

PROMOTION : 2006

**Mémoire d'actuariat présenté devant
le Jury du C E A**

pour l'obtention du

**Diplôme d'Actuaire du
CENTRE D'ÉTUDES ACTUARIELLES**

Par : **Xavier AGENOS**

Sur le sujet

**Appétit pour le risque et gestion stratégique
d'une société d'assurance non-vie**

– application aux stratégies d'investissements et de réassurance –

Devant un jury composé de

Liste du jury :

Thomas BEHAR
Vincent DAMAS
Arnaud COHEN
Gérard CROSET
Jean-Pierre DIAZ
Brigitte DUBUS
Paul ESMEIN
Michel FROMENTEAU
Benoît HUGONIN
Christophe IZART
Pierre MATHOULIN
Pierre PETAUTON
Florence PICARD
Christian Yann ROBERT

Directeur du mémoire :

Charles DESCURE

RÉSUMÉ.

Les notions d'appétit pour le risque ou de tolérance au risque font l'objet d'une attention accrue de la part des organismes financiers. Cet intérêt s'explique notamment par la mise en place progressive des démarches d'*Enterprise Risk Management* (ERM) et par les évolutions récentes des cadres réglementaires bancaires et d'assurances. Dans le secteur de l'assurance, les normes Solvabilité 2 accordent ainsi un rôle essentiel à la définition et au déploiement de l'appétit pour le risque dans le système de gestion des risques de l'Entreprise.

L'objet de ce mémoire est de montrer comment les compagnies d'assurances peuvent définir leur appétit pour le risque et optimiser leurs décisions de gestion stratégique de façon cohérente avec cette prise de risque.

L'ensemble du processus de mise en œuvre de l'appétit pour le risque sera présenté ; de la définition du cadre de risque au niveau global de l'Entreprise jusqu'à la déclinaison opérationnelle aux niveaux des décisions des différents preneurs de risques.

Les compagnies d'assurances ont pour la plupart développé des outils de modélisation (de type modèle DFA) et les intègrent de plus en plus comme outil d'aide à la décision stratégique. Nous présenterons le modèle DFA utilisé et les méthodologies d'évaluation des différents risques liés aux actifs et aux passifs du bilan de la compagnie.

Une application pour une compagnie d'assurances non-vie fictive sera réalisée à partir du modèle DFA. Nous formaliserons un cadre d'appétit pour le risque et envisagerons différentes stratégies d'investissements et de réassurance afin d'optimiser la valeur de l'Entreprise tout en restant dans le cadre de risque défini.

Les stratégies d'investissements et de réassurance sont encore trop souvent élaborées de façon indépendante. Nous montrons, en cohérence avec l'approche intégrée de l'ERM, que la combinaison de ces deux leviers d'actions constitue la façon la plus efficace pour satisfaire l'ensemble du cadre de risque défini par l'Entreprise.

ABSTRACT.

The concepts of risk appetite or risk tolerance are receiving an increased attention from financial institutions. This is explained by the development of the *Enterprise Risk Management* approach and by recent regulatory frameworks in bank and insurance. In the insurance sector, Solvency 2 standards plays a major role to the definition and deployment of the risk appetite in the risk management system of the insurance company.

The purpose of this report is to explain how insurance companies can define their risk appetite and optimize their strategic management decisions in a coherent way with this risk-taking.

The overall process of the risk appetite implementation will be presented, the definition of a formal risk appetite framework at the global level of the insurance company until the development at the operational decisions of the various risk-takers.

Most of insurance companies have developed modeling tools (like DFA models) and increasingly integrate them as a strategic decision-making tool. We describe our DFA model and the methodologies used to assess the various risks on assets and liabilities of the balance sheet.

An application for a dummy non-life insurance company will be made from the DFA model. We formalize a risk appetite framework and will consider different investment and reinsurance strategies to maximize the value of the company within the defined risk limits.

Investment and reinsurance strategies are too often considered independently. We conclude, consistently with the integrated approach of ERM, the combination of the two levers is the most effective way to satisfy the overall risk framework defined by the company.

TABLE DES MATIERES

1	Appétit pour le risque et gestion des risques et de la valeur dans le cadre d'une démarche d'Enterprise Risk Management	13
1.1	Formulation de l'appétit de l'entreprise pour le risque.....	13
1.2	Déclinaison de l'appétit pour le risque en tolérances par catégorie de risque.....	34
1.3	Pilotage et suivi opérationnel à l'aide d'indicateurs clés (KRI) par type de risque.....	40
1.4	Gestion stratégique de l'entreprise et optimisation du profil valeur/risque.....	43
2	Modèle DFA et évaluation des risques d'une compagnie d'assurances non-vie.....	55
2.1	Architecture du modèle DFA	56
2.2	Le générateur de scénarios économiques	59
2.3	Modélisation des actifs et du risque de marché	80
2.4	Modélisation des provisions et du risque de provisionnement.....	86
2.5	Modélisation de la sinistralité nette de réassurance et du risque de tarification.....	94
2.6	Modélisation des dépendances.....	98
3	Application aux stratégies d'investissements et de réassurance d'une compagnie d'assurances non-vie	101
3.1	Cas pratique : la compagnie ABC Assurances	101
3.2	Exemple de formulation de l'appétit pour le risque d'une compagnie d'assurances non-vie	114
3.3	Evaluation de différentes stratégies d'allocations d'actifs.....	123
3.4	Evaluation de différentes stratégies de réassurance	130
3.5	Stratégies combinées sur les investissements et la réassurance	137
4	Annexes	155
4.1	Procédure du Bootstrap : application pratique.....	156
4.2	ABC Assurances : comptes financiers initiaux au 31.12.2008.....	158
4.3	Triangles historiques de paiements des sinistres	161
4.4	Distribution des Best Estimates des provisions actualisées par branche (brut de réassurance).....	162
4.5	Structure de réassurance initiale ABC Assurances.....	164
4.6	Paramétrage de la Sinistralité Attritionnelle.....	165
4.7	Paramétrage de la Sinistralité Exceptionnelle et Catastrophe.....	166
4.8	Ratios combinés par branche avec la structure de réassurance courante	167
4.9	Ratios combinés par branche avec la nouvelle structure de réassurance	168
4.10	Matrices de corrélations entre branches.....	169

INTRODUCTION

1. L'appétit pour le risque

Macbeth à Lady Macbeth : « *Qu'une bonne digestion accompagne votre appétit, et qu'une bonne santé s'en suive.* » - Shakespeare (1564 - 1616).

Ainsi pour reprendre l'analogie aux banquets royaux, un assureur en bonne santé est celui qui définit clairement son appétit pour le risque et qui le "digère" à tous les niveaux de décision de l'Entreprise.

En réalité, même si le terme "appétit pour le risque" est communément employé dans la littérature économique et financière, cette analogie à des besoins essentiels tels que la faim ou la soif s'avère souvent d'une interprétation trompeuse. Lorsque le mot "appétit" est associé au risque, cela peut suggérer que les personnes en général désirent le risque en soi et que l'appétit pour le risque est davantage un instinct primaire qu'une prise de décision cognitive¹.

Le terme "appétit pour le risque" signifie plutôt qu'un individu ou une organisation supportera le risque seulement si cette prise de risque a une probabilité raisonnable d'être convenablement récompensée². Ainsi, au lieu d'utiliser le mot appétit ou appétence, certains préféreront employer le terme "tolérance au risque" pour signifier que le risque n'est pas désiré en soi.

Le risque étant la matière première de l'assurance, le métier de l'assureur consiste à prendre des risques, à les mutualiser et à les gérer afin d'exercer cette activité de façon rentable et pérenne. Les compagnies d'assurances devraient donc être bien placées pour avoir une vision claire des prises de risques qu'elles souhaitent entreprendre.

Depuis quelques années, les compagnies d'assurances ont pour la plupart développé des outils de modélisation, de type modèle DFA (*Dynamic Financial Analysis*), et intègrent davantage ces outils de gestion actif-passif comme aide à la décision en matière de gestion stratégique des risques.

Mais d'un autre côté, il semble aussi que les compagnies d'assurances n'ont pas encore toutes une vision claire, ou du moins formalisée, de leur appétit pour le risque. La définition d'un niveau de prise de risque compatible avec les objectifs de l'entreprise est pourtant un élément clé pour une gestion efficiente des risques et de la valeur.

L'appétit pour le risque reflète de nombreuses facettes du risque. Des compagnies d'assurances pourront accepter certains types de risque alors que d'autres s'efforceront de les éviter. Cette différence d'appétence envers le risque peut être imputable aux expériences passées liées aux activités de la compagnie d'assurances, à son expertise acquise ou au degré d'aversion au risque de ses actionnaires.

L'appétit pour le risque fait partie de la stratégie de l'Entreprise et se réfère à un contrat implicite entre les actionnaires et la Direction de l'Entreprise. Une compagnie d'assurances a besoin du capital de ses actionnaires pour exercer sur le long terme son activité de « prise de risques » et satisfaire à tout moment ses engagements vis-à-vis des assurés. Aussi, elle doit définir des limites de risque cohérentes avec le niveau de capital de la compagnie et la rentabilité attendue du capital par les actionnaires.

La crise financière de ces dernières années a mis en exergue une déconnexion réelle entre des objectifs affichés de rentabilité du capital très élevés et la prise de risque inhérente à l'atteinte de ces objectifs ambitieux. Ainsi, de nombreuses organismes financiers présentaient des objectifs de *returns on equity* (ROE) de 15% ou plus, sans considération claire du niveau de prise de risque que cela pouvait impliquer. Dans le cas des *subprimes*, la communauté financière a mis du temps à s'apercevoir de cette déconnexion car un nombre considérable de prêts potentiellement risqués étaient "packagés" dans des structures qui paraissaient beaucoup plus sûres.

Cela met en évidence la nécessité d'apporter une plus grande attention à la définition du cadre de tolérance aux risques des banques et des assurances, en cohérence avec ses orientations stratégiques.

¹ C'est-à-dire une décision prise par un individu ou une organisation sur la base des informations objectives à disposition dans leur environnement.

² Même un individu "risquophile" ne va pas rechercher le risque en soi, mais va accepter une prise de risque plus grande qu'un individu "risquophobe" pour obtenir une récompense ou une rentabilité plus élevée.

2. Vers une utilisation accrue de la notion d'appétit pour le risque

2.1 Une attention croissante envers la démarche d'Enterprise Risk Management

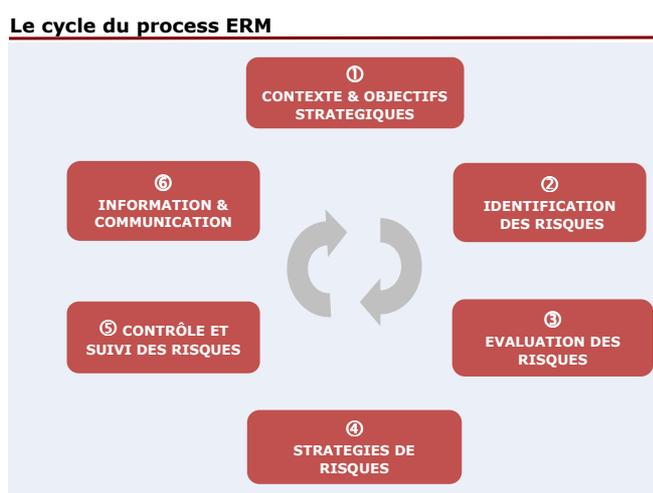
- La notion d'**Enterprise Risk Management** (ERM) a émergé au début des années 2000 avec les travaux de la *Casualty Actuarial Society* (CAS) et du COSO³. Les principes sous-jacents d'une démarche ERM ne sont pas nouveaux en soi mais l'application d'un cadre formalisé et d'un processus structuré de gestion des risques dans l'Entreprise constitue un réel axe de progrès.

Il n'existe pas de définition universellement acceptée de la notion d'ERM. Nous retenons la définition suivante : « L'*Enterprise Risk Management* est un processus, qui de façon systématique et complète, identifie les risques critiques, quantifie leurs impacts et met en œuvre des stratégies intégrées afin de maximiser la valeur de l'entreprise. »⁴

Une démarche ERM est donc un processus continu qui identifie et évalue l'ensemble des risques de l'entreprise (risques d'assurance, financiers, opérationnels et stratégiques) et leurs interactions. La compagnie d'assurances déploie et met en œuvre des stratégies pour éviter, couvrir ou voire exploiter les facteurs de risques.

Les risques, ainsi que les stratégies associées, ne sont pas considérés en utilisant une approche par "silo" mais une **approche "intégrée"**, désignée parfois par le terme "holistique". Elle consiste à gérer les risques de façon globale et totalement intégrée, contrairement à l'approche par silo qui traite les différents risques de façon indépendante.

Le **processus ERM** procède par différentes étapes :



1. Contexte et objectifs stratégiques :
Le contexte interne ou externe influence la façon dont sont fixés les objectifs et la stratégie. Le Conseil d'administration établit la politique globale de risque ainsi que les objectifs de l'Entreprise en toute cohérence avec le cadre d'appétit pour le risque.
2. Identification des risques :
L'Entreprise examine les facteurs de risque qui pourraient affecter la stratégie et la réalisation de ses objectifs.
3. Evaluation des risques :
L'Entreprise évalue la probabilité et l'impact d'événements potentiels et leurs effets sur les objectifs.
4. Stratégie de risques :
L'Entreprise élabore et met en place des stratégies de risques afin d'éviter le risque, de le couvrir ou de profiter des opportunités d'une prise de risque supplémentaire.
5. Contrôle et suivi des risques :
L'Entreprise contrôle l'activité et les stratégies mises en œuvre et assure un suivi régulier de l'évolution des différents risques.

³ Committee of Sponsoring Organizations of the Treadway Commission

⁴ "Enterprise Risk Analysis for Property & Liability Insurance Companies", Guy Carpenter & Co, 2007

6. Information et communication :

Le management s'assure que la politique de risque est communiquée à tous les échelons de l'organisation et que chacun comprend son rôle et ses responsabilités au sein de l'organisation. Les informations pertinentes sur les risques sont communiquées aux différentes parties prenantes de l'Entreprise.

- Une étude récente⁵ montre que la démarche ERM se met progressivement en place dans les compagnies d'assurances mais qu'elle n'est pas encore complètement intégrée pour une proportion importante d'entre elles. Il apparaît que la difficulté majeure est souvent la prise en compte des limites de tolérances au risque dans les prises de décisions au niveau des activités opérationnelles de la compagnie d'assurances.

Ces dernières années, la pression de la communauté financière accroît aussi l'adoption par les organismes financiers d'une démarche ERM et met en évidence l'importance d'une compréhension claire de l'appétit pour le risque. Les sociétés d'assurances cotées doivent régulièrement répondre aux attentes des actionnaires en montrant que leur gestion des risques est à la fois responsable et suffisamment performante pour atteindre les objectifs stratégiques attendus.

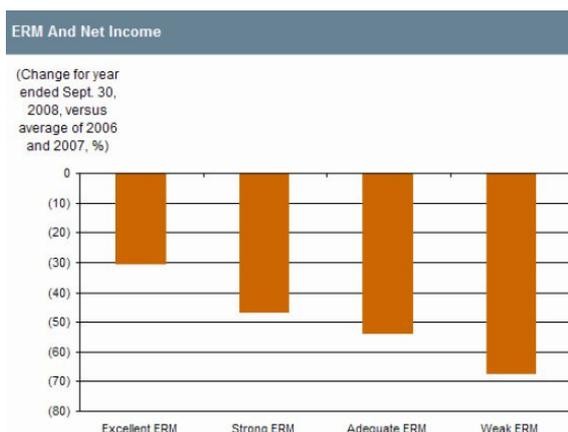
Les **agences de notation** jouent aussi un rôle significatif dans la diffusion des bonnes pratiques en matière d'ERM. En effet, elles intègrent dorénavant un critère spécifique sur la qualité de l'ERM dans le processus d'évaluation de la notation de l'assureur.

Par exemple, l'agence de notation Standard & Poor's indique que les assureurs ayant une notation ERM "Forte" doivent avoir une vision de l'ensemble de leur profil de risque et de leur tolérance au risque, un processus pour décliner cette tolérance en limites par type de risques. Les assureurs désirant aller vers une notation ERM "Excellente" doivent être plus avancés encore dans le développement, la mise en œuvre et l'efficacité de leur processus ERM.

Avoir une vision claire de l'appétit pour le risque et déclinée dans toute l'organisation de l'Entreprise devient alors un facteur clé pour être en mesure d'atteindre une note élevée.

Une étude de Standard & Poor's⁶ montre qu'au cours de la crise financière, les compagnies d'assurances nord-américaines ayant une notation ERM "Faible" ont réalisé une performance boursière nettement plus faible et ont subi une plus grande dégradation de leurs résultats que les compagnies possédant une notation ERM supérieure.

Comme le suggèrerait les graphiques ci-dessous, l'agence de notation juge ainsi que les compagnies d'assurances bien notées sur leur critère ERM se sont révélées les plus résistantes face à la crise financière⁷.



⁵ PwC, "Does ERM matter? Enterprise Risk Management in the insurance industry 2008", June 2008

⁶ S&P, "For North American Insurers, Strong Risk Management And Capital Adequacy Are Key Defenses Against Recession", dec 2008.

A noter une autre étude récente sur le lien entre ERM et la performance boursière : M. Acharyya, "The influence of ERM on insurers' stocks market performance - an event analysis", ERM Symposium 2009.

⁷ Ces résultats doivent être considérés avec précaution étant donnée la faible période d'analyse considérée...

2.2 L'appétit pour le risque : une notion essentielle dans le cadre de Solvabilité 2

Historiquement, l'attention de la solvabilité réglementaire s'est portée principalement sur l'analyse d'une exigence minimale de capital, dont le montant doit être suffisant pour exercer les diverses activités d'assurances et satisfaire les engagements envers les assurés.

Avec les normes Solvabilité II et l'adoption d'un cadre réglementaire davantage orienté vers une approche « *principles-based* », l'analyse de la solvabilité devient plus étendue et l'assureur doit démontrer aux Autorités de Contrôle l'efficacité de l'ensemble de son système de gestion des risques.

La Directive Solvabilité II et les mesures d'exécution préconisées par le CEIOPS posent la définition de la tolérance au risque comme un pré-requis indispensable pour répondre à un certain nombre d'exigences clés.

- Dans le cadre du système de gestion des risques, l'article 45 - Evaluation interne des risques et de la solvabilité (ORSA), prévoit que « chaque entreprise d'assurance et de réassurance procède à une évaluation interne des risques et de la solvabilité. Cette évaluation porte au moins sur les éléments suivants :
 - a) le besoin global de solvabilité, compte tenu du profil de risque spécifique, des **limites approuvées de tolérance au risque** et de la stratégie commerciale de l'entreprise ».
- Dans le cadre de l'approbation du modèle interne, la documentation à fournir devra démontrer que la compagnie d'assurances a mis en place un système de gestion des risques approprié et efficace, y compris un cadre accepté d'appétit pour le risque⁸.

Elle devra aussi démontrer que le modèle interne est utilisé dans le système de gestion des risques (*use-tests*) et les utilisations suivantes du modèle interne y contribueront⁹ :

 - l'utilisation de la quantification des risques **pour formuler des stratégies de risque**, y compris le **déploiement de l'appétit pour le risque** de l'Entreprise ;
 - l'utilisation de ces résultats du modèle interne **pour formuler des limites de risque** et les faire apparaître dans le reporting interne de l'Entreprise.
- Le reporting à destination du public (SFCR)¹⁰ doit inclure une description de la tolérance au risque définie par l'Entreprise, le processus par lequel cette tolérance au risque est déléguée au management, le processus continu de suivi des risques et sa comparaison aux limites de tolérance au risque.

La réalisation de l'ORSA contribuera à une meilleure formalisation de l'appétit pour le risque des compagnies d'assurances et une plus grande maîtrise de la prise de risque à tous les niveaux de décision de l'Entreprise.

La mise en place d'un système de gestion des risques efficace rendra les compagnies d'assurances plus aptes à réagir aux conditions difficiles et à définir des stratégies mieux adaptées à leur politique de rentabilité et de risque.

Ce système de gestion des risques sera d'autant plus opérant que le modèle interne est bien intégré dans la gestion des risques et les prises de décisions opérationnelles.

3. Plan du mémoire

Ce mémoire a pour ambition de montrer comment les compagnies d'assurances peuvent définir leur appétit pour le risque et optimiser leurs décisions de gestion stratégique de façon cohérente avec cette prise de risque. Une application sera réalisée à partir d'un modèle DFA en considérant différentes stratégies d'investissements et de réassurance pour une compagnie d'assurance Non-Vie.

⁸ CEIOPS Final Advice (CP37) – "Procedure to be followed for the approval of an internal model".

⁹ CEIOPS Final Advice (CP56) – "Tests and Standards for Internal Model Approval".

¹⁰ CEIOPS Final Advice (CP58) – "Supervisory Reporting and Public Disclosure Requirements".
SFCR : Solvency and Financial Condition Report

- La **première partie** du mémoire présentera l'ensemble du dispositif de mise en place de l'appétit pour le risque et expliquera comment cet appétit pour le risque s'inscrit dans une démarche de gestion des risques et de la valeur à tous les niveaux de l'entreprise.

Nous commencerons par exposer le processus de **formulation de l'appétit pour le risque** de l'Entreprise. Dans un premier temps, nous identifierons les différentes parties prenantes et leurs attentes, puis nous présenterons les principales dimensions couvertes par l'appétit pour le risque de l'Entreprise (par exemple les dimensions liées aux résultats comptables, à la création de valeur, à la solvabilité, au rating, ...). Pour chacune de ces dimensions, nous proposerons une ou plusieurs mesures de risque et des seuils de tolérance qui encadreront la prise de risque de l'Entreprise.

Une fois que l'Entreprise a déterminé son appétit pour le risque en critères quantitatifs, elle doit le traduire en **tolérances par catégorie de risques** (risques de marché, risque de souscription, ...). Elles sont déterminées de telle sorte que l'agrégation des tolérances aux risques assure que l'entreprise opère de façon cohérente avec son appétit aux risques et ses objectifs de rentabilité. Les tolérances sont exprimées par des mesures quantitatives de risque (de type *Capital-at-Risk*, *Earnings-at-Risk*, ou toute autre mesure de risque pertinente).

Un point essentiel est ensuite de décliner ces tolérances **en limites sur les indicateurs clés** suivis par les *risk-takers*. L'objectif est de s'assurer que le cadre de l'appétit pour le risque est bien intégré dans la gestion courante des activités de l'Entreprise. La compagnie d'assurances contrôlera régulièrement les limites opérationnelles sur l'ensemble de ses risques à partir du suivi des indicateurs clés (KRI).

L'une des ambitions majeures de l'*Enterprise Risk Management* est de maximiser la rentabilité de l'Entreprise dans le cadre de prise de risque défini. Lorsque l'appétit pour le risque est clairement mesuré, l'Entreprise connaît jusqu'où elle peut aller en matière de prise de risque, ce qui lui permet de chercher des **stratégies optimales** tout en restant dans ce cadre de tolérances aux risques. Pour cela, nous proposerons des indicateurs de rentabilité et de risque qui composent une **fonction « objectif » de l'entreprise**, définie comme un ensemble de mesures quantitatives déterminant le profil valeur/risque de la compagnie d'assurances.

A partir de ce cadre de mesures définies, nous montrerons comment les compagnies d'assurances peuvent **tester différentes orientations stratégiques sur un horizon donné et optimiser leur profil rentabilité/risque**.

- La **deuxième partie** du mémoire décrira les méthodologies utilisées pour modéliser les risques inhérents aux actifs et aux passifs. Nous présenterons le **modèle DFA** utilisé¹¹ en troisième partie pour l'application des notions d'appétit pour le risque aux stratégies d'investissements et de réassurance.

Nous commencerons par exposer **l'architecture du modèle DFA**, ses principales caractéristiques et les différents risques modélisés à l'actif et au passif.

Ensuite, nous détaillerons les modélisations des variables économiques issues du **générateur de scénarios économiques**, qui simule sur l'horizon de projection des courbes de taux d'intérêt, de l'inflation, des indices actions et immobilier.

Nous décrirons la modélisation dans le modèle DFA des différentes classes d'actifs et la méthodologie d'évaluation des **risques de marché**, ainsi que les mécanismes d'investissements et de rééquilibrage de l'allocation d'actifs sur l'horizon de projection.

Puis nous exposerons la modélisation stochastique des *best estimates* des provisions utilisant la méthodologie du bootstrap, ainsi que l'évaluation du **risque de provisions** à 1 an.

Nous présenterons la modélisation de la sinistralité attritionnelle, exceptionnelle et catastrophe, avec une vision brute et nette de réassurance. Nous définirons alors comment évaluer le **risque de tarification** à 1 an.

Nous définirons la couverture de **réassurance non-proportionnelle** qui sera ensuite utilisée pour tester des stratégies différentes de structures de réassurance.

¹¹ Ce modèle DFA appliqué en Non-Vie est un modèle actif-passif que j'ai développé sur Excel/VBA depuis quelques années et qui a déjà été utilisé de façon opérationnelle. L'optique retenue dans ce mémoire ne sera pas d'être à tout prix exhaustif en terme de modélisation des différents risques d'une société d'assurances, mais d'atteindre un compromis entre simplicité et complexité des modélisations. Par ailleurs, la description des modélisations sera nécessairement assez synthétique, l'objectif n'étant pas ici de réaliser une documentation aussi détaillée que celle attendue pour Solvabilité II par exemple.

Enfin nous terminerons cette deuxième partie sur la prise en compte des **dépendances** entre éléments d'actifs et de passifs.

La **troisième partie** du mémoire est consacrée à l'utilisation du modèle DFA dans le cadre de stratégies d'investissements et de réassurance d'une compagnie d'assurances non-vie. Elle montrera une application de la notion d'appétit pour le risque dans le pilotage du profil rendement/risque d'une compagnie d'assurances. Cette application aura ainsi pour ambition de montrer comment optimiser les **stratégies d'investissements et de réassurance** de façon cohérente avec la politique de risque de la compagnie.

Le cas pratique étudie une compagnie d'assurances fictive nommée ABC Assurances. Cette compagnie d'assurance a un profil comparable au profil moyen de l'ensemble des compagnies d'assurances du marché français non-vie.

Dans un premier temps, nous proposerons une formulation concrète de l'**appétit pour le risque** de cette compagnie. En fonction de la situation actuelle de la compagnie, nous pourrions évaluer le profil de risque actuel de la compagnie à l'aide du modèle DFA. Nous montrerons que des mesures correctives sont nécessaires pour respecter les tolérances aux risques définies par l'Entreprise.

Pour cela, nous envisagerons un premier levier en testant un ensemble de **stratégies d'allocations d'actifs**. Nous rechercherons celles qui optimisent le profil rentabilité/risque en fonction des indicateurs retenus de rentabilité et de risque.

De façon alternative, nous testerons un second levier en changeant la stratégie initiale de **réassurance**, avec différents niveaux de priorités et de portées des traités en excédent de sinistres.

Nous constaterons que, pris séparément, ces deux leviers ne se révèlent pas suffisants pour respecter les objectifs du cadre stratégique de la compagnie ABC Assurances. Par conséquent, nous testerons la mise en place de **stratégies combinées d'allocations d'actifs et de réassurance**. Nous concluons alors que cette combinaison des deux leviers d'actions est la plus efficace pour satisfaire le cadre de risque défini par la compagnie.

1

APPÉTIT POUR LE RISQUE ET GESTION DES RISQUES ET DE LA VALEUR DANS LE CADRE D'UNE DÉMARCHE D'ENTREPRISE RISK MANAGEMENT

La **première partie** du mémoire montrera comment les assureurs peuvent formuler leur appétit pour le risque au niveau global de la compagnie et comment cet appétit pour le risque s'inscrit dans une démarche de gestion des risques et de la valeur à tous les niveaux de l'entreprise.

Avec la perspective de Solvabilité II, nous sommes dans un contexte où l'évaluation quantitative des risques devient une préoccupation majeure, en particulier dans une optique de préservation de la solvabilité des compagnies d'assurances.

Par ailleurs, les agences de rating (et la communauté financière) poussent aussi les assureurs à adopter une démarche intégrée et cohérente des risques et de la valeur de l'entreprise au travers de l'**Enterprise Risk Management**.

1.1 Formulation de l'appétit de l'entreprise pour le risque

Dans la sous-partie suivante, nous exposerons le processus de **formulation de l'appétit pour le risque** de l'entreprise. Nous identifierons quels peuvent être pour l'entreprise les facteurs clés à protéger (par exemple son capital, ses résultats, sa création de valeur, son rating,...). En fonction de ces facteurs, nous proposerons des indicateurs de risque permettant de les suivre.

1.1.1 Les parties prenantes de l'entreprise et leurs attentes

L'appétit pour le risque d'une compagnie d'assurances devrait être articulé afin de satisfaire les intérêts de toutes les parties prenantes internes ou externes de l'entreprise, c'est-à-dire des actionnaires, des assurés, des régulateurs, des agences de notations, du management et des employés.

Chacun d'entre eux a une perspective différente vis-à-vis du risque et cherchera un objectif différent dans la formulation de l'appétit pour le risque.

a) Les actionnaires et les analystes financiers

Les actionnaires des sociétés anonymes d'assurance cherchent le retour sur leur investissement et sont donc intéressés par l'exposition au risque de la valeur de l'entreprise et des perspectives de résultats.

Certains actionnaires ont une optique à long terme, basée sur la création de valeur à long terme de la société d'assurance. Pour eux, les fluctuations à court terme du cours de l'action sont acceptables si elles en améliorent les perspectives à long terme. D'autres actionnaires peuvent avoir un objectif de création de valeur à brève échéance et s'intéressent davantage à améliorer le prix de l'action ou les résultats à court terme.

Les actionnaires sont intéressés par tous les aspects de la distribution statistique des risques. Cela inclut aussi bien les bénéfices liés à la prise de risque que les pertes. Ils sont concernés à la fois par les pertes extrêmes et par les pertes moins élevées mais plus fréquentes.

Les actionnaires peuvent avoir besoin de connaître la nature des risques pris et avoir une vision claire du profil de risque de l'entreprise (notamment la répartition des risques de marché, de crédit ou d'assurance).

b) Le Conseil d'Administration et le Senior Management

Les perspectives du conseil d'administration et du Senior management sont en principe le prolongement de celles des actionnaires et devraient être alignées.

Pour une société cotée, elles se concentrent donc sur la capacité de l'entreprise à fournir un bon retour sur investissements aux actionnaires et sur sa variabilité.

En parallèle, le conseil d'administration et le Senior management doivent aussi s'assurer à tout moment du respect des engagements vis-à-vis des assurés et des exigences réglementaires.

c) Les assurés

Les assurés cherchent le respect des engagements contractuels de la compagnie d'assurances vis-à-vis d'eux. Ils sont donc concernés principalement par l'adéquation du niveau de capital de la compagnie.

Aussi en assurance non-vie, les assurés devraient en principe être intéressés par la capacité de la société d'assurances à faire face aux risques extrêmes pour assumer les règlements de sinistres. Ils sont peu intéressés aux résultats de l'entreprise. En revanche, en assurance-vie, les détenteurs d'un fonds en euros ont intérêt à ce que l'entreprise réalise de bons résultats financiers en face de leurs contrats puisque ceux-ci seront distribués pour tout ou partie.

d) Les autorités de contrôle des assurances

Les autorités de contrôle agissent principalement comme les représentants des assurés. Elles se concentrent en particulier sur le niveau minimal de capital qui sécurise la capacité de l'assurance à faire face à ses engagements vis-à-vis de leurs assurés.

Par ailleurs, pour Solvabilité II et dans le cadre de l'évaluation interne des risques et de la solvabilité (ORSA)¹², elles devront « évaluer le besoin global de solvabilité, compte tenu du profil de risque spécifique, des limites approuvées de tolérance au risque et de la stratégie commerciale de l'entreprise ».

Par conséquent, ces exigences des régulateurs auront un impact sur les mesures de risque et les tolérances utilisées par les sociétés d'assurance. Les mesures de type capital économique seront privilégiées.

e) Les agences de notation

Les agences de notation, comme les régulateurs, s'intéressent à la capacité de l'assureur à satisfaire ses obligations envers les assurés, mais aussi envers les détenteurs d'obligations émises par la société d'assurances. En général, elles sont donc favorables à un niveau de capitalisation élevé afin de minimiser le risque d'insolvabilité.

Elles s'intéressent non seulement à la solidité financière actuelle de l'entreprise, mais aussi aux perspectives à plus long terme et à l'exposition de l'entreprise à la volatilité des résultats.

Les critères d'évaluation du rating attribuent depuis quelques années une part importante à la qualité de l'ERM au sein des compagnies d'assurances¹³.

f) Les détenteurs de la dette

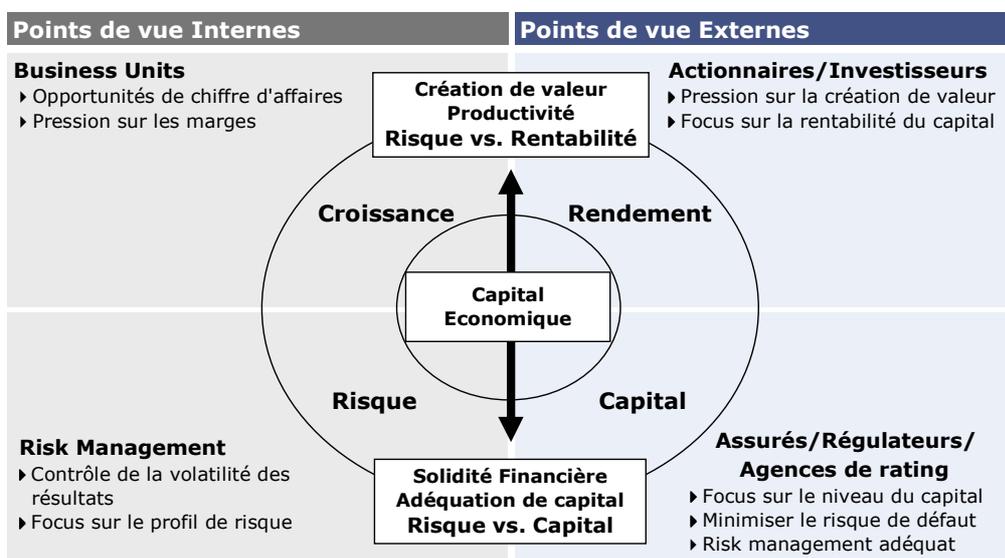
Comme pour les assurés, les détenteurs de la dette sont essentiellement protégés par le capital de la compagnie. Plus le niveau du capital est élevé, plus la probabilité de défaut est faible. De plus, une augmentation du niveau de capitalisation peut amener une amélioration du rating et apprécier la valeur des obligations détenues (notamment par la diminution du spread).

¹² Article 45 - Évaluation interne des risques et de la solvabilité (ORSA), dans la Directive Solvabilité II

¹³ "Evaluating The Enterprise Risk Management Practices Of Insurance companies", S&P oct. 2005

Au final, la multiplicité des intérêts des parties prenantes rend complexe la prise en compte à tout moment des différentes attentes.

Le schéma suivant représente l'équilibre des intérêts des parties prenantes internes et externes¹⁴ :



Les différentes parties prenantes ont donc leurs propres objectifs. Il en résulte que l'appétit de l'entreprise pour le risque sera le reflet des priorités de ces parties prenantes et dépendra certainement de l'influence et du poids relatifs des unes par rapport aux autres.

La détermination de l'appétit pour le risque exige donc un équilibre entre les besoins des diverses parties prenantes, qui peuvent être souvent en contradiction. Par exemple, de fortes rentabilités demandées par les actionnaires peuvent exiger un appétit pour le risque plus agressif, ce qui pourrait attirer l'attention des régulateurs sur la capacité de la société à honorer ses obligations, particulièrement envers les assurés. En outre, l'attention des régulateurs étant fortement concentrée sur la solvabilité, cela pourrait amener à un capital qui ne serait pas optimal du point de vue de l'actionnaire.

1.1.2 Le processus global d'intégration de l'appétit pour le risque

a) La répartition des responsabilités

Typiquement, les responsabilités dans le processus d'appétit pour le risque sont souvent réparties de la façon suivante :

Le Conseil d'Administration (Board) :

- approuve, discute et challenge le document formulant la politique d'appétit pour le risque
- réexamine au moins une fois par an ces politiques écrites (exigence solvabilité II)
- les communique aux différentes parties prenantes intéressées

Le Senior Management :

- examine/discute la capacité de l'entreprise à assumer les risques
- propose l'appétit pour le risque au Board avec ses différentes composantes
- négocie/explicite les limites avec les Business Units
- communique le reporting sur l'appétit pour le risque au Board

¹⁴ Schéma inspiré d'une présentation de L. Rubin, « Corporate Governance and ERM in Insurance Companies », SOA 2005 Annual Meeting.

La Direction Risk Management :

- met en oeuvre le processus d'intégration de l'appétit pour le risque
- contrôle l'ensemble du système de limites et tolérance aux risques
- met à jour ces analyses en cas de changements liés à l'environnement extérieur, la stratégie,...

Les Directions Opérationnelles :

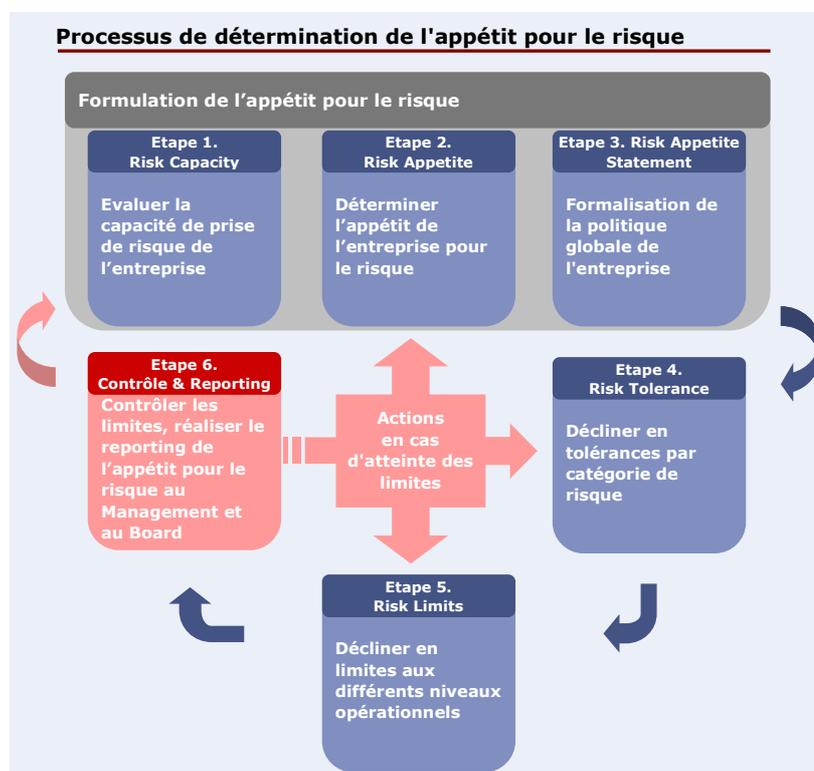
- prennent les risques dans leurs activités courantes de l'Entreprise, en respectant les limites de risques qui leur sont attribuées.

Avec les normes Solvabilité II, « les entreprises d'assurance devront disposer de politiques écrites concernant leur gestion des risques¹⁵. Elles seront soumises à l'approbation préalable de l'organe d'administration ou de gestion ».

La Directive ne précise pas la répartition des rôles entre l'organe d'administration (Board) et l'organe de gestion (Senior Management).

b) Les composantes du processus de l'appétit de l'entreprise pour le risque

Le processus de détermination de l'appétit pour le risque peut être décrit en six étapes.



La définition et l'implémentation de l'appétit pour le risque requièrent en règle générale plusieurs itérations. De même, une revue régulière aide à maintenir ou améliorer la pertinence des niveaux de tolérance aux risques relative à l'activité courante de l'entreprise et devrait aussi améliorer le processus de prise de décisions.

De façon synthétique, avant d'entrer davantage dans les détails, les étapes du processus se déroulent de la façon suivante :

Etape 1. Evaluer la capacité de prise de risque de l'entreprise (Risk Capacity)

La capacité de prise de risque est le montant maximum que la compagnie est capable de supporter.

L'appétit pour le risque au niveau global de l'entreprise devra donc être limité à cette capacité de prise de risque.

¹⁵ Article 41 - Section 2 - Système de Gouvernance, dans la Directive Solvabilité II

Etape 2. Déterminer l'appétit de l'entreprise pour le risque (Risk Appetite)

L'appétit pour le risque est en général formulé de façon quantitative et parfois de façon qualitative pour certaines dimensions du risque. Il encadre la prise de risque au niveau agrégé de l'entreprise.

Les dimensions de l'appétit pour le risque sont souvent orientées sur la valeur de l'entreprise et sa variabilité, sur la variabilité des résultats et sur la solvabilité. Comme nous l'avons vu, ces considérations seront influencées par les parties prenantes internes et externes de l'entreprise.

Le Senior Management doit s'assurer que le cadre de l'appétit pour le risque est cohérent avec la stratégie globale de l'entreprise définie par le Conseil d'Administration. L'exercice nécessite aussi plusieurs itérations entre le Senior Management et le Risk Management qui teste la pertinence des indicateurs d'appétit pour le risque par rapport à la Plan Stratégique.

Etape 3. Formaliser et suivre l'ensemble de la politique de risque de l'entreprise (Risk Appetite Statement)

L'organe d'administration (ou de gestion) a la responsabilité de définir et de valider la stratégie globale de prise de risque de l'entreprise. Ces objectifs de stratégies de risque sont formalisés dans un document synthétique reflétant l'appétit de l'entreprise pour le risque.

Il est essentiel que cette politique de risque soit cohérente avec les objectifs définis à l'occasion de l'élaboration du Plan Stratégique. Dans ce Plan Stratégique, l'entreprise définit les objectifs en terme de développement de l'activité, de création de valeur, de rentabilité sur fonds propres, etc...

De plus, la politique de risque de l'entreprise doit définir la nature des risques et des activités acceptés et celles ne rentrant pas dans le coeur de l'activité de l'entreprise. Cela peut faire référence à certains types d'activité et à des localisations géographiques.

Après avoir formalisé l'appétit pour le risque avec les tolérances associées à chaque dimension (résultat, capital, solvabilité,...), l'Entreprise élabore un état de suivi de l'appétit pour le risque (*Risk Appetite Dashboard*).

Etape 4. Décliner en tolérances par catégorie de risque (Risk Tolerance)

A partir de l'appétit pour le risque défini de façon agrégée au niveau de l'entreprise, l'exercice consiste à l'allouer en tolérances par catégorie de risque (Marché, Crédit, Souscription, ...).

Le Risk Management doit s'assurer que les tolérances définies pour chaque catégorie de risque soient cohérentes au global avec le cadre d'appétit pour le risque. Ces tolérances sont ainsi exprimées dans des mesures compatibles avec les mesures d'appétit pour le risque (*Capital at Risk, Earnings at Risk,...*).

En restant dans le cadre des limites de tolérance attribuées, il est possible de déterminer des niveaux cibles (*Risk Target*) par catégorie de risque. Ces cibles de risque sont une déclinaison du niveau optimal de risque que le management souhaite prendre et reflète la rentabilité souhaitée dans les objectifs stratégiques de l'Entreprise.

L'allocation de l'appétit pour le risque à certaines catégories de risque peut dépendre aussi des préférences au risque (*Risk Preference*) du Senior Management.

Le profil de risque (*Risk Profile*) actuel sera comparé aux niveaux de tolérance (*Risk Tolerance*) et aux niveaux « cibles » (*Risk Target*) par catégorie. Des actions d'ajustements seront réalisées en cas de profil de risque inadapté. Elles peuvent par exemple se faire au moyen de réduction de l'exposition, de couvertures ou de transferts de risque.

Etape 5. Décliner en limites aux différents niveaux opérationnels (Risk Limits)

Pour chaque catégorie de risque, les tolérances sont déclinées en limites au niveau opérationnel. Cela peut concerner plusieurs niveaux, tels que les Business Units, les Line of Business, les portefeuilles d'actifs, etc...

Ces limites ont vocation à lier la gestion courante des opérationnels de l'entreprise aux différents niveaux de tolérance par catégorie de risques.

Ces limites sont souvent exprimées en terme de limites d'exposition, de concentration, de rating, de VaR, etc...

Etape 6. Contrôler les limites et réaliser le reporting de l'appétit pour le risque au Senior Management et au Board

La mise en place et le suivi des indicateurs clés (*Key Risk Indicators - KRIs*) sont très utiles pour mettre en évidence comment et quand les limites peuvent être dépassées ou atteignent des seuils d'alerte.

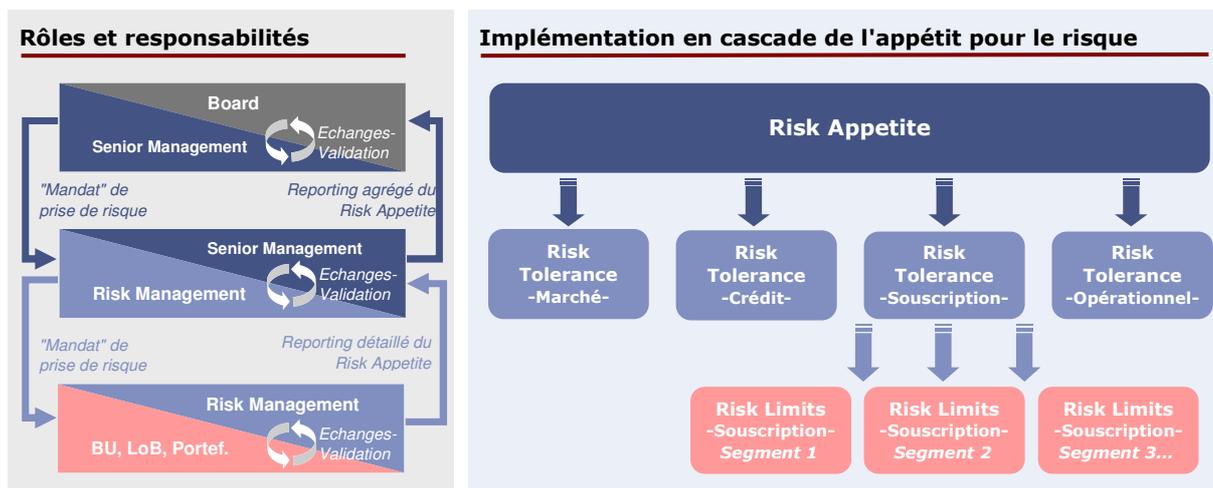
Le contrôle et le suivi des KRIs permettent donc de mettre en œuvre des actions préventives ou correctives.

En général, les suivis des KRIs existent déjà dans les entités opérationnelles. Le Risk Management en fait un suivi plus synthétique et le communique au Senior Management dans le cadre du reporting régulier d'appétit pour le risque.

c) Une implémentation en cascade du dispositif de l'appétit pour le risque

Comme nous venons de le décrire, l'implémentation de l'appétit pour le risque à tous les niveaux de l'Entreprise nécessite un dispositif en cascade.

Le schéma suivant synthétise d'une part l'organisation des rôles et responsabilités dans l'Entreprise et d'autre part le dispositif en cascade de l'appétit pour le risque.



1.1.3 Capacité de prise de risque de l'entreprise

La 1^{ère} étape du processus de l'appétit pour le risque consiste à évaluer la capacité maximale de risque que l'Entreprise peut assumer.



a) Définition

Capacité de prise de risque (*Risk Capacity*) :
Montant maximum de risque qui peut être supporté par l'Entreprise, exprimé en montant agrégé de capital.

L'appétit pour le risque, en particulier en ce qui concerne sa dimension orientée sur la solvabilité, sera comparé à cette capacité de prise de risque.

Par conséquent, le montant du Capital Economique (typiquement le *Capital-at-Risk* à 99,5%) devra être inférieur ou égal au montant maximum défini.

b) Détermination de la capacité de prise de risque de l'entreprise

La capacité de prise de risque est déterminée en considérant les composantes suivantes :

- Le montant du capital disponible (en vision économique) ;
- la liquidité du capital ainsi que la capacité à lever du capital ;
- la qualité du capital ;
- la solidité des résultats et la capacité de l'activité à générer de la valeur.

Le **capital disponible** représente l'amortisseur final contre les scénarios adverses. Il doit être calculé sur une base économique pour refléter les ressources financières réellement disponibles. C'est une approche cohérente avec les normes Solvabilité II, qui se basent sur un bilan initial évalué en valeurs économiques, à la fois sur les actifs et sur les passifs. Le capital disponible correspond à la différence entre les actifs et les passifs.

La valeur des actifs financiers est évaluée en valeur de marché (*mark to market*) ou dans certains cas avec une approche modèle (*mark to model*). La valeur des passifs est évaluée en *fair value*, notamment les provisions, estimées sur la base d'un Best Estimate actualisé, auquel on ajoute une marge pour risque.

La **liquidité du capital** et la capacité à lever du capital sont des éléments importants en particulier en cas de situation de forte crise pour l'Entreprise.

La **qualité du capital** dépend de sa composition en Tier 1, Tier 2 et Tier 3. Si la composante en tier 1 est importante, la compagnie d'assurances aura davantage de facilité à lever du capital et cela entrera aussi dans les critères des agences de rating.

La **solidité des résultats** et la capacité de l'activité à générer de la valeur sont des éléments susceptibles d'entrer en ligne de compte. En effet, dans l'évaluation de sa capacité de prise de risque, l'Entreprise peut décider de considérer les bénéfices futurs attendus sur l'horizon de risque, notamment si l'estimation est suffisamment conservatrice et solide¹⁶.

1.1.4 Appétit de l'entreprise pour le risque

La 2^{ème} étape du processus de l'appétit de l'Entreprise pour le risque est définie au niveau agrégé pour l'ensemble de la compagnie d'assurances.



a) Définition

Aujourd'hui, il n'y a pas encore réellement de cohérence en ce qui concerne la définition des termes de risque couramment utilisés pour le dispositif d'appétit pour le risque.

Aussi, les définitions et l'utilisation des termes « Risk Appetite », « Risk Tolerance », « Risk Profile », « Risk Target » et « Risk Limits » varient considérablement entre les articles professionnels consacrés à ce sujet dans le monde de la banque et de l'assurance.

¹⁶ On pourrait soutenir légitimement qu'un bénéfice futur attendu est très incertain, mais même dans le cas où on considérerait un bénéfice à zéro, celui-ci serait toujours en danger car une perte pourrait aussi survenir. Ainsi, il pourrait être cohérent d'utiliser une hypothèse de bénéfice attendu et capturer les déviations de cette valeur attendue dans le capital économique.

L'appétit pour le risque est donc un terme relativement récent, que l'on assimile parfois au degré de tolérance au risque ou au niveau de risque acceptable. Cependant, alors que les termes de « tolérance » et « acceptable » ne se réfèrent qu'à une connotation négative du risque, le terme d'appétit pour le risque considère que le risque comporte également un aspect positif. Ainsi, la décision d'assumer le risque ne se résume pas à mesurer d'éventuels résultats négatifs¹⁷.

L'éventail de résultats possibles dans une situation risquée peut comporter uniquement des valeurs positives (par exemple, un taux de rendement incertain sur un investissement avec une garantie minimale), ou alors être positif ou négatif (les rendements sur actions).

C'est pourquoi l'appétit pour le risque prend en compte l'ensemble de la distribution de probabilité des résultats de l'Entreprise.

La définition de l'appétit pour le risque que nous proposons est la suivante :

Appétit pour le risque (*Risk Appetite*) :

Nature et quantité de risques que l'Entreprise est prête à accepter ou tolérer afin d'accomplir sa mission et ses objectifs stratégiques, en tenant compte des attentes des parties prenantes (actionnaires, détenteurs de la dette, assurés, management,...) et leurs représentants (régulateurs, agences de notation, ...).

Le cadre de l'appétit pour le risque doit couvrir les dimensions essentielles de l'Entreprise, relatives à sa solvabilité, à sa valeur, à ses résultats.

Il peut contenir aussi tous les autres aspects importants qui définissent la politique de risque de l'Entreprise, tels que le niveau de rating souhaité, la nature des risques acceptés et non tolérés, la liquidité, les aspects liés à l'image et à la réputation, etc...

b) Choix des dimensions de l'appétit pour le risque

- Les dimensions de risque :

L'Entreprise doit choisir les dimensions couvertes par l'appétit pour le risque, auxquelles seront attribuées une mesure de risque et des limites qui encadreront la prise de risque de l'Entreprise.

Traditionnellement, on retrouve les dimensions orientées sur les perspectives suivantes :

- les résultats
- le capital (ou la valeur de l'Entreprise)
- la solvabilité (réglementaire et capital économique)
- le rating
- la liquidité
- l'image, la réputation

L'équilibre de ces dimensions sera influencé par le poids accordé à l'Entreprise aux différentes parties prenantes internes et externes.

Dimensions	Parties prenantes concernées
Résultats	Actionnaires / Agences de rating (ds une moindre mesure)
Valeur de l'entreprise	Actionnaires
Solvabilité	Assurés / Régulateurs / Agences de Rating
Capacité de rbt des créanciers	Agences de rating / Créanciers obligataires
Liquidité	Toutes
Réputation	Actionnaires

- Le cadre de valorisation:

En complément de ces dimensions, il est nécessaire de choisir le cadre de valorisation adopté.

Les mesures de risques doivent-elles être issues de mesures comptables ou économiques, ou bien les deux? Les **mesures comptables** permettent de prendre en compte les normes de comptabilité utilisées par l'Entreprise pour sa communication financière (notamment les bilans et

¹⁷ Stephen d'Arcy, « Risk Appetite », SOA Risk Management Newsletter, March 2009

les comptes de résultats). Certaines compagnies d'assurances communiquent aussi suivant différentes normes : local GAAP, IFRS,... Enfin, avant le passage aux normes Solvabilité II, les exigences réglementaires se font encore en comptabilité actuelle en valeur historique.

En complément des mesures comptables, les **mesures économiques** sont davantage pertinentes pour évaluer les risques. Ces approches sont utilisées pour le calcul du capital économique ou pour les normes Solvabilité II. Les mesures de risques associées sont alors de type VaR, TailVar, probabilité de ruine ou autres mesures basées sur des variables "économiques".

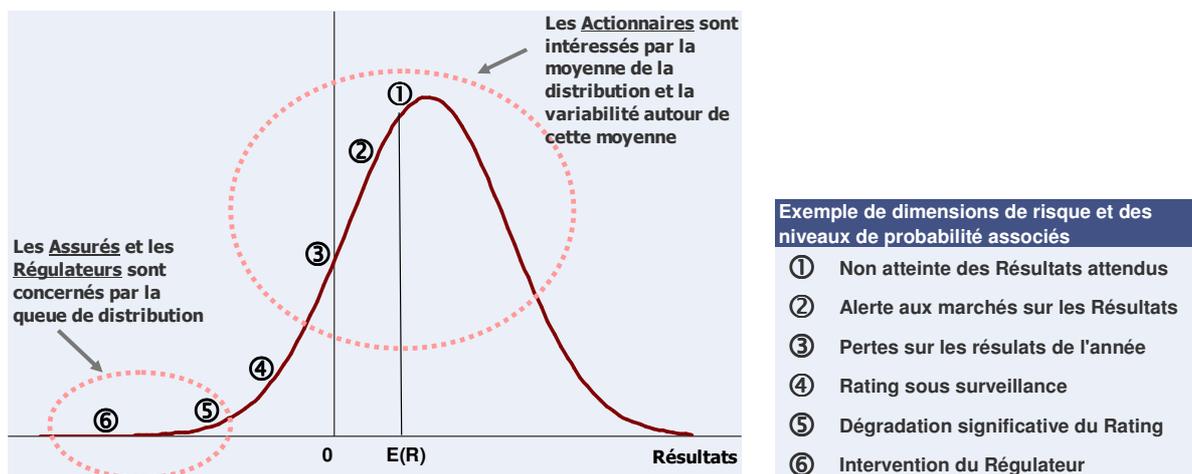
- Le choix du niveau de probabilité de risque pour chaque dimension:

Le choix du niveau de probabilité est un paramètre important pour chaque dimension de l'appétit pour le risque. En effet, dans son activité, les compagnies d'assurances doivent faire face à des risques fréquents mais peu coûteux et des risques rares et extrêmement coûteux.

Les meilleures pratiques consistent à s'intéresser à l'ensemble de la distribution de probabilité des résultats.

Encore une fois, le choix du point (ou de la région) de la distribution de probabilité des résultats intéressera plus ou moins chacune des parties prenantes.

Certaines parties prenantes seront davantage concernées par la variabilité des résultats autour des valeurs centrales (l'espérance de résultats) et d'autres se concentreront sur les risques extrêmes situés sur la queue de distribution.



- Le choix de l'horizon du risque pour chaque dimension:

Pour chaque dimension de l'appétit pour le risque, il est nécessaire de définir l'horizon du risque. Par exemple, certains calculent leur mesure de risque à un niveau de tolérance à 99,5% sur un horizon d'un an. D'autres choisiraient pour la même mesure de risque un niveau de confiance inférieur à un horizon de plus long terme tel que l'horizon du Plan Stratégique.

Certaines mesures sont traditionnellement calibrées avec une vision à un an. C'est le cas notamment des mesures de capital économique ou de SCR (Solvency Capital Requirement) utilisé dans Solvabilité II. En revanche, d'autres mesures paraissent mieux adaptées à un horizon moyen terme, par exemple les mesures liées aux résultats de la compagnie sur l'horizon du Plan Stratégique.

D'un point de vue opérationnel, il peut s'avérer que la multiplicité des intérêts des parties prenantes et le trop grand nombre de dimensions de risque rendent les décisions de gestion compliquées, voire à la limite qu'elles soient en contradiction entre elles. Il semble donc préférable de ne pas trop multiplier le nombre de mesures et de ne retenir que les dimensions essentielles que l'Entreprise souhaite piloter en priorité.

c) **Choix des mesures de l'appétit pour le risque**

Une fois que les dimensions du risque ont été décidées, l'Entreprise va définir pour chacune d'elles les limites de tolérance aux risques permettant de spécifier son appétit pour le risque.

Un point clé est de pouvoir choisir les mesures de limites de tolérance afin qu'elles soient exploitables dans l'implémentation en cascade du dispositif d'appétit pour le risque, définie précédemment dans la section 1.2.2.

De préférence, les mesures utilisées sont exprimées par des mesures quantitatives, mais à défaut il est possible de définir des critères qualitatifs pour certains risques (par exemple le risque de réputation).

Aussi, à ce niveau agrégé de la compagnie d'assurances, il apparaît difficile de développer des limites de tolérance pour toutes les catégories de risque (notamment sur les risques opérationnels). Cependant le document de formalisation de l'appétit pour le risque doit énoncer clairement les limites de tolérance au moins pour les catégories de risques essentielles pour la compagnie (marché, crédit, assurance).

• **Mesures basées sur les Résultats Comptables**

Le management de l'Entreprise est habitué à gérer la compagnie avec l'objectif d'atteindre un niveau de résultats comptables dans le cadre de tolérance du Plan Stratégique. Pour les compagnies cotées, il est certain que les anticipations sur les résultats expliquent en grande partie l'évolution de son cours de bourse.

Les mesures basées sur les résultats sont donc familières à la fois au Senior Management et à la communauté financière. Par conséquent, il est assez aisé pour lui de définir un appétit pour le risque et les tolérances associées à partir de cet indicateur.

Le tableau ci-dessous présente des thématiques basées sur la dimension "Résultats Comptables" et fournit une proposition d'exemples de mesures de seuils de tolérance, ainsi que les niveaux de probabilité et l'horizon associés.

Dimension : RESULTATS

Thématique	Exemple de seuils de tolérance	Type de Mesure	Exemple de Quantile (x)	Exemple d' Horizon (n)
Risque de baisse des résultats	▶ Probabilité de Résultats à zéro ou négatifs $\leq x\%$	Probabilité	5% - 10%	1 an ou 3-5 ans
	▶ Montant minimum de Résultats que la compagnie souhaite atteindre avec une probabilité de $x\%$ à l'horizon n années	<i>Earnings at Risk</i>	90% - 75%	1 an ou 3-5 ans
	▶ Le potentiel de baisse des Résultats sera inférieur à 50% des Résultats Attendus dans au moins $x\%$ des cas à l'horizon n années	$\left(\frac{\text{Earnings at Risk}}{\text{Résultats Attendus}} \right)$	90% - 75%	1 an ou 3-5 ans
Dividendes	▶ Probabilité de suspension des Dividendes $\leq x\%$	Probabilité	5% - 10%	1 an ou 3-5 ans

Il est nécessaire de choisir le **cadre de valorisation** de l'indicateur de résultats. Il peut correspondre aux résultats en comptabilité françaises (**local GAAP**) ou en comptabilité **IFRS**. Pour un usage en interne, l'Entreprise pourrait aussi suivre un indicateur de résultats "économiques", sans réserves de lissages, qui serait utilisé comme indicateur complémentaire de résultats et qui serait davantage orienté sur la gestion de court terme du fait de sa plus grande volatilité.

En principe, les mesures proposées nécessitent le recours à des **outils de simulations stochastiques** des actifs et des passifs en prospectif. Pour cela, les modèles de bilan de type **modèles DFA (Dynamic Financial Analysis)**, seront utilisés pour évaluer les distributions de probabilité des résultats comptables à un horizon donné.

En ce qui concerne la dimension "Résultats" de l'appétit pour le risque, on se concentre de préférence sur des seuils de tolérance pas trop éloignés du **centre de la distribution de probabilité** des résultats¹⁸. Le senior Management et les Actionnaires s'intéresseront à des scénarios de stress assez probables, dont l'évènement surviendrait en moyenne environ une fois

¹⁸ Comme illustré dans le graphique de la distribution de probabilité de la section précédente 1.2.4 b).

tous les 10 ans par exemple. Cela permet de rendre plus concrètes les décisions de gestion qu'avec une mesure basée sur une probabilité extrêmement rare dont la valeur est difficile à évaluer.

La mesure **Earnings at Risk (EaR)** :

Elle mesure, pour un niveau de probabilité souhaité, le potentiel de diminution des résultats comptables par rapport aux résultats attendus sur un horizon donné.

Les résultats peuvent être sur base *local GAAP* ou IFRS et l'horizon d'analyse est souvent d'un an, voire de 3 à 5 ans si l'on se base sur l'horizon du Plan Stratégique.

L'avantage de cette mesure est de capturer en une seule variable l'impact de l'ensemble des risques financiers et d'assurance, en prenant en compte les effets de diversification entre ces risques.

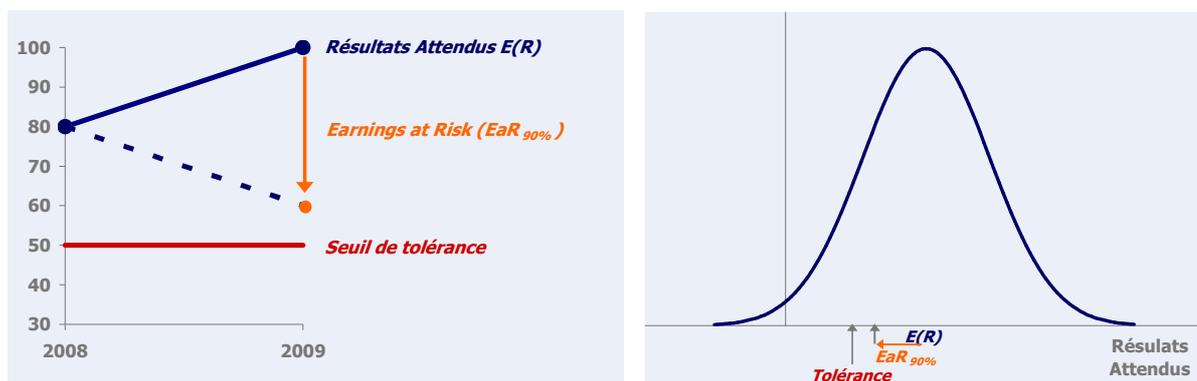
Illustration :

Lorsqu'elle définit son appétit pour le risque concernant ses résultats comptables IFRS, une compagnie d'assurances souhaite établir le seuil de tolérance suivant :

"A un horizon d'un an, le potentiel de baisse des Résultats IFRS ne doit pas être supérieur à 50% des Résultats IFRS Attendus dans le Plan Stratégique dans au moins 90% des cas".

La compagnie d'assurances va contrôler cet objectif en calculant périodiquement le niveau des *Earnings at Risk* pour un quantile de 90% ($EaR_{90\%}$). Elle comparera ce niveau avec le seuil de tolérance calculé sur la base des bénéfices attendus.

Elle sera en dépassement du seuil de tolérance lorsque les $EaR_{90\%}$ excéderont le montant de 50% des résultats attendus. Afin d'anticiper des difficultés et de définir éventuellement des actions correctrices en amont, elle peut très bien définir un seuil d'alerte (*early warning indicator*), par exemple à 40% des Résultats attendus.



- **Mesures basées sur le Capital (ou la valeur de l'Entreprise)**

L'attention des actionnaires et du management de la compagnie d'assurances est évidemment très concentrée sur la valeur de l'Entreprise et la rentabilité de son capital.

Pour atteindre une rentabilité du capital qui satisfasse les actionnaires, l'Entreprise accepte de prendre un minimum de risque. L'appétit pour le risque définira donc à la fois le niveau minimum de rentabilité ainsi que les tolérances aux risques en terme de variabilité du capital.

Le tableau ci-dessous présente un exemple de thématiques basées sur la dimension "Capital ou Valeur de l'Entreprise" et les mesures associées :

Dimension : CAPITAL (ou VALEUR DE L'ENTREPRISE)

Thématique	Exemple de seuils de tolérance	Type de Mesure	Exemple de Probabilité (x)	Exemple d' Horizon (n)
Rentabilité du capital	▶ La Rentabilité du Capital sera supérieure ou égale à $y\%$ dans $x\%$ des cas à l'horizon d'un an.	RoEC (Return on Economic Capital) ou ROE (on Equity)	90%	1 an
Risque de baisse de la valeur	▶ La valeur de l'Actif Net (Surplus) ne diminuera pas de plus de $y\%$ avec une probabilité de $x\%$ à l'horizon n années	<i>Capital at Risk (ou Expected Shortfall)</i>	90% - 75%	1 an ou 3-5 ans
	▶ Le potentiel de baisse de la valeur de l'Actif Net sera inférieur à 20% du Capital Disponible dans au moins $x\%$ des cas à l'horizon n années	$\left(\frac{\text{Capital at Risk}}{\text{Capital Disponible}} \right)$	90% - 75%	1 an ou 3-5 ans
	▶ Probabilité d'une diminution de la MCEV $\leq z\%$	<i>Market-Consistent Embedded Value</i>	10%	1 an
Augmentation de capital	▶ Probabilité d'avoir besoin d'une augmentation de capital (hormis acquisition) $\leq z\%$ à l'horizon n années	Probabilité	5% - 10%	3-5 ans

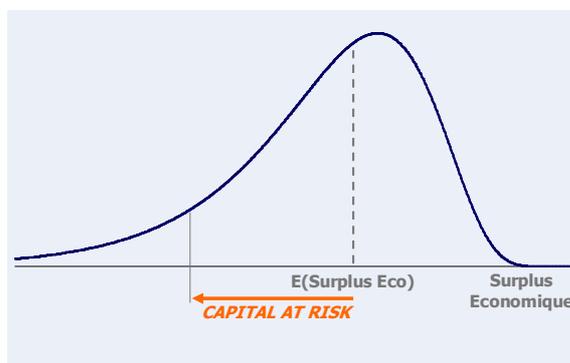
L'approche privilégiée pour évaluer l'Actif Net (ou Surplus Economique) sera d'utiliser une approche économique, qui consiste à évaluer les actifs et les passifs en valeur de marché ou en *fair value*.

La mesure **Capital at Risk (CaR)** :

Elle mesure, pour un niveau de probabilité souhaité, le potentiel de diminution de la valeur de l'Actif Net du bilan par rapport à sa valeur attendue sur un horizon donné (sur 1 an en général).

Pour mettre en place cette mesure, on utilise la même méthodologie et le même modèle (type DFA) que la mesure de Capital Economique, mais sur des scénarios de stress "standard" au lieu de scénarios plus extrêmes.

Généralement, la mesure de *Capital at Risk* à un an est utilisée avec un niveau de confiance à 90% (1 cas sur 10) alors que la mesure de Capital Economique est utilisée avec un niveau de confiance à 99,5% (1 cas sur 200), voire plus élevé.



De plus, il est intéressant de pouvoir expliquer la contribution de chaque catégorie de risque (Marché, Crédit, Assurance,...) sur les résultats agrégés. Il suffit de calculer les *Capital at Risk* appliqués à chaque catégorie de risque.

Enfin, comme nous le verrons par la suite, en calculant un montant de *CaR* par catégorie de risque, le dispositif pourra être utilisé pour piloter les risques en comparant ces *CaR* avec les niveaux de tolérance alloués à chacune de ces catégories de risque. Ces tolérances par risque garantiront la cohérence avec le seuil de tolérance du *CaR* défini au niveau global de l'Entreprise.

