« Modélisation de l'incessibilité dans l'évaluation des plans optionnels d'avantages du personnel en IFRS 2 »

Olivier RAMOND

Numéro d'auditeur : N°06-53383

Mémoire – Master 2 Actuariat

Conservatoire National des Arts et Métiers

Soutenu le 22 décembre 2009

Proposition pour soutenance à l'Institut des Actuaires

Directeur de la formation :

Monsieur le Professeur Michel FROMENTEAU

Version du 17 mars 2011

A ma famille

Introduction Générale

Les *management packages* font couramment l'objet de vives attentions de la part des régulateurs, professionnels et médias en raison des interrogations et angoisses sociales qu'elles cristallisent. Au-delà des interrogations récurrentes sur les montants accordés, la question des modes de rémunération des dirigeants est particulièrement complexe. En effet, les instruments de rémunération doivent répondre à des objectifs multiples et parfois contradictoires : motiver le dirigeant, récompenser sa performance, s'assurer sa fidélité à moyen ou long terme, satisfaire les actionnaires qui ont délégué la gestion de leur entreprise au dirigeant etc.

Pour répondre à ces différents objectifs, un éventail d'instruments hétéroclites existe. Parmi ceux-ci les contrats de nature optionnelle (*stock-options*), voire des options financières qu'on demande aux dirigeants ou aux salariés d'acquérir, se sont généralisés. Se pose alors la question de la juste valeur de ces options.

L'enjeu de l'évaluation des *management package*s est double :

- Pour le dirigeant, il s'agit de pouvoir mesurer la valeur des actifs qu'on lui propose comme outil de rémunération.
- Pour l'émetteur de ces actifs, il s'agit de mesurer le coût de ces outils de rémunération de façon à arbitrer entre les différentes solutions existantes.

Malheureusement, les options des *management packages* présentent, en plus des difficultés que l'on retrouve lors de l'évaluation de toute option financière, un trait particulier : elles sont incessibles. Comment déterminer alors la valeur d'un bien que l'on ne pourra céder pendant une période de temps déterminée à l'avance ?

Dans cette perspective, nous présentons la logique sous-jacente à la vente d'une option incessible à un dirigeant (chapitre 1). Nous montrons alors comment les normalisateurs comptables français, européens et américains ont traité la question de l'incessibilité (chapitre 2). Nous présentons les modalités existantes d'évaluation du coût de cette incessibilité, à la fois de façon empirique, puis à partir d'un modèle fondé sur les coûts de transaction (respectivement, chapitres 3 et 4) pour proposer enfin, au dernier chapitre, un modèle d'évaluation de nature optionnelle (chapitre 5).

TABLE DES MATIERES

CHAPITRE 1. **PRINCIPES GENERAUX DE L'INCESSIBILITE.....5**

1. Est-il rationnel d'émettre des actifs incessibles ? 5
2. Les méthodes d'évaluation traditionnelles face à l'incessibilité 8
3. Le traitement de l'incessibilité dans les pratiques d'évaluation actuelles 14
Conclusion 18

CHAPITRE 2. **LA VISION DES INSTITUTIONS COMPTABLES SUR L'INCESSIBILITE 19**

1. La position du Conseil National de la Comptabilité (CNC) 19
2. Le point de vue des IFRS - La norme IFRS 2 « paiement fondé sur des actions » 22
3. Le point de vue des institutions comptables et règlementaires américaines 29
Conclusion 33

CHAPITRE 3. **MESURES EMPIRIQUES DE L'INCESSIBILITE 34**

1. Quelques éléments de littérature académique sur le sujet 34
2. Une approche du coût de l'incessibilité par l'analyse empirique des prix d'émission des BSAAR 39
Conclusion 50

CHAPITRE 4. **UNE APPROCHE DE L'INCESSIBILITE PAR LES COUTS DE TRANSACTION.....51**

1. Rappel des principes de réplication d'une option européenne par un portefeuille d'actifs 51
2. Estimation des coûts de réplication par le biais d'une méthode binomiale 53
3. Etude des coûts de transactions issus du modèle 55
4. Un modèle simplifié d'estimation des coûts de transaction 58
Conclusion 59

CHAPITRE 5. **UNE NOUVELLE METHODE D'EVALUATION DE L'INCESSIBILITE.....60**

1. Spécificités des BSAAR incessibles 60
2. Principe d'évaluation des options de long terme incessibles 61
4. Le modèle d'évaluation avec sauts de R. Merton (1976) 65
5. Le cas de l'émission Havas de février 2008 67
6. Sensibilité de la valeur de la clause d'incessibilité et de non exerçabilité 71
Conclusion 74

CHAPITRE 6. **CONCLUSION GENERALE 75**

Chapitre 1. **Principes généraux de l'incessibilité**

Quel est le coût de l'incessibilité ?

A cette question d'apparence paradoxale les évaluateurs doivent apporter une réponse. Les motivations ne manquent pas : elles peuvent être réglementaires, à l'instar des IFRS[1] pour les sociétés cotées, des calculs de ratio pour les banques, fiscales pour disposer de bases de calcul, ou patrimoniales pour optimiser la gestion d'un ensemble d'actifs… Le paradoxe tient au fait que la « valeur de marché » d'un actif est généralement définie comme le prix auquel cet actif serait échangé entre un investisseur souhaitant l'acheter et un autre souhaitant le vendre, sans que l'un ou l'autre ne soit dans l'obligation d'acheter ou de vendre, les deux parties disposant de l'information nécessaire à leur prise de décision. Dès lors, comment définir la valeur de « marché » d'un actif qui ne pourra être revendu immédiatement ?

L'objet de ce chapitre est de rationaliser la logique de l'incessibilité : pourquoi une société émet-elle des actifs incessibles ? Pourquoi les investisseurs les achètent-ils ? Pourquoi cette incessibilité a-t-elle nécessairement un coût ?

1. Est-il rationnel d'émettre des actifs incessibles ?

Avant d'entrer dans le coût de cette incessibilité, encore faut-il se convaincre de l'existence d'un coût lié à cette incessibilité.

S'il est émis à son prix de marché, l'émission d'une option ne crée (théoriquement) pas de valeur pour l'émetteur

Lorsqu'un émetteur décide l'émission de nouveaux titres, la société ne crée pas de valeur : en effet, les actionnaires connaissent un nouveau partage des richesses mais leur situation patrimoniale totale est inchangée.

Cette assertion suppose cependant que les hypothèses traditionnelles des modèles financiers sont réunies. Ainsi :

- Les titres sont émis à leur prix de marché.

[1] *International Financial Reporting Standards* qui sont les normes comptables applicables depuis 2005 pour l'établissement des comptes consolidées des sociétés cotées en bourse en France.

- Les marchés font preuve d'une certaine forme d'efficience, c'est-à-dire qu'ils reflètent l'information disponible.
- Les marchés sont le jeu d'une concurrence pure et parfaite ce qui suppose par exemple qu'il n'y a pas de situation de monopole ou de barrière à l'entrée, mais aussi que la concurrence assure pleinement le libre ajustement des prix sur le marché.

Nous verrons plus loin l'importance de cette dernière hypothèse sur la concurrence. En effet, elle suppose une parfaite « atomicité » des investisseurs et symétriquement « l'homogénéité » des actifs, les uns comme les autres sont interchangeables. Or, l'incessibilité des actifs crée nécessairement un lien entre l'acquéreur et le vendeur de l'actif incessible : l'acquéreur, en acceptant l'incessibilité du produit qu'il achète, se « lie » à long terme avec le vendeur (ou l'émetteur).

L'incessibilité : un coût pour le souscripteur sans avantage pour l'émetteur ?

Si l'on accepte l'idée que, du point de vue du souscripteur, un actif incessible vaut moins qu'un actif en tout point identique mais échangeable sans restriction sur le marché, émettre un titre incessible suppose que les anciens actionnaires trouvent nécessairement un avantage à cette incessibilité.

A quoi sert un actif incessible ?

Les freins à une libre circulation des titres existent depuis que les hommes ont mis en place des moyens de s'associer. Aujourd'hui, que ce soit au travers de pactes d'actionnaires, des statuts de société[2], de sociétés holding, etc., il existe de nombreuses raisons de limiter la libre disposition des titres :

- contrôler son actionnariat voire empêcher l'entrée d'actionnaires non désirés (limitée aux membres d'une même famille, aux employés de l'émetteur) ;
- donner à un ensemble d'actionnaires des horizons de sortie communs cession d'un bloc de contrôle ou de 100% des titres) ;
- assurer à la société une stabilité actionnariale à un moment clé de son développement ;

[2] On pense ici aux statuts des sociétés par actions simplifiées (SAS) qui permettent de poser de nombreuses contraintes en termes d'entrée/sortie du capital de la société.

- assurer la convergence des intérêts des actionnaires et des dirigeants sur une durée suffisamment longue pour être pertinente dans le cadre des stratégies à long terme de l'entreprise ;
- etc.

L'incessibilité est par nature paradoxale pour un produit de marché[3] ; pour autant, il existe de nombreux produits de marché incessibles pendant une certaine période :

- Les actions faisant l'objet de clauses de *lock up*[4], telles celles issues des Attributions Gratuites d'Actions ou certaines actions de sociétés nouvellement cotées.
- Les produits dérivés incessibles et dont seul l'exercice permettra à son détenteur d'avoir un accès indirect au marché (l'exemple le plus répandu étant celui des *stock-options*)
- On peut également ajouter à ces instruments les options incessibles pendant des périodes relativement longues qui ont pourtant vocation à être cotées (comme les BSAAR ou Bons de Souscription ou d'Acquisition d'Actions Remboursables[5]).

Avec ces derniers instruments, on passe progressivement d'une logique de « motivation » (obtention d'une récompense si l'objectif est atteint) et « d'intéressement » (la récompense est directement fonction du résultat) à une logique « d'association » : le dirigeant achète l'option à son juste prix ; si l'objectif est atteint, il bénéficiera de la récompense comme dans les mécanismes précédents. Dans le cas contraire, il perdra son investissement initial. Dès lors, il est bien « associé » au sort des autres actionnaires car l'évolution de son patrimoine est directement liée à celui des actions. On retrouve ici, dans l'univers boursier, des mécanismes d'incitation proches de ceux que l'on retrouve dans les *management packages* des fonds d'investissement attribués aux dirigeant d'entreprises sous LBO.

L'ensemble des avantages perçus par l'émetteur d'une option incessible dépend des effets de cette émission sur la valeur future de l'action, voire même sur la volatilité future de l'action. Ces effets financiers, indirects et difficilement quantifiables, expliquent qu'un actionnaire est prêt à émettre de tels instruments à un prix inférieur à celui d'une option librement cessible.

[3] C'est d'ailleurs ce qui conduit les sociétés, à la veille de leur introduction en bourse, à nettoyer leur structure actionnariale et leurs statuts.

[4] Une clause de *lock up* interdit à un investisseur ou un émetteur de céder (ou d'émettre) de nouveaux titres pendant une certaine période. On retrouve traditionnellement ces clauses après une acquisition, une introduction en bourse ou une augmentation de capital.

[5] Pour une présentation des BSAAR, cf. Chapitre 3, partie 2.

Ces actifs incessibles sont attribués à des investisseurs bien particuliers, et non à des investisseurs financiers *lambda* sur le marché : ce sont des investisseurs prêts à être bloqués pendant une période donnée, éventuellement longue. L'incessibilité de l'option a de la valeur pour l'émetteur puisqu'elle lui permet de profiter de certaines caractéristiques de l'investisseur financier. Par exemple :

- un investisseur financier orienté vers le « long terme » ;
- un dirigeant de l'entreprise que l'on cherche à retenir et motiver sur la durée (de façon à économiser, entre autres, les coûts liés à la rotation du personnel-clé) ;
- un partenaire industriel ou commercial que l'on souhaite associer sur longue période ;
- etc.

Rappelons que le prix théorique des options évoqué plus haut suppose que l'émetteur cède ces instruments à des investisseurs financiers quelconques sur le marché (hypothèse de perfection sur le marché). Or, comme on l'a vu, l'investisseur doit avoir une caractéristique spécifique pour justifier que l'émetteur lui cède l'instrument à un prix inférieur au prix théorique d'une option librement cessible. L'incessibilité a donc de la valeur pour l'émetteur lorsque l'instrument émis contrevient aux règles théoriques de fonctionnement du marché, telles qu'elles sont posées traditionnellement dans nos modèles théoriques, d'évaluation en particulier. On comprend alors la difficulté pour les évaluateurs d'appréhender le coût de cette incessibilité.

Nous reprenons dans la section suivante les deux grandes approches d'évaluation des options financières évoquées précédemment. Cette présentation nous permettra également de montrer que l'incessibilité affecte ces modèles d'évaluation dans leur cœur même, ce qui rend « l'adaptation » de ces modèles pour tenir compte de l'incessibilité particulièrement délicate.

2. Les méthodes d'évaluation traditionnelles face à l'incessibilité

L'évaluation des actifs incessibles par arbitrage est mise en échec

Comme on l'a rappelé plus haut, la construction d'une stratégie d'arbitrage à partir d'actifs liquides dont on connaît la valeur de marché est assez aisée. S'il est possible pour le propriétaire d'un bien incessible de construire une stratégie de couverture (une « stratégie d'arbitrage ») qui lui permet de disposer immédiatement d'un autre actif liquide ou de numéraire, sans prendre de risque et sans mise de fonds, il est possible d'approcher la valeur présente du bien incessible. Cependant la stratégie de couverture dépend du type d'actif

incessible et sa mise en œuvre est plus ou moins difficile selon les actifs et selon leur détenteur.

Les stratégies d'arbitrage sont relativement simples à construire lorsqu'il s'agit de trésorerie ou de dettes et deviennent plus ardues pour des actifs plus complexes comme des actions, voire des options. Mais, nouveau paradoxe, alors que les raisonnements d'arbitrage sont aujourd'hui partagés par l'ensemble des théoriciens et praticiens de la finance pour évaluer des actifs financiers comme les options, leur mise en œuvre peut être extrêmement lourde et onéreuse et donc *in fine* totalement irréalisable dans la pratique.

S'agissant d'actifs de trésorerie ou de dettes, l'arbitrage consiste en un prêt ou un emprunt sur la période d'incessibilité de l'actif. A titre d'exemple, le titulaire d'une créance à trois mois incessible peut emprunter sur la même durée la somme correspondante. Si les marchés des capitaux sont parfaits, que la créance soit cessible ou non n'a finalement pas d'impact puisque le détenteur de la créance peut à tout moment disposer de la valeur actuelle de sa créance. Celle-ci correspond théoriquement à la valeur de marché d'une créance de même montant, même durée et même niveau de risque. Cependant, dans la pratique, l'accès au marché des capitaux a un coût, qui n'est pas le même pour un grand établissement financier et pour une personne physique ; l'écart entre la rémunération des prêts et le coût de l'emprunt donne une bonne idée du coût de l'incessibilité pour un investisseur qui n'a pas d'accès privilégié au marché financier. L'incessibilité aura donc un impact sur la valeur de l'actif, variable selon le détenteur de l'actif et correspondant au coût de mise en place de la stratégie d'arbitrage.

Concernant les actions, une difficulté supplémentaire doit être prise en compte : contrairement à la monnaie, le marché d'emprunt et de prêt de titres n'existe que pour les sociétés les plus importantes. Le cas le plus répandu d'émission d'actions incessibles pendant une période donnée est celui des attributions gratuites d'actions aux salariés (qui prévoient généralement une période d'incessibilité de deux ans après une première période d'acquisition des droits lié à des conditions de performances). Dans ce cas l'impact, donc le coût, de l'incessibilité est très différent selon que les salariés bénéficiaires sont déjà actionnaires ou pas : dans un cas le salarié peut aisément liquider une partie de son patrimoine en cas de besoin de liquidité, pas dans l'autre.

S'agissant de l'évaluation d'options dont la valeur est par nature fonction de celle d'autres actifs, il existe un consensus sur la pertinence du raisonnement par arbitrage. Le modèle archétype d'évaluation est celui de Black, Scholes et Merton (1973) qui permet d'évaluer une

option d'achat européenne, forme d'option la plus simple. Pour ce faire, les auteurs supposent que la rentabilité des actions suit une loi statistique particulière qui gouverne son évolution (le fameux mouvement brownien). Les auteurs montrent qu'il est possible de créer un portefeuille d'actifs qui réplique continuellement la valeur de l'option : ce portefeuille est composé d'une fraction de dette et d'une fraction d'actions, quantités qui changent à chaque variation du cours de l'action. Les auteurs montrent qu'il est possible de construire un nouveau portefeuille (dit « d'arbitrage ») constitué de l'option et du portefeuille précédent. Ce portefeuille a ceci de particulier qu'il est sans risque et doit être à ce titre rémunéré au taux sans risque. En résolvant le système d'équations posées par leur portefeuille d'arbitrage, ils aboutissent finalement à leur célèbre formule dans le cas d'une option d'achat européenne. Au total, les auteurs suivent donc un raisonnement identique à celui que nous avons retenu dans notre exemple simplifié initial, dans un cadre théorique moins rudimentaire.

L'intérêt du travail de Black, Scholes et Merton ne s'arrête pas là puisqu'il nous montre également que, grâce aux actifs échangés sur les marchés, il est possible de créer et d'évaluer d'autres actifs (d'où la dénomination d'actifs « dérivés »). Ainsi s'est développée toute une nouvelle génération de modèles d'évaluation des actifs. Ces modèles reposent tous sur quelques hypothèses qui concernent essentiellement la loi qui gouverne l'évolution des prix des actifs (le mouvement brownien)… Quant aux investisseurs, on suppose simplement qu'ils adoptent un comportement d'arbitrage (toutes choses égales par ailleurs, ils préfèrent gagner plus d'argent à moins d'argent) et qu'ils ont des espérances homogènes quant au prix des actifs (ils considèrent que le prix observé pour le cours du sous-jacent est unique et pertinent).

Grâce à cette approche, on sait donc déterminer, même si l'option n'est pas cotée sur le marché, sa valeur théorique : c'est justement la valeur du portefeuille construit avec de la dette et des actions. Mieux, un investisseur financier pourrait d'après ce modèle construire une option « synthétique » qui a toutes les caractéristiques de l'option évaluée et vendre cette option à terme pour se protéger de l'incessibilité. Le coût de l'incessibilité correspondrait donc au coût de la mise en place de cette stratégie d'arbitrage. L'incessibilité, n'aurait donc pas de coût pour notre investisseur ?

