



Mémoire présenté devant le jury de l'EURIA en vue de l'obtention du
Diplôme d'Actuaire EURIA
et de l'admission à l'Institut des Actuaire

le 25 Septembre 2014

Par : Fanny BARREAU

Titre : Caractérisation des Besoins de Fonds Propres pour un produit d'épargne dans le cadre de l'ORSA.

Confidentialité : non.

Membre présent du jury de l'Institut
des Actuaire
Sophie BOURDET
Signature :

Entreprise
MACSF
Signature :

Membres présents du jury de l'EURIA
Brice FRANKE
Pauline PERROT

Directeur de mémoire en entreprise
François LHOMME
Signature :

Invité

Signature :

Autorisation de publication et de mise en ligne sur un site de diffusion
de documents actuariels

Signature du responsable entreprise

Signature du candidat

Bibliothèque :

Secrétariat :

Résumé

Mots-clés : Solvabilité 2, Pilier 2, ORSA, bilan économique, facteurs de risque, chocs instantanés, sensibilités, Formule Standard, forme paramétrique, *curve fitting*.

A partir du 1^{er} janvier 2016, la Directive Solvabilité 2 entrera en vigueur et remplacera Solvabilité 1. Cette nouvelle réforme confronte les assureurs à de nouvelles problématiques, et notamment à celle de l'*Own Risk Solvency Assessment* (ORSA) faisant référence au Pilier 2 de Solvabilité 2. L'ORSA requiert la mise en place d'un système de gestion des risques faisant partie intégrante des décisions stratégiques de l'entreprise d'assurance. De ce fait, chaque assureur doit tenir compte de son profil de risque pour déterminer le capital économique requis sur la durée du plan stratégique. De plus, ce mémoire s'inscrit dans le cadre d'une société d'assurance vie et concernera en particulier un contrat d'épargne individuelle libellé en euros. Afin de répondre à l'ensemble de ces exigences, la démarche proposée dans ce mémoire vise à introduire une caractérisation des fonds propres économiques à partir de facteurs de risque donnés.

Actuellement, il existe plusieurs approches pour évaluer le capital économique requis d'une société :

- l'approche *modèle interne* : elle repose sur la projection de simulations *monde réel* couplées à des simulations *risque neutre*. La méthode qui lui est associée est logiquement appelée « simulations dans les simulations ». Il existe également des méthodes d'approximation basées sur la mise en place d'une forme paramétrique, permettant alors de limiter le nombre de simulations. Ces méthodes sont appelées « *Curve Fitting* » ou encore « *Least Square Monte Carlo* ».
- l'approche *formule standard* : elle repose sur la réalisation de chocs instantanés sur chaque module de risque, ce qui nécessite uniquement des simulations *risque neutre*.

Pour les entreprises s'appuyant sur la *formule standard* pour mener leurs études dans le cadre du Pilier 1, il paraît souhaitable de conserver cette approche pour évaluer le besoin de fonds propres dans le cadre de l'ORSA. Néanmoins, cela nécessite un nombre de simulations important pour évaluer le SCR sur plusieurs années et selon plusieurs scénarios déterministes. Afin d'évaluer rapidement la solvabilité d'une société tout en tenant compte de ses spécificités, notre étude vise à mettre en place une fonction caractérisant les fonds propres économiques à partir d'un ensemble de facteurs de risque identifiés. Pour ce faire, nous allons alors réaliser des chocs instantanés d'intensité différente sur chaque facteur de risque afin d'en déduire l'impact sur les fonds propres économiques. Cette fonction présentera l'avantage de s'inscrire dans une démarche de maîtrise des risques spécifique à l'entreprise, tout en diminuant à terme les temps de calcul. Finalement, ce mémoire expose une méthode permettant de répondre aux exigences de l'ORSA dans le cadre de la *formule standard*.

Abstract

Keywords : Solvency 2, Pillar 2, ORSA, economic balance sheet, risk factors, instantaneous shocks, sensibilités, Standard Formula, parametric form, curve fitting.

The Directive Solvency 2 will be implemented on 1st January 2016 and will substitute Solvency 1. European insurers are going to deal with new purposes, including the *Own Risk Solvency Assessment* (ORSA) referring to Pillar 2. Thus, l'ORSA enforces them to set up a process of risk management that is an integral part of their business strategy. So, each insurer has to consider its risk profile in order to estimate its own solvency capital requirement during strategic plan. Moreover, our study focuses on Life Insurance, especially the individual savings contracts.

To meet these requirements and thereby assess the solvency capital requirement during strategic plan, we want to develop a method for rapidly assessing net asset value. Currently, there are several approaches to evaluate the solvency capital requirement of a company :

- the *internal model* approach is based on the projection of real-world simulations associated with risk-neutral simulations. This method is called Nested Simulations. There are also approximation methods based on the establishment of a parametric form, this eliminates the risk-neutral simulations. These methods are called Curve Fitting or Monte Carlo Least Square.
- the *standard formula* approach is based on the instantaneous shocks on each risk module, which requires only risk neutral simulations.

The company relies on the standard formula to carry out studies on the Pillar 1. So she wants to keep this approach to assess its solvency capital requirements on the Pillar 2. However, this requires a large number of simulations to evaluate the SCR over several years and several deterministic scenarios. To rapidly evaluate SCR taking into account the specificities of the company, we want to set up a function to study the behavior of the net asset value based on a set of risk factors. To do this, we will make instantaneous shocks of different intensities of each risk factor in order to deduce the impact on the net asset value. This function will have the advantage of controlling risks while decreasing computing time. Finally for this technique, we are going to implement a function with standard formula, which allows to study the behavior of the basic own funds capital based on risk factors.

Synthèse

Le 1^{er} Janvier 2016 entrera en vigueur la nouvelle Directive Européenne, Solvabilité 2. Solvabilité 2 impose notamment aux sociétés d'assurance de répondre aux exigences de l'*Own Risk Solvency Assessment* (ORSA), relatif au Pilier 2 de Solvabilité 2. Contrairement au Pilier 1 qui définit de façon relativement uniforme l'évaluation de la solvabilité des entreprises, l'ORSA s'intègre dans une démarche de maîtrise des risques spécifique à chaque entreprise. De ce fait, l'ORSA est un véritable instrument de vision stratégique qui permet d'objectiver certaines décisions, d'assurer une cohérence dans la politique des risques de l'entreprise et de renforcer la vision prospective et le pilotage de l'activité.

Au 24 septembre 2014, l'ensemble des entreprises d'assurance en France devront remettre leur premier exercice ORSA. Pour répondre à ces exigences, la démarche proposée dans ce mémoire est de mettre en place, dans le cadre d'une société d'assurance vie et concernant en particulier un contrat d'épargne individuelle libellé en euros, un modèle permettant d'estimer les fonds propres économiques à partir d'un ensemble de facteurs de risque, en s'appuyant sur leur sensibilité à ces différents facteurs prédéterminés. Par la suite, cet outil d'estimation des fonds propres économiques se substituera aux projections *risque neutre* réalisées à partir d'un logiciel ALM, ce qui permettra de diminuer les temps de calcul et ainsi pouvoir évaluer rapidement le capital économique requis sur toute la durée du plan stratégique. Par conséquent, avant de présenter l'outil d'estimation des fonds propres économiques que nous avons implémenté au travers de ce mémoire, il est essentiel de présenter une notion au coeur de Solvabilité 2, le capital économique requis.

Le capital économique requis, ou *Solvency Capital Requirement*, représente le capital requis pour garantir la solvabilité des entreprises d'assurance et ainsi éviter tout risque de ruine économique. Plus précisément, la réforme Solvabilité 2 définit le SCR comme étant le capital requis tel que la probabilité de ruine économique à 1 an soit inférieure à 0,5%. Que ce soit à travers le Pilier 1 ou le Pilier 2 de Solvabilité 2, le capital économique est une notion fondamentale, qu'il est nécessaire de détailler. En effet, pour évaluer leur SCR, les sociétés d'assurance ont le choix entre deux approches : la *formule standard* ou le *modèle interne*. Quelle que soit l'approche sélectionnée, le SCR nécessite l'évaluation des fonds propres économiques. Néanmoins, ces deux approches divergent quant à la méthode d'évaluation des fonds propres.

Dans l'approche *modèle interne*, le calcul du SCR nécessite l'évaluation de la distribution des fonds propres économiques à $t = 1$, ce qui nécessite d'appréhender l'évolution des variables économiques (taux, actions, etc.) entre $t = 0$ et $t = 1$ an, en environnement *monde réel*, puis à évaluer le bilan économique conditionnellement à la réalisation de ces variables, ce qui revient à réaliser des *simulations dans les simulations* :

- En $t = 0$, l'assureur évalue le bilan économique central à partir de projections en univers *risque neutre*. Pour cela, il réalise une simulation contenant M trajectoires *risque neutre*, ce qui lui permet d'en déduire le bilan économique central à $t = 0$.
- Entre $t = 0$ et $t = 1$, l'assureur réalise la projection des variables économiques (taux, indice action, etc.) sous une *probabilité historique*, appelée également *probabilité monde réel*, ce qui revient à simuler N trajectoires de variables économiques sous la *probabilité historique*. Ces trajectoires sont appelées **simulations primaires**.
- En $t = 1$, l'assureur évalue pour chacune de ces trajectoires *monde réel* les variables du passif, ce qui lui permet par la suite d'établir son bilan économique. Pour ce faire, il effectue un deuxième niveau de projection : conditionnellement à chaque état économique obtenu précédemment - ce qui correspond à N conditions de marché différentes - l'assureur réalise la simulation de M trajectoires sous la probabilité *risque neutre*, ce qui lui permet d'en déduire N bilans économiques. Ces trajectoires sont logiquement appelées **simulations secondaires**. La figure ci-dessous permet de présenter l'architecture globale de cette méthode.

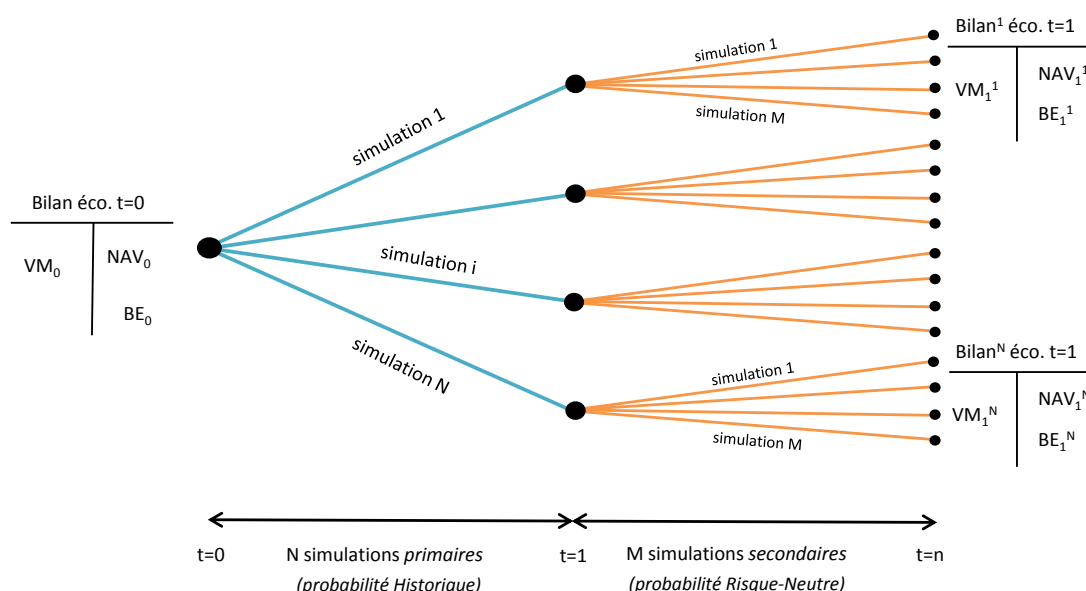


FIGURE 1 – Les simulations dans les simulations

Finalement, à partir d'une combinaison de simulations, nous pouvons obtenir la distribution des fonds propres et ainsi en déduire le SCR en considérant le quantile à 0,5%. Par ailleurs, il existe des méthodes d'approximation permettant de s'affranchir des simulations *risque neutre*. Ainsi, les méthodes telles que le *Curve Fitting* ou *Least Square Monte Carlo* permettent d'exprimer les fonds propres à partir d'une forme paramétrique et ainsi limiter les temps de calcul pour l'évaluation des fonds propres économiques.

La seconde approche fixée par la Directive est la *formule standard*. Cette approche consiste à évaluer le SCR selon une approche modulaire. En effet, avant de calculer le SCR « global », l'assureur doit déterminer le SCR pour chaque module de risque, eux-mêmes décomposés en sous-modules. Ainsi, si nous souhaitons calculer le SCR pour le risque *action*, l'assureur doit dans un premier temps établir un bilan dit *central* à $t = 0$.

Pour cela, il doit donc simuler M trajectoires *risque neutre*. Puis, après avoir appliqué un choc sur les actions, il doit simuler un second bilan économique dit *choqué* (toujours en réalisant la projection de M trajectoires *risque neutre*). Le SCR *action* correspond alors à la différence entre les fonds propres économiques pour le scénario choqué et ceux pour le scénario central, comme le montre la figure ci-dessous :

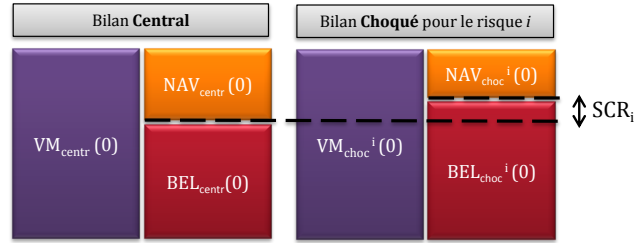


FIGURE 2 – Formule Standard

Puis, il suffit de réaliser cette opération pour chaque sous-module afin d'en déduire le SCR par sous-module de risque. Enfin, suite à une agrégation intra et inter-modulaire, nous pouvons en déduire le SCR de la société d'assurance.

De nombreuses compagnies d'assurance vie s'appuient sur la *formule standard* pour calculer le SCR dans le cadre du Pilier 1. Pour répondre aux exigences de l'ORSA dans le cadre d'un contrat d'épargne et ainsi mettre en place un outil de gestion des risques en interne, nous souhaitons mettre en place un modèle permettant d'estimer les fonds propres économiques et ainsi d'en déduire rapidement l'évolution du capital économique sur toute la durée du plan stratégique, tout en diminuant les temps de calcul et en intégrant une approche par sensibilité. Cet outil se présente sous la forme d'une formule fermée exprimant l'impact sur les fonds propres économiques d'un ensemble de paramètres, ce qui revient à implémenter une fonction de la forme suivante :

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = f_0 + \underbrace{\sum_{i=1}^n (f_i(x_i) - f_0)}_{\text{EFFETS SIMPLES}} + \underbrace{(g(x_1, x_2, \dots, x_n) - f_0)}_{\text{EFFETS CROISÉS}} \quad (1)$$

Avec :

- x_i , $i = 1 \dots n$, les facteurs de risques prédéterminés (actions, taux, etc.),
- f , les fonds propres économiques en fonction de n facteurs de risque,
- f_0 , les fonds propres économiques dans la situation centrale,
- f_i , $i = 1 \dots n$, les fonds propres économiques en fonction du facteur de risque x_i (les autres facteurs de risque sont alors neutralisés),
- g , les fonds propres économiques en fonction des facteurs croisés.

Dans le but de mettre en place notre outil ORSA et donc la fonction f , nous allons alors déterminer dans un premier temps chaque fonction f_i , ce qui permet d'étudier la sensibilité des fonds propres à chaque facteur de risque choqué individuellement. Dans un second temps, nous déterminerons la fonction g , ce qui permettra d'évaluer l'impact sur les fonds propres économiques de chocs réalisés sur plusieurs facteurs de risque en même temps. Mais comment calibrer chacune de ces fonctions ? Sur quelles données allons-nous

nous appuyer ? L'approche que nous proposons est la suivante :

Notre objectif étant de mettre en place un outil permettant d'estimer les fonds propres économiques sans utiliser le logiciel ALM, nous allons dans un premier temps récupérer l'ensemble des données nécessaires à l'aide de ce logiciel pour ensuite calibrer chaque fonction f_i et donc la fonction f . Afin de récupérer l'ensemble des données, nous partons d'une situation initiale donnée, à une date donnée et nous en déduisons un bilan économique central (après simulations en univers *risque neutre*). Ensuite, nous allons réaliser des chocs instantanés sur des facteurs de risque prédéterminés de façon similaire à la formule standard. Ces chocs seront donc effectués sur chaque facteur de risque, les uns après les autres, et non simultanément. Néanmoins à la différence du Pilier 1, nous ne réaliserons non pas un choc par facteur de risque mais plusieurs chocs par facteur de risque. L'ensemble de ces chocs réalisés nous donnera un ensemble de fonds propres économiques par facteur de risque, ce qui permettra de calibrer une fonction par facteur de risque, et donc de capter la sensibilité des fonds propres économiques à chaque facteur de risque. De ce fait, nous pourrons calibrer chaque fonction f_i , à l'aide de ces données et nous pourrons en déduire directement une estimation des fonds propres économiques sans passer par le logiciel ALM.

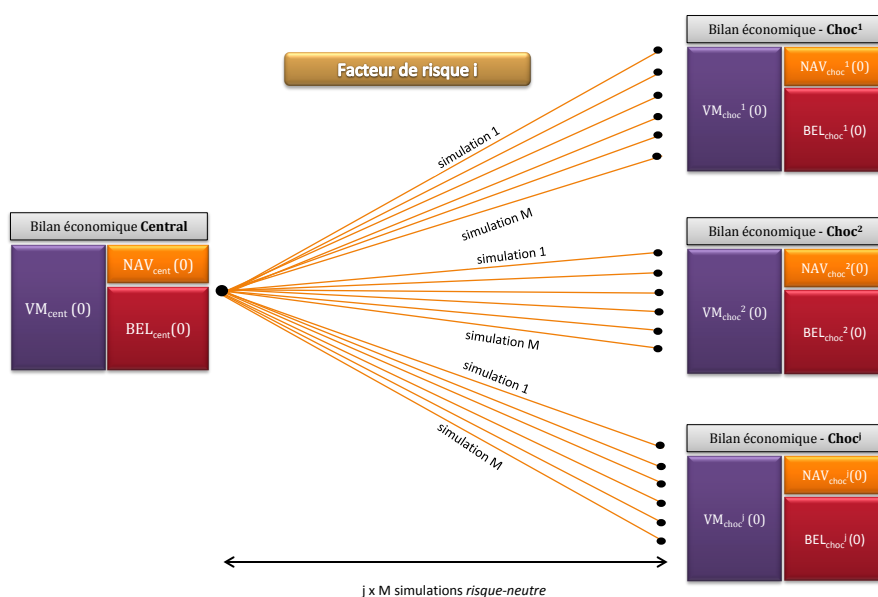


FIGURE 3 – Architecture générale de la méthode développée dans ce mémoire.

Prenons alors l'exemple du facteur de risque *action*, et considérons la réalisation de différents chocs action sur la situation centrale. Suite aux trajectoires *risque neutre*, nous obtenons alors autant de bilans choqués que de chocs effectués. Par conséquent, nous avons à notre disposition un ensemble de valeurs de fonds propres en fonction des chocs actions réalisés, ce qui nous permet de calibrer la fonction f_i associée au risque action. Ainsi, pour estimer les fonds propres économiques associés à un choc action (les autres facteurs sont neutralisés), il ne sera plus nécessaire d'utiliser le logiciel ALM mais bien l'outil que nous aurons mis en place. Nous procédons alors de façon similaire pour l'ensemble des facteurs de risque.

Dans un second temps, nous allons réaliser des chocs instantanés sur plusieurs facteurs de risque en même temps, ce qui nous donnera également un ensemble de bilans économiques et permettra ainsi de calibrer la fonction g dans le but de déterminer la sensibilité des fonds propres économiques aux effets croisés.

La question qui se pose alors concerne la forme de chaque fonction f_i ainsi que la fonction g . Devons-nous choisir une forme polynomiale, ou une exponentielle ? La forme dépend sûrement des facteurs de risque ? Le meilleur compromis entre efficacité de calibrage et souplesse d'utilisation nous a semblé être les splines, des fonctions polynomiales par morceaux. C'est pourquoi, nous nous sommes orientés vers leur implémentation. De ce fait, à la fin de l'implémentation, nous avons en notre possession un outil de gestion des risques en interne permettant d'exprimer les fonds propres économiques en fonction de facteurs de risque donnés. Ainsi, nous pouvons par exemple en déduire qu'un choc *action* de $x\%$ aura un impact de $y\%$ sur les fonds propres économiques. Finalement, la mise en place de cette fonction permet de répondre en partie aux exigences de l'ORSA dans le sens où elle permet d'établir un processus de gestion des risques tout en tenant compte des spécificités du profil de risque de la société.

Par ailleurs, un des principes fondamentaux de l'ORSA est le respect *permanent* de la solvabilité de l'assureur. La formule fermée étant paramétrée à partir de chocs instantanés, il reste à réaliser la projection de variables économiques (taux, actions, etc.) sur la durée du plan stratégique, ce qui revient à effectuer des simulations en *monde réel*. Suite à ces trajectoires, nous avons alors à notre disposition :

- les conditions de marché à l'instant $t = 1$,
- les variables ne nécessitant pas de projection stochastique, i.e. les données issues du bilan French GAAP (provision mathématique, richesse passée accumulée, etc.).

A partir de l'ensemble de ces informations, nous pouvons donc utiliser la fonctionnelle que nous avons mise en place, pour évaluer les fonds propres économiques sans passer par les simulations en univers *risque neutre*. Par souci de clarté, nous présentons graphiquement la démarche utilisée pour une trajectoire déterministe un seul pas de temps.

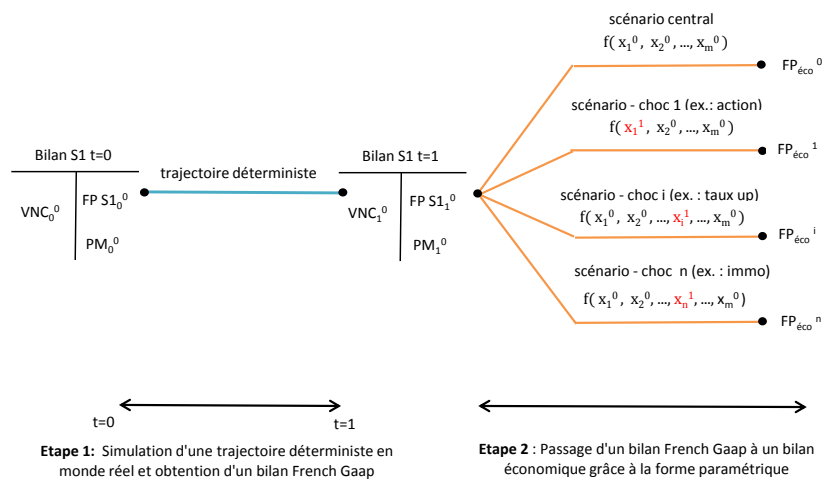


FIGURE 4 – Application de la fonction des FPe_{eco} dans le cadre de l'ORSA.

Par conséquent, la mise en place des trajectoires *monde réel* permet de mettre en application la fonction que nous venons de mettre en place, et ainsi de répondre globalement aux exigences de l'ORSA. Finalement, la fonction des fonds propres économiques présente deux avantages :

- D'une part, elle permet à l'entreprise de répondre rapidement à une démarche pluriannuelle pour l'évaluation de sa solvabilité, un des principaux objectifs de l'ORSA. En effet une fois calibrée, la forme paramétrique permet à l'entreprise de s'affranchir des M simulations *risque neutre*. Combinée à des trajectoires *monde réel*, elle permet alors de déduire rapidement les fonds propres économiques et le SCR de la société sur toute la durée du plan stratégique.
- D'autre part, la fonctionnelle permet d'évaluer le profil de risque de la compagnie à travers différents tests de sensibilité. En effet, les chocs effectués dans le cadre du Pilier 1 avec l'approche *formule standard* sont fixés et imposés par le régulateur, ils ne permettent donc pas à l'entreprise de connaître les marges de manoeuvre dont elle dispose à partir de chocs plus ou moins importants. La mise en place d'une forme paramétrique permet alors d'introduire une caractérisation des fonds propres dépendant de plusieurs aléas, tout en évaluant les leviers qu'elle possède.

Néanmoins, il est important de préciser que, dans le cadre de cette approximation, des hypothèses fortes ont été posées. En effet, cette approximation suppose alors que :

- la forme paramétrique soit stable dans le temps : nous allons calibrer la fonction à l'instant t mais nous l'utiliserons à différents pas de temps,
- la corrélation entre les différents facteurs de risque soit linéaire : l'approche formule standard suppose une corrélation linéaire entre les modules de risque pour l'évaluation du capital économique requis aux différents pas de temps projetés.

Synthesis

The Directive Solvency 2 will be implemented on 1st January 2016 and will substitute Solvency 1. European insurers are going to deal with new purposes, including the *Own Risk Solvency Assessment* (ORSA) referring to Pillar 2. Unlike the Pillar 1, the ORSA should use as a tool to enhance an insurer's understanding of the interrelationships between its risk profile and capital needs. The ORSA should consider all reasonably foreseeable and relevant material risks, be forward-looking and be congruent with an insurer's business and strategic planning.

In September 2014, all insurance companies in France will present their first work on ORSA. To meet these requirements, we want to set up a model based on the sensitivity of the net asset value to different risk factors. Afterwards, this function will eliminate the *risk-neutral* simulations, which will reduce the computing time and thus be able to quickly assess the solvency capital requirement during the strategic plan. Therefore, before describing the method implemented here, it is essential to present a concept in Solvency 2, the solvency capital requirement.

The Solvency Capital Requirement is the capital required to ensure the solvency of insurance companies and to face financial bankruptcy. Specifically, Solvency 2 defines the SCR as the capital required to ensure that the insurance company will be able to meet its obligations with a one year horizon and a confidence level of 99.5%. Whether through Pillar 1 and Pillar 2, the solvency capital requirement is a fundamental concept and it is necessary to detail. In order to evaluate their SCR, insurance companies have a choice between two approaches : *standard formula* or *internal model*. Regardless of the approach selected, the SCR requires the assessment of the net asset value. Nevertheless, these two approaches differ on the method of valuation of the net asset value.

In the internal model, the calculation of the SCR requires the evaluation of the distribution of the net asset value to $t = 1$, which requires to carry out the projection of economic variables (interest rate, equity, etc.) between $t = 0$ and $t = 1$ year in *real world* probability. Then, this approach requires assessment of the economic balance sheet by projection of *risk neutral* simulations : this method is called the *Nested Simulations* :

- In $t = 0$, the insurer calculate the central economic balance sheet using *risk neutral* simulations. To do this, he created a scenario containing M *risk neutral* simulations, allowing him to deduce the central economic balance sheet at $t = 0$.
- Between $t = 0$ and $t = 1$, the insurer performs projection of economic variables (interest rate, equity, etc.) in *real world* probability which amounts to simulate N *real world* simulations. These simulations are called `primary simulations`.

- In $t = 1$, the insurer estimates for each of these simulations the economic balance sheet. To do this, it performs a second level of projection : conditionally to each different market conditions, the insurer realizes M *risk neutral* simulations, which allows him to deduct N economic balances. These simulations are logically called secondary simulations. The figure below can present the overall architecture of this method.

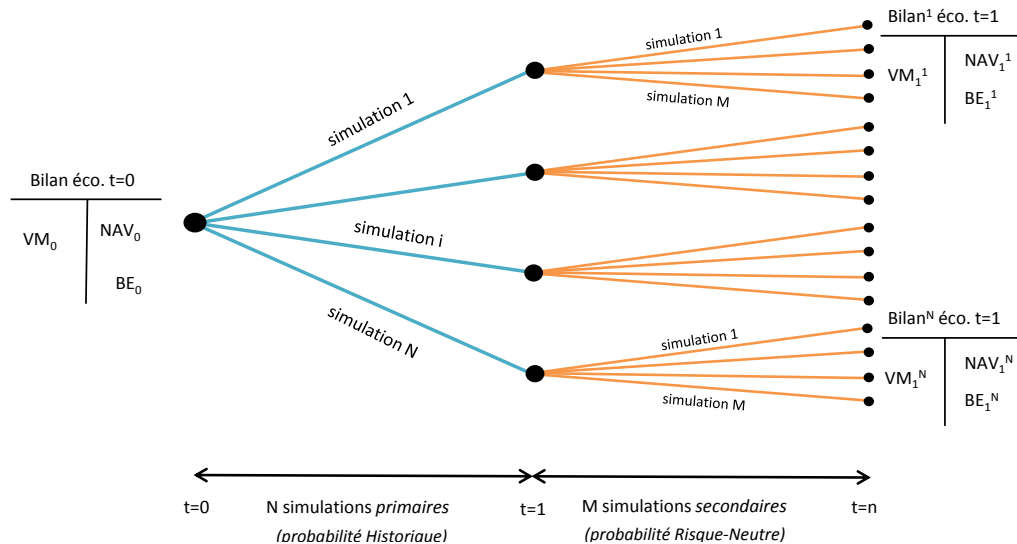


FIGURE 5 – Nested Simulations

Finally, from a combination of simulations, we can obtain the distribution of capital and thus deduce the SCR. Furthermore, there are several methods of approximation which eliminate *risk neutral* simulations. These methods such as *Curve Fitting* or *Least Square Monte Carlo* used to study the behavior of the Net Asset Value from a parametric form, thus limiting the computation time for assessment of the Net Asset Value.

The second approach is *standard formula*. This approach is to evaluate the SCR using a modular approach. Indeed, before calculating the overall SCR, the insurer must define the SCR for each risk module, themselves divided into sub-modules. For instance, if the insurer wants to calculate the SCR for risk *equity*, the insurer must initially establish the central economic balance sheet to $t = 0$. To do this, the insurer must simulate M *risk neutral* simulations. Then, after applying a instantaneous shock on the equity, he must evaluate a second economic balance sheet, called shocked balance. The SCR *equity* corresponds to the difference between the Net Asset Value for the central scenario and those for the shock scenario, as shown in the figure below :

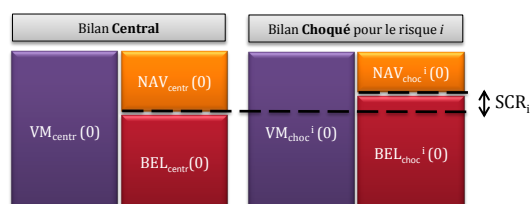


FIGURE 6 – Standard Formula

Then, the insurer only has to perform this operation for each sub-module in order to infer the SCR of the insurance company.

The company relies on the *standard formula* to calculate the SCR in studies for the Pillar 1. To establish a risk management tool, we want to implement a method for studying the behavior of the net asset value using a closed formula and standard formula approach. Indeed, this method allows us to infer the behavior of the net asset value during the strategic plan, while decreasing computation time and providing an approach by sensitivity. So the closed formula is going to be a function with the following form :

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = f_0 + \sum_{i=1}^n (f_i(x_i) - f_0) + (g(x_1, x_2, \dots, x_n) - f_0) \quad (2)$$

With :

- f , the net asset value using n risk factors,
- f_0 , the net asset value in central situation,
- x_i , $i = 1 \dots n$, the set of risk factors (equity, interest rate, etc.),
- f_i , $i = 1 \dots n$, the net asset value associated with the risk factor x_i ,
- g the net asset value of several risk factors.

In order to set up a closed formula expressing the net asset value from a set of risk factors, we will define each function f_i , which will allow to study the sensitivity of net asset value to each risk factor individually shocked. In a second step, we will determine the function g , which will assess the impact on the net asset value of shocks performed on multiple risk factors simultaneously. But how to calibrate these functions? Which tools are we going to support? The approach we propose is the following : we start from a given initial situation and we deduce a central economic balance sheet (after *risk neutral* simulations). Then we will achieve instantaneous shock on risk factors similarly to the standard formula. These shocks are thus performed for each risk factor, one after the other, and not simultaneously. However unlike the Pillar 1, we will not achieve a one shock risk factor but more shocks by risk factor. All these shocks will give us a set of economic balance by risk factor, which will allow us to implement a function for each risk factor, and therefore to obtain the sensitivity of the net asset value to each risk factor.

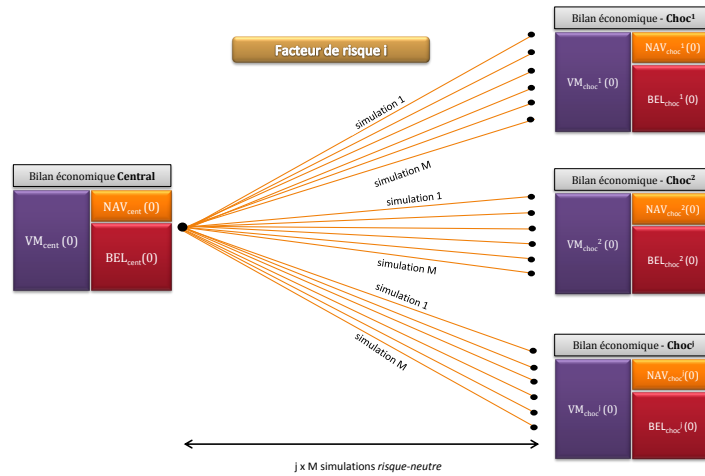


FIGURE 7 – General approach developed here.

Then let us take the instance of the risk factor *equity*, and consider the realization of various shocks acting on the central situation. After the *risk neutral* simulations, we get as many balance sheets shocked that shocks made. Therefore, we have a set of the net asset values based on instantaneous shocks, which allows us to calibrate our function f_i associated with equity risk. We then proceed similarly on all risk factors.

The following question concerns the shape of each function f_i and the function g . Should we choose a polynomial form, or exponential? The shape depends probably on risk factors? We decided to choose splines because they allows us to apply uniformly to functions f_i and g . Therefore, at the end of this implementation, we have a function wich represents the net asset value based on risk factors. Thus, for example we can infer that a shock *equity* of $x\%$ will impact $y\%$ on the net asset value of insurance company. Finally, the implementation of this function allows us to develop a process of risk management taking into account the specific risk profile of the company.

Moreover, one of the fundamental principles of the ORSA is continued compliance of the solvency of the insurer. After implementing the closed formula using a set of instantaneous shocks, we have yet to achieve the projection of economic variables (interest rate, equity, etc.) during the strategic plan using *real world* simulations. After that, we have :

- market conditions at time $t = 1$,
- variables that do not require stochastic projection, that is to say the data from the French GAAP balance sheet (mathematical provision, past accumulated wealth, etc.).

So we can use the closed formula that we have put in place to assess the net asset value without performing the *risk neutral* simulations. Here, we present on the graph the approach used for a deterministic scenario and one time step.