• Mesures basées sur la Solvabilité

Alors que les perspectives de résultats et de valorisation intéressent davantage les Actionnaires, les perspectives liées à la solvabilité de la compagnie d'assurances intéresseront en particulier les régulateurs (représentant l'intérêt des assurés) et les agences de rating.

Comparées aux précédentes mesures, les mesures de solvabilité se concentrent sur les scénarios extrêmes et sont ainsi plus difficilement exploitables pour le Senior Management dans la gestion au quotidien de la compagnie d'assurances.

Dimension : SOLVABILITE

Thématique	Exemple de seuils de tolérance	Type de Mesure	Exemple de Probabilité (x)	Exemple d' Horizon (n)
Solvabilité Réglementaire	▶ La probabilité de rester au dessus des exigences de solvabilité réglementaire est de x% à l'horizon d'un an.	Marge Solva (S1) SCR ou MCR (S2)	99,5%	1 an
	▶ Le Capital Eligible sera supérieur à 150% du Capital Requis dans au moins x% des cas à l'horizon d'un an	$\left(\frac{\text{Capital Eligible}}{\text{Capital Requis}} \right)$	95,0%	1 an
Capital Economique (mesure interne)	▶ Le Capital Disponible sera supérieur au Capital Economique dans au moins x% des cas à l'horizon d'un an	Capital Economique	99,5 à 99,97% (AA)	1 an
	▶ Le Capital Disponible sera supérieur à 120% du Capital Economique dans au moins x% des cas à l'horizon d'un an	$\left(\frac{\text{Capital Disponible}}{\text{Capital Economique}} \right)$	90%	1 an

La contrainte réglementaire doit nécessairement être prise en compte dans la définition des tolérances sur le risque d'insolvabilité.

Le Capital Economique requis représente le montant de capital nécessaire à l'Entreprise pour rester solvable à un niveau de probabilité souhaité (souvent supérieur au égal à 99,5%) et à un horizon donné (en général 1 an).

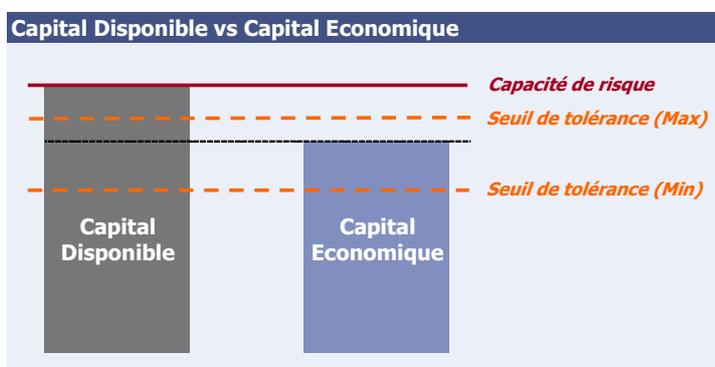
En principe, la mesure du Capital Economique requis est construite sur la même base et avec le même modèle que la mesure de *Capital-at-Risk*, mais avec un niveau de tolérance différent (par exemple 99.5% pour le Capital Economique et 90% pour le *Capital-at-Risk*). Comme nous l'avons souligné, la mesure de *Capital-at-Risk* est davantage utilisée pour la gestion courante de l'Entreprise et couvre surtout les intérêts des actionnaires, alors que la mesure de Capital Economique est orientée sur une perspective de solvabilité et concerne en particulier les régulateurs et les agences de notation.

Avec les normes Solvabilité II, la compagnie d'assurances doit détenir suffisamment de fonds propres pour rester solvable dans au moins 99,5% des cas à un horizon d'un an.

Certaines compagnies d'assurances ont un montant de capital économique probablement plus élevé que le capital qui serait requis avec les futures normes Solvabilité II. En effet, les niveaux de tolérances adoptées par les compagnies d'assurances souhaitant se mettre au niveau d'une notation "cible" AA devront être supérieur à 99,5% (c'est-à-dire 99.95% ou 99.97%).¹⁹

Une compagnie d'assurances doit définir un niveau de capital disponible suffisamment élevé pour réduire le risque d'insolvabilité au niveau exigé par le régulateur et pour obtenir un meilleur rating des agences de notation. Cependant, elle devra aussi veiller à ne pas détenir un montant de capital trop élevé qui diminuerait le retour sur fonds propres des actionnaires.

Souvent, les compagnies d'assurances détiennent un Capital Disponible supérieur au Capital Economique. Cela peut être vu comme une marge de prudence supplémentaire, voire un capital à mettre en face de risques non quantifiés dans le calcul du Capital Economique (risques stratégiques, risques émergents,...).



Le **ratio de Solvabilité Economique** est le ratio entre le Capital Disponible et le Capital Economique. Cet indicateur est intéressant pour définir un seuil de tolérances sur la dimension

¹⁹ A noter que l'on peut considérer que pour une filiale d'un Groupe, une notation "cible" de A correspond à une notation AA au niveau du Groupe. On suppose la prise en compte d'un effet diversification.

"Solvabilité". Par exemple, l'Entreprise peut définir un seuil minimum de 120% pour capter la marge de prudence souhaitée par rapport au capital requis, voire si elle le souhaite, un seuil maximum de 280% pour capter le risque d'être sur-capitalisé du point de vue de l'actionnaire.

Afin de maintenir son Capital Economique dans ce cadre de tolérance défini, une compagnie d'assurances peut agir directement sur son exposition à certains risques ou bien avoir recours à des couvertures ou des transferts de risques.

On peut considérer qu'il existe différentes définitions du **Capital Economique requis** selon que l'on se place du point de vue de l'actionnaire ou du point de vue des autorités de contrôle²⁰ :

➤ **Du point de vue de l'actionnaire :**

Le risque pour l'actionnaire est de ne pas réaliser sur l'horizon donné (par exemple 1 an), les résultats attendus.

Le Capital économique Requis pour l'actionnaire $CR_{Act.}$ s'écrit donc :

$$CR_{Act.} = E[R_1 | D_0] - VaR_\alpha [R_1 | D_0]$$

avec

$E[R_1 | D_0]$ = Espérance des résultats économiques sur 1 an, selon l'information connue en $t=0$

$VaR_\alpha [R_1 | D_0]$ = *Value-at-Risk* des résultats économiques avec une probabilité α , selon l'information connue en $t=0$

Le résultat économique d'une année sur l'autre correspond à la variation annuelle du surplus économique :

$$R_1 = S_1 - S_0$$

avec

S_0 = Surplus Economique en t_0 = Capital Disponible en t_0
= Valeur de Marché des Actifs en t_0 - Valeur Economique des Passifs en t_0

S_1 = surplus économique en t_1

Comme la valeur du surplus économique S_0 est connue, la formule du Capital économique Requis du point de vue de l'actionnaire s'écrit aussi :

$$CR_{Act.} = E[S_1 | D_0] - VaR_\alpha [S_1 | D_0]$$

L'actionnaire peut choisir d'utiliser une autre mesure que la *VaR* à 99.5%, par exemple une mesure d'*Expected Shortfall* telle que la *TailVaR* à 99%.

De même, le niveau de confiance choisit par l'actionnaire pourra être un fonction du rating cible de la compagnie d'assurance.

Par ailleurs, dans la formule du capital requis on peut considérer d'actualiser la valeur du surplus économique à 1 an. L'actionnaire doit choisir le taux d'actualisation utilisé, par exemple le taux d'intérêt sans risque à 1 an, voire le taux de rendement du surplus de la compagnie.

En intégrant un facteur d'actualisation, la relation devient alors :

$$CR_{Act.} = E\left[\frac{S_1}{1+r}\right] - VaR_\alpha\left[\frac{S_1}{1+r}\right]$$

²⁰ Se référer notamment à l'article de Besson J-L, M. Dacorogna, P. De Martin, M. Kastenholtz, M. Moller, "How Much Capital Does a Reinsurance Need?", The Geneva Papers, vol. 34, avril 2009

➤ **Du point de vue des autorités de contrôle des assurances :**

- Solvabilité II :

Dans le cadre de Solvabilité II, la compagnie d'assurance doit disposer suffisamment de fonds propres en date initiale pour satisfaire la contrainte $P(S_1 < 0) \leq 0,5\%$.

Le Capital économique Requis du point de vue de la solvabilité réglementaire est donc la somme du capital initial et d'un capital additionnel nécessaire pour faire face aux insuffisances de capital dans les cas où le capital disponible à un an S_1 est négatif.

$$CR_{Solv II} = S_0 + \text{Capital additionnel}$$

$$CR_{Solv II} = S_0 + VaR_{0,5} [0 - S_1]$$

$$\boxed{CR_{Solv II} = S_0 - VaR_{0,5} [S_1 | D_0]}$$

En intégrant un facteur d'actualisation au taux sans risque à 1 an nous aurions la relation :

$$CR_{Solv II} = S_0 - VaR_{0,5} \left[\frac{S_1}{1 + r_1^0} \right]$$

Il est utile de montrer qu'après injection de capital additionnel la contrainte de solvabilité au seuil 99,5% est bien vérifiée²¹.

On suppose que le capital additionnel est investi en cash et évolue la première année au taux sans risque à 1 an r_1^0 . On note S_1^{ajust} le montant du capital disponible en date 1, ajusté du capital additionnel nécessaire en date 0, noté CA_0 .

$$\begin{aligned} & P(S_1^{ajust} < 0) \\ &= P(S_1 + CA_0 \cdot (1 + r_1^0) < 0) \\ &= P\left(S_1 - VaR\left(\frac{S_1}{1 + r_1^0}\right) \cdot (1 + r_1^0) < 0\right) \\ &= P(S_1 - VaR(S_1) < 0) \\ &= P(S_1 < VaR(S_1)) \\ &= 0,5\% \end{aligned}$$

Dans ce cadre la contrainte issue de la Directive Solvabilité II²² sera alors bien respectée.

- Le Test Suisse de Solvabilité :

Dans le cadre du Swiss Solvency Test (SST), le capital requis est défini à partir d'une mesure d'*Expected Shortfall* avec un niveau de confiance à 99%.

La formulation prend en compte l'actualisation du surplus à 1 an ainsi qu'une valeur actualisée de la Market Value Margin (MVM).²³

$$CR_{SST} = -ES_{\alpha} \left[\frac{S_1}{1 + r_1^0} - S_0 \right] + \frac{MVM}{1 + r_1^0}$$

²¹ Se référer à l'article de L. Devineau & S. Loisel, « Construction d'un algorithme d'accélération de la méthode des « simulations dans les simulations » pour le calcul du capital économique Solvabilité II », 2009.

²² Extrait de l'article 101 de la Directive Solvabilité II : « Le capital de solvabilité requis correspond à la valeur en risque (Value-at-Risk) des fonds propres de base de l'entreprise d'assurance ou de réassurance, avec un niveau de confiance de 99,5 % à l'horizon d'un an. »

²³ Elle correspond à la différence entre la valeur market-consistent des passifs et le Best Estimate actualisé des flux de paiement associés. La MVM prend en compte le coût d'immobilisation du capital associé au run-off des provisions.

http://www.finma.ch/archiv/bpv/download/f/SST_techDok_20070425_F_wo_Li.pdf

Le surplus économique à un an, ainsi que la MVM, sont actualisés au taux d'intérêt actuel sans risque à un an r_1^0 .

Le niveau de tolérance α est fixé à $\alpha = 1\%$.

➤ **Comparaison des points de vue de l'actionnaire et du réglementaire:**

Comme nous venons de le voir, la formulation du capital économique requis est différente entre l'actionnaire et les autorités de contrôle pour Solvabilité II.

Cette différence repose sur le résultat économique attendu pour l'année. Le risque pour l'actionnaire commence donc par des résultats inférieurs aux résultats attendus $E[R_1]$.

Aussi la relation entre les deux définitions est la suivante :

$$CR_{Solv II} = CR_{Act.} - E[R_1]$$

• **Mesures basées sur le rating**

De façon complémentaire, la compagnie d'assurances peut souhaiter afficher clairement un objectif de capital correspondant à un niveau de notation souhaité. Elle ajustera le niveau du capital à celui requis pour atteindre ou maintenir cette notation.

Dimension : RATING

Thématique	Exemple de seuils de tolérance	Type de Mesure	Exemple de Probabilité (x)	Exemple d' Horizon (n)
Rating cible	▶ La probabilité de maintenir le rating au niveau AA sera de z% à l'horizon de n années,	Capital Economique		1 an ou 3-5 ans
Dégradation du rating	▶ La probabilité de subir une dégradation du rating sera inférieure à x% à l'horizon de n années,	Capital Economique	de 99,5% à 99,97% sur un an	1 an ou 3-5 ans

Chaque niveau de notation correspond à une probabilité de défaut d'une dette pour la notation correspondante. Ainsi, une compagnie d'assurances souhaitant utiliser comme référence une notation AA devrait calibrer son capital économique pour un niveau de tolérance de 99.97% à 1 an. Avec une optique utilisant un horizon de plus long terme, par exemple 5 ans, le montant de capital requis pour un AA serait calibré sur une probabilité de rester solvable de 99,66% (=1-0,34%).

Global Corporate Cumulative Average Default Rates (1981 - 2008) (%)

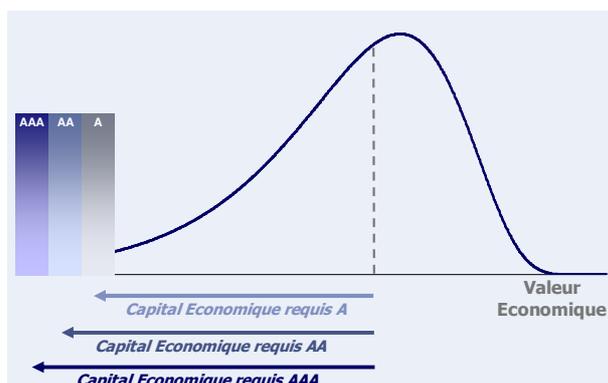
	Horizon (années)									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
AAA	0,00	0,00	0,09	0,18	0,27	0,37	0,40	0,47	0,51	0,55
AA	0,03	0,08	0,14	0,25	0,34	0,45	0,56	0,65	0,73	0,83
A	0,08	0,20	0,34	0,52	0,72	0,95	1,21	1,45	1,69	1,94
BBB	0,24	0,68	1,17	1,79	2,43	3,06	3,59	4,12	4,63	5,16

Source : S&P "Default, Transition, and Recovery: 2008 Annual Global Corporate Default Study And Rating Transitions" April 2009

En pratique, il reste difficile de mettre en place un lien explicite entre le niveau de rating cible et le dispositif d'appétit pour le risque. En effet, il est difficile de décliner clairement un objectif de rating en limites opérationnelles.

Dans les critères de rating des agences de notation, le niveau de capitalisation et la rentabilité de l'Entreprise sont bien sûr des critères importants, mais il existe de nombreux autres critères dont certains critères qualitatifs (la position concurrentielle, la qualité de la gestion des risques, la liquidité, ...). La multiplicité des critères, dont certains sont subjectifs, rend donc le niveau de rating "cible" difficile à objectiver.

Le graphique suivant illustre le capital requis en fonction du niveau de rating cible:



A la lumière de la crise financière récente, il faut garder à l'esprit que l'exercice de calibrage du Capital Economique en fonction de la probabilité de défauts historiques associée au rating cible doit être considéré avec prudence. En effet, il est forcément délicat d'estimer un montant de capital requis pour absorber une perte avec un niveau de confiance très élevé de type 99.95% (correspondant à un niveau de pertes attendu seulement une fois tous les 2000 ans...).

Pour le cas des probabilités de défauts historiques indiquées précédemment, elles ont été estimées par S&P sur la période 1981-2008. Elles ne reflètent sans doute qu'imparfaitement les conditions "anormales" de marché où les pertes extrêmes surviennent plus fréquemment. En outre, les estimations des différentes agences de notation peuvent être différentes entre elles et aboutir à des différences de calibrage du capital économique entre deux organismes financiers ayant le même rating cible.

Enfin, la solvabilité des organismes financiers est souvent mise en difficulté avant que des telles pertes surviennent, par exemple en raison de problèmes de liquidité.

- **Mesures basées sur la liquidité**

Le risque de liquidité est le risque que les ressources en cash-flows soient insuffisantes pour satisfaire les besoins actuels ou futurs en cash-flows, à moins de faire appel à des financements à des taux d'emprunt excessifs ou de procéder à la vente forcée d'actifs financiers.

Le niveau de liquidité est utile pour faire face aux pertes imprévues mais aussi pour financer la croissance de l'activité ou pour profiter d'éventuelles opportunités de croissance externes.

La dimension relative à la liquidité dans le cadre de l'appétit pour le risque est davantage utilisée par les banques, mais peut s'appliquer aussi aux compagnies d'assurances.

Un premier indicateur de tolérance est de définir un seuil minimal de **Ratio de Liquidité** au niveau de l'Entreprise. Ce ratio de liquidité peut correspondre au rapport entre le Cash Disponible et le total des actifs financiers ou aussi le rapport entre les Actifs Mobilisables et le total des actifs financiers. Les Actifs Mobilisables incluant le cash disponible, mais aussi les actifs financiers que l'Entreprise peut utiliser ou vendre sans risque de pertes significatives (par exemple les remboursements obligataires et les coupons prévus sur l'année, et les obligations en plus-values latentes de maturités résiduelles inférieures à 1 an).

Le risque de liquidité peut provenir de problèmes de désadossement dans le timing et le montant des cash-flows entre les actifs et les passifs. Pour limiter ce risque au niveau global de l'Entreprise, il est possible d'établir un **écart de duration actif-passif** définissant les seuils min/max de tolérance.

La mesure de **Cash-Flow at Risk (CFaR)** est une mesure de risque qui peut être utilisée si on dispose de la distribution de probabilité des cash-flows futurs (par exemple sur l'année). On compare alors les cash-flows prévisionnels entrants et sortants et on utilise la distribution des cash-flows nets pour estimer le risque de liquidité. Le **Cash-Flow at Risk** sera la différence entre le montant attendu des cash-flows nets et le montant correspond au niveau de tolérance souhaité (par exemple 90% ou plus). Si la compagnie d'assurances ne dispose pas de la distribution des cash-flows futurs, elle peut plus simplement réaliser des scénarios de stress de liquidité.

Signalons que les compagnies d'assurances n'appliquent généralement pas de capital économique requis au titre du risque de liquidité. On considère que le capital ne permet pas une atténuation efficace du risque de liquidité, du fait de la nature même de ce risque²⁴.

- **Prise en compte de critères qualitatifs**

La formulation de la politique de tolérance au risque peut aussi être définie par des critères qualitatifs.

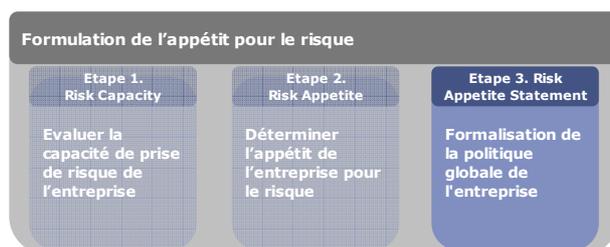
Par exemple, les risques d'**image** et de **réputation** des risques difficiles à évaluer de façon quantitative. L'Entreprise pourrait par exemple souhaiter une tolérance zéro pour les risques qui causeraient des dommages durables à l'image de marque. Dans ce cas, l'Entreprise n'a donc pas d'appétit pour ce type de risque car n'attend aucun bénéfice en retour de la prise de risque.

La difficulté pour ce type de critères un peu trop subjectifs est de donner suffisamment de précisions pour procéder à des évaluations vérifiables et que l'on puisse "challenger".

Avec ces critères qualitatifs, on utilise parfois des grilles de *scoring* qui synthétisent l'avis des experts chargés de classer sur 2 axes la fréquence et l'impact des risques en niveaux "bas", "modéré", "élevé" ou "très élevé".

1.1.5 La formalisation et le suivi de la politique globale d'appétit pour le risque (Risk Appetite Statement)

La 3^{ème} étape du processus de l'appétit pour le risque consiste à formaliser dans un document synthétique l'ensemble de la politique d'appétit pour le risque de l'Entreprise.



Il est essentiel que cette politique de risque soit **cohérente avec les objectifs** définis à l'occasion de l'élaboration du **Plan Stratégique**. Dans ce Plan Stratégique, l'entreprise définit les objectifs en termes de développement de l'activité, de création de valeur, de rentabilité sur fonds propres, etc...

De plus, la politique de risque de l'entreprise doit définir la **nature des risques et des activités acceptés** et celles ne rentrant pas dans le coeur de l'activité de l'entreprise. Cela peut faire référence à certains types d'activité et à des localisations géographiques.

Après avoir formalisé l'appétit pour le risque avec les tolérances associées à chaque dimension (résultat, capital, solvabilité,...), l'Entreprise élabore un état de suivi de l'appétit pour le risque (**Risk Appetite Dashboard**).

a) La formalisation des composantes de la politique globale d'appétit pour le risque

L'organe d'administration (ou de gestion) a la responsabilité de définir et de valider la stratégie globale de prise de risque de l'entreprise. Ces objectifs de stratégies de risque peuvent être formalisés dans un document synthétique reflétant les différentes composantes de l'appétit de l'entreprise pour le risque (*Risk Appetite Statement*).

Dans ce document, l'Entreprise va pouvoir intégrer les composantes suivantes :

²⁴ CRO Forum – "Insurance Risk Management Response to the Financial Crisis" p.12-13, avril 2009

- **La nature des risques et des activités acceptés et non acceptés**

Les risques acceptés sont ceux inévitables compte tenu du développement des activités de l'Entreprise et qui peuvent être suivis et gérés tant au niveau individuel qu'au niveau agrégé. Ainsi ces principales catégories de risques sont généralement les risques d'assurances, de marché et de crédit.

En revanche, l'Entreprise peut définir des catégories de risques qui n'entrent pas au coeur de l'activité. C'est le cas par exemple des risques opérationnels et des risques liés à la réputation et à l'image de marque.

Cette distinction entre les "*core risks*" et "*non-core risks*" peut se révéler essentielle, notamment à la lumière des difficultés de certaines compagnies d'assurances dans l'exercice d'activités très éloignées du coeur de métier de l'assurance (ce fut le cas par exemple de la société AIG avec les dérivés de crédit).

- **Les dimensions couvertes par l'appétit pour le risque**

Par exemple, les dimensions orientées sur les perspectives de résultats, de capital, de solvabilité, de rating, de liquidité et de réputation.

- **La formulation de l'appétit pour le risque pour chaque dimension**

Comme illustrée dans l'*étape 2* du processus (cf la partie 1.2.4), cette formulation doit définir explicitement une ou plusieurs mesures de risques pour chacune des dimensions, ainsi que les seuils de tolérance associés.

- **Les principales applications**

Le cadre de l'appétit pour le risque doit être cohérent avec la stratégie globale de l'Entreprise définie dans son Plan Stratégique, notamment en matière de rentabilité attendue.

L'Entreprise montre quels sont les liens entre les décisions stratégiques, notamment en matière de stratégies d'assurance et de stratégies d'investissements, et les limites définies dans le cadre de l'appétit pour le risque.

- **L'organisation de l'intégration de l'appétit pour le risque au sein de l'Entreprise**

L'Entreprise précise les rôles et les responsabilités dans l'intégration de l'appétit pour le risque. Elle décrit les procédures de suivi et de contrôle des dépassements des seuils de tolérance. Elle indique aussi la procédure des actions à mettre en oeuvre en cas de dépassement des seuils de tolérance.

- **Les tableaux de bord de suivi de l'appétit pour le risque**

Des tableaux synthétiques mettent en évidence le profil de risque actuel suivant les principales dimensions de risque et le compare aux seuils de tolérance.

L'Entreprise précise les actions réalisées ou à mettre en oeuvre pour corriger un éventuel dépassement de limite.

b) Tableaux de bord de suivi de l'appétit pour le risque (*Risk Appetite Dashboard*)

Après avoir formalisé l'appétit pour le risque avec les tolérances associées à chaque dimension (résultat, capital, solvabilité,...), l'Entreprise élabore un état de suivi de l'appétit pour le risque (*Risk Appetite Dashboard*).

Ces tableaux de bord sont utiles au Board et au Senior Management pour avoir une vue synthétique des principaux risques et vérifier que les prises de risques de l'Entreprise sont cohérentes avec le cadre d'appétit pour le risque.

C'est aussi un outil de management qui permet de prendre des décisions stratégiques sur la base de critères rendement/risques où les mesures de risques sont comparables entre chacune des catégories de risque (par exemple entre les risques de marché et les risques d'assurance).

- **Exemples de tableaux de bord**

- **Tolérances sur la variation des Résultats :**

Un Groupe d'assurances définit son appétit pour le risque sur la variation de résultats IFRS pour des scénarios de stress "modérés" (1 cas sur 10). Il l'exprime de la façon suivante :

"A un horizon d'un an, le potentiel de baisse des Résultats IFRS du Groupe doit rester inférieur à 40% des Résultats IFRS Attendus dans le Plan Stratégique dans au moins 90% des cas".

Le Groupe d'assurances va contrôler cet objectif en calculant périodiquement le niveau des *Earnings at Risk* pour un quantile de 90% ($EaR_{90\%}$). Il comparera le niveau courant avec la limite de 40% des bénéfices attendues.

Le Groupe contrôle également les limites de risque pour ses différentes Business Units. Pour celles-ci, les limites de tolérance sont différentes de celle du Groupe car il bénéficie des effets de diversifications de ses filiales.

Tableau de bord de suivi des *Earnings at Risk* :

Earnings-at-Risk (EaR_{90})

	<i>Earnings at Risk</i>	Résultats IFRS Attendus N+1	$\left(\frac{\text{Earnings at Risk}}{\text{Résultats Attendus}} \right)$	Tendance
Business Unit 1	23	75	31%	→
Business Unit 2	6	25	24%	→
Business Unit 3	25	60	42%	↗
Business Unit 4	31	125	25%	↘
Total Groupe	77	285	27%	→

en M€

	Niveau BU	Niveau Groupe
Au-dessus du seuil de tolérance	> 50%	> 40%
Zone d'alerte	[40% ; 50%]	[30% ; 40%]
Dans la zone de tolérance	<40%	<30%

- **Tolérances sur la variation du capital :**

Le Groupe d'assurances définit aussi son appétit pour le risque sur la variation de son capital pour des scénarios de stress "modérés" (1 cas sur 10). Il l'exprime de la façon suivante :

"A un horizon d'un an, le risque en Capital du Groupe²⁵ doit rester inférieur à 20% du Capital Disponible dans au moins 90% des cas".

Le Groupe d'assurances va comparer le niveau du *Capital at Risk* pour un quantile de 90% ($CaR_{90\%}$) avec la limite de 20% du Capital Disponible.

Tableau de bord de suivi des *Capital at Risk* :

Capital-at-Risk (CaR_{90})

	<i>Capital at Risk</i>	Capital Disponible	$\left(\frac{\text{Capital at Risk}}{\text{Capital Disponible}} \right)$	Tendance
Business Unit 1	65	450	14%	→
Business Unit 2	28	150	19%	→
Business Unit 3	98	360	27%	↗
Business Unit 4	95	750	13%	↘
Total Groupe	243	1 710	14%	→

en M€

	Niveau BU	Niveau Groupe
Au-dessus du seuil de tolérance	> 30%	> 20%
Zone d'alerte	[20% ; 30%]	[15% ; 20%]
Dans la zone de tolérance	<20%	<15%

²⁵ La notion de Capital correspond ici à l'Actif Net (ou Surplus Economique) évalué par la différence entre la valeur de marché des actifs et la *fair value* des passifs.

- Tolérances sur la Solvabilité Economique (capital économique requis):

Le Groupe d'assurances définit aussi son appétit pour le risque sur la variation de son capital pour des scénarios de stress "extrêmes" (1 cas sur 200 dans notre exemple). Il l'exprime de la façon suivante :

"A un horizon d'un an, le ratio de solvabilité économique du Groupe doit rester à un niveau supérieur à 100% dans au moins 99,5% des cas."

Tableau de bord de suivi du *Capital Economique* :

Solvabilité Economique

	Capital Economique	Capital Disponible	$\frac{\text{Capital Disponible}}{\text{Capital Economique}}$	Tendance
Business Unit 1	280	450	161%	→
Business Unit 2	99	150	152%	→
Business Unit 3	315	360	114%	↗
Business Unit 4	498	750	151%	↘
Total Groupe	1 013	1 710	169%	→

en M€

Dépassement du seuil de tolérance	< 100%
Zone d'alerte	[100% ; 150%]
Zone "cible"	[150% ; 300%]
Sous-utilisation du capital	>300%

Un ratio de solvabilité "cible" de 150% est défini par la compagnie d'assurances afin d'avoir une marge de protection supplémentaire ou un seuil d'alerte à partir duquel des actions pourront être engagées.

Elle estime aussi qu'à partir d'un ratio de solvabilité économique supérieur à 300%, les actionnaires considèreront qu'elle est sur-capitalisée et aboutirait à un retour sur fonds propres insuffisants.

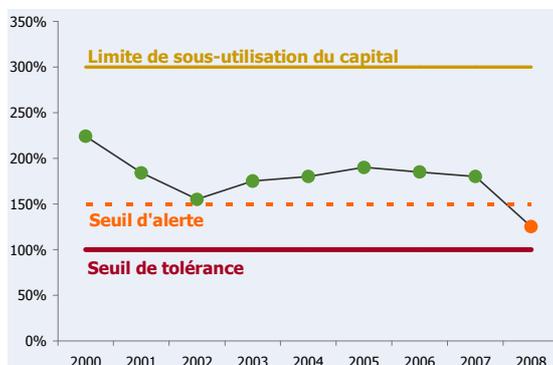
La même démarche peut être adoptée avec le ratio de solvabilité réglementaire en Solvabilité I.

- Evolution des indicateurs de risque :

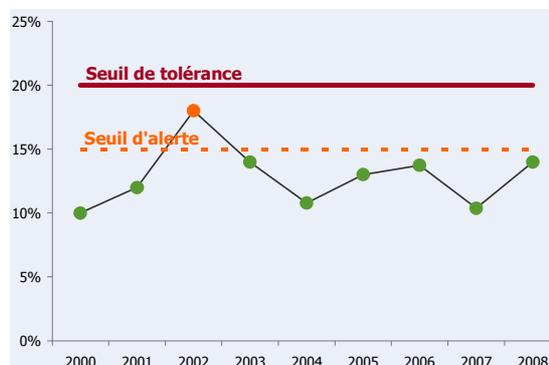
Il est intéressant de montrer l'évolution des indicateurs de risque vus précédemment et de les comparer avec les limites de tolérance. L'Entreprise peut expliquer les actions réalisées pour corriger d'éventuels dépassements de limites.

Exemple : graphique sur l'évolution du ratio de solvabilité (Capital Disponible/Capital Economique) et du ratio CaR/Capital Disponible:

Evolution du Ratio de Solvabilité Economique



Evolution du Ratio CaR/Capital disponible



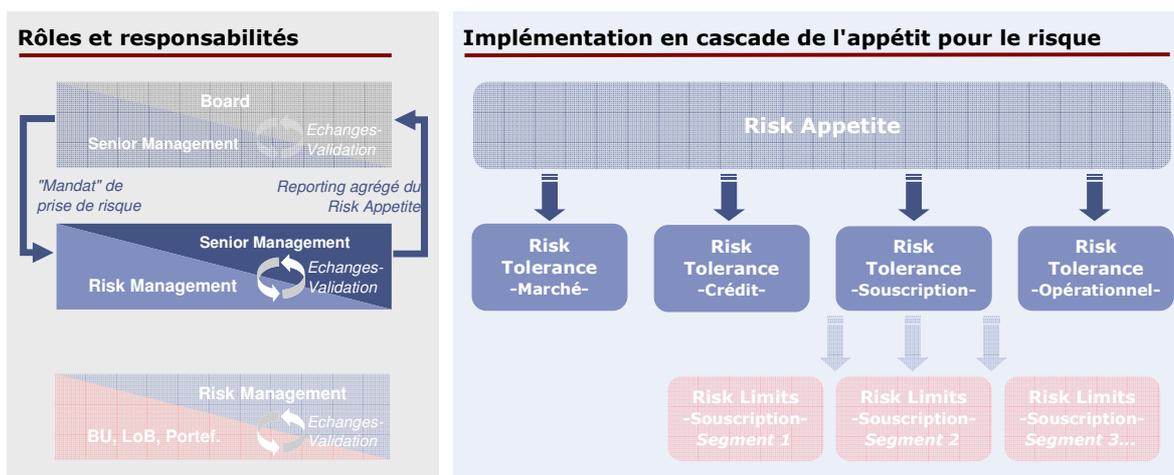
1.2 Déclinaison de l'appétit pour le risque en tolérances par catégorie de risque

Cette action constitue l'*Etape 4* du processus d'appétit pour le risque défini dans la section 1.2.2. Elle rend plus opérationnelle la prise en compte de l'appétit pour le risque.



Une fois que l'entreprise a déterminé son appétit pour le risque en définissant des limites de tolérances pour les principales dimensions (sous l'angle des résultats, du capital et de la solvabilité), l'exercice consiste à les allouer en **tolérances par catégorie de risques** (risques de marché, crédit, souscription, ...).

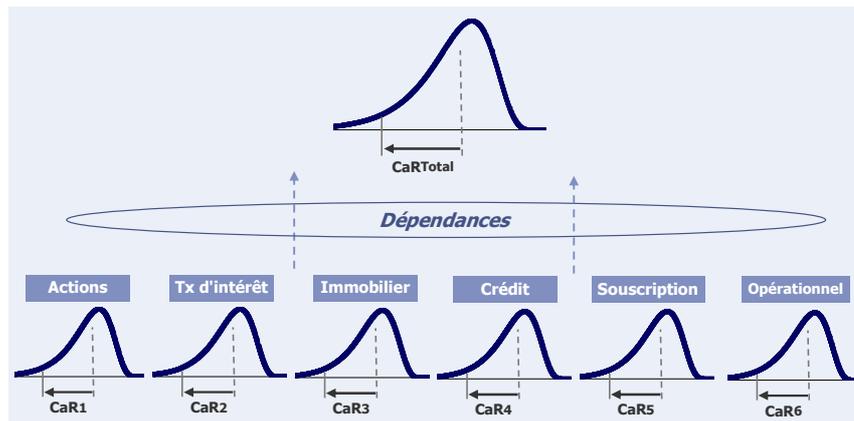
Le Risk Management doit les déterminer de telle sorte que l'agrégation de ces tolérances aux risques assure que l'entreprise opère de façon cohérente avec son appétit global pour le risque et ses objectifs de rentabilité définis dans le Plan Stratégique.



1.2.1 Profil de risque actuel par catégorie

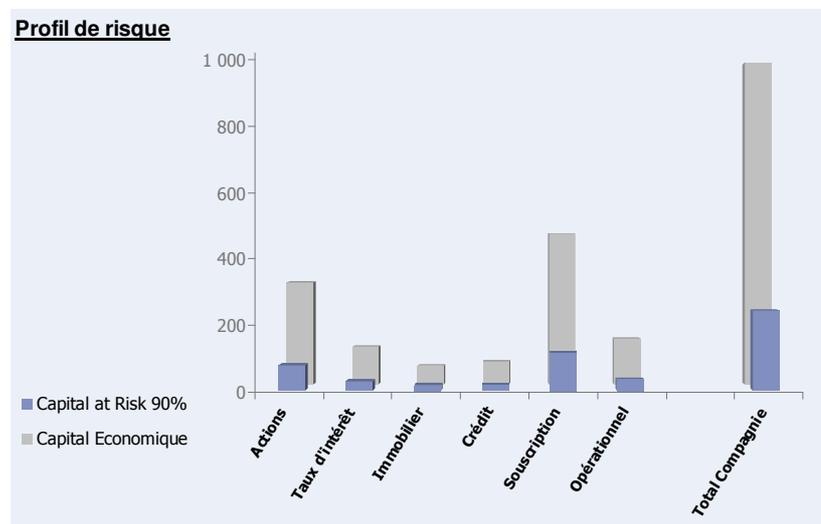
Dans un premier temps, on évalue le profil de risque courant pour chaque catégorie de risque et dans la mesure du possible en intégrant les mesures de risques utilisées pour chaque dimension de l'appétit pour le risque (mesures de type *Capital at Risk*, *Earnings at Risk*,...).

Ci-dessous, nous décrivons schématiquement le lien entre les mesures de risques au niveau des catégories de risque et au niveau agrégé.



Le profil de risque permet de comparer et hiérarchiser les différentes catégories de risque en utilisant la même mesure et ainsi de prendre des décisions sur une même base de mesure de risque.

Exemple de profil de risque sur la dimension des "risques en capital" :



La modélisation des mesures de *Capital at Risk* ($CaR_{90\%}$) et de Capital Economique (*CaR pour un quantile extrême*) capture les effets combinés de la prise de risque sur les différentes activités de la compagnie d'assurances et mesure l'impact sur sa valeur économique.

Le même type de modélisation peut être réalisé pour évaluer le profil de risque sur la dimension des **Résultats**. Elle nécessite de pouvoir modéliser les comptes de résultats de la compagnie (en comptabilité locale ou IFRS) en distinguant chaque source de risque. Les mesures *Earnings at Risk* sur chaque catégorie de risque sont alors évaluées à partir de la distribution des Résultats Comptables pour catégorie de risque.

Les montants globaux de *Earnings at Risk*, de *Capital at Risk* et de Capital Economique au niveau "Total Compagnie" doivent correspondre à ceux communiqués dans le tableau de bord de suivi de l'appétit pour le risque.

De plus, le profil de risque actuel sera comparé aux tolérances définies pour chaque catégorie de risque.

1.2.2 Tolérances et cibles par catégorie de risque

a) Tolérances par catégorie de risque

Tolérance aux risques (Risk Tolerance) :

Niveau de risque **maximum** alloué à chaque catégorie de risque, déterminé en fonction de l'ampleur et les types de risques que l'Entreprise est prête à **tolérer** afin de réaliser ses objectifs stratégiques dans le respect du cadre d'**appétit pour le risque global**.

Les tolérances aux risques sont exprimées en principe avec les mêmes mesures de risque que le profil de risque, notamment avec les mesures de type Capital Economique, *CaR* et *EaR*.

En plus des limites maximales de prise de risque, la compagnie d'assurances a la possibilité de définir des limites minimales de prise de risque afin d'envisager un minimum de rentabilité attendue.

Les limites doivent être déterminées de telles sortes que l'agrégation des tolérances aux risques assure que l'Entreprise opère de façon cohérente avec son appétit pour le risque. Elles devraient également refléter l'aversion de l'Entreprise à l'égard de certaines catégories de risque.

• Exemple de tolérances aux risques sur la dimension "Capital Economique" :

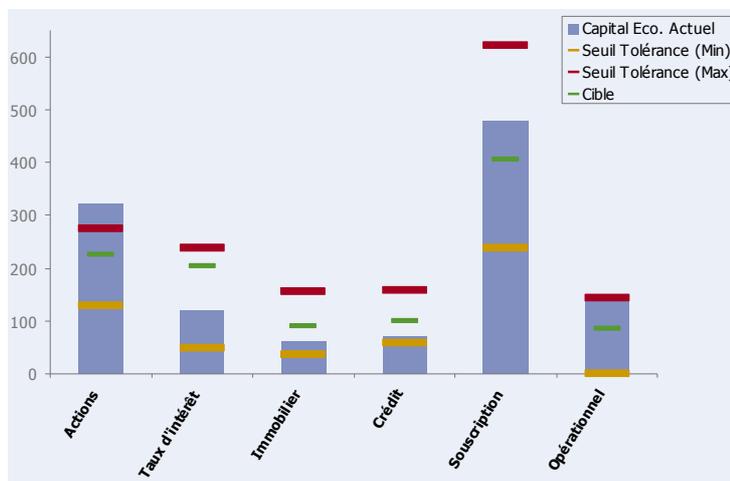
Pour chaque catégorie du profil de risque, on compare le montant du Capital Economique (par exemple pour le quantile 99.5%) avec les niveaux de tolérances définies.

Dans l'illustration ci-dessous, les risques Actions et de Souscription sont les risques prépondérants. On constate que le risque en capital sur les Actions dépasse le seuil de tolérance. La compagnie d'assurances devra donc opérer une réduction de sa part actions ou se couvrir à l'aide de produits dérivés pour se protéger en cas de baisse des marchés.

Les risques Immobiliers et de Crédit sont dans la zone de tolérance, il faudra veiller à ce que la prise de risque acceptée ne descende pas en dessous du seuil de tolérance minimal afin d'éviter que ces classes de risque contribuent de façon insuffisante aux objectifs de rentabilité attendue.

Les risques financiers ou d'assurances sont relativement plus faciles à traduire en limites de tolérance que les **Risques Opérationnels**. Dans notre exemple, on suppose que le risque opérationnel est un risque "toléré" mais qui n'est pas recherché délibérément. La compagnie ne souhaite donc pas prendre davantage de risques opérationnels que le risque actuel. Par ailleurs elle ne souhaite pas définir un seuil de tolérance minimal.

La compagnie d'assurances doit préciser si les seuils de tolérance sont définis sur l'exposition au risque "**brute**" ou "**nette**" de couvertures financières ou de réassurance.

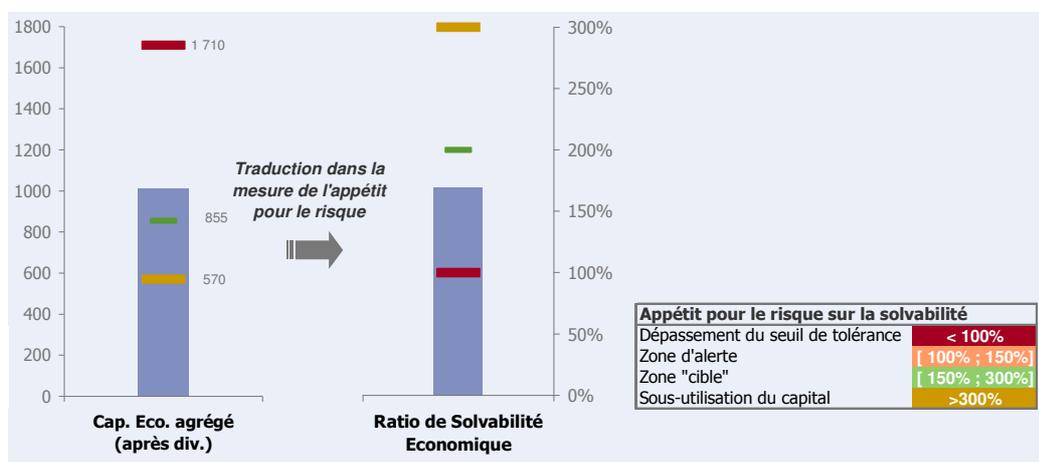


Les limites fixées sur le Capital Economique global de la compagnie sont définies de façon cohérente avec la mesure exprimée dans le tableau de bord de l'appétit pour le risque pour la

dimension "Solvabilité". Dans notre exemple de tableau de bord, nous avons défini cette mesure par le ratio de Solvabilité Economique, c'est-à-dire le rapport entre le Capital Disponible et le Capital Economique.

L'estimation du Capital Economique au niveau agrégé de la compagnie tient compte de l'**effet diversification** entre les différentes catégories de risque. La difficulté est de bien tenir compte aussi de cet effet diversification dans la détermination des différentes limites.

L'illustration ci-dessous montre le lien direct entre les limites du Capital Economique et celles du ratio de solvabilité.



b) "Cibles" par catégorie de risque

Cibles de risque (*Risk Target*) :

Niveau (ou intervalle) de risque **optimal** pour chaque catégorie de risque que l'Entreprise **souhaite** prendre pour réaliser ses objectifs stratégiques et fonctionner dans le respect des **limites de tolérance** attribuées à chaque catégorie.

La compagnie d'assurances peut déterminer des niveaux ou des intervalles cibles par catégorie de risque. Ces cibles de risque sont une déclinaison du niveau optimal de risque que le management souhaite prendre et reflète la rentabilité souhaitée dans les objectifs stratégiques de l'Entreprise.

Les cibles de risque sont exprimées dans la même mesure de risque que les limites de tolérance. Ainsi, comme l'illustre les deux graphiques précédents, les niveaux de risque par catégorie, formant le profil de risque actuel, seront comparés aux niveaux de tolérance et aux « cibles » par catégorie.

Des actions d'ajustements seront réalisées en cas de profil de risque inadapté. Elles peuvent par exemple se faire au moyen de réduction de l'exposition, de couvertures ou de transferts de risque.

c) Détermination des cibles et des limites de tolérance

- **Au niveau agrégé:**

Il est préférable de choisir des mesures de tolérances qui peuvent être déduites directement des limites définies pour l'appétit pour le risque.

Comme nous venons de le voir dans notre exemple, les limites de tolérance sur le Capital Economique global sont déduites directement des limites définies pour le Ratio de Solvabilité. Ce type de lien direct existe aussi en ce qui concerne les mesures de *Capital at Risk* et de *Earnings at Risk*, avec respectivement les ratios (CaR/Capital Disponible) et (EaR/Résultats Attendus).

- **Par catégorie de risque:**

Les cibles et les limites de tolérance par catégorie de risque sont plus complexes à établir et davantage sujettes à débats²⁶.

Une multiplicité de contraintes :

L'exercice peut s'assimiler aux problématiques d'allocation du capital et la complexité provient de la multiplicité des contraintes à prendre en compte.

Ces contraintes sont de deux sortes:

- les contraintes inhérentes aux limites définies dans le cadre de l'appétit pour le risque, qui sont exprimées comme contraintes sur un point ou un intervalle de la distribution de la valeur économique de l'Entreprise ou de ses résultats comptables ;
- les contraintes externes liées par exemple aux différentes réglementations comptables (locale et IFRS), à la satisfaction des intérêts des différentes parties prenantes, à l'environnement économique, à la concurrence commerciale,...

D'autre part, le Senior Management de l'Entreprise peut avoir une préférence à l'égard de certains risques. Cela peut provenir à la fois de l'aversion aux risques propre à chaque individu et à la perception de l'influence des contraintes externes sur les différentes catégories de risque.

Du fait de ces préférences aux risques et de la multiplicité des contraintes externes, il en résulte que certaines catégories de risque pourront avoir une allocation de capital et des limites de risque assez différentes de ce qui pourrait résulter d'une "pure" optimisation rentabilité/risque.

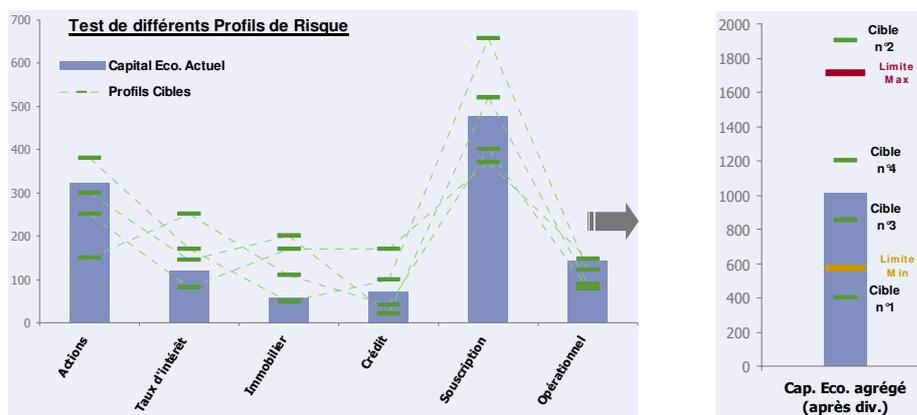
Détermination des cibles : une optimisation du couple rentabilité/risque

Si la compagnie d'assurances réalise cet exercice d'optimisation pour établir les niveaux cibles de risque pour chaque catégorie, elle utilise en général un modèle actif-passif de type DFA pour tester différents profils de risque et voir l'impact sur le profil rentabilité/risque global.

Pour tester différents profils de risque, on combine plusieurs stratégies pour chaque catégorie de risque. Par exemple sur les risques de marché, on testera différentes hypothèses d'allocation stratégique d'actifs, et sur les risques d'assurances on testera certaines structures de réassurances et différents mix-produits.

Pour chaque stratégie testée correspondra un profil de risque associée à la mesure de risque de chaque dimension (Capital Economique pour la Solvabilité, *Earnings at Risk* pour les Résultats, ...).

Les graphiques ci-dessous illustrent quatre stratégies testées, vues sous l'angle du Capital Economique. A chaque profil correspond un Capital Economique agrégé, que l'on compare aux limites définies par le cadre de l'appétit pour le risque (déduites du ratio de solvabilité économique). Cette comparaison amènera à exclure certaines stratégies qui dépassent les limites de tolérance (par exemple les cibles n°1 et n°2 sont en dehors du cadre d'appétit pour le risque).



En testant ainsi différentes stratégies financière et d'assurances, on recherche la stratégie (et le profil de risque associé) qui maximise la rentabilité de l'Entreprise tout en restant dans le cadre de l'appétit pour le risque. Les différentes simulations de rentabilité peuvent être comparées aux

²⁶ En particulier pour les limites sur les mesures de type Capital Economique qui sont attachées à des niveaux d'occurrence très faibles et difficiles à appréhender. D'autres sujets de débats, notamment auprès des Directions Opérationnelles où sont alloués les risques, concernent la stabilité des hypothèses sur cet indicateur au cours du temps ainsi que l'allocation de l'effet diversification entre type de risque ou d'activité.

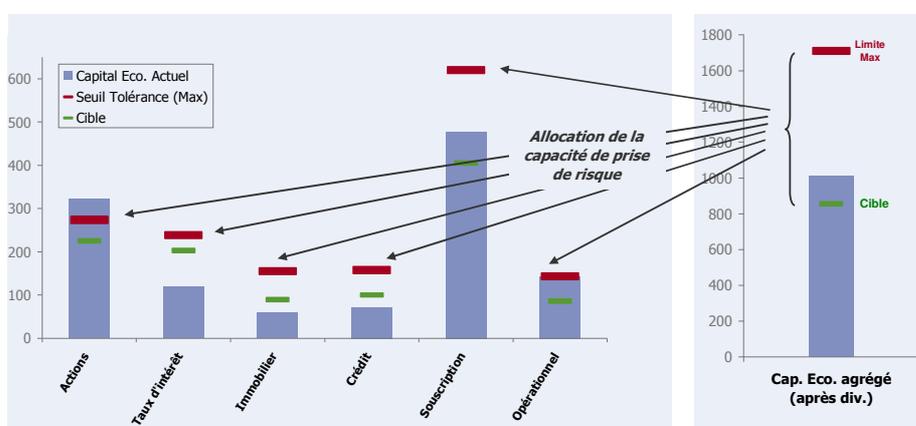
objectifs de rentabilité fournis par le Plan Stratégique qui définit les objectifs sur moyen/long terme (3 à 5 ans).

Le choix des stratégies optimales pourra être appuyé par la construction d'une frontière efficiente qui compare le couple rentabilité/risque pour les stratégies testées. Cette démarche est décrite plus en détail dans la partie "1.5.2 Gestion stratégique de l'Entreprise".

Détermination des limites de tolérance : un exercice d'allocation des risques

L'exercice d'optimisation devrait aboutir à un niveau de risque cible cohérent avec le cadre de limites de l'appétit pour le risque. Il reste alors à allouer la tolérance pour le risque du niveau agrégé à chaque catégorie de risque.

Au niveau agrégé, nous proposons de mesurer l'écart entre la limite de tolérance et le niveau "cible" issu de l'exercice d'optimisation. Cet écart sera alors alloué aux différentes catégories de risque en fonction de règles définies. Comme pour les niveaux cibles par catégorie, il faudra s'assurer que les limites établies respectent les contraintes spécifiques associées à chaque catégorie de risque.



On peut trouver de nombreuses méthodes d'allocation du capital dans la littérature actuarielle²⁷. Beaucoup de ces méthodes se basent sur la contribution marginale de chacun des risques au risque global.

L'allocation des montants de limites de risque doit prendre en compte la diversification entre les risques. Pour chacun des preneurs de risque (les *risk takers*), la difficulté provient du fait que le capital alloué à un type de risque (ou à une branche d'activités) n'est pas pleinement sous son contrôle, puisque le montant du bénéfice de diversification dépend des risques souscrits par les autres preneurs de risque.

Des itérations sont nécessaires pour contrôler le respect du cadre global d'appétit pour le risque

Comme le profil de risque d'une compagnie d'assurances évolue au cours du temps, il s'avèrera nécessaire de contrôler régulièrement que les limites de tolérance sont cohérentes avec le cadre d'appétit pour le risque pour chacune des dimensions.

Il est donc nécessaire de revoir les limites de tolérance de façon dynamique car le profil de risque change naturellement en fonction de l'évolution des marchés, du mix de produits, de la richesse de la compagnie d'assurance.

²⁷ Par exemple Myers & Read [2001], Mango [2003], Bodoff [2009], Vaughn [2009]

1.2.3 Tableau de bord de suivi des tolérances par catégorie de risque

Après avoir formalisés les limites de tolérance et les cibles par catégorie de risque, l'Entreprise élabore un état de suivi des tolérances associées à chaque dimension (résultat, capital, solvabilité économique,...).

Le tableau ci-dessous donne un exemple de comparaison entre le Capital Economique par catégorie de risque et les limites de tolérance.

Capital Economique par catégorie de risque

Catégories de risque	Capital Eco. Actuel (CaR _{99,5})	Limite de tolérance	Ecart	Tendance
1. Actions	322	274	48	↗
2. Taux d'intérêt	119	238	-119	→
3. Immobilier	60	155	-95	→
4. Change	10	20	-10	↘
5. Crédit	72	157	-86	→
6. Concentration	20	50	-30	↘
7. Provisionnement	289	376	-87	↗
8. Tarification	272	354	-82	→
9. Opérationnel	143	143	0	→
Total CAPITAL ECONOMIQUE	1 013	1 710	-697	↗
Capital Disponible/Cap Eco.	169%	100%	69%	↘

Par catégorie de risque :

Dépassement du seuil de tolérance

Au-dessus de la cible

Zone "cible"

Sous-utilisation du capital

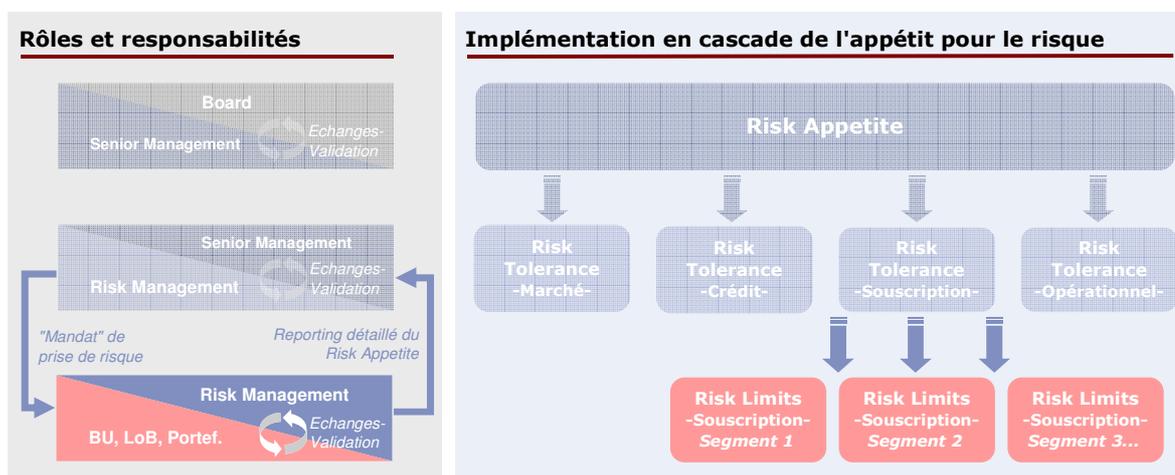


Si pour une catégorie de risque, le niveau de risque actuel est en dehors des limites, la compagnie d'assurances va appliquer une **procédure** pour engager une action qui corrigera le dépassement de limite.

Dans notre exemple, elle devra réduire son exposition sur les actions en vendant une partie de son portefeuille ou en se couvrant par des produits dérivés.

1.3 Pilotage et suivi opérationnel à l'aide d'indicateurs clés (KRI) par type de risque

1.3.1 Mise en place de limites par type de risque aux différents niveaux opérationnels



Limites opérationnelles par type de risque (*Risk Limits*):

Niveaux maxima par type de risque, alloués aux différentes entités opérationnelles ou aux différentes branches d'assurances afin que celles-ci exercent leurs activités courantes de façon cohérente avec la tolérance définie pour chaque catégorie de risque.

La fixation de limites au niveau opérationnel est essentielle pour s'assurer que le cadre de l'appétit pour le risque est pris en compte dans la gestion courante des activités de l'Entreprise.

La mise en place des limites opérationnelles est la résultante des différents échanges entre le Risk Management et les opérationnels qui prennent les décisions dans la gestion courante de l'Entreprise.

Le choix de la mesure de risque :

Ces échanges permettent de décider des **mesures de risque** et les **indicateurs clés** (*Key Risk Indicators*) considérés comme adaptés pour le suivi de chaque type de risque.

En principe, des indicateurs clés sont déjà en place dans le cadre du suivi de l'activité opérationnelle. Le plus souvent il suffit donc de vérifier qu'ils permettent de faire le lien avec les tolérances définies à un niveau plus agrégé par catégorie de risque. Pour certains risques, de nouvelles mesures devront être implémentées pour permettre de suivre l'activité de prise de risque et la comparer aux limites.

Dans le choix des mesures de risque et des indicateurs clés, on privilégiera ceux qui peuvent être traduits directement ou indirectement dans les mesures de la tolérance aux risques (risque en capital, earnings-at-risk,...) et intégrés dans le modèle interne de la compagnie.

Par exemple, pour l'activité de gestion des actifs, le suivi des mesures de VaR par type d'instrument financier est bien adapté aux mesures de Capital-at-Risk ou de Capital Economique utilisées pour le suivi des tolérances par catégorie de risque (Actions, Immobilier, Taux d'intérêt,...). Pour l'activité de souscription, l'utilisation de la distribution des sinistres sera également bien adaptée à l'évaluation du risque en capital au titre du risque de tarification non-vie.

Le choix du niveau des limites et des cibles de risque :

Le niveau des cibles et des limites attribuées à chaque mesure ou indicateur clé peut dépendre de la perception du risque et de l'expérience du Management Opérationnel.

Si les mesures de risque ou les indicateurs clés sont bien choisies, le Risk Management utilisera son modèle interne pour confronter et ajuster les limites opérationnelles avec les tolérances par catégorie de risque, afin d'être en conformité avec le cadre d'appétit pour le risque et avec le Plan Stratégique.

Cet exercice de détermination des limites reste difficile en raison de la multitude d'indicateurs clés potentiellement utilisés. Il paraît donc préférable de sélectionner ceux qui captent bien la prise de risque pour chaque type d'activité.

1.3.2 Exemples d'indicateurs clés utilisés pour définir les limites

Dans le processus de suivi des risques, le management au niveau opérationnel utilisera les indicateurs clés pour mettre en évidence comment et quand les limites sont dépassées ou atteignent des seuils d'alerte.

De plus, il est important pour la compagnie d'assurances de pouvoir établir des liens clairs entre ces limites de risques et les tolérances par catégorie de risque.

Des limites de risque et des niveaux cibles sont fixés pour chaque mesure de risque ou indicateur clé, tels que ceux exposés ci-dessous à titre d'exemples :

Mesures de risque et Key Risk Indicators

Catégories de risque	Exemple de KRIs
1. Actions	<ul style="list-style-type: none"> - Value at Risk (ou Tail VaR) - Earnings at Risk - Volatilité implicite - Richesses latentes : ratio VM/VNC - Limites définies dans le mandat de gestion : marge tactique sur la part Actions,...
2. Taux d'intérêt	<ul style="list-style-type: none"> - Ecart de Duration Actif-Passif - Ecart de Convexité - Volatilité basée sur la volatilité des swaptions - Value at Risk (ou Tail VaR) - Earnings at Risk - Richesses latentes : ratio VM/VNC - Taux de rendement actuariel
3. Immobilier	<ul style="list-style-type: none"> - Value at Risk (ou Tail VaR) - Earnings at Risk - Richesses latentes : ratio VM/VNC
4. Change	<ul style="list-style-type: none"> - Exposition nette par devise - Value at Risk (ou Tail VaR)
5. Crédit	<ul style="list-style-type: none"> - Exposition par Ratings pour les Investissements et les Réassureurs - Credit VaR - Volatilité des spreads - (VM/VNC Oblig Etat - VM/VNC Oblig Corporate)
6. Concentration	<ul style="list-style-type: none"> - Value at Risk (ou Tail VaR) - Exposition par contrepartie/émetteur - Exposition par secteur économique - Exposition géographique
7. Provisionnement Non-Vie	<ul style="list-style-type: none"> - Probabilité d'adéquation des provisions (actuel vs cible) - S/P in-fine par année de survenance - Sinistres réglés observés comparés aux projections prévues par année de survenance et au global - Value at Risk (ou Tail VaR) des provisions économiques - Earnings at Risk
8. Tarification Non-Vie	<ul style="list-style-type: none"> - Prime moyenne - Coût moyen de sinistre - Fréquence de sinistre - Value at Risk (ou Tail VaR) des sinistres - Earnings at Risk - Taux de réduction commerciale - Ratio S/P (exercice courant) - Ratio de Frais - Réass: Consommation des reconstitutions par programme et par tranche - Réass: Consommation des aggregates annuels par programme et par tranche
9. Catastrophe	<ul style="list-style-type: none"> - Cartographie géographique de l'exposition du portefeuille - Mesure de l'exposition (valeurs estimées) par garantie et par département - Comparaison annuelle, par nature de péril et par département, entre : <ul style="list-style-type: none"> - l'exposition du portefeuille en montant des engagements, - le coût du risque extrême modélisé, - la capacité de réassurance achetée
9. Opérationnel	<ul style="list-style-type: none"> - Pertes opérationnelles comptabilisées - Nombre d'évènements
10. Liquidité	<ul style="list-style-type: none"> - Liquidités/Total Actifs - Actifs Mobilisables/Total Actifs - Projection des cash-flows actifs-passifs

1.3.3 Suivi régulier des limites à l'aide des indicateurs clés

La compagnie d'assurances va suivre les limites opérationnelles sur l'ensemble de ses risques à partir de l'évolution des indicateurs clés.

Les procédures existantes doivent expliquer les règles à appliquer par le management opérationnel en cas de dépassement des limites.

- Exemple de limites relatives aux contrats Multirisque Habitation :

Evolution de la Fréquence en Multirisque Habitation

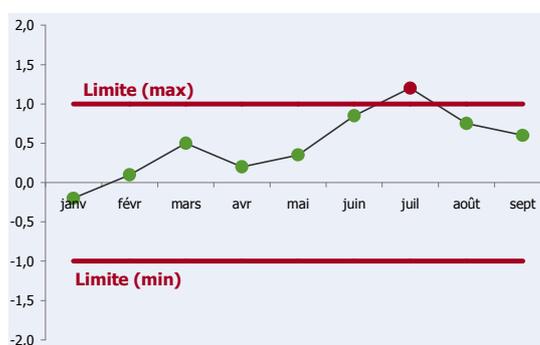


Evolution du Coût Moyen en Multirisque Habitation



- Exemple de limites relatives au risque actif-passif sur les taux d'intérêt :

Ecart de Duration Actif-Passif



Pour conclure la description du processus d'appétit pour le risque au sein de l'Entreprise, nous pouvons souligner que la définition d'un cadre d'appétit pour le risque au niveau global de la compagnie d'assurances n'est pas un exercice aisé. Sa déclinaison en limites de risque à l'ensemble des niveaux de l'Entreprise est un exercice encore plus difficile puisqu'il concerne beaucoup plus de managers et requiert un équilibre entre les intérêts de chacun.

Cependant, le processus de déclinaison de l'appétit pour le risque va permettre de traduire le cadre de prise de risque défini par l'Entreprise dans des actions concrètes au niveau opérationnel.

1.4 Gestion stratégique de l'entreprise et optimisation du profil valeur/risque

1.4.1 Profil valeur/risque et détermination d'une fonction « objectif » de l'entreprise

L'un des objectifs majeurs de l'ERM est de maximiser la rentabilité de l'Entreprise dans le cadre de prise de risque défini.

Lorsque l'appétit pour le risque est clairement mesuré, l'Entreprise connaît jusqu'où elle peut aller en terme de prise de risque, ce qui lui permet de chercher des stratégies optimales tout en restant dans ce cadre de tolérances aux risques.

Les stratégies testées par la compagnie d'assurances peuvent être des stratégies d'allocations stratégiques d'actifs, de couvertures financières, de réassurance, de titrisation, d'orientation du mix-produits, de politiques tarifaires, d'acquisition, ...

Afin de tester différentes stratégies, on commence par définir une **fonction « objectif » de l'entreprise**, c'est-à-dire un ensemble de mesures quantitatives définissant le profil valeur/risque de la compagnie d'assurances.

L'objectif de l'exercice d'optimisation sera alors de maximiser la mesure de valeur (ou de rentabilité) de l'Entreprise sous contraintes de risque, reflétant le cadre d'appétit aux risques.

a) Choix de la mesure de valeur ou de rentabilité de l'Entreprise

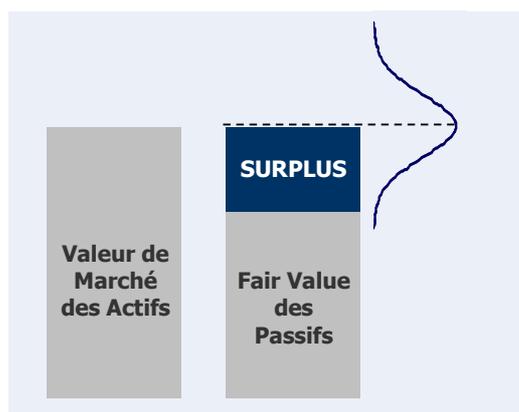
De nombreux indicateurs peuvent être utilisés pour mesurer la valeur ou la rentabilité de la compagnie d'assurances.

- le Surplus Economique :

Il correspond à la différence entre la valeur de marché des actifs et la *fair value* des passifs de la compagnie d'assurances.

Le surplus économique (appelé aussi fonds propres économiques ou Actif net) est un indicateur de valeur économique de l'Entreprise, cependant l'évaluation de la valeur de marché de l'Entreprise est davantage que son bilan économique. Il faudrait ajouter la *valeur de franchise*, qui est sensée représenter la réputation et la popularité de la marque, la clientèle, la qualité du réseau de distribution, l'expertise, c'est-à-dire tout ce qui crée la capacité de la compagnie d'assurances à produire des activités rentables.

L'avantage de cet indicateur est qu'il capture l'ensemble des risques impactant le bilan et les comptes de résultats techniques et financiers vus sous l'angle économique.



- la rentabilité sur fonds propres (*Return on Equity - ROE*) :

Sur une période donnée, la rentabilité du capital (*ROE*) peut être exprimée sous la forme générale suivante:

$$ROE = \frac{\text{Résultats de la période}}{\text{Capital disponible}}$$

Il existe de nombreuses façons de mesurer le numérateur et le dénominateur.

Lorsque la rentabilité du capital est vue sous l'angle de la comptabilité locale, le numérateur peut correspondre aux résultats comptables de l'année et le capital aux capitaux propres initiaux du bilan comptable.

Sous l'angle économique, le numérateur correspond aux **résultats économiques**, qui représentent la variation du surplus économique sur l'année. Le dénominateur correspond au surplus économique initial.

Ainsi sous l'angle économique, le ROE s'apparente à la **croissance du surplus économique** sur la période.

- la rentabilité ajustée des fonds propres (*Risk-Adjusted Return on Capital - RAROC*) :

Sur une période donnée, la rentabilité du Capital Ajusté aux Risques (*RAROC*) peut être exprimée sous la forme générale suivante:

$$RAROC = \frac{\text{Résultats de la période}}{\text{Capital ajusté aux risques}}$$

La mesure du capital ajusté aux risques peut s'apparenter aussi à une rentabilité sur le capital économique requis (*Return on Economic Capital - RoEC*).

La mesure du capital économique requis est mesurée par exemple par la *Value-at-Risk* ou la *Tail-Value-at-Risk* au niveau de confiance souhaité (le quantile 99.5% pour les exigences réglementaires ou un autre niveau de quantile selon le niveau de rating de référence de la compagnie).

Afin de maintenir la cohérence avec le cadre d'appétit pour le risque, il est plus pertinent d'utiliser la même mesure de risque que celle utilisée pour définir les tolérances aux risques.

b) Choix de la mesure de risque

Une mesure de risque idéale devrait être intuitive, stable, facile à calculer, cohérente et interprétable en termes économiques²⁸.

Suivant la notion de mesure "cohérente" de risque décrite par Artzner et al. [1999]²⁹, elle doit satisfaire plusieurs propriétés.

Considérons deux positions de risque X et Y . La mesure de risque $\rho(\cdot)$ est considérée cohérente si elle satisfait les quatre axiomes suivants :

- Invariance par translation: $\rho(X + n) = \rho(X) - n$ pour tout montant réel n .
- Sous-additivité : $\rho(X + Y) \leq \rho(X) + \rho(Y)$
- Homogénéité positive : $\rho(hX) = h\rho(X)$ pour $h > 0$
- Monotonie : si $X \leq Y \Rightarrow \rho(X) \geq \rho(Y)$

L'axiome d'invariance par translation indique que l'addition (ou la soustraction) d'un montant déterministe n à la distribution de perte modifie le risque précisément de ce montant.

