Sommaire

INTRODUCTION **3**

1. PRESENTATION DES DIFFERENTES APPROCHES DE LA SOLVABILITE **4**

1.1 CONTEXTE DU PROJET 4
1.1.1 L'équipe ALM du Groupe Risk Management (GRM) au sein du GIE : 4
1.1.2 Résultats et actifs gérés 5

1.2 SOLVABILITÉ I 6
1.2.1 Les premières règles de Solvabilité de l'UE 6
1.2.2 L'actuel régime de solvabilité : "Solvabilité I" 6
1.2.3 Calcul de la solvabilité dans le cadre de Solvabilité I 8
1.2.4 Forces et faiblesses de Solvabilité I 9

1.3 SOLVABILITÉ II 10
1.3.1 Les acteurs principaux 10
1.3.2 La directive "Solvabilité II" 11
1.3.3 Les critères de choix de Solvabilité II 13
1.3.4 Evaluation du SCR 15

2. CADRE MIS EN PLACE POUR L'ELABORATION DES MODELES **18**

2.1 LE MODELE INTERNE EN GENERAL 18
2.1.1 Modélisation de l'actif et du passif 18
2.1.2 Technique de valorisation des flux futurs : le déflateur 21

2.2 UN MODELE INTERNE STOCHASTIQUE DE STOCHASTIQUE : SOLVABILITE II MODELE INTERNE 23
2.2.1 Description du modèle 24
2.2.2 Evaluation de la valeur de marché du passif 27

2.3 L'AUTRE MODELE INTERNE : MODELE CAPITAL ECONOMIQUE 30
2.3.1 Description du modèle 30
2.3.2 Duration de l'actif et du passif 32

2.4 CHOIX DES CONTRATS 32
2.4.1 Les contrats d'assurance vie 33
2.4.2 Les contrats d'épargne 35

2.5 EVALUATION DES RISQUES 36
2.5.1 Le risque de marché 36
2.5.2 Le risque d'assurance 37
2.5.3 Le risque opérationnel 37

3. ANALYSE DES RÉSULTATS 39

3.1 IMPACT DES DIFFERENTS FACTEURS DE RISQUE SUR LE SCR DE SOLVABILITE II 39
3.1.1 Nombre de contrats 39
3.1.2 Duration des actifs et passifs 41
3.1.3 Impact sur le SCR de la politique de placement des actifs, des frais et de l'âge 43

3.2 COMPARAISON DES RESULTATS DE SI, SII, $SII_{MODELE\ INTERNE}$, SII_{EC} 46
3.2.1 Marge de solvabilité 1 46
3.2.2 Marge de Solvabilité II 47
3.2.3 Extrapolation 56

CONCLUSION 58

BIBLIOGRAPHIE 59

GLOSSAIRE 60

ANNEXE 1 : 62

ANNEXE 2 : 64

ANNEXE 3 : 73

ANNEXE 4: 78

ANNEXE 5: 82

INTRODUCTION

Pour l'élaboration de la directive Solvabilité II, la Commission Européenne a lancé une large consultation par le biais du CEIOPS (Committee of European Insurance and Occupational Pensions Supervisors) pour diffuser ce projet auprès des divers organismes d'assurance au travers de diverses études d'impact quantitatives (QIS et QIS 2).

Actuellement, la solvabilité des compagnies d'assurance est mesurée sur la base d'indicateurs simples (provisions techniques, primes ou sinistres) sans prendre en compte les risques réellement encourus. En effet on peut constater que dans le système actuel un même produit en assurance vie bénéficiant de taux garantis différents est soumis à la même exigence de marge de solvabilité quelle que soit la capacité de l'assureur à servir le taux offert (i.e. quel que soit le rendement du portefeuille d'actifs sous-jacents).

Afin que les intérêts des assurés soient protégés au mieux et que les conditions de concurrence soient les mêmes pour toutes les compagnies d'assurance de l'Union Européenne, il est important que celles-ci soient soumises aux mêmes exigences de marge de solvabilité. Les appels à conseils émis par les instances européennes donnent ainsi l'occasion aux organismes professionnels de contribuer activement à la mise en place de la directive Solvabilité II. Cette réforme a pour but d'encourager les entreprises d'assurance à identifier, mesurer et gérer leurs risques (assurance, marché, crédit, opérationnel, liquidité) et d'assurer ainsi une allocation optimale des fonds propres.

Nous établirons, avant d'examiner plus attentivement le projet « Solvabilité II », un cadre théorique adéquat dans lequel se placer afin de mieux comprendre les différentes propositions de règle de solvabilité qui sont actuellement discutées. Nous établirons notre étude sur quatre types de contrats en assurance vie dans l'objectif d'analyser la formule standard proposée par le CEIOPS mais aussi de la comparer aux différentes approches de calcul permettant d'estimer les besoins en capitaux afin de faire face à d'éventuels risques non prévisibles que nous spécifierons.

Chapitre 1

1. PRESENTATION DES DIFFERENTES APPROCHES DE LA SOLVABILITE

L'objet de notre travail est d'analyser plusieurs approches de la solvabilité. Pour cela, nous allons tout d'abord établir un cadre théorique présentant les différentes méthodes de calcul possibles pour déterminer la marge de solvabilité.

1.1 CONTEXTE DU PROJET

1.1.1 L'équipe ALM du Groupe Risk Management (GRM) au sein du GIE :

Le GIE (groupement d'intérêt économique) est un instrument de collaboration entre entreprises, une structure qu'on peut qualifier d'intermédiaire entre la société et l'association. Le GIE possède en effet la pleine personnalité et capacité juridique et a pour objet de faciliter l'activité économique de chacun de ses membres par la mise en commun de certains aspects de cette activité.

La fonction de Risk Management a pour objectifs l'identification, la quantification et la gestion des principaux risques auxquels le groupe est exposé. Pour ce faire, des méthodes et des outils de mesure et de suivi sont développés par la fonction Risk Management incluant notamment un cadre homogène de modélisation stochastique.

Le Risk Management a 5 missions prioritaires :

- pilotage et suivi de la gestion actif/passif et mise en œuvre des travaux de Capital Economique
- l'approbation préalable au lancement des nouveaux produits
- le contrôle de l'exposition au risque d'assurance
- la mesure des risques opérationnels
- les systèmes d'information : outils de projection, de simulation, de risques de mesures, d'agrégation et de reporting.

Ainsi le GRM a pour objectifs la détection et la gestion des risques au niveau du Groupe et indirectement au niveau des filiales dispersées dans le monde entier.

Enfin, le GRM coordonne les équipes locales de Risk Management des différentes filiales du Groupe.

De plus, l'équipe ALM a pour rôle d'analyser et d'optimiser la gestion actif-passif du Groupe, ce qui revient à s'assurer que l'équilibre entre types de ressources financières et types d'emplois financiers est tel qu'il n'y ait pas de risque de solvabilité ou de liquidité, tout en optimisant la rentabilité générale. Elle s'assure aussi de mettre en œuvre le processus de modélisation tel que le Capital Economique. Ces études se font par le biais de projection d'un très grand nombre de scénarios économiques (projections stochastiques) afin d'évaluer la situation du Groupe dans chacun des scénarios.

1.1.2 Résultats et actifs gérés

Afin de mener à bien notre projet, nous serons par la suite emmené à réaliser des modèles d'actif-passif.
Nous décidons dans un premier temps de nous informer sur la répartition des investissements du groupe AXA afin d'avoir une meilleure connaissance du mode de fonctionnement du groupe.

1.1.2.1 AXA en quelques chiffres (année 2005)

51,5 milliards de clients dans le monde
110 000 collaborateurs et distributeurs
72 milliards d'euros de chiffres d'affaires
3,3 milliards d'euros de résultat opérationnel
1064 milliards d'euros d'actifs gérés
4,2 milliards d'euros de résultat net

L'année 2005 a été marquée par de très bons résultats selon AXA avec un résultat opérationnel en hausse de 24% à 3.3 milliards d'euros (contre 2.63 milliards d'euros en 2004), un résultat courant en hausse de 23% à 4.2 milliards d'euros (contre 3.342 milliards d'euros en 2004).

1.1.2.2 Représentation des actifs gérés par le groupe AXA

Actifs gérés		
Année	2004	2005
Total (en milliards d'euros)	871	1064
Répartition par société		
AllianceBernstein	45%	46%
AXA Investment Managers	40%	41%
Autres sociétés AXA	15%	13%
Répartition par type		
Gestion pour compte de tiers	51%	53%
Actif général	36%	33%
Unité de compte	13%	13%

1.2 SOLVABILITÉ I

1.2.1 Les premières règles de Solvabilité de l'UE

La réglementation européenne sur la solvabilité a été énoncée dans deux directives en 1973 et 1979[1]. Les assureurs étaient dans l'obligation de constituer un supplément de fonds propres en cas d'imprévus. La réglementation sur la solvabilité a pris de l'importance avec la troisième génération des directives européennes sur l'assurance vers les années 1994 laissant aux Etats membres de l'Union Européenne toute liberté pour imposer eux-mêmes une réglementation plus stricte.

1.2.2 L'actuel régime de solvabilité : "Solvabilité I"

Depuis février 2002, les sociétés d'assurance doivent suivre la réglementation fixée par « Solvabilité I ». Ceci a permis de renforcer les contrôles puisque les sociétés d'assurance sont dans l'obligation de respecter en permanence les exigences de solvabilité et d'instaurer une autorité de contrôle.

Solvabilité I se décompose en 3 piliers :

- Des provisions techniques suffisantes
- Des actifs suffisants et de qualités
- Un montant de fonds propres suffisants, i.e. une marge de solvabilité

[1] Les exigences de solvabilité ont été définies dans la Première directive 73/239/CEE du Conseil pour les assureurs non-vie et dans le Première directive 79/267/CEE du Conseil pour les assureurs vie.

1.2.2.1 Les provisions techniques :

Les provisions techniques apparaissent au bilan et représentent le montant permettant à la société d'assurance de payer les sinistres. Les provisions techniques doivent être suffisantes et par soucis de prudence, leur montant doit donc être supérieur à l'espérance des sinistres. Les principales provisions que l'on retrouve en assurance vie sont les provisions mathématiques (PM).

Les provisions mathématiques représentent la différence entre les valeurs actuelles probables des engagements respectivement pris par l'assureur et par les assurés (art. R. 331-3)

$$\boxed{PM = VAP\ (assureur) - VAP\ (assurés)}$$

1.2.2.2 Des actifs suffisants et de qualité :

La société d'assurance doit disposer de suffisamment d'actifs pour rembourser ses dettes envers ses assurés, son personnel et l'Etat (ce qu'on appelle les engagements réglementés). Du fait du décalage temporel entre le moment où l'assureur reçoit les primes et celui où il paie les sinistres ou prestations, l'assureur dispose d'un montant important d'argent qu'il peut placer sur les marchés financiers. Il faut alors respecter les règles suivantes :

- règle de congruence entre actif-passif : même devise à l'actif et au passif (avec une tolérance de 20%)
- diversification des titres : afin de limiter les pertes, les placements doivent être dispersés entre les différentes classes d'actifs et d'un point de vu géographique
- liquidité des actifs : limitation sur les titres non côtés

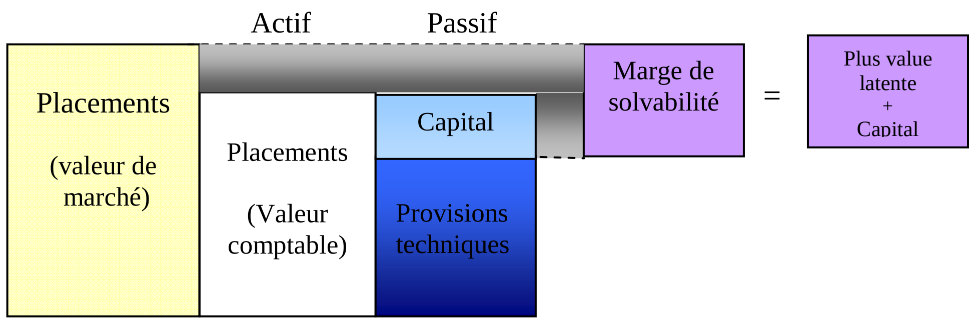
1.2.2.3 L'exigence des fonds propres :

Depuis la mise en place de « Solvabilité I », toutes les sociétés d'assurance européennes doivent disposer d'un montant de fonds propres, la marge de solvabilité, supérieur à un minimum réglementaire, l'exigence de marge de solvabilité.

L'exigence de marge de solvabilité dépend en particulier :

- des primes
- des sinistres
- des provisions mathématiques
- de la proportion de réassurance

La marge de solvabilité est la réserve de capital supplémentaire que les entreprises d'assurance doivent détenir pour pouvoir faire face à des événements inattendus, tels qu'un niveau de sinistres dépassant les prévisions ou un placement peu performant.



1.2.3 Calcul de la solvabilité dans le cadre de Solvabilité I

Le mode de calcul de la solvabilité n'a pas été modifié depuis 2002 (excepté quelques relèvements de seuils pour mieux refléter la situation réelle). Solvabilité I impose aux assureurs de détenir des fonds propres équivalents à l'exigence de marge de solvabilité ou au fonds minimum de garantie si ce dernier est d'un montant supérieur.

1.2.3.1 Le fond de garanti minimum :

Le fonds minimum de garantie est fixé à un tiers de l'exigence de marge de solvabilité. Le montant du fonds de garantie minimum a été sensiblement élevé et est indexé sur l'inflation ; en effet celui-ci (ainsi que l'indice des primes et des sinistres) est ajusté dès que l'indice des prix à la consommation européen a varié de plus de 5% depuis le dernier ajustement.

Le nouveau minimum absolu est fixé à 3 millions d'euros pour les sociétés d'assurance vie et à 2 millions pour certaines assurances non-vie (contre 200 000 euros à 1 400 000 euros auparavant selon les branches de risque).

1.2.3.2 La marge de solvabilité réglementaire :

- En assurance non-vie : (cf. détail en annexes)

  La marge de solvabilité réglementaire (MSR) en assurance non-vie se détermine de la façon suivante :

  $\boxed{MSR = Max [MSR1, MSR2]}$

- *Indice des primes :*
  MSR_1 = (50 M d'€ * 18% + 16%*(P^2-50 M d'€) $^{+}$)*taux de rétention

- *Indices des sinistres :*
  MSR_2= (35 M d'€ * 26% + 23 %*(S-35 M d'€) $^{+}$)*taux de rétention

Taux de rétention = Max (50%, sinistres nets/sinistres bruts)

Avec S = charge des sinistres / 3

= [sinistres $_{\text{réglés en N-2}}$ + sinistres $_{\text{réglés en N-1}}$ + sinistres $_{\text{réglés en N}}$ + PSAP $_{(31/12/N)}$ – PSAP $_{(31/12/N-3)}$] * 1/3

Remarque : En assurance non-vie, on notera qu'avant « Solvabilité I » le montant des primes servant à séparer les 2 tranches étaient de 10 Millions d'€ contre 50 Millions d'€ aujourd'hui et le montant des sinistres étaient de 7 Millions d'€ contre 35 Millions d'€ aujourd'hui. Les seuils des montants des primes et des sinistres ont donc été nettement revus à la hausse.

- En assurance vie : (cf. détail en annexes)

La marge de solvabilité réglementaire (MSR) en assurance vie se détermine de la façon suivante :

MSR = (PM[3] des contrats UC * 1% + PM des autres contrats * 4%) * taux de rétention$_1$ + 0.3[4] % * capital sous risque * taux de rétention$_2$

Taux de rétention$_1$ = Max [85% ; PM nette de réassurance/PM brute de réassurance)]
Taux de rétention$_2$ = Max (50%, capital sous risque net/ capital sous risque brut)

1.2.4 Forces et faiblesses de Solvabilité I

Les atouts de Solvabilité I sont essentiellement sa simplicité et la possibilité de comparer les résultats obtenus avec différentes entreprises.

Toutefois l'évaluation des actifs et des passifs ne se basent pas réellement sur une approche cohérente avec le marché. De plus la diversification ainsi que les corrélations des actifs et des passifs ne sont pas pris en compte tout comme les risques propres à la société d'assurance.