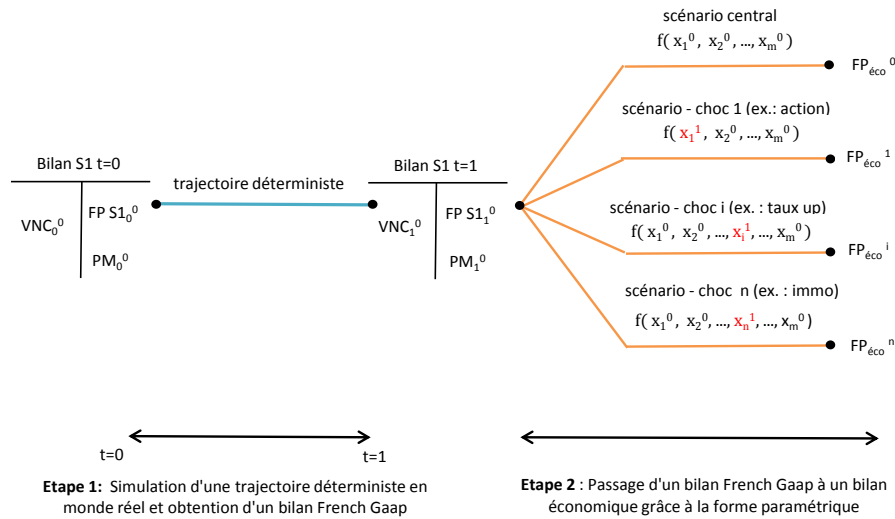


FIGURE 8 – Application of the fonction in the frame of the ORSA.

Finally, the projection of *real world* simulations allows to use the function we have just set up. The closed formula has two advantages :

- On the one hand, this function allows to respond quickly to a multi-year approach for evaluating solvency capital requirement, a key objective of the ORSA. In fact, once calibrated, the parametric form allows the company to eliminate the *risk neutral* simulations. Associating this closed formula with *real world* simulations, we can quickly infer the net asset value and SCR over the life of the strategic plan.
- On the other hand, this function evaluates the risk profile of the company through various sensitivity tests. Indeed, the shock made with Pillar 1 and standard formula are imposed by the EIOPA, they do not allow the company to know the impact on the net asset value from shock of different intensities.

Nevertheless, it is important to note that a assumption with this closed formula was made. This approximation assumes that the parametric form is stable over time. Indeed, the closed formula is adjusted from instantaneous shocks ($t = 0$) but will be used at different time step (related to strategic plan), which will not take into account the deformation of stocks over time.

Remerciements

En premier lieu, je tiens à remercier la MACSF Epargne Retraite, en particulier son directeur, M. OUDIN, qui m'a donné l'opportunité d'effectuer mon stage de fin d'études au sein du département *Actuariat Technique* de la MACSF Epargne Retraite.

Je remercie tout particulièrement mon responsable de mémoire, François LHOMME, pour m'avoir accompagné tout au long de cette expérience avec beaucoup de patience et de pédagogie. Je présente également mes remerciements à Hoang NGUYEN pour tous les conseils qu'il m'a donnés au cours de mon stage de fin d'études.

Je remercie également Jean-François CARTIER, responsable de l'*Actuariat Groupe*, pour le temps qu'il m'a consacré et l'ensemble des connaissances qu'il m'a transmises. Je tiens également à remercier Alexandre LE MAISTRE pour sa disponibilité et ses précieux conseils tout au long de mon stage.

Je souhaite également témoigner ma reconnaissance à Vincent Soulas, mon responsable pédagogique, et Sophie Bourdet, responsable du Master 2 Actuariat de l'Euria, pour les conseils qu'ils m'ont apportés et le temps qu'ils m'ont consacré tout au long de ce stage de fin d'études afin que je puisse avancer plus sereinement dans la mise en place de ce projet.

Je présente également mes remerciements à toute l'équipe de l'*Actuariat Technique*, pour leur accueil et leur soutien tout au long de cette expérience.

Enfin, je tiens à remercier ma famille pour la patience dont ils ont fait preuve durant la rédaction de mon mémoire.

Table des matières

Résumé	1
Abstract	2
Synthèse	3
Synthesis	9
Remerciements	14
Introduction	17
1 Le cadre réglementaire	19
1.1 Introduction à l'activité d'une assurance	19
1.2 Solvabilité 1	20
1.2.1 Principes fondamentaux	20
1.2.2 Ensemble des provisions en Assurance Vie	22
1.2.3 Limites	23
1.3 Solvabilité 2	24
1.3.1 Principes fondamentaux	24
1.3.2 Structuration de la réforme	25
1.4 Zoom sur le Pilier 1	26
1.5 Zoom sur le Pilier 2	28
1.5.1 Les grands principes	28
1.5.2 Les étapes de mise en oeuvre	29
2 Formalisation du cadre réglementaire	31
2.1 Probabilités <i>monde réel</i> & <i>risque neutre</i>	31
2.2 Le bilan French Gaap vs le bilan économique	32
2.3 Evaluation du capital économique	34
2.3.1 Approche Formule Standard	35
2.3.2 Approche Modèle Interne	38
2.4 Présentation des méthodes d'approximation	40
2.4.1 <i>Least Square Monte Carlo</i>	40
2.4.2 Curve Fitting	41
2.5 Présentation de l'approche adoptée dans ce mémoire	41
2.5.1 Généralités	41
2.5.2 Les étapes de la mise en oeuvre	43

3	Description des outils de projection	47
3.1	Les spécificités d'un contrat d'épargne en assurance vie	47
3.2	Intérêt d'un modèle ALM	48
3.3	Le modèle ALM utilisé	49
3.4	Les hypothèses de projection	50
3.4.1	Le passif	50
3.4.2	L'actif	50
3.4.3	Les interactions actif-passif	51
3.5	Les générateurs de scénarios économiques	53
3.5.1	Les modèles de taux	54
3.5.2	Les modèles action et immobilier	55
3.5.3	Les GSE dans notre étude	56
4	Mise en place de l'outil d'estimation des fonds propres Solvabilité 2	57
4.1	Formalisation de la méthode	57
4.2	Sélection des facteurs de risque	59
4.3	Caractérisation des facteurs de risque	60
4.4	Traitement des données	62
4.5	Estimation des sensibilités par facteur de risque <i>solo</i>	63
4.5.1	Intervalles des facteurs de risque	63
4.5.2	Détermination des chocs instantanés	64
4.5.3	Paramétrage de l'environnement de simulation	65
4.5.4	Analyse des résultats	68
4.6	Estimation des sensibilités pour les facteurs <i>croisés</i>	72
4.6.1	Sélection des facteurs de risque à croiser	72
4.6.2	Paramétrage de l'outil de simulation	74
4.6.3	Analyse des résultats	74
4.7	Choix de la forme paramétrique	75
4.8	Vérification et exemple simple d'utilisation de notre outil	77
5	Application de l'outil d'estimation des fonds propres	84
5.1	Application dans le cadre de l'ORSA	84
5.1.1	Présentation	84
5.1.2	Approche déterministe	88
5.1.3	Approche stochastique	90
5.2	Utilisation dans le cadre du QIS 2013	90
5.3	Limites & Axes d'amélioration	91
5.3.1	Avantages	91
5.3.2	Limites	92
	Conclusion	93
	Bibliographie	94
A	Récapitulatif Runs <i>simples</i>	95
B	Récapitulatif Runs <i>croisés</i>	97
C	Sensibilités - Effets <i>simples</i>	99
D	Sensibilités - Effets <i>croisés</i>	100

Introduction

La solvabilité d'une entreprise d'assurance se définit comme l'aptitude pour la société à faire face à ses engagements. Une entreprise peut donc être considérée comme insolvable dès lors que la valeur de ses engagements est supérieure à la valeur de son actif à un niveau de confiance donné.

A partir du 1^{er} janvier 2016, la Directive Solvabilité 2 entrera en vigueur et remplacera Solvabilité 1. Cette future Directive vise non seulement à déterminer les fonds propres éligibles sur une base économique et prospective (contrairement à la norme Solvabilité 1 dans laquelle les fonds propres éligibles sont déterminés selon une base prudentielle norme française) mais également à évaluer les fonds propres requis sur une approche essentiellement stochastique (contrairement à la norme Solvabilité 1 dans laquelle les fonds propres requis sont déterminés selon une approche forfaitaire).

Actuellement, le monde de l'assurance est donc en transition, et les assureurs sont amenés à mettre en place progressivement la Directive Solvabilité 2. Ainsi, les assureurs français sont invités à remettre au 24 septembre 2014, l'exercice 2013 du QIS¹ (relatif au Pilier 1 de Solvabilité 2) ainsi que l'exercice préparatoire de l'ORSA (relatif au Pilier 2 de Solvabilité 2). En particulier, notre problématique va s'inscrire dans le cadre d'une société d'Assurance Vie, pour un contrat d'épargne individuelle libellé en euros.

Dans le Pilier 1, les assureurs doivent notamment évaluer leur bilan de façon économique dans le but de calculer le SCR (Solvency Capital Requirement) dans une logique *Run-off*. Deux grandes approches existent : la *formule standard* et le *modèle interne*. Actuellement, plusieurs méthodes d'évaluation existent dans le cadre du modèle interne et sont applicables non seulement au Pilier 1, mais aussi au Pilier 2. Ainsi, la méthode des « simulations dans les simulations » permet d'évaluer précisément la distribution des bilans d'un assureur, année après année. Cependant, cette méthode est fortement chronophage et des approximations ont été développées afin de réduire les temps de calcul, telles que le *Curve-Fitting* ou encore le *Least-Square-Monte-Carlo*. Ainsi, ces deux méthodes reposent sur la mise en place d'une forme paramétrique permettant d'exprimer les fonds propres économiques à partir de facteurs de risque.

A la différence du Pilier 1, le Pilier 2 permet d'encourager les entreprises d'assurance à apprécier leur solvabilité sur le moyen ou long terme en fonction de leur plan stratégique. Ainsi dans le cadre du Pilier 2, l'entreprise doit raisonner selon une logique *pluriannuelle* tout en intégrant les *affaires nouvelles*.

Pour les entreprises s'appuyant sur la *formule standard* pour mener leurs études dans le

1. Quantitative Impact Study

cadre du Pilier 1, il paraît souhaitable de conserver cette approche dans le cadre du Pilier 2. Néanmoins, cela nécessite un nombre de simulations important pour évaluer le SCR sur plusieurs années et selon plusieurs scénarios déterministes. Afin d'évaluer rapidement la solvabilité d'une société d'assurance vie dans le cadre de l'ORSA tout en tenant compte de son profil de risque, nous souhaitons développer une forme paramétrique permettant d'estimer les fonds propres économiques à partir d'un ensemble de facteurs de risque, et ainsi d'éviter l'utilisation du logiciel ALM. Cet outil présenterait alors l'avantage de pouvoir estimer très rapidement les fonds propres économiques à chaque pas de temps et donc d'en déduire l'évolution du capital économique requis sur la durée du plan stratégique et ainsi être utilisée régulièrement comme outil de pilotage des décisions stratégiques.

La question qui se pose alors dans le cadre de ce mémoire est la suivante : Quelle démarche pouvons nous adopter pour mettre en place une caractérisation des fonds propres en utilisant l'approche *formule standard* ?

Afin de répondre à cette problématique, nous présenterons dans un premier temps la Directive Solvabilité 2 en insistant sur les évolutions qu'elle apporte au sein d'un organisme d'assurance comparé à Solvabilité 1. Par la suite, nous introduirons l'ensemble des notions mathématiques au cœur de la Directive Solvabilité 2 et essentielles à la compréhension de ce mémoire. Cela nous permettra alors de présenter un panorama non exhaustif des méthodes d'approximation souvent utilisées dans le cadre d'un modèle interne puis d'exposer l'approche alternative que nous avons développée pour répondre à notre problématique. Enfin, la dernière partie sera consacrée à la présentation de l'outil que nous avons implémenté dans le cadre de l'ORSA pour un contrat d'épargne en euros, et nous exposerons les limites en vue du prochain exercice ORSA.

Chapitre 1

Le cadre réglementaire

1.1 Introduction à l'activité d'une assurance

Un contrat d'assurance est un accord passé entre une compagnie d'assurance et un souscripteur permettant de fixer à l'avance et pour une période déterminée des échanges financiers en fonction d'un ensemble d'événements aléatoires. Ainsi, à la signature d'un contrat, le souscripteur a pour obligation de payer les primes (ou cotisations) demandées par l'assureur. En échange, si l'évènement aléatoire se réalise, l'assureur s'engage à verser une prestation à l'assuré. Par conséquent, l'assureur doit fixer la prime que devra payer l'assuré sans connaître à l'avance le montant des sinistres et des frais que l'assureur devra régler. Ce dernier doit donc s'appuyer sur des probabilités de risque encouru (risque de rachat, de mortalité, etc.) pour fixer la prime a priori, sans connaître à l'avance le prix réel. On parle alors d'**inversion du cycle de production**. L'objectif d'un organisme assureur va donc être de maximiser son rendement tout en maîtrisant les risques.

Compte tenu de l'inversion du cycle de production, une société d'assurance doit constituer des provisions afin de tenir ses engagements envers les assurés. En effet, ces provisions lui permettent de régler les sinistres à venir, ce qui correspond à une dette de l'assureur à l'égard des assurés. De ce fait, on dit qu'une entreprise d'assurance est **solvable** dès l'instant où elle est en capacité d'honorer ses engagements envers les assurés, malgré les aléas pouvant intervenir. Par conséquent, les assureurs doivent constituer des provisions techniques suffisantes et avoir de solides marges de solvabilité, et ce quels que soient les événements qui pourraient se produire.

Afin de contrôler sa solvabilité, un organisme assureur constitue un **bilan**. Le bilan d'une entreprise est une photographie de son patrimoine à une date donnée, et se décompose de façon simplifiée en deux parties :

- **L'Actif** : il représente l'ensemble des biens (notamment les placements et les créances) que possède l'entreprise,
- **Le Passif** : il se décompose également en deux parties :
 - **Les Provisions Techniques** : elles représentent les engagements de l'assureur vis-à-vis des assurés.
 - **Les Fonds Propres** : ils correspondent aux ressources financières disponibles au

sein d'une entreprise d'assurance, c'est-à-dire l'investissement initial et la somme des résultats comptables enregistrés et non distribués.

Il existe alors une égalité comptable entre l'Actif et le Passif qui se représente de façon simplifiée de la manière suivante :

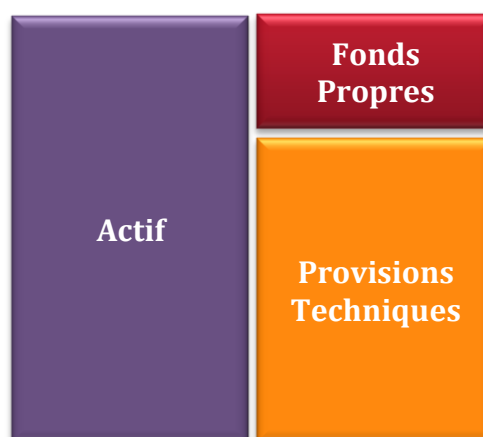


FIGURE 1.1 – Bilan Simplifié

En cas d'insuffisance des provisions techniques, les compagnies vont puiser au sein de leurs fonds propres. On parle alors de ruine d'une compagnie d'assurance à partir du moment où les fonds propres sont négatifs.

1.2 Solvabilité 1

1.2.1 Principes fondamentaux

Le système de solvabilité actuel, **Solvabilité 1**, a été mis en place dans les années 1970 puis a été révisé en 2002. La logique du système Solvabilité 1, appelé également *French Gaap* est une logique basée essentiellement sur le coût historique et la prudence comptable. Au fur et à mesure du développement de la norme, des éléments correctifs ont été ajoutés, visant à rendre la norme plus « économique » (mais reste assez différente d'une approche économique prospective de valorisation). Dans un premier temps, nous présenterons le dispositif général de Solvabilité 1. Par la suite, nous présenterons l'ensemble des provisions issus d'un bilan French Gaap. Ainsi, le système Solvabilité 1 s'articule autour de trois grands axes :

La constitution de provisions techniques suffisantes.

Cela signifie que les provisions doivent être supérieures au montant probable des prestations futures. Pour cette raison, le calcul des provisions techniques repose sur des hypothèses prudentes. Par exemple, dans le cadre d'un produit de retraite, l'assureur doit faire face au risque de longévité, ce dernier devra donc s'appuyer sur une table de mortalité qui évalue de façon prudente l'espérance de vie de la population, tout en tenant compte de l'aléa.

Les placements doivent être sûrs, liquides, rentables.

La réglementation vise à interdire aux sociétés d'assurance de spéculer avec l'actif en couverture des engagements tout en privilégiant ceux émis par des entités solvables. D'autre part, les placements doivent être facilement et rapidement réalisables par leur valeur comptable. Ainsi, la réglementation exclut les actifs de nature très peu liquides (métaux précieux, oeuvres d'art, etc.). Enfin, ils doivent permettre de faire face aux exigences de revalorisation des Provisions Mathématiques. C'est pourquoi, les engagements réglementés (défini selon l'Article R-331-1 du Code des Assurances) doivent être couverts en respectant les principes suivants :

- **La règle d'admissibilité** : la liste des placements admis en représentation des engagements réglementés est donnée à l'article R. 332-2 du Code des Assurances. Parmi ceux-ci, le code distingue deux grandes catégories :
 1. *les obligations (art. R. 332-19)* : obligations et obligations indexées sur l'inflation émises par un état membre de l'Union Européenne. Ces actifs sont dits **amortissables**.
 2. *les autres actifs (art. R.332-20)* : actions, titres de créances négociables, etc. Ces actifs sont dits **non amortissables**.
- **La règle de congruence** : les placements représentatifs d'un engagement doivent être libellés ou réalisables dans la devise de l'engagement. Par dérogation et selon l'article R. 332-1-1 du Code des Assurances, les entreprises d'assurance peuvent, à concurrence de 20% de leurs engagements, ne pas couvrir ceux-ci par des actifs congruents.
- **La règle de limitation par catégorie** : elle répond au souci de réduire l'incidence des risques de marché et de liquidité. Selon l'article R. 332-3 du Code des Assurances, le portefeuille d'actifs d'un organisme assureur ne doit pas excéder 65% d'actions, 40% d'actifs immobiliers et 10% pour les prêts et créances garanties. Par ailleurs, les actifs « non cotés » ne peuvent représenter au global plus de 10% des actifs admis en représentation.
- **La règle de dispersion** : selon l'article R. 332-3-1 du Code des Assurances, les entreprises ne peuvent placer plus de 5% des prêts et créances garanties auprès d'une même contrepartie, ou 10% à condition que la valeur totale des titres émis dont le ratio dépasse 5% n'excède pas 40% de la base de dispersion. Le ratio de dispersion s'élève à 10% pour un même immeuble, et 1% pour les actifs non cotés.

La constitution d'un niveau de fonds propres minimal.

Un montant minimal de fonds propres est constitué dans le but de pouvoir supporter des pertes futures probables. En effet, les principaux engagements d'une entreprise apparaissent dans ses provisions techniques, ce qui doit lui permettre de faire face aux sinistres prévisibles et aux charges afférentes dans le cadre des contrats souscrits. Cela ne peut cependant garantir absolument qu'elles suffiront à couvrir l'ensemble des sinistres et des charges. Pour protéger les assurés, le régulateur impose aux entreprises d'assurance de détenir un certain montant de ressources supplémentaires, pouvant servir de réserve

en cas de sinistres ou de frais imprévus. Cette réserve minimale est appelée **exigence de marge de solvabilité**, souvent notée *EMS*.

Le calcul de l'exigence de marge de solvabilité est forfaitaire. En particulier en Assurance-vie, l'EMS se calcule selon un pourcentage fixe du montant des provisions techniques et des capitaux sous risques. Plus précisément, l'EMS est la somme de :

- 4% des PM¹ hors contrats UC² (1% des PM pour les contrats UC),
- un pourcentage variant de 0,1% à 0,3% des capitaux sous risques suivant la durée de l'engagement.

Le calcul de l'exigence de marge de solvabilité est donc relativement simple et facile à mettre en oeuvre sous le référentiel Solvabilité 1. Il sera important de présenter par la suite les limites de ce référentiel Solvabilité 1 afin d'introduire le futur référentiel Solvabilité 2. Pour le moment, nous allons présenter l'ensemble des provisions du bilan French Gaap.

1.2.2 Ensemble des provisions en Assurance Vie

La Provision Mathématique (PM).

En Assurance Vie, la provision mathématique constitue la part essentielle des provisions de l'assureur. Afin d'estimer le montant de la provision mathématique, les engagements sont généralement évalués avec une table réglementaire et actualisés au taux défini à la souscription.

En ce qui concerne les Unités de Compte, les engagements sont comptabilisés à la valeur de marché des placements en représentation. Néanmoins, une provision complémentaire est souvent constituée en cas de garantie plancher.

La provision pour participation aux bénéfices (PPB).

Dans les contrats d'Assurance Vie, l'assuré bénéficie d'une participation aux bénéfices qui est fonction du rendement de l'actif de l'assureur. En effet, selon l'article 331-4 du Code des Assurances, l'assureur est dans l'obligation de reverser aux assurés, au minimum 85% de ses résultats financiers et 90% de ses résultats techniques.

Par ailleurs, les compagnies peuvent différer le versement des bénéfices attribués aux assurés dans un délai de 8 ans. Dans ce cas, l'assureur provisionne le montant non distribué immédiatement dans un compte appelé « Provision pour participation aux bénéfices ». De ce fait, l'assureur peut lisser la distribution et gérer les mauvaises années.

Cependant, il est important de préciser que ces reprises de réserve ne peuvent être utilisées que pour verser une rémunération au delà du taux minimum garanti (TMG).

La réserve de capitalisation.

Cette provision concerne uniquement les actifs amortissables et a pour objectif de lisser les effets de mouvements des taux d'intérêt. Ainsi, l'article R.333-1 prévoit qu'en cas de vente d'un actif R.332-19, un versement ou un prélèvement est effectué sur la réserve

1. Provisions Mathématiques

2. Unités de Compte

de capitalisation : en cas de cession d'un titre obligataire dans un contexte de baisse des taux, la réserve est dotée à hauteur de la plus-value réalisée. Dans le cas inverse, c'est une reprise de réserve qui vient compenser la moins-value.

Par ailleurs, la réserve de capitalisation est une provision particulière dans la mesure où elle fait partie des fonds propres de l'assureur. En particulier, elle est éligible dans la constitution de la marge de solvabilité.

La provision pour dépréciation durable (PDD).

Les actifs énumérés à l'article R.332-20 sont enregistrés à leur valeur d'achat à la date d'acquisition. Lorsque ces titres sont « durablement » en moins-values latentes « significatives », l'assureur constitue une provision pour dépréciation durable. Si nous prenons l'exemple d'une action française, alors une dépréciation durable est constatée lorsque, sur une période consécutive de 6 mois précédant l'arrêté, sa valeur de marché a été inférieure à :

- 80% de sa valeur comptable lorsque les marchés sont peu volatils,
- 70% de sa valeur comptable lorsque les marchés sont volatils.

Par ailleurs, cette provision est calculée ligne à ligne.

La provision pour risque d'exigibilité (PRE).

La PRE concerne également les actifs énumérés à l'article R.332-20 mais à la différence de la PDD, elle s'applique au global, c'est-à-dire sur un ensemble de titres. Ainsi, la PRE permet à l'assureur de faire face à ces engagements en cas de moins-values latentes des actifs non amortissables.

De ce fait, si les placements se trouvent en situation de moins-values latentes (nette de PDD), une provision pour risque d'exigibilité devra être constituée.

La provision pour aléas financiers (PAF).

Cette provision a pour objectif de compenser une baisse du taux de rendement de l'actif. Le calcul de la PAF est également un calcul global. Ainsi, lorsque le taux de rendement réel d'une société d'assurance vie diminué de 20% est inférieur au montant des intérêts techniques et de la PB contractuellement garantie, la société doit constituer une provision pour aléas financiers.

1.2.3 Limites

Finalement, Solvabilité 1 intègre une vision rétrospective et ne permet pas de prendre en compte l'ensemble des risques supportés par une compagnie, en particulier les risques financiers.

En effet, prenons l'exemple de deux sociétés d'assurance avec des passifs identiques mais dont l'actif est investi à 40% en actions et 60% en obligations pour la première, et à 100% en obligations pour la seconde. La première société est donc davantage exposée

au risque de marché. Pourtant, en appliquant le principe forfaitaire de l'EMS, nous constatons que ces deux sociétés doivent justifier du même besoin en capital. Par conséquent, l'EMS ne permet pas de sensibiliser les entreprises d'assurance à l'analyse et la gestion des risques.

Par ailleurs, bien que Solvabilité 1 soit une Directive européenne, celle-ci est transposée à la réglementation de chaque pays et n'est donc pas uniformisée au niveau européen.

1.3 Solvabilité 2

1.3.1 Principes fondamentaux

Solvabilité 2 est une réforme *européenne* du secteur de l'assurance visant à établir un système de solvabilité *adaptée aux risques* inhérents à l'activité d'une assurance. Cette nouvelle Directive concerne tous les acteurs du marché de l'assurance européen : assureurs, bancassureurs, mutuelles, institutions de prévoyance, réassureurs et succursales d'assurances françaises de groupes internationaux. Elle sera applicable à compter du 1^{er} Janvier 2016. En particulier, les objectifs définis par la réforme Solvabilité 2 sont les suivants :

Établir un cadre prudentiel européen harmonisé dans le secteur de l'assurance.

Le parlement européen a demandé aux régulateurs nationaux de mettre en place un nouveau cadre de régulation uniforme au niveau européen afin de favoriser la concurrence des assureurs européens sur le plan international.

Créer un cadre prudentiel plus adapté aux risques réels supportés par les compagnies d'assurance.

Cela se traduit par le passage d'une mesure simplifiée de la solvabilité (*l'EMS*) à une mesure précise des risques réels pris par les sociétés d'assurance, encadrée par des règles et une gouvernance. En particulier, le niveau des capitaux propres devra non seulement être adapté aux risques du passif mais également à ceux de l'actif. Ainsi, plus les actifs ou les passifs détenus par les organismes seront risqués, plus l'exigence de capitaux réglementaires correspondante sera importante. Si nous reprenons l'exemple des deux sociétés d'assurance citées auparavant, cela signifie donc que la société dont l'actif est investi à 40% en actions et 60% en obligations aura une exigence de fonds propres plus élevée que celle dont l'actif est investi à 100% en obligations.

Encourager au pilotage et à la gestion des risques.

Le Pilier 2 de Solvabilité 2 permet de placer la gestion des risques au centre des orientations stratégiques d'une compagnie d'assurance, ce qui est d'ailleurs le cœur de notre mémoire.

Renforcer la cohérence entre les secteurs bancaire et assurantiel.

Solvabilité 2 se situe clairement dans la lignée Bâle 2 qui possède des objectifs similaires mais qui s'applique au secteur bancaire.

1.3.2 Structuration de la réforme

La Directive Solvabilité 2 (Directive 2009/138/CE), votée le 22 avril 2009 par le Parlement Européen, fixe les grands principes de la réforme. Ainsi, une architecture à trois piliers, comparable à celle définie dans le cadre Bâle 2 pour le secteur bancaire, a été retenue :

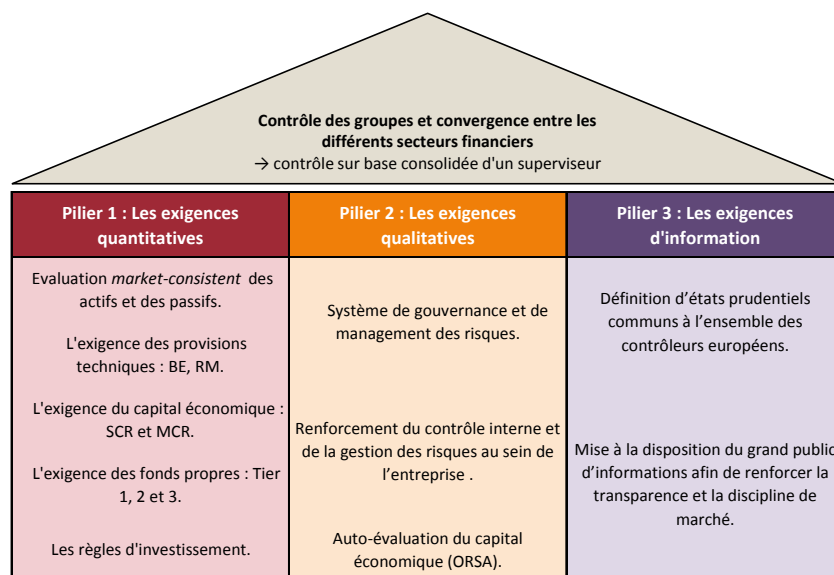


FIGURE 1.2 – Les Piliers de Solvabilité 2

Pilier 1 - Les exigences quantitatives.

Ce pilier permet de définir les normes quantitatives nécessaires à l'évaluation économique du bilan et à la détermination du besoin en capital sous Solvabilité 2. L'objectif est avant tout d'*harmoniser* le calcul de ces indicateurs à toutes les compagnies d'assurance européennes.

Pilier 2 - Les exigences qualitatives.

Ce pilier a pour vocation de définir les normes qualitatives de suivi des risques en interne et, en particulier, le système de management des risques. Ce pilier incite les compagnies à être autonome dans la gestion de leurs risques en mettant en place un processus d'évaluation des risques propres à chaque organisme d'assurance : l'ORSA (*Own Risk Solvency Assessment*). Défini à l'article 45 de la Directive, l'ORSA est un outil de gestion des risques qui doit permettre aux dirigeants de suivre en continu le besoin en capital et de piloter leur business plan.

Pilier 3 - Les exigences d'information.

Ce pilier a pour objectif d'assurer la transparence dans la communication de l'entreprise vis-à-vis du marché et des autorités de contrôle.

Finalement, la nouvelle réforme Solvabilité 2 doit permettre aux entreprises d'assurance de mieux garantir leur solvabilité grâce à une mesure plus adaptée des risques et à un système de gestion des risques intégrés. Bien que notre problématique se rapporte au Pilier 2, il sera toutefois nécessaire d'étudier avec attention les différentes méthodes utilisées pour le calcul du capital économique dans le cadre du Pilier 1 avant de traiter de la mise en place de notre processus ORSA.

1.4 Zoom sur le Pilier 1

Comme nous l'avons déjà dit auparavant, le Pilier I permet de définir les exigences quantitatives et concerne plus précisément les éléments suivants :

L'évaluation des actifs et des passifs.

La logique du bilan Solvabilité 1 est une logique de valorisation basée essentiellement sur le coût historique et la prudence comptable ; les actifs et les passifs sont donc comptabilisés à leur valeur d'achat. La réforme Solvabilité 2 modifie les principes d'évaluation du bilan avec le passage en *full fair value*. C'est une généralisation du principe de *fair value*³ qui s'applique aussi bien aux actifs qu'aux passifs du bilan.

Plus précisément, la *fair value* est le montant pour lequel un actif pourrait être échangé, ou un passif éteint, entre parties bien informées, consentantes et agissant dans des conditions de concurrence normale. Ce n'est pas le montant qu'une société toucherait dans le cadre d'une liquidation, d'une transaction contrainte ou réalisée dans l'urgence. Le concept de *juste valeur* consiste donc à réaliser une évaluation économique des actifs et des passifs, c'est-à-dire à leur donner une valeur de marché.

Cette nouvelle approche se rapproche des principes des normes comptables internationales IFRS⁴, ce qui permet d'uniformiser les règles comptables pour faciliter les comparaisons entre sociétés à un niveau international et favoriser le commerce en matière d'assurance.

Les exigences de provisions techniques.

Sous Solvabilité 1, le passif d'une assurance est évalué selon le principe de prudence. Désormais, la Directive Solvabilité 2 distingue deux types de risques d'assurance :

- Les risques **couvables** pour lesquels une valeur de marché est disponible. Ces risques constituent l'exception. Dans ce cas, le montant des provisions est le prix de marché d'un instrument financier qui répliquerait les flux du contrat d'assurance.
- Les risques **non couvables** pour lesquels aucune valeur de marché n'est disponible. Dans ce cas, Solvabilité 2 prescrit l'utilisation d'une valeur cohérente avec le marché qui se base sur la notion de valeur de transfert ou d'échange, appelée *current exit value*. Ainsi, la valeur des provisions techniques est égale au montant actuel qu'une entreprise d'assurance devrait payer si elle transférait ses engagements à une autre

3. Juste Valeur

4. International Financial Reporting Standards

entreprise d'assurance.

Par ailleurs, la valeur des provisions techniques pour les risques non couvrables se décompose de la façon suivante :

- Le **Best Estimate** : il est défini comme la valeur actuelle probable de l'espérance des flux de trésorerie futurs (prestations, frais et commissions) des contrats d'assurance, calculée sur la base d'hypothèses réalistes. Les engagements sont donc désormais évalués sans prendre en compte de marge de prudence, selon leur *meilleure estimation*, d'où le nom de « *best estimate* ».
- Une **Marge de Risque** : elle se définit comme le montant supplémentaire qu'une entreprise d'assurance ou de réassurance demanderait pour reprendre et honorer les engagements d'assurance et de réassurance. La marge de risque est calculée suivant la méthode dite du « coût du capital ». Cette méthode consiste à calculer le coût d'immobilisation des fonds propres nécessaire pour honorer les engagements d'assurance et de réassurance sur leur durée de vie.

Les exigences de capital économique.

C'est la partie centrale du Pilier 1 et de la réforme Solvabilité 2. Cela consiste à définir les normes quantitatives utiles pour mesurer les besoins de solvabilité des sociétés d'assurance. Sous Solvabilité 2, le besoin de solvabilité est mesuré à travers deux indicateurs :

- **Minimum Capital Requirement**, souvent noté MCR : il représente le niveau minimum de fonds propres en dessous duquel l'assureur n'est plus en mesure de respecter ses engagements. Dans ce cas, l'intervention de l'autorité de contrôle est automatique et un non respect prolongé aurait pour conséquence le retrait de l'agrément d'assurance.
- **Solvency Capital Requirement**, noté SCR : il représente le capital cible nécessaire pour absorber le choc provoqué par un risque majeur. Le SCR est un indicateur permettant de considérer l'ensemble des risques réels supportés par les sociétés d'assurance, que ce soit à l'actif ou au passif. Il est défini plus précisément comme le montant de fonds propres nécessaire pour éviter la ruine économique à horizon 1 an avec une probabilité de 99,5%. C'est donc le niveau de perte qui est atteint en moyenne une année sur 200 ans. Nous verrons dans un paragraphe ultérieur les différentes approches permettant de calculer ce capital économique. De plus, si le niveau de fonds propres de l'entreprise est inférieur au SCR, le régulateur impose à l'entreprise d'assurance d'établir un plan d'action afin de reconstituer cette marge.

Les exigences de fonds propres.

Sous Solvabilité 2, les fonds propres correspondent à la somme des *fonds propres de base* (article 88 de la Directive) et des *fonds propres auxiliaires* (Article 89 de la Directive).