L'axiome de sous-additivité formalise le fait que le risque d'un portefeuille doit être inférieur à la somme des risques pris individuellement.

L'axiome d'homogénéité positive indique que le risque s'accroît linéairement avec la position de risque.³⁰

Enfin, l'axiome de monotonie indique que si les résultats du risque X sont toujours inférieurs à ceux de Y , l'exigence de capital pour X doit être supérieure à celui pour Y .

Les mesures de risques sont nombreuses et le choix parmi l'une de ces mesures dépend beaucoup de son utilisation.

• La probabilité de ruine

Elle est souvent définie en référence à un "défaut" de l'Entreprise, où les actifs deviennent insuffisants pour faire face aux engagements des passifs. Le risque en capital devrait être déterminé en se basant sur un objectif de maintien d'un niveau de rating sur un horizon donné. Dans ce contexte, la probabilité de ruine serait davantage définie comme une probabilité d'être en dessous d'un certain niveau de rating.

²⁸ Basel Committee on Banking Supervision, "Range of practices and issues in economic capital frameworks", march 2009

²⁹ Artzner P., Delbaen F., Eber JM., Heath D., "Coherent risk measures", *Mathematical Finance*, 9 (3), 1999

³⁰ Pour les risques d'actifs, cette propriété a été relâchée car elle ne prend pas en compte les effets de liquidité. En effet, lorsque le marché n'est pas totalement liquide, le risque peut s'accroître plus que linéairement avec la position dans l'actif.

Cette mesure ne donne pas d'indication des montants de pertes.

- **Mesures basées sur les moments**

– L'Ecart-Type :

L'écart-type est une mesure de risque très utilisée, notamment en gestion de portefeuilles, depuis que Markowitz (1952) a introduit le concept de frontière efficiente et d'optimisation du couple rendement-risque (écart-type).

Elle a l'avantage d'être simple à calculer, mais l'interprétation de la valeur de l'écart-type n'est pas forcément facile à se représenter. Par ailleurs, c'est une mesure symétrique et qui considère à la fois les résultats négatifs et les résultats positifs. Elle donne une mauvaise représentation des pertes sensiblement éloignées de la moyenne.

– Les mesures de type *Downside Risks* :

Semi Variance :

Pour éviter de prendre en compte les résultats positifs, il existe une mesure de semi-variance ou semi-écart-type qui ne retient que les résultats négatifs ou en deçà d'un certain niveau cible τ . La formule semi écart-type en discret s'écrit alors :

$$Semi - STD = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\min[0, (X_i - \tau)])^2}{n}}$$

Mesures de *Lower Partial Moments* :

Dans un cadre plus général et en continue, Bawa (1975) a développé ultérieurement les moments partiels inférieurs de degré k , appelés aussi *Lower Partial Moment*.³¹

$$LPM_k(\tau, X) = \int_{-\infty}^{\tau} (\tau - X)^k dF_X$$

où τ est le niveau cible (par exemple un niveau de rentabilité) et le paramètre k qui peut être vu comme le degré d'aversion pour le risque, augmentant avec k . Si $k > 1$, l'utilisateur est averse au risque, si $k = 1$ il est risque-neutre et si $0 < k < 1$ il est risquophile. Lorsque $k = 2$, on retrouve la formule de la semi-variance.

- **La Value-at-Risk (VaR)**

Cette mesure simple et intuitive est largement répandue dans le monde de la finance et utilisée dans le cadre des exigences de capital réglementaire en banque (normes Bâle II) et en assurance (futurs normes Solvabilité II).

Soit une variable aléatoire X et un niveau de probabilité $\alpha \in (0,1)$, la *Value-at-Risk* correspondante est le quantile d'ordre α de X , c'est-à-dire le plus petit nombre x telles que la probabilité que X excède x n'est pas supérieure à α .

Ainsi, la *Value-at-Risk* au niveau de probabilité α de la variable aléatoire X est définie par :

$$VaR_{\alpha}(X) = \inf \{x \in \mathbb{R} : \Pr(X \leq x) \geq \alpha\}$$

La VaR au niveau de confiance α est donc simplement le quantile q_{α} de la distribution de perte, c'est-à-dire le montant de perte qui ne sera dépassé que dans $(1 - \alpha)\%$ des cas :

$$VaR_{\alpha}(X) = F_X^{-1}(\alpha)$$

³¹ Bawa (1975, 1978), Bawa & Lindenberg (1977) et Fishburn (1977) dans le cadre de la problématique de choix de portefeuilles d'actifs.

La *Value-at-Risk* n'est pas une mesure "cohérente" de risque car elle ne respecte pas l'axiome de sous-additivité³². Aussi pour des distributions de pertes fortement asymétriques, la *VaR* peut mener à des résultats contre-intuitifs, en particulier aboutir à une valeur de *VaR* plus élevée pour un portefeuille diversifié que pour un portefeuille plus concentré.

En outre, un autre défaut de la *Value-at-Risk* est de ne prendre en compte qu'un point de la distribution et ne donne pas d'indications sur la sévérité des pertes en delà du seuil α .

- **Tail Value-at-Risk (ou CTE) :**

Cette mesure de type *Expected Shortfall* (ES) a l'avantage d'être cohérente sans restrictions à l'utilisation d'une certaine classe de distributions.

La *Tail Value-at-Risk* est aussi appelée *Conditional Tail Expectation* (CTE ou TCE) ou *Conditional VaR* (CVaR).

La mesure de *Tail Value-at-Risk* est la moyenne des pertes qui excèdent le quantile choisi. Dans le cas d'une distribution de perte continue, l'*Expected Shortfall* est formulée de la façon suivante :

$$Tail VaR_{\alpha} = \frac{1}{1-\alpha} \int_{\alpha}^1 VaR_{\alpha}(X) dF_x$$

La Tail VaR est relativement simple à calculer et à expliquer. Elle respecte les propriétés de cohérence de risque, c'est pourquoi elle est souvent utilisée dans le cadre de l'allocation de capital entre branches d'activités.

En revanche, le risque dans la queue de distribution est appréhendé uniquement par le moment d'ordre 1. La Tail VaR est assez sensible à la forme de la queue de distribution.

- **Expected Policyholder Deficit**

La mesure *Expected Policyholder Deficit* (EPD), introduite par Butsic (1994) dans le cadre des travaux sur le RBC américain, est une mesure proche de la *Tail Value-at-Risk*. Elle mesure l'insolvabilité du point de vue des assurés, c'est-à-dire le montant moyen de pertes qui ne peuvent être payées par l'assureur en cas de défaut.

On peut considérer la mesure *Expected Policyholder Deficit* comme un cas particulier de la mesure de *Lower Partial Moments* où la variable aléatoire est le surplus économique (les actifs moins les engagements de passifs) de la compagnie d'assurances (noté C) et le seuil τ fixé à 0 :

$$EPD = LPM_1(0, C) = \int_{-\infty}^0 (-C) dF_C$$

- **Mesures Spectrales**

La *VaR* représente un quantile de la distribution des pertes et la *Tail VaR* représente une équipondération des quantiles situés au-delà de la *VaR*. Elles constituent des cas particuliers d'un groupe de fonctions appelé mesures spectrales de risque, décrit par Acerbi (2002).

Ces mesures spectrales de risque vont pondérer les quantiles de la distribution de pertes à partir d'une fonction d'aversion aux risques. Elles sont définies de la façon suivante :

$$M_{\phi}(X) = \int_0^1 \phi(p) F_x^{-1}(p) dp$$

³² Il s'avère que si les différents risques ont des distributions stables et si la probabilité de risque extrême n'est pas trop élevée (notamment si le risque suit une distribution gaussienne), alors la *VaR* est sous-additive et peut être utilisée pour agréger les différents risques.

$F_X^{-1}(p)$ est le quantile de la distribution pour un niveau de probabilité p . La fonction de pondération des quantiles $\phi(p)$ est la fonction de pondération des quantiles, appelée aussi spectre de risque ou fonction d'aversion aux risques.

Cette fonction de pondération reste alors à spécifier. Pour que la mesure spectrale M_ϕ soit une mesure cohérente, il faut que la fonction de pondération respecte certaines conditions. Les pondérations ne doivent pas être négatives, la somme des pondérations égales à 1 et enfin les pondérations attribuées aux pertes les plus élevées doivent être au moins plus fortes que les pondérations attribuées aux pertes inférieures. Cette dernière condition reflète les conditions d'aversion au risque de l'utilisateur de la mesure.

Pour spécifier une fonction $\phi(p)$ décroissante, il existe dans la littérature économique et financière de nombreuses fonctions d'aversion aux risques. Par exemple, une fonction d'aversion au risque exponentielle satisfait les conditions d'une mesure spectrale, elle s'écrit :

$$\phi(p) = \frac{ke^{-k(1-p)}}{1-e^{-k}} \quad \text{où } k > 0 \text{ est le coefficient d'aversion aux risques.}$$

A noter qu'il est possible de retrouver la mesure de Tail VaR en spécifiant $\phi(p)$ de la façon suivante :

$$\phi(p) = \begin{cases} 1/(1-\alpha) & p > \alpha \\ 0 & p \leq \alpha \end{cases} \quad \text{si}$$

Dans ce cas particulier de la *Tail VaR*, les pondérations sont donc toutes identiques au delà du quantile (et bien sûr à zéro en deçà). Si on interprète les pondérations comme le reflet de l'aversion au risque, cela signifie que l'utilisateur est neutre à l'égard du risque, au moins au niveau de la queue de distribution. Etant donné qu'en règle générale nous supposons que les agents sont averses au risque, cela suggère que la *Tail VaR* n'est pas une mesure de risque si bien adaptée, malgré sa cohérence.

Pour la *VaR*, les implications de ce raisonnement sont bien pires encore puisque cette mesure attribue un poids très grand à la perte associée au seuil de quantile α et ignore les pertes au delà du seuil (en leur attribuant une pondération à zéro). Cela signifie implicitement que l'utilisateur de cette mesure de risque est risquophile dans la région de la queue de distribution.

Par conséquent, un utilisateur fortement risque-averse aurait donc intérêt à ne pas retenir une mesure de risque *Tail Var* et encore moins une mesure *VaR*.

- **Mesures fondées sur des opérateurs de distorsion**

Ce type de mesure a été introduit par Denneberg (1990) et Wang (1996) dans le contexte de l'assurance et de la tarification des primes.

Le principe est de déformer une loi de distribution donnée à partir d'une fonction de distorsion.

Soit $F(X)$ une fonction de distribution cumulative, la transformation $F^*(X) = g(F(X))$ est une fonction de distorsion si $g : [0,1] \rightarrow [0,1]$ est une fonction croissante et concave, avec $g(0)=0$ et $g(1)=1$. La mesure de distorsion est alors la valeur attendue de la perte aléatoire X en utilisant les probabilités obtenues de la fonction $F^*(X)$ au lieu de $F(X)$.

Plusieurs fonctions de distorsion sont proposées, mais la plus connue est celle de Wang (2000, 2002), nommée "Wang Transform" (WT) :

$$g(u) = \Phi[\Phi^{-1}(u) - \Phi^{-1}(\alpha)]$$

Dans ce cadre, la mesure de risque est la suivante :

$$WT_{\alpha}(X) = E^*(X) = - \int_{-\infty}^0 g(F(x))dx + \int_0^{+\infty} [1 - g(F(x))]dx$$

La fonction de distorsion g peut refléter la préférence aux risques de l'utilisateur. Des mesures de risque appropriées peuvent être obtenues en spécifiant correctement la fonction de distorsion. Il apparaît cependant que ces mesures de risques sont assez peu intuitives et plus difficiles à mettre en oeuvre.

Mesure de performance :

- **le Ratio de Couverture de Risque (Risk Coverage Ratio - RCR) :**

Le ratio de couverture de risque RCR, proposé par Ruhm (2001) est un indicateur de performance rendement/risque comme le ratio de Sharpe, souvent utilisé en suivi des performances financières.

La variable sous-jacente est la distribution de la rentabilité globale de l'Entreprise (par exemple les mesures de type ROE ou équivalent) basée sur une période donnée et sur une base économique (approche cash-flow).

Pour appréhender le risque, on considère les résultats défavorables correspondant à un ROE inférieur à une rémunération au taux d'intérêt sans risque. La mesure de risque est alors la moyenne attendue des ROE en dessous du taux sans risque.

Cette mesure de risque, basée sur un ROE économique, doit capter toutes les sources de risques de l'Entreprise (risques de marché, de contrepartie, d'assurance,...). Sur le principe, cette mesure de risque se rapproche des mesures de type *Expected Shortfall* (*Lower Partial Moments*, *Tail VaR*, *EPD...*), mais elle ne se concentre pas sur les risques extrêmes et la solvabilité de l'Entreprise. Elle considère davantage les risques plus fréquents liés à l'activité courante.

De façon intuitive, le Ratio de Couverture de Risque (RCR) mesure combien de fois le risque est "couvert" par la rentabilité attendue.

Le Ratio de Couverture de Risque s'écrit :

$$RCR = \frac{R - r}{X}$$

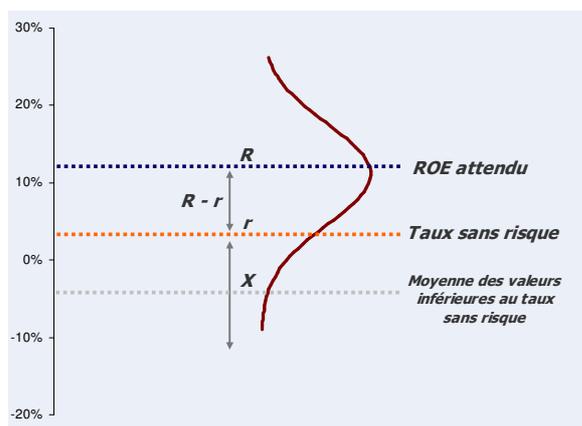
$$= \frac{E[ROE] - r}{E[\max(0, r - ROE)]}$$

R = ROE attendu sur l'horizon considéré ;

r = taux d'intérêt sans risque (ou un autre seuil minimum);

X = mesure de risque = moyenne des ROE attendus en dessous du taux sans risque

Le ratio RCR est illustré par le graphique ci-dessous à partir de la distribution de la rentabilité attendue des fonds propres (ROE) :



Comme le ratio de couverture de risque RCR ne se concentre pas particulièrement sur les risques extrêmes, son utilisation est davantage adaptée dans le cadre de la gestion de l'activité courante de l'Entreprise, sans se focaliser sur la solvabilité économique.

Par conséquent, cet indicateur capture surtout les intérêts des actionnaires de l'Entreprise que les intérêts des régulateurs ou des assurés.

Ainsi cet indicateur pourra être utilisé pour comparer différentes stratégies de l'Entreprise (en matière d'allocations d'actifs, de réassurance, de mix produit,...) en terme de couple rendement / risque.

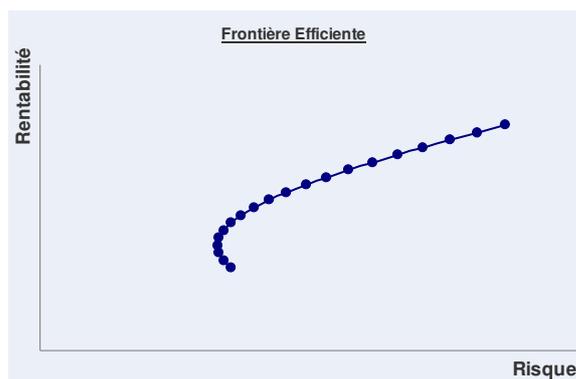
c) **Exemples d'une fonction "objectif" de l'Entreprise**

La fonction « objectif » permet de fixer le cadre de la gestion stratégique de l'Entreprise et définit les mesures quantitatives de rentabilité et de risque utilisées pour optimiser le profil rentabilité/risque de la compagnie d'assurances.

En testant différentes stratégies, l'exercice d'optimisation consiste :

- à maximiser la valeur de l'indicateur de rentabilité sélectionné
- pour un niveau de risque donné
- tout en vérifiant que la stratégie choisie permet de rester dans le cadre de l'appétit pour le risque.

De façon courante, on utilise un graphique en deux dimensions, qui représente la mesure de rentabilité attendue en ordonnée et la mesure de risque en abscisse. Les stratégies efficaces sont alors représentées par une frontière efficiente.



Il est proposé dans les tableaux ci-dessous quelques exemples d'indicateurs pour les deux dimensions principales de la fonction "objectif" (rentabilité et risque associé).

• **Fonction "objectif" : composante Rentabilité**

Valeur ou rentabilité
■ Surplus Economique attendu à l'horizon considéré
■ ROE Economique moyen sur la période (ou taux de croissance annualisé du surplus économique)
■ (ROE Economique - r) moyen sur la période, c'est-à-dire la rémunération au-delà du taux sans risque
■ MCEV à l'horizon considéré (en assurance Vie)
■ Résultats comptables moyen sur la période
■ ROE comptable

Le point de vue des actionnaires est privilégié pour définir la fonction "objectif".

Ainsi pour choisir l'un de ces indicateurs, la compagnie d'assurances privilégiera un indicateur qui capte l'ensemble des sources de rentabilité et de risque de l'Entreprise. Un indicateur reflétant la valeur économique de l'Entreprise sera aussi à privilégier.

- **Fonction "objectif" : composante Risque**

Risque	
<ul style="list-style-type: none"> ■ Ecart-type (ou semi écart-type) moyen du Surplus Economique sur la période ■ Capital at Risk (CaR) à 90% du surplus économique à l'horizon ■ Moyenne des ROE en-dessous du taux sans risque (ou autre mesure Lower Partial Moments) 	Centre de la distribution
<ul style="list-style-type: none"> ■ Capital at Risk à l'horizon (CaR 99,95% niveau AA ou 99,5% niveau réglementaire, du surplus économique) ■ Tail Value at Risk à l'horizon (TVaR 99,5% ou 99% du surplus économique) ■ Probabilité (Capital Disponible < Capital Requis) à l'horizon 	Queue de la distribution

Du point de vue de l'intérêt des actionnaires, la compagnie d'assurances aura tendance à privilégier une mesure de risque concentrée sur le corps de la distribution de la rentabilité de l'Entreprise (par exemple le *Capital at Risk* à 90%, pour des risques survenant en moyenne une fois tous les 10 ans).

Ainsi, les choix stratégiques, notamment en matière d'optimisation de l'allocation d'actifs, devraient être davantage concentrés autour des risques "normaux" à un horizon de moyen terme.

Si l'attention de l'Entreprise est davantage tournée vers les exigences réglementaires en matière de solvabilité, elle choisira plutôt une mesure concentrée sur la queue de distribution (Capital Economique, TailVaR,...). C'est aussi le cas si l'Entreprise se concentre sur le niveau de capital économique afin d'atteindre ou de maintenir un niveau de rating cible.

- **Les contraintes liées à l'appétit pour le risque :**

L'exercice d'optimisation selon les deux dimensions rentabilité/risque ne capte pas l'ensemble des contraintes liées à l'appétit pour le risque de l'Entreprise.

Ainsi pour chaque stratégie, il est important d'estimer à quel niveau de probabilité les critères de tolérance sont respectés.

Des critères d'appétit pour le risque et les mesures associées sont exposés au paragraphe "1.1.4 Appétit de l'entreprise pour le risque".

Ils sont censés refléter les contraintes de l'ensemble des parties prenantes (actionnaires, assurés et régulateurs, agences de rating,...).

Par exemple on vérifie pour chaque stratégie qu'elle respecte les critères de tolérance fixés en matière de solvabilité ("le ratio de solvabilité économique doit rester à un niveau supérieur à 100% dans au moins 99,5% des cas"), ou bien en matière de résultats IFRS ("la probabilité d'avoir des résultats IFRS supérieurs à la moitié des résultats attendus doit être supérieur à 90%").

- **Horizon des indicateurs de rentabilité et de risque**

Dans un cadre de gestion actif-passif d'une compagnie d'assurances, les objectifs de création de valeur sont généralement fixés à un horizon de moyen terme de façon à être cohérent avec l'horizon du Plan Stratégique sur 3-5 ans.

Les indicateurs de rentabilité et de risque seront donc idéalement mesurés à un horizon de 3 à 5 ans afin de mesurer les effets de différentes stratégies sur une durée suffisante.

Ainsi pour la mesure de rentabilité, il est possible de choisir le niveau du surplus économique à 5 ans ou le ROE moyen sur 5 ans.

Le sujet de l'horizon des mesures de risque est plus complexe. Soit on utilise la mesure de risque sur la dernière année (par exemple l'écart-type à 5 ans), soit on calcule un risque moyen sur l'ensemble de la période (moyenne de l'écart-type sur 5 ans).

1.4.2 Optimisation du profil rentabilité/risque de l'Entreprise

La démarche d'optimisation du profil rentabilité/risque est la suivante :

a) Détermination du profil de risque actuel de l'Entreprise

Dans un premier temps la démarche consiste à établir le profil de risque actuel de l'Entreprise et de vérifier qu'il respecte le cadre de l'appétit pour le risque, à la fois au niveau agrégé de la compagnie et au niveau plus détaillé (catégorie de risque, ligne de produit,...).

Cette phase du processus a été décrite dans la partie "1.1.5 La formalisation et le suivi de la politique globale d'appétit pour le risque" dans le paragraphe consacré aux tableaux de bord de suivi de l'appétit pour le risque.

b) Etude de différentes stratégies alternatives

Dans un second temps, si un ou plusieurs risques dépassent les tolérances aux risques, l'Entreprise engagera certainement des actions correctives pour revenir dans le cadre de risque souhaité.

Dans le cas où les tolérances aux risques sont respectées, l'Entreprise souhaitera orienter ses décisions stratégiques vers les décisions qui offrent un meilleur profil rentabilité/risque à l'horizon du Plan Stratégique. Pour cela, la compagnie d'assurances testera différentes stratégies d'assurances ou d'investissements en utilisant un modèle interne DFA.

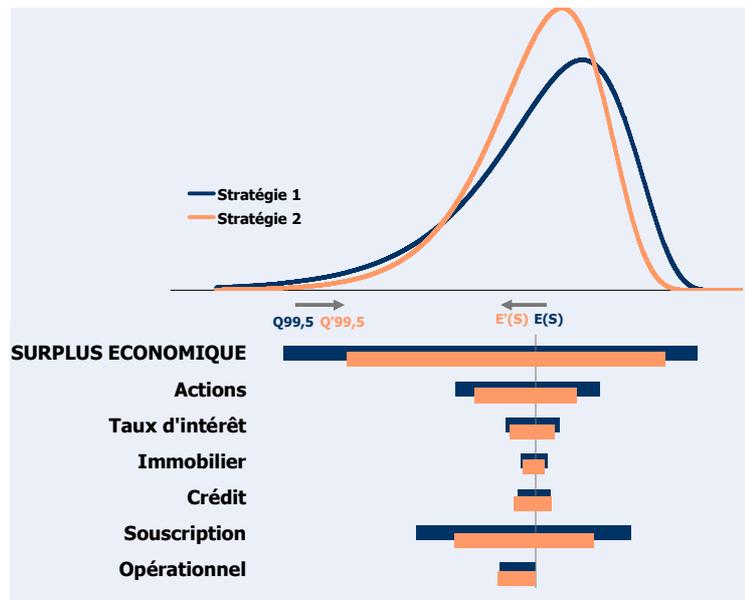
Par exemple sur les risques de marché, elle peut tester différentes hypothèses d'allocation stratégique d'actifs ou de durations obligataires, et sur les risques d'assurances elle envisagera des structures alternatives de réassurances, un changement de tarification ou une répartition différente du mix-produit.

Chaque stratégie testée va modifier le profil de risque de marché et/ou d'assurance, de la même façon que dans le graphique de la partie "1.2.2 Tolérances et cibles par catégorie de risque" sur la détermination des cibles par catégorie de risque. L'exemple montrait, sous forme d'un histogramme, les montants de risques en capital pour chaque catégorie de risque selon quatre stratégies testées.

De façon complémentaire, une autre représentation graphique permet de montrer l'impact de différentes stratégies sur le profil de risque par catégorie et au global. Le graphique ci-dessous montre la distribution complète du surplus économique à 1 an selon deux stratégies. On peut retrouver le montant du capital économique de l'Entreprise en faisant la différence entre la valeur attendue du surplus et le quantile 99.5 du surplus économique. Les diagrammes montrent les quantiles 99.5 et 0.5 du Surplus Economique selon les deux stratégies.

L'intérêt de ce type de représentation est de comparer les deux stratégies non seulement sous l'angle des risques (la partie gauche de la distribution), mais aussi sous l'angle de la rentabilité (la partie droite de la distribution).

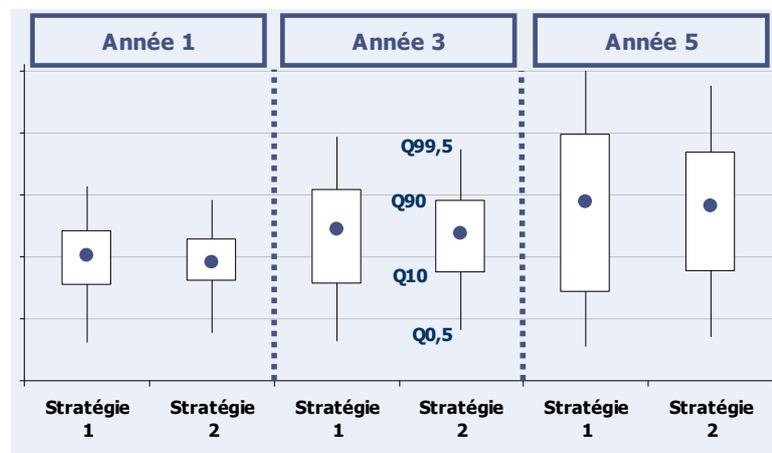
Comme on peut le constater, la stratégie n°2 correspond à une stratégie moins risquée que la stratégie n°1. Dans la stratégie n°2, la compagnie d'assurances a testé par exemple une réduction de la part Actions et une couverture de réassurance plus importante. Ainsi le profil de risque est moins risqué, mais l'espérance de résultat économique est lui aussi moins élevée pour la stratégie n°2 par rapport à la stratégie n°1.



Il est essentiel pour la compagnie d'assurances de comparer les différentes stratégies sur un horizon de moyen terme (par exemple l'horizon considéré dans le plan stratégique).

L'illustration ci-dessous compare les deux stratégies sur des horizons de 1 an, 3 ans et 5 ans. La variable représentée peut correspondre à la distribution du Surplus Economique attendu ou à tout autre indicateur de valeur ou de résultats de l'Entreprise. De préférence, on se concentrera sur l'indicateur de rentabilité qui est défini dans la fonction "objectif".

La stratégie n°2 est plus prudente que la stratégie n°1 et affiche un niveau de surplus économique attendu moins élevé. A noter que la volatilité du surplus économique attendu aura tendance à croître avec le temps.



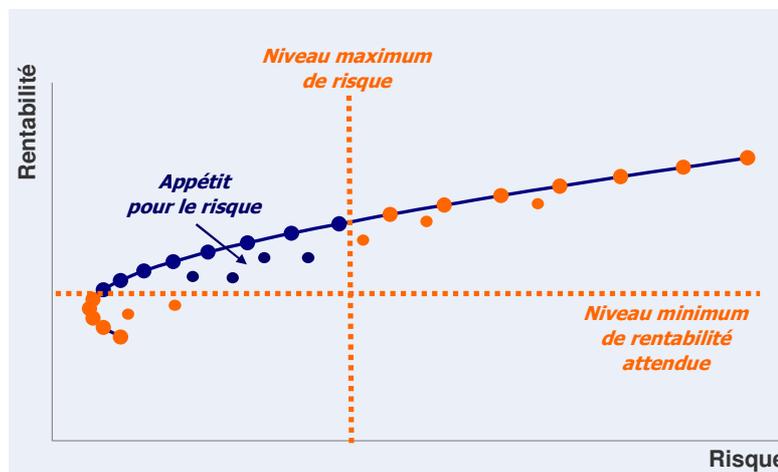
c) Optimisation du profil rentabilité/risque de l'Entreprise et respect des contraintes de tolérance aux risques

Ensuite, la démarche consiste à représenter les résultats des simulations sur un graphique en fonction des critères rentabilité/risque définis par la **fonction "objectif"** et de choisir des stratégies sur la frontière efficiente. Les stratégies sélectionnées devront satisfaire le cadre d'appétit pour le risque de l'Entreprise.

En testant ainsi différentes stratégies financières et d'assurances, on recherche la stratégie (et le profil de risque associé) qui maximise la rentabilité de l'Entreprise tout en restant dans le cadre de l'appétit pour le risque. Les différentes simulations de rentabilité peuvent être comparées aux objectifs de rentabilité fournis par le Plan Stratégique qui définit les objectifs sur moyen/long terme (3 à 5 ans).

Parmi les stratégies optimales se situant sur la **frontière efficiente**, le choix des stratégies sera contraint d'une part par les limites de risque établies au niveau global dans le cadre de l'appétit pour le risque, et d'autre part par les contraintes spécifiques associées à chaque catégorie de risque.

Le graphique ci-dessous montre comment l'**appétit pour le risque** permet de cadrer la rentabilité minimale (par exemple un ROE minimum) et le niveau de risque maximum (par exemple un niveau maximal de Risque en Capital pour une probabilité de 1 cas sur 10 – CaR10%).



Pour la composante "risque" de la fonction "objectif", il est défini un niveau maximum de risque qui capte une dimension essentielle de l'appétit pour le risque de l'Entreprise, mais ne couvre pas forcément toutes les dimensions (résultats comptables, solvabilité, rating, limites réglementaires, les niveaux de PDD, PRE, ...).

Ainsi pour chaque stratégie testée, la compagnie d'assurances devra vérifier le respect des autres composantes de l'appétit pour le risque et veiller au respect des intérêts des différentes parties prenantes (actionnaires, assurés, régulateurs, agences de rating).

Pour choisir la stratégie optimale, la compagnie d'assurances sélectionnera la stratégie qui maximise la rentabilité de l'Entreprise sous contrainte de satisfaire toutes les contraintes contenues dans l'appétit pour le risque.

Cependant, parmi les stratégies optimales sur la frontière efficiente, l'Entreprise peut décider en pratique de ne pas sélectionner la stratégie qui maximise la rentabilité et de choisir le profil de risque en fonction de son aversion ou sa préférence à l'égard de certains risques.

En effet, le Senior Management de l'Entreprise peut avoir une préférence à l'égard de certains risques. Cela peut provenir à la fois de l'**aversion aux risques** propre à chaque individu et à la perception de l'influence des contraintes externes sur les différentes catégories de risque³³.

Il en résulte que la stratégie choisie pourrait être différente de celle qui résulterait d'une "pure" optimisation rentabilité/risque.

Un des éléments clés du cadre de l'*Entreprise Risk Management* est de disposer d'un modèle qui simule l'environnement dans lequel opère la compagnie d'assurances, ainsi que les risques associés.

Dans le chapitre 2, nous décrivons l'architecture de notre modèle DFA et les différentes méthodologies d'évaluation des risques à l'actif et au passif du bilan d'une compagnie d'assurances.

Cet outil de modélisation sera ensuite utilisé en troisième partie pour montrer une application de l'appétit pour le risque dans le cadre de stratégies d'investissements et de réassurance.

³³ Sur ce sujet, des enseignements intéressants peuvent être tirés des travaux de Kahneman et Tversky (prix Nobel d'Economie). Ils montrent notamment que les attitudes des individus envers les gains peuvent être très différentes des attitudes envers les pertes.

2

MODELE DFA ET EVALUATION DES RISQUES D'UNE COMPAGNIE D'ASSURANCES NON-VIE

Selon l'Association Internationale des Superviseurs d'Assurance³⁴, le terme « modèle interne » fait référence à « un système de mesure de risques développé par un assureur pour analyser sa position globale de risque, afin de quantifier les risques et déterminer le capital économique requis pour faire face à ces risques ».

En fait, il n'existe pas de définition précise du périmètre et du contenu d'un modèle interne dans la directive Solvabilité 2, mais celle-ci autorise explicitement leur utilisation par les entreprises d'assurance et de réassurance pour le calcul de l'exigence de fonds propres (art.110).

Dès la fin des années 90 est apparu le terme DFA (pour *Dynamic Financial Analysis*), surtout utilisé en assurance non-vie. Il a été mis en avant à partir de 1999 par la *Casualty Actuarial Society* (CAS) et désigne un modèle financier (ou modèle actif-passif) utilisé pour projeter des résultats financiers sur un horizon donnée et selon une multitude de scénarios stochastiques.

L'objectif d'un modèle DFA est de fournir une évaluation « holistique », c'est-à-dire de façon globale et totalement intégrée, des différents risques d'une compagnie d'assurances et de constituer un support d'analyses pour la prise de décision en matière de gestion du couple rendement-risque.

Un modèle DFA intègre une modélisation des actifs et des passifs et simule de façon concomitante les cash-flows futurs des actifs et des engagements sur l'horizon de projection.

Il est basé sur un ensemble de simulations stochastiques de type Monte-Carlo, permettant d'obtenir une distribution de probabilité complète des variables souhaitées.

Un modèle DFA permet une large variété d'utilisations et constitue un bon outil d'aide à la décision, notamment dans les domaines suivants :

- Exigence de Capital (par exemple dans le cadre de l'utilisation d'un modèle interne pour Solvabilité II)
- Allocation du Capital Economique par branche d'activités
- Stratégies d'Allocations d'Actifs
- Stratégies de couvertures de réassurance
- Mix produit optimal
- Planification Stratégique
- Fusions & Acquisitions

L'objet de cette partie est de décrire dans un premier temps l'architecture générale de notre modèle DFA et de décrire plus précisément la modélisation des actifs et des passifs.

³⁴ IAIS (International Association of Insurance Supervisors), "Guidance paper on the use of internal models for regulatory capital purposes", oct 2008.

2.1 Architecture du modèle DFA

2.1.1 Caractéristiques principales de notre modèle DFA

a) Quelques caractéristiques générales

Lorsque l'on définit l'ambition du modèle DFA développé ici, plusieurs problématiques sont à prendre en compte, notamment :

- **L'univers comptable :**

Notre modèle DFA prend en compte en parallèle la **vision en norme comptable française** et la **vision économique**.

- **L'approche de modélisation des risques :**

L'approche adoptée pour modéliser les risques est une **approche intégrée**, qui a l'avantage de pouvoir prendre en compte l'ensemble de la distribution des risques et de corréliser les risques scénarios par scénario, alors que l'approche « par silos » ne considère généralement qu'un seul scénario de risque (par exemple le quantile défini pour l'exigence de capital) et agrège les risques à partir d'une matrice de corrélation entre les montants de risque.

L'approche intégrée inhérente aux modèles DFA permet d'appréhender les problématiques de toutes les parties prenantes (distribution entière de probabilité).

- **L'horizon de projection :**

Le modèle DFA est **multi périodique** et l'horizon de projection choisi est de **5 années** (typiquement l'horizon d'un Plan Stratégique est de 3 à 5 ans). A noter que les engagements à la date t+5 sont écoulés jusqu'à leur extinction (soit une vingtaine d'année pour certains passifs longs).

L'horizon multi périodique suppose de faire des hypothèses de primes futures, de reconduction de la réassurance, de rééquilibrage des allocations d'actifs, et d'autres règles de management dans le temps selon les scénarios (ordre de priorités des ventes d'actifs, hypothèse de recapitalisation en cas de difficultés à honorer les engagements, etc...).

- **Les primes futures :**

Le modèle prend en compte les versements annuels de primes. Elles sont supposées déterministes et constantes dans le temps³⁵.

- **L'outil de simulation :**

Dans le cadre de ce mémoire, le modèle DFA a été développé dans l'environnement EXCEL-VBA.

b) Les actifs modélisés

Les classes d'actifs modélisées sont les suivantes :

CLASSES D'ACTIFS
Obligations à taux fixe (emprunts d'Etat)
Actions
Immobilier
Monétaire

³⁵ Hypothèse choisie par commodité afin de supposer constante l'assiette d'exposition et donc le volume de réassurance souscrit sur l'horizon de projection.

c) Les branches d'activités modélisées

Les branches d'activités modélisées sont les suivantes :

BRANCHES D'ACTIVITES
Auto-Dommage
Auto-Responsabilité Civile
Dommages aux Biens des Particuliers
Dommages aux Biens des Professionnels et des Entreprises
Responsabilité Civile Générale

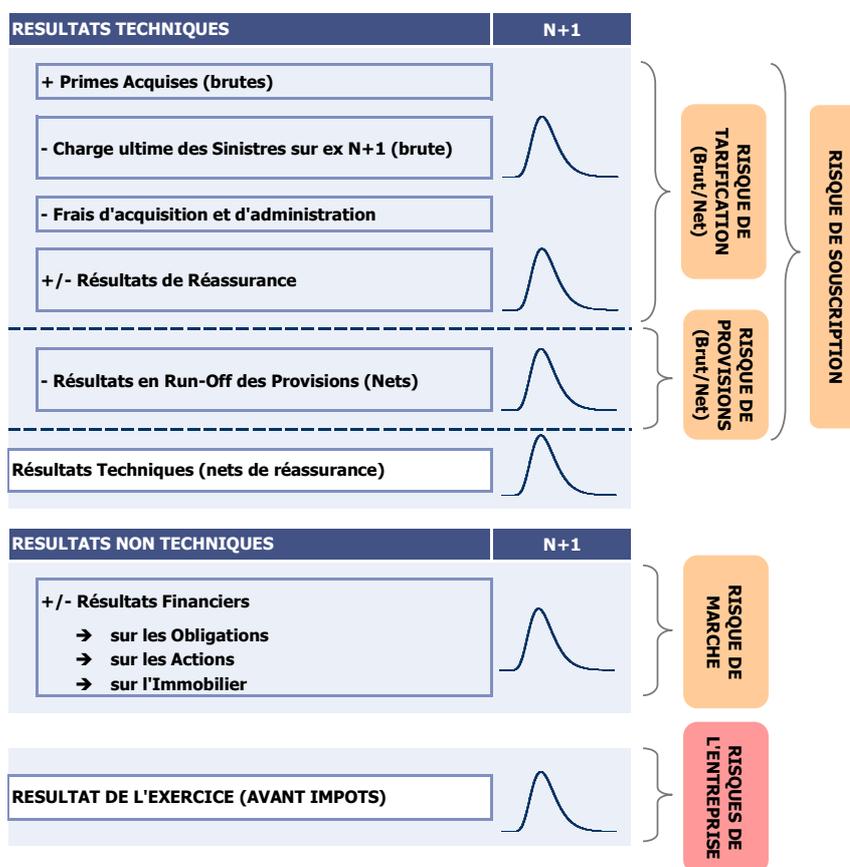
d) Les risques modélisés

Les principaux risques modélisés dans notre modèle DFA sont les suivants ³⁶ :

- **Risque de Souscription :**
 - Risque de Tarification
 - Risque de Provisionnement
- **Risque de Marché**
 - Risque de taux sur les Obligations
 - Risque sur les Actions
 - Risque sur les Actifs Immobiliers

Par la suite, nous mesurerons l'impact de ces différents types de risques sur les résultats économiques (c'est-à-dire les variations du surplus économique) de la compagnie.

L'illustration suivante situe les différents types de risques dans le compte de résultats en vision économique. L'ensemble de ces risques permet d'expliquer les variations de surplus économique de l'Entreprise à un an.



³⁶ Pour simplifier l'analyse, on suppose que la compagnie d'assurance n'est pas soumise au **risque de spread**, au **risque de contrepartie** et au **risque opérationnel**.

e) Choix d'un générateur d'aléas performant : le générateur Mersenne Twister

La génération des nombres aléatoires est essentielle pour simuler les scénarios stochastiques de façon performante et adéquate.

Le principe consiste à générer des nombres aléatoires distribués selon une loi uniforme dans l'intervalle $[0,1]$. Il est important que le générateur d'aléas crée des nombres aléatoires avec de bonnes propriétés statistiques.

On distingue deux types de générateurs aléatoires : les générateurs de nombres pseudo-aléatoires et les générateurs de nombres quasi-aléatoires³⁷.

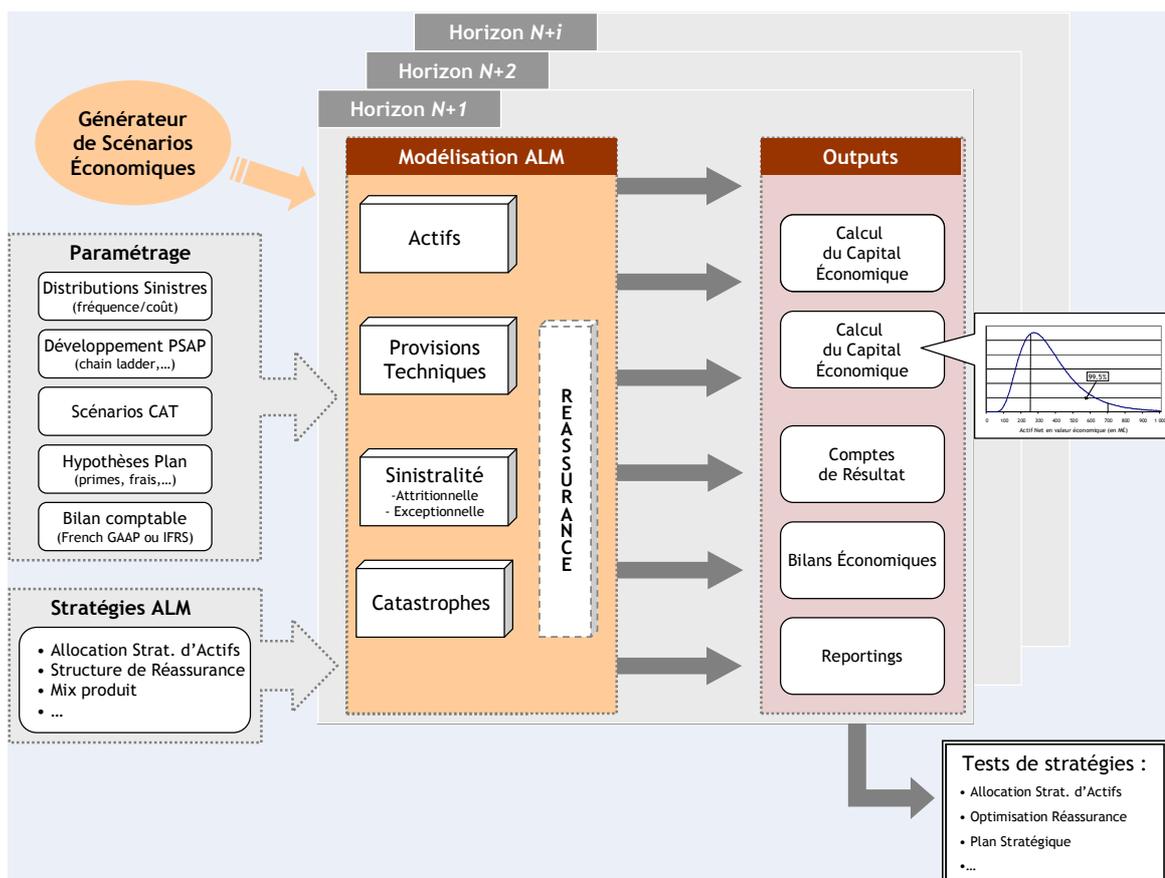
Le générateur Rnd d'Excel n'est pas réputé pour ses qualités statistiques et par conséquent il est préférable d'utiliser un générateur plus performant.

Nous choisissons le générateur Mersenne Twister, un générateur de nombres pseudo-aléatoires développés par M. Matsumoto et T. Nishimura [1998]. La version la plus répandue est le MT 19937, qui possède une très longue période de retour de $2^{19937} - 1$.

Il dispose par ailleurs d'excellentes qualités d'équi-répartition et il est considéré bien adapté à la simulation de trajectoires Monte-Carlo.

Pour l'application du générateur Mersenne Twister à notre modèle DFA, nous utilisons un programme développé en VBA³⁸.

2.1.2 Vue schématique de l'architecture de notre modèle DFA



³⁷ Pour plus de détails sur les générateurs d'aléas, consulter par exemple Planchet F., P. Thérond, J. Jacquemin, « Modèles Financiers en Assurance », *Economica*.

³⁸ La source du programme provient du site du département de mathématiques d'une université japonaise : <http://www.math.sci.hiroshima-u.ac.jp/~m-mat/MT/VERSIONS/BASIC/mt19937arVBcode.txt>

2.2 Le générateur de scénarios économiques

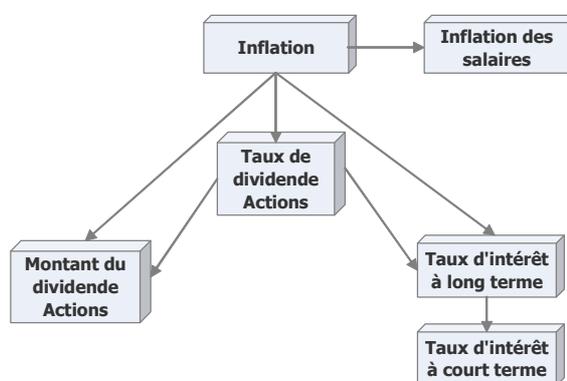
2.2.1 Préambule historique

Le français **Louis Bachelier** fut le premier à utiliser la théorie, en utilisant des techniques mathématiques, pour tenter d'expliquer le comportement du marché boursier. Il est considéré aujourd'hui comme le pionnier des mathématiques financières et des processus stochastiques. Sa thèse soutenue en 1900 sur la *Théorie de la Spéculation* a introduit l'utilisation du mouvement brownien en Finance.³⁹

Quelques décennies plus tard, l'héritage de Bachelier se retrouve par exemple dans les travaux de Kolmogorov (1931) et Itô (1965) sur les processus de diffusion, de Paul Samuelson sur les théories du comportement des marchés financiers et l'évaluation des actifs financiers, de R. Merton⁴⁰ sur les modèles en temps continu, ainsi que de Benoît Mandelbrot, le pionnier de la géométrie fractale.

En 1986, **David Wilkie** expose un modèle d'investissement stochastique qui contribuera beaucoup à l'acceptation des techniques stochastiques, notamment par les actuaires en Grande-Bretagne. A l'origine, ce modèle était utilisé pour évaluer les garanties à maturité pour les contrats d'assurance-vie en unités de compte. Son utilisation a ensuite été élargie à d'autres domaines en assurance vie ou non-vie, et surtout en gestion actif-passif pour le pilotage des fonds de pension et des décisions d'allocation stratégique d'actifs.

Le modèle de Wilkie adopte une structure en cascade où l'inflation des prix est la variable clé qui influence l'inflation des salaires et les autres rentabilités des actifs. Toutes les variables s'obtiennent en comparant leurs valeurs antérieures et l'inflation. Cette dernière étant elle-même définie comme un modèle autorégressif d'ordre 1 avec des bruits blancs.



Structure en cascade du modèle de Wilkie

Ce modèle fut mis-à-jour et étendu à d'autres économies en 1995 en appliquant de nouveaux modèles autorégressifs (VAR, ARCH) sur l'inflation des prix et des salaires, sur les taux d'intérêt long terme et court terme (via le *spread*), les taux de change, la rentabilité des actions et de l'immobilier.

Une des caractéristiques de ce type de modèles est que l'on doit faire des choix très structurants pour définir les liaisons entre les variables.

³⁹ Pour en savoir un peu plus sur les travaux précurseurs de Louis Bachelier, se référer à l'article commémorant le 100^{ème} anniversaire de sa soutenance de thèse dans « Louis Bachelier on the centenary of *Théorie de la Spéculation* » dans *Mathematical Finance*, Vol.10, No.3 (July 2000), 341–353. Plusieurs anecdotes intéressantes sur Louis Bachelier se retrouvent aussi dans les livres de Peter Bernstein « Des idées capitales » et « Plus forts que les dieux - La remarquable histoire du risque » ou certains articles de Benoît Mandelbrot.

⁴⁰ R. Merton est connu d'une part pour son prix Nobel d'Economie reçu en 1997 avec son collègue Myron Scholes, pour leurs travaux sur les instruments financiers dérivés, et d'autre part pour avoir été le co-associé du hedge fund LTCM, dont la quasi-faillite en 1998 fit courir un risque majeur au système bancaire international et créa des perturbations importantes sur les marchés financiers.

De fait, l'une des critiques de cette structure en cascade est qu'elle permet seulement la causalité à sens unique et nécessite de se concentrer seulement sur les liens importants. Par exemple, la modélisation de l'inflation influence l'inflation des salaires, mais pas l'inverse. Le modèle de Wilkie a fait l'objet d'autres critiques, notamment liées à l'absence de prise en compte de la non-normalité des résidus. Les distributions à queues épaisses (leptokurtiques) ou dissymétrique à gauche (skewness négatif) sont ignorées, alors que ce sont des caractéristiques que l'on retrouve fréquemment dans les distributions des variables financières.

A la fin des années 90, l'essor de la gestion ALM et des travaux sur le capital économique, en banque et en assurance, incite à développer des modèles actif-passif stochastiques alimentés par un générateur de scénarios économiques⁴¹.

Parallèlement, le développement aux Etats-Unis des premiers modèles DFA par les actuaires P&C (assurance non-vie) favorise l'émergence de travaux sur les générateurs de scénarios économiques. Les résultats de ces travaux se retrouvent dans des articles publiés sur le site précurseur de la **Casualty Actuarial Society** (CAS).

En 2001, les actuaires de la CAS et de la SOA (**Society of Actuaries**) joignent leurs efforts pour travailler sur un projet de recherche sur le thème de la modélisation des séries économiques. Les objectifs étant de faire une revue de la littérature, de déterminer les sources de données et les méthodologies appropriées pour améliorer les efforts de modélisations économiques de la profession actuarielle. Les résultats de ces travaux débouchent sur la réalisation d'un générateur de scénarios financiers disponible via les sites CAS et SOA⁴².

Un autre projet de recherche sur les scénarios économiques a été mis en œuvre depuis 1999 par l'**American Academy of Actuaries** (AAA) pour apporter un support aux compagnies d'assurances-vie dans le cadre réglementaire RBC appliqué aux Variable Annuities (sa composante C3 portant sur le risque de mismatch des cash-flows actif-passif). Alors qu'il ne proposait à l'origine que des scénarios de taux d'intérêt, le groupe de travail AAA a ensuite étendu les scénarios aux rentabilités des actions à partir de 2005 (C3 Phase 2). Fin 2007, une mise à jour a été réalisée sur les paramètres, avec un changement méthodologique sur la modélisation des actions (C3 Phase 3)⁴³.

Au cours de la même période, d'autres modèles de référence peuvent être aussi cités, tels que le **modèle Timbuck1** d'Andrew Smith et le **modèle TY** développé par Teeger, Yakoubov et Duval (1999).

En 2001, Hibbert, Mowbray & Turnbull proposent une approche intéressante pour générer de façon plus cohérente les variables financières entre elles, en particulier les structures de taux d'intérêt, à la fois réelles et nominales, les taux d'inflation, les rentabilités des actions et les dividendes.

Ce modèle de Hibbert, Mowbray & Turnbull est souvent pris comme référence dans de nombreux travaux sur les générateurs de scénarios économiques. Le modèle produit par la CAS/SOA en est d'ailleurs largement inspiré.

Pour la construction de notre générateur de scénarios économiques, nous avons choisi de reproduire les différents processus stochastiques du modèle décrit dans **Hibbert, Mowbray & Turnbull** (2001)⁴⁴.

⁴¹ Pour un bon aperçu des modèles ALM et des générateurs de scénarios économiques dédiés aux organismes financiers, on peut se référer au livre de Mulvey & Ziemba, " *Worldwide Asset and Liability Modeling* », 1998.

⁴² Ces travaux sont résumés dans Ahlgrim, D'Arcy, et Gorvett (2004; 2005; 2008).

⁴³ Ces travaux sont consultables sur le site internet de l'*American Academy of Actuaries*, voir les références en bibliographie.

⁴⁴ Hibbert, Mowbray & Turnbull, "A stochastic asset model & calibration for long-term financial planning purposes", *Technical Report*, Edinburgh: Barrie and Hibbert, 2001.

2.2.2 Caractéristiques générales du générateur de scénarios économiques

Un générateur de scénarios économiques doit fournir une bonne représentation du comportement futur des marchés financiers, en capturant ses caractéristiques les plus importantes en terme de rendement et de risques.

Pour cela il est indispensable d'étudier les distributions des variables financières simulées à des horizons différents, ainsi que les relations de dépendances entre ces variables.

Notre modèle DFA qui a pour objectif d'orienter des choix stratégiques réels de gestion de l'entreprise dans le futur à partir de distributions réelles des cash-flows futurs. Ainsi le générateur de scénarios économiques sera mis en oeuvre à partir d'un environnement de **probabilités historiques** (et non risque-neutre).

a) Univers des variables économiques de notre modèle DFA

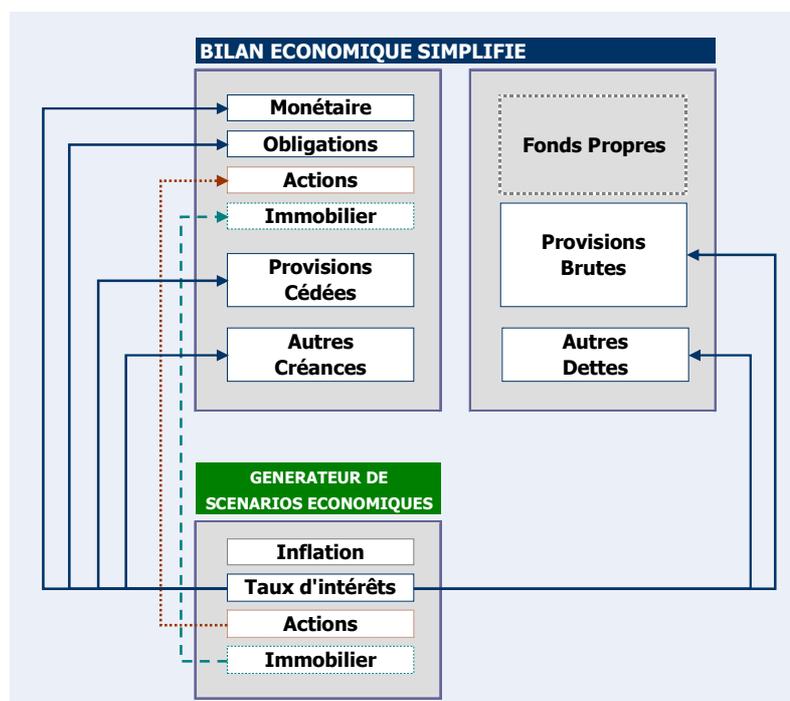
Les variables économiques et financières simulées dans le générateur de scénarios sont les suivantes:

- La courbe des taux d'intérêt nominaux
- La courbe des taux d'intérêt réels ;
- L'inflation ;
- La rentabilité des actions (variation de valeur et dividendes) ;
- La rentabilité de l'immobilier (variation de valeur et loyers).

Ces scénarios économiques sont utilisés pour valoriser dans le temps l'évolution de la valeur de chaque classe d'actifs.

En vision économique, les scénarios de courbe des taux d'intérêts sont également utilisés pour l'actualisation des provisions techniques (brutes et nettes de réassurance).

Le schéma ci-dessous illustre l'utilisation des scénarios économiques dans notre modèle DFA :



b) Choix du pas de discrétisation et de l'horizon de projection

- Choix du pas de discrétisation :

Les processus utilisés pour modéliser les variables économiques sont des processus continus. Pour discrétiser ces processus continus, il faudrait utiliser un pas de discrétisation le plus faible possible. Cependant, plus le pas de discrétisation est fin, plus la durée des simulations devient longue. Un compromis doit être trouvé entre précision et temps de calcul.

Nous choisissons l'hypothèse d'un pas de **discrétisation mensuel** (plus réaliste qu'un pas annuel) pour modéliser le comportement des variables économiques.

En revanche, pour valoriser les actifs et les passifs, le modèle DFA utilisera seulement les valeurs de ces variables économiques correspondantes à chaque date d'inventaire (fin d'année).

- Choix de l'horizon de projection :

Le choix de l'horizon de projection est un compromis entre la volonté de mesurer l'impact des différents choix stratégiques à un horizon cohérent avec l'activité d'assurance et l'accroissement de l'incertitude inhérente aux projections sur des horizons de très long terme.

L'horizon d'un an, utilisé notamment dans solvabilité II pour évaluer le besoin en capital, est trop court pour évaluer les choix stratégiques d'une compagnie d'assurance, même pour les activités d'assurance non-vie.

Par conséquent, nous choisissons de retenir un **horizon de projection de 5 ans**, cohérent avec l'horizon généralement utilisé dans le cadre du Plan Stratégiques des compagnies d'assurances (souvent de 3 à 5 ans).

2.2.3 Modélisation de l'inflation et des taux d'intérêt

a) Présentation de la modélisation

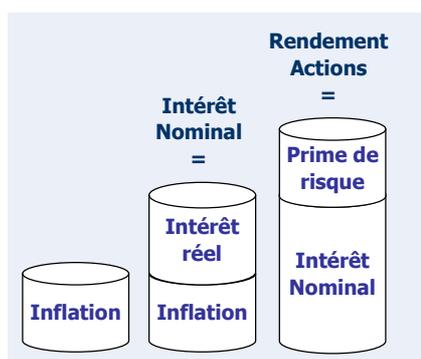
La modélisation tente de reproduire les relations économiques entre les anticipations d'inflation, les taux d'intérêts réels et les taux d'intérêts nominaux.

L'objectif est de générer des structures de taux d'intérêts réels et nominaux dont le niveau et la forme des courbes se rapprochent des courbes historiques. Les simulations permettent de générer des courbes de taux ascendantes, plates ou inversées avec une probabilité de survenance réaliste.

Suivant l'article de **Hibbert, Mowbray & Turnbull (2001)**, le modèle établit une structure des taux d'intérêts nominaux à partir de 2 composantes séparées :

- une structure des taux d'intérêts réels (paramétrée à partir des obligations indexées sur l'inflation) ;
- une modélisation de l'inflation qui permet la prise en compte des anticipations d'inflation sur différents horizons.

Les deux structures par terme (courbe des taux réels et courbe des taux d'inflation) sont ensuite combinées pour former de façon cohérente la courbe des taux d'intérêts nominaux.



• **Courbe des taux d'intérêts réels :**

Hibbert, Mowbray & Turnbull utilisent le modèle à deux facteurs décrit par **Hull & White** (1994). Dans ce cadre de modélisation, le taux court réel $r_1(t)$ (le 1er facteur) suit un processus de retour à la moyenne. Le niveau de retour à la moyenne $r_2(t)$ (le 2^{ème} facteur) ayant lui aussi tendance à converger vers son équilibre de long terme μ_r .

Une courbe des taux par maturité est déduite à partir des équations du taux court instantané $r_1(t)$ et de la valeur $r_2(t)$.

Les équations décrivant le processus du taux court réel sont les suivantes :

$$dr_1(t) = \alpha_{r_1} (r_2(t) - r_1(t)) dt + \sigma_{r_1} dZ_{r_1}(t)$$

$$dr_2(t) = \alpha_{r_2} (\mu_r - r_2(t)) dt + \sigma_{r_2} dZ_{r_2}(t)$$

$r_1(t)$ = taux court réel instantané en t

$r_2(t)$ = niveau du retour à la moyenne du taux court réel instantané en t

μ_r = niveau du retour à la moyenne pour $r_2(t)$

α_{r_1} = force de rappel - coefficient autorégressif du processus du taux court réel

α_{r_2} = force de rappel - coefficient autorégressif du processus de retour à la moyenne

σ_{r_1} = volatilité annualisée (écart-type) du taux court réel

σ_{r_2} = volatilité annualisée (écart-type) du retour à la moyenne

$dZ_{r_1}(t)$ = aléa sur le processus du taux court réel, qui suit une loi Normale $N(0;1)$

$dZ_{r_2}(t)$ = aléa sur le processus de retour à la moyenne, qui suit une loi Normale $N(0;1)$

Une fois les valeurs de taux courts instantanés $r_1(t)$ et de retours à la moyenne $r_2(t)$ générées, Hibbert, Mowbray & Turnbull [2001] en déduisent le prix d'une obligation zéro-coupon à l'instant t et de maturité T sur base de la formule suivante :

$$P_{réel}(t, T) = \exp[A(T-t) - B_1(T-t) \cdot r_1(t) - B_2(T-t) \cdot r_2(t)]$$

où

$$B_1(s) = \left[\frac{1 - e^{-\alpha_1 s}}{\alpha_1} \right] \text{ avec } s = T - t, \text{ c'est-à-dire la maturité résiduelle de l'obligation zéro-coupon.}$$

$$B_2(s) = \frac{\alpha_{r_1}}{\alpha_{r_1} - \alpha_{r_2}} \left[\frac{1 - e^{-\alpha_{r_2} s}}{\alpha_{r_2}} - \frac{1 - e^{-\alpha_{r_1} s}}{\alpha_{r_1}} \right]$$

$$A(s) = (B_1(s) - s) \left(\mu - \frac{\sigma_{r_1}^2}{2\alpha_{r_1}^2} \right) + B_2(s) \mu - \frac{\sigma_{r_1}^2 B_1(s)^2}{4\alpha_{r_1}}$$

$$+ \frac{\sigma_{r_2}^2}{2} \left[\frac{s}{\alpha_{r_2}^2} - 2 \frac{(B_2(s) + B_1(s))}{\alpha_{r_2}^2} + \frac{1}{(\alpha_{r_1} - \alpha_{r_2})^2} \frac{(1 - e^{-2\alpha_{r_1} s})}{2\alpha_{r_1}} - \frac{2\alpha_{r_1}}{\alpha_{r_2} (\alpha_{r_1} - \alpha_{r_2})^2} \frac{(1 - e^{-(\alpha_{r_1} + \alpha_{r_2}) s})}{(\alpha_{r_1} + \alpha_{r_2})} \right. \\ \left. + \frac{\alpha_{r_1}^2}{\alpha_{r_2}^2 (\alpha_{r_1} - \alpha_{r_2})^2} \frac{(1 - e^{-2\alpha_{r_2} s})}{2\alpha_{r_2}} \right]$$

A partir de ces prix $P_{réel}(t, T)$, nous construisons les structures par terme des taux réels à l'instant t et pour chaque maturité T sur base de la formule des taux annualisés composés en continu :

$$R_{réel}(t, T) = -\frac{\ln[P_{réel}(t, T)]}{(T - t)}$$

• **Courbe des taux d'inflation :**

Comme pour le processus des taux d'intérêts réels, Hibbert, Mowbray & Turnbull partent du modèle à deux facteurs de **Hull & White** pour décrire le comportement du taux d'inflation et de cette façon, générer une structure par terme de l'inflation attendue.

Cette seconde structure par terme sera alors combinée avec la structure par terme des taux d'intérêts réels pour en déduire la structure par terme des taux d'intérêts nominaux.

Les équations décrivant le processus du taux d'inflation court terme sont les suivantes :

$$dq_1(t) = \alpha_{q_1}(q_2(t) - q_1(t))dt + \sigma_{q_1}dZ_{q_1}(t)$$

$$dq_2(t) = \alpha_{q_2}(\mu_q - q_2(t))dt + \sigma_{q_2}dZ_{q_2}(t)$$

$q_1(t)$ = taux instantané de l'inflation en t

$q_2(t)$ = niveau du retour à la moyenne du taux instantané de l'inflation en t

μ_q = niveau du retour à la moyenne pour $q_2(t)$

α_{q_1} = force de rappel - coefficient autorégressif du processus du taux d'inflation

α_{q_2} = force de rappel - coefficient autorégressif du processus de retour à la moyenne

σ_{q_1} = volatilité annualisée (écart-type) du taux d'inflation

σ_{q_2} = volatilité annualisée (écart-type) du retour à la moyenne

$dZ_{q_1}(t)$ = aléa sur le processus du taux d'inflation, qui suit une loi Normale $N(0;1)$

$dZ_{q_2}(t)$ = aléa sur le processus de retour à la moyenne, qui suit une loi Normale $N(0;1)$

De la même façon que la détermination de la structure par terme des taux réels, une fois générés la valeur du taux d'inflation instantané $q_1(t)$ et le niveau de retour à la moyenne $q_2(t)$, il est également possible de déduire le prix $P_{Inflation}(t, T)$ à l'instant t d'une obligation payant une unité monétaire à maturité T , actualisée au taux d'inflation anticipé.

En utilisant ces différents prix, on en déduit les rendements équivalents selon les maturités :

$$R_{Inflation}(t, T) = -\frac{\ln[P_{Inflation}(t, T)]}{(T - t)}$$

• **Courbe des taux d'intérêts nominaux :**

Dès lors que les deux structures par terme sont générées, il est possible en les combinant d'obtenir la structure par terme des taux d'intérêts nominaux.

En faisant l'hypothèse simplificatrice que les mouvements des taux réels instantanés et des taux d'inflation instantanés sont indépendants, la courbe des taux d'intérêts nominaux est simplement égale à la somme de la structure des taux d'intérêts réels et de la structure des taux d'inflation⁴⁵.

$$R_{Nominal}(t, T) = R_{Réel}(t, T) + R_{Inflation}(t, T)$$

Par ce raisonnement, on retrouve la relation classique d'Irving Fisher (1911) entre taux d'intérêts nominaux, les taux réels et l'inflation.

Remarque : cette modélisation des courbes de taux implique que les taux d'intérêt nominaux générés peuvent être négatifs. Dans notre cas, il s'agit d'un inconvénient limité puisque sur la durée des cinq années de projection, la probabilité annuelle d'avoir des taux d'intérêt nominaux négatifs est au maximum de 0,2% pour les taux courts et nulle pour les taux longs.

b) Paramétrage des modélisations de l'inflation et des taux d'intérêt

• Paramétrage du processus de taux d'intérêts réels (au 31/12/08) :

$$dr_1(t) = \alpha_{r_1} (r_2(t) - r_1(t)) dt + \sigma_{r_1} dZ_{r_1}(t)$$

$$dr_2(t) = \alpha_{r_2} (\mu_r - r_2(t)) dt + \sigma_{r_2} dZ_{r_2}(t)$$

Paramétrage : TAUX D'INTERET REELS

Modèle Hull & White

$r_1(t)$: taux court réel instantané en t

$r_2(t)$: niveau du retour à la moyenne du taux court réel instantané en t

Coef. autorégressif du processus du taux court réel

Coef. autorégressif du processus du retour à la moyenne

Niveau du retour à la moyenne pour $r_2(t)$

Volatilité annualisée du taux court réel

Volatilité annualisée du retour à la moyenne

α_{r_1}	25,0%
α_{r_2}	10,0%
μ_r	2,00%
σ_{r_1}	0,50%
σ_{r_2}	1,00%

Coefficients autorégressifs des deux processus et volatilités annualisées :

Dans nos deux processus Hull & White sur les taux d'intérêts réels et sur l'inflation, nous partons des hypothèses utilisées par Hibbert, Mowbray & Turnbull (2001):

$$\alpha_{r_1} = 25\% \text{ et } \alpha_{r_2} = 10\%$$

$$\sigma_{r_1} = 0,50\% \text{ et } \sigma_{r_2} = 1,00\%$$

Niveau du retour à la moyenne pour $r_2(t)$:

Dans une étude publiée en novembre 2007 par la FSA⁴⁶, l'autorité de contrôle anglaise, réalise des recommandations sur les hypothèses considérées comme raisonnables pour projeter des scénarios économiques sur un horizon de long terme (10-15 ans).

Pour les taux réels des emprunts d'Etats, la FSA recommande une valeur comprise entre 1,75% et 2%.

Nous choisissons le niveau moyen de retour à la moyenne du taux court réel suivant :

$$\mu_r = 2,00\%.$$

⁴⁵ Les deux structures de taux d'intérêt se somment puisqu'elles sont exprimées en taux de rendement composés en continu.

⁴⁶ Financial Services Authority (FSA), "Review of FSA Projection Rates – final report", nov. 2007

- **Paramétrage du processus de taux d'inflation (au 31/12/08) :**

$$dq_1(t) = \alpha_{q_1} (q_2(t) - q_1(t)) dt + \sigma_{q_1} dZ_{q_1}(t)$$

$$dq_2(t) = \alpha_{q_2} (\mu_q - q_2(t)) dt + \sigma_{q_2} dZ_{q_2}(t)$$

Paramétrage : ANTICIPATIONS D'INFLATION

Modèle Hull & White

$q_1(t)$: taux d'inflation instantané en t

$q_2(t)$: niveau du retour à la moyenne du taux d'inflation instantané en t

Coef. autorégressif du processus du taux d'inflation

Coef. autorégressif du processus du retour à la moyenne

Niveau du retour à la moyenne pour $q_2(t)$

Volatilité annualisée du taux d'inflation

Volatilité annualisée du retour à la moyenne

α_{q_1}	30,0%
α_{q_2}	20,0%
μ_q	2,75%
σ_{q_1}	0,80%
σ_{q_2}	1,20%

Coefficients autorégressifs des deux processus et volatilités annualisées :

Comme pour les taux d'intérêts réels, les hypothèses sur le processus des taux d'inflations sont issues des estimations de Hibbert, Mowbray & Turnbull (2001):

$$\alpha_{q_1} = 30\% \text{ et } \alpha_{q_2} = 20\%$$

$$\sigma_{q_1} = 0,80\% \text{ et } \sigma_{q_2} = 1,20\%$$

Niveau du retour à la moyenne pour $q_2(t)$:

Pour le niveau du taux d'inflation à un horizon long terme, la FSA recommande une valeur de 2,75%.

