckner, Frédéric Moulin. *L'assurance dépendance des personnes âgées*. Mémoire CEA ; 1994
- Annie Clerte, Ariette Levy-Willard, Jean-Yves Foucat. *Assurance vie et Cancer*. Mémoire CEA ; 1985
- Pierre VALADE. *Application des chaînes de Markov à la tarification en dépendance ou en Incapacité/invalidité*. Mémoire ISUP ; 2001
- Gilles Bénéplanc, Sébastien Nouet, Manuel Plisson, Lucie Taleyson, Pierre-Yves Le Corre, Gérard Doukhan et al. *La dépendance : le débat*. Revue Risques ; décembre 2007 ; 21-55
- Catherine Hill, Catherine Com-Nougué, Andrew Kramar, Thierry Moreau, John O'Quigley, Rachid Senoussi et Claude Chastang. *Analyse statistique des données de survie*. Medecine-Science Flammarion ; 2002
- Jean-Marie Le Goff, Yannic Forney. *Estimations non-paramétriques avec SPSS, méthode de Kaplan-Meier et méthode actuarielle*. Centre lémanique d'analyse des parcours et modes de vie ; Universités de Lausanne et Genève ; 2003

Annexe A

Stock des personnes dépendantes

Stock des personnes dépendantes observées par niveau au cours du temps
(en nombre, puis en pourcentage)

Temps	DNI	Niveau 1	Niveau 2	Niveau 3	Décès	Total
0	185	478	341	784	1	1789
365	130	331	236	608	315	1620
730	84	221	173	511	453	1442
1095	59	158	121	406	548	1292
1460	44	118	89	306	618	1175
1825	32	84	64	230	661	1071
2190	19	58	48	173	700	998
2555	13	40	33	130	717	933
2920	12	31	22	95	732	892
3285	5	19	18	63	748	853
3650	1	15	14	50	755	835
4015	1	7	12	33	759	812
4380	0	5	11	22	760	798
4745	0	4	7	9	761	781
5110	0	2	5	4	761	772
5475	0	1	5	0	762	768
5840	0	0	1	0	762	763

Temps	DNI	Niveau 1	Niveau 2	Niveau 3	Décès	Total
0	10,34	26,72	19,06	43,82	0,06	100
365	8,02	20,43	14,57	37,53	19,44	100
730	5,83	15,33	12	35,44	31,41	100
1095	4,57	12,23	9,37	31,42	42,41	100
1460	3,74	10,04	7,57	26,04	52,6	100
1825	2,99	7,84	5,98	21,48	61,72	100
2190	1,9	5,81	4,81	17,33	70,14	100
2555	1,39	4,29	3,54	13,93	76,85	100
2920	1,35	3,48	2,47	10,65	82,06	100
3285	0,59	2,23	2,11	7,39	87,69	100
3650	0,12	1,8	1,68	5,99	90,42	100
4015	0,12	0,86	1,48	4,06	93,47	100
4380	0	0,63	1,38	2,76	95,24	100
4745	0	0,51	0,9	1,15	97,44	100
5110	0	0,26	0,65	0,52	98,58	100
5475	0	0,13	0,65	0	99,22	100
5840	0	0	0,13	0	99,87	100

Stock des personnes dépendantes estimées par la fonction prevalence du package msm (en nombre, puis en pourcentage)

Temps	DNI	Niveau 1	Niveau 2	Niveau 3	Décès	Total
0	185	478	341	784	1	1789
365	96,96	315,92	260,24	664,72	282,16	1620
730	49,95	203,69	188,58	535,88	463,9	1442
1095	25,91	131,4	134,33	424,52	575,84	1292
1460	13,64	85,65	95,48	335,17	645,06	1175
1825	7,19	55,74	67,16	261,46	679,45	1071
2190	3,88	36,98	47,81	206,13	703,19	998
2555	2,1	24,56	33,88	161,51	710,95	933
2920	1,16	16,64	24,4	128,41	721,39	892
3285	0,64	11,27	17,48	101,44	722,17	853
3650	0,36	7,8	12,77	81,57	732,5	835
4015	0,21	5,36	9,23	64,85	732,37	812
4380	0,12	3,71	6,72	51,88	735,58	798
4745	0,07	2,56	4,86	41,18	732,34	781
5110	0,04	1,79	3,54	32,91	733,73	772
5475	0,02	1,25	2,59	26,39	737,75	768
5840	0,01	0,88	1,89	21,09	739,14	763