Cette position extrême est difficilement tenable pour la plupart des options. En particulier, les options incessibles (BSAAR, *management package*, etc.) sont souvent relativement complexes et attribuées généralement en petites quotités, dès lors le coût de réalisation de la stratégie d'arbitrage devient prohibitif pour l'investisseur. En effet, cette stratégie suppose un

marché parfait des capitaux tant s'agissant de la trésorerie que du sous-jacent (l'action) et un accès au marché à un coût nul compte tenu du nombre très élevé de transactions qu'il peut être nécessaire de réaliser pour s'approcher d'un arbitrage continu. Seuls certains acteurs (établissements financiers d'une certaine taille) bénéficient des conditions requises : c'est donc par le marché de l'option que l'investisseur personne physique ou le « petit institutionnel » a un accès -indirect- à ces arbitrages. Encore faut-il que ce marché soit actif et présente une liquidité suffisante pour que les prix observés soient pertinents.

L'incessibilité d'une option ne remet donc pas en cause la possibilité de réaliser les arbitrages en continu mais elle en interdit en pratique l'accès à tout investisseur qui n'a pas l'accès « gratuit » au marché (personnes physiques, fonds d'investissement…) et donc *in fine* rend inappropriée l'évaluation qui en découle. Seules les options les plus simples et pour lesquelles il existe un marché actif de prêt emprunt de titres actif peuvent prétendre à des coûts de transaction (relativement) limités[6].

La méthode traditionnelle d'actualisation des flux de trésorerie n'est guère plus utile

Face à cet échec, pourquoi ne pas utiliser l'autre approche d'évaluation traditionnelle en finance pour évaluer les actifs, à savoir la méthode d'actualisation des flux (ou méthode DCF pour *Discounted Cash Flows*) ? Le principe général de cette approche est qu'un actif vaut la somme des flux futurs qu'il doit générer, actualisés à un taux approprié pour tenir compte de l'écoulement du temps et du risque supporté par ces flux.

La question centrale pour cette approche est la détermination du taux pertinent pour actualiser les flux futurs. Celui-ci comprend deux composantes :

- le taux sans risque qui permet de tenir compte de l'effet de l'écoulement du temps sur la valeur des flux futurs ;
- une prime de risque. En effet, comme la plupart des actifs sont risqués, le niveau de leurs flux futurs est incertain. L'investisseur exige donc des actifs risqués une rémunération supplémentaire par rapport aux actifs sans risque. Cette différence est la prime de risque de l'actif.

[6] Nous mesurerons plus précisément au Chapitre 4 ces coûts de réplication du portefeuille d'arbitrage.

Cette prime de risque est le plus souvent déterminée sur la base du Modèle d'Evaluation des Actifs Financiers (MEDAF ou CAPM pour *Capital Assets Pricing Model* en anglais) qui est un modèle d'équilibre mono-périodique reposant sur quelques hypothèses fondamentales :

- les actifs sont parfaitement divisibles,
- il n'y a ni coût de transaction, ni impôts,
- les acheteurs et vendeurs n'ont pas d'influence sur les prix (hypothèse « d'atomicité » des agents),
- les investisseurs peuvent prêter et emprunter au taux sans risque,
- les investisseurs ont tous les mêmes anticipations concernant la rentabilité et le risque. Ils gèrent un portefeuille d'actifs financiers parfaitement diversifié.

Dans le contexte de ce modèle d'évaluation, la prime de risque est mesurée comme le produit du coefficient bêta de l'action et de la prime de marché actions attendues par les investisseurs financiers. L'idée sous-jacente est que les investisseurs financiers détiennent un portefeuille d'actifs diversifiés et se protègent ainsi d'une fraction importante du risque. Ces investisseurs ne rémunèrent donc qu'une fraction du risque (le risque de marché ou le risque « systématique »). Chaque actif reflète plus ou moins ce risque de marché, et le coefficient « bêta » est l'outil de mesure de cette sensibilité.

S'agissant d'une option sur action classique (c'est-à-dire échangeable sur le marché), le taux ajusté pour le risque pertinent pour cette option peut être déterminé à partir du coefficient bêta de l'action et du coefficient delta de l'option. Pour mémoire, rappelons que le « delta » d'une option correspond à la sensibilité de la valeur de l'option à une variation de l'action sous-jacente à l'option. Notons que ce taux ajusté pour le risque ne peut être utile que pour actualiser les flux futurs attendus de cette option par les investisseurs sur le marché ; donnée qui n'est généralement pas maîtrisée par les investisseurs puisqu'ils ne raisonnent pas de cette manière pour évaluer les options, et utilisent plutôt l'approche par arbitrage, via les probabilités risque neutre, évoquées plus haut.

Il ressort que la prime de marché de l'option correspond au produit du coefficient bêta, du coefficient delta et de la prime attendue du marché actions.

Dans ce cadre théorique, quel est alors le taux ajusté pour le risque pertinent pour actualiser les flux futurs d'une option « incessible » ? Encore une fois, le modèle est mis en échec puisque, pour cet actif bien particulier (une option incessible, non échangée sur les marchés), il n'existe pas de référence disponible pour déterminer la prime de risque attribuée par le

marché à cet actif. Dès lors, la mise en œuvre de cette méthode pour l'évaluation des options incessibles repose sur le choix d'une prime de risque subjective que l'on attribue au risque lié à l'incessibilité de l'actif.

La question de l'incessibilité impose de faire rentrer les spécificités de l'investisseur dans les modèles d'évaluation

Pour résumer, les deux approches d'évaluation disponibles diffèrent par le traitement du risque qu'elles proposent.

- La théorie traditionnelle de l'évaluation d'options traite le risque dans son entièreté via un calcul de probabilité spécifique (le fameux « univers risque-neutre ») : l'actualisation au taux sans risque ne sert alors qu'à prendre en compte l'écoulement du temps.
- L'évaluation par la méthode DCF traite le risque à la fois dans les flux futurs attendus par les investisseurs et dans le taux. Ce dernier est ajusté pour tenir compte du seul risque rémunéré par les investisseurs financiers : l'actualisation sert alors à prendre en compte non seulement l'écoulement du temps mais aussi une fraction du risque.

Comme on l'a vu, les deux approches échouent à répondre à la question posée par les options incessibles : par rapport à une option traditionnelle, quelle est la prime de risque additionnelle qu'un investisseur demanderait pour tenir compte de l'incessibilité d'une option ?

La théorie des options est incapable de répondre à cette question, puisque, par construction, elle suppose que les options sont échangées sur un marché. Et, dans la plupart des cas, l'hypothèse qu'un investisseur financier pourrait construire un portefeuille équivalent et donc réaliser un arbitrage n'est pas tenable, en raison des coûts de transaction et des risques engendrés par une telle stratégie comme nous le montrons plus loin. Au total, la théorie des options ignore implicitement la question de la rentabilité attendue par cet actif incessible, puisqu'elle suppose un consensus de la part des investisseurs financiers sur le prix des actifs.

L'approche traditionnelle d'évaluation des actifs (méthode DCF) est tout aussi incapable de répondre à cette question, puisqu'il n'existe pas de référence de marché observable pour déterminer la rentabilité attendue pour ce type d'actifs. L'absence de marché se traduit, hors arbitrage, par une impossibilité de faire converger valeur et prix. Pour illustrer cette affirmation, nous pouvons faire l'analogie avec le cas d'un tableau de maître volé, dont les

experts sont en mesure d'estimer la valeur « de marché », et qui pour autant n'est pas le reflet de son prix puisque toute transaction serait illégale (il n'y a donc pas de « marché » !).

L'asymétrie d'arbitrage

L'absence de marché n'empêche pas la construction de stratégies d'arbitrage mais va se caractériser par des stratégies qui vont être différentes d'un acteur à un autre et donc une valeur en résultant différente.

A l'instar de l'asymétrie d'information observée sur certains marchés, il existe ici une *asymétrie d'arbitrage* qui n'est pas sans conséquence sur la valeur de l'actif. L'économiste américain Akerlof (1970)[7] a pris pour exemple le marché des véhicules d'occasion pour illustrer les conséquences d'une forte asymétrie d'information. L'acheteur d'une voiture d'occasion, au contraire du vendeur, ne connaît pas bien l'état du véhicule qu'il se propose d'acheter, la manière dont il a été entretenu. Ainsi, face à deux véhicules de même marque, même modèle, millésime, etc. mais qui ont eu des propriétaires différents et sont donc potentiellement dans des états de marche différents, l'asymétrie d'information justifie, selon Akerlof un nivellement par le bas du prix d'un véhicule d'occasion.

L'*asymétrie d'arbitrage* va se traduire par un nivellement du prix fonction du public auquel s'adresse le produit (que le critère soit économique – l'actif n'intéresse qu'une certaine population- ou juridique – l'actif est réservé à certaines personnes ou catégories de personnes). Si l'actif est accessible sans limite (ni économique ni juridique) à des acteurs en mesure de réaliser un arbitrage parfait, le nivellement se fera par le haut et dans ce cas l'incessibilité n'aura aucun impact sur la valeur du produit. Si au contraire l'actif n'est cédé qu'à une catégorie spécifique d'investisseurs, les possibilités d'arbitrage de cette population, si elles sont limitées, impactera négativement la valeur du bien.

3. Le traitement de l'incessibilité dans les pratiques d'évaluation actuelles

Dans la pratique, pour prendre en compte l'incessibilité, il s'est agi avant tout de corriger les valeurs obtenues par les modèles d'évaluation d'options classiques :

[7] G. Akerlof (1970), « The Market for "Lemons": Quality Uncertainty and the Market Mechanism », *Quarterly Journal of Economics*, vol. 84, no 3, pp. 488-500.

- soit par la modification de certains des paramètres utilisés,
- soit par l'application d'une décote sur le résultat obtenu ;
- soit par l'évaluation de l'option en suivant deux périodes bien distinctes.

Nous présentons ici ces différentes approches de la plus rudimentaire aux plus sophistiquées.

L'ajustement des paramètres d'évaluation du modèle d'option

La valeur d'une option est fonction de ses caractéristiques propres (prix d'exercice, période d'exercice, maturité, clauses diverses spécifiques type clause de forçage, etc.) et de paramètres économiques et financiers (cours et volatilité du sous-jacent, estimation des dividendes futurs et estimation de la rentabilité des actifs sans risque, etc.). Une première tentation, pour tenir compte des conséquences de l'incessibilité sur la valeur d'une option, est de modifier un ou des paramètres pour « tordre » les modèles classiques.

Ainsi, dans le cadre de la mise en œuvre de la norme IFRS 2 relative au traitement comptable des « paiements en actions », le régulateur comptable préconise de tenir compte d'une hypothèse de durée de vie réduite de l'option pour tenir compte de l'incessibilité[8].

Le standard proposé par les autorités comptables pour l'évaluation des *stock-options* est un bon exemple de la modification d'un paramètre clé du modèle pour tenir compte, entre autres, de l'incessibilité.

Rappelons que l'arrivée des IFRS s'est accompagnée de la définition de standards pour déterminer « la juste valeur des instruments de capitaux attribués »[9], dont évidemment les *stock-options*. Celles-ci se caractérisent par une incessibilité totale et par la nécessité de les exercer, une fois que cela devient possible et seulement si le cours du sous-jacent a correctement évolué, pour prendre son gain. Il en résulte que les *stock-options* sont souvent exercées à titre anticipé contrairement aux options d'achat classiques qui peuvent être cédées sur un marché. En effet, un porteur d'options classiques désireux d'extérioriser une plus value n'a pas nécessité d'exercer l'option (et de détruire ainsi la « valeur temps » de l'option), mais peut se contenter de la céder.

Plutôt que de construire un modèle spécifique d'évaluation des *stock-options*, le normalisateur propose explicitement d'utiliser les modèles d'évaluation construits pour les options

[8] Nous reviendrons au Chapitre 4 plus en détails sur ce sujet.

[9] Annexe B des normes comptables IFRS 2 publiées au Journal Officiel de l'Union Européenne le 11 février 2005.

classiques mais de retenir une hypothèse de durée de vie de l'option réduite pour tenir compte, entre autres, des effets de l'incessibilité.
Cette approche n'est que partiellement satisfaisante car l'impossibilité d'extérioriser une valeur temps, caractéristique pourtant fondamentale des options financières classiques, est alors prise en compte de façon très sommaire et arbitraire par cette modification du paramètre durée.
A noter enfin que le normalisateur considère également que le comportement d'exercice est différent selon les catégories de bénéficiaires, ce qui illustre parfaitement l'asymétrie d'arbitrage évoquée précédemment.

D'autres paramètres peuvent être modifiés pour prendre en compte l'impact de l'incessibilité : minoration de la volatilité, décote sur le cours du sous-jacent… autant de manières de « tordre » les modèles classiques sans toutefois permettre de matérialiser explicitement le coût retenu pour l'incessibilité.

Appliquer une décote au résultat du modèle d'évaluation

Une deuxième voie pratique consiste à évaluer l'option « comme si » elle était parfaitement échangeable sur un marché, puis appliquer une décote au résultat obtenu. Toute la question est alors de déterminer cette décote.
Nous proposerons dans les chapitres suivants plusieurs méthodes différentes pour mesurer le coût de l'incessibilité comme une décote, sur la base d'études académiques sur le sujet, ainsi qu'en étudiant empiriquement les quelques actifs incessibles qui existent et ont été évalués par des acteurs sur le marché (c'est le cas des BSAAR temporairement incessibles, lors de l'émission par exemple).

L'utilisation d'un modèle à deux périodes (avant/après la période d'incessibilité)

A l'exception des *stock-options* qui ne sont par nature jamais cessibles, la plupart des options incessibles ne le sont que pendant une certaine période, avant de devenir des options relativement classiques. Une méthode consiste donc à se positionner au jour où l'option devient une option « classique », à l'évaluer à cette date selon les modèles d'évaluation des options cessibles et ensuite à en déduire la valeur actuelle en utilisant un taux d'actualisation

ajusté pour le risque sur la période d'incessibilité. On met en œuvre alors un modèle à deux périodes.

La valeur de l'option le jour où elle deviendra cessible peut être déterminée en utilisant les modèles classiques d'évaluation. La difficulté de cette approche est qu'elle nécessite d'estimer ce que pourraient être à cette date future la totalité des paramètres nécessaires à l'utilisation de ces modèles. Certains, d'ores et déjà connus à l'émission de l'option, ne posent pas question (prix d'exercice, période d'exercice, maturité, clauses diverses spécifiques type clause de forçage). Le paramètre le plus important reste cependant le prix de l'action à la date où l'option deviendra cessible. Une fois ces différents facteurs estimés, il est possible de déterminer la valeur de l'option à la date où elle deviendra cessible. Il reste alors à actualiser cette valeur sur toute la période d'incessibilité.

Le taux ajusté pour le risque utilisé doit intégrer, outre la valeur de l'écoulement du temps, la rémunération du risque propre de l'option mais aussi le coût de l'incessibilité. Comme on l'a rappelé plus haut, la valeur de l'option se caractérise par un effet de levier plus important que celui de l'action ; il en résulte un risque démultiplié qui justifie un coût du capital pour l'option bien supérieur à celui propre à l'action. A ce taux déjà élevé, il faut encore ajouter la prise en compte du coût de l'incessibilité sur la période. Au total, le taux ajusté pour le risque sur la période d'incessibilité doit nécessairement être très élevé.

Si dans la méthode précédente, toute la question était de savoir « quelle décote dois-je appliquer ? », la question posée par cette méthode est « quel taux dois-je retenir ? ». De la même façon, à partir des décotes obtenues à partir de différentes méthodes, on pourra également déterminer un taux ajusté pour le risque[10].

D'ores et déjà, nous pouvons noter que les rémunérations annuelles attendues par les investisseurs financiers sur des investissements très risqués et incessibles (capital d'amorçage, capital risque[11], etc.) avoisinent les 15%, 20%, 25%, voire plus, en fonction du niveau de risque de l'actif et de la durée de la période d'incessibilité[12].

[10] Voir Annexe A-1.

[11] Le *seed capital* ou capital d'amorçage correspond au capital qui permet la création ou les deux/trois premières années de vie d'une société ou d'un projet. Le *venture capital* ou capital risque comprend les phases plus tardives d'une société ou d'un projet.

[12] Nous présentons quelques résultats d'étude sur la performance de fonds de capital risque en annexe.

Conclusion

A ce stade de notre propos, le lecteur aura compris que la première méthode évoquée ci-dessus (« tordre les modèles »…) ne nous semble pas être la voie à privilégier pour tenir compte de l'incessibilité. Nous approfondirons dans le reste de cet ouvrage les différentes méthodes d'estimation d'une décote ou d'un taux d'actualisation ajusté pour le risque pertinents.

Plus largement, nous tenterons également de proposer un modèle optionnel d'évaluation tenant compte de l'incessibilité. Encore une fois, pour conforter notre démarche, nous exploiterons également les résultats de ce modèle sous la forme d'une décote ou d'un taux d'actualisation implicite.

Chapitre 2. La vision des institutions comptables sur l'incessibilité

1. La position du Conseil National de la Comptabilité (CNC)

Les offres d'achat et de souscription d'actions dans le cadre de Plan d'Epargne Entreprise (PEE) français prévoient une interdiction juridique de céder les actions pendant une certaine durée. Dans un communiqué en date du 21 décembre 2004, le CNC a développé sa position pour traiter cette période d'incessibilité. Plus précisément, il définit une approche qui vise à déterminer la perte de valeur associée à cette condition d'incessibilité.

Même si elle traite spécifiquement des actions, nous exposons ici les grandes lignes de la position du CNC. Par analogie, nous verrons comment éventuellement utiliser ces raisonnements pour les *management packages*.

L'approche retenue par le CNC pour estimer le coût de l'incessibilité consiste à chiffrer le coût d'une stratégie qui s'offre au salarié pour recouvrer une capacité d'investissement pleine et entière (c'est-à-dire acquérir la faculté de céder ses actions à tout moment).

Cette stratégie représente le coût subi pour se libérer du risque encouru pendant la durée de l'incessibilité.

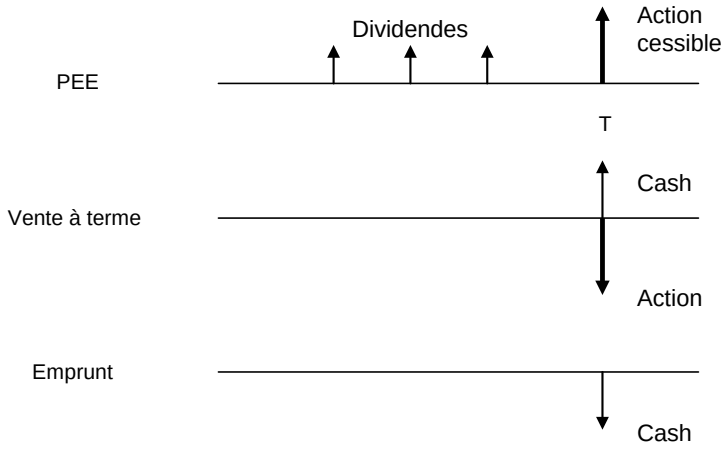
Le coût d'incessibilité correspond au coût supporté lorsqu'on accepte de renoncer à sa capacité d'arbitrage pendant une certaine durée, sans pour autant renoncer à sa qualité d'investisseur au-delà de la période d'incessibilité. Il peut être estimé sur la base du coût d'une stratégie en deux étapes consistant :

- à vendre à terme les actions incessibles (le terme correspondant à l'échéance de la période d'incessibilité) ;
- et à acheter un même nombre d'actions au comptant (donc des actions par définition cessibles à tout moment), en finançant cet achat par un prêt.