Nous adoptons également cette valeur pour le niveau moyen de retour à la moyenne du taux d'inflation :

$$\mu_q = 2,75\%.$$

- **Courbes initiales des taux d'intérêts réels et des taux d'inflation**

Afin de reconstituer les trois courbes des taux (nominaux, réels, inflations) à la date initiale du 31/12/08, il est nécessaire de faire aussi des hypothèses sur les paramètres initiaux des taux d'intérêts réels et des taux d'inflation, c'est-à-dire $r_1(0)$, $r_2(0)$, $q_1(0)$ et $q_2(0)$.

Ces paramètres permettent de reconstituer les courbes des taux à partir du modèle à deux facteurs de Hull & White.

Par exemple, si l'on connaît la valeur initiale du taux d'intérêt réel $r_1(0)$ et le niveau de retour à la moyenne $r_2(0)$, il est alors possible de déduire les prix $P_{R\acute{e}el}(0,T)$ en $t=0$ d'une obligation à maturité T . A partir de ces différents prix, nous construisons la courbe des taux réels initiale sur base des rendements équivalents selon les maturités.

Courbe initiale des taux d'intérêts réels :

Pour constituer l'ensemble de la courbe des taux réels, nous partons des valeurs des rendements sur les obligations indexées sur l'inflation (OATi et OAT€i) au 31/12/08.

Les valeurs des rendements de ces obligations sont publiées par l'Agence France Trésor (AFT)⁴⁷.

⁴⁷ Historiques disponibles sur <http://www.aft.gouv.fr/>

Ces obligations d'Etat ne couvrent pas l'ensemble des échéances, mais elles permettent tout de même d'en déduire une courbe des taux réels par interpolation.

Le choix des paramètres $r_1(0)$ et $r_2(0)$ du modèle Hull & White permet de reconstituer et d'ajuster la forme de la courbe des taux réels au 31/12/08⁴⁸.

Taux court réel instantané en 0	$r_1(0)$	1,35%
Niveau du retour à la moyenne de $r_1(0)$ en 0	$r_2(0)$	2,40%

Courbe initiale des taux d'inflation :

Les anticipations d'inflation réalisées par le marché peuvent être déduites des points-morts d'inflation, c'est-à-dire de la différence entre les taux nominaux et les taux réels.

Connaissant la courbe des taux nominaux et la courbe des taux réels au 31/12/08, on ajuste donc une courbe d'inflation qui permet de faire correspondre la courbe des taux nominaux « recalculée », avec la courbe des taux nominaux constatée sur le marché⁴⁹.

Pour cela, on suppose que la valeur du taux d'inflation instantané en 0, $q_1(0)$, est de 0,40% et que la valeur du paramètre $q_2(0)$ est de 2,20%.

Cette valeur initiale au 31/12/08 du niveau attendu de retour à la moyenne (2,20%) apparaît d'ailleurs semblable à l'anticipation moyenne de l'inflation pour 2009, mise en évidence dans la dernière étude trimestrielle de la BCE à fin 2008⁵⁰.

Les paramètres retenus pour les paramètres $q_1(0)$ et $q_2(0)$ sont donc les suivants :

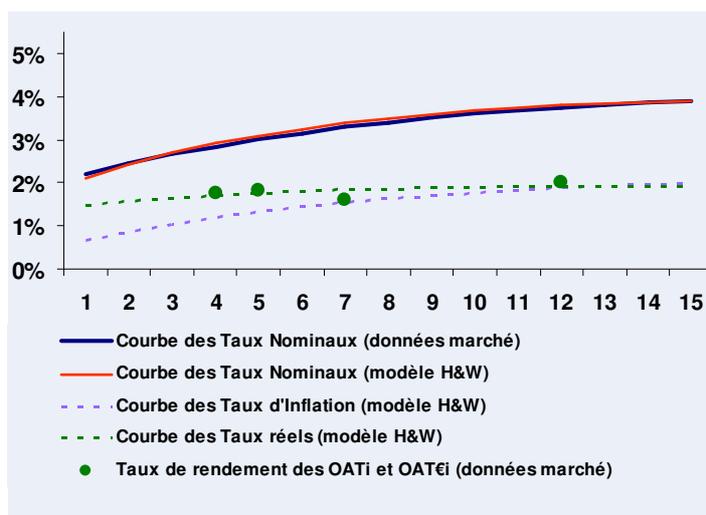
Taux d'inflation instantané en 0	$q_1(0)$	0,40%
Niveau du retour à la moyenne de $q_1(0)$ en 0	$q_2(0)$	2,20%

Courbe initiale des taux d'intérêts nominaux :

La courbe des taux nominaux constatée sur les marchés au 31/12/08 correspond à la courbe des taux sans risque zéro-coupon, calculée par l'Institut des Actuares.

La courbe des taux d'intérêts nominaux « recalculée » est la somme de la courbe des taux d'intérêts réels et de la courbe des taux d'inflation⁵¹.

Le graphique ci-dessous montre les différentes courbes des taux modélisées par l'approche Hull & White et compare la courbe des taux de marché avec celle modélisée.



⁴⁸ Dans le graphique ci-après, la constitution de la courbe des taux réels (en pointillés verts) permet d'ajuster les taux d'intérêt réels (points verts) constatés sur le marché des obligations indexées sur l'inflation.

⁴⁹ Courbe des taux sans risque au 31/12/08 publiée par l'Institut des Actuares.

⁵⁰ Enquête trimestrielle de la BCE sur les anticipations d'inflation dans la zone euro de différents acteurs des marchés financiers. Voir *ECB Survey of Professional Forecasters* à l'adresse http://www.ecb.int/stats/prices/indic/forecast/html/table_3_2008q4.en.html

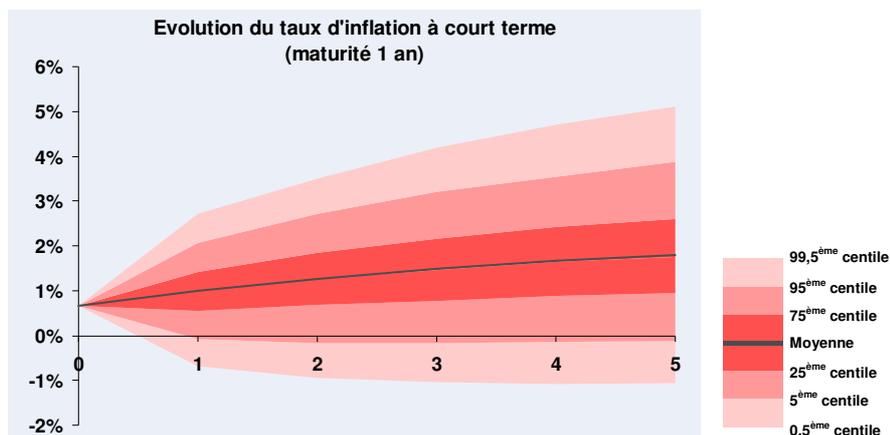
⁵¹ dont le paramètre $q_1(0)$ a été déterminé afin que la courbe des taux nominaux « recalculée » corresponde à la courbe des taux constatée sur les marchés au 31/12/08.

c) Distribution des variables d'inflation et de taux d'intérêt

Les distributions des variables économiques s'obtiennent en simulant 30.000 scénarios stochastiques sur un horizon de 5 ans.

Notre générateur de scénarios simule ces variables économiques avec un pas mensuel, mais nous ne montrons ici que les sorties annuelles.

- **Evolution du taux d'inflation à court terme (maturité 1 an)**



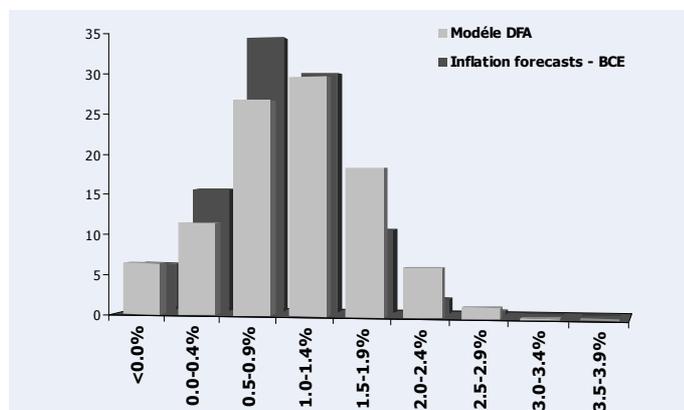
Horizon	1 an	2 ans	3 ans	4 ans	5 ans
Moyenne	0,99%	1,26%	1,48%	1,66%	1,80%
Ecart-type	0,65%	0,87%	1,02%	1,12%	1,21%
99,5 ^{ème} centile	2,72%	3,49%	4,20%	4,70%	5,10%
0,5 ^{ème} centile	-0,69%	-0,95%	-1,05%	-1,08%	-1,05%

Les distributions annuelles montrent un taux d'inflation moyen qui augmente régulièrement vers son niveau moyen de référence à long terme (2,75%).

Les simulations indiquent la possibilité d'avoir un taux d'inflation négatif, caractéristique d'une situation économique en déflation.

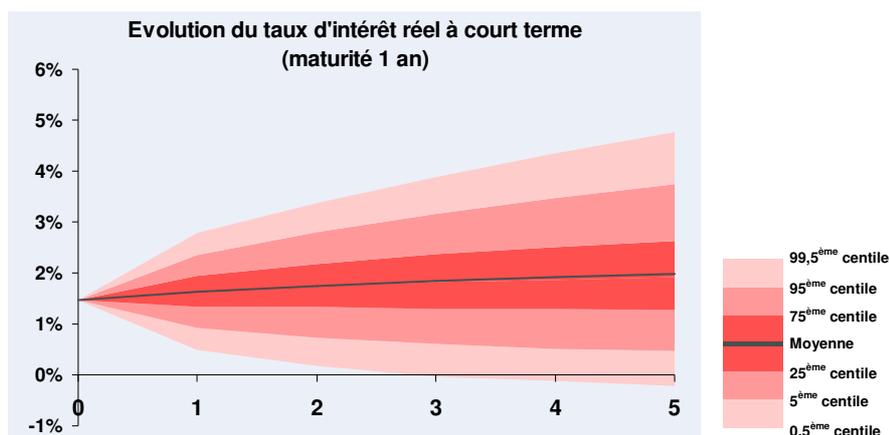
A partir de l'enquête trimestrielle de la BCE sur les anticipations d'inflation dans la zone euro au 1^{er} semestre 2009⁵², nous pouvons comparer la distribution de probabilité des prévisions d'inflation avec la distribution modélisée par notre générateur de scénarios économiques.

La comparaison des histogrammes ci-dessous montre que la distribution du taux d'inflation à 1 an de notre modèle (calibré au 31/12/08) est relativement proche de la distribution des anticipations d'inflation collectées par la BCE pour l'année 2009.



⁵² "ECB Survey of Professional Forecasters" sur http://www.ecb.int/stats/prices/indic/forecast/html/table_3_2009q1.en.html

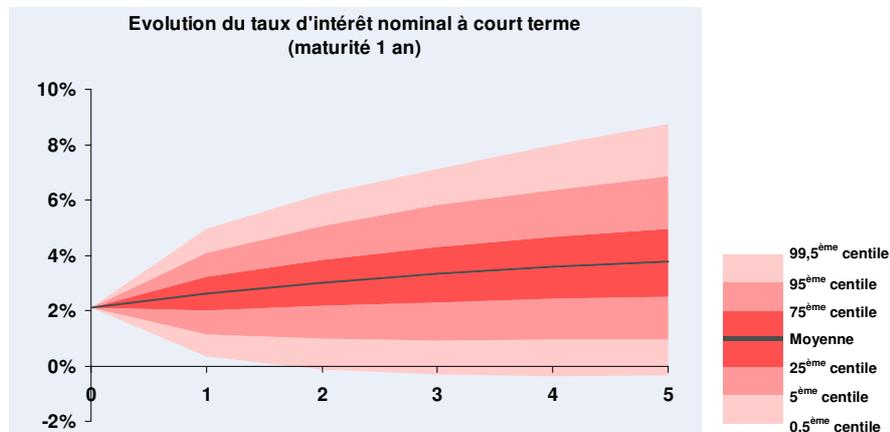
- **Evolution du taux d'intérêt réel à maturité 1 an**



Horizon	1 an	2 ans	3 ans	4 ans	5 ans
Moyenne	1,63%	1,75%	1,84%	1,92%	1,98%
Ecart-type	0,44%	0,63%	0,77%	0,89%	0,99%
99,5 ^{ème} centile	2,79%	3,38%	3,87%	4,35%	4,77%
0,5 ^{ème} centile	0,50%	0,18%	-0,04%	-0,12%	-0,21%

Comme pour la distribution du taux d'inflation, la moyenne du taux d'intérêt réel à 1 an a tendance à augmenter légèrement au cours du temps pour converger vers son niveau moyen de référence à long terme (2%).

- **Evolution du taux d'intérêt nominal à maturités 1 an et 10 ans**



Horizon	1 an	2 ans	3 ans	4 ans	5 ans
Moyenne	2,62%	3,02%	3,32%	3,58%	3,78%
Ecart-type	0,90%	1,23%	1,47%	1,64%	1,79%
99,5 ^{ème} centile	4,95%	6,21%	7,12%	7,96%	8,73%
0,5 ^{ème} centile	0,35%	-0,11%	-0,30%	-0,38%	-0,36%

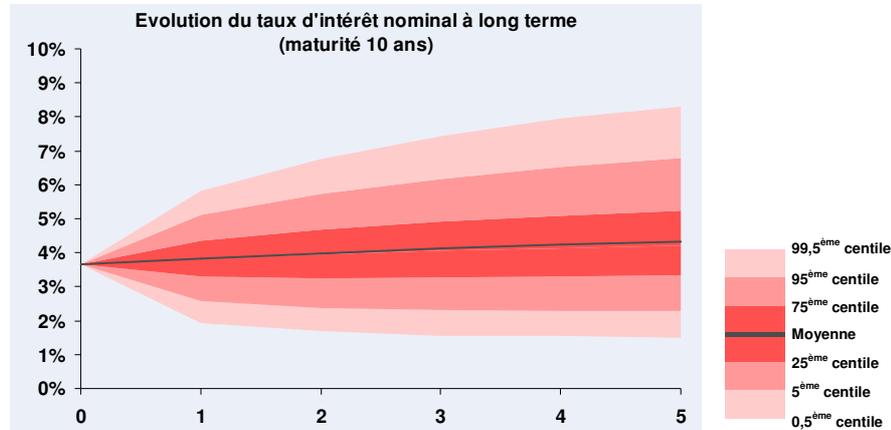
On peut remarquer que les évolutions des taux d'intérêt à court terme peuvent dans quelques cas rares atteindre des valeurs négatives.

Dans notre approche de modélisation, ce cas est possible puisque les taux d'inflation et les taux réels peuvent être négatifs.

Cette problématique est généralement retrouvée dans les articles étudiant les modélisations de scénarios économiques sur le long terme (par exemple pour dans le cadre de la gestion des fonds de pension).

Il est possible d'introduire des paramètres dans les processus de taux afin de garantir une valeur positive dans tous les cas ou à limiter l'occurrence à une probabilité donnée⁵³.

Les cas étant relativement peu nombreux dans nos simulations, il a été choisi de ne pas contraindre la modélisation, mais de retenir une valeur à 0,001% lorsque la simulation générée aboutie à un taux d'intérêt nominal négatif.



Horizon	1 an	2 ans	3 ans	4 ans	5 ans
Moyenne	3,83%	3,99%	4,11%	4,23%	4,33%
Ecart-type	0,77%	1,02%	1,18%	1,29%	1,37%
99,5 ^{ème} centile	5,82%	6,72%	7,36%	7,84%	8,31%
0,5 ^{ème} centile	1,97%	1,68%	1,61%	1,55%	1,57%

La comparaison des distributions des taux d'intérêts nominaux à court terme (1 an) et long terme (10 ans) permettent de confirmer que les taux d'intérêt à court terme sont plus volatiles que les taux d'intérêts à long terme (respectivement 0,90% contre 0,77% en volatilité à 1 an). Comme attendu, cette volatilité s'accroît avec le temps.

2.2.4 Modélisation de la rentabilité des actions

a) Présentation de la modélisation

Dans la littérature financière, il existe de nombreuses approches pour simuler l'évolution du processus des actions. Traditionnellement il est assez courant d'utiliser un **modèle Lognormal Indépendant** (*Independent LogNormal model – ILN*), où les rendements logarithmiques sont supposés suivre une loi normale.

Soit Y_t le rendement logarithmique et S_t la valeur d'un indice actions au temps t :

$$Y_t = \ln\left(\frac{S_t}{S_{t-1}}\right)$$

$$S_t = S_{t-1} \exp(Y_t)$$

Avec le modèle Lognormal, on suppose que les rendements logarithmiques Y_t suivent le processus suivant :

$$Y_t = \mu + \sigma z_t \quad \text{où les } z_t \text{ sont i.i.d, et } z_t \sim N(0;1) \quad \forall t$$

⁵³ Voir par exemple le passage consacré à ce sujet dans Hibbert, Mowbray & Turnbull (2001)

Par conséquent, pour $k = 1; 2; 3; \dots$, la valeur d'un indice actions S_k suit la relation :

$$S_k \sim \ln N(k\mu; k\sigma^2)$$

Ces hypothèses sont aussi celles utilisées dans les travaux de Black & Scholes [1973] qui considèrent que les rendements des actions suivent un mouvement brownien géométrique.

Cette approche fournit une approximation simple à utiliser, mais n'est pas bien adaptée à une simulation plus pertinente du comportement des rendements actions sur le long terme, particulièrement dans un contexte de modélisation du risque de marché et de l'estimation de la solvabilité d'un assureur.

Les observations empiriques sur longue période indiquent qu'un modèle réaliste sur les actions doit avoir les qualités suivantes :

- les mouvements de marchés sont souvent soumis à des sauts. Le modèle devrait permettre des fluctuations aléatoires fortes et soudaines, à la hausse comme à la baisse (du type krach de 1987) ;
- la distribution des rendements devrait être leptokurtique. Comme les événements rares surviennent plus souvent qu'avec une loi Normale, les queues de distribution sont plus épaisses⁵⁴ ;
- la distribution des rendements devrait être asymétrique, puisque l'on observe que les valeurs extrêmes à la baisse sont plus fortes que celles à la hausse ;
- la volatilité des marchés actions n'est pas constante dans le temps.

Ces dernières années, des améliorations dans la modélisation des rendements actions ont été réalisées.

On peut citer les travaux relatifs aux modèles de type « **Markov Regime-Switching** »⁵⁵ qui supposent que les rendements des actions sont générés à partir de la combinaison de deux lois log-normales de caractéristiques différentes, l'une avec une volatilité ordinaire ou faible et l'autre avec une volatilité élevée. Cette approche a été reprise dans le projet de recherche de la CAS et de la SOA (*Casualty Actuarial Society - Society of Actuaries*). Ce projet porte sur la construction d'un générateur de scénarios stochastiques de référence, à usage de la communauté des actuaires US.

Un autre projet de générateur de scénarios économiques est mené par l'*American Academy of Actuaries (AAA)*⁵⁶. Pour modéliser la rentabilité des actions, le modèle utilise une autre approche appelée « **Stochastic Log Volatility** » (SLV). La caractéristique majeure du modèle SLV est que la (log) volatilité suit un processus Ornstein-Uhlenbeck avec un niveau de retour à la moyenne et une volatilité constante. Le modèle contraint le processus de volatilité avec des limites inférieures et supérieures.

Il existe bien d'autres approches de modélisation des actions dans la littérature financière. Nous pouvons citer les modèles autorégressifs de la famille **ARCH/GARCH**, utilisant une volatilité stochastique dans le processus, fonction du niveau de volatilité atteint lors de la période précédente.

Les modèles intégrant un **processus à sauts** sont également utilisés depuis les travaux de Merton [1976]⁵⁷, notamment dans le cadre de la valorisation des options.

⁵⁴ De nombreux auteurs s'intéressent à cette problématique, notamment Benoît Mandelbrot dont les travaux ont été précurseurs dans les années 60. Plus récemment, Nassim Taleb popularisera ces idées au travers d'ouvrages de vulgarisation : "*Foiled by Randomness: The Hidden Role of Chance in Life and in the Markets*" [2005] et "*The Black Swan: The Impact of the highly improbable*" [2007], édité aussi en français.

⁵⁵ Pour une vision synthétique : Ahlgrim-D'Arcy-Gorvett [2005] et Hibbert-Mowbray-Turnbull [2001]. Pour aller plus loin : Hardy [2001,2006]

⁵⁶ *American Academy of Actuaries*, Report of the Life Capital Adequacy Subcommittee [2005]

⁵⁷ Pour une revue de la littérature sur les processus à saut appliqués aux actions, consulter par exemple B. Eraker « Do Stock Prices and Volatility Jump? Reconciling Evidence from Spot and Option Prices » [2004, *J. of Finance*], Hanson-Westman « Jump-Diffusion Stock Return Models in Finance: Stochastic Process Density with Uniform-Jump Amplitude » [www.nd.edu/~mtns/papers/19046_4.pdf], J. Pan « The Jump-Risk Premia Implicit in Option: Evidence from an Integrated Time-Series Study » [2001, www.mit.edu/~junpan/SVJ.pdf].

• **Le modèle « Markov Regime-Switching »:**

Dans le cadre de la modélisation DFA, nous choisissons le modèle « Markov Regime-Switching » pour estimer le processus des rentabilités mensuelles des actions.

On suppose que la modélisation des rentabilités mensuelles des actions prend en compte **2 régimes de volatilités** différents :

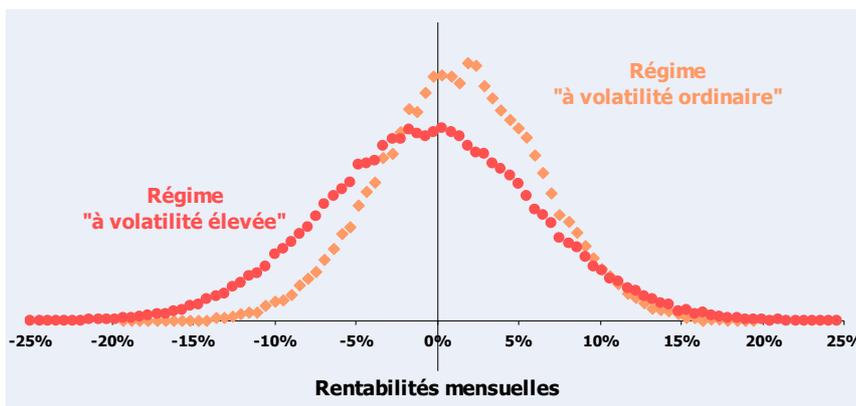
- un régime avec une volatilité ordinaire
- un régime avec une volatilité élevée.

Ce type de modélisation a l'avantage de prendre en compte le caractère leptokurtique (les évènements rares surviennent plus souvent que pour une loi Normale) observé statistiquement sur les distributions des rentabilités des actions.

- **Caractéristiques des deux régimes :**

Durant le régime « à volatilité ordinaire », les rentabilités ont un profil rendement/risque donné et durant le régime « à volatilité élevée », un autre profil rendement/risque. La nature et la durée de chaque régime sont aléatoires et probabilisées par le modèle.

	Volatilité	Rentabilité Moyenne	Persistance
Régime 1	Ordinaire	Ordinaire	Longue
Régime 2	Forte	Faible	Courte



- **Mesure de la rentabilité mensuelle des actions :**

Hors dividendes, la **rentabilité des actions** $E(t)$ sur une période Δt est la somme du rendement d'une obligation très court terme sans risque (à 1 mois par exemple), et de l'excès de rendement sur l'actif sans risque, noté $X(t)$:

$$E(t) = \text{Taux sans risque CT} + X(t)$$

L'excès de rendement sur l'actif sans risque $X(t)$, suit le processus suivant :

$$X(t) = \mu_E(t) + \sigma_E(t)dZ_E(t)$$

où

$X(t)$ a une moyenne $\mu_{E,1}$ et une variance $\sigma_{E,1}^2$ si le régime est dans l'*Etat 1*

$X(t)$ a une moyenne $\mu_{E,2}$ et une variance $\sigma_{E,2}^2$ si le régime est dans l'*Etat 2*

$dZ_E(t)$ suit une Loi Normale centrée réduite $N(0;1)$

	Régime 1	Régime 2
Moyenne de l'excès de rend ^t sur une oblig. CT sans risque (μ_E)	$\mu_{E,1}$	$\mu_{E,2}$
Volatilité de l'excès de rendement (σ_E)	$\sigma_{E,1}$	$\sigma_{E,2}$

- **Matrice des probabilités de transition :**

La matrice des probabilités de transition détermine comment le modèle des rentabilités des actions passe d'un régime à l'autre :

$$P = \begin{bmatrix} P_{11} & 1 - P_{11} \\ 1 - P_{22} & P_{22} \end{bmatrix}$$

avec :

P_{11} = Prob{modèle en Régime 1 sur la période $(t, t+\Delta t)$ | modèle en Régime 1 sur la période $(t-\Delta t, t)$ },
c'est-à-dire la probabilité de rester dans le régime 1 d'une période à l'autre.

P_{22} = Prob{modèle en Régime 2 sur la période $(t, t+\Delta t)$ | modèle en Régime 2 sur la période $(t-\Delta t, t)$ },
c'est-à-dire la probabilité de rester dans le régime 2 d'une période à l'autre.

• **Modélisation du taux de dividende :**

Le taux de dividende suit le processus :

$$D(t) = \mu_D(t) + \sigma_D(t)dZ_D(t)$$

où

$D(t)$ a une moyenne μ_D et une variance σ_D^2

$dZ_D(t)$ suit une Loi Normale centrée réduite $N(0;1)$

• **Passage des rentabilités mensuelles aux rentabilités annuelles :**

Le générateur de scénarios économiques produit des scénarios avec un pas mensuel.

Pour les besoins du module de valorisation des actifs, notre modèle DFA utilise seulement les rentabilités annuelles produites par le générateur de scénarios économiques.

Celui-ci est donc calibré avec un pas mensuel et le passage des rentabilités mensuelles aux rentabilités annuelles est réalisé de la façon suivante :

En discrétisant, la rentabilité des actions $E(t)$ sur une période mensuelle s'écrit ⁵⁸ :

$$E(t) = (\text{Taux sans risque à 1 mois}) \cdot \left(\frac{1}{12}\right) + X(t)$$

avec une prime de risque mensuelle : $X(t) = \mu_E(t) + \sigma_E(t)dZ_E(t)$

La paire de paramètres μ_E et σ_E , diffère selon le régime de volatilité simulé pour le mois en cours, est calibrée avec des données mensuelles.

$$\text{Rentabilité annuelle (hors dividendes)} = \prod_{t=1}^{12} (1 + E_{(t)}) - 1 = (1 + E_1) \cdot (1 + E_2) \cdots (1 + E_{12}) - 1$$

En incluant les dividendes, la rentabilité annuelle devient :

⁵⁸ On suppose ici que le taux d'intérêt mensuel est proportionnel au taux d'intérêt annuel, puisque la composition en intérêts simples est généralement utilisée pour les prêts à court terme (inférieurs à un an).

$$\begin{aligned} \text{Rentabilité annuelle (avec dividendes)} &= \prod_{t=1}^{12} [(1 + E_{(t)}) \cdot (1 + D_{(t)})] - 1 \\ &= (1 + E_1)(1 + D_1) \cdot (1 + E_2)(1 + D_2) \cdots (1 + E_{12})(1 + D_{12}) - 1 \end{aligned}$$

b) Paramétrage de la modélisation des rentabilités actions

Le générateur de scénarios économiques réalisant des simulations en pas mensuels, le paramétrage du modèle « *Markov Regime-Switching* » est réalisé sur cette base. Pour le jeu de paramètres proposé, il est porté une attention particulière aux résultats obtenus en pas annuels sur l'horizon de projection.

Dans notre modélisation, la rentabilité des actions (hors dividendes) est déterminée à partir d'une prime de risque actions, à laquelle on ajoute le taux sans risque.

Le taux sans risque est le taux d'intérêt nominal à 1 mois, exprimé en rendement mensuel, qui est généré par le modèle à deux facteurs de Hull & White décrit précédemment.

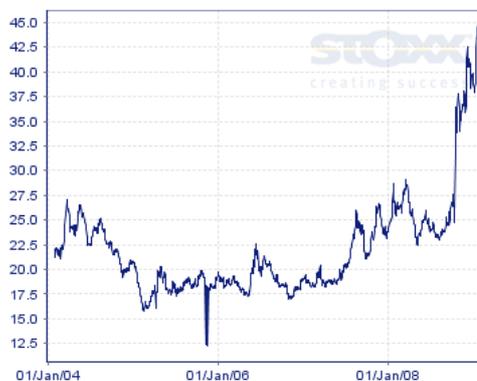
La prime de risque actions $X(t)$ est l'excès de rendement sur ce taux sans risque. Le paramétrage de cette prime de risque est distinct selon le régime de volatilité du marché actions.

Plusieurs études sur l'estimation des paramètres du modèle « *Markov Regime-Switching* » montrent que lorsque le régime de volatilité est « normal », la moyenne de la prime de risque est positive, alors qu'elle est en moyenne négative pendant les régimes de forte volatilité⁵⁹.

Afin d'estimer précisément les paramètres pour le marché européen des actions, par exemple le *DJ Euro Stoxx*, il faudrait réaliser une analyse statistique des dernières données historiques.

La crise des marchés boursiers rend particulièrement délicat l'exercice de calibrage du modèle au 31-12-08.

En témoigne les volatilités implicites inhabituelles constatées à fin 2008 sur le DJ Euro Stoxx⁶⁰ :



Pour notre modélisation, nous choisissons de définir une volatilité annuelle moins élevée que celle constatée à fin 2008 (supérieure à 40%). Les volatilités mensuelles du modèle « *Markov Regime-Switching* » sont donc ajustées de telle sorte d'obtenir une volatilité annuelle des rentabilité actions autour de 22% et un quantile à 0.5% proche de -43% (performance constatée sur l'année 2008 et qui constitue notre scénario de risque de référence, ayant une probabilité de survenance de 1 sur 200).

Les paramètres utilisés pour la prime de risque sont alors les suivants :

⁵⁹ Citons notamment : Hardy "A Regime-Switching Model of Long-Term Stock Returns" (2001) , Ahlgrim-D'Arcy-Gorvett "Modeling Financial Scenarios: A Framework for the Actuarial Profession" (2005) , Derrig-Orr "Equity Risk Premium: Expectations Great and Small" (2003),

⁶⁰ L'indice présenté en base annuelle est l'indice VSTOXX 24M (code ISIN DE000A0G87J5), qui est calculé sur la base des options sur l'indice Euro Stoxx50 négociés à l'Eurex, la bourse internationale des produits dérivés. Il est censé refléter les anticipations de volatilité.

Paramétrage : ACTIONS

Markov Regime-Switching Model

$X(t)$ = moyenne de l'excès de rendt sur une oblig. CT sans risque (μ_E)
 σ_E = volatilité mensuelle de l'excès de rendement

Régime 1	Régime 2
0,75%	-1,10%
4,80%	6,35%

Dividendes

Moyenne mensuelle
 Volatilité mensuelle

0,21%
 0,29%

• Matrice des probabilités de transition :

La matrice des probabilités de transition mesure la probabilité de passage d'un régime de volatilité à l'autre.

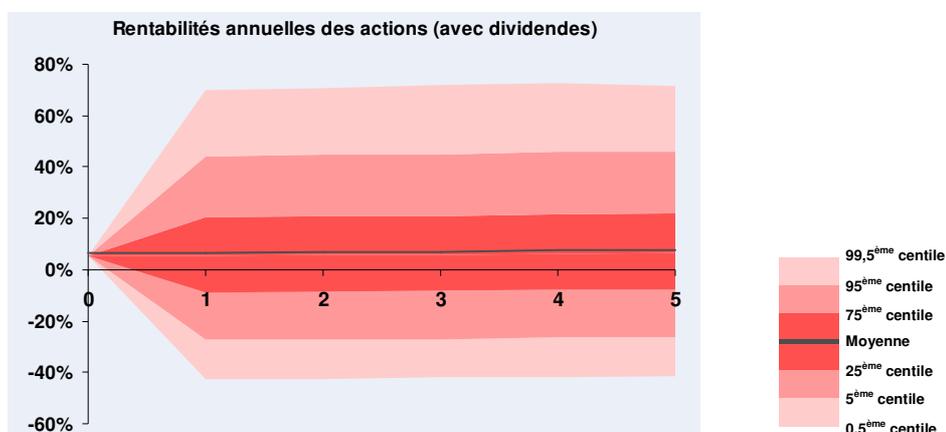
Nous retenons les valeurs proposées par Hibbert-Mowbray-Turnbull [2001].

$$P = \begin{bmatrix} 93\% & 7\% \\ 12\% & 88\% \end{bmatrix}$$

Probabilité de rester dans le régime 1 après chaque période : 93% (et 7% de ne pas y rester)

Probabilité de rester dans le régime 2 après chaque période : 88% (et 12% de ne pas y rester)

c) Distribution des rentabilités annuelles des actions



Horizon	1 an	2 ans	3 ans	4 ans	5 ans
Moyenne	6,51%	6,81%	6,95%	7,63%	7,82%
Ecart-type	21,80%	21,86%	21,93%	22,05%	22,03%
99,5 ^{ème} centile	69,97%	70,73%	71,79%	72,54%	71,36%
0,5 ^{ème} centile	-42,61%	-42,74%	-41,85%	-41,68%	-41,48%

Les rentabilités annuelles des actions présentées ci-dessus contiennent les dividendes.

Les dividendes simulés ont une valeur moyenne de 3% et sont stables sur l'horizon de projection.

Les moyennes de ces rentabilités vont de 6,5% à 7,8%. La légère progression des rentabilités moyennes sur l'horizon projeté provient de la hausse progressive vers son niveau de long terme du taux d'intérêt à court terme.

La volatilité des rentabilités actions, mesurée par l'écart type, est relativement stable et proche de 22%. Cette mesure de risque est à prendre avec précaution puisque les rentabilités sont issues

d'un mélange de lois avec deux couples rentabilité/volatilité différents qui rendent la distribution globale légèrement asymétrique.

Le niveau du 0.5^{ème} centile est proche de -42%/-43% selon l'horizon de projection. La performance des actions en 2008 (-43%) incite à retenir un calibrage prudent.

2.2.5 Modélisation de la rentabilité de l'immobilier

a) Présentation de la modélisation

L'évolution future des rentabilités du marché de l'immobilier est obtenue en simulant les variations mensuelles de la valeur de marché de l'immobilier, auxquelles on ajoute les taux mensuels de loyers.

• **Processus de la variation mensuelle de valeur de marché :**

La variation (%) de la valeur de marché de l'immobilier suit un processus proposé par Black & Scholes [1973], qui utilise un mouvement brownien géométrique:

$$I(t) = \mu_I(t) + \sigma_I(t)dZ_I(t)$$

où

$\mu_I(t)$ = moyenne des variations de valeur de marché

σ_I = volatilité (écart-type) de la variation de valeur de marché

$dZ_I(t)$ suit une Loi Normale centrée réduite $N(0;1)$

• **Rendement mensuel des loyers :**

On suppose que les loyers mensuels $L(t)$ suivent aussi un modèle Black & Scholes :

$$L(t) = \mu_L(t) + \sigma_L(t)dZ_L(t)$$

où

$\mu_L(t)$ = moyenne des variations de valeur de marché de l'immobilier

σ_L = volatilité (écart-type) de la variation de valeur de marché

$dZ_L(t)$ suit une Loi Normale centrée réduite $N(0;1)$

• **Rentabilité totale de l'immobilier**

A chaque mois, la rentabilité mensuelle de l'immobilier est composée par la variation en valeur du marché de l'immobilier et par les loyers.

$$\text{Rentabilité mensuelle (avec loyers)}_{(t)} = (1 + I_{(t)}) \cdot (1 + L_{(t)}) - 1$$

Pour passer aux rentabilités annuelles, nous cumulons toutes les rentabilités mensuelles sur 12 mois :

$$\begin{aligned} \text{Rentabilité annuelle (avec loyers)} &= \prod_{t=1}^{12} \left[(1 + I_{(t)}) \cdot (1 + L_{(t)}) \right] - 1 \\ &= (1 + I_1)(1 + L_1) \cdot (1 + I_2)(1 + L_2) \cdots (1 + I_{12})(1 + L_{12}) - 1 \end{aligned}$$

b) Paramétrage et distribution des rentabilités immobilières

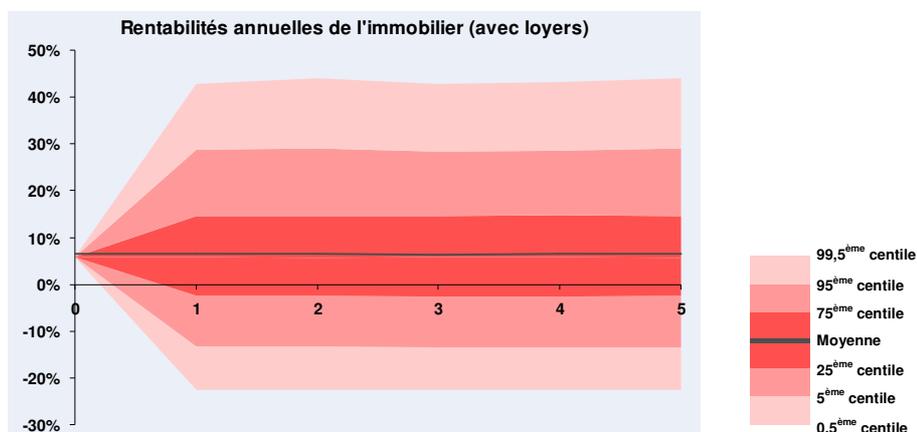
Le calibrage sur base mensuelle a été déterminé de telle sorte d'avoir un taux moyen de loyer annuel proche de 4,5% et une variation de valeur de 2% sur l'année.

La volatilité des rentabilités mensuelles de l'immobilier est déterminée pour obtenir une rentabilité annuelle voisine de -20% dans le centile 0,5. Ce niveau de stress était celui adopté dans l'étude QIS4.

Paramétrage : IMMOBILIER

Processus de Loi Normale

	Moyenne	Ecart-Type
Loyer mensuel	0,37%	0,07%
Variation mensuelle de valeur	0,16%	3,46%



Horizon	1 an	2 ans	3 ans	4 ans	5 ans
Moyenne	6,48%	6,55%	6,45%	6,60%	6,45%
Ecart-type	12,84%	12,94%	12,77%	12,65%	13,04%
99,5 ^{ème} centile	43,46%	44,04%	43,57%	43,75%	43,37%
0,5 ^{ème} centile	-23,05%	-22,90%	-22,85%	-22,60%	-22,94%

A noter qu'un nouveau jeu de 30 000 simulations a été testé pour vérifier la stabilité des caractéristiques des distributions présentées. Les résultats confirment que l'ensemble des variables financières se révèle stable, y compris dans les quantiles extrêmes étudiés.

2.2.6 Corrélations entre les variables économiques

Dans notre modèle DFA, nous supposons que les dépendances entre les variables sont définies avec des **corrélations « linéaires »**.

Une amélioration du modèle DFA pourrait être d'introduire des **fonctions copules**, plus adaptées pour modéliser les dépendances de queue de distribution et les risques associés (notamment dans un contexte d'étude de calcul de besoin en capital).

Néanmoins, il demeure difficile de choisir le type de copule à utiliser, ainsi que le paramétrage de la copule dans un environnement avec un nombre important de variables aléatoires dépendantes.

Les corrélations entre les classes d'actifs sont contrôlées à partir des chocs aléatoires sur les processus stochastiques de chaque variable économique ou financière.

La matrice de corrélations choisie en input du modèle de scénarios économiques est la suivante⁶¹ :

CORRELATIONS ENTRE LES ALEAS DES PROCESSUS

		$dZ_{q1}(t)$	$dZ_{q2}(t)$	$dZ_{r1}(t)$	$dZ_{r2}(t)$	$dZ_E(t)$	$dZ_Y(t)$	$dZ_L(t)$	$dZ_I(t)$
Aléa sur le taux d'inflation	$dZ_{q1}(t)$	1,00	0,00	0,25	0,00	-0,10	-0,10	0,00	0,00
Aléa sur le retour à la moyenne de l'inflation	$dZ_{q2}(t)$	0,00	1,00	0,25	0,25	-0,10	-0,10	0,00	0,00
Aléa sur le taux d'intérêt réel	$dZ_{r1}(t)$	0,25	0,25	1,00	0,00	-0,10	-0,10	0,00	0,00
Aléa sur le retour à la moyenne du taux réel	$dZ_{r2}(t)$	0,00	0,25	0,00	1,00	-0,10	-0,10	0,00	0,00
Aléa sur la prime de risque Actions	$dZ_E(t)$	-0,10	-0,10	-0,10	-0,10	1,00	0,50	0,00	0,00
Aléa sur les dividendes	$dZ_Y(t)$	-0,10	-0,10	-0,10	-0,10	0,50	1,00	0,00	0,00
Aléa sur les loyers	$dZ_L(t)$	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00	0,00
Aléa sur les variations de valeur de l'immobilier	$dZ_I(t)$	-0,15	-0,15	-0,15	-0,15	0,35	0,20	0,00	1,00

Pour générer les nombres aléatoires dépendants, nous avons recours à la méthode de **décomposition de Cholesky**, souvent utilisée lorsque l'on génère des scénarios à l'aide de la méthode Monte-Carlo.

Cette méthode de décomposition consiste à transformer notre matrice de corrélation Σ , symétrique et définie positive, en une matrice triangulaire C telle que :

$$\Sigma = C \cdot C^T$$

La matrice C désigne la « décomposée de Cholesky de Σ » et correspond à la matrice « racine carrée » de Σ .⁶²

En utilisant cette matrice, nous pouvons générer des nombres aléatoires corrélés R_C à partir des nombres aléatoires non corrélés R , en les multipliant par cette matrice.

$$R_C = R \cdot C$$

- Par exemple, nous souhaitons générer des nombres aléatoires pour trois variables ayant la matrice de corrélation suivante :

$$\Sigma = \begin{pmatrix} 1 & 0.6 & 0.3 \\ 0.6 & 1 & 0.5 \\ 0.3 & 0.5 & 1 \end{pmatrix}$$

En réalisant la décomposition de Cholesky (en déterminant la matrice « racine carrée » Σ) sur la matrice de corrélation Σ ci-dessus, nous obtenons la matrice suivante :

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0.6 & 0.3 \\ 0 & 0.8 & 0.4 \\ 0 & 0 & 0.866 \end{pmatrix}$$

Ensuite, nous pouvons transformer les trois nombres aléatoires indépendants $R = [-0.3999 \quad -1.6041 \quad -1.0106]$ en nombres aléatoires corrélés R_C en les multipliant avec la matrice C .

$$\begin{aligned} R_C &= R \cdot C \\ &= [-0.3999 \quad -1.6041 \quad -1.0106] \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0.6 & 0.3 \\ 0 & 0.8 & 0.4 \\ 0 & 0 & 0.866 \end{bmatrix} \\ &= [-0.3999 \quad -1.5232 \quad -1.6368] \end{aligned}$$

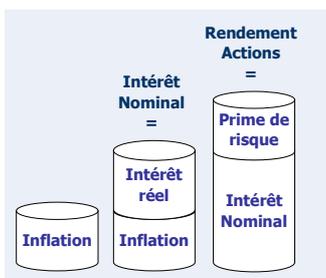
⁶¹ La valeur des paramètres est inspirée largement des valeurs choisies par Hibbert-Mowbray-Turnbull [2001].

⁶² Voir Planchet, Thérond, Jacquemin [2005] pour une description du mécanisme de construction de la matrice C .

Dans notre modèle DFA, les nombres aléatoires indépendants dZ sont obtenus par le générateur pseudo aléatoire Mersenne Twister. Ensuite, nous appliquons la décomposition de Cholesky pour générer de nouveaux nombres aléatoires corrélés selon la matrice de corrélations souhaitée.

Les corrélations entre les 8 chocs aléatoires dZ permettent de contrôler les corrélations entre les aléas des processus simulés. Il est néanmoins important de noter que ces corrélations ne permettent pas de définir a priori les corrélations entre les variables économiques, tels que l'inflation, les taux d'intérêt et les actions.

En effet, comme nous l'avons décrit au paragraphe 2.2.3 b, le rendement des actions est composé du taux d'intérêt nominal auquel on ajoute une prime de risque. Ce taux d'intérêt nominal étant lui-même fonction du taux d'intérêt réel auquel on ajoute l'inflation.



Cette structure de modélisation permet d'avoir une cohérence d'ensemble entre les scénarios économiques, scénario par scénario.

A posteriori, en réalisant les simulations de type Monte-Carlo, nous pouvons extérioriser les corrélations obtenues entre les principales variables économiques et financières.

La matrice ci-dessous a été obtenue à la suite de 30 000 simulations.

	Taux d'intérêt Nominal à court terme (1 an)	Taux d'intérêt Nominal à long terme (10 ans)	Taux d'intérêt Réel à court terme (1 an)	Taux d'intérêt Réel à long terme (10 ans)	Taux d'inflation	Rentabilité des Actions (avec dividendes)	Rentabilité de l'Immobilier (avec loyers)
Taux d'intérêt Nominal à court terme (1 an)	1,00						
Taux d'intérêt Nominal à long terme (10 ans)	0,77	1,00					
Taux d'intérêt Réel à court terme (1 an)	0,73	0,69	1,00				
Taux d'intérêt Réel à long terme (10 ans)	0,50	0,82	0,72	1,00			
Taux d'inflation	0,89	0,60	0,34	0,21	1,00		
Rentabilité des Actions (avec dividendes)	-0,13	-0,14	-0,10	-0,11	-0,10	1,00	
Rentabilité de l'Immobilier (avec loyers)	-0,24	-0,25	-0,20	-0,19	-0,20	0,32	1,00

Les taux d'intérêt nominaux à long terme sont assez fortement corrélés avec les taux d'intérêt à court terme (0.77). C'est aussi le cas pour les taux d'intérêt réels. Ce résultat n'est pas étonnant puisque les structures par terme des taux d'intérêt sont construites à partir des taux d'intérêt à court terme (via le modèle Hull & White décrit précédemment).

Le taux d'intérêt nominal à court terme est fortement corrélé au taux d'inflation (0.89) et au taux d'intérêt réel (0.73). Cette dépendance était attendue puisque le taux d'intérêt nominal est construit à partir du taux d'inflation et du taux d'intérêt réel.

Les rentabilités actions sont corrélées négativement avec les taux d'intérêt, mais faiblement. Cette corrélation est difficile à établir, tant en terme de signe qu'en terme de niveau. Elle varie souvent en fonction de l'historique prise en compte. Sur le long terme, on peut s'attendre plutôt à ce que l'évolution des actions soit corrélée négativement avec l'évolution des taux d'intérêt. En effet, selon les tenants de la valeur fondamentale des actions, la valeur intrinsèque d'une action se détermine par l'actualisation des flux de dividendes anticipés et de leur taux de croissance.

De même, il apparaît une relation inverse entre l'évolution des rentabilités de l'immobilier et des taux d'intérêt. On peut penser effectivement qu'une hausse des taux d'emprunt freine l'évolution du marché de l'immobilier et a tendance à pousser les prix à la baisse.

2.3 Modélisation des actifs et du risque de marché

2.3.1 Les classes d'actifs modélisées

a) Les catégories d'actifs

Nous distinguons 4 catégories d'actifs :

- **Obligations à Taux Fixe (emprunts d'Etats) – par classe de maturité résiduelle**
- **Actions**
- **Immobilier**
- **Monétaire**

Nous supposons que sur le marché obligataire, la compagnie d'assurance n'investit que dans des emprunts gouvernementaux (notés AAA), ce simplifie la modélisation puisque l'on n'intègre pas de risque de spread et de risque de défaut de la contrepartie.

Les obligations à taux fixes sont chacune regroupées en une obligation synthétique par année de maturité. Pour chaque catégorie d'obligations, nous avons par conséquent autant de *model-points* que de maturités différentes.

Pour les autres catégories d'actifs, nous n'avons qu'un seul *model-point* pour chaque catégorie. Pour l'immobilier, par exemple, nous n'aurons donc qu'une valeur de marché et comptable globale.

Le modèle DFA étant un modèle multipériodique, nous modélisons l'évolution de la valeur des différentes catégories d'actifs chaque année jusqu'à l'horizon de projection (5 ans).

b) Les variables en entrée pour chaque classe d'actifs

- **Variables issues des bases de données d'actifs :**

- Pour les Obligations à Taux Fixe, par maturité résiduelle :

- Prix de Revient corrigé de l'amortissement
- Valeur de Marché
- Coupons courus
- Valeur Nominale
- Taux de coupon moyen
- Surcote/décote
- Réserve de capitalisation

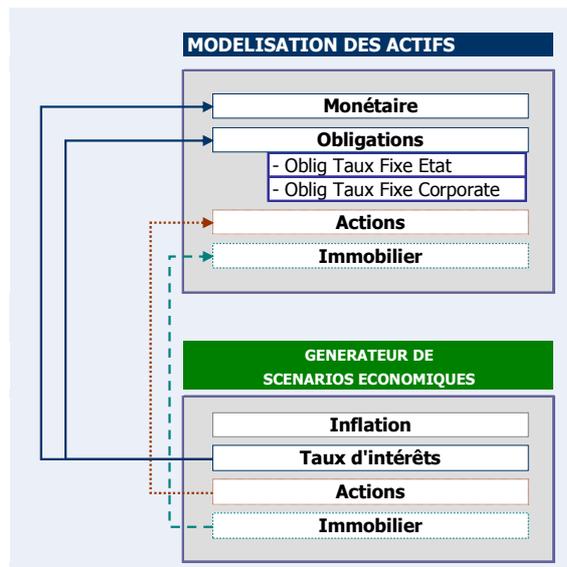
Ces variables sont détaillées par classe de maturité annuelle, jusqu'à la maturité de 25 ans.

- Pour les autres Actifs (Actions, Immobilier, Monétaire):

- Valeur comptable de la classe d'actifs
- Valeur de Marché de la classe d'actifs

- **Variables issues du générateur de scénarios économiques :**

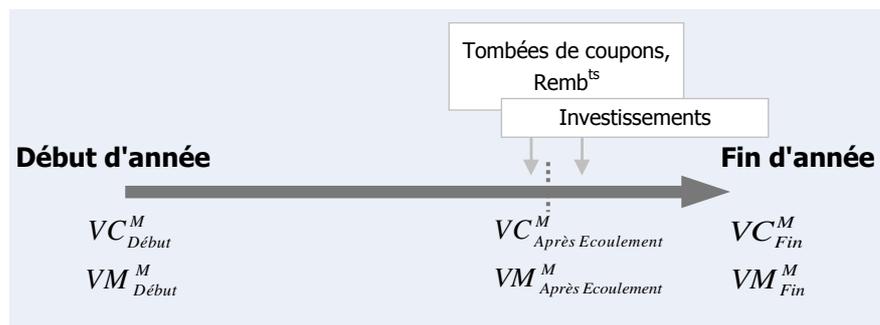
- La courbe des taux d'intérêt nominaux
- Rendements des Actions (et dividendes)
- Rendement de l'Immobilier (et taux de loyers)
- Rendement des opcvn monétaires



2.3.2 La modélisation des différentes classes d'actifs :

a) La modélisation des Obligations d'Etats à taux fixe

On suppose que la cinématique des flux et des valorisations au cours d'une année est la suivante :



En fin d'année, le portefeuille obligataire vieillira d'un an et on valorise les obligations synthétiques après les tombées de coupon (et de remboursement pour les obligations de maturité inférieure à 1 an) et après cet écoulement d'un an.

La valorisation des obligations s'effectue à l'aide de la courbe des taux sans risque à chaque date de projection, simulée par le générateur de scénarios économiques.

Les investissements attribués aux obligations sont ensuite affectés à chaque obligation synthétique en fonction des choix d'investissement sur chaque maturité (de 1 an à 25 ans).

En cas de désinvestissement, les ventes d'obligations sont réalisées en fonction de la répartition courante par maturité (afin de ne pas vendre, pour une maturité donnée, plus d'obligations qu'il en existe dans le portefeuille).

Les valeurs comptables et les valeurs de marché à la toute fin d'année tiennent compte de ces investissements/désinvestissements.

- En début d'année :

On note $VC_{Début}^M$, $VM_{Début}^M$, $Nom_{Début}^M$, les Valeurs Comptables, Valeurs de Marché et Valeurs Nominales des obligations de maturité résiduelle M en début d'année.

Valeur Comptable (y compris amortissement) :
$$VC_{Début} = \sum_{M=1}^{25} VC_{Début}^M$$

Valeur de Marché :
$$VM_{Début} = \sum_{M=1}^{25} VM_{Début}^M$$

Valeur Nominale :
$$Nom_{Début} = \sum_{M=1}^{25} Nom_{Début}^M$$

• En fin d'année :

Coupon % = taux de coupon moyen, pondéré par le nominal des obligations par classe annuelle de maturités résiduelles ;

Remboursements = Remboursements des obligations à maturités inférieures à 1 an

• En fin d'année, après tombées (coupons, remboursements), avant écoulement d'un an, avant investissements :

Valeur Comptable (y compris amortissement de la surcote/décote) :

$$VC_{Fin} = \sum_{M=1}^{25} \left[VC_{Fin}^M - \left[\frac{1}{M} (VC_{Fin}^M - Nom_{Fin}^M) \right] \right]$$

Produit/Amortissement de surcote/décote (en linéaire) :

$$Amort = \sum_{M=1}^{25} (VC_{Fin}^M - VC_{Début}^M)$$

• En fin d'année, après tombées (coupons, remboursements), après écoulement, avant investissements :

On note :

va^M = valeur actuelle d'1€ investi dans une obligation de maturité M ;

c_n^M = taux de coupon moyen de l'année n pour les obligations de maturité M ;

r_n^T = taux d'intérêt sans risque en n pour une maturité T (issu de la courbe des taux) ;

π_n^T = prime de risque en n (en %) de la classe obligataire pour la maturité T .

Nous faisons l'hypothèse $\pi_n^T = 0$ étant donné que la compagnie **ABC Assurances** investit seulement dans des obligations d'Etats dont les investisseurs n'exigent pas de prime de risque.

Valeur de Marché (après écoulement) :
$$VM_{Fin}^M = \sum_{M=1}^{25} (Nom_{Après\ Ecoulement}^M \cdot va^M)$$

Valeur Actuelle d'1€ investi sur une obligation de maturité M :

$$va^M = \sum_{T=1}^M \left[\frac{c_n^M}{(1 + r_n^T + \pi_n^T)^T} \right] + \frac{1}{(1 + r_n^M + \pi_n^M)^M}$$

• Investissements/désinvestissements sur l'année en cours :

Le montant des Investissements/désinvestissements obligataires est fonction des cash-flows disponibles et des mouvements de rééquilibrages annuels de l'allocation stratégique d'actifs.

- Investissements par maturité $INVEST^M$: le montant à investir sur chaque maturité est déterminé par la répartition prévue dans les hypothèses initiales sur les horizons d'investissements.

- Désinvestissements par maturité : même principe, dans la limite des stocks disponibles sur chaque maturité.

- Nombre d'unités investies pour chaque maturité :
$$n_{nouveau}^M = \frac{INVEST^M}{(va^M \cdot NomMoyen_{après\ Ecoulement}^M)}$$

- Nouveau Taux de Coupons moyen (après réinvestissement) :

Par classe de maturité, les nouveaux taux de coupon sont obtenus en pondérant par le nominal des obligations en stock et des nouvelles obligations investies.

- Plus ou Moins Values Latentes :

Plus ou Moins Values Latentes :
$$PVL = \sum_{M=1}^{25} (VM_{Fin}^M - VC_{Fin}^M)$$

Plus ou Moins Values Réalisées :
$$PVR = \sum_{M=1}^{25} n_{nouveau}^M (vm_{Fin}^M - vc_{Fin}^M)$$

Valeur de Marché Moyenne :
$$vm_{Fin}^M = \sum_{M=1}^{25} \frac{INVEST^M}{n_{nouveau}^M}$$

Valeur Comptable Moyenne :
$$vc_{Fin}^M = \sum_{M=1}^{25} \frac{VC_{Après\ Ecoulement}^M}{n_{Après\ Ecoulement}^M}$$

- Fin d'année/début d'année suivante :

Valeur Comptable (y compris amortissement) :
$$VC_{Fin} = \sum_{M=1}^{25} (n_{Fin}^M \cdot vc_{Fin}^M)$$

Valeur de Marché :
$$VM_{Fin} = \sum_{M=1}^{25} (n_{Fin}^M \cdot vm_{Fin}^M)$$

Valeur Nominale :
$$Nom_{Fin} = \sum_{M=1}^{25} (n_{Fin}^M \cdot nom_{Fin}^M)$$

b) La modélisation des autres classes d'actifs (actions, immobilier, monétaire)

Les actions, l'immobilier et le monétaire sont modélisés avec une méthodologie commune.

On considère que ces classes d'actifs perçoivent chaque année des revenus (des dividendes pour les actions, des loyers pour l'immobilier et des intérêts pour le monétaire).

La valorisation de ces classes d'actifs en fin d'année est déterminée à partir de l'évolution de l'indice simulé par le générateur de scénarios économiques.

- Valorisation en fin d'année :

- Revenus et variations de la Valeur de Marché :

Dividendes reçus (ou loyer) : en % de la valeur de marché en début d'année ($VM_{Début}$)

Variation de la valeur de marché : $\Delta VM = VM_{Début} \times R_N$

avec R_N = taux de rentabilité du portefeuille sur l'année en cours (variable aléatoire issu du générateur de scénarios financiers)

- Valeurs avant réinvestissements/rééquilibrages :

Valeur de marché : $VM_{Fin} = VM_{Début} + \Delta VM$

- Investissement Supplémentaire :

Les montants des Investissements/désinvestissements sur les « autres classes d'actifs » sont en fonction des cash-flows disponibles et des mouvements de rééquilibrages annuels de l'allocation stratégique d'actifs.

- Calcul des Plus ou Moins Values :

Prix de revient moyens et valeurs de marchés moyennes :

$$PR_{moy\ Début} = \frac{PR_{Début}}{n_{Début}}$$

$$VM_{moy\ Invest} = PR_{moy\ Invest} = \frac{VM_{Fin}}{n_{Début}}$$

$$PR_{moy\ AprèsInvest, avtA/R} = \frac{PR_{moy\ Début} \cdot n_{Début} + PR_{moy\ Invest} \cdot n_{Invest}}{n_{Début} + n_{Invest}}$$

$$PR_{moy\ Fin} = \frac{PR_{moy\ AprèsInvest, avtA/R} \cdot (n_{Début} + n_{Invest} + n_{VenteA/R}) + PR_{moy\ Invest} \cdot n_{AchatA/R}}{n_{Fin}}$$

Nombre d'actions :

$$n_{Invest} = \frac{INVEST}{VM_{moy\ Invest}}$$

$$n_{VenteA/R} = - \frac{TxEtPVL \cdot PVL_{Après\ Invest\ / \ réeq, \ avant\ A/R}}{VM_{moy\ Invest}}$$

TxEtPVL : Taux minimum d'extériorisation que a compagnie ABC Assurances souhaite réaliser s'il existe des plus-values latentes en portefeuille (PVL).

Si l'Entreprise a déjà réalisé des plus-values latentes suite aux rééquilibrages, on complète le besoin éventuel en plus-values (PVR).

$$n_{AchatA/R} = -n_{VenteA/R}$$

$$n_{Fin} = n_{Début} + n_{Invest} + (n_{AchatA/R} + n_{VenteA/R})$$

Plus values latentes :

$$PVL_{Après\ Invest\ / \ réeq, \ avant\ A/R} = (n_{Début} + n_{Invest}) \cdot (VM_{moy\ Invest} - PR_{moy\ Après\ Invest, \ avtA/R})$$

$$PVL_{Fin} = n_{Fin} \cdot (VM_{moy\ Invest} - PR_{moy\ Fin})$$

Plus values réalisées :

$$PVR_{Fin} = PVR_{Dé\ sin\ vest} + PVR_{A/R}$$

$$PVR_{Dé\ sin\ vest} = -n_{Invest} \cdot (VM_{moy\ Invest} - PR_{moy\ Début})$$

$$PVR_{A/R} = -n_{VenteA/R} \cdot (VM_{moy\ Invest} - PR_{moy\ AprèsInvest, \ avtA/R})$$

Valeurs après réinvestissements & rééquilibrages :

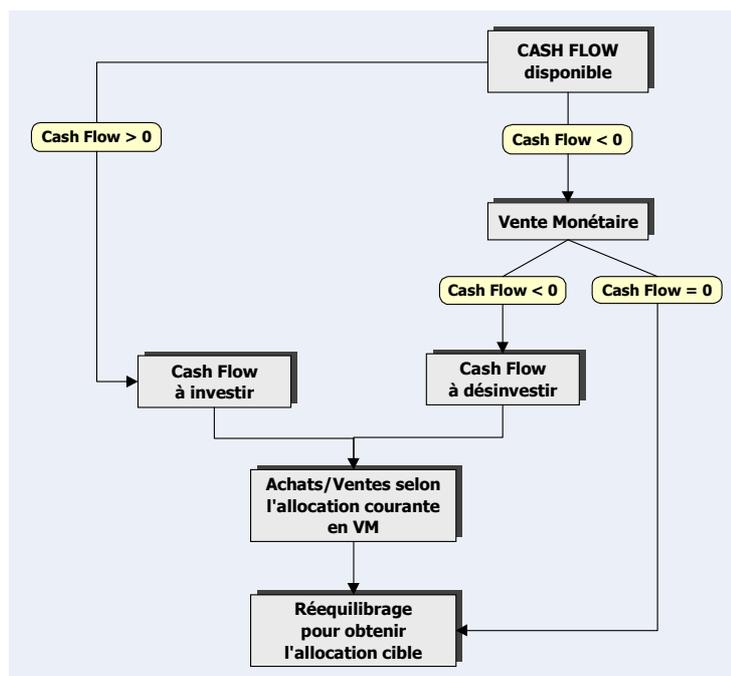
$$\text{Valeur comptable : } VC_{Fin} = n_{Fin} \cdot PR_{moy\ Fin}$$

$$\text{Valeur de marché : } VM_{Fin} = n_{Fin} \cdot VM_{moy\ Invest}$$

2.3.3 Processus d'investissement & désinvestissement

a) Description du processus

De façon schématique, le processus d'investissement des cash-flows et de désinvestissement des actifs est le suivant :



Ainsi en cas de cash-flows négatifs (par exemple en cas de survenance de sinistres catastrophiques), on désinvestit en priorité la classe d'actif « monétaire » afin de limiter la réalisation de moins-values. Si cela n'est pas suffisant, on réalise le reste des désinvestissements en fonction de l'allocation d'actif courante.

b) Horizons d'investissement

- **Horizon des réinvestissements obligatoires :**

Le modèle DFA donne la possibilité d'investir sur plusieurs horizons d'investissement différents (par exemple 50% à 10 ans, 25% à 8 ans et 25% à 5 ans). Les proportions à investir sur chaque horizon annuel sont paramétrables.

- **Horizon des autres actifs :**

La stratégie par défaut pour les actions et l'immobilier est une stratégie de « Buy & Hold », mais il est possible de choisir de réaliser chaque année un pourcentage des plus-values latentes sur les actions.

c) Origine des cessions d'actifs

- Lors de cash-flows annuels négatifs (CF Financiers + CF Techniques + CF Divers < 0) ;
- Lors des rééquilibrages annuels vers l'allocation cible (qui se traduiront par des achats ou des ventes selon les actifs)
- Lorsque l'on décide d'une politique de réalisation des plus-values latentes Actions

d) Les rééquilibrages annuels

Chaque année, un rééquilibrage du portefeuille d'actifs est réalisé pour respecter l'allocation cible en valeur de marché.

2.3.4 Evaluation du risque de marché

La Directive de Solvabilité II définit le "risque de marché" comme le risque de perte, ou de changement défavorable de la situation financière, résultant, directement ou indirectement, de fluctuations affectant le niveau et la volatilité de la valeur de marché des actifs, des passifs et des instruments financiers.

En reprenant la définition du besoin en capital dans le cadre de Solvabilité 2, nous partons de la relation :

$$CR_{Solv II} = S_0 - VaR_{0,5} [S_1]$$

De façon cohérente, le risque de marché est défini de la façon suivante :

$$CR_{Marché} = -VaR_{0,5} [VM_1 - VM_0]$$

$$CR_{Marché} = VM_0 - VaR_{0,5} [VM_1]$$

avec

VM_0, VM_1 : les valeurs de marché agrégées des actifs en $t=0$ et $t=1$

Si l'on se place du point de vue d'un actionnaire qui considère que le capital est mis en face du risque que la compagnie ne réalise pas la variation de valeur attendue sur les actifs, nous aurions le capital requis suivant :

$$CR_{Marché}^{Actionnaire} = E[VM_1] - VaR_{0,5} [VM_1]$$

Les formulations ci-dessus sont utilisées pour chaque classe d'actifs modélisée dans notre modèle DFA (Actions, Immobilier, Obligations, monétaire).

Dans le cadre de Solvabilité II, le risque de taux d'intérêt concerne tous les actifs et passifs dont la valeur d'actif nette est sensible aux variations de la courbe des taux d'intérêt.

Ainsi l'évaluation du risque de taux nécessite de mesurer l'impact des variations de taux sur la valeur nette actif-passif, notamment sur la valeur des portefeuilles obligataires et sur la valeur des flux de passifs futurs.

Dans notre modèle DFA, le risque de marché inclut le risque de taux d'intérêt sur les obligations mais n'intègre pas le risque de taux sur l'actualisation des passifs.

En revanche, le risque de taux sur les provisions au passif est bien évalué dans le modèle DFA en prenant en compte la sensibilité des best estimates nets aux variations de courbe des taux. Par simplification, nous n'isolons pas le risque de taux contenu implicitement dans le risque de provisionnement basé sur les best estimates actualisés.

2.4 Modélisation des provisions et du risque de provisionnement

Compte tenu de l'incertitude associée à l'estimation des provisions, le risque de provisionnement est un des risques majeurs pour la compagnie d'assurance non-vie.

Pour évaluer de façon exhaustive le risque sur les provisions, on distingue **trois composantes** du risque total :

- **Le risque de processus** : il correspond au risque que les résultats réels s'écartent de leur valeur attendue en raison de la variabilité aléatoire inhérente au processus sous-jacent de développement des sinistres.

- **Le risque de paramètre** : il correspond au risque que la valeur réelle de la provision attendue (qui est une variable inconnue ex-ante) s'écarte de l'estimation de la valeur attendue en raison d'une mauvaise évaluation des paramètres dans la modélisation des provisions.
- **Le risque de modèle** : il correspond au risque que la valeur réelle de la provision attendue s'écarte de l'estimation de la valeur attendue en raison de l'utilisation de modèles inappropriés.

Dans les développements suivants sur l'évaluation des provisions, le risque de modèle ne sera pas pris en considération.

2.4.1 La méthodologie du bootstrap

Dans le cadre d'une modélisation DFA, nous évaluons l'ensemble de la distribution des provisions, c'est-à-dire des sinistres à payer, à partir d'une approche par simulations de type Monte-Carlo.

L'avantage de l'approche bootstrap est d'être bien adaptée aux modèles DFA car elle évalue par simulations l'ensemble des cash-flows intermédiaires de règlements de sinistres jusqu'à leur extinction. Elle est donc bien adaptée également dans notre approche de modélisation en multi-périodes.

Ils existent différentes variétés de méthodes de bootstrapping. L'approche retenue consiste à utiliser le triangle historique de paiements de sinistres pour simuler par tirage aléatoire de nouveaux échantillons de triangles. Ces nouveaux triangles sont constitués de « pseudo-données » ayant la même loi sous-jacente. La répétition du rééchantillonnage permet d'estimer la variabilité des provisions associées à chaque triangle simulé.⁶³

On définit un triangle de sinistres payés C_{ij} de la façon suivante:

$$\begin{array}{cccc} C_{1,1} & C_{1,2} & \dots & C_{1,n} \\ C_{2,1} & \dots & \dots & C_{2,n} \\ \vdots & & & \\ C_{n,1} & & & \end{array}$$

Les C_{ij} sont utilisés pour définir les incréments, notés aussi $\{C_{ij} : i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, n - i + 1\}$ où i sont les années de survenance des sinistres et j les années de développement des sinistres.