Les fonds propres de base sont composés des éléments suivants :

- L'excédent des actifs par rapport aux passifs,
- Les passifs subordonnés.

Les fonds propres auxiliaires sont composés d'éléments, autres que les fonds propres de base, qui peuvent être appelés pour absorber les pertes.

De plus, les fonds propres sont classés selon trois catégories, appelées *Tiers*, faisant référence à des critères de disponibilité et de subordination, i.e. suivant leur capacité à absorber les pertes. Ainsi, les fonds propres de base peuvent être classés en fonds propres de niveau 1, 2 ou 3, tandis que les fonds propres auxiliaires peuvent être classés en fonds propres de rang 2 ou 3.

Les exigences de règles d'investissement.

La réforme Solvabilité 2 soumet les investissements financiers au principe de la « personne prudente » qui laisse libre les sociétés d'investir leurs actifs dans les produits financiers qu'elles souhaitent. Ainsi, Solvabilité 2 s'assure que les sociétés d'assurance choisissent des investissements financiers qu'elles sont capables de gérer, au travers le calcul du SCR. Celui-ci tient compte en effet de tous les risques quantifiables et, en particulier, de la qualité de crédit et de la liquidité des actifs.

1.5 Zoom sur le Pilier 2

1.5.1 Les grands principes

L'article 45 de la Directive Solvabilité 2 incite chaque entreprise d'assurance à procéder à une évaluation interne de leurs risques et de leur solvabilité, plus communément appelée ORSA. Ainsi, un organisme assureur est amené à déterminer les capitaux économiques requis en fonction de son profil de risque et des orientations stratégiques prévues. Le Pilier 2 de Solvabilité 2 se distingue du Pilier 1 notamment à travers les éléments suivants :

Une vision pluriannuelle.

L'évaluation des risques dans l'ORSA doit être réalisée sur un horizon de temps adapté à la stratégie de l'entreprise, en lien avec son plan stratégique (généralement entre 3 et 5 ans). Pour la société modélisée, l'horizon du plan stratégique a été fixé à 7 ans.

Un contrôle permanent.

L'ORSA doit permettre d'évaluer à tout instant le besoin global de solvabilité de l'entreprise. Il doit donc être constitué d'un dispositif d'analyse et de pilotage de risques pouvant être utilisés de façon rapide et régulière.

Un processus de gestion des risques.

Les résultats de l'ORSA doivent faire partie intégrante du processus de décision de l'entreprise. Les sorties du modèle doivent être claires et synthétiques pour fournir une aide concrète à la décision. Les approches d'évaluation des risques doivent être homogènes avec celles retenues par les différents services.

Une approche spécifique à l'entreprise.

L'ORSA doit être basé sur une approche tenant compte des spécificités du profil de risque de l'entreprise, ainsi que sur la définition de limites de tolérance aux risques propres à l'entreprise et cohérentes avec le Business plan.

Les risques à prendre en compte.

L'ORSA doit couvrir non seulement les risques inclus dans le Pilier 1 mais également les risques non pris en compte dans ce pilier comme par exemple le risque de réputation ou le risque de liquidité.

Le principe de proportionnalité.

L'ORSA doit être adapté à la nature, à la complexité et à l'ampleur des risques pris.

Finalement, la méthode que nous cherchons à mettre en place permet de répondre globalement à l'ensemble de ces critères. Néanmoins, il est important de préciser que notre approche ne prend pas en compte les risques difficilement quantifiables et non pris en compte dans le Pilier 1, comme par exemple le risque de réputation.

1.5.2 Les étapes de mise en oeuvre

L'ORSA étant un processus de gestion de risques interne à une assurance, il est par définition étroitement lié à l'ERM⁵, d'où l'ensemble des grandes étapes suivantes :

1. Définition des orientations stratégiques

Dans un premier temps, il est nécessaire de définir l'horizon temporel sur lequel le processus ORSA s'appuie. De plus, le management doit décrire les objectifs stratégiques tels que l'allocation d'actifs au cours de cet horizon de temps mais également les affaires nouvelles.

2. Définition de la stratégie

Ensuite, il est essentiel de transcrire les orientations stratégiques en terme de risque. Pour ce faire, il est important de définir les notions suivantes :

- *Appétence au risque* : C'est le niveau de risque global qu'une entreprise accepte de prendre en vue de la poursuite de son activité et afin d'atteindre ses objectifs stratégiques. L'appétence au risque représente donc une limite globale de prise de risque, que définit la direction de l'entreprise, et qui s'exprime sous la forme de mesures de risques. Par exemple, une entreprise peut étudier l'évolution du ratio de solvabilité, sachant que celui-ci doit rester supérieur à 150% dans 90% des cas pour les 5 futures années.
- *Profil de risque* : C'est le niveau de risque auquel est soumise la compagnie au moment du calcul. Il peut être abordé de façon quantitative ou qualitative mais est basé sur la même métrique que celle utilisée pour l'appétence au risque.

5. *Entreprise Risk Management*

- *Tolérance au risque* : C'est le niveau maximal de risque qui peut être pris sur un profil de risque. C'est la traduction à un niveau plus fin de l'appétence au risque.

3. Identification des risques.

L'entreprise effectue une cartographie des risques afin d'identifier les risques internes ou externes qui pourraient affecter ses résultats. Elle doit notamment combiner les facteurs de risque entre eux pour identifier leurs interactions et les influences qu'ils pourraient avoir sur son profil de risque.

4. Évaluation des risques.

L'entreprise définit une mesure de risque qui lui permet d'évaluer ses risques tout au long du plan stratégique, afin de savoir si ceux-ci sont en cohérence avec son appétence globale pour le risque, mais aussi avec les tolérances et les limites qu'elle s'est fixées pour chacun d'entre eux. Plusieurs mesures de risque peuvent être choisies (Value at Risk, Tail-Value at Risk, etc.).

5. Traitement des risques et calcul du besoin global de solvabilité.

Afin de répondre aux objectifs stratégiques qu'elle s'est fixée, l'entreprise doit mettre en place un processus visant à mesurer l'impact de ces risques sur la continuité de l'activité. L'entreprise est alors en mesure de calculer le besoin global de solvabilité tout au long de son plan stratégique.

6. Suivi des risques.

Enfin, l'ORSA s'inscrit dans une démarche globale et itérative. C'est pourquoi, ce dispositif doit reposer sur le suivi régulier d'indicateurs dans le but de s'assurer à tout moment de la solvabilité de l'entreprise. Ce processus doit permettre de détecter les situations à risque afin que le management puisse prendre les décisions en conséquence. Par ailleurs, un rapport ORSA doit être remis à l'ACP chaque année.

Finalement, la méthode développée au sein de ce mémoire permet de répondre globalement aux grands principes de l'ORSA. En effet, l'implémentation d'une formule fermée exprimant le comportement des fonds propres économiques à partir d'un ensemble de risques, est un réel outil d'aide à la décision et de gestion des risques, puisqu'elle permet à la société modélisée de connaître son profil de risque en fonction des stratégies fixées préalablement, mais aussi de déterminer les leviers qu'elle possède.

Chapitre 2

Formalisation du cadre réglementaire

La partie précédente nous a permis de présenter l'ensemble des fondements théoriques et réglementaires liés à notre problématique. Par conséquent, la logique restrospective du bilan French Gaap est par construction bien différente d'une approche économique prospective de valorisation dans le cadre de la Directive Solvabilité 2. Néanmoins, les règles French Gaap ont encore toute leur importance dans le cadre de la gestion actif-passif. En effet en Assurance Vie, les règles de participation aux bénéfices sont basées sur un résultat financier et technique issu des règles French Gaap. Dès lors, ces règles ont un impact sur la valorisation du *Best Estimate*.

Par la suite, nous allons donc approfondir l'ensemble des notions issues de ces deux référentiels (en insistant sur la Directive Solvabilité 2 et le passage d'un référentiel à l'autre) en les présentant selon un point de vue davantage mathématique.

2.1 Probabilités *monde réel* & *risque neutre*

Probabilité *monde réel*

Comme son nom l'indique, l'univers *monde réel* permet de représenter l'état du monde tel qu'il est observable sur le marché ; les valeurs estimées des variables économiques (cours des actions, taux, etc.) reflètent donc les valeurs constatées dans la réalité. Ainsi dans cet univers, les rendements des actifs intègrent une prime de risque, représentative de leur caractère risqué.

Probabilité *risque neutre*

Contrairement à l'univers *monde réel*, l'univers *risque neutre* est un univers théorique dans lequel toutes les primes de risque sont nulles, c'est-à-dire que les actifs rapportent en moyenne le taux sans risque. En effet, sous l'univers *risque neutre*, la valeur actualisée du processus de prix est martingale. Ainsi, il est possible d'évaluer la valeur d'une variable à une date future, en considérant l'espérance des flux futurs actualisés. Finalement, cet univers est uniquement utilisé dans une logique de valorisation.

2.2 Le bilan French Gaap vs le bilan économique

En conséquence des notions présentées dans le chapitre précédent, nous pouvons désormais établir le bilan French Gaap mais également le bilan économique issu de la Directive Solvabilité 2 :

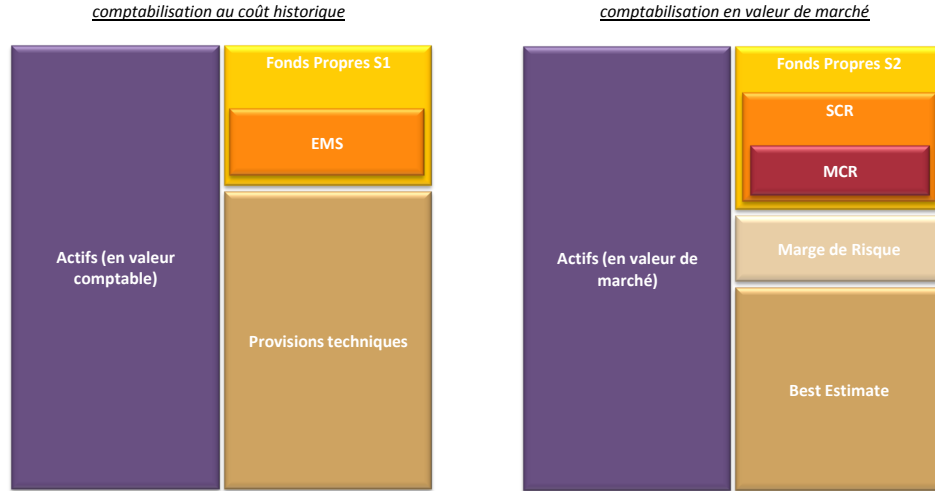


FIGURE 2.1 – Bilan Solvabilité 1 vs Solvabilité 2

Considérons le bilan Solvabilité 2 et notons :

- F_t la filtration contenant l'ensemble des informations disponibles à l'instant t ,
- Q la mesure *risque neutre*,
- P la mesure *monde réel*.

Nous rappelons que le *Best Estimate* représente la valeur actuelle probable de l'espérance des flux de trésorerie futurs des contrats d'assurance. Nous pouvons alors l'écrire de la façon suivante :

$$BE_t = E^Q \left[\sum_{u \geq t+1}^{t+H} \frac{\delta_u}{\delta_t} P_u \mid F_t^P \right] \quad (2.1)$$

Avec :

- P_u les flux de trésorerie à l'instant u ,
- δ_u le facteur d'actualisation à l'instant u ,
- H la dernière année d'évaluation des passifs.

De la même façon, les fonds propres économiques, qui représentent la valeur actuelle des richesses accumulées par la compagnie, peuvent être décomposés de la façon suivante :

$$FP_t = ANR_t + VIF_t \quad (2.2)$$

Avec :

- ANR_t l'actif net réévalué : il représente la richesse accumulée par la compagnie dans le *passé*. Plus précisément, il représente les capitaux propres de la compagnie d'assurance¹ majorée de la part des plus-values latentes revenant aux actionnaires.

1. La réserve de capitalisation est donc incluse.

- VIF_t la *Value In Force* : elle correspond à la valeur des marges futures générées par les contrats en portefeuille, soit :

$$VIF_t = E^Q \left[\sum_{u \geq t+1}^{t+H} \frac{\delta_u}{\delta_t} R_u \mid F_t^P \right] \quad (2.3)$$

Avec R_u les résultats de l'organisme d'assurance.

Plus précisément et dans le but de caractériser les fonds propres, nous pouvons également décomposer la VIF_t en fonction des éléments suivants :

$$VIF = PVFP - TVFOG - CRNHR - CoC \quad (2.4)$$

Avec :

- *PVFP Present Value of Future Profit* : elle représente la valeur actuelle de l'espérance des profits futurs générés par les contrats en stock (on considère donc qu'il n'y a pas de contrats vendus dans le futur),
- *TVFOG Time Value of Options and Guarantees* : elle mesure la valeur des options et garanties financières dans la valeur du portefeuille de l'assureur. Les principales options financières sont le coût du TMG et de la participation aux bénéfices,
- *CRNHR Cost of Residual Non Hedgeable Risk*. Ce terme se définit comme le coût dû aux risques non pris en compte via la TVFOG. C'est donc l'équivalent de la TVFOG mais pour les risques non couvrables.
- *CoC Cost of Capital*. Il représente le coût de l'immobilisation du capital requis.

Pour $t > 0$, les éléments présentés ci-dessus correspondent à des variables aléatoires. De plus, les fonds propres sous Solvabilité 2 peuvent se schématiser de la façon suivante :

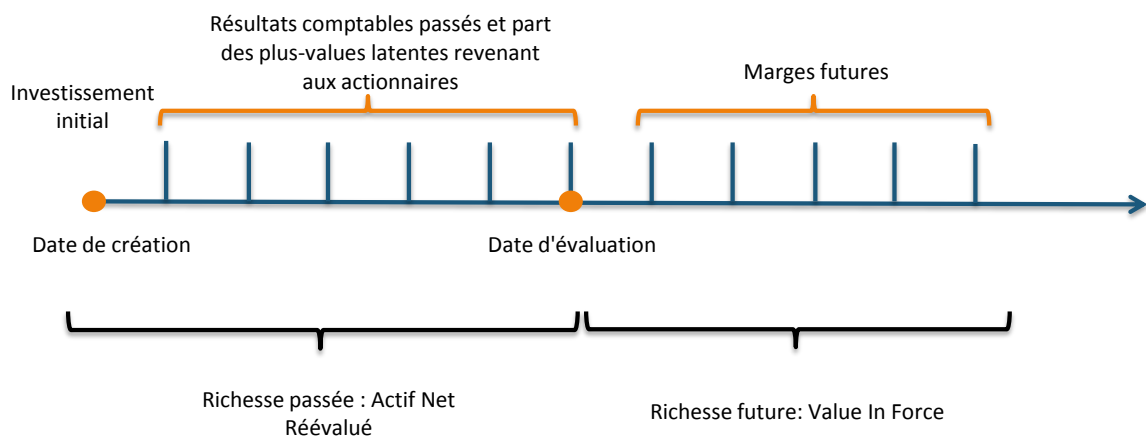


FIGURE 2.2 – Schéma des fonds propres

Par ailleurs, comme nous l'avons déjà indiqué au cours du premier chapitre, la réforme Solvabilité 2 doit permettre de mieux garantir la solvabilité des assureurs. De ce fait, les autorités de contrôle s'assurent régulièrement que les entreprises d'assurance ont un SCR

supérieur à leurs fonds propres. Mais comment déterminer cet indicateur introduit sous Solvabilité 2 ? Nous consacrerons la partie suivante à détailler le processus d'évaluation du capital économique.

2.3 Evaluation du capital économique

Le pilier 1 de Solvabilité 2 introduit les indicateurs du MCR² et du SCR³ pour estimer les besoins de solvabilité.

Le **SCR** représente avant tout une exigence de capital économique : c'est le capital requis ou imposé aux sociétés d'assurance pour garantir leur solvabilité. Dans Solvabilité 2, toutes les sociétés d'assurance devront donc posséder un montant de fonds propres au moins égal à leur SCR, afin de limiter le niveau de risque de ruine économique des sociétés d'assurance.

De plus, le SCR est un indicateur prenant en compte un large *ensemble de risques* auxquels sont exposées les sociétés d'assurance. Mais comment calculer ce capital cible nécessaire ?

La réforme Solvabilité 2 définit le SCR comme étant le niveau de fonds propres économiques dont doit disposer la compagnie pour faire face à une *ruine économique* à *horizon 1 an*, au *niveau 99,5%*. Cette définition permet de dégager 3 notions fondamentales pour l'évaluation de ce capital :

1. On parle « ruine économique » dès l'instant que la valeur des actifs est inférieure à la fair value des passifs.
2. L'horizon d'une année impose que l'entreprise sache évaluer la distribution des fonds propres économiques dans un an. Nous verrons dans le paragraphe (2.3) comment obtenir cette distribution, et dans le cas échéant, les alternatives qui s'offrent à nous.
3. Le seuil 99,5% représente le niveau de solvabilité requis. La probabilité de l'événement « ruine économique » est dans ce cas inférieure à 0,5%.

Plusieurs approches sont possibles pour effectuer ce calcul :

- Utiliser la **formule standard**. C'est une méthode de calcul du SCR simplifiée et identique pour toutes les compagnies d'assurance.
- Mettre en place un **modèle interne**, qui sera soumis à l'approbation des autorités de contrôle.
- Mettre en place un **modèle interne partiel**. Cette dernière solution correspond à l'utilisation conjointe de la formule standard pour le calcul de certains risques et d'un modèle interne pour le calcul des autres risques. Un tel système donne ainsi la possibilité aux assureurs de faire approuver la modélisation de certains risques tout

2. Minimum Capital Requirement

3. Solvency Capital Requirement

en poursuivant le développement d'un modèle intégral.

Dans le paragraphe suivant, nous allons développer ces deux premiers points, le dernier étant un mixte des deux.

2.3.1 Approche Formule Standard

La formule standard se base sur une structure de calcul reposant sur des principes et des hypothèses fixés par la Directive. L'évaluation du capital économique dans le cadre de la formule standard repose ainsi sur une *approche modulaire* dans le sens où un capital économique est calculé *par facteur de risque* en appliquant des chocs en $t = 0$. Ces capitaux sont ensuite agrégés à l'aide de matrices de corrélation. Cette approche suppose ainsi une corrélation linéaire entre les modules de risque.

Les facteurs de risque inhérents à l'activité d'une assurance sont identifiés par la cartographie suivante :

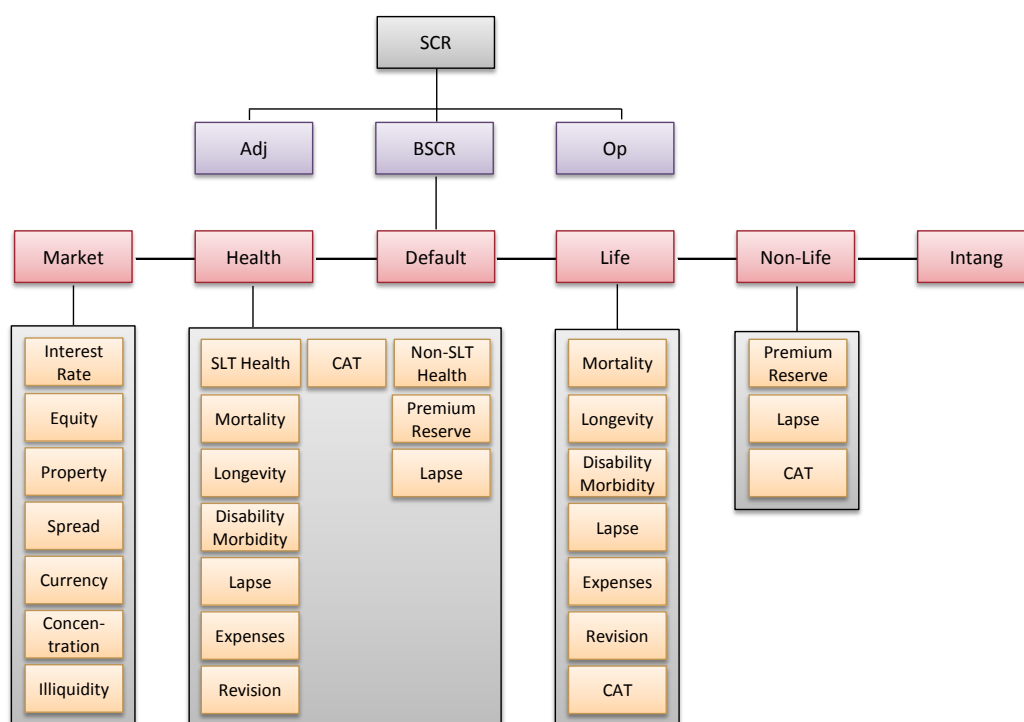


FIGURE 2.3 – Cartographie des risques

Notre problématique s'inscrit dans le cadre d'un contrat d'assurance vie et n'est donc pas concernée par le calcul du SCR Santé et Non-Vie, c'est pourquoi nous détaillerons uniquement par la suite les SCR suivants :

- Le **SCR market** fait référence aux risques de marché. Il se définit plus précisément comme un risque de perte ou de changement défavorable de la situation financière. L'exposition de ce risque se situe principalement à l'actif mais également au passif à travers l'impact des variations de taux d'intérêt sur le facteur d'actualisation. Par conséquent, le SCR marché permet de mesurer l'impact d'une variation des variables

financières, telle que le cours des actions ou de l'immobilier, les taux d'intérêt, etc.

- Le **SCR Life** représente le risque de souscription vie. Il se définit comme un risque de perte ou de changement défavorable de la valeur des engagements d'assurance vie. Il regroupe ainsi l'ensemble des risques lié à la tarification d'un contrat (risque de longévité, de rachat, etc.).
- Le **SCR Default** permet de prendre en compte le risque qu'une contrepartie n'honore pas ses engagements dans les conditions initialement prévues. Le SCR Défaut est donc défini comme le risque de perte lié à la défaillance inattendue ou à la détérioration de la qualité de crédit des contreparties, entraînant une incapacité à s'acquitter des obligations de paiement envers l'entreprise d'assurance créditrice.

Par ailleurs, l'évaluation du SCR selon la formule standard repose sur trois étapes fondamentales :

Etape 1 - Détermination du SCR pour chaque « risque élémentaire ».

Cette première étape concerne les modules tels que le SCR action, SCR rachat, etc. Le capital économique pour chacun de ces modules correspond alors à la différence en $t = 0$ entre la NAV centrale et la NAV choquée, soit :

$$SCR_i = NAV_{centrale}(0) - NAV_{choquée}^i(0) \quad (2.5)$$

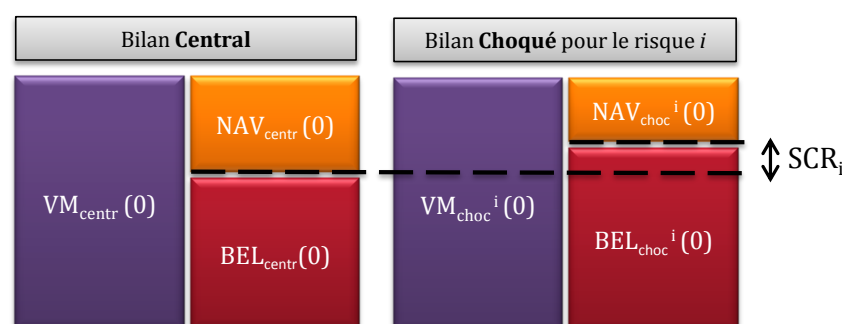


FIGURE 2.4 – Evaluation d'un module de SCR en Formule Standard

Les chocs effectués sur le bilan sont donc assimilés à des chocs instantanés. Dans le cadre du Pilier 1, ces chocs sont imposés par le législateur afin que le SCR global calculé par la formule standard assure une solvabilité à l'horizon d'un an avec un niveau de confiance de 99,5%.

Etape 2 - Agrégation des capitaux au sein de chaque module de risque : agrégation intra-modulaire.

Cette seconde étape concerne les modules tels que le SCR marché et le SCR vie. Ainsi, après avoir calculé le SCR par sous-module de risque comme spécifié à l'étape 1, il est nécessaire de réaliser l'agrégation intra-modulaire, i.e. d'agréger l'ensemble des SCR par sous-module de risque dans le but d'obtenir un SCR par module de risque, ce qui revient

à évaluer :

$$SCR_{module} = \sqrt{\sum_{(i,j) \in SM^2} Corr_{i,j}^{SM} . SCR_i . SCR_j} \quad (2.6)$$

Avec :

- SCR_i le SCR du sous-module de risque i ,
- $Corr_{i,j}^{SM}$ le coefficient de corrélation entre les sous-modules de risque i et j .

Si nous prenons l'exemple du risque de marché avec le SCR market, les coefficients de corrélation permettant d'agréger les sous-modules sont issus de la matrice suivante :

SCR Market	Interest	Equity	Property	Spread	Currency	Concentration
Interest	1	0,5	0,5	0,5	0,25	0
Equity	0,5	1	0,75	0,75	0,25	0
Property	0,5	0,75	1	0,5	0,25	0
Spread	0,5	0,75	0,5	1	0,25	0
Currency	0,25	0,25	0,25	0,25	1	0
Concentration	0	0	0	0	0	1

Etape 3 - Agrégation des capitaux des différents modules : agrégation *inter-modulaire*.

Enfin, la dernière étape consiste à agréger les SCR par module de risque, permettant d'obtenir le *BSCR*. Le *Basic Solvency Capital Requirement* ou *BSCR* correspond au SCR de base, i.e. au capital requis avant tout ajustement. En faisant référence à la cartographie de risques présentée à la figure 2.3, le BSCR est constitué de 6 modules de risques, dont 3 nous concernant.

Pour le calculer, on s'appuie sur une forme similaire au SCR par module de risque, soit :

$$BSCR = \sqrt{\sum_{(i,j) \in M^2} Corr_{i,j}^M . SCR_i . SCR_j} \quad (2.7)$$

Avec :

- SCR_i le SCR du module de risque i ,
- $Corr_{i,j}^M$ le coefficient de corrélation entre les modules de risque i et j issu de la matrice de corrélation suivante :

$Corr_{(i,j)}$	SCR_{market}	$SCR_{default}$	SCR_{life}
SCR_{market}	1	0,25	0,25
$SCR_{default}$	0,25	1	0,25
SCR_{life}	0,25	0,25	1

Enfin, on peut calculer le capital économique global pour la société d'assurance, soit :

$$SCR = BSCR + SCR_{\text{opérationnel}} - Ajustements \quad (2.8)$$

Avec :

- le $SCR_{\text{opérationnel}}$ représente le chargement en capital au titre du risque opérationnel (défaillance du processus interne, du personnel ou des systèmes d'information),
- les *Ajustements* permettent de tenir compte des pertes futures compensées par la réduction des impôts différés à payer et par la réduction de la participation aux bénéfices future à distribuer aux assurés.

Finalement, la formule standard est un moyen simplifié proposé par Solvabilité 2 pour l'évaluation du SCR. En effet, elle correspond à une méthodologie simplifiée et « standardisée » basée sur un profil de risque moyen, permettant d'approcher l'exposition réelle de la société d'assurance. Elle présente donc l'inconvénient d'être appliquée de manière identique quelle que soit la société d'assurance. L'utilisation d'un modèle interne (partiel ou global) permet une évaluation différente du SCR et parfois moindre que celle de la formule standard. Mais la mise en place d'un modèle interne est complexe et nécessite l'approbation de l'autorité de contrôle. Dans la partie suivante, nous allons donc expliciter la démarche employée pour l'évaluation du capital économique dans le cadre du modèle interne.

2.3.2 Approche Modèle Interne

A la différence de la formule standard, un modèle interne est spécifique à chaque compagnie d'assurance. En effet, il permet de tenir compte du profil de risque de la compagnie d'assurance, le SCR étant évalué au plus juste des risques encourus par la compagnie. De ce fait, il est plus complexe à mettre en oeuvre mais permet de répondre aux exigences réglementaires tout en servant le contrôle des risques et l'aide à la décision technique et financière.

Ainsi, la mise en place d'un modèle interne repose sur la détermination de la distribution des fonds propres économiques en $t = 1$. Pour cela, les étapes suivantes sont nécessaires :

Etape 1 : Projection des facteurs de risque entre $t = 0$ et $t = 1$.

Lors de cette première étape, les facteurs de risque (actions, courbe des taux, rachats, etc.) sont projetés conjointement à horizon 1 an, dans une vision *monde réel*. Cette projection permet de représenter un ensemble de situations économiques possibles dans un an.

Par ailleurs, contrairement à la formule standard, l'agrégation des risques est intégrée au sein du modèle de projection. De plus, les chocs ne sont plus effectués de manière instantanée à $t = 0$ mais sur la première année, entre $t = 0$ et $t = 1$.

Finalement, ces premières projections, effectuées en univers *monde réel*, sont logiquement appelées **simulations primaires**.

Etape 2 : Obtention de la distribution des fonds propres à $t = 1$.

Suite au conditionnement en *monde réel* entre $t = 0$ et $t = 1$ permettant d'obtenir différentes situations économiques à horizon 1 an, il reste à estimer les valeurs du bilan (Best Estimate et NAV par exemple). Pour cela, les variables du bilan sont calculées en univers *risque neutre*, tout en tenant compte pour chaque simulation, des nouvelles conditions de marché obtenues à $t = 1$. Ces secondes projections, effectuées en univers *risque neutre*, sont logiquement appelées **simulations secondaires**.

Finalement, pour chaque simulation primaire, on obtient un bilan économique, ce qui nous permet d'obtenir une distribution des fonds propres en $t = 1$.

Etape 3 : Calcul du capital économique

A l'aide de la distribution du bilan obtenue à l'étape précédente, on peut en déduire la *Value At Risk* à 0,5 % de la distribution des fonds propres à horizon 1 an. On en déduit alors le capital économique global de l'entreprise d'assurance :

$$SCR = FP(0) - P(0, 1) \cdot VaR_{0,5\%}(FP(1)) \quad (2.9)$$

Avec $P(0, 1)$ la valeur actuelle d'une obligation zéro coupon de maturité 1 an.

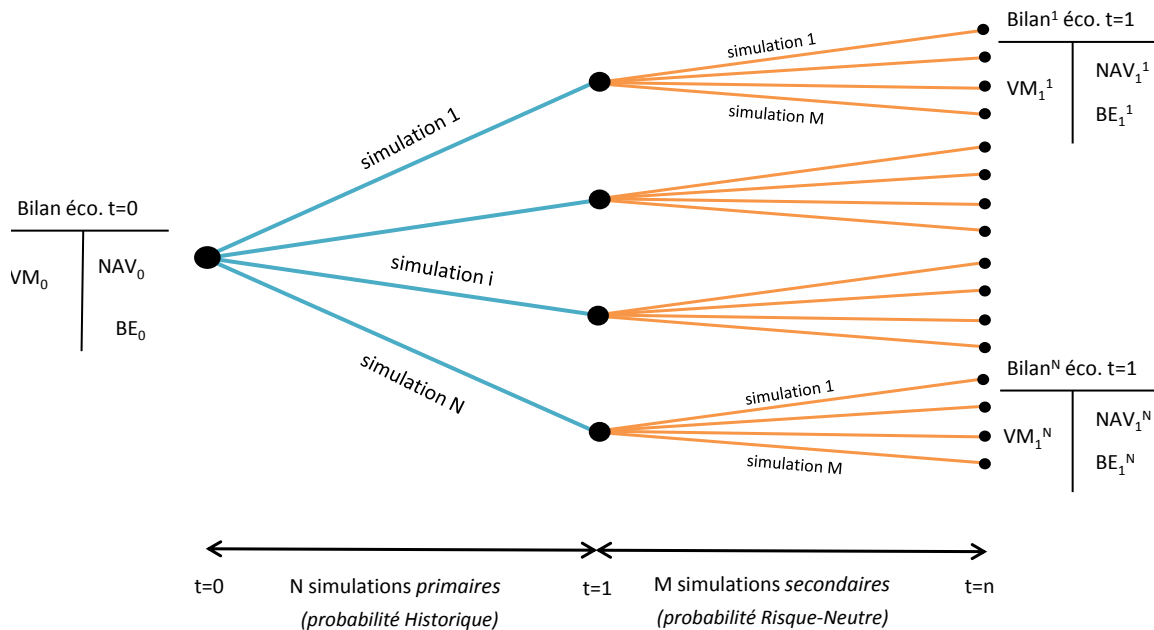


FIGURE 2.5 – Simulations dans les Simulations

Cette méthode, appelée **simulations dans les simulations**, permet de mettre en place un modèle interne au sein d'une compagnie d'assurance, et ainsi d'estimer précisément le capital économique nécessaire pour couvrir les risques réels supportés par la compagnie d'assurance. Néanmoins, cette méthode est fortement chronophage, puisqu'elle demande $N \times M$ simulations.

De plus, il est important de spécifier que ce problème est décuplé dans le pilier 2, puisque l'horizon de projection n'est plus simplement 1 an mais l'ensemble de la durée du plan stratégique. Dans un premier temps, les facteurs de risque doivent être projetés sur toute la durée du plan stratégique, puis dans un deuxième temps, les valeurs du bilan doivent être calculées à chacune de ces dates. Pour contourner ce problème, différentes méthodes de type « proxy » permettent de réduire les temps de calcul.

2.4 Présentation des méthodes d'approximation

Pour pallier ce problème de temps calcul posé par l'approche des « simulations dans les simulations »⁴, plusieurs techniques ont été développées. Pour l'ensemble de ces méthodes, l'objectif est de s'affranchir du cumul des simulations primaires et des simulations secondaires en effectuant des proxys des passifs de l'entreprise. De plus, pour calibrer les proxys, le nombre de simulations à effectuer est réduit comparé aux SdS qui nécessitent $N \times M$ simulations.

Avant de poursuivre par la présentation de la méthode détaillée dans ce mémoire, il est alors intéressant de présenter rapidement un panorama non exhaustif de ces techniques d'approximation.

2.4.1 Least Square Monte Carlo

La méthode *Least Square Monte Carlo*⁵ consiste à synthétiser la distribution des fonds propres à partir d'une combinaison de facteurs de risque intervenant dans la projection (les autres facteurs de risque sont neutralisés). Ainsi par cette technique d'approximation, on exprime l'aléa contenu dans la distribution des fonds propres par un nombre fixé de facteurs de risque. La méthode *Least Square Monte Carlo* nécessite donc de prêter attention au choix des facteurs de risque mais aussi au calibrage de la forme paramétrique en $t = 1$. La démarche à suivre est donc la suivante :

Etape 1 : Identifier les facteurs de risque inhérents à l'activité d'un organisme d'assurance (ex. : indice action, indice immobilier, courbe des taux, mortalité, rachat, etc.).

Etape 2 : Lancer N simulations *monde réel* $\times$ 1 simulation *risque neutre* et déterminer les fonds propres associés. Dans le cadre du LSMC, la réduction du nombre de simulations s'effectue donc au niveau des simulations secondaires. En effet, le LSMC repose sur la redondance d'information obtenue par les simulations secondaires effectuées à partir de simulations primaires proches. La mutualisation des simulations secondaires au sein d'un même voisinage permet donc de justifier le recours à une unique simulation secondaire.