La stratégie à mettre en place correspond donc à un système de prêt-emprunt de titres (marché du « *repo* »), soit, sous forme graphique :

Tableau 1

Stratégie de couverture de l'incessibilité par le prêt-emprunt de titres



Prenons l'exemple d'un investisseur détenant une action incessible et observons la mise en œuvre de cette stratégie entre la date d'émission de l'action et la date où l'action devient cessible.

En date d'émission,

- L'investisseur emprunte l'action (cessible) qu'il revend immédiatement sur le marché. Le montant de trésorerie issu de la transaction est : [A – Coût du *Repo*] où A est le cours de l'action en date d'émission et le « Coût du *Repo* » correspondant au coût de l'emprunt de titres.
- L'investisseur place la trésorerie obtenue au taux qui lui est consenti par la banque, R_b

A la date à laquelle l'action devient cessible (notée T),

- l'investisseur récupère le montant de trésorerie placé, soit : [A – Coût du *Repo*]. Exp (R_b.T)
- l'investisseur rend l'action qu'il détenait (et qui est alors devenue cessible).

En actualisant le montant récupéré issu du placement (au taux de marché R_m), on obtient le coût d'incessibilité (I) :

$$I = (A - \text{Coût du } \textit{Repo}).\text{Exp}\,[(R_b - R_m)T] - A.$$

Si l'on considère qu'il n'y a pas de coût de transaction et que le taux consenti par la banque est très proche du taux sans risque alors :

$$R_b = R_m \text{ et } \text{Exp}(R_b - R_m) = 1.$$

Le montant du coût d'incessibilité pourrait donc être approché par le coût du *Repo.*

La stratégie d'arbitrage présentée ci-dessus a été simplifiée dans la mesure où :

- Le montant du taux *Repo* (relatif au contrat d'emprunt d'action) est supposé être payé en une seule fois à la date d'émission (en pratique, des flux sont payés périodiquement pendant toute la durée de l'emprunt).
- Les dividendes ne sont pas présentés ni les effets de dilution éventuels.

Notons également que la norme ne précise pas à quel point les coûts de transaction et autres imperfections de marché doivent être pris en compte dans la notion de juste valeur d'un produit financier.

La question essentielle dans l'approche suivie par le CNC est alors d'estimer le coût du *Repo*.

S'agissant d'une action, le coût du *Repo* dépend essentiellement de la liquidité de l'action prêtée et de la durée du prêt : il sera donc faible si la liquidité du titre est importante (cotations quotidiennes) et la durée du prêt suffisamment courte. Il est particulièrement difficile d'obtenir des informations quant aux taux effectivement pratiqués. Cependant, pour les sociétés les plus importantes présentant un marché du titre très liquide, on peut estimer ce taux à 1% voire moins. Pour les sociétés de plus petite tailles, ou celles dont le marché du titre est peu ou pas liquide, ce taux peut s'élever 4% - 5%, voire plus.

S'agissant d'une option, l'approche retenue par le CNC est malheureusement inapplicable car il n'existe pas de marché de prêt-emprunt des options, *a fortiori* pour des options exotiques comme les *management packages* ou les BSAAR.

2. Le point de vue des IFRS - La norme IFRS 2 « paiement fondé sur des actions »

Selon cette norme que nous avons déjà évoquée précédemment, la juste valeur des options attribuées par les actionnaires aux salariés (en particulier les dirigeants) constitue une charge qui doit être estimée en appliquant un modèle d'évaluation des options. Pour ce faire, l'entité doit considérer les facteurs que prendraient en compte des intervenants du marché bien informés et consentants pour sélectionner le modèle d'évaluation des options à appliquer.

Le rejet par la norme de toute décote d'incessibilité

Tous les modèles d'évaluation d'options prennent en compte, au minimum, les facteurs suivants :

- le prix d'exercice de l'option ;
- la durée de vie de l'option ;
- le prix actuel des actions sous-jacentes ;
- la volatilité attendue du prix de l'action ;
- les dividendes attendus sur les actions (le cas échéant) ; et
- le taux d'intérêt sans risque pendant la durée de vie de l'option.

Le paragraphe B7 de la norme IFRS 2 indique que, à côté des facteurs que nous venons d'évoquer, « *tout autre facteur que prendrait en compte un intervenant bien informé et consentant sur le marché pour fixer le prix doit être également pris en considération à l'exception des conditions d'acquisition des droits.* »

L'incessibilité fait-elle partie de ces facteurs pris en compte ou pas ?

Selon le normalisateur comptable, l'option incessible supporte une contrainte (impossibilité de céder l'option pendant une certaine période) qui peut être directement liée à l'acquisition des droits. En effet, pendant la période d'incessibilité, si les employés quittent l'entreprise, l'entreprise dispose dans certains cas d'un « *call* »[13] pour racheter les titres au prix d'émission. C'est l'existence de ce *call* qui établit la condition d'acquisition des droits puisque

[13] Option d'achat des options dans la main de l'entreprise.

l'entreprise est en mesure de priver les employés de leur droit à plus-value (droit généralement attaché à la détention définitive d'une action ou d'un bon de souscription). L'incessibilité peut ainsi être, dans certains cas, une condition nécessaire à l'établissement de la condition d'acquisition des droits, puisque c'est elle qui empêche l'employé de bénéficier à son gré de son droit à plus-value pendant la période d'incessibilité et pourrait le conduire à céder ses options au prix d'émission en cas de départ de l'entreprise avant la fin de la période d'acquisition des droits. Ainsi, selon le normalisateur, dans la mesure où l'incessibilité peut faire partie intégrante de la mise en œuvre des conditions d'acquisition des droits, le paragraphe B7 d'IFRS 2 interdit, dans ce cas, de prendre en compte ses effets dans l'évaluation comptable de l'option.

A contrario, si les droits étaient acquis dès l'émission (absence de *call* à la main de l'entreprise), l'incessibilité des instruments postérieurement à l'acquisition des droits pourrait être prise en compte dans l'évaluation de l'avantage, dans les conditions décrites au paragraphe B7. Il faudrait alors calculer la décote correspondante comme le ferait un intervenant bien informé et consentant sur le marché. La décote ne pourrait donc pas être forfaitaire mais devrait s'appuyer sur des éléments à la disposition des intervenants du marché. On peut alors se référer aux méthodes d'évaluation de l'incessibilité décrite dans cet ouvrage.

Dans le cas où il serait impossible d'évaluer de manière fiable la juste valeur de l'instrument, notamment en l'absence de données de marché disponibles, il conviendrait alors d'appliquer les paragraphes 24 et 25 d'IFRS 2 qui prévoient que l'avantage est mesuré dans ce type de situation à la valeur intrinsèque de l'instrument (avec ré-estimation à chaque clôture jusqu'à la fin de la période d'acquisition des droits). La valeur intrinsèque d'une option correspond à la différence entre le prix du sous-jacent et le prix d'exercice. La valeur temps, seconde composante de la valeur de l'option est alors exclue.

L'acceptation par la norme d'une décote pour exercice anticipé

Comme on l'a déjà évoqué, si la norme IFRS 2 ne permet pas toujours de prendre en compte l'incessibilité dans l'évaluation comptable d'une option, pour les raisons que l'on vient d'évoquer, elle permet, paradoxalement, de prendre en compte l'effet de l'exercice anticipé

dans l'évaluation comptable de l'option. Celui-ci se manifeste par une diminution de la valeur temps de l'option.

En effet, les options sur action attribuées à des salariés sont habituellement incessibles. Dès lors, la seule manière pour eux de liquider leur position est d'exercer leurs options, d'où la fréquence des exercices anticipés, bien supérieure à ce que préconise la théorie financière en la matière. Ainsi, des salariés dont le contrat de travail prend fin sont généralement contraints d'exercer les options acquises dans un délai court, sauf à renoncer à ces options. L'aversion au risque et la diversification insuffisante du patrimoine sont d'autres facteurs susceptibles de provoquer un exercice anticipé.

Les modalités de prise en compte de l'impact de l'exercice anticipé attendu dépendent du type de modèle d'évaluation des options utilisé. Le normalisateur comptable préconise cependant de tenir compte de la probabilité d'un exercice anticipé en utilisant une estimation de la durée de vie attendue de l'option (et non pas la maturité réelle de l'option) comme paramètre d'évaluation. Mais il est possible également de tenir compte de l'exercice anticipé dans un modèle binomial d'évaluation d'options, ou assimilé, qui se fonde sur la durée de vie contractuelle (cf. modèle de Hull & White[14] que nous développons plus loin).

Plusieurs facteurs doivent être pris en compte pour estimer la date et l'effet de l'exercice anticipé :

- La durée de la période d'acquisition des droits, parce que l'option ne peut habituellement pas être exercée avant la fin de la période d'acquisition des droits.
- La durée moyenne pendant laquelle des options semblables sont restées en circulation par le passé.
- Le prix des actions sous-jacentes. L'expérience montre que les membres du personnel tendent à exercer des options lorsque le prix atteint un niveau spécifié au-delà du prix d'exercice.
- Le statut professionnel du salarié dans l'organisation. Par exemple, l'expérience indique que les cadres supérieurs tendent à exercer leurs options plus tard que le reste du personnel.

[14] Hull, J.C. and A. White (2004), « How to Value Employee Stock Options », *Financial Analysts Journal*, 60, 1, janvier-février, 114-119.

- La volatilité attendue des actions sous-jacentes. En moyenne, les salariés exercent plus rapidement des options sur des actions hautement volatiles que des options sur des actions à volatilité réduite.

Les niveaux de décotes induits par cette réduction de la maturité dépendent bien évidemment des caractéristiques de l'option et de la valeur temps.

Si l'on prend, à titre indicatif, une option qui aurait les caractéristiques suivantes :

Tableau 3
Caractéristiques de l'option

	Notation	Valeur
Prix du sous-jacent	S	100
Prix d'exercice	K	140
Maturité en années	T	X (abscisse)
Volatilité en %	σ	Y (ordonnée)
Taux d'intérêt continu en %	r	4
Taux de versement du dividende	d	0%

Nous obtiendrions les résultats présentés dans la page suivante (l'abscisse représentant la durée de vie de l'option en année et en jours et l'ordonnée représentant la volatilité annuelle en pourcentage).

Pour une volatilité centrale de 25%, en considérant que l'option dont la maturité est de 10 ans (valeur de 32,96) soit exercée dès la cinquième année, le prix de l'option (soit 17,00) correspond donc à un niveau de décote d'environ 50%.

Tableau 4

Valeur de l'option en fonction de la volatilité annuelle du sous-jacent et de la maturité de l'option

	Maturité									
Volatilité	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1 %	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01	0,48	2,68	6,18
5 %	0,00	0,00	0,02	0,17	0,64	1,58	3,01	4,89	7,14	9,67
10 %	0,00	0,22	0,97	2,26	3,96	5,96	8,17	10,53	12,98	15,50
15 %	0,16	1,32	3,26	5,60	8,13	10,77	13,44	16,12	18,78	21,41
20 %	0,70	3,17	6,20	9,37	12,54	15,65	18,69	21,63	24,49	27,25
25 %	1,66	5,45	9,43	13,30	17,00	20,51	23,86	27,04	30,07	32,96
30 %	2,94	7,98	12,81	17,28	21,44	25,31	28,92	32,31	35,50	38,50
35 %	4,45	10,65	16,24	21,27	25,83	30,01	33,86	37,43	40,75	43,85
40 %	6,11	13,40	19,69	25,22	30,15	34,60	38,65	42,37	45,80	48,96
45 %	7,88	16,20	23,14	29,11	34,37	39,05	43,28	47,11	50,62	53,83
50 %	9,73	19,02	26,56	32,94	38,48	43,37	47,73	51,66	55,20	58,44

Un modèle plus sophistiqué d'exercice anticipé : le modèle de Hull et White (2004)

John Hull et Alan White, dans un article de septembre 2004, ont proposé une méthode d'évaluation des *stocks-options* prenant en compte l'aversion pour le risque des détenteurs de *stock-options* et modélisant leur exercice anticipé.

Leur modèle est dérivé du modèle binomial de Cox, Ross & Rubinstein (1979). Les règles pour calculer la valeur de l'option à chaque nœud de l'arbre sont les suivantes:

- Les options ne peuvent être exercées qu'après une période d'incessibilité.
- Une option est exercée entre la date v et sa maturité si son prix est au moins « M » fois le prix d'exercice.
- Pendant la période d'acquisition des droits, qui est aussi la période d'incessibilité, la probabilité que l'option soit abandonnée sur chaque intervalle de temps (δ_t) est « $e\delta_t$ ».
- Après cette période et jusqu'à la fin de vie de l'option, la probabilité que l'option prenne fin reste de « $e\delta_t$ ». Lorsque cela arrive l'option est abandonnée si elle est hors de la monnaie et exercée immédiatement si elle est dans la monnaie.

On considère un arbre binomial de longueur N dont chaque branche est de durée δ_t. On suppose de plus que le prix de l'actif sous-jacent est « $S_{i,j}$ » au j ème nœud de l'arbre et au temps $i\ \delta t$ et que « $C_{i,j}$ » est la valeur de l'option à ce même nœud.

Soit « K » le prix d'exercice de l'option et « t_v » la date d'échéance de la période d'incessibilité, qui coïncide avec la fin de la période d'acquisition des droits.

Les principales équations du modèle de Hull et White [2004]

Les équations décrivant le processus récursif sont les suivantes :

Aux branches terminales de l'arbre, la valeur de l'option est :

$$C_{N,j} = \text{Max} [S_{N,j} - K ; 0]$$

A partir de ces valeurs, on raisonne de manière récursive sur la base des équations suivantes :

Si iδ_t >t_v et $S_{i,j} \geq K.M$	alors $C_{i,j} = S_{i,j} - K$
Si iδ_t >t_v et $S_{i,j} < K.M$	alors $C_{i,j} = (1 - e\delta_t)e^{-r\delta t}$ [p . $C_{i+1,j+1}$ + (1-p) $C_{i+1,j}$] + $e\delta_t$ Max ($S_{i,j} - K$; 0)
Si iδ_t < t_v	alors $C_{i,j} = (1 - e\delta_t)e^{-r\delta t}$ [p . $C_{i+1,j+1}$ + (1-p) $C_{i+1,j}$]

Avec *r* qui désigne le taux sans risque.

Le modèle de Hull et White suppose que le taux de départ des employés est exprimé en composante continue. Si u est le turnover annuel des employés, e = ln (1+u).

La stratégie d'exercice avant maturité de l'option conduit les auteurs de l'article à considérer les stocks options des employés comme des options à barrières. Ce modèle considère explicitement la possibilité pour le détenteur de l'option de quitter la société après la fin de la période de la période d'acquisition des droits. Il considère que cet exercice anticipé se produit dès que le cours du sous-jacent dépasse un certain multiple M du prix d'exercice.

John Hull et Alan White indiquent dans un tableau de synthèse les différences de prix entre une option évaluée selon le modèle classique et selon leur modèle en prenant comme exemple une option qui aurait les caractéristiques suivantes :

- Prix du sous jacent : 50€
- Cours du sous jacent : 50€
- Taux sans risque : 7,5%
- Volatilité : 30%
- Taux de dividendes : 2,5%
- Période d'acquisition des droits : 3 ans
- Durée de vie de l'option : 10 ans

La valeur d'une option européenne classique avec ces paramètres serait estimée à 20,47$ avec le modèle de Black, Scholes et Merton (1973). La valeur d'une option américaine de mêmes paramètres serait estimée à 21,03$ avec l'arbre binomial de Cox, Ross et Rubinstein (1979).

Si l'on applique le modèle modifié, les valeurs de cette option seraient les suivantes (avec *e* représentant le taux de turnover des employés et M représentant le rapport entre le cours du sous-jacent et le prix d'exercice).

Tableau 5

Le paramètre M est le rapport entre le prix du sous-jacent sur le prix d'exercice de l'option nécessaire à un exercice anticipé de celle-ci. Le paramètre e est le taux de turnover des employés (qui est considéré constant pre et post vesting)

	e			
M	3%	5%	7%	10%
1,2	13,13	12,28	11,47	10,33
1,5	15,13	14,06	13,07	11,69
2,0	17,09	15,8	14,61	12,97
2,5	17,97	16,57	15,28	13,53
3,0	18,34	16,89	15,56	13,75

Par exemple, avec e = 3% et M =1,2 (i.e. l'exercice avant la maturité est déclenché pour un cours du sous-jacent égal à 1,2 fois le prix d'exercice), la valeur de l'option est de 13,13€, soit un écart et une décote de 21,03 € - 13,13€ = 7,9€ (37%).

Selon ce modèle, les décotes seraient de l'ordre de 10 à 50% par rapport au prix calculé selon les modèles classiques.

La principale difficulté qui ressort de cette approche est cependant de pouvoir estimer le paramètre M qui pilote l'exercice anticipé de l'option.

3. Le point de vue des institutions comptables et règlementaires américaines

La littérature institutionnelle américaine sur le sujet provient essentiellement de la norme SFAS 123 R S*hare Base Payment*. La norme ne se prononce pas directement sur la mesure de l'incessibilité, de nombreuses interprétations et débats ont porté sur ce thème.

La SEC *(Securities and Exchange Commission)* admet la possibilité d'appliquer une décote d'incessibilité pour autant qu'elle soit documentée sans se prononcer explicitement sur une méthode à suivre.

Cependant, la pratique de marché observée notamment par les commissaires aux comptes et la SEC fait ressortir deux visions de la mesure de l'incessibilité :

- une approche *forward price model* fondée sur un modèle comparable à celui évoqué par le Centre National de la Comptabilité (CNC) français.
- une approche *put option model* fondée sur la création d'une couverture par l'achat d'une option de vente.

Selon cette dernière approche[15], le coût de l'incessibilité correspond à la prime à payer pour se protéger contre le risque d'une baisse de l'actif incessible pendant la période d'incessibilité. La stratégie de couverture correspondrait à l'achat d'une option de vente dont la durée correspond à la période d'incessibilité.

L'option de vente s'analyse comme une promesse d'achat (un engagement d'acheter) accordée par le vendeur de l'option de vente à l'acheteur de cette option.

La valeur de l'option de vente permet d'estimer le coût de la couverture et le niveau de décote.

Il est alors possible d'utiliser un modèle d'option pour calculer la décote d'incessibilité. Le niveau de la décote est fonction de la durée d'incessibilité et de la volatilité du sous-jacent.