---

[2] P: primes
[3] PM : Provisions Mathématiques
[4] Pour les polices temporaire décès dont l'échéance est inférieure ou égale à 3 ans, la fraction est de 1‰. Pour les polices dont l'échéance est supérieure à 3 ans, mais inférieure ou égale à 5 ans, la fraction est de 1,5‰

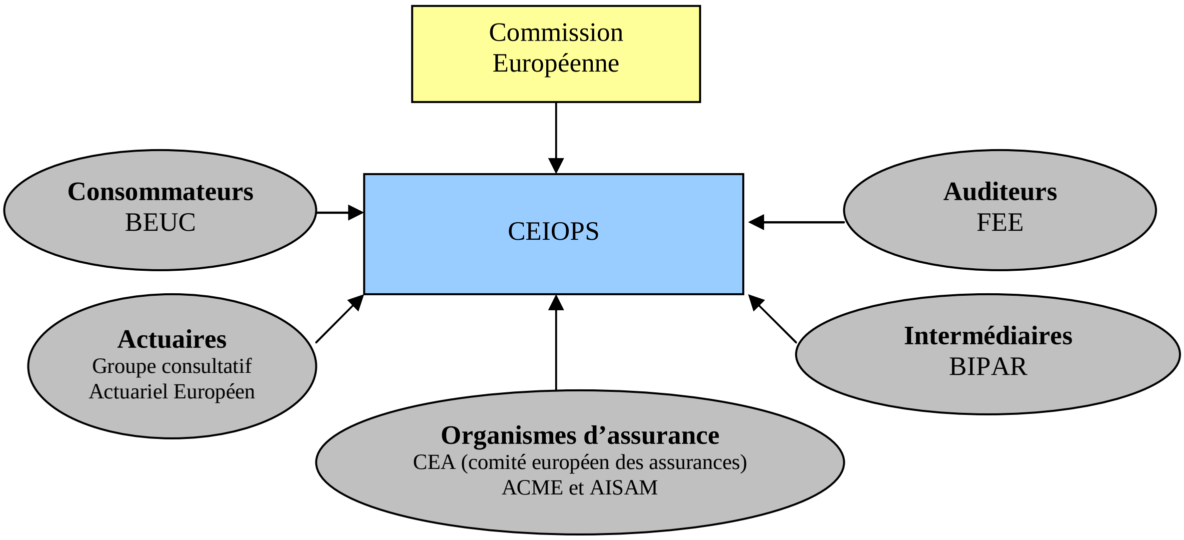
Solvabilité I est donc considérée comme une solution temporaire en attendant la mise en place d'une réglementation reflétant davantage les risques auxquels un assureur est réellement sujet.

1.3 Solvabilité II

Le projet Solvabilité II est la suite du travail commencé avec la réforme Solvabilité I. Néanmoins le projet Solvabilité II a une portée beaucoup plus étendue, ayant pour but de mettre à jour le système de solvabilité européen en intégrant tous les risques qui pèsent sur les sociétés d'assurance.

1.3.1 Les acteurs principaux

Actuellement, la commission européenne met en place la directive « Solvabilité II » en s'appuyant sur des consultations menées auprès du Comité Européen des Contrôleurs d'Assurance et des Pensions Professionnelles (CECAPP ou CEIOPS en anglais). Le CEIOPS travaille comme un comité d'avis indépendant qui conseille la Commission après avoir collecté les conclusions des consultations effectuées auprès des différents intervenants dans le secteur des assurances (autorités de contrôle nationales, fédérations professionnelles, compagnies d'assurance, firmes d'audit, etc.).



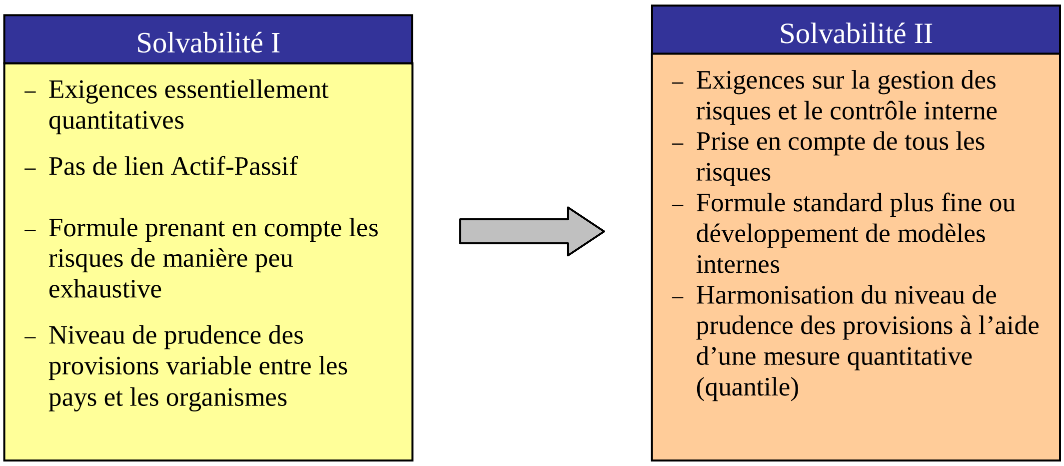
Solvabilité II est prévu pour l'année 2010 et représente donc une opportunité pour les compagnies d'assurance, et AXA entre autres, d'anticiper la mise en place de ce projet, voire notamment de faire part de leurs suggestions afin d'améliorer ce projet. En effet ces dernières peuvent participer aux études d'impacts quantitatifs (Quantitative Impact Studies (QIS)) mises en place : le CEIOPS a lancé en fin 2005 une première étude (QIS1) portant sur les impacts quantitatifs en terme de provisionnement et la deuxième étude (QIS2) portant sur l'exigence de capital cible (SCR : Solvency Capital Requirement) à l'aide d'une formule standard ou de modèles internes.

Les résultats de ces tests permettront alors d'orienter de manière plus précise le CEIOPS et par conséquent la commission européenne dans la mise en place de la directive « Solvabilité II ».

1.3.2 La directive "Solvabilité II"

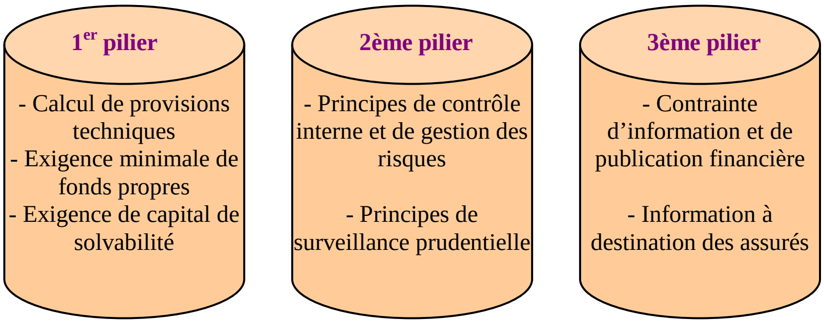
Solvabilité II a pour objet de moderniser et harmoniser les règles de solvabilité applicables par les organismes d'assurance dans le but :

- d'améliorer la protection des assurés
- d'inciter les entreprises à améliorer la gestion de leurs risques
- de permettre aux autorités de contrôle de disposer d'outils adaptés pour évaluer la solvabilité globale des entreprises
- d'assurer une harmonisation entre les pays de l'Union Européenne



Le nouveau régime de solvabilité de l'UE sera fondé sur une structure à 3 piliers (tout comme les accords de Bâle II dans le système bancaire) :

- Pilier I : exigences quantitatives
- Pilier II : exigences qualitatives
- Pilier III : information au marché



- <u>1er pilier</u>

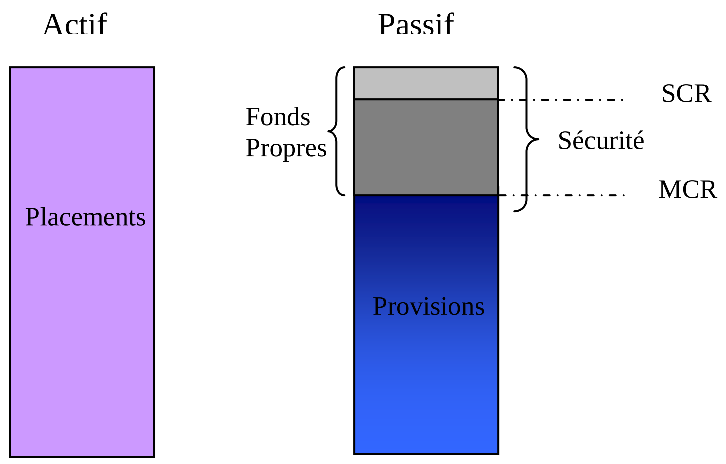
Les organismes d'assurance seront soumis à deux niveaux de prudence spécifiques :

- au niveau du calcul des provisions techniques (qui contrôlent les risques liés aux sinistres)
- au niveau de l'exigence des fonds propres : le « SCR » (Solvency Capital Requirement) et le « MCR » (Minimum Capital Requirement)

L'évaluation des provisions techniques (qui doivent contrôler les risques liés aux sinistres) constitue le principal élément de ce pilier puisqu'en effet le montant des provisions influera directement sur les exigences de solvabilité.

De plus, dans Solvabilité II, les exigences de fonds propres se baserons sur des actifs et passifs évalués selon le marché (contrairement à Solvabilité I).Le projet prévoit deux niveaux de marge de solvabilité (ou deux niveaux d'exigences de fonds propres) :

- le **MCR** (« Minimum Capital Requirement ») : exigence minimal de fonds propres en dessous duquel la société présente un risque beaucoup trop grand de ne pas pouvoir faire face à ses engagements. Dans ce cas, les autorités de contrôle pourraient prendre des mesures strictes vis-à-vis de la société (plan de redressement, retrait d'agrément…).
- Le **SCR** (« Solvency capital Requirement ») : l'exigence de capital de solvabilité représente le niveau de fonds propres souhaitable économiquement, permettant à la société de remplir ses obligations à un horizon de temps d'une année et en fonction d'un niveau de confiance de 99,5%. Par conséquent, tous les risques importants que la société d'assurance pourrait subir (risque de souscription, d'investissement, opérationnel, de liquidité) doivent être pris en compte dans le calcul du SCR.



- <u>2ème pilier</u>

Le 2ème pilier a pour objet de perfectionner le système européen d'un point de vue qualitatif. Les règles et principes en matière de contrôle vont être harmonisés pour devenir plus ou moins obligatoires au niveau européen aussi bien pour les organismes contrôlés que les organismes qui contrôlent. Un décret devra demander aux sociétés d'assurance (institution de prévoyance et mutuelles) d'établir un rapport annuel sur le contrôle interne à transmettre à la commission de contrôle. En effet, les autorités de contrôle devront identifier et contrôler les risques financiers et organisationnels des organismes d'assurance et vérifier que les modèles internes décrivent bien la réalité de l'entreprise au fil des années. Dans ce cas, elles auront alors la possibilité d'augmenter l'exigence en capital ou d'appliquer certaines mesures pour réduire les risques si ceux-ci ne sont pas pris en compte dans le 1er pilier.

- <u>3ème pilier</u>

Le pilier 3 a pour objectif d'adapter les rapports de publication (*les reportings*) pour augmenter la transparence de l'information délivrée aussi bien aux autorités de contrôle, qu'aux assurés ou aux investisseurs.

1.3.3 Les critères de choix de Solvabilité II

1.3.3.1 <u>Choix de la durée de projection</u>

Dans le cadre de la directive Solvabilité II, il est question de se placer sur une durée de projection d'un an, permettant ainsi d'évaluer la capacité de l'assurance à respecter ou non ses engagements d'une année sur l'autre.

1.3.3.2 Value-at-Risk :

■ Calcul de la VaR

Pour le calcul de la VaR (Value-at-Risk), nous avons choisi de nous baser sur la méthode de simulation de Monte-Carlo. Nous choisissons une distribution pour le rendement futur de nos facteurs de risques, puis selon nos modèles, on simule un grand nombre de scenarios futurs. Les résultats de ces scénarios vont alors nous permettre d'estimer la distribution des pertes et profits futurs.

Nous pouvons alors déterminer la VaR en fonction du niveau de confiance et du nombre de valeurs simulées. Par exemple, si l'on a un échantillon de taille 500 et que le niveau de confiance est de 99%, la VaR sera la sixième valeur de la liste.

Pour le calcul de la VaR, cette méthode est celle qui se tourne le plus vers l'avenir.

■ Limites de la VaR

L'inconvénient de la VaR est qu'elle requiert une puissance et un temps de calcul important.

Une limite importante de la VaR est qu'elle ne fournit aucune indication sur l'ampleur des pertes si un évènement défavorable venait à se produire. Pour cette raison, il est important de compléter le calcul de la VaR par des scénarios catastrophes dit « stress test ».

On pourrait toutefois souligner que le choix de tels scénarios reste tout de même un choix subjectif se basant plutôt sur l'intuition ou l'expérience.

1.3.3.3 Niveau de confiance

Le niveau de confiance dépend de l'aversion au risque que l'on a ; plus il est important, plus la VaR sera élevée. En d'autres termes, si on craint le risque, on choisira une probabilité d'évènements défavorables faibles.

QIS 2 prévoit une répartition du niveau de prudence par le biais :

des provisions techniques (par rapport au quantile choisi et donc de la marge de risque) qui doivent contrôler le risque lié à la sinistralité

de l'exigence des fonds propres, le SCR, qui doit contrôler le risque global

Pour déterminer le montant des provisions techniques, on utilisera une Value-at-Risk de 75%, ce qui implique un montant de provisions permettant de payer les sinistres dans 75% des cas. En d'autres termes, le montant de provisions techniques sera égal à la valeur correspondant au 75ème percentile du montant des sinistres que l'on aura obtenu d'après nos divers scénarios.

Le niveau de capital cible, appelé le SCR, se déterminera soit à partir d'une formule standard, soit dans le cadre d'une évaluation au travers d'un modèle interne et dans un souci de protection envers les assurés avec une VaR de 99,5%. L'intérêt de ne pas prendre un niveau de confiance au dessus de 99,5% est que l'immobilisation d'un montant d'actif trop élevé pour faire face à une sinistralité imprévisible engendrerait un coût de capital supplémentaire qui se répercuterait sur les primes et donc les assurés.

1.3.4 Evaluation du SCR

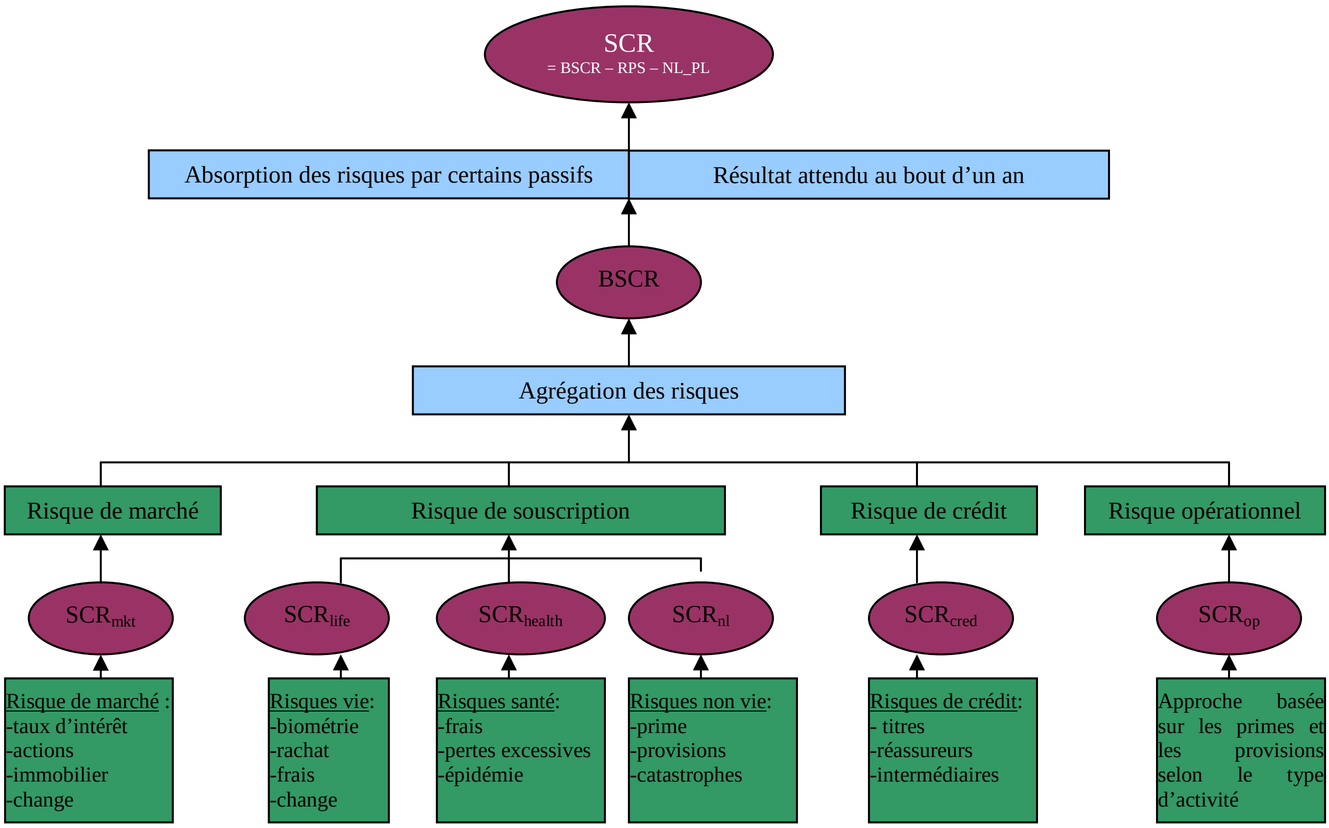
Le niveau de SCR sera calculé au moyen :

- soit d'une formule standard, dite approche standard, applicable à toutes les compagnies d'assurance, prenant en compte les risques significatifs et quantifiables.
- soit d'un modèle interne développé par la compagnie.