Etape 3 : Réalisation de la régression de la distribution des fonds propres en $t = 1$ en fonction de la base des facteurs de risque.

Etape 4 : Mesure de l'erreur obtenue et validation de la fonction choisie.

Etape 5 : Calcul du capital économique requis à partir de la forme paramétrique mise en place et du quantile à 99.5%.

4. La méthode des « Simulations dans les Simulations » sera noté SdS par la suite.

5. Le *Least Square Monte Carlo* sera noté LSMC par la suite.

2.4.2 Curve Fitting

La méthode Curve Fitting consiste également à exprimer la distribution des fonds propres en $t = 1$ en fonction d'une combinaison de facteurs de risque. La différence avec le LSMC réside dans la démarche employée :

Etape 1 : Cette première étape est similaire à la méthode LSMC. En effet, il s'agit d'effectuer une sélection des facteurs de risque liés à l'activité d'une d'assurance.

Etape 2 : Contrairement au LSMC, on sélectionne dans un premier temps, un nombre réduit de simulations primaires extrêmes. Puis conditionnellement aux conditions de marché obtenues, on effectue M simulations secondaires. Ainsi dans le cadre du Curve Fitting, la réduction du nombre de simulations s'effectue au niveau des simulations primaires, ce qui est différent du LSMC.

Etape 3 : Réalisation de la régression de la distribution des fonds propres en $t = 1$ en fonction de la base des facteurs de risque.

Etape 4 : Mesure de l'erreur obtenue et validation de la fonction choisie.

Etape 5 : Calcul du capital économique requis à partir de la forme paramétrique mise en place et du quantile à 99.5%.

Finalement, les deux méthodes présentées ci-dessus présentent l'avantage d'exprimer la distribution des fonds propres sous une forme paramétrique, ce qui est facilement exploitable, et permet d'accélérer le calcul de la distribution des fonds propres. Néanmoins, dans le cas où il y a un grand nombre de facteurs de risque, le nombre de simulations à effectuer reste élevé.

2.5 Présentation de l'approche adoptée dans ce mémoire

2.5.1 Généralités

L'approche développée dans le cadre de ce mémoire s'appuie sur la *formule standard* pour répondre aux exigences du Pilier 2 dans le cadre d'un contrat d'épargne individuelle libellé en euros. Par ailleurs, il est également important de rappeler que l'objectif de l'ORSA est de mettre en place un système de gestion des risques propre à la compagnie.

Pour répondre à ces exigences, nous allons mettre en œuvre un outil permettant d'estimer les fonds propres économiques à partir d'un ensemble de facteurs de risque que nous allons supposer valide à tous pas de temps sur l'horizon de projection du plan. Pour cela, nous avons choisi de conserver l'approche modulaire tout en s'inspirant des méthodes d'approximation utilisées dans le cadre du modèle interne. L'objectif de notre méthode va donc être de concilier la mise en place d'une forme paramétrique permettant de synthétiser les fonds propres économiques sous forme de facteurs de risque tout en conservant l'approche *formule standard*. Ainsi, dans le sens où nous cherchons à mettre en place une forme paramétrique, nous nous rapprochons des méthodes de type *Curve Fitting* ou *LSMC*. Néanmoins, nous restons bien dans une logique *formule standard* dans la mesure où nous nous appuyons uniquement sur des chocs instantanés pour calibrer la fonction des fonds propres économiques à partir de facteurs de risque (et non sur une distribution

de fonds propres issue d'une déformation des conditions de marché entre deux pas de temps). L'intérêt de cet outil réside dans le fait qu'il permettra d'évaluer les fonds propres économiques de façon plus rapide que le logiciel ALM normalement utilisé pour évaluer les fonds propres économiques d'une société d'assurance vie.

Afin de mettre en place cet outil d'estimation des fonds propres économiques permettant de s'affranchir de l'utilisation du logiciel ALM, il va dans un premier temps, être nécessaire de récupérer un ensemble de données permettant de calibrer une fonction des fonds propres à partir d'un ensemble de paramètres. Ainsi, dans le but de récupérer autant de vecteurs de fonds propres que de vecteurs de facteurs de risque, nous allons appliquer des chocs à $t = 0$ sur chaque facteur de risque au sein de ce logiciel ALM, ce qui va avoir un impact sur la valorisation du best estimate après projections *risque neutre*, et donc sur les fonds propres économiques. Contrairement au Pilier 1, les chocs ne sont pas imposés et nous fixerons un certain nombre de chocs à appliquer pour chaque facteur de risque. La figure (2.6) permet de présenter la démarche que nous allons mettre en œuvre pour chaque facteur de risque afin d'en déduire les différentes sensibilités.

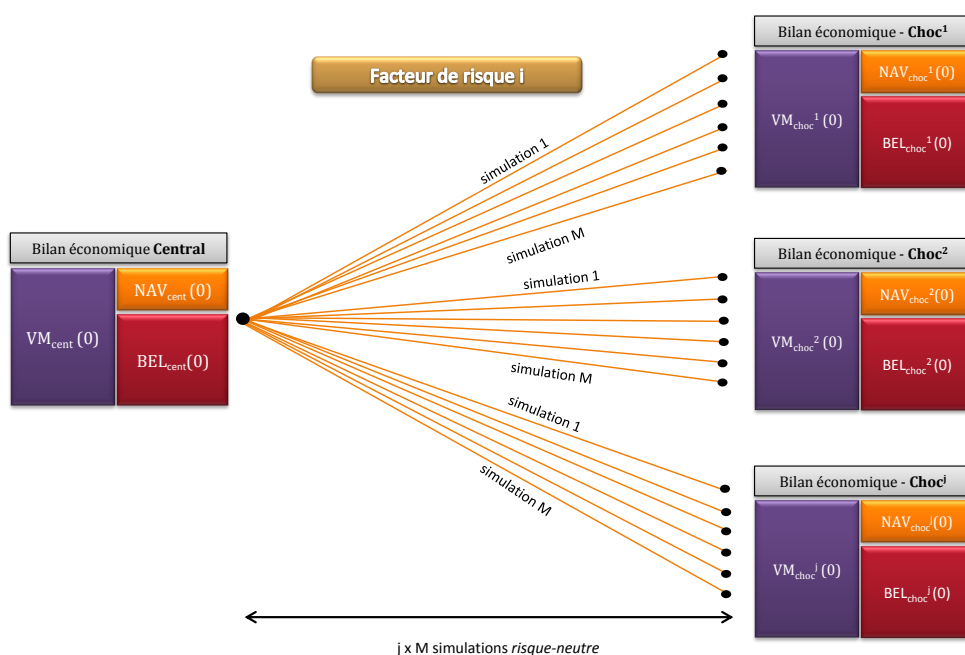


FIGURE 2.6 – Architecture générale de la méthode développée au sein de ce mémoire.

Sur la figure ci-dessus, il est important de préciser que le bilan économique central est également évalué à partir de projections *risque neutre*. Néanmoins, aucun choc n'a été appliqué sur les paramètres initiaux contrairement aux autres bilans, c'est pourquoi nous avons préféré le différencier. Finalement, nous allons nous appuyer sur l'ensemble de ces projections pour calibrer notre fonction exprimant les fonds propres économiques à partir d'un ensemble de facteurs de risque.

Par ailleurs, l'ORSA intègre une logique pluriannuelle. Il faut donc évaluer le bilan économique à chaque pas de temps, et ce pendant toute la durée du plan stratégique. Dans une logique de stochastique dans le stochastique, nous pourrions nous appuyer systéma-

tiquement sur le logiciel ALM afin de réaliser la projection de simulations primaires et secondaires ; néanmoins, la combinaison de trajectoires *monde réel* et *risque neutre* serait lourde en temps de calcul. De ce fait, la forme paramétrique implémentée précédemment va nous permettre d'estimer l'évolution des fonds propres à chaque pas de temps, tout en présentant l'avantage d'éliminer les projections *risque neutre*. Finalement dans le cadre de l'ORSA, cette formule fermée sera utilisée à chaque pas de temps et pour chaque trajectoire *monde réel*.

La figure (2.7) permet d'appréhender cette démarche ; par souci de clarté nous l'avons uniquement développée pour un pas de temps et une trajectoire déterministe, mais la démarche est la même pour les autres pas de temps et les autres simulations en *monde réel*.

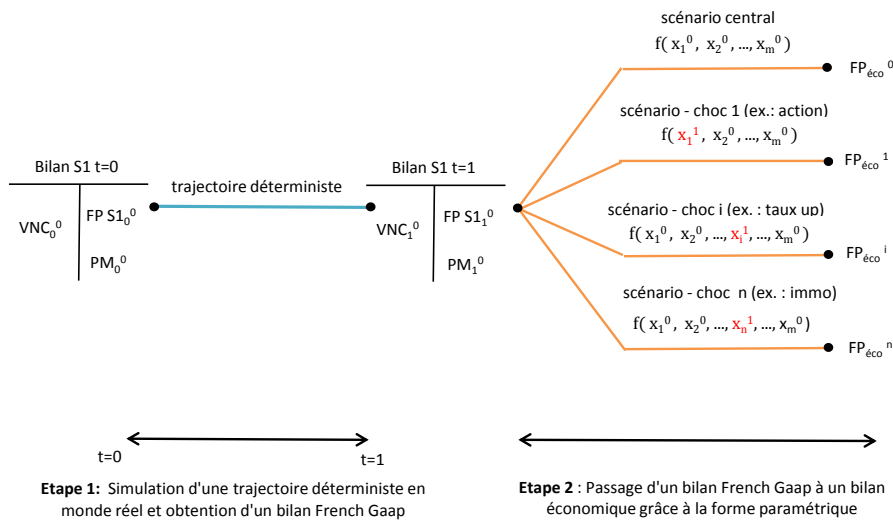


FIGURE 2.7 – Application de la fonction des $FP_{éco}$ dans le cadre de l'ORSA.

2.5.2 Les étapes de la mise en oeuvre

La méthode que nous avons mise en place se présente de la façon suivante :

1. Sélection a priori d'un ensemble de facteurs de risque.

Les facteurs de risque permettent de synthétiser l'aléa relatif à chaque risque intervenant lors de la projection, que ce soit en univers *monde réel* ou *risque neutre*. Pour la plupart des facteurs de risque, nous les avons sélectionnés en fonction de la cartographie des risques de Solvabilité 2 (spread, action, rachat, etc.). Nous testons également d'autres facteurs faisant partie intégrante de la situation initiale et/ou pouvant avoir un impact sur les projections stochastiques (niveau de provisions pour participation aux bénéfices, niveau de la réserve de capitalisation, volatilité des indices actions, etc.). Nous avons sélectionné au total 14 facteurs de risque ; l'ensemble de ces facteurs sera présenté dans le chapitre suivant.

2. Détermination d'un intervalle de validité pour chaque facteur de risque.

A cette étape, nous récupérons dans un premier temps l'historique de chaque facteur de risque. Ceci nous permet d'observer l'amplitude des valeurs prises par chaque facteur dans le passé et donc de fixer un *intervalle de chocs* pour chaque facteur de risque. Néanmoins, il est important de préciser que cette fonctionnelle sera utilisée suite à des projections *monde réel*, il serait donc pertinent d'observer dans un second temps les valeurs prises par chaque facteur dans ces projections *monde réel*. La combinaison de ces deux observations nous permettra alors d'obtenir l'intervalle de chocs propre à chaque facteur de risque.

De ce fait, nous ne nous limitons plus à l'unique « choc QIS » imposé pour chaque facteur de risque, mais nous allons effectuer un ensemble de chocs par facteur de risque compte tenu de l'historique et des projections observés. Cet ensemble de chocs nous donnera alors le niveau de sensibilité des fonds propres par facteur de risque.

3. Détermination des chocs par facteur de risque.

Pour cela, nous nous appuyons sur l'intervalle fixé précédemment. Compte tenu des temps de calcul importants requis par le logiciel ALM pour établir les fonds propres économiques pour chaque scénario, nous nous sommes limités tout d'abord à 6 chocs par facteur de risque. De ce fait, pour calibrer chaque fonction par facteur de risque, nous aurons à notre disposition 7 points, correspondant aux six scénarios choqués complété du scénario central. Par la suite, nous avons étendu à 8 le nombre de chocs à effectuer pour certains facteurs de risque. Ce choix sera expliqué dans le chapitre suivant.

Par ailleurs pour déterminer précisément la valeur des chocs à appliquer, nous avons choisi de diviser de façon régulière chaque intervalle par le nombre de chocs fixé.

4. Récupération des données pour l'ensemble des chocs pris de manière solo.

A ce stade, il est nécessaire de récupérer l'ensemble des données nécessaires au calibrage de notre outil. Pour cela, nous paramétrons le logiciel ALM à partir de l'ensemble des chocs instantanés que nous avons fixés auparavant. Ainsi, nous réalisons autant de scénarios que de chocs par facteur de risque, ce qui revient à réaliser $6 \times 8 + 8 \times 6 = 96$ scénarios différents et nous permet ainsi d'obtenir un ensemble de vecteurs de fonds propres économiques associés aux vecteurs des facteurs de risque. De plus, pour chaque scénario, le nombre de trajectoires stochastiques est fixé à 10000.

Nous insistons sur le fait que ces chocs sont bien réalisés de façon individuelle au sein du logiciel ALM et non de façon simultanée. En effet, si nous considérons par exemple le choc i du facteur action, alors les autres paramètres (taux, immobilier, etc.) sont neutralisés, i.e. identiques à ceux de la situation centrale.

5. Sélection des facteurs de risque croisés.

Désormais, il est nécessaire de connaître l'impact sur les fonds propres de facteurs de risque combinés. Nous rappelons que les différents chocs effectués sur le bilan sont assimilables à du *monde réel* et représentent donc différents états économiques possibles. De ce fait, il est tout à fait probable qu'une baisse de taux se produise en même temps qu'une hausse des spread. Dans ce cas, comment se comportent les fonds propres ? Est-il suffisant

de les considérer comme la somme de facteurs de risque pris séparément ? Nous avons donc choisi d'ajuster notre fonction afin de tenir compte de l'impact de facteurs de risque choqués simultanément.

Il est donc indispensable de réaliser ces chocs combinés pour deux facteurs de risque pris ensemble, puis trois, quatre, etc. Néanmoins, cela suppose un temps de calcul important, le nombre de chocs à valoriser croissant exponentiellement avec le nombre de dimensions à croiser. Il nous faut donc faire des choix a priori sur les facteurs de risque à croiser et réduire leur nombre de manière à ne prendre que les dimensions les plus significatives en termes d'impact. Ces hypothèses seront présentées dans la partie suivante.

6. Estimation de la forme paramétrique.

A cette étape, nous avons désormais à notre disposition un ensemble de valeurs de sensibilités des fonds propres économiques par facteur de risque, ainsi que celles faisant référence aux chocs croisés. En considérant une hypothèse de stabilité dans le temps ainsi qu'une hypothèse de corrélation linéaire entre les modules de risque, il nous reste à exprimer les fonds propres sous la forme suivante :

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = f_0 + \underbrace{\sum_{i=1}^n (f_i(x_i) - f_0)}_{\text{EFFETS SIMPLES}} + \underbrace{(g(x_1, x_2, \dots, x_n) - f_0)}_{\text{EFFETS CROISÉS}} \quad (2.10)$$

Avec :

- x_i , $i = 1 \dots n$, les facteurs de risques prédéterminés (actions, taux, etc.),
- f les fonds propres économiques en fonction de n facteurs de risque,
- f_0 les fonds propres économiques dans la situation centrale,
- f_i , $i = 1 \dots n$, les fonds propres économiques en fonction du facteur de risque x_i (les autres facteurs de risque sont alors neutralisés),
- g , les fonds propres économiques en fonction des facteurs croisés.

Afin de déterminer $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$, il nous faut donc calibrer les fonctions f_i pour chaque facteur de risque ainsi que la fonction g ; sachant que nous avons à notre disposition 14 facteurs de risque, nous aurons à mettre en place 15 fonctions, chacune étant calibrée à partir des sensibilités effectuées précédemment au sein du logiciel ALM. La question de la forme pour chacune de ces fonctions se pose alors. Deux choix s'offrent alors à nous :

- Nous pouvons tester plusieurs formes par régression, telles qu'une fonction polynomiale ou exponentielle. Le critère R^2 nous permettrait notamment de fixer cette forme. Néanmoins, cette démarche devra être réalisée pour les 15 fonctions, ce qui demande un certain temps, sans généralisation possible.
- Nous pouvons également mettre en place une forme préconçue : les splines. Cette méthode présente l'avantage de ne pas avoir à choisir de forme a priori pour chaque fonction, et ainsi appliquer une méthode uniforme à chaque fonction f_i ainsi que la fonction g . Cette méthode suppose alors de n'avoir aucun point aberrant. Nous verrons par la suite ce que nous avons mis en œuvre pour s'assurer qu'il n'y ait aucun point aberrant. Il suffit ensuite de mettre en place un programme permettant de calibrer et interpoler les splines à partir des sensibilités effectuées (qui seront nos données), puis de l'utiliser pour nos 15 fonctions.

En définitive, les splines nous permettent d'associer efficacité de calibrage et souplesse d'utilisation, c'est pourquoi notre choix s'est porté vers leur implémentation.

Finalement, nous allons implémenter un outil permettant d'estimer les fonds propres économiques à partir d'un ensemble de facteurs de risque supposés corrélés linéairement. Cet outil va alors s'appuyer sur la fonction (2.10) décrite ci-dessus, ce qui permettra alors de s'affranchir de l'utilisation du logiciel ALM pour estimer les fonds propres économiques d'une société d'assurance à chaque pas de temps, et donc de gagner en temps de calcul. Comme nous venons de le spécifier, nous allons dans un premier temps nous appuyer sur le logiciel ALM pour récupérer l'ensemble des données nécessaires au calibrage de la fonction f , puis nous utiliserons la méthode des splines pour calibrer cette fonction. Néanmoins, il est essentiel de préciser que cette forme est calibrée à partir de chocs instantanés à un instant donné alors qu'elle sera utilisée à différents horizons dans le cadre de l'ORSA. Le tableau (2.8) permet de présenter les principales différences dans la mise en place et l'utilisation de la forme paramétrique entre le *Curve Fitting* et la méthode développée ici.

	Curve Fitting	Méthode développée ici
Mise en place forme paramétrique	base de n facteurs de risque fixée a priori.	base de n facteurs de risque fixée a priori.
	Obtention de N valeurs de fonds propres économiques formant une distribution issue d'une déformation des conditions de marché entre deux pas de temps.	Obtention de $(n+1)$ vecteurs de fonds propres économiques en fonction des $(n+1)$ vecteurs de chocs instantanés réalisés sur les n facteurs pris indépendamment puis simultanément.
	Régression de la distribution des fonds propres à partir de la base des facteurs de risque, puis sélection des facteurs significatifs (seuls et croisés) à partir d'un critère fixé (ex. : R^2).	Calibrage de $(n+1)$ splines à partir des sensibilités obtenues précédemment sur les n facteurs de risque pris individuellement puis simultanément.
ORSA	approche <i>modèle interne</i> pour l'évaluation du SCR, puis du ratio de couverture.	approche par sensibilités du type <i>formule standard</i> pour l'évaluation du SCR, puis du ratio de couverture.
Inconvénients	hypothèse de stabilité dans le temps	hypothèse forte de stabilité dans le temps des résultats obtenus
	Demande un nombre de simulations important si le nombre de facteurs de risque sélectionnés est grand. En effet, nécessité de déterminer la VaR à 99,5% requérant une grande précision dans les distributions obtenues.	Demande un nombre de simulations important si le nombre de facteurs de risque sélectionnés est grand. En particulier, approche forcément réductrice dans la captation des effets croisés.

FIGURE 2.8 – Comparaison des méthodes envisagées dans le cadre de l'ORSA.

La partie suivante sera alors consacrée à la présentation du modèle ALM utilisé pour réaliser les projections qu'elles soient en univers *risque neutre* ou *monde réel* et donc récupérer l'ensemble des données nécessaires au calibrage de la fonction des fonds propres.

Chapitre 3

Description des outils de projection

3.1 Les spécificités d'un contrat d'épargne en assurance vie

Dans ce mémoire, nous avons choisi de nous consacrer à l'étude d'un produit d'épargne individuel. Plus précisément, cette problématique concerne uniquement les contrats monosupport en euros, c'est-à-dire les contrats ne comportant qu'un seul support d'investissement, appelé « Fonds en Euros ».

La principale spécificité d'un contrat d'assurance vie réside dans le fait qu'il est souvent assorti de diverses options et garanties financières, ces options étant des droits conférés aux assurés. Les options et garanties les plus communes sont :

- le **taux minimum garanti** (TMG) : cette option permet de garantir à l'assuré un taux de revalorisation minimale de l'épargne (i.e. des provisions mathématiques). De plus, il peut être fixé à la souscription pour toute la durée du contrat ou pour une durée limitée et est stipulé dans les conditions générales du contrat.
- le **rachat** : cette option donne le droit à l'assuré de récupérer tout ou partie de son épargne à tout moment,
- la **participation aux bénéfices** : comme nous l'avons déjà cité dans le premier chapitre, l'assureur se doit de reverser aux assurés une part importante de ses résultats techniques et financiers, et cela dans un délai maximal de 8 ans.

De ce fait, ces options et garanties financières représentent un coût pour l'assureur. En effet, chacune de ces options et garanties induit une différence entre les risques respectivement portés par l'assureur et par l'assuré et ce en défaveur de l'assureur.

Ainsi dans le cadre du TMG, le risque encouru par l'assureur est lié à la dissymétrie du partage des produits financiers entre l'assureur et l'assuré selon les scénarios : la totalité des pertes liées au service du TMG est supportée par l'assureur alors que les gains sont en grande partie reversés aux assurés par le biais de la participation aux bénéfices.

Dans le cadre de l'option de rachat, le risque principal qui pèse sur l'assureur survient lorsque les taux ont monté et que l'assureur n'a pas servi un taux de participation aux bénéfices suffisant en comparaison des taux offerts par ailleurs sur le marché. Les assurés sont alors incités à exercer le droit dont ils disposent de racheter leur contrat. De façon

à payer ces rachats, l'assureur va alors être obligé de réaliser des ventes d'obligations qui, en cas de hausse des taux, risquent de se traduire par la réalisation de moins-values obligataires. Pour modéliser ce comportement opportuniste des assurés, l'approche généralement adoptée consiste à décomposer le comportement de rachat des assurés en deux parties :

- le **rachat structurel**, qui est dû au fait que les assurés aient un besoin de liquidité.
- le **rachat conjoncturel**, qui est induit par le comportement des assurés en réaction à l'écart constaté entre le taux servi par l'assureur et les taux offerts sur le marché. En effet, lorsque le taux servi est inférieur au taux attendu, l'assuré va avoir tendance à racheter son contrat pour le remplacer dans des conditions plus favorables.

Finalement dans un contrat d'assurance vie, il existe un lien étroit entre la performance financière constatée à l'actif, la revalorisation des contrats par le biais de la participation aux bénéfices et le comportement de rachat des assurés. Ainsi dans le but de valoriser le passif d'un assureur de façon économique (à travers les projections *risque neutre*), la prise en compte des interactions actif-passif est indispensable.

3.2 Intérêt d'un modèle ALM

Un modèle ALM¹ est un outil de gestion actif-passif permettant d'intégrer non seulement l'actif et le passif de l'assureur mais également les interactions existantes entre actif et passif. Ainsi, à partir de l'ensemble de ces informations, le modèle ALM va projeter, sur un horizon de temps fixé et dans un univers de probabilité donné, l'ensemble des flux de l'assureur, comme les produits financiers et les prestations versées aux assurés, tout en tenant compte des interactions entre actif et passif. La projection de ces flux permet d'en déduire en définitive l'ensemble des résultats futurs de l'assureur.

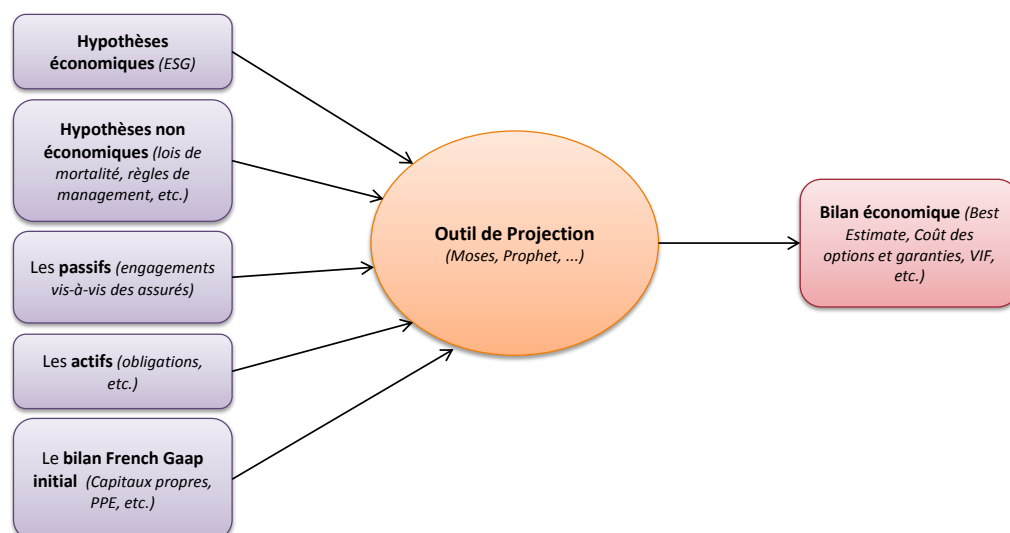


FIGURE 3.1 – Structure générale d'un outil ALM.

1. ALM : Asset & Liability Management.

Comme nous l'avons vu dans les chapitres précédents, la réforme en cours Solvabilité 2 requiert l'évaluation de variables économiques telles que le best estimate, ce qui nécessite la projection des flux de l'assureur en univers *risque neutre* à moyen ou long terme tout en tenant compte des interactions actif-passif. Par conséquent, les entreprises d'assurance concernées par ces interactions n'ont d'autres choix que de se munir d'un logiciel ALM pour répondre aux exigences de la nouvelle Directive européenne. Nous allons consacrer cette partie à la description de l'outil ALM utilisé dans le cadre de ce mémoire au travers des hypothèses nécessaires pour réaliser les projections.

3.3 Le modèle ALM utilisé

Le modèle ALM utilisé a pour vocation de projeter l'ensemble des flux de la société ou des contrats modélisés afin d'en évaluer le *Best Estimate* de ses engagements et donc d'en déduire un bilan économique.

Dans le but de réaliser la projection des flux futurs, le modèle nous permet d'opter pour deux types de projection :

- une approche **déterministe** : elle correspond à la projection sur un horizon fixé d'une unique trajectoire,
- une approche **stochastique** : elle correspond à la projection de n trajectoires dans un univers de probabilité donné.

De plus, le modèle peut à la fois être utilisé dans une approche *modèle interne* (combinaison de simulations *monde réel* et *risque neutre*) ou *formule standard* (simulations *risque neutre* uniquement). Dans notre cadre, le modèle a été utilisé dans le but de répondre aux exigences de Pilier 1 selon l'approche *formule standard*. Ainsi, si nous souhaitons déterminer l'impact d'un choc « action » sur les fonds propres, il nous suffit de paramétrer dans un premier temps ce choc dans une table de paramètres puis de lancer la projection (i.e. l'ensemble des trajectoires *risque neutre*) pour finalement en déduire un bilan économique choqué.

Par ailleurs, pour modéliser un bilan économique, le modèle ALM s'appuie sur de nombreuses hypothèses et paramètres fixés initialement et exprimés sous forme de tables. Ces hypothèses permettent notamment de renseigner :

- la situation **économique** : taux, indice action, etc. C'est à cette étape qu'on fixe l'univers de probabilité,
- les informations **non économiques** liées au comportement de l'assureur et de l'assuré (participation aux bénéfices, lois de rachats, lois de mortalité, règles de management, etc.),
- les informations liées au **bilan French Gaap** (Capitaux propres, réserve de capitalisation, PPE, etc.),
- les informations sur les **passifs** : contrats en stock et produits d'assurance principalement,
- les informations sur les **actifs** : stratégie d'allocation et portefeuille d'actifs (obligations, actions, etc.).

Dans les paragraphes suivants, nous nous attacherons à expliciter les hypothèses essentielles au fonctionnement du modèle ALM.

3.4 Les hypothèses de projection

3.4.1 Le passif

La société modélisée compte un grand nombre de sociétaires. Afin de réduire le volume de la table présentant ligne à ligne les informations propres à chaque sociétaire, un regroupement de sociétaires a été réalisé en fonction de caractéristiques communes (âge par exemple). On parle alors de **Model Point**. Désormais, une ligne ne représente donc plus un sociétaire mais bien un ensemble de sociétaires, ce qui permet de réduire significativement la taille de la table et donc le temps de calcul par la suite. Finalement, au sein de la table concernée, nous trouvons principalement à chaque ligne, la somme des provisions mathématiques par regroupement de sociétaires.

De plus, concernant les projections en univers *risque neutre*, la société est supposée fonctionner en **run-off**, c'est-à-dire qu'il n'y a pas d'affaires nouvelles pendant toute la durée de la projection. A contrario, comme nous nous situons dans le cadre de l'ORSA, l'ensemble des projections en univers *monde réel* intègre le **New Business**, ce qui signifie que les affaires nouvelles sont modélisées tout au long de la projection.

3.4.2 L'actif

Le portefeuille d'actifs

La base d'actifs initiale modélisée est composée des actifs suivants :

- Obligations à taux fixe, à taux variable, indexées inflation et convertibles,
- Actions,
- Immobiliers,
- Trésorerie.

Les actifs sont renseignés ligne d'actif par ligne d'actif. Nous avons alors deux tables permettant de détailler le portefeuille d'actifs :

- La première, appelée « ASSETS_BONDS », correspond aux obligations. Elle permet de fournir les informations concernant le type d'obligations, sa maturité T , son taux de coupon τ , le montant du remboursement N , le spread s , la valeur de marché VM et la valeur comptable, ainsi que la volatilité action pour les obligations convertibles. Il est important de faire un aparté sur la modélisation du spread. En effet, celui-ci n'est pas directement donné au sein de la table « ASSETS_BONDS ». Nous sommes alors obligés de calculer le spread à l'initialisation pour chaque obligation. Pour ce faire, considérons alors une obligation à taux fixe risquée dont on a la valeur de marché à la date $t = 0$. On définit alors le spread comme l'unique valeur s vérifiant la relation suivante :

$$VM = \sum_{t=t_1}^T \frac{\tau \times N}{(1 + r + s)^t} + \frac{N}{(1 + r + s)^T} \quad (3.1)$$

avec r le taux zéro-coupon.

Ceci nous permet alors de récupérer pour chaque obligation risquée la valeur du spread qui lui est associée. Puis, au cours de la projection *risque neutre*, nous faisons l'hypothèse simplificatrice que ce spread est constant tout au long de la durée de vie des obligations.

- la seconde, appelée « ASSETS_EQUITY » concerne les actions et l'immobilier. Elle permet de renseigner essentiellement leur valeur comptable et leur valeur de marché VM à une date donnée. Au sein de notre modèle, la valeur de marché des actions évolue de la façon suivante :

$$VM_N = VM_{N-1} \times (1 + a_N) \quad (3.2)$$

avec a_N le taux de revalorisation des actions l'année N .

En ce qui concerne la trésorerie, elle intervient en tant que variable résiduelle permettant de réaliser l'équilibre entre actif et passif. De ce fait, la trésorerie évolue entre deux investissements en fonction des achats et des ventes.

Allocation d'actifs

L'allocation initiale de notre portefeuille d'actifs dépend des actifs présentés ci-dessus. Pour des raisons de confidentialité, nous ne présenterons pas la répartition initiale des actifs de la compagnie d'assurance.

Il est important de noter qu'une allocation stratégique a également été définie en paramètres de notre modèle. Cette allocation permet de piloter la structure du portefeuille chaque année et ainsi de renseigner la politique de réinvestissement. Ainsi, suivant les évolutions de la valeur de marché des différents actifs, notre modèle effectuera une réallocation des actifs et conservera à la fin de chaque année la même allocation.

De plus, le profil de réinvestissement sur les obligations est simplifié puisqu'il s'effectue uniquement sur des obligations OAT 10 ans sans risque. Il n'y a donc pas de réinvestissement sur des obligations à taux variables ou convertibles.

3.4.3 Les interactions actif-passif

Les lois de mortalité

La mortalité des assurés est supposée déterministe : le taux de mortalité est celui de la table « TH0002 » pour les hommes et « TF0002 » pour les femmes.

Les lois de rachat

En ce qui concerne le rachat **structurel**, nous retenons un taux moyen unique applicable à tous les contrats d'un groupe homogène de risque.

Pour modéliser le rachat **conjoncturel**, nous nous appuyons sur les recommandations inscrites au sein des Orientations Nationales Complémentaires [?] relatives à l'exercice 2013. En effet, ces recommandations proposent une fonction explicite basée sur l'écart entre le taux servi par l'assureur et le taux de rendement espéré de l'assuré. Ainsi, deux

lois de rachats sont proposés aux assureurs pour l'exercice 2013 :

- la première correspond à un plafond maximal de rachats,
- la seconde correspond à un minimum de rachats.

Notons RC le taux de rachats conjoncturels, R le taux servi, et TA le taux attendu par les assurés, alors ces deux lois se présentent de la façon suivante :

$$RC(R) = \begin{cases} RC_{max} & \text{si } R - TA < \alpha \\ RC_{max} \times \left(\frac{R - TA - \beta}{\alpha - \beta}\right) & \text{si } \alpha < R - TA < \beta \\ 0 & \text{si } \beta < R - TA < \gamma \\ RC_{min} \times \left(\frac{R - TA - \gamma}{\delta - \gamma}\right) & \text{si } \gamma < R - TA < \delta \\ RC_{min} & \text{si } R - TA > \delta \end{cases} \quad (3.3)$$

Avec :

	α	β	γ	δ	RC_{min}	RC_{max}
Plafond max	-4%	0%	1%	4%	-4%	40%
Plafond min	-6%	-2%	1%	2%	-6%	20%

Ce qui nous donne les courbes suivantes :

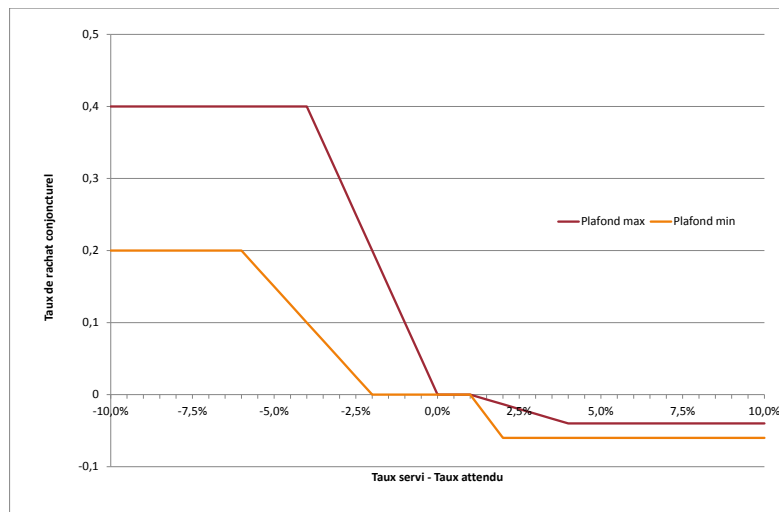


FIGURE 3.2 – Lois de rachats.