Si l'on prend, à titre indicatif, l'exemple précédent et l'option dont les caractéristiques étaient les suivantes :

Tableau 6
Caractéristiques de l'option

	Notation	Valeur
Prix du sous-jacent	S	100
Prix d'exercice	K	140
Maturité en années	T	X (abscisse)
Volatilité en %	σ	Y (ordonnée)
Taux d'intérêt continu en %	r	4

Nous obtenons les résultats présentés dans la page suivante (l'abscisse représentant la durée de la période d'incessibilité en année et en jours et l'ordonnée représentant la volatilité).

[15] Cette approche rappelle celle de F. Longstaff [1995] que nous développons au chapitre 5.

Le tableau fait ressortir (pour des maturités situées entre 5 et 10 ans et des volatilités comprises entre 20 et 30%) des décotes d'incessibilité de 21% à 36%. De la valeur de l'action sous jacente.

Il convient par ailleurs de souligner que pour les praticiens américains, l'incessibilité calculée selon cette méthode représentait une décote plafond alors que la méthode *forward price model*, soutenue également par le CNC, correspondait à une décote plancher.

Rappelons en conclusion que ce modèle est développé spécifiquement pour mesurer l'incessibilité des actions, et non des options.

Tableau 7

Valeur de la décote d'inœssibilité en fonction de la volatilité annuelle du sous-jacent et de la maturité de l'option

La décote a été calculée sur la base de la valeur d'achat du *call* qui permet implicitement de calculer le niveau de décote par rapport au prix du sous-jacent

	Maturité									
Volatilité	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1 %	34,51 %	29,24	24,17	19,30	14,62	10,13	5,82	2,14	0,35	0,02
5 %	34,51	29,24	24,19	19,47	15,26	11,70	8,82	6,55	4,82	3,51
10 %	34,52	29,46	25,14	21,56	18,58	16,08	13,98	12,19	10,66	9,34
15 %	34,67	30,56	27,43	24,90	22,76	20,90	19,25	17,78	16,46	15,25
20 %	35,22	32,41	30,37	28,67	27,16	25,78	24,50	23,29	22,16	21,09
25 %	36,18	34,69	33,60	32,60	31,62	30,64	29,66	28,70	27,74	26,80
30 %	37,45	37,21	36,97	36,58	36,06	35,43	34,73	33,97	33,17	32,35
35 %	38,96	39,88	40,41	40,56	40,45	40,13	39,67	39,09	38,42	37,69
40 %	40,62	42,64	43,86	44,51	44,77	44,72	44,46	44,03	43,47	42,81
45 %	42,39	45,44	47,31	48,41	48,99	49,18	49,09	48,78	48,29	47,68
50 %	44,24	48,25	50,72	52,23	53,10	53,50	53,54	53,32	52,88	52,28

Conclusion

Les institutions réglementaires comptables aussi bien françaises et européennes qu'américaines, ne nous offrent malheureusement pas de modèle adapté pour déterminer le coût de l'incessibilité dans le contexte de l'évaluation d'options.

L'approche reposant sur l'exercice anticipé des options développé dans IFRS 2 repose sur une analyse empirique des comportements des agents économiques. Ces comportements sont liés en grande partie aux caractéristiques propres aux *stock options* (elles ne sont jamais cessibles et la liquidité ne peut être obtenue que par l'exercice) et ne permettent donc pas une mesure explicite de la seule incessibilité.

S'agissant des autres approches proposées, nous présentons dans les chapitres suivants des développements adaptés aux outils optionnels.

Chapitre 3. Mesures empiriques de l'incessibilité

Après avoir développé dans le chapitre précédent la position des normalisateurs comptables sur l'incessibilité, nous présentons ici différentes études académiques ainsi qu'une étude empirique visant à mesurer le coût de l'incessibilité.

1. Quelques éléments de littérature académique sur le sujet

Dans la littérature académique, le coût de l'incessibilité d'un actif a été parfois approché par le biais du coût de l'illiquidité. Celui-ci se mesure par le coût que la cession d'un actif engendre ainsi que par le temps nécessaire pour réaliser cette cession. Dès lors, tout actif est plus ou moins liquide et le « degré » de liquidité est une question de mesure (des coûts de transaction et du temps nécessaire à la cession).

Traditionnellement, on considère qu'un actif est « illiquide » dès lors qu'il faut plus de trois jours pour pouvoir le céder. L'incessibilité n'est-elle alors qu'une forme extrême d'illiquidité ? Bien au contraire, nous nous attachons ici aux actifs pour lesquels la cession ne peut même pas être envisagée, quand bien même elle pourrait être peu coûteuse voire instantanée sur le marché. Prenons l'exemple des BSAAR qui sont parfois des instruments échangés sur les marchés boursiers et parfois des instruments frappés d'incessibilité. Les deux actifs sont strictement identiques, si ce n'est que l'un est échangeable sur un marché organisé (et donc plus ou moins liquide) et pas l'autre… Incessibilité et illiquidité sont donc bien deux notions disjointes qui ne doivent pas être confondues. Ainsi, on peut dire que l'incesssibilité est « de droit » alors que l'illiquidité est « de fait ».

Nous ignorerons donc dans la suite la vaste littérature sur le coût de l'illiquidité et nous concentrerons sur celle qui concerne spécifiquement l'incessibilité. La littérature sur le coût de l'incessibilité étant relativement peu fournie, nous présentons ci-après les travaux de recherche les plus importants en la matière.

Etudes empiriques du coût de l'incessibilité pour les « restricted stocks »

Mesurer le coût de l'incessibilité en observant les prix d'émission d'actifs incessibles semble être la voie la plus directe. Malheureusement, ces actifs sont relativement rares…

Les « *restricted stocks* » (ou « *lettered stocks* ») constituent une exception aux Etats-Unis. Sur le marché américain, il est en effet possible de réaliser un placement privé d'actions à des investisseurs financiers (Règle 144 de la *Securities and Exchange Commission*). Ce placement est effectué à un prix décoté par rapport aux prix de marché, mais ces actions sont frappées d'une période d'incessibilité qui peut être comprise entre un et deux ans. La différence de prix entre un actif acheté par ce biais et le même actif acheté sur le marché financier permet d'appréhender le coût de l'incessibilité.

Les différentes études empiriques réalisées ont mis en évidence des décotes moyennes d'incessibilité allant de 20% à 35%[16] pour des actions avec des périodes d'incessibilité entre un an et deux ans. Une étude similaire réalisée sur le marché chinois pour des actions qui présentent des caractéristiques proches fait apparaître des résultats significativement supérieurs (aux environs de 80%)[17].

Tableau 8
Synthèse des principales études sur les *restricted stocks*

Auteur	Année	Décote moyenne
SEC	1971	23,0 %
M. Gelman	1972	33,0 %
R. R. Trout	1977	34,0 %
J. M. Maher	1976	35,0 %
W. L. Silver	1991	34,0 %
B. A. Johnson	1999	20,0 %

[16] Parmi les nombreuses études sur le sujet :

SEC (1971), « Discounts Involved in Purchases of Common Stock (1966-1969) », *Institutional Investor Study Report of Securities and Exchange Commission*, vol. 5, n°64, part. 5, 2444-2456.
M. Gelman (1972), « An Economist-Financial Analysts Approach to Valuing Stock of a Closely Held Company », *The Journal of Taxation*, juin, 353-354.
R. R. Trout (1977), « Estimation of the Discount Associated with the Transfer of Restricted Securities », *TAXES – The Tax Magazine*, juin, 381-385.
J. M. Maher (1976), « Discounts for Lack of Marketability for Closely-Held Business Interests », *TAXES – The Tax Magazine*, septembre, 562-571.
W. L. Silver (1991), « Discounts on Restricted Stocks: The Impact of Illiquidity on Stock Prices », *Financial Analysts Journal*, juillet-août, 60-64.
B. A. Johnson (1999), « Quantitative Support for Discounts for Lack of Marketability », *Business Valuation Review*, décembre, 152-155.

[17] Z. Chen and P. Xiong (2001), « Discounts on Illiquid Stocks: Evidence from China », *papier de recherche*, septembre.

Malgré leur nombre significatif et leurs résultats plus ou moins convergents (aux Etats-Unis en tous cas !), ces études sur les *restricted stocks* ne permettent pas de conclure définitivement sur le coût de l'incessibilité.

En effet, la décote observée n'est pas uniquement due à l'incessibilité de l'actif considéré et reflète d'autres facteurs, ainsi :

- la décote rémunère le coût des audits et de contrôle (*due diligence* et *monitoring*) de ces investisseurs sophistiqués ;
- les coûts de transaction plus élevés ;
- elle reflète également les coûts et avantages liés à la vente de la réorganisation du capital autour d'un noyau dur d'investisseurs sophistiqués (effet de certification, etc.).

Notons également que ces mesures ne concernent qu'une classe d'actifs : les actions. Or, s'agissant des options, on sait que leur valeur est beaucoup plus volatile que celle d'une action : cette sensibilité de la valeur de l'option à ces principaux paramètres est d'ailleurs mesurée par les fameuses lettres grecques de la formule de Black, Scholes et Merton (1973). Ainsi, la sensibilité de la valeur d'une option à la valeur d'une action se mesure par le delta, qui peut être pour des options de maturité relativement longue supérieur à deux !

Etude empirique de la décote d'incessibilité sur des options de change

Brenner, Eldor & Hauser (2001)[18] ont étudié l'impact de l'incessibilité sur des options de change dans le cadre particulier du marché monétaire israélien. Sur ce marché existent deux types d'options de change : les unes sont émises par la banque centrale israélienne lors d'une enchère et ne peuvent être vendues avant d'arriver à maturité, les autres sont émises par les banques commerciales et continuellement échangées sur le marché.

Les auteurs ont observé les prix d'enchères et de transaction sur ces deux marchés entre avril 1994 et juin 1997. Après avoir ajusté la maturité et le prix d'exercice de ces deux types d'options afin de pouvoir les comparer, les auteurs concluent que les options incessibles ont un prix inférieur en moyenne de 21% par rapport aux options liquides.

[18] M. Brenner, R. Eldor, S. Hauser (2001), « The Price Of Options Illiquidity », *Journal of Finance*, n°26.

Les auteurs observent également que le coût de l'incessibilité semble avoir nettement diminué au cours de la période d'observation : de 26,5% sur la période 1994-1995 à 16,7% au cours de la période 1996-1997. Selon les auteurs, ce coût est une fonction directe du coût de réplication (de couverture) pour les investisseurs financiers. Les auteurs montrent enfin qu'il existe un lien entre le coût de l'incessibilité et la volatilité du sous-jacent.

Cette fois encore, l'étude empirique réalisée par les auteurs, même si elle concerne des options, ne permet par de conclure de façon définitive sur le coût de l'incessibilité pour des options :

- Les auteurs s'attachent à des options relativement simples (options de change) sur des marchés très organisés destinés à des investisseurs sophistiqués et où le coût de couverture est donc relativement modeste.
- Ces options sont de maturité relativement courte (3 mois ou 6 mois) et présentent des caractéristiques relativement standardisées : il s'agit d'options européennes, émises avec un prix d'exercice à la monnaie (c'est-à-dire un prix d'exercice égal au cours du sous-jacent à la date d'émission).

L'incessibilité vue comme la perte d'une option de vendre l'actif

Selon Longstaff (1995)[19], le coût de l'incessibilité d'un actif peut être assimilé à une option de vente (ou *put*), c'est-à-dire que détenir un actif liquide c'est disposer de la possibilité de vendre à n'importe quel moment cet actif sans perte de valeur ou presque. L'auteur fait l'hypothèse que l'investisseur dispose d'anticipations parfaites (c'est-à-dire qui vend et achète au meilleur moment) et peut donc vendre l'actif au plus haut et investir la trésorerie obtenue dans l'actif sans risque afin de maximiser la valeur de son portefeuille. Si cet investisseur est empêché de vendre l'actif liquide pendant un certain laps de temps, il ne peut alors plus maximiser la valeur de son portefeuille de manière optimale. Longstaff (1995) développe alors un modèle calculant la perte de valeur liée au coût d'opportunité causé par l'interdiction

[19] Francis A. Longstaff (1995), « How Much Can Marketability Affect Security Values », *Journal of Finance*, Vol. L, n°5, pp. 1767-1774.

Voir aussi Longstaff F.A. (2005), « Assets Pricing in Markets with Illiquid Assets », *papier de recherche*, janvier.

de vendre l'actif liquide pendant un certain temps. Celui-ci correspond au coût d'une option particulière (option *lookback* sur le cours maximum observé sur la période).

Le coût de l'incessibilité qui résulte du modèle peut être obtenu d'après l'équation suivante :

$$Maximumdiscount = \left(2 + \frac{\sigma^{é} T}{2}\right) * \left[N(d)\right] + \sqrt{\frac{\sigma^2 T}{2\Pi}} \exp\left(-\frac{\sigma^2 T}{8}\right) - 1$$

avec

σ = Ecart-type de la rentabilité journalière de l'action (annualisée)

T = Période pendant laquelle les actifs sont illiquides

N(d) = Probabilité qu'une variable suivant une loi normale centrée réduite soit plus grande ou égale à d, avec $d = \sqrt{\frac{\sigma^2 T}{2}}$

Le coût d'opportunité lié à l'interdiction de vendre l'actif liquide pendant une période donnée est alors une fonction de la volatilité de cet actif, et le pourcentage de décote maximum dépend de ce coût par unité de temps et de la durée de la période d'incessibilité.

Dyl et Jiang (2008)[20] ont mis en œuvre le modèle développé par Longstaff (2005) sur la base de deux données seulement, la volatilité de la rentabilité journalière de l'actif et la durée de la période d'illiquidité.

Les résultats obtenus par les auteurs sont les suivants :

Tableau 9

Décote maximum d'incessibilité en fonction de la durée et de la volatilité de l'option

Durée de la période d'incessibilité	Volatilité de l'option					
	10 %	20 %	30 %	40 %	50 %	60 %
6 mois	4,8 %	9,9	15,0	20,5	26,1	32,1
1 an	6,9	14,1	21,8	30,0	38,7	48,0
2 ans	9,8	20,5	32,1	44,8	58,7	74,0
3 ans	12,1	25,5	40,5	57,2	76,0	97,0

[20]Edward A. Dyl et George J. Jiang (2008), « Valuing Illiquid Common Stock », *Financial Analyst Journal*, vol. 64, n° 4.

Il est à souligner que ce modèle repose sur la volatilité de l'option, et non celle de l'action. La volatilité retenue dans le modèle est donc nécessairement très supérieure à celle retenue dans les calculs de sensibilité à la volatilité proposés dans les autres chapitres, qui reposent eux sur une sensibilité à la volatilité du sous-jacent (l'action).

De plus, l'auteur suppose que l'investisseur a des anticipations parfaites et immédiates s'agissant du cours observé (ainsi l'investisseur serait capable de déterminer quel sera le cours le plus haut sur la période et pourra agir immédiatement pour en bénéficier). Longstaff (1995) en conclut que les résultats obtenus constituent un plafond pour la décote d'incessibilité.

Dans un papier ultérieur, Longstaff (2005) construit un modèle de marché abstrait (avec un seul actif incessible). Il en tire des conclusions complémentaires :

- L'incessibilité affecte profondément le choix du portefeuille optimal, dans la mesure où des investisseurs ayant des aversions similaires au risque peuvent rationnellement choisir de détenir des portefeuilles très différents. En particulier, ils ne choisissent plus nécessairement de détenir le portefeuille de marché.
- L'incessibilité peut avoir des effets significatifs sur les prix d'équilibre des actifs.
- L'hétérogénéité de l'aversion à l'incessibilité des investisseurs peut avoir des effets importants sur le prix des actifs.

Ces résultats, cohérents avec ceux observés par ailleurs, doivent cependant être repris avec précaution. En effet, comme l'indique l'auteur, il s'agit d'un modèle *ad hoc*, dont les hypothèses de construction sont spécifiques et pas toujours réunies dans la réalité…

2. Une approche du coût de l'incessibilité par l'analyse empirique des prix d'émission des BSAAR

Les Bons de Souscription et ou d'Acquisition d'Actions Remboursables (BSAAR) sont des options, émises généralement par des sociétés cotées, qui présentent des caractéristiques particulières :

- Le prix d'exercice des BSAAR est en général supérieur au cours de bourse de la société émettrice à la date d'émission ;
- La maturité de ces bons est très longue pour des options (jusqu'à sept ans) ;

- Les BSAAR sont exerçables et cessibles dans une fenêtre d'exercice (par exemple entre la quatrième et la septième année) ;
- L'émetteur peut avoir la possibilité de forcer l'exercice des BSAAR dès lors que le cours de bourse a dépassé un certain seuil. Cette clause de forçage permet à l'émetteur de borner le gain que peuvent réaliser les souscripteurs des bons qu'il a émis ;
- Les BSAAR sont régulièrement émises de manière concomitante à des titres obligataires (on parle alors d'OBSAR, obligations à bons de souscriptions d'actions remboursables) comme le rappelle l'Autorité des Marchés Financiers dans une note de travail intitulée « Position de l'AMF sur les émissions d'obligations à bons de souscription d'actions remboursables (OBSAR), suivies d'une cession des BSAR au profit des salariés et/ou mandataires sociaux de la société émettrice » et émise en date du 18 mars 2008 :

> Les opérations d'OBSAR « [ont] toutes pour finalité, d'une part, de permettre aux émetteurs de se financer à des conditions attractives et, d'autre part, de réserver les BSAR à des bénéficiaires dénommés ou à des catégories de personnes, tels les mandataires sociaux ou les salariés des sociétés concernées, en vue de les associer à la croissance de leur société.
>
> Ces montages [sont] similaires dans leur déroulement et se décomposaient en plusieurs phases :
>
> 1. Dans une première phase, l'établissement de crédit souscrit aux OBSAR soit dans le cadre de l'émission qui lui est réservée, soit par l'exercice des DPS (droit préférentiel de souscription) qui lui ont été cédés par des actionnaires majoritaires ;
>
> 2. Dans une deuxième phase, l'intermédiaire financier détenteur des OBSAR, procède à leur démembrement. Il conserve les obligations et revend la totalité des BSAR qu'il détient, soit, directement aux mandataires sociaux et/ou salariés concernés, soit à un ou plusieurs actionnaires majoritaires de la société émettrice. Dans ce dernier cas, les actionnaires majoritaires cèdent à leur tour les BSAR aux salariés et/ou mandataires sociaux de la société émettrice. »

Les BSAAR peuvent donc être assimilées à des options à fenêtre d'exercice, non exerçables avant une certaine date. Certains d'entre eux offrent donc un cas exemplaire d'incessibilité, puisqu'ils ne peuvent être cédés pendant une période relativement longue (de deux à cinq ans).

Depuis la première opération d'OBSAAR en février 2002, cet instrument a connu un grand succès avec au total près d'une soixantaine d'opérations sur le marché français.

