



UNIVERSITÉ PARIS DAUPHINE

DFR MATHÉMATIQUES DE LA DÉCISION

MASTER MIDO
MENTION MMD

SPÉCIALITÉ ACTUARIAT
(DESS D'ACTUARIAT)

Année Universitaire : 2005-2006

Mémoire d'Actuariat présenté en **NOVEMBRE 2006** devant l'Université Paris Dauphine
et l'Institut des Actuaires

Nom et prénom de l'étudiant(e) : Hoang NGUYEN

Titre du mémoire : Solvency 2 en assurance vie

CONFIDENTIEL (3 ans)

Noms et prénoms des membres du Jury

Mme Brigitte Dubus

M Christian Hess

M Frédéric Planchet

fonction/entreprise

Membre du jury de l'Institut des Actuaires

Professeur à l'Université Paris Dauphine

Membre du jury de l'Institut des Actuaires

Nom et prénom du tuteur

M Arnaud Cohen

fonction/entreprise

ALTIA

Résumé

Mots clés : Solvabilité II, Etudes d'impact quantitatives Vie, Provisions Techniques Vie stochastiques

L'objectif de ce mémoire est de présenter et d'analyser les résultats et les principaux enjeux techniques liés à l'étude d'impact quantitative n° 2 (pour une société d'assurance Vie) lancée par le CEIOPS dans le cadre du projet de future directive européenne de solvabilité des compagnies d'assurance, Solvency II.

La future directive européenne de solvabilité des compagnies d'assurance, Solvency II, est destinée à faire évoluer l'ensemble de la réglementation prudentielle du secteur de l'assurance en Europe. Les principales évolutions devraient toucher les entreprises selon les trois piliers :

- Pilier 1 : Exigences quantitatives ;
- Pilier 2 : Activités de Contrôle ;
- Pilier 3 : Information.

Pour appréhender les enjeux quantitatifs du domaine financier, le CEIOPS a été interpellé par la Commission Européenne et a organisé une série de tests d'impact quantitatifs, dont le premier a porté sur le calcul des Provisions Techniques, le deuxième (et dernier à la date actuelle) sur les calculs de Marge de Solvabilité et encore sur les Provisions Techniques. D'autres tests devraient être organisés courant 2007.

Ce mémoire traite du deuxième test (QIS 2), réalisé pour une compagnie d'assurance Vie, où les principaux enjeux techniques ont été :

- Le calcul des Provisions Techniques, avec une approche stochastique permettant de déterminer le 'best estimate', ainsi que le complément du 'best estimate' à la valeur de marché, calculé soit comme prime de risque, soit comme coût du capital associé au portage des engagements ;
- Le calcul des divers indicateurs de besoin de marge de solvabilité (Minimum Capital Requirement, Solvency Capital Requirement), obtenus suivant les différentes approches (par facteur, par scénario), dont certaines ont fait l'objet de développements théoriques et informatiques spécifiques ;
- Le calcul de la réduction de besoin de marge de solvabilité due aux participations bénéficiaires futures, dont l'impact est très important sur les résultats finaux.

En termes de résultats, ils sont commentés par composante du besoin de marge de solvabilité, donc par risque (selon la classification des risques donnée par les spécifications techniques du test d'impact quantitatif), ainsi qu'au global, avec une analyse du niveau global et de la répartition entre les composantes.

Enfin, il est donné une liste des points qu'il sera indispensable de modifier, voire d'analyser plus en détail lors du prochain test d'impact quantitatif (QIS 3) programmé pour le printemps 2007.

Summary

Key words: Solvency II, Quantitative Impact Study in life insurance, Stochastic technical provision in life insurance

The aim of this research paper is to analyse and to give an introduction of the results and the main technical issues of the quantitative impact study 2 (in the case of a life insurance society) which was launched by the CEIOPS in the framework of the future european project of solvability for insurance firms, Solvency II.

The future european guideline of solvability for insurance company, Solvency II, is intended for making improvements to the whole european insurance regulation. The main enhances will hit firms through three pillars :

- Pillar 1 : Quantitative requirements ;
- Pillar 2 : Control Activity ;
- Pillar 3 : Information.

In order to assess the quantitative issues of the financial area, the CEIOPS was asked by the European Commission to set up a crop of impact quantitative test, which the first one dealt with the valuation of Technical Provision, the second (and the last of the moment) deal with Solvability Margin and the Technical Provision. Other tests will be set up for 2007.

This research paper deal with the second test (QIS 2), which was made for a life insurance company, where the main technical issues had been:

- The valuation of technical provision with stochastic methods which allow to determine the best estimate, and also the counterpart of the best estimate at the market value, which is defined either a risk premium or a cost of capital due to the risks of the liability;
- The calculus of the solvability requirement indicators (Minimum Capital Requirement, Solvency Capital Requirement), which are obtained thanks to different approaches (the factor-based approach and the scenario-based approach), which some of them had been developed in theoretical studies with specific informatic methods;
- The calculus of the capital requirement's decrease thanks to the future profit, which has a major impact on the final results.

The results are explained for each component of the capital requirement, in other words risk by risk (according to the risk classification given by the technical specification of the quantitative impact study),and at the same time they are analysed and commented globally, with a focus on the distribution between the different compenents.

At last we give a list of points which must be changed or analysed in depth during the next quantitative impact study (QIS 3), which is planned for the spring of 2007.

SOMMAIRE

| | | |
|-------------|--|-----------|
| I. | INTRODUCTION..... | 7 |
| 1. | CONTEXTE ECONOMIQUE/HISTORIQUE DE LA MISE EN PLACE DU PROJET SOLVENCY | 7 |
| 2. | LES TENANTS ET ABOUTISSANTS DE SOLVENCY1 | 8 |
| a. | <i>Le cadre prudentiel mis en place.....</i> | 8 |
| b. | <i>Les critiques faites à l'égard de Solvency1</i> | 10 |
| 3. | LES OBJECTIFS DU PROJET SOLVENCY2 | 10 |
| 4. | LES ACTEURS DU PROJET SOLVENCY 2 | 11 |
| 5. | LA STRUCTURE DU PROJET SOLVENCY2 | 11 |
| 6. | LES DIVERSES ETAPES DE LA MISE EN PLACE DU PROJET..... | 12 |
| a. | <i>Le calendrier prévu.....</i> | 12 |
| b. | <i>Le QIS1.....</i> | 13 |
| c. | <i>Le QIS2 et le prochain QIS3.....</i> | 13 |
| 7. | LES OBJECTIFS DU MEMOIRE | 14 |
| II. | RAPPEL SUR L'EXIGENCE DE CAPITAL : SOLVENCY1..... | 14 |
| 1. | PRESENTATION DES ACTIVITES DE LA SOCIETE..... | 14 |
| 2. | LES ELEMENTS ELIGIBLES A LA COUVERTURE ET LA MARGE DE SOLVABILITE REQUISE EN ASSURANCE VIE PAR SOLVENCY1 | 15 |
| 3. | ANALYSE DES RESULTATS..... | 17 |
| III. | DESCRIPTION DE LA METHODOLOGIE DE CALCUL DE L'EXIGENCE DE CAPITAL SOUS SOLVENCY2 | 18 |
| 1. | LES PRE-REQUIS POUR LE CALCUL DU SCR..... | 18 |
| a. | <i>L'approche par facteurs.....</i> | 20 |
| b. | <i>L'approche par scénarios.....</i> | 20 |
| 2. | LES HYPOTHESES SOUS JACENTES | 21 |
| 3. | LE SCR GLOBAL | 22 |
| a. | <i>Le k-factor utilisé.....</i> | 23 |
| b. | <i>L'agrégation des risques.....</i> | 24 |
| IV. | CALCULS DES COMPOSANTS DU BASIC SOLVENCY CAPITAL REQUIREMENT | 26 |
| 1. | LE RISQUE DE MARCHE..... | 27 |
| a. | <i>Risque de taux d'intérêt :.....</i> | 28 |
| b. | <i>Risque sur les actions</i> | 31 |
| c. | <i>Risque immobilier.....</i> | 32 |
| d. | <i>Risque de change.....</i> | 33 |
| 2. | LE RISQUE DE CREDIT..... | 33 |
| 3. | LE RISQUE DE SOUSCRIPTION VIE..... | 35 |
| a. | <i>Risque de mortalité.....</i> | 37 |
| b. | <i>Risque de longévité.....</i> | 39 |
| c. | <i>Risque de morbidité.....</i> | 40 |
| d. | <i>Risque d'incapacité.....</i> | 41 |
| e. | <i>Risque de chute.....</i> | 43 |
| f. | <i>Risque de frais de gestion.....</i> | 43 |
| 4. | LE RISQUE OPERATIONNEL | 44 |
| V. | ANALYSES SUR LE BSCR ET LE MCR..... | 46 |
| 1. | ANALYSE DES RESULTATS OBTENUS | 46 |
| a. | <i>Commentaires sur les exigences des sous risques.....</i> | 46 |
| b. | <i>Commentaires sur le BSCR.....</i> | 48 |
| 2. | LIMITES DU BSCR | 51 |

*Mémoire d'actuariat : Solvency 2 QIS2 assurance vie
Université Paris Dauphine 2005-2006*

| | | |
|-------------|---|-----------|
| 3. | COMPARAISON DES RESULTATS « PLACE HOLDER » VS NON « PLACE HOLDER » | 52 |
| 4. | CALCUL DU SCR GLOBAL A PARTIR DU BSCR..... | 54 |
| 5. | LE MCR DE TRANSITION ET POST TRANSITIONNEL..... | 55 |
| a. | <i>Le MCR de transition</i> | 55 |
| b. | <i>Le MCR post transitionnel</i> | 57 |
| c. | <i>Analyse et comparaison du MCR transitionnel par rapport au MCR post transition et au SCR65</i> | |
| VI. | LA VALORISATION DES PROVISIONS TECHNIQUES EN STOCHASTIQUES | 68 |
| 1. | LES PROCESSUS SIMULES STOCHASTIQUEMENT | 69 |
| a. | <i>Les processus à simuler</i> | 70 |
| b. | <i>Taux court et taux long</i> | 70 |
| c. | <i>Actions</i> | 77 |
| 2. | LE MODELE DE GESTION ACTIF/PASSIF..... | 81 |
| a. | <i>Description du modèle de gestion actif/passif</i> | 81 |
| b. | <i>Phase1 : projection de l'actif</i> | 82 |
| c. | <i>Phase2 : projection du passif</i> | 82 |
| d. | <i>Phase3 : simulations des interactions futures actif/passif</i> | 83 |
| 3. | LES RESULTATS DES CALCULS DES PROVISIONS TECHNIQUES EN STOCHASTIQUES | 85 |
| a. | <i>L'approche quantile</i> | 85 |
| b. | <i>L'approche coût de capital</i> | 86 |
| VII. | CONCLUSIONS GENERALES | 89 |
| | ANNEXES | 91 |

REMERCIEMENTS

Je remercie Monsieur Luca de Dominicis de m'avoir suivi tout au long de mon stage et particulièrement pour sa disponibilité et ses précieux conseils.

Je remercie également Messieurs Arnaud Cohen, Hervé Douard de m'avoir permis d'effectuer ce mémoire.

Mes remerciements vont à toutes les personnes avec qui j'ai travaillé tout au long de ces travaux, en particulier Mesdames Solange Charrier, Aminata Kane, Véronique Mattei.

I. Introduction

A la question « Qu'est-ce que la "marge de solvabilité réglementaire"? » nous proposons la réponse suivante :

« La marge de solvabilité réglementaire est le volant de capital supplémentaire que les autorités de réglementation des États membres de l'Union Européenne obligent les entreprises d'assurance à détenir. »¹. En effet une société pratiquant l'activité d'assurance, de part son mode de fonctionnement (cycle de production inversé), doit provisionner des montants importants afin de faire face aux coûts (incertains) futurs. Afin de pouvoir y faire face (dans la « majorité » des cas) l'assureur doit disposer de fonds « suffisants », appelé : marge de solvabilité.

En effet, « l'obligation faite aux entreprises d'assurance de constituer une marge de solvabilité adéquate est destinée à protéger les consommateurs. En cas de baisse de l'activité ou du rendement des placements, les entreprises d'assurance disposent ainsi d'une réserve de fonds propres protégeant les intérêts des assurés ... »²

1. Contexte économique/historique de la mise en place du projet Solvency

Les exigences actuelles de marge de solvabilité dans les pays membres de l'Union Européenne ont été instaurées à partir des premières directives en 1973 pour l'assurance non-vie et en 1979 pour l'assurance vie. La création d'un marché unique dans les années 90, fondée sur la reconnaissance mutuelle de la surveillance exercée par les autorités nationales d'un autre État membre, a entraîné le besoin de mettre en place des normes réglementaires communes aux états membres de l'Union Européenne.

Suite au rapport sur la solvabilité des entreprises d'assurance (Solvency of Insurance Undertakings) publié en avril 1997 par le vice président de l'inspection fédérale des assurances, Helmut Müller, la Commission Européenne a décidé d'initialiser le projet Solvency 1.

¹ <http://europa.eu/rapid/pressReleasesAction.do?reference=MEMO/02/26>

² <http://www.senat.fr/ue/pac/E1606.html>

2. Les tenants et aboutissants de Solvency1

a. Le cadre prudentiel mis en place

Lancé au début des années 70, le « projet Solvency1 » a été amélioré par des directives successives (en 1992 puis en 2002). Il a permis la mise en place d'un ensemble de normes réglementaires visant notamment à « *renforcer la protection des assurés par un relèvement de la marge de solvabilité obligatoire des entreprises d'assurance vie et non-vie* »³ mais aussi à « *créer un marché unique* » dans l'Union Européenne ce qui permet aux entreprises d'assurance « *agrées par les autorités de surveillance de l'un des États membres de vendre leurs produits dans un autre État membre* ». Le projet repose sur trois piliers:

1. Des provisions techniques suffisantes. En effet il est demandé aux assureurs d'avoir des « *provisions techniques suffisantes pour le règlement intégral de leurs engagements vis-à-vis des assurés...* » (art. R331-1)
2. Les **actifs** utilisés en couverture doivent être **liquides et surs**. (art. R332-1)
3. Et une **marge de solvabilité** pour faire face à des pertes futures. (art. L323-1-1)

Evaluer correctement ses engagements (au sens le plus large) ne suffit pas, encore faut-il disposer d'actifs suffisamment **sûrs, liquides et rentables**, enfin avoir plus d'actifs réels que d'engagements afin de rester solvable même en cas de pertes futures (imprévues).

Avant d'aborder le cadre prudentiel mis en place, nous rappelons les principales distinctions faites sur l'activité des sociétés d'assurance. Le cadre mis en place distingue :

- les sociétés pratiquant les activités d'assurance vie, c'est-à-dire les activités où les principaux risques sont : les risques biométriques (mortalité, longévité, morbidité) et les risques financiers
- les sociétés pratiquant les activités d'assurance non vie. L'assurance non vie peut se scinder en trois grandes catégories : l'assurance des biens (exemple : assurance contre le vol, multi risques habitations), l'assurance de dommages corporels et l'assurance de responsabilité civile (exemple: RC automobile)

³ Voir <http://europa.eu/rapid/pressReleasesAction.do?reference=IP/02/252>

Concernant le pilier 1 la réglementation actuelle stipule que les engagements réglementés auxquels un assureur (nous appellerons désormais pour simplifier toute organisme pratiquant l'activité d'assurance : assureur) doit faire face sont constitués des :

- provisions techniques,
- autres passifs (exemple: passifs subordonnés) considérés par la directive comme des créances privilégiées

Les provisions techniques constituent la part la plus importante des passifs d'un assureur vie. Elles sont principalement ⁴ composées des :

- Provisions **mathématiques (PM)** : « *différence entre les valeurs actuelles des engagements respectivement pris par l'assureur et par les assurés...* »
- Provisions pour **participation aux bénéfices (PB ou PPE)**: « *montant des participations aux bénéfices attribuées aux bénéficiaires de contrats ...* »
- Réserve de capitalisation : « *réserve destinée à parer à la dépréciation des valeurs comprises dans l'actif de l'entreprise et à la diminution de leur revenu* »
- Provisions pour **aléas financiers (PAF)**: « *destinée à compenser la baisse de rendement de l'actif* ».
- Provisions pour **gestion**: « *destinée à couvrir les charges de gestion future des contrats non couvertes par ailleurs* »
- Provision pour **risque d'exigibilité : (PRE)** « *provision destinée à faire face aux engagements dans le cas de moins-value de l'ensemble des actifs...* »

Pour le pilier 2 les principaux éléments pouvant servir à couvrir les engagements réglementés sont :

- Les actions
- Les obligations
- Autres créances
- Et l'immobilier

Nous voyons donc que la réglementation détermine ce que l'assureur « doit » aux assurés ainsi que les éléments pouvant être utilisés à cette fin.

Le troisième pilier concerne l'exigence d'une marge de solvabilité réglementaire. En effet l'activité d'assurance étant soumise aux aléas financiers, économiques, démographiques, l'assureur doit disposer d'un montant pour faire face aux situations extrêmes.

Cette marge de solvabilité en assurance vie est actuellement calculée à partir des :

- provisions techniques de l'assureur

⁴ Voir Code des assurances article R331-3 et R331-6 pour la liste exhaustive

- capitaux sous risque

Ci-dessous nous présentons les critiques les plus couramment émises à l'encontre de Solvency1.

b. Les critiques faites à l'égard de Solvency1

Les critiques émises à l'encontre de Solvency 1 concernent l'approche « *forfaitaire* »⁵. En effet la marge réglementaire apparaît comme un pourcentage proportionnel aux primes ou aux coûts des sinistres, cette mesure « *purement en volume portant sur les primes et les sinistres* »⁶ ne prend pas en compte d'autres éléments pouvant fragiliser la santé financière de la société (exemple: le risque opérationnel). Il apparaît de plus que « *le niveau de prudence des provisions est variable entre les pays et les organismes* »⁷.

3. Les objectifs du projet Solvency2

Le projet Solvency 2 ne concerne pas seulement la refonte des méthodes de mesure des exigences de capital. Ci-dessous les principaux objectifs du projet Solvency 2 :

- **Mieux appréhender les risques réels inhérents à l'activité d'assurance** : Il s'agira, par exemple, de mesurer des risques non pris en compte jusqu'ici. Concrètement cela signifie que de nouveaux indicateurs de solvabilité seront mis en place.
- **Encourager les assureurs à mieux gérer leurs risques** : en effet en plus d'une approche « standard » le projet Solvency 2 incite les participants à tester, développer **leurs propres méthodes d'évaluation** des risques afin d'améliorer leurs méthodes/systèmes de gestion des risques.
- **Améliorer l'harmonisation du cadre réglementaire européen international et intersectoriel** : en effet l'internationalisation des activités financières en général et l'assurance en particulier implique une harmonisation du cadre réglementaire.

Le projet Solvency 2 implique un nombre important de sociétés. Mais pour mener à bien ce projet d'autres organismes sont impliqués. Ci-dessous nous présentons les principaux acteurs du projet.

⁵ Voir : http://www.planete.edhec.com/servlet/com.univ.collaboratif.utils.LectureFichiergw?ID_FICHIER=4632

⁶ Voir : « Changement climatique- Solvency 2- Incapacité professionnelle » Editorial janvier 2006. Munich Re Group.

⁷ Voir <http://www.kpmg.fr/Fr/Press/Documents/PlaqueSolvabiliteII.pdf> « Solvabilité 2 : Vers une approche globale et cohérente de la solvabilité »

4. Les acteurs du projet Solvency 2

Les organismes publics, autorités de contrôle et professionnels participant au projet Solvency 2 sont :

- La Commission Européenne
- Les états membres de la communauté européenne
 - Ministère des finances
 - les autorités de contrôle via le CEIOPS (Committee of European Insurance and Occupational Pensions Supervisors)
- Les professionnels
 - compagnies, fédérations professionnelles
 - actuaire, consultants

Les organismes participent à différents niveaux et leurs rôles sont différents selon le niveau d'intervention. Les professionnels participant au projet Solvency 2 sont constitués non seulement de sociétés d'assurance et de mutuelles mais aussi de consultants, d'agences de notation et de groupes consultatifs d'actuaire.

5. La structure du projet Solvency2

Le projet Solvency 2 est basé sur une structure à trois piliers.

Le premier pilier concerne les règles quantitatives. Il s'agit principalement:

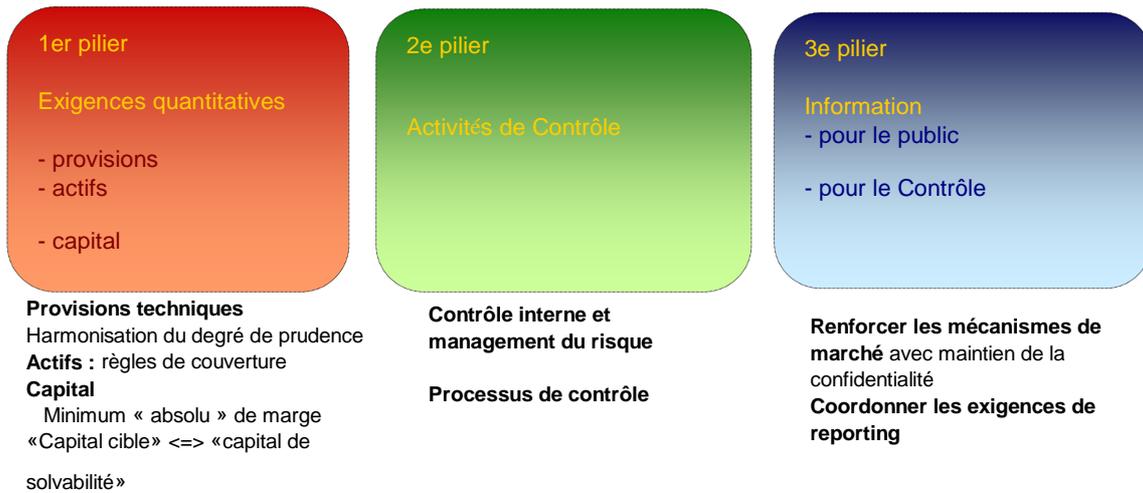
- de **valoriser des provisions** avec pour objectif d'harmoniser les états réglementaires entre les pays membres de l'union européenne
- de **calculer une marge de solvabilité réglementaire** ainsi qu'une **marge « cible »**.

Le deuxième pilier concerne le processus de contrôle prudentiel. Il s'agira d'étudier les aspects qualitatifs. Par exemple de discuter sur la pertinence des modèles internes ou des moyens d'auditer les méthodes de gestion des entreprises.

Enfin **le troisième pilier** concerne les méthodes d'information du marché.

Ci-dessous nous résumons la structure du projet :

La structure du projet Solvency 2



Tab I.2

Pour mener à bien ce projet plusieurs étapes ont été prévues. Ci dessous nous présentons les étapes du projet ainsi que le calendrier prévu.

6. Les diverses étapes de la mise en place du projet

a. Le calendrier prévu

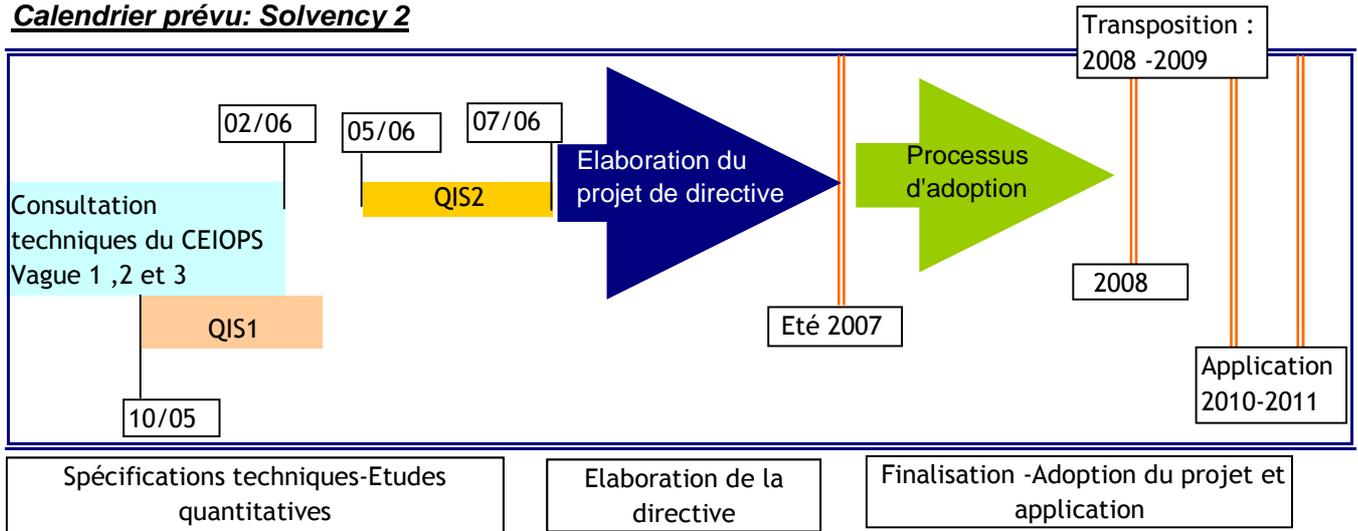
Lancé en 2004, le projet Solvency 2 peut être découpé en trois parties⁸ :

- ❖ La première concerne les études techniques. Elle permet un ajustement des méthodes quantitatives.
- ❖ La deuxième concerne l'élaboration du projet directive, en d'autres termes le cadre réglementaire.
- ❖ La troisième concerne l'adoption de la directive proposée et l'application de la directive du projet.

Ci-dessous nous résumons le calendrier prévu.

⁸ Voir <http://www.kpmg.fr> « Solvabilité 2 : Vers une approche globale et cohérente de la solvabilité »

Calendrier prévu: Solvency 2



Tab I.3

Afin d'étudier les impacts d'un changement du cadre réglementaire le CEIOPS a lancé plusieurs vagues de consultations (Vague 1,2 et 3). Ces vagues de consultations apportent les informations nécessaires aux CEIOPS pour le développement de méthodes/ modèles de mesure de l'exigence de capital nécessaire.

Les études quantitatives (**QIS : Quantitative Impact Study**), comme leur nom l'indique, servent à mesurer les impacts sur les sociétés lors du passage des états réglementaires actuels au cadre réglementaire sous Solvency2.