1.3.4.1 D'après la formule standard

La formule standard, permettant de déterminer le deuxième niveau de marge de solvabilité (le SCR), représente le profil de risque moyen des sociétés d'assurance. Elle a été développée afin de permettre aux sociétés d'assurance de mesurer le niveau de capital nécessaire en tenant compte des risques propres à leur activité, sans avoir pour autant à développer un modèle interne.

La formule standard du CEIOPS se base sur cette disposition :



Avec BSCR: Basic Solvency Capital Requirement
RPS: Reduction for Profit Sharing
NL_PL: en assurance non vie, profits ou pertes attendues pour l'année prochaine

La formule standard (cf. annexes) proposée par le CEIOPS repose sur les principes suivants :

- le formule est dite « factor based », c'est-à-dire qu'un certain nombre de coefficients lui sont affectés permettant ainsi de faire une distinction par nature des divers risques d'assurance qu'on a pu évoquer (risque de souscription, de marché, de crédit, opérationnels, de catastrophe)
- la formule intègre la possibilité de calculer la marge de prudence que l'on ajoute à la valeur probable des passifs
- elle intègre un facteur de diversification au niveau des portefeuilles de passif par le biais de corrélations entre les branches d'activités
- elle tient compte des éventuelles spécialisation et compétences particulières des assureurs

La première méthode que nous utiliserons pour évaluer le SCR et donc déterminer l'exigence en capitaux dans le cadre de Solvabilité II se fera par le biais de la formule standard transmise par le CEIOPS. Cette dernière prend en

compte les risques significatifs et est destinée à l'égard de toutes les compagnies.
La formule standard du calcul du SCR se base sur de nombreux coefficients (ou facteurs) affectés à chaque risque et dont nous voulons tester la signification.

Ces coefficients sont censés prendre en compte d'éventuelles situations défavorables comme par exemple :

- une chute des taux action de 40%
- une hausse de la courbe des taux
- une baisse de la courbe des taux
- une hausse de 10% de la mortalité sur 1an
- une hausse permanente de la mortalité de 20%
- une baisse de 10% de la mortalité sur 1an
- une baisse permanente de la mortalité de 20%
- une hausse de 10% des frais futurs

1.3.4.2 D'après le modèle standard

L'autre alternative proposée par le CEIOPS pour déterminer les besoins de capitaux est d'utiliser un modèle interne développé par la compagnie et validé par les autorités de contrôle. La formule standard est calibrée pour donner un montant de SCR plus élevé et donc inciter à l'utilisation de modèles internes.
Le modèle interne ont pour objet de permettre à la société d'assurance de mieux évaluer ses propres risques. Etant fait "sur mesure", ce dernier sera plus à même de refléter le véritable profil des risques d'une compagnie qu'une formule ayant vocation à s'appliquer à toutes les compagnies de l'Union Européenne.
Bien que le modèle interne représente une option fastidieuse et coûteuse, ce choix implique tout de même une meilleure maîtrise des risques et par conséquent une économie de capital.

Chapitre 2

2. CADRE MIS EN PLACE POUR L'ELABORATION DES MODELES

Comme nous l'avons déjà évoqué, l'objectif implicite poursuivi par Solvabilité II est de renforcer le contrôle interne des entreprises d'assurance, d'encourager une meilleure gestion des risques et de promouvoir l'utilisation de modèles internes pour évaluer les besoins en fonds propres. Pour cela nous allons créer deux types de modèles internes : le premier proposé par le CEIOPS et faisant référence à la formule standard et le second se basant sur l'évaluation du Capital Economique, modèle plus particulièrement développé au sein des entités d'AXA. Nous présenterons par la suite les quatre contrats pour lesquels nous évaluerons les besoins en capitaux et nous analyserons enfin les principaux facteurs de risque.

2.1 LE MODELE INTERNE EN GENERAL

La mise en place de Solvabilité II va engendrer de nombreux changements au sein des compagnies d'assurance. En effet, dans le passé, avoir un modèle interne constituait un certain avantage alors que ne pas en avoir un aujourd'hui pourrait constituer un handicap en terme de compétitivité puisque en cas d'absence de modèle interne, un modèle standard, supposé plus exigeant en capital, sera imposé par Solvabilité II.

2.1.1 Modélisation de l'actif et du passif

Une fois par an, les sociétés arrêtent leurs comptent et produisent des documents comptables de synthèses qui retracent l'activité pour l'exercice considéré : le bilan et le compte de résultat. Afin de pouvoir illustrer nos résultats de manière concrète, l'activité de notre société d'assurance vie sera simplifiée et se basera sur le fait de :

- recueillir les dépôts des assurés
- investir ces dépôts sur les marchés action et obligation
- retourner à ses assurés une partie des bénéfices réalisés par l'activité d'investissement.

2.1.1.1 Le bilan et le compte de résultat d'une société d'assurance

Le bilan est la situation patrimoniale de l’entreprise à un moment donné. Il recense les ressources de la société – le passif – et les emplois de ces ressources – l’actif. Le tableau suivant reprend les grandes lignes du bilan dans le cas très simplifié de notre étude.

ACTIF	PASSIF
Placements : Actions Obligations	Fonds propres Provisions

Dans notre étude, nous nous baserons uniquement sur les provisions mathématiques qui représentent le volume des engagements de la société vis-à-vis de ses assurés.

Le compte de résultat contient l'ensemble des flux qui modifient positivement ou négativement le patrimoine de l'entreprise, c'est-à-dire le bilan, pendant une période donnée. Si on peut lire le résultat d'une société sur un bilan, nous ne pouvons pas connaître dans le détail comment il a été réalisé. Cette tâche est l'objectif du compte de résultat qui permet alors de déterminer précisément ce qui a contribué à un bon résultat ou à une perte.

2.1.1.2 Modélisation de l'actif

A l'actif, nous considérons un portefeuille constitué d'obligations dont nous pourrons choisir la maturité et dont le taux sera déterminé en fonction de la courbe des taux zéro-coupon, et un portefeuille constitué d'actions.

- Marché obligataire :
  Le portefeuille obligataire constituera la majeure partie de l'actif. En supposant que nous choisissons dans notre modèle une maturité de 10 ans pour nos obligations au pair, les caractéristiques de nos obligations sont les suivantes :
  - échéance de 10 ans
  - montant nominal de 1 euro
  - coupon tel que le prix = le nominal avec un rebalancement tous les ans pour retomber sur une obligation au pair
  - frais de transaction (frais de courtage + TVA) négligés

Rappelons qu'une obligation au pair est une obligation dont le taux de coupon est identique au taux de rendement actuariel, c'est-à-dire qui vaut 1 ici (100% du nominal de l'obligation).

R(0,t) désignant le taux zéro coupon de maturité t, le taux de rendement au pair r(n) de maturité n est calculé de la manière suivante :

On a $$1 = r(n) * \sum_{t=1}^{n} \frac{1}{(1+R(0,t))^t} + \frac{1}{(1+R(0,n))^n}$$

D'où $$r(n) = \frac{1 - \frac{1}{(1+R(0,n))^{10}}}{\sum_{t=1}^{n} \frac{1}{(1+R(0,t))^t}}$$

Le taux de rendement annuel sur le marché obligataire se déterminera donc de la façon suivante (avec R*(0,t) le taux zéro coupon de maturité t évalué avec la courbe des taux zéro-coupon de l'année suivante) :

$$i = r(n) * \sum_{t=1}^{n-1} \frac{1}{(1+R*(0,t))^t} + \frac{1}{(1+R*(0,n-1))^{n-1}} - 1$$

- Marché action :

On considère un portefeuille action. Pour déterminer le cours de nos actions nous nous sommes basés sur un processus stochastique et nous avons dû générer un échantillon de variables aléatoires suivant une loi normale. On a de plus supposé que nos actions S suivent une log-normale et vérifient l'équation suivante :

$$S_T = S_t e^{(X_T - X_t)}$$

Et notre taux de rendement d'action se définit alors comme :

$$i_t = \exp(X_t) - 1$$ avec Xt ~N(μ, σ²) (cf. paragraphe suivant)

- Marché immobilier :

La caractéristique essentielle de l'immobilier est sa très faible liquidité. Les prix évoluent lentement et les échanges sont considérablement long vis-à-vis des marchés action et obligation. Par conséquent, la plupart des assureurs se sont constitués un portefeuille immobilier à longue échéance, généralement 20-25 ans, au cours de laquelle l'investissement n'est plus modifié pendant cette période. De plus les flux générés par ce portefeuille (loyers, taxes) sont relativement constants. Etant donné sa faible influence, nous avons donc décidé de ne pas le prendre en compte dans notre modèle interne.

2.1.1.3 Modélisation du passif

L'un des principaux enjeux pour les assureurs du passage aux normes comptables (IFRS) et réglementaires (Solvabilité II) est la valorisation économique des passifs, c'est-à-dire le calcul de la "Fair Value" (ou valeur de marché) des engagements.

L'une des solutions possibles consiste à utiliser un modèle Actif/Passif stochastique que nous allons créer pour projeter les flux futurs générés par l'activité, puis de les valoriser grâce à une fonction d'actualisation elle-même stochastique : le déflateur.

Par construction (il s'appuie sur le passage à la mesure de probabilité risque-neutre), le déflateur capte l'aversion au risque implicitement connue dans la valeur de marché des actifs risqués. Il permet d'obtenir une valorisation "Market consistent" des flux projetés, c'est-à-dire de retrouver la valeur de marché initiale des actifs risqués. En appliquant cette technique aux flux probabilisés du passif, on obtient la valeur du portefeuille d'actifs de marché qui couvre le mieux le risque contenu dans ces flux et donc une Fair Value du passif.

2.1.2 Technique de valorisation des flux futurs : le déflateur

La présence de garanties ou d'options dans les contrats d'assurance provoque des effets de non linéarité (en effet le rendement d'un contrat avec options ou garanties, comme par exemple la participation aux bénéfices ou la présence de taux d'intérêts plancher, n'est pas une fonction linéaire des taux de rendement du marché). Ainsi la valorisation risque neutre permet une approche cohérente avec les données du marché en permettant de capturer les effets de non linéarité liés à la présence d'options ou de garanties. De plus comme nous l'avons évoqué dans le paragraphe précédent, l'évolution de la réglementation comptable qui s'est faite avec les nouvelles normes IFRS a rendu cette approche inéluctable.

Cette technique s'appuie sur deux hypothèses principales : la complétude des marchés financiers et l'absence d'opportunité d'arbitrage ce qui permet de produire une "Fair Value".

Deux types d'approche sont possibles pour la mise en place de modèles de type "risque neutre" :

- la simulation des scénarios sous probabilité réelle, puis l'actualisation à l'aide des déflateurs d'états appropriés
- la simulation directe des scénarios sous la probabilité risque neutre

- Considérons un modèle d'actifs avec N états de la nature et C(s) avec s Є [1,2,..., N] un ensemble de cash flows dont on cherche la valeur actuelle C. En Absence d'opportunité d'Arbitrage, avec un portefeuille répliquant exactement ces cash flows, on obtient l'existence de prix $\psi_s \geq 0$ tels que :

$$C = \sum_{s \in scénarios} C(s)\psi(s) \qquad \text{et} \qquad \sum_{s \in scénarios} \psi(s) \leq 1$$

En introduisant pour chaque scénario *s* une variable aléatoire D(s), appelée le déflateur, et une probabilité p(s), on obtient alors :

$$C = \sum_{s \in scénarios} C(s) \frac{\psi(s)}{p(s)} * p(s)$$

$$\Rightarrow C = \sum_{s \in scénarios} C(s) * D(s) * p(s) \qquad \text{avec} \qquad D(s) = \frac{\psi(s)}{p(s)}$$

$$\Rightarrow C = E[DC]$$

Dans un modèle à périodes multiples, on obtiendra alors :

$$D_t C_t = E_t[D_T C_T] \qquad \text{avec} \quad T \geq t$$

Le calcul de la valeur se ramène donc à un calcul d'espérance.

Nos modèles comporteront une matrice de cash flows C(s,t) correspondant à chaque scénario s et chaque période t. Nous devrons donc générer pour chaque scénario et chaque période, un déflateur associé D(s,t). La valeur actualisée des cash flows sera alors égale à la somme des espérances des cash flows déflatés :

$$C = \sum_{t=0}^{T} \sum_{s \in scénarios} p_t(s) D_t(s) C_t(s)$$

$$C = \sum_{t=0}^{T} E[D_t C_t]$$

- Ainsi l'expression de la valeur sous forme d'espérance permet une estimation directe et simple par la moyenne empirique sur tous les scénarios. Avec la méthode risque neutre on arrive aux mêmes conclusions sauf qu'au lieu d'ajuster la probabilité il faut ajuster le taux d'intérêt au risque.

En Absence d'Opportunité d'Arbitrage, il existe une probabilité Q telle que la valeur C soit équivalente à l'espérance des cash flows C(s) actualisés sous la probabilité Q. On a donc : $C = E_t^Q[\frac{C}{1+r}]$

Déterminons concrètement la valeur du déflateur :

Le déflateur permet en fait de donner une valeur aux flux futurs aléatoires (par exemple le résultat annuel réalisé par l'assurance). Il permet d'intégrer à la fois le risque contenu dans la valeur de marché des actifs risqués et le facteur temps. Pour notre étude, nous nous baserons sur le modèle de Black-Scholes.

Hypothèses : le marché doit être complet et vérifier l'Absence d'Opportunité d'Arbitrage.
Considérons une obligation B et le taux sans risque r, alors : $B_T = B_t\, e^{r(T-t)}$
Considérons une action S pour T>t, alors : $S_T = S_t\, e^{(XT-Xt)}$

Dans le modèle de Black-Scholes, le prix de l'action S suit une lognormale (de moyenne m et variance β^2).
Soient X un mouvement brownien de moyenne μ et de variance σ^2, alors :
$X_T - X_t \sim N(\mu(T-t), \sigma^2(T-t))$

On a donc bien $St = \exp(Xt)$

$$\ln St \sim N(\mu, \sigma^2) \text{ avec } m = e^{\mu+\sigma^2/2} \qquad \Rightarrow \qquad \sigma^2 = \ln(\beta^2/m^2+1)$$
$$\beta^2 = m^2.(e^{\sigma^2}-1) \qquad\qquad \mu = \ln(m) - \sigma^2/2$$

Or le prix déflaté d'un actif de marché est une martingale sous la mesure de probabilité historique. Notre déflateur suit donc les propriétés suivantes :
$D_t B_t = E_t[D_T B_T]$ et $D_t S_t = E_t[D_T S_T]$ (démonstration en annexe)

Notre déflateur vaut :

$$\boxed{Dt = D_0 \exp[\frac{1}{2\sigma^2}(\mu^2 - (r+\frac{\sigma^2}{2})^2)t + \frac{1}{\sigma^2}(r-\mu-\frac{\sigma^2}{2})Xt]}$$

(Démonstration en annexe)

2.2 UN MODELE INTERNE STOCHASTIQUE DE STOCHASTIQUE : SOLVABILITE II MODELE INTERNE

Comme nous l'avons déjà évoqué, la formule standard permet de déterminer les besoins en capitaux d'une année sur l'autre en intégrant d'éventuelles situations défavorables. Le premier modèle interne que nous développerons, le S II modèle interne, se basera donc sur les caractéristiques de la formule standard en nous basant sur les instructions délivrées dans le QIS 2.

2.2.1 Description du modèle

Nous appliquerons à notre modèle interne différents "stress tests" afin d'observer le niveau de SCR à des évolutions défavorables de variables exogènes qui ont une forte influence sur les comptes des compagnies d'assurance.