En particulier, les BSAAR sont des instruments financiers relativement peu coûteux à l'émission (en raison de la clause de forçage) tout en présentant un potentiel de gain important (directement lié au caractère optionnel de l'instrument). En outre, un nombre significatif d'opérations ont permis aux actionnaires contrôlant les sociétés de bénéficier d'une opération s'apparentant à l'émission d'une obligation convertible en évitant son caractère dilutif (puisqu'il peut scinder l'OBSAAR en deux composantes, revendre la partie obligataire et conserver le bon). Certaines opérations ont permis également aux dirigeants de ces sociétés de bénéficier d'un instrument de rétention s'apparentant à un *management package* proposé aux dirigeants de sociétés en LBO ou à un plan de *stock options* (une différence notable est que le dirigeant doit acheter les BSAAR).

Ces BSAAR, qui sont émis par des sociétés cotées, font l'objet de notes d'opérations revues par l'Autorité des Marchés Financiers et leur prix d'émission fait l'objet de travaux d'évaluation par le conseil financier de la société émettrice mais aussi potentiellement par des experts indépendants qui se prononcent sur la valeur de marché des BSAAR à l'émission.

Sur la base de ces notes d'opération, nous avons réalisé une étude empirique de la décote implicitement retenue au titre de l'incessibilité lors des émissions de BSAAR réalisées au cours des trois dernières années.

Données utilisées

Nous avons étudié 21 opérations d'émission de BSAAR ayant eu lieu entre juin 2005 et novembre 2010 sur le marché *Eurolist* ou *Alternext* d'*Euronext Paris* et présentant une période d'incessibilité.

Ces émissions ont été réalisées par des sociétés de secteurs et de capitalisations boursières divers. Ainsi, les capitalisations boursières des sociétés émettrices sont comprises entre 19 millions d'euros et 1,7 milliard d'euros et les pourcentages de capital auquel donnent les droits ces différents BSAAR s'échelonnent entre 3,4% et 57% du capital, comme indiqué dans le tableau présenté en page suivante.

Chaque émission a fait l'objet d'une note d'opération publique ayant reçu le visa de l'Autorité des Marchés Financiers (AMF), le régulateur boursier français. Ce visa est attribué après que l'AMF a vérifié « si le document est complet et compréhensible, et si les informations qu'il contient sont cohérentes ». Ces notes d'opérations présentent les caractéristiques des OBSAAR émises :

- le nombre d'OBSAAR à émettre ;
- leur valeur nominale ;
- leur prix d'émission ;
- le produit brut d'émission ;
- la durée de l'emprunt ;
- le taux d'intérêt annuel ;
- la durée d'amortissement des obligations ;
- les modalités de remboursement, d'exigibilité et d'amortissement anticipé ;
- la date de cotation et le marché de cotation ;
- le nombre de BSAAR par obligation ;
- le prix d'exercice des BSAAR ;
- le nombre de BSAAR émis ;
- la parité d'exercice ;
- la période d'exercice des BSAAR ;
- l'échéance des BSAAR ;
- le nombre d'actions susceptibles d'être émises par exercice de la totalité des BSAAR ;
- les modalités du remboursement anticipé au gré de la société ;
- les modalités de cessibilité des BSAAR ;

Tableau 9.

Emission d'OBSAAR ou de BSAAR étudiées

	Société	Date d'émission	Capitalisation boursière *millions d'euros*	Produit brut de l'émission obligataire *millions d'euros*	Nombre de BSAAR émis *milliers*	en % du capital
1	Unilog	juin-05	na	22,5	429	3,3 %
2	CS	mai-06	206	7,4	165	2,6 %
3	Havas (2006)	nov-06	1 715	270,0	41 985	9,8 %
4	Bonduelle	juin-07	737	150,0	750	9,4 %
5	HF Company	juin-07	88	19,6	449	9,8 %
6 et 7	Radiall	juin-07	237	39,5	113	10,2 %
8	EPI	janv-08	27	39,992	1 840	57,0 %
9	Havas	janv-08	1 281	98,3	15 000	3,4 %
10	Promeo	janv-08	138	33,8	690	22,5 %
11	Akka	févr-08	95	19,5	420	4,9 %
12	LVL Medical	mai-08	220	59,0	1 800	13,9 %
13	Assystem	juin-08	197	64,2	3 250	15,5 %
14	STEF	juin-08	567	98,7	900	6,7 %
15	Nextradio	nov-08	43	55,0	2 420	14,6 %
16	Overlap	nov-08	19	12,0	15 000	39,5 %
17	Cap gemini	mai-09	3 979	102,4	7 500	4,3 %
18	Access Commerce	juin-09	7	3,4	1 295	12,5 %
19	Ausy	sept-09	50	1,2	540	3,2 %
20	Mr Bricolage	oct-09	143	32,0	982	8,9 %
21	Micropole Univers	nov-10	21	2,5	2 465	4,0 %

Sources : Données collectées à partir des notes AMF (www.amf-france.org).

N.B. : La société Radiall a émis 2 packages de BSAAR différents en juin 2007.

Les émissions que nous avons étudiées ont également fait l'objet d'un rapport d'expert sur le prix d'émission des BSAAR, pour la plupart rendu public dans la note d'opération. Ce rapport d'expert fournit les informations suivantes sur le calcul du prix d'émission :

- la méthode d'évaluation utilisée ;
- le cours de référence du sous-jacent ;
- le prix d'exercice ;
- la fenêtre d'exercice ;
- la barrière de forçage ;
- la volatilité du sous-jacent ;
- le taux sans risque ;
- le taux de prêt emprunt des titres ;
- le taux de rendement du dividende ;
- l'effet dilutif de l'opération.

La plupart de ces données sont disponibles sur le site Internet de l'AMF (www.amf-france.org).

Méthodologie

Notre objectif est d'estimer la décote liée à l'incessibilité des BSAAR implicitement pris en compte à l'émission. A cette fin, nous avons comparé la « Valeur Théorique » des BSAAR (« VT ») à leur prix d'émission effectif (le « Prix »).

La Valeur Théorique des BSAAR a été estimée pour chaque opération en mettant en œuvre un modèle d'évaluation d'options, développé spécifiquement pour tenir compte des caractéristiques générales des BSAAR. Ce modèle, qui repose sur l'approche binomiale de Cox, Ross & Rubinstein (1979) (« CRR »), permet de prendre en compte la totalité des spécificités des BSAAR à l'exception de la période d'incessibilité. Il s'agit du modèle déjà évoqué précédemment.

Pour chaque émission, le modèle d'évaluation mis en œuvre a pris en compte les paramètres suivants :

- La valeur du sous-jacent de l'option ;
- Le taux d'intérêt sans risque ;
- Le taux de prêt-emprunt de titres ;
- Le rendement de l'action (dividend yield) ;
- La volatilité attendue de l'action ;
- Le facteur de dilution des BSAAR.

Le modèle permet donc de prendre en compte explicitement la fenêtre d'exercice (puisque l'exercice « instantané » de l'option est empêché sur un certain nombre de nœuds) et la clause de forçage des BSAAR (puisque l'exercice est imposé dès que la valeur du sous-jacent dépasse celle de la barrière de forçage).

Paramétrage du modèle

Les paramètres que nous avons utilisés afin de déterminer la Valeur Théorique des BSAAR ont été relevés dans les différentes notes d'opération :

- La valeur du sous-jacent.
- Le taux d'intérêt sans risque, communiqué dans le rapport d'expert figurant dans la note d'opération. Ce taux est le plus souvent assimilé au taux des obligations d'Etat de maturité semblable à celle du bon.
- Le taux de prêt emprunt des titres, figurant le cas échéant dans le rapport d'expert.
- Le taux de rendement du dividende est indiqué dans le rapport d'expert, et dans le cas où une fourchette était déterminée, nous avons utilisé la valeur moyenne de cette fourchette.
- La volatilité attendue de l'action figure elle aussi dans le rapport d'expert. Une fourchette étant généralement déterminée, nous avons utilisé le milieu de celle-ci afin de mettre en œuvre notre modèle.
- Le facteur de dilution des BSAAR a été estimé grâce au nombre d'actions potentielles issues de l'exercice des BSAAR et du nombre d'actions existantes avant l'émission, informations présentes dans la note d'opération.

Nous avons ensuite comparé la Valeur Théorique des BSAAR déterminée pour chaque émission étudiée au prix d'émission retenu dans la note d'opération. Notre hypothèse centrale est que la différence entre la Valeur Théorique et le Prix d'émission du BSAAR est entièrement attribuable à l'existence d'une période d'incessibilité.

Résultats

Les résultats de notre étude sont synthétisés dans le tableau ci-dessous.

Tableau 10.
Estimation de la décote d'incessibilité par opération

Nom	Date de l'opération	Durée d'incessibilité	Valeur théorique du BSAAR	Prix d'émission	Décote d'incessibilité
Unilog	juin-05	5	3,39	2,25	(33,7)%
CS	mai-06	2	3,46	2,40	(30,7)%
Havas (2006)	nov-06	4	0,82	0,34	(58,4)%
Bonduelle	juin-07	3	10,84	7,50	(30,8)%
HF Company	juin-07	3	2,76	2,00	(27,6)%
Radiall (A)	juin-07	3	14,66	8,00	(45,4)%
Radiall (B)	juin-07	2	11,15	6,00	(46,2)%
EPI	janv-08	2	1,78	1,20	(32,7)%
Havas	janv-08	4	0,63	0,34	(45,8)%
Promeo	janv-08	2	7,67	4,85	(36,8)%
Akka	févr-08	2	1,28	0,70	(45,2)%
LVL Medical	mai-08	2	2,84	2,00	(29,7)%
Assystem	juin-08	2	2,01	1,40	(30,4)%
STEF	juin-08	2	5,37	4,14	(22,9)%
Nextradio	nov-08	3	2,05	1,68	(18,1)%
Overlap	nov-08	2	0,12	0,08	(35,0)%
Cap gemini	mai-09	4	5,38	3,22	(40,1)%
Access Commerce	juin-09	1	0,07	0,06	(19,6)%
Ausy	sept-09	2	2,71	1,25	(53,9)%
Mr Bricolage	oct-09	2	1,48	0,80	(45,9)%
Micropole Univers	nov-09	3	0,18	0,09	(50,8)%
Moyenne		**2,6**	***na***	***na***	**(37,1)%**
Ecart-type		**1,0**	***na***	***na***	**11,1 %**
Médiane		**2,0**	***na***	***na***	**(35,0)%**

Nous observons sur l'échantillon considéré une décote comprise entre 18% et 58% (environ), avec une moyenne de 37,1% et un écart-type de 11,1%.

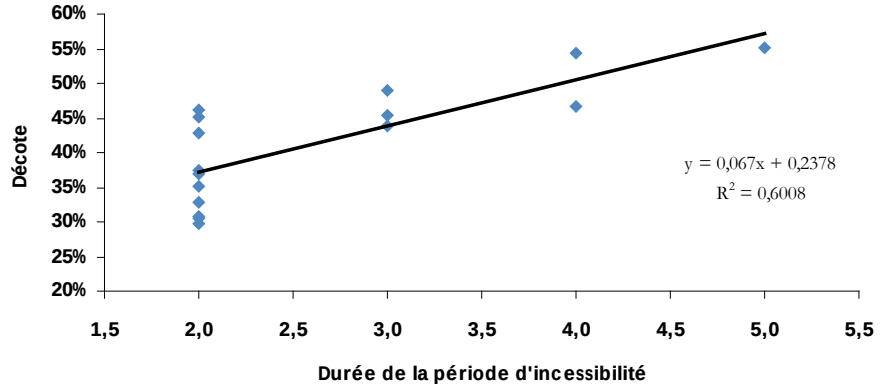
Nous avons ensuite observé la corrélation de cette décote avec plusieurs facteurs :

- la durée de la période d'incessibilité ;
- la taille de la société et celle de l'opération ;
- la volatilité de l'action sous-jacente.

Cette étude semble montrer que la décote varie avec la durée de la période d'incessibilité : plus celle-ci est longue, plus la décote est importante, comme le montre le graphe ci-dessous :

Graphe 2

Décote d'incessibilité en fonction de la durée de la période d'incessibilité



Sur les 21 BSAAR que nous avons étudiés, seuls six ont une durée d'incessibilité supérieure à deux ans. L'analyse des opérations par durée d'incessibilité est résumée dans le tableau suivant :

Tableau 11.
Décote d'incessibilité en fonction de la durée d'incessibilité

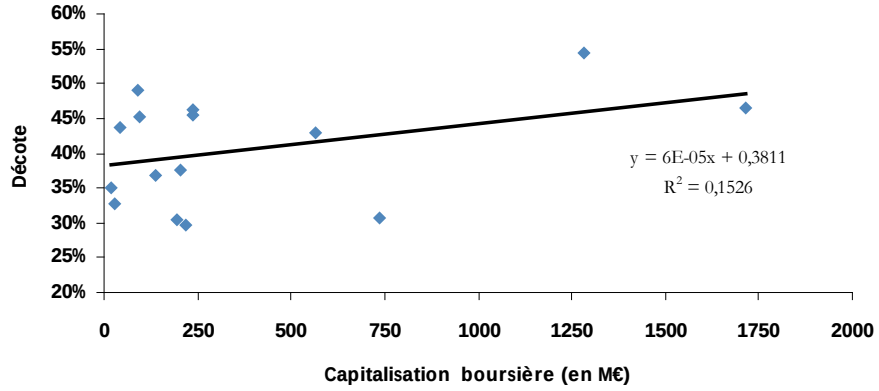
	Echantilllon	2 ans	3 ans	4 ans	5 ans
Nombre d'opérations	**21**	**12**	**4**	**4**	**1**
Moyenne	(37,1)%	(32,6)%	(37,5)%	(53,1)%	(55,1)%
Ecart-type	11,1 %	14,9 %	13,6 %	9,8 %	na

L'ampleur de l'écart-type observé quant à la décote d'incessibilité pour les BSAAR frappés d'une période d'incessibilité de deux ans (environ 15%) et le faible nombre d'opérations ayant une durée d'incessibilité plus longue empêche de conclure de manière définitive sur la relation entre décote et durée d'incessibilité, même si la régression entre la durée de la période d'incessibilité et la décote offre un coefficient R^2 significatif (plus de 60%).

La taille de la société (mesuré par sa capitalisation) pourrait également être un facteur explicatif du niveau de la décote : les sociétés de taille importante ont des titres plus liquides et la mise en place d'un portefeuille d'arbitrage devrait être moins coûteuse. Malheureusement, cette hypothèse n'est pas confirmée par notre échantillon. En effet, la régression présente un coefficient R^2 peut significatif.

Graphe 3

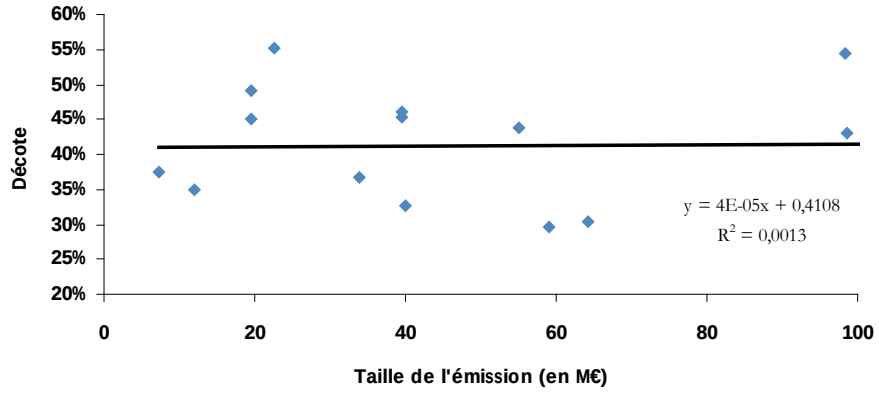
Décote d'incessibilité en fonction de la capitalisation



La taille relative de l'émission de BSAAR est un autre facteur potentiel pouvant expliquer la décote appliquée par les marchés financiers. Ce facteur ne semble pourtant pas être facteur explicatif du niveau de décote (que la taille soit mesurée en fonction du produit d'émission ou en fonction de son effet dilutif) :

Graphe 4

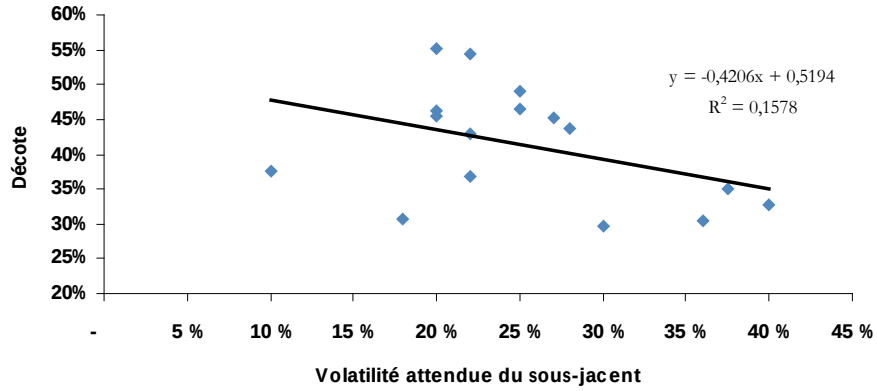
Décote d'incessibilité en fonction de la taille de l'opération



Nous avons également observé la relation entre le niveau de volatilité estimé pour le sous-jacent et le niveau de décote d'incessibilité. En effet, plus la volatilité est importante plus on peut s'attendre à ce que l'incessibilité soit coûteuse pour le porteur de l'option. Encore une fois, l'observation de l'échantillon ne permet pas de conclure que la volatilité du sous-jacent est un facteur explicatif du niveau de décote d'incessibilité.

Graphe 5

Décote d'incessibilité en fonction de la volatilité



Enfin, nous nous sommes également interrogés sur la relation possible entre l'année d'émission des bons (et donc le consensus de place existant à cette date) et le coût de l'incessibilité. Malheureusement, aucune conclusion significative ne semble pouvoir être retirée de l'échantillon. Le tableau ci-après montre la relation entre la date d'émission des BSAAR et le niveau de décote retenu :

Tableau 12.
Décote d'incessibilité en fonction de l'année d'émission

	Echantilllon	**2005**	**2006**	**2007**	**2008**	**2009**	**2010**
Nombre d'opérations	**21**	**1**	**3**	**4**	**9**	**3**	**1**
Moyenne	(37,1)%	(33,7)%	(44,6)%	(37,5)%	(34,6)%	(31,9)%	(28,9)%
Ecart-type	11,1 %	na	19,6 %	9,7 %	9,5 %	12,0 %	na

Conclusion

Notre étude confirme de manière formelle l'existence d'une décote appliquée par les marchés financiers aux BSAAR pour lesquels existe une période d'incessibilité : cette décote est comprise entre 20% et 60%. Cela confirme l'intuition selon laquelle un instrument financier incessible doit avoir une valeur inférieure à celle d'un actif liquide semblable. Si la relation entre l'augmentation de la durée de la période d'incessibilité et l'augmentation de la décote est mise en évidence, du fait de la taille relativement restreinte de l'échantillon, il est délicat de tirer des conclusions définitives de ces analyses.