Actuellement les QIS 1 et QIS 2 (Quantitative Impact Study) sont achevés. Nous les présentons de manière détaillée dans les paragraphes ci dessous.

b. Le QIS1

La première étude des impacts en terme quantitatifs a été lancée octobre 2005. Elle traite principalement de la valorisation des provisions techniques. Pour cela les participants ont été invités à utiliser des méthodes d'estimation utilisant des techniques stochastiques.

c. Le QIS2 et le prochain QIS3

Le QIS 2, lancé en mai 2006, doit quant à lui permettre de préciser certains aspects relatifs aux provisions techniques, d'analyser et de **comparer** différentes **approches** possibles pour le calcul des indicateurs de solvabilité. Ces indicateurs sont appelés : **Minimal Capital Requirement (MCR)** et **Solvency Capital Requirement (SCR)**.

Le premier est une **marge de solvabilité minimale** propre à chaque société. Elle sera indispensable pour l'exercice de l'activité d'assurance.

Le deuxième est une marge de solvabilité cible, là aussi propre à chaque société. Elle représente l'exigence de capital « idéale » dont doit disposer la société dans le cadre de la réglementation issu de Solvency 2.

Enfin le QIS 3 qui aura lieu d'avril à juin 2007 permettra d'affiner la calibration sur l'exigence de capital.

7. Les objectifs du mémoire

Le cadre de travail de ce mémoire est l'étude des impacts de la formule standard proposée par le QIS2, plus précisément il traitera de la valorisation des **provisions techniques en stochastiques** (selon l'approche utilisée par le CEIOPS et selon une approche alternative : l'approche coût de capital), du calcul de la **marge de solvabilité réglementaire (MCR)** et de la **marge de solvabilité cible (SCR)**.

II. Rappel sur l'exigence de capital : Solvency1

Nous rappelons dans ce chapitre les principaux aspects des états réglementaires actuels appliqués dans le cadre de la société étudiée.

1. Présentation des activités de la société

La société étudiée assure plus de 100 000 personnes. Elle exerce à la fois l'activité d'assurance vie et non-vie. Le cadre de ce mémoire est restreint aux **activités d'assurance vie** de la société.

Nous nous concentrons par la suite sur deux types de produits gérés par la société : l'un de type **prévoyance**, l'autre de type **épargne**. Ces deux produits représentent à eux seuls plus de 90% des provisions techniques de la société.

Ci-dessous le bilan simplifié de la société :

- BILAN AU 31 DECEMBRE 2005-

| ACTIF | | PASSIF | |
|---|-----------------|--|----------------|
| Placements | 3 079 M€ | Capitaux propres | 522 M€ |
| Placements afférents aux contrats en unités de compte | 111 M€ | Provisions techniques | 2 611 M€ |
| Créances | 30 M€ | Provisions techniques des contrats en unités de compte | 111 M€ |
| Autres actifs | 2 M€ | Provisions pour risques et charges | 477 k€ |
| Compte de régularisation actif | 68 M€ | Dettes | 36 M€ |
| TOTAL ACTIF | 3 291 M€ | Comptes de régularisation passif | 11 M€ |
| | | TOTAL PASSIF | 3291 M€ |

Tab II.1

Ci-dessous nous présentons rapidement l'exigence de capital selon les états réglementaires actuels pour la société étudiée.

2. Les éléments éligibles à la couverture et la marge de solvabilité requise en assurance vie par Solvency1

La marge de solvabilité réglementaire actuelle se calcule en distinguant les sociétés « d'assurance vie » et les sociétés « d'assurance non-vie ».

En assurance vie la marge réglementaire se calcule comme suit :

$$\text{MARGE DE SOLVABILITE REGLEMENTAIRE} = \{4\% \text{ des PM}_{\text{hors uc}} + 1\% \text{ des PM}_{\text{uc}}\} * \text{Ratio de réassurance}_1 + x\% * \text{CSR brut} * \text{Ratio de réassurance}_2$$

Avec :

$\text{PM}_{\text{hors uc}}$, PM_{uc} : provisions mathématiques hors contrats à support unités de compte (UC)⁹ et inversement.

$$\text{Ratio de réassurance}_1 : \text{Max}\{\text{PM nette}/\text{PM brute}; 85\%\}$$

$$\text{Ratio de réassurance}_2 : \text{Max}\{\text{CSR net}/\text{CSR brut}; 50\%\}$$

⁹ Unités de compte : Support d'un contrat dans lequel le montant de l'épargne est exprimé par référence à des unités de placements. Les unités de compte suivent les fluctuations des marchés financiers sur lesquels elles sont investies. Le risque d'investissement est supporté par l'assuré et non l'assureur.

CSR : « *Le capital sous risque est égal au risque décès, déduction faite de la provision mathématique du risque principal* »¹⁰ . Il concerne les assurances temporaires en cas de décès.

x % : Vaut 0,1% pour les assurances temporaire en cas de décès de moins de 3 ans, 0,15% pour les contrats durant entre 3 et 5 ans et vaut 0,3% pour les contrats ayant une durée supérieure à 5 ans.

L'idée est de considérer la marge de solvabilité nécessaire comme un pourcentage des provisions mathématiques (PM).

Comme nous l'avons précisé précédemment l'exigence de capital d'une société pratiquant l'activité d'assurance est actuellement déterminée à partir de ses provisions et/ou de ses primes reçues. Ci-dessous l'exigence de capital sous Solvency 1 pour la société :

Marge de solvabilité règlementaire sous Solvency 1

| | |
|---|-----------------|
| PM hors u.c | 2 451 M€ |
| PM u.c | 111 M€ |
| Capital sous Risque | 2,6 M€ |
| Ratio de réassurance 1 | 99% |
| Ratio de réassurance 2 | 99% |
| Marge de solvabilité règlementaire | 100,7 M€ |

Tab II.2

La marge de solvabilité requise représente environ 4% des provisions mathématiques.

Les éléments éligibles utilisés par l'organisme assureur pour la couverture (c'est-à-dire pour répondre à l'exigence de marge règlementaire) sont composés principalement :

- Les fonds propres
- Et autres réserves libres...

Ci-dessous nous comparons la marge constituée par l'organisme assureur par rapport à la marge minimale règlementaire.

**Comparaison: marge constituée vs
marge à constituer**

| | |
|---|------------|
| Marge règlementaire 2005 | 100,7 M€ |
| Marge constituée | 932 M€ |
| Ratio Marge constituée/Marge règlementaire | 9,3 |

Tab II.2 bis

¹⁰ Voir Code des assurances art R334-13a

La marge constituée par l'assureur apparaît donc largement supérieure à la marge minimale règlementaire.

Mais quels sont les risques couverts par cette marge de solvabilité ? Et ceux qui ne sont pas couverts ? Nous répondons à ces questions dans le paragraphe suivant.

3. Analyse des résultats

Comme nous l'avons cité dans II. 1 *Présentation des activités de la société* les deux principaux produits gérés par la société sont : un contrat de prévoyance et un contrat de type épargne.

Les principaux risques inhérents à ces contrats sont :

- Risque de mortalité : capital à verser aux bénéficiaires en cas de décès de/des assuré(e/s)
- Risque de longévité : un prolongement de la durée de vie des assurés implique des montants de rente à verser pour une durée plus longue
- Risque de rachats : les assurés peuvent racheter leur(s) contrat(s) à un moment où leur épargne est inférieure au montant garanti
- Risque de taux : une hausse de taux d'intérêt entraîne des moins values latentes sur les actifs obligataires

Mesurer un ensemble de risques en les associant à un pourcentage fixe des provisions mathématiques ne nous permet pas de savoir quelle est la « répartition » des risques en termes d'importance.

Nous ne pouvons définir de manière détaillée les risques couverts par l'exigence de capital sous Solvency 1.

Sous Solvency 1 les risques ne sont pas clairement identifiés et leur mesure n'est pas adaptée.

Nous abordons dans le chapitre suivant la méthodologie de calcul du SCR dans le détail.

III. Description de la méthodologie de calcul de l'exigence de capital sous Solvency2

1. Les pré-requis pour le calcul du SCR.

Le QIS 2 propose une méthode standard pour mesurer le SCR ainsi que le MCR. Mais les participants sont incités à développer leur propre modèle, les résultats du modèle interne seront pris en compte pour la comparaison avec ceux de la méthode standard.

La méthode standard, aussi appelée « formule standard », proposée par le CEIOPS suppose que l'on peut décomposer l'ensemble des risques inhérents à l'activité d'assurance en modules de sous risques. L'assureur devra mesurer ces sous risques, individuellement, puis les agréger selon une méthodologie proposée par le CEIOPS.

Chaque risque classifié se traduit par un besoin de marge. La classification des risques est la suivante :

Classification des risques selon QIS2

| | | | | | |
|--------------------------------|------------|------------------|------------------|---------------------|--------------|
| Risque de souscription non vie | Risque Vie | Risque de marché | Risque de crédit | Risque opérationnel | Risque santé |
|--------------------------------|------------|------------------|------------------|---------------------|--------------|

Tab III.1

Le QIS 2 ne spécifie pas seulement les risques de types vie/ non vie mais aussi d'autres risques, qui jusqu'ici n'étaient pas pris en compte explicitement dans les normes réglementaires.

Chaque module de risque ci-dessus (risque vie, risque de marché etc.) se traduit par un besoin de marge, c'est-à-dire d'un montant suffisant permettant « de faire face » à ce risque. Plus ce montant est important plus le risque en question est considéré comme important. Il s'agit en d'autres termes de quantifier les risques.

Avant de quantifier ses risques l'assureur doit appliquer d'autres recommandations qui sont issues du QIS1. A savoir :

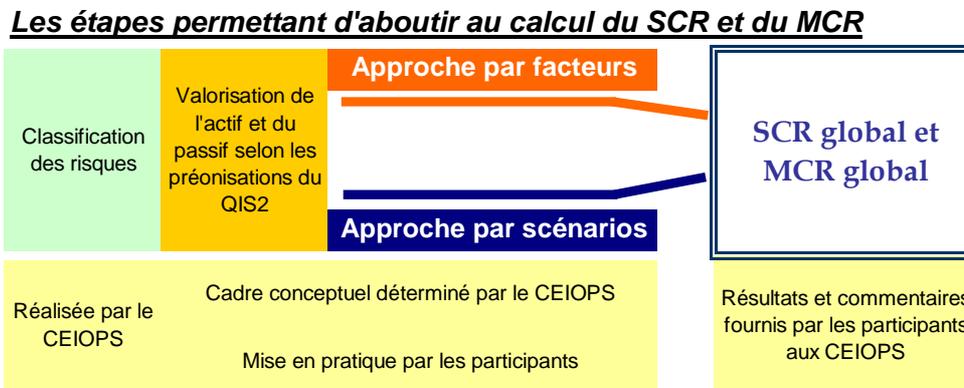
- i. Valoriser les actifs en valeur de marché (« market value »). Dans le cas où il n'existerait pas de valeur de marché disponible des modèles peuvent être utilisés afin de valoriser ces actifs mais ils doivent être cohérents avec les informations du marché.
- ii. Valoriser les **provisions techniques** de manière « appropriée » : les provisions techniques sont découpées en **deux groupes**. Celui pour lequel les risques sous jacents peuvent être couverts par des produits sur le marché (exemple : les risques financiers) et celui pour lequel il n'existe pas de produit pour couvrir les risques (exemple : les risques viagers) («**hedgeable**» et «**non-hedgeable risks**»).

Pour le **premier groupe** il s'agira principalement de valoriser les éléments du groupe en **valeur de marché**. Pour le **deuxième groupe** une approche par **meilleure estimation** est préconisée (« best estimate »). Il s'agit de valoriser les risques en faisant des simulations stochastiques, de prendre la meilleure estimation et d'y ajouter une marge pour risque.

- iii. Valoriser les autres passifs en normes locales. Dans le cas de la France en normes comptables actuelles.
- iv. Enfin les éléments admissibles en couverture sont eux aussi définis de manière précise par le CEIOPS. Ces éléments sont sensiblement les mêmes que ceux définis dans Solvency 1. L'élément nouveau est la prise en compte des plus values latentes dans l'ensemble des éléments admissibles.

Pour quantifier ces risques le CEIOPS met à la disposition des assureurs une formule standard.

L'application de la formule standard fournit un SCR et un MCR global, c'est-à-dire une marge qui permettrait de faire face aux engagements de l'assureur dans les cas les plus extrêmes. Nous résumons les diverses étapes permettant d'aboutir au calcul du SCR par un schéma ci-dessous :



Tab III.2

Ci-dessous nous présentons les deux approches existantes dans le QIS2, l'approche par facteurs et l'approche par scénarios.

a. L'approche par facteurs

L'idée sous jacente est de mesurer les risques inhérents à l'activité d'assurance en utilisant des indicateurs de types comptables, économiques, démographiques etc. Certains de ces indicateurs sont à extraire des comptes de résultat, du bilan de la société, d'autres sont à calculer selon des règles précisées par le QIS 2 d'autres encore sont à calculer avec une méthode propre à chaque participant.

Typiquement l'approche par facteurs définit une exigence de capital pour un risque spécifique en utilisant des opérations élémentaires (exemple : le produit, la somme etc) sur les facteurs en question.

b. L'approche par scénarios

Cette approche consiste à «simuler» des chocs sur l'actif, le passif de l'assureur afin de savoir quels en seraient les impacts. Ces chocs sont des variations brutales par exemple : sur les indicateurs financiers, démographiques. Leur importance est fixée par le QIS 2 (le CEIOPS invite également les participants à proposer leurs propres scénarios, qui devraient mieux refléter les risques spécifiques à leur portefeuille).

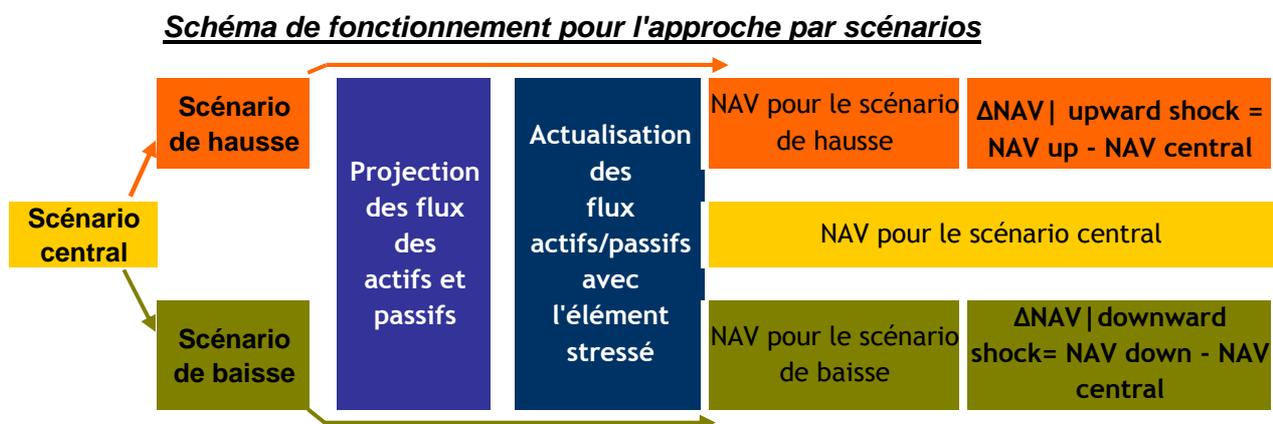
L'élément retenu pour estimer l'exigence de capital est la variation de l'écart entre la valeur des actifs et celle des passifs, appelée **NAV**. La méthodologie pour le calcul de la variation des **NAV** est la même pour l'ensemble des sous risques.

Les scénarios de stress sont construits à partir du scénario central en appliquant une baisse et une hausse sur un élément donné, générant ainsi deux scénarios de stress.

Remarque : Pour certains risques seuls un stress à la hausse ou un stress à la baisse est à appliquer.

L'actualisation des flux d'actifs et de passifs, prenant en compte l'élément stressé (par exemple : courbe de taux d'intérêt, valeur des actions, taux des frais de gestion) donne par différence dans le cas de scénario stressé une NAV « stressée ». La différence entre les NAV obtenus dans les scénarios de stress par rapport à la NAV obtenu dans le scénario central forme les ΔNAV .

Nous résumons par un schéma la méthodologie appliquée :



Tab III.6

La projection des flux des actifs/passifs et l'actualisation sont effectuées grâce à un modèle de gestion actif/passif.

Les **résultats** obtenus par cette approche **dépendront fortement** du **modèle de gestion** utilisé.

Remarque : Nous faisons la distinction suivante sur les actifs : actions, obligations, immobilier et actifs relatifs aux contrats à support UC. Nous faisons la distinction suivante pour les passifs : provisions techniques, provisions pour les contrats UC et autres provisions.

2. Les hypothèses sous jacentes

Les deux approches, approche par facteurs et approche par scénarios, ci-dessus sont soumises à un ensemble d'hypothèses communes. Nous avons vu que les risques sont classés selon leur nature (risque vie, non vie, crédit etc.) et qu'après les avoir mesuré l'assureur doit agréger les résultats pour obtenir le SCR et le MCR.

En effet il existe 6 grands groupes de risques :

1. Risque vie
2. Risque non vie

3. Risque de marché
4. Risque santé
5. Risque de crédit
6. Risque opérationnel

Les quatre premiers risques sont décomposés en sous risques, les deux derniers forment pour chacun d'eux un groupe de risque. C'est au niveau de ces sous risques que la distinction entre les deux approches est visible.

Décomposition des 6 groupes de risques en sous risques

| Risque de souscription non vie | Risque Vie | Risque de marché | Risque de crédit | Risque opérationnel | Risque santé |
|---|--|---|-------------------------|----------------------------|---|
| <i>Risque lié aux primes</i> <i>Risque de provisionnement</i> <i>Risque catastrophe</i> | <i>Risque de mortalité</i> <i>Risque de longévité</i> <i>Risque de morbidité</i> <i>Risque d'incapacité</i> <i>Risque de rachat (appelé aussi risque de chute)</i> <i>Risque de hausse des frais de gestion</i> | <i>Risque de taux d'intérêt</i> <i>Risque sur les actions</i> <i>Risque sur l'immobilier</i> <i>Risque de change</i> | | | <i>Risque de hausse des dépenses</i> <i>Risque de sinistralité excessive</i> <i>Risque de pandémie/d'accumulation</i> |

Tab III.3

3. Le SCR global

En réalité un élément (non négligeable) est inclus dans la détermination du SCR global : la réduction pour participation aux bénéfices (RPS : Reduction for Profit Sharing). Ce dernier vient diminuer le montant de marge cible.

Il intervient de la manière suivante :

$$\text{BSCR} - \text{RPS} = \text{SCR global} \quad (1)$$

BSCR : Basic Solvency Capital Requirement, il s'agit du montant obtenu après agrégation des risques.

SCR global : il s'agit du montant final à comparer à la marge de solvabilité disponible pour savoir si l'assureur répond aux normes réglementaires.

RPS : il s'agit d'un montant proportionnel aux participations des assurés aux bénéfices **futurs**

La méthodologie de la détermination du RPS est suggérée par le CEIOPS mais les participants peuvent proposer leur propre méthode de calcul. Cet élément a une grande importance en assurance vie de par sa capacité réductrice de la marge réglementaire.

Le RPS est obtenu de la manière suivante :

$$\text{RPS} = \text{k-factor} * \text{PB} \quad (2)$$

Le coefficient k est appelé le **k-facteur**, compris entre 0 et 1, représente la part des participations aux bénéfices discrétionnaires **futurs** pouvant être utilisée pour absorber des pertes **futurs** en cas de résultats défavorables.

Cet élément est fonction de plusieurs aspects :

- la politique de gestion de l'assureur en cas de mauvais résultat
- les contraintes légales et statutaires qui limiteraient l'utilisation des participations aux bénéfices discrétionnaires futurs pour absorber les « mauvais résultats ».
- les attentes des assurés en ce qui concerne la distribution des bénéfices futurs.

Le CEIOPS n'a pas spécifié comment déterminer le k-factor, nous proposons ci-dessous une formule. Enfin les **participations aux bénéfices** sont obtenues à partir des provisions techniques.

a. Le k-factor utilisé

Il est issu d'une combinaison d'éléments comptables (exemple : participations aux bénéfices)

Ci-dessous la formule du k-factor utilisé :

$$k_factor_utilisé = \frac{VM_{actifs2} - PT_2 - PB_{actuelle}}{PB_2}$$

Avec

$VM_{actifs2}$: Valeur de marché des actifs dans un scénario de stress.

$VM_{actifs2} = VM_{actuelle} - \Delta VM_{action} - \Delta VM_{obligation}$

PT_2 : Provisions techniques dans un scénario de stress

PB_2 : Provisions pour participation aux bénéfices dans un scénario de stress

$PB_{actuelle}$: Participation aux bénéfices actuelles

Le rapport ci-dessus mesure le « surplus » dont l'assureur dispose en cas de scénario défavorable divisé par la PB qu'il aurait dans une telle situation.

Le k-factor utilisé appartient à l'intervalle [0 ; 1] dans le cadre des travaux réalisés.

b. L'agrégation des risques

Pour déterminer le SCR nous devons d'abord déterminer les montants affectés aux 6 modules de risque. En effet le risque global est obtenu en agrégeant les six sous risques.

Dans le cadre de mon mémoire seuls quatre modules de risque sont à prendre en considération. Les montants affectés à ces modules de risque sont :

SCR market pour le risque de marché
SCR life pour le risque de souscription vie
SCR cred pour le risque de crédit
Et *SCR op* pour le risque opérationnel.

L'agrégation de ces montants forme le BSCR. Il y a trois approches suivant le niveau des hypothèses sous jacente.

1. Les risques ci-dessus sont corrélés et l'on peut donc obtenir le BSCR de la manière suivante :

$$\text{BSCR}_1 = \sqrt{\text{Vect-SCR}' * \text{Matricecorrélation} * \text{Vect-SCR}} \quad (2)$$

Où $\text{Vect-SCR}' = [SCR_{mkt} , SCR_{cred} , SCR_{life} , SCR_{op}]$

Avec Matrice corrélation :

Matrice de corrélation entre groupe de risques: FFSA

| Matrice de corrélation | Risque marché | Risque crédit | Risque vie | Risque opérationnel |
|------------------------|---------------|---------------|------------|---------------------|
| Risque marché | 1 | 0,75 | 0,25 | 0,50 |
| Risque crédit | 0,75 | 1 | 0,25 | 0,25 |
| Risque vie | 0,25 | 0,25 | 1 | 0,25 |
| Risque opérationnel | 0,50 | 0,25 | 0,25 | 1 |

Tab III.4

Remarque : Le CEIOPS ne fournit qu'un ordre de grandeur sur les composants de la matrice. Nous utiliserons par la suite la matrice de corrélation fournie par la FFSA (Fédération Française des Sociétés d'Assurance, matrice affichée ci dessus)

Bien entendu le degré de corrélation n'est pas facilement mesurable, d'autant plus que le comportement des assurés n'est pas toujours rationnel (au sens économique). Il existe bien d'autres mécanismes liant les risques cités.

2. Les risques ci-dessus sont totalement indépendants et l'on peut donc obtenir le BSCR de la manière suivante :

$$BSCR_2 = \sqrt{SCR^2_{mkt} + SCR^2_{cred} + SCR^2_{life} + SCR^2_{op}} \quad (3)$$

La matrice de corrélation des risques n'est pas nécessaire sous cette hypothèse. Cela revient à considérer la matrice de corrélation comme une matrice identité (1 sur la diagonale et 0 ailleurs).

3. Enfin la dernière approche se base sur l'hypothèse d'absence d'effet de diversification entre les risques principaux :

$$BSCR_3 = SCR_{mkt} + SCR_{cred} + SCR_{life} + SCR_{op} \quad (4)$$

Le résultat retenu est : **BSCR₁**. Nous diminuerons ce chiffre d'un montant représentant une partie des participations aux bénéfices, le RPS.

Remarque : En aucun cas les SCR des sous risques ne peuvent être négatifs.

Pour calculer les éléments composant le Vect-SCR le QIS2 propose deux approches, une approche de référence (« place holder ») et une approche annexe.

Concrètement il s'agira soit d'adopter une approche par facteurs (pour la majorité des cas) soit d'adopter une approche par scénario.

Ci-dessous la répartition des approches selon le risque mesuré adoptée par le CEIOPS.

Approche "place holder" vs Approche non "place holder"

| | | Approche "place holder" | Approche non "place holder" |
|---|--|---------------------------------------|-----------------------------|
| Risque de marché | -Risque de taux d'intérêt | Scénario | Facteur |
| | -Risque sur les actions -Risque immobilier -Risque de change | Facteur | Scénario |
| Risque Vie | -Risque mortalité -Risque longévité -Risque de morbidité -Risque d'incapacité | Facteur | Scénario |
| | -Risque de chute (incluant le risque de rachat) | | |
| | -Risque frais de gestion | | |
| | | | |
| Risque de crédit Risque opérationnel | | Facteur (une seule approche proposée) | |

Tab III.5

Nous présenterons dans un premier temps l'approche « place holder » ainsi que les résultats numériques obtenus pour l'ensemble des risques. La comparaison des résultats « place holder » par rapport aux résultats non « place holder » risque par risque sera faite ultérieurement.

IV. Calculs des composants du Basic Solvency Capital Requirement

Dans cette partie nous présentons pour chaque risque l'approche « place holder » choisie par le CEIOPS, les éléments intermédiaires servant aux calculs et les résultats numériques obtenus.

1. Le risque de marché

Les assureurs, et plus spécialement ceux pratiquant l'assurance vie, sont soumis au risque de marché. Le terme risque de marché regroupe un ensemble de risques lié aux variations (à la volatilité) des indicateurs tels que le cours de marché des actions, les taux d'intérêt court terme, long terme mais aussi les variations du prix de l'immobilier et des taux de change.

Lors d'une variation (à la hausse comme à la baisse) de ces divers éléments l'assureur est soumis à divers risques. Ci-dessous nous rappelons les approches retenues par le QIS2 pour chacun des risques.