Nous calculerons l'échéancier des flux futurs de plusieurs générations du passif par la méthode actuarielle. Les produits financiers provenant des placements financiers (portefeuille d'actif) et les taux de rendement net servis à la clientèle (variable endogène du modèle) sont calculés et basés sur l'hypothèse d'une répartition uniforme des flux annuels suivants :

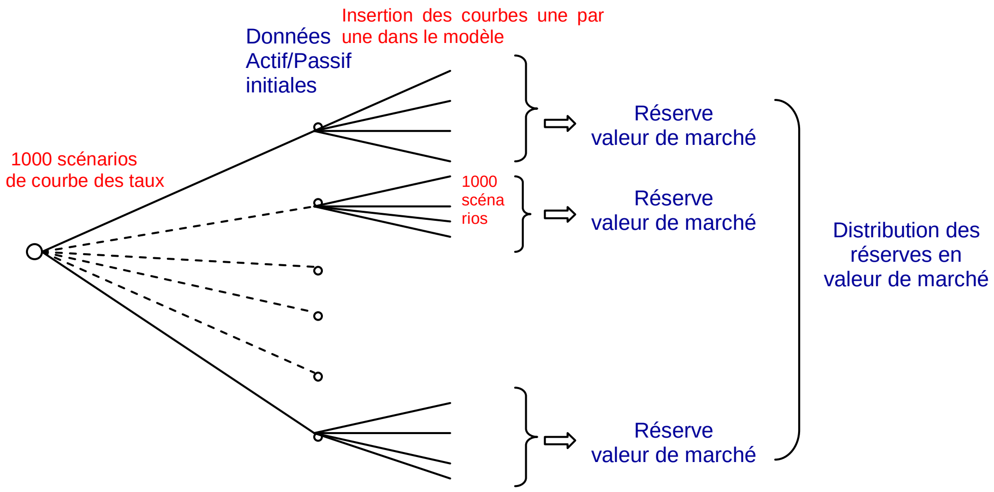
- les plus ou moins values réalisées
- les tombées des coupons du portefeuille d'actifs
- les souscriptions des contrats

Pour chaque stress test, le modèle interne nous permettra d'évaluer un montant de capitaux nécessaire pour faire face aux engagements sur une période d'un an (tout en tenant compte de la situation défavorable en raison du stress test appliqué).

A l'aide de plusieurs macros programmées en VBA, nous avons modélisé le bilan et le compte de résultat d'une société d'assurance vie selon quatre types de contrats que nous détaillerons par la suite. Pour étudier les besoins de capitaux de l'entreprise pour chaque contrat, nous nous sommes basés sur la méthode de Monte-Carlo en simulant 1000 scénarios ; chaque scénario nous donnant une courbe des taux sur 20 ans et l'évolution des taux action obtenus à l'aide du modèle de Black-Scholes.

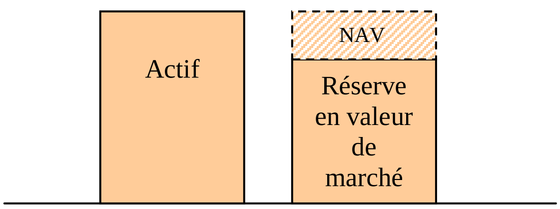
Nous avons par la ensuite introduit dans notre modèle les 1000 simulations de taux afin de générer à nouveau pour chaque simulation 1000 scénarios représentant l'évolution des actions et des taux sur toute la durée du contrat. Nous effectuons donc du stochastique de stochastique et nous estimons pour chaque stress test les réserves en valeur de marché à l'aide des déflateurs (cf. page 21). Nous obtenons alors pour chaque contrat et chaque stress test une distribution (contenant 1000 valeurs) des réserves en valeur de marché.

Modèle stochastique de stochastique:



Dans QIS2, le CEIOPS évalue les besoins en capitaux d'une année sur l'autre comme la différence entre la NAV[5] avec les données initiales et la NAV estimée en cas de stress test.

Initialement, nous pouvons évaluer le montant de capitaux propres détenus pour chaque contrat à l'aide de notre modèle stochastique. En effet le montant d'actifs initial est connu et comme nous l'avons précisé, il nous est désormais possible de déterminer le montant de notre réserve en valeur de marché en projetant nos flux futurs générés par l'activité et valorisés avec les déflateurs. Ainsi, nous pouvons déterminer notre NAV initiale (NAV_0) qui représente la différence entre le montant d'actifs et le montant des réserves en valeur de marché.

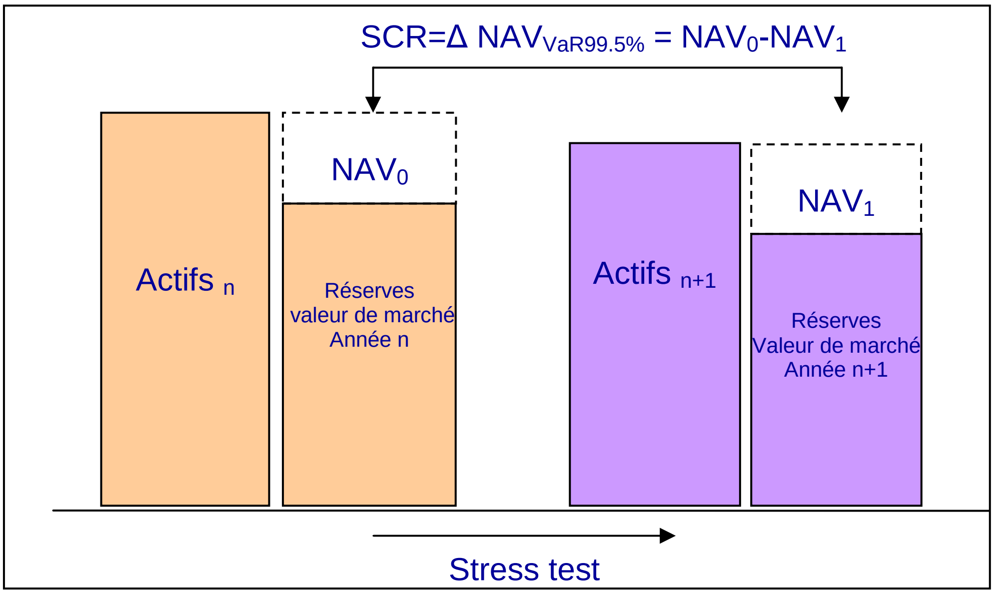


Par la suite, en insérant une courbe des taux initiale parmi les 1000 simulées, nous obtienons à nouveau 1000 scénarios de taux obligataires et taux action (d'où le "stochastique de stochastique"). Ainsi pour chaque scénario, il nous est alors possible d'estimer le montant d'actifs et des réserves en valeur de marché. Nous pourrons alors estimer la NAV_1 pour chaque stress test et pour chaque scénario.

Nous obtenons alors une distribution de nos fonds propres et nous nous baserons sur le quantile 0.5% afin d'avoir un niveau de prudence de 99.5%.
La différence entre la NAV_0 et la NAV_1 représentera donc notre surplus (si $NAV_0 > NAV_1$) ou notre besoin de capitaux (si $NAV_0 < NAV_1$), c'est-à-dire notre SCR.

<u>Remarque :</u> Il est utile de préciser que QIS 2, pour déterminer les besoins en capitaux nécessaire à une compagnie d'assurance pour un an, se base sur les réserves en valeur de marché et non pas sur les réserves statutaires comme le prévoit Solvabilité I.

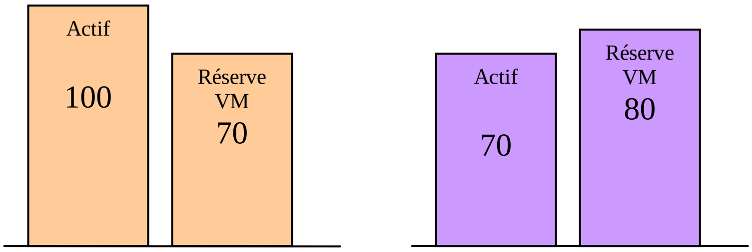
Par soucis de clarté, nous schématiserons le Solvabilité II $_{\text{modèle interne}}$ de la manière suivante :



<u>Prenons un exemple concret déterministe:</u>

- supposons que nous disposons initialement d'un montant d'actif égal à 100 et que nos réserves en valeur de marché (donc nos réserves actualisées au taux sans risque) s'élèvent à 70.
- supposons qu'en appliquant un stress test, notre actif diminue et ne représente plus que 70 et que nos réserves en valeur de marché s'élèvent désormais à 80.
Nous obtenons donc la situation suivante :

[5] NAV : Net Asset Value (Actif net)



Situation initiale
NAV_0 = 100-70 =30

Situation après stress test
NAV_1 = 70-80 =-10

Initialement on dégage un montant de capitaux égale à 30. Or si le mauvais scénario en question avait lieu, nos actifs ne seraient pas suffisants et on aurait un besoin en capitaux d'un montant de 10. Par conséquent, il nous faudrait rajouter à la situation initiale un montant d'actifs de 10 pour faire face à cette situation; nos actifs s'élèveraient donc à 110. Le SCR, c'est-à-dire la marge de solvabilité exigée dans ce cas là serait donc de 110-70=40.

On retrouve donc bien ce résultat en appliquant la formule décrite précédemment :

$SCR = NAV_0 – NAV_1 = 30 – (-10) = 40$

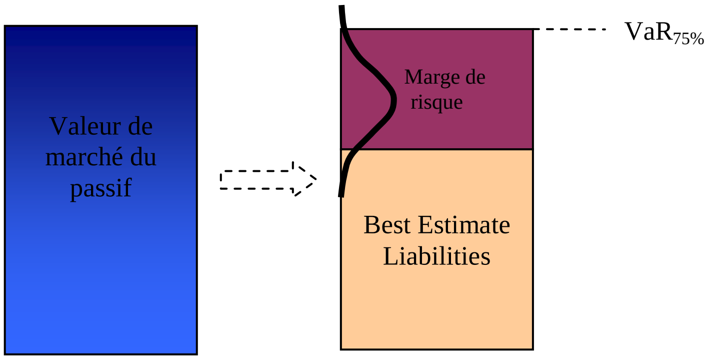
2.2.2 Evaluation de la valeur de marché du passif

La valeur de marché du passif peut se déterminer selon deux méthodes :

- par une approche par quantile
- par une approche coût du capital

2.2.2.1 Approche par quantile

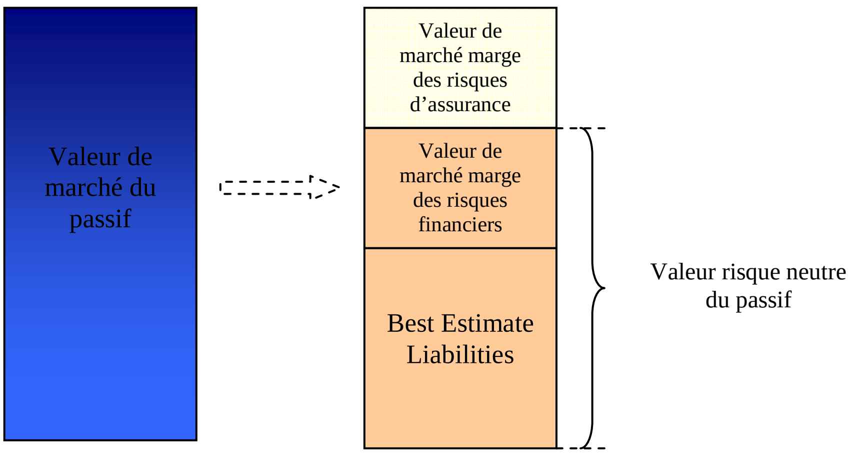
Dans le cadre de QIS 2, la première approche retenue pour estimer le niveau de prudence nécessaire est l’approche par quantile. L’approche par quantile inclut une marge de risque prédéfinie, basée sur la capacité de l’entreprise à faire face à ses engagements dans 75% des cas. A partir de la distribution des provisions techniques, nous pouvons alors déterminer le quantile à 75 %.



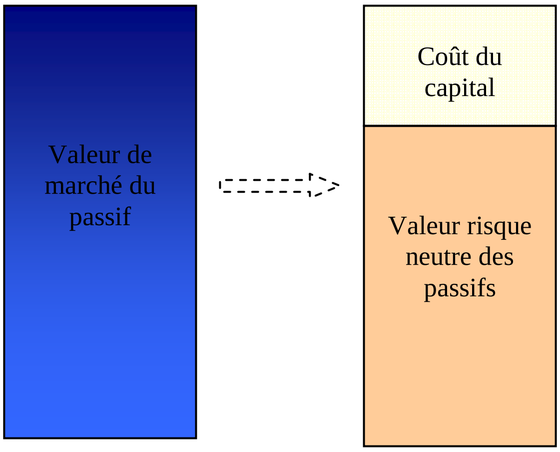
__Remarque__ : le « best estimate » correspondant ici au montant médian des provisions techniques évaluées au taux sans risque.

2.2.2.2 Approche coût du capital

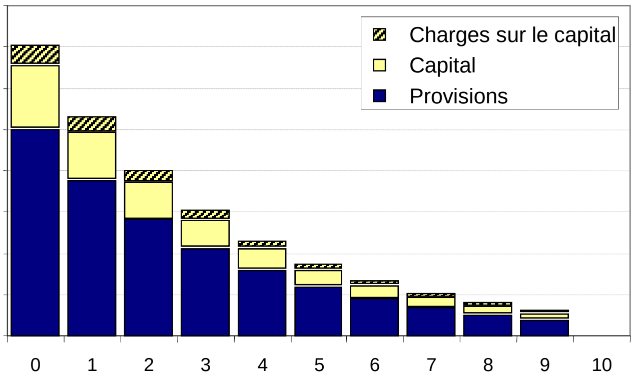
Dans le cadre de cette approche, il est nécessaire de modéliser le montant des sinistres et de définir le type de risques. En effet, comme nous l'avons déjà évoqué, les organismes d'assurance sont sujets à la fois à des risques financiers, et des risques opérationnels et d'assurance (que nous appellerons « risques non financiers »).



Il est alors possible de déterminer la valeur de marché de la marge des risques financiers en actualisant les passifs au taux risque neutre et en soustrayant à ce dernier la valeur « best estimate » des passifs. Il nous reste alors à déterminer la valeur de marché de la marge des risques non financiers par une approche coût du capital.



Il nous reste alors à évaluer un montant de capital initial censé couvrir les risques d'assurance engendrés par les passifs et qui s'amenuise au cours des années en fonction de l'épuisement progressif du portefeuille. Toutefois l'immobilisation de ce capital engendre un coût annuel.

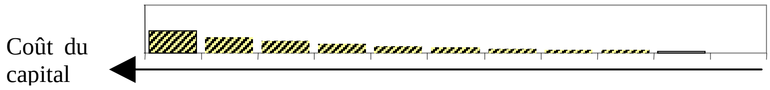


Les éléments restant à déterminer sont donc :

- l'évaluation du capital
- l'évaluation des charges du capital

L'évaluation du capital peut se faire soit par une approche modélisée (avec projection des pertes et profits sur un an), soit par une approche Economic Capital (avec projection des pertes et profits sur toute la durée du passif.

Les charges annuelles du capital représentent en fait le bénéfice qu'on aurait obtenu en plaçant le capital au taux de rendement des actifs. Ainsi la somme de ces charges annuelles actualisées au taux de rendement des actifs représente le coût du capital :



2.3 L'AUTRE MODELE INTERNE : MODELE CAPITAL ECONOMIQUE

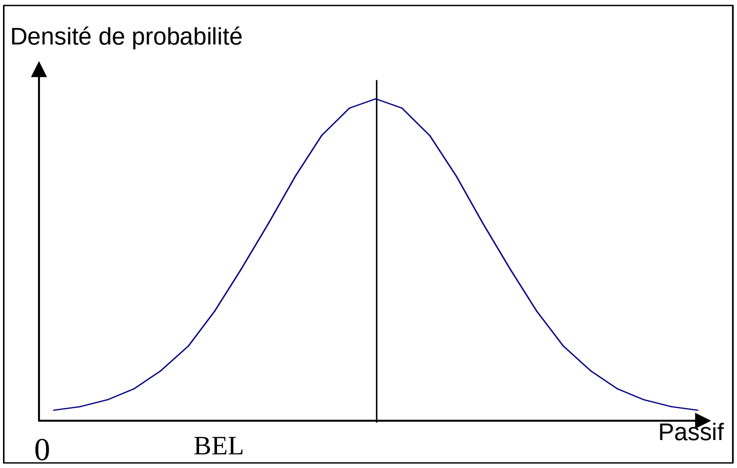
Comme pour le modèle précédent, nous construirons un modèle Actif/Passif stochastique pour chaque type de contrat basé sur 1000 simulations.