On suppose que les C_{ij} du triangle sont indépendants. Par la suite, nous n'appliquerons pas la procédure de rééchantillonnage directement sur les C_{ij} car on considère qu'ils ne sont pas équidistribués. C'est pourquoi on utilisera plutôt un rééchantillonnage des résidus du modèle qui ont des caractéristiques plus « indépendants et identiquement distribués » que les C_{ij} .

Les D_{ij} sont utilisés pour définir les sinistres cumulés et s'écrivent :

$$D_{ij} = \sum_{k=1}^j C_{ik}$$

En utilisant la méthode classique de Chain-Ladder, on estime des coefficients de développement moyens qui permettent d'estimer de proche en proche la partie inconnue du triangle de règlements.

Ces coefficients de développement moyens $\hat{\lambda}_j$ peuvent être obtenus de la façon suivante :

$$\hat{\lambda}_j = \frac{\sum_{i=1}^{n-j+1} D_{ij}}{\sum_{i=1}^{n-j+1} D_{i,j-1}}$$

⁶³ Pour davantage de détails sur les hypothèses sous-jacentes et la procédure de bootstrap, il est utile de se référer aux articles de England et Verrall [1999, 2002, 2006], ainsi qu'à l'article de Kirschner, Kerley, Isaacs [2008].

On peut exprimer la modélisation des provisions stochastiques à partir du cadre des Modèles Linéaires Généralisés (GLM), qui aboutissent exactement aux mêmes estimations de *best estimate* des provisions que la technique de Chain-Ladder.

Les composantes aléatoires C_{ij} du modèle linéaire généralisé suivent une loi de Poisson « sur-dispersée », avec une moyenne et une variance qui s'écrivent :

$$E[C_{ij}] = m_{ij}$$

$$Var[C_{ij}] = \phi E[C_{ij}] = \phi m_{ij} \text{ où } \phi \text{ représente un paramètre d'échelle}$$

Le modèle est décrit comme un modèle de Poisson « sur-dispersé » car la variance est proportionnelle à la moyenne au lieu d'être égale à la moyenne comme dans un modèle de Poisson classique.

On définit une fonction lien sous forme logarithmique, avec un prédicteur linéaire ayant un paramètre pour chaque ligne i et un paramètre pour chaque colonne j du triangle. La fonction s'écrit :

$$\log(m_{ij}) = \eta_{ij} = c + \alpha_i + \beta_j$$

Renshaw-Verrall (1998) ont montré que cette fonction permet d'obtenir des résultats parfaitement cohérents avec les estimations de provisions de la méthode Chain-Ladder (sous des conditions appropriées).

La **procédure de bootstrap** se décompose selon les étapes suivantes :

N.B : une application pratique est détaillée pas-à-pas en **Annexe 4.1**.

1. *Triangle des paiements cumulés et facteurs de développement :*

Débuter avec un triangle de sinistres payés cumulés D_{ij} et calculer les facteurs de développement $\hat{\lambda}_j$ associés.

2. *Estimation du triangle des paiements cumulés attendus :*

En partant de la dernière diagonale du triangle (la dernière estimation des paiements cumulés), on recalcule de proche en proche (vers la gauche) l'ensemble du triangle des sinistres cumulés à partir des facteurs de développements moyens $\hat{\lambda}_j$.

$$\text{Paiements réajusté}(i, j) = \frac{\text{Paiements réajusté}(i, j+1)}{\hat{\lambda}(i, j+1)}$$

Le nouveau triangle des paiements cumulés permet d'en déduire un nouveau triangle de paiements incrémentaux ajustés, notés \hat{Z}_{ij} .

3. *Calcul des résidus de Pearson $r_{ij}^{(P)}$, ajustés par les degrés de liberté :*

A partir des incréments ajustés \hat{Z}_{ij} et des incréments réels C_{ij} , on calcule les résidus de Pearson $r_{ij}^{(P)}$ pour l'ensemble du triangle⁶⁴, de la façon suivante :

⁶⁴ On suppose que les résidus sont indépendants et identiquement distribués.

$r_{ij}^{(P)} = \frac{C_{ij} - \hat{Z}_{ij}}{\sqrt{\hat{Z}_{ij}}}$ que l'on ajuste par les degrés de liberté pour obtenir les résidus de Pearson

ajustés $r_{ij}^{adj} = \sqrt{\frac{n}{n-p}} r_{ij}^{(P)}$.

Où $p = 2 \times Nb$ d'années de survenance - 1 correspond au nombre de degrés de liberté et n au nombre de données dans le triangle.

Comme nous l'avons vu plus haut, le modèle de Poisson « sur-dispersé » inclut un paramètre d'échelle ϕ . A partir des résidus de Pearson $r_{ij}^{(P)}$, England et Verrall (1999) introduisent le paramètre d'échelle ϕ_p suivant⁶⁵ :

$$\phi_p = \frac{\sum (r_{ij}^{(P)})^2}{n-p}$$

4. *Rééchantillonnage des résidus de Pearson ajustés* r_{ij}^{adj} , à répéter N fois (par exemple 10 000 fois) :

On redistribue aléatoirement les montants de résidus de Pearson ajustés au sein du triangle à l'aide d'un tirage aléatoire avec remise.

5. *Reconstitution d'un triangle pseudo-historique (pour chaque nouvelle simulation d'échantillon de résidus)* :

Une « nouvelle vue de l'histoire » est considérée en reconstituant pour l'ensemble du triangle les nouveaux incréments \hat{Z}_{ij}^{new} associés aux nouveaux résidus r_{ij}^{new} , à l'aide de la relation définie par $\hat{Z}_{ij}^{new} = \hat{Z}_{ij} + r_{ij}^{new} \cdot \sqrt{\hat{Z}_{ij}}$.

Ce nouveau triangle d'incréments permet de déduire un nouveau triangle de paiements cumulés et de réappliquer la méthode Chain-Ladder à l'aide des nouveaux coefficients de développements déterminés sur ces paiements cumulés.

Après cet exercice nous avons alors une projection de l'ensemble des paiements cumulés futurs (triangle inférieur) pour chaque année de survenance i et chaque année de développement j . Ce triangle de paiements cumulés permet d'en déduire le triangle d'incréments utilisés dans l'étape suivante.

6. *Incorporation de l'erreur de processus* :

Jusqu'à cette étape, la procédure de bootstrapping a permis de prendre en compte l'erreur de paramètre, mais pas l'erreur de processus. Plus généralement, l'erreur de prédiction doit prendre en compte l'incertitude dans l'évaluation des paramètres (la variance de l'estimation) et évidemment la variabilité inhérente aux variables à estimer (la variance du processus).⁶⁶

⁶⁵ A noter que ce paramètre d'échelle n'est pas utilisé à ce stade, mais lors d'une étape ultérieure dans la procédure de bootstrap (étape n°6).

⁶⁶ Pour rappel, l'erreur quadratique moyenne de prédiction s'écrit de la façon suivante (en supposant l'indépendance des observations dans le temps) :

$$E[(C_{ij} - \hat{C}_{ij})^2] = E\left[\left((C_{ij} - E[C_{ij}]) - (\hat{C}_{ij} - E[\hat{C}_{ij}])\right)^2\right] = E[(C_{ij} - E[C_{ij}])^2] + E[(\hat{C}_{ij} - E[\hat{C}_{ij}])^2]$$

c'est-à-dire, Variance de Prédiction = Variance du Processus + Variance de l'Estimation.

La variabilité des provisions se réduit donc à estimer ces deux composantes.

Pour inclure la variance du processus dans la procédure de bootstrap, England (2001) ainsi que Kirschner et al. (2002) proposent la simulation des paiements incrémentaux à partir d'une série de lois Gamma.

Chaque paiement est supposé suivre sa propre distribution Gamma dont les paramètres sont définis à partir de l'incrément simulé⁶⁷ obtenu à la fin de l'étape 5 et du paramètre d'échelle de Pearson ϕ_p obtenu à l'étape 3.

Paramètres de la loi Gamma :

$$\alpha = \frac{\text{Incrément simulé}}{\phi_p} \quad \text{et} \quad \beta = \phi_p$$

Ainsi pour chaque incrément issu de l'étape 5, on réalise un tirage aléatoire à partir de chaque loi Gamma correspondante.

7. *Triangle pseudo-historique avec prise en compte de l'erreur de processus :*

On obtient ainsi un nouveau triangle d'incréments futurs (triangle inférieur) qui prend en compte à la fois l'erreur d'estimation et l'erreur de processus.

La somme des incréments futurs simulés permet d'estimer pour chaque simulation le montant de la provision au global au niveau de la branche et par exercice de survenance.

8. *Répétition N fois des étapes 4 à 6*

A la fin des N simulations (par exemple 10.000 ou plus), nous obtenons une distribution des provisions ainsi qu'une distribution des charges de paiements cumulés.

2.4.2 Traitement des dépendances entre branches

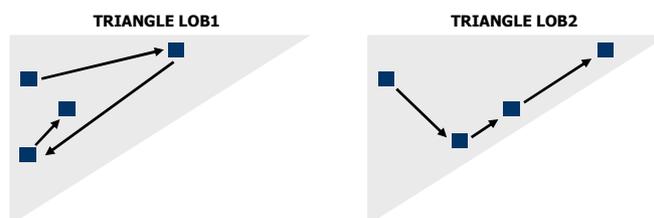
Lorsque que l'on met en œuvre la méthodologie du bootstrap pour plusieurs branches, se pose la question des dépendances entre les triangles.

Effectivement, si on réalise la procédure de bootstrap ci-dessus pour chaque branche, les provisions de chaque branche ne seront pas corrélées entre elles puisque les rééchantillonnages des résidus des triangles sont obtenues de façon indépendante.

Suivant Kirschner-Kerley-Isaacs [2008] et Taylor-McGuire [2007]⁶⁸, il est possible de réintroduire une corrélation entre les triangles dans le cadre de la procédure de bootstrap.

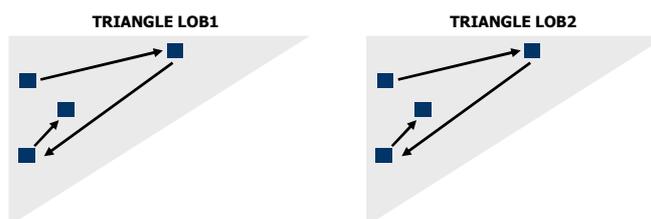
Pour cela, le principe consiste à s'intéresser au rééchantillonnage des triangles de résidus de chaque branche.

Ainsi si on prend un exemple simple sur deux branches LOB1 et LOB2, la procédure de bootstrap « non-corrélée » réalise pour le triangle de la LOB1 une permutation aléatoire des résidus totalement indépendante de celle du triangle de la LOB2.



⁶⁷ En pratique, on utilise plutôt la valeur absolue des incréments et on corrige ensuite le signe du paiement pour les paiements négatifs.
⁶⁸ Kirschner, G., C. Kerley, B. Isaacs, "Two Approaches to Calculating Correlated Reserve Indications Across Multiple Lines of Business," Variance, vol.2 issue 1, 2008.
Taylor, G., G. McGuire, "A Synchronous Bootstrap to Account for Dependencies between Lines of Business in the Estimation of Loss Reserve Prediction Error," North American Actuarial Journal, Vol.11, No 3, 2007.

La solution proposée est de synchroniser les permutations au sein de chaque triangle. Par conséquent les triangles LOB1 et LOB2 auront pour chaque simulation le même ordonnancement des résidus.



Selon Taylor-McGuire [2007], d'autres formes de synchronisation peuvent aussi être utilisées pour capturer la structure de dépendance.

Pour conclure sur l'approche du bootstrap, on peut souligner les avantages de son utilisation, notamment la possibilité de réaliser des simulations de type Monte-Carlo sur les sinistres à payer qui s'adaptent bien aux modèles DFA en multipériodique.

En revanche, les données atypiques dans les triangles peuvent avoir un effet amplifié sur l'évaluation de la variabilité des provisions. La méthode ne permet pas directement de réaliser des corrections à partir d'avis d'experts. Ainsi par exemple, elle ne prend pas en compte les éventuels changements de tendances des dernières années de survenance.

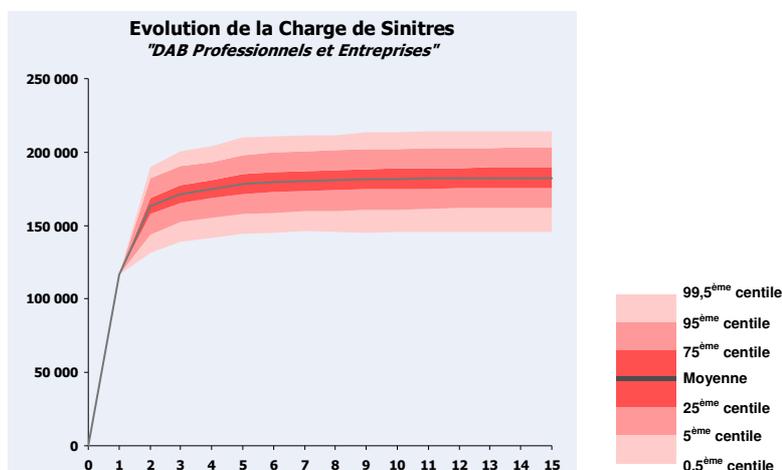
2.4.3 Le risque de provisionnement à un an

Le risque de provisionnement est une mesure de l'incertitude sur le montant des provisions du bilan actuel de la compagnie d'assurance.

Suivant les spécifications techniques QIS4, « le risque de provisionnement découle de deux sources : d'une part, le niveau absolu des provisions pour sinistres peut être mésestimé. D'autre part, en raison de la nature stochastique des futurs règlements de sinistres, les sinistres réels fluctueront autour de leur valeur moyenne statistique. »

Il se distingue du risque de prime (ou risque de tarification) qui concerne le risque associés aux années futures (ou à un an dans Solvabilité II).

Comme l'illustre le graphique ci-dessous, la charge de sinistre future est incertaine jusqu'à la dernière année de développement des sinistres.



Le risque de provisionnement mesure cette incertitude pour les provisions « en stock » au bilan initial. Avec Solvabilité II, il s'agit d'évaluer le risque de provisionnement à l'horizon d'un an. Cette

méthode diffère de l'approche plus généralement utilisée du risque de provisionnement, par exemple la méthode de Mack, qui considère la distribution des coûts des sinistres à l'ultime.

Dans le cadre de Solvabilité II, nous avons montré auparavant que le capital requis $CR_{Solvabilité II}$ est déterminé à partir de la projection du bilan économique à un an. Il est donc indispensable d'évaluer la distribution des engagements attendus à un an.

Afin de mesurer le risque de provisionnement à 1 an $CR_{Reserve}$, il s'agit d'étudier la distribution des profits/pertes sur les provisions sur un horizon d'une année. Cette variable de résultats est généralement appelée « résultats des développements de sinistres » (*CDR* en anglais) ou bien résultats en run-off.

Cette approche du risque de provisionnement à un an a été mise en évidence par une étude de l'Association des Mutuelle (AMICE)⁶⁹ et prolongée notamment par les articles de Merz & Wüthrich (2008) et Ohlsson & Lauzenings (2008).

En reprenant la définition du besoin en capital dans le cadre de Solvabilité 2, nous partons de la relation :

$$CR_{Solvabilité II} = S_0 - VaR_{0,5} [S_1]$$

De façon cohérente, on peut définir le risque de provisionnement pour chaque branche d'activité de la façon suivante :

$$CR_{Reserve} = S_0 - VaR_{0,5} [S_1]$$

$$CR_{Reserve} = VaR_{99,5} [S_1 - S_0]$$

$$CR_{Reserve} = VaR_{99,5} [[A_1 - (BE_1 + C_1)] - [A_0 - BE_0]]$$

$$CR_{Reserve} = VaR_{99,5} [BE_1 + C_1 - BE_0]$$

$$CR_{Reserve} = -VaR_{0,5} [CDR_1 | D_0]$$

avec

S_0, S_1 : Surplus économique en t=0 et t=1

A_0, A_1 : Valeur des actifs t=0 et t=1 (on suppose que l'effet des actifs est neutre)

BE_0, BE_1 : Valeur des Best Estimates non actualisées des provisions à t=0 et t=1

C_1 : Paiement des sinistres au cours de l'année

$CDR_1 | D_0$: Résultats sur les provisions en run-off (*Claims Development Result*) sur l'année 1, selon l'information connue en t=0.⁷⁰

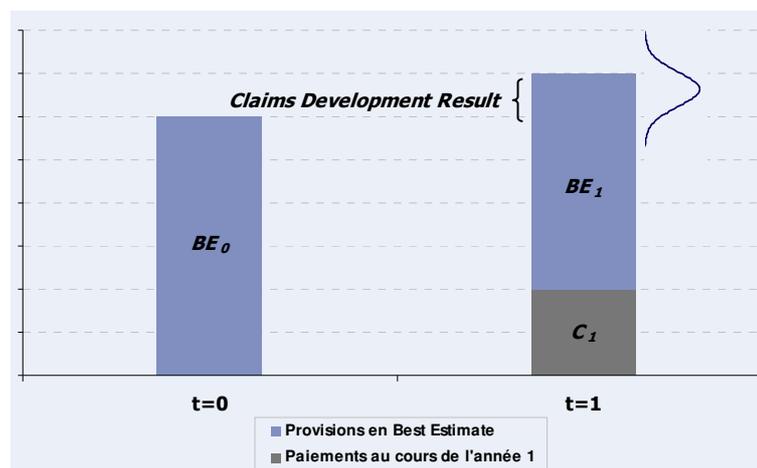
$$CDR_1 = BE_1 + C_1 - BE_0$$

La compagnie dégage un boni lorsque $CDR_1 > 0$ et un mali lorsque $CDR_1 < 0$.

Pour évaluer le risque de provisionnement à un an, nous évaluerons la distribution du CDR_1 et plus précisément la *value-at-risk* à 0.5%, selon l'information connue en t=0.

⁶⁹ AISAM/ACME, "AISAM/ACME study on non-life long tail liabilities - Reserve risk and risk margin assessment under Solvency II," 2007

⁷⁰ A noter que nous aurions $E[CDR_1 | D_0] = 0$ si les estimations des provisions Best Estimates étaient non-biaisées.



Par ailleurs, si l'on se place du point de vue d'un actionnaire qui considère que le capital est aussi mis en face du risque que la compagnie ne réalise pas les résultats en run-off attendus (l'espérance du CDR), nous aurions le capital requis suivant :

$$CR_{Reserve}^{Actionnaire} = E[CDR_1 | D_0] - VaR_{0.5}[CDR_1 | D_0]$$

A noter que si la compagnie n'anticipe pas de boni/mali, c'est-à-dire si $E[CDR_1 | D_0] = 0$, alors les deux approches sur le capital requis deviennent équivalentes.

- A noter que pour simplifier la présentation, les équations précédentes ne prennent pas en compte l'effet du taux d'actualisation sur les Best Estimates nets. Dans le cadre de notre modèle DFA, la modélisation du risque de provisionnement intègre les effets des différentes courbes de taux d'intérêt car nous nous basons directement sur les Best Estimates actualisés (nets de réassurance) pour calculer les CDR.

En revanche, dans la présentation ci-dessus, ainsi que dans notre modélisation du risque de provisionnement, les éléments suivants ne sont pas intégrés :

- la variation de la marge de risque (*Risk Margin* ou *Market Value Margin*) au-delà du Best Estimate ;
- l'impact des impôts différés (qui est appréhendé au niveau global de la compagnie)

- Dans notre modèle DFA, nous avons évalué le risque de provisionnement à un an à partir des Best Estimates nets actualisés pour chaque branche d'activité. A chaque date d'inventaire, l'actualisation s'effectue simulation par simulation à partir des courbes de taux d'intérêt issues des scénarios économiques. La courbe des taux est bien sûr connue en $t=0$ et simulée pour les années suivantes.

De cette façon, nous prenons en compte implicitement le risque de taux d'intérêt sur les provisions en Best Estimate et dans le risque de provisionnement.

Cependant pour être rigoureusement en ligne avec les exigences de solvabilité II, il faudrait isoler l'impact du risque de taux lié aux provisions et l'analyser dans la catégorie de risque prévue, c'est-à-dire le risque de taux d'intérêt actif-passif.

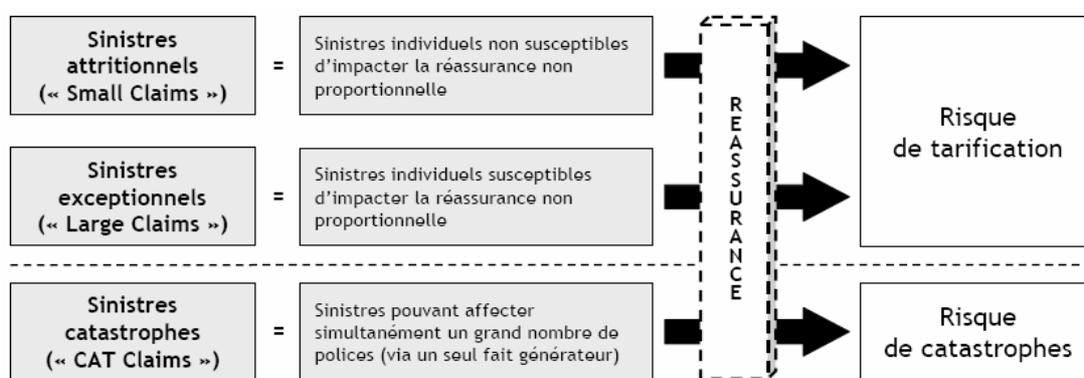
Afin d'isoler le risque de taux d'intérêt sur les provisions, on aurait pu envisager d'évaluer en date initiale une courbe des taux *forward* à horizon d'un an et l'utiliser pour actualiser les Best Estimates à un an et la mesure du risque de provisionnement. En parallèle, il est possible aussi d'évaluer les Best Estimates actualisés à un an à partir des courbes des taux simulé dans un an. La différence de valorisation entre les deux types de Best Estimate constituerait alors l'exposition au risque de taux du côté des passifs.

2.5 Modélisation de la sinistralité nette de réassurance et du risque de tarification

2.5.1 Modélisation de la sinistralité :

La sinistralité future est définie comme la charge ultime des sinistres survenus sur l'exercice N+1, y compris sinistres tardifs. Elle est modélisée en brut et en net de réassurance. On distingue deux « populations » de sinistres :

- Les **sinistres attritionnels** (« Small Claims ») : ce sont les sinistres individuels non susceptibles d'impacter la réassurance non proportionnelle. La charge de ces sinistres est notée $S^{(1)}$.
- Les **sinistres exceptionnels** (« Large Claims ») : ce sont les sinistres individuels susceptibles d'impacter la réassurance non proportionnelle. La charge de ces sinistres est notée $S^{(2)}$.



a) Modélisation agrégée des Sinistres Attritionnels : approximation de Wilson-Hilferty

Pour modéliser la charge totale des sinistres attritionnels, nous avons utilisé la méthode d'approximation de Wilson-Hilferty qui simule la charge cumulée des sinistres : l'intérêt d'une telle méthode est de permettre de générer directement une réalisation de la charge cumulée sans passer par la simulation des sinistres individuels.

Cette méthode est particulièrement adaptée dans le cas où la connaissance des montants individuels des sinistres n'est pas requise (ex : pas d'application de traités de réassurance non proportionnelle). Dans le cadre d'un modèle DFA, son application se traduit par un gain significatif en termes de temps de calcul.

Pour plus de détails, on se reportera à Daykin et al. (1993)⁷¹.

Notations et hypothèses :

On se place dans le cadre du modèle collectif de la théorie du risque. On note :

$$S = \sum_{i=1}^N X_i \quad \text{la charge cumulée des sinistres attritionnels,}$$

Avec X_1, X_2, \dots une suite de variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées, N indépendant de X_1, X_2, \dots , où X_i est le coût du i -ème sinistre et N le nombre de sinistres.

Nous avons besoin des trois premiers moments des variables aléatoires précédentes.

On pose :

⁷¹ A partir de la page 130 du livre de Daykin C.D., Pentikäinen T., Pesonen M., "Practical Risk Theory for Actuaries", Chapman & Hall, London, 1993.

Pour les coûts individuels des sinistres :

$\mu_X := E(X)$ L'espérance mathématique de X ,

$\sigma_X^2 := Var(X)$ La variance de X ,

$\gamma_X := \frac{E(X - \mu_X)^3}{\sigma_X^3}$ Le coefficient d'asymétrie (skewness) de X .

Pour le nombre de sinistres :

$\mu_N := E(N)$ L'espérance mathématique de N ,

$\sigma_N^2 := Var(N)$ La variance de N ,

$\gamma_N := \frac{E(N - \mu_N)^3}{\sigma_N^3}$ Le coefficient d'asymétrie (skewness) de N .

Les moments correspondants pour la charge cumulée S sont donnés par les relations suivantes :

$\mu_S := E(S) = \mu_N \cdot \mu_X$

$\sigma_S^2 := Var(S) = \mu_N \cdot \sigma_X^2 + \sigma_N^2 \cdot \mu_X^2$

$\gamma_S := \frac{E(S - \mu_S)^3}{\sigma_S^3} = \frac{\mu_N \cdot \sigma_X^3 \cdot \gamma_X + 3 \sigma_N^2 \cdot \mu_X \cdot \sigma_X^2 + \sigma_N^3 \cdot \gamma_N \cdot \mu_X^3}{\sigma_S^3}$

Ces moments sont donc entièrement déterminés à partir des trois premiers moments de X et de N .

Description de l'algorithme :

L'approximation de **Wilson-Hilferty** (WH) est une méthode dite de « symétrisation ». Une telle méthode consiste à approcher la variable aléatoire d'intérêt S par la transformée d'une variable aléatoire normale centrée et réduite R . Ici, la transformation appliquée est la transformation de Wilson-Hilferty :

$$R = v(S),$$

avec $R = \frac{Y - \mu_Y}{\sigma_Y}$ et $Y = (S/\mu_S)^h$, $h = 1/3$.

En particulier, les trois premiers moments de la variable obtenue au moyen de l'approximation WH sont identiques à celle de la variable d'intérêt. A l'origine, Wilson et Hilferty (1931)⁷² avaient proposé une formule d'approximation de la fonction de répartition d'une loi gamma.

Pour simuler la charge cumulée des sinistres S , on applique l'algorithme suivant :

1. Simuler une variable aléatoire $R = N(0,1)$ (loi normale centrée réduite)
2. Calculer $\tilde{S} = b_1(R - b_2)^3 - b_3$ avec $b_1 = \frac{\gamma_S^2}{108}$, $b_2 = \frac{\gamma_S}{6} - \frac{6}{\gamma_S}$, $b_3 = \frac{2}{\gamma_S}$
3. Calculer $S = \mu_S + \sigma_S \cdot \tilde{S}$

⁷² Wilson E., Hilferty M., "The distribution of Chi-Square". Proceedings of the National Academy of Sciences, 1931

Validité de la méthode :

L'approximation WH est considérée comme satisfaisante pour

$$0 \leq \gamma_s \leq 1.2 \text{ (idéalement } \gamma_s < 0.5 \text{)}.$$

Cela signifie que l'approximation est raisonnable lorsque la distribution de S n'est pas trop fortement asymétrique. Dans le cadre d'une modélisation DFA, cette condition sera généralement satisfaite si la sinistralité exceptionnelle (« Large claims ») est correctement modélisée séparément de la sinistralité attritionnelle (« Small claims »).

b) Modélisation des Sinistres Exceptionnels

Pour les sinistres exceptionnels, les coûts (notés X_i) sont modélisés avec une loi de *Pareto Généralisée* définie par la fonction de répartition

$$G_{\gamma, \sigma, u}(x) = \begin{cases} 1 - \left(1 + \frac{\gamma}{\sigma}(x-u)\right)^{-1/\gamma} & \text{si } \gamma \neq 0 \text{ et } 1 + \frac{\gamma}{\sigma}(x-u) > 0 \\ 1 - \exp\left(-\frac{x-u}{\sigma}\right) & \text{si } \gamma = 0 \text{ et } x > u \end{cases}$$

Et les nombres de sinistres $N^{(2)}$ sont modélisés par une loi de *Poisson* définie par

$$P(N^{(2)} = k) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!}, \quad k \geq 0.$$

La charge des sinistres exceptionnels brute de réassurance est alors $S^{(2)} = \sum_{j=1}^{N^{(2)}} X_j$.

La charge totale de sinistres brute de réassurance est ensuite donnée par $S = S^{(1)} + S^{(2)}$. On définit de la même façon la charge de sinistres nette de réassurance $S_{net} = S^{(1)} + S_{net}^{(2)}$ en appliquant les traités aux sinistres exceptionnels pour obtenir $S_{net}^{(2)} = S^{(2)} - S_{cédée}^{(2)}$

2.5.2 Modélisation de la réassurance non proportionnelle :

En réassurance non proportionnelle, la cédante et le réassureur conviennent d'un seuil fixe, appelé *priorité*, au-delà duquel le réassureur prendra en charge la sinistralité jusqu'à un plafond limitant le niveau d'intervention du réassureur (le montant maximum pris en charge par le réassureur s'appelle la *portée*). La prime de réassurance est fixée par le réassureur et il n'existe plus aucune proportionnalité entre la prime d'assurance et la prime de réassurance d'une part et les sinistres originaux et l'engagement du réassureur dans le montant des sinistres d'autre part. Ceci explique la terminologie utilisée : *réassurance non proportionnelle*. Voici les deux principaux types de traités non proportionnels :

Excédent de sinistre : ce type de traité couvre la part de chaque sinistre compris entre la priorité d et $d+l$ où l est la portée du traité. On notera ce type de traité : $l \text{ XS } d$. Pour un sinistre de montant X , la part prise en charge par le réassureur est :

$$X_{cédée} = \min(\max(0, X - d), l).$$

Excédent de perte annuelle (ou stop loss) : ce traité fonctionne comme un traité en excédent de sinistres à la différence qu'il s'applique à la charge totale de sinistres de la cédante, exprimée en %

de son encaissement de primes. La priorité d et la portée l d'un traité stop-loss s'expriment également en pourcentage des primes de la cédante. On notera ce type de traité l % SL d %. Pour une charge totale de sinistres S et un encaissement de primes de la cédante P , la part prise en charge par le réassureur est :

$$S_{cédée} = P \times \min \left(\max \left(0, \frac{S}{P} - d \right), l \right).$$

Il existe par ailleurs des clauses pouvant modifier les traités non proportionnels.

Annual Aggregate Deductible (AAD) : dans le but de limiter la sinistralité à charge du réassureur et donc de faire baisser la prime de réassurance, la cédante peut conserver en rétention un montant de franchise annuelle. Pour un traité l XS d avec AAD, si on désigne par X_1, \dots, X_N les coûts des sinistres de la cédante, la charge totale cédée au réassureur est

$$S_{cédée} = \max \left(0, \sum_{i=1}^N X_{cédée,i} - AAD \right) \quad \text{avec} \quad X_{cédée,i} = \min \left(\max(0, X_i - d), l \right).$$

Annual Aggregate Limit (AAL) : cette clause de limite annuelle permet de limiter l'intervention du réassureur à un montant défini par avance. Pour un traité l XS d avec AAL, si on désigne par X_1, \dots, X_N les coûts des sinistres de la cédante, la charge totale cédée au réassureur est

$$S_{cédée} = \min \left(\sum_{i=1}^N X_{cédée,i}, AAL \right) \quad \text{avec} \quad X_{cédée,i} = \min \left(\max(0, X_i - d), l \right).$$

Clause de reconstitution : elle peut être définie comme le rétablissement, après un sinistre pris en charge par le traité, du montant de l'engagement de l'assureur à sa valeur au jour de la prise en cours du contrat. La reconstitution de la couverture s'applique immédiatement après qu'une partie de l'engagement ait été absorbé et entraîne généralement le paiement d'une prime additionnelle, appelée prime de reconstitution. Cette prime est souvent fonction de la prime initiale et est à payer au prorata de la portion de capacité utilisée dans la tranche.

2.5.3 Le risque de tarification à un an

Le risque de tarification (ou de prime) mesure le risque que les primes acquises au cours de l'année à venir soient insuffisantes pour couvrir les coûts de sinistres et de frais.

Suivant les spécifications techniques QIS4, « le risque de tarification concerne les futurs sinistres survenant pendant et après la période jusqu'à l'horizon de l'évaluation de solvabilité. Le risque est que les dépenses et le volume de pertes (encourues et non encourues) au titre de ces sinistres (comprenant les montants payés sur la période et les provisions passées à la clôture) soient supérieurs aux primes perçues (ou, si les bénéfices ou pertes de l'activité sont prises en compte ailleurs, que la rentabilité soit inférieure aux prévisions). »

Comme pour le risque de provisionnement, le risque de tarification doit être évalué à un horizon d'un an pour satisfaire l'approche Solvabilité II.

Le risque de tarification pour chaque branche d'activité est défini à partir de la distribution des résultats techniques économiques sur la prochaine année :

$$\text{Résultats Techniques Bruts N+1 :} \quad RT_{Brut} = P_{Brut} - S_{Brut} - F_{Brut}$$

$$\text{Résultats Techniques de Réassurance N+1 :} \quad RT_{Réass} = -(P_{Réass} - S_{Réass} - F_{Réass})$$

$$\text{Résultats Techniques Nets N+1 :} \quad RT_{Net} = RT_{Brut} + RT_{Réass}$$

avec

P_{Brut} : Primes acquises attendues sur la prochaine année N+1

S_{Brut} : Sinistralité brute sur la prochaine année N+1 (= charge ultime des sinistres survenus sur l'exercice futur N+1, y/c tardifs, brute de réassurance)

F_{Brut} : Frais généraux & commissions N+1

$P_{Réass}$: Primes de réassurance attendue sur la prochaine année N+1

$S_{Réass}$: Sinistralité cédée sur la prochaine année N+1

$F_{Réass}$: Commissions & PB de réassurance sur la prochaine année N+1

Le capital requis au titre du risque de tarification pour chaque branche d'activité est la *Value-at-Risk* à 0,5% de la distribution des résultats techniques de la prochaine année, selon l'information connue en t=0 :

$$CR_{Tarification} = -VaR_{0,5} [RT_{Net} | D_0]$$

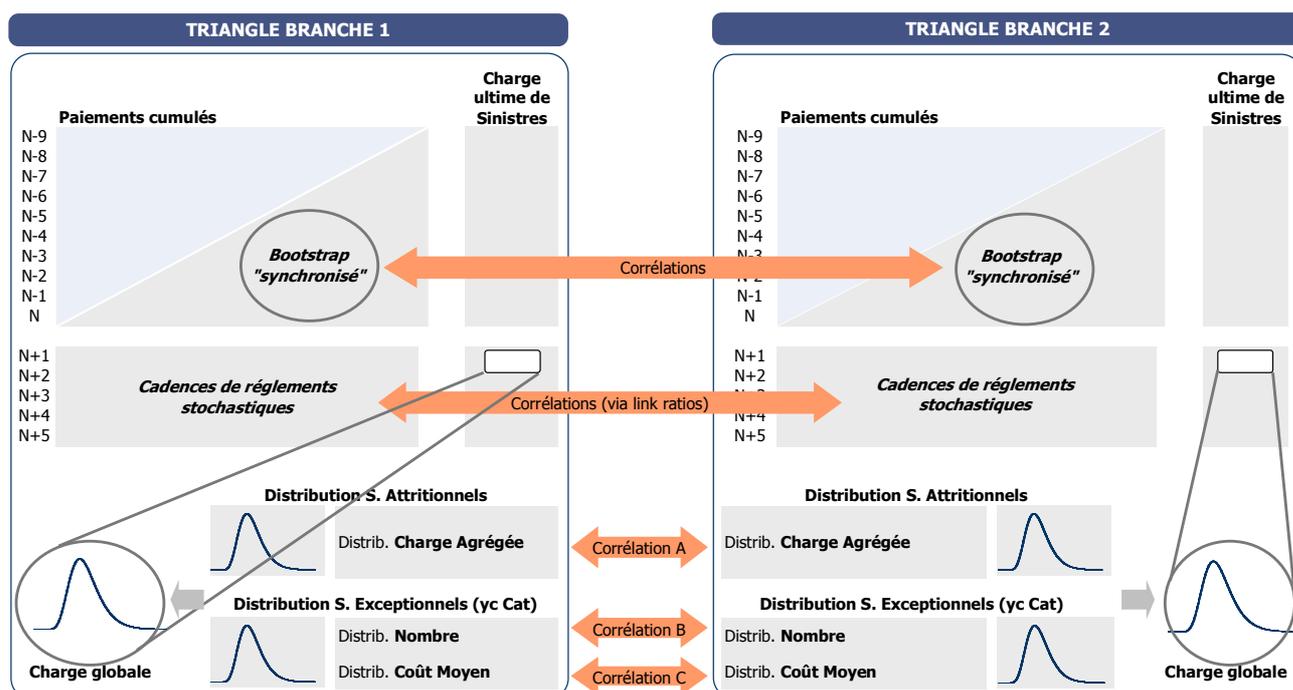
Ce niveau de besoin en capital est défini dans le cadre de la solvabilité réglementaire. Mais si l'on se place du point de vue d'un actionnaire considérant que le capital est mis en face du risque que la compagnie ne réalise pas les résultats attendus, nous aurions le capital requis suivant :

$$CR_{Tarification}^{Actionnaire} = E [RT_{Net} | D_0] - VaR_{0,5} [RT_{Net} | D_0]$$

2.6 Modélisation des dépendances

2.6.1 Dépendances entre éléments de passifs

L'illustration ci-dessous présente les différentes dépendances entre deux branches :



- **Dépendances entre les provisions des années de survenance antérieures :**
Nous avons vu précédemment que nous pouvions introduire une dépendance entre deux triangles en utilisant une méthode de bootstrap « synchronisé », où les emplacements des résidus rééchantillonnés sont identiques entre les triangles de chaque branche et à chaque simulation.
- **Dépendances entre les charges ultimes des sinistres des exercices de survenance futurs :**
 - Dépendance entre la sinistralité attritionnelle :
Une matrice de corrélation (notée A dans l'illustration) est utilisée pour les aléas des charges agrégées de sinistres attritionnels.
 - Dépendance entre la sinistralité exceptionnelle :
Deux matrices de corrélation (notées B et C dans l'illustration) sont utilisées respectivement pour les aléas des nombres de sinistres attritionnels et des coûts moyens.
N.B : l'utilisation d'une matrice de corrélation spécifique pour la sinistralité exceptionnelle, avec des valeurs plus élevées des coefficients de corrélation par rapport à celles utilisées pour la sinistralité attritionnelle, permet d'approcher de façon simplifiée la **dépendance de queue** de distribution.
 - Dépendances entre les cadences de règlement :
Une matrice de corrélation entre les aléas des coefficients de développement (*link ratios*) est utilisée.

Les matrices de corrélation sont disponibles en Annexe 4.10 (« Matrices de corrélation entre branches »).

Les améliorations possibles pour un meilleur traitement des dépendances entre branches :

- Utiliser les fonctions copules, qui permettent une modélisation plus adaptée de la structure de dépendances. Toutefois, le calibrage de ces fonctions reste délicat, d'une part souvent en raison du manque de données historiques sur les sinistres extrêmes et d'autre part de la difficulté à estimer les paramètres des fonctions copules pour un nombre de branches relativement élevé.
- Prévoir aussi une dépendance entre les sinistres attritionnels et exceptionnels au sein d'une même branche.

2.6.2 Dépendances entre éléments d'actifs

Les classes d'actifs sont corrélées entre elles à partir des corrélations entre variables économiques et financières (taux d'intérêt, inflation, actions, immobilier,...) générées par le modèle de scénarios économiques.

La matrice de corrélation utilisée est décrite dans le paragraphe « 2.2.6 Corrélations entre les variables économiques ».

2.6.3 Dépendances entre éléments d'actifs et de passifs

En vision économique, la valorisation de certains éléments d'actifs et de passifs dépend de l'actualisation à la courbe des taux d'intérêt à la date de valorisation.

Ainsi les courbes de taux générées impactent à la fois les actifs et les passifs à chaque simulation de la courbe et pour toute l'horizon de projection.

3

APPLICATION AUX STRATEGIES D'INVESTISSEMENTS ET DE REASSURANCE D'UNE COMPAGNIE D'ASSURANCES NON-VIE

En première partie, nous avons présenté la notion d'appétit pour le risque et sa déclinaison par catégorie de risques. Nous avons alors montré comment ce cadre de risque, à partir de la définition d'une fonction « objectif » de l'Entreprise, pouvait être utilisé à des fins de gestion stratégique d'une compagnie d'assurance.

En deuxième partie, nous avons décrit l'architecture de notre modèle DFA qui permet d'évaluer le profil rendement/risque d'une compagnie d'assurances sur un horizon donné à partir d'indicateurs comptables, financiers et économiques.

La troisième partie est consacrée à l'utilisation du modèle DFA dans le cadre de stratégies d'investissements et de réassurance d'une compagnie d'assurances non-vie. Elle permettra de montrer une application de la notion d'appétit pour le risque dans le pilotage du profil rendement/risque d'une compagnie d'assurances.

3.1 Cas pratique : la compagnie ABC Assurances

Le cas pratique étudie une compagnie d'assurances fictive nommée ABC Assurances. Cette compagnie d'assurance a un profil comparable au profil global de l'ensemble des compagnies d'assurances du marché français.

Au 31.12.08, la compagnie ABC Assurances a une allocation d'actifs similaire au marché français, avec une part en Actions & Participations de 30% en valeur comptable (27.5% en valeur de marché).

La part en Actions de la compagnie ABC Assurances est donc relativement élevée⁷³ et à des fins d'illustration, nous supposons par ailleurs qu'elle est assez peu couverte en réassurance.

La **première partie** du cas pratique sera consacrée à la présentation de la **situation initiale de la compagnie ABC Assurances**, c'est-à-dire le profil de ses activités, son bilan et comptes de résultats, ainsi que sa marge de solvabilité.

Nous présenterons la structure des actifs et des passifs, ainsi que les hypothèses utilisées pour les placements, les sinistralités par branche d'activités et la structure de réassurance. Enfin nous présenterons de façon synthétique les principaux indicateurs de pilotage de la compagnie d'assurances dans une vision prospective sur 5 ans.

La **deuxième partie** du cas pratique propose une **formulation de l'appétit pour le risque** de la compagnie ABC Assurances. Elle consiste à définir le cadre de risque sur les dimensions « Valeur », « Résultats » et « Capital Requis ».

⁷³ Même si la part en actions peut paraître élevée, cela ne signifie pas a priori qu'elle ne soit pas pertinente. Une forte détention en actifs risqués peut être bien adaptée compte tenu de l'ensemble du profil d'activité de chaque compagnie d'assurances, de ses richesses latentes accumulées, de son niveau de capital et de son aversion au risque sur les actifs risqués.

Nous constaterons que le profil de risque actuel de la compagnie ABC Assurances ne respecte pas le cadre d'appétit pour le risque. Par conséquent, des mesures seront nécessaires pour respecter les tolérances aux risques définies par les représentants de l'actionnaire.

Dans la **troisième partie** du cas pratique, nous montrons comment la compagnie ABC Assurances peut utiliser le **levier de la politique d'investissement** pour essayer de rentrer dans le cadre d'appétit pour le risque. Elle teste alors différentes stratégies d'allocations d'actifs et vérifie si les résultats des stratégies testées permettent de respecter l'ensemble des contraintes de tolérance aux risques. Il s'avérera que dans notre cas pratique, les stratégies d'allocation d'actifs ne constituent pas un levier d'actions suffisant.

La **quatrième partie** du cas pratique explore un autre levier d'actions, **la réassurance**. La compagnie d'assurances étant relativement peu couverte, elle décide de modifier ses niveaux de protection et de tester différents niveaux de priorités et de portées de ses traités en excédent de sinistres.

Dans **cinquième partie** du cas pratique, la compagnie ABC Assurances teste la mise en place de stratégies combinées d'allocations d'actifs et de réassurance. Nous montrerons que cette combinaison des deux leviers d'actions est la plus efficace pour satisfaire le cadre de risque défini par la compagnie.

3.1.1 Situation initiale de la compagnie ABC Assurances (au 31.12.08)

ABC Assurances est une compagnie d'assurance française **fictive**, dont le profil est assez proche du profil des compagnies d'assurances non-vie françaises⁷⁴.

ABC Assurances est une compagnie généraliste, elle exerce ses activités à destination des particuliers et des entreprises dans les branches suivantes :

- Auto-Dommage ;
- Auto-Responsabilité Civile ;
- Dommages aux Biens des Particuliers ;
- Dommages aux Biens des Professionnels et des Entreprises ;
- Responsabilité Civile Générale.

Comme nous le détaillerons par la suite, la compagnie ABC Assurances a fait le choix jusqu'ici d'avoir un profil de risque plutôt *risquophile*, avec :

- une **structure de placements** qui attribue une part relativement importante en actifs risqués, mais similaire au marché non-vie français dans son ensemble (avec une part en valeur de marché estimée à 27.5% pour les Actions & Participations et à 8% pour l'Immobilier) ;
- une **structure de réassurance** peu couverte, en particulier sur les sinistres de forte gravité.⁷⁵

On suppose que la date de situation des comptes est au **31.12.08** et nous renseignons dans notre modèle DFA les caractéristiques techniques, financières et comptables à cette date d'arrêté.

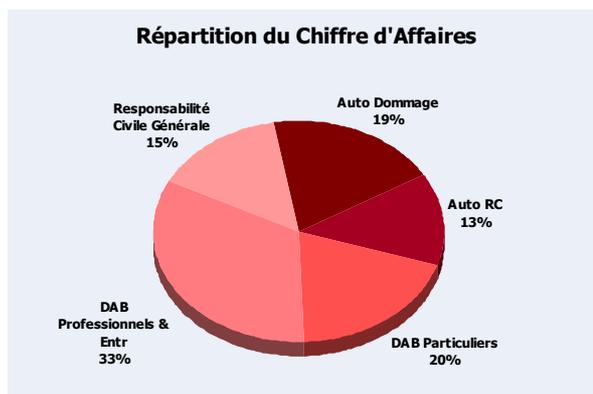
a) Structure du chiffre d'affaires :

La composition du chiffre d'affaires est représentative d'une compagnie d'assurance exerçant sur le marché français (hors branches Dommages Corporels, Transports, Construction).

⁷⁴ Sur la base des états comptables des sociétés non-vie publiés par l'ACAM au 06 déc. 2006.

⁷⁵ Pour illustrer notre raisonnement, la compagnie ABC Assurances est très peu couverte en réassurance, mais cela ne préjuge en rien du niveau de couverture du marché français.

	Primes Emises (en K€)
Auto Dommage	237 387
Auto RC	166 364
DAB Particuliers	241 022
DAB Professionnels & Entr	408 855
Responsabilité Civile Générale	180 545
Total	1 234 173



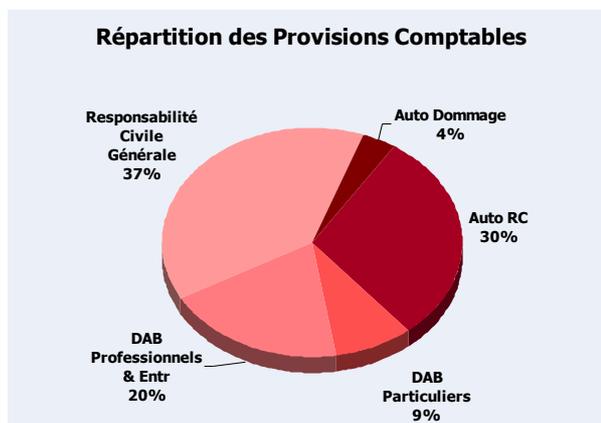
Hypothèse méthodologique :

→ On suppose une **constance des primes** de chaque branche sur toute la durée de projection (5 années).

b) Structure des provisions comptables (PSAP) au 31.12.08 :

La composition des provisions comptables est la suivante :

Auto Dommage	27 934
Auto RC	229 269
DAB Particuliers	68 359
DAB Professionnels & Entr	151 143
Responsabilité Civile Générale	298 076
Total	774 781



c) Bilan Comptable et Bilan Economique au 31.12.08 :

La structure du bilan comptable, c'est-à-dire la proportion de chacun des principaux postes du bilan comptable, est comparable à celle du marché français dans son ensemble. En revanche le niveau de capitalisation est considéré comme inférieur à la moyenne du marché.

Les bilans en valeur comptable et économique **plus détaillés** sont disponibles en **Annexe 4.2**.

Avec des actifs évalués au coût historique (ie. à leur valeur d'achat) et des provisions techniques évaluées en French Gaap, le bilan en valeur comptable est le suivant :

BILAN SIMPLIFIÉ EN VALEUR COMPTABLE
ABC Assurances

ACTIF (en milliers d'EUR)	2008
Placements :	925 347
Part des cessionnaires et rétro. dans les PT :	154 775
Créances :	237 379
Autres actifs :	7 134
Comptes de régularisation actif :	36 914
Total	1 361 549

PASSIF (en milliers de EUR)	2008
Capitaux propres	283 351
Provisions techniques brutes :	898 198
Autres dettes :	180 000
Total	1 361 549

Le principe du bilan économique, comme nous l'avons décrit précédemment, consiste à évaluer les actifs en valeur de marché et les passifs en *fair value*. Dans notre exemple la fair value est évaluée par le Best Estimate des provisions techniques et en supposant l'absence de marge pour risque (*Risk Margin*).

La différence entre les actifs et les passifs représente le surplus économique (ou l'actif net). On considère alors que ce surplus économique représente le capital disponible à la date initiale.

BILAN SIMPLIFIÉ EN VALEUR ÉCONOMIQUE ABC Assurances

ACTIF <small>(en milliers d'EUR)</small>	2008	PASSIF <small>(en milliers de EUR)</small>	2008
Placements :	960 742	Surplus Économique	425 361
Part des cessionnaires et rétro. dans les PT :	138 969	Provisions techniques brutes :	717 464
Créances :	237 379	Autres dettes :	238 313
Autres actifs :	7 134		
Comptes de régularisation actif :	36 914		
	1 381 138		1 381 138

Le **taux de plus-values latentes** à fin 2008 pour la compagnie ABC Assurances est de **4%** de la valeur nette comptable.⁷⁶

d) Compte de résultat au 31.12.08 :

Le compte de résultat de la compagnie ABC Assurances fait apparaître un résultat net après impôts positif de l'ordre de 40M€. Les résultats techniques bruts et nets de réassurance sont positifs en 2008, ainsi que les résultats financiers provenant des revenus des placements et des plus-values réalisées.

Le compte de résultat est détaillé en **Annexe 4.2**.

RESULTATS TECHNIQUES ET FINANCIERS ABC Assurances

RESULTATS TECHNIQUES <small>(en milliers d'EUR)</small>	2008
Opérations brutes	
Primes acquises	1 234 173
Primes	1 234 173
Variations des PNA et REC	0
Charges de sinistres	-917 235
Prestations et frais payés	-907 235
Charges des provisions pour sinistres	-10 000
Frais d'acquisition et d'administration	-281 373
Opérations brutes	35 565
Cessions et rétrocessions	
Primes acquises	37 452
Primes	37 452
Variations des PNA et REC	0
Charges de sinistres	-18 000
Prestations et frais payés	-22 000
Charges des provisions pour sinistres	4 000
Cessions et rétrocessions	19 452
Résultats Techniques (avec réassurance)	16 113

⁷⁶ Faut de données disponibles au commencement de cette étude, l'estimation des plus values latentes à fin 2008 a été réalisée à partir des placements du bilan des assureurs non-vie à fin 2007 (source rapport annuel FFSA), corrigés des évolutions des indices actions, obligations et immobilier sur l'année 2008. Après coup, il s'avère que le taux de plus-values latentes à fin 2008 est un peu supérieur à 10% (source rapport annuel FFSA 2008, p.75).

RESULTATS NON TECHNIQUES	
(en milliers d'EUR)	2008
Résultats techniques de l'assurance Non-Vie	16 113
3. Produits des placements	45 719
Revenus des placements	35 719
Profits provenant de la réalisation des placements	10 000
Charges des placements	-1 300
Frais financiers	-1 300
Pertes provenant de la réalisation des placements	0
Impôt sur les bénéfices	-17 181
RESULTAT DE L'EXERCICE	43 351

e) **Marge de Solvabilité (en Solvabilité I)**

La marge de solvabilité, dans le cadre du régime Solvabilité I en cours, ressort à 164% avec prise en compte des plus-values latentes.

Le niveau de solvabilité de la compagnie ABC Assurances est inférieure à la moyenne du marché (la moyenne de marché est à 320% à fin 2008). Notre compagnie fictive se situerait à un niveau proche du 25% percentile (estimé à 162%).⁷⁷

Etat C6 - MARGE DE SOLVABILITE ABC Assurances

MINIMUM REGLEMENTAIRE	
(en milliers d'EUR)	2008
A. CALCUL PAR RAPPORT AUX PRIMES	
Résultat 1	194 122
B. CALCUL PAR RAPPORT AUX SINISTRES	
Résultat 2	184 398
MARGE A CONSTITUER	194 122
ELEMENTS CONSTITUTIFS DE LA MARGE	
(en milliers d'EUR)	2008
Capital social	50 000
Réserves	70 000
Report à nouveau	163 351
MARGE "EN DUR"	283 351
PLUS-VALUES LATENTES	35 394
MARGE AVEC PLUS-VALUES LATENTES	318 745
COUVERTURE DE LA MARGE	
(en pourcentage)	2008
MARGE "EN DUR"	146%
MARGE AVEC PLUS-VALUES LATENTES	164%

L'état C6 de Marge de Solvabilité est davantage détaillé en **Annexe 4.2**.

3.1.2 Les principales hypothèses sur les actifs

- **Structure des actifs :**

La compagnie ABC Assurances a une allocation d'actifs initiale comparable à celle du marché non-vie français⁷⁸.

⁷⁷ Source ACAM, Rapport d'activité 2008 – Les chiffres du marché français de l'assurance

⁷⁸ Source Rapport Annuel FFSA. A noter que la structure d'actif à fin 2008 a été estimée à partir de celle à fin 2007 à laquelle nous avons appliqué l'évolution en 2008 des marchés actions, immobilier et obligataire (-43% sur le CAC40, -7% sur l'immobilier et stable sur l'obligataire).

Structure des placements	Valeur de Marché	en %	Valeur Comptable	en %
Obligations Taux Fixe (Etat)	600 041	62,5%	569 088	61,5%
Actions	263 724	27,5%	277 604	30,0%
Immobilier	78 192	8,1%	60 148	6,5%
Monétaire	18 785	2,0%	18 507	2,0%
	960 741	100%	925 347	100%

- **Richesse latente sur les actifs :**

Les plus-values latentes globales se sont nettement réduites au cours de l'année 2008 à un niveau de +4% de la valeur comptable. On suppose ainsi que le portefeuille Actions devient en moins-value latente de -5% et que l'immobilier reste largement en plus-value latente de +30%. Enfin, les plus-values obligataires sont à un niveau relativement faible à +5%.

	Plus-Values Latentes	PVL %
Obligations Taux Fixe (Etat)	30 952	5%
Actions	-13 880	-5%
Immobilier	18 044	30%
Monétaire	278	1%
	35 394	4%

- **Portefeuille obligataire :**

On suppose que le portefeuille obligataire est composé uniquement d'emprunts d'Etat à taux fixe.

La **duration** du portefeuille obligataire initial est de **4.0 ans** et sa structure par maturité obligataire est la suivante :

1 an	2 ans	3 ans	4 ans	5 ans	6 ans	7 ans	8 ans	9 ans	10 ans	11 ans
12%	20%	4%	23%	17%	2%	7%	0%	12%	0%	2%

Les **réinvestissements obligataires** se font selon les horizons suivants :

Horizon des réinvestissements obligataires	à 5 ans	à 6 ans	à 7 ans	à 8 ans
Obligations Taux Fixe (Etat)	20%	25%	35%	20%

- **Portefeuille Actions :**

On suppose que le portefeuille en Actions est composé d'une seule ligne, représentative d'un portefeuille diversifiée (de type tracker ou opcvn indiciel).

Politique de réalisation des plus-values latentes : la compagnie ABC Assurances souhaite réaliser chaque année 20% de ses plus-values latentes Actions afin de réaliser les objectifs du Plan Stratégique. Nous imposons donc au modèle DFA un taux de réalisation annuelle des plus-values latentes Actions de 20%. En cas de moins-values latentes, le modèle ne prévoit pas de cessions volontaires de titres en actions, hormis éventuellement lors des rééquilibrages annuels des portefeuilles.

3.1.3 Les principales hypothèses sur les passifs

a) Triangles de règlements

Le détail des triangles historiques de règlements des sinistres est présenté en **Annexe 4.3**.

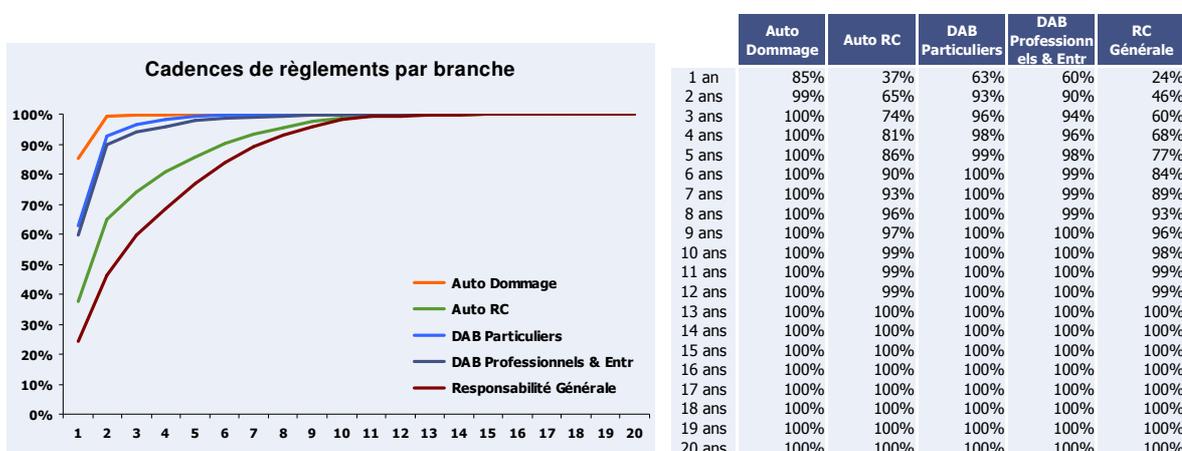
Le triangle ci-dessous montre un exemple pour la branche « Auto Dommage » :

Auto Dommage												
	N	N+1	N+2	N+3	N+4	N+5	N+6	N+7	N+8	N+9	N+10	N+11
1997	28 388	4 161	378	49	47	12	19	14	7	6	1	1
1998	37 374	4 405	461	35	5	34	14	10	6	8	0	
1999	49 583	5 174	144	103	51	19	21	18	17	9		
2000	54 885	8 521	263	33	45	30	48	29	17			
2001	70 738	7 856	267	105	5	14	20	14				
2002	74 737	15 981	348	71	48	74	44					
2003	90 987	17 761	189	109	194	48						
2004	119 108	20 482	561	85	156							
2005	119 023	19 334	1 153	267								
2006	136 982	22 014	762									
2007	144 480	18 855										
2008	141 572											

b) Cadences de règlements

La société d'assurance ABC Assurances exerce des activités avec un profil de règlements court (Auto Dommage, Dommages aux Biens) et des activités avec un profil de règlements long (Auto RC et RC Générale).

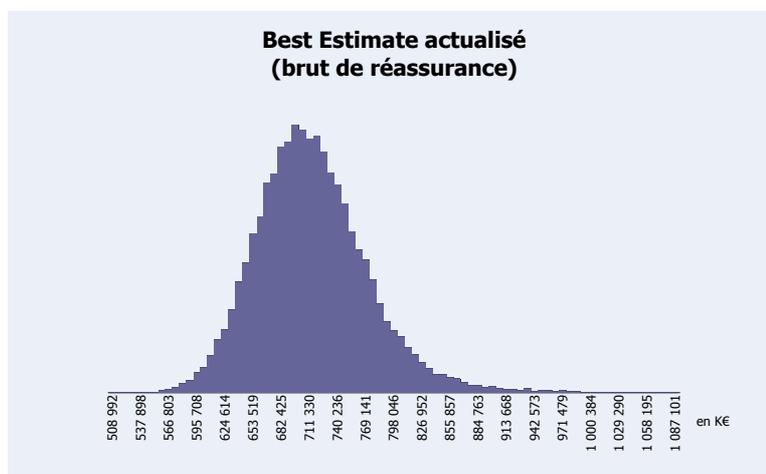
Les cadences de règlements cumulés détaillées ci-dessous sont des cadences moyennes, puisque celles-ci sont stochastiques dans notre modèle DFA.



c) Distribution du best estimate des provisions

Pour chaque branche, le modèle DFA génère une distribution des best estimates actualisés (bruts et nets de réassurance). L'actualisation se fait à partir de la courbe des taux sans risque générée simulation par simulation et utilisée de façon concomitante à l'actif pour l'évaluation des obligations.

Le graphique ci-dessous illustre la distribution du best estimate à 1 an (brut de réassurance) prenant en compte l'agrégation de l'ensemble des branches d'activités.



La distribution des best estimates à 1 an pour chaque branche est détaillée en **Annexe 4.4**.

d) Structure de réassurance

Au 31.12.08, la compagnie ABC Assurances a mise en place 4 programmes de réassurance non-proportionnels :

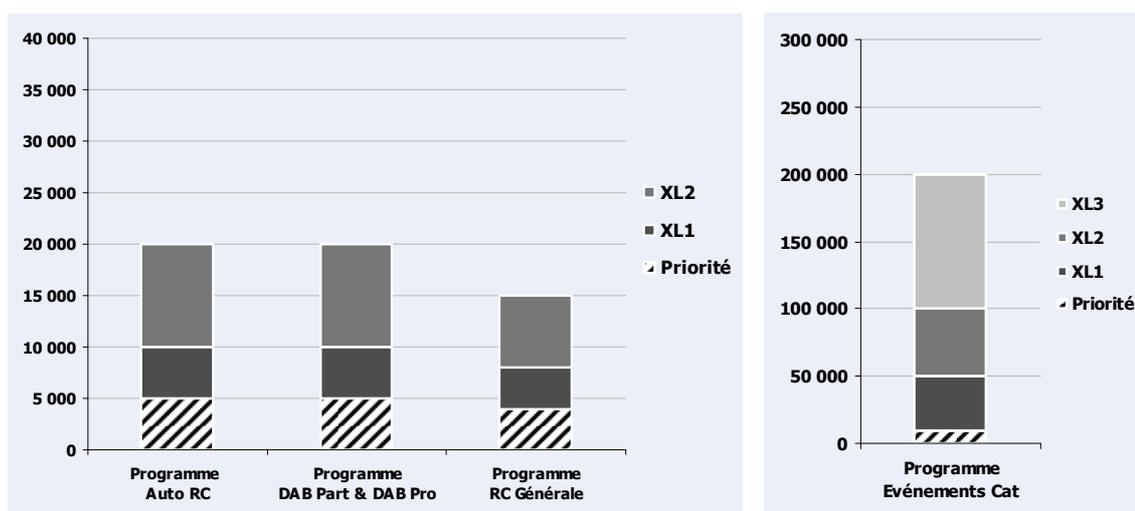
- Programme 1 : Auto RC
- Programme 2 : DAB Particuliers & DAB Pro et Entreprises⁷⁹
- Programme 3 : RC Générale
- Programme 4 : Evènements Catastrophiques

Les traités en Excédent de Sinistres sont constitués de 2 tranches (XL1 et XL2) sur les trois premiers programmes et de 3 tranches sur le programme Evènement Cat.

Les **priorités** (franchises) des traités en place **sont élevées** puisque la compagnie ABC Assurances prend en charge les sinistres inférieurs à 5M€ en Auto RC, DAB Particuliers & DAB Pro et Entreprises, 4M€ en RC Générale et 10M€ en Evènements Cat.

De plus, compte tenu de sa taille, la compagnie ABC Assurances **se protège a priori à des niveaux relativement bas**, à hauteur de 20M€ en Auto RC, DAB Particuliers & DAB Pro et Entreprises, 15M€ en RC Générale et 200M€ en Evènements Cat.

Les deux schémas ci-dessous montrent la structure des traités en excédent de sinistres (montants en K€).



Les 4 programmes de réassurance, avec les différents niveaux de tranche d'excédent de sinistres, ainsi que les taux de primes appliqués, sont détaillés en **Annexe 4.5**.

→ Hypothèses méthodologiques :

- En terme d'**évaluation des taux de prime** des différentes tranches des traités, nous supposons par simplification que l'espérance de gains des réassureurs est nulle. Ainsi nous faisons l'hypothèse que le prix payé aux réassureurs sur chaque tranche des traités correspond à l'espérance de sinistres cédés sur chacune des tranches⁸⁰.

Lorsque nous testerons d'autres structures de réassurances, les prix des différentes tranches des traités seront réévalués à partir de cette hypothèse simplificatrice.

- Dans un **cadre multipériodique**, nous supposons que les traités en vigueur seront reconduits les années suivantes. Ainsi lorsque l'on teste une structure de réassurance

⁷⁹ A noter que le programme 2 s'applique sur deux branches distinctes, la branche « DAB Particuliers » et la branche « DAB Pro et Entreprises ».

⁸⁰ Cela nécessite donc d'évaluer au préalable, par simulations dans le modèle DFA, les montants cédés en moyenne aux réassureurs sur chaque tranche des traités en excédent de sinistres. Pour obtenir le taux de prime, ce montant est ensuite rapporté à l'assiette de prime du traité.

particulière, elle demeure identique durant les 5 années de projection⁸¹. De même, par simplification, les prix de réassurance demeurent identiques alors que nous pourrions supposer par exemple un ajustement des prix de réassurance en cas d'occurrence plus fréquente d'une forte sinistralité sur une branche.

e) **Sinistralité Attritionnelle et Exceptionnelle**

- **Sinistralité Attritionnelle :**

Les paramètres de la méthode Wilson-Hilferty sont détaillés en **Annexe 4.6**.

Sur chaque branche, les paramètres concernent la moyenne, la variance et le coefficient d'asymétrie (skewness) du nombre de sinistres et du coût individuels des sinistres.

Les paramètres notés b_1 , b_2 , b_3 sont utilisés dans le cadre de l'approximation de Wilson-Hilferty pour obtenir la charge agrégée des sinistres de chaque branche⁸². Ils sont calculés directement à partir des paramètres des moments cités plus haut.

- **Sinistralité Exceptionnelle (brute et nette de réassurance):**

Les paramètres de la sinistralité exceptionnelle par branche sont détaillés en **Annexe 4.7**.

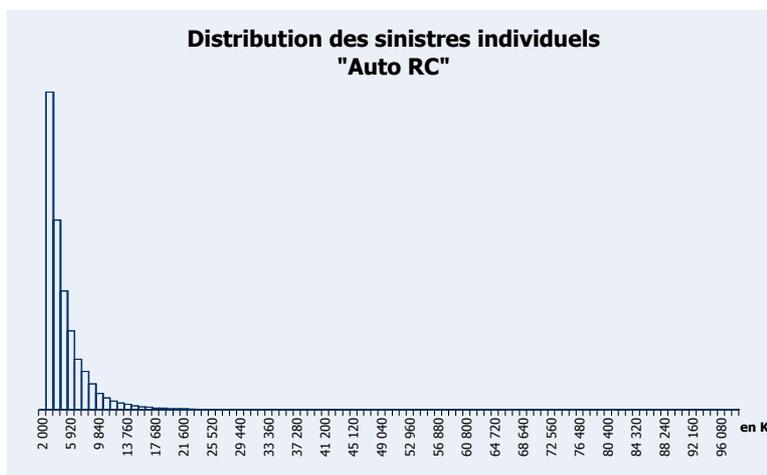
- **Loi du nombre de sinistres exceptionnels :**

La loi utilisée pour estimer la distribution du nombre de sinistres exceptionnels est la **loi de Poisson**, bien adaptée pour un nombre de sinistres peu élevé.

- **Loi du coût unitaire des sinistres exceptionnels :**

La loi utilisée pour estimer la distribution du coût unitaire des sinistres exceptionnels est la **loi de Pareto Généralisée**, souvent utilisée pour représenter des distributions à queue « lourde ».

A titre d'exemple, le graphique ci-dessous montre la distribution du coût unitaire des sinistres exceptionnels sur la branche Auto-RC.

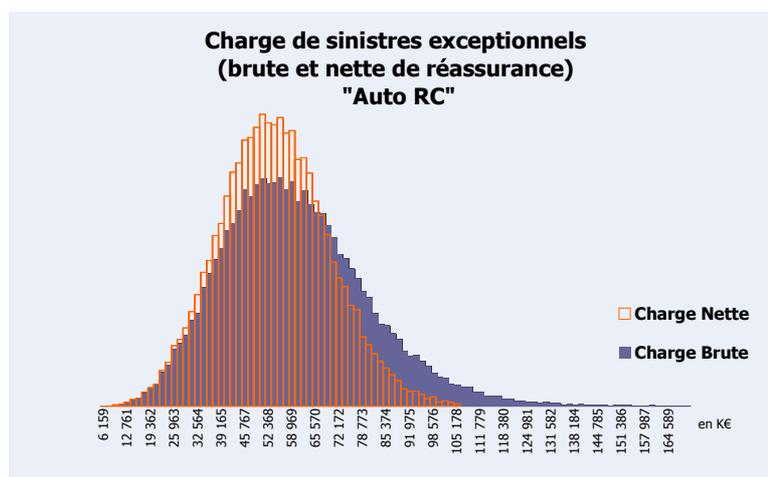


En combinant la loi du nombre de sinistres et la loi du coût individuel, nous obtenons une distribution de la charge brute des sinistres exceptionnels. Le graphique ci-dessous illustre la prise en compte de la réassurance sur les sinistres exceptionnels de la branche Auto-RC⁸³.