Le risque de marché

| Risque de marché | Approche retenue par le CEIOPS |
|----------------------------|--------------------------------|
| a-Risque de taux d'intérêt | Scénario |
| b-Risque sur les actions | Facteur |
| c-Risque sur l'immobilier | |
| d-Risque de change | |

Tab IV.1

Le risque de marché est décomposé en quatre sous risques comme le montre le tableau ci dessus. Chacun de ces sous risques est mesuré selon l'approche choisie par le CEIOPS. Une fois l'ensemble des quatre sous risques mesuré le modèle standard agrège ces sous risques. L'hypothèse sous-jacente est qu'il existe une corrélation entre ces sous risques.

Le calcul du risque de marché se fait de la manière suivante :

Données nécessaires :

Mkt_{int} : Le besoin de ressources financières pour le risque de taux d'intérêt ;

Mkt_{eq} : Le besoin de ressources financières pour le risque action

Mkt_{prop} : Le besoin de ressources financières pour le risque immobilier

Mkt_{fx} : Le besoin de ressources financières pour le risque de change

$$SCR_{mkt} = \sqrt{\sum_{r*c} CorrMkt(r,c) * Mkt(r) * Mkt(c)}$$

Avec :

SCR_{mkt} : la marge de solvabilité cible pour le risque de marché

CorrMkt_(r,c) : Les cellules de la matrice CorrMkt. Cette matrice est fournie par le CEIOPS.

Elle traduit le degré de corrélation entre les sous risques. Toutes les cellules de la matrice sont positives strictement et les diagonales valent un. En d'autres termes le QIS2 suppose qu'il ne peut y avoir d'effet compensatoire entre les divers sous risques.

Mkt(r) et **Mkt(c)** sont respectivement les besoins de ressources financières pour les composantes individuelles du risque de marché pour la ligne r (respectivement la colonne c) selon la matrice **CorrMkt**

Ci-dessous la matrice **CorrMkt** :

Matrice de corrélation pour les sous risques de marché

| CorrMkt | Mkt int | Mkt eq | Mkt prop | Mkt fx |
|---|---------|--------|----------|--------|
| Mkt int | 1 | 0,75 | 0,75 | 0,25 |
| Mkt eq | 0,75 | 1 | 1 | 0,25 |
| Mkt prop | 0,75 | 1 | 1 | 0,25 |
| Mkt fx | 0,25 | 0,25 | 0,25 | 1 |
| Somme des corrélations aux autres risques | 1,75 | 2 | 2 | 0,75 |

Tab IV.2

Remarque : la matrice de corrélation ci-dessus est fournie par le CEIOPS

Nous constatons que les risques les plus corrélés sont :

- le risque action ;
- le risque d'immobilier ;

Et que le risque le moins corrélé est le risque de change.

Notons également que le risque action et le risque immobilier sont parfaitement corrélés d'après cette matrice.

a. Risque de taux d'intérêt :

Ce risque concerne les contrats où l'assureur supporte le risque d'investissement, principalement les contrats à support Euro. En cas de hausse des taux d'intérêts les assurés sont tentés de racheter leur contrat si l'assureur, ne sert pas un taux d'intérêt aussi élevé que celui du marché de plus en cas de hausse des taux d'intérêts le prix des obligations (principaux actifs sur lesquels sont adossés les contrats à support Euro) diminue.

Lors d'une baisse des taux les assurés sont tentés de prolonger la durée de leur contrat. Si les actifs que l'assureur possède arrivent à leur date d'échéance l'assureur doit réinvestir dans des actifs (obligations principalement) dont le prix a augmenté. L'assureur doit faire face à un risque de réinvestissement.

Nous testons les modifications de la valeur nette de l'actif qui se produirait dans un scénario prédéfini :

$$Mktint2 = \text{Max}\{ 0 ; \Delta NAV | \text{upwardshock} ; \Delta NAV | \text{downshock} \}$$

Pour le risque de taux d'intérêt l'élément à stresser est la courbe des taux d'intérêt. Une courbe de taux d'intérêts (taux « zéro coupon ») est fournie par le CEIOPS.

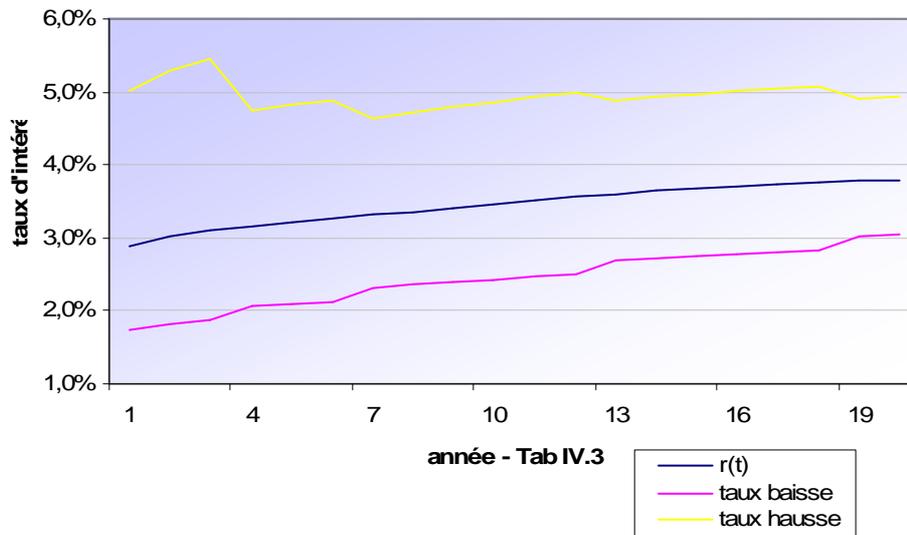
Cette courbe sert à actualiser les flux d'actifs et passifs futurs. Dans le scénario central (respectivement stressé) nous utilisons cette courbe, que nous appellerons courbe de « taux centrale » (respectivement stressés, que nous appellerons courbes des « taux stressés »).

Concrètement il s'agira d'ajouter (scénario de hausse des taux) ou d'enlever (scénario de baisse des taux) un certain pourcentage de taux à la courbe de « taux centrale ».

Nous actualisons ensuite les flux d'actifs et de passifs et par différence obtenons les variations de la NAV.

Ci-dessous les courbes de taux « centrale », et stressées. Le détail des calculs est fourni dans l'*Annexe*.

Courbe des taux: central, scénario hausse, scénario baisse



Les courbes stressées sont en dents de scie car les chocs appliqués sont différents selon les intervalles de temps (exemple : pour les taux d'intérêt d'échéance 3 à 6 ans le scénario de baisse suppose une diminution de 35% du taux d'intérêt central).

Nous utilisons ensuite ces courbes de taux pour actualiser les flux des actifs (dividendes des actions, coupons des obligations etc) ainsi que les flux des passifs (constitués principalement par les provisions techniques).

Résultat

Ci-dessous les résultats obtenus pour les scénarios de stress.

Résultat de l'approche par scénarios pour le risque de taux

| | Scénario de hausse des taux | Scénario de baisse des taux |
|------------------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| ΔActif (valeur de marché) | -161M€ | 128M€ |
| ΔProvisions techniques (PT) | -241M€ | 148M€ |
| ΔNAV=ΔActif-ΔPT | 80M€ | -20M€ |

Tab IV.4

Donc $Mktint2 = -\text{Min}\{0; -20M€; 80M€\} = 20M€$

Remarque :

- $\Delta \text{Actif} = \text{Valeur Actifs (scénario stress)} - \text{Valeur Actifs (scénario central)}$
- $\Delta \text{NAV} = \text{NAV(scénario stressé)} - \text{NAV(scénario central)}$
- Dans la Spécification Technique du QIS2 la formule inscrite est $\text{Max} \{0 ; \Delta \text{NAV} | \text{upwardshock} ; \Delta \text{NAV} | \text{downshock} \}$ mais l'idée est de prendre en compte la variation la plus néfaste pour l'assureur il faut donc appliquer la formule citée ci-dessus.

b. Risque sur les actions

Bien que le portefeuille des assureurs vie soit composé en grande partie d'obligations la part des actions n'est pas négligeable. Cela afin d'améliorer les résultats financiers (notamment en période de « taux faible »). Une chute du cours des indices boursiers (exemple : CAC 40) a un impact immédiat sur la valeur de marché du portefeuille de l'assureur.

Méthode par facteurs

Le modèle de référence nécessite les éléments suivants pour mesurer le « risque action » sous l'approche par facteurs.

NAV : La valeur nette des actifs moins les passifs.

eq : Valeur de marché de l'ensemble des actifs exposé au « risque action »

eq_{link} : Valeur de marché des actions cantonnées à des contrats où le titulaire de la police supporte le risque d'investissement (exemple : contrat à support UC)

Le risque sur action est alors mesuré comme suit, dans l'approche par facteurs :

$$Mkteq1 = \text{Abs}(\Delta eq | eqfall) - \text{Abs}(\Delta eq_{link} | eqfall)$$

Où :

eqfall : Impact immédiat dans le cas d'une chute de 40% de l'ensemble des actions. Prenant en compte l'influence des produits dérivés (option d'achat, de vente etc.)

Pour valoriser cette influence le CEIOPS définit la méthode suivante : la variation de valeur des produits dérivés est calculée sur la base de la valorisation du sous-jacent. En aucun cas les réactions du management ne doivent être anticipées.

Abs(.): valeur absolue

Résultat

Δeq : -211 M€

$\Delta eqlink$: -41M€

| |
|--|
| Donc $Mkteq1 = Abs(-211M€ eqfall) - Abs(-41M€ / eqfall) = 170M€$ |
|--|

c. Risque immobilier

Le QIS2 ne fait pas de distinction entre les différents types d'immobilier (investissement, bureaux, résidentiel etc) pour des raisons de simplicité.

Méthode par facteurs

Les données nécessaires sont :

NAV : La valeur nette des actifs moins les passifs.

prop : La valeur de marché nette de la position immobilière globale hors support UC.

La formule de l'approche par facteurs est :

$$Mktprop1 = 0,2 * prop$$

Résultat

prop = 117 M€

| |
|---|
| Donc $Mktprop1 = 0,2 * 117 M€ = 23,6M€$ |
|---|

d. Risque de change

Le risque de change provient du niveau ou de la volatilité des taux de change des devises. Les assureurs peuvent pour des raisons de rentabilité et/ou de stabilité investir dans des actifs libellés en devises ou bien tout simplement avoir des filiales dont les comptes sont libellés en devises. Dans ces cas ils sont exposés au risque de change.

Les données nécessaires à l'approche par facteurs sont :

NAV : La valeur nette des actifs moins les passifs.

fx : La valeur de marché de la position de change globale nette.

Le risque de change est mesuré comme suit :

$$Mktx1 = 0,25*fx$$

Résultat

| |
|-------------|
| $Mktx1 = 0$ |
|-------------|

Car il n'existe pas d'actifs libellés en devises dans le cadre de notre étude.

2. Le risque de crédit

Le terme « risque de crédit » regroupe le risque de défaut, de modification de la qualité de crédit des émetteurs de valeurs mobilières vis-à-vis desquels l'assureur est exposé. Cela comprend en outre, les valeurs mobilières et titre de créances détenues par l'assureur mais aussi les engagements des réassureurs vis-à-vis de l'assureur.

La prise en compte du risque de crédit apparaît aujourd'hui de manière incontournable pour garantir une bonne gestion des risques. Si le risque de crédit peut être mutualisé grâce à des produits issus de montage financiers tel que les CDS (Crédit Default Swap) ou les CDO (Collateralised Debt Obligations) il est encore difficile de trouver des instruments financiers permettant de se couvrir contre l'ensemble des risques de crédit inhérents à l'activité de l'assurance.

Néanmoins le QIS2 propose une méthode basée sur les ratings. Les données nécessaires sont :

rating_i : Le rating externe de l'exposition au risque de crédit *i*

RDur_i : La durée réelle de l'exposition au risque de crédit *i*, avec une valeur minimum de 1 an et maximum de 5ans.

Pour le cas d'une contrepartie de réassurance, la durée utilisée sera la durée modifiée portant sur les cash flows dans les situations de stress qui ont été retenues comme hypothèses pour le calcul du SCR.

MV_i : Le montant exposé au risque de crédit *i* déterminé par référence aux valeurs de marché.

Dans le cas où il n'existerait pas de valeur de marché disponible de l'exposition au risque de crédit des approches alternatives peuvent être adoptées mais elles doivent être en cohérence avec les informations pertinentes du marché.

L'approche à tester est la suivante :

$$SCR_{cred1} = \sum_i g(\text{rating}_i) * RDur_i * MV_i$$

Où la fonction *g* produit une pondération du risque selon le tableau suivant :

Tableau des pondérations du risque selon le QIS 2

| rating <i>i</i> | Classification des rating selon le CEIOPS | poids du risque |
|-----------------------------|---|-----------------|
| AAA | I- Risque extrêmement faible | 0,08% |
| AA | II- Risque très faible | 0,056% |
| A | III- Risque faible | 0,66% |
| BBB | IV- Risque moyen | 1,312% |
| BB | V- Spéculatif | 2,032% |
| B | VI- Très spéculatif | 4,446% |
| CCC ou inférieur | VI- Très spéculatif | 6,95% |
| Non côté (hors réassurance) | VII Non noté | 1,6% |

Tab IV.5

Il nous est demandé d'utiliser le rating le plus récent dans le cas où plusieurs ratings sont disponibles pour une même exposition.

Les participants doivent prendre en compte l'exposition nette au risque de défaut du réassureur, cela signifie que les participants doivent prendre en compte tous les éléments réducteurs de risque (exemple : les gages). Mais en contrepartie ils doivent aussi mesurer les risques provenant de ces réducteurs de risque (exemple : les risques d'actif associés à un gage doivent être évalués de la même manière que les autres actifs)

Pour le rating des réassureurs il est demandé de suivre la procédure suivante :

- Si le réassureur est noté : utiliser la fonction du poids de risque

- Si le réassureur n'est pas noté mais est soumis aux exigences de la directive de Réassurance soumise au contrôle d'une autorité compétente de l'EEE (Espace Economique Européen) il est alors demandé d'appliquer le rating IV (BBB).
- Pour les autres cas l'exposition sera affectée au rating VI.

Remarque : Il peut sembler, à première vue, étonnant que le rating VIII soit moins important en terme de pondération que les autres.

En effet dans la pratique les assureurs ont souvent des expositions provenant de créances cédées à leur filiale, c'est dans cet esprit que le rating VIII a été pondéré avec un poids de 1,6%.

Mais cette notation risque, à notre avis, d'inciter certains assureurs à augmenter la part d'exposition liée à des créances non notés (« unrated »).

Résultat

Ci-dessous les résultats pour le risque de crédit :

Résultat pour le risque de crédit

| | Valeur de marché | Rdur (Duration Réelle) | g poids du risque |
|-----------------------------|------------------|------------------------|-------------------|
| AAA | 391,4 | 4,6 | 0,008% |
| AA | 128,2 | 3,5 | 0,056% |
| A | 876,2 | 5 | 0,66% |
| BBB | 429,4 | 4,8 | 1,312% |
| BB | 24,7 | 2,4 | 2,032% |
| B | 7,6 | 5 | 4,446% |
| CCC ou inférieur | 0 | 1 | 6,95% |
| Non noté (hors réassurance) | 457,4 | 2,3 | 1,60% |

Tab IV.6

$$\text{Donc } \text{SCR}_{\text{cred1}} = \sum_i g(\text{rating}_i) * \text{RDur}_i * \text{MV}_i = 76 \text{ M€}$$

3. Le risque de souscription vie

Ce troisième module de risque concerne les risques provenant de la souscription des contrats d'assurance vie ainsi que les risques liés au processus de gestion de l'activité. Le terme d'assurance vie est à prendre au sens large, il regroupe les contrats d'assurance vie, de décès, d'épargne etc.

Voici la décomposition des sous risques proposé par le QIS2 :

Matrice de corrélation des sous risques dans le module: risque vie

| Matrice de corrélation | Life mort | Life long | Life morb | Life dis | Life lapse | Life exp |
|--|-----------|-----------|-----------|----------|------------|----------|
| Life mort | 1 | 0 | 0,50 | 0,25 | 0 | 0,50 |
| Life long | 0 | 1 | 0 | 0 | 0,50 | 0,50 |
| Life morb | 0,50 | 0 | 1 | 1,00 | 0 | 0,50 |
| Life dis | 0,25 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0,50 |
| Life lapse | 0 | 0,50 | 0 | 0 | 1 | 0,50 |
| Life exp | 0,50 | 0,50 | 0,50 | 0,50 | 0,50 | 1 |
| Somme des corrélations aux autres risques | 1,25 | 1 | 2 | 1,75 | 1 | 2,50 |

Tab IV.7

Avec :

Life mort : La marge requise de référence pour le risque de mortalité. Le risque de mortalité concerne les contrats où le décès de l'assuré déclenche les prestations à effectuer aux profits du (des) bénéficiaires.

Life long : La marge de référence pour le risque de « longévité ». Ce risque concerne principalement les contrats d'épargne avec sortie en rente. Une longévité exceptionnelle des assurés induirait des coûts de prestations non prévus par l'assureur qui peuvent être très importants.

Life morb : La marge de référence pour le risque de morbidité. La morbidité a plusieurs formes d'indicateurs.

L'incidence et la prévalence sont les plus connues. L'incidence correspond à la probabilité d'entrer dans un certain état (devenir malade, incapable etc). La prévalence correspond à la part de la population concernée par « l'état » (exemple : pourcentage de population malade dans la population totale).

Life dis : La marge de référence pour le risque d'incapacité (disability). Le risque d'incapacité concerne par exemple les contrats de prévoyance.

Life lapse : La marge de référence pour le risque de « chute ». Le terme risque de chute regroupe le risque de rachat, de baisse des affaires nouvelles et de changements de rythmes de paiements des primes de la part des assurés.

Life exp : La marge de référence pour le risque de frais de gestion. Ce risque regroupe principalement les fluctuations des frais inhérent à la gestion des contrats d'assurances (frais de personnel, électricité, locaux etc)

Nous remarquons que tous les sous risques cités sont corrélés positivement. Le sous risque le plus corrélé est le risque de frais et les risques les moins corrélés sont les risques de longévité et de « chute ». On note aussi que le risque d'incapacité (disability) est parfaitement corrélé au risque de morbidité.

Notons aussi que le risque de rachat (inclus dans le risque de « chute ») n'est pas « lié » au risque de taux de manière directe. Sachant que les assurés sont plus enclins à racheter leur contrat lorsque les taux d'intérêt sont élevés il nous apparaît discutable de ne pas « lier » le risque de rachat avec le risque de taux.

La marge de référence pour le risque de souscription vie est déterminée par la formule suivante :

$$\text{SCR}_{\text{life}} = \sqrt{\sum_{r*c} \text{CorrLife}^{r*c} * \text{Life}_r * \text{Life}_c}$$

Avec :

SCR_{life} : La marge cible pour le risque de souscription vie.

CorrLife^{r*c} : Cellules de la matrice de corrélation.

*Life*_r (respectivement : *Life*_c) : La marge de référence pour les sous risques de souscription vie dans la ligne r (respectivement colonne c)

a. Risque de mortalité

Le sous risque de mortalité est décomposé en trois autres sous risques:

-Un risque d'incertitude, ce risque regroupe un ensemble d'éléments tels que : la « tendance » du risque de mortalité, le risque de paramètre (risque lié aux erreurs de calibration des paramètres permettant d'estimer le risque de mortalité)

-Un risque représentant la volatilité du risque de mortalité.

-Un risque de catastrophe représentant les situations de catastrophes (exemple: taux de mortalité extrêmement fort)

Remarque : Cette décomposition sera appliquée par la suite aux risques biométriques du module risque de souscription vie.

Le risque catastrophe est mesuré de la même manière dans les deux approches.

Les données nécessaires à l'application de l'approche par facteurs sont :

Capital at Risk : Capital sous risque net de frais de gestion. Cet élément concerne principalement les contrats en unité de compte (UC) avec une garantie plancher.

Lors du décès de l'assuré si la valeur des UC est inférieure à la somme des primes brutes de frais versées l'assureur s'engage à régler la différence. Nous voyons donc que cet élément est soumis à un aléa de type biométrique et un aléa de type financier.

q_x : Probabilité **moyenne** de décès. L'assureur est donc amené à estimer la probabilité de décès à partir des caractéristiques des contrats composant son portefeuille. Cette probabilité moyenne est à appliquer pour tout âge.

N : le nombre de contrats concerné par le risque de mortalité.

TP_{mort} : Les provisions techniques nettes de réassurance.

TP_i : Les provisions techniques pour chaque police d'assurance i .

$Death_i$: Le montant à payer dans l'immédiat par l'assureur en cas de décès de l'assuré pour le contrat i .

Le risque de mortalité selon l'approche par facteurs est mesuré comme suit :

$$Life_{mort1} = Life_{mort,vol1} + Life_{mort,trend1} + Life_{mort,CAT}$$

Avec

$Life_{mort,vol1}$: La marge de référence dans l'approche par facteurs pour le risque de volatilité.

$Life_{mort,trend1}$: La marge de référence dans l'approche par facteurs pour le risque de tendance.

$Life_{mort,CAT}$: La marge de référence dans l'approche par facteurs pour le risque de catastrophes (pour ce sous risque)

Les marges de références ci-dessus sont calculées comme suit :

- $Life_{mort,vol1} = 2.58 * \sigma_{mort} * Capital\ at\ risk$ avec $\sigma_{mort} = \sqrt{\frac{q_x * (1 - q_x)}{N}}$, σ_{mort} est une estimation de l'écart type de la probabilité de décès moyenne. Nous rappelons que cette probabilité moyenne est calculée sur tous les âges.
- $Life_{mort,trend1} = 0,002 * TP_{mort}$.
- $Life_{mort,CAT} = \sum_i (0,003 * \max[TP_i, Death_i])$

Résultat

$$Life_{mort,vol1} = 2.58 * \sigma_{mort} * Capital\ at\ risk = 2,58 * 5,93 * 10^{-5} * 2\ 185M€ = 3,342\ M€$$

$$Life_{mort,trend1} = 0,002 * TP_{mort} = 0,002 * 17,3M€ = 35k€$$

$Life_{mort,CAT}$: Non modélisé compte tenu des montants en jeu (montant très faible)

| |
|--|
| Donc $Life_{mort1} = 3\ 342k€ + 35k€ = 3377\ k€$ |
|--|

b. Risque de longévité

Le risque de longévité est traité de manière assez proche du risque de mortalité. C'est-à-dire décomposition en risque tendance, volatilité.

Ce risque est « l'opposé » du risque de mortalité. Ici l'assureur est exposé à une baisse du taux de mortalité, c'est-à-dire une hausse du taux de longévité de la population dans son portefeuille.

Ce risque touche principalement les contrats d'épargne, de retraite et à certaines catégories de contrats d'assurance vie.

Les données nécessaires à la méthode par facteurs sont :

Potential release : Les provisions mathématiques nettes des montants à régler dans l'immédiat en cas de décès des assuré(e)s.

q_x : Probabilité moyenne de décès.

Remarque : Cette probabilité n'est pas estimée de la même manière que celle étudiée dans le module risque de mortalité. La probabilité moyenne de décès estimée ici a été faite sur une population ayant des polices d'assurance portant un risque de longévité (exemple : contrat de rente)

N : Nombre de contrats d'assurance.

TP_{long} : Provisions techniques nettes de réassurance.

L'approche par facteurs fournit le résultat suivant :

$$Life_{long1} = Life_{long,vol1} + Life_{long,trend1}$$

où

$Life_{long,vol1}$ = La marge de référence pour le risque de volatilité

$Life_{long,trend1}$ = La marge de référence pour le risque lié à la tendance de la longévité

- $Life_{long,vol1} = 2,58 * \sigma_{long} * \text{Potential release}$ et $\sigma_{long} = \sqrt{\frac{q_x * (1 - q_x)}{N}}$
- $Life_{long,trend1} = 0,005 * TP_{long}$

Nous remarquons qu'il n'y a pas de composante « catastrophe » pour le risque de longévité. En effet le risque de longévité ne peut, de par sa définition, impliquer des prestations immédiates de la part de l'assureur. C'est un risque dont les impacts ne sont visibles qu'à moyen et long terme.

Résultat

$$Life_{long,vol1} = 2,58 * \sigma_{long} * \text{Potential release} = 2,58 * 6,53 * 10^{-4} * 557,8 \text{ M€} = \mathbf{940 \text{ k€}}$$

$$Life_{long,trend1} = 0,005 * TP_{long} = 0,005 * 557,8 \text{ M€} = \mathbf{2789 \text{ k€}}$$

| |
|---|
| Donc $Life_{long1} = 940\text{k€} + 2789\text{k€} = \mathbf{3729 \text{ k€}}$ |
|---|

c. Risque de morbidité

Le traitement du risque de morbidité est décomposé en risque de tendance, de volatilité et de catastrophe. L'événement déclenchant l'assureur à effectuer des prestations aux bénéficiaires de l'assuré(e) et/ou des bénéficiaires est l'entrée en l'état de la personne assurée.

Les données nécessaires à l'approche par facteurs sont :

Capital at Risk : Le capital net de réassurance soumis au risque. Il s'agit principalement des montants à verser, immédiatement, par l'assureur en cas d'entrée dans l'état des assurés.

i_x : La probabilité moyenne de morbidité.

N : Nombre de contrats d'assurance

TP_{morb} : Montant des provisions techniques nettes de réassurance

SA_i : Pour chaque polices d'assurance i où les prestations sont à effectuer en seul versement

AB_i: Pour les polices d'assurance où les prestations à effectuer ne sont pas à effectuer en un seul versement

Le capital requis par l'approche par facteurs est donné par la formule suivante :

$$Life_{morb1} = Life_{morb,vol1} + Life_{morb,trend1} + Life_{morb,CAT}$$

$Life_{morb,trend1}$: La marge de référence pour le risque de tendance

$Life_{morb,vol1}$: La marge de référence pour le risque de volatilité

$Life_{morb,CAT}$: La marge de référence pour les risques de morbidités catastrophiques

Les trois risques cités dessus sont calculés comme suit :

$$Life_{morb,trend1} = 0,002 * TP_{morb}$$

$$Life_{morb,vol1} = 2,58 * \sigma_{morb} * Capital\ at\ Risk \quad \text{où} \quad \sigma_{morb} = \sqrt{\frac{i_x * (1 - i_x)}{N}}$$

estimation de l'écart type des probabilités pour le risque d'incapacité

$$Life_{morb,CAT} = \sum_i (0,001SA_i + 0,005AB_i)$$

Résultat

La société ne possédant pas de risque de morbidité par conséquent : $Life_{morb} = 0$

d. Risque d'incapacité

L'incapacité est considérée comme la perte momentanée de facultés physiques, intellectuelles ou le passage d'un état non pathologique à l'état pathologique.