2.3.1 Description du modèle

Un autre moyen de déterminer les besoins en capitaux serait de passer par une approche de capital économique. En effet, le projet Solvabilité II prévoit justement d'autoriser l'utilisation d'indicateurs interne de risque comme le Capital Economique pour montrer le niveau suffisant de capitalisation de la part des assurances, voire même le niveau de prudence dans leurs réserves. Les conditions seraient que les modèles soient reconnus pertinents du point de vue de l'actif/passif et du besoin en capital.

Le capital économique (ou Economic Capital) est le montant que les assurances mettent de côté comme 'amortisseur' contre des pertes potentielles de leurs activités économiques. "Pour des compagnies d'assurance-vie, l'EC est typiquement définie en tant que « suffisamment de capital en surplus pour couvrir des pertes potentielles à un niveau et à un excédent de tolérance donnés de risque un horizon indiqué de temps. »" (Article du Financial Engineering News)

Ce montant sera rajouté au BEL qui représente le montant d'actifs qu'une compagnie d'assurance devrait détenir pour faire face à ces engagements pour un scénario donné dit "best estimate". Le scénario "best estimate" est le scénario moyen basé sur le quantile 50%, qui est donc sensé couvrir 50% des sinistres. Par conséquent afin d'accroître le niveau de sécurité, nous rajouterons au BEL un certain montant de capitaux appelé l'EC.



Pour estimer le montant d'actifs nécessaire en début de période pour faire face à une éventuelle sinistralité aggravée, nous projetterons de manière stochastique pour chaque stress test les profits ou pertes obtenus chaque année *sur toute la durée du contrat* et ce pour chaque scénario.

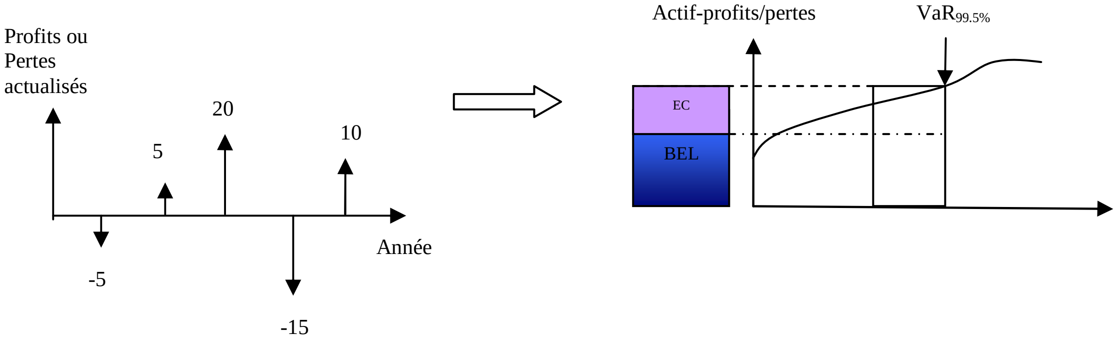
Il nous faudra alors, pour chaque scénario, actualiser ces flux au taux de rendement des actifs (en valeur de marché) afin de déterminer à la date à laquelle on se positionne si le contrat, de manière générale, est profitable ou pas.

$$Résultatglobal = \sum_{i \geq 1} \frac{Fi}{\prod_{j=1}^{i}(1+r_j)}$$

Il nous sera donc possible de construire une distribution du profit ou de la perte 'générale' dégagés par le contrat.

Nous pourrons alors évaluer le montant de Capital Economique comme la différence entre le percentile 99,5 et le percentile 50% de notre distribution profits/pertes élevé à la puissance de la duration de notre passif afin de faire face à une sinistralité improbable sue la période d'un an.

Pour chaque scénario :



2.3.2 Duration de l'actif et du passif

Jusqu'à maintenant, nous avons défini le capital économique comme le capital nécessaire pour protéger avec une probabilité de 99.5% les assurés contre le risque d'insolvabilité sur toute la durée restante du contrat. Or Solvabilité II a pour objectif de déterminer les besoins en capitaux à horizon d'un an, pour cette raison nous nous baserons donc sur le percentile 99,5%$^{\wedge \text{duration du passif}}$.

2.3.2.1 Duration de l'actif

La duration d'un instrument financier à taux fixe, on se base en général sur les obligations, est la durée de vie moyenne de ses flux financiers pondérée par leur valeur actualisée.

La duration d'une obligation versant les coupons C_{ti} lors des n années restantes et ti l'intervalle de temps en années séparant la date d'actualisation de la date de versement du coupon i, est donné par la formule suivante :

$$duration = \sum_{i=1}^{n} t_i \times \frac{C_{ti}}{VA \times (1+r)^{ti}}$$ avec r le taux zéro coupon de l'obligation

Et $$VA = \sum_{i=1}^{n} \frac{C_{ti}}{(1+r)^{ti}}$$

2.3.2.2 Duration du passif

La duration du passif se détermine avec la même formule précédente en prenant comme taux, le taux technique utilisé pour évaluer les provisions techniques.

Les flux pris en compte pour mesurer la duration du passif seront les primes, les frais et les sinistres probables.

2.4 CHOIX DES CONTRATS

Pour un même produit d'assurance vie bénéficiant de taux garantis différents, le système actuel soumet un assureur aux mêmes exigences de marge de solvabilité quelle que soit sa capacité à servir le taux offert. Pour déterminer ce type de disfonctionnement, nous avons décidé de baser notre étude sur une analyse différenciée par ligne de produits, nous permettant alors d'étudier et comparer le niveau de marge de solvabilité nécessaire pour un certain type de produit selon le modèle employé (modèle standard, modèle interne ou modèle capital économique). Nous allons donc détailler les différents types de contrats que nous avons choisi d'utiliser pour l'élaboration de nos modèles.

2.4.1 Les contrats d'assurance vie

L'assurance vie est une assurance de personnes qui a pour objet de garantir le versement d'une certaine somme d'argent (capital ou rente) lorsque survient un événement lié à la personne assurée : son décès, un accident, une maladie… Nous distinguons :

-les assurances en cas de vie (assurance en capital différé, rente différée en cas de vie, rente immédiate en cas de vie), qui garantissent le versement d'un capital ou d'une rente au bénéficiaire désigné dans le contrat si la personne assurée est en vie au terme du contrat

-les assurances en cas de décès (contrat temporaire décès, contrat vie entière) où le risque de décès de l'assuré est garanti

-les assurances mixtes (assurance mixte ordinaire, assurance mixte à terme fixe) qui prennent à la fois la forme d'une assurance en cas de vie et celle d'une assurance en cas de décès.

Les assurances mixtes étant des contrats tendant à disparaître, nous nous concentrerons sur un contrat rente immédiate et un contrat temporaire décès.

2.4.1.1 <u>Le contrat rente immédiate en cas de vie :</u>

Il permet à l'assuré ou au bénéficiaire désigné de percevoir les rentes prévues au contrat. Dès la conclusion du contrat, le souscripteur verse à l'assureur une prime unique sous forme de capital. C'est un capital constitutif de rente.

Par la suite nous considérerons un assuré ayant souscrit un contrat reversant des rentes s'élevant à un montant de 100 euros sur une période de 30 ans. Les frais sont fixes et s'élève à 2 euros par an et l'assureur décide de répartir ces actifs de la manière suivante : 15% en actions et 85% en obligations.

Ci-dessous les détails du modèle élaboré sous Excel :

SIMULATION														
Scenarios	1 000													
Horizon	30													
			Run		mortalité 1an		mortalité permanente		longévité 1an		longévité permanente			expense
SCENARIO														
Scenario	1 000													
Deflator	1,00	1,02	0,92	1,14	0,86	1,13	1,40	1,42	0,80	0,54	0,62	0,51	0,45	0,21
Risk Free rate	5,50%	5,50%	5,50%	5,50%	5,50%	5,50%	5,50%	5,50%	5,50%	5,50%	5,50%	5,50%	5,50%	5,50%
Equity Total Return	0,00%	10,29%	23,54%	-11,93%	0,30%	-25,82%	5,57%	15,75%	52,48%	22,66%	-0,92%	-13,23%	10,78%	64,46%
Equity Market Return	0,00%	8,29%	21,54%	-13,93%	-1,70%	-27,82%	3,57%	13,75%	50,48%	20,66%	-2,92%	-15,23%	8,78%	62,46%
Equity Dividend Yield	0,00%	2,00%	2,00%	2,00%	2,00%	2,00%	2,00%	2,00%	2,00%	2,00%	2,00%	2,00%	2,00%	2,00%
Insurance Risk	0,00%	-27,45%	-5,71%	-0,07%	12,60%	-15,12%	-15,20%	0,76%	19,02%	-20,12%	13,55%	8,58%	-19,19%	-50,55%
zero coupon														
taux d'actualisation	2,78%	3,37%	3,97%	3,67%	4,59%	5,17%	5,48%	5,31%	5,36%	6,02%	5,68%	5,67%	5,51%	5,96%
scénarios														
Spot Yields		2,78%	2,86%	2,93%	2,99%	3,04%	3,09%	3,13%	3,17%	3,20%	3,24%	3,27%	3,29%	3,31%
1yr Forward Yields		2,78%	2,94%	3,07%	3,16%	3,24%	3,33%	3,38%	3,43%	3,48%	3,54%	3,56%	3,57%	3,60%
ZCB Prices	100,00%	97,29%	94,51%	91,70%	88,89%	86,09%	83,32%	80,60%	77,92%	75,30%	72,72%	70,22%	67,80%	65,45%
Equities MV	296,11													
Bonds	*Ppn*	*Nominal*	*Maturity*	*Coupon*	*MV*	*Duration*								
- Bond #1	75%	1 168	14	4,00%	1 258,46	11,1								
- Bond #2	20%	311	14	4,00%	335,59	11,1								
- Bond #3	5%	78	14	4,00%	83,90	11,1								
Total		1 557,08			1 677,95	11,1		1 557,08						
Bonds Calculations w/ yielc	0,25													
Total Assets MV	1 974,06													
EBR MV	15,0%													
STRESS TESTS														
CHOC MORTALITE	100%	100%												
CHOC LAPSES	100%													
CHOC EXPENSE	100%	100%												
BALANCE SHEET														
Assets	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Invested Assets	1 974,06	2 021,12	1 983,26	1 950,88	1 871,81	1 806,29	1 768,66	1 746,01	1 728,99	1 679,47	1 628,61	1 554,94	1 502,08	1 462,19
Liabilities														
Surplus	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Outstanding S/H Dividends	0,00	-7,07	-2,76	6,23	-16,58	-28,99	-20,96	-1,49	22,92	25,59	28,37	16,26	19,83	33,62
Outstanding Claims & Exper	0,00	99,90	99,80	99,70	99,60	99,50	99,40	99,30	99,20	99,10	99,00	98,91	98,81	98,71
Outstanding Tax Liabilities	0,00	-3,03	-1,18	2,67	-7,10	-12,43	-8,98	-0,64	9,82	10,97	12,16	6,97	8,50	14,41
Reserves	1974,06	1931,32	1887,41	1842,27	1795,88	1748,21	1699,20	1648,83	1597,05	1543,81	1489,08	1432,81	1374,95	1315,45
Target Surplus	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Asset = Liabilities		0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
INCOME STATEMENT														
Premiums Income		0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Financial Income		49,06	53,94	65,47	31,53	12,40	22,44	48,79	82,14	84,40	86,77	67,83	71,25	89,22
Expenses Commissions SoP		-2,00	-2,00	-1,99	-1,99	-1,99	-1,99	-1,99	-1,98	-1,98	-1,98	-1,98	-1,98	-1,97
Expenses Commissions EoP		0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Claims SoP		0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Claims EoP		-99,90	-99,80	-99,70	-99,60	-99,50	-99,40	-99,30	-99,20	-99,10	-99,00	-98,91	-98,81	-98,71
claims		-99,90	-99,80	-99,70	-99,60	-99,50	-99,40	-99,30	-99,20	-99,10	-99,00	-98,91	-98,81	-98,71
rachat		0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Change in Reserves		42,74	43,92	45,13	46,39	47,68	49,00	50,37	51,78	53,24	54,73	56,27	57,86	59,49
Gross Profits		-10,10	-3,94	8,91	-23,68	-41,42	-29,95	-2,13	32,74	36,55	40,52	23,22	28,33	48,03
Tax on Profits		3,03	1,18	-2,67	7,10	12,43	8,98	0,64	-9,82	-10,97	-12,16	-6,97	-8,50	-14,41
Net Profits		-7,07	-2,76	6,23	-16,58	-28,99	-20,96	-1,49	22,92	25,59	28,37	16,26	19,83	33,62

2.4.1.2 Le contrat temporaire décès :

On appelle « temporaire décès » le contrat d'assurance qui garantie le versement du capital au bénéficiaire uniquement si le décès de l'assuré survient avant la fin du contrat. La temporaire décès permet de faire face aux risques par le versement d'un capital. Le coût de cette garantie est à fonds perdus, c'est-à-dire que les cotisations versées ne sont pas récupérables. Ici nous considérerons le versement d'une prime unique par l'assuré. Et l'assureur ne versera les montants garantis que si le risque couvert intervient avant ce terme.

Par la suite nous considérerons un assuré ayant souscrit un contrat reversant un capital de 10000 euros à un bénéficiaire en cas de décès sur une période de 20 ans. Les frais sont fixes s’élève à 10 euros par an et l’assureur décide de répartir ces actifs de la manière suivante : 15% en actions et 85% en obligations.

2.4.2 Les contrats d’épargne

En assurance vie, l'existence de contrats d'épargne offre la possibilité de diversifier les supports d'investissement permettant d'avoir un rendement supérieur au livret d'épargne. Pour les assurances vie, il existe deux types de support : les contrats en euro et les contrats en unités de compte

2.4.2.1 Le contrat en euro :

Le contrat euros comme son nom l’indique est un placement qui a pour référence l’euro. Ce type de produit est censé être moins risqué mais aussi moins rentable que les contrats en unité de compte car il génère un rendement connu et acquis chaque année. En plus du taux garantis, nous nous baserons dans l’optique qu’en cas de bénéfice, l’assuré recevra annuellement une participation aux bénéfices (PB), à hauteur d’un pourcentage fixe du bénéfice annuel éventuel.

Pour notre étude, nous nous baserons sur un capital investi de 10000 euros sur une durée de 6 ans avec un taux garanti de 2% et une participation aux bénéfices de 75%. Les frais fixes s'élèvent à 0,1% du capital et les frais variables à 0,2% des réseves. L'assureur investi 85% des actifs en obligations et 15% en actions.

2.4.2.2 Le contrat en unités de compte :

Le contrat en unités de comptes est un contrat qui n'a pas pour référence l’euro mais une unité de compte représentant soit des valeurs mobilières (actions, obligations, SICAV), soit des parts de sociétés civiles immobilières (SCI) ou sociétés civiles de placement immobilier. L’assuré est alors le seul à supporter le risque de marché dans ce genre de placement.

Pour notre étude, nous nous baserons sur un capital investi de 10000 euros sur une durée de 15 ans. Les frais s'élèvent à 0,4% du capital et les frais variables à 0,3% des réserves. L'assureur investi 80% du capital de l'assuré en actions et 20% en obligations.

La formule standard du calcul du SCR délivrée par le CEIOPS se base sur de nombreux coefficients (ou facteurs) affectés à chaque risque et dont nous voulons tester la signification. Ces coefficients sont censés prendre en compte d'éventuelles situations défavorables. Nous avons vu que pour déterminer le niveau SCR nous pouvons procéder de deux manières : par la formule standard ou par le biais d'un modèle interne. Pour ce dernier cas, Solvabilité II préconise un niveau de prudence de 99.5%. Or la VaR ne fournit aucune indication sur l'ampleur des pertes si un évènement défavorable venait à se produire. Pour cette raison, nous allons devoir évaluer les différents risques auxquels est sujet un assureur fournissant aux particuliers les quatre contrats précédents et à partir desquels nous fonderons nos "stress tests" à appliquer à nos modèles.

2.5.1 Le risque de marché

AXA est exposé aux risques des marchés financiers par le biais de ses activités de protection financière ainsi qu'au travers du financement de ses activités pour sa gestion des fonds propres.

Les risques de marché auxquels sont soumises les compagnies d'assurance vie ont plusieurs origines :

- la baisse des rendements d'actifs (due à une baisse durable des taux obligataires ou des marchés d'actions) peut réduire la marge financière si le rendement des nouveaux actifs investis n'est pas suffisant pour faire face au taux garantis dans les contrats d'assurance vie.
- la hausse des taux obligataires qui réduit la valeur des portefeuilles obligataires et si les participations aux bénéfices augmentent, cela engendre un impact négatif sur la marge de solvabilité.
- la baisse des marché action et immobilier réduit les plus-values latentes ce qui entraîne aussi une baisse de la marge de solvabilité.
- le risque de change reste faible (grâce à la règle de congruence).