Temps	DNI	Niveau 1	Niveau 2	Niveau 3	Décès	Total
0	10,34	26,72	19,06	43,82	0,06	100
365	5,99	19,5	16,06	41,03	17,42	100
730	3,46	14,13	13,08	37,16	32,17	100
1095	2,01	10,17	10,4	32,86	44,57	100
1460	1,16	7,29	8,13	28,53	54,9	100
1825	0,67	5,2	6,27	24,41	63,44	100
2190	0,39	3,71	4,79	20,65	70,46	100
2555	0,23	2,63	3,63	17,31	76,2	100
2920	0,13	1,87	2,74	14,4	80,87	100
3285	0,08	1,32	2,05	11,89	84,66	100
3650	0,04	0,93	1,53	9,77	87,72	100
4015	0,03	0,66	1,14	7,99	90,19	100
4380	0,01	0,47	0,84	6,5	92,18	100
4745	0,01	0,33	0,62	5,27	93,77	100
5110	0	0,23	0,46	4,26	95,04	100
5475	0	0,16	0,34	3,44	96,06	100
5840	0	0,11	0,25	2,76	96,87	100

Annexe B

Matrices de probabilité de transitions

T= 0		DNI	Niveau 1	Niveau 2	Niveau 3	Décès
	DNI	100%	0%	0%	0%	0%
	Niveau 1	0%	100%	0%	0%	0%
	Niveau 2	0%	0%	100%	0%	0%
	Niveau 3	0%	0%	0%	100%	0%
	Décès	0%	0%	0%	0%	100%

T= 3 mois		DNI	Niveau 1	Niveau 2	Niveau 3	Décès
	DNI	87,39%	2,4%	3,56%	3,42%	3,23%
	Niveau 1	0%	91,68%	1,84%	3,21%	3,26%
	Niveau 2	0%	0%	91,74%	4,05%	4,21%
	Niveau 3	0%	0%	0%	94,24%	5,76%
	Décès	0%	0%	0%	0%	100%

T= 6 mois		DNI	Niveau 1	Niveau 2	Niveau 3	Décès
	DNI	76,02%	4,35%	6,51%	6,52%	6,59%
	Niveau 1	0%	83,8%	3,43%	6,14%	6,63%
	Niveau 2	0%	0%	83,93%	7,63%	8,44%
	Niveau 3	0%	0%	0%	88,63%	11,37%
	Décès	0%	0%	0%	0%	100%

T= 1 an		DNI	Niveau 1	Niveau 2	Niveau 3	Décès
	DNI	57,88%	6,94%	10,55%	11,48%	13,15%
	Niveau 1	0%	70,3%	5,74%	10,83%	13,14%
	Niveau 2	0%	0%	70,51%	13,14%	16,35%
	Niveau 3	0%	0%	0%	78,61%	21,39%
	Décès	0%	0%	0%	0%	100%

T= 18 mois		DNI	Niveau 1	Niveau 2	Niveau 3	Décès
	DNI	44%	8,34%	12,86%	15,18%	19,62%
	Niveau 1	0%	58,91%	7,23%	14,35%	19,51%
	Niveau 2	0%	0%	59,18%	17,03%	23,79%
	Niveau 3	0%	0%	0%	69,67%	30,33%
	Décès	0%	0%	0%	0%	100%

T= 2 ans		DNI	Niveau 1	Niveau 2	Niveau 3	Décès
	DNI	33,5%	8,9%	13,95%	17,8%	25,85%
	Niveau 1	0%	49,42%	8,08%	16,87%	25,62%
	Niveau 2	0%	0%	49,71%	19,6%	30,69%
	Niveau 3	0%	0%	0%	61,79%	38,21%
	Décès	0%	0%	0%	0%	100%

T= 2,5 ans		DNI	Niveau 1	Niveau 2	Niveau 3	Décès
	DNI	25,47%	8,92%	14,19%	19,57%	31,85%
	Niveau 1	0%	41,42%	8,48%	18,61%	31,5%
	Niveau 2	0%	0%	41,73%	21,16%	37,11%
	Niveau 3	0%	0%	0%	54,76%	45,24%
	Décès	0%	0%	0%	0%	100%

T= 3 ans		DNI	Niveau 1	Niveau 2	Niveau 3	Décès
	DNI	19,39%	8,58%	13,88%	20,63%	37,51%
	Niveau 1	0%	34,74%	8,53%	19,68%	37,05%
	Niveau 2	0%	0%	35,05%	21,94%	43,01%
	Niveau 3	0%	0%	0%	48,57%	51,43%
	Décès	0%	0%	0%	0%	100%