Ce risque concerne principalement les contrats de prévoyance. L'évènement générant les prestations à effectuer aux profits de l'assuré et/ou des bénéficiaires est l'entrée en l'état d'incapacité.

Ce traitement est aussi décomposé en trois sous risques, de la même manière que le risque de morbidité. Ci-dessous les deux méthodes proposés par le CEIOPS.

Les données nécessaires à l'approche par facteurs sont :

Capital at Risk : Le capital net de réassurance soumis au risque. Il s'agit principalement des montants à verser, immédiatement, par l'assureur en cas d'entrée dans l'état d'incapacité des assurés.

i_x : La probabilité moyenne d'incapacité.

N : Nombre de contrats d'assurance

TP_{morb} : Montant des provisions techniques nettes de réassurance

SA_i : Pour chaque polices d'assurance i où les prestations sont à effectuer en seul versement

AB_i : Pour les polices d'assurance où les prestations à effectuer ne sont pas à effectuer en un seul versement

L'approche par facteurs fournit le résultat suivant :

$$Life_{dis1} = Life_{dis,voll} + Life_{dis,trend1} + Life_{dis,CAT}$$

$$Life_{dis,trend1} = 0,002 * TP_{dis}$$

$$Life_{dis,voll} = 2,58 * \sigma_{dis} * Capital\ at\ Risk \quad \text{où} \quad \sigma_{dis} = \sqrt{\frac{i_x * (1 - i_x)}{N}}$$

$$Life_{dis,CAT} = \sum_i (0,001SA_i + 0,005AB_i)$$

Résultat

La société ne possédant pas de risque d'incapacité par conséquent : $Life_{dis} = 0$

e. Risque de chute

Comme nous l'avons cité le terme risque de chute regroupe le risque de rachat, de baisse des affaires nouvelles et de changements de rythmes de paiements des primes.

Ces risques sont difficilement modélisables car le comportement des assurés n'est pas toujours rationnel au sens économique. Pourtant une hausse du taux de rachat ou une baisse des affaires nouvelles a des conséquences importantes sur l'équilibre financier de l'assureur.

Le CEIOPS propose de mesurer le risque de chute avec l'approche décrite ci-dessous.

Les données nécessaires à l'approche par facteurs sont :

TP : Les provisions techniques

L'approche par facteur donne le résultat suivant :

$$Life_{lapse1} = 0,005 * TP$$

Résultat

$$TP = 1\ 814\ \text{M€}$$

| |
|---|
| Donc $Life_{lapse1} = 1814\ \text{M€} * 0,005 = \mathbf{9\ 073\ \text{k€}}$ |
|---|

f. Risque de frais de gestion

Le risque frais de gestion est parmi les risques du groupe « souscription vie » le moins volatile. Néanmoins une bonne gestion des risques implique une maîtrise de l'ensemble des risques répertoriés.

Les frais de gestion comprennent principalement : les coûts de location, d'entretien des locaux ; les coûts d'investissement, de maintenance du matériel d'informatique.

Les données nécessaires pour l'approche par facteurs sont :

E_{fixed} : Montant annuel des frais fixes l'assureur

$$Life_{exp1} = 0,1 * E_{fixed}$$

Résultat

$$E_{fixed} = 11\,304 \text{ k€}$$

| |
|--|
| Donc $Life_{exp1} = 0,1 * 11\,304 \text{ k€} = \mathbf{1130 \text{ k€}}$ |
|--|

4. Le risque opérationnel

Le risque opérationnel est l'un des risques les plus difficiles à modéliser et c'est pourtant l'un des risques qui peut conduire un assureur à la faillite de manière quasi immédiate.

Si jusqu'aujourd'hui les assureurs sont épargnés par les erreurs opérationnelles graves ce n'est pas le cas des banquiers. La quasi faillite de la banque Barings dans les années 90 en est un exemple.

Sans aller jusqu'à ces extrêmes, le risque opérationnel entraîne des dysfonctionnements et par conséquent des coûts pour un assureur. Le CEIOPS propose une seule approche pour mesurer ce risque.

Les données nécessaires sont :

TP_{life} : Provisions techniques pour l'assurance vie brutes de réassurance.

$Earn_{life}$: Primes pour l'assurance vie acquises totales brutes de réassurance

La formule pour mesurer le risque opérationnel est :

$$OP_1 = \max\{0,06 * Earn_{life}; 0,006 * TP_{life}\}$$

Remarque : La formule générale proposée par le CEIOPS comprend les éléments liés à l'assurance non vie et à l'assurance santé. Par simplification nous avons gardé la formule utilisée dans le cadre du mémoire.

Résultat

$$Earn_{life} = 244,7 \text{ M€} \quad \text{et} \quad TP_{life} = 2\,600 \text{ M€}$$

| |
|--|
| Donc $OP_1 = \mathbf{15,6 \text{ M€}}$ |
|--|

Nous résumons les résultats trouvés par le tableau ci-dessous.

Résumé des résultats sur le calcul du BSCR

| Risque de marché | Risque de souscription vie | Risque opérationnel | Risque de crédit | BSCR (sous hypothèse de corrélation) |
|-----------------------------------|------------------------------------|---------------------|------------------|---|
| 209 M€ | 12,7 M€ | | | |
| Risque de taux: 20M€ | Risque de mortalité: 3,37M€ | | | |
| Risque actions: 170M€ | Risque de longévité: 3,73M€ | | | |
| Risque immobilier: 23,6M€ | Risque de chute: 9,07M€ | 15,6 M€ | 76,2 M€ | |
| | Risque de frais de gestion: 1,13M€ | | | |
| Agrégation des groupes de risques | | | | 282 M€ |

Tab IV.8

Au vu de ces chiffres quelles analyses peut on tirer de ces premiers chiffres ? Que peut-on dire sur la pertinence de ces résultats ?

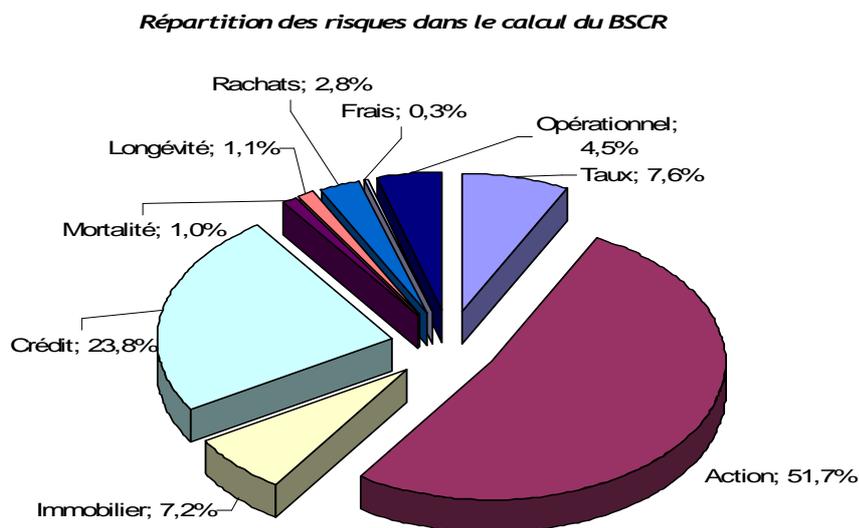
Nous répondons à ces questions et abordons les premières conclusions apportées par le CEIOPS à l'issue du QIS2.

V. Analyses sur le BSCR et le MCR

1. Analyse des résultats obtenus

a. Commentaires sur les exigences des sous risques

Dans un premier temps regardons la répartition des risques en pourcentage. Ci dessous la répartition des risques **avant agrégation** par les matrices de corrélation :



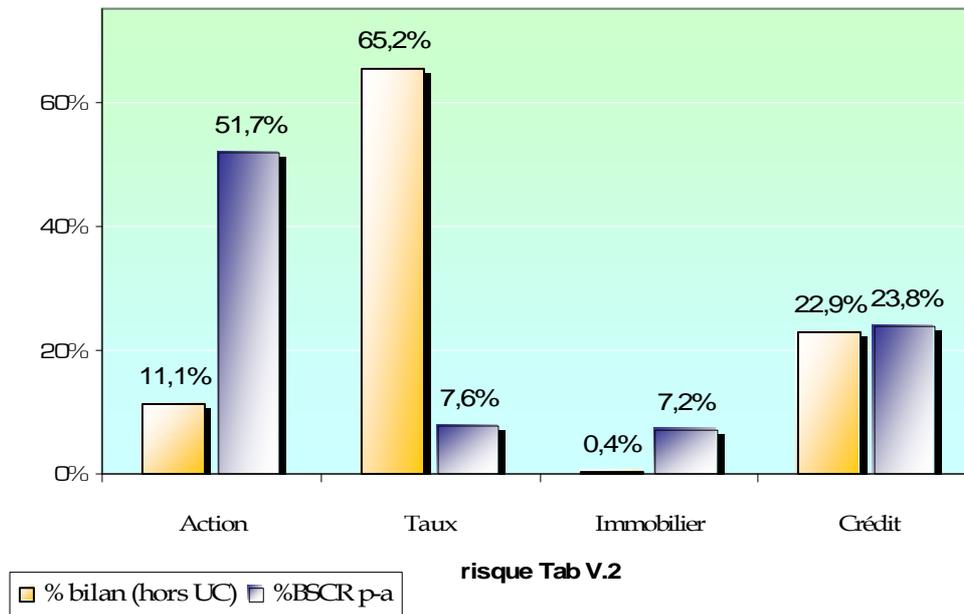
Tab V.1

Le risque action et le risque de crédit apparaissent comme les deux plus importants, viennent ensuite le risque de taux et le risque immobilier. Quel(s) risque(s) est (sont) surreprésenté(s)/ sous représenté(s) ?

Pour répondre à cette question nous proposons de comparer le poids des exigences de capital (avant agrégation) avec leur répartition en pourcentage dans le bilan en termes d'actifs.

Ci-dessous la comparaison des répartitions des sous risques (avant agrégation) par rapport à leur importance au bilan:

Comparaison de la répartition des risques dans le BSCR par rapport à la répartition au bilan.

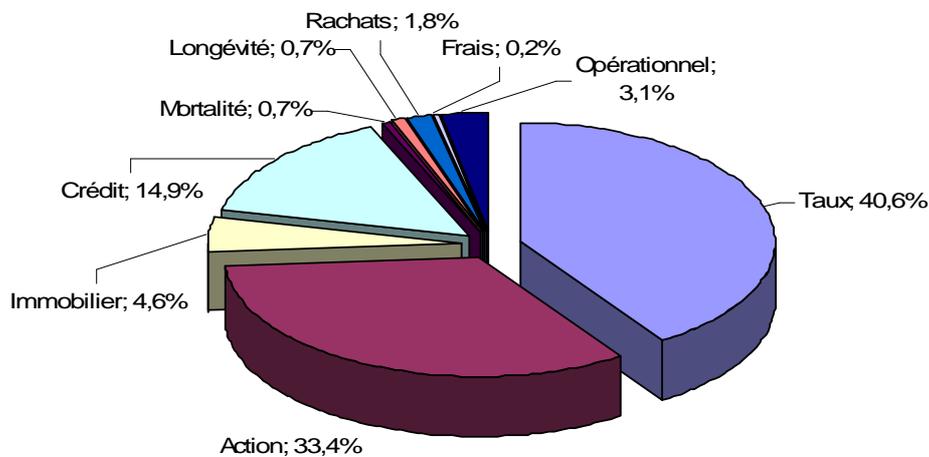


Nous voyons que les risques **action**, **immobilier** sont **sur représentés** par rapport à leur poids au bilan et inversement pour le risque taux.

Cela est dû au fait que le risque de taux est mesuré par l'approche par scénarios et non par l'approche par facteurs.

Ci-dessous la répartition des risques dans le cas où le risque de taux est mesuré par l'approche par **facteurs** (nous appellerons le BSCR ainsi obtenu : **BSCR modifié**)

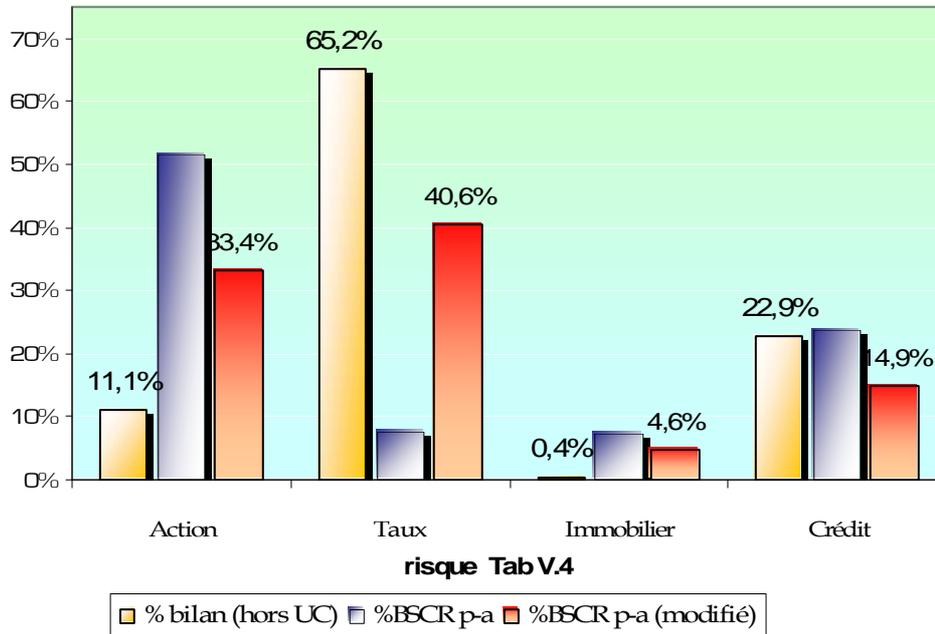
Répartition des risques dans le calcul du BSCR (risque taux mesuré selon approche par facteurs)



Tab V.3

Comparé à la répartition au bilan cette répartition semble plus proche...

**Comparaison de la répartition des risques dans le BSCR
(modifié) par rapport à la répartition au bilan.**



Cette répartition ne correspond pas tout à fait à celle du bilan. Mais il ne faut pas oublier que ces sous risques sont ensuite agrégés pour former le BSCR.

b. Commentaires sur le BSCR

Nous venons de voir les méthodes de mesure de l'exigence de capital ainsi que les résultats obtenus selon les préconisations du QIS2. Pour rappel, les exigences de capital pour chacun des risques étudiés sont ensuite agrégées en utilisant une matrice de corrélation.¹¹ Ci-dessous les résultats de l'agrégation obtenus avec la matrice de corrélation fournie par la FFSA.

¹¹ Voir III.3.a L'agrégation des risques

Matrice de corrélation entre groupe de risques: FFSA

| Matrice de corrélation | Risque marché | Risque crédit | Risque vie | Risque opérationnel |
|------------------------|---------------|---------------|------------|---------------------|
| Risque marché | 1 | 0,75 | 0,25 | 0,50 |
| Risque crédit | 0,75 | 1 | 0,25 | 0,25 |
| Risque vie | 0,25 | 0,25 | 1 | 0,25 |
| Risque opérationnel | 0,50 | 0,25 | 0,25 | 1 |

Tab V.5

$$BSCR_1 = [(SCR_{mkt}; SCR_{cred}; SCR_{life}; SCR_{op})^T \left[\text{Matrice corrélation} \right] \begin{pmatrix} SCR_{mkt} \\ SCR_{cred} \\ SCR_{life} \\ SCR_{op} \end{pmatrix}]^{0,5} = \mathbf{282 \text{ M€}}$$

Voici les résultats obtenus sous l'hypothèse d'indépendance des risques...

$$BSCR_2 = \sqrt{SCR^2_{mkt} + SCR^2_{cred} + SCR^2_{life} + SCR^2_{op}} = \mathbf{223,4 \text{ M€}}$$

...et sous l'hypothèse d'absence d'effet de diversification :

$$BSCR_3 = SCR_{mkt} + SCR_{cred} + SCR_{life} + SCR_{op} = \mathbf{313,5 \text{ M€}}$$

Nous avons jusqu'à maintenant utilisé la matrice de corrélation sans chercher à savoir comment ni pourquoi ces coefficients ont été choisis.

L'hypothèse qu'il existe une corrélation entre les divers risques est probable, mais leur mesure est à priori difficile. D'autant plus que cette corrélation pourrait varier avec le temps.

Quel impact peut-il y avoir sur le BSCR ? Pour répondre à cette question nous proposons de calculer le BSCR en modifiant certains coefficients de la matrice de corrélation.

Ci-dessous les résultats obtenus dans le cas où d'autres coefficients de corrélations auraient été choisis. Les coefficients modifiés sont coloriés en jaune.

Impacts sur le BSCR du changement des corrélations dans la matrice des groupes de risques

| Matrice de corrélation | R-marché | R-crédit | R-vie | R-opérationnel |
|------------------------|-------------|-------------|-------|----------------|
| R-marché | 1 | 0,50 | 0,25 | 0,50 |
| R-crédit | 0,50 | 1 | 0,25 | 0,25 |
| R-vie | 0,25 | 0,25 | 1 | 0,25 |
| R-opérationnel | 0,50 | 0,25 | 0,25 | 1 |

BSCR
267,5 M€

Modification de la corrélation entre les risques de marché et crédit, qui passe de 75% à 50%.

| Matrice de corrélation | R-marché | R-crédit | R-vie | R-opérationnel |
|------------------------|-------------|----------|-------------|----------------|
| R-marché | 1 | 0,75 | 0,50 | 0,50 |
| R-crédit | 0,75 | 1 | 0,25 | 0,25 |
| R-vie | 0,50 | 0,25 | 1 | 0,25 |
| R-opérationnel | 0,50 | 0,25 | 0,25 | 1 |

BSCR
284,4 M€

Modification de la corrélation entre les risques de marché et vie, qui passe de 25% à 50%.

| Matrice de corrélation | R-marché | R-crédit | R-vie | R-opérationnel |
|------------------------|-------------|----------|-------|----------------|
| R-marché | 1 | 0,75 | 0,25 | 0,25 |
| R-crédit | 0,75 | 1 | 0,25 | 0,25 |
| R-vie | 0,25 | 0,25 | 1 | 0,25 |
| R-opérationnel | 0,25 | 0,25 | 0,25 | 1 |

BSCR
279,1 M€

Tab V.6

Et modification de la corrélation entre les risques de marché et opérationnel, qui passe de 50% à 25%.

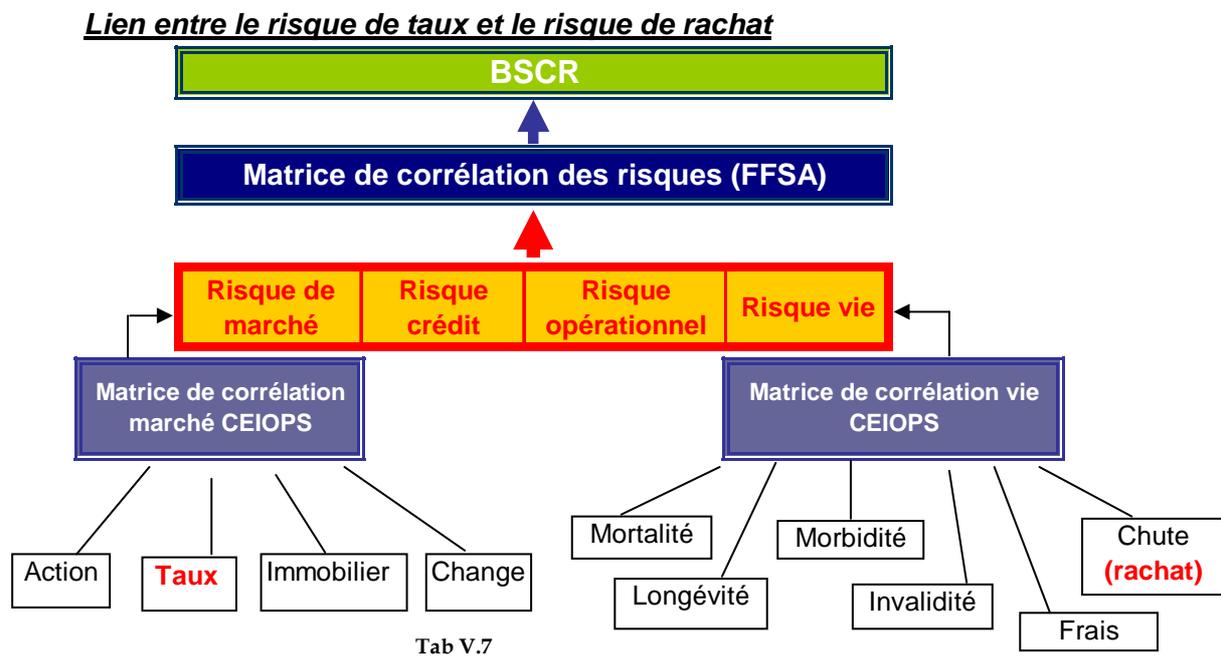
Nous avons choisi un pas de 25% car le pas minimum utilisé dans le QIS2 est de 25%.

Nous voyons que les résultats obtenus lors des variations des coefficients restent relativement stables. Donc même si les corrélations entre les risques évoluent l'exigence de capital restera stable.

2. Limites du BSCR

Durant la mise en œuvre de la méthodologie proposée nous avons remarqué trois éléments qui nous paraissent perfectibles.

La **première** concerne la prise en compte du **risque de rachat**. Il nous semble que ce risque est **sous estimé**. Plus précisément il n'y a pas de lien direct entre le risque de rachat, inclus dans le risque de « chute », et le risque de taux. Une hausse des taux d'intérêt n'impactera que le risque de rachat que de manière indirecte à travers la matrice de corrélation.



Comme l'on peut le voir sur ce graphique l'interaction risque de taux/rachat est assez faible.

La **deuxième** concerne la mesure du **risque de crédit**. Ci-dessous nous rappelons le rating proposé par le CEIOPS.

Tableau des pondérations du risque selon le QIS 2

| rating i | Classification des rating selon le CEIOPS | poids du risque |
|-----------------------------|---|-----------------|
| AAA | I- Risque extrêmement faible | 0,08% |
| AA | II- Risque très faible | 0,056% |
| A | III- Risque faible | 0,66% |
| BBB | IV- Risque moyen | 1,312% |
| BB | V- Spéculatif | 2,032% |
| B | VI- Très spéculatif | 4,446% |
| CCC ou inférieur | VI- Très spéculatif | 6,95% |
| Non côté (hors réassurance) | VII Non noté | 1,6% |

Tab V.8

Nous voyons que la catégorie des **crédits non noté** apparaît moins risquée que la catégorie BB. Dans la pratique la catégorie « unrated » concerne, aujourd'hui, principalement les crédits liés aux filiales des compagnies.

Mais cette pondération des risques peut à moyen/long terme inciter les assureurs à accepter des crédits provenant de sources non notées pour augmenter leurs rendements financiers et ce d'autant plus si la compagnie a des difficultés financières.

Enfin le dernier élément qui nous paraît discutable concerne les **matrices de corrélation**. Dans le paragraphe précédent nous avons étudié les impacts sur le BSCR suite aux variations des coefficients de la matrice de corrélation des groupes de risques fournie par la FFSA.

Mais avant d'obtenir les exigences de capital pour les groupes de risques nous avons utilisé des matrices de corrélation pour le groupe risque vie et le groupe risque de marché. Là aussi nous pouvons nous interroger sur la pertinence des corrélations proposées.

Nous venons de voir les résultats de calcul sur le BSCR. Cette exigence constitue un montant important puisqu'elle représente plus de 10% des provisions techniques ¹²(~ 2722 M€= 2611 M€ +111 M€) de la société.

3. Comparaison des résultats « place holder » vs non « place holder »

Comme nous l'avons précisé précédemment¹³ il existe deux approches pour mesurer les risques d'une société. L'approche de place (« place holder ») et l'approche non de place (non « place holder »). Nous comparons les résultats des deux approches pour le module risque de marché.

¹² Voir II.1 Présentation des activités de la société

La complexité des produits commercialisés et le calendrier réduit ne nous ont pas permis de réaliser les calculs pour le module risque vie.

Pour le risque opérationnel et le risque de crédit une seule méthode a été proposée.

Ci dessous nous comparons les résultats pour le risque de marché selon les deux approches.

Le risque de marché est mesuré en agrégeant les sous risques (risque action, risque taux, risque immobilier et change).

Dans l'approche « place holder » les risques d'action, d'immobilier, de change sont mesurés avec la méthode par facteurs, seul le risque de taux est mesuré avec l'approche par scénarios.

Les calculs selon la formule non « place holder » sont en annexe.

Comparons les résultats obtenus pour le risque de marché selon les deux approches :

Comparaison place holder vs non place holder pour le risque de marché

| Approche non "place holder" | | Matrice de corrélation des risques de marché | Risque de marché |
|-------------------------------|-----------------|--|------------------|
| Risque de taux | 207 M€ | | 326,4 M€ |
| Risque d'action | 119M€ | | |
| Risque immobilier | 22 M€ | | |
| Risque de change | 0 | | |
| Total (pré-agrégation) | 348 M€ | | |
| Approche "place holder" | | | Risque de marché |
| Risque de taux | 19,9M€ | | 209 M€ |
| Risque d'action | 170 M€ | | |
| Risque immobilier | 23,6M€ | | |
| Risque de change | 0 | | |
| Total (pré-agrégation) | 213,5 M€ | | |

Tab V.10

Comme l'on peut le voir l'approche non place holder donne une exigence de capital plus importante que l'approche place holder.

Analysons de près les écarts sur chacun des sous risques composant le risque de marché.

- Pour le risque immobilier l'écart est faible (moins de 8%).
- Pour le risque de taux l'écart (plus de 10 fois) est expliqué par le fait que les impacts d'un scénario de stress sont donnés par un modèle de gestion actif/passif après projection des flux des actifs et des passifs¹⁴.