La loi retenue s'appuie donc sur ces recommandations pour modéliser la loi de rachat conjoncturel.

La participation aux bénéfices

Dans un contrat d'épargne en euros, l'assuré bénéficie d'une participation aux bénéfices qui est fonction du rendement de l'actif de l'assureur. En effet, d'après l'article 331-4 du Code des Assurances, l'assureur est dans l'obligation de reverser aux assurés, au minimum 85% de ses résultats financiers et 90% de ses résultats techniques. (s'ils sont négatifs, sinon 100% des pertes sont supportées par les assurés). Par conséquent, l'assuré peut profiter d'une hausse des marchés financiers grâce à la participation aux bénéfices.

Par ailleurs, les assureurs-vie ont la possibilité de ne pas distribuer immédiatement la participation aux bénéfices prévue par la législation. Ils disposent pour ce faire d'un délai de 8 ans. Au lieu de la redistribuer immédiatement, l'assureur peut donc la provisionner à travers la « provision pour participation aux bénéfices ».

Finalement, le modèle tient compte de ces dispositions.

3.5 Les générateurs de scénarios économiques

Un générateur de scénarios économiques, souvent noté GSE, est un outil de simulation stochastique permettant de générer des tables de scénarios économiques. Le rôle d'un générateur de scénarios économiques est de projeter sur le plus ou moins long terme des variables économiques, telles que la courbe des taux, l'indice inflation, l'indice action, etc.

A titre d'illustration, cette table se présente de la façon suivante :

SIMULATION	CLASS	MEASURE	TERM	2012	2013	...
1	ZCB	PRICE	0	1	1	...
1	ZCB	PRICE	1	0,9955	0,9972	...
...	...	...	...	...	...	...
1	ZCB	PRICE	19	0,6783	0,6602	...
1	ZCB	PRICE	20	0,6591	0,6392	...
1	ILZCB	PRICE	0	1	1	...
1	ILZCB	PRICE	1	1,0144	1,0136	...
...	...	...	...	...	...	...
1	ILZCB	PRICE	19	1,0466	1,0288	...
1	ILZCB	PRICE	20	1,0436	1,0211	...
1	INFLN	INFLN_IDX	0	1	1,0116	...
1	EQUITY	RET_IDX	0	1	1,0131	...
1	EQUITY	RNY_PC	0	1	1	...
1	PROPERTY	RET_IDX	0	1	1,0012	...
1	PROPERTY	RNY_PC	0	1	1	...
1	VALN	DEF	0	1	0,9989	...
...	...	...	...	...	...	...

— Prix des ZC nominaux

— Prix des ZC réels

→ Indice inflation

— Indice action

— Indice immobilier

→ Déflateur

FIGURE 3.3 – Extrait d'une table de scénarios économiques.

Les assureurs n'ont pas l'obligation de créer leur propre générateur de scénarios économiques et peuvent alors acheter les tables à une société spécialisée. Les scénarios économiques retenus dans cette étude ont été générés en interne, assurant ainsi une grande flexibilité dans la production des scénarios et une bonne maîtrise des indicateurs de facteurs de risque projetés.

Par ailleurs, il est important de distinguer un GSE dans l'univers *historique* d'un GSE dans l'univers *risque neutre*. Pour la mise en place de notre fonctionnelle dans le cadre de l'ORSA, nous avons besoin de ces deux types de GSE. En effet, un GSE dans l'univers *monde réel* permet de projeter les facteurs de risque tandis qu'un GSE en univers *risque neutre* permet de valoriser les variables du bilan économique.

Il existe de nombreux modèles de générateurs de scénarios économiques, chacun présentant des avantages et des inconvénients. Nous allons en présenter quelques-uns ci-dessous. Néanmoins, la problématique de ce mémoire n'étant pas les GSE, nous n'effectuerons pas de liste complète des modèles existants.

3.5.1 Les modèles de taux

Le processus d'Ornstein Uhlenbeck

Le processus d'**Ornstein Uhlenbeck** est un processus stochastique décrit par l'équation différentielle suivante :

$$dX_t = a(\theta - X_t)dt + \sigma dW_t \quad (3.4)$$

Avec :

- σ une constante positive, représentant la volatilité du processus X_t ,
- θ une constante positive, représentant la moyenne à long terme du processus X_t ,
- a une constante positive, correspondant à la force de retour à la moyenne,
- W_t , un mouvement brownien.

A travers les modèles que nous allons décrire, nous allons mettre en avant les particularités d'un tel processus.

Les modèles d'équilibre

Les **modèles d'équilibre** sont une application directe du processus d'Ornstein Uhlenbeck aux taux d'intérêts court terme. En effet, la variable r_t représentant les taux d'intérêts court terme, évolue suivant un processus d'Ornstein Uhlenbeck :

$$dr_t = a(\theta - r_t)dt + \sigma r_t^\gamma dW_t \quad (3.5)$$

Ces modèles ont la particularité d'intégrer un phénomène de retour à la moyenne. En effet, lorsque le taux court est supérieur à sa moyenne θ alors le terme $a(\theta - r_t)$ est d'espérance négative, et le processus r_t est en moyenne décroissant. De même, si $r_t < \theta$, alors le processus r_t est croissant. De ce fait, les périodes où les taux sont bas sont généralement suivies par des périodes où les taux sont élevés.

Parmi les modèles d'équilibre, on trouve :

- le *modèle de Vasicek* avec $\gamma = 0$. Ce modèle présente la particularité que les taux d'intérêts court terme peuvent prendre des valeurs négatives.
- le *modèle de Cox-Ingersoll-Ross (CIR)* avec $\gamma = 0,5$. Au sein de ce modèle, on introduit $\sqrt{r_t}$ au second terme du processus d'Ornstein Uhlenbeck, ce qui permet d'éviter aux taux d'intérêt de devenir négatifs.

Cependant, l'inconvénient des modèles d'équilibre réside dans le fait que la courbe des taux calculée par le modèle n'est pas cohérente avec les prix de marché observés. En effet, ces modèles s'appuient sur un nombre restreint de facteurs et génèrent la courbe des taux en output. Par conséquent, ils sont mal calés par rapport aux données de marché et ne sont donc pas adaptés pour l'évaluation des produits de taux. Comme leur nom l'indique, ce sont avant tout des modèles où l'équilibre des variables sous jacentes est plus important que la cohérence avec les prix observés.

Les modèles fondés sur l'absence d'opportunité d'arbitrage (AOA)

Contrairement aux modèles d'équilibre, les modèles fondés sur l'AOA permettent de prendre en compte la courbe des taux de marché en input, ce qui rend la courbe des taux modélisée cohérente avec la structure par terme des taux d'intérêts observée aujourd'hui. De ce fait, les modèles fondés sur l'AOA sont des modèles où la juste valorisation d'un actif est plus importante que l'équilibre entre les variables sous-jacentes.

Parmi ce type de modèle, on peut citer :

- le *modèle de Ho et Lee* : $dr_t = \theta_t dt + \sigma dW_t$ avec θ_t un paramètre dépendant du temps. La structure temporelle de ce paramètre permet ainsi de tenir compte des données de marché. De ce fait, les taux d'intérêt projetés sont cohérents avec la courbe des taux existante à l'instant initial de la projection.
- le *modèle de Hull & White (à un facteur)* : c'est une extension du modèle de Ho et Lee, associé à un processus d'Ornstein Uhlenbeck : $dr_t = a(\theta_t - r_t)dt + \sigma dW_t$.

Néanmoins, l'ensemble des modèles décrits ci-dessus sont **mono-factoriels**, c'est-à-dire qu'un seul facteur (le taux court) est à l'origine de l'évolution de l'ensemble de la courbe des taux. Cela implique que les taux évoluent de façon parfaitement corrélée pour toutes les maturités. Un choc sur un taux d'intérêt à un instant donné aura une conséquence directe sur tous les autres taux de maturités différentes.

Les modèles multi-factoriels

Les modèles multifactoriels intègrent un second paramètre, ce qui permet de rendre ces modèles plus réalistes. Un des modèles multifactoriels le plus classique est le *modèle de Hull & White (à deux facteurs)*, prenant en compte à la fois, la dynamique du taux court r_t et du taux long l_t :

$$dl_t = a_l(\theta_l - l_t)dt + \sigma_l dW_{l,t} \quad (3.6)$$

$$dr_t = a_r(l_t - r_t)dt + \sigma_r dW_{r,t} \quad (3.7)$$

3.5.2 Les modèles action et immobilier

Black & Scholes

Généralement, les rendements actions sont modélisés selon une loi normale. En effet, le célèbre *modèle de Black & Scholes* introduit l'hypothèse que les rendements sont gaussiens :

$$\frac{dS_t}{S_t} = \mu dt + \sigma dW_t \quad (3.8)$$

Avec W_t , un mouvement brownien géométrique.

L'inconvénient majeur de l'hypothèse gaussienne est de sous-estimer les variations de grande amplitude du rendement action. Toutefois, ces insuffisances ont conduit au développement de modèles alternatifs.

Le modèle de Heston

Le modèle de Heston est un modèle à volatilité stochastique :

$$dS(t) = \mu dt + \sqrt{V(t)} dB_1(t) \quad (3.9)$$

Avec :

- $V(t)$ la variance instantanée qui suit un modèle CIR :

$$dV(t) = a(\theta - V(t))dt + b\sqrt{V(t)}dB_2(t) \quad (3.10)$$

- et $d \langle B_1, B_2 \rangle_t = \rho dt$ la corrélation des mouvements browniens.

Le modèle de Hardy

Le modèle de Hardy propose également une alternative au modèle de Black & Scholes avec un modèle à changement de régime. Ainsi, l'hypothèse est faite que les taux de rendement des actions peuvent, à tout instant, être produits à partir de l'une de deux distributions suivantes : un régime dit de « haute volatilité », et un régime de « basse volatilité » ; les passages d'un régime à l'autre étant dictés par des probabilités de transition :

$$\frac{dS_t}{S_t} | \rho_t = \mu_{\rho_t} dt + \sigma_{\rho_t} dW_t \quad (3.11)$$

$$p_{ij} = P[\rho_{t+1} = j | \rho_t = i], \quad i = 1, 2 \text{ et } j = 1, 2. \quad (3.12)$$

Ainsi en période d'instabilité économique, les rendements actions sont plus incertains, ce qui reflète un régime à haute volatilité.

3.5.3 Les GSE dans notre étude

Le tableau ci-dessous permet de présenter l'ensemble des modèles retenus dans notre étude pour modéliser les variables économiques au sein des GSE *risque-neutre* et *monde-réel* :

	Univers Risque Neutre	Univers Monde Réel
Courbe des taux nominaux	Hull & White à 1 facteur	Ornstein Uhlenbeck
Courbe des taux inflation	Hull & White à 1 facteur avec volatilité nulle	Ornstein Uhlenbeck
Niveau Action et Immobilier	Black and Scholes	Heston
Variance Action et Immobilier	constante	CIR

FIGURE 3.4 – Extrait d'une table de scénarios économiques.

Finalement au travers de ce chapitre, nous avons détaillé l'ensemble des hypothèses nécessaires à la modélisation de notre portefeuille et donc à la mise en place de notre forme paramétrique. Désormais, nous allons nous consacrer à la formalisation de la fonction des fonds propres économiques et à sa mise en œuvre.

Chapitre 4

Mise en place de l'outil d'estimation des fonds propres Solvabilité 2

Le coeur de notre problématique concerne la mise en place d'une fonction à un instant donné permettant d'estimer les fonds propres économiques à partir d'un ensemble de facteurs de risque, et ainsi de s'affranchir, une fois cette fonction calibrée, de l'utilisation du logiciel ALM pour l'évaluation des fonds propres économiques à différents pas de temps. Cet outil présentera l'avantage de répondre rapidement et régulièrement à une démarche pluriannuelle, caractéristique de l'étude ORSA. A travers ce chapitre, nous allons donc développer étape par étape la démarche que nous avons employée pour établir cette fonction dans le cadre d'un produit d'épargne, tout en justifiant les choix que nous avons faits en fonction de certaines contraintes. Par ailleurs, il est important de préciser que nous nous sommes appuyés sur les données disponibles au 31/12/2012.

4.1 Formalisation de la méthode

Nous souhaitons mettre en place une fonction permettant d'estimer les fonds propres économiques à partir de facteurs de risque prédéterminés.

Tout d'abord, il est essentiel de rappeler que cette fonction doit permettre d'évaluer le SCR selon l'approche *formule standard*, et donc d'estimer les fonds propres économiques à partir de chocs instantanés effectués sur chaque module de risque de la cartographie des risques Solvabilité 2. Dans un premier temps, nous pouvons donc formaliser la fonction que nous allons mettre en place de la façon suivante :

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = f_0 + \underbrace{\sum_{i=1}^n (f_i(x_i) - f_0)}_{\text{EFFETS SIMPLES}} + \underbrace{(g(x_1, x_2, \dots, x_n) - f_0)}_{\text{EFFETS CROISES}} \quad (4.1)$$

Avec :

- x_i , $i = 1 \dots n$, les facteurs de risques prédéterminés (actions, taux, etc.),
- f , les **fonds propres économiques** en fonction de n facteurs de risque,
- f_0 , les **fonds propres économiques** dans la situation centrale,
- f_i , $i = 1 \dots n$, les **fonds propres économiques** en fonction du facteur de risque x_i (les autres facteurs de risque sont alors neutralisés),
- g , les **fonds propres économiques** en fonction des facteurs croisés.

De ce fait, la fonction $f(x_1, \dots, x_n)$ telle qu'elle est écrite dans l'équation (4.1) permet de quantifier l'impact de chaque facteur¹ sur les fonds propres économiques. Nous appelons cette démarche, l'**approche directe**. Néanmoins, cette approche ne permet pas de tenir compte des informations relatives à l'évolution dans le temps du bilan French Gaap. Or, ces informations font partie de la situation initiale nécessaire aux simulations *risque neutre*. Afin de tenir compte de ces informations, nous préférons considérer la décomposition présentée au chapitre 2 :

$$FP = ANR + VIF \quad (4.2)$$

A travers cette décomposition, les fonds propres économiques correspondent à la richesse passée accumulée (ANR) ajoutée de la valeur actuelle des marges futures (VIF), ce que nous qualifions d'**approche indirecte**. Selon cette approche, l'actif net réévalué étant une donnée disponible initialement, estimer l'impact de facteurs de risque sur les fonds propres économiques revient à évaluer leur impact sur la VIF. Par conséquent, la fonction $f(x_1, \dots, x_n)$ que nous cherchons à mettre en œuvre ne s'applique plus directement aux fonds propres économiques mais bien à la VIF. L'équation (4.1) devient alors :

$$FP = ANR + f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (4.3)$$

$$= ANR + f_0 + \sum_{i=1}^n (f_i(x_i) - f_0) + (g(x_i, x_j, \dots, x_k) - f_0) \quad (4.4)$$

Avec :

- $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$, la **VIF** en fonction des n facteurs de risque,
- f_0 , la **VIF** dans la situation centrale,
- $f_i(x_i)$, $i = 1 \dots n$, la **VIF** en fonction du facteur de risque x_i ,
- $g(x_i, x_j, \dots, x_k)$, la **VIF** en fonction des facteurs de risque croisés que nous aurons sélectionnés.

Enfin, il est important de préciser qu'il n'est pas pertinent d'exprimer la VIF sous forme de montant au sein de la fonction $f(x_1, \dots, x_n)$. En effet, il est essentiel d'intégrer un facteur d'échelle permettant de prendre en compte l'évolution du stock au cours du temps. C'est pourquoi, nous avons choisi d'exprimer la VIF sous forme de taux en divisant le montant par la provision mathématique, une information également disponible au sein du bilan French Gaap. L'équation (4.4) devient alors :

$$FP_t = ANR_t + PM_t \times \left(\frac{f_0 + \sum_{i=1}^n (f_i(x_i) - f_0) + g(x_i, x_j, \dots, x_k) - f_0}{PM_{2012}} \right) \quad (4.5)$$

Avec :

- FP_t , les fonds propres économiques à l'instant t ,
- ANR_t , l'actif net réévalué à l'instant t ,
- PM_t , la provision mathématique disponible à l'instant t ,
- f_0 , la **VIF** dans la situation centrale,
- f_i , $i = 1 \dots n$, la **VIF** en fonction du facteur de risque x_i ,
- $g(x_i, x_j, \dots, x_k)$, la **VIF** en fonction des facteurs de risque croisés.

1. Nous faisons référence non seulement aux effets simples mais également aux effets croisés.

Par ailleurs, comme nous l'avons vu au second chapitre, l'ANR représente les capitaux propres de la compagnie majorée de la part des plus-values latentes revenant aux actionnaires, soit :

$$ANR_t = FP_t^{S1} + QP_t^{FP S1} \times PMVL_t \quad (4.6)$$

Avec :

- FP_t^{S1} , les fonds propres issus du bilan French Gaap à l'instant t (la réserve de capitalisation est incluse),
- $QP_t^{FP S1} \times PMVL_t$, la quote part des plus ou moins-values latentes initiales revenant aux actionnaires.

Finalement, la fonction des fonds propres que nous cherchons à mettre en place, s'appuie d'une part sur les informations issues du bilan comptable et d'autre part sur la sensibilité de la VIF à un ensemble de facteurs de risque à travers des effets simples et des effets croisés, ces effets étant captés à partir de chocs instantanés. Dans la suite de ce chapitre, nous allons donc développer les étapes de la mise en œuvre de la fonction $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ représentant la VIF en fonction de facteurs de risque fixés.

4.2 Sélection des facteurs de risque

Dans le but d'établir une fonction à partir de chocs instantanés réalisés sur des facteurs de risque simples et croisés, il est essentiel dans un premier temps de se fixer a priori un ensemble de facteurs de risque. Pour cela, nous nous sommes notamment basés sur la cartographie des risques issue de la Directive Solvabilité 2. Ainsi parmi l'ensemble des risques listés, nous avons choisi de tester la sensibilité de la VIF aux modules mis en avant dans la figure (4.1), en raison de leur prépondérance dans le portefeuille étudié.

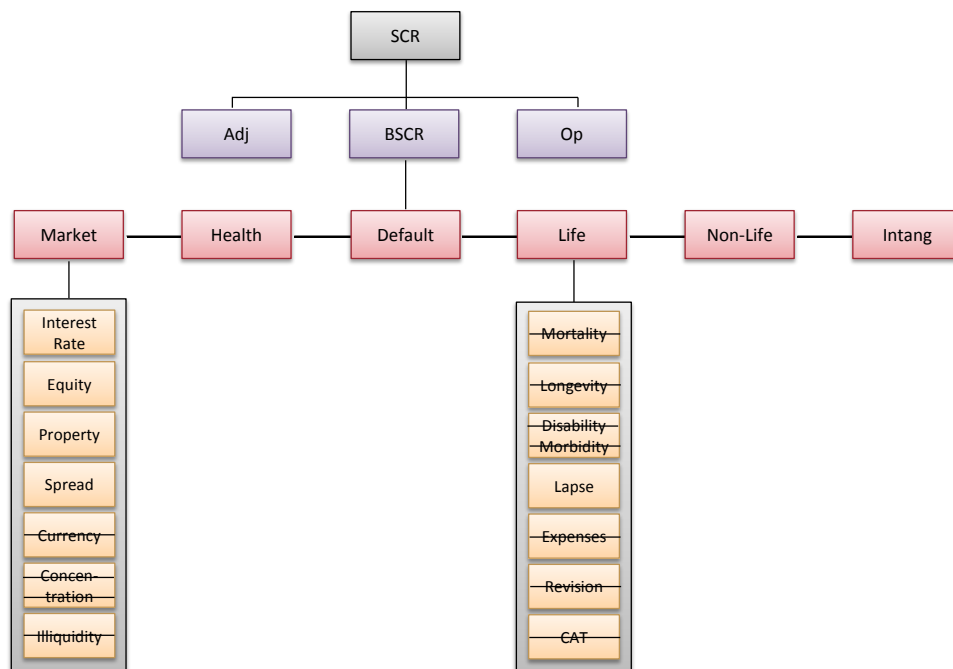


FIGURE 4.1 – Les facteurs de risque intégrés.

Dans le cadre de l'ORSA, une approche forfaitaire (SCR proportionnel aux encours) est alors adoptée pour évaluer l'exposition aux risques jugés mineurs.

De plus, comme nous l'avons justifié précédemment, nous avons souhaité intégrer à notre fonction un certain nombre de paramètres en relation avec la situation initiale et donc nécessaire pour valoriser les variables économiques du passif au sein des simulations *risque neutre*.

Ainsi, nous avons ajouté à notre fonction les facteurs de risque suivants :

- le niveau de la *réserve de capitalisation*,
- le niveau de *provision pour participation aux bénéfices*,

qui sont des composantes de la richesse latente du portefeuille, impactant la capacité à servir de la participation aux bénéfices futurs.

Finalement, les paramètres que nous avons choisis d'intégrer à notre fonctionnelle sont donc les suivants :

- Provision pour Participation aux Bénéfices (PPB),
- Réserve de Capitalisation (RdC),
- Taux de rachat moyen,
- Taux de spread moyen,
- Courbe des taux d'intérêts,
- Indice Action (CAC),
- Indice Immobilier.

La question qui se pose désormais est la suivante : comment caractériser chacun de ces paramètres ? En effet, si nous prenons l'exemple du paramètre « Taux d'intérêt », comment pouvons nous l'intégrer à notre fonctionnelle ? Devons-nous prendre le niveau des taux à instant donné ou une courbe des taux sur différentes maturités ? Avant de poursuivre le développement de notre méthode, il est donc essentiel de déterminer une caractérisation pour chaque facteur de risque fixé.

4.3 Caractérisation des facteurs de risque

PPB et réserve de capitalisation

Nous avons choisi de présenter ces deux paramètres sous forme de ratio en les pondérant par la provision mathématique. En effet, la fonction que nous mettons en place sera par la suite utilisée à différents pas de temps : conserver une valeur absolue en input de la fonctionnelle n'aurait donc aucun sens pour ces deux facteurs puisqu'ils dépendent d'une situation initiale. Le fait de pondérer ces montants par la provision mathématique permettra ainsi d'intégrer à la fonctionnelle des valeurs relatives tenant compte d'un changement dans la valeur des engagements entre deux pas de temps.

Rachat

Pour ce paramètre, nous avons choisi d'intégrer le pourcentage tel qu'il est intégré dans notre modèle.

Actions et Immobiliers

Pour ces deux facteurs de risque, nous aimerions non seulement intégrer le niveau des actions et de l'immobilier mais également leurs volatilités. Par ailleurs au sein de notre logiciel ALM, les actions et l'immobilier sont renseignés au sein d'une même table. Afin de limiter le nombre de facteurs de risque et donc le nombre de chocs à effectuer, nous avons choisi de regrouper les facteurs « niveau des actions » et « niveau de l'immobilier » en un seul. Plus précisément au sein de notre fonction, nous avons choisi de considérer le niveau des plus ou moins-values actions et immobiliers rapporté à la valeur de marché globale. Le fait de pondérer par la valeur de marché permet ainsi de prendre en compte l'évolution du portefeuille d'actifs entre deux pas de temps.

Spread

Au sein de la table présentant l'ensemble des obligations, un spread est indiqué ligne à ligne. Néanmoins, cette information est difficilement exploitable au sein de notre forme paramétrique. Il serait alors plus pertinent d'indiquer un spread moyen du portefeuille obligataire. Pour cela, nous avons déterminé par dichotomie un spread moyen qui nous permet de retrouver la valeur de marché obtenue dans le scénario central. Après avoir réalisé ce « calage », nous avons alors à notre disposition la valeur du spread moyen dans le scénario central.

Taux

Le paramètre « Taux » constitue la partie centrale de la caractérisation des paramètres dans le cadre de notre fonctionnelle. En effet, il paraît difficile d'indiquer la courbe des taux nominaux par maturité au sein de notre fonctionnelle : cela augmenterait de façon considérable le nombre de facteurs de risque. Afin de reconstituer la courbe des taux, nous nous sommes donc appuyés sur un article écrit par A. Le Maistre et F. Planchet [?].

Selon cet article, la courbe des taux peut être décomposée en 3 facteurs grâce au modèle de **Nelson-Siegel** :

$$R(t, u) = l_t - s_t \Phi\left(\frac{u}{\tau}\right) + c_t \Psi\left(\frac{u}{\tau}\right) \quad (4.7)$$

Avec :

- t la date,
- u la maturité des taux d'intérêt,
- τ le facteur d'échelle,
- l_t le facteur de niveau correspondant au taux à long terme,
- s_t le facteur de pente correspondant à l'écart entre le taux court et le taux long,
- c_t le facteur de courbure,
- $\Phi(x) = \frac{1 - \exp^{-x}}{x}$,
- $\Psi(x) = \Phi(x) - \exp^{-x}$.

L'avantage de ce modèle réside dans le fait qu'il permet de caractériser les taux au sein de notre fonctionnelle à partir de trois facteurs seulement : l_t , s_t , c_t . Cela implique donc que la sensibilité de la VIF au facteur de risque « Taux » sera évaluée à travers ces trois facteurs. Dans la partie liée au paramétrage du logiciel ALM, nous détaillerons l'utilisation du modèle de Nelson-Siegel pour l'élaboration des courbes des taux nécessaires aux GSE.

Par ailleurs, il est important de rappeler que la fonction que nous mettons en place remplacera les trajectoires *risque neutre*. Or, le modèle de taux implémenté requiert non seulement la courbe des taux nominaux en input mais également la courbe inflation et des paramètres liés au processus d'Ornstein Uhlenbeck : le paramètre de retour à la moyenne et la volatilité des taux. Dans le but de caractériser le plus fidèlement possible l'évolution des simulations *risque neutre*, nous avons donc choisi d'intégrer la courbe inflation en la caractérisant également par les facteurs issus de la décomposition de Nelson-Siegel. De même, nous avons intégré le paramètre de retour à la moyenne ainsi que la volatilité des taux au sein de la fonction de la VIF. Finalement, nous comptons au total 8 facteurs de risque pour le paramètre « Taux ». Le tableau ci-dessous permet de récapituler l'ensemble des facteurs de risque que nous allons intégrer pour évaluer la sensibilité de la VIF :

Inputs Prophet	Facteurs de risque	Caractérisation
Bilan French Gaap	PPB	PPB/PM
	RdC	RdC/PM
Comportement de l'assuré	Rachat	% Rachat
Obligations	Spread	Spread moyen
Actions et Immobilier		PMVL Actions-Immo./VM
		volatilité action
GSE	Taux nominaux	I_t
		S_t
		C_t
		a (vitesse de retour à la moyenne)
		σ (volatilité des taux)
	Inflation	I_i
		S_i
		C_i

FIGURE 4.2 – Ensemble des facteurs de risque sélectionnés.

Finalement, les 14 facteurs de risque que nous avons sélectionnés, permettent d'intégrer au sein de la fonctionnelle, un grand nombre d'informations nécessaires aux simulations *risque neutre*. Désormais, nous allons nous consacrer à l'étude des sensibilités pour chaque facteur de risque. La partie suivante sera ainsi destinée à l'estimation du terme :

$$Taux\ VIF_{solo} = \sum_{i=1}^n \frac{(f_i(x_i) - f_0)}{PM_{2012}} \quad (4.8)$$

au sein de l'équation (4.5).

4.4 Traitement des données

Afin de mettre en place un outil permettant d'estimer les fonds propres économiques d'une société d'assurance vie à partir des facteurs de risques présentés ci-dessus, il est nécessaire de récupérer l'ensemble des données qui vont nous permettre de calibrer chaque fonction f_i ainsi que la fonction g . Ces données vont alors être récupérées au sein du logiciel ALM en réalisant un certain nombre de chocs instantanés et donc de projections *risque neutre*, ce qui va nous permettre d'obtenir $(n + 1)$ vecteurs de fonds propres associés à $(n + 1)$ vecteurs de chocs instantanés, chacun faisant référence à un facteur de risque.

Avant de récupérer cet ensemble de données, il est donc essentiel de vérifier dans un premier temps la qualité des données obtenues à partir du logiciel ALM, et notamment s'assurer qu'il n'existe aucun point aberrant. Pour cela, on a simulé au sein de ce logiciel des chocs instantanés extrêmes afin de tester la fiabilité de notre modèle ALM. Ainsi, après chaque situation extrême simulée (exemple : taux très faible, voire négatif les 10 premières années de la projection), nous avons non seulement observé la valeur de fonds propres économiques, mais également les flux obtenus année après année pour chacune des variables du bilan Solvabilité 2 et du compte de résultat. Ces tests nous ont permis d'observer l'équilibre du modèle ALM et ainsi de découvrir des situations qui n'étaient pas encore envisagées par le modèle ALM. Nous avons alors modifié ce modèle afin qu'ils tiennent compte de ces situations « extrêmes », et ainsi l'améliorer en vue des différents chocs à effectuer pour chaque facteur de risque.

4.5 Estimation des sensibilités par facteur de risque solo

4.5.1 Intervalles des facteurs de risque

Nous avons à notre disposition un ensemble de facteurs de risque. De façon similaire au Pilier 1, nous souhaitons effectuer des chocs instantanés sur chaque facteur de risque. Néanmoins à la différence du Pilier 1, nous ne réaliserons pas uniquement un choc par facteur de risque, mais bien plusieurs, ce qui nous permettra d'en déduire la sensibilité de la VIF à chaque facteur de risque. Par conséquent, dans le but de calibrer notre fonction et en particulier le terme $Taux\ VIF_{solo}$, il est nécessaire de déterminer l'amplitude des chocs que nous allons réaliser pour chaque facteur de risque.

Pour cela, nous avons dans un premier temps prêté attention à l'historique des valeurs prises par chaque facteur de risque, ce qui permet de nous donner une idée de l'amplitude des valeurs possibles pour chaque facteur de risque. Prenons alors l'exemple du facteur « l_t » des taux nominaux issus du modèle de Nelson-Siegel. Nous avons récupéré l'historique de ce facteur depuis le 03/01/2000. La figure (4.3) permet de présenter l'historique de ce facteur :

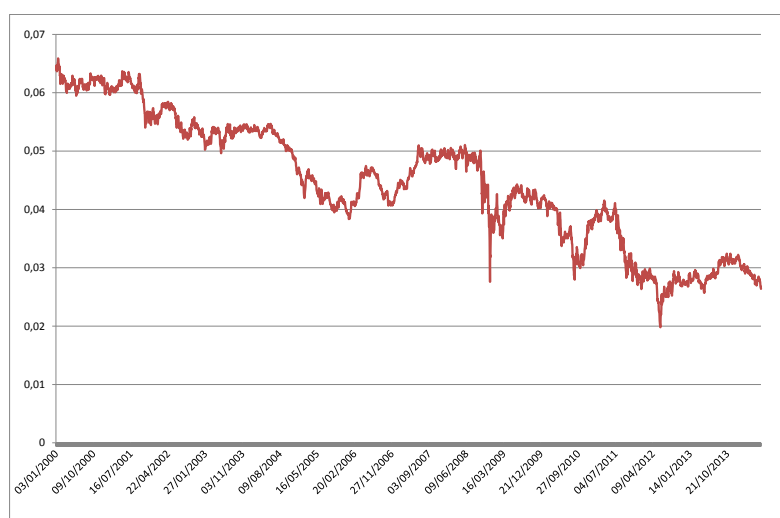


FIGURE 4.3 – Historique du facteur l des taux nominaux.

Le tableau ci-dessous permet de présenter les statistiques associées :

Statistiques	Min	1 ^{er} quantile	Mediane	Moyenne	3 ^e quantile	Max
l_{tn}	1,981 %	3,678 %	4,455 %	4,462 %	5,339 %	6,590%

Au vu de ce tableau, nous avons choisi de considérer l'intervalle [1%; 8%] pour le facteur « niveau des taux nominaux ». Nous avons alors procédé de façon similaire pour l'ensemble des risques de marché.

Néanmoins, il est essentiel d'y apporter une correction. En effet, il n'est pas suffisant de considérer uniquement l'historique pour établir l'amplitude des chocs à effectuer sur chaque facteur de risque. La fonction que nous mettons en place sera utilisée dans le cadre de l'ORSA, elle permettra donc de remplacer les simulations *risque neutre*. De ce fait, les valeurs qu'on entrera en input de la fonctionnelle seront issues des trajectoires *monde réel* (centrales et choquées). Dans un second temps, nous avons alors ajusté les intervalles afin de tenir compte des valeurs projetées par le GSE *monde réel* pour l'ensemble de ces facteurs de risque. Reprenons l'exemple du paramètre « Niveau des taux nominaux », l'intervalle que nous obtenons pour les valeurs projetées à partir du GSE *monde réel* s'étend de [1,398%; 10,821%]. Par conséquent, l'historique des valeurs que nous avons retenu pour ce facteur ne permet pas de recouvrir l'ensemble des valeurs possibles obtenues par projection en *monde réel*. Sachant que les valeurs projetées seront en entrée de notre fonction, nous préférons étendre l'intervalle à droite en passant de 8% à 11%. Nous avons employé une démarche similaire pour les autres facteurs de risque de marché.

Concernant les facteurs de risque PPE et Réserve de capitalisation, nous avons procédé de façon différente. En effet, nous ne disposons pas de l'historique de ces variables. En ce qui concerne la PPE et la réserve de capitalisation, nous avons alors raisonné en pourcentage de la PM. Ainsi, nous avons choisi de réaliser des chocs entre 0%.PM et 10%.PM.

4.5.2 Détermination des chocs instantanés

Désormais, nous avons fixé les facteurs de risque que nous voulons étudier ainsi que les bornes de l'intervalle des chocs pour chaque facteur de risque. Compte tenu du nombre de facteurs de risque à notre disposition, il est essentiel de se donner un nombre de chocs par facteur de risque. En effet, nous souhaitons calibrer la forme paramétrique selon l'approche *formule standard*. Il faut donc appliquer ces chocs instantanés de façon individuelle, afin d'en déduire, après projections *risque neutre*, autant de bilans économiques choqués que de chocs effectués par facteur de risque.

Par ailleurs, sachant qu'un scénario contenant 10000 trajectoires *risque neutre* nécessite environ 30 minutes et que nous avons 14 facteurs de risque à notre disposition, nous avons choisi dans un premier temps, de limiter à 6 le nombre de chocs à réaliser par facteur de risque. Au total, nous estimons donc le temps de calcul des chocs sur les facteurs de risque pris individuellement à 42 heures.