⁸¹ Comme nous supposons une constance des primes de la compagnie ABC Assurances sur les 5 années de projection, l'hypothèse de reconduite de la structure de réassurance existante paraît acceptable.

⁸² Pour rappel, la méthode Wilson-Hilferty est décrite au paragraphe 2.5.1.

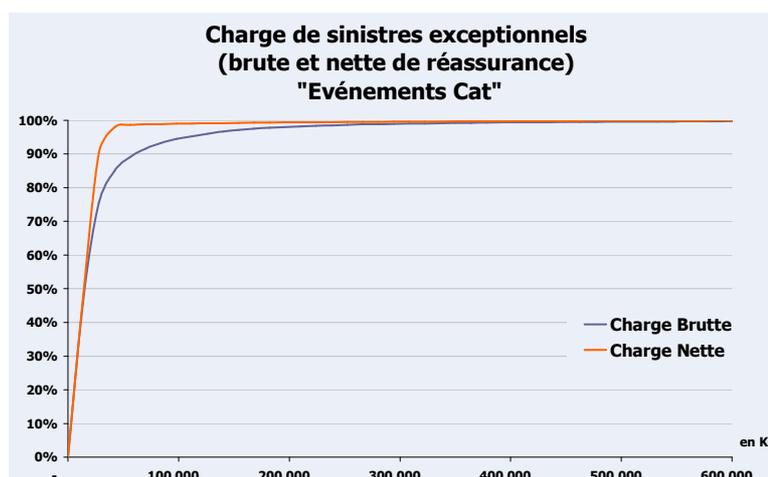
⁸³ Avec la structure courante de réassurance de la compagnie ABC Assurances.



- Loi du coût unitaire des sinistres Evénements Catastrophiques :

La loi utilisée est une loi empirique adaptée à partir de tables de scénarios catastrophes fournies par des courtiers en réassurance.

Pour une présentation graphique plus lisible, nous présentons ci-dessous la distribution cumulée de la charge de sinistres cat, en brut et net de réassurance « Evènement Cat »⁸⁴.



f) Ratios de sinistralité et de frais

Les ratios combinés nets de la compagnie ABC Assurances se situeraient plutôt dans une fourchette basse des ratios que l'on peut trouver historiquement sur le marché français non-vie.⁸⁵

En outre les ratios présentés ci-dessous n'intègrent pas le coût des Evénements Catastrophes qui est mesuré dans une branche spécifique (« Evénements Cat »). Ainsi ces ratios S/P des branches DAB Particuliers et DAB Pro & Entreprises sont hors impact des sinistres Catastrophes mesurés par ailleurs.

Si on souhaite réallouer le coût des sinistres cat sur ces branches, il suffit d'ajouter l'espérance du coût des sinistres cat attribuée à chacune d'elles.

En moyenne, les ratios de sinistralités nets et les frais sont les suivants :

⁸⁴ Avec la structure courante de réassurance de la compagnie ABC Assurances.

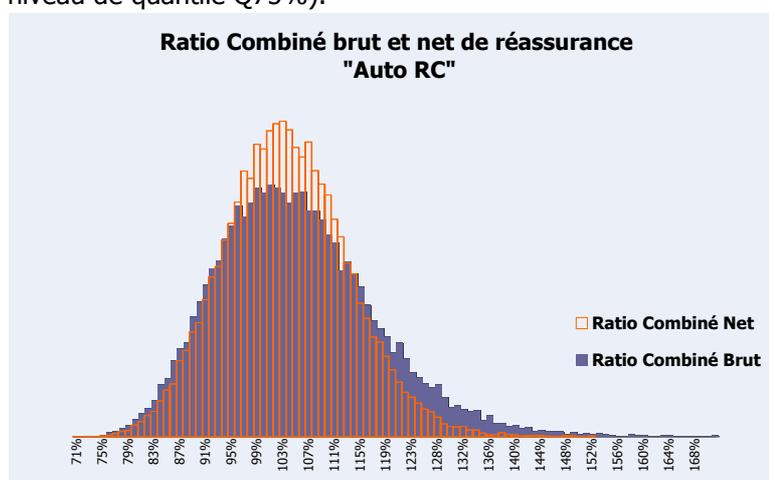
⁸⁵ Source rapports annuels ACAM et FFSA.

	S/P	Frais	COR
Auto Dommage	70,0%	28,0%	98,0%
Auto RC	74,0%	30,0%	104,0%
DAB Particuliers	58,0%	36,0%	94,0%
DAB Professionnels & Entr	63,0%	31,0%	94,0%
Responsabilité Générale	65,0%	30,0%	95,0%

A titre d'exemple, l'illustration ci-dessous montre les distributions des ratios combinés bruts et nets de réassurance pour la branche « Auto-RC ».

Lorsque l'on compare les deux distributions brutes et nettes de réassurance, on constate que **le programme actuel Auto-RC** de la compagnie ABC Assurances **n'est pas très efficace** pour limiter la volatilité de la branche Auto-RC. exceptionnelle.

En moyenne le ratio combiné net sur cette branche est à 104% et son coefficient de variation est de 9,7%. Il n'est donc pas rare de voir le ratio combiné net attendu supérieur à 110% (qui correspond à un niveau de quantile Q75%).



Les graphiques de la distribution des ratios combinés sur les autres branches sont présentés en **Annexe 4.8**, ainsi que le graphique de la charge brute et nette des sinistres Evènements Cat.

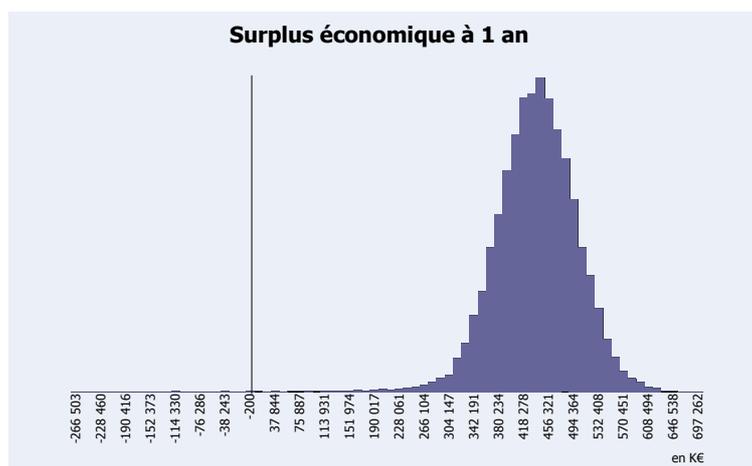
3.1.4 Principaux indicateurs de pilotage dans une vision prospective

a) Distribution du surplus économique à 1 an et son évolution

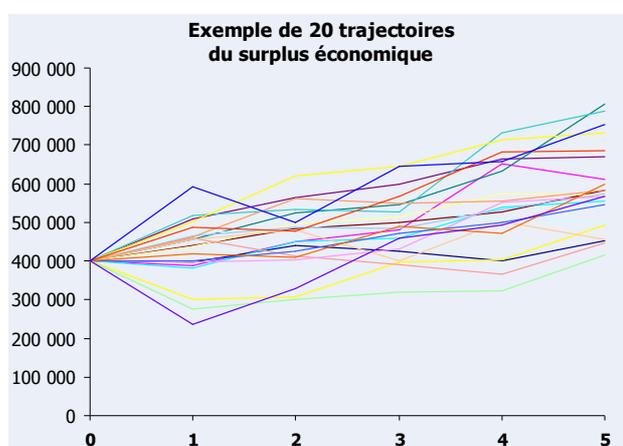
La distribution du surplus économique (actif net) à 1 an indique que la probabilité de faillite est assez faible puisque le surplus économique est négatif dans 0,2% des cas.

La queue de distribution à gauche est tout de même forte et correspond à la survenance de sinistres très élevés qui diminuent fortement le surplus économique.

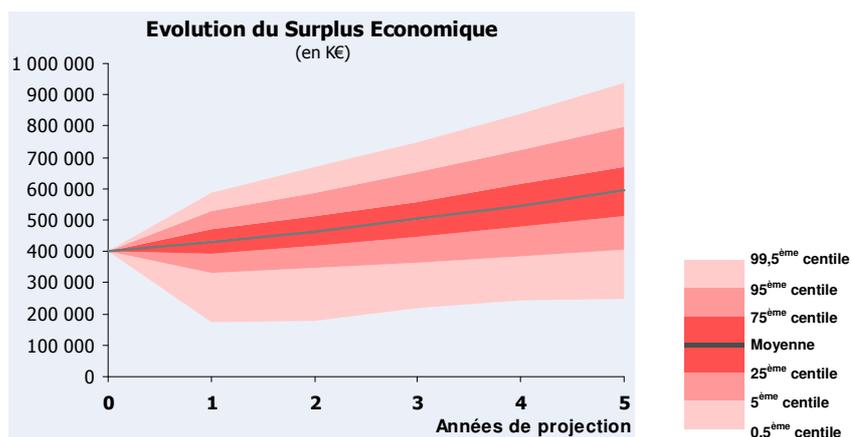
Par conséquent, la structure de réassurance mise en place par la compagnie ABC Assurances ne permet pas de protéger efficacement la valeur de son actif net face à une sinistralité exceptionnelle.



Le graphique ci-dessous donne un exemple de quelques trajectoires du surplus économique sur 5 ans.



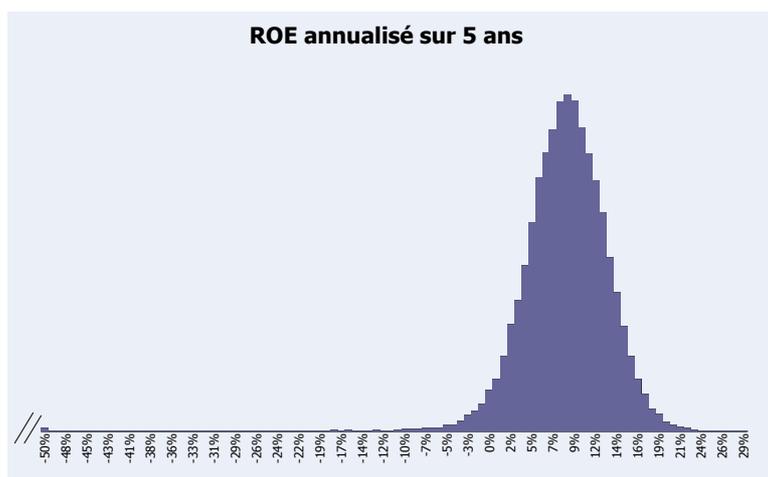
A partir du modèle DFA, nous réalisons 30 000 trajectoires du surplus économique sur 5 ans et présentons différents niveaux de quantiles :



b) Rentabilité du surplus économique sur 5 ans

En moyenne, le ROE annualisé sur 5 ans est de 7,83% et sa volatilité (écart-type) est de 6,7%. Comme pour la distribution du surplus économique, la queue de distribution à gauche est particulièrement lourde.⁸⁶

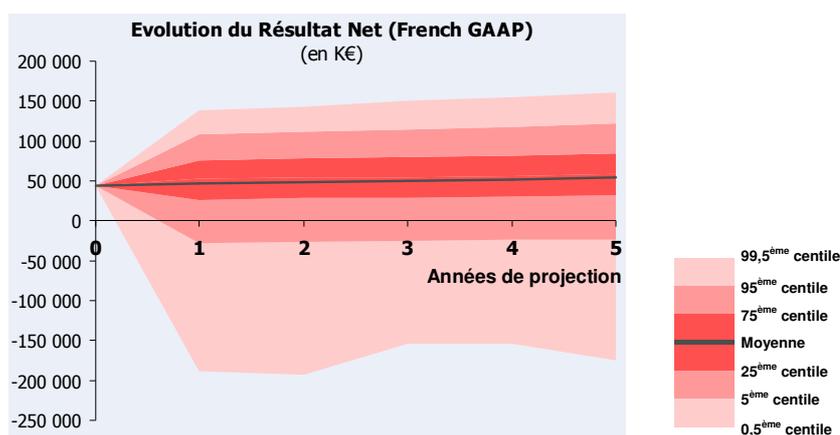
⁸⁶ Pour plus de lisibilité, le graphique a été coupé à -50% mais s'étend jusqu'à un minimum de -150%.



c) Evolution du résultat net comptable

Le résultat net comptable (en french gaap) est stable sur les cinq prochaines années.⁸⁷

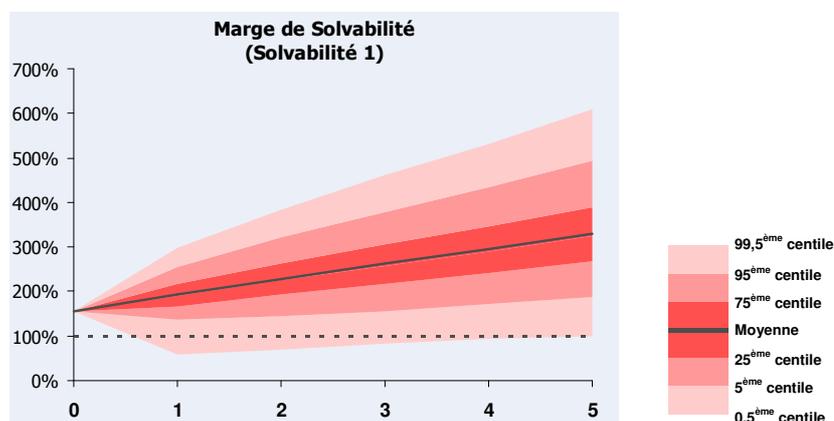
Comme pour la distribution du surplus économique, l'évolution du résultat comptable net de réassurance illustre bien l'impact potentiellement important d'une sinistralité exceptionnelle (dans le quantile 0.5%).



d) Evolution de la marge de solvabilité réglementaire

Le ratio de solvabilité en norme Solvabilité I est initialement de 164% et croît régulièrement sur les cinq prochaines années.

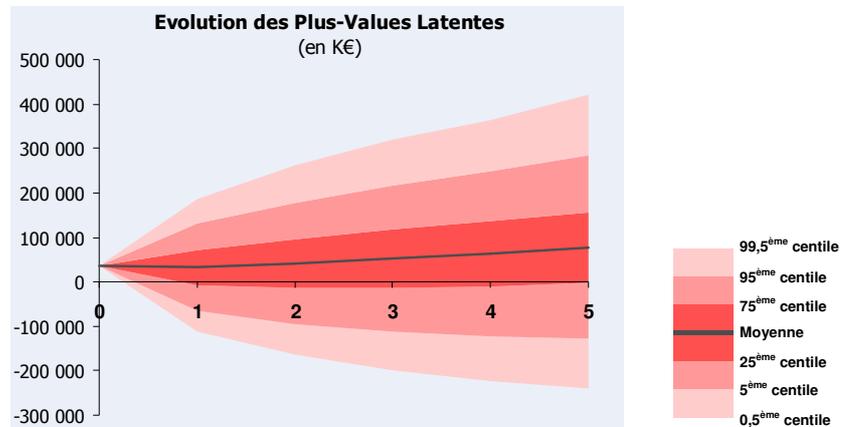
La probabilité d'atteindre un ratio de solvabilité inférieur à 100% à 1 an est de 1.0%.



⁸⁷ Pour rappel, on suppose une stabilité des volumes de primes d'assurance.

e) Evolution des plus-values latentes

Le niveau des plus-values latentes initiales étant relativement faible, la probabilité d'être en situation de moins-values latentes sur l'horizon des 5 ans est assez élevée.



3.2 Exemple de formulation de l'appétit pour le risque d'une compagnie d'assurances non-vie

Dans le cadre de son projet d'*Enterprise Risk Management (ERM)*, la compagnie ABC Assurances a mis en place une politique globale et intégrée de gestion des risques de l'Entreprise.

Elle vise à protéger les résultats et les fonds propres de l'Entreprise en définissant un niveau de tolérance aux risques cohérent avec les objectifs du Plan Stratégique.

Pour cela, elle définit les trois dimensions de son cadre d'appétit pour le risque et établit les limites de tolérance associées.

Les trois dimensions de l'appétit pour le risque et les objectifs associés sont les suivants :

Dimensions de l'appétit pour le risque

VALEUR	<ul style="list-style-type: none">▶ Objectif de croissance du surplus économique▶ Maîtrise de la variabilité du surplus économique
RESULTATS	<ul style="list-style-type: none">▶ Maîtrise de la variabilité des résultats comptables
CAPITAL REQUIS	<ul style="list-style-type: none">▶ Adéquation du besoin en capital

3.2.1 La dimension « valeur »

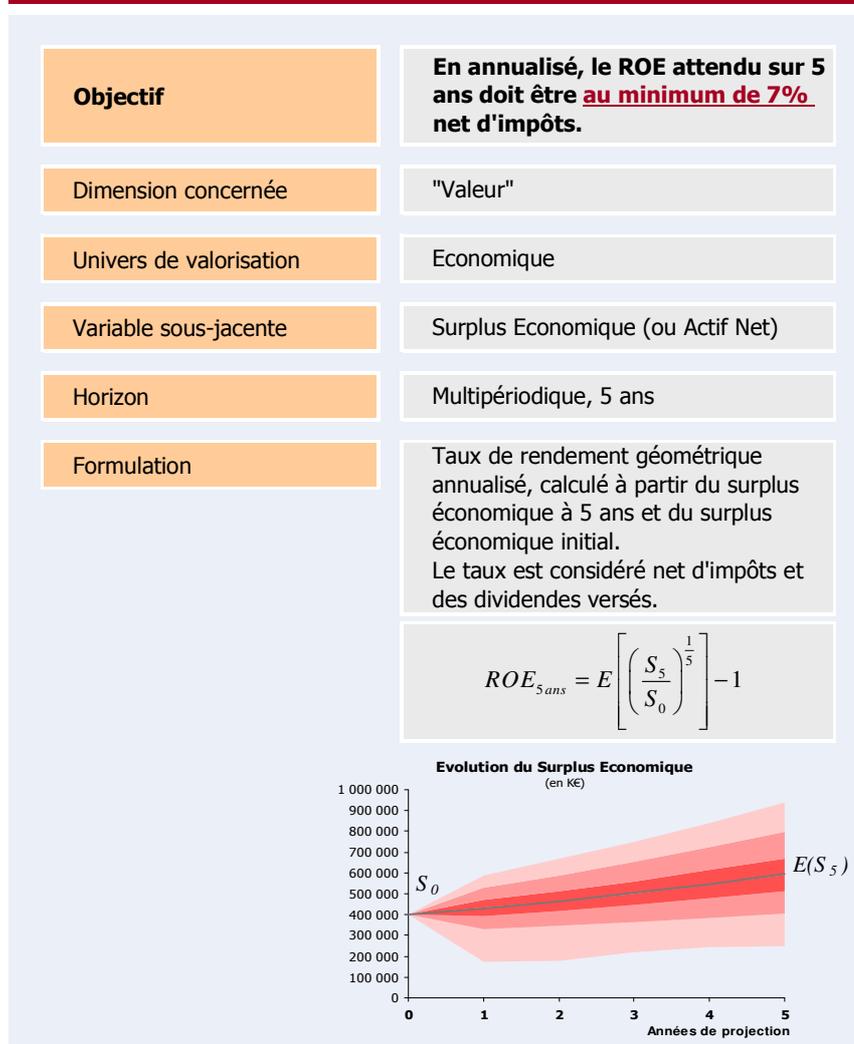
a) La rentabilité du surplus économique : le ROE

Dans le cadre de la formulation de ses objectifs stratégiques, la compagnie ABC Assurances choisit un objectif de croissance de son actif net sur un horizon de moyen/long terme.

Le choix de cet objectif de croissance de la valeur de l'Entreprise devra être déterminé en cohérence avec les objectifs du Plan Stratégique.

Du point de vue de l'objectif de rentabilité du surplus économique, la formulation de la compagnie ABC Assurances est la suivante :

Rentabilité du surplus économique : le ROE sur 5 ans



b) La variabilité du surplus économique :

Afin de limiter la variabilité de son surplus économique (ou Actif Net) à l'horizon de son Plan Stratégique, la compagnie ABC Assurances met en place une limite de tolérance.

La mesure de risque choisie est le *Capital-at-Risk* dans le quantile 90% à chaque année de projection ($CaR_{90}^{n\text{ans}}$).

Pour rappel, la mesure de *Capital-at-Risk* indique, pour un niveau de probabilité souhaité, le montant potentiel de baisse de la valeur de l'Actif Net par rapport à sa valeur attendue sur une période d'un an.

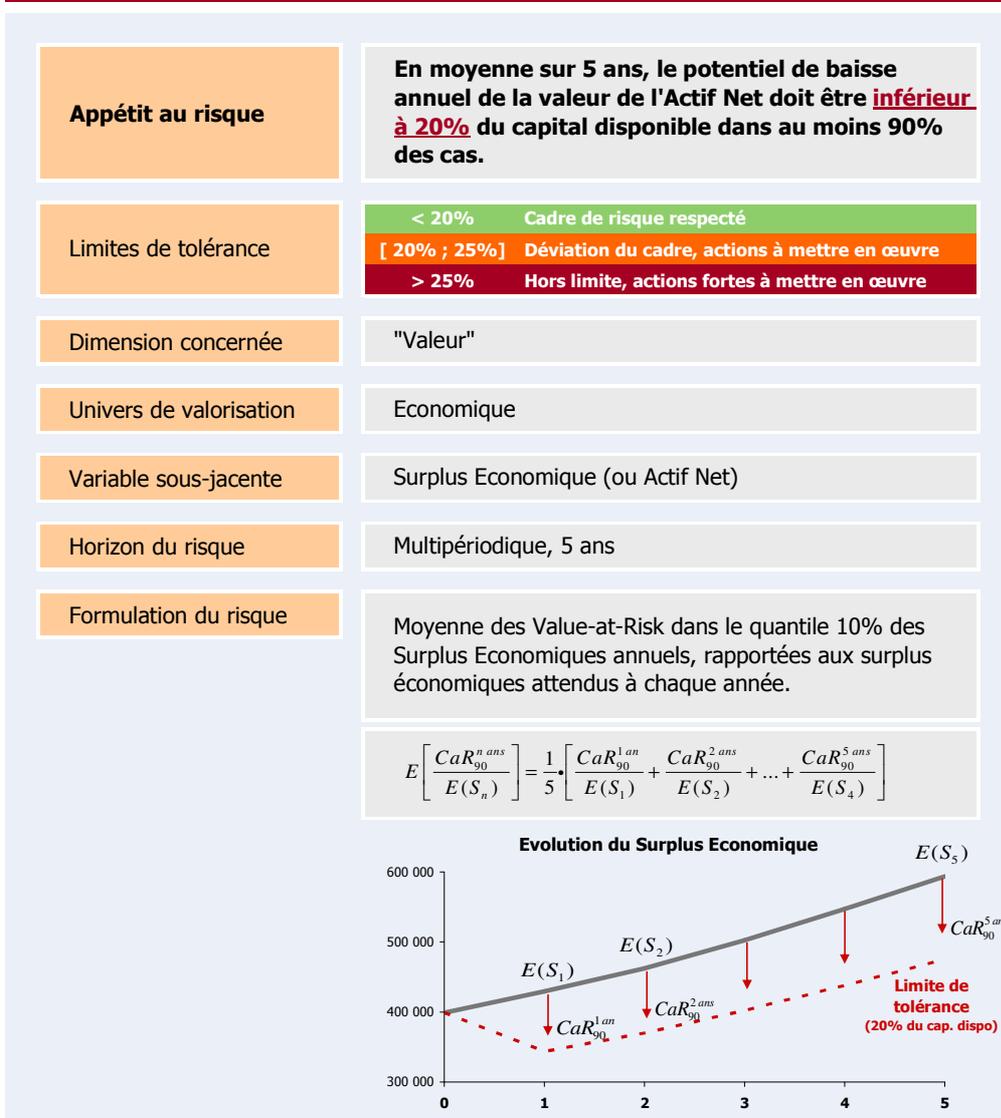
Plutôt que d'adopter une mesure de risque à horizon d'un an, les dirigeants de la compagnie préfèrent regarder cette mesure de risque sur un horizon plus long, afin de mesurer sur la durée les effets de leurs choix stratégiques.

Ainsi elle considérera les montants de *Capital-at-Risk* attendus à chaque année sur l'horizon du Plan Stratégique. Afin de mieux se représenter le risque, la compagnie choisit de diviser le montant de *Capital-at-Risk* de chaque année par le surplus économique attendu de chaque année. La

mesure de risque est alors une simple moyenne des *Capital-at-Risk* rapportés aux surplus économiques, sur un horizon de 5 ans.⁸⁸

La formulation de l'appétit aux risques du point de vue de la variabilité du surplus économique est la suivante :

Variabilité du surplus économique :



3.2.2 La dimension « résultats » :

La compagnie ABC Assurances souhaite limiter la variabilité de ses résultats nets comptables (en french Gaap) sur l'horizon du Plan Stratégique.

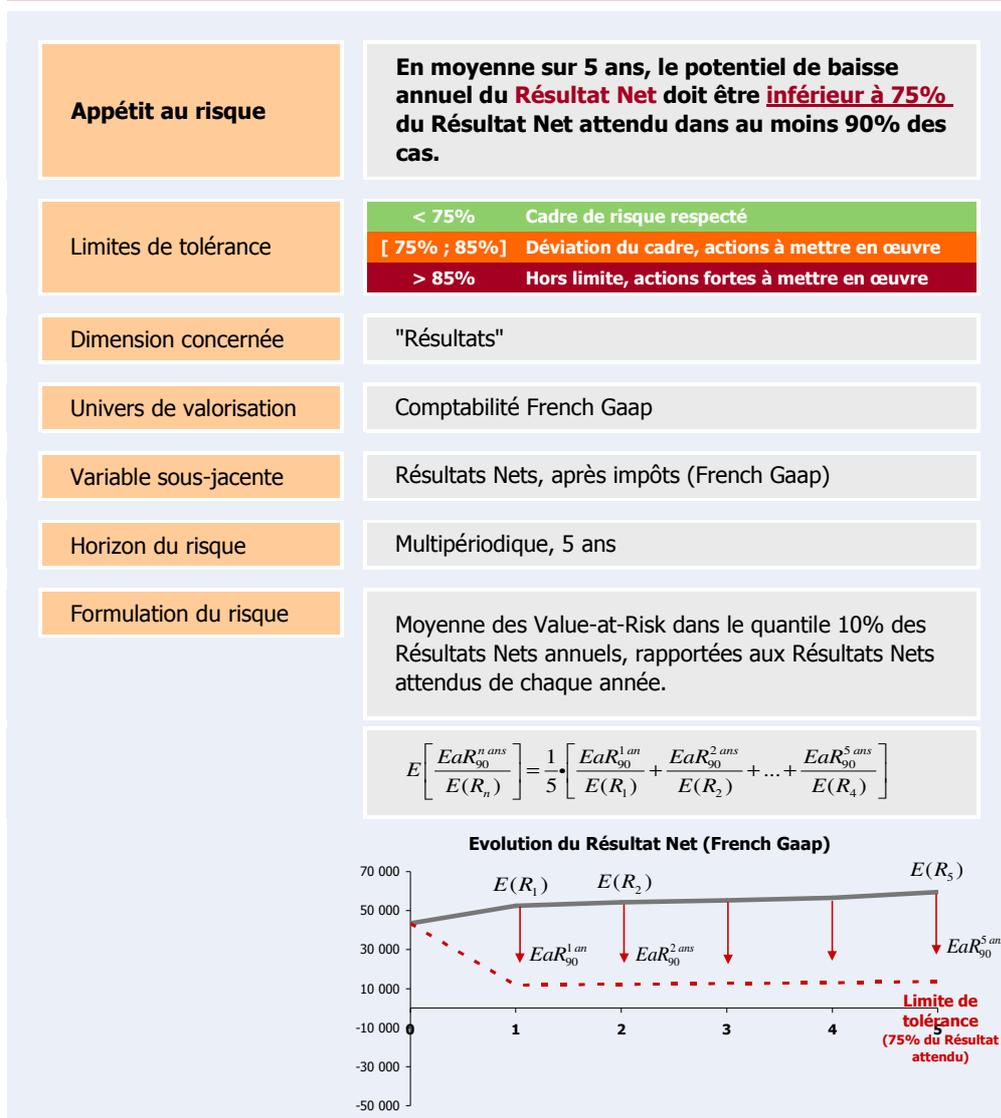
La mesure de risque choisie est la mesure *Earning-at-Risk* dans le quantile 90% à chaque année de projection ($EaR_{90}^{n \text{ ans}}$).

Pour rappel, la mesure *Earning-at-Risk* désigne, pour un niveau de probabilité souhaité, le montant potentiel de diminution des résultats comptables par rapport aux résultats attendus sur une période d'un an.

⁸⁸ De façon plus rigoureuse, nous aurions pu également actualiser les *Capital-at-Risk* à chaque horizon pour obtenir une valeur actualisée en date 0 des montants en risque.

La compagnie estime alors les montants de *Earning-at-Risk* divisés par les résultats comptables attendus dans le Plan Stratégique pour chaque année.

Variabilité des Résultats Nets Comptables (French Gaap)



3.2.3 La dimension « capital requis » :

La compagnie ABC Assurances souhaite communiquer un ratio de solvabilité économique réglementaire supérieur à celui du marché français.

Au 31.12.2008, le ratio de solvabilité économique réglementaire du marché français est estimé à 240%.⁸⁹

⁸⁹ On suppose que le ratio de solvabilité du marché est le ratio moyen obtenu lors des QIS4 au 31-12-07 sur l'ensemble des compagnies non-vie participantes (source étude européenne du CEIOPS). Plus précisément, le ratio moyen pondéré pour l'ensemble des compagnies non-vie françaises était de 236%, le 25ième quantile à 151% et le 75ième quantile à 354%

Il est important de noter qu'au 31-12-08 (notre date de situation) le niveau du ratio de solvabilité devait être plus faible à la suite de la crise financière. D'un autre côté, on suppose que notre compagnie ABC Assurances n'est pas soumise à certains types de risques significatifs (notamment le risque opérationnel, le risque de contrepartie des réassureurs, le risque de spread et le risque de concentration). Au final, les ratios de solvabilité montrent des niveaux comparables à ceux des QIS4 (et très supérieurs à ceux attendus lors des QIS5).

Dans un cadre de type Solvabilité II, la compagnie d'assurance doit disposer suffisamment de fonds propres en date initiale pour satisfaire la contrainte $P(S_1 < 0) \leq 0,5\%$.

Pour rappel, le montant du capital requis est le suivant :

$$CR_{Solv II} = S_0 - VaR_{0,5}[S_1]$$

Le ratio de solvabilité réglementaire (ou ratio de couverture) est le rapport entre le capital éligible et le capital requis.

$$\begin{aligned} \text{Ratio de Solvabilité} &= \frac{\text{Capital Eligible}}{\text{Capital Requis}} \\ &= \frac{S_0}{S_0 - VaR_{0,5}[S_1]} \end{aligned}$$

On suppose que le capital éligible équivaut au montant du capital économique disponible en $t=0$, c'est-à-dire le surplus économique S_0 .

Solvabilité Economique Réglementaire

Appétit au risque	Le niveau du ratio de solvabilité économique réglementaire doit être supérieur à la moyenne du marché (soit 240% à la date courante).						
Limites de tolérance	<table border="1"> <tr> <td>>240%</td> <td>Cadre de risque respecté</td> </tr> <tr> <td>[220% ; 240%]</td> <td>Déviation du cadre, actions à mettre en œuvre</td> </tr> <tr> <td>< 220%</td> <td>Hors limite, actions fortes indispensables</td> </tr> </table>	>240%	Cadre de risque respecté	[220% ; 240%]	Déviation du cadre, actions à mettre en œuvre	< 220%	Hors limite, actions fortes indispensables
>240%	Cadre de risque respecté						
[220% ; 240%]	Déviation du cadre, actions à mettre en œuvre						
< 220%	Hors limite, actions fortes indispensables						
Dimension concernée	Capital Requis						
Univers de valorisation	Economique						
Variable sous-jacente	Surplus Economique (ou Actif Net)						
Horizon du risque	1 an						
Formulation du risque	Capital éligible divisé par le capital requis réglementaire à l'horizon d'un an et un niveau de tolérance à 99,5%.						
	$\text{Ratio de Solvabilité} = \frac{\text{Capital Eligible}}{\text{Capital Requis}} = \frac{S_0}{S_0 - VaR_{0,5}[S_1]}$						

3.2.4 Profil de risque de la compagnie ABC Assurances

Dans le cadre du processus d'élaboration de son Plan Stratégique, la compagnie ABC Assurances souhaite vérifier que ses stratégies de prise de risque sont cohérentes avec le cadre d'appétit pour le risque défini dans sa politique ERM.

Elle doit donc vérifier que son profil de risque actuel au 31.12.08 et les stratégies mises en place dans le Plan Stratégique respectent les limites de tolérance pour chaque dimension de l'appétit pour le risque.

a) Profil de risque actuel pour chaque dimension

• Dimension « Valeur » : la rentabilité du surplus économique

Pour vérifier si les stratégies actuelles permettent de respecter les objectifs de rentabilité attendue des fonds propres économiques sur l'horizon du Plan Stratégique, nous montrons l'évolution du surplus économique moyen sur 5 ans.

	N	N+1	N+2	N+3	N+4	N+5	ROE sur 5 ans
Evolution du Surplus Moyen	398 919	429 428	462 403	502 574	546 950	593 571	
Evolution du ROE		7,6%	7,7%	8,7%	8,8%	8,5%	7,83%

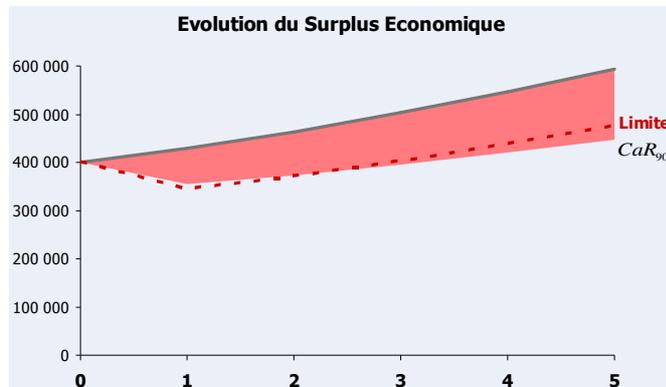
L'objectif de rentabilité du surplus économique est que le ROE attendu sur 5 ans soit au minimum de 7% en annualisé.

Le niveau attendu du ROE sur 5 ans est de 7,83% en annualisé. La compagnie ABC Assurances respecte donc son objectif de rentabilité annuelle de ses fonds propres.

• Dimension « Valeur » : la variabilité du surplus économique

L'évolution du ratio du capital en risque (CaR_{90}) rapporté au capital disponible permet de vérifier si la variabilité du surplus économique à l'horizon de son Plan Stratégique respecte la limite de 20% à ne pas dépasser.

	N+1	N+2	N+3	N+4	N+5	Moyenne
CaR90	73 544	89 090	107 948	125 802	146 013	
CaR90/Capital Disponible	17,1%	19,3%	21,5%	23,0%	24,6%	21,1%



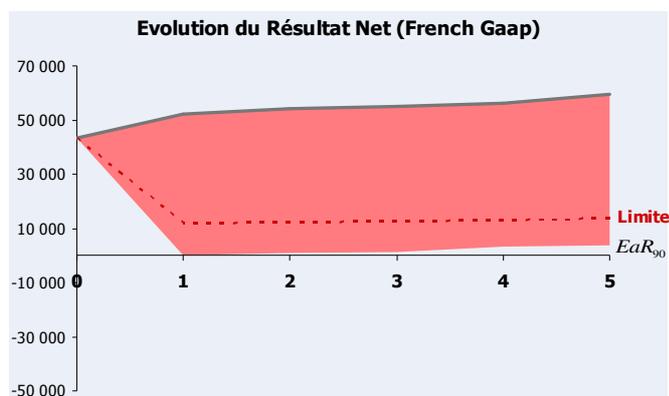
On constate que la limite des -20% à la baisse n'est pas franchie au cours des deux premières années, mais que les années suivantes la limite de tolérance est dépassée.

Le niveau attendu de la variabilité du surplus économique est en moyenne annuelle de 21,1%. La compagnie ABC Assurances **ne respecte donc pas la limite de tolérance sur la variabilité du surplus économique**. Une autre stratégie doit être mise en place pour respecter le cadre d'appétit pour le risque sur la dimension « Valeur ».

• Dimension « Résultats » : la variabilité des résultats nets comptables

L'évolution de la mesure de *Earning-at-Risk* permet de contrôler que la variabilité des résultats nets comptables (EaR_{90}) ne dépasse pas un pourcentage des résultats attendus dans le Plan Stratégique (ie. 75%).

	N+1	N+2	N+3	N+4	N+5	Moyenne
EaR90	47 112	47 717	49 025	48 828	50 832	
EaR90/Résultats Attendus	100,0%	97,7%	97,0%	93,9%	92,9%	96,3%



On constate que la limite des 75% des résultats attendus est largement dépassée pour les 5 années de projection. Ainsi dans plus de 10% des cas, nous estimons subir une diminution de résultats supérieure à 75% des résultats attendus.

Par exemple, la première année, la compagnie a une probabilité de 10% de « perdre » l'intégralité de son résultat attendu (ratio à 100% vs une limite à 75%). Dans ce cas, cela équivaut donc à réaliser un résultat comptable négatif avec une probabilité de 10%.

De façon complémentaire, le niveau d'occurrence de résultats négatifs pour chaque année est le suivant :

	N+1	N+2	N+3	N+4	N+5	Moyenne
Probabilité de Résultats négatifs	10,0%	9,6%	9,4%	9,0%	8,7%	9,4%

Le niveau attendu de la variabilité des résultats comptables (EaR_{90}) rapportée aux résultats attendus est en moyenne annuelle de 96,3%.

La compagnie ABC Assurances **ne respecte donc pas la limite de tolérance fixée sur la variabilité des ses résultats comptables.**

Une autre stratégie doit être mise en place pour respecter le cadre d'appétit pour le risque sur la dimension « Résultats ».

- **Dimension « Capital Requis » : la solvabilité économique réglementaire**

Le niveau du ratio de solvabilité économique à 1 an doit être supérieur à la moyenne du marché (ie. 240% à la date courante).

Capital Eligible en t=0	398 919
Capital Requis Réglementaire	175 185
Ratio de Solvabilité	228%

Le niveau attendu du ratio de solvabilité économique à 1 an est 228% (inférieur au marché).

La compagnie ABC Assurances **ne respecte donc pas la limite de tolérance sur sa solvabilité économique.**

Une autre stratégie doit être mise en place pour respecter le cadre d'appétit pour le risque sur la dimension « Capital Requis ».

- **Tableau de bord de suivi de l'appétit pour le risque**

En résumé, le tableau de bord de suivi de l'appétit pour le risque montre de façon très synthétique l'ensemble des objectifs du cadre d'appétit pour le risque et les niveaux où se situent les risques actuels sur chacune des dimensions.

Sur chaque dimension, le statut indique par une couleur ou un *smiley* si les limites de tolérances sont respectées.

ABC Assurance : Tableau de bord de suivi des risques au 31.12.08

Dimensions	VALEUR		VALEUR		RESULTATS		CAPITAL REQUIS	
Indicateurs	Rentabilité du Surplus Economique		Variabilité du Surplus Economique		Variabilité des Résultats Nets Comptables		Solvabilité Economique Réglementaire	
Appétit au risque	En annualisé, le ROE attendu sur 5 ans doit être <u>au minimum de 7%</u> net d'impôts.		En moyenne sur 5 ans, le potentiel de baisse annuel de la valeur de l'Actif Net doit être <u>inférieur à 20% du capital disponible</u> dans au moins 90% des cas.		En moyenne sur 5 ans, le potentiel de baisse annuel du Résultat Net doit être <u>inférieur à 75% du Résultat Net attendu</u> dans au moins 90% des cas.		Le niveau du ratio de solvabilité économique réglementaire doit être <u>supérieur à la moyenne du marché</u> (soit 240% à la date courante).	
Limites de tolérance	Limites min.	7,0%	Limites max.	20,0%	Limites max.	75%	Limites min.	240%
	Niveau actuel	7,8%	Niveau actuel	21,1%	Niveau actuel	96%	Niveau actuel	228%
	Statut		Statut		Statut		Statut	

→ Parmi les dimensions du cadre d'appétit pour le risque, seul l'objectif de rentabilité du surplus économique est respecté. Les autres limites de tolérance sont dépassées et nécessite de revoir les stratégies de l'Entreprise.

La compagnie ABC Assurances dispose de plusieurs leviers pour revenir dans le cadre de risque, notamment l'allocation stratégique d'actifs, la réassurance, le mix-produit, ...

Afin d'orienter ses décisions stratégiques, la compagnie d'assurances a besoin d'examiner plus en détail les sources de ses risques.

Par conséquent, il est utile d'analyser le profil de risque actuel par catégorie de risque et d'orienter ensuite la stratégie sur les actifs et les passifs selon la prédominance de certains types de risques.

b) Profil de risque actuel par catégorie

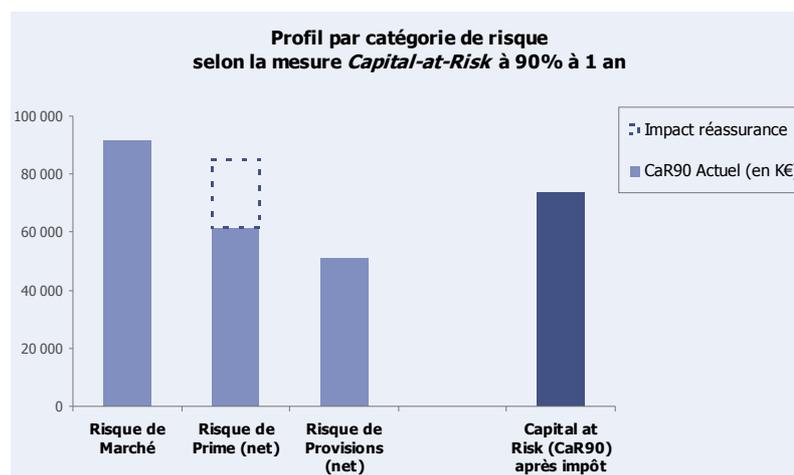
- **Profil de risque selon le critère de variabilité du surplus économique (CaR_{90}) :**

Le montant du *Capital-at-Risk* à 90% à l'horizon d'un an est décomposé suivant les différentes sources de risques : les risques de marché, de prime et de provisions.

Le montant global du CaR_{90} est considéré après impôts⁹⁰ et prend en compte l'effet de diversification entre les différentes catégories de risque. Les montants par catégorie de risque sont avant impôts car on considère que l'impôt est payé au global et non par catégorie de risque.⁹¹

⁹⁰ Taux d'IS de 34.4%

⁹¹ En outre, la réaffectation serait compliquée par la non-linéarité liée au plafonnement des impôts différés initiaux



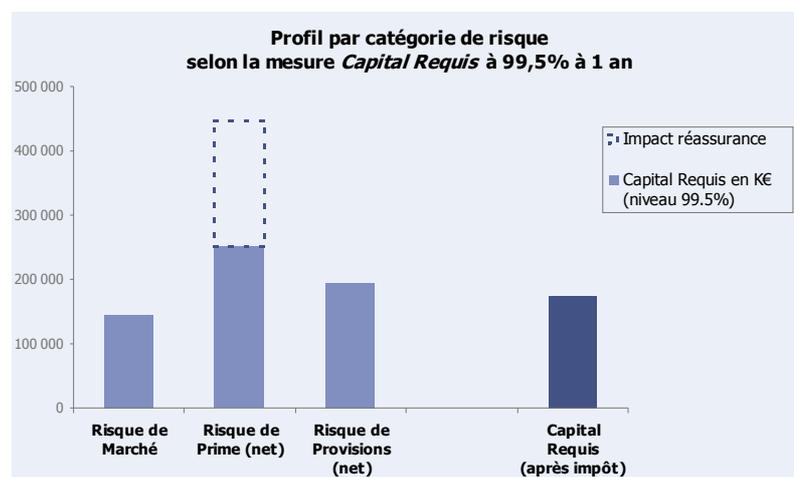
Pour le critère de variabilité des fonds propres économiques (avec une occurrence 1 cas sur 10), le **risque de marché** est le risque **prédominant**.

Le **risque de prime**, net de réassurance, est élevé et on constate que l'effet de la couverture de réassurance n'est pas très important, ce qui n'est pas surprenant à ce niveau de quantile.

Pour agir sur la variabilité de la valeur de la compagnie à des événements de type décennal, l'analyse du profil de risque montre que **le plus efficace serait de réduire les risques de marché avec une allocation d'actifs moins risquée** ou via des couvertures (options,...).

- **Profil de risque selon le critère du capital économique réglementaire :**

Le capital requis présenté correspond à la définition du capital économique réglementaire ($CR_{Solv II}$), idem pour chaque catégorie de risque.



Pour le critère du capital économique requis (quantile 99,5%), le **risque de prime** est le risque **prédominant**.

Même à ce niveau de quantile, l'effet de la couverture de réassurance n'est pas très important. La compagnie ABC Assurances est manifestement **sous-couverte en matière de réassurance**, en particulier pour les sinistres particulièrement exceptionnels.

Pour agir sur la dimension « capital requis », **la réduction du risque de prime via une meilleure couverture de réassurance devrait être le levier le plus efficace**.

La compagnie ABC Assurances fait donc le constat que les stratégies en place au 31.12.08 ne rentrent pas dans le cadre de sa politique de risques.

Elle décide dans un premier temps de tester différentes allocations d'actifs pour voir s'il est possible de diminuer suffisamment ses risques de marché et rentrer dans le cadre de son appétit aux risques, à la fois en terme de rentabilité des fonds propres et en terme de limites sur chaque dimension de risque.

Elle testera ensuite des structures de réassurance alternatives mieux adaptées à son profil de risque.

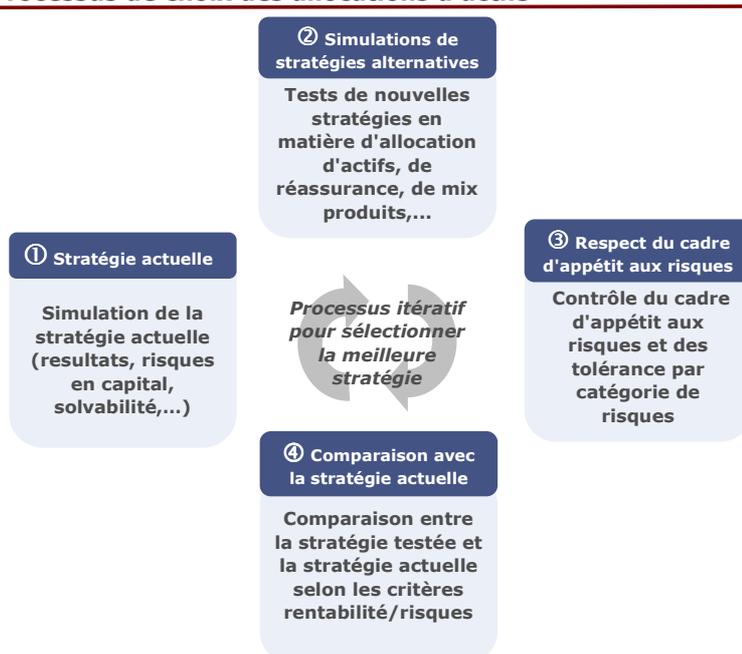
3.3 Evaluation de différentes stratégies d'allocations d'actifs

3.3.1 Tests de stratégies d'allocations d'actifs alternatives

a) Le processus de choix de l'allocation stratégique d'actifs :

La compagnie ABC Assurances procède au choix de son allocation stratégique d'actifs en utilisant le processus itératif suivant :

Processus de choix des allocations d'actifs



1. **Stratégie actuelle :**

La compagnie ABC Assurances simule l'impact de l'allocation stratégique actuelle en termes d'indicateurs de surplus, de résultats et solvabilité (de la même façon qu'au point 3.2.4). Elle aura ainsi un point de référence pour tester d'autres stratégies d'investissement.

2. **Simulations de stratégies alternatives :**

La compagnie ABC Assurances souhaite tester **54 stratégies alternatives** d'allocations d'actifs.

Stratégies testées selon les classes d'actifs :

- la part Actions s'étend de 0% à 37,5% par pas de 5% ;
- la part Immobilier s'étend de 0% à 20,1% par pas de 4% ;

- on ne teste pas d'allocations différentes sur la part Trésorerie (maintenue à 2%) ;
- la part Obligation à taux fixe est la résultante de la somme des autres allocations d'actifs.

Méthodologie :

Le modèle DFA réalise 30 000 simulations pour chaque stratégie d'allocation d'actifs. On suppose que la convergence vers l'allocation stratégique cible se fait instantanément en début d'année (via des achats/ventes selon les classes d'actifs). Ensuite, le rééquilibrage annuel de l'allocation en valeur de marché vers l'allocation cible testée se fait à chaque fin d'année.

3. Respect du cadre d'appétit pour le risque :

Pour chaque nouvelle stratégie d'allocation d'actifs, on vérifie que l'objectif de rentabilité des fonds propres est satisfait et que les limites de tolérance des différentes dimensions de risques ne sont pas dépassées.

4. Comparaison de la nouvelle stratégie avec la stratégie actuelle :

Les résultats des simulations de la stratégie alternative sont comparés avec ceux de la stratégie actuelle selon les critères de rentabilité et de respect des contraintes de l'appétit pour le risque.

Si cette stratégie alternative ne respecte pas le cadre d'appétit pour le risque, on teste alors d'autres stratégies potentiellement plus performantes du point de vue du critère rendement/risque.

b) La comparaison des allocations d'actifs selon le critère rendement/risque :

Afin de comparer les stratégies d'allocations d'actifs entre elles, le couple rendement/risque est présenté graphiquement.

- En **ordonné**, le **critère de rentabilité** est la **moyenne du ROE sur 5 ans**, qui mesure la rentabilité des fonds propres économiques de la compagnie d'assurances.⁹²
- En **abscisse**, le **critère de risque** présenté est le **pourcentage moyen de baisse du surplus à un niveau de probabilité de 10%**, qui correspond au critère de risque pour la dimension « valeur » de l'appétit pour le risque.⁹³

Le **choix de cette mesure de risque** est d'une part cohérent avec le critère de risque de la dimension « valeur » et d'autre part correspond à un niveau de survenance que les dirigeants de l'Entreprise peuvent bien appréhender sur le plan opérationnel.

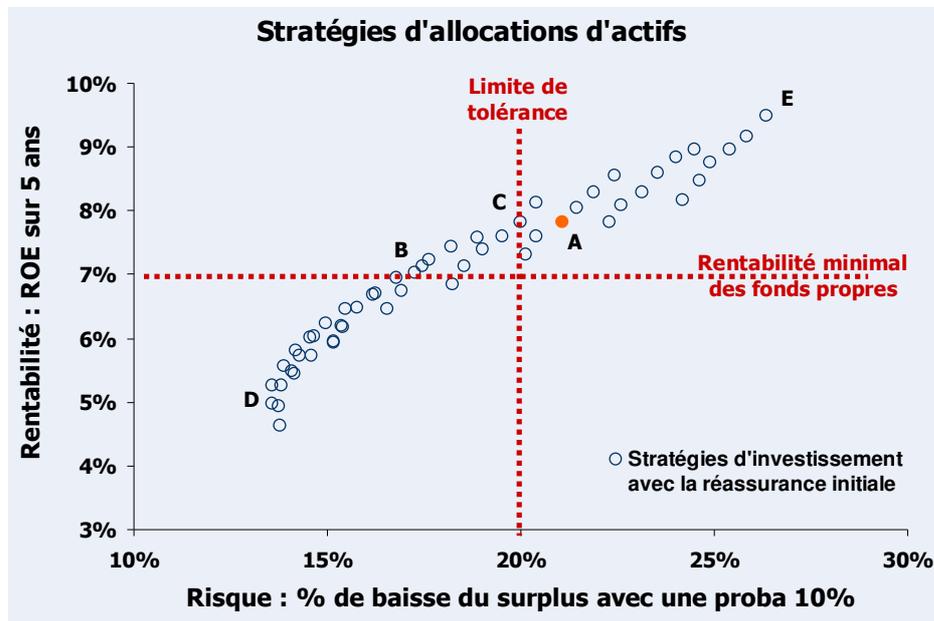
En effet, si la mesure de risque choisie était le montant du **capital économique requis** dans le quantile 99,5%, les prises de décisions seraient plus difficiles à évaluer et à rattacher au Plan Stratégique pour des événements dont la probabilité de survenance est de 1 chance sur 200.

De façon très classique, nous aurions pu retenir une **mesure d'écart-type**, fréquemment utilisée dans le cadre du modèle de Markowitz. Mais comme nous l'avons vu précédemment, la mesure d'écart-type est une mesure asymétrique qui considère à la fois les résultats négatifs que les résultats positifs. De plus, c'est une mesure dont le montant est difficile à se représenter concrètement et qui ne favorise pas vraiment une prise de décision « éclairée » pour une compagnie d'assurances.

⁹² La définition précise de la mesure de ROE sur 5 ans est présentée dans la partie 3.2.1 relative à la dimension « Valeur »

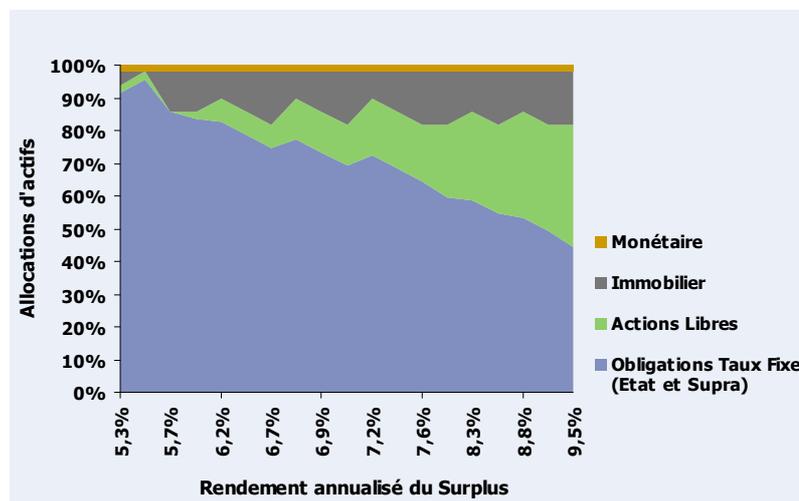
⁹³ Plus précisément, la mesure correspond à la moyenne des CaR_{90} rapportés aux surplus économiques sur un horizon de 5 ans (cf la définie dans la partie 3.2.1)

Le graphique ci-dessous représente le résultat des 30.000 simulations réalisées pour chacune des 54 stratégies testées. Deux droites horizontales et verticales représentent respectivement l'objectif de rentabilité minimal du ROE (7%) et la limite de tolérance sur la baisse maximum du surplus (-20%).



L'ensemble des portefeuilles d'actifs forme un nuage de points et la frontière efficiente correspond aux portefeuilles qui pour un risque donné maximisent le critère de rentabilité.

Les allocations d'actifs correspondants à la frontière efficiente peuvent être représentées par le graphique suivant :



Les **portefeuilles respectant le cadre de risque** se situent dans la zone située entre les portefeuilles **B** et **C** et l'intersection des deux droites.

Le portefeuille **A** représente le portefeuille actuel (au 31.12.08) de la compagnie ABC Assurances.

Les portefeuilles **D** et **E** sont respectivement les portefeuilles ayant le risque minimum et la rentabilité maximum.

Le tableau ci-dessous synthétise, pour les portefeuilles A-B-C-D-E, les principaux indicateurs de la compagnie ABC Assurances selon les dimensions « valeur », « Résultats comptables » et « Capital Requis ».

ALLOCATIONS D'ACTIFS	Actuelle	Risque minimum - avec respect des deux contraintes	Risque maximum - avec respect des deux contraintes	Risque minimum	Rentabilité maximum
	A	B	C	D	E
Part Actions	27,5%	17,5%	22,5%	2,5%	37,5%
Part Immobilier	8,1%	8,1%	16,1%	0,0%	20,1%
Part Obligations & Monétaire	64,4%	74,4%	61,4%	97,5%	42,4%

Dimension "Valeur"

ROE moyen sur 5 ans	7,8%	7,0%	7,8%	5,0%	9,5%
Surplus Economique attendu à 5 ans	593 571	567 038	592 820	514 263	645 367
Moy. annuelle du CaR ₉₀ sur 5 ans	108 479	85 582	102 737	62 429	144 367
Moy. annuelle du CaR ₉₀ / Cap dispo sur 5 ans	21,1%	17,2%	20,0%	13,6%	26,3%

Dimension " Résultats Comptables"

Résultats Nets moyens sur 5 ans	50 640	48 051	48 197	45 688	50 617
Résultats Techniques Nets moyens sur 5 ans	27 955	29 931	29 289	31 529	27 172
Probabilité Résultats comptables négatifs	9,4%	8,0%	9,1%	7,5%	11,5%
Moy. annuelle du EaR ₉₀ / E[R] sur 5 ans	96,3%	89,2%	95,1%	86,5%	115,4%

Dimension "Capital Requis"

Capital Economique Requis réglementaire	175 185	130 684	142 741	144 267	170 516
Ratio de Solvabilité Economique réglementaire	228%	305%	280%	277%	234%
Ratio de Solvabilité réglementaire (Solva 1)	192%	189%	192%	181%	202%

En résumé de cette première analyse, il s'avère que peu d'allocations d'actifs respectent à la fois le critère de rentabilité et le critère de risque relatif à la baisse du surplus.

Le graphique en deux dimensions ne permet pas de représenter l'ensemble des contraintes relatives aux limites de tolérance aux risques, notamment sur les critères de résultats et de solvabilité réglementaire.

Ainsi nous allons vérifier de façon séparée l'ensemble des contraintes relatives aux limites de tolérance aux risques.

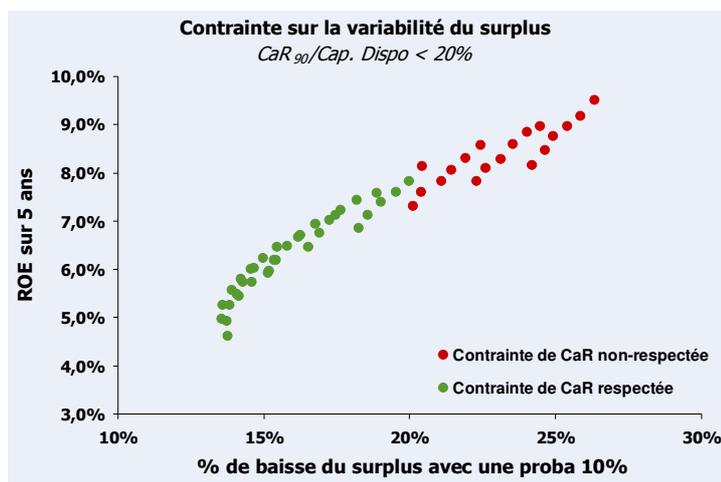
3.3.2 Stratégies d'allocations d'actifs et respect du cadre de risque

Nous présentons de nouveau les différentes stratégies d'allocations d'actifs sur le graphique rendement/risque et nous identifions avec une couleur verte les portefeuilles qui respectent la contrainte de l'appétit pour le risque et en rouge ceux qui ne la respecte pas.

a) La contrainte sur la variabilité du surplus économique (CaR90) :

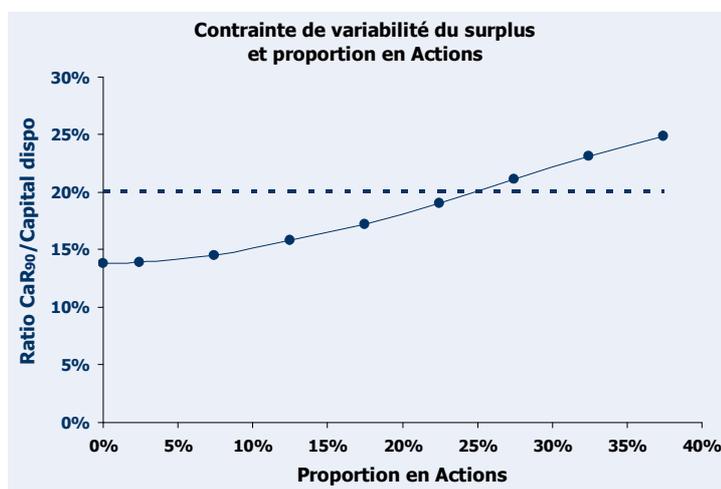
La moyenne sur 5 ans du ratio capital en risque (CaR_{90}) rapporté au capital disponible doit respecter la limite de 20% à ne pas dépasser.

Le graphique suivant montre que 35 stratégies sur 54 respectent le critère de variabilité du surplus.



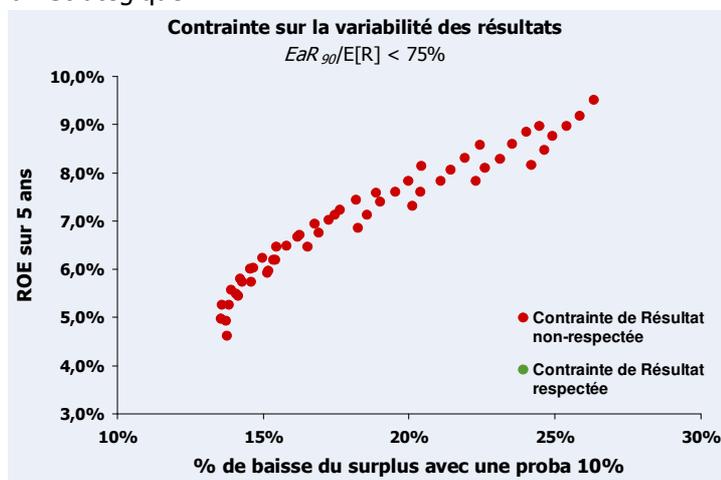
Les stratégies d'allocations ne respectant pas la contrainte de variabilité du surplus correspondent aux portefeuilles ayant une part en Actions supérieure ou égale à 27,5% des actifs.

Le graphique ci-dessous illustre le respect de la contrainte de variabilité du surplus en fonction de la part en Actions dans les portefeuilles⁹⁴ :



b) La contrainte sur la variabilité des résultats comptables :

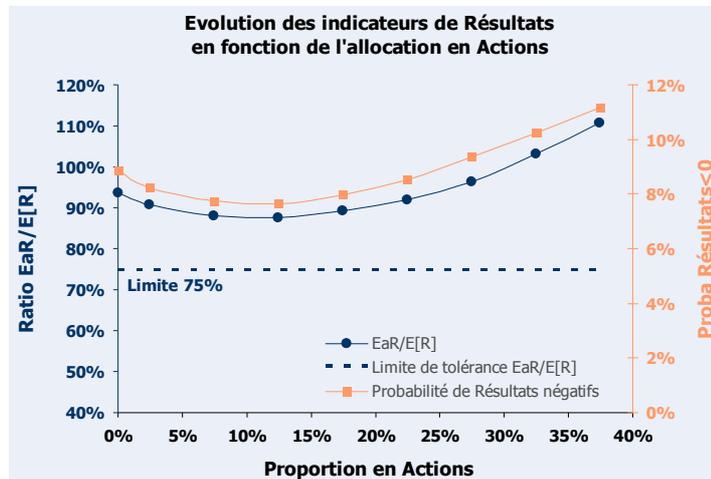
La variabilité des résultats nets comptables (EaR_{90}) ne doit pas dépasser 75% des résultats attendus dans le Plan Stratégique.



⁹⁴ Plus précisément, nous modifions la part Actions contre Obligations, en maintenant les autres classes d'actifs (Immobilier et Monétaire) identiques à l'allocation initiale.

→ Aucune des stratégies d'allocations d'actifs ne permet de respecter la contrainte de variabilité des résultats comptables.

Le graphique ci-dessous montre l'évolution de l'indicateur de variabilité des résultats comptables en fonction de la part en Actions (échelle de gauche). Sur ce même graphique, l'échelle de droite indique également la probabilité de subir des résultats comptables négatifs en fonction de la part Actions.

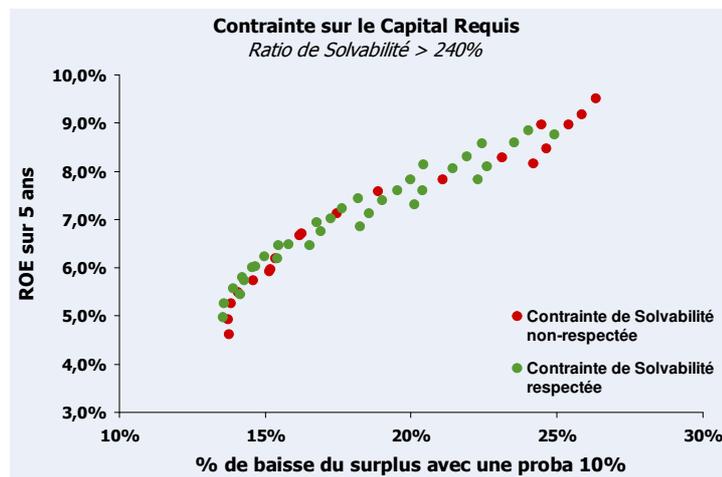


Il est intéressant de remarquer que les profils d'évolution des deux indicateurs de résultats ne sont pas linéaires et qu'il existe un point d'inflexion autour de 12,5% d'actions.

→ Ainsi pour minimiser la probabilité de subir des résultats comptables négatifs, il est préférable de détenir une part minimum en Actions en portefeuille.

c) La contrainte sur le capital requis :

Le niveau du ratio de solvabilité économique à 1 an doit être supérieur à la moyenne du marché (ie. 240% à la date courante).

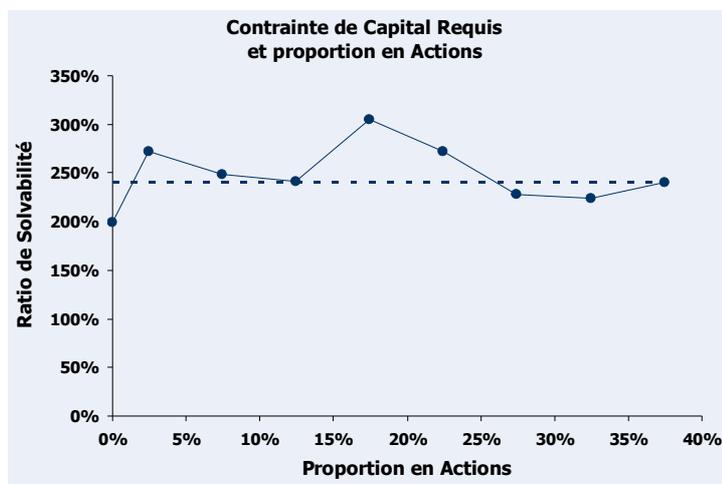


→ Le respect de la contrainte portant sur la cible de capital requis semble dépendre assez peu des stratégies d'allocations d'actifs.

La compagnie ABC Assurances a une exigence assez forte sur son ratio de solvabilité. Celui-ci doit bien sûr être supérieur à 100%, et surtout supérieur à 240% en cible. A ce niveau de quantile à 99.5% et compte tenu du faible niveau de protection de réassurance de la compagnie ABC Assurances, seules de meilleures stratégies de couvertures de réassurance permettront d'atteindre cette exigence.

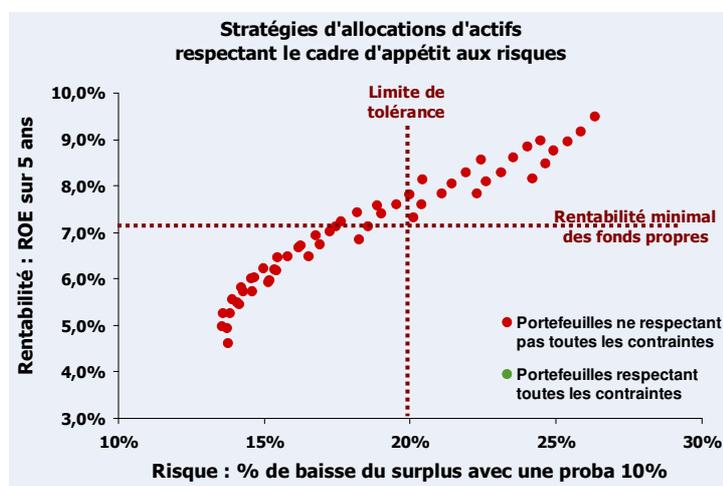
Le graphique ci-dessous montre le niveau du ratio de solvabilité économique en fonction de la part en Actions.

On remarque par exemple qu'une part Actions à 0% ne contribue pas à un meilleur ratio de solvabilité économique pour la compagnie ABC Assurances.