T= 3,5 ans		DNI	Niveau 1	Niveau 2	Niveau 3	Décès
	DNI	14,74%	8,04%	13,21%	21,14%	42,88%
	Niveau 1	0%	29,12%	8,35%	20,22%	42,31%
	Niveau 2	0%	0%	29,42%	22,12%	48,46%
	Niveau 3	0%	0%	0%	43,05%	56,95%
	Décès	0%	0%	0%	0%	100%

T= 4 ans		DNI	Niveau 1	Niveau 2	Niveau 3	Décès
	DNI	11,22%	7,38%	12,32%	21,2%	47,87%
	Niveau 1	0%	24,42%	8,01%	20,35%	47,22%
	Niveau 2	0%	0%	24,72%	21,85%	53,43%
	Niveau 3	0%	0%	0%	38,18%	61,82%
	Décès	0%	0%	0%	0%	100%

T= 5 ans		DNI	Niveau 1	Niveau 2	Niveau 3	Décès
	DNI	6,5%	5,97%	10,3%	20,37%	56,87%
	Niveau 1	0%	17,17%	7,05%	19,69%	56,09%
	Niveau 2	0%	0%	17,43%	20,43%	62,15%
	Niveau 3	0%	0%	0%	30,01%	69,99%
	Décès	0%	0%	0%	0%	100%

T= 6 ans		DNI	Niveau 1	Niveau 2	Niveau 3	Décès
	DNI	3,76%	4,65%	8,29%	18,76%	64,55%
	Niveau 1	0%	12,07%	5,96%	18,26%	63,71%
	Niveau 2	0%	0%	12,29%	18,35%	69,37%
	Niveau 3	0%	0%	0%	23,59%	76,41%
	Décès	0%	0%	0%	0%	100%

T= 7 ans		DNI	Niveau 1	Niveau 2	Niveau 3	Décès
	DNI	2,18%	3,53%	6,51%	16,77%	71,02%
	Niveau 1	0%	8,49%	4,89%	16,45%	70,17%
	Niveau 2	0%	0%	8,66%	16,04%	75,3%
	Niveau 3	0%	0%	0%	18,54%	81,46%
	Décès	0%	0%	0%	0%	100%

T= 8 ans		DNI	Niveau 1	Niveau 2	Niveau 3	Décès
	DNI	1,26%	2,63%	5,02%	14,67%	76,42%
	Niveau 1	0%	5,97%	3,94%	14,49%	75,61%
	Niveau 2	0%	0%	6,11%	13,74%	80,15%
	Niveau 3	0%	0%	0%	14,58%	85,42%
	Décès	0%	0%	0%	0%	100%

T= 10 ans		DNI	Niveau 1	Niveau 2	Niveau 3	Décès
	DNI	0,42%	1,41%	2,88%	10,71%	84,57%
	Niveau 1	0%	2,95%	2,44%	10,73%	83,88%
	Niveau 2	0%	0%	3,04%	9,69%	87,27%
	Niveau 3	0%	0%	0%	9,01%	90,99%
	Décès	0%	0%	0%	0%	100%

T= 15 ans		DNI	Niveau 1	Niveau 2	Niveau 3	Décès
	DNI	0,03%	0,27%	0,65%	4,17%	94,89%
	Niveau 1	0%	0,51%	0,63%	4,3%	94,56%
	Niveau 2	0%	0%	0,53%	3,53%	95,94%
	Niveau 3	0%	0%	0%	2,7%	97,3%
	Décès	0%	0%	0%	0%	100%

Annexe C

Incidence observée sur le portefeuille du BCAC

Age	Valides	Dépendants	i_x	Ecart type	i_x
64	0,00549	1	0,003311	0,003306	0,003306
65	0,00625	2	0,005682	0,004006	0,005666
66	0,00711	0	0	0	0
67	0,00808	0	0	0	0
68	0,00919	1	0,002198	0,002195	0,002195
69	0,01046	0	0	0	0
70	0,0119	1	0,001832	0,00183	0,00183
71	0,01355	0	0	0	0
72	0,01542	2	0,003497	0,002468	0,00349
73	0,01755	3	0,005128	0,002953	0,005115
74	0,01999	4	0,006369	0,003175	0,006349
75	0,02276	2	0,003044	0,002149	0,00304
76	0,02591	12	0,017493	0,005005	0,017341
77	0,02951	13	0,019006	0,005221	0,018826
78	0,03361	7	0,010264	0,003859	0,010211
79	0,03828	11	0,016467	0,004924	0,016332
80	0,0436	13	0,019637	0,005393	0,019446
81	0,04967	10	0,016026	0,005027	0,015898
82	0,05657	10	0,017857	0,005596	0,017699
83	0,06445	10	0,021277	0,006656	0,021052
84	0,07343	6	0,015464	0,006264	0,015345
85	0,08366	13	0,043189	0,011717	0,04227
86	0,09262	13	0,060465	0,016255	0,058673
87	0,10039	3	0,023438	0,013372	0,023165
88	0,10841	2	0,028571	0,019912	0,028167
89	0,11671	2	0,052632	0,036224	0,051271
90	0,12529	3	0,130435	0,070224	0,122286