Chapitre 4. Une approche de l'incessibilité par les coûts de transaction

Lorsqu'il s'agit d'estimer le coût de l'incessibilité pour une option, une démarche assez naturelle consiste à tenter de construire un portefeuille d'arbitrage afin de se protéger contre cette incessibilité. Or, construire et entretenir ce portefeuille au cours du temps a un coût. On peut dès lors essayer d'approcher le coût de l'incessibilité à partir des coûts de réplication engendrés par la construction d'un portefeuille d'arbitrage qui répliquerait à tout instant la valeur de l'option.

1. Rappel des principes de réplication d'une option européenne par un portefeuille d'actifs

Dans le cadre d'un marché parfait, comme on l'a rappelé au chapitre 3, la valeur d'une option (C) correspond à la valeur d'un portefeuille d'actifs (appelé aussi « portefeuille de réplication » ou « portefeuille d'arbitrage »), composé d'actions et de placements monétaires au taux sans risque. Les proportions d'actions $\Delta(S,t)$ et de placement monétaire $\Delta(X,t)$ à posséder varient au cours du temps, de telle façon à ce que, à chaque instant, le portefeuille de réplication ait la même valeur que l'option :

$$C(t) = \Delta(S,t)\, S\,(t)\, e^{-qT} - \Delta(X,t)\, X\, e^{-rT}$$

avec

C	: valeur de l'option
S	: prix de l'action sur le marché
X	: prix d'exercice de l'option
$\Delta(S,t)$	: quantité d'actions dans le portefeuille répliquant à la date t
$\Delta(X,t)$	: quantité empruntée/prêtée au taux sans risque dans le portefeuille répliquant à la date t
Maturité	: maturité de l'option (en année)

T	: durée de vie de l'option
r	: taux sans risque
q	: taux de versement du dividende de l'action
σ	: volatilité attendue de l'action
b = r – q	: coût de détention de l'action (*cost of carry*)
n	: nombre de valeurs par année de l'action (quotidien : 252, hebdomadaire : 52, mensuel : 12)
dt = 1 / n	: pas de temps
df = e-r dt	: actualisation sur un pas de temps
tn = n * Maturité	: nombre total de dates de valeur
u	: pourcentage d'évolution de l'action entre deux périodes à la hausse
d	: pourcentage d'évolution à la baisse
p	: probabilité Risque Neutre

$$u = e^{\sigma\sqrt{\mathrm{dt}}}$$

$$d = \frac{1}{u}$$

$$p = \frac{e^{(r-q)\mathrm{dt}} - d}{u - d}$$

t	: dans l'arbre binomial, l'indice représentant la date à laquelle on se trouve
i	: dans l'arbre binomial, l'indice de niveau auquel on se trouve (correspond à (t-i) montée et i descente)

Dans le cadre d'un marché imparfait, investir engendre des coûts de réplication.

- L'investisseur peut décider d'acheter et vendre les actions directement sur le marché. Cette stratégie impliquera des coûts de transaction liés à la rémunération de l'opérateur de marché en charge de réaliser les ordres d'achat/vente. Cette stratégie

nécessitera également de prendre en compte le différentiel existant entre le cours à l'achat et le cours à la vente (*bid-ask spread*)[21].

- L'investisseur sera soumis à des taxes et impôts.
- Enfin, contrairement à ce que suppose le modèle théorique, il y a une différence entre le taux emprunteur et le taux prêteur sur le marché monétaire et tous deux diffèrent du taux sans risque.

Pour évaluer la décote appliquée à une option incessible, nous considérons que le coût de l'incessibilité est équivalent aux coûts de réplication supportés pour créer une option synthétique sur le marché à partir des actifs disponibles (actions et marché obligataire) : nous supposons que le dirigeant ayant reçu une option incessible peut répliquer la valeur de cette option au jour le jour, en établissant un portefeuille de réplication.

Pour estimer le coût de l'incessibilité, on évaluera donc le coût de réplication de cette option en tenant compte du *bid ask spread* ou des coûts de transaction inhérents à la stratégie de réplication. Nous négligeons donc ici les coûts liés à la différence entre le taux prêteur et le taux emprunteur.

2. Estimation des coûts de réplication par le biais d'une méthode binomiale

La méthode binomiale repose sur la construction d'un arbre binomial qui décrit l'ensemble des valeurs possibles d'une action au cours du temps. Ainsi, grâce à l'arbre binomial, il est possible de calculer la valeur d'une option d'achat européenne.

La valeur de l'action en date t s'obtient ainsi en tout point de l'arbre (noté i) :

$S(i,t) = S(0)\, u^{i}\, d^{t-i}$

[21] Théoriquement, il serait également possible pour l'investisseur de faire appel au marché du prêt/emprunt de titres (« *Repo* ») plutôt que d'acheter et de vendre des actions. Malheureusement, le marché *Repo* est limité aux capitalisations les plus importantes, et lesplkus liquides, et hors de protée pour un investisseur modeste. Dès lors, s'agissant de l'évaluation de *management packages* attribués à des dirigeants, cette alternative n'est pas réaliste.

Grâce aux valeurs de l'action à maturité (à l'échéance de l'option T), on peut estimer à chaque nœud de l'arbre le gain potentiel de l'option :

$C(i,T) = Max [0 ; S(i,T) – X]$

Il est possible de déterminer la valeur de l'option à chaque nœud de l'arbre binomial via la probabilité risque neutre :

$C(i,t) = [p\, C(i,t+1) + (1-p)\, C(i+1,t+1)] / (1+r)$

Etant données les valeurs finales de l'option (à la date), on obtient alors de façon récursive la valeur initiale de l'option en remontant l'arbre binomial jusqu'à t=0, C(0), grâce aux deux formules précédentes.

Une fois connues la valeur de l'action et de l'option à chaque instant et pour l'ensemble du champ des possibles, on peut calculer combien d'actions il faut posséder pour répliquer la valeur de l'option. Il s'agit du « Δ » de l'option à chaque point de l'arbre.

D'après l'arbre binomial, on obtient le Δ pour chaque noeud de l'arbre (i) en date t :

$\Delta(S, i,t) = [C(i,t+1) – C(i+1,t+1)] / [(u – d)\, S(i,t)]$

On peut de la même manière calculer la quantité d'emprunt/placement monétaires à réaliser.

On connaît donc la composition à chaque instant du portefeuille de réplication.

Comme rappelé plus haut, pour construire ce portefeuille de réplication, il faut acheter/vendre continuellement les actions : les imperfections du marché coûteront alors au minimum les coûts de transaction ainsi que le coût du *spread bid ask* lors de l'achat/vente des actions. Dès lors, on peut calculer le coût total de cette stratégie de réplication de la façon suivante :

Sachant qu'à chaque instant le portefeuille doit comprendre Δ actions, pour ajuster le portefeuille, il faut régulièrement acheter ou vendre ces actions pour un montant noté W de :

$W(i,t) = S(i,t)\, abs [\Delta(S,i,t) – \Delta(S,i,t-1)]$

avec abs(X) désignant la valeur absolue d'une quantité X.

Chaque re-balancement du portefeuille engendre ainsi les coûts suivants :

- le coût du *bid ask spread* :
- les coûts de transaction (coût fixe en dessous d'une somme donnée, variable au-delà)

Ainsi on peut calculer les coûts engendrés par l'ajustement du portefeuille à chaque nœud de l'arbre binomial suivant.

Et pour obtenir le coût total engendré par la réplication tout au long de la durée de vie de l'option, il suffit de faire la somme de ces coûts en actualisant aux taux sans risque suivant l'arbre binomial.

3. Etude des coûts de transactions issus du modèle

A partir de ce modèle, nous avons étudié la sensibilité des coûts de transaction aux paramètres suivants :

- la volatilité attendue de l'action ;
- la durée de vie de l'option ;
- la fréquence de la remise à jour de la couverture du portefeuille ;
- la taille du portefeuille d'options détenu ;
- le montant des coûts de transaction.

A titre illustratif, nous avons retenu les coûts de transaction pour un investisseur personne physique. Nous avons également considéré un *bid ask spread* de l'ordre de 0,4%. Les valeurs de paramétrage utilisées par défaut dans le modèle sont les suivantes :

Tableau 13
Caractéristiques de l'option

Portefeuille en option	5 000 €
Prix d'exercice	130% du sous-jacent
Type d'option	Option d'achat
Nature de l'option	Européenne
Maturité	4 ans
Taux dans risque	3,07%
Dividend yield	3%
Volatilité	35%

Tableau 14
Hypothèses sur la structure de coûts

Coût de transaction fixe en-dessous de 1000€	5,00 €
Coût de transaction au-dessus de 1000€	0,50%
Minimum fixe du taux de transaction au-dessus de 1000€	8,95 €
Bid-Ask spread	0,40%
Fréquence de re-balancement du portefeuille de réplication	Hebdomadaire

Il ressort de l'utilisation de ces paramètres dans le modèle, les résultats suivants :

Tableau 15
Résultats du modèle

		pour 5000 € d'options
Montant initial en actions	29 730	594,6 %
Coût de trading	1 609	32,2 %

A volatilité faible, les transactions engendrées par la couverture sont de petites tailles mais engendrent des coûts élevés en raison des coûts fixes de transaction supportés dans le modèle (5,5€ pour toute transaction en dessous de 1000€).

Les coûts de réplication augmentent plus vite que la valeur de l'option.

Conformément à l'intuition, les coûts de réplication augmentent très rapidement avec la stratégie de couverture choisie : plus la fréquence des re-balancements du portefeuille est élevée plus le coût augmente devenant rapidement rédhibitoire.

Les coûts de réplication (en poids relatif) diminuent avec l'augmentation de la taille du portefeuille. Ce phénomène est expliqué par la structure de frais fixe/frais variable des coûts de transaction.

4. Un modèle simplifié d'estimation des coûts de transaction

Il est possible, en simplifiant certaines hypothèses retenues plus haut, d'obtenir une formule simplifiée pour déterminer ces coûts de transaction.

En effet, si l'on considère uniquement un coût de transaction proportionnel, en pourcentage du cours de l'action, il est possible alors de montrer que le coût de transaction est une fonction de la durée de la période à couvrir, du coût de transaction et d'une quantité constante au cours de la durée de vie de l'option.

Conclusion

L'estimation du coût de l'incessibilité à partir des coûts de transaction engendrés par la stratégie de réplication du portefeuille d'arbitrage fait apparaître un coût proportionnellement élevé, sauf à considérer une stratégie de re-balancement du portefeuille risquée (re-balancement hebdomadaire, voire mensuel du portefeuille), ou des coûts de transactions faibles (hors de propos pour un investisseur non professionnel).

Il convient de noter enfin que nous avons écarté un certain nombre de coûts dans nos estimations :

- le coût de prêt/emprunt des placements monétaires également nécessaires à la constitution du portefeuille d'arbitrage ;
- le coût d'opportunité lié au risque d'erreur dans la réalisation de la stratégie d'arbitrage par un investisseur non professionnel ;
- etc.

Au total, les résultats de cette approche par les coûts de transaction ne sont pas entièrement satisfaisants pour conclure sur le coût éventuel de l'incessibilité : en particulier, la démarche est irréalisable et trop coûteuse pour un investisseur personne physique.

Chapitre 5. Une nouvelle méthode d'évaluation de l'incessibilité

1. Spécificités des BSAAR incessibles

Comme on l'a rappelé précédemment, les bons de souscription d'actions sont des produits financiers, assimilés à des valeurs mobilières qui existent depuis les années 1980. D'un point de vue financier, ils peuvent être assimilés à des options d'achat d'actions nouvelles dont la maturité serait très importante. La loi de juillet 1998 relative au rachat par une société de ses propres titres a permis aux sociétés émettrices de proposer à l'investisseur de souscrire à une action nouvelle ou d'acquérir une action ancienne, le BSA pouvant devenir BSA 'A'.

Depuis le début des années 2000, la plupart des émetteurs de BSAA accompagnent leur émission d'une option de remboursement anticipé à barrière qui leur donne la possibilité de forcer l'exercice et de contrôler ainsi l'éventuel effet dilutif ainsi que sa date d'occurrence (le BSAA devenant BSAAR). Enfin, lorsque le BSAAR est utilisé à des fins d'intéressement des dirigeants, une clause de non exercice et d'incessibilité temporaire est généralement présente dans le contrat d'émission. De telle sorte qu'un nombre important de bons de souscription émis le sont aujourd'hui sous forme de BSAAR temporairement incessibles.

Ces produits financiers posent de délicats problèmes d'évaluation. Fondamentalement de nature optionnelle, plusieurs caractéristiques les distinguent toutefois des options d'achat classiques. Mark Rubinstein (1995)[22] en dresse la liste :

- Une maturité importante qui les oppose nettement aux options échangées sur les places boursières dont la maturité est de quelques semaines ; cette longévité élevée rend improbable l'hypothèse d'une évolution aléatoire du sous-jacent autour d'une tendance constante et plaide en faveur de l'idée de ruptures tendancielles.

[22] Mark Rubinstein (1995), « On the Accounting Valuation of Employee Stock Options », *The Journal of Derivatives*, vol. 3, n°1, 8-24.

- Une période de non exercice et d'incessibilité qui vise à inciter le dirigeant à tout mettre en oeuvre, pendant cette période, pour valoriser les titres de capital de la société.
- Une perte du bénéfice de ces BSAAR en cas de départ volontaire de la société.
- Une forte présence des BSAAR dans le patrimoine du dirigeant qui, pour des motifs d'incitation, se voit ainsi refuser le principe de la diversification de ses propres actifs.

Ces spécificités sont en contradiction avec le modèle d'évaluation de Merton, Black et Scholes (1973)[23] et imposent quelques adaptations. On présentera au cours de ce chapitre une modalité de prise en compte des deux premières caractéristiques des BSAAR incessibles.

2. Principe d'évaluation des options de long terme incessibles

Spécificités des options à long terme

La maturité élevée des BSAAR incite à introduire l'éventualité de ruptures d'évolution dans l'analyse. On sait en effet que le modèle de Merton, Black et Scholes retient l'idée selon laquelle le taux de rendement de l'action est diffusé selon un processus d'Itô :

$$dS/S = \alpha\, dt + \sigma\, dZ$$

où S est le cours du sous-jacent, α son évolution tendancielle (supposée connue de tous), Z une variable suivant un processus de Wiener et un σ facteur amplificateur.

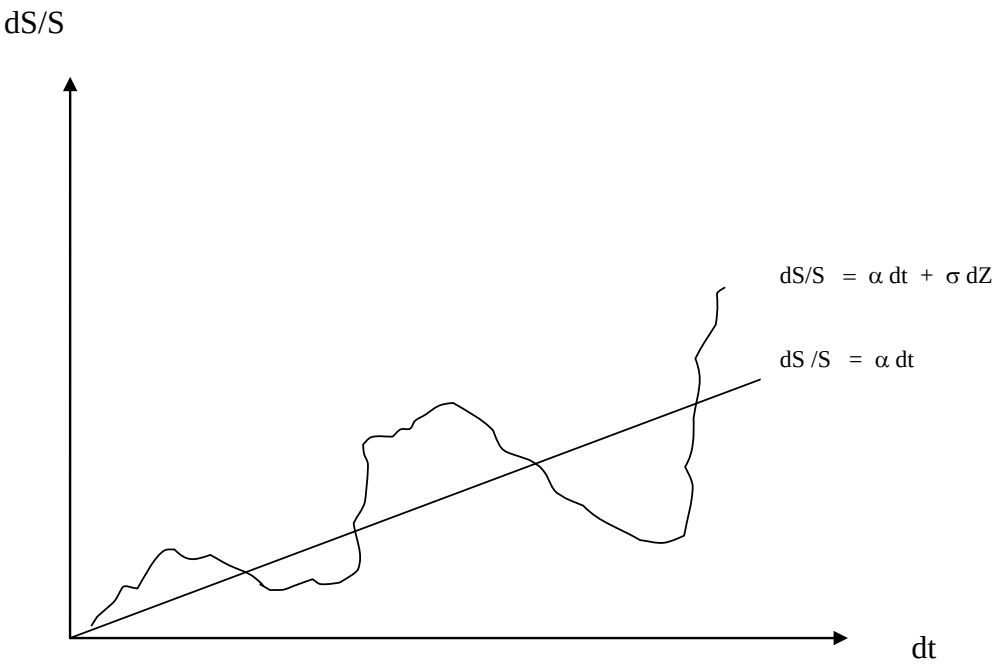
Graphiquement, cette hypothèse correspond au schéma suivant :

[23] Black, F. and M. Scholes (1973), « The Pricing of Options and Corporate Liabilities », *Journal of Political Economy*, vol. 81.

Merton, R. (1973), « Theory of Rational Option Pricing », *Bell Journal of Economics and Management Science*, vol. 4.

Graphe 10

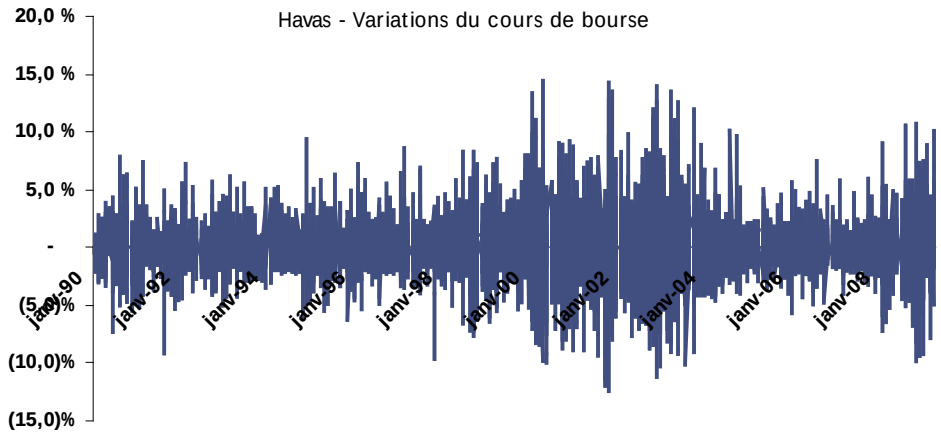
Représentation graphique d'un mouvement brownien géométrique



Le taux de rendement de l'action est ainsi censé évoluer de façon aléatoire le long d'une tendance connue de tous les investisseurs. L'aléa répond à une loi normale (gaussienne) dont l'écart-type croît au cours du temps. Cette hypothèse se vérifier assez bien sur courte période et est à l'origine des modèles d'évaluation d'options sur courte période.