¹³ Voir III.3.a/ L'agrégation des risques

¹⁴ Voir III.3.a/ L'agrégation des risques

Alors que dans l'approche par facteurs les impacts sont mesurés en prenant la différence entre la valeur des actifs et celle des passifs dans le cas d'un scénario de stress¹⁵. Cette approche ne fait pas intervenir de modèle de gestion actif/passif.

Elle a l'avantage d'améliorer la comparabilité des résultats (sur la partie risque de taux) entre les différentes sociétés d'assurance.

Les résultats de l'approche par scénarios **dépendent du modèle de gestion actif/passif utilisé.**

Si l'approche par scénarios devait être retenue, il nous paraît difficile, avec les préconisations actuelles, d'analyser de manière pertinente les résultats sur le risque de taux car il existe trop de divergences possibles entre les différents modèles de gestion actif/passif.

- Pour le risque action l'approche « place holder » est basée sur les facteurs¹⁶. L'écart (environ 30%) ici vient aussi du fait que dans l'approche par scénarios les résultats obtenus dépendent directement du modèle de gestion actif/passif utilisé.

4. Calcul du SCR global à partir du BSCR

Nous avons analysé dans le paragraphe précédent les résultats pour le BSCR. Mais comme nous l'avons noté c'est la SCR global (appelé aussi SCR) qui constitue l'exigence de capital cible. Nous avons spécifié¹⁷ comment obtenir ce montant à partir du BSCR.

Ci-dessous nous présentons les résultats.

Calcul du SCR à partir du BSCR

| | |
|---|------------|
| Provisions Techniques 2 | 1 089 |
| PBactuelle | 50 |
| PB2 | 166 |
| VM2 | 1 082 |
| K factor utilisé | 34% |
| PB future | 344 |
| Impact sur SCR (K factor*PB future actualisée) | 117 |
| BSCR | 282 |
| SCR | 165 |

Montant en M€

¹⁵ Voir Annexe pour le détail des calculs de l'approche non « place holder »

¹⁶ Pour le choix des approches retenues voir III.1.a/ L'agrégation des risques

¹⁷ Voir III.3 Le SCR global

Le montant de l'exigence de capital cible a été diminué de près de 40%. Nous voyons que la prise en compte des participations aux bénéfices futurs a un impact très important sur l'exigence de capital. Les participations aux bénéfices futures sont obtenues à partir des provisions techniques qui doivent être valorisées en « best estimate » selon les préconisations du QIS2.

Dans le chapitre suivant nous présentons les résultats de la **valorisation des provisions techniques selon les préconisations du QIS2**.

Remarque : La valorisation des provisions techniques a été faite sur deux produits dont le montant des provisions mathématiques (comptables) représente plus de 95% des provisions mathématiques au global.

Par contre le calcul du k-factor nous avons utilisé les provisions techniques que sur un seul produit (1089 M€)

5. Le MCR de transition et post transitionnel

Le SCR (Solvency Capital Requirement) est une marge de solvabilité cible, mais elle n'est pas obligatoire. Un assureur peut continuer à exercer ses activités sans disposer d'un montant de marge de solvabilité égal à celui préconisé par le SCR.

Le projet Solvency2 stipule qu'une marge minimum doit être calculée, ce minimum sera obligatoire pour l'exercice de l'activité.

Afin de mieux analyser la pertinence des résultats du projet Solvency2 le CEIOPS a proposé de calculer le MCR selon deux approches. Le premier est appelé MCR de transition, le deuxième appelé MCR post transitionnel.

a. Le MCR de transition

Le **MCR de transition** est basée sur Solvency1. Les données nécessaires sont :

CTP_1 : Provisions mathématiques courantes pour l'assurance vie (hors contrats UC)

CTP_L : Provisions techniques courantes pour contrats en UC

CTP_{L1} : Les provisions techniques courantes pour toute assurance en unités de compte

CTP_{L2} : Les provisions techniques courantes pour l'assurance en unités de compte, dans la mesure où l'assureur ne supporte aucun risque d'investissement mais où l'allocation destinée à couvrir les dépenses de gestion est fixée pour une période supérieure à 5 ans

CCR_1 : Capital sous risque pour l'assurance (hors contrats en UC), autre que l'assurance décès temporaire d'une échéance maximum de 5 ans.

CCR_2 : Capital sous risque pour l'assurance décès temporaire d'échéance maximum de 3 ans.

CCR_3 : Capital sous risque pour l'assurance décès temporaire d'échéance entre 3 et 5 ans.

CCR_L : Capital sous risque pour les contrats d'assurance (en UC) où l'assureur couvre le risque de décès (exemple : contrat avec support UC et garantie plancher)

CE_{L3} : Dépenses administratives de l'année passée relatives aux contrats en UC

TP_1 : Provisions techniques pour les contrats d'assurance vie (hors UC)

TP_L : Provisions techniques pour les contrats d'assurance vie en UC

Le MCR de transition ($TMCR_{life}$) est donné par la formule suivante :

$$TMCR_{life} = 0,5 * \{ 0,04 TP_1 + 0,003 CR_1 + 0,001 CR_2 + 0,04 TP_{L1} + 0,01 TP_{L2} + 0,25 CE_{L3} \}$$

Avec :

$$CR_1 = CCR_1 * \left(1 + \frac{(CTP_1 - TP_1)}{(CCR_1 + CCR_2 + CCR_3)} \right) \quad CR_2 = CCR_2 * \left(1 + \frac{(CTP_1 - TP_1)}{(CCR_1 + CCR_2 + CCR_3)} \right)$$

$$TP_{L1} = CTP_{L1} * \left(1 + \frac{(TP_L - CTP_L)}{CTP_L} \right) \quad TP_{L2} = CTP_{L2} * \left(1 + \frac{(TP_L - CTP_L)}{CTP_L} \right)$$

Les résultats obtenus sont :

| | | | |
|----------------------------|--------------------------|------------------------------|-----------------------------|
| $CR_1 = 376 \text{ M€}$ | $CR_3 = 0 \text{ €}$ | $A_{ton} = 0 \text{ €}$ | $CE_{L3} = 11,3 \text{ M€}$ |
| $TP_1 = 2 600 \text{ M€}$ | $CR_{sup} = 0 \text{ €}$ | $TP_{L1} = 5,8 \text{ M€}$ | $CR_L = 0 \text{ €}$ |
| $CR_2 = 21 350 \text{ M€}$ | $TP_{red} = 0 \text{ €}$ | $TP_{L2} = 110,8 \text{ M€}$ | |

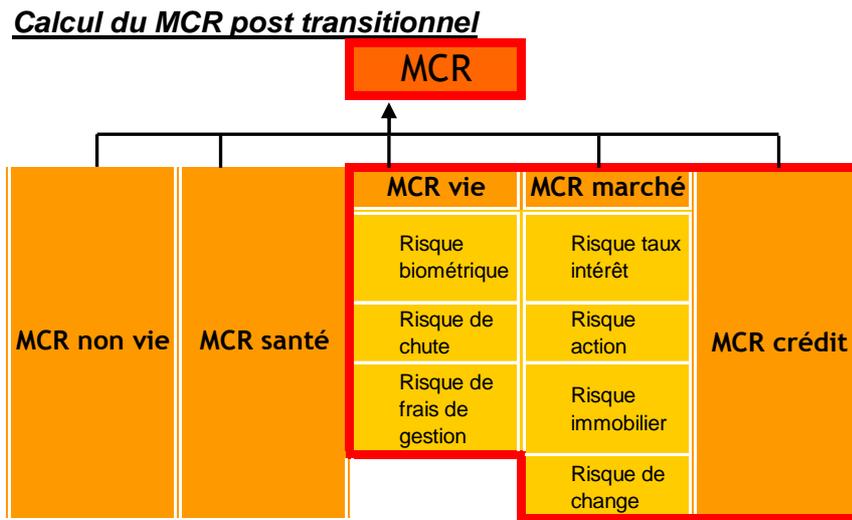
Donc la marge minimum requise basée sur Solvency1 est :

$$TMCR_{life} = 0,5 * 130,6 \text{ M€} = 65,3 \text{ M€}$$

b. Le MCR post transitionnel

Le MCR post transitionnel est basé sur une approche similaire à celle appliquée pour le calcul du BSCR. Le MCR post-transitionnel ne prend pas en compte le risque opérationnel, mais la décomposition des principaux risques (vie, marché etc) est la même.

Nous résumons la décomposition utilisée pour le calcul du MCR post transitionnel par le schéma suivant :



Tab V.11

Dans le cadre de ce mémoire seuls les risques des modules Vie, Marché et Crédit nous intéressent. Comme pour le BSCR trois méthodes de calculs sont à tester. Chacune d'elle correspond à une hypothèse sous jacente.

Les approches retenues par le CEIOPS pour la mesure des risques sont les mêmes que celles utilisé pour le BSCR à l'exception du risque de taux qui est mesuré ici avec l'approche par facteurs.

1. Hypothèse de corrélation des sous risques

L'hypothèse sous jacente est une corrélation positive des sous risques. La matrice de corrélation est donnée ci-dessous.

Matrice de corrélation: MCR post transitionnel

| CorrMCR | MCRmkt | MCRcréd | MCRlife |
|---------|--------|---------|---------|
| MCRmkt | 1 | 0,75 | 0,25 |
| MCRcréd | 0,75 | 1 | 0,25 |
| MCRlife | 0,25 | 0,25 | 1 |

Tab V.12

Le MCR post transitionnel est alors obtenu comme suit :

$$MCR_1 = \sqrt{\sum_{r*c} CorrMCR_{r*c} * MCR_r * MCR_c}$$

Avec :

$CorrMCR_{r*c}$: une cellule de la matrice $CorrMCR$ (ligne r , colonne c)

MCR_r (respectivement MCR_c) : la marge de référence pour les risques du MCR selon la ligne r (respectivement colonne c)

2. Hypothèse d'indépendance des sous risques.

$$MCR_2 = \sqrt{MCR_{mkt}^2 + MCR_{cred}^2 + MCR_{life}^2}$$

3. Hypothèse de non diversification des sous risques.

$$MCR_3 = MCR_{mkt} + MCR_{cred} + MCR_{life}$$

Les risques de marché, de souscription vie et de crédit sont obtenus à partir des résultats de calcul de la partie BSCR.

Ci-dessous nous détaillons les approches préconisées par le CEIOPS.

Risque de marché : MCR post transitionnel

Le MCR_{mkt} est formé à partir des composantes $MMkt_{int}$, $MMkt_{eq}$, $MMkt_{prop}$ et $MMkt_{fx}$ ainsi que de la matrice de corrélation des risques de marché. Cette matrice, appelée CorrMMkt est identique à la matrice de corrélation utilisée dans le calcul du risque de marché (SCR_{mkt}) pour la formation du BSCR.

Pour rappel ci-dessous la matrice CorrMMkt :

Matrice de corrélation pour les sous risques de marché (utilisé pour le MCR et le SCR)

| CorrMkt | Mkt int | Mkt eq | Mkt prop | Mkt fx |
|----------|---------|--------|----------|--------|
| Mkt int | 1 | 0,75 | 0,75 | 0,25 |
| Mkt eq | 0,75 | 1 | 1 | 0,25 |
| Mkt prop | 0,75 | 1 | 1 | 0,25 |
| Mkt fx | 0,25 | 0,25 | 0,25 | 1 |

Tab V.13

Les composantes du risque de marché pour le MCR sont obtenues en multipliant les résultats obtenus dans les calculs du risque de marché pour le BSCR par un facteur 0,5. Seul le risque d'intérêt est obtenu différemment.

-Risque de taux d'intérêt :

L'approche par facteurs pour le calcul du risque de taux d'intérêt est basée sur le calcul de la sensibilité des actifs, présents dans le portefeuille, par rapport aux variations de la courbe des taux d'intérêt.

Remarque: La méthodologie présentée ci-dessous est aussi valable dans le calcul du composant risque de taux d'intérêt du BSCR sous l'approche par facteurs.

Pour calculer le risque de taux d'intérêt sous l'approche par facteurs nous avons besoin d'un certain nombre d'éléments:

NAV : La valeur nette des actifs moins les passifs

TP : Total des provisions techniques (hors contrats UC)

MV_{fi} : La valeur de marché des actifs et des instruments de financement dépendant des taux d'intérêts (hors actifs dédiés aux contrats à support UC)

D_{fi}^{gen} : Sensibilité généralisée des actifs et instruments de financement définis ci-dessus.

D_{ip}^{gen} : Sensibilité généralisée des provisions techniques.

$r(t)$: taux d'intérêt annualisé courant pour l'échéance t avec $d(t) = 1 / (1+r(t))^t$ le facteur d'actualisation correspondant.

Remarque : Dans le QIS2 technical specification D_{fi}^{gen} et D_{tp}^{gen} sont appelées duration généralisée or d'après la formule fournis par le QIS2 il s'agit d'une sensibilité.
Le QIS2 recommande l'utilisation de structure par échéance des taux d'intérêt (« taux zéro »)

La formule pour l'approche par facteurs est la suivante :

$$MMktint1 = \text{Max} \{0; MVfi * D_{fi}^{gen}(r, s^{up}) - TP * D_{tp}^{gen}(r, s^{up}); MVfi * D_{fi}^{gen}(r, s^{down}) - TP * D_{tp}^{gen}(r, s^{down})\}$$

La structure des taux $r(t)$ par échéance ainsi que les stress $s(t)^{up}$ et $s(t)^{down}$ sont imposés. Par contre le QIS2 propose des approximations de la sensibilité généralisée des actifs et des provisions techniques.

Nous voyons donc que le risque de taux d'intérêt est défini comme la différence entre la « variation » de valeur des actifs par rapport à la « variation » de valeur des provisions techniques dans un scénario de stress.

La difficulté est de mesurer correctement la sensibilité des actifs et du passif. Pour cela le CEIOPS propose trois méthodes d'approximation. Ci-dessous les trois méthodes.

Soit $C=(C(1), C(2),...)$ un cash flow représentant les flux des actifs ou des passifs à venir.

Approximation1 (« Sensibilité modifiée ») :

L'idée est d'approximer $D_C^{gen}(r,s)$ par une somme de sensibilités modifiées : $D_C^{mod}(r,s)$ en découpant l'horizon de temps en cinq intervalles de longueurs différentes.

$$D_C^{gen}(r,s) \approx \sum_{b=1}^5 r_b * s_b * D_b^{mod} * \frac{MV_b}{MV(C)} \quad (1)$$

On constate que la $D_C^{gen}(r,s)$ est obtenu par une somme pondérée des D_b^{mod} .

$$\text{où } D_b^{\text{mod}} = D_C^{\text{mod}}(r, s) = - \frac{1}{MV(C)} * \frac{1}{1+r} * \sum_t t * d(t) * C(t)$$

Avec t appartenant à l'intervalle de temps b . D_b^{mod} est obtenu en faisant la somme actualisée, pondérée par le temps, des cash flow tombant dans l'intervalle de temps b .

Où :

- ❖ MV_b la valeur de marché des cash flow arrivant dans l'intervalle b .
- ❖ $MV(C)$ la valeur de marché des cash flow $C(1), C(2)...$
- ❖ r_b le taux d'intérêt sur la période b
- ❖ s_b le stress à appliquer sur la courbe des taux sur l'intervalle b
- ❖ r : taux d'intérêt pour une échéance d'un an appliqué sur l'année
- ❖ $C(t)$ le cash flow tombant en t .

Remarque : les intervalles de temps et les stress à appliquer sont fournis par le CEIOPS.

Approximation2 (« Formule d'approximation ») :

Lorsqu'il n'est pas possible de ventiler les cash flow sur les intervalles de temps proposés le CEIOPS propose l'approximation suivante :

$$D_C^{\text{gen}}(r, s) \approx r_b * s_b * D_C^{\text{mod}}$$

où le taux d'intérêt et le stress choisis sont fonction de l'intervalle de temps dans lequel tombe le cash flow C . Où C représente soit les actifs soit les passifs.

Approximation3 (« Formule d'approximation ») :

Enfin lorsqu'il est difficile de ventiler les cash flow des provisions techniques sur les intervalles de temps proposés, la subdivision peut se faire sur la base de la meilleure estimation.

Application pour le calcul du risque d'intérêt composant le MCR :

Ci-dessous les intervalles de temps utilisés pour le calcul de la « durée » généralisée dans le module risque de taux d'intérêt.

**Intervalles de temps et chocs utilisés: Risque de taux d'intérêt
 pour le MCR post transitionnel**

| Maturité t (année) | 1-3 | 3-6 | 6-12 | 12-18 | 18 et plus |
|------------------------------|-------|------|-------|-------|------------|
| Variation relative S(t) up | 0,3 | 0,25 | 0,2 | 0,15 | 0,15 |
| Variation relative S(t) down | -0,25 | -0,2 | -0,15 | -0,1 | -0,1 |

Tab V.14

Le CEIOPS stipule aussi que l'approximation suivante, **dans le cadre de calcul du MCR uniquement, doit** être utilisée :

$$D_C^{gen}(r, s) \approx r_b * s_b * D_C^{mod}$$

$D_C^{mod}(r, s)$: « duration » modifiée

r_b le taux d'intérêt sur la période b

s_b la variation relative des cash flow sur l'intervalle b

Nous obtenons les résultats suivants pour le risque de taux d'intérêt :

$$D_{fi}^{gen}(r, s^{up}) \approx -3,8\%$$

$$D_{fi}^{gen}(r, s^{down}) \approx 2,9\%$$

$$D_{ip}^{gen}(r, s^{up}) \approx -8,3\%$$

$$D_{ip}^{gen}(r, s^{down}) \approx 5,5\%$$

$$MVfi = 2\,228\text{M€}$$

$$TP = 2\,600\text{M€}$$

Alors :

$$\begin{aligned} MMktint1 &= \ll \text{Max} \gg \{ 0; -84,5\text{M€} + 214,7\text{M€}; 63,8\text{M€} - 143,15\text{M€} \} \\ &= \ll \text{Max} \gg \{ 0; 131,14\text{M€}; -79,37\text{M€} \} \end{aligned}$$

Remarque : Lors d'un scénario de stress le montant à assimiler à l'exigence de marge est celui le plus néfaste pour l'assureur. Ce montant ne peut pas être positif. Le maximum cité ci-dessus n'a pas le sens usuel mathématiques. La formule « exacte » est écrite ci-dessous.

$$MMktint1 = -1 * \text{Min} \{ 0; 131,14\text{M€}; -79,37\text{M€} \} = 79,37\text{M€}$$

-Les autres risques composant le risque de marché

Les autres risques formant le risque de marché sont obtenus en multipliant les risques correspondants obtenus dans le module de risque de marché par 0,5.

$$MMkt_{eq} = 0,5 \text{ Mkteq1}$$

$$MMkt_{prop} = 0,5 \text{ Mktprop1}$$

$$MMkt_{fx} = 0,5 \text{ Mktfx1}$$

Les résultats obtenus sont :

$$MMkt_{int} = 79,4 \text{ M€} \quad MMkt_{eq} = 85 \text{ M€} \quad MMkt_{prop} = 11,8 \text{ M€} \quad MMkt_{fx} = 0 \text{ €}$$

$$\text{Donc } MCR_{mkt} = 164,9 \text{ M€}$$

Risque de vie: MCR post transitionnel

Le risque de souscription vie pour le MCR est mesuré de la même manière que celui mesuré pour le BSCR.

Les composantes du MCR pour le risque de souscription vie sont mesurées comme suit :

$$MCR_{life,mort} = 0,5 * \text{Lifemort}$$

$$MCR_{life,dis} = 0,5 * \text{Lifedis}$$

$$MCR_{life,long} = 0,5 * \text{Lifelong}$$

$$MCR_{life,lapse} = 0,5 * \text{Lifelapse}$$

$$MCR_{life,morb} = 0,5 * \text{Lifemorb}$$

$$MCR_{life,exp} = 0,5 * \text{Lifeexp}$$

Les résultats obtenus sont :

$$MCR_{life,mort} = 1,7 \text{ M€}$$

$$MCR_{life,dis} = 0$$

$$MCR_{life,long} = 1,8 \text{ M€}$$

$$MCR_{life,lapse} = 4,5 \text{ M€}$$

$$MCR_{life,morb} = 0$$

$$MCR_{life,exp} = 565 \text{ k€}$$

$$\text{Donc } MCR_{life} = 6,3 \text{ M€}$$

Risque de crédit: MCR post transitionnel

Le risque de crédit pour le calcul du MCR post transitionnel est :

$$MCR_{cred} = 0,5 * SCR_{cred} = 38 \text{ M€}$$

Donc la marge minimum requise basée sur Solvency2 est :

$$MCR = \sqrt{\sum_{r*c} CorrMCR_{r*c} * MCR_r * MCR_c} = 197 \text{ M€}$$

Nous résumons par un tableau les résultats obtenus pour le MCR post transitionnel selon les approches.

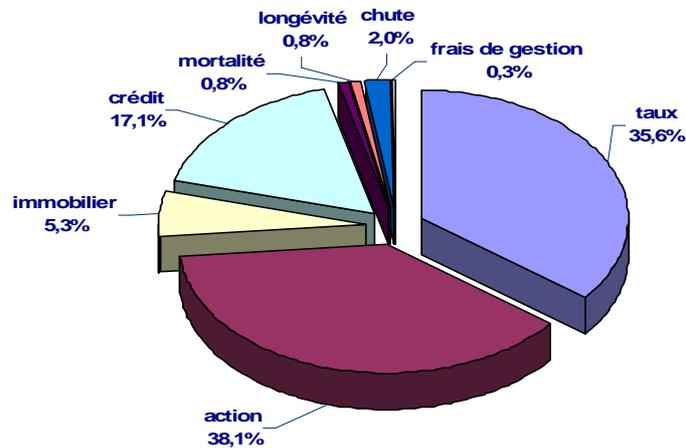
| MCR post transitionnel (en Millions €) | |
|---|---------------|
| Hypothèse corrélation (approche retenue par le CEIOPS) | 197 M€ |
| Hypothèse indépendance | 169 M€ |
| Hypothèse de non diversification | 209 M€ |

Tab V.15

c. Analyse et comparaison du MCR transitionnel par rapport au MCR post transition et au SCR

Regardons de plus près le poids de chaque risque principal dans la composition du MCR post transitionnel.

Répartition du poids des risques: MCR post transitionnel



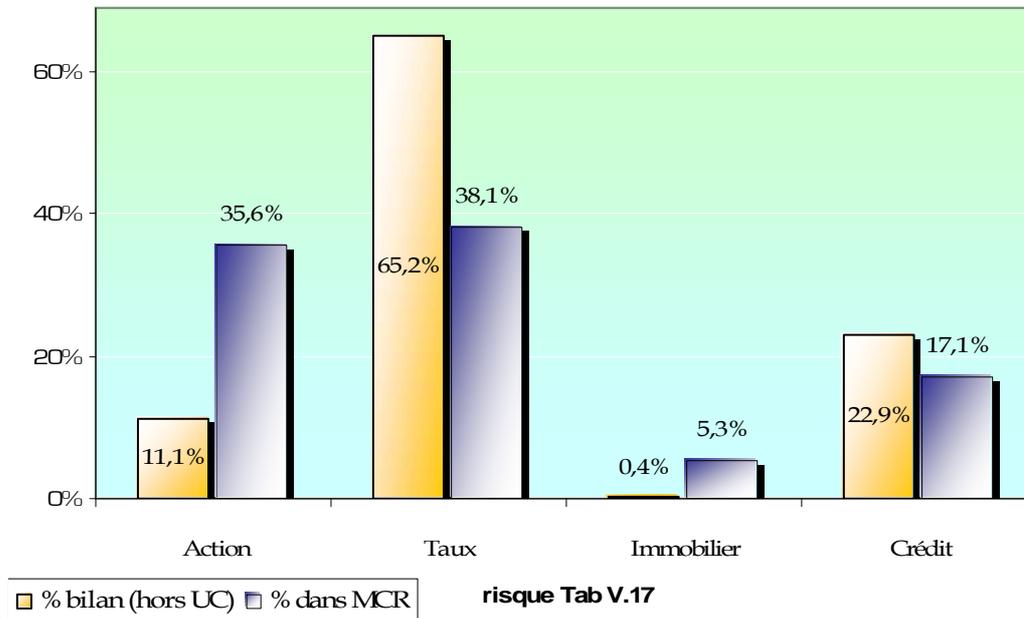
Tab V.16

Le graphique ci-dessus indique que dans le cadre MCR post transitionnel et **avant agrégation des risques** les deux risques les plus importants sont :

- Le risque action
- Le risque de taux

Comparons cette pondération du risque à celle des montants effectifs.

Comparaison de l'importance des exigences de capital dans le
 MCR / aux montants effectifs au bilan



Nous voyons que les **obligations** sont **sous représentées** par le risque de taux, **inversement** les **actions** sont sur représentées ainsi que l'**immobilier**.

Les risques de taux et d'action sont mesurés avec la même approche ici (approche par facteurs). Le fait que le risque de taux soit sous représenté est dû aux chocs appliqués sur la courbe de taux qui est plus faible que dans l'approche non de place pour le calcul du BSCR. En effet nous savons que lorsque l'approche par facteurs était utilisée pour mesurer le risque de taux, le poids du risque de taux devenait plus proche du poids des obligations au bilan¹⁸.

Avec **MCR post transitionnel = 197 M€** \approx **3* MCR de transition = 65 M€**. Le MCR post transitionnel, calculé sur la base du BSCR est beaucoup plus important que le MCR issus des exigences de capital actuelles.

Notons que dans l'hypothèse de non diversification le MCR post transitionnel obtenu est encore plus important (209 M€). Cela signifie que la matrice decorrélation a réduit la marge de capital minimale.

L'écart entre les résultats obtenus est expliqué entre autres par le fait que le MCR de transition :

- ne prend pas en compte le risque de crédit
- englobe les risques de longévité, de mortalité et de rachat par deux éléments : les provisions techniques et le capital sous risque
- ne prend pas en compte les corrélations éventuelles entre les divers risques (exemple : risque de taux et risque de rachat)

¹⁸ Voir V.1/a Commentaires sur les exigences des sous risques

- utilise une séparation, contrats à support UC vs contrats sans support UC, qui reste trop basique au vu de la complexité des produits commercialisés aujourd'hui (exemple : option de rachat, effet cliquet, arbitrage etc.)