Une question se pose alors à cette étape : comment partager l'intervalle associé à chaque facteur de risque ? Comme nous n'avons aucune idée a priori de la sensibilité de la VIF aux facteurs de risque que nous avons sélectionnés, nous avons choisi de quadriller chaque intervalle de façon régulière. La figure (4.4) permet de présenter l'ensemble des

chocs instantanés que nous allons réaliser pour chaque facteur de risque.

Cependant, il est essentiel d'apporter une précision liée aux corrections que nous avons réalisées sur certains intervalles. En effet, quand nous avons fixé à 6 notre budget de points par facteur de risque, nous n'avons pas connaissance des valeurs projetées en *monde réel*. A ce moment là, nous nous sommes donc appuyés sur les intervalles basés sur les historiques. Afin de prendre en compte les valeurs supplémentaires issues des projections *monde réel*, nous avons ajouté 2 points aux facteurs de risque concernés. Finalement, nous allons réaliser 8 chocs pour les facteurs de risque « Taux » (sauf le paramètre de retour à la moyenne et la volatilité des taux). La figure (4.4) permet de récapituler l'ensemble de ces choix.

	Pts supp.	Min	Int. 1	Int. 2	Int. 3	Int. 4	Max	Pts supp.	Pts supp.
PPE/PM		0,00%	2,00%	4,00%	6,00%	8,00%	10,00%		
RdC/PM		0,00%	2,00%	4,00%	6,00%	8,00%	10,00%		
Rachat Structurel		1,70%	4,36%	7,02%	9,68%	12,34%	15,00%		
PMVL Action-Immo/VNC		-10,00%	-6,00%	-2,00%	2,00%	6,00%	10,00%		
Spread		0,50%	2,00%	3,50%	5,00%	6,50%	8,00%		
l_i	-1,40%	-0,50%	0,20%	0,90%	1,60%	2,30%	3,00%	7,20%	
s_i	-12,00%	-2,50%	-1,50%	-0,50%	0,50%	1,50%	2,50%	17,50%	
c_i	-19,10%	-1,50%	-0,90%	-0,30%	0,30%	0,90%	1,50%	19,10%	
l_tn		1,00%	2,40%	3,80%	5,20%	6,60%	8,00%	9,50%	11,00%
s_tn		-4,00%	-2,00%	0,00%	2,00%	4,00%	6,00%	9,50%	13,00%
c_tn	-19,00%	-3,00%	-1,80%	-0,60%	0,60%	1,80%	3,00%	26,00%	
equity_vol		9,00%	14,20%	19,40%	24,60%	29,80%	35,00%		
r_a		0,50%	1,20%	1,90%	2,60%	3,30%	4,00%		
r_sigma		0,50%	0,70%	0,90%	1,10%	1,30%	1,50%		

FIGURE 4.4 – Grille des sensibilités.

4.5.3 Paramétrage de l'environnement de simulation

Les PMVL actions et immobiliers.

Nous souhaitons évaluer l'impact sur la VIF de chocs instantanés sur les PMVL actions et immobiliers. Pour cela, le paramétrage de l'environnement de simulation est adapté pour prendre en compte les différents chocs que nous souhaitons réaliser. Notre objectif étant d'effectuer 6 chocs sur les PMVL actions et immobiliers, nous dupliquons la table nommée « ASSETS_EQUITY² » en 6 versions et appliquons l'opération suivante sur la valeur de marché de chaque ligne d'actifs :

$$MV_{choc_i}^j = MV_{centrale}^j \cdot (1 + choc_i) \quad (4.9)$$

Avec :

- $i = 1 \dots 6$, i représentant le numéro de chocs,
- $j = 1 \dots n$, j étant le numéro de ligne et n le nombre de lignes au sein de la table « ASSETS_EQUITY ».

Le spread.

Comme nous l'avons précisé un peu plus tôt, un spread est indiqué ligne à ligne au sein de la table « ASSETS_BONDS ». Afin d'intégrer le facteur « Spread » au sein de notre fonction, nous avons déterminé un spread moyen qui nous permet de retrouver la valeur

2. Cette table contient l'ensemble des actions et de l'immobilier.

de marché obtenue dans le scénario central. Dans le but de paramétrer les chocs spread, nous ajoutons ligne à ligne la différence entre chaque choc spread donné par la grille et le spread moyen dans la situation centrale. De ce fait pour évaluer chacune des sensibilités, nous dupliquons 6 fois la table « ASSETS_BONDS ».

$$Spread_{choc_i}^j = Spread_{central}^j + (Spread_{central}^{grille} - Spread_{choc_i}^{grille}) \quad (4.10)$$

Avec :

- $i = 1...6$, i représentant le numéro de chocs,
- $j = 1...n$, j étant le numéro de ligne et n le nombre de lignes au sein de la table « ASSETS_BONDS ».

Les taux nominaux et l'inflation.

La courbe des taux est renseignée au sein d'une table de scénarios économiques. De plus, comme nous l'avons déjà précisé, nous avons choisi de caractériser la courbe de taux à partir de 3 facteurs issus du modèle Nelson-Siegel : l , s , c . Afin de capter les sensibilités de ces 3 facteurs de risque à travers notre fonctionnelle, il est donc essentiel que les tables de scénarios économiques soient issues de cette décomposition. Pour cela, nous avons employé la démarche suivante :

1. Décomposition en 3 facteurs de la courbe des taux centrale.

Dans un premier temps, il est essentiel de fixer une courbe des taux centrale, à intégrer en input du GSE. Pour cela, nous nous sommes appuyés sur la courbe des taux centrale fournie par l'EIOPA³. Notre objectif est donc de décomposer cette courbe de taux en 3 facteurs en utilisant le modèle de Nelson-Siegel, tel qu'il est détaillé au sein de l'article d'A. Le Maistre et F. Planchet [?]. Pour ce faire, il est nécessaire de résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} R(t, u_1) &= l_t - \Phi\left(\frac{u_1}{\tau}\right)s_t + \Psi\left(\frac{u_1}{\tau}\right)c_t \\ R(t, u_2) &= l_t - \Phi\left(\frac{u_2}{\tau}\right)s_t + \Psi\left(\frac{u_2}{\tau}\right)c_t \\ R(t, u_3) &= l_t - \Phi\left(\frac{30}{\tau}\right)s_t + \Psi\left(\frac{30}{\tau}\right)c_t \end{cases}$$

avec le référentiel suivant (τ, u_1, u_2, u_3) .

Le vecteur $(R(t, u_1), R(t, u_2), R(t, u_3))$ est connu puisqu'il correspond aux valeurs des taux de la courbe EIOPA aux maturités u_1 , u_2 et u_3 . De même, les fonctions $\Phi(x)$ et $\Psi(x)$ sont connues. Il suffit donc d'inverser le système pour en déduire les facteurs l , s , c associés à la courbe des taux centrale. La figure (4.5) permet de comparer la courbe des taux fournie par l'EIOPA en 2012 avec celle que nous venons de reconstituer à partir du modèle de Nelson-Siegel.

Nous constatons alors que la courbe des taux reconstituée ne permet pas de répliquer précisément la courbe des taux fournie par l'EIOPA. En effet, elle ne réplique pas correctement les bosses ou les creux, comme nous pouvons l'observer à $t = 20$ ans. Néanmoins, il est important de rappeler que nous souhaitons évaluer la sensibilité des fonds propres à différents facteurs de risque. Notre objectif n'est donc pas de répliquer exactement la courbe des taux centrale fournie par l'EIOPA mais plutôt de déterminer une caractérisation de cette courbe des taux, permettant par la suite d'effectuer simplement des chocs sur

3. European Insurance and Occupational Pensions Authority.

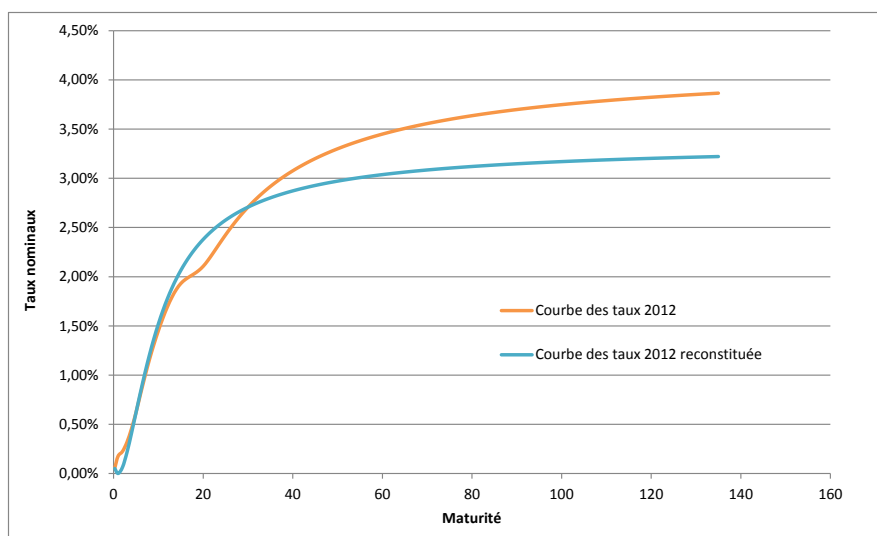


FIGURE 4.5 – Comparaison de courbes des taux.

cette courbe de référence. Par conséquent, nous conservons pour la suite de notre étude cette décomposition de la courbe de taux en 3 facteurs.

Nous appliquons également la même démarche afin de déduire les facteurs l_t , s_t et c_t pour la courbe des taux inflation.

2. Reconstitution de la table de scénarios économiques centrale.

Une fois la décomposition effectuée sur la courbe des taux centrale, il nous reste à intégrer en input de notre GSE, non pas la courbe des taux fournie par l'EIOPA, mais bien celle que nous venons de reconstituer. En considérant également l'ensemble des autres paramètres nécessaires au bon fonctionnement du GSE (volatilité action, volatilité des taux, etc.), nous pouvons générer une première table de scénarios économiques en univers *risque neutre*. Nous avons appelé cette table « CAL_STD », car elle fait référence au scénario central.

3. Reconstitution des tables de scénarios économiques choquées.

Enfin, il reste à paramétrer les chocs instantanés sur les différents facteurs de la courbe des taux nominaux et inflation. Pour cela, nous nous basons sur la grille des sensibilités, détaillée dans la figure (4.4). Ainsi, nous obtenons autant de combinaisons (l_t, s_t, c_t) que de chocs à effectuer sur ces 3 facteurs de risque, ce qui nous donne au total 24 courbes de taux choquées. Parallèlement aux autres paramètres nécessaires au bon fonctionnement du GSE, nous intégrons au sein du GSE les 24 courbes de taux choquées, ce qui nous donne au total 24 tables de scénarios économiques choquées pour les taux nominaux et également 24 pour la courbe de l'inflation.

Les actions.

La volatilité action intervient d'une part dans les tables de scénarios économiques et d'autre part dans la table « ASSETS_BONDS », à travers les obligations convertibles. En

effet, une obligation convertible est une obligation qui donne à son détenteur, la possibilité de l'échanger contre une ou plusieurs actions, pendant une période de conversion, déterminée à l'avance.

Comme nous avons 6 chocs à effectuer sur la volatilité action, nous dupliquons la table centrale « ASSETS_BONDS » en 6 tables différentes, parmi lesquelles nous avons uniquement modifié la colonne « STD_DEV » faisant référence à la volatilité des actions pour les obligations convertibles. Parallèlement, nous avons également généré 6 tables de scénarios économiques, en modifiant uniquement la volatilité action. Par conséquent, pour intégrer le choc volatilité action, nous avons modifié parallèlement 2 tables.

Vitesse de retour à la moyenne et volatilité des taux.

Ces deux paramètres interviennent uniquement dans l'ESG à travers le modèle d'Hull & White. De ce fait, nous allons générer une nouvelle fois, autant de tables de scénarios économiques que de chocs à effectuer sur ces deux facteurs de risque. Au total, nous obtenons donc 12 nouvelles tables de scénarios économiques.

Finalement, le paramétrage du logiciel ALM étant effectué, il nous reste à lancer sous cet environnement, les 96 Runs afin d'en déduire un ensemble de bilans économiques choqués, soit 96 valeurs de VIF choquées. L'annexe A permet de récapituler l'ensemble des Runs paramétrés au sein du logiciel ALM.

4.5.4 Analyse des résultats

Suite à la simulation de l'ensemble des chocs, nous avons récupéré l'ensemble des résultats que nous avons travaillés afin de les exprimer sous forme de sensibilités par rapport à la situation centrale. Ainsi chaque sensibilité correspond au « Taux de VIF » tel qu'il est indiqué dans l'équation (4.8). A partir de ces résultats, nous présenterons dans un premier temps l'ensemble des sensibilités de façon globale. Par la suite, nous nous intéresserons plus particulièrement aux facteurs dont l'impact sur la VIF est relativement important.

Présentation générale des sensibilités

Le tableau ci-dessous permet de présenter l'amplitude des sensibilités que nous avons obtenue pour chaque facteur de risque :

Nous constatons que le degré de sensibilité varie fortement d'un facteur à l'autre. En effet, des facteurs de risque tels que l'inflation ou la volatilité action apportent peu de variation sur le niveau de la VIF par rapport à la situation centrale tandis que des facteurs tels que le spread, le niveau des taux nominaux ou encore les PMVL Actions et Immobiliers ont un impact fort sur la VIF. Etudions ces trois facteurs de façon plus approfondie afin de justifier ces observations.

PMVL Actions et Immobiliers

Débutons notre analyse par l'étude du « Taux de VIF » en fonction du facteur « PMVL Actions et Immobiliers ». L'équation (4.8) se traduit alors de la façon suivante :

$$Taux\ VIF_i = \frac{f_1^i(x_1) - f_0}{PM_{2012}} \quad (4.11)$$

	Ratio de VIF minimal/central	Ratio de VIF maximal/central
PPE	-0,210%	1,456%
RDC	-0,050%	0,016%
Rachat	-2,035%	0,710%
PMVL actions/immo	-7,920%	1,539%
Spread	-15,759%	1,212%
l_i	-0,212%	0,134%
s_i	-0,598%	0,359%
c_i	-0,432%	0,432%
l_{tn}	-9,928%	0,322%
s_{tn}	-0,862%	0,362%
c_{tn}	-3,496%	0,619%
vol action	-1,932%	0,915%
r_k	-0,477%	0,704%
r_{sigma}	-4,780%	1,176%

FIGURE 4.6 – Récapitulatif des sensibilités.

Avec :

- x_1 le facteur de risque PMVL Actions et Immobiliers,
- f_1^i la VIF dans le cadre du choc i , $i = 1...6$, sur le facteur PMVL Actions et Immobiliers,
- f_0 la VIF dans le scénario central.

Nous pouvons désormais débuter notre analyse graphique par l'observation de l'impact des chocs « PMVL Actions et Immobiliers » sur le taux de VIF⁴ :

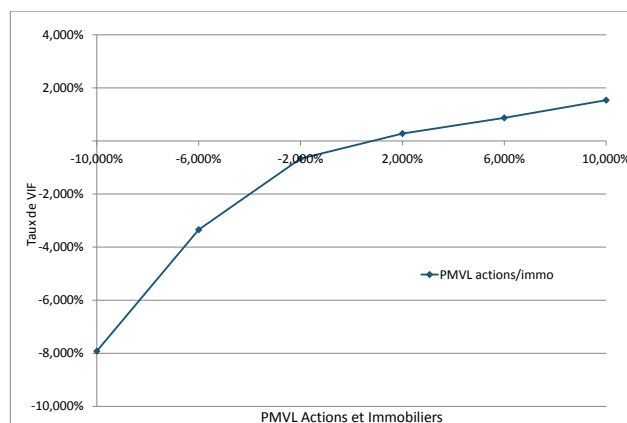


FIGURE 4.7 – Sensibilité de la VIF aux PMVL Actions et Immobiliers.

Ainsi, nous constatons que la courbe est croissante, ce qui implique que plus le niveau de PMVL Actions et Immobiliers est élevé, plus les marges futures générées sont importantes. Néanmoins, la fonction observée n'est pas linéaire. De ce fait, l'assureur ne récupère pas autant de résultat quand $PMVL = 10\%VM$ qu'il en perd quand $PMVL = -10\%VM$. Or, le choc sur la valeur de marché étant de la même proportion, la valeur de marché augmente autant dans le cas où $PMVL = -10\%$ qu'elle diminue dans l'autre. Comment pouvons nous alors expliquer cette observation ? Pour ce faire, nous avons choisi de présenter au sein de la figure (4.8) l'évolution des principales variables en norme Sol-

4. Les valeurs exactes sont données en annexe C.

vabilité 2 : le best estimate, la valeur de marché, ainsi que les fonds propres économiques, la VIF et le coût des options et garanties financières.

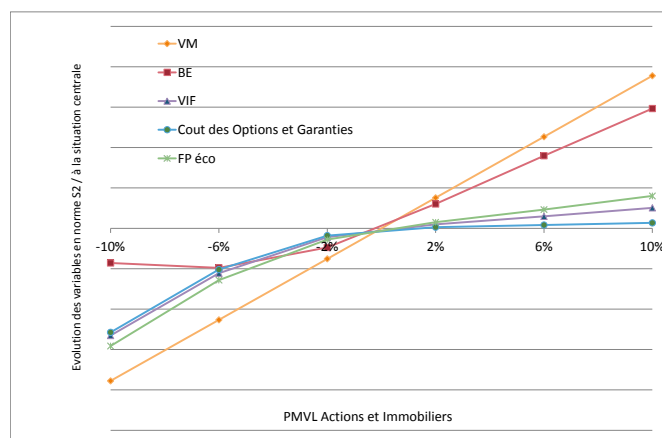


FIGURE 4.8 – Evolution des variables S2.

Au sein de cette figure, nous pouvons alors observer l'évolution des fonds propres économiques par rapport à celle de la valeur de marché. Ainsi, quand le niveau de PMVL Actions et Immobiliers diminue fortement par rapport à la situation centrale, les fonds propres diminuent fortement également en raison de l'augmentation du coût des garanties financières dans notre cas. En effet, dans le cas où les PMVL Actions et Immobiliers sont faibles voire négatives, l'assureur est malgré tout contraint d'honorer ses engagements avec notamment la clause de Taux Minimum Garanti, ce qui génère une contrainte importante du point de vue de l'assureur : il peut être amené à puiser dans ses fonds propres pour honorer ses engagements. A l'inverse, quand le niveau de PMVL Actions et Immobiliers est favorable pour l'assureur, le coût des garanties est extrêmement faible. Finalement, les sensibilités sont accrues quand la situation en terme de PMVL Actions et Immobiliers devient défavorable à cause des garanties financières.

Niveau des taux nominaux

La figure ci-dessous permet de présenter l'ensemble des courbes de taux que les chocs sur le paramètre « niveau des taux nominaux » nous ont permis de générer :

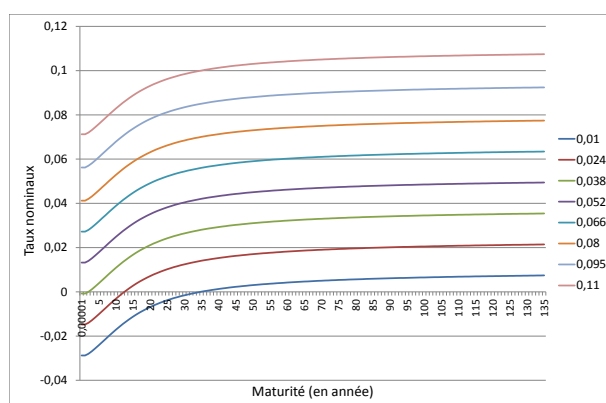


FIGURE 4.9 – Courbes des taux choquées.

Nous obtenons alors les sensibilités suivantes pour le taux de VIF :

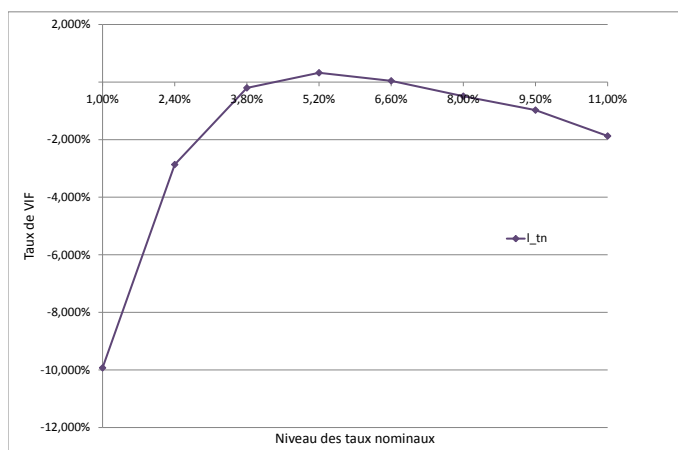


FIGURE 4.10 – Résultat pour le paramètre « l_{tn} ».

Nous constatons alors que la VIF est particulièrement sensible au facteur « niveau des taux nominaux ». En effet, quand les taux à long terme sont faibles (de l'ordre de 1%), cela engendre une perte de l'ordre de 10% des encours. Quand les taux sont durablement bas, les rendements financiers s'amenuisent rapidement et l'assureur se voit en difficulté d'honorer ses engagements de Taux Minimum Garanti. Il est alors contraint de puiser au sein de ses fonds propres. En définitive et au vu des résultats obtenus, ce risque est particulièrement coûteux pour l'assureur. On parle alors de risque de réinvestissement.

Par ailleurs, nous remarquons également qu'en univers de taux très élevé, l'assureur est de nouveau en situation défavorable, même si cela lui est moins coûteux en définitive. Pourtant cette situation paraît a priori plus favorable dans le sens où il pourra servir un taux plus intéressant aux assurés. Néanmoins, d'autres risques entrent en jeu dans ce cadre là. En effet, l'assureur est exposé à un risque de liquidation. Ainsi, quand les taux sont élevés, les prix des obligations est faible. De ce fait, en cas de rachat ou de fin de contrat, l'assureur n'a d'autres choix que de vendre des titres avant leur terme, afin de pourvoir fournir les prestations attendues par les assurés, alors que ces titres sont en moins-values. Par conséquent, cette situation est également défavorable pour l'assureur mais tout de même moins pénalisante au vu de la figure (4.10).

Spread

A l'observation de la figure (4.11), nous constatons clairement qu'une hausse de spread entraîne rapidement une perte de VIF. Ainsi, dans les cas où le spread atteint 8%, la perte en terme de sensibilités s'élève alors à 16%. Compte tenu des intervalles que nous nous sommes fixés, ce facteur de risque est celui qui a le plus d'impact sur la VIF.

Ces observations sont justifiées. En effet, en univers *risque neutre*, l'intégralité du spread se traduit par du défaut dans la projection. Une hausse de spread entraîne donc la diminution des rendements financiers projetés et la difficulté pour l'assureur d'honorer ses engagements de Taux Minimum Garanti. De ce fait, l'assureur va réaliser des pertes par rapport à la situation centrale.

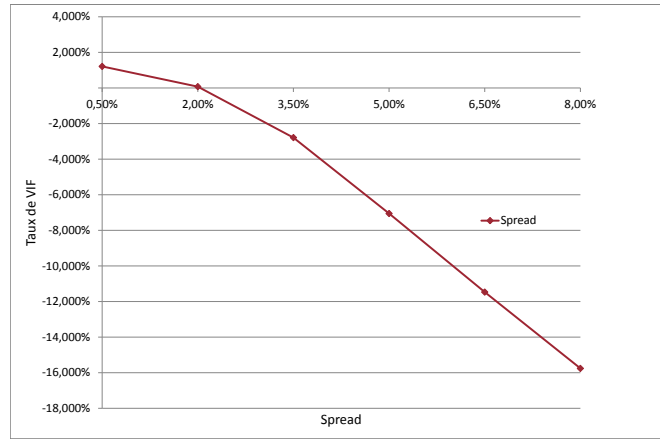


FIGURE 4.11 – Résultat pour le paramètre « Spread ».

Finalement, au sein de cette partie nous avons pu étudier les effets simples déduits des chocs instantanés réalisés sur les facteurs de risque *solo*. A présent, nous allons étudier les effets croisés.

4.6 Estimation des sensibilités pour les facteurs *croisés*

4.6.1 Sélection des facteurs de risque à croiser

Il reste désormais à traiter les interactions entre les facteurs de risque. En effet, nous cherchons donc à évaluer l'effet de chocs réalisés simultanément et ainsi estimer si la somme des contributions individuelles associées à chaque facteur de risque est suffisante pour expliquer l'évolution de la VIF. Si nous reprenons l'équation (4.5), cela revient à estimer le terme :

$$Taux\ VIF_{croisé} = \frac{(g(x_i, x_j, \dots, x_k) - f_0)}{PM_{2012}} \quad (4.12)$$

Avant de poursuivre par la sélection des facteurs à croiser, il est essentiel de préciser le terme $Taux\ VIF_{croisé}$ en développant la fonction g . En effet, à travers les effets croisés, nous souhaitons capter l'impact d'un choc sur des facteurs de risque croisés en différence du scénario central mais également en différence des effets simples réalisés auparavant sur les facteurs de risque que nous aurons sélectionnés au sein des effets croisés. En ce sens, le terme $Taux\ VIF_{croisé}$ peut être interprété comme un *correctif* apporté à la somme des effets simples. En tenant compte de ces remarques, l'équation (4.12) peut être précisée de la façon suivante :

$$Taux\ VIF_{croisé} = \frac{g(x_i, x_j, \dots, x_k) - f_0 - \sum_{m=i}^k (f_m(x_m) - f_0)}{PM_{2012}} \quad (4.13)$$

Par conséquent, le terme $Taux\ VIF_{croisé}$ tel que nous l'avons désormais écrit permet d'ajuster la fonctionnelle des fonds propres économiques, et en particulier la somme des effets simples. Plus tard, l'analyse des résultats nous permettra de constater ou non de la significativité des effets croisés.

Désormais, nous souhaitons sélectionner les facteurs que nous allons intégrer à la fonction $Taux VIF_{croisé}$. Dans l'idéal, nous devrions croiser tous les facteurs de risque par paire (ex. : niveau des taux et spread, niveau des taux et PMVL, etc.), puis par trio (ex. : taux, rachat et spread, etc.), etc, pour obtenir la fonction g . Dans ce cas, nous aurions à notre disposition un nombre de combinaison extrêmement important à simuler. Il est donc primordial de faire des choix a priori concernant les facteurs de risque à croiser.

Cependant, comment pouvons-nous effectuer cette sélection ? En effet, certains facteurs de risque dont les effets simples sont faibles, peuvent éventuellement entraîner un ajustement important lorsqu'ils sont couplés à d'autres facteurs de risque. Ne pas intégrer cette combinaison aux effets croisés reviendrait alors à sous-estimer l'impact de ces deux facteurs pris simultanément. A l'inverse, nous nous demandons quelle est la réaction de deux facteurs de risque dont les effets simples sont importants sur la VIF lorsque nous les choquons simultanément ? En effet, la somme des effets simples de ces deux facteurs sur-estime peut-être la valeur de la VIF ? Compte tenu de l'ensemble de ces interrogations et ne pouvant tester l'ensemble de ces combinaisons en terme de temps de calcul, nous avons été contraints de faire des choix a priori sur les facteurs de risque à intégrer au sein de notre fonction croisée. Ainsi, nous venons de constater que les facteurs « Spread », « Niveau des taux nominaux » et « PMVL actions et immobiliers » ont un impact important sur la VIF, en particulier aux extrémités des intervalles, i.e. dans les zones où la situation est extrême. Nous pensons donc que le terme croisé est essentiel lorsque nous réalisons des chocs sur ces 3 facteurs de risque simultanément. C'est donc pour cette raison que nous avons choisi de croiser ces trois facteurs de risque. Rappelons à nouveau que le but de l'exercice est bien de fournir un outil d'aide à la décision. Seuls les phénomènes au premier ordre nous intéressent dans cette étude. L'équation (4.13) devient alors :

$$Taux VIF_{croisé} = \frac{g(x_1, x_2, x_3) - f_1(x_1) - f_2(x_2) - f_3(x_3) + 2 \times f_0}{PM_{2012}} \quad (4.14)$$

Avec :

- $g(x_1, x_2, x_3)$ la VIF exprimée en fonction des facteurs « spread », « PMVL actions et immobiliers » et « niveau des taux nominaux »,
- f_0 la VIF dans la situation centrale,
- f_1 la VIF associée au facteur de risque simple « PMVL actions et immobiliers » (les autres facteurs sont neutralisés),
- f_2 la VIF associée au facteur « spread »,
- f_3 la VIF associée au facteur « niveau des taux nominaux ».

Cependant une dernière question se pose à nous : Comment déterminer la valeur des chocs croisés à réaliser ? Pour répondre à cette question, nous avons préféré conserver les intervalles et les chocs que nous avons fixés précédemment. Néanmoins, il nous est difficile de réaliser $8 \times 6 \times 6 = 288$ combinaisons, soit au total 6 jours de simulation. Nous avons donc uniquement conservé la valeur des chocs aux extrémités des intervalles car ce sont elles qui ont le plus d'impact sur la VIF. Plus précisément, nous avons retenu pour ces trois facteurs de risque les quatre valeurs les plus importantes en terme d'impact sur la VIF. Il est important d'apporter une précision concernant les intervalles des chocs croisés. En effet, au moment où nous avons fixé les chocs croisés à réaliser, nous n'avions pas encore connaissance des valeurs projetées en *monde réel*, de ce fait nous avons uniquement tenu compte des intervalles basés sur les historiques. Finalement, nous avons au total $4^3 = 64$ combinaisons à réaliser, soit 31,5 heures de simulation. La grille ci-dessous permet

d'afficher l'ensemble des chocs que nous allons croiser (ces valeurs sont mises en noir dans la grille ci-dessous) :

	Min	Int. 1	Int. 2	Int. 3	Int. 4	Max
PMVL Action/Immo	-10,00%	-6,00%	-2,00%	2,00%	6,00%	10,00%
Spread	0,50%	2,00%	3,50%	5,00%	6,50%	8,00%
I_{tn}	1,00%	2,40%	3,80%	5,20%	6,60%	8,00%

FIGURE 4.12 – Ensemble des chocs à croiser.

4.6.2 Paramétrage de l'outil de simulation

Compte tenu des chocs que nous nous sommes fixés, il nous reste à paramétrer l'environnement de simulation afin de déterminer l'impact des facteurs croisés (« niveau des taux nominaux », « Spread » et « PMVL Actions et Immobiliers ») sur le taux de VIF. Ces trois facteurs interviennent dans des tables différentes au sein de l'environnement de simulation. De ce fait, nous n'avons pas à générer d'autres tables pour en déduire la VIF en fonction des chocs croisés. Il nous suffit de créer 64 *Runs*⁵ permettant de les utiliser simultanément. En annexe B, nous présentons l'ensemble des combinaisons de tables que nous avons effectuées pour en déduire les 64 valeurs de VIF faisant référence aux 64 chocs croisés.

4.6.3 Analyse des résultats

Après avoir récupéré l'ensemble des résultats, nous souhaitons observer la pertinence des effets croisés au sein de la fonction $f(x_1, \dots, x_n)$. Pour ce faire, nous allons observer graphiquement le terme que nous avons appelé $Taux\ VIF_{croisé}$ au sein de l'équation (4.14).

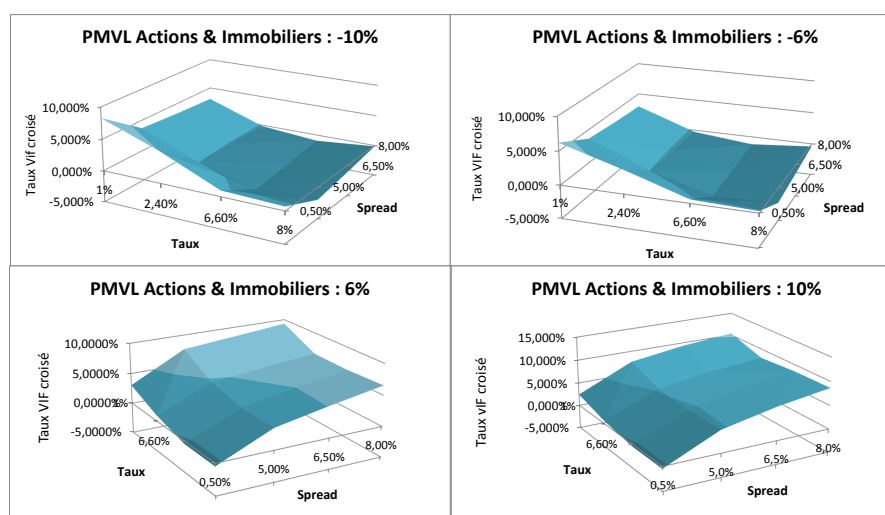


FIGURE 4.13 – Sensibilités de la VIF aux facteurs croisés.

Nous constatons alors clairement qu'en aucun cas, l'évolution des fonds propres ne peut être exprimée sous la forme d'une somme de facteurs de risque. Afin d'explicitier cela,

5. Un *Un Run* correspond à un scénario projeté dans un univers de projection donné.

nous allons observer des points en particulier⁶. Tout d'abord, considérons la situation extrême dans laquelle les taux sont faibles ($l_{tn} = 1\%$), le spread est élevé ($s = 8\%$) et les PMVL Actions & Immobiliers sont élevées ($PMVL_{Actions/Immo.} = 10\%$). Si nous additionnons les effets liés à chaque choc simple, nous obtenons alors globalement :

$$f_{l_{tn}}(1\%) + f_s(8\%) + f_{PMVL_a}(10\%) \simeq -10\% - 16\% + 2\% \simeq -24\%$$

Or, nous constatons à l'aide de la figure (4.13) que le correctif apporté par un choc simultané sur ces 3 facteurs de risque est de l'ordre de 10%. Par conséquent, l'effet obtenu par la somme des chocs simples sur-estime l'effet sur la VIF, ce qui nous donne au global un $Taux VIF \simeq -14\%$.

Observons maintenant la situation dans laquelle le taux long terme est de 8%, le spread de 8% et les PMVL Actions & Immobiliers de -10% . Nous remarquons que dans cette situation, le correctif apporté par la partie croisée est très faible et proche de 0%. Cela implique que, dans ce cas, la somme des chocs simples permet d'approximer relativement bien la VIF. Néanmoins, nous pouvons observer dans l'ensemble que le correctif apporté à la somme des chocs simples est majoritairement positif. En particulier, lorsque le niveau de PMVL Actions & Immobiliers augmente, l'ajustement est situé entre 5% et 10%, ce qui signifie que la situation est moins défavorable que le prévoit la somme des effets simples, quand on ajoute le correctif lié aux effets croisés. Finalement, la somme des effets simples surestime la plupart du temps les chocs effectués simultanément. Cela nous permet donc de conclure que le $Taux VIF_{croisé}$ est un élément indispensable à l'estimation du $Taux VIF$.