Annexe D

Table d'entrée en dépendance japonaise

Cette table est issue d'études réalisées au Japon dans les années 80.

Age	i_x (Homme)	i_x (Femme)	Age	i_x (Homme)	i_x (Femme)
20	0,0001 %	0,0001 %	41	0,0003 %	0,0003 %
21	0,0001 %	0,0001 %	42	0,0003 %	0,0003 %
22	0,0001 %	0,0001 %	43	0,0004 %	0,0004 %
23	0,0001 %	0,0001 %	44	0,0004 %	0,0004 %
24	0,0001 %	0,0001 %	45	0,0005 %	0,0005 %
25	0,0001 %	0,0001 %	46	0,0006 %	0,0006 %
26	0,0001 %	0,0001 %	47	0,0006 %	0,0006 %
27	0,0001 %	0,0001 %	48	0,0007 %	0,0007 %
28	0,0001 %	0,0001 %	49	0,0008 %	0,0008 %
29	0,0001 %	0,0001 %	50	0,0009 %	0,0009 %
30	0,0001 %	0,0001 %	51	0,0011 %	0,0011 %
31	0,0001 %	0,0001 %	52	0,0012 %	0,0012 %
32	0,0001 %	0,0001 %	53	0,0014 %	0,0014 %
33	0,0001 %	0,0001 %	54	0,0015 %	0,0015 %
34	0,0001 %	0,0001 %	55	0,0017 %	0,0017 %
35	0,0001 %	0,0001 %	56	0,002 %	0,002 %
36	0,0002 %	0,0002 %	57	0,0023 %	0,0023 %
37	0,0002 %	0,0002 %	58	0,0026 %	0,0026 %
38	0,0002 %	0,0002 %	59	0,0029 %	0,0029 %
39	0,0002 %	0,0002 %	60	0,0033 %	0,0033 %
40	0,0003 %	0,0003 %	61	0,0037 %	0,0037 %

Age	i_x (Homme)	i_x (Femme)	Age	i_x (Homme)	i_x (Femme)
62	0,0043 %	0,0043 %	82	0,0566 %	0,0568 %
63	0,0048 %	0,0048 %	83	0,0645 %	0,0648 %
64	0,0055 %	0,0055 %	84	0,0734 %	0,0739 %
65	0,0063 %	0,0063 %	85	0,0837 %	0,0843 %
66	0,0071 %	0,0071 %	86	0,0926 %	0,0934 %
67	0,0081 %	0,0081 %	87	0,1004 %	0,1012 %
68	0,0092 %	0,0092 %	88	0,1084 %	0,1093 %
69	0,0105 %	0,0105 %	89	0,1167 %	0,1178 %
70	0,0119 %	0,0119 %	90	0,1253 %	0,1266 %
71	0,0136 %	0,0135 %	91	0,1342 %	0,1358 %
72	0,0154 %	0,0154 %	92	0,1435 %	0,1454 %
73	0,0176 %	0,0176 %	93	0,1532 %	0,1555 %
74	0,0200 %	0,0200 %	94	0,1635 %	0,1661 %
75	0,0228 %	0,0228 %	95	0,1735 %	0,1765 %
76	0,0259 %	0,0259 %	96	0,1806 %	0,1837 %
77	0,0295 %	0,0295 %	97	0,187 %	0,1901 %
78	0,0336 %	0,0336 %	98	0,193 %	0,196 %
79	0,0383 %	0,0383 %	99	0,1987 %	0,2014 %
80	0,0436 %	0,0437 %	100	0,2041 %	0,2061 %
81	0,0497 %	0,0498 %		0 %	0 %

Annexe E

Notice d'information du contrat dépendance

NOTICE D'INFORMATION RELATIVE A LA CONVENTION D'ASSURANCE DÉPENDANCE

souscrite entre la PIRCASA (Institution de Retraite des Cadres des Sociétés d'Assurances)
affiliée à l'AGIRC sous le N° 54
et le Bureau Commun d'Assurances Collectives, mandataire des sociétés d'assurances dont la liste figure en page 4

L'Assurance Dépendance garantit le service d'une rente mensuelle aux assurés lorsque ceux-ci se trouvent, de façon définitive, dans un état d'invalidité entraînant la perte de leur autonomie et la nécessité d'assistance par une tierce personne dans les conditions exposées ci-dessous.