Comparons maintenant le **MCR post transition** avec le SCR. Nous nous attendons à ce que l'exigence de capital minimale (MCR) soit inférieure à l'exigence de capital cible (SCR). Pourtant c'est **l'inverse** que nous observons.

Cela est du principalement au fait que pour le calcul du **SCR** le risque de taux d'intérêt est mesuré par l'approche par **scénarios** alors que pour le calcul du **MCR** le risque de taux est mesuré avec l'approche par **facteurs**.

Ci-dessous nous comparons le MCR post transitionnel avec le SCR dans le cas où le risque de taux avait été mesuré avec l'approche par facteurs, nous appellerons ce montant le **SCR modifié** (en référence au BSCR modifié¹⁹)

Comparaison du MCR post transitionnel avec le SCR modifié

| | |
|---|--|
| BSCR | BSCR avec le risque de taux mesuré par approche par facteurs |
| 282 M€ | 446 M€ |
| SCR | SCR avec le risque de taux mesuré par approche par facteurs |
| 165 M€ | 329 M€ |
| MCR post transitionnel | |
| 197 M€ | |
| Rapport MCR post transitionnel/ SCR dans les deux cas | |
| 1,2 | 0,6 |

Tab V.18

Nous voyons qu'en utilisant la même approche (approche par facteurs) pour mesurer le risque de taux de d'intérêt nous obtenons un **SCR modifié supérieur au MCR post transitionnel de 40%**.

Sachant que le MCR post transitionnel est calculé en multipliant les exigences de capitaux pour tous les groupes de risque (sauf le risque opérationnel, qui n'est pas pris en compte dans le MCR) par 0,5 nous pouvons dire que le « paradoxe » observé auparavant est expliqué.

¹⁹ Voir V.1 Analyse des résultats obtenus

VI. La valorisation des provisions techniques en stochastiques

Avant toute chose expliquons les motivations de l'utilisation des méthodes stochastiques. Si nous nous basons sur les préconisations du QIS 2, la valorisation de référence des provisions techniques doit se faire en « best estimate ».

Mais comment définir la notion de « best estimate » ou la meilleure estimation ? Et dans quelle mesure pourra-t-on dire qu'il s'agit bien de la « meilleure » estimation ?

Avant l'apparition des méthodes stochastiques les organismes assureurs utilisaient (et utilisent encore) des méthodes déterministes. Nous rappelons dans les grandes lignes le principe de fonctionnement de ces méthodes.

Ces méthodes consistent à choisir un ensemble d'hypothèses (évolution du taux d'intérêt, variation du cours des actions etc) de manière **déterministe**, c'est-à-dire que l'assureur choisissait lui-même les scénarios à tester. Puis, selon ces hypothèses, il faisait des projections sur la valeur du passif et de l'actif. Ainsi il pouvait savoir si dans tel ou tel cas la compagnie d'assurance pourra oui ou non faire face à ses engagements, posséder suffisamment de marge pour répondre aux exigences réglementaires etc.

Ces méthodes ont des limites :

- le nombre de cas de « stress » est limité, puisque l'assureur doit choisir « à la main » chaque valeur pour l'ensemble des paramètres
- une situation de stress (exemple : hausse de 35% des taux d'intérêt) peut effectivement avoir lieu mais avec quelle probabilité ?

Pour pallier à ces faiblesses le CEIOPS encourage les assureurs à utiliser des méthodes stochastiques pour valoriser leurs provisions techniques.

En effet en utilisant des méthodes stochastiques le gestionnaire peut alors disposer d'un large panel des valeurs possibles des provisions techniques. En supposant que ce panel soit représentatif de ce qui peut effectivement arriver dans le futur, nous avons alors un cadre référentiel pour définir la meilleure estimation.

Si l'on suppose que le panel des valeurs, obtenues par simulations, représente l'ensemble des situations possibles pour une date donnée alors **la meilleure estimation** de la valeur future **est la moyenne sur l'ensemble des valeurs obtenues**.

Notons que ce **ne sont pas les provisions que nous simulons**, mais bien des paramètres financiers qui sont ensuite **intégrés** dans un modèle de **gestion actif/passif**. Ce modèle de gestion actif/passif va utiliser ces simulations pour calculer les provisions techniques.

Les provisions techniques issues de ces calculs sont appelées **provisions techniques stochastiques** car elles sont formées à partir de paramètres stochastiques.

L'utilisation des méthodes stochastiques permet d'obtenir non seulement un grand nombre de valeurs possibles mais aussi la probabilité d'avoir telle ou telle valeur, ce qui n'est pas possible avec les méthodes déterministes.

Autre avantage des méthodes stochastiques, elles permettent d'obtenir des indicateurs statistiques, tel que la VaR et l'Expected Shortfall, qui sont des mesures du risque plus pertinentes que la volatilité.

Dans le cadre du QIS 2 il s'agit des **participations aux bénéfices (PB)** qui sont à calculer de manière stochastique.

En effet, comme nous l'avons fait remarquer précédemment l'exigence de capital cible (SCR) est obtenue en enlevant au BSCR un certain montant. Ce montant est appelé « Reduction for Profit Sharing » (RPS).

Pour rappel ce montant est obtenu comme suit :

$$\text{RPS} = \text{k-factor} * \text{PB}$$

Nous avons vu comment calculer le k-factor. En réalité ce ne sont pas les PB qui sont utilisées dans l'égalité ci-dessus mais les **PB futures actualisées**.

Pour valoriser ces PB futures selon les préconisations du QIS2 nous sommes amenés à **valoriser les provisions techniques en stochastique** puis à calculer la part correspondant à la PB.

Pour valoriser les PB futures nous sommes amenés à utiliser des méthodes stochastiques pour modéliser certains processus.

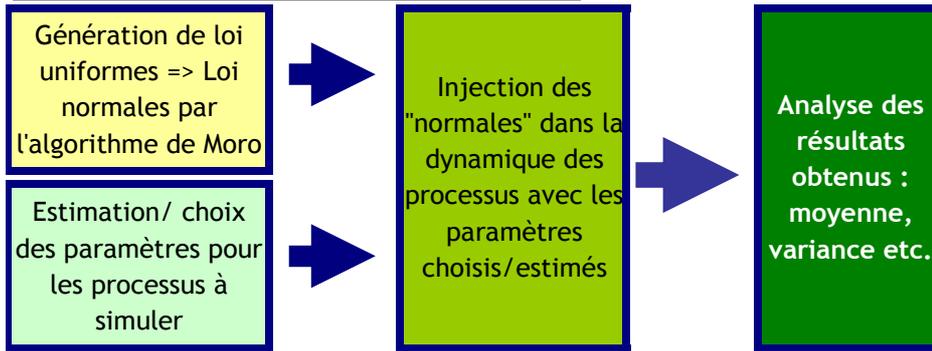
Nous présentons dans ce qui suit les éléments à simuler stochastiquement pour aboutir aux participations aux bénéfices stochastiques.

1. Les processus simulés stochastiquement

Pour obtenir les provisions stochastiques nous sommes amenés à modéliser l'évolution de certains indicateurs financiers : taux d'intérêt court terme, long terme, évolution du taux de rendement des actions.

La méthodologie à appliquer est la même pour l'ensemble des processus simulés :

Méthodologie de simulation de processus



Tab VI.1

Les éléments à étudier sont projetés sur 20 ans²⁰. Cela signifie que l'horizon de temps est 2025.

Les processus modélisés concernent directement les actifs du bilan. Leurs impacts au passif, notamment sur les provisions techniques, sont pris en compte à travers un modèle de gestion actif/passif.

Nous présentons dans un premier temps les éléments à simuler, puis nous abordons de manière détaillée les processus simulés et les résultats obtenus.

a. Les processus à simuler

Les éléments simulés stochastiquement sont les suivants :

- L'évolution du taux court
- L'évolution du taux long
- L'évolution du cours des actions

Nous voyons que les processus simulés concernent la majorité des actifs présents dans le portefeuille de l'assureur. L'évolution des taux concerne principalement les actifs monétaires, les obligations à taux fixe et les obligations à taux indexés enfin l'évolution du cours des actions concerne la valeur de marché des actions présentes dans le portefeuille.

Commençons par les taux court terme et long terme.

b. Taux court et taux long

Le taux d'emprunt court terme, ou taux court, est utilisé principalement pour la valorisation des instruments financiers ayant une échéance inférieure à un an. La structure du taux d'emprunt court terme n'est pas la même que celle du taux d'emprunt long terme, ou taux long.

²⁰ Nous avons fait ce choix car nous nous plaçons en run-off, c'est-à-dire que nous ne prenons pas en compte les affaires nouvelles pouvant avoir lieu dans le futur. Nous observons qu'avec un horizon de 20 ans l'ensemble des contrats, présent dans le portefeuille de l'assureur, est clos.

Cela est dû au fait que plus la durée de l'emprunt (ou du prêt) est longue plus le créancier aura tendance à demander une rémunération importante.

Pour modéliser l'évolution du taux d'intérêt court terme nous utiliserons le modèle Vasicek double facteurs.

Nous avons choisi ce processus pour les particularités suivantes :

- existence d'un paramètre de rappel (α_1) à la tendance moyenne (β_t)
- « stochastisation » de la tendance moyenne du taux court

Cette propriété est non négligeable car elle permet de prendre en compte des situations de stress particulières. Rappelons-nous que l'objectif de la valorisation des provisions techniques en stochastique est de mesurer la part de la PB future actualisée pouvant servir en cas de mauvais résultats.

Une « bonne » modélisation doit donc prendre en compte un panel de situations le plus large possible. Le modèle Vasicek doubles facteurs permet de répondre à ce critère.

Le modèle Vasicek doubles facteurs est un dérivé du Vasicek simple, qui est basé sur la dynamique ci-dessous :

$$dr_t = a(R - r_t)dt + \sigma_0 r_t dW_t \quad (1)$$

Avec :

- r_t taux instantané court terme
- R taux limite vers lequel converge r ; $R > 0$,
- a la vitesse de convergence du taux court terme vers le taux limite R
- σ_0 la volatilité du taux modélisé
- (W_t) un mouvement brownien standard

Dans le modèle Vasicek simple le taux court terme évolue autour d'une valeur centrale (R) mais une force de rappel (modélisée par a) l'empêche de prendre des valeurs trop éloignées de cette constante.

Dans le Vasicek double la tendance du processus (r_t) est elle-même modélisée par une dynamique.

Ci-dessous les équations définissant le modèle :

$$\begin{cases} dr_t = \alpha_1(\beta_t - r_t) + \sigma_1 dW_{1,t} & (2a) \\ d\beta_t = \alpha_2(\mu - \beta_t) + \sigma_2 dW_{2,t} & (2b) \end{cases}$$

L'équation (2a) définit la dynamique de r_t . **Le point clé de ce modèle est le fait que la tendance de r_t , β_t , soit lui-même régi par une dynamique.**

Classiquement nous retrouvons :

α_1 (respectivement α_2) : coefficient représentant une force de rappel du taux court instantané r_t (du drift β_t), de signe strictement positif

r_t (respectivement β_t) : le taux court instantané (respectivement sa moyenne de long terme)

σ_1 (respectivement σ_2) la volatilité du processus (r_t) (respectivement de (β_t))

μ : la tendance long terme de β_t

$(W_{1,t})$ et $(W_{2,t})$ deux browniens indépendants

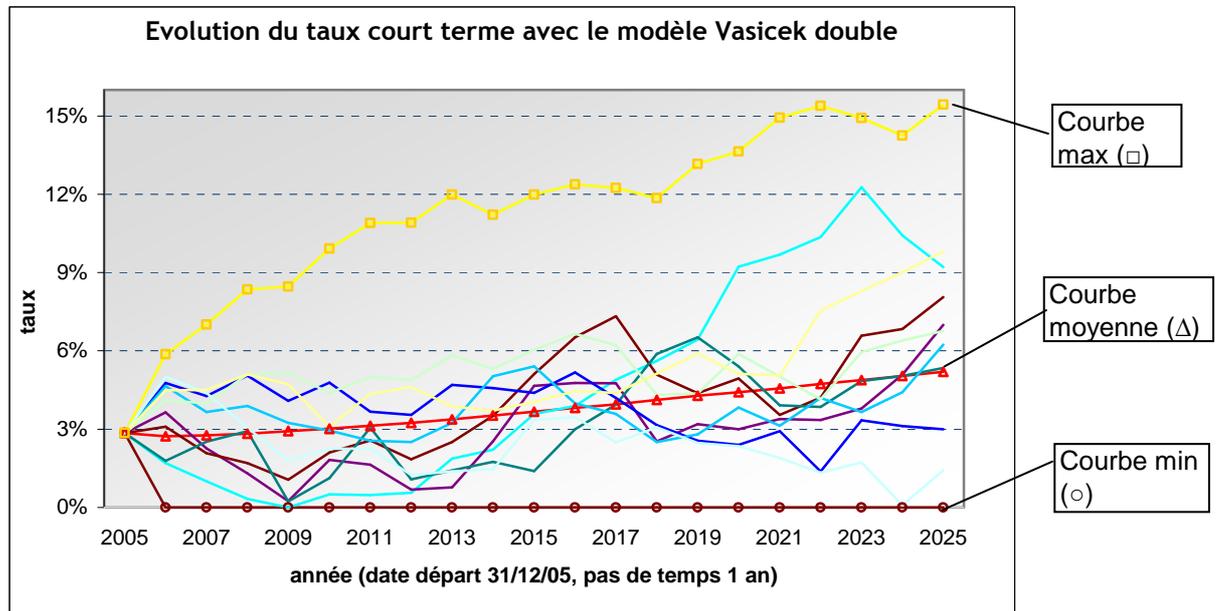
Nous pouvons voir dans l'équation (2a) que si r_t est supérieur à sa tendance β_t alors sa variation sera négative sur l'intervalle infinitésimale $[t ; t+dt]$ inversement. Et cela est d'autant plus important que α_1 est grand. Tout se passe donc comme si r_t varie autour d'une valeur centrale. L'équation (2b) permet de faire varier de manière stochastique la tendance du processus.

Cette modélisation n'est pas parfaite car elle n'exclut pas la possibilité d'obtenir des taux spots négatifs. Néanmoins en choisissant de manière appropriée les valeurs initiales r_0 et β_0 nous pouvons pallier à ce problème.

Pour les paramétrages nous utiliserons : $r_0 = \beta_0 = 2,86\%$ (taux euribor²¹ au 31 décembre 2005). Nous avons choisi ce taux car il est représentatif des taux appliqués dans les pays de l'union européenne.

La moyenne tendancielle du processus (β_t), les volatilités ainsi que les forces de rappel ont été choisies en accord avec l'organisme d'assurance participants au QIS2.

Voici quelques courbes obtenues par simulation :



Tab VI.2

Nous observons sur le graphe ci-dessus :

- que la moyenne du taux court terme est croissante sur les vingt années,

²¹ Voir http://www.euribor.org/html/content/euribor_data.html

- des changements importants dans les tendances des courbes de taux d'intérêt obtenues,
- et que tous les taux obtenus sont positifs.

Remarque : Nous avons obtenue quelques valeurs négatives qui ont toutes été mises à zéro. Un taux négatif n'a pas de sens et n'est pas utilisable pour la suite.

Ci-dessous les statistiques sur le processus de taux d'intérêt:

Statistiques sur les processus de taux d'intérêt court terme: Vasicek double

| | 2006 | 2010 | 2015 | 2025 |
|------------------------|-------|-------|--------|--------|
| Max | 5,87% | 9,93% | 11,99% | 15,43% |
| Moyenne | 2,73% | 3,01% | 3,66% | 5,19% |
| Min | 0,00% | 0,00% | 0,00% | 0,00% |
| Médiane | 2,72% | 2,89% | 3,47% | 5,12% |
| quantile à 90% | 4,00% | 5,66% | 7,07% | 9,53% |
| moyenne quantile à 90% | 4,47% | 6,63% | 8,37% | 10,96% |
| quantile à 10% | 1,45% | 0,30% | 0,22% | 0,81% |
| moyenne quantile à 10% | 0,98% | 0,04% | 0,02% | 0,11% |

Tab VI.3

Le quantile à 90% et celle à 10% permettent de dire qu'en 2006 près de 80% des valeurs obtenues sont comprises entre 4% et 1,45%. Cela signifie que la valeur du taux court terme peut varier (en 2006) soit jusqu'à $(4 - 2,85) / 2,85 \sim 40\%$ soit jusqu'à $(0,98 - 2,85) / 2,85 \sim -65\%$. Ce qui correspond (à peu près) aux variations, pour les maturités entre 1 et 3 ans, spécifiées pour la mesure du risque de taux²².

Il reste à modéliser l'évolution du taux long terme. En réalité la modélisation du taux court terme permet de trouver le taux long terme sous certaines hypothèses. Ci-dessous nous exposons le raisonnement utilisé.

Sous l'hypothèse **d'absence d'opportunité d'arbitrage**, le prix d'un zéro coupon doit vérifier l'équation suivante :

$$P(t, T) = e^{-(T-t)R(t, T-t)} \quad (3)$$

Avec :

- $t \leq T$

²² Voir V.5.b/ Le MCR post transitionnel

- $P(t,T)$ le prix à l'instant t d'un zéro coupon d'échéance T
- $R(t,T-t)$ taux **annuel** du zéro coupon en continu à appliquer en t pour un emprunt/prêt d'une durée de $T-t$. Il s'agit du taux long.

Le taux court $r(t)$ est donné par l'expression suivante :

$$r(t) = \lim_{t \rightarrow T} R(t, T-t) = \lim_{t \rightarrow T} -\frac{1}{T-t} \ln P(t, T) \quad (4)$$

Nous voyons que le taux court est défini comme la limite du taux annuel d'un zéro coupon.

Nous supposons que sous la probabilité risque neutre Q , le prix actualisé d'un zéro-coupon est une martingale, c'est-à-dire :

$$\tilde{P}(t, T) = E_Q[\tilde{P}(s, T) | F_t] \quad \text{avec } t \leq s \leq T \quad (5)$$

L'égalité ci-dessus signifie que le prix actualisé d'un zéro coupon en date s (connaissant toute l'information en date t) est égale, en moyenne sous la **probabilité risque neutre**, au prix du zéro coupon actualisé en date t .

Avec
$$\tilde{P}(t, T) = P(t, T) \exp\left(-\int_0^t r(u) du\right) \quad (6)$$

En posant $s=T$ on obtient l'égalité suivante :

$$\tilde{P}(t, T) = E_Q[\tilde{P}(T, T) | F_t] \quad (7)$$

En combinant (6) et (7) l'on obtient alors :

$$P(t, T) \exp\left(-\int_0^t r(u) du\right) = \tilde{P}(t, T) = E_Q\left[\exp\left(-\int_0^T r(u) du\right) \times 1 | F_t\right] \quad (8)$$

Car le prix d'un zéro coupon en T ayant comme échéance T , $P(T, T)$, vaut 1. Nous voyons donc qu'en modélisant la dynamique du processus r_t nous pouvons en déduire $P(t, T)$ et en utilisant l'égalité (3) nous pourrions déduire le taux $R(t, T)$. Grâce à l'égalité (4) nous avons lié le taux court terme avec le taux long terme.

Le prix du zéro coupon est donné comme suit :

$\forall s > t$

$$P(t, s) = \exp[\Phi(s) - \Pi_1(s)r_t - \Pi_2(s)\beta_t] \quad (9)$$

Avec : $\Pi_1(s) = f(\alpha_1, s)$ $\Pi_2(s) = \frac{\alpha_1}{\alpha_1 - \alpha_2} [f(\alpha_2, s) - f(\alpha_1, s)]$

$$\Phi(s) = [f(\alpha_1, s) - s] \times \left[\mu - \frac{\sigma_1^2}{2\alpha_1^2} \right] + B_2(s) \mu - \frac{\sigma_1^2 f(\alpha_1, s)^2}{4\alpha_1} + \frac{\sigma_2^2}{2} \left\{ \frac{s}{\alpha_2^2} - 2 \times \frac{B_1(s) + B_2(s)}{\alpha_2^2} \right. \\ \left. + \frac{f(2\alpha_1, s)}{(\alpha_1 - \alpha_2)^2} - \frac{2\alpha_1}{\alpha_2(\alpha_1 - \alpha_2)^2} f(\alpha_1 + \alpha_2, s) + f(2\alpha_2, s) \times \frac{\alpha_1^2}{\alpha_2^2(\alpha_1 - \alpha_2)^2} \right\}$$

et $f(\alpha, s) = \frac{1 - e^{-\alpha s}}{\alpha}$

En utilisant l'égalité (3) nous obtenons :

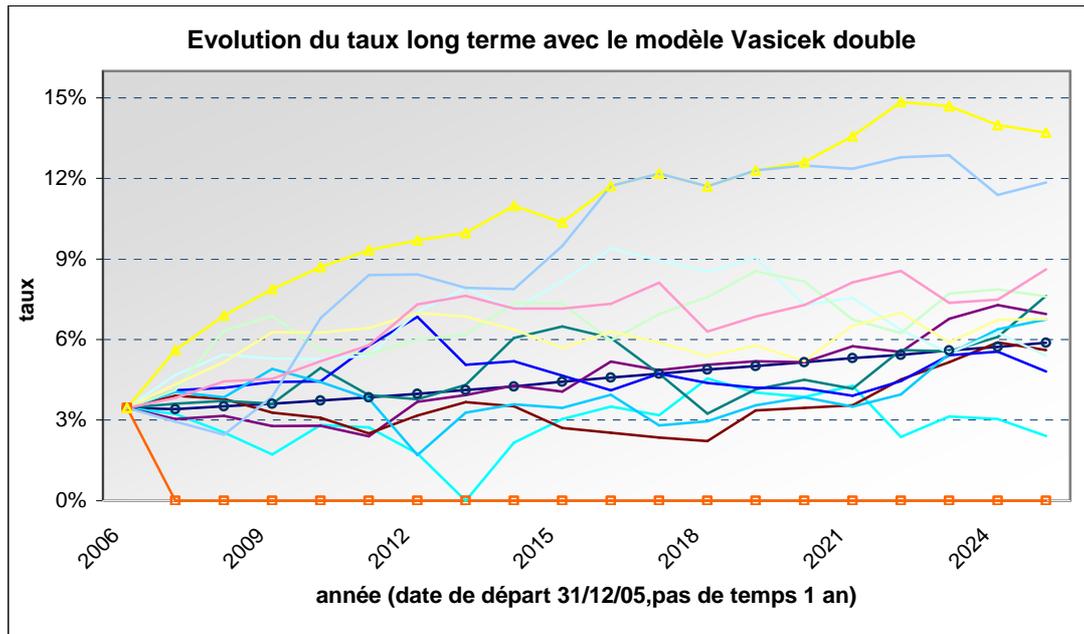
$$R(t, T-t) = \frac{-1}{T-t} (\Phi(T-t) - \Pi_1(T-t)r(t) - \Pi_2(T-t)\gamma_t) \quad (10)$$

Résumons :

Avec le système d'équations (2) nous modélisons l'évolution de la courbe de taux court terme. Puis en utilisant le lien, existant entre taux court terme, prix d'un zéro coupon et taux long terme, fourni par (4) nous obtenons le taux long terme.

Nous avons déjà analysé les résultats pour le processus du taux court. En utilisant les résultats précédents nous obtenons l'évolution pour le taux long.

Ci-dessous les graphes, de quelques trajectoires d'évolution du taux **long terme**, obtenues avec le Vasicek double:



Tab VI.4

Nous pouvons voir là aussi que :

- le taux moyen long terme est croissant sur les vingt années,
- les variations de la structure des courbes de taux obtenues sont importantes
- tous les taux obtenus sont positifs

Ces résultats correspondent à nos attentes.

Regardons maintenant les statistiques pour le taux long terme :

Statistiques sur les processus de taux d'intérêt long terme: Vasicek double

| | 2006 | 2010 | 2015 | 2025 |
|------------------------|-------|-------|--------|--------|
| Max | 5,61% | 9,33% | 11,72% | 14,77% |
| Moyenne | 3,41% | 3,85% | 4,59% | 6,00% |
| Min | 0,00% | 0,00% | 0,00% | 0,00% |
| Médiane | 3,42% | 3,84% | 4,71% | 6,13% |
| quantile à 90% | 4,34% | 5,94% | 7,41% | 9,43% |
| moyenne quantile à 90% | 4,69% | 6,81% | 8,41% | 10,61% |
| quantile à 10% | 2,47% | 1,82% | 1,79% | 2,58% |
| moyenne quantile à 10% | 2,09% | 0,44% | 0,20% | 0,61% |

Tab VI.5

Nous constatons que le taux long terme est toujours légèrement supérieur au taux court terme. Cela correspond bien à nos attentes.

Nous voyons que les variations spécifiées par le QIS2 (+30% et -20% pour les maturités supérieures à 18 ans) correspondent à peu près à la variation observée pour le quantile à 90% (c'est-à-dire (4,34-

3,41)/3,41 ~ +27%) dans le cas de hausse des taux et à la variation pour le quantile à 10% en 2006 (c'est-à-dire (2,47 – 3,42) / 3,42 ~ -28%), dans le cas de baisse des taux.

Nous pouvons dire que la modélisation adoptée fournit des scénarios englobant les cas de stress spécifiés par le QIS2.