4.7 Choix de la forme paramétrique

Désormais, nous avons à notre disposition l'ensemble des données nécessaires pour calibrer chaque fonction associée à un facteur de risque ainsi que la fonction croisée. Nous rappelons que nous avons effectué au préalable une vérification du modèle ALM permettant d'assurer une fiabilité des données obtenues, c'est pourquoi nous considérons ces données comme non-aberrantes. De plus, compte tenu du nombre de facteurs de risque conséquent à notre disposition et donc du nombre important de fonctions à calibrer⁷, nous avons préféré utiliser une méthode permettant d'uniformiser le calibrage et l'interpolation de chacune de ces fonctions. Ainsi, nous nous sommes appuyés sur les splines cubiques par morceaux. De ce fait, les 14 fonctions issues des chocs simples ainsi que la fonction issue des chocs croisés, sont chacune représentée sous forme de fonctions polynomiales cubiques par morceaux, où les segments se joignent aux différents nœuds de la courbe ; les nœuds étant représentés par les sensibilités déduites de l'outil de simulation. De plus, des contraintes de régularité à chacun des nœuds de la courbe doivent être respectées afin de la rendre plus lisse à ces points.

Par ailleurs, il est important de préciser que les dimensions diffèrent entre les fonctions issues des chocs simples et celles issues des chocs croisés. En effet, chaque fonction « simple » est de dimension une (un seul facteur de risque choqué) tandis que la fonction « croisée » est de dimension trois. De ce fait, nous avons souhaité mettre en place un

6. Les valeurs exactes sont indiquées au sein de l'annexe D.

7. Nous avons au total 15 fonctions à calibrer : 14 fonctions issues des chocs simples et 1 fonction issue des chocs croisés.

programme prenant en compte ces deux dimensions. Pour répondre à l'ensemble de ces exigences, nous nous sommes donc appuyés sur la thèse de W. Dudziak [?] présentant notamment les splines cubiques. Ainsi la thèse présente dans un premier temps la formule permettant de calibrer les splines cubiques :

$$\begin{bmatrix} 0 & d_{12}^3 & d_{13}^3 & \cdots & d_{1n}^3 & 1 & x_1 & y_1 & z_1 \\ d_{21}^3 & 0 & d_{23}^3 & \cdots & d_{2n}^3 & 1 & x_2 & y_2 & z_2 \\ d_{31}^3 & d_{32}^3 & 0 & \cdots & d_{3n}^3 & 1 & x_3 & y_3 & z_3 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ d_{n1}^3 & d_{n2}^3 & d_{n3}^3 & \cdots & 0 & 1 & x_n & y_n & z_n \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ x_1 & x_2 & x_3 & \cdots & x_n & 0 & 0 & 0 & 0 \\ y_1 & y_2 & y_3 & \cdots & y_n & 0 & 0 & 0 & 0 \\ z_1 & z_2 & z_3 & \cdots & z_n & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ \vdots \\ b_n \\ c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ \vdots \\ v_n \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

Avec :

- n le nombre de points disponibles par facteur de risque,
- (x_i, y_i, z_i) , la valeur des trois facteurs de risque au point i ,
- $v_i, i = 1 \dots, n$ la valeur de la VIF au point i ,
- d_{ij} la distance euclidienne entre le point i et le point j ,
- les vecteurs (c_1, c_2, c_3, c_4) et $b_i, i = 1 \dots n$ sont à déterminer.

Pour déterminer ces deux vecteurs, il suffit de résoudre l'équation matricielle (4.15). Ainsi, quand la valeur des vecteurs (c_1, c_2, c_3, c_4) et $b_i, i = 1 \dots n$ est établie, il suffit d'appliquer la formule suivante pour interpoler les nouveaux points :

$$h(x, y, z) = c_1 + c_2x + c_3y + c_4z + \sum_{i=1}^n b_i d_i^3 \quad (4.16)$$

Dans la thèse de W. Dudziak, les formules ci-dessus sont développées pour les splines cubiques donc de dimension 3, ce qui est parfaitement adaptée à la fonction « croisée ». Par souci de simplicité, nous avons également appliqué cette théorie pour les fonctions « simples » en adaptant les formules (4.15) et (4.16) à la dimension une.

Par conséquent, l'utilisation des splines nous permet d'uniformiser la forme de chaque fonction. Il nous a alors suffi de mettre en place un programme permettant de calibrer puis d'interpoler chaque spline. En associant ce programme aux données précédemment obtenues et détaillées dans les paragraphes précédents, cela nous permet de construire notre outil d'estimation des fonds propres économiques à partir d'un ensemble de facteurs de risque.

Finalement, nous avons désormais à notre disposition un outil qui nous permet d'estimer, à différents pas de temps, les fonds propres économiques à partir de facteurs de risques prédéterminés sans passer par le logiciel ALM, ce qui permet de diminuer considérablement les temps de calcul, en particulier dans une démarche pluriannuelle comme l'ORSA. Il est cependant essentiel de préciser que notre outil suppose une hypothèse de stabilité dans le temps et une corrélation linéaire entre les facteurs de risque. Dans la dernière partie, nous allons alors expliciter l'utilisation de cet outil que nous avons mis en place, tout en le vérifiant.

4.8 Vérification et exemple simple d'utilisation de notre outil

L'outil que nous venons de mettre en place permet d'estimer les fonds propres à partir d'un ensemble de facteurs de risque. Néanmoins, nous n'avons à ce stade réalisé aucun test permettant de vérifier l'implémentation de cet outil. Nous pouvons alors effectuer une validation à deux niveaux :

- validation du programme de calibrage et d'interpolation des splines en réalisant des tests de cohérence sur les résultats obtenus,
- validation globale et a posteriori des résultats obtenus⁸.

Nous allons donc consacrer cette partie à la réalisation de tests de cohérence sur l'outil implémenté en interne, utilisant la méthode des splines. Plus précisément, nous allons tester notre outil d'estimation des fonds propres économiques en le comparant aux données servant de référence issues du modèle ALM. Dans la suite de cette partie, nous appellerons *fonds propres estimés* les fonds propres issus de l'outil que nous venons de mettre en place, en comparaison aux fonds propres servant de référence, issus du logiciel ALM.

Nous rappelons que la méthode utilisée pour calibrer et interpoler la fonction d'estimation des fonds propres est la méthode des splines. Par conséquent, chaque fonction de notre outil associé à chaque facteur de risque représente un ensemble de fonctions polynomiales cubiques par morceaux, où les segments se joignent aux différents nœuds de la courbe - les nœuds étant les données obtenues. Ainsi, si nous rentrons au sein de notre outil un choc que nous avons utilisé pour calibrer les splines, nous devrions retrouver exactement la même valeur de fonds propres en retour. Par exemple, en entrant en input de notre outil la valeur des facteurs de risque tels qu'ils apparaissent dans le scénario central, nous devrions logiquement obtenir une variation de fonds propres nulle.

Dans un premier temps, nous allons vérifier l'implémentation de notre outil à travers des chocs « simples »⁹. Dans un second temps, nous effectuerons des tests afin de vérifier que les résultats obtenus en réalisant des chocs « croisés » sont bien les résultats attendus.

Tests pour des chocs « simples ».

Afin de réaliser un premier test, considérons la réalisation d'un choc instantané de -6% sur les PMVL Actions & Immobiliers. Nous allons alors rentrer dans notre outil ce choc sur les PMVL Actions & Immobiliers, tandis que les autres facteurs conserveront leur valeur centrale à fin 2012.

Ainsi, en ce qui concerne les **effets simples**, nous devrions obtenir une variation de 0% du Taux de VIF pour tous les facteurs de risque sauf les PMVL Actions & Immobiliers. En effet, pour ce dernier facteur de risque, le choc instantané étant un nœud nous permettant de calibrer la spline des PMVL Actions & Immobiliers, nous devrions obtenir la valeur correspondante, soit -3,344%.

De plus, en ce qui concerne les **effets croisés**, nous devrions obtenir une variation nulle puisqu'un seul facteur a été modifié. La figure (4.14) va alors nous permettre de

8. Cette validation sera détaillée dans la partie 5.2.

9. Par choc simple, on entend qu'un seul facteur de risque est différent de la situation centrale à 2012 tandis que les autres sont neutralisés.

vérifier si la fonctionnelle est implémentée correctement.

Taux VIF central 2012		2,20%	
Facteur de risque		chocs	Variation Taux VIF
Chocs Simples	PPE	central	0%
	RdC	central	0%
	Rachat Structurel	central	0%
	PMVL	-6%	-3,344%
	Spread	central	0%
	l_i	central	0%
	s_i	central	0%
	c_i	central	0%
	l_{tn}	central	0%
	s_{tn}	central	0%
	c_{tn}	central	0%
	vol_action	central	0%
	r_k	central	0%
	r_{sigma}	central	0%
Chocs Croisés	PMVL/Spread/Taux		-561,360%
Résultat VIF		-562,502%	
ANR		ANR 2012	
Fds Propres		ANR 2012 * (-5,62502)	

FIGURE 4.14 – Exemple 1 : choc PMVL Actions et Immobiliers de -6% .

Ainsi, nous pouvons clairement vérifier que l'effet simple sur les PMVL Actions et Immobiliers entraîne bien la variation attendue. Par contre, nous remarquons également que ce choc simple a un impact important sur l'effet croisé, ce qui ne devrait pas être le cas. Ceci peut s'expliquer par le fait que le vecteur :

$$(PMVL\ Actions \ \& \ Immobiliers, Spread, Taux) = (-6\%, central, central) \quad (4.17)$$

ne fait pas partie des 64 nœuds que nous avons utilisés pour calibrer la partie croisée de la fonctionnelle. De ce fait, la valeur obtenue est une valeur interpolée. De plus, les 64 points que nous avons utilisés pour calibrer les effets croisés font uniquement référence à des extrémités, ce qui implique une mauvaise interpolation au centre de chaque intervalle. Pour corriger cela, nous avons choisi d'ajouter à nos 64 points, les points déduits des chocs simples, ce qui nous permet d'avoir 21 points¹⁰ supplémentaires, exprimés sous forme de vecteur comme dans l'équation (4.17). Ainsi pour chacun de ces points, le terme $Taux\ VIF_{croisé} = 0\%$.

Si nous reprenons maintenant notre exemple en considérant les ajustements, nous obtenons désormais les valeurs attendues, c'est-à-dire 0% aux effets croisés (les effets simples obtenus n'ayant pas changé). Finalement, l'ajustement que nous avons réalisé nous permet en définitive d'améliorer la qualité de l'information nécessaire pour interpoler les effets croisés au centre des intervalles.

Néanmoins, une dernière question se pose à nous quant à l'utilisation de la fonction dans le cadre d'un choc simple : jusqu'à maintenant, nous avons testé notre fonction en entrant uniquement des valeurs correspondant à des chocs réalisés. Cependant, quand nous entrons une valeur qui ne fait pas partie de cet échantillon initial, les valeurs renvoyées par les effets simples et croisés sont-elles cohérentes vis-à-vis des chocs déjà effectués, et

10. Ces 21 points comprennent : 8 points liés au choc l_{tn} , 6 points liés au choc $PMVL$, 6 points liés au choc $spread$, et enfin 1 point faisant référence au scénario central.

suivant quelle est l'erreur obtenue ?

A présent, nous allons donc vérifier la qualité de l'interpolation de la fonction que nous avons mise en place dans le cadre d'un choc simple. Pour cela, considérons toujours le facteur PMVL Actions & Immobiliers. Nous avons alors entré au sein de la fonction des valeurs de PMVL Actions & Immobiliers comprises entre $[-10\%; 10\%]$. Afin de faciliter la présentation de l'ensemble des résultats, nous avons préféré nous orienter vers un graphique.

Débutons alors notre analyse graphique par l'observation des **effets simples** au sein de la figure (4.15). Nous présentons alors uniquement les effets simples du facteur PMVL Actions & Immobiliers, les autres présentant logiquement un $Taux VIF = 0\%$. Par ailleurs, nous avons choisi de mettre en valeur les nœuds afin de différencier les valeurs issues de chocs réalisés (et qui nous permettent de calibrer les splines) des valeurs interpolées.

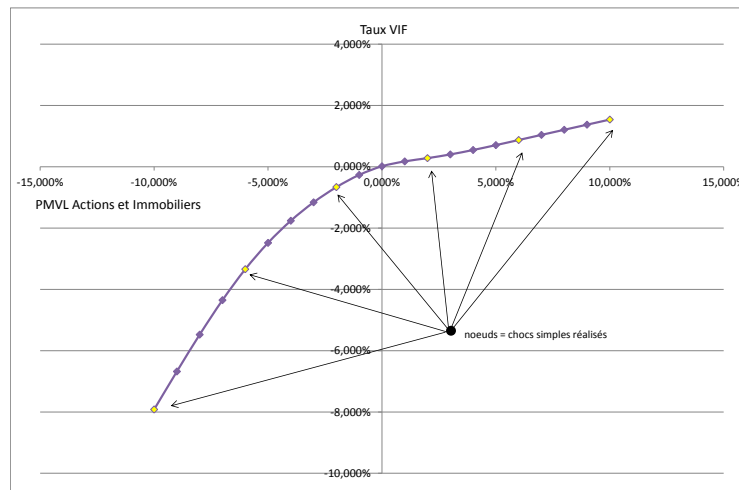


FIGURE 4.15 – Interpolation d'un choc simple - Effet « Simple ».

A l'observation de ce graphique, nous constatons dans l'ensemble que les points interpolés suivent relativement bien la dynamique des chocs déjà réalisés. Cependant, ce graphe ne nous permet pas de juger de la qualité de l'interpolation.

Mesure de la qualité de l'interpolation

Afin de juger de la qualité de l'interpolation de notre outil, il serait nécessaire de diviser pour chaque facteur de risque, l'ensemble de nos données - i.e. des chocs réalisés - en deux échantillons :

- un échantillon de *test* nous permettant de calibrer les splines,
- un échantillon de *validation* nous permettant de mesurer la qualité de l'interpolation.

Il nous suffit ensuite de mesurer l'erreur quadratique moyenne pour en déduire l'erreur d'estimation induite par l'outil mis en place :

$$MSE = E[(\hat{\theta} - \theta)^2] \quad (4.18)$$

Avec $\hat{\theta}$ la valeur estimée et θ la valeur réelle donnée par le logiciel ALM.

A présent, il serait intéressant de vérifier si l'interpolation des **effets croisés** n'induit pas d'erreur quand nous entrons des valeurs différentes des chocs réalisés. Pour ce faire, nous conservons l'exemple des PMVL Actions & Immobiliers mais nous présentons cette fois-ci les effets croisés dans la figure (4.16).

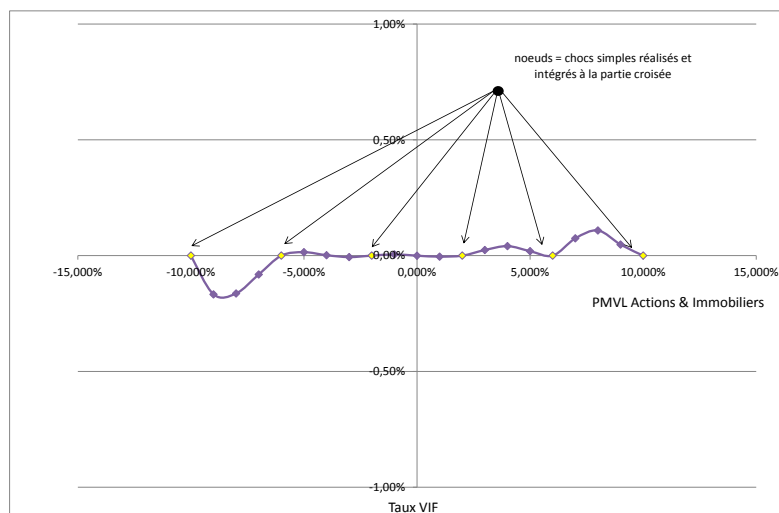


FIGURE 4.16 – Interpolation d'un choc simple - Effet « Croisé ».

Nous nous attendons à obtenir 0% aux sensibilités des effets croisés pour l'ensemble des chocs. En effet, la partie croisée de la fonction n'est pas censée intervenir quand un seul facteur de risque est choqué. Or, nous pouvons observer que ceci n'est pas le cas, en particulier dans les situations les plus extrêmes. Néanmoins, il est important de préciser que la fonction est calibrée sur 2012 mais qu'en définitive, nous l'utiliserons à d'autres horizons. De ce fait, les valeurs pour l'ensemble des facteurs de risque seront différentes des valeurs de 2012. Par conséquent, la partie croisée de la fonctionnelle sera la plupart du temps utilisée quand les 3 facteurs seront « choqués ».

Finalement, ces premiers tests nous ont permis d'ajuster le calibrage de notre fonctionnelle, en particulier celle des effets croisés. Par ailleurs, cela nous a permis de prendre du recul sur son utilisation et d'en découvrir les points faibles.

Tests pour des chocs « croisés ».

Désormais, nous souhaitons réaliser des tests similaires mais cette fois-ci en effectuant des chocs sur plusieurs facteurs en même temps. Dans un premier temps, nous nous concentrons donc sur des chocs déjà réalisés. Ainsi, nous souhaitons observer si des variations sur 3 facteurs simultanément entraînent bien les valeurs attendues. Pour réaliser ce test, nous considérons les facteurs suivants :

- PMVL Actions & Immobiliers,
- Spread,
- Niveau des taux nominaux (l_{tn}).

Ainsi, nous choisissons d'entrer par exemple au sein de notre fonctionnelle les valeurs suivantes :

$$(PMVL\ Actions\ \&\ Immobiliers, Spread, Taux) = (-6\%, 0.5\%, 1\%)$$

ce qui correspond à la fois à un nœud dans le cadre des effets simples mais également des effets croisés. Nous obtenons alors les variations suivantes :

Taux VIF central 2012		2,20%	
	Facteur de risque	chocs	Variation Taux VIF
Chocs Simples	PPE	central	0%
	RdC	central	0%
	Rachat Structurel	central	0%
	PMVL	-6,00%	-3,344%
	Spread	0,50%	1,212%
	l_i	central	0%
	s_i	central	0%
	c_i	central	0%
	l_{tn}	1,00%	-9,928%
	s_{tn}	central	0%
	c_{tn}	central	0%
	vol_action	central	0%
	r_k	central	0%
	r_{sigma}	central	0%
Chocs Croisés	PMVL/Spread/Taux		6,216%
Résultat VIF		5,074%	
ANR		ANR 2012	
Fds Propres		ANR 2012 * (0,05074)	

FIGURE 4.17 – Exemple 2 : chocs croisés.

Ainsi, chaque facteur choqué engendre une variation de la VIF à travers la partie *simple* mais également la partie *croisée*. Les valeurs obtenues sont bien celles attendues à chaque nœud (cf. Annexe C et D). Par conséquent, nous pouvons valider l'implémentation de notre fonctionnelle, les nœuds renvoient bien la valeur souhaitée.

Enfin, il reste à vérifier l'interpolation des effets simples et croisés dans le cadre de chocs croisés. Pour ce faire, nous reprenons les mêmes facteurs de risque et nous leur attribuons les valeurs suivantes :

- *Spread* : nous entrons dans la fonction des valeurs situées entre 0,5% et 8%, ce qui permet à la fois d'avoir des nœuds et des valeurs interpolées,
- *Niveau des taux nominaux* : nous nous fixons 2 valeurs différentes (1,5%, 3%),
- *PMVL Actions & Immobiliers* : nous prenons uniquement la valeur de -6% afin de pouvoir avoir des nœuds au sein des effets croisés.

Dans un premier temps, observons les effets simples :

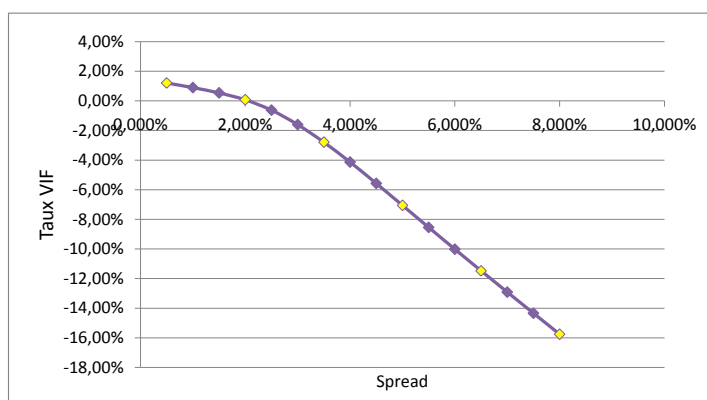


FIGURE 4.18 – Exemple 3 : Interpolation de chocs croisés - « Effets Simples » .

Comme précédemment, les points correspondant à des nœuds sont indiqués en jaune, tandis que les autres représentent des points interpolés. Nous constatons alors graphiquement que les effets simples semblent interpolés correctement. En effet, nous retrouvons bien la dynamique attendue. Comme dans la première série de test, il aurait été nécessaire de réaliser des simulations supplémentaires pour mesurer la qualité de l'interpolation.

Observons désormais les effets croisés issus des chocs croisés :

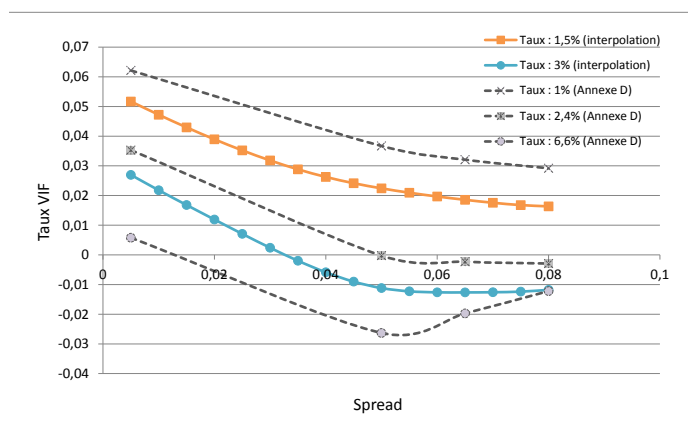


FIGURE 4.19 – Exemple 3 : Interpolation de chocs croisés - « Effets Croisés ».

Le graphe ci-dessus nous permet d'observer la pertinence de l'interpolation des effets croisés dans le cadre d'un choc croisé. Les courbes dont le niveau des taux à long terme est fixé à 1,5% et 3%, correspondent uniquement à des points interpolés. Parallèlement, nous avons affiché en pointillé les courbes issues du tableau 2 de l'annexe D et font donc référence à des chocs déjà réalisés.

Ainsi, nous pouvons globalement constater que ces valeurs semblent cohérentes. En effet, la courbe interpolée dont le niveau des taux est fixé à 1.5% permet de suivre la dynamique des courbes issues de l'annexe D dont le niveau des taux est fixé à 1% et 2.4%. Une nuance est à apporter au sujet des effets croisés quand le niveau des taux est de 3%. En effet, si nous considérons la courbe des sensibilités issues de l'annexe D (pour un taux de 6.6%), nous constatons alors un certain décrochage dans les sensibilités à partir d'un spread de 5%, qui est nettement plus faible pour la courbe dont le niveau de taux est de 2.4%. Néanmoins, il nous est impossible de savoir à partir de quel niveau des taux ce décrochage intervient. Ne pouvant effectuer d'autres simulations, nous prenons en note cette remarque et nous conservons les effets croisés tels qu'ils sont implémentés désormais.

Finalement, à travers ce chapitre, nous avons pu expliciter la démarche que nous avons utilisée pour mettre en place une caractérisation de fonds propres économiques en fonction d'un ensemble de facteurs de risque. Ainsi, nous avons présenté étape par étape les choix que nous avons faits en fonction des éléments à notre disposition et des délais qui nous étaient donnés. Nous avons choisi un grand nombre de facteurs de risque, ce qui nous a permis de prendre en considération les informations initiales nécessaires à la projection des trajectoires *risque neutre*, et ainsi pouvoir capter en partie l'évolution du stock dans le temps. Néanmoins, cela demande un temps de simulation non négligeable.

Le dernier chapitre va alors nous permettre de présenter l'outil d'estimation des fonds propres dans son contexte principal : l'ORSA. La problématique de ce mémoire étant la mise en place d'une fonction des fonds propres permettant d'éviter l'utilisation du logiciel ALM, en présenter une utilisation permettra de mieux comprendre son rôle dans le processus ORSA.

Chapitre 5

Application de l'outil d'estimation des fonds propres

La fonction implémentée exprimant les fonds propres en fonction d'un ensemble de facteurs de risque étant à notre disposition, nous pouvons désormais en présenter une utilisation afin d'appréhender le rôle de la fonction au cœur du processus ORSA. Dans un second temps, nous prendrons du recul pour analyser les points forts et les points faibles de notre méthode.

5.1 Application dans le cadre de l'ORSA

5.1.1 Présentation

Notre objectif est d'évaluer le besoin de fonds propres de la compagnie d'assurance sur toute la durée du plan stratégique. En particulier, la société souhaite évaluer son ratio de couverture sur 7 ans (de 2013 à 2020) et selon différents scénarios, soit :

$$RC_t^i = \frac{FP_t^i}{SCR_t^i} \quad (5.1)$$

Avec :

- $t = 1...7$ le pas de temps (en année),
- $i = 1...n$ le scénario déterministe considéré, et n le nombre total de scénarios en *monde réel*,
- RC le ratio de couverture.

Afin d'évaluer le ratio de couverture, et notamment le SCR il est donc essentiel de connaître la valeur des fonds propres économiques sur l'ensemble des 7 années dans le cadre de tous les scénarios. De plus, il est important de rappeler que l'évaluation du SCR est réalisée selon l'approche *formule standard*. De ce fait, à chaque scénario déterministe il sera nécessaire d'appliquer des chocs instantanés permettant l'évaluation du SCR.

Afin d'expliquer la démarche que nous avons utilisée pour répondre à l'exercice 2013 de l'ORSA, nous préférons nous appuyer sur une approche simplifiée en considérant pour le moment, une seule trajectoire déterministe et un seul pas de temps. Il suffit ensuite de réitérer la démarche que nous allons expliciter ci-dessous pour obtenir l'ensemble des informations sur tous les pas de temps, ainsi que pour l'ensemble des trajectoires.

La figure ci-dessous permet de présenter graphiquement la démarche générale dans le cadre de l'ORSA pour un pas de temps et une trajectoire donnée :

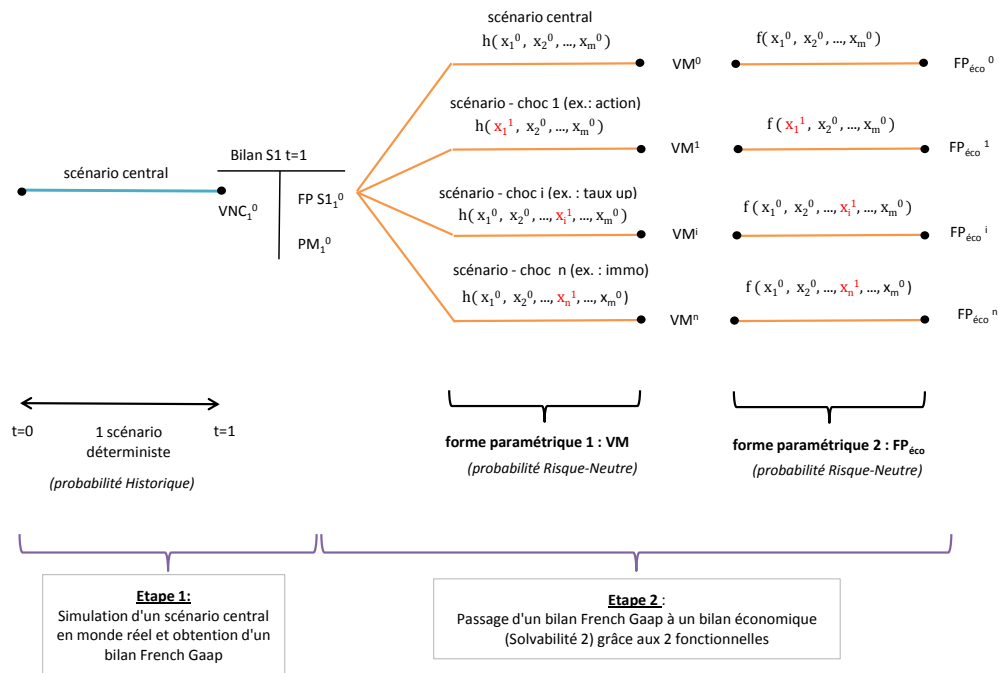


FIGURE 5.1 – Application de la Fonctionnelle dans le cadre de l'ORSA

La première étape consiste à projeter le scénario déterministe en univers *monde réel*. Pour ce faire, nous avons alors à notre disposition :

- une table de scénarios économiques en univers *monde réel*, donnant l'évolution des variables économiques dans la situation centrale,
- l'évolution des affaires nouvelles sur les 7 années.

Les autres hypothèses nécessaires à la projection des trajectoires en *monde réel* sont identiques au paramétrage réalisé dans le cadre des simulations *risque neutre*. Ces informations ont déjà été données dans le chapitre 3, c'est pourquoi nous ne les présenterons pas au sein de cette partie.

A partir de ces informations, nous pouvons en déduire après projection du scénario central en *monde réel*, l'évolution dans le temps du bilan French Gaap de l'assureur. Ainsi, à $t = 1$ (donc au 31/12/2014), nous avons à notre disposition les informations suivantes pour la situation centrale :

- la provision mathématique,
- la réserve de capitalisation,
- les fonds propres « Solvabilité 1 »,
- la valeur nette comptable,
- le niveau des PMVL.

De plus, nous avons également à notre disposition les informations concernant les variables économiques, ainsi que la valeur des chocs à appliquer ce qui nous permet de déduire la valeur des facteurs de risque à appliquer.

Cependant, nous avons jusqu'à présent projeté uniquement le scénario central en univers *monde réel*. De ce fait, nous avons uniquement à notre disposition la valeur de marché dans le cadre du scénario central. Or, pour utiliser la fonction des fonds propres qui se présente comme la somme entre l'actif net réévalué et la VIF, nous avons également besoin du niveau de PMVL globales pour calculer l'ANR. Pour résoudre ce problème, nous avons alors choisi d'employer la même démarche que celle employée pour estimer les fonds propres économiques. En effet, les facteurs de risque et les intervalles de chocs nécessaires pour calibrer la fonction caractérisant la valeur de marché sont similaires à ceux utilisés dans le cadre de la fonction des fonds propres. Par conséquent, il nous suffit de récupérer la valeur de marché pour chaque choc et chaque facteur de risque, puis d'intégrer ces données dans le programme permettant de calibrer et d'interpoler les splines pour en déduire la valeur de marché estimée par la fonctionnelle. La seule différence avec la fonctionnelle associée aux fonds propres économiques réside dans le facteur d'échelle que nous avons utilisé. En effet, nous n'avons pas divisé la valeur de marché par la PM mais par la VNC. De plus, nous avons conservé une approche directe, contrairement à la fonctionnelle associée aux fonds propres économiques pour laquelle on avait retenu une approche indirecte. Finalement, ce travail nous a permis d'obtenir la fonctionnelle suivante pour la VM :

$$f_t(x_1, x_2, \dots, x_{14}) = \frac{VNC_t}{VNC_{2012}} \times (f_0 + \sum_{i=1}^{14} (f_i(x_i) - f_0) + g(x_1, x_2, x_3) + 2 \times f_0 - f_1(x_1) - f_2(x_2) - f_3(x_3)) \quad (5.2)$$

Avec :

- $f(x_1, x_2, \dots, x_{14})$, la **valeur de marché** en fonction de 14 facteurs de risque,
- f_0 , la **valeur de marché** dans la situation centrale,
- f_i , la **valeur de marché** en fonction du facteur de risque x_i , $i = 1 \dots 14$,
- $g(x_1, x_2, x_3)$, la **valeur de marché** en fonction de facteurs de risque croisés : PMVL Actions & Obligations, Spread, Niveau des taux nominaux.

Finalement, à partir des variables projetées du bilan French Gaap et de la fonctionnelle exprimant la valeur de marché en fonction des facteurs de risque, nous pouvons en déduire le niveau de PMVL pour l'ensemble des scénarios choqués d'une trajectoire déterministe.

Avant d'utiliser directement la fonction des fonds propres, il reste à préciser et expliquer une manipulation que nous avons effectuée afin de faire correspondre la valeur de marché obligataire issue des trajectoires *monde réel* et la valeur de marché obligataire issue de la fonctionnelle. En effet, l'approche indirecte utilisée au sein de ce mémoire pour estimer les fonds propres économiques nous permet de capter en partie l'évolution du stock dans le temps, essentiellement à travers l'actif net réévalué et en particulier les PMVL globales. Néanmoins, cette approche ne permet pas de tenir compte d'une évolution liée à des décisions de gestion ou des réinvestissements. Afin de prendre en considération cette remarque, nous avons alors réalisé un « calage » ajustant le facteur spread de manière à égaliser la valeur de marché obligataire du scénario central issue de la fonctionnelle et celle issue des trajectoires *monde réel*. De ce fait, le spread obtenu (et que nous allons entrer dans la fonctionnelle) permet de tenir compte des erreurs d'estimation de la fonc-

tion mais également de l'évolution du stock obligataire. Nous intégrons alors ce « correctif spread » dans notre fonctionnelle des valeurs de marché de la façon suivante :

$$Spread_{fonctionnelle} = Spread_{marché} + correctif_{calage}^{Spread} \quad (5.3)$$

Finalement, cet ajustement nous permet de retrouver la valeur de marché issue des trajectoires *monde réel* pour le scénario central. Il reste alors à calculer la valeur de marché pour les scénarios choqués. En intégrant le spread corrigé et un choc sur un facteur de risque pour chaque scénario choqué, nous pouvons alors en déduire la valeur de marché des scénarios choqués, et donc le niveau des PMVL globales pour tous les scénarios.

Désormais, nous avons donc à notre disposition l'ensemble des informations nécessaires pour en déduire les fonds propres économiques dans la situation centrale ainsi que les scénarios choqués. Nous précisons alors qu'au sein de la fonction des fonds propres, nous prenons également en compte le « correctif spread » que nous avons calculé auparavant. De ce fait, nous pouvons également en déduire le SCR de la compagnie pour cette trajectoire déterministe, ainsi que le ratio de solvabilité. Il suffit alors de réitérer ce processus sur l'ensemble de la durée du plan stratégique et nous pouvons en déduire si la compagnie reste solvable sur toute la durée du plan stratégique. L'approche par facteurs de risque aura alors pour avantage d'expliquer en partie l'évolution du ratio de solvabilité dans le temps, tout en gagnant en temps de calcul.

Enfin, il est essentiel de préciser que notre approche ne permet pas d'estimer l'ensemble des sous-modules de SCR. En effet, nous avons uniquement considéré les facteurs de risque suivants au sein de l'approche par forme paramétrique :

- Spread,
- Taux,
- Action,
- Immobilier,
- Rachat.