Dans le long terme, il paraît difficile de ne pas introduire l'idée de ruptures et de sauts au sein de cette évolution, justifiés soit par la conjoncture macro-économique, soit par l'évolution propre de l'entreprise considérée. Le graphique suivant fournit les variations du cours de bourse de l'action *Havas* en données quotidiennes de janvier 1990 à mars 2009 :

Graphe 11



Les variations extrêmes, dont certaines peuvent atteindre +/- 15%, apparaissent relativement nombreuses, ce qui rend improbable l'idée d'une distribution strictement gaussienne du taux de rendement de l'action. La présence de sauts dans la distribution du taux de rendement de l'action semble incontestable et devrait donc être prise en compte dans les modèles d'évaluation d'options à long terme.

3. Incessibilité et inexerçabilité temporaires

La deuxième caractéristique que l'on souhaiterait examiner est celle de l'incessibilité des bons. Cette spécificité donne toute son importance à la prise en compte de sauts dans l'évolution du taux de rendement.

En l'absence de clause d'incessibilité, l'existence de sauts, symétriquement distribués autour de zéro, ne fait qu'augmenter la volatilité du taux de rendement du sous-jacent et donc la valeur des bons. En effet, l'évolution tendancielle de l'action n'est pas modifiée tant que les sauts sont distribués symétriquement autour de zéro. En revanche, l'option, qui est fondamentalement asymétrique, peut bénéficier des sauts positifs et de la plus-value exceptionnelle en résultant, et éventuellement ne pas subir des sauts négatifs pour autant que le dirigeant puisse prévoir leur arrivée. Ces sauts, comme d'autres événements exceptionnels (par exemple, des dividendes importants), peuvent ainsi être à l'origine d'un exercice anticipé. On comprend que leur présence dans l'évolution du cours du sous-jacent accroisse la valeur

du produit dérivé. Cet accroissement de valeur est pris en compte par la volatilité du taux de rendement de l'action qui augmente mécaniquement du fait de la présence des sauts.

La présence d'une clause d'incessibilité et de non exerçabilité peut en revanche constituer un coût d'opportunité pour le détenteur des bons. Cette clause l'empêchera en effet de revendre (ou d'exercer) après un saut positif devant être suivi de réajustements à la baisse. Or, de telles évolutions sont assez fréquentes, le comportement mimétique des acteurs des marchés financiers ayant souvent pour effet d'induire des sur-réactions suivies d'ajustements.

Le raisonnement peut aussi être étendu, dans une certaine mesure, au cas de sauts négatifs. Il s'agit pour le détenteur d'éviter les moins-values liées à de tels sauts : s'il en pressent l'arrivée, son intérêt est de vendre ou d'exercer avant leur survenue. Toutefois, une difficulté surgit du fait que le détenteur est aussi un dirigeant de l'entreprise : même sans clause d'incessibilité, la cession ou l'exercice anticipé peuvent être rendus impossibles pour autant que le dirigeant ne souhaite pas réaliser une opération d'initié. Le manque à gagner résultant de l'introduction d'une clause d'incessibilité est donc moindre que dans le cas des sauts positifs : il ne concerne que les cas où la cession est possible sans que l'on puisse considérer qu'il s'agit d'une opération d'initié.

Il serait en conséquence illusoire de considérer qu'en présence d'une clause d'incessibilité, les sauts permettent une augmentation de la volatilité du sous-jacent à l'origine d'un accroissement de valeur du produit dérivé : ce surcroît de volatilité en fait échappera, en partie, au porteur des bons incessibles (celui-ci ne profitera en fait que de la modification de tendance résultant des sauts, modification tendancielle que l'on a supposée nulle précédemment).

Ces remarques permettent de préciser quelles pourraient être les modalités d'évaluation d'une clause d'incessibilité. Tout d'abord, l'évaluation doit se faire dans le cadre d'un modèle à sauts. La méthode comporte les étapes suivantes :

- Evaluation d'un bon fictif, sans clause d'incessibilité et de non exerçabilité, dont la maturité est définie comme étant égale à la durée de la période d'incessibilité du bon que l'on cherche à évaluer. Ce bon est évalué comme une option américaine à l'aide d'un modèle à sauts paramétré à partir de l'observation statistique du comportement du sous-jacent.

- Evaluation d'un bon incessible et non exerçable de maturité égale à la période d'incessibilité. Ce bon est évalué comme une option européenne à l'aide du modèle à sauts mais en réduisant à une valeur très faible le nombre et l'ampleur des sauts.
- Par soustraction, on en déduit la valeur, en unités monétaires, de la clause d'incessibilité et de non exerçabilité.
- Evaluation d'un bon cessible et exerçable dont la maturité est égale à la maturité effective du bon que l'on cherche à évaluer ; cette évaluation est toujours réalisée à l'aide du modèle à sauts.
- De cette dernière valeur, on soustrait le coût de la clause d'incessibilité et de non exerçabilité précédemment calculée.

Cette méthode impose de renseigner un modèle à sauts. Pour l'essentiel, il s'agit de retenir une période d'observation ainsi qu'une fréquence (on retient généralement une fréquence quotidienne) et de définir la notion de saut en choisissant un seuil au-delà duquel toute variation sera qualifiée de saut. L'évaluateur dispose, par ce biais, d'une certaine marge de manoeuvre. Mais celle-ci n'est pas très différente de celle relative à la mise en oeuvre du modèle traditionnel d'évaluation de Merton, Black et Scholes pour lequel la mesure de la volatilité est toujours délicate, ou, dans un autre domaine, de celle relative à l'estimation des flux de trésorerie prévisionnels et du coût du capital en matière d'évaluation des actions. De toute façon, il est souvent souhaitable que la démarche formalisée, donnant lieu à la mise en oeuvre de formules, s'estompe in fine au profit du bon sens, de l'expérience et du savoir-faire de l'évaluateur.

4. Le modèle d'évaluation avec sauts de R. Merton (1976)[24]

Depuis la fin des années quatre-vingt dix, la question du risque de défaut est devenue centrale dans de nombreux travaux académiques et plusieurs modélisations fondées sur des évolutions avec sauts ont été élaborées. Il paraît toutefois préférable d'utiliser un modèle un peu plus ancien conçu par Robert Merton, qui présente l'avantage d'être cohérent avec les travaux

[24] Merton, R. (1976), « Option Pricing when Underlying Stock Returns are Discontinuous », *Journal of Financial Economics*, vol. 3, 125-144.

qu'il a menés en 1973 en matière d'évaluation des options et qui lui ont valu le prix Nobel. Nous le présentons ci-après sommairement.

La diffusion suivie par le taux de rendement de l'action est supposée provenir d'une combinaison d'un processus d'Itô et de sauts répondant à une loi de Poisson. Elle peut se formuler comme suit :

$dS/S = (\alpha - \lambda k)\, dt + \sigma\, dZ$ en l'absence de saut

$= (\alpha - \lambda k)\, dt + \sigma\, dZ + (Y - 1)$ en présence d'un saut

où dS/S est le taux de rendement instantané de l'action.

Deux équations caractérisent ainsi l'évolution de ce taux de rendement selon qu'un saut intervient ou non. La survenue d'un saut répond à une loi de Poisson caractérisée par son intensité λ définie comme le nombre moyen de sauts par unité de temps. La variable Y est le résultat d'un tirage, effectué en cas de saut, qui précise l'ampleur du saut. On supposera que Y suit une loi log-normale caractérisée par son espérance et sa dispersion. Pour ce qui est de l'espérance, on appellera k la variation moyenne du cours de l'action en valeur relative suite à un saut :

$k = E(Y - 1)$

Pour ce qui est de la dispersion, on appellera δ^2 la variance de log Y.

La tendance de l'évolution, compte tenu de l'ensemble des sauts, est donnée par le paramètre α qui représente le rendement espéré de l'action au cours de l'intervalle dt. Compte non tenu des sauts, la tendance de l'évolution devient : $(\alpha - \lambda k)$. Cette tendance est éventuellement modifiée par les sauts se produisant effectivement et qui confèrent au taux de rendement de l'action une évolution en ligne brisée. Après un saut, le cours de l'action passe de S à YS.

Cette évolution tendancielle est aussi classiquement bruitée par un bruit « blanc » σdZ, où Z désigne un processus de Wiener indépendant de la loi de Poisson qui gouverne l'arrivée des sauts, et σ la volatilité (hors saut) du taux de rendement de l'action.

Le processus suivi par le sous-jacent S étant défini, R. Merton, dans son article, s'intéresse à la valeur F(S, τ) d'une option d'achat européenne libellée sur un tel sous-jacent et de maturité τ. Il parvient à l'équation d'évaluation suivante :

$$F(S, \tau) = \sum_{n=0}^{\infty} (1/ n !) [\lambda (1 + k) \tau]^{n} \exp [- \lambda (1 + k) \tau] \; W (S,\tau,E,v_n^2,r_n)$$

où W (S, τ, E, v_n^2, r_n) est la valeur selon Black et Scholes d'une option européenne libellée sur un sous–jacent S, dont l'évolution est sans saut, de même prix d'exercice E et maturité τ que l'option F que l'on cherche à évaluer, de variance :

$v_n^2 = \sigma^2 + n \delta^2 / \tau$

et en retenant un taux d'intérêt :

$r_n = r - \lambda k + [\ln (1 + k)] n / \tau$

r étant le taux sans risque.

L'expression de F(S, τ) se présente comme une sommation à l'infini de différents termes. Toutefois, en pratique, la série converge assez rapidement et la sommation de dix à vingt termes se révèle suffisante.

5. Le cas de l'émission Havas de février 2008

Afin de mieux apprécier la portée de cette méthode d'évaluation, nous l'appliquons ci-après au cas de l'émission d'OBSAAR réalisée par la société *Havas* en février 2008.

Les principales caractéristiques de cette émission sont résumées ci-dessous :

Nbre d'OBSAAR :	10 000
Date d'émission :	8.2.2008
Valeur nominale :	10 000 €
Prix d'émission des OBSAAR :	10 000 €
Produit brut de l'émission :	100 000 000 €

Produit net de l'émission :	98 255 000 €
Caractéristiques des obligations	
Date de jouissance :	8.2.2008
Durée :	7 ans
Remboursement :	Au pair, par séries égales, les 8 février 2013, 2014 et 2015
Intérêt annuel :	Euribor 3 mois + 0,06 %. La marge de 0,06 % résulte d'une marge annuelle de 1,15 % et de la VA du produit de la cession de l'intégralité des BSAAR
Caractéristiques des BSAAR	
Nbre de BSAAR attachés à chaque obligation :	1 500
Nbre total de BSAAR :	15 000 000
Cession des BSAAR :	La Banque Centralisatrice de la Cession des BSAAR proposera les BSAAR à certains collaborateurs du groupe
Période d'offre :	Du 16.1.2008 au 25.1.2008
Date de cession :	31.3.08
Parité d'exercice :	Une action nouvelle ou existante
Prix de cession d'un BSAAR :	0,34 €
Prix d'exercice des BSAAR :	3,85 €
Période d'exercice :	Du 8.2.2012 au 8.2.2015
Restriction imposée à la libre Négociabilité :	Du 1.4.2008 au 8.2.2012, les acquéreurs devront s'engager à ne pas céder les BSAAR
Remboursement des BSAAR à 0,01 € :	Au gré de la société, du 8.2.2012 au 8.2.2015, à condition que le produit du cours de l'action et de la parité d'exercice excède 12 euros.

Afin d'évaluer le BSAAR *Havas*, on suivra la méthode précédemment présentée.

Evaluation d'un BSAAR cessible et exerçable de maturité égale à 4 ans.

On s'intéressera dans un premier temps à la période d'incessibilité en cherchant à évaluer un BSAAR de mêmes caractéristiques que le BSAAR *Havas* mais dont la maturité serait de 4 ans et qui serait librement cessible et exerçable. On a recours, pour cela, au modèle de Merton (1976), en retenant les valeurs suivantes des différents paramètres :

- Intensité des sauts

En données quotidiennes, toute variation des cours de l'action supérieure ou égale à 7% (en valeur absolue) a été qualifiée de saut. Du 31 janvier 2006 au 31 Janvier 2008, on compte 3 sauts. En retenant un pas de quinze jours calendaires, cela conduit à une valeur du paramètre λ de 0,0577.

- Ampleur moyenne des sauts

Il paraît peu probable que l'investisseur ait anticipé l'évolution réelle du cours de l'action *Havas* (qui a été divisé par 2 entre le 31 janvier 2008 et le 31 janvier 2009) : supposer qu'en moyenne l'impact d'un saut sur le cours de l'action est de signe négatif est incohérent avec une décision d'acquisition de bons. A l'inverse, supposer que les sauts auront en moyenne un impact haussier témoigne d'un optimisme qui tranche avec les conclusions de toute observation des séries de cours passées. Il nous a donc paru préférable de supposer que, selon l'investisseur, les effets des sauts, positifs et négatifs, sur le cours de l'action se compensent à peu près ; ce qui revient à retenir la valeur suivante : $k = 0$.

- Dispersion des sauts

La variable Y prenant des valeurs proches de l'unité, Ln Y a des valeurs proches de 0 (environ 0,068 pour un saut de 7%). On ne peut que formuler des hypothèses quant à la valeur de δ, en se souvenant toutefois qu'environ 2/3 des valeurs de Ln Y doivent être comprises entre (moyenne + écart-type) et (moyenne – écart-type). Une valeur de 0,16 nous a paru être un majorant de δ, ce qui conduit à une variance δ^2 de 0,026.

- Volatilité σ caractéristique du processus de Wiener.

La volatilité statistiquement observée du 31 janvier 2006 au 31 janvier 2008 étant de 21%, cela conduit à retenir une valeur de σ égale à 5,5% (volatilité hors sauts).

Les valeurs de tous les autres paramètres ont été retenues en conformité avec les informations figurant dans la note d'opération.

La mise en oeuvre de la modélisation précédemment décrite conduit à une valeur du bon cessible et exerçable de 0,47 euro.

Evaluation d'un BSAAR incessible et non exerçable de maturité égale à 4 ans.

On cherche maintenant à évaluer le même bon qu'au paragraphe précédent, mais assorti d'une clause d'incessibilité et de non exerçabilité.

On utilisera pour cela le même modèle que précédemment, mais en modifiant la valeur d'un paramètre : l'intensité λ que l'on fixera à 0,00577. On est conduit à une estimation de la valeur du bon de 0,23 euro.

Evaluation de la clause d'incessibilité et de non exerçabilité.

Par simple comparaison des deux valeurs précédentes, on en déduit qu'une clause d'incessibilité et de non exerçabilité d'un bon dont la maturité est de 4 ans a une valeur de 0,24 euro, soit 51% de la valeur du bon cessible de maturité 4 ans.

Evaluation d'un BSAAR cessible et exerçable de maturité égale à 7 ans.

On s'intéresse maintenant au bon *Havas* sur toute sa maturité de 7 ans, mais en le supposant librement cessible et exerçable. On l'évalue en utilisant le modèle de Merton (1976) et en adoptant pour valeur du paramètre λ la valeur initiale de 0,0577. On est ainsi conduit à une valeur du bon de 0,72 euro, soit la même valeur que celle qui aurait été obtenue par un modèle de Black & Scholes.

Evaluation du BSAAR Havas.

La valeur du BSAAR *Havas* s'obtient en retranchant du précédent résultat la valeur de la clause d'incessibilité et de non exerçabilité sur 4 ans. On obtient, à partir des paramètres retenus ici, une valeur de 0,48 euro, soit une décote de 33%.

6. Sensibilité de la valeur de la clause d'incessibilité et de non exerçabilité

Sensibilité de la valeur de la clause d'incessibilité et de non exerçabilité à la définition d'un saut

Ainsi qu'il a été précisé précédemment, l'évaluateur dispose d'une certaine liberté d'appréciation lors du paramétrage du processus à sauts. Une variable déterminante lors de ce paramétrage est le choix du seuil au-delà duquel toute variation sera définie comme un saut. On illustrera l'effet d'un tel choix à propos du BSAAR *Havas*.

On avait défini comme saut toute variation supérieure ou égale à 7%. Supposons maintenant que l'on prenne pour définition d'un saut toute variation de plus de 5%. Ce changement de définition aura pour effet :

- d'augmenter le nombre des sauts,
- de diminuer leur dispersion (du fait de l'augmentation du nombre de sauts de faible ampleur),
- de modifier la volatilité du mouvement brownien.

Ces différents effets ont des impacts de sens en partie opposés sur la valeur de chaque BSAAR, cessible et incessible ; la valeur de la clause d'incessibilité peut s'en trouver affectée.

De janvier 2006 à janvier 2008, on observe 6 variations d'ampleur supérieure ou égale à 5%, ce qui confère au paramètre d'intensité λ la valeur de 0,115 par quinzaine. On supposera que l'écart-type δ prend comme valeur 11% (et non plus 16%), ce qui donne à la variance δ^2 la valeur 0,012. La volatilité globale restant de 21% par an, on en déduit que la volatilité propre au mouvement brownien est de 7,8% par an (et non plus de 5,5%).

Avec ces différents paramètres, les valeurs de chaque BSAAR, cessible et incessible, sont respectivement de 0,46 euro et 0,23 euro, l'accroissement de la volatilité du mouvement brownien étant en partie compensé par l'amoindrissement des sauts. La valeur de la clause d'incessibilité ressort ainsi à 0,23 euro (50% de la valeur du BSAAR cessible), en très faible variation par rapport à la valeur initiale (0,24 euro).

Cet exemple illustre les effets de compensation qui peuvent se produire lorsque l'on modifie la définition de la notion de saut. Toutefois, de façon générale les simulations se révèlent

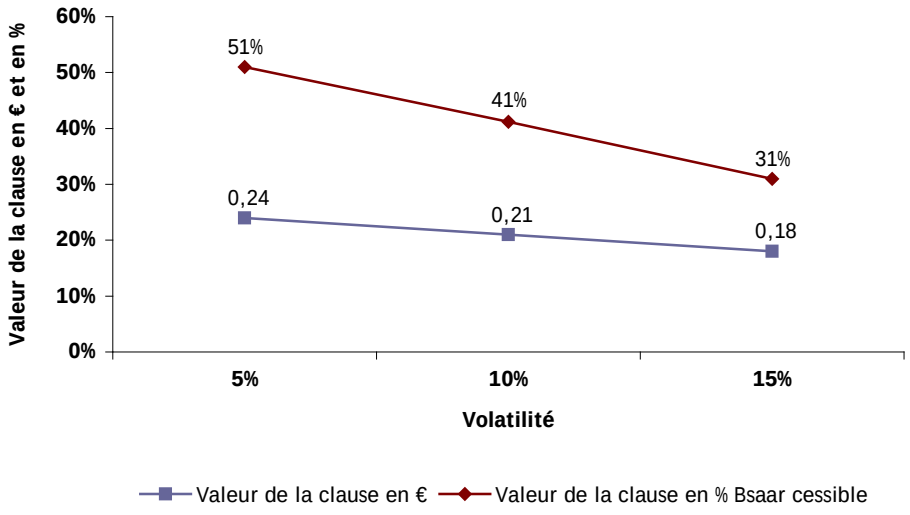
assez sensibles tant aux valeurs de λ que de δ, et la prudence, ainsi que la transparence, devraient sans doute présider aux travaux de l'évaluateur.