TITRE I - ADHÉSION

Article 1 - CONDITIONS D'ADMISSION DANS L'ASSURANCE

- L'adhésion au contrat est réservée aux participants actifs ou allocataires de l'Institution de Retraite Contractante, âgés de plus de 50 ans et de moins de 76 ans remplissant les conditions stipulées à la convention (voir annexe).
- Elle est également ouverte aux conjoints ou concubins dans les mêmes conditions d'âge.
- Elle est subordonnée à l'acceptation de l'Assureur.

Article 2 - PRISE D'EFFET DE L'ADHESION

L'adhésion et la garantie prennent effet :

- au premier jour du mois civil qui suit la réception de la demande d'adhésion, pour les adhérents acceptés sans questionnaire d'état de santé,
- au premier jour du mois civil qui suit la date d'acceptation de l'Assureur, si l'adhésion est subordonnée à un questionnaire d'état de santé.

Article 3 - DURÉE, RENOUVELLEMENT, CESSATION DE L'ADHESION

L'adhésion est souscrite pour une période se terminant le 31 décembre de l'année au cours de laquelle elle a pris effet. Elle se renouvelle par tacite reconduction le 1er janvier de chaque année.

L'Assureur ne peut pas mettre fin à l'adhésion de l'Assuré sauf en cas de non paiement des cotisations après expiration des délais prévus à l'article 12.

L'Assuré peut mettre fin à son adhésion par lettre recommandée avec un préavis de trois mois. La cessation de l'adhésion entraîne la perte de tout droit à prestations. Elle est définitive et interdit par conséquent toute nouvelle adhésion.

Article 4 - MODIFICATION DES CONDITIONS D'ADHESION

a. - Par L'Assuré :

L'Assuré peut augmenter ou diminuer le montant de la garantie de base choisie dans le cadre des huit classes définies à l'article 7.

L'augmentation du montant de la garantie ne peut intervenir qu'une seule fois pour un même Assuré. Elle se voit appliquer les mêmes règles qu'une adhésion nouvelle notamment celles relatives aux conditions d'âge et d'état de santé. Le tarif applicable à la fraction de garantie supplémentaire est celui correspondant à l'âge atteint.

La diminution du montant de la garantie entraîne dans la même proportion la réduction de la cotisation.

Ces modifications interviennent au 1er janvier suivant leur demande et sous réserve de l'acceptation de l'Assureur pour les augmentations et d'un préavis d'un mois pour les diminutions.

b. - Par L'Assureur et l'Institution Contractante :

En cas de modification des conditions du contrat conclu entre l'Assureur et l'Institution Contractante, l'Assuré en sera informé au moins trois mois avant la date de prise d'effet de l'avenant correspondant. Il aura alors la faculté de dénoncer son adhésion, sous réserve d'en aviser l'Assureur au moins un mois avant la date de prise d'effet de cet avenant.

S'il s'agit d'une modification tarifaire, les dispositions de l'article 13 lui restent par ailleurs applicables.

TITRE II - GARANTIES

Article 5 - DÉFINITION DE LA GARANTIE

a. - Reconnaissance du niveau de dépendance

Est reconnu comme étant dans un état d'incapacité permanente entraînant la perte de son autonomie, l'Assuré qui, pendant une durée au moins égale à la «période de consolidation» :

- soit est incapable d'effectuer, sans l'aide d'une tierce personne, les actes élémentaires de la vie quotidienne (s'alimenter, se déplacer, s'habiller, faire sa toilette, aller aux W.C., etc...),
- soit doit être surveillé par une tierce personne pour prévenir un comportement dangereux pour lui-même ou pour les tiers.

La prestation est fonction du niveau de la dépendance. Celui-ci est reconnu par une Commission Médicale, qui statue en fonction du diagnostic médical détaillé, de l'évaluation du plus grand intervalle d'autonomie dans la journée et de la durée cumulée des interventions nécessaires sur 24 heures. La Commission tient également compte de la fréquence des interventions pendant la nuit.

1° - Le plus grand intervalle d'autonomie dans la journée :

Il s'agit du plus grand intervalle de temps pendant lequel le sujet peut rester réellement seul, sans aucune surveillance.