Les engagements des assurances dommages sont moins dépendantes des valeurs d'actif que ceux des assurances vie. Les principaux facteurs de risques sont les suivants :

- la hausse des taux obligataires réduit la valeur des portefeuilles (avec un risque de liquidité de ces portefeuilles)
- le risque de change reste faible (grâce à la règle de congruence).
- l'inflation présente un risque car elle revalorise les indemnités à verser aux assurés et si elle n'est pas suffisamment prise en compte les indemnités risquent d'être supérieures aux provisions.

Les principaux risques financiers liés à la gestion des fonds propres et de la dette sont les suivants :

- risque de taux d'intérêt : risque de remontée des taux sur des dettes à taux variable
- risque de change : provient d'une non-congruence entre la devise d'un actif et son financement
- risque de liquidité : provient d'une différence entre la maturité d'un actif et l'exigibilité d'un passif

2.5.2 Le risque d'assurance

Les activités des assurances les exposent à des risques non financiers variés dont les horizons de temps sont également très différents : les risques de mortalité, morbidité, incapacité ; las risques naturels liés aux modifications climatiques.

Les assurances sont ainsi exposées au risque que ses hypothèses de taux de sinistralité, de taux de rachat, de niveau de chargement ou de provisionnement se révèlent être incorrectes.

Les risques d'assurance sont principalement couverts au travers des études d'acceptation des produits, avec les analyses d'exposition (à l'aide de tables de mortalité…), de la constitution des provisions techniques.

2.5.3 Le risque opérationnel

AXA s'inspire des principes du Comité de Bâle (système bancaire) pour définir le risque opérationnel comme étant le "risque de pertes provenant de processus internes inadéquats ou défaillants, de personnes et systèmes ou d'événements externes".

AXA a classé les risques opérationnels dans les catégories suivantes :

- risques d'interruption des activités suite à des évènements extérieurs (catastrophes, etc.) ou internes
- risques de fraude
- risques légaux et réglementaires
- risques ressources humaines
- risques informatiques
- risques spécifiques liés à l'externalisation de certaines activités auprès de tiers prestataires
- risques d'organisation et de processus

Néanmoins le risque opérationnel reste extrêmement difficile à quantifier.

Remarque :

Tout en essayant de maîtriser ces risques, une société d'assurance poursuit donc trois objectifs contradictoires :

- faire face aux engagements pris auprès des assurés
- délivrer un rendement optimum pour les assurés et les actionnaires
- maîtriser les risques sur les fonds propres

Chapitre 3

3. ANALYSE DES RÉSULTATS

Suite à la directive "Solvabilité II" et à l'étude QIS 2 lancée par le CEIOPS élaborant une formule standard destinée à toutes les compagnies d'assurance pour déterminer les besoins en capitaux sur un an, nous avons alors décidé d'étudier les impacts des différents facteurs de risque sur le SCR de Solvabilité II. Par la suite, nous comparerons et analyserons les différentes marges de solvabilité exigées mais aussi des différents risques présents dans les contrats étudiés et leurs impacts sur la solvabilité en fonction du choix de calcul (Solvabilité I, formule standard de Solvabilité II, modèles internes).

3.1 IMPACT DES DIFFERENTS FACTEURS DE RISQUE SUR LE SCR DE SOLVABILITE II

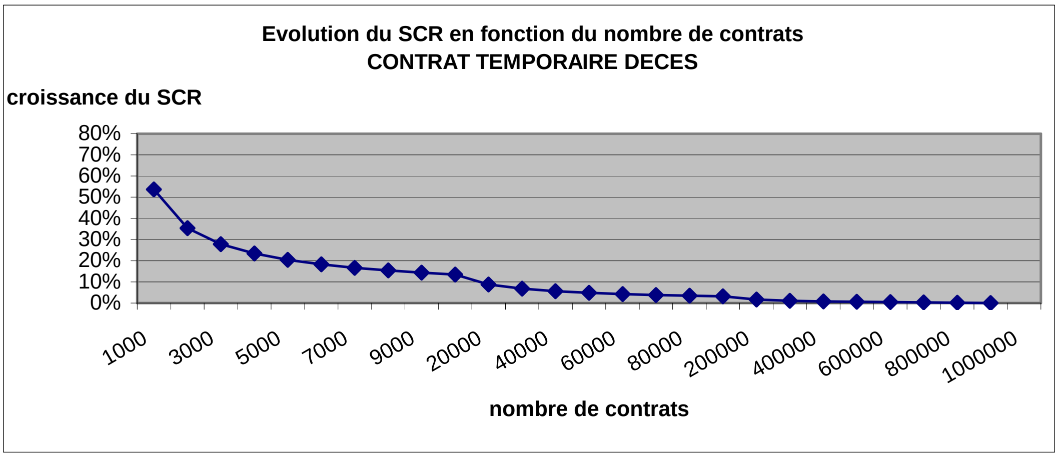
3.1.1 Nombre de contrats

Le nombre de contrats, et donc implicitement la taille de la compagnie, intervient dans la formule standard afin d'engendrer un effet de diversification des risques de mortalité et de longévité. Or les risques de longévité et de mortalité n'interviennent pas dans nos contrats en euro et en unités de compte dans le sens où nous nous sommes basés sur des contrats simplifiés ne comportant pas d'options comme une assurance en cas de décès …

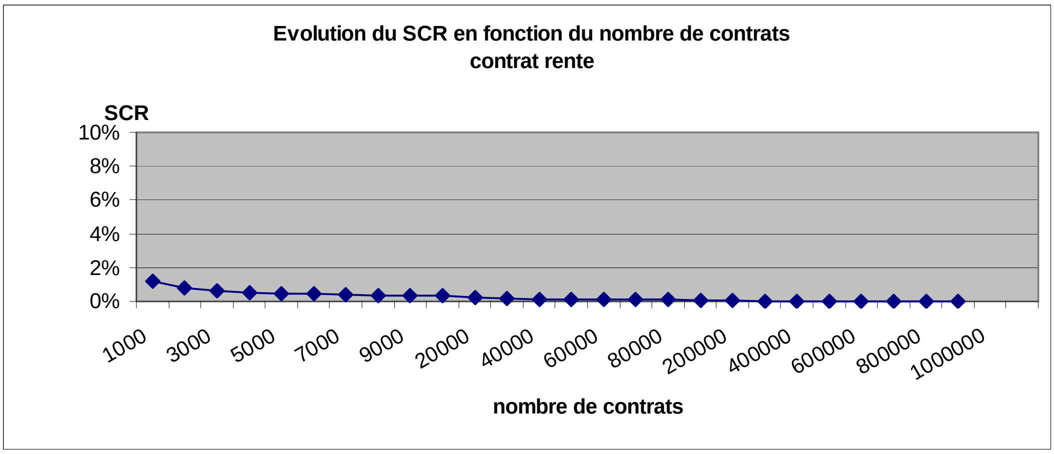
Le nombre de contrats intervient dans la formule afin de calculer la volatilité présente dans la distribution de notre mortalité :

$$\sigma = \sqrt{\frac{q_x \times (1-q_x)}{N}}$$ avec q_x la probabilité de décès

En faisant varier le nombre de contrats, on peut analyser l'impact de cette variable sur le montant du SCR en fonction du type de contrat. On observe alors les graphes suivants :



Pour un contrat temporaire décès, le montant de SCR est fonction décroissante du nombre de contrats et converge vers une limite finie. En effet, le graphique ci-dessus nous montre qu'à partir de 400 000 contrats la marge de solvabilité est quasiment constante. Par conséquent une petite compagnie détenant uniquement 1000 contrats temporaire décès se verra exiger une marge de solvabilité supérieure de 50% à celle d'une compagnie détenant 1 000 000 de contrats. Cet exemple illustre bien le principe de mutualisation des risques car regrouper un grand nombre d'assurés permet de réduire les risques.



Contrairement au contrat temporaire décès, le nombre de contrats et donc la taille de la compagnie n'a quasiment pas d'effet sur le montant du SCR.

La taille de la société d'assurance n'est donc pas un facteur discriminant en matière de solvabilité pour les contrats rente, en euro et en unités de compte (ces deux derniers types de contrats n'étant pas sujets aux risques de hausse ou baisse de la mortalité).

Remarque : Par la suite, nous nous baserons sur les caractéristiques d'une grande entité du groupe AXA et dans le calcul du SCR avec la formule standard nous prendrons en compte 1 000 000 de contrats.

3.1.2 Duration des actifs et passifs

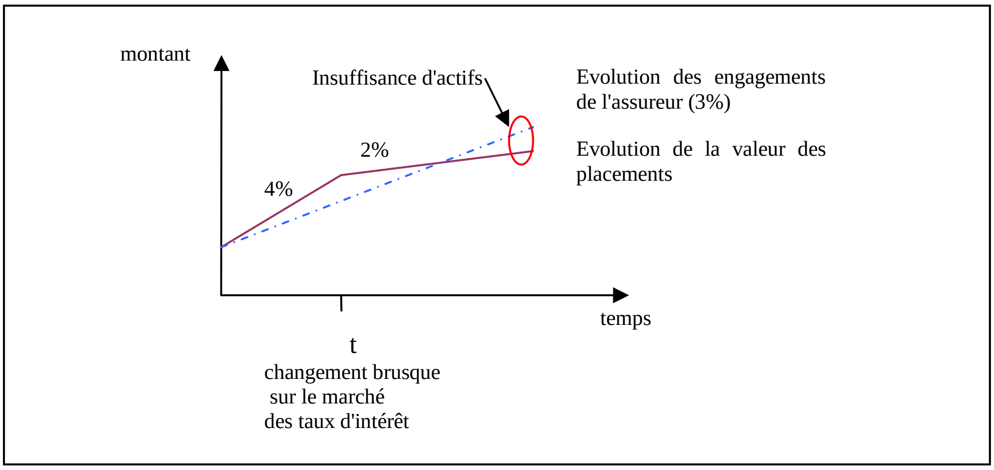
Pour déterminer la duration de l'actif, nous nous baserons sur la duration des obligations détenus dans notre portefeuille. Elle correspond à la période issue de laquelle sa rentabilité n'est pas affectée par les variations de taux d'intérêt.
La duration du passif se calculera en fonction de nos flux de passif.

Nous distinguerons deux situations pour analyser l'impact de la duration sur le montant de la marge de solvabilité :

- duration de l'actif < duration du passif
- duration de l'actif > duration du passif

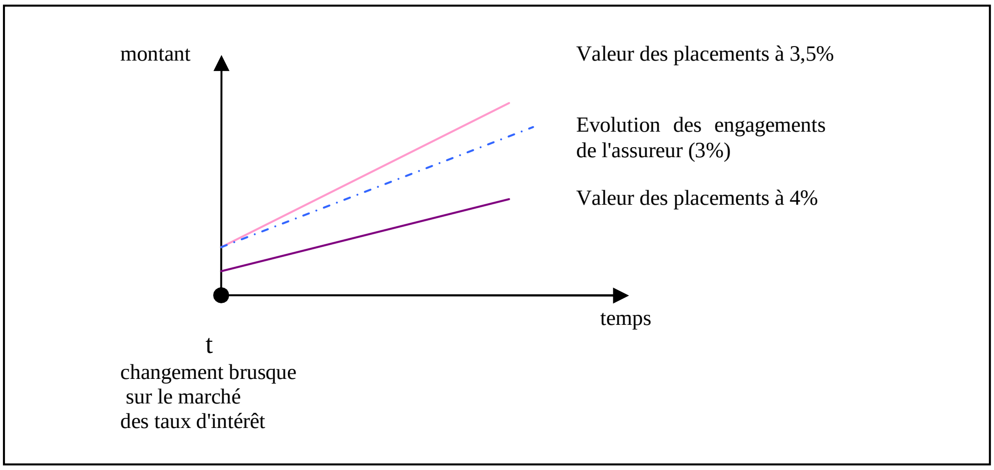
Dans le premier cas, si la duration de l'actif est inférieure à celle du passif (position du bilan courte), ceci signifie que la durée des placements financiers sera trop courte pour faire face aux engagements de l'assureur qui s'étalent sur un horizon de temps plus long. Cette situation reflétant le risque de réinvestissement s'explique par le fait qu'à la date d'échéance du placement, l'assureur devra renouveler son placement. Il s'expose alors à un risque de baisse des taux ne lui permettant pas de retrouver un placement aussi avantageux que le précédent.

Exemple :



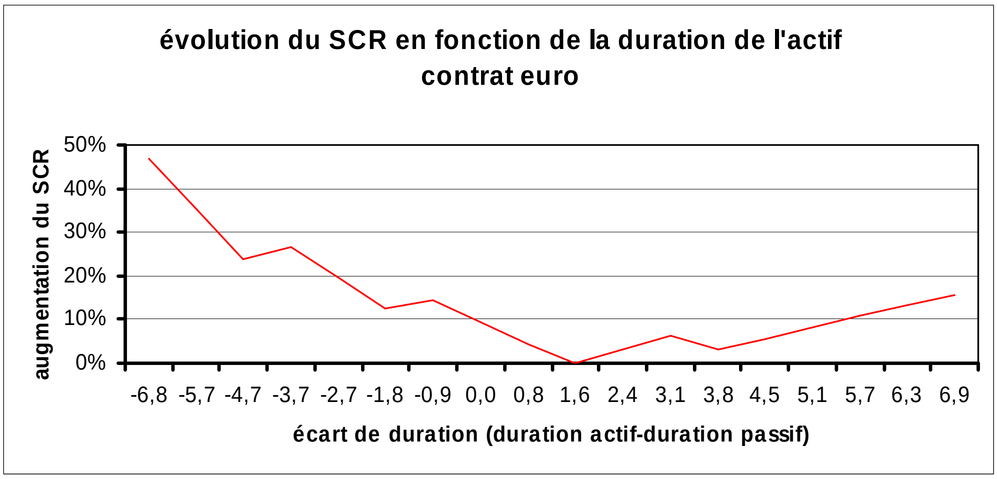
Dans le second cas, si la duration de l'actif est supérieure à celle du passif (position du bilan longue), l'assureur s'expose à un risque de liquidation qui est lié à un mouvement de hausse des taux d'intérêt. En effet, si les taux sont à la hausse et que donc la concurrence propose des taux plus avantageux, les assurés seront tentés d'exercer leurs clauses de rachat. L'assureur peut alors se voir contraint de vendre des obligations en moins value (car des taux d'intérêt plus élevés impliquent une valeur de l'obligation plus petite).

Exemple :



Nos placements initiaux sont à 3.5% et nos engagements à 3% ; si les taux d'intérêt augmentent, la valeur de nos placements diminue (dans le cas obligataire). La liquidation doit se faire rapidement pour éviter un trop grand écart.

Nous décidons d'analyser l'impact de la duration de l'actif et du passif sur le SCR déterminé avec la formule standard en faisant varier la duration de l'actif (en changeant par exemple la maturité de nos obligations).



Comme nous le voyons ci-dessus, le mode d'investissement des actifs joue un rôle essentiel sur le besoin en capital. En effet, plus l'écart de duration entre l'actif et le passif

est élevé, plus les risques de réinvestissement ou de liquidation vus précédemment sont élevés. Ceci explique donc l'augmentation du SCR avec l'écart de duration entre l'actif et le passif afin de pouvoir affronter ces éventuels risques.
D'autre part, on remarque que l'augmentation du SCR est plus rapide lorsque la duration de l'actif est inférieure à celle du passif (pente de la droite plus élevée), signifiant alors que le risque de baisse des taux à un impact majeur sur le SCR.

Remarque 1: Pour le graphique précédent, on s'attendrait à obtenir une droite ou une courbe et non une ligne brisée. Ceci s'explique par le fait que la formule standard fait intervenir la duration de l'actif et du passif pour mesurer le risque de taux en mesurant la sensibilité de cette dernière à une hausse ou baisse de la courbe des taux non pas de manière linéaire mais selon des intervalles. En effet dans le QIS2, la variation de la courbe des taux se fait selon cinq agrégats de maturité des obligations. Pour une hausse de la courbe, on multipliera les taux par $(1+s^{up}(t))$ et pour une baisse par $(1+s^{down}(t))$:

Maturité t (années)	1-3	3-6	6-12	12-18	18+
$s^{up}(t)$	75%	50%	40%	35%	30%
$s^{down}(t)$	-40%	-35%	-30%	-25%	-20%

Remarque 2: On observe un décalage de la courbe vers la droite pouvant s'expliquer par le fait que la duration des actifs est calculée uniquement en fonction de la valeur de marché des obligations détenues. Or notre portefeuille d'actifs est composé d'obligations mais aussi d'actions, par conséquent la valeur de marché des obligations est inférieure à celle du passif ce qui pourrait engendrer ce décalage.