Passons maintenant à la modélisation du cours des actions.

c. Actions

Nous faisons l'hypothèse que le prix d'une action suit un mouvement brownien géométrique. Le prix de l'action vérifie alors l'équation suivante :

$$dS(t) = \delta S(t) + \sigma S(t) dW_t \quad (10)$$

Avec :

δ : rendement de l'action

σ : volatilité de l'action, constante

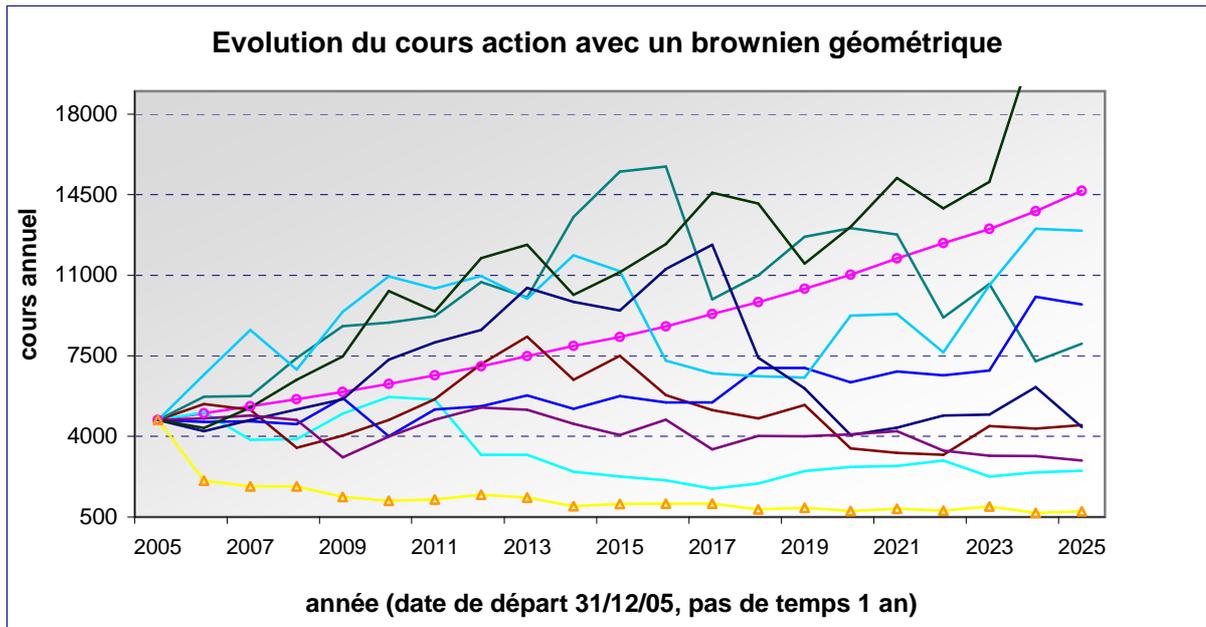
dW_t : un brownien de variance dt

Nous avons choisi ce modèle car il est **simple d'utilisation** et est **couramment utilisé** en pratique. Nous utiliserons l'indice Cac40 pour représenter l'évolution du cours de nos actions. Cet indice synthétise l'évolution de quarante actions du marché français.

Les paramètres du modèle ont été choisis en accord avec l'organisme d'assurance là aussi. Nous utilisons un cours initial $S(0) = 4715$ points. Ce qui correspond aux cours du Cac40 à l'ouverture le 31 décembre 2005²³.

Nous obtenons alors les graphes ci-dessous pour le cours des actions :

²³ Voir <http://www.fininfo.fr/fininfong/GetHistoriqueIndices.event?lg=fr>



Tab VI.6

Les courbes obtenues pour le processus du cours des actions ont une forte volatilité, avec une courbe moyenne croissante linéairement. Notons que toutes valeurs du cours des actions sont positives.

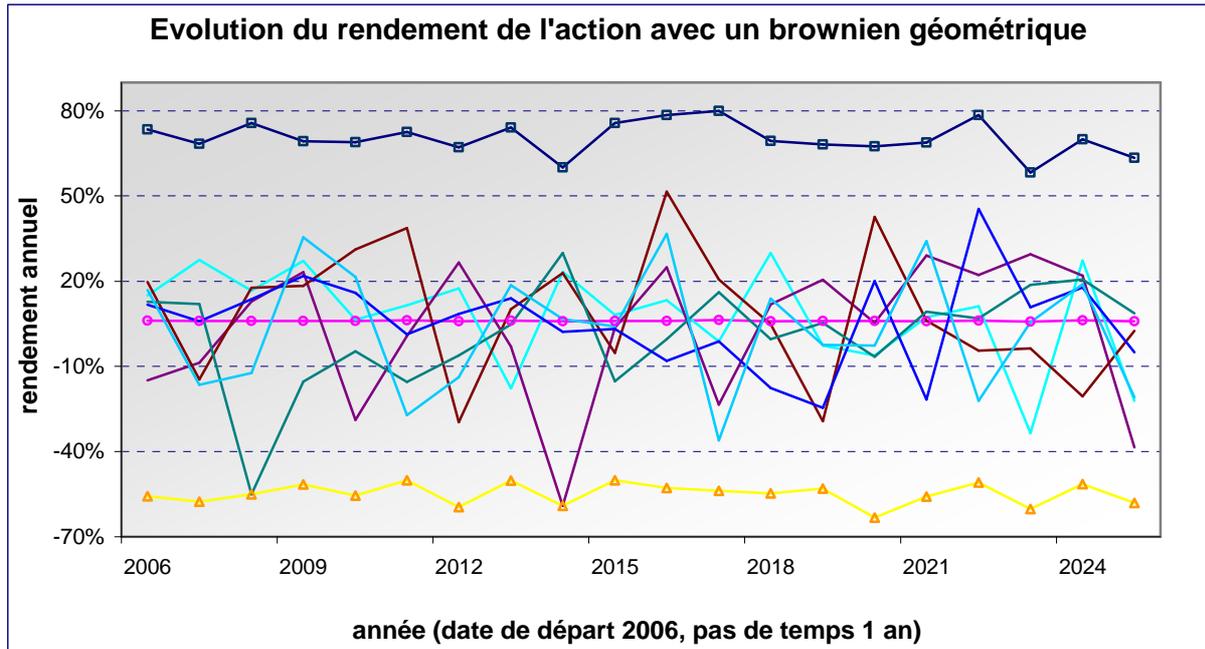
Regardons les statistiques pour les processus cours des actions :

Statistiques sur les processus cours action: Brownien géométrique

| | 2006 | 2010 | 2015 | 2025 |
|------------------------|---------|----------|----------|-----------|
| Max | 8 179,8 | 17 542,7 | 50 324,7 | 200 221,8 |
| Moyenne | 5 001,1 | 6 278,0 | 8 319,0 | 14 668,2 |
| Min | 2 086,9 | 1 210,2 | 1 070,9 | 747,2 |
| Médiane | 4 998,7 | 5 848,3 | 6 902,3 | 10 364,6 |
| quantile à 90% | 6 212,1 | 10 047,1 | 15 262,9 | 31 786,8 |
| moyenne quantile à 90% | 6 660,0 | 11 869,2 | 19 458,5 | 45 985,2 |
| quantile à 10% | 3 789,2 | 3 433,1 | 3 320,5 | 3 465,5 |
| moyenne quantile à 10% | 3 357,5 | 2 751,9 | 2 576,8 | 2 511,7 |

Tab VI.7

Pour le rendement des actions nous obtenons :



Tab VI.8

Nous savons que la modélisation retenue implique que le rendement des actions suit une loi normale²⁴:

Regardons les statistiques du processus des rendements.

Statistiques sur les processus rendement action: Brownien géométrique

| | 2006 | 2010 | 2015 | 2025 |
|------------------------|---------|---------|---------|---------|
| Max | 65,86% | 63,93% | 71,95% | 63,38% |
| Moyenne | 6,00% | 5,93% | 5,97% | 5,92% |
| Min | -55,74% | -55,48% | -50,04% | -58,12% |
| Médiane | 5,99% | 5,98% | 5,84% | 5,93% |
| quantile à 90% | 31,48% | 31,39% | 31,26% | 31,44% |
| moyenne quantile à 90% | 40,83% | 40,53% | 40,80% | 40,92% |
| quantile à 10% | -19,68% | -19,82% | -20,01% | -19,68% |
| moyenne quantile à 10% | -28,88% | -29,01% | -28,79% | -29,25% |

Tab VI.9

Nous voyons que la moyenne des rendements pour les années observées reste constante, de même que l'étendu des observations.

Nous utiliserons l'évolution du **rendement** des actions pour la suite de nos travaux. En effet le rendement est un indicateur qui peut être utilisé avec des actions ayant une valeur nominale différente.

²⁴ En effet en discrétisant l'équation (10) nous avons : $S(t+1) = S(t) (1 + \delta) + \sigma S(t)N(0 ; t) \Rightarrow [S(t+1)-S(t)] / S(t) \sim N(\delta ; t)$

Pour le rendement des actions : nous voyons qu'en moyenne le rendement (annuel) des actions simulées est de 6%. Dans moins de 10% des cas nos actions ont un rendement négatif d'environ -20%.

Pour l'évolution du cours des actions nous avons vu dans le chapitre IV que le risque action est mesuré en supposant une baisse du cours des actions de 40%. Voyons quelle est la probabilité de cet évènement dans le cadre de notre modélisation.

Cas extrêmes du cours de l'action: Brownien géométrique

| Nombre de simulations: 10 000 | 2006 | 2010 | 2015 | 2025 |
|--|-------|-------|-------|--------|
| Moyenne | 5 001 | 6 278 | 8 319 | 14 668 |
| quantile 25% | 4 361 | 4 347 | 4 722 | 6 031 |
| quantile 15% | 4 020 | 3 706 | 3 845 | 4 237 |
| quantile 5% | 3 454 | 2 849 | 2 695 | 2 574 |
| quantile 2% | 3 066 | 2 245 | 2 058 | 1 992 |
| quantile 1% | 2 802 | 1 991 | 1 673 | 1 482 |
| quantile 0,5 % | 2 555 | 1 734 | 1 379 | 1 200 |
| Probabilité empirique que le cours de l'action diminue d'une année sur l'autre d'au moins de 40% | 1,0% | 1,0% | 0,9% | 1,2% |

Tab VI.10

Nous voyons donc que la probabilité empirique d'avoir une baisse d'au moins de 40% du cours des actions est d'environ 1,5% (correspondant à une valeur du cours des actions d'environ 2830 points pour l'année **2006**).

Nous avons choisi un cours initial de 4715 points, une baisse de 40% du cours des actions correspond à $60\% * 4715 \sim 2830$ points. Au vu de ces résultats nous pouvons dire que l'évènement « baisse du cours de l'action de 40% » a une probabilité empirique de 1,5%.

Par contre nous voyons qu'en 2010 la probabilité que le cours de l'action soit inférieur de 40% par rapport au cours initial, qui est de 4715 points, est beaucoup plus importante.

Mais d'une année sur l'autre la probabilité que le cours des actions diminue de 40% reste constante (environ 1%). Cela est dû aux propriétés du processus brownien géométrique que nous avons utilisé.

L'évènement « baisse du cours des actions de 40% » préconisé par le QIS 2 pour la mesure du risque action a donc une probabilité empirique dans notre cas de 1% environ.

Nous venons de voir la modélisation des éléments pouvant impacter de manière importante l'évolution du passif.

Les variations des éléments modélisés ci-dessus sont prises en compte dans la projection de l'actif et du passif dans un modèle de gestion actifs/passifs. Nous abordons ce thème dans le paragraphe suivant.

2. Le modèle de gestion actif/passif

a. Description du modèle de gestion actif/passif

La mesure des risques en assurance s'évalue par un modèle de **gestion actif/passif**. Un modèle de gap se caractérise par la modélisation de l'actif, du passif et de l'interaction actif/passif.

Nous présentons dans ce paragraphe les principes de fonctionnement de l'outil gestion actif/passif utilisé dans le cadre de ce mémoire.

L'outil de gap utilisé fonctionne sous Excel et est composé de modules liés entre eux. Les modules suivants sont identifiés :

- 1/ Module d'hypothèses et de données (exemple : taux d'inflation, taux de frais, PM à la fin 2005)
- 2/ Module de **simulations stochastiques** (exemple : simulation de l'évolution du taux d'intérêt, du rendement des actions)
- 3/ Module de projection du passif (exemple : projection du nombre de décès, de vivant avec les hypothèses contenues dans le module 1/)
- 4/ Module de projection de l'actif (exemple : projection de la valeur des obligations détenus à fin 2005)
- 5/ Module de simulation des interactions actif/passif (exemple : récupération des flux d'encaissements, de décaissements issus de l'activité d'assurance)
- 6/ Module d'états de sortie et d'analyses (exemple : bilans, comptes de résultat, marge de solvabilité)

Le fonctionnement du modèle gap peut être découpé en trois phases :

- Phase 1 : projection de l'évolution future de l'actif
- Phase 2 : projection de l'évolution future du passif
- Phase 3 : simulations des interactions futures actif/passif

Ci-dessous nous présentons les trois phases.

b. Phase1 : projection de l'actif

Les actifs projetés sont répartis en classes d'actifs. Ci-dessous la répartition utilisée par le modèle :

- la trésorerie,
- les obligations à taux fixe,
- les actions de placements

La modélisation des actifs obligataires est faite selon les principes suivants :

- projection détaillée (obligation par obligation) des actifs en stock à la date N
- projection « globale » des titres supposés achetés dans les années à venir (obligations simulées)

Pour les autres actifs la projection est faite au globale.

c. Phase2 : projection du passif

La modélisation des passifs figurant au bilan à la date d'inventaire N est réalisée de manière séparée et plus détaillée par rapport aux affaires nouvelles (c'est-à-dire contrats qui sont supposés conclus dans le futur).

En effet, les contrats actuels et les sinistres déjà survenus sont bien connus et doivent pouvoir faire l'objet de projections plus détaillées.

Le passif est décrit garantie par garantie. Les produits étudiés (ici produit de rente et prévoyance) nécessitent la modélisation des provisions mathématiques, des arrérages, etc.

Pour la projection du passif nous nous plaçons en run-off. Nous ne considérons donc que les contrats en stock à fin 2005. Ces contrats donneront par la suite des primes (nous appelons cela le renouvellement).

Pour modéliser les flux futurs de ces primes le modèle utilise des hypothèses propres au renouvellement des contrats (exemple : taux de rachat des contrats)

Nous voyons donc que la projection de l'actif et du passif nécessitent un découpage précis et de nombreuses hypothèses (**déterministes et stochastiques**).

La projection dans le temps de ces deux éléments n'est pas faite de manière indépendante. Ce qui rend les choses plus complexes.

Ci-dessous nous présentons dans les grandes lignes la prise en compte des interactions entre l'actif et le passif.

d. Phase3 : simulations des interactions futures actif/passif

Les interactions entre l'actif et le passif sont à deux niveaux :

- une interaction de type trésorerie, elle concerne les flux d'une année 2005+x par générés l'actif (cessions, acquisitions d'actifs, coupons, dividendes, loyers etc) et du passif (primes, sinistres, frais etc)
- une interaction de type comptable, le compte de résultats de l'année 2005+x dépend des mouvements de trésorerie mais aussi comptables (exemples : surcotes/décotes à l'actif ou variation de bonis/malis)

Le module d'interaction entre l'actif et le passif permet d'effectuer le lien entre les éléments projetés relatifs aux passifs et ceux relatifs aux actifs. En assurance vie, les interactions actif/passif ont lieu au niveau :

- du cash-flow d'assurance (primes encaissées moins les prestations payées et les frais) qui impacte directement dans le compte de trésorerie à l'actif,
- des dividendes versés,
- des impôts payés,
- des produits financiers modifiant le compte de résultat et le bilan
- les provisions mathématiques.

L'élément le plus important dans le module des interactions actif/passif est le **taux de rachat**. En effet ce taux est utilisé comme hypothèse pour la modélisation de primes futures, des sinistres etc. Nous présentons ci-dessous la modélisation choisie pour le taux de rachat.

Remarque : L'hypothèse taux de rachat n'est utilisable que pour l'un des deux produits étudiés²⁵. En effet pour le produit de type rente il n'est pas possible de racheter le contrat.

Nous considérons que le taux de rachat est composé de deux éléments :

- un taux de rachat « normal », estimé par les données historique de l'assureur
- un taux de rachat « opportuniste » fonction de plusieurs éléments

Le taux de rachat est donc obtenu comme suit :

| |
|---|
| Taux de rachat « opportuniste » + Taux de rachat « normal » = Taux de rachat |
|---|

Où le taux de rachat « opportuniste » est fonction :

- d'une franchise, correspondant à un marge que l'assuré peut « supporter » dans le cas où le taux de revalorisation réel est inférieur au taux de revalorisation cible du taux de revalorisation cible « annoncé » par l'assureur
- du taux de revalorisation réel (le taux réellement servi par l'assureur)
- du taux d'intérêt technique, correspond au taux minimum garanti

²⁵ Voir I.1 Présentation des activités de la société

- d'un coefficient de réactivité, représentant l'inertie du comportement de l'assuré. Ce coefficient est fonction de l'âge de l'assuré et de l'ancienneté du contrat.

Le taux de rachat opportuniste est donné comme suit :

$$\text{Taux de rachat opportuniste} = \text{Coefficient de réactivité} \times \text{Max} [0 ; \{ \text{taux revalorisation cible} - \text{taux de revalorisation réel} - \text{taux intérêt technique} - \text{franchise} \}]$$

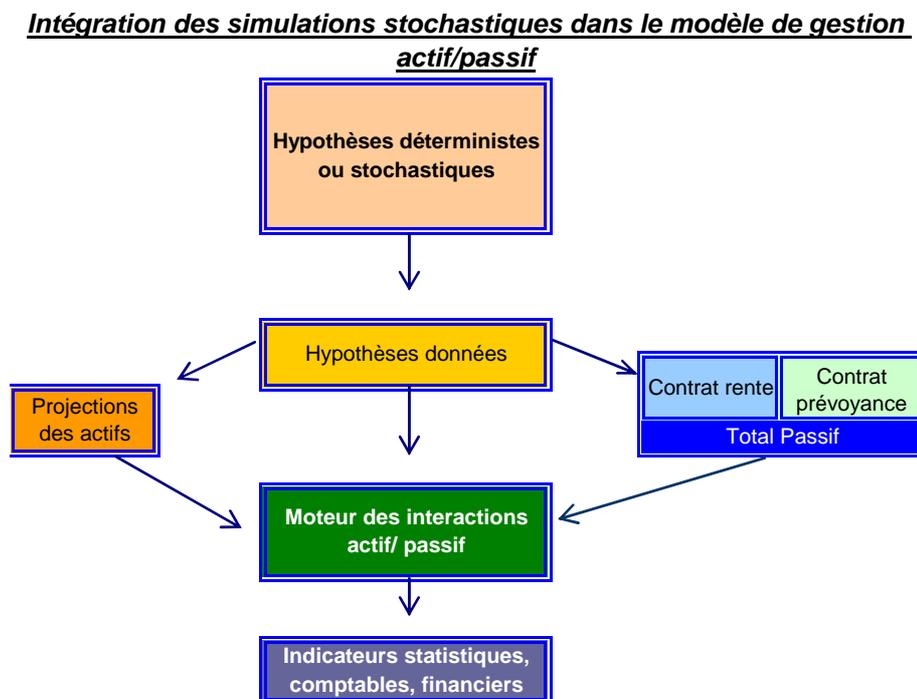
Avec coefficient de réactivité = 3 si ancienneté du contrat < 8 ans
 = 5 si ancienneté du contrat ≥ 8 ans et si l'âge de l'assuré ≥ 70 ans

En effet le produit prévoyance, avec une ancienneté supérieure à 8 ans le rachat du contrat n'est pas pénalisé et dans le cas où l'assuré a plus de 70 ans l'historique montre un fort taux de rachat par rapport à celui observé pour les assurés de moins de 70 ans.

Enfin le dernier élément important pris en compte par le modèle est la réallocation cible. L'assureur peut souhaiter par exemple avoir une certaine composition de son portefeuille à la date 2005+x.

La réallocation annuelle des actifs est intégrée dans le module des interactions actif/passif. La réallocation permet d'obtenir annuellement une structure de portefeuille cible déterminée en simulant une vente, respectivement un achat pour chaque élément de l'actif dans le cas où la valeur de marché de cet élément est supérieure, respectivement inférieure à la valeur de marché ciblée.

Nous pouvons résumer le fonctionnement du modèle par le schéma suivant :



Tab VI.11

Nous abordons dans le chapitre suivant les résultats obtenus pour la valorisation des provisions techniques.

3. Les résultats des calculs des provisions techniques en stochastiques

L'objectif de la valorisation du passif par les méthodes stochastiques est, rappelons le, de déterminer (en « best estimate ») la part des provisions techniques (PT) pouvant être utilisée pour absorber les mauvais résultats de l'assureur. Cette partie représente, en réalité, un certain pourcentage des participations aux bénéfices futures **actualisées** (PB).

Nous avons vu précédemment comment modéliser de manière stochastique l'évolution de divers actifs financiers ainsi que leur prise en compte dans le modèle de gestion actif/passif. La prise en compte des variations de ces actifs se traduit par un impact sur les **PT futures** et donc de manière indirecte sur les **PB futures**.

Le QIS2 propose deux approches pour la valorisation des provisions techniques. L'approche **quantile** et l'approche **coût de capital**. Ces deux approches considèrent que les provisions techniques sont formées en ajoutant au « best estimate » un complément. Le « best estimate » est comme nous l'avons cité plus haut²⁶ la moyenne des valeurs obtenues.

La première approche stipule que les provisions techniques futures sont obtenues en ajoutant au « best estimate » une marge pour risque. La somme de ces deux éléments permet d'atteindre un quantile à **75%** de la fonction de distribution empirique des provisions techniques futures.

La deuxième approche stipule qu'il faut ajouter au « best estimate » un coût de capital lié au portage des engagements. En effet lorsqu'un assureur doit immobiliser des capitaux pour satisfaire à l'exigence de marges réglementaires cela implique un coût.

Nous présentons ci-dessous, les résultats dans les deux approches (l'approche quantile et l'approche coût de capital) en termes de **provisions techniques futures** et **participations aux bénéfices futures**.

a. L'approche quantile

En prenant en compte des hypothèses stochastiques et déterministes dans le modèle de gestion actif/passif nous obtenons les résultats suivants :

²⁶ Voir introduction du chapitre VI La valorisation des provisions techniques en stochastiques

**Comparaison des provisions mathématiques
 estimées par rapport à la provision constituée**

| Provisions mathématiques (yc PB) | Valeur en M€ | En % de la PM constituée |
|----------------------------------|--------------|--------------------------|
| PM constituée | 2 580 | 100,0% |
| PM best estimate actualisé | 2 692 | 104,4% |
| PM actualisée (quantile 75) | 2 799 | 108,5% |
| PM actualisée (quantile 90) | 2 908 | 112,7% |
| PM actualisée (quantile 95) | 2 980 | 115,5% |

| Provisions mathématiques (hors PB) | Valeur en M€ | En % de la PM constituée |
|------------------------------------|--------------|--------------------------|
| PM constituée | 2 452 | 100,0% |
| PM best estimate actualisé | 2 217 | 90,4% |
| PM actualisée (quantile 75) | 2 236 | 91,2% |
| PM actualisée (quantile 90) | 2 292 | 93,5% |
| PM actualisée (quantile 95) | 2 345 | 95,7% |

Tab VI.12

Nous voyons que les provisions mathématiques constituées sont inférieures aux provisions obtenues par simulations lorsque l'on prend en compte les participations aux bénéficiés. Dans le cas où nous ne prenons pas en compte les participations aux bénéficiés les provisions techniques constituées sont alors supérieures aux provisions obtenues par simulations.

Cela signifie que les participations aux bénéficiés futures peuvent être positives en cas de stress et que leur montant n'est pas négligeable. Cette situation a lieu par exemple lorsque l'assureur possède des obligations ayant une rémunération plus forte sans pour autant relever le taux garanti. Cela est possible lorsque l'assureur dispose d'obligations à taux variables (par exemple les obligations indexées sur un taux monétaire)

Nous constatons aussi que la PM constituée (hors PB) reste supérieure à la PM actualisée au quantile 95, cela signifie que les PM ont été constituées avec des hypothèses prudentielles permettant à l'assureur de faire face à ses engagements dans plus de 95% des cas.

L'exigence de capital cible (SCR) selon l'approche quantile est donc :

$$\mathbf{BSCR - RPS = 282 \text{ M€} - 117 \text{ M€} = 165 \text{ M€}}$$

Nous abordons dans le paragraphe suivant l'approche par coût de capital.

b. L'approche coût de capital

L'approche coût de capital est basé sur l'idée que le coût de portage de la marge de solvabilité réglementaire (Minimal Capital Requirement : MCR) représente le coût d'immobilisation des fonds propres réglementaires minimum pour pouvoir exercer la/les activité/s valorisé/s. Cette approche a été modélisée et testée dans le SST (Swiss Solvency Test).

Le coût de portage de la marge de solvabilité réglementaire sera égal à la valeur actuelle des abondements de fonds propres pour chaque année de projection, appelé Market Value Margin (MVM)

Le MVM est calculé comme suit :

$$MVM = \sum_{i=1...60} CapitalCharge_i \times Facteur\ d'\ actualisation_i$$

Avec :

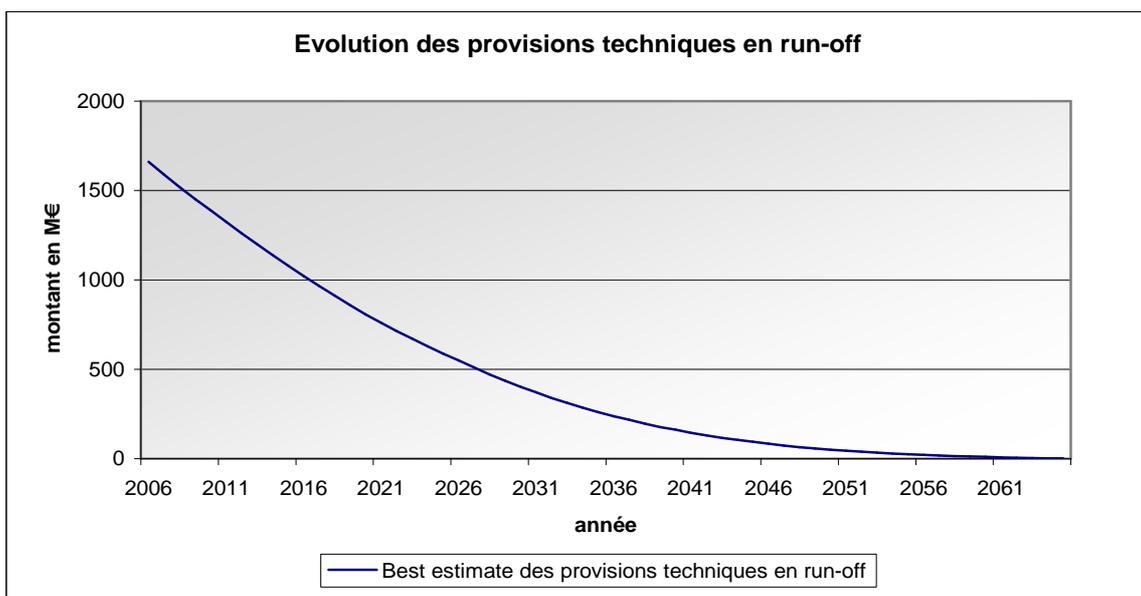
Capital Charge $i = MCR_i * Coût\ de\ capital$, le MCR i est obtenu en supposant qu'en run-off la marge de capital réglementaire diminue de la même manière que les provisions techniques.