La dépendance est présumée être :

- De niveau III si cet intervalle est inférieur à une demi-heure,
- De niveau II s'il est compris entre une demi-heure et deux heures,
- De niveau I s'il est compris entre deux et quatre heures.

Ce facteur de dépendance ne sera pas retenu si l'intervalle considéré est supérieur à quatre heures.

2° - La durée cumulée des interventions sur 24 heures :

Cette durée est calculée forfaitairement d'après les informations figurant dans le Questionnaire Médical de Dépendance.

Elle correspond à l'estimation du temps que devrait consacrer une tierce personne pour aider l'Assuré à l'accomplissement des actes élémentaires de la vie quotidienne, abstraction faite des interventions de type aide ménagère (préparation du repas et ménage).

La dépendance est présumée être :

- De niveau III si cette durée est supérieure à six heures,
- De niveau II si elle est comprise entre quatre et six heures,
- De niveau I si elle est comprise entre deux et quatre heures.

Ce facteur de dépendance ne sera pas retenu, si la durée considérée est inférieure à deux heures.

b. - Période de consolidation

Elle a pour but de déterminer la date de début du paiement des prestations qui intervient à l'issue de cette période. Cette date ne peut être antérieure à la demande formulée par l'intéressé ou la personne qui en a la charge.

La période de consolidation est de six mois après la date de début de la dépendance à un niveau indemnisable.

Toutefois, sa durée est réduite dans le cas d'une dépendance faisant suite à un état pathologique à début aigu : cette période se termine alors le jour de l'entrée en établissement de long séjour ou en section de cure médicale, ou bien le jour du retour au domicile, si une période de trois mois minimum est intervenue depuis le début de l'état pathologique ou, dans le cas contraire, à l'issue de ces trois mois.

c. - Modification du niveau de dépendance

Le niveau de dépendance reconnu pourra évoluer en fonction de la modification de l'état de santé du malade. Un nouveau dossier médical devra être constitué, aucune période de consolidation n'étant alors appliquée.

Article 6 - RECONNAISSANCE DE L'ÉTAT DE DÉPENDANCE

Une Commission Médicale est instituée. Elle comprend des médecins désignés, d'une part par les Assureurs membres du Groupement de Réassurance Mutuelle et par le Bureau Commun d'Assurances Collectives, d'autre part par le Groupement pour l'Etude et l'Assurance de la Dépendance formé par les Institutions de Retraite de Cadres.

Cette Commission reconnaît le niveau de la dépendance, et fixe la date du début de paiement des prestations.

La procédure suivante est utilisée :

L'Assuré, ou toute autre personne de son entourage, devra

produire les pièces nécessaires à la justification de l'état de dépendance :

Un certificat du médecin traitant, ou du médecin hospitalier, exposant l'état de dépendance de l'Assuré, sa date de surveillance, et précisant l'origine accidentelle ou pathologique de l'affection, ou des affections, devra être envoyé au service médical de l'Assureur. (1)

En retour, le Questionnaire Médical de Dépendance est alors adressé.

Ce questionnaire est rempli par la ou les personnes qui s'occupent effectivement du malade et par le médecin traitant ou hospitalier. Ce dernier doit, de plus, fournir un dossier médical comportant les comptes-rendus d'hospitalisation et le résultat des examens complémentaires effectués. En cas de détérioration intellectuelle, des éléments descriptifs précis doivent en outre être communiqués (tests d'évaluation des fonctions cognitives).

De plus, si l'Assuré est maintenu à domicile et s'il bénéficie des prestations d'un service de soins ou d'hospitalisation à domicile, la notification de prise en charge de ces soins, délivrée par la Sécurité Sociale, devra être produite.

Si, au contraire, il est hospitalisé en long séjour, en section de cure médicale ou dans un établissement spécialisé, la date d'entrée, le type d'établissement, le type de service et la nature de la prise en charge accordée par la Sécurité Sociale devront être spécifiés dans le certificat médical rédigé par le médecin hospitalier.

Ce Questionnaire Médical de Dépendance ainsi que le dossier médical sont à renvoyer au service médical de l'Assureur (1) qui transmet à la Commission Médicale. Celle-ci pourra être amenée à prendre contact avec le médecin concerné (médecin traitant ou médecin hospitalier) si les éléments décrivant la dépendance de l'Assuré paraissent insuffisants.

La Commission Médicale a toujours la possibilité de faire vérifier l'état de dépendance de l'Assuré par le médecin de son choix.