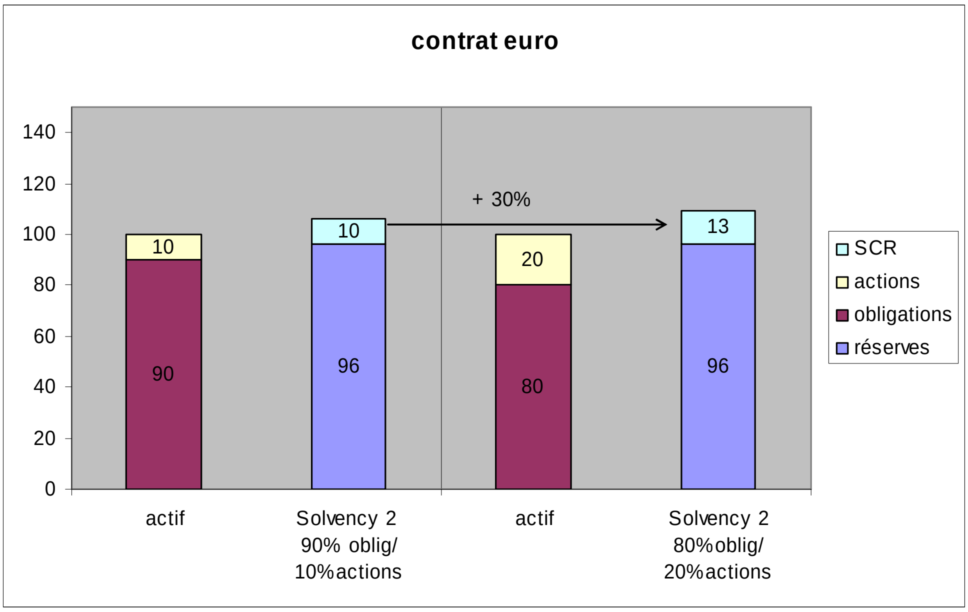
3.1.3 Impact sur le SCR de la politique de placement des actifs, des frais et de l'âge

3.1.3.1 Composition du portefeuille d'actifs

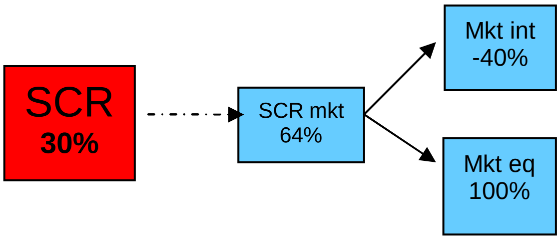
Il est bien connu qu'un investissement en actions représente un risque plus élevé qu'un investissement en obligations ce qui devrait donc se traduire par une marge de solvabilité plus importante. Nous allons donc vérifier si cette généralité est aussi retranscrite dans le SCR de la formule standard.

Considérons le contrat en euro qui reste le contrat le plus significatif pour observer les impacts de la gestion de nos actifs sur notre passif.
Si l'on dispose initialement d'un montant d'actifs de 100 dont 90 en obligations et 10 en actions, la marge de solvabilité à détenir d'après la formule standard sera de 10. Si l'on augmente nos investissements en actions de 10% du montant

de nos actifs au détriment de nos investissements en obligations, la marge de solvabilité augmentera alors de 30%, ce qui confirme bien notre raisonnement précédent.

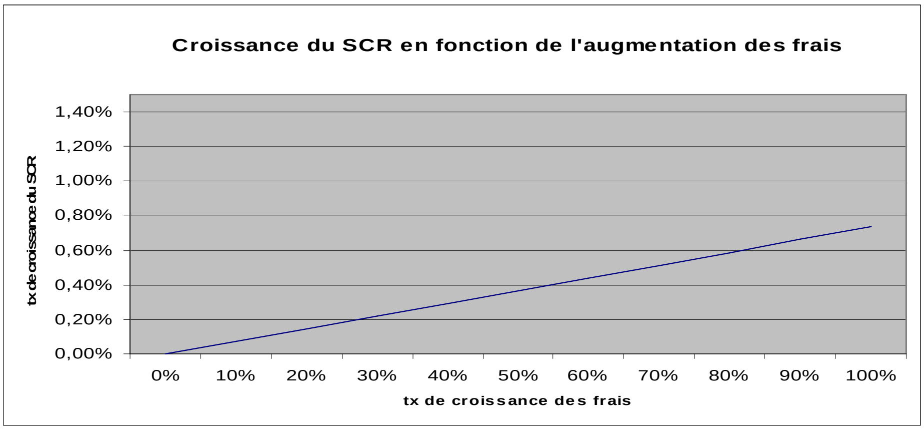


Si l'on décompose les risques de marché capturés dans la formule du SCR, on observe que le passage d'un portefeuille 90%obligations-10%actions à celui de 80%obligations-20%actions accroît le risque de marché d'environ 64%, faisant doubler le risque action comme on le voit ci-dessous.



3.1.3.2 Frais fixes :

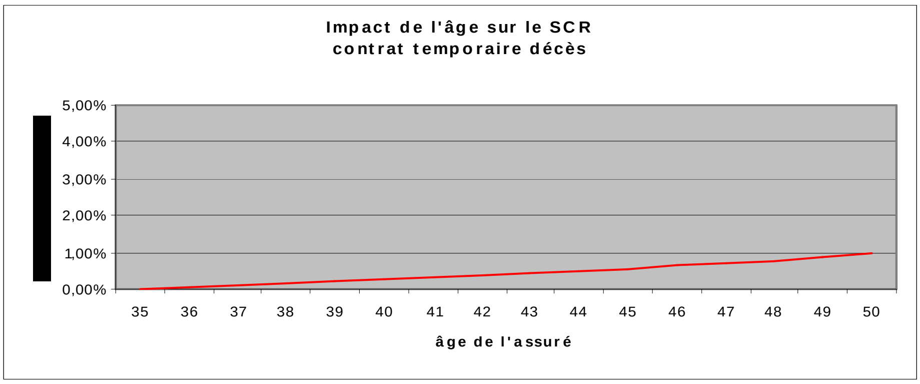
Dans le cadre de Solvabilité II, une augmentation des frais fixes engendrera, quelque soit le type de contrat, une hausse légère des capitaux, contrairement à Solvabilité I qui ne tient pas compte de ce genre de risques puisque la marge de solvabilité se base sur les provisions mathématiques.
Toutefois, il faut préciser que l'impact d'une augmentation des frais sur le SCR reste faible comme on le voit ci-après :

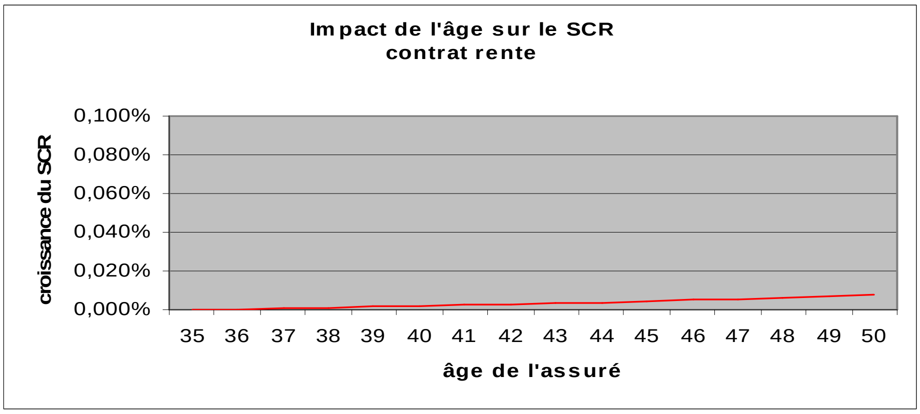


3.1.3.3 Impact de l'âge :

Il serait légitime de penser que l'exigence en capitaux est dépendante de certaines caractéristiques propres à l'assuré notamment son âge, ce qui pourrait donc faire varier le niveau du SCR.

Nous allons donc tâcher d'analyser l'évolution du SCR en fonction de l'âge de l'assuré venant souscrire un contrat temporaire décès ou un contrat rente immédiate puisque comme nous l'avons déjà évoqué, les contrats en euro et en unité de compte ne comprenant pas de garanties plancher.





Nous remarquons que l'âge et donc implicitement le taux de mortalité ont un impact relativement faible sur le montant de SCR requis aussi bien pour un contrat temporaire décès qu'un contrat rente.

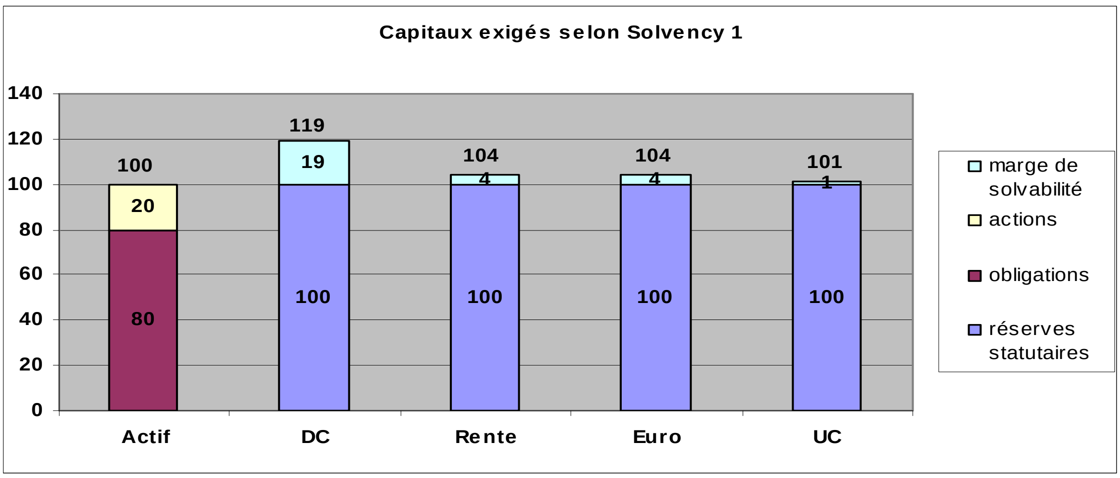
3.2 Comparaison des resultats de SI, SII, $SII_{MODELE\ INTERNE}$, SII_{EC}

Dans cette partie, nous analyserons tout d'abord le montant de solvabilité requis selon la réglementation actuelle. Puis nous détaillerons l'impact des stress tests sur le montant de la solvabilité en fonction du processus de calcul pour les quatre types de contrat étudiés afin de comparer les montants totaux de capitaux exigés une fois tous les risques agrégés.

3.2.1 Marge de solvabilité 1

Nous rappelons le calcul de la marge de solvabilité en assurance vie selon la réglementation actuelle de "Solvency I" :

Marge de solvabilité ≈ (1% * PM des contrats UC + 4%*PM des autres contrats) + 0.3%*capitaux sous risque



Le contrat temporaire décès est celui qui requiert une plus grande marge de solvabilité. En effet, cette dernière se base sur les provisions mathématiques et les capitaux sous risque qui représentent la partie positive de la différence entre le capital garanti en cas de décès et la provision mathématique. Or le contrat temporaire décès est le seul détenant un capital sous risque positif puisque c'est en cas de décès que le capital est reversé à l'assuré.

Pour les contrats en unités de compte, une faible marge de solvabilité (1% des provisions mathématiques) est exigée puisque les risques de placement sont entièrement assumés par les assurés.

La marge de solvabilité requise est identique pour les autres contrats (rente et euro) et représente 4% des provisions mathématiques. En effet, pour ces contrats les capitaux sous risques sont nuls (puisque pour les contrats rente, l'assureur ne reversera rien à l'assuré en cas de décès et pour les contrats en euro, les provisions mathématiques correspondent exactement au capital reversé à l'assuré).

3.2.2 Marge de Solvabilité II

La formule standard décompose les risques sous trois formes principales :

- risques de marché
- risques d'assurance
- risques opérationnels

Comme nous l'avons évoqué précédemment, les risques opérationnels étant difficilement quantifiables, nous nous concentrerons sur les risques de marché et les risques d'assurance.

L'objectif de la marge de solvabilité est de permettre aux compagnies d'assurance, en détenant le montant de capitaux exigé par le régulateur, de faire face aux engagements envers les assurés en prenant en compte l'éventualité de différents scénarios catastrophes comme il est arrivé par exemple avec la tempête de 1999. Pour cela, le montant de capitaux supplémentaire exigé par la formule standard a pour objectif de supporter certains évènements catastrophes fixés par le CEIOPS sur la période d'une année comme par exemple:

- une chute de 40% des actions
- une déformation de la courbe des taux selon la maturité des obligations (cf. tableau p.)
- une hausse de 10% des frais futurs

- une hausse ou une baisse immédiate de la mortalité de 10%
- une hausse ou une baisse permanente de la mortalité de 20%

Afin de juger de la pertinence de ces stress tests ainsi que de la formule standard développée par le CEIOPS, nous avons estimé, avec cette dernière mais aussi par le biais d'un modèle interne que nous avons créé, le montant de la marge de solvabilité et donc le montant de capitaux à détenir dans l'éventualité des sinistres présentés ci-dessus.

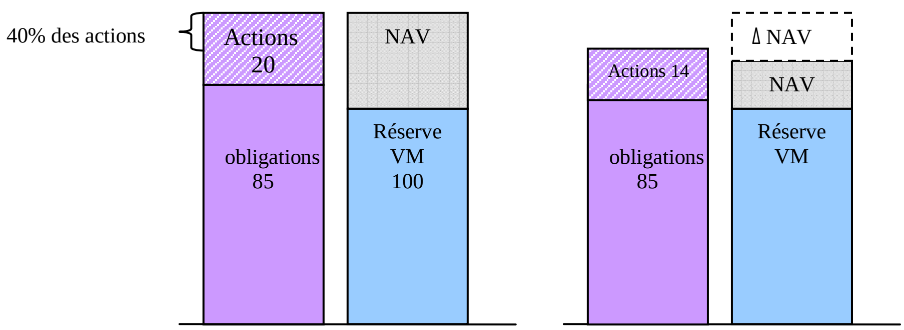
3.2.2.1 Les risques de marché

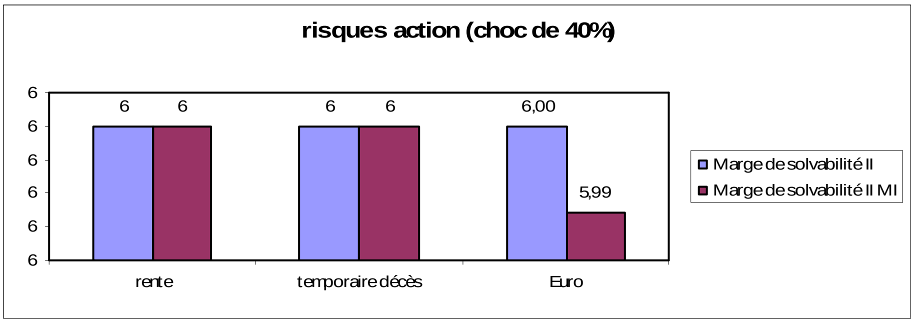
Afin de facilité la comparaison des résultats entre les différents contrats, nous les avons divisés par le montant des provisions techniques approprié afin de nous baser sur des réserves statutaires de 100.

♦ Le risque action

La formule standard a été pour l'instant élaborée par le CEIOPS de telle sorte à faire face à une éventuelle chute immédiate des actions de 40%. Or nous avons choisi de détenir pour les contrats rente, temporaire décès et euro un portefeuille d'actifs investi 15% en actions et 85% en obligations. Quant au contrat en unités de compte, les risques de marché sont nuls puisque ces derniers sont entièrement supportés par l'assuré.

Une chute immédiate des taux actions de 40% représente donc simplement une baisse de 40% de la valeur de notre portefeuille action, laissant inchangé notre réserve en valeur de marché (correspondant aux sinistres et frais moins les primes, le tout actualisé aux taux sans risque).