En effet lorsque nous nous plaçons en run off seul les contrats présents dans le portefeuille au 31/12/2005 génèrent des primes, sinistres futures.

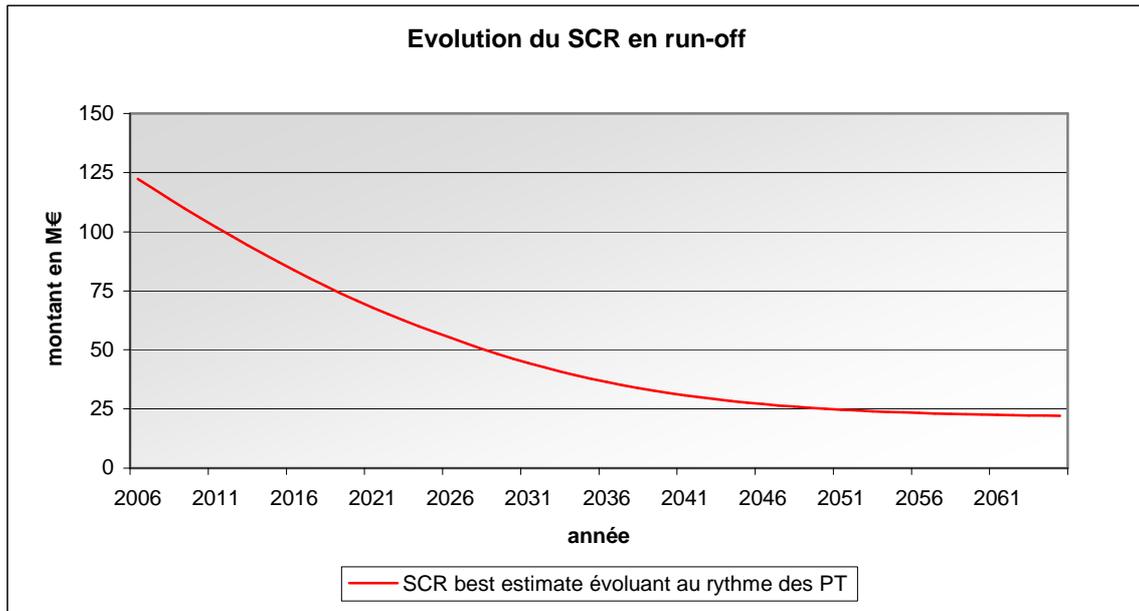
Coût de capital : il s'agit d'un taux, considéré comme le taux de rémunération potentiel dont l'assureur aurait pu prétendre si la marge de capital réglementaire avait été investit. Ce taux est fixé à 6% par le CEIOPS.

Facteur d'actualisation $i = (1 + \text{taux actualisation } i)^{(2005 - \text{année } i)}$, le taux d'actualisation est fournie par le CEIOPS (il s'agit de la courbe des taux zéro coupon).

Ci-dessous l'évolution des provisions techniques estimées en best estimate en run-off ainsi que l'évolution du SCR en best estimate.



Tab VI.13



Tab VI.14

La somme des coûts de capital de chaque année actualisés forme le MVM.

Ci-dessous les résultats de l'approche coût de capital :

| <u>L'exigence de capital cible selon l'approche coût de capital</u> | |
|--|---------|
| SCR en Best estimate | 122 M € |
| MVM | 66 M€ |
| SCR selon l'approche coût de capital | 188 M€ |

VI.15

L'approche coût de capital donne donc une exigence de capital cible supérieure à l'approche quantile.

VII. Conclusions générales

Résumons les points importants abordés dans ce mémoire :

- La mesure des risques selon les préconisations du QIS 2
- Le calcul de la réduction pour participations aux bénéfiques (RPS)
- La valorisation des provisions techniques en stochastiques

Rappelons tout d'abord les résultats numériques que nous avons obtenus :

Résumé sur les exigences de marge sous Solvency1&2

| | | |
|--|-------------------------|---------------------|
| Exigence minimale de marge sous Solvency1 | 100,7 M€ | |
| Exigence de marge minimale sous Solvency2 (MCR post transitionnel) | 197 M€ | |
| Exigence de "base" de marge sous Solvency2 (BSCR) | 282 M€ | 446 M€ |
| Exigence cible de marge sous Solvency2 (SCR) | 165 M€ | 329 M€ |
| | Approche "place holder" | Approche "modifiée" |

Nous voyons que l'exigence de marge minimale sous Solvency2 (197 M€) a presque doublé. Bien que la société étudiée possède des

Nous avons vu la répartition des risques inhérents à l'activité d'assurance selon le QIS 2. La prise en compte des corrélations possibles entre ces risques (matrice de corrélation FFSA, matrice de corrélation pour le risque de marché, de souscription vie). Certains d'éléments nous ont paru perfectibles. Nous les résumons ci-dessous.

Concernant les matrices de corrélations. Bien que l'exigence de capital soit peu sensible aux variations des coefficients de corrélations il nous paraît important d'affiner l'étude sur ces coefficients de corrélation pour deux raisons.

La première raison est que dans le but d'**harmoniser** la réglementation en matière d'assurance il est préférable **qu'une seule matrice de corrélation** (pour les groupes de risques) soit définie par l'ensemble des autorités de contrôle de chaque pays membre de l'union européenne. Actuellement une matrice de corrélation (pour les groupes de risques) est définie par l'autorité de contrôle dans chaque pays membre.

La deuxième raison est qu'une **dérive des coefficients de corrélations** est à prévoir. Il pourrait être utile de mettre à jour les matrices de corrélations. Cela peut s'avérer délicat si les corrélations entre les groupes de risques (exemple : risque de souscription vie et risque de marché) ou entre les sous groupes

de risques (exemple le sous risque action et le sous risque taux d'intérêt) sont différentes entre les différents pays membres.

Nous avons remarqué que la prise en compte des liens entre le risque de rachat et le risque de taux d'intérêt ne représente pas assez les corrélations existantes entre ces deux éléments. Nous pouvons envisager que le risque de rachat soit considéré comme un risque à part, au même titre que le risque de marché par exemple. Cela nécessite une refonte de la classification proposée par le CEIOPS.

En avançant dans nos travaux nous avons noté un autre élément remarquable, il s'agit de la pondération du risque de crédit pour la catégorie « unrated ». Nous proposons pour la pondération du risque de crédit de faire la distinction entre les créances faites aux filiales des entreprises et celles provenant réellement de catégorie « unrated ». Cela évitera d'inciter les assureurs à faire appel à des créances de la catégorie « unrated » pour diminuer leur risque de crédit.

Enfin concernant le choix entre l'approche par facteurs et l'approche par scénarios. Je pense qu'il est préférable d'utiliser l'approche par facteurs pour mesurer tous les risques. Cela permet d'avoir une méthodologie commune pour la mesure de l'exigence de capital entre les participants. En effet les résultats obtenus grâce à l'approche par scénarios dépendent fortement du modèle de gestion actif/passif utilisé. L'approche par facteurs est d'autant plus préférable qu'elle est plus simple à mettre en place que l'approche par scénarios.

Concernant la réduction pour participation aux bénéficiaires. Nous signalons que des **précisions sur la méthode de calcul du k-factor sont nécessaires**. En effet cet élément joue un rôle capital dans la détermination du SCR. L'hétérogénéité des méthodes risques de rendre peu comparable les résultats entre les pays et même entre les entreprises d'un même pays.

Nous pouvons envisager par exemple qu'une liste de méthodes de calcul du k-factor soit mise en place. Cette liste reprendra les formules les plus utilisées lors du QIS 2. Elle pourra fournir par exemple des formules différentes entre les sociétés pratiquant l'activité d'assurance non vie et celle pratiquant l'activité d'assurance vie.

Enfin concernant la valorisation des provisions techniques en stochastiques. Nous avons vu que les résultats obtenus à partir des simulations stochastiques permettent d'obtenir des estimations stochastiques des provisions techniques. Ces estimations sont utilisées dans l'approche coût de capital et dans l'approche par quantile, elles sont donc capitales. Bien que les montants représentant les risques soient agrégés au final leur impact n'est pas négligeable.

En conclusion nous pouvons dire que les « règles » de mesure actuelles proposées par dans le QIS2 permettent d'approximer de manière pertinente l'ensemble des risques inhérents à l'activité d'assurance vie. Par contre elles ne sont pas suffisamment claires concernant la réduction pour participation aux bénéficiaires. Le MCR post transitionnel ne prenant pas en compte ce dernier élément nécessitera moins de modifications.

Annexes

Les résultats et méthodes de calcul pour le BSCR selon l'approche non « place holder »

Risque de marché :

Risque d'intérêt

Pour calculer le risque de taux d'intérêt sous l'approche par facteurs le modèle de référence nécessite un certain nombre d'éléments :

NAV : La valeur nette des actifs moins les passifs

TP : Total des provisions techniques (hors contrats UC)

MV_{fi} : La valeur de marché des actifs et des instruments de financement dépendant des taux d'intérêts (hors actifs dédiés aux contrats à support UC)

D_{fi}^{gen} : Sensibilité généralisée des actifs et instruments de financement définis ci-dessus.

D_{tp}^{gen} : Sensibilité généralisée des provisions techniques.

r(t) : taux d'intérêt annualisé courant pour l'échéance t avec $d(t) = 1 / (1+r(t))^t$ le facteurs d'actualisation correspondant.

Remarque : Dans le QIS2 technical specification D_{fi}^{gen} et D_{tp}^{gen} sont appelées duration généralisée or d'après la formule fournis par le QIS2 il s'agit d'une sensibilité.

Le QIS2 recommande l'utilisation de structure par échéance des taux d'intérêt (« taux zéro »)

La formule pour l'approche par facteurs est la suivante :

$$Mktint1 = \text{Max} \{0; MVfi * D_{fi}^{gen}(r, s^{up}) - TP * D_{tp}^{gen}(r, s^{up}); MVfi * D_{fi}^{gen}(r, s^{down}) - TP * D_{tp}^{gen}(r, s^{down})\}$$

La structure des taux r(t) par échéance ainsi que les stress $s(t)^{up}$ et $s(t)^{down}$ sont imposés. Par contre le QIS2 propose des approximations de la sensibilité généralisée des actifs et des provisions techniques.

Soit C=(C(1), C(2),...) un cash flow le QIS2 propose les suivantes.

Approximation1 (« Sensibilité modifiée ») :

L'idée est d'approximé $D_C^{gen}(r,s)$ par une somme de sensibilités modifiées : $D_C^{mod}(r,s)$ en découpant l'horizon de temps en cinq intervalles de longueurs différentes.

$$D_C^{gen}(r,s) \approx \sum_{b=1}^5 r_b * s_b * D_b^{mod} * \frac{MV_b}{MV(C)} \quad (1)$$

On constate que la $D_C^{gen}(r,s)$ est obtenu par une somme pondérée des D_b^{mod} .

$$\text{où } D_b^{mod} = D_C^{mod}(r,s) = - \frac{1}{MV(C)} * \frac{1}{1+r} * \sum_t t * d(t) * C(t)$$

Avec t appartenant dans l'intervalle de temps b . D_b^{mod} est obtenu en faisant la somme actualisé, pondéré par le temps, des cash flow tombant dans l'intervalle de temps b .

Où :

- ❖ MV_b la valeur de marché des cash flow arrivant dans l'intervalle b .
- ❖ $MV(C)$ la valeur de marché des cash flow $C(1), C(2)...$
- ❖ r_b le taux d'intérêt sur la période b
- ❖ s_b la variation relative des cash flow sur l'intervalle b
- ❖ r : taux d'intérêt pour une échéance d'un an appliqué sur l'année
- ❖ $C(t)$ le cash flow tombant en t .

Approximation2 (« Formule d'approximation ») :

Lorsqu'il n'est pas possible de ventiler les cash flow sur les intervalles de temps proposés le CEIOPS propose l'approximation suivante :

$$D_C^{gen}(r,s) \approx r_b * s_b * D_C^{mod}$$

où le taux d'intérêt et le stress choisis est fonction de l'intervalle de temps dans lequel tombe le cash flow C . Où C représente soit les actifs soit les passifs.

Approximation3 (« Formule d'approximation ») :

Enfin lorsqu'il est difficile de ventiler les cash flow des provisions techniques sur les intervalles de temps proposés, la subdivision peut se faire sur la base de la meilleure estimation.

Données utilisées

Les données pour l'application numérique sont :

TP: 2 600 M€ (hors UC)

MV_{f_i}: 2 228 M€ (hors UC)

$$D_{TP}^{gen}(r, s_{up}) : -18\%$$

$$D_{TP}^{gen}(r, s_{down}) : 13\%$$

$$D_{f_i}^{gen}(r, s_{up}) : -8\%$$

$$D_{f_i}^{gen}(r, s_{down}) : 5\%$$

$$\text{Max } \{0; MV_{f_i} * D_{f_i}^{gen}(r, s^{up}) - TP * D_{TP}^{gen}(r, s^{up}); MV_{f_i} * D_{f_i}^{gen}(r, s^{down}) - TP * D_{TP}^{gen}(r, s^{down})\}$$

Résultat

$$Mktint1 = \text{Max } \{0; 2\,228 * (-8\%) - 2\,600 * (-18\%); 2\,228 * 5\% - 2\,600 * 13\%\} = 207\text{M€}$$

Risque action

L'approche par scénario est définie comme suit :

$$Mkteq2 = \Delta NAV | \text{equity shock}$$

Où :

equity shock est l'effet immédiat en cas de chute de 40% des indices boursiers en prenant en compte toutes les expositions individuelles directes et indirectes du participant. Le choc boursier prend en compte les éléments de couvertures.

Bien que les deux approches (approche par scénarios et approches par facteurs) soient basées sur une chute des indices boursiers l'approche par scénarios, elle, ne distingue pas les variations des prix des actions cantonnées à des contrats support UC.

Résultat :

$$Mkteq2 = 119\,034 \text{ M€}$$

Risque immobilier

L'approche par scénario est définie comme suit :

$$Mktprop2 = \Delta NAV | \text{property shock}$$

Avec

property shock : une baisse de 20% des indices immobiliers, prenant en compte les expositions individuelles du participant au prix des biens immobilier. Le choc immobilier prend en compte les mesures de couvertures et politique d'investissement spécifique.

Nous remarquons que comme pour le risque action l'approche par scénario ne distingue pas les biens immobiliers alloués aux contrats à support UC.

Résultat

$$Mktprop2 = 21\,945 \text{ M€}$$

Risque de change

L'approche par scénario propose la formule suivante :

$$Mktfx2 = \Delta NAV | \text{fx shock}$$

Où **fx shock** est l'effet immédiat attendu dans le cas d'une variation de 25% (augmentation ou diminution) de la valeur de toutes les autres devises par rapport à la monnaie locale dans laquelle l'assureur prépare ses états financiers.

Résultat

$$Mktfx2 = 0 \text{ M€} \quad \text{car l'assureur n'est pas exposé à ce risque.}$$

Risque de souscription vie :

Pour les risques du groupe vie nous n'avons pas pu réaliser les calculs selon l'approche non de place par manque de temps et de données. Nous présentons néanmoins les méthodes stipulées par le QIS2.

Risque de mortalité

L'approche par scénario est définie comme suit :

$$Life_{mort2} = Life_{mort,vol2} + Life_{mort,trend2} + Life_{mort,CAT}$$

Avec :

- $Life_{mort,vol2} = \sum_i (\Delta NAV | mortshock_{vol})$
- $Life_{mort,trend2} = \sum_i (\Delta NAV | mortshock_{trend})$
- Et $Life_{mort,CAT}$ est le même que dans l'approche par facteurs

où :

i décrit l'ensemble des contrats d'assurances pour lesquels les prestations dépendent du décès de l'assuré

ΔNAV : Variation de la valeur nette des actifs moins passifs.

$mortshock_{vol}$: Le scénario d'une augmentation de 10% des taux de mortalité pour chaque âge **pour l'année d'exercice à venir** a été choisi. Ce choc est donc à appliquer seulement sur l'année à venir.

$mortshock_{trend}$: Le scénario d'une augmentation **permanente** de 20% des taux de mortalité pour chaque âge a été choisie.

Risque de longévité

L'approche par scénario se présente comme suit :

$$Life_{long2} = Life_{long,vol2} + Life_{long,trend2}$$

Avec :

$Life_{long,vol2}$: Marge de référence pour le risque de volatilité dans l'approche par scénario

$Life_{long,trend2}$: Marge de référence pour le risque de tendance.

Où :

- $Life_{long,vol2} = \sum_i (\Delta NAV | longevityshockvol)$
- $Life_{long,trend2} = \sum_i (\Delta NAV | longevityshocktrend)$

ΔNAV : Variation nette des actifs moins les passifs

$longevityshockvol$: Diminution de 10% des taux de mortalité sur l'exercice à venir

$longevityshocktrend$: Diminution permanente de 20% des taux de mortalité (pour chaque âge)

Risque de morbidité

L'approche par scénario est définie comme suit :

$$Life_{morb2} = Life_{morb,vol2} + Life_{morb,trend2} + Life_{morb,CAT}$$

Avec

$$Life_{morb,trend2} = \sum_i (\Delta NAV | morbshocktrend)$$

$$Life_{morb,vol2} = \sum_i (\Delta NAV | morbshockvol)$$

$Life_{morb,CAT}$ est mesuré de la même manière par rapport à l'approche par facteurs.

Remarque : L'indice i décrit cette fois l'ensemble des contrats soumis au risque de morbidité

Où

ΔNAV est la variation de la valeur nette des actifs moins les passifs lors d'un choc

$morbshocktrend$: Une augmentation **permanente** de **25%** des taux de morbidité pour **chaque âge**.

$morbshockvol$: Une augmentation de **10%** des taux de morbidité pour chaque âge pour l'année d'exercice à venir.

Risque d'incapacité

L'approche par scénario est définie de la manière suivante :

$$Life_{dis2} = Life_{dis,vol2} + Life_{dis,trend2} + Life_{dis,CAT}$$

Avec :

$$Life_{dis,trend2} = \sum_i (\Delta NAV | disshock_{trend})$$

$$Life_{dis,vol2} = \sum_i (\Delta NAV | disshock_{vol})$$

$Life_{dis,CAT}$ est le même que celui dans l'approche par facteurs

Où :

ΔNAV est la variation de la valeur nette des actifs moins les passifs lors d'un choc

$disshock_{trend}$: Une augmentation **permanente** de **25%** des taux d'incapacité pour **chaque âge**.

$disshock_{vol}$: Une augmentation de **10%** des taux d'incapacité pour chaque âge pour l'année d'exercice à venir.

Remarque : L'indice i décrit cette fois l'ensemble des contrats soumis au risque d'incapacité.

Risque de chute

L'approche par scénario est définie de la manière suivante :

$$Life_{lapse2} = \sum_i (\Delta NAV | lapseshock_i) \quad \text{où l'indice } i \text{ décrit l'ensemble des contrats}$$

d'assurance.

Avec

Lapseshock : Le plus défavorable entre une augmentation de 50% ou une diminution de 50% des taux supposés de chute à chaque duration, soumis à une variation minimum de 3% par an.

ΔNAV est la variation de la valeur nette des actifs moins les passifs lors d'un choc

Risque de frais de gestion

L'approche par scénario est définie de la manière suivante :

$$Life_{\text{exp1}} = \Delta NAV | \text{expshock}$$

Où :

ΔNAV est la variation de la valeur nette des actifs moins les passifs lors d'un choc

expshock : Les frais futurs sont supérieurs de 10% à l'estimation centrale et le taux d'inflation est supérieur de 1,5% par an à celui attendu.

Génération loi normales

Nous avons choisi de simuler des nombres aléatoires afin de ne pas utiliser le générateur d'Excel qui n'est pas assez performant (nuage de points agrégé sous Excel, ce qui n'est pas satisfaisant).

Nous utilisons une suite pseudo aléatoire pour simuler la loi uniforme (en effet nous nous basons sur la suite des premiers nombres premiers), nous retrouvons ainsi le même résultat à chaque simulation ce qui est d'un point de vue commercial rassurant

Génération de la loi uniforme : Algorithme du Tore

On utilise l'**algorithme d'implémentation des suites de translation irrationnelle du Tore**. Il suffit pour cela d'avoir la liste des k premiers nombres premiers. La suite implémentée est alors $x_n = (\{n\sqrt{p_1}\}, \{n\sqrt{p_2}\}, \dots, \{n\sqrt{p_k}\})$ où $[p_1, p_2, \dots, p_k]$ est le vecteur des k premiers nombres premiers et $\{ \}$ est l'opérateur partie fractionnaire (c'est à dire le nombre moins sa partie entière).

Génération de la loi Normale : Algorithme de De Moro

Nous cherchons à simuler une variable aléatoire de loi $N(\mu; \sigma^2)$; La fonction de répartition de cette loi est donnée par $F(x) = \Phi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)$ où Φ est la fonction de répartition de $N(0;1)$ (c'est-à-dire $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \exp(-t^2/2) dt$).

Notre simulation revient en fait à simuler une loi normale centrée réduite, c'est à dire à inverser Φ . En effet, si Y est de loi $N(0;1)$ alors $X = \mu + \sigma Y$ suit une loi $N(\mu, \sigma^2)$.

Le problème est qu'il n'est pas facile d'inverser la fonction de répartition de $N(0;1)$. On utilise donc une méthode numérique qui permet d'approcher le résultat : **l'algorithme de Moro**.

Pour cela on a besoin dans un premier temps de simuler la loi uniforme sur $[0,1]$ (cf. ci-dessus). Soit y la valeur de loi uniforme générée. Alors $y = \Phi(x)$. Posons $z = y - 0.5$.

- Si $|z| \leq 0,42$ alors nous approximations x par

$$x = z \frac{\sum_{i=0}^3 a_i z^{2i}}{\sum_{j=0}^4 b_j z^{2j}}$$

Dans le cas contraire, si $|z| > 0,42$ alors

$$x = \varepsilon \left(\sum_{i=0}^8 c_i T_i(t) \right) - \varepsilon \frac{c_0}{2} \quad \text{avec } \varepsilon \text{ signe de } z \text{ et}$$

$$t = k_1 \left\{ 2 \ln \left(-\ln \left(\frac{1}{2} - |z| \right) \right) - k_2 \right\}$$

La fonction $f(t) = \left(\sum_{i=0}^8 c_i T_i(t) \right) - \frac{c_0}{2}$ pouvant être approchée par l'algorithme suivant :

Soient $d_{10}=0$ et $d_{11}=0$.

Soient d_i les réels déterminés par la relation récursive $d_i = 2td_{i+1} - d_{i+2} + c_j$ pour $i=8,7,\dots,1$.

Alors $f(t) = td_1 - d_2 + \frac{c_0}{2}$

Les valeurs a_i, b_i, c_i, k_i sont les constantes de l'algorithme.

Les chocs à appliquer sur la courbe des taux pour le risque de taux selon l'approche par scénarios pour le BSCR

Les chocs à prendre en compte selon les intervalles sont :

Intervalles de temps et chocs utilisés: Risque de taux d'intérêt pour le BSCR

| Maturité t (années) | 1-3 | 3-6 | 6-12 | 12-18 | 18 et plus |
|-------------------------------------|------------|------------|-------------|--------------|-------------------|
| Variation relative s_up(t) | 0,75 | 0,5 | 0,4 | 0,35 | 0,3 |
| Variation relative s_down(t) | -0,4 | -0,35 | -0,3 | -0,25 | -0,2 |

La courbe des taux non stressée est fournie par le CEIOPS.

Bibliographie

Livres :

- F. Le Vallois, A. Tosetti , P.Palsky B . Paris : **Gestion actif/passif en assurance vie** (ISBN: 2717846107) Editeur : Economica, édition : Assurance Audit Actuariat, date de parution: 2004
- Michel Piermay, Pierre Mathoulin, Arnaud Cohen: **La gestion actif/passif d'une compagnie d'assurance ou d'un investisseur institutionnel** (ISBN :2-7178-4552-6) Editeur :Economica, édition : Gestion, date de parution: 2002
- Jean-Pierre Lecoutre : **Statistique et probabilités** (ISBN : 2 10 003600 9) Editeur : Dunod, édition : Eco Sup, date de parution 2006
- Nathalie Bartoli et Pierre Del Moral : **Simulation et algorithmes stochastiques** (ISBN : 2-85428-560-3) Editeur : Cepadues, date de parution 2001

Articles :

- Rudy De Winne : **Processus de diffusion des taux d'intérêt**, Finance, Vol. 19 (n°1), pp. 41-58, date de parution 1998-1999
- Frédéric Planchet, Pierre-E. Thérond : **Simulations de trajectoires de processus continu** ; Les cahiers de recherche de l'ISFA, date de parution 2004

Documents pédagogiques :

- Monique Jeanblanc : cours de calcul stochastique (Dess IM Evry 2002)

Sites Internet :

<http://www.europa.eu>

<http://www.senat.fr>

<http://www.ceiops.org>

<http://www.legifrance.gouv.fr>

<http://www.planete.edhec.com/>

Autres :

« Changement climatique- Solvency 2- Incapacité professionnelle » Editorial janvier 2006. Munich Re Group.

« Solvabilité 2 : Vers une approche globale et cohérente de la solvabilité » Kpmg Group.

Eric Jungers : **Développement d'outils de simulations** –Rapport 1999

Index des termes et sigles

SCR : Solvency Capital Requirement (exigence de capital cible)

BSCR : Basic Solvency Capital Requirement (exigence de capital de base)

MCR : Minimal Capital Requirement (exigence minimale de capital)

COC: Cost Of Capital (approche coût de capital)

RPS: Reduction for Profit Sharing

PT: Provisions techniques

PM: Provisions mathématiques

PB: Participations aux bénéficiaires

CEIOPS: Committee of European Insurance and Occupational Pensions Supervisors (Comité Européen des Contrôleurs des Assurances et des Pensions Professionnelles: CECAPP)

SST : Swiss Solvency Test

MVM : Market Value Margin