En cas de contestation par l'Assuré de la décision prise par la Commission Médicale, les parties intéressées choisiront pour les départager un tiers médecin qui pratiquera une expertise. Faute d'entente sur la désignation de ce médecin, le choix sera fait par le Juge des Référé du lieu de résidence principale de l'Assuré. Tous les certificats, questionnaires, comptes-rendus médicaux, ainsi que les résultats d'examens ou de tests fournis par l'assuré doivent être établis par un praticien exerçant dans un pays membre de la Communauté Européenne. Les frais de nomination et les honoraires du médecin arbitre seront supportés par moitié par l'Assureur et par l'Assuré.

Article 7 - PRESTATIONS

Elles s'expriment en fonction d'une rente mensuelle de base, dont le montant est choisi à l'adhésion, parmi l'une des huit classes suivantes (2) :

Classe 1	189 €
Classe 2	378 €
Classe 3	567 €
Classe 4	756 €
Classe 5	945 €
Classe 6	1134 €
Classe 7	1323 €
Classe 8	1512 €

(1) Adresse : voir encadré page 4.

(2) Valeur au 1er janvier 2006.

1.- Les prestations garanties pour chacun des niveaux de dépendance définis à l'article 5 sont les suivantes :

NIVEAU III	100 % de la rente de base
NIVEAU II	70 % de la rente de base
NIVEAU I	40 % de la rente de base

La rente attribuée est payable mensuellement à terme échu.

Au 1er janvier de l'année N, les montants des rentes de base sont revalorisés en fonction de l'évolution de la valeur moyenne du point du régime de retraite des cadres (AGIRC) de l'année N-1, c'est-à-dire selon le rapport :

$$\frac{\text{valeur moyenne du point de l'AGIRC de l'année N-1}}{\text{valeur moyenne du point de l'AGIRC de l'année N-2}}$$

Les rentes en cours de paiement sont revalorisées dans les mêmes conditions, dans la limite, toutefois, des possibilités de la provision de stabilité.

En cas de résiliation de la convention par l'Assureur ou l'Institution Contractante, les prestations sont maintenues au niveau atteint à la date d'effet de cette résiliation.

2.- Il est également prévu une option «Garantie limitée» ne couvrant que le niveau III de dépendance (à 100 % de la rente de base). Le choix entre les deux options, exercé par l'Assuré lors de son adhésion initiale, présente un caractère définitif. Les autres dispositions ci-dessus (§ 1.-) s'appliquent à cette garantie limitée.

Article 8 - RISQUES EXCLUS

Sont exclues de la garantie les conséquences :

- des maladies ou mutilations résultant d'un fait intentionnel de l'Assuré, notamment tentative de suicide ou usage de stupéfiants non ordonnés médicalement,
- de guerre civile ou étrangère,
- des explosions et radiations atomiques.

En outre, lorsqu'un questionnaire d'état de santé aura été demandé, toute fausse déclaration intentionnelle de l'Assuré pourra entraîner la nullité de l'assurance dans les conditions prévues à l'article L 113-8 du Code des Assurances.

Article 9 - PÉRIODE D'ATTENTE

Le paiement de la première mensualité de la rente ne peut intervenir avant l'expiration d'un délai suivant la date d'adhésion, dénommé «période d'attente». Ce délai, normalement fixé à une année, est porté à trois ans en cas de dépendance due à l'état mental et supprimé en cas de dépendance résultant d'un accident c'est-à-dire une atteinte corporelle provoquée exclusivement par un événement extérieur, imprévu et soudain et dont l'Assuré est involontairement victime.

Article 10 - RÉDUCTION DE LA RENTE EN CAS D'HOSPITALISATION

Le montant de la rente ne dépend pas du montant des frais effectivement exposés par l'Assuré. Toutefois, la rente sera réduite de moitié après trois mois d'hospitalisation. Elle sera versée en totalité en cas de séjours dans un centre ou une unité de long séjour, ou dans un établissement social ou médico-social.

TITRE III - COTISATIONS

Article 11 - MONTANT ET REVALORISATION DE LA COTISATION

Le taux de cotisation est fixé, en fonction de l'âge de l'Assuré à l'adhésion, selon le barème figurant à la page 4 de la présente convention.

Les cotisations sont payables d'avance. Elles cessent d'être dues à partir de l'échéance suivant la date d'effet des prestations.