Sensibilité de la valeur de la clause d'incessibilité et de non exerçabilité à la volatilité du mouvement brownien

On sait que tout accroissement du nombre ou de l'ampleur des sauts, à volatilité du mouvement brownien donnée, augmente la volatilité totale et donc la valeur du seul BSAAR cessible et celle de la clause d'incessibilité. Il est plus intéressant de s'interroger sur l'effet d'une variation de la seule volatilité du mouvement brownien qui affecte la valeur des deux BSAAR. On laissera inchangée la définition initiale des sauts, et l'on fera évoluer la volatilité brownienne de 5% à 10% puis 15% par an. Les résultats sont résumés dans le graphique ci-dessous.

Graphe 11

Clause d'incessibilité et volatilité du mouvement brownien



L'accroissement de la volatilité brownienne a un impact plus fort sur le BSAAR incessible que sur le BSAAR cessible (du fait des sauts dont l'ampleur et la fréquence demeurent inchangées). Cette croissance plus rapide de la valeur du BSAAR incessible a pour corollaire une diminution de la valeur de la clause d'incessibilité, aussi bien en euros qu'en pourcentage

de la valeur du BSAAR cessible. On note, dans ce cas précis, la linéarité de la relation entre volatilité brownienne et valeur de la clause.

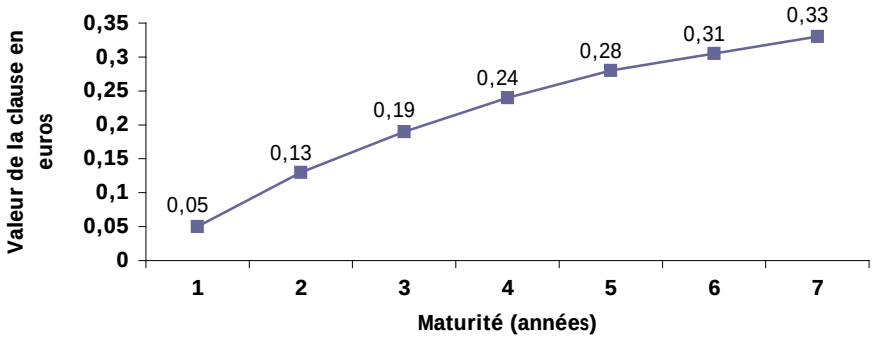
Ainsi, la valeur de la clause d'incessibilité et de non exerçabilité augmente lorsque la fréquence ou l'ampleur des sauts s'accroît et diminue lorsque la volatilité du mouvement brownien augmente.

Sensibilité de la valeur de la clause d'incessibilité et de non exerçabilité à la longueur de la fenêtre d'incessibilité

On terminera cette analyse de sensibilité en examinant quelle aurait été la valeur de la clause du BSAAR *Havas* si la longueur de la fenêtre d'incessibilité avait été différente. On comparera pour cela la valeur de deux BSAAR (cessible et incessible) de maturité allant de 1 à 7 ans et dont la fenêtre d'incessibilité (pour le dernier) va elle aussi de 1 à 7 ans.

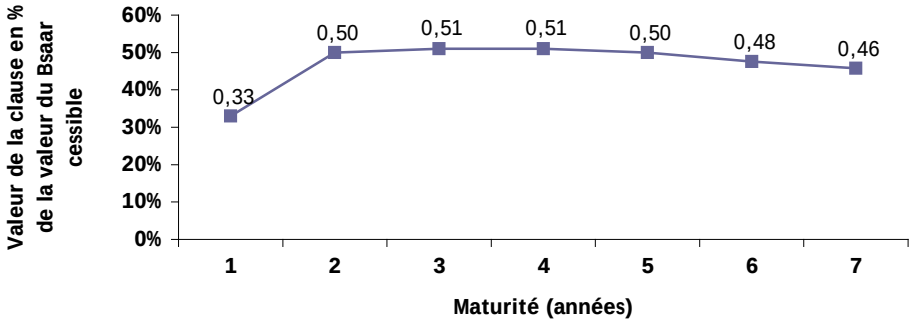
Les deux graphiques suivants (en euros et en pourcentage de la valeur du BSAAR librement cessible) résument le résultat des simulations.

Graphe 12
Valeur de la clause d'incessibilité et de non exerçabilité
en fonction de la maturité



On constate que la valeur de la clause libellée en unités monétaires croît avec la maturité, mais à taux décroissant.

Graphe 13
Valeur de la clause d'incessibilité et de non exerçabilité
en fonction de la maturité



Il est intéressant de constater, qu'en pourcentage de la valeur du BSAAR cessible, la valeur de la clause suit une courbe concave dont la signification économique apparaît clairement : lorsque la maturité est très faible, la probabilité de survenue d'événements exceptionnels est elle aussi assez faible, ainsi, en conséquence, que la différence de valeur entre les deux BSAAR (cessible et incessible) ; ces différences s'accentuent lorsque la maturité augmente (dans le cas du BSAAR *Havas*, la clause atteint une valeur maximale pour des maturités de 3 et 4 ans) ; puis, passé un certain seuil, lorsque la maturité continue de croître, l'incertitude supplémentaire résultant de la clause d'incessibilité compte peu par rapport à l'incertitude générale qui pèse sur le bon du fait de sa maturité importante : en valeur relative, la valeur de la clause décroît.

Conclusion

La prise en compte de sauts dans l'évolution du taux de rendement du sous-jacent, non seulement est cohérente avec toute observation statistique des évolutions de long terme, mais permet aussi d'évaluer les clauses d'incessibilité et de non exerçabilité de façon méthodologiquement satisfaisante. Elle présente en outre l'avantage de se situer dans la continuité des méthodes d'évaluation d'options de Merton, Black et Scholes.

Chapitre 6. Conclusion Générale

Ce mémoire s'est proposé d'analyser l'utilité et les effets des clauses d'incessibilité des actifs financiers détenus par les dirigeants d'entreprise. Leur utilité est évidente et incontestable : il s'agit, pour les actionnaires, de mettre en phase les intérêts des dirigeants avec leurs intérêts propres (en les associant, directement ou indirectement, au capital) et ce de façon durable (grâce à une clause d'incessibilité).

La question des effets de la clause d'incessibilité sur la valeur des titres concernés est beaucoup plus délicate à traiter. Intuitivement, il semble raisonnable d'affirmer que l'impossibilité de se séparer d'un titre financier amoindrit sa valeur, et ce d'autant plus :

- que la période d'incessibilité est importante,
- que le titre connaît une évolution chahutée.

L'observation statistique confirme cette intuition : les décotes observées sur les marchés concernant des instruments optionnels non cessibles sont comprises entre 30% et 55% de la valeur de l'option et varient positivement avec la durée de la période d'incessibilité et la volatilité du sous-jacent.

L'élaboration d'un portefeuille répliquant la valeur du bon (et constituant de ce fait une option synthétique) permet de proposer une couverture au détenteur d'un bon incessible ; mais cette technique impose de réajuster le portefeuille de façon très fréquente. Les coûts de réajustement peuvent être assimilés au coût de l'incessibilité. Les valeurs obtenues par simulation varient assez sensiblement selon la fréquence du réajustement. Mais elles sont de montant important et excèdent, à la hausse et à la baisse, la plage 30%-55% précédemment mentionnée.

Enfin, un modèle d'évaluation optionnelle de la clause d'incessibilité a été présenté. L'idée en est que l'impossibilité de vendre (et d'exercer) l'option empêche son détenteur de bénéficier de conjonctures porteuses mais transitoires. Parmi les variations du cours de l'action observées dans le long terme, on est ainsi amené à distinguer la volatilité 'normale', qui accompagne l'évolution tendancielle du sous-jacent, des sauts, d'ampleur importante et de fréquence irrégulière. L'utilisation d'un modèle d'évaluation optionnel à sauts a ensuite

permis d'évaluer la clause d'incessibilité. Les résultats obtenus, ainsi que les sens des variations, sont cohérents avec les intuitions initiales et avec l'observation statistique. Le recours à cette méthode d'évaluation présente en outre l'avantage d'être cohérent avec la démarche usuelle d'évaluation des options à l'aide du modèle de Merton, Black et Scholes.

On souhaiterait, pour conclure, insister sur les modalités de mise en œuvre de cette démarche d'évaluation. Comme dans tout travail d'évaluation, la détermination des différents paramètres est fondamentale. Ceci s'applique d'autant plus à l'évaluation des outils optionnels compte tenu de l'effet de levier qui leur est propre. Par ailleurs, à la difficulté habituelle d'évaluation de la volatilité propre au modèle de Merton, Black et Scholes, s'ajoute la nécessité de définir et de mesurer les sauts. On a souligné, au cours d'un exemple, que l'impact d'une erreur de mesure pouvait être amoindri du fait d'éventuels effets de compensation. Il n'en reste pas moins que le modèle se révèle assez sensible à cette mesure.

Cette limitation technique renforce à notre avis l'exigence de faire appel à des évaluateurs qui ne soient pas partie prenante de l'opération et puissent afficher une indépendance de jugement ; il est aussi souhaitable d'organiser une confrontation des idées et des points de vue. Quant à la transparence, il s'agit de donner à tout investisseur la possibilité d'apprécier la pertinence de la démarche en précisant clairement les hypothèses retenues. Sous ces conditions, l'utilisation d'instruments financiers incessibles peut être à l'origine d'une certaine efficacité de gestion des entreprises.

Annexes

Annexes A-1: Estimation de la décote d'incessibilité d'après le modèle de Longstaff

Tableau 16
Décote maximum d'incessibilité en fonction de la durée et de la volatilité
Modèle de Longstaff (1995)

	Volatilité					
Durée de la période d'incessibilité	10 %	20 %	30 %	40 %	50 %	60 %
1 an	6,9 %	14,1 %	21,8 %	30,0 %	38,7 %	48,0 %
2 ans	9,8 %	20,5 %	32,1 %	44,8 %	58,7 %	74,0 %
3 ans	12,1 %	25,5 %	40,5 %	57,2 %	76,0 %	97,0 %
4 ans	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a
5 ans	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a
6 ans	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a
7 ans	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a
8 ans	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a
9 ans	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a
10 ans	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a

Ces résultats ont été établis par Dyl et Jiang (2008). Ils mettent en œuvre le modèle développé par Longstaff (1995) fondé sur l'évaluation d'un put loockback.
Cett estimation fournit une borne supérieure du coût de l'incessibilité.

Annexe A-2 : Estimation de la décote d'incessibilité d'après l'étude empirique sur les BSAAR

Tableau 17
Décote maximum d'incessibilité en fonction de la volatilité
Etude empirique

	Volatilité					
	10 %	20 %	30 %	40 %	50 %	60 %
Décote	47,7 %	43,5 %	39,3 %	35,1 %	30,9 %	26,7 %

Ces résultats ont été obtenus grâce à l'étude de 15 opérations d'émission de BSAAR ayant eu lieu entre juin 2005 et novembre 2008 sur le marché Eurolist ou Alternext d'Euronext Paris et présentant une période d'incessibilité.
Pour chaque opération, la décote d'illiquidité a été estimée comme étant la totalité de la différence entre le prix d'émission effectif de chaque BSAAR et sa valeur théorique, calculée grâce à un modèle binomial dérivé de celui-ci de Cox, Ross et Rubinstein.

Les résultats présentés sont tirés de la régression linéaire réalisée entre la volatilité de l'actif sous-jacent et la valeur de la décote d'illiquidité observées pour chaque opération.

Tableau 18

Décote maximum d'incessibilité en fonction de la durée d'incessibilité

Etude empirique

	Durée de la période d'incessibilité									
	1 an	2 ans	3 ans	4 ans	5 ans	6 ans	7 ans	8 ans	9 ans	10 ans
Décote	30,5 %	37,2 %	43,9 %	50,6 %	57,3 %	64,0 %	70,7 %	77,4 %	84,1 %	91 %

Ces résultats ont été obtenus grâce à l'étude de 15 opérations d'émission de BSAAR ayant eu lieu entre juin 2005 et novembre 2008 sur le marché Eurolist ou Alternext d'Euronext Paris et présentant une période d'incessibilité.
Pour chaque opération, la décote d'illiquidité a été estimée comme étant la totalité de la différence entre le prix d'émission effectif de chaque BSAAR et sa valeur théorique, calculée grâce à un modèle binomial dérivé de celui-ci de Cox, Ross et Rubinstein (1979).

Les résultats présentés sont tirés de la régression linéaire réalisée entre la durée et la valeur de la décote d'illiquidité observées pour chaque opération

Annexes A-3 : Estimation de la décote d'incessibilité d'après les coûts de réplication d'un portefeuille de couverture

Tableau 19

Décote maximum d'incessibilité en fonction de la durée et de la volatilité

Modèle des coûts de réplication

	Volatilité					
Durée de la période d'incessibilité	10 %	20 %	30 %	40 %	50 %	60 %
1 an	289,6 %	57,4 %	27,6 %	16,9 %	12,2 %	9,3 %
2 ans	145,4 %	38,9 %	21,1 %	14,2 %	11,0 %	9,3 %
3 ans	100,5 %	32,0 %	18,9 %	14,1 %	12,1 %	11,0 %
4 ans	77,4 %	28,4 %	18,7 %	15,4 %	13,9 %	12,9 %
5 ans	63,2 %	26,5 %	19,7 %	17,1 %	15,8 %	15,0 %
6 ans	53,5 %	26,3 %	21,1 %	19,0 %	17,8 %	17,0 %
7 ans	46,6 %	27,0 %	22,7 %	20,8 %	19,7 %	18,9 %
8 ans	41,9 %	28,0 %	24,4 %	22,6 %	21,6 %	20,9 %
9 ans	39,6 %	29,3 %	26,1 %	24,5 %	23,5 %	22,8 %
10 ans	38,7 %	30,6 %	27,8 %	26,2 %	25,3 %	24,6 %

Les résultats ci-dessus ont été obtenus en mettant en œuvre un modèle permettant de calculer la valeur des coûts de réplication d'un actif incessible grâce à la construction d'un portefeuille d'arbitrage.
La décote d'incessibilité a été estimée en considérant que le coût de l'incessibilité est équivalent aux coûts de réplication supportés pour créer une option de réplication synthétique sur le marché à partir des actifs disponibles.
Pour ce faire, la méthode binomiale a été mise en œuvre en utilisant les hypothèses suivantes :

Tableau 20

Caractéristiques de l'option

Portefeuille en option	10 000 €
Prix d'exercice	130% du sous-jacent
Type d'option	Option d'achat
Nature de l'option	Européenne
Maturité	Variable
Taux dans risque	3,00%
Dividend yield	3%
Volatilité	Variable

Tableau 21

Hypothèses sur la structure de coûts

Coût de transaction fixe en-dessous de 1000€	5,00 €
Taux de transaction au-dessus de 1000€	0,50%
Minimum fixe du taux de transaction au-dessus de 1000€	5,00%
Bid-Ask spread	0,50%
Fréquence de re-balancement du portefeuille de réplication	Hebdomadaire

Bibliographie

Akerlof G. (1970), « The Market for "Lemons": Quality Uncertainty and the Market Mechanism », *Quarterly Journal of Economics*, vol. 84, no 3, pp. 488-500

Berle A.A. et G.C. Means (1932), *The Modern Corporation and Private Property*, MacMillan

Black F. et M. Scholes (1973), « The Pricing of Options and Corporate Liabilities », *Journal of Political Economy*, vol. 81.

Brenner M., R. Eldor et S. Hauser (2001), « The Price Of Options Illiquidity », *Journal of Finance*, n°26.

Chen Z. et P. Xiong (2001), « Discounts on Illiquid Stocks: Evidence from China », *papier de recherche*, septembre.

Cox J.C., S.A. Ross, M. Rubinstein (1979), « Option Pricing: A Simplified Approach », *Journal of Financial Economics*, vol.7, n° 3, septembre, 229-263

Cumming D. et U. Walz (2008), « Private Equity Returns and disclosure around the world", *papier de recherche*, www.ssrn.com

Dyl E.A. et G. J. Jiang (2008), « Valuing Illiquid Common Stock », *Financial Analyst Journal*, vol. 64, n° 4, 2008.

Gelman M. (1972), « An Economist-Financial Analysts Approach to Valuing Stock of a Closely Held Company », *The Journal of Taxation*, juin, 353-354

Hull J.C. (2009), *Option, futures and other Derivatives*, 7ème édition (1ère edition, 1997), Pearson, Prentice Hall

Hull J.C. and A. White (2004), « How to Value Employee Stock Options », *Financial Analysts Journal*, 60, 1, janvier-février, 114-119

Johnson B. A. (1999), « Quantitative Support for Discounts for Lack of Marketability », *Business Valuation Review*, décembre, 152-155

Longstaff F.A. (1995), « How Much Can Marketability Affect Security Values », *Journal of Finance*, vol. L, n°5, pp. 1767-1774

Longstaff F.A. (2005), « Assets Pricing in Markets with Illiquid Assets », *papier de recherche*, janvier.

Maher J. M. (1976), « Discounts for Lack of Marketability for Closely-Held Business Interests », *TAXES – The Tax Magazine*, septembre, 562-571

Merton R. (1973), « Theory of Rational Option Pricing », *Bell Journal of Economics and Management Science*, vol. 4.

Merton, R. (1976), « Option Pricing when Underlying Stock Returns are Discontinuous », *Journal of Financial Economics*, vol. 3, 125-144.

Prowse S.D. (1998), « The economics of the private equity market », *Economic Review*, Federal Reserve Bank of Texas, troisième trimestre, 21-34

Quittard-Pinon F. (2003), *Marchés des capitaux et théorie financière*, 3ème édition (1ère édition, 1993) Economica

Rubinstein M. (1995), « On the Accounting Valuation of Employee Stock Options », *The Journal of Derivatives*, vol. 3, n°1, 8-24.

SEC (1971), « Discounts Involved in Purchases of Common Stock (1966-1969) », *Institutional Investor Study Report of Securities and Exchange Commission*, vol. 5, n°64, part. 5, 2444-2456

Silver W. L. (1991), « Discounts on Restricted Stocks: The Impact of Illiquidity on Stock Prices », *Financial Analysts Journal*, juillet-août, 60-64

Trout R. R. (1977), « Estimation of the Discount Associated with the Transfer of Restricted Securities », *TAXES – The Tax Magazine*, juin, 381-385