Ainsi, chaque scénario choqué au sein de la fonctionnelle des fonds propres correspond à un de ces modules de risque. De ce fait, au sein d'une trajectoire déterministe, nous avons à notre disposition :

- 1 scénario central,
- 7 scénarios choqués : nous avons en effet 2 scénarios choqués pour les taux (taux à la hausse et taux à la baisse) et également 2 scénarios choqués pour les rachats.

Il manque donc l'évaluation des modules suivants pour en déduire le SCR de la compagnie associée à chaque trajectoire et chaque pas de temps :

- Change,
- Concentration,
- Mortalité,
- Longévité,
- Invalidité,
- Frais,
- Révision,
- Catastrophe.

Ne pouvant estimer ces modules à partir de la fonction des fonds propres économiques, nous les avons donc estimés à partir du *Best Estimate*. En effet, à partir de la valeur de marché et des fonds propres économiques, nous en déduisons le *Best Estimate*. Puis en fonction d'un ratio calculé à partir des résultats du QIS 2013¹, nous estimons alors les modules de SCR restants.

5.1.2 Approche déterministe

Afin de mettre en place cette démarche et ainsi répondre aux exigences de l'ORSA, plusieurs hypothèses nécessitent d'être posées.

Bilan French Gaap

Dans le cadre de l'exercice ORSA 2013, la compagnie dispose de son bilan comptable au 31/12/2013 :

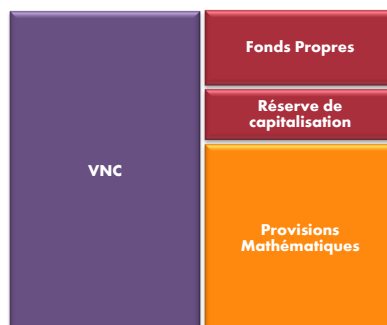


FIGURE 5.2 – Bilan en norme Solvabilité 1 de la compagnie au 31/12/2013.

Trajectoires déterministes

De plus, la compagnie souhaite évaluer sa solvabilité dans les situations suivantes :

- un scénario déterministe correspondant à son Business Plan,
- un scénario permettant de constater de sa solvabilité dans le cadre d'une baisse des taux,
- un scénario dans le cadre d'une hausse des taux.

Ainsi, comme nous l'avons dit auparavant, nous allons associer à chacune de ces trajectoires un scénario central et des scénarios choqués. Il reste donc à poser les chocs que nous allons effectuer sur chacun de ces scénarios.

Chocs instantanés

Dans le cadre de l'ORSA, les chocs ne sont pas « normalisés », le Pilier 2 ayant pour objectif que l'entreprise développe sa propre gestion des risques. Néanmoins, l'entreprise aimerait savoir dans quelle mesure elle reste solvable au sens Solvabilité 2 sur toute la durée du plan stratégique. Cela revient donc à évaluer le capital économique requis en

1. A partir du QIS 2013, nous avons déduit le ratio SCR/BE pour chaque sous module de risque, non pris en compte dans la fonctionnelle.

fonction des chocs donnés dans le QIS selon l'approche *formule standard*.

Le tableau ci-dessous permet de présenter l'ensemble des chocs que nous allons appliquer sur les différentes trajectoires déterministes :

	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
choc rachat hausse	150%	150%	150%	150%	150%	150%	150%	150%
choc rachat baisse	50%	50%	50%	50%	50%	50%	50%	50%
choc immo	25%	25%	25%	25%	25%	25%	25%	25%
choc action	26%	26%	26%	27%	29%	31%	33%	35%
choc spread	2%	2%	2%	2%	2%	2%	2%	2%

FIGURE 5.3 – Récapitulatif des chocs - Exercice ORSA 2013.

En ce qui concerne les chocs rachat à la hausse et rachat à la baisse, nous retrouvons bien les valeurs du QIS 2013. Nous avons alors étendu l'ensemble de ces chocs de 2013 à 2020. Nous avons procédé de la même façon pour le choc immobilier.

Par contre, il est nécessaire d'apporter quelques précisions concernant les chocs appliqués sur les actions entre 2013 et 2020. En effet, le choc action pour le QIS 2013 se distingue en 2 catégories :

- pour les actions de type 1, le choc est de 22%,
- pour les actions de type 2, le choc s'élève à 30%.

Néanmoins, le facteur « PMVL Actions & Immobiliers » au sein de notre fonction ne permet pas de distinguer le type d'action. Par conséquent, nous avons estimé le choc à appliquer en 2013 en fonction de la pondération de chaque type d'action au sein de notre portefeuille. Pour ces raisons, nous avons alors choisi d'appliquer un choc de 26% en 2013. Par ailleurs, le choc de 22% réalisé dans le cadre du QIS 2013 fait partie des mesures transitoires. En effet, à terme le choc action devrait s'élever à 39%. Afin de prendre en compte l'évolution du choc action, nous avons alors augmenté progressivement la valeur du choc à appliquer.

Par ailleurs, le choc spread qui est appliqué uniformément au portefeuille au sein de la fonctionnelle, représente un choc équivalent au choc QIS 2013² dans la mesure où il permet de retrouver le résultat du calcul complet selon les formules du QIS.

Enfin en ce qui concerne le choc de taux à la hausse et de taux à la baisse, nous avons utilisé les chocs associés à chaque maturité tels qu'ils sont spécifiés pour le QIS 2013.

Finalement, à partir de l'ensemble des hypothèses, nous sommes en mesure de lancer les projections en *monde réel* associées aux 3 situations que nous souhaitons évaluer et d'en déduire l'ensemble des informations nécessaires pour alimenter d'une part la fonction de la valeur de marché et d'autre part la fonction des fonds propres économiques. Finalement, la mise en place de ces fonctions nous permet désormais de gagner un temps considérable dans l'évaluation de la solvabilité de l'assureur sur plusieurs années et plusieurs scénarios déterministes.

2. Ce choc équivalent dépend donc directement de la composition de notre portefeuille.

5.1.3 Approche stochastique

Par la suite, nous souhaitons mettre en place des simulations stochastiques en *monde réel*. En effet, les scénarios déterministes permettent de constater de la solvabilité de l'assureur dans quelques scénarios en particulier, mais ne permettent pas d'évaluer le ratio de couverture à un niveau de probabilité donné.

La fonction des fonds propres économiques nous permet désormais de s'affranchir des simulations *risque neutre* et ainsi de gagner du temps dans l'évaluation des besoins de fonds propres de la compagnie. L'ensemble des hypothèses étant développé pour les scénarios déterministes, il suffit d'étendre la démarche à 1000 scénarios stochastiques. En prenant le quantile à un niveau donné, nous en déduisons le ratio de couverture de la société sur toute la durée du plan stratégique avec une probabilité donnée.

Finalement, nous pouvons constater que la fonction que nous avons mise en place permet de s'inscrire facilement et relativement rapidement dans une démarche stochastique.

5.2 Utilisation dans le cadre du QIS 2013

Un des avantages de la fonction des fonds propres que nous avons mise en place est de remplacer les trajectoires en univers *risque neutre*. De plus, comme elle a été calibrée à partir de chocs instantanés, elle n'intègre aucune spécificité liée aux projections *monde réel* dans le cadre de l'ORSA (*New Business* essentiellement). De ce fait, nous pouvons tout à fait l'utiliser dans le cadre d'un QIS avec approche *formule standard* afin de se donner rapidement une idée des résultats.

Pour ce faire, il est nécessaire de récupérer l'ensemble des informations nécessaires au bon fonctionnement de la fonction des fonds propres économiques que nous avons développée. Nous précisons que cette fonction reste calibrée à partir des données de 2012. De ce fait, utiliser la fonction dans le cadre du QIS 2013 permet d'observer la stabilité de la fonction des fonds propres sur la première année. Les informations à insérer dans la fonction des fonds propres sont les suivantes :

- les informations liées au bilan comptable au 31/12/2013 : FP_{2013}^{S1} , RdC_{2013} , PM_{2013} , VNC_{2013} , $QP_{2013}^{FP S1} \times PMVL_{2013}$, PPB_{2013} , $PMVL_{2013}^{Actions Immo.}$,
- les informations liées à la situation économique : les facteurs issus de la décomposition de Nelson-Siegel permettant d'approcher la courbe fournie par l'EIOPA pour l'exercice 2013 (taux nominaux et inflation), la volatilité des taux et le paramètre de retour à la moyenne des taux ainsi que la volatilité des actions,
- les informations liées au comportement de l'assuré : le pourcentage de rachat structurel de la société modélisée pour 2013.

A partir de ces informations, nous pouvons donc en déduire les fonds propres économiques en 2013 dans la situation centrale mais également dans les situations choquées (chocs QIS 2013) puis les SCR associés à chaque sous module de risque. La figure ci-contre permet non seulement de donner un exemple concret d'utilisation de la fonction d'estimation des fonds propres mais également d'apporter une vérification *a posteriori*.

QIS 2013			
Fonds Propres S2 (scénario central)	Logiciel ALM	Outil d'estimation des fonds propres	Ecart (en % FPS2)
FPS1	100,0	100,0	0,0%
QP.PMVL assureur	5,0	5,0	0,0%
VIF Euro	73,9	72,3	-0,9%
FPS2	178,86	177,30	-0,9%
SCR	Logiciel ALM	Outil d'estimation des fonds propres	Ecart (en % FPS2)
Rate Down	12,7	16,1	1,9%
Spread	61,4	57,3	-2,3%
EQ (1+ 2 + 3)	18,3	19,1	0,4%
Change	3,0	2,8	-0,1%
Property	5,8	2,8	-1,7%
Concentration	1,3	1,4	0,0%
Ajust Corrélation et autre	-16,2	-14,5	1,0%
SCR marché	88,09	84,90	-1,8%
Mortality	1,6	1,5	0,0%
Longevity	0,0	0,0	0,0%
Lapse	19,4	21,3	1,0%
Expense	3,1	3,0	0,0%
Ajust Corrélation	-2,8	-2,8	0,0%
SCR Souscription	21,26	23,07	1,0%
SCR Contrepartie	1,37	1,37	0,0%
Ajust Corrélation	-14,67	-14,26	0,2%
BSCR	96,04	95,08	-0,5%
SCR Opérationnel	10,36	10,83	0,3%
Impôts Différés	-25,91	-25,17	0,4%
SCR	80,49	80,74	0,1%

FIGURE 5.4 – Validation de la fonction d'estimation des fonds propres.

Finalement, la fonction des fonds propres économiques que nous avons mise en place nous permet non seulement d'obtenir une bonne estimation du QIS 2013, mais également de valider la robustesse de la démarche à horizon 1 an.

5.3 Limites & Axes d'amélioration

5.3.1 Avantages

Finalement, la fonctionnelle exprimant les fonds propres en fonction de facteurs de risque fixés, présente principalement deux avantages.

D'une part, elle permet à l'entreprise de répondre rapidement à une démarche pluriannuelle pour l'évaluation de sa solvabilité, un des principaux objectifs de l'ORSA. En effet une fois calibrée, la forme paramétrique permet à l'entreprise de s'affranchir des simulations *risque neutre*. Combinée à des trajectoires *monde réel* permettant de donner l'évolution du bilan French Gaap et des variables économiques, elle permet alors de déduire rapidement les fonds propres économiques et le SCR de la société d'assurance sur toute la durée du plan stratégique, tout en donnant les effets prépondérants.

D'autre part, la fonctionnelle permet d'évaluer le profil de risque de la compagnie à travers différents tests de sensibilité. En effet, les chocs effectués dans le cadre du Pilier 1 avec l'approche *formule standard* sont fixés et imposés par le régulateur, ils ne permettent

donc pas à l'entreprise de connaître les marges de manoeuvre dont elle dispose à partir de chocs plus ou moins importants. Pour répondre aux exigences de l'ORSA, la fonction des fonds propres a été déduite de données issues du logiciel ALM. De ce fait, elle permet de tenir compte des spécificités de la compagnie et ainsi de capter son profil de risque en réaction à différentes situations (qu'elles soient liées à la situation économique ou au comportement de l'assureur ou de l'assuré). De plus, le fait d'appliquer des chocs d'intensité différente sur un même facteur de risque permet d'évaluer les pertes maximales potentielles auxquelles est exposé l'assureur. Finalement, la mise en place d'une forme paramétrique permet alors d'introduire une caractérisation des fonds propres économiques dépendant de plusieurs aléas, et ainsi de s'inscrire dans une démarche de maîtrise des risques spécifique à la société d'assurance.

5.3.2 Limites

Dans ce paragraphe, nous allons présenter les différentes limites du modèle que nous venons de mettre en œuvre. Dans le cadre de cette approximation, une hypothèse forte a été posée. En effet, la fonction des fonds propres suppose une stabilité dans le temps, en particulier dans la composition des stocks d'actifs et de passifs (évolution dans les garanties d'un produit par exemple). Concernant les stocks d'actifs obligataires, nous avons apporté une correction à travers le facteur spread. Afin de quantifier l'erreur liée à l'évolution du stock non prise en compte dans la fonction des fonds propres économiques, il pourrait alors être intéressant de renouveler le travail de calibrage l'année prochaine afin de voir si des évolutions ont été constatées dans les sensibilités aux différents facteurs de risque.

Par ailleurs, le temps de calibrage reste important suivant le nombre de facteurs de risque intégré dans la fonction des fonds propres économiques. En effet, nous avons intégré au sein des effets simples 14 facteurs de risque avec au minimum 6 chocs par facteur de risque ; au sein des effets croisés, nous avons sélectionné 3 facteurs de risque avec 4 chocs par facteur de risque, ce qui demande un temps de calibrage important. C'est pourquoi, nous avons été contraint de faire des choix a priori sur les facteurs de risque à sélectionner et le nombre de chocs à appliquer, ce qui ne nous a pas permis de tester toutes les situations potentielles. Ainsi, pour la fonction croisée, nous avons directement sélectionné 3 facteurs de risque faisant référence aux facteurs les plus importants en terme d'impact sur la VIF et nous avons alors constaté que la somme de facteurs de risque choqués individuellement sur-estime globalement l'impact de ces mêmes chocs effectués simultanément. Il aurait alors été intéressant de réaliser d'autres chocs croisés afin d'apporter des corrections supplémentaires sur la somme des effets simples. Par conséquent, la fonction des fonds propres économiques intègre une erreur liée aux effets croisés non intégrés.

De plus, certains modules de risque n'ont pas été intégrés à la fonctionnelle. En fonction du profil de risque de la société, il peut être nécessaire d'ajouter d'autres facteurs.

Finalement, les différentes limites décélées constituent des pistes d'amélioration pour le prochain exercice ORSA. En effet, le travail de réflexion et d'analyse autour de la mise en place de cette fonction nécessite d'être poursuivi l'année prochaine afin de corriger les approximations commises ici. Malgré ces limites, la fonction que nous avons mise en place, permet de répondre aux principales exigences du premier exercice ORSA, qui représente un exercice préparatoire avant l'entrée en vigueur de Solvabilité 2 en Janvier 2016.

Conclusion

L'*Own Risk Solvency Assessment* s'inscrit dans le cadre du Pilier 2 de Solvabilité 2. Alors que le Pilier 1 calcule la probabilité de ruine à un an sur la base d'un portefeuille en *run-off* via un ensemble de risques définis par la Commission Européenne, l'ORSA a pour objet de s'assurer de la solvabilité pluriannuelle de l'assureur sur la base d'une vision adaptée aux spécificités de la compagnie. De ce fait, le Pilier 2 encourage les compagnies à adopter une démarche ERM afin qu'elles soient en mesure d'apprécier et de mesurer par elles-mêmes leurs risques.

Dans le but d'évaluer la solvabilité d'une société régulièrement et sur toute la durée du plan stratégique, nous souhaitons mettre en place une fonction permettant d'exprimer les fonds propres économiques en fonction d'un ensemble de facteurs de risque. Actuellement, il existe déjà plusieurs méthodes d'approximation permettant de répondre à cet objectif : c'est le cas par exemple du *Curve Fitting*. Néanmoins cette méthode repose sur la combinaison de simulations *monde réel* et *risque neutre* et nous souhaitons évaluer le SCR selon l'approche *formule standard*. A travers ce projet, nous avons donc cherché à concilier la mise en place d'une forme paramétrique et l'approche *formule standard*.

Pour répondre à cette problématique, nous avons alors réalisé des chocs instantanés de différentes intensités sur chaque facteur de risque afin de capter l'impact de chacun sur les fonds propres économiques : c'est ce que nous avons alors appelé les *effets simples*. Parallèlement, nous avons effectué des chocs sur plusieurs facteurs de risque en même temps afin de corriger l'erreur apportée par la somme des effets simples, ce sont les *effets croisés*. Ainsi, à partir de la somme de ces effets nous pouvons en déduire les fonds propres économiques. De plus, nous avons exprimé les fonds propres économiques comme la somme de grandeurs issues du bilan French Gaap et d'autres issues de la situation économique afin de tenir compte au maximum des informations nécessaires aux projections *risque neutre*.

Une fois calibrée, cette fonction présente alors l'avantage d'évaluer rapidement les fonds propres économiques de la compagnie pour une trajectoire en *monde réel* fixée et un pas de temps donné. En effet, elle permet à la compagnie de s'affranchir des trajectoires *risque neutre* et ainsi de gagner en temps de calcul dans l'évaluation de sa solvabilité sur toute la durée du plan stratégique. Ainsi, à partir d'une trajectoire déterministe en probabilité *historique* et de la fonction des fonds propres, la compagnie est en mesure d'évaluer les fonds propres économiques issues de la situation centrale et des situations choquées et ainsi d'en déduire le SCR par sous-module de risque, ce qui revient à évaluer sa solvabilité selon l'approche *formule standard*. Par conséquent, la fonction des fonds propres économiques permet non seulement de répondre rapidement à une démarche pluriannuelle pour l'évaluation de la solvabilité d'une entreprise d'assurance mais s'inscrit également dans une optique de recherche de risque maximal à travers les différents chocs que nous

avons effectués sur chaque facteur de risque.

Par ailleurs, certaines faiblesses ou limites ont été décelées au fur et à mesure de la mise en place de la méthode. C'est le cas notamment du nombre de facteurs de risque que nous avons sélectionné, ce qui demande un temps de simulation important. De même, nous n'avons pas encore suffisamment de recul concernant la stabilité dans le temps de la fonctionnelle des fonds propres.

Finalement, à travers cette démarche, la compagnie a pu quantifier les risques qu'elle encourt, tout en tenant compte des spécificités de son profil de risque.

Annexe A

Récapitulatif Runs *simples*

Run	Facteurs de Risque		Table ESG Prophet	Table des variables du bilan comptable	Table des rachats structurels	Table des Model Point Actions/Immobiliers	Table des Model Point Obligations	Chocs
101			CAL_STD	FRENCH_RES	LAPSE STRUCT	ASSETS_EQUITY	ASSETS_BONDS	
102	PPE		CAL_STD	FRENCH_RES_PPE0	LAPSE STRUCT	ASSETS_EQUITY	ASSETS_BONDS	0,0%
103				FRENCH_RES_PPE1				2,0%
104				FRENCH_RES_PPE2				4,0%
105				FRENCH_RES_PPE3				6,0%
106				FRENCH_RES_PPE4				8,0%
107				FRENCH_RES_PPE5				10,0%
108	RdC		CAL_STD	FRENCH_RES_RdC0	LAPSE STRUCT	ASSETS_EQUITY	ASSETS_BONDS	0,0%
109				FRENCH_RES_RdC1				2,0%
110				FRENCH_RES_RdC2				4,0%
111				FRENCH_RES_RdC3				6,0%
112				FRENCH_RES_RdC4				8,0%
113				FRENCH_RES_RdC5				10,0%
114	Rachat Structurel		CAL_STD	FRENCH_RES	LAPSE_STRUCT0	ASSETS_EQUITY	ASSETS_BONDS	1,7%
115					LAPSE_STRUCT1			4,4%
116					LAPSE_STRUCT2			7,0%
117					LAPSE_STRUCT3			9,7%
118					LAPSE_STRUCT4			12,3%
119					LAPSE_STRUCT5			15,0%
120	PMVL Action/Immo		CAL_STD	FRENCH_RES	LAPSE STRUCT	ASSETS_EQUITY_PMV0	ASSETS_BONDS	-10,0%
121						ASSETS_EQUITY_PMV1		-6,0%
122						ASSETS_EQUITY_PMV2		-2,0%
123						ASSETS_EQUITY_PMV3		2,0%
124						ASSETS_EQUITY_PMV4		6,0%
125						ASSETS_EQUITY_PMV5		10,0%
130	SPREAD		CAL_STD	FRENCH_RES	LAPSE STRUCT	ASSETS_EQUITY	ASSETS_BONDS_SPREAD0	0,5%
131							ASSETS_BONDS_SPREAD1	2,0%
132							ASSETS_BONDS_SPREAD2	3,5%
133							ASSETS_BONDS_SPREAD3	5,0%
134							ASSETS_BONDS_SPREAD4	6,5%
135							ASSETS_BONDS_SPREAD5	8,0%
401	inflation	I_i	CAL_I_i_supp1	FRENCH_RES	LAPSE STRUCT	ASSETS_EQUITY	ASSETS_BONDS	-2,0%
501			CAL_I_i_Min					-0,7%
502			CAL_I_i_Int1					0,6%
503			CAL_I_i_Int2					1,9%
504			CAL_I_i_Int3					3,1%
505			CAL_I_i_Int4					4,4%
506			CAL_I_i_Max					5,7%
406		S_i	CAL_S_i_supp2					7,0%
407			CAL_S_i_supp1					-1,1%
507			CAL_S_i_Min					0,2%
508			CAL_S_i_Int1					1,4%
509			CAL_S_i_Int2					2,7%
510			CAL_S_i_Int3					4,0%
511			CAL_S_i_Int4					5,3%
512			CAL_S_i_Max					6,5%
412		C_i	CAL_S_i_supp2					7,8%
413			CAL_C_i_supp1					-20,0%
513			CAL_C_i_Min					-14,4%
514			CAL_C_i_Int1					-8,9%
515			CAL_C_i_Int2					-3,3%
516			CAL_C_i_Int3					2,3%
517			CAL_C_i_Int4					7,9%
518			CAL_C_i_Max					13,4%
418			CAL_C_i_supp2					19,0%

Run	Facteurs de Risque		Table ESG Prophet	Table des variables du bilan comptable	Table des rachats structurels	Table des Model Point Actions/Immobiliers	Table des Model Point Obligations	Chocs
519	taux nominaux	I_tn	CAL_I_tn_Min	FRENCH_RES	LAPSE_STRUCT	ASSETS_EQUITY	ASSETS_BONDS	0,0%
520			CAL_I_tn_Int1					1,6%
521			CAL_I_tn_Int2					3,1%
522			CAL_I_tn_Int3					4,7%
523			CAL_I_tn_Int4					6,3%
524			CAL_I_tn_Max					7,9%
423		s_tn	CAL_I_tn_supp1	FRENCH_RES	LAPSE_STRUCT	ASSETS_EQUITY	ASSETS_BONDS	9,4%
424			CAL_I_tn_supp2					11,0%
525			CAL_s_tn_Min					-1,6%
526			CAL_s_tn_Int1					-0,1%
527			CAL_s_tn_Int2					1,4%
528			CAL_s_tn_Int3					2,9%
529		c_tn	CAL_s_tn_Int4					4,5%
530			CAL_s_tn_Max					6,0%
429			CAL_s_tn_supp1					7,5%
430			CAL_s_tn_supp2					9,0%
431			CAL_c_tn_supp1	FRENCH_RES	LAPSE_STRUCT	ASSETS_EQUITY	ASSETS_BONDS	-15,0%
531			CAL_c_tn_Min					-10,3%
532			CAL_c_tn_Int1					-5,6%
533			CAL_c_tn_Int2					-0,9%
534			CAL_c_tn_Int3					3,9%
535			CAL_c_tn_Int4					8,6%
536		Action	CAL_c_tn_Max					13,3%
436			CAL_c_tn_supp2					18,0%
537			CAL_vol_action_Min	FRENCH_RES	LAPSE STRUCT	ASSETS_EQUITY	ASSETS_BONDS_VOL0	9,0%
538			CAL_vol_action_Int1				ASSETS_BONDS_VOL1	14,2%
539			CAL_vol_action_Int2				ASSETS_BONDS_VOL2	19,4%
540			CAL_vol_action_Int3				ASSETS_BONDS_VOL3	24,6%
541			CAL_vol_action_Int4				ASSETS_BONDS_VOL4	29,8%
542			CAL_vol_action_Max				ASSETS_BONDS_VOL5	35,0%
549	Hull & White	vitesse de retour à la moyenne	CAL_r_k_Min	FRENCH_RES	LAPSE STRUCT	ASSETS_EQUITY	ASSETS_BONDS	-2,7%
550			CAL_r_k_Int1					0,2%
551			CAL_r_k_Int2					3,2%
552			CAL_r_k_Int3					6,1%
553			CAL_r_k_Int4					9,1%
554			CAL_r_k_Max					12,0%
555		volatilité des taux	CAL_r_sigma_Min	FRENCH_RES	LAPSE STRUCT	ASSETS_EQUITY	ASSETS_BONDS	0,0%
556			CAL_r_sigma_Int1					0,3%
557			CAL_r_sigma_Int2					0,6%
558			CAL_r_sigma_Int3					0,9%
559			CAL_r_sigma_Int4					1,2%
560			CAL_r_sigma_Max					1,5%

Annexe B

Récapitulatif Runs *croisés*

Run	Table ESG Prophet	Table des variables du bilan comptable	Table des rachats structurels	Table des Model Point Actions/Immobiliers	Table des Model Point Obligations
1	CAL_I_tn_Min			ASSETS_EQUITY_Min	ASSETS_BONDS_Min
2	CAL_I_tn_Min			ASSETS_EQUITY_Int1	ASSETS_BONDS_Min
3	CAL_I_tn_Min			ASSETS_EQUITY_Int3	ASSETS_BONDS_Min
4	CAL_I_tn_Min			ASSETS_EQUITY_Max	ASSETS_BONDS_Min
5	CAL_I_tn_Min			ASSETS_EQUITY_Min	ASSETS_BONDS_Int2
6	CAL_I_tn_Min			ASSETS_EQUITY_Int1	ASSETS_BONDS_Int2
7	CAL_I_tn_Min			ASSETS_EQUITY_Int3	ASSETS_BONDS_Int2
8	CAL_I_tn_Min			ASSETS_EQUITY_Max	ASSETS_BONDS_Int2
9	CAL_I_tn_Min			ASSETS_EQUITY_Min	ASSETS_BONDS_Int3
10	CAL_I_tn_Min			ASSETS_EQUITY_Int1	ASSETS_BONDS_Int3
11	CAL_I_tn_Min			ASSETS_EQUITY_Int3	ASSETS_BONDS_Int3
12	CAL_I_tn_Min			ASSETS_EQUITY_Max	ASSETS_BONDS_Int3
13	CAL_I_tn_Min			ASSETS_EQUITY_Min	ASSETS_BONDS_Max
14	CAL_I_tn_Min			ASSETS_EQUITY_Int1	ASSETS_BONDS_Max
15	CAL_I_tn_Min			ASSETS_EQUITY_Int3	ASSETS_BONDS_Max
16	CAL_I_tn_Min	FRENCH_RES	LAPSE_STRUCT	ASSETS_EQUITY_Max	ASSETS_BONDS_Max
17	CAL_I_tn_Int1			ASSETS_EQUITY_Min	ASSETS_BONDS_Min
18	CAL_I_tn_Int1			ASSETS_EQUITY_Int1	ASSETS_BONDS_Min
19	CAL_I_tn_Int1			ASSETS_EQUITY_Int3	ASSETS_BONDS_Min
20	CAL_I_tn_Int1			ASSETS_EQUITY_Max	ASSETS_BONDS_Min
21	CAL_I_tn_Int1			ASSETS_EQUITY_Min	ASSETS_BONDS_Int2
22	CAL_I_tn_Int1			ASSETS_EQUITY_Int1	ASSETS_BONDS_Int2
23	CAL_I_tn_Int1			ASSETS_EQUITY_Int3	ASSETS_BONDS_Int2
24	CAL_I_tn_Int1			ASSETS_EQUITY_Max	ASSETS_BONDS_Int2
25	CAL_I_tn_Int1			ASSETS_EQUITY_Min	ASSETS_BONDS_Int3
26	CAL_I_tn_Int1			ASSETS_EQUITY_Int1	ASSETS_BONDS_Int3
27	CAL_I_tn_Int1			ASSETS_EQUITY_Int3	ASSETS_BONDS_Int3
28	CAL_I_tn_Int1			ASSETS_EQUITY_Max	ASSETS_BONDS_Int3
29	CAL_I_tn_Int1			ASSETS_EQUITY_Min	ASSETS_BONDS_Max
30	CAL_I_tn_Int1			ASSETS_EQUITY_Int1	ASSETS_BONDS_Max
31	CAL_I_tn_Int1			ASSETS_EQUITY_Int3	ASSETS_BONDS_Max
32	CAL_I_tn_Int1			ASSETS_EQUITY_Max	ASSETS_BONDS_Max

Run	Table ESG Prophet	Table des variables du bilan comptable	Table des rachats structurels	Table des Model Point Actions/Immobiliers	Table des Model Point Obligations
33	CAL_I_tn_Int3			ASSETS_EQUITY_Min	ASSETS_BONDS_Min
34	CAL_I_tn_Int3			ASSETS_EQUITY_Int1	ASSETS_BONDS_Min
35	CAL_I_tn_Int3			ASSETS_EQUITY_Int3	ASSETS_BONDS_Min
36	CAL_I_tn_Int3			ASSETS_EQUITY_Max	ASSETS_BONDS_Min
37	CAL_I_tn_Int3			ASSETS_EQUITY_Min	ASSETS_BONDS_Int2
38	CAL_I_tn_Int3			ASSETS_EQUITY_Int1	ASSETS_BONDS_Int2
39	CAL_I_tn_Int3			ASSETS_EQUITY_Int3	ASSETS_BONDS_Int2
40	CAL_I_tn_Int3			ASSETS_EQUITY_Max	ASSETS_BONDS_Int2
41	CAL_I_tn_Int3			ASSETS_EQUITY_Min	ASSETS_BONDS_Int3
42	CAL_I_tn_Int3			ASSETS_EQUITY_Int1	ASSETS_BONDS_Int3
43	CAL_I_tn_Int3			ASSETS_EQUITY_Int3	ASSETS_BONDS_Int3
44	CAL_I_tn_Int3			ASSETS_EQUITY_Max	ASSETS_BONDS_Int3
45	CAL_I_tn_Int3			ASSETS_EQUITY_Min	ASSETS_BONDS_Max
46	CAL_I_tn_Int3			ASSETS_EQUITY_Int1	ASSETS_BONDS_Max
47	CAL_I_tn_Int3			ASSETS_EQUITY_Int3	ASSETS_BONDS_Max
48	CAL_I_tn_Int3	FRENCH_RES	LAPSE_STRUCT	ASSETS_EQUITY_Max	ASSETS_BONDS_Max
49	CAL_I_tn_Max			ASSETS_EQUITY_Min	ASSETS_BONDS_Min
50	CAL_I_tn_Max			ASSETS_EQUITY_Int1	ASSETS_BONDS_Min
51	CAL_I_tn_Max			ASSETS_EQUITY_Int3	ASSETS_BONDS_Min
52	CAL_I_tn_Max			ASSETS_EQUITY_Max	ASSETS_BONDS_Min
53	CAL_I_tn_Max			ASSETS_EQUITY_Min	ASSETS_BONDS_Int2
54	CAL_I_tn_Max			ASSETS_EQUITY_Int1	ASSETS_BONDS_Int2
55	CAL_I_tn_Max			ASSETS_EQUITY_Int3	ASSETS_BONDS_Int2
56	CAL_I_tn_Max			ASSETS_EQUITY_Max	ASSETS_BONDS_Int2
57	CAL_I_tn_Max			ASSETS_EQUITY_Min	ASSETS_BONDS_Int3
58	CAL_I_tn_Max			ASSETS_EQUITY_Int1	ASSETS_BONDS_Int3
59	CAL_I_tn_Max			ASSETS_EQUITY_Int3	ASSETS_BONDS_Int3
60	CAL_I_tn_Max			ASSETS_EQUITY_Max	ASSETS_BONDS_Int3
61	CAL_I_tn_Max			ASSETS_EQUITY_Min	ASSETS_BONDS_Max
62	CAL_I_tn_Max			ASSETS_EQUITY_Int1	ASSETS_BONDS_Max
63	CAL_I_tn_Max			ASSETS_EQUITY_Int3	ASSETS_BONDS_Max
64	CAL_I_tn_Max			ASSETS_EQUITY_Max	ASSETS_BONDS_Max

Annexe C

Sensibilités - Effets *simples*

Facteurs	Chocs	Sensibilités
PMVL Actions & Immobiliers	-10,0%	-7,920%
	-6,0%	-3,344%
	-2,0%	-0,666%
	2,0%	0,280%
	6,0%	0,872%
	10,0%	1,539%
Spread	0,5%	1,212%
	2,0%	0,074%
	3,5%	-2,789%
	5,0%	-7,056%
	6,5%	-11,470%
	8,0%	-15,759%
Niveau des taux nominaux	1,0%	-9,928%
	2,4%	-2,866%
	3,8%	-0,202%
	5,2%	0,322%
	6,6%	0,042%
	8,0%	-0,490%
	9,5%	-0,974%
	11,0%	-1,874%

Annexe D

Sensibilités - Effets *croisés*

PMVL -10 %		Taux			
		1,0%	2,4%	6,6%	8,0%
Spread	0,5%	8,294%	4,974%	0,950%	0,663%
	5,0%	3,723%	0,059%	-2,439%	-2,020%
	6,5%	3,308%	-0,123%	-1,758%	-1,124%
	8,0%	3,027%	-0,175%	-0,988%	-0,147%

PMVL -6 %		Taux			
		1,0%	2,4%	6,6%	8,0%
Spread	0,5%	6,216%	3,531%	0,579%	0,294%
	5,0%	3,670%	-0,025%	-2,631%	-2,275%
	6,5%	3,209%	-0,229%	-1,972%	-1,395%
	8,0%	2,919%	-0,292%	-1,220%	-0,426%

PMVL 6 %		Taux			
		1,0%	2,4%	6,6%	8,0%
Spread	0,5%	3,052%	0,904%	-0,460%	-0,463%
	5,0%	7,622%	4,678%	3,465%	3,428%
	6,5%	8,440%	5,594%	4,991%	5,076%
	8,0%	9,293%	6,494%	6,315%	6,554%

PMVL 10 %		Taux			
		1,0%	2,4%	6,6%	8,0%
Spread	0,5%	2,436%	0,599%	-0,471%	-0,469%
	5,0%	7,673%	5,270%	4,619%	4,748%
	6,5%	9,307%	6,915%	6,881%	7,036%
	8,0%	10,347%	8,015%	8,548%	8,663%