→ Cela confirme la difficulté de déterminer une allocation stratégique optimale en utilisant le critère du ratio de solvabilité économique (à un niveau de quantile à 99,5%). Il est probable cependant que si les risques techniques (risques de prime et de provision) n'étaient pas aussi prépondérants à ce niveau de quantile, les différentes stratégies d'allocations d'actifs seraient davantage discriminantes en terme d'impact sur le ratio de solvabilité.

d) Vue de l'ensemble du cadre d'appétit pour le risque :



En synthèse du cas pratique sur les stratégies d'allocation d'actifs :

- La politique de gestion des risques actuelle en matière d'allocation stratégique et de réassurance ne permet pas de respecter l'ensemble du cadre d'appétit pour le risque.
- Le **levier d'actions** qui consiste à changer les **allocations stratégiques d'actifs se révèle d'un impact insuffisant** pour revenir dans les limites de tolérances fixées. Ainsi quelque soient les allocations d'actifs testées, même les moins risquées, elles ne respectent pas l'une des contraintes de l'appétit pour le risque.
- L'autre levier d'actions envisagé est alors de tester différentes **stratégies de réassurance** afin de voir si elles sont plus efficaces en terme de réduction des risques de la compagnie.

3.4 Evaluation de différentes stratégies de réassurance

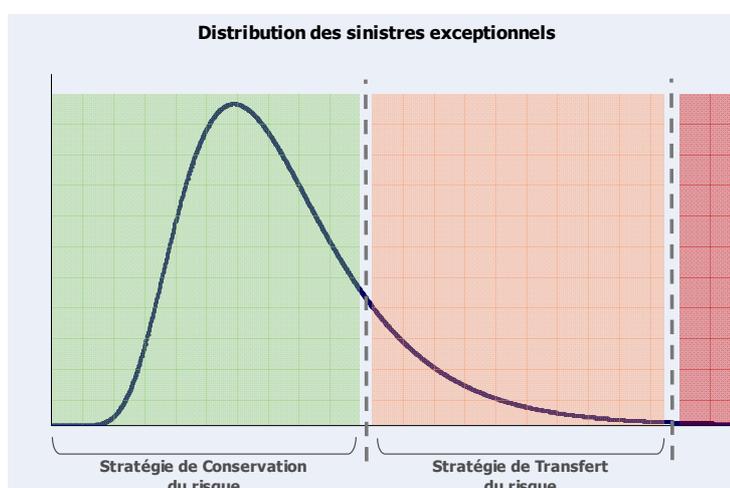
3.4.1 Tests de stratégies alternatives de réassurance

a) Les stratégies alternatives testées

La compagnie ABC Assurances apparaît insuffisamment couverte par ses traités de réassurance en place. Elle envisage donc de tester d'autres stratégies de réassurance qui permettront d'être mieux protégée.

L'assureur peut disposer de leviers en combinant une stratégie de conservation du risque et une stratégie de transfert du risque.

Le graphique ci-dessous illustre cet équilibre à trouver entre le coût des sinistres que la compagnie souhaite conserver et le coût des sinistres qu'elle devrait transférer.



L'assureur conservera à sa charge les coûts des sinistres relativement faibles afin de ne pas payer une charge trop importante au titre de la réassurance.

Le choix de la limite de conservation dépendra de la perte limite que l'assureur est prêt à subir sur ses résultats. Un équilibre est donc à trouver entre le coût de la réassurance et la capacité de la compagnie d'assurances à supporter un seuil de perte sur ses résultats.

Au-delà de cette première limite de tolérance (**niveau de rétention**), la compagnie d'assurances va transférer ses risques aux réassureurs afin de se couvrir contre une perte trop importante sur ses résultats et sur ses fonds propres.

Il est probable que la compagnie d'assurances ne pourra pas se couvrir pour un montant illimité sur tous les risques souscrits. Elle devra donc se fixer un deuxième niveau de limite sur la couverture de ses risques extrêmes, qui correspond au **niveau de portée** des traités d'excédent de sinistres. La détermination de ces plafonds devrait être fonction de la capacité de la compagnie à mobiliser ses fonds propres ou à faire appel à ses actionnaires.

Le choix de cette limite de tolérance peut dépendre aussi du niveau de rating cible qui donne implicitement un niveau de tolérance pour le capital économique de la compagnie. Par exemple, une notation AA impliquerait de calibrer son capital économique à une probabilité de défaut égale à 99.97% à 1 an.

Dans le cas pratique de la compagnie ABC Assurances, on compare différentes stratégies de réassurance en modifiant simplement les niveaux de rétention et de portée par rapport à la structure de réassurance initiale.

Les trois stratégies alternatives sont les suivantes :

- **Stratégie n°1** : augmentation des **portées** des 4 programmes de réassurance ;

- **Stratégie n°2** : diminution des **réentions** des 4 programmes de réassurance ;
- **Stratégie n°3** : combinaison des stratégies 1 & 2 en diminuant les **réentions** et augmentant les **portées**.

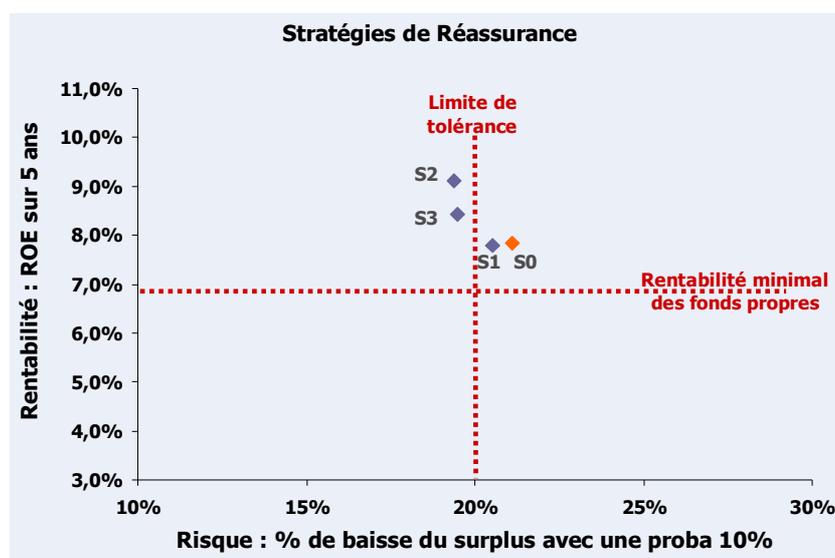
Le détail des modifications des réentions et des portées par tranche de chaque traité est décrit dans le tableau ci-dessous :

Branche	Tranche	Stratégie Initiale	Stratégie 1 Portée + élevée	Stratégie 2 Réention + basse	Stratégie 3 Réention + basse & Portée + élevée
Automobile	Tranche 1	5 xs 5	5 xs 5	8 xs 2	8 xs 2
	Tranche 2	10 xs 10	90 xs 10	10 xs 10	90 xs 10
Dommage aux Biens	Tranche 1	5 xs 5	5 xs 5	8 xs 2	5 xs 2
	Tranche 2	10 xs 10	10 xs 10	10 xs 10	8 xs 7
	Tranche 3		15 xs 20		20 xs 15
RC Générale	Tranche 1	4 xs 4	6 xs 4	6 xs 2	8 xs 2
	Tranche 2	7 xs 8	10 xs 10	7 xs 8	10 xs 10
Evénements Cat	Tranche 1	40 xs 10	40 xs 10	45 xs 5	45 xs 5
	Tranche 2	50 xs 50	100 xs 50	50 xs 50	100 xs 50
	Tranche 3	100 xs 100	Illimité xs 150	100 xs 100	Illimité xs 150

b) La comparaison des stratégies selon le critère rendement/risque :

Le graphique ci-dessous compare le résultat de 30.000 simulations pour chaque stratégie de réassurance, en supposant que les allocations stratégiques d'actifs sont maintenues inchangées.

L'impact sur les principaux indicateurs des changements des réentions et des portées par tranche est commenté dans les paragraphes suivants.



3.4.2 Respect du cadre de risque des stratégies de réassurance

a) Les contraintes de rentabilité et de risque sur la dimension « valeur » :

Dimension "Valeur"

REASSURANCE	Stratégie Initiale	Stratégie 1 Portée + élevée	Stratégie 2 Réention + basse	Stratégie 3 Réention + basse & portée + élevée
Point correspondant sur le graphique	S0	S1	S2	S3
ROE moyen sur 5 ans	7,83%	7,78%	9,11%	8,42%
Surplus Economique attendu à 5 ans	593 571	587 948	626 412	604 422
Moy. annuelle du CaR ₉₀ sur 5 ans	108 479	104 944	103 610	101 486
Moy. annuelle du CaR ₉₀ /Cap dispo sur 5 ans	21,1%	20,5%	19,4%	19,5%

D'après le graphique et le tableau ci-dessus, on constate que la **stratégie n°1** (portée plus élevée) ne modifie pas le ROE attendu sur 5 ans par rapport à la stratégie initiale. De plus, elle réduit très peu le risque de baisse du surplus économique ; ce qui n'est pas étonnant compte tenu du niveau de quantile (Q90) auquel cette dimension du risque se focalise. L'augmentation des plafonds de réassurance a très peu d'effet sur le risque de « variabilité du surplus économique » pour des événements d'occurrence 1 cas sur 10. Avec cette stratégie, la compagnie ABC Assurances dépasserait donc toujours la limite de tolérance sur cette dimension.

La **stratégie n°2** (rétention plus basse) améliore nettement ROE attendu sur 5 ans et diminue le risque de baisse du surplus à un niveau qui satisfait le cadre de risque fixé sur cette dimension. Cette stratégie de diminution de la franchise permet de prendre en charge des sinistres qui ne sont pas couverts dans la stratégie initiale. Elle s'avère bien adaptée pour réduire le risque à ce niveau de quantile (Q90).

La **stratégie n°3**, qui combine les deux stratégies précédentes, réduit également le risque de baisse du surplus et augmente la rentabilité attendue, mais à un niveau inférieur à la stratégie n°2 en raison d'un coût de réassurance plus élevé.

→ Par conséquent, seules les stratégies n°2 et n°3 respectent les contraintes de ROE et de variabilité du surplus économique.

b) La contrainte sur la variabilité des résultats comptables :

Dimension " Résultats Comptables"

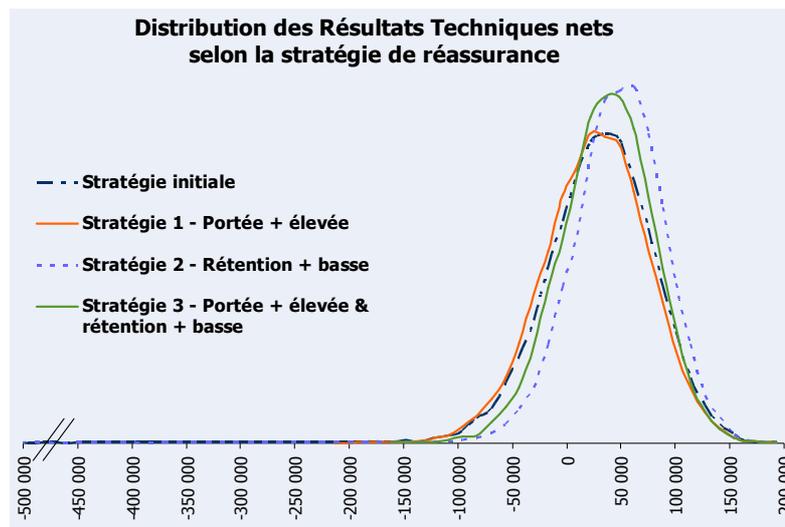
REASSURANCE	Stratégie Initiale	Stratégie 1 Portée + élevée	Stratégie 2 Rétention + basse	Stratégie 3 Rétention + basse & portée + élevée
Résultats Nets moyens sur 5 ans	50 640	49 438	61 906	55 951
Résultats Techniques Nets moyens sur 5 ans	27 955	25 877	45 054	36 215
Probabilité Résultats comptables négatifs	9,4%	9,8%	4,9%	6,3%
Moy. annuelle du $EaR_{90} / E[R]$ sur 5 ans	96,3%	98,9%	70,9%	80,5%

La **stratégie n°1** n'améliore pas l'indicateur de variabilité des résultats comptables puisqu'il est estimé à 98,9%. Pour rappeler la limite de tolérance fixée, en moyenne sur 5 ans, le potentiel de baisse annuelle du Résultat Net devrait être inférieur à 75% du Résultat Net attendu dans au moins 90% des cas. Comme pour l'indicateur de variabilité du surplus économique, l'augmentation du niveau des plafonds des traités en excédent de sinistres n'a pas d'effet sur la variabilité des résultats si on se focalise sur une occurrence de perte de 1 cas sur 10 (quantile 90%).

En revanche, les **stratégies n°2** et **n°3** ont un impact significatif sur l'indicateur de variabilité des résultats. Des niveaux de rétention plus bas sur la première tranche des traités en excédent de sinistres protègent les Résultats Techniques face à des gros sinistres relativement fréquents qui n'étaient pas couverts dans la stratégie de réassurance initiale.

La stratégie n°2 réduit de moitié la probabilité de subir un résultat comptable négatif. Seule cette stratégie permettrait de respecter le critère de tolérance aux risques sur les résultats (indicateur <75%).

Afin d'avoir une vision plus exhaustive du risque sur les Résultats Comptables, le graphique ci-dessous montre la distribution des Résultats Techniques nets suivant les différentes stratégies de réassurance.

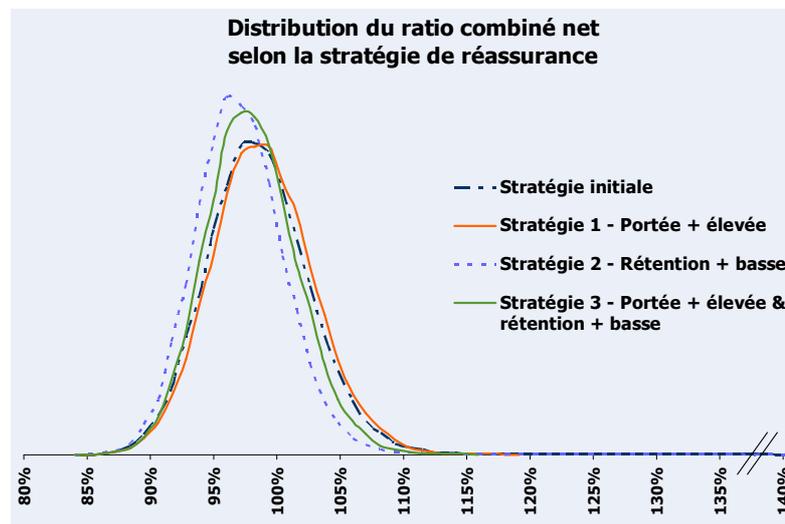


Les **stratégies n°2** et **n°3** ont une distribution de résultats décalée vers la droite. Cela est particulièrement visible pour les pertes comprises entre -75M€ et 0 et montrent bien l'efficacité attendue de la réduction des niveaux de rétention des traités de réassurance de la compagnie ABC Assurances.

Comme la **stratégie initiale**, la distribution des résultats de la **stratégie n°2** a une queue de distribution particulièrement lourde. Ainsi la compagnie d'assurances ne serait pas du tout couverte contre la survenance d'un risque extrême et aurait probablement besoin de se recapitaliser pour ne pas être en faillite.

Les distributions des résultats des **stratégies n°1** et **n°3** montrent au contraire une bonne protection face à ces risques extrêmes. La mise en place de portées significativement plus élevées, par rapport aux traités de réassurance actuels de la compagnie ABC Assurances, serait donc efficace pour réduire le besoin en capital et le risque de défaut.

De façon complémentaire, le graphique suivant montre la distribution du ratio combiné net à l'horizon d'un an pour chaque stratégie de réassurance.



→ Seule la stratégie n°2 respecte le critère de tolérance sur la baisse des résultats comptables à un niveau de quantile à 90%. Cependant, il apparaît que la stratégie n°2 ne permet pas de couvrir suffisamment les résultats nets de la compagnie face à des risques extrêmes.

Par conséquent, il est nécessaire de vérifier que la contrainte sur le capital requis est respectée.

c) La contrainte sur le capital requis :

Les indicateurs précédents se focalisaient sur un niveau de pertes dans le quantile 90%. Ils correspondent à des pertes susceptibles de survenir au cours de l'activité courante d'une compagnie d'assurances (ou au cours d'un long mandat de dirigeant).

Même si, comme se plaisait à répéter l'économiste J.M Keynes, "sur le long terme, nous serons tous morts", il est évidemment nécessaire de vérifier que la survie à long terme de la compagnie d'assurances et sa capacité à satisfaire ses engagements envers les assurés est à un niveau acceptable du point de vue réglementaire et des actionnaires.

Le tableau ci-dessous compare le besoin en capital et le ratio de solvabilité économique par chaque stratégie de réassurance :

Dimension "Capital Requis"				
REASSURANCE	Stratégie Initiale	Stratégie 1 Portée + élevée	Stratégie 2 Rétention + basse	Stratégie 3 Rétention + basse & portée + élevée
Capital Economique Requis réglementaire	175 185	97 256	129 499	82 123
Ratio de Solvabilité Economique réglementaire	228%	410%	308%	486%

Par rapport à la stratégie initiale, les **stratégies n°1** et **n°3** sont très efficaces pour réduire le besoin en capital dans le quantile 99,5% et améliorer significativement le ratio de solvabilité économique.

L'augmentation du niveau des plafonds des traités en excédent de sinistres est donc une solution parfaitement adaptée pour respecter le cadre de risque sur la dimension « capital requis ».

→ Alors que la stratégie initiale ne respecte pas la limite de tolérance sur le ratio de solvabilité réglementaire, les stratégies alternatives de réassurance permettraient de rentrer dans le cadre de risque sur la dimension « capital requis ».

d) Choix de la nouvelle stratégie de réassurance

Le tableau ci-dessous compare, selon les stratégies de réassurance, les indicateurs de rentabilité et de risques retenus dans le cadre de l'appétit pour le risque de la compagnie ABC Assurances.

STRATEGIES DE REASSURANCE	Limite de tolérance	Stratégie Initiale	Stratégie 1 Portée + élevée	Stratégie 2 Rétention + basse	Stratégie 3 Rétention + basse & portée + élevée
Indicateur "Rentabilité du Surplus Economique"					
ROE moyen sur 5 ans	7,00%	7,83%	7,78%	9,11%	8,42%
Indicateur "Variabilité du Surplus Economique"					
Moy. annuelle du CaR ₉₀ / Cap dispo sur 5 ans	20,0%	21,1%	20,5%	19,4%	19,5%
Indicateur "Variabilité des Résultats nets Comptables"					
Moy. annuelle du EaR ₉₀ / E[R] sur 5 ans	75,0%	96,3%	98,9%	70,9%	80,5%
Indicateur "Solvabilité Economique Réglementaire"					
Ratio de Solvabilité Economique réglementaire	240%	228%	410%	308%	486%

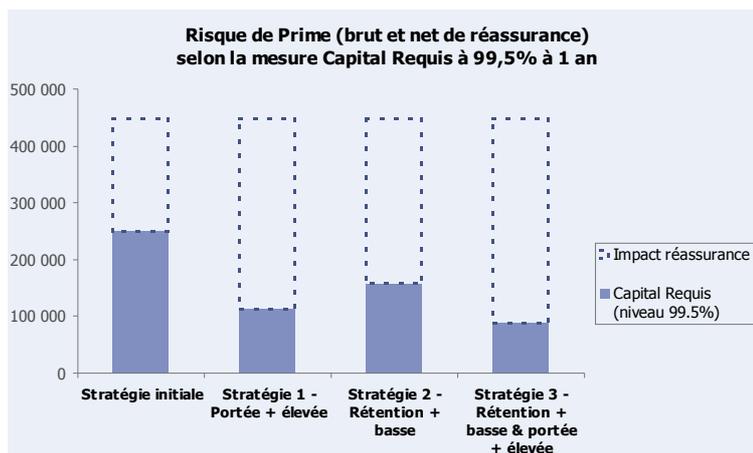
→ La comparaison des stratégies de réassurance suivant le critère rentabilité/risque inciterait à porter le choix sur la **stratégie n°2**. En effet, parmi l'ensemble des stratégies testées, la stratégie n°2 a la meilleure espérance de rentabilité et satisfait l'ensemble des critères de tolérance aux risques fixé par la compagnie ABC Assurances.

Pourtant, l'analyse de la stratégie n°2 mérite d'être approfondie.

- **Focus sur la stratégie n°2 (rétentions plus basses) :**

On constate effectivement que la diminution des rétentions des traités réduit aussi le besoin en capital et améliore le ratio de solvabilité. Même si cet effet sur le besoin en capital est moindre que celui des stratégies agissant sur les portées, il n'en demeure pas moins que la stratégie n°2 permettrait à la compagnie ABC Assurances de respecter le critère de solvabilité réglementaire (i.e. un ratio supérieur à 240%).

Ainsi sur le graphique ci-dessous, lorsque l'on étudie le risque de prime relatif à chaque stratégie de réassurance, on observe que la stratégie n°2 diminue significativement le besoin en capital, puisque le passage du risque brut au risque net est nettement plus important qu'avec la stratégie initiale. De même, les stratégies n°1 et n°3 sont également très efficaces puisque l'augmentation des portées sont particulièrement bien adaptées pour se couvrir face aux sinistres exceptionnels.



De la sorte, même si la stratégie n°3 réduit davantage le risque de prime par rapport à la stratégie n°2, on pourrait penser que la stratégie n°2 est suffisante puisqu'au final elle permet de satisfaire la contrainte de tolérance au risque relative au capital requis à 99,5%.

En fait, l'impression est trompeuse car la mesure de risque choisie, la **Value-at-Risk** à 99,5%, n'est pas si pertinente pour comparer nos stratégies de réassurance.

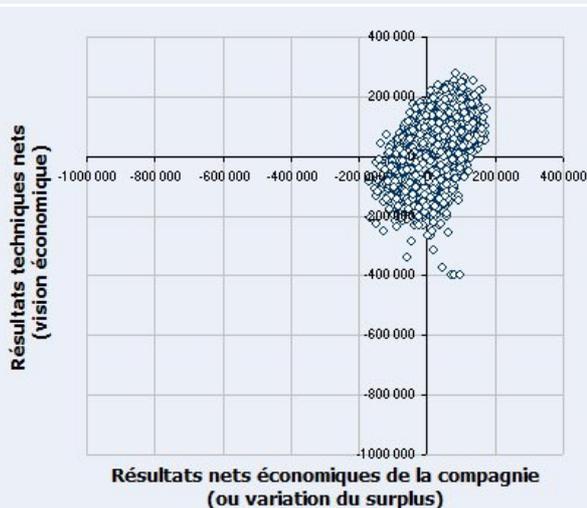
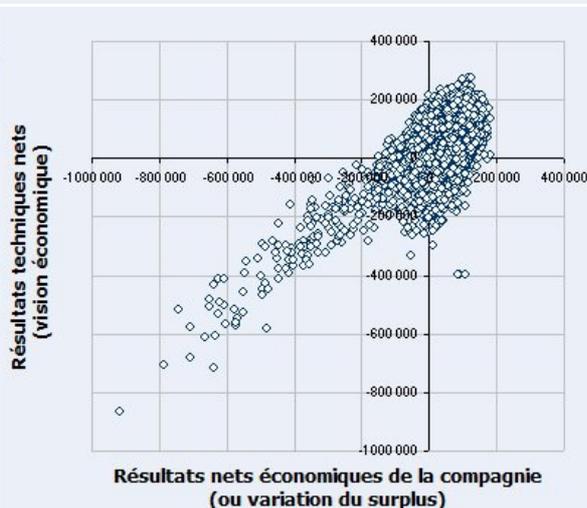
En effet, comme nous l'avons déjà abordé au point 1.5.1b de ce mémoire, l'un des défauts de la Value-at-Risk est de ne prendre en compte qu'un point de la distribution (au seuil 99,5% dans notre cas) et de ne pas donner d'indications sur la sévérité des pertes en delà du seuil.

Pour illustrer le défaut de la mesure de VaR, les graphiques ci-dessous présentent, simulation par simulation, la contribution des Résultats Techniques Nets aux Résultats Nets pour les stratégies n°2 et n°3.

Avec la **stratégie n°2** de réassurance (rétentions plus basses)

Avec la **stratégie n°3** de réassurance (rétentions plus basses & portées plus hautes)

Résultats Techniques Nets vs Résultats Nets de la Compagnie



On remarque ainsi visuellement que les profils des deux graphiques sont vraiment très différents. Nous avons déjà pointé cette différence lorsque nous comparions la distribution des résultats techniques nets (cf 3.4.2 b).

Visuellement, on comprend que la stratégie n°3 s'avère beaucoup plus efficace que la stratégie n°2 pour se couvrir face aux risques extrêmes.

Cette différence d'efficacité des couvertures entre les deux stratégies n'est pas si évidente lorsque l'on compare les Value-at-Risk à 99,5%.

Pour cette raison, il serait plus pertinent d'utiliser la mesure de **Tail Value-at-Risk** pour comparer les stratégies de réassurance à des niveaux de risques extrêmes. La TailVaR correspond à la moyenne des pertes qui excèdent le quantile choisi.

Le tableau suivant compare le risque de prime pour chaque stratégie en utilisant une mesure de VaR à 99,5% et une mesure de TailVaR à 99% :

Risque de prime (net de réassurance)				
en K€				
	Stratégie Initiale	Stratégie 1 Portée + élevée	Stratégie 2 Rétention + basse	Stratégie 3 Rétention + basse & portée + élevée
VaR_{99,5}	250 757	112 922	156 568	87 852
TailVaR₉₉	294 416	119 687	242 276	93 749

Les différences entre les mesures de VaR_{99,5} et TailVaR₉₉ sont très faibles pour les stratégies n°1 et n°3 qui couvrent bien les risques extrêmes. En revanche, les écarts sont considérables pour la stratégie initiale et surtout la stratégie n°2.

→ Les pertes potentielles subies au-delà de la VaR à 99,5% amènent la compagnie ABC Assurances à préférer la **stratégie n°3** qui permet à la fois de se protéger face à de gros sinistres relativement fréquents (via des rétentions plus basses) et face à des sinistres plus extrêmes (via des portées plus élevées).

Contrairement à la stratégie n°2, la stratégie n°3 ne permet pas de satisfaire le critère de tolérance au risque sur la dimension « variabilité des résultats nets comptables ». La différence entre les deux stratégies provient de la prime supplémentaire de réassurance payée dans la stratégie n°3 pour se couvrir avec des portées plus élevées.

D'autres stratégies de réassurances pourraient être testées en complément. Par exemple, il serait intéressant de jouer sur le nombre de reconstitutions des traités en excédent de sinistres ou d'estimer l'impact des franchises annuelles (ADD - *Annual Aggregate Deductible*) ou des limites annuelles (AAL - *Annual Aggregate Limit*).

En synthèse du cas pratique sur les stratégies de réassurance :

- Le **levier de la réassurance** s'avère **plus efficace que le levier des allocations d'actifs** pour couvrir les risques sur la variabilité des résultats nets comptables et pour minimiser le besoin en capital. Cette réduction du risque est obtenue sans détériorer la rentabilité attendue des fonds propres à moyen terme (ROE moyen sur 5 ans).
- L'utilisation de la VaR comme **mesure de risque** ne paraît pas bien adaptée pour comparer des stratégies de réassurance très différenciées sur les risques extrêmes. Elle pourrait conduire à retenir une stratégie de réassurance qui ne couvre pas du tout la compagnie face à des pertes au-delà du quantile de référence (par exemple 99,5%).
- La compagnie ABC Assurances souhaite choisir la **stratégie de réassurance n°3** et **combiner** cette stratégie **avec différentes stratégies d'allocation d'actifs**, probablement moins risquées, afin de réussir à satisfaire l'ensemble du **cadre d'appétit pour le risque**.

3.5 Stratégies combinées sur les investissements et la réassurance

Le principe de cette analyse est de tester une autre stratégie de réassurance et de la combiner avec l'ensemble des différentes stratégies alternatives d'allocations d'actifs.

3.5.1 Tests de stratégies combinées d'allocations d'actifs et de réassurance

a) Les stratégies alternatives testées

- **La stratégie de Réassurance testée : rétentions plus faibles et portées plus élevées (stratégie n° 3)**

Dans le cadre de la stratégie alternative, il s'agit de tester une rétention plus basse (2M€ contre 5M€ pour les différents traités hors cat) et une portée plus haute. La comparaison entre la stratégie initiale et la nouvelle stratégie testée (stratégie n°3) a été présentée au point 3.4.1 a).

Avec cette stratégie, la compagnie ABC Assurances souhaite céder davantage de sinistres grâce à une franchise plus faible et beaucoup mieux se couvrir face aux sinistres exceptionnels.

- **Les stratégies d'allocations d'actifs testées :**

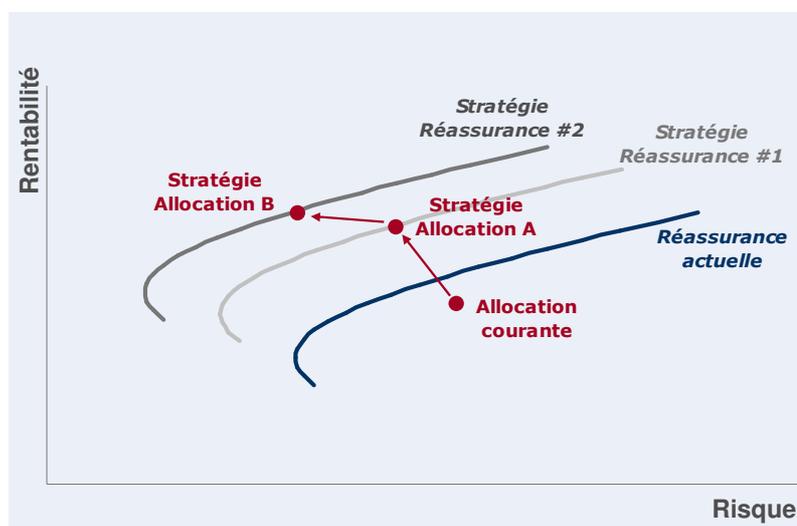
Comme pour les simulations réalisées au point 3.3.1 « Tests de stratégies d'allocations d'actifs alternatives », la compagnie ABC Assurances souhaite de nouveau tester **54 stratégies alternatives** d'allocations d'actifs.

b) La comparaison des stratégies selon le critère rendement/risque :

- **Le principe :**

Comme l'illustre le graphique ci-après, le processus est le suivant :

- Tester un ensemble de stratégies d'allocations d'actifs en maintenant la stratégie de réassurance actuelle (analyse réalisée au point 3.3.1) ;
- Tester de nouveau ces stratégies d'allocations d'actifs en choisissant une autre stratégie de réassurance #1 ;
- Même principe, en choisissant une autre stratégie de réassurance #2 ou d'autres stratégies.



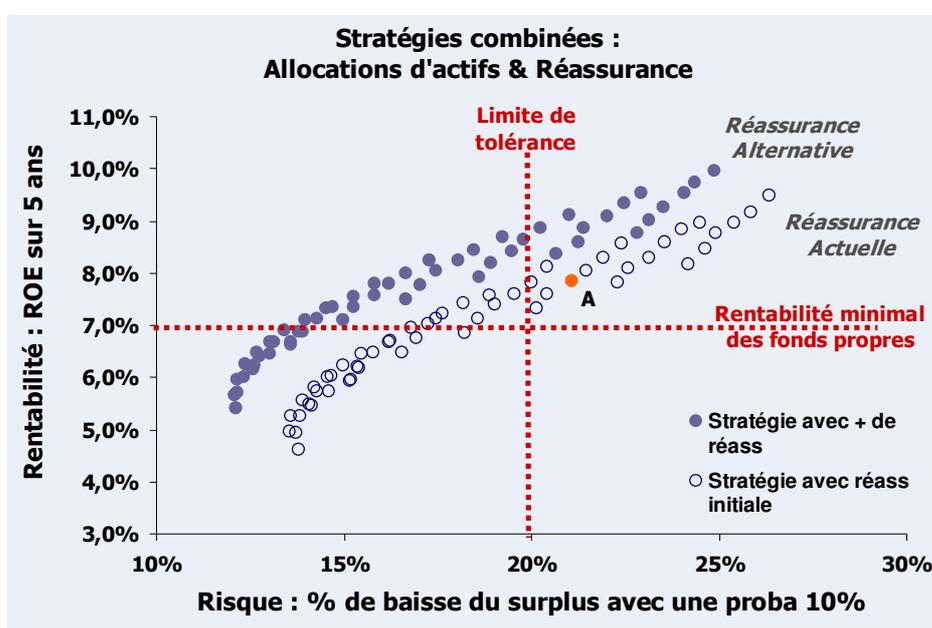
Le principe consiste donc à se déplacer sur les différentes frontières efficientes et à trouver la stratégie combinée sur les investissements et la réassurance qui aura le meilleur couple rendement/risque pour la compagnie.

La stratégie optimale qui sera choisie devra respecter l'ensemble des critères de l'appétit pour le risque.

- **Les résultats :**

Le graphique ci-dessous montre les résultats des différentes stratégies d'allocations d'actifs, combinées aux deux stratégies de réassurance testées.

- Les points avec un arrière-plan sans couleur correspondent aux stratégies d'allocations d'actifs combinées à la stratégie de réassurance initiale (cf l'analyse réalisée au point 3.3.1) ;
- Les points avec un arrière-plan bleu foncé correspondent aux stratégies d'allocations d'actifs combinées à la nouvelle stratégie de réassurance ;
- Le point A correspond à la stratégie d'allocation d'actifs initiale.



La nouvelle stratégie de réassurance permet de se déplacer vers un profil de risque moins risqué et de trouver des stratégies combinées qui satisfont les critères de rentabilité (ROE) et de risque (variabilité du surplus économique, i.e. ratio CaR90/capital dispo).

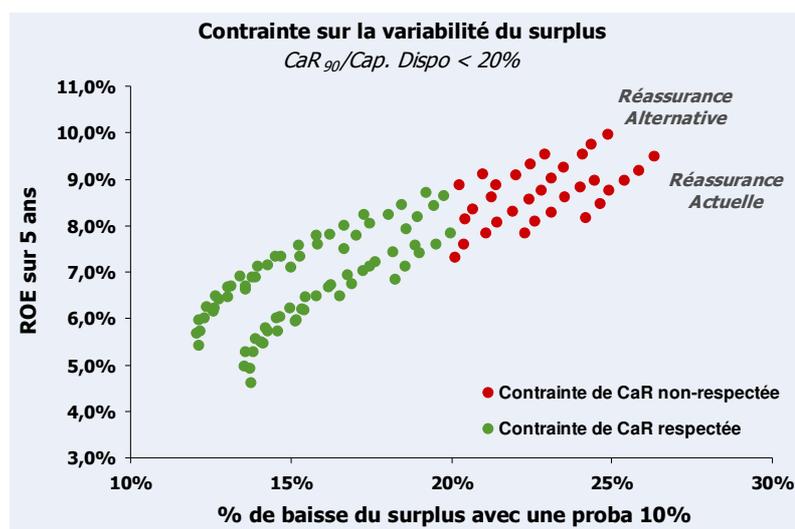
Avec la stratégie initiale de réassurance, aucune stratégies d'allocations d'actifs ne permettaient de respecter l'ensemble des contraintes de l'appétit pour le risque. Nous allons vérifier qu'avec la stratégie de réassurance alternative il est possible de trouver des stratégies d'allocations d'actifs sur la nouvelle frontière efficiente qui respectent le cadre de l'appétit pour le risque.

3.5.2 Respect du cadre de risque des stratégies combinées

a) La contrainte sur la variabilité du surplus économique (CaR90) :

La moyenne sur 5 ans du ratio capital en risque (CaR_{90}) rapporté au capital disponible doit respecter la limite de 20% à ne pas dépasser.

Le graphique suivant montre qu'avec la stratégie alternative de réassurance, 40 stratégies sur 54 respectent le critère de variabilité du surplus (contre 35 stratégies avec la réassurance actuelle).



Les stratégies d’allocations ne respectant pas la contrainte de variabilité du surplus correspondent aux portefeuilles ayant une part en Actions supérieure ou égale à 32,5% (contre 27.5% avec la réassurance initiale).

A titre de comparaison, nous présentons le critère de variabilité du surplus économique pour les deux stratégies de réassurance en maintenant l’allocation d’actifs actuelle :

Contrainte de variabilité du surplus avec l’allocation d’actifs actuelle

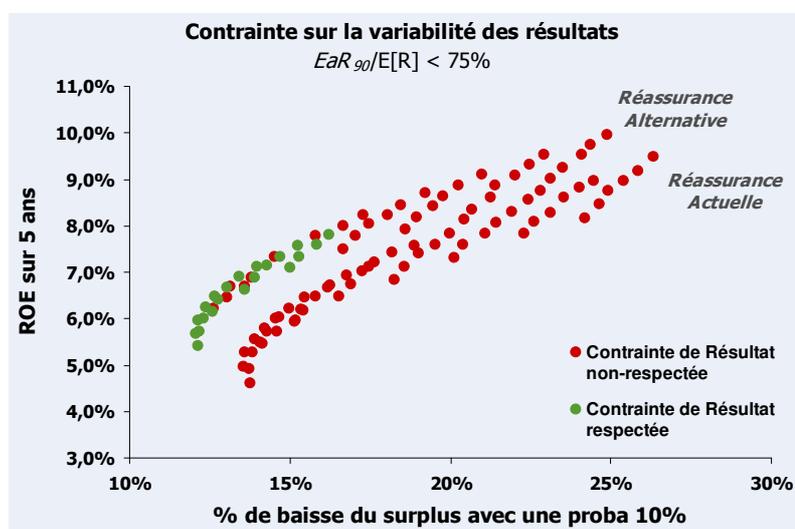
	Réassurance actuelle	Réassurance alternative
Ratio CaR ₉₀ /Capital Disponible	21,1%	19,5%

La nouvelle stratégie de réassurance permettrait désormais de respecter la contrainte de variabilité des fonds propres économiques avec l’allocation d’actif actuelle.

→ La stratégie alternative de réassurance diminue la variabilité du surplus économique et permet de trouver davantage d’allocations d’actifs qui respectent le critère de variabilité du surplus économique. La baisse de la variabilité du surplus n’est pas très forte car la réassurance joue pleinement son rôle de couverture pour des niveaux de quantiles plus élevés.

b) La contrainte sur la variabilité des résultats comptables :

La variabilité des résultats nets comptables (EaR_{90}) ne doit pas dépasser 75% des résultats attendus dans le Plan Stratégique.



Sur les 54 stratégies d'allocations d'actifs, 21 stratégies respectent la contrainte de variabilité des résultats comptables (contre aucune stratégie avec la réassurance initiale).

Le tableau ci-dessous compare le critère de variabilité des résultats pour les deux stratégies de réassurance en maintenant l'allocation d'actifs actuelle :

Contrainte de variabilité des résultats avec l'allocation d'actifs actuelle

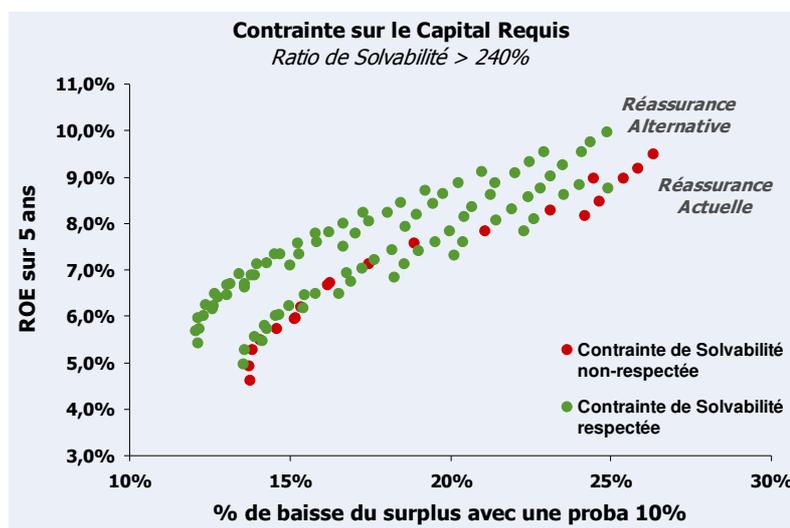
	Réassurance actuelle	Réassurance alternative
Ratio EaR_{90} /Résultats Attendus	96,3%	80,5%

→ L'impact de la réassurance alternative est significatif pour diminuer la variabilité des résultats comptables, mais elle ne suffit pas pour respecter la contrainte sur la variabilité des résultats qui doit être de 75% maximum des résultats attendus.

Il faudra donc choisir une allocation d'actifs moins risquée qui pourra satisfaire cette contrainte de variabilité des résultats (parmi les points verts identifiés sur le graphique ci-dessus).

c) **La contrainte sur le capital requis :**

Le niveau du ratio de solvabilité économique à 1 an doit être supérieur à la moyenne du marché (ie. 240% à la date courante).



La stratégie alternative de réassurance permet de respecter la contrainte de capital requis quelles que soient les allocations d'actifs choisies.

Contrainte de capital requis avec l'allocation d'actifs actuelle

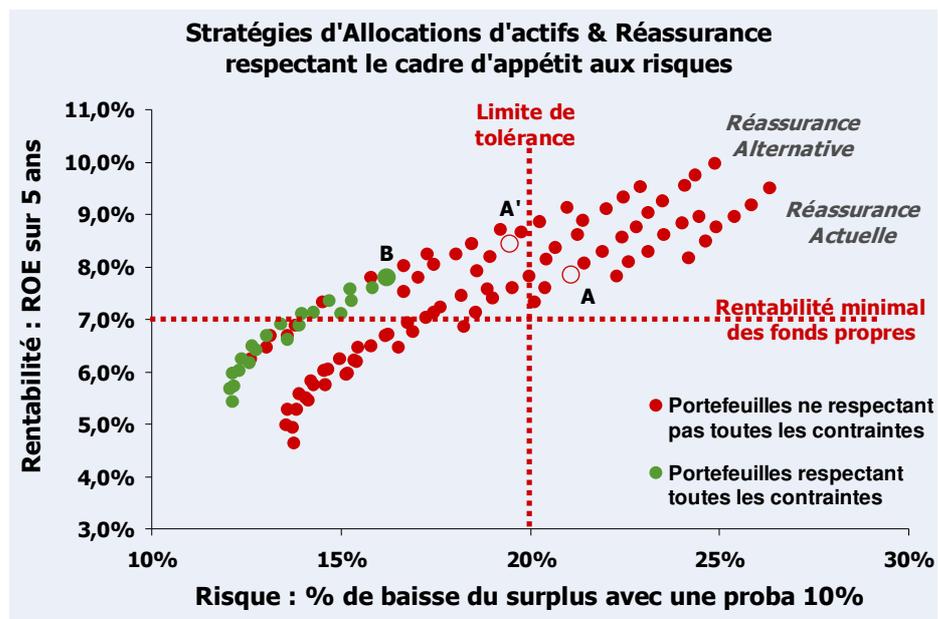
	Réassurance actuelle	Réassurance alternative
Ratio de solvabilité économique	228%	486%

→ La stratégie alternative de réassurance, qui offre une bien meilleure protection face aux risques exceptionnels, est très efficace pour améliorer le ratio de solvabilité économique de la compagnie ABC Assurances.

Comme attendu, le levier de la réassurance est beaucoup plus efficace sur le critère de solvabilité que le levier de l'allocation d'actifs.

d) **Vue synthétique du cadre d'appétit pour le risque :**

En combinant l'ensemble des contraintes de l'appétit pour le risque, nous obtenons le graphique suivant, qui compare les deux stratégies de réassurance combinées aux différentes stratégies d'allocation d'actifs :



→ Alors qu'avec la stratégie de réassurance actuelle il n'était pas possible de trouver des allocations d'actifs adaptées aux limites de tolérance, la stratégie alternative de réassurance permet de trouver des allocations d'actifs respectant l'ensemble du cadre de l'appétit pour le risque de la compagnie ABC Assurances.

e) Choix de la nouvelle stratégie

- **La nouvelle stratégie de réassurance :**

La nouvelle stratégie de réassurance testée, qui consiste à céder davantage de sinistres par une franchise plus faible et de mieux se couvrir face aux sinistres exceptionnels, se révèle très efficace pour obtenir un profil de risque moins risqué tout en respectant l'objectif de rentabilité de la compagnie.

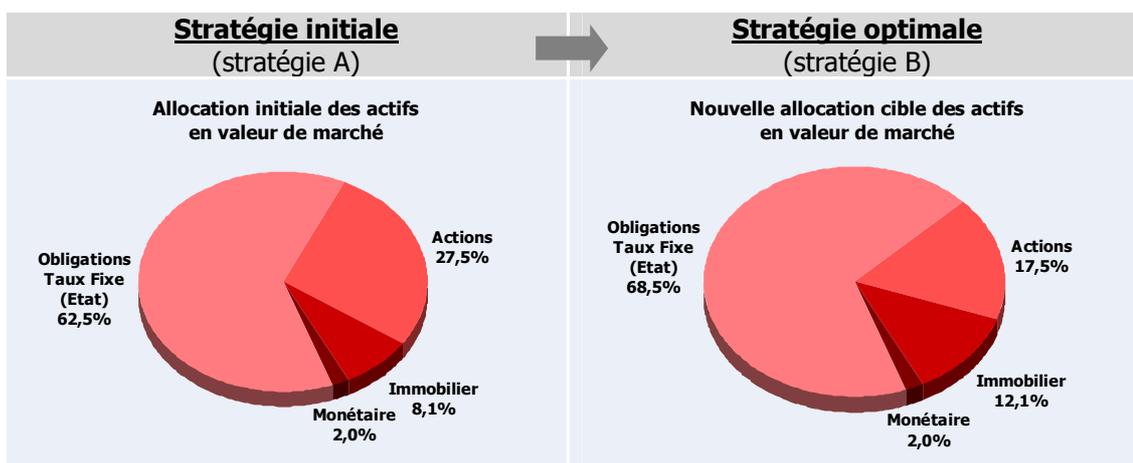
→ Pour respecter son cadre d'appétit pour le risque, **la compagnie ABC Assurances prend la décision de se couvrir davantage et d'adopter la nouvelle structure de réassurance (stratégie n°3).**

- **La stratégie d'allocation d'actifs optimale :**

Le choix de la stratégie optimale d'allocation d'actifs consiste à sélectionner le portefeuille sur la frontière efficiente qui maximise la rentabilité des fonds propres tout en respectant l'ensemble des contraintes de l'appétit pour le risque. Ce portefeuille correspond au point B du graphique précédent.

→ **La compagnie ABC Assurances décide de changer son allocation stratégique d'actifs** de la façon suivante :

- **Réduction de 10%** de sa part en **Actions** (de 27,5% à 17,5%) ;
- **Augmentation de 4%** de sa part en **Immobilier** (de 8,1% à 12,1%) ;
- **Augmentation de 6%** de sa part en **Obligations** (de 62,5% à 68,5%)



3.5.3 Comparaison du profil du risque de la nouvelle stratégie choisie avec la stratégie initiale

a) Comparaison du profil de risque de la stratégie initiale et de la nouvelle stratégie

Le tableau ci-dessous présente de façon synthétique les résultats des simulations pour :

- la stratégie actuelle d'allocation d'actifs et de réassurance (stratégie A - stratégie initiale) ;
- la stratégie actuelle d'allocation d'actifs combinée à la nouvelle stratégie de réassurance (stratégie A') ;
- la nouvelle stratégie d'allocation d'actifs et de réassurance (stratégie B – stratégie optimale)

ALLOCATIONS D'ACTIFS	Stratégie Initiale	Stratégie Initiale	Nouvelle Stratégie
REASSURANCE		Nouvelle Stratégie	
Point correspondant sur le graphique	A	A'	B
Part Actions	27,5%	27,5%	17,5%
Part Immobilier	8,1%	8,1%	12,1%
Part Obligations & Monétaire	64,4%	64,4%	70,4%

Dimension "Valeur"

ROE moyen sur 5 ans	7,83%	8,42%	7,79%
Surplus Economique attendu à 5 ans	593 571	604 422	584 143
Moy. annuelle du CaR ₉₀ sur 5 ans	108 479	101 486	82 179
Moy. annuelle du CaR ₉₀ /Cap dispo sur 5 ans	21,1%	19,5%	16,2%

Dimension " Résultats Comptables"

Résultats Nets moyens sur 5 ans	50 640	55 951	52 834
Résultats Techniques Nets moyens sur 5 ans	27 955	36 215	38 127
Probabilité Résultats comptables négatifs	9,4%	6,3%	4,7%
Moy. annuelle du EaR ₉₀ /E[R] sur 5 ans	96,3%	80,5%	74,2%

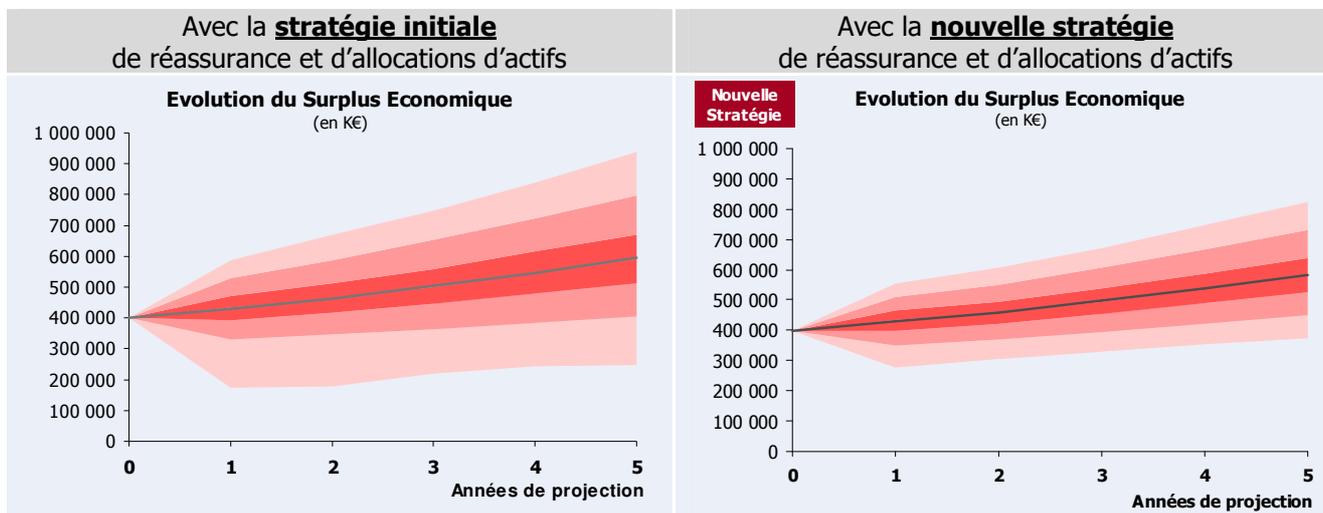
Dimension "Capital Requis"

Capital Economique Requis réglementaire	175 185	82 123	65 359
Ratio de Solvabilité Economique réglementaire	228%	486%	610%
Ratio de Solvabilité réglementaire (Solva 1)	192%	207%	204%

- **Dimension « Valeur » : la rentabilité du surplus économique**

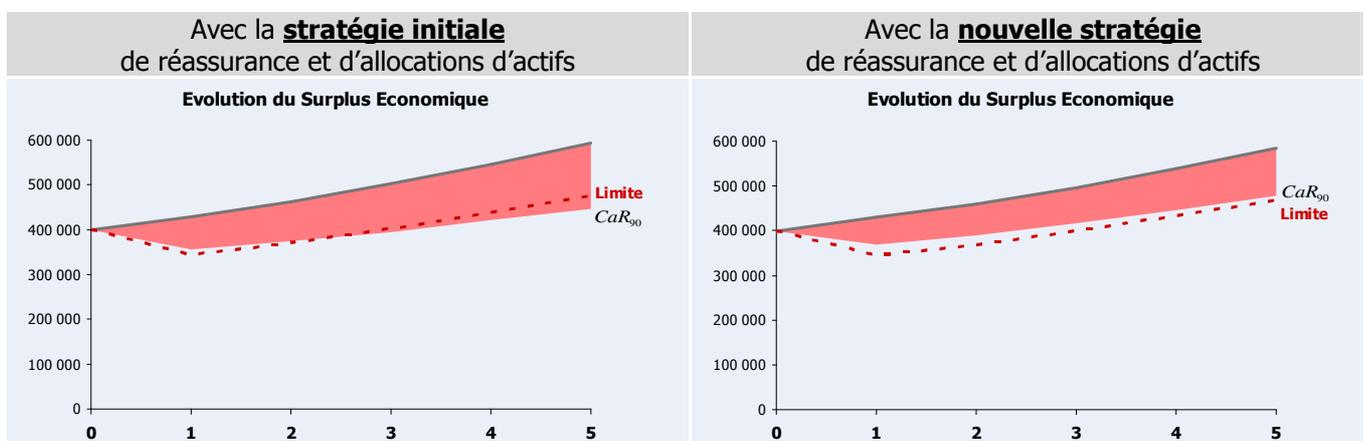
Le niveau moyen sur 5 ans du **ROE** est de **7,79%** pour la nouvelle stratégie contre **7,83%** pour la stratégie initiale. Les deux stratégies sont donc comparables en terme de rentabilité attendue.

En revanche, comme le montre le graphique ci-dessous, la variabilité du surplus économique est nettement inférieure avec la nouvelle stratégie. Cela s'explique par une meilleure couverture de réassurance et une allocation d'actif relativement plus prudente.



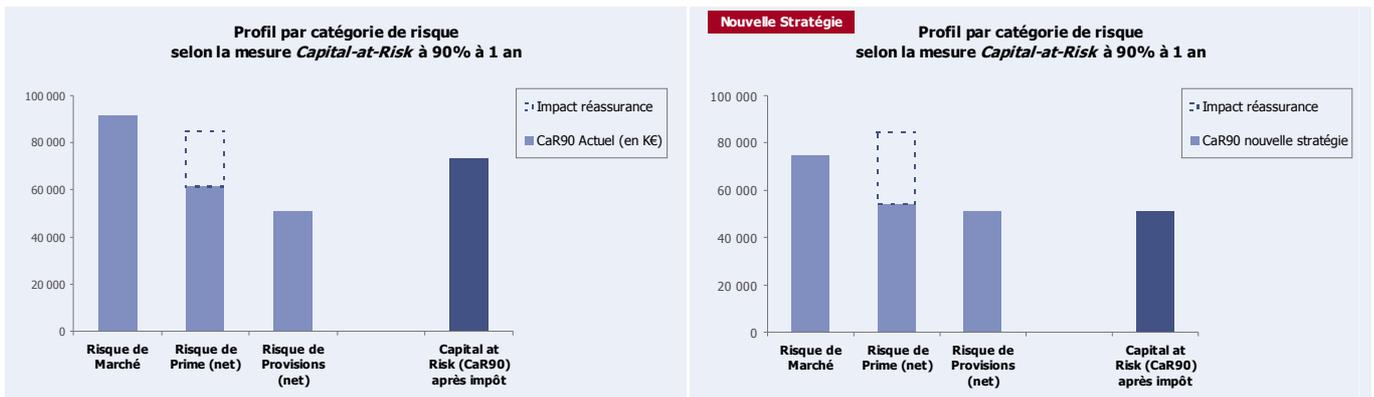
- **Dimension « Valeur » : profil de risque selon le critère de variabilité du surplus**

Avec la stratégie initiale, le niveau du CaR90 dépassait la limite de tolérance alors qu'avec la nouvelle stratégie le critère de variabilité du surplus est respecté sur toute la durée de projection.



Dans le graphique ci-après, le **profil de risque par catégorie de risque** montre que le risque de variabilité de la valeur des actifs est sensiblement réduit (de 92M€ à 75M€). La baisse de ce **risque de marché** s'explique par une allocation d'actif plus prudente en Actions.

Le **risque de prime** net de réassurance diminue mais plus modérément (de 61M€ à 54M€) et le **risque de provision** reste stable.

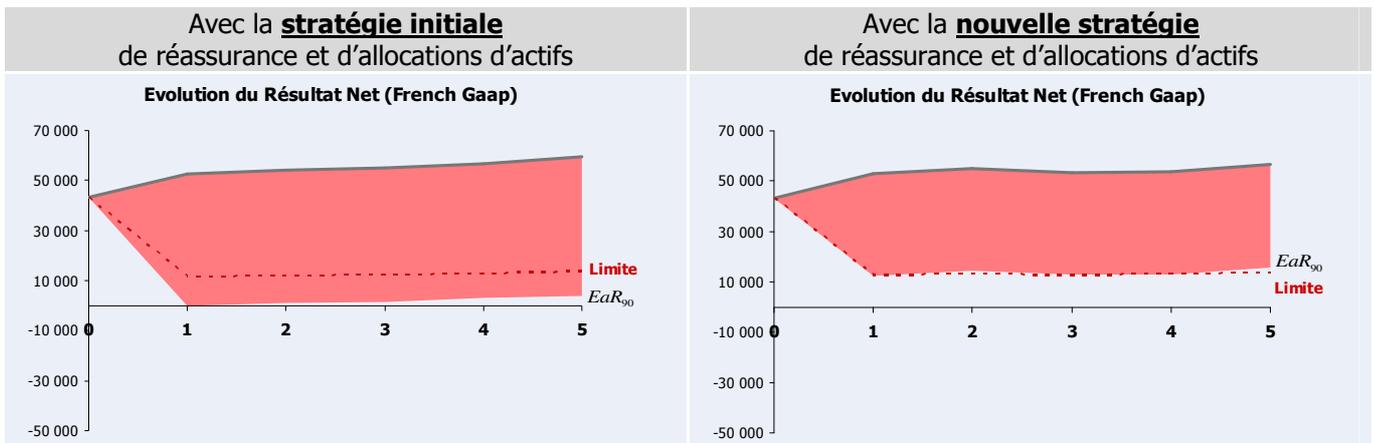


→ A ce niveau de quantile, le changement de stratégie d'allocation d'actifs est efficace pour diminuer les risques de marché et maîtriser le risque de perte de valeur du capital.

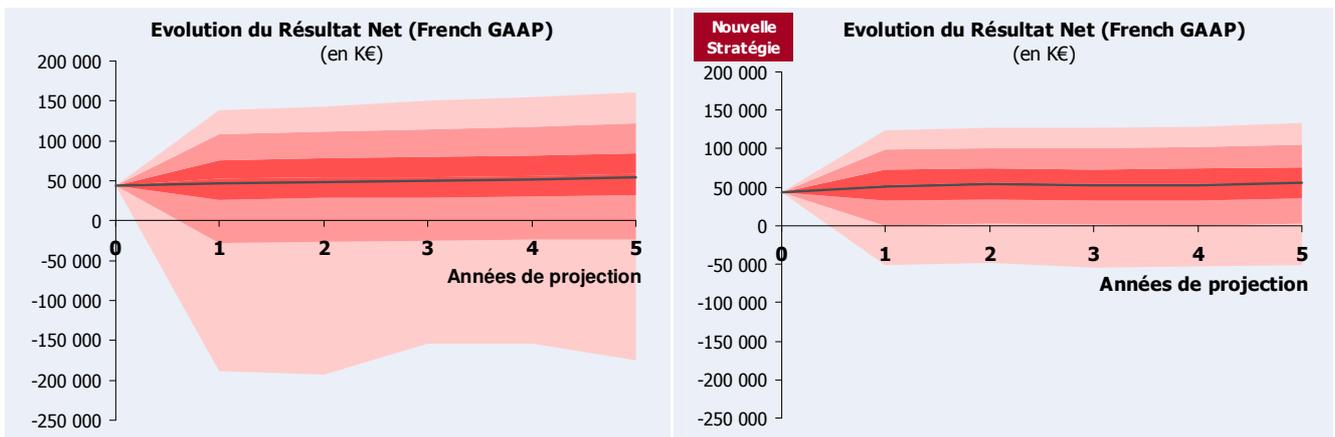
- **Dimension « Résultats comptables » : profil de risque selon le critère de variabilité du résultat comptable**

Avec la stratégie initiale, la variabilité des résultats nets comptables dépasse largement la limite de tolérance fixée par la compagnie ABC Assurances. La raison principale est une protection insuffisante des traités de réassurance mis en place.

La nouvelle stratégie réduit significativement le risque de baisse du résultat comptable et permet à la compagnie d'assurances d'être dans la limite de tolérance fixée.



La comparaison des graphiques ci-dessous montre bien l'impact important de la réassurance sur le risque de baisse du résultat et dans une moindre mesure d'une politique d'investissement plus prudente.

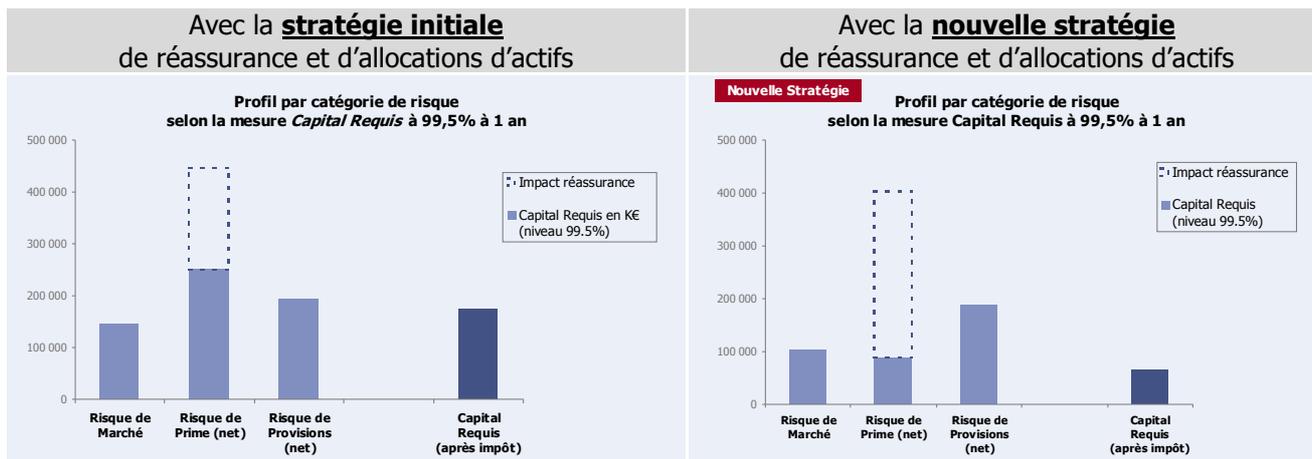


- **Dimension « Capital Requis » : profil de risque selon le critère du capital économique réglementaire**

La nouvelle stratégie atteint pleinement son objectif de réduction du besoin en capital. Le **risque de marché** passe de 146M€ à 102M€ avec une allocation moins orientée sur les actions.

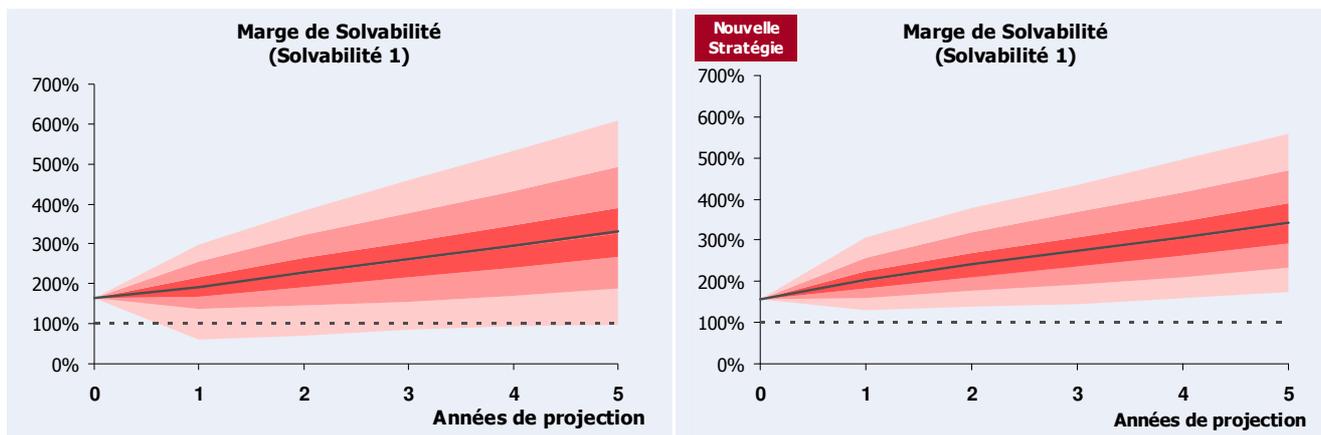
Le **risque de prime** diminue de 251M€ à 88M€ grâce à un niveau de couverture en réassurance beaucoup plus adapté aux risques exceptionnels et de type événements catastrophes. Par ailleurs, le risque de provision reste stable.

Au final, le **capital requis** baisse significativement en raison des effets cumulés de la nouvelle stratégie combinée d'allocation d'actifs et de réassurance⁹⁵.



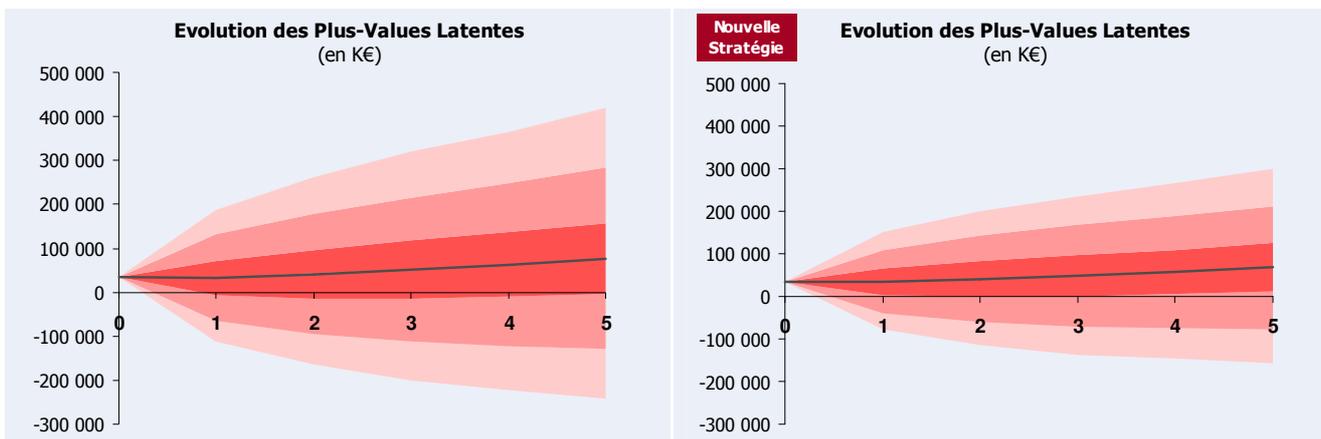
- **Comparaison sur la marge de solvabilité (Solvabilité 1) et les plus-values latentes**

Le ratio de solvabilité 1 devient également moins volatile avec la nouvelle stratégie et permet d'être solvable dans au moins 99,5% des cas.



Avec une allocation d'actifs plus prudente, les plus-values latentes projetées sur l'horizon des 5 ans sont beaucoup moins volatiles (graphiques ci-après).

⁹⁵ A noter que contrairement au montant de capital requis au niveau global de la compagnie, les montants de capitaux par catégorie de risques sont avant impôts (34.4%) et avant prise en compte de la diversification entre les risques.

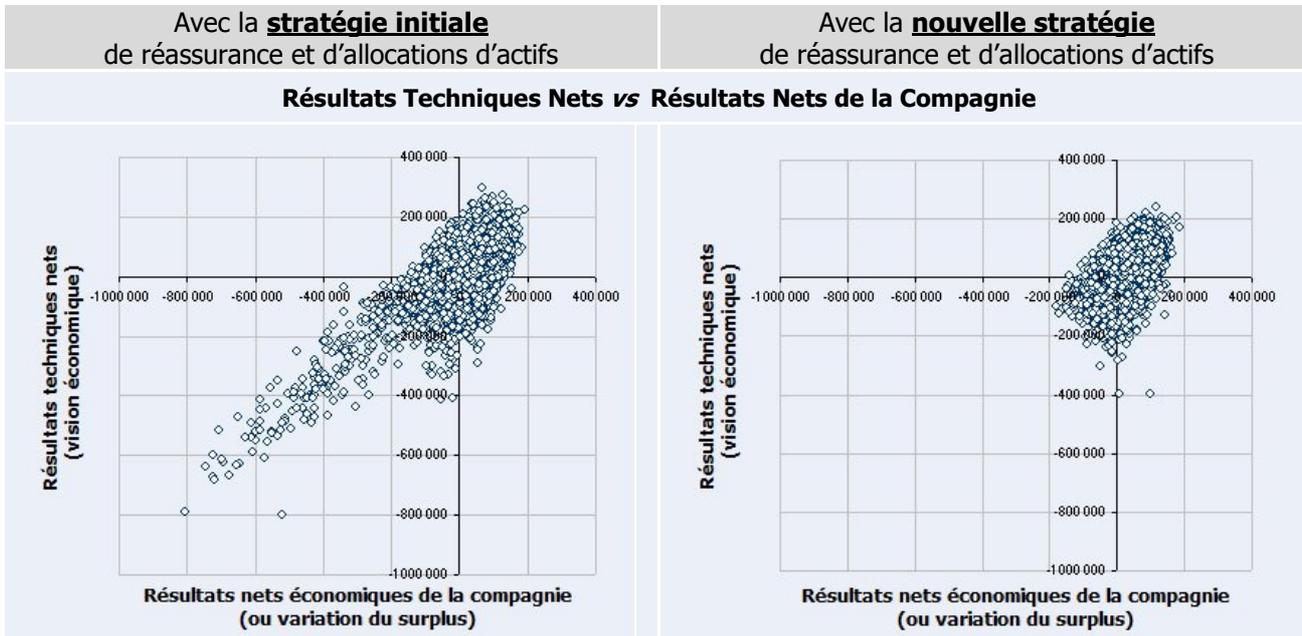


b) Décomposition des Résultats Nets attendus en fonction de la stratégie

Dans les graphiques ci-dessous, les résultats nets attendus à l'horizon d'un an sont comparés simulation par simulation avec les résultats techniques, les résultats du run-off des primes et les résultats financiers.