Les cotisations feront l'objet d'un prélèvement automatique bancaire ; toute exception à cette règle ne peut résulter que d'une opposition de l'intéressé dont les motifs devront être reconnus valables par l'Institution Contractante. La périodicité de règlement des cotisations est annuelle ou semestrielle. Pour les allocataires, elle peut aussi être trimestrielle.

Les cotisations sont revalorisées à chaque échéance annuelle dans les mêmes conditions que les garanties, c'est-à-dire en fonction de la variation de la valeur moyenne du point du Régime de Retraite des Cadres observée l'année précédente.

En cas de résiliation de la convention par l'Assureur ou l'Institution Contractante, les garanties restent acquises à l'Assuré sous réserve du paiement des cotisations.

Article 12 - DÉFAUT DE PAIEMENT DE LA COTISATION

A défaut de paiement d'une cotisation dans les dix jours suivant son échéance, les dispositions de l'article L 113-3 du Code des Assurances s'appliqueront dans les conditions suivantes :

- la garantie sera suspendue trente jours après l'envoi d'une lettre recommandée de mise en demeure, ladite lettre précisant, d'autre part, que dix jours après l'expiration de ce délai, l'adhésion sera de plein droit résiliée si la cotisation n'a pas été acquittée.

Article 13 - RÉVISION DU BARÈME DES COTISATIONS

Compte tenu de l'évolution des données générales relatives au risque de dépendance et après consultation des souscripteurs, le barème des cotisations applicable aux personnes déjà assurées pourra être révisé par l'Assureur. Toutefois, l'accroissement du taux de cotisation devra respecter la double limitation suivante :

- aucune augmentation annuelle ne devra être supérieure à 5 %,
- cette augmentation annuelle peut être appliquée au plus dix fois pendant toute la durée du contrat.

Si l'Assuré n'est pas en mesure de supporter le taux de cotisation résultant de la procédure définie ci-dessus, il a la possibilité de continuer à verser la prime à son niveau antérieur. Le montant de la garantie subit alors une diminution proportionnelle, l'intéressé conservant par ailleurs la possibilité de choisir une classe de garantie inférieure.

COTISATION MENSUELLE POUR UNE RENTE MENSUELLE DE BASE DE 189 € ⁽¹⁾ PAR MOIS (valeur 2006)		
Age à l'adhésion	Garantie limitée	Garantie complète
	Cotisation en €	Cotisation en €
50 ans	4,28	7,55
51 ans	4,39	7,86
52 ans	4,49	8,06
53 ans	4,69	8,37
54 ans	4,90	8,67
55 ans	5,00	9,08
56 ans	5,20	9,39
57 ans	5,41	9,79
58 ans	5,71	10,30
59 ans	5,92	10,81
60 ans	6,12	11,22
61 ans	6,43	11,73
62 ans	6,73	12,24
63 ans	6,94	12,65
64 ans	7,14	12,96
65 ans	7,24	13,26
66 ans	7,45	13,57
67 ans	7,65	13,98
68 ans	7,96	14,38
69 ans	8,16	15,00
70 ans	8,47	15,51
71 ans	8,77	16,12
72 ans	9,28	16,94
73 ans	9,59	17,55
74 ans	10,20	18,36
75 ans	10,71	19,28

(1) Le montant de la rente arrondi en Euros a été fait à l'unité supérieure.

DÉLAI DE RENONCIATION

Chaque Adhérent dispose d'un délai de renonciation de 30 jours, à compter du premier versement, pour annuler son adhésion par lettre recommandée. Dans les 30 jours suivant la date de réception de cette lettre, les cotisations versées seront intégralement remboursées.

Modèle de lettre de renonciation en recommandé avec accusé de réception à adresser au BCAC :

«Je déclare renoncer à mon adhésion à l'ASSURANCE
DEPENDANCE et demande le remboursement de la
cotisation versée, soit €. dans le délai de 30 jours
prévu par la loi» Date, Signature (Nom, prénom, adresse,
date de la demande d'adhésion)

LISTE DES SOCIÉTÉS D'ASSURANCES COASSUREURS DU CONTRAT D'ASSURANCE DÉPENDANCE

SOCIÉTÉS D'ASSURANCES

Risques Divers

AVIVA

(EX - COMMERCIAL UNION)

GROUPE AGF

GROUPE AZUR

GROUPE GENERALI

GAN Incendie et Accidents

GROUPE AXA

QUATREM

Ce document représente la notice prévue par l'article L 140-4 du Code des Assurances.

En cas de sinistres, les documents administratifs et médicaux sont à renvoyer à l'adresse suivante :

Service Médical du B.C.A.C.
13/15 rue Bachaumont 75002 PARIS