Nous obtenons en effet une exigence de capitaux supplémentaires identique pour tous les contrats (excepté pour le contrat en euro pour lequel le passif est impacté par une chute des taux action en raison des frais variables prélevés sur la réserve) et aussi bien d'après la formule standard que le modèle interne puisque ceci représente comme nous venons de voir 40% de notre portefeuille actions soit : 40%*100*15%=6

♦ <u>Le risque de taux</u>

Le risque de taux est calculé d'après la formule interne de la façon suivante :

$$Mkt_{int} = Max[0; MV_{FI} * D_{FI}^{gen}(r,s^{up}) - TP * D_{TP}^{gen}(r,s^{up}); MV_{FI} * D_{FI}^{gen}(r,s^{down}) - TP * D_{TP}^{gen}(r,s^{down})]$$

Avec $D_C^{gen}(r,s) = -\frac{1}{MV(C,r)} * \sum_t \frac{s(t) * r(t)}{1+r(t)} * t * d(t) * C(t)$

Avec C : les flux d'actif ou de passif

d(t)=1/(1+r(t))^t

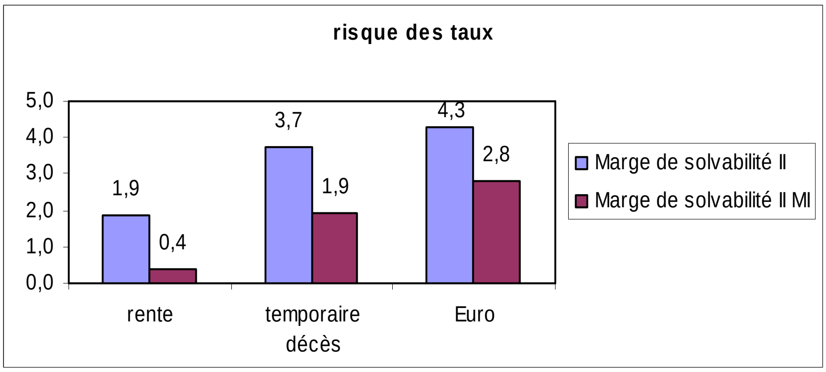
s : $s^{up}(t)$ ou $s^{down}(t)$

Maturité t (années)	1-3	3-6	6-12	12-18	18+
$s^{up}(t)$	75%	50%	40%	35%	30%
$s^{down}(t)$	-40%	-35%	-30%	-25%	-20%

MV : valeur de marché de nos flux d'actif ou de passif

TP : réserve en valeur de marché

Afin de déterminer la marge de solvabilité nécessaire en cas de hausse ou baisse des taux, nous avons simulé 1000 scénarios de courbe des taux. Nous les avons ensuite introduits dans notre modèle afin de générer à nouveau pour chaque scénario 1000 scénarios représentant l'évolution des actions et des taux sur toute la durée du contrat. Nous obtenons donc un modèle "stochastique de stochastique".



On remarque qu'avec un modèle interne, la marge de solvabilité nécessaire pour lutter dans 99.5% des cas contre les pires scénarios de baisse ou hausse des taux est nettement inférieure à celle de la formule standard. Cet écart s'affaiblit pour le contrat euro mais en se basant sur un modèle interne, on atteint tout de même une baisse de la marge de solvabilité de 34%.

- <u>Agrégation des risques action et de taux</u>

Pour déterminer les besoins en capitaux pour les risques de marché, la formule standard agrège les risques action et de taux en supposant une corrélation de 75% entre eux avec la formule suivante :

$$SCR_{Mkt} = \sqrt{(Mkt_{\text{int}})^2 + (Mkt_{eq})^2 + 0.75 * 2 * Mkt_{\text{int}} * Mkt_{eq}}$$

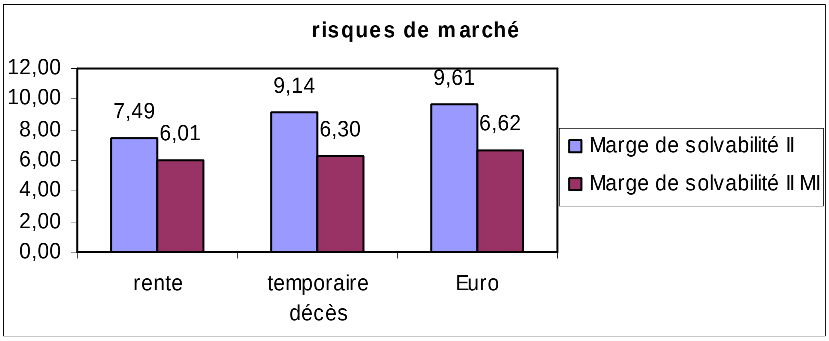
Avec Mkt_{int} : les besoins en capitaux estimés pour le choc sur les taux

Mkt_{eq} : les besoins en capitaux estimés pour le choc sur les actions

En général, AXA n'établit pas de corrélation entre les actions et les taux; par conséquent pour déterminer les besoins en capitaux affectés aux risques de marché nous nous baserons sur la formule suivante :

$$SCR_{Mkt} = \sqrt{(Mkt_{\text{int}})^2 + (Mkt_{eq})^2}$$

Nous obtenons alors les résultats suivants :

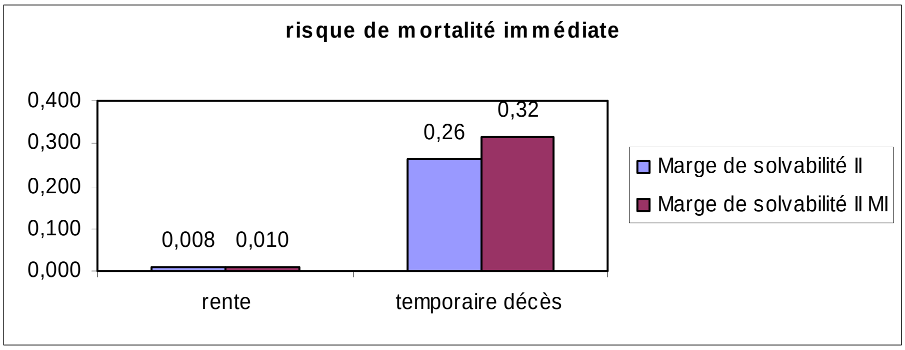


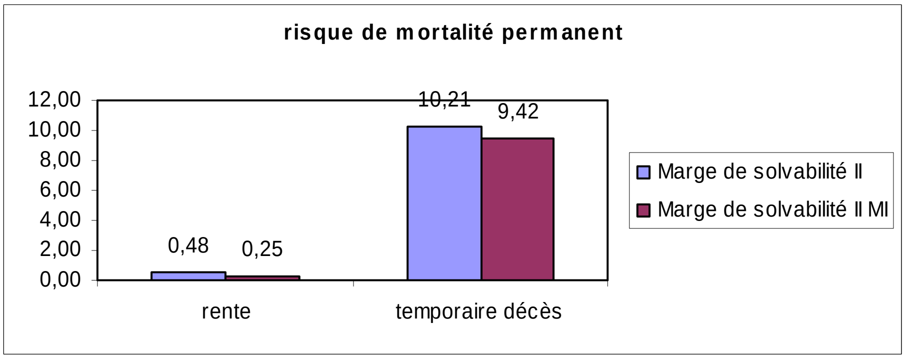
Le modèle interne estime que la marge de solvabilité nécessaire pour faire face aux risques de marché est inférieure de 31% à celle fournie par la formule standard pour les contrat temporaire décès et euro et de 20% pour les contrats rente.

3.2.2.2 Les risques d'assurance

♦ Le risque de mortalité immédiate et permanente

Nous allons tout d'abord étudier l'impact d'une hausse (pour le contrat temporaire décès) ou d'une baisse (pour le contrat rente) immédiate de la mortalité de 10% sur notre bilan afin d'estimer les besoins en capitaux nécessaires pour faire face à ce risque, puis d'une hausse ou baisse de la mortalité permanente de 20%. Nous obtenons d'après notre modèle interne et la formule standard les résultats suivants :

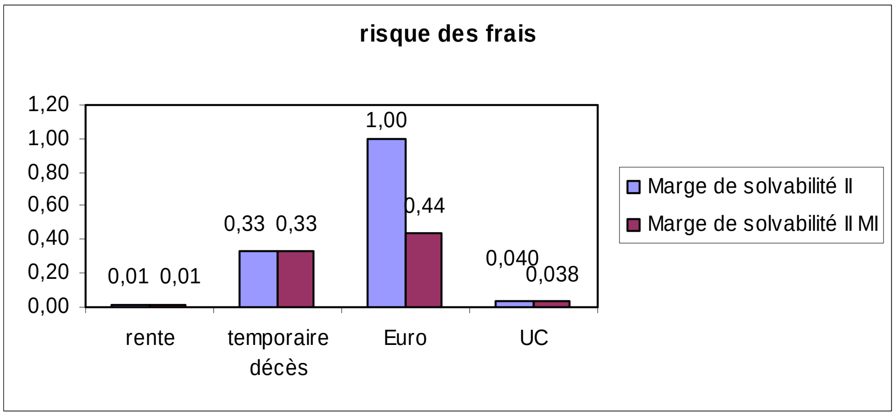




Comme nous l'avions déjà évoqué en analysant la formule standard, un choc sur la mortalité a peu d'effet sur le contrat rente. L'impact est plus flagrant pour le contrat temporaire décès.

On remarque que pour un choc de la mortalité instantané, la formule standard sous-estime les besoins en capitaux par rapport au modèle interne. Par contre la tendance s'inverse dans le cas d'une mortalité plus élevée et s'appliquant à toute la durée du contrat.

- <u>Le risque de hausse des frais</u>



Le risque d'une augmentation instantanée des frais fixes de 10% est minime. Le modèle interne et la formule standard donnant quasiment les mêmes résultats : on retrouve les mêmes résultats pour les contrats rente et temporaire décès auxquels nous ne leurs avons attribués que des frais fixes et on observe une légère variation pour les contrats euro et unités de compte comptabilisant des frais fixes mais aussi des frais variables.

- <u>Agrégation des risques d'assurance</u>

Pour déterminer les besoins en capitaux pour les risques d'assurance, la formule standard agrège les risques de mortalité et de frais à l'aide d'une matrice de corrélation :

CorrLife	$Life_{mort}$	$Life_{long}$	$Life_{exp}$
$Life_{mort}$	1	0	0,5
$Life_{long}$	0	1	0,5
$Life_{exp}$	0,5	0,5	1

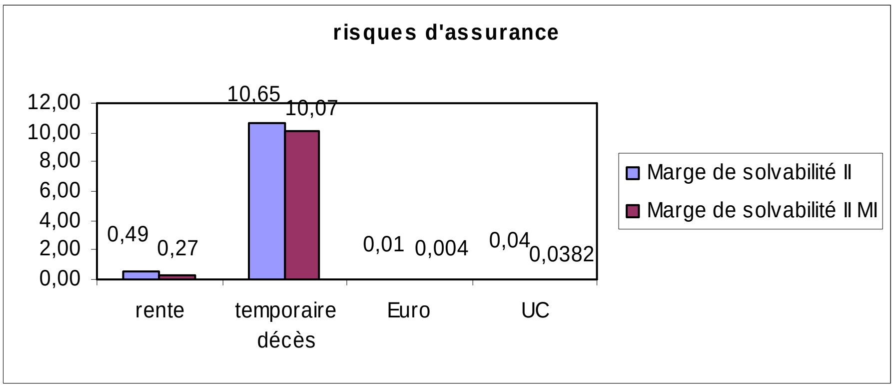
avec $Life_{mort}$: les besoins en capitaux estimés pour le risque d'une hausse de la mortalité

$Life_{long}$: les besoins en capitaux estimés pour le risque d'une baisse de la mortalité

$Life_{exp}$: les besoins en capitaux estimés pour le risque d'une hausse des frais

SCR_{life} : les besoins en capitaux estimés pour le risque d'une hausse des frais

$$SCR_{life} = \sqrt{\sum_{r \times c} CorrLife_{r \times c} * Life_r * Life_c}$$



Les risques d'assurance n'ont un impact réel que sur le contrat temporaire décès par le biais du risque d'une hausse de la mortalité. Les besoins en capitaux pour ces risques déterminés avec la formule ou le modèle sont similaires.

Les contrats euro et unités de compte ne sont sujets qu'au risque d'une hausse des frais par conséquent la marge de solvabilité estimée pour faire face aux risques d'assurance est quasiment nulle.

3.2.2.3 Comparaison des marges de solvabilité

Pour obtenir la marge de solvabilité avec la formule standard, on agrège les risques de marché et d'assurance de la manière suivante :

$$SCR = \sqrt{\sum_{r \times c} CorrSCR_{r \times c} * SCR_r * SCR_c}$$

CorrSCR	SCR_{mkt}	SCR_{life}
SCR_{mkt}	1	ML
SCR_{life}	ML	1

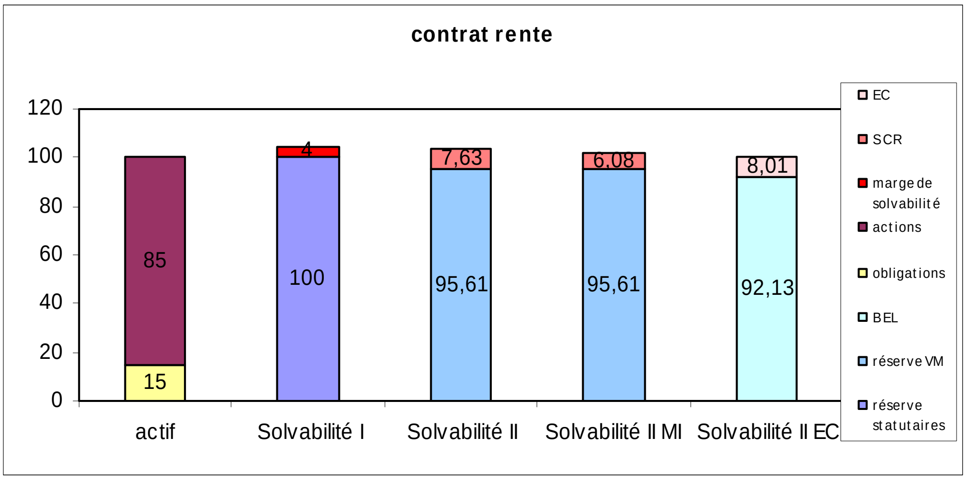
Avec SCR_{mkt}: les besoins en capitaux estimés pour les risques de marché

SCR_{life}: les besoins en capitaux estimés pour les risques d'assurance

On fixe ML (middle low) = 0.25

Pour le modèle interne nous agrégerons de la même manière que la formule standard (excepté pour le risque de marché pour lequel les actions et les taux ne sont pas corrélés).

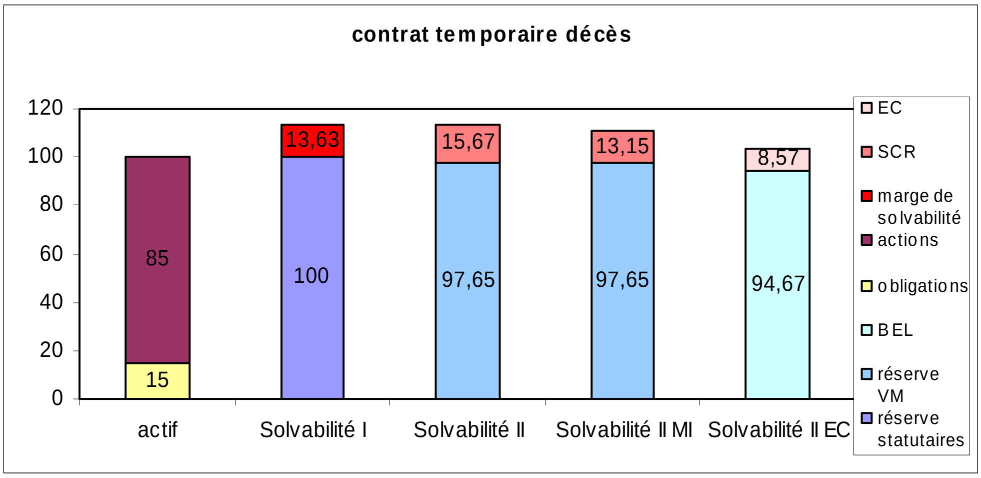
- Contrat rente



Dans le cadre d'un contrat rente, le montant d'actifs exigé d'après la formule standard sera légèrement inférieur à celui déterminé d'après les règles de solvabilité de "Solvency I". Comme on le prévoyait, les besoins en capitaux estimés avec le modèle interne sont inférieurs à ceux de la formule standard.
Si l'on considère l'approche capital économique, le montant d'actifs exigé sera alors inférieur à celui obtenu aussi bien avec la formule standard qu'avec le modèle interne.
Toutefois quelque soit la méthodologie employée, on retrouve des résultats similaires.