Ces résultats sont en vision économique et correspondent au niveau global à la variation du surplus économique à 1 an.

Ces représentations sont utiles pour identifier la source des risques sur les résultats nets de la compagnie, notamment dans les scénarios très défavorables, et de mettre en évidence la dépendance entre les résultats de la compagnie et ses résultats techniques et financiers.

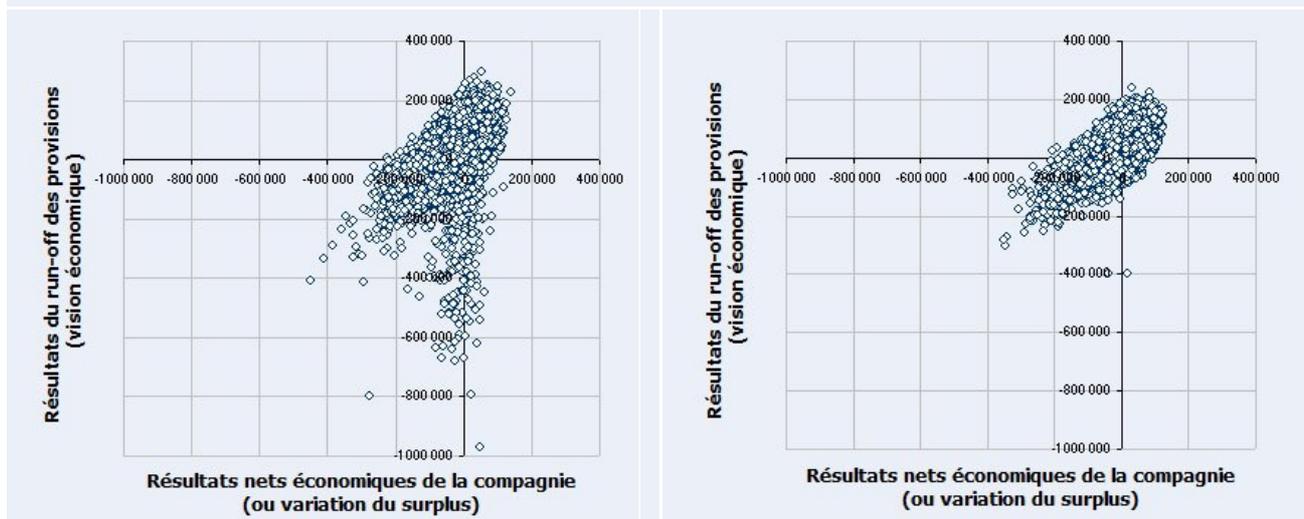


Les résultats techniques en vision économique sont utilisés pour calculer le risque de prime à 1 an.

Avec la stratégie initiale (graphique de gauche), on constate une forte dépendance des résultats nets de la compagnie aux résultats techniques nets, en particulier pour les scénarios défavorables où la stratégie de réassurance initiale joue très peu son rôle de protection.

En revanche, la nouvelle stratégie de réassurance (graphique de droite) se révèle très efficace pour protéger les résultats de la compagnie.

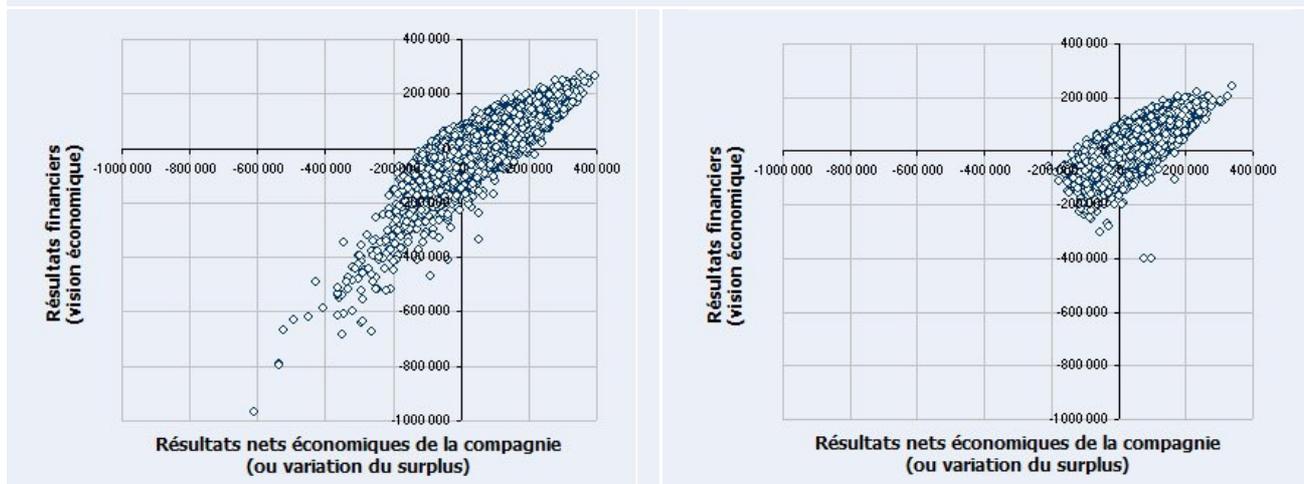
Résultats du run-off des provisions nettes vs Résultats Nets de la Compagnie



Les résultats du run-off des provisions (ou CDR) sont utilisés pour calculer le risque de provision à 1 an.

La survenance de résultats nets de la compagnie très défavorables est souvent associée à un mauvais résultat sur le run-off des provisions. Avec la stratégie initiale, à partir d'un montant de résultats nets inférieurs à -400M€ environ, les pertes proviennent alors seulement des résultats techniques (risque de prime) ou des résultats financiers (risque de marché) dans une moindre mesure.

Résultats Financiers vs Résultats Nets de la Compagnie



Dans le cadre de la stratégie initiale, la politique d'investissement est assez fortement orientée vers les actions (27,5%) et l'immobilier (8,1%). Elle expose la compagnie ABC Assurances à un risque de marché important.

Avec la nouvelle stratégie d'allocation d'actifs, la part en actions est réduite à 17,5% et la part en immobilier est augmentée à 12,1%. Globalement, on constate ainsi que les pertes financières exposent beaucoup moins les résultats de la compagnie.

En synthèse sur les stratégies combinées d'allocation d'actifs et de réassurance :

- La mise en place de la nouvelle stratégie de réassurance et d'allocation d'actifs permet à la compagnie ABC Assurances **d'atteindre l'objectif de rentabilité attendue des fonds propres et de satisfaire l'ensemble du cadre de tolérance aux risques.**
- Par ailleurs, la nouvelle stratégie améliore **l'équilibre de son profil de risque** qui était significativement exposée au risque de tarification et au risque financier.

CONCLUSION

L'objet de ce mémoire est de présenter l'ensemble de la démarche du dispositif de l'appétit pour le risque et de montrer comment elle s'intègre de façon effective dans la politique de gestion des risques d'une compagnie d'assurances.

Nous avons proposé en plusieurs étapes un processus global d'intégration de l'appétit pour le risque. Il consiste en premier lieu à formuler le cadre de risque au niveau global de l'Entreprise, en définissant les différentes dimensions qu'elle souhaite piloter (résultats, valeur, solvabilité) et en fixant des limites de tolérance sur chacune d'elles.

Il nous semble que l'une des problématiques essentielles à ce stade pour un conseil d'administration validant le cadre d'appétit pour le risque, est d'attribuer des priorités entre les différentes dimensions et de garantir une cohérence d'ensemble de la politique de gestion des risques avec les grands axes stratégiques. Ces priorités seront probablement définies en fonction du poids et de l'influence des différentes parties prenantes de l'Entreprise.

Il s'avère que les attentes des différentes parties prenantes sont dans une certaine mesure antinomiques. Ainsi, lorsque des actionnaires d'une compagnie d'assurances exigent une rentabilité des fonds propres très élevée nécessitant un appétit pour le risque plus agressif, cela devrait soulever une préoccupation des autorités de contrôle sur la capacité de l'Entreprise à honorer ses engagements envers les assurés.

En prenant un autre exemple, une compagnie d'assurances estime que son niveau de capital cible évalué à l'aide de son modèle interne est nettement inférieur à celui issu du modèle d'une agence de notation. Il sera probablement difficile pour cette compagnie d'adopter le niveau de risque qui correspond à son appétit réel pour le risque, sans recevoir un examen approfondi de l'agence de notation, et à défaut de risquer une dégradation de sa note.

Même si la problématique de l'équilibre entre les exigences des différentes parties prenantes n'est assurément pas nouvelle, l'attention grandissante portée sur les notions d'appétit pour le risque amènera vraisemblablement les organismes financiers vers davantage de formalisation et de transparence en matière de politique de gestion des risques.

Une fois que le cadre de risque a été définie au niveau global, la Direction de l'Entreprise doit s'assurer du bon positionnement des niveaux de tolérance sur chacune des dimensions et veiller à ce que les mesures de risque soient communicables à la fois en interne à destination des principaux preneurs de risque (*risk-takers*) et en externe à destination de la communauté financière, des agences de notation et des autorités de contrôles.

La mise en œuvre du dispositif de l'appétit pour le risque requière une implémentation en cascade des tolérances définies au niveau globale de l'Entreprise sur chacune des dimensions. L'exercice consiste à décliner en tolérances par catégorie de risque (Marché, Crédit, Souscription,...), puis en limites aux différentes entités opérationnelles. Ces limites sont utilisées dans le but de lier la gestion courante des différents *risk-takers* de l'Entreprise aux différents niveaux de tolérances fixés par grande catégorie de risques, en cohérence avec le cadre de l'appétit pour le risque.

Ce déploiement de l'appétit pour le risque constitue un véritable challenge pour la plupart des compagnies d'assurances. Elles doivent faire face à de nombreuses difficultés, à la fois méthodologiques et de mise en œuvre opérationnelle.

A titre d'exemple sur les difficultés méthodologiques, il faut définir au préalable des mesures de risque adéquates et cohérentes pour chacune des dimensions et choisir une méthodologie d'allocation des tolérances par catégorie de risques. Par ailleurs, l'Entreprise doit trouver des indicateurs de suivi des risques pertinents et partagés avec tous les *risk-takers*. Ces indicateurs au niveau micro (ou KRI) permettent de faire le lien entre le suivi opérationnel réalisé de façon continue tout au long de l'année et les niveaux de tolérance fixés par catégorie de risque à un niveau plus macro. Une difficulté majeure, pour s'assurer que ce lien est bien intégré, est de trouver un lien explicite entre les mesures de ces indicateurs et leur traduction dans le modèle DFA, qui est lui-même utilisé pour s'assurer que l'agrégation des prises de risques satisfait les différentes dimensions du cadre d'appétit pour le risque de la compagnie.

Sur le plan de la mise en œuvre opérationnelle, cela nécessite une mise à jour régulière du dispositif de déploiement de l'appétit pour le risque. Ainsi dans le cadre de Solvabilité II, le

processus ORSA doit être réalisé au minimum annuellement et à chaque fois que le profil de risque de l'Entreprise change de façon significative. Si elles utilisent un modèle interne, les compagnies d'assurances devront alors faire face à des difficultés pratiques de mise à jour des données, de calibrage des hypothèses et des paramètres, notamment pour les scénarios économiques et les lois de sinistres par branche d'activités (dans le cas des assureurs non-vie).

L'application réalisée dans ce mémoire à l'aide d'un modèle DFA a permis d'exposer un exemple concret de formalisation d'un cadre d'appétit pour le risque et d'analyser comment les différentes stratégies d'investissements et de réassurance pouvaient s'articuler de façon cohérente avec les objectifs de tolérances aux risques.

Alors que trop souvent les stratégies d'investissements et de réassurance sont élaborées de façon indépendante, nous avons montré que la combinaison de ces deux leviers de pilotage constitue une stratégie très efficace pour satisfaire l'ensemble du cadre de risque défini par l'Entreprise.

Dans notre exemple, le profil de risque courant de la compagnie d'assurance ne respectait pas son cadre de risque. Le premier levier consistant à changer les allocations stratégiques d'actifs ne s'est pas révélé suffisant pour revenir dans les limites de tolérances fixées. Il ressort notamment de l'analyse que la stratégie d'allocations d'actifs n'est pas le levier le plus efficace pour améliorer fortement le ratio de solvabilité économique.

L'autre levier d'actions envisagé est alors de tester différentes stratégies de réassurance afin de mieux couvrir la compagnie. Pour notre exemple, la réassurance s'avère alors plus pertinente que le levier des allocations d'actifs pour couvrir les risques sur la variabilité des résultats nets comptables et pour minimiser le besoin en capital.

Nous avons montré à cette occasion que l'utilisation de la *VaR* comme mesure de risque n'était pas bien adaptée pour comparer différentes stratégies de réassurance non-proportionnelles et que cette mesure pouvait conduire à retenir une stratégie de réassurance qui ne couvre pas du tout la compagnie face à des pertes au-delà du quantile de référence (par exemple 99,5%).

Finalement, la mise en place d'une stratégie combinée d'allocations d'actifs et de réassurance se révèle la plus efficace pour atteindre les objectifs fixés par la compagnie d'assurances. Elle permet effectivement de se déplacer vers un profil de risque moins risqué et de dépasser l'objectif de rentabilité attendue des fonds propres tout en satisfaisant l'ensemble du cadre de tolérance au risque.

Par ailleurs, la stratégie combinée choisie a l'avantage de rééquilibrer le profil de risque de la compagnie qui était significativement exposée au risque de tarification et au risque financier. Elle bénéficie ainsi d'une meilleure diversification de ses risques.

De façon cohérente avec la démarche de l'ERM, le pilotage de cet équilibre entre les différents risques est nettement mieux appréhendé en utilisant une approche "intégrée" des stratégies de gestion des risques. Elle permet de comparer les impacts de différentes stratégies d'investissement, de réassurance, de tarification ou de mix-produit en choisissant une même métrique sur chaque risque (par exemple un quantile du résultat net ou du surplus économique) et en tenant compte de leurs interactions.

A la suite de la crise financière et dans un environnement réglementaire encadré par Solvabilité II, les stratégies des assureurs se concentreront davantage qu'aujourd'hui sur la dimension "Solvabilité". Ainsi parmi les intérêts et les enjeux des parties prenantes des compagnies d'assurances, il est probable que le barycentre se déplace d'un cran vers les autorités de contrôle.

En conséquence, les compagnies qui se focaliseront sur leur dimension "solvabilité" et sur une logique court-termiste du risque (à 1 an) seront portées à retenir des stratégies de gestion des risques plus prudentes et sans doute moins créatrices de valeur sur le long terme. Avant l'entrée en vigueur de Solvabilité II, certains assureurs ont ainsi commencé à diminuer significativement la proportion investie en actions dans leurs portefeuilles, en raison d'un chargement en capital jugé trop sévère sur cette classe d'actif.

Ce compromis à trouver entre la minimisation du capital requis réglementaire et l'optimisation de la rentabilité sur le long terme apparaît essentiel pour maintenir un avantage concurrentiel dans le secteur de l'assurance.

Dans ce contexte, la mise en oeuvre d'un dispositif d'appétit pour le risque apparaît un enjeu d'autant plus important. Il constitue la base d'un système de gestion des risques efficient et facilite un pilotage éclairé des stratégies d'une compagnie d'assurances.

BIBLIOGRAPHIE SELECTIVE

Chapitre 1 -

APPETIT POUR LE RISQUE ET GESTION DES RISQUES ET DE LA VALEUR DANS LE CADRE D'UNE DEMARCHE D'ENTREPRISE RISK MANAGEMENT

Artzner P., Delbaen F., Eber JM., Heath D., "Coherent risk measures", *Mathematical Finance*, 9 (3), 1999

Bennet C., K. Cusick, "Risk Appetite: Practical Issues for the Global Financial Services Industry", *Institute of Actuaries of Australia*, Biennial Convention sept 2007, www.actuaries.asn.au

Besson J-L, M. Dacorogna, P. De Martin, M. Kastenholtz, M. Moller, "How Much Capital Does a Reinsurance Need?", *The Geneva Papers*, vol. 34, april 2009

Bingham R., "The Integration of Risk and Return in Practice - From Ratemaking to ERM", *ERM Symposium - Chicago*, March 29-30, 2007

Bodoff N., "Capital Allocation by Percentile Layer," *Variance*, vol.3 issue 1, 2009, pp. 13-30.

Brehm P., S. Gluck, R. Kreps, J. Major, D. Mango, R. Shaw, G. Venter, S. White, S. Witcraft, "Enterprise Risk Analysis for Property & Liability Insurance Companies", *Guy Carpenter & Co*, 2007 – <http://ERMbook.guycarp.com>

D'Arcy S., "Risk Appetite Statements: What's on Your Menu?", *Risk Management Newsletter (SOA)*, June 2009

Deighton S., R. Dix, J. Graham, J. Skinner, "Governance and Risk Management in UK Insurance Companies", *Institute of Actuaries*, March 2009

FSA-Financial Services Authority, "Insurance Sector Briefing: Risk Management in Insurers", November 2006

International Actuarial Association (IAA), "Practice Note on Enterprise Risk Management for Capital and Solvency Purposes in the Insurance Industry," *IAA Practice Note*, August 2008, www.actuaries.org.uk/data/assets/pdf_file/0006/138903/IAA_PracticeNote.pdf

IAIS-International Association of Insurance Supervisors, "Guidance Paper on Enterprise Risk Management for Capital Adequacy and Solvency Purposes", *Guidance Paper n°2.2.6*, October 2007

Karow Ch., "Risk Appetite", *ERM Symposium*, March 2007

KPMG, "Managing Economic Capital - Beyond Basel II", 2007

Mango D., "Capital Consumption: An Alternative Methodology for Pricing Reinsurance," *Casualty Actuarial Society eForum*, Winter 2003

Murphy M., "Use of Economic Capital for Performance Management", *ERM Symposium*, April 2008

Myers S., J. Read, "Capital Allocation for Insurance Companies", *Journal of Risk and Insurance*, vol.68, 2001

PricewaterhouseCoopers, "Does ERM matter? Enterprise risk management in the insurance industry 2008", June 2008

Ruhm D., "Risk Coverage Ratio: A Leverage-Independent Method of Pricing based on Distribution of Return", *Colloque ASTIN - Washington*, July 8-11, 2001

Segal S., "Defining Risk Appetite", *Risk Management Newsletter (SOA)*, July 2006

Tavan F., "Risk Tolerances and Risk Metrics", *SOA ERM Symposium*, 2005

Vaughn T., "Capital Allocation Methods—Policyholder vs. Shareholder Perspectives," *Casualty Actuarial Society eForum*, Summer 2009

- Wason S., "Enterprise Risk Management - All of life is the management of risk, not its elimination", *International Actuarial Association (IAA)*, October 2008, http://www.actuaries.org/LIBRARY/Newsletters/Oct2008/Wason_FRM.pdf
- Wong D., Ph. Ellis, "Defining Risk Appetite", *GIRO Conference*, October 2007

Chapitre 2 –

MODELE DFA ET EVALUATION DES RISQUES D'UNE COMPAGNIE D'ASSURANCES NON-VIE

Les modèles DFA

- Blum, P. and Dacorogna, M., "DFA—Dynamic Financial Analysis", *Encyclopedia of Actuarial Science*, John Wiley & Sons, 2004, <http://www.wiley.co.uk/eoas/pdfs/TAD036-.pdf>
- Casualty Actuarial Society, "DFA Research Handbook", *DFA Committee of the Casualty Actuarial Society*, 1999
- Eling M., Parnitzke T., "Dynamic Financial Analysis : Classification, Conception and Implementation", *Working Paper on Risk Management and Insurance*, N°16, dec 2005. [http://www.ivw.unisg.ch/org/ivw/web.nsf/SysWebRessources/WP16/\\$FILE/WP16.pdf](http://www.ivw.unisg.ch/org/ivw/web.nsf/SysWebRessources/WP16/$FILE/WP16.pdf)
- International Association of Insurance Supervisors (IAIS), "Guidance paper on the use of internal models for regulatory capital purposes", oct 2008.

Le générateur de scénarios économiques

- Ahlgrim, K., S. P. D'Arcy, R. W. Gorvett, "Report on Modeling of Economic Series Coordinated with Interest Rate Scenarios", *Casualty Actuarial Society*, 2004, <http://www.casact.org/research/econ/>.
- Ahlgrim, K., S. P. D'Arcy, R. W. Gorvett, "Modeling Financial Scenarios: A Framework for the Actuarial Profession," *Proceedings of the Casualty Actuarial Society 92*, 2005, pp. 177-238.
- Ahlgrim, K., S. P. D'Arcy, R. W. Gorvett, "A Comparison of Actuarial Financial Scenario Generators," *Variance*, vol.2 issue 1 , 2008, pp. 111-134.
- American Academy of Actuaries, "Phase I Report of the American Academy of Actuaries' C-3 Subgroup of the Life Risk-Based Capital Task Force to the National Association of Insurance Commissioners' Risk-Based Capital Work Group," *American Academy of Actuaries*, 1999, http://www.actuary.org/pdf/life/lrbc_october.pdf.
- American Academy of Actuaries, "Recommended Approach for Setting Regulatory Risk-Based Capital Requirements for Variable Annuities and Similar Products," Report of the Life Capital Adequacy Subcommittee, *American Academy of Actuaries*, 2005, <http://www.actuary.org/life/phase2.asp>.
- American Academy of Actuaries, "Report from the American Academy of Actuaries," Economic Scenario Work Group, *American Academy of Actuaries*, sept 2007, <http://www.actuary.org/life/phase3.asp>.
- Bernstein, P., "Des idées capitales" *Presses Universitaires de France*, 2000.
- Bernstein, P., "Plus forts que les dieux - La remarquable histoire du risque " *Flammarion*, 1998.
- Courtault JM, Kabanov Y, Bru B, ..., "Louis Bachelier on the centenary of Théorie de la Spéculation", *Mathematical Finance*, Vol.10, No.3, July 2000, pp. 341-353.
- Financial Services Authority (FSA), "Review of FSA Projection Rates – final report", *PricewaterhouseCoopers*, , nov. 2007. http://www.fsa.gov.uk/pubs/other/projection_rates07.pdf
- Hardy M. R., "A Regime-Switching Model of Long-Term Stock Returns", *North American Actuarial Journal* 5 (2), 2001, pp. 41-53.
- Hardy M., Freeland K., Till M., "Validation of long term equity return models for equity-linked guarantees", *Site des Actuaire Canadiens*, 2006.

www.actuaries.ca/meetings/stochastic-investment/2006/pdf/1107_v.2.pdf

Hibbert, J., P. Mowbray, C. Turnbull, "A Stochastic Asset Model and Calibration for Long-Term Financial Planning Purposes", *Technical Report*, Edinburgh: Barrie and Hibbert, 2001.

Hull, J., A. White, "Numerical Procedures For Implementing Term Structure Models II: Two-Factor Models", *Journal of Derivatives*, Winter 1994, pp. 37-48.

Merton R. C., "Option Pricing When Underlying Stock Returns are Discontinuous", *Journal of Financial Economics*, vol. 3, 1976, pp. 125-144.

Mulvey, J.M., et Ziemba, W.T., "Asset and liability management systems for long-term investors", dans *Worldwide Asset and Liability Modeling*, Cambridge University Press, United Kingdom, 1998, pp. 3-38.

Planchet F., Thérond P.E., Jacquemin J., "Modèles Financiers en Assurance – Analyses de risque dynamique », *Economica*, 2005.

Planchet F., Thérond P.E., "L'impact de la prise en compte des sauts boursiers dans les problématiques d'assurance", *Proceedings of the 15th AFIR Colloquium*, 2005.

Smith A., Southall Fr., "A Stochastic Asset Model for Fair Values in Pensions and Insurance", *GIRO/CAS Convention*, Glasgow, oct 2001.

Teeger D.B., Yakoubov M. et Duval B., "The TY Model: A Stochastic Investment Model for Asset and Liability Management". *Staple Inn Actuarial Society*. Nov. 1999

Wilkie, A. D., "A Stochastic Investment Model for Actuarial Use", *Transactions of the Faculty of Actuaries* 39, 1986, pp. 341-403.

Wilkie, A. D., "More on a Stochastic Model for Actuarial Use", *British Actuarial Journal* 1, 1995, pp. 777-964.

La modélisation des provisions

AISAM/ACME, "AISAM/ACME study on non-life long tail liabilities - Reserve risk and risk margin assessment under Solvency II," 2007, <http://www.aisam.org>

Bardis E., "Introduction to Reserve Range Theory and Practical Model Application," *CAS Annual Meeting*, 25, November 16, 2009.

<http://www.casact.org/education/annual/2009/handouts/c13-bardis.pdf>

Barnett, G., B. Zehnirith, "Best Estimates for Reserves," *Proceedings of the Casualty Actuarial Society*, LXXXVII, 2000, pp: 245-321.

<http://www.casact.org/library/00pcas/barnett.pdf>

Daykin C.D., Pentikäinen T., Pesonen M., "Practical Risk Theory for Actuaries", Chapman & Hall, London, 1993.

De Jong P., "Forecasting General Insurance Liabilities," *Research Paper No. 2004/03*, Macquarie University, Sydney-Australia, 2004. http://www.acst.mq.edu.au/research/research_papers

Diers D., "Stochastic re-reserving in multi-year internal models – An approach based on simulations", *ASTIN Colloquium presentation*, June 2009.

England, P., R.J. Verrall, "Analytic and bootstrap estimates of prediction errors in claims reserving," *Insurance: Mathematics and Economics*, 25, 1999, pp. 281-293.

England, P., "Addendum to "Analytic and bootstrap estimates of prediction errors in claims reserving", *Insurance: Mathematics and Economics*, 31, 2002, pp. 461-466.

England, P., R.J. Verrall, "Stochastic Claims Reserving in General Insurance," *British Actuarial Journal*, 8, III, 2002, pp. 443-544.

England, P., R.J. Verrall, "Predictive Distributions of Outstanding Liabilities in General Insurance," *Annals of Actuarial Science*, vol.1, 2006, pp. 221-270.

<http://www.esnips.com/doc/a62955e4-02fb-4cb6-bc38-0b34d64162e1/England-and-Verrall---Predictive-Distributions-of-Outstanding-Liabilities-in-General-Insurance>

- Gluck S., G. Venter, "Stochastic Trend Models in Casualty and Life Insurance," *2009 ERM Symposium*.
<http://www.ermssymposium.org/2009/pdf/2009-gluck-stochastic.pdf>
- Hodes, D., S. Feldblum, G. Blumsohn, "Workers Compensation Reserve Uncertainty," *Proceedings of the Casualty Actuarial Society*, LXXXVI, 1999, pp. 263-392
<http://www.casact.org/pubs/proceed/proceed99/99186.pdf>
- Kirschner, G., C. Kerley, B. Isaacs, "Two Approaches to Calculating Correlated Reserve Indications Across Multiple Lines of Business," *Variance*, vol.2 issue 1, 2008, pp. 15-38.
<http://www.variancejournal.org/issues/02-01/15.pdf>
- Klugman S., H. Panjer, G. Willmot, "Loss Models: From Data to Decisions, 3rd Edition", *Wiley-Blackwell*, 2008.
- Mack, T., "Distribution-free Calculation of the Standard Error of Chain Ladder Reserve Estimates," *ASTIN Bulletin*, 23(2), 1993, pp. 213-225
<http://www.casact.org/library/astin/vol23no2/213.pdf>
- Merz M., M. Wüthrich, "Modeling the Claims Development Result For Solvency Purposes", *Casualty Actuarial Society E-Forum, Fall 2008*
http://www.casact.org/pubs/forum/08forum/21Merz_Wuetrich.pdf
- Ohlsson, E., J. Lauzenings, "The one-year non-life insurance risk", *ASTIN Colloquium presentation*, July 2008.
<http://www.actuaries.org/ASTIN/Colloquia/Manchester/Presentations/Ohlsson.pdf>
- Partrat C., J-M Nessi, E. Lecoer et al., "Provisionnement Technique en Assurance Non-Vie", *Economica*, 2007.
- Pinheiro, P., J. Andrade e Silva,, M. Centeno, "Bootstrap Methodology in Claim Reserving," *The Journal of Risk and Insurance*, vol.70, No.4, 2003, pp. 701-714.
http://www.actuaries.org/ASTIN/Colloquia/Washington/Pinheiro_Silva_Centeno.pdf
- Renshaw, A., R.J. Verrall, "A stochastic model underlying the chain-ladder technique", *British Actuarial Journal*, 4, 1998, pp. 903-923.
- Taylor, G., "Loss Reserving: An Actuarial Perspective," *Boston: Kluwer Academic Publishers*, 2000.
- Taylor, G., G. McGuire, "Synchronous bootstrapping of loss Reserves," *ASTIN Colloquium, Zurich*, 2005. http://www.actuaries.org/ASTIN/Colloquia/Zurich/Taylor_McGuire_presentation.pdf
- Taylor, G., G. McGuire, "A Synchronous Bootstrap to Account for Dependencies between Lines of Business in the Estimation of Loss Reserve Prediction Error," *North American Actuarial Journal*, Vol.11, No 3, 2007.
<http://www.soa.org/library/journals/north-american-actuarial-journal/2007/july/naaj0703-4.pdf>

4

ANNEXES

4.1 Procédure du Bootstrap : application pratique

L'exemple ci-dessous reprend pas à pas les différentes étapes décrites au chapitre 2 sur la modélisation des provisions.

Les montants sont en euros et l'historique du triangle des paiements a été limité volontairement à 5 années.

1. Triangle historique des paiements cumulés

	1	2	3	4	5
2004	61 318 968	83 439 785	87 336 276	89 322 144	90 339 010
2005	67 519 537	99 190 153	102 617 462	103 787 607	
2006	79 410 044	112 461 580	117 059 064		
2007	82 150 432	126 107 089			
2008	87 481 159				
Facteurs de développements	1,450	1,040	1,017	1,011	1,000

2. Estimation du triangle des paiements cumulés attendus (à partir des facteurs de dvpt moyens)

	1	2	3	4	5
2004	58 225 226	84 450 655	87 862 343	89 322 144	90 339 010
2005	67 654 633	98 127 194	102 091 395	103 787 607	
2006	77 573 511	112 513 669	117 059 064		
2007	86 945 611	126 107 089			
2008	87 481 159				
Facteurs de développements	1,450	1,040	1,017	1,011	1,000

3. Calcul des résidus de Pearson (à partir des triangles d'incrément)

	1	2	3	4	5
2004	405	-802	262	435	0
2005	-16	217	-270	-404	
2006	209	-320	24		
2007	-514	766			
2008	0				

3bis. Calcul des résidus de Pearson, ajustés par les degrés de liberté

Nb de données, n =	15	Pearson chi-squared statistic =	2 346 293
Nb de paramètres à estimer, p =	9	Degrés de liberté, $n-p$ =	6
Coefficient d'ajustement =	1,581	Paramètre d'échelle =	391 049

	1	2	3	4	5
2004	641	-1 267	415	688	0
2005	-26	343	-426	-639	
2006	330	-505	39		
2007	-813	1 212			
2008	0				

4. Rééchantillonnage des résidus de Pearson ajustés

	1	2	3	4	5
2004	343	-813	-505	1 212	-26
2005	-639	-813	1 212	641	
2006	39	415	-1 267		
2007	1 212	1 212			
2008	330				

5. Reconstitution d'un triangle pseudo-historique des paiements cumulés

	1	2	3	4	5	6
2004	60 843 697	82 905 111	85 383 679	88 307 315	89 297 993	89 297 993
2005	62 401 483	88 385 501	94 761 956	97 293 075	98 384 561	98 384 561
2006	77 913 754	115 306 997	117 150 509	120 697 791	122 051 843	122 051 843
2007	98 242 766	144 986 088	150 398 341	154 952 357	156 690 695	156 690 695
2008	90 564 839	130 548 050	135 421 339	139 521 856	141 087 086	141 087 086
Facteurs de développements simulés	1,441	1,037	1,030	1,011	1,000	

5bis. Triangle pseudo-historique des incréments

	1	2	3	4	5
2005					1 091 486
2006				3 547 282	1 354 052
2007			5 412 253	4 554 016	1 738 338
2008		39 983 210	4 873 289	4 100 517	1 565 231

6. Triangle pseudo-historique des incréments, avec incorporation de l'erreur de procesus (via simulation Loi Gamma)

Paramètres Loi Gamma :

	1	2	3	4	5
$\alpha = \frac{\text{Incrément simulé}}{\phi}$	2005				302 217
	2006			3 928 113	2 774 000
$\beta = \phi$	2007		3 437 023	3 349 254	2 612 782
	2008	41 982 371	4 289 804	3 623 636	1 264 750

7. Triangle pseudo-historique des paiements cumulés et estimation des provisions

	1	2	3	4	5	6
2004	60 843 697	82 905 111	85 383 679	88 307 315	89 297 993	89 297 993
2005	62 401 483	88 385 501	94 761 956	97 293 075	97 595 292	97 595 292
2006	77 913 754	115 306 997	117 150 509	121 078 622	123 852 622	123 852 622
2007	98 242 766	144 986 088	148 423 111	151 772 365	154 385 146	154 385 146
2008	90 564 839	132 547 210	136 837 014	140 460 650	141 725 399	141 725 399

Charge Ultime	Provisions
89 297 993	0
97 595 292	302 217
123 852 622	6 702 113
154 385 146	9 399 059
141 725 399	51 160 560
606 856 454	67 563 949

4.2 ABC Assurances : comptes financiers initiaux au 31.12.2008

BILAN EN VALEUR COMPTABLE

ABC Assurances

ACTIF (en milliers d'EUR)	2008
1. Capital souscrit non appelé ou compte de liaison avec le siège	
2. Actifs incorporels	0
3. Placements :	
Obligations (corrigé de l'amortissement)	569 088
Actions	277 604
Monétaire	18 507
Immobilier	60 148
4. Placements représentant les PT afférentes aux UC	0
5. Part des cessionnaires et rétrocess. dans les PT :	154 775
6. Créances :	237 379
7. Autres actifs :	7 134
8. Comptes de régularisation actif :	36 914
9. Différence de conversion	0
	1 361 549

PASSIF (en milliers de EUR)	2008
1. Capitaux propres	
1a. Capital social	50 000
1b. Primes liées au capital social	0
1c. Réserves de réévaluation	0
1d. Autres réserves	
Réserve de capitalisation	70 000
1e. Report à nouveau	120 000
1f. Résultat de l'exercice	43 351
2. Passifs subordonnés	0
3. Provisions techniques brutes :	
3a. Provisions pour primes non acquises	123 417
3b. Provisions d'assurance vie	0
3d. Provisions pour sinistres (Non Vie)	774 781
Auto Dommage	27 934
Auto RC	229 269
DAB Particuliers	68 359
DAB Professionnels & Entr	151 143
Responsabilité Civile Générale	298 076
Cat	0
4. Provisions techniques des contrats en UC	0
5. Provisions pour risques et charges	0
6. Dettes pour dépôts espèces reçus des cessionnaires et rétrocessionnaires en représentation d'engagts techn.	0
7. Autres dettes :	180 000
8. Comptes de régularisation passif	0
9. Différences de conversion	0
	1 361 549

BILAN EN VALEUR ÉCONOMIQUE

ABC Assurances

ACTIF (en milliers d'EUR)	2008
1. Capital souscrit non appelé ou compte de liaison avec le siège	
2. Actifs incorporels	0
3. Placements :	
Obligations	600 041
Actions	263 724
Monétaire	18 785
Immobilier	78 192
4. Placements représentant les PT afférentes aux UC	0
5. Part des cessionnaires et rétrocess. dans les PT :	138 969
6. Créances :	237 379
7. Autres actifs :	7 134
8. Comptes de régularisation actif :	36 914
9. Différence de conversion	0
	1 381 138

PASSIF (en milliers de EUR)	2008
1. SURPLUS ÉCONOMIQUE	425 361
2. Passifs subordonnés	0
3. Provisions techniques brutes :	
3a. Provisions pour primes non acquises	76 656
3b. Provisions d'assurance vie	0
3d. Provisions pour sinistres (Non Vie)	640 808
Auto Dommage	25 833
Auto RC	180 835
DAB Particuliers	70 033
DAB Professionnels & Entr	139 617
Responsabilité Générale	224 490
Cat	0
4. Provisions techniques des contrats en UC	0
5. Provisions pour risques et charges	0
6. Dettes pour dépôts espèces reçus des cessionnaires et rétrocessionnaires en représentation d'engagts techn.	0
7. Autres dettes :	
7a. Dettes nées d'opérations d'assurances directes	180 000
NET DEFERED TAXES	58 313
8. Comptes de régularisation passif	0
9. Différences de conversion	0
	1 381 138

RESULTATS TECHNIQUES ET FINANCIERS ABC Assurances

RESULTATS TECHNIQUES

(en milliers d'EUR)

2008

Opérations brutes

1. Primes acquises	1 234 173
Primes	1 234 173
Variations des PNA et REC	0
2. Produits des placements alloués	
3. Autres produits techniques	0
Compensation par la garantie décès	
Produit de gestion déléguée	
4. Charges de sinistres	-917 235
Prestations et frais payés	-907 235
Sinistres en principal	-810 563
Frais de gestion des sinistres	-96 672
Charges des provisions pour sinistres	-10 000
Variation PSAP	-10 000
5. Charges des autres provisions techniques	0
Variation Prov Risque d'Exigibilité	0
6. Participation aux résultats	0
7. Frais d'acquisition et d'administration	-281 373
Frais d'acquisition	-188 544
Variation Frais d'acquisition à reporter	0
Frais d'administration	-92 829
8. Autres charges techniques	
9. Variation de la provision pour égalisation	0

Opérations brutes 35 565

Cessions et rétrocessions

1. Primes acquises	37 452
Primes	37 452
Variations des PNA et REC	0
4. Charges de sinistres	-18 000
Prestations et frais payés	-22 000
Charges des provisions pour sinistres	4 000
5. Charges des autres provisions techniques	0
6. Participation aux résultats	0
7. Frais d'acquisition et d'administration	0
Commissions reçus des réassureurs	0
9. Variation de la provision pour égalisation	

Cessions et rétrocessions 19 452

Résultats Techniques (avec réassurance) 16 113

RESULTATS NON TECHNIQUES

(en milliers d'EUR)

2008

1. Résultats techniques de l'assurance Non-Vie	16 113
2. Résultats techniques de l'assurance Vie	0
3. Produits des placements	45 719
Revenus des placements	35 719
Autres produits des placements	0
Profits provenant de la réalisation des placements	10 000
Plus-values Obligations	
Plus-values Actions	10 000
Plus-values Immobilières	
Reprise Réserve de Capitalisation	
4. Produits des placements alloués	0
5. Charges des placements	-1 300
Frais financiers	-1 300
Autres charges des placements	0
Variation Amortissement Prime de Rembt	0
Pertes provenant de la réalisation des placements	0
Moins-values Obligations	
Moins-values Actions	
Moins-values Immobilières	
Dotation Réserve de Capitalisation	
6. Produits des placements transférés	
7. Autres produits non techniques	0
8. Autres charges non techniques	0
9. Résultat exceptionnel	0
Produits exceptionnels	0
Charges exceptionnelles	0
10. Participation des salariés	0
11. Impôt sur les bénéfices	-17 181

RESULTAT DE L'EXERCICE 43 351

Etat C6 - MARGE DE SOLVABILITE

ABC Assurances

MINIMUM REGLEMENTAIRE		2008
(en milliers d'EUR)		
A. CALCUL PAR RAPPORT AUX PRIMES		
Primes émises		1 234 173
Tranche inférieure à 50.000.000 EUR (x 0,18) :		9 000
Tranche supérieure à 50.000.000 EUR (x 0,16) :		189 468
Total		198 468
Charge de sinistres		
Charges de sinistres nette de réassurance		802 563
Charges des sinistres		899 235
Charges des autres provisions techniques		0
Participation aux résultats		0
Com. et Frais de gestion de sinistres		-96 672
Charges de sinistres brute de réassurance		820 563
Charges des sinistres		917 235
Charges des autres provisions techniques		0
Participation aux résultats		0
Com. et Frais de gestion de sinistres		-96 672
Taux de rétention (Net/Brut)		97,81%
Résultat 1		194 122
B. CALCUL PAR RAPPORT AUX SINISTRES		
Sinistres payés sur 3 exercices		2 450 563
Sinistres N (brut de réass, net de FG de sinistres)		810 563
Sinistres N-1 (brut de réass, net de FG de sinistres)		820 000
Sinistres N-2 (brut de réass, net de FG de sinistres)		820 000
Provisions pour sinistres à payer N		774 781
Provisions pour sinistres		774 781
Provision pour PB et ristournes		0
Autres provisions techniques		0
Provisions pour sinistres à payer N-3		780 000
Charge de sinistres pour la période de référence		2 445 344
Moyenne charge annuelle		815 115
Tranche inférieure à 35.000.000 EUR (x 0,26) :		9 100
Tranche supérieure à 35.000.000 EUR (x 0,23) :		179 426
Total		188 526
Résultat 2		184 398
MARGE A CONSTITUER		194 122
ELEMENTS CONSTITUTIFS DE LA MARGE		
(en milliers d'EUR)		2008
Capital social		50 000
Réserves		70 000
Primes liées au capital		0
Autres réserves		70 000
Affectation à la réserve légale		0
Report à nouveau		163 351
Report à nouveau à l'ouverture		120 000
Résultat de l'exercice		43 351
Dividende		0
Affectation à la réserve légale		0
Eléments incorporels figurant au bilan		0
MARGE "EN DUR"		283 351
PLUS-VALUES LATENTES		35 394
MARGE AVEC PLUS-VALUES LATENTES		318 745
COUVERTURE DE LA MARGE		
(en pourcentage)		2008
MARGE "EN DUR"		146%
MARGE AVEC PLUS-VALUES LATENTES		164%

4.3 Triangles historiques de paiements des sinistres

ABC Assurances

Auto Dommage												
	N	N+1	N+2	N+3	N+4	N+5	N+6	N+7	N+8	N+9	N+10	N+11
1997	28 388	4 161	378	49	47	12	19	14	7	6	1	1
1998	37 374	4 405	461	35	5	34	14	10	6	8	0	
1999	49 583	5 174	144	103	51	19	21	18	17	9		
2000	54 885	8 521	263	33	45	30	48	29	17			
2001	70 738	7 856	267	105	5	14	20	14				
2002	74 737	15 981	348	71	48	74	44					
2003	90 987	17 761	189	109	194	48						
2004	119 108	20 482	561	85	156							
2005	119 023	19 334	1 153	267								
2006	136 982	22 014	762									
2007	144 480	18 855										
2008	141 572											

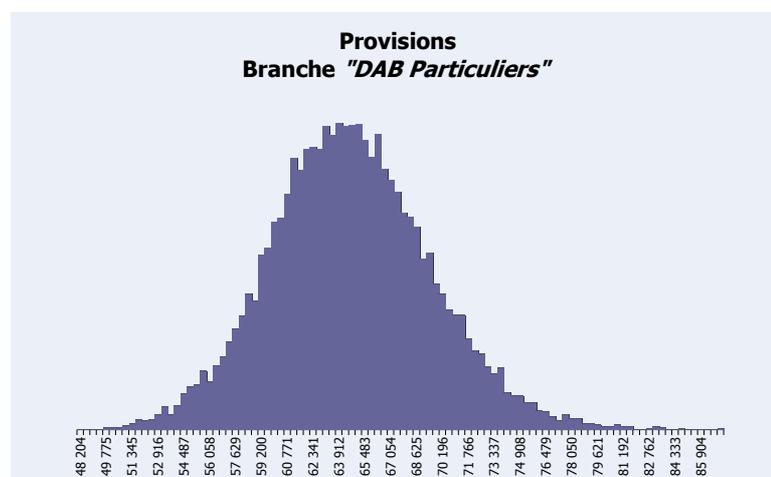
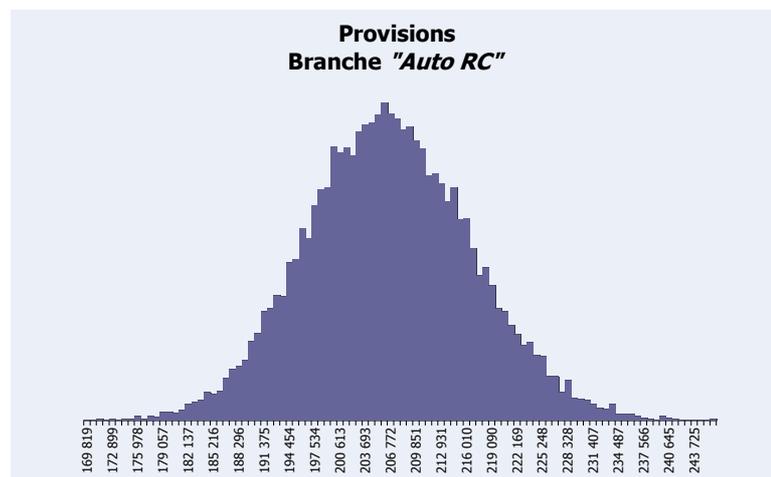
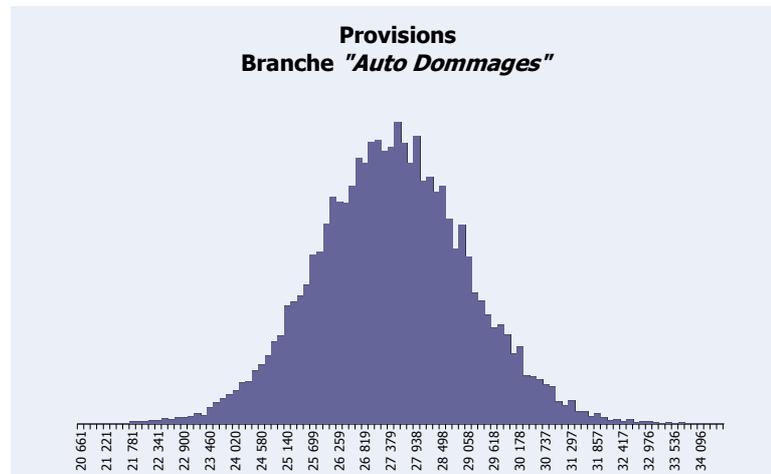
Auto RC												
	N	N+1	N+2	N+3	N+4	N+5	N+6	N+7	N+8	N+9	N+10	N+11
1997	35 785	34 466	9 012	7 216	5 133	6 078	3 205	1 928	1 893	1 461	969	301
1998	33 024	26 703	10 511	6 287	5 637	5 509	3 451	2 785	2 015	932	510	
1999	42 942	31 338	9 705	6 232	4 850	4 185	2 342	1 212	1 041	958		
2000	49 727	36 488	9 493	7 413	5 568	6 413	4 847	3 555	3 558			
2001	41 741	23 796	9 204	5 315	5 124	3 428	3 012	1 763				
2002	44 962	26 573	10 475	8 165	6 546	5 829	5 574					
2003	42 425	30 029	10 992	7 853	6 352	4 485						
2004	50 154	38 023	13 424	9 026	6 964							
2005	37 497	25 166	7 991	5 813								
2006	41 444	29 899	9 094									
2007	38 771	31 526										
2008	46 078											

DAB Particuliers												
	N	N+1	N+2	N+3	N+4	N+5	N+6	N+7	N+8	N+9	N+10	N+11
1997	55 808	26 069	2 835	298	496	49	41	39	28	17	15	11
1998	60 299	24 873	1 601	317	167	196	69	183	29	14	12	
1999	58 709	21 873	2 062	779	213	343	138	98	42	19		
2000	52 067	23 456	6 067	1 591	400	268	131	81	75			
2001	73 783	26 894	2 178	956	686	508	304	93				
2002	73 753	36 256	3 371	2 262	896	446	166					
2003	59 609	31 273	2 834	2 006	876	389						
2004	61 319	22 121	3 896	1 986	1 017							
2005	67 520	31 671	3 427	1 170								
2006	79 410	33 052	4 597									
2007	82 150	43 957										
2008	87 481											

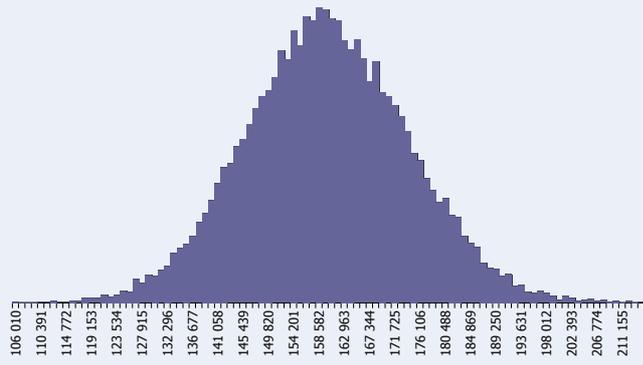
DAB Professionnels & Entr												
	N	N+1	N+2	N+3	N+4	N+5	N+6	N+7	N+8	N+9	N+10	N+11
1997	115 955	40 720	6 589	5 608	3 061	880	619	523	315	247	147	170
1998	93 421	32 099	5 500	4 342	4 128	2 015	992	638	412	215	197	
1999	102 105	58 303	4 565	3 641	4 564	1 127	686	525	497	132		
2000	102 601	50 112	4 925	1 824	3 003	1 747	627	484	462			
2001	100 114	53 178	7 387	4 590	1 986	1 636	789	542				
2002	140 790	40 585	7 970	3 155	1 883	957	988					
2003	101 580	58 662	4 385	2 590	5 627	1 001						
2004	127 667	74 813	11 744	2 461	6 879							
2005	116 715	48 114	7 871	2 360								
2006	140 744	57 765	13 917									
2007	139 194	71 380										
2008	152 837											

Responsabilité Générale												
	N	N+1	N+2	N+3	N+4	N+5	N+6	N+7	N+8	N+9	N+10	N+11
1997	9 923	11 281	4 951	5 506	5 106	3 982	2 926	2 053	1 553	1 052	836	679
1998	12 994	11 556	5 831	3 731	3 019	2 149	1 445	1 195	1 042	983	839	
1999	14 840	10 309	4 475	4 720	3 104	2 680	1 874	1 763	1 250	1 149		
2000	15 662	15 456	8 270	8 107	8 271	4 735	4 183	2 232	2 203			
2001	14 866	13 674	5 668	4 160	3 022	3 491	3 780	3 880				
2002	17 496	15 729	7 571	5 619	5 370	5 576	4 675					
2003	24 316	20 402	11 139	8 782	6 662	6 341						
2004	18 866	17 749	10 664	6 370	8 648							
2005	23 040	22 333	13 957	10 738								
2006	24 938	21 480	16 670									
2007	27 328	26 880										
2008	28 314											

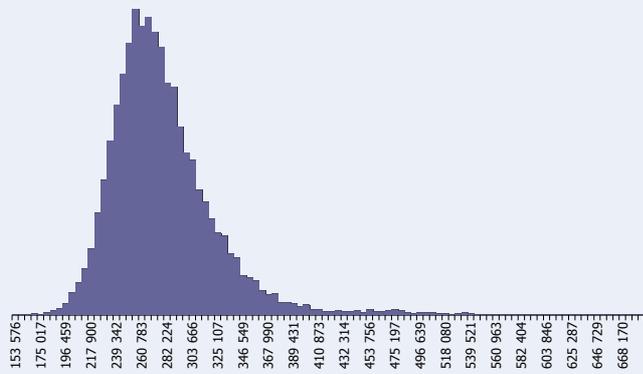
4.4 Distribution des Best Estimates des provisions actualisées par branche (brut de réassurance)



Provisions
Branche "DAB Professionnels & Entreprises"



Provisions
Branche "RC Générale"



4.5 Structure de réassurance initiale ABC Assurances

Programme "Auto-RC"

	XL-1	XL-2	
Franchise	5 000 000	10 000 000	
Franchise AA	8 000 000	0	
Garantie	5 000 000	10 000 000	
Limite AA	Illimitée	Illimitée	
Nb Reconstitutions	Illimitée	Illimitée	
Taux de prime	1,07%	1,56%	
Prime minimum	1 779 191	2 591 786	
Assiette de prime	166 363 823	166 363 823	

Programme "DAB Particuliers" et "DAB Pro & Entreprise"

	XL-1	XL-2	
Franchise	5 000 000	10 000 000	
Franchise AA	0	0	
Garantie	5 000 000	10 000 000	
Limite AA	20 000 000	20 000 000	
Nb Reconstitutions	3	2	
Taux de prime	0,59%	0,47%	
Prime minimum	3 854 615	3 056 225	
Assiette de prime	649 876 947	649 876 947	

Programme "RC Entr & Pro & Part"

	XL-1	XL-2	
Franchise	4 000 000	8 000 000	
Franchise AA	0	0	
Garantie	4 000 000	7 000 000	
Limite AA	Illimitée	20 000 000	
Nb Reconstitutions	Illimitée	15	
Taux de prime	1,35%	1,30%	
Prime minimum	2 436 535	2 347 083	
Assiette de prime	180 544 817	180 544 817	

Programme "Evénements Cat"

	XL-1	XL-2	XL-3
Franchise	10 000 000	50 000 000	100 000 000
Franchise AA	0	0	0
Garantie	40 000 000	50 000 000	100 000 000
Limite AA	100 000 000	100 000 000	100 000 000
Nb Reconstitutions	2	2	1
Taux de prime	0,99%	0,47%	0,41%
Prime minimum	6 402 363	3 069 759	2 644 668
Assiette de prime	649 876 947	649 876 947	649 876 947

4.6 Paramétrage de la Sinistralité Attritionnelle

Auto Dommages Individuel

	Nombre de Sinistres Futurs	Coût des Sinistres Futurs	Charge Cumulée des Sinistres
Moyenne	161 214	1 031	166 171 128
Variance	145 204 339	10 511 790	2,E+14
Skewness	0,086	11,437	0,087
	b1		7,0,E-05
	b2		-68,78
	b3		22,93

Auto RC

	Nombre de Sinistres Futurs	Coût des Sinistres Futurs	Charge Cumulée des Sinistres
Moyenne	41 251	2 187	90 202 095
Variance	61 876	360 035 338	1,515,E+13
Skewness	0,006	35,134	0,170
	b1		2,7,E-04
	b2		-35,17
	b3		11,73

DAB Particuliers

	Nombre de Sinistres Futurs	Coût des Sinistres Futurs	Charge Cumulée des Sinistres
Moyenne	110 615	1 180	130 485 535
Variance	60 752 623	21 574 578	8,693,E+13
Skewness	0,115	29,386	0,116
	b1		1,3,E-04
	b2		-51,56
	b3		17,19

DAB Professionnels & Entreprises

	Nombre de Sinistres Futurs	Coût des Sinistres Futurs	Charge Cumulée des Sinistres
Moyenne	73 767	2 899	213 864 719
Variance	12 567 358	1,552,E+09	2,201,E+14
Skewness	0,114	15,244	0,111
	b1		1,1,E-04
	b2		-54,01
	b3		18,01

Responsabilité Civile Générale

	Nombre de Sinistres Futurs	Coût des Sinistres Futurs	Charge Cumulée des Sinistres
Moyenne	51 994	1 679	87 298 903
Variance	3 529 160	60 694 869	1,310,E+13
Skewness	0,080	8,580	0,080
	b1		5,9,E-05
	b2		-74,91
	b3		24,97

4.7 Paramétrage de la Sinistralité Exceptionnelle et Catastrophe

<i>Auto RC</i>		Paramètres
Nb de sinistres	Loi Poisson	12,68
Coût unitaire	Loi Pareto Généralisée	
	Shape parameter	0,192
	Scale parameter	2 143 193
	Location parameter	2 000 000
	MPL	100 000 000

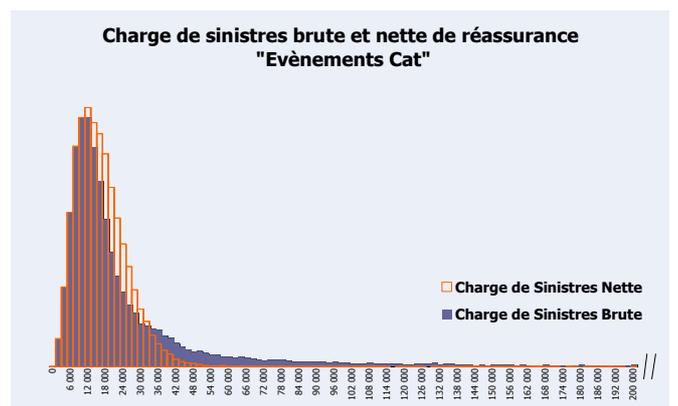
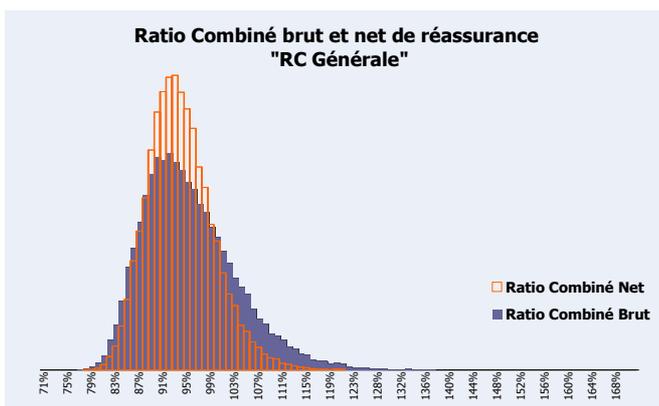
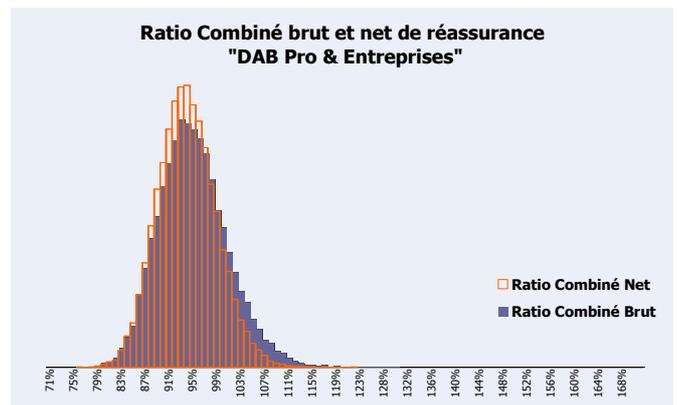
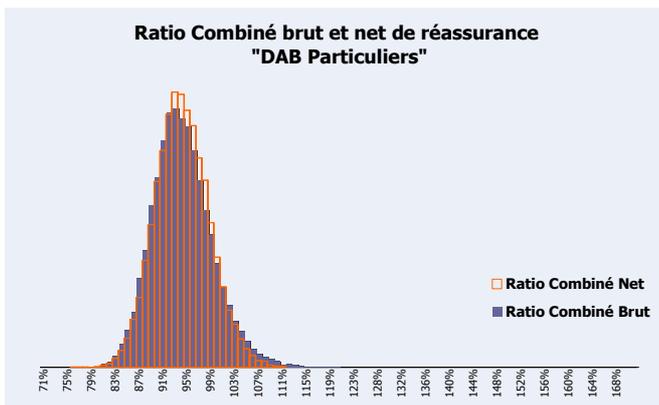
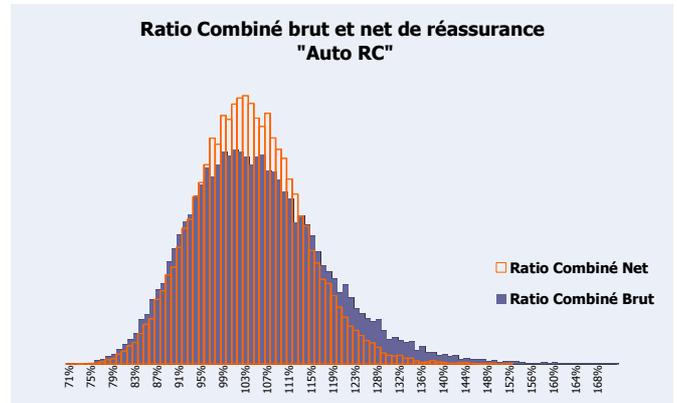
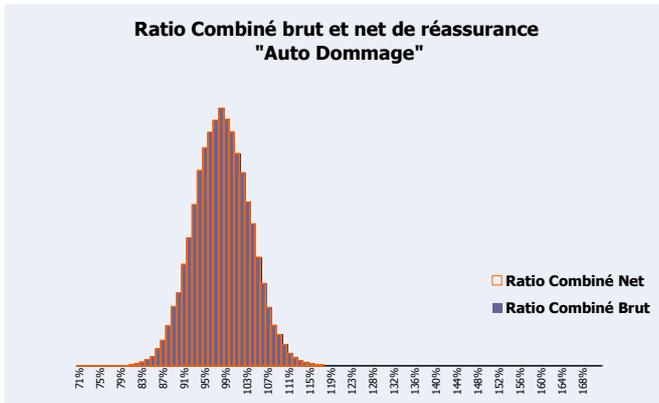
<i>DAB Particuliers</i>		Paramètres
Nb de sinistres	Loi Poisson	2,77
Coût unitaire	Loi Pareto Généralisée	
	Shape parameter	0,663
	Scale parameter	649 685
	Location parameter	1 800 000
	MPL	25 000 000

<i>DAB Professionnels & Entreprises</i>		Paramètres
Nb de sinistres	Loi Poisson	11,15
Coût unitaire	Loi Pareto Généralisée	
	Shape parameter	0,700
	Scale parameter	649 685
	Location parameter	1 800 000
	MPL	30 000 000

<i>Responsabilité Civile Générale</i>		Paramètres
Nb de sinistres	Loi Poisson	11,42
Coût unitaire	Loi Pareto	
	Location parameter	1 000 000
	MPL	20 000 000

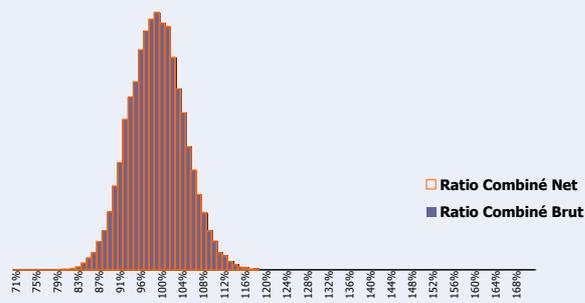
<i>Evénements Cat</i>		Paramètres
Nb de sinistres	Loi Poisson	10,30
Coût unitaire	Loi Empirique	

4.8 Ratios combinés par branche avec la structure de réassurance courante

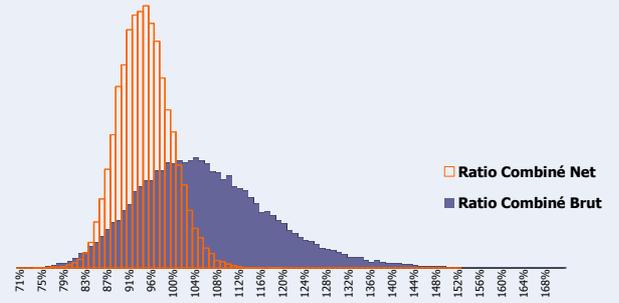


4.9 Ratios combinés par branche avec la nouvelle structure de réassurance

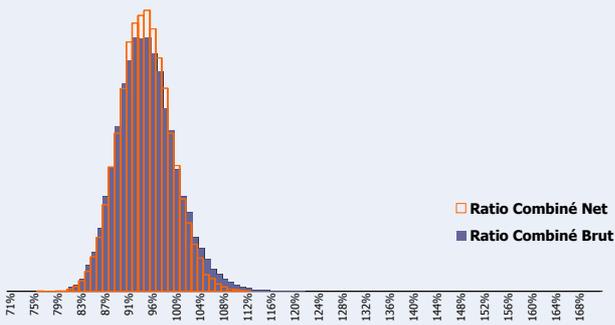
Ratio Combiné brut et net de réassurance
"Auto Dommage"



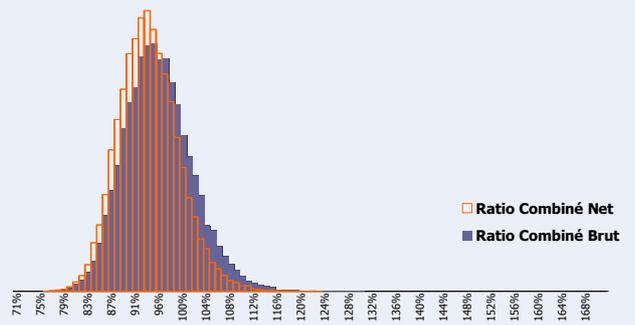
Ratio Combiné brut et net de réassurance
"Auto RC"



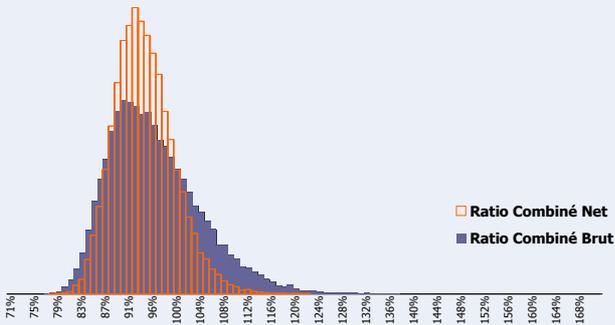
Ratio Combiné brut et net de réassurance
"DAB Particuliers"



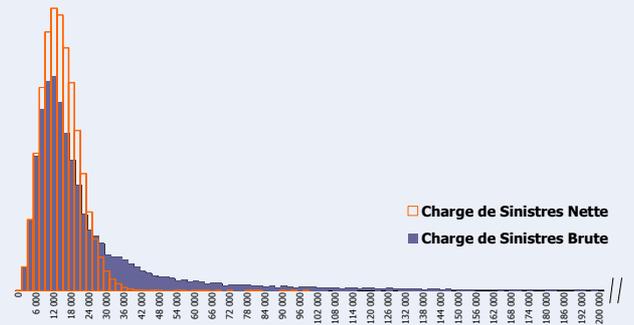
Ratio Combiné brut et net de réassurance
"DAB Pro & Entreprises"



Ratio Combiné brut et net de réassurance
"RC Générale"



Charge de sinistres brute et nette de réassurance
"Evènements Cat"



4.10 Matrices de corrélations entre branches

SINISTRALITE ATTRITIONNELLE (CHARGES ULTIMES)

	Auto Dommage	Auto RC	DAB Particuliers	DAB Professionnels	Responsabilité Générale	Evènements Cat
Auto Dommage	1,00					
Auto RC	0,50	1,00				
DAB Particuliers	0,25	0,25	1,00			
DAB Professionnels	0,25	0,25	0,50	1,00		
Responsabilité Générale	0,25	0,50	0,25	0,25	1,00	
Evènements Cat	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00

SINISTRALITE EXCEPTIONNELLE

1. Nombre de sinistres

	Auto Dommage	Auto RC	DAB Particuliers	DAB Professionnels	Responsabilité Générale	Evènements Cat
Auto Dommage	1,00					
Auto RC	0,50	1,00				
DAB Particuliers	0,50	0,50	1,00			
DAB Professionnels	0,50	0,50	0,50	1,00		
Responsabilité Générale	0,50	0,50	0,50	0,50	1,00	
Evènements Cat	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	1,00

2. Coût Moyen des sinistres

	Auto Dommage	Auto RC	DAB Particuliers	DAB Professionnels	Responsabilité Générale	Evènements Cat
Auto Dommage	1,00					
Auto RC	0,50	1,00				
DAB Particuliers	0,50	0,50	1,00			
DAB Professionnels	0,50	0,50	0,50	1,00		
Responsabilité Générale	0,50	0,50	0,50	0,50	1,00	
Evènements Cat	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	1,00

CADENCES DES REGLEMENTS

Corrélation des "link ratios"

Hypothèse : la corrélation entre 2 branches est la même pour tous les link ratios de ces 2 branches

	Auto Dommage	Auto RC	DAB Particuliers	DAB Professionnels	Responsabilité Générale	Evènements Cat
Auto Dommage	1,00					
Auto RC	0,50	1,00				
DAB Particuliers	0,25	0,25	1,00			
DAB Professionnels	0,25	0,25	0,50	1,00		
Responsabilité Générale	0,25	0,50	0,25	0,25	1,00	
Evènements Cat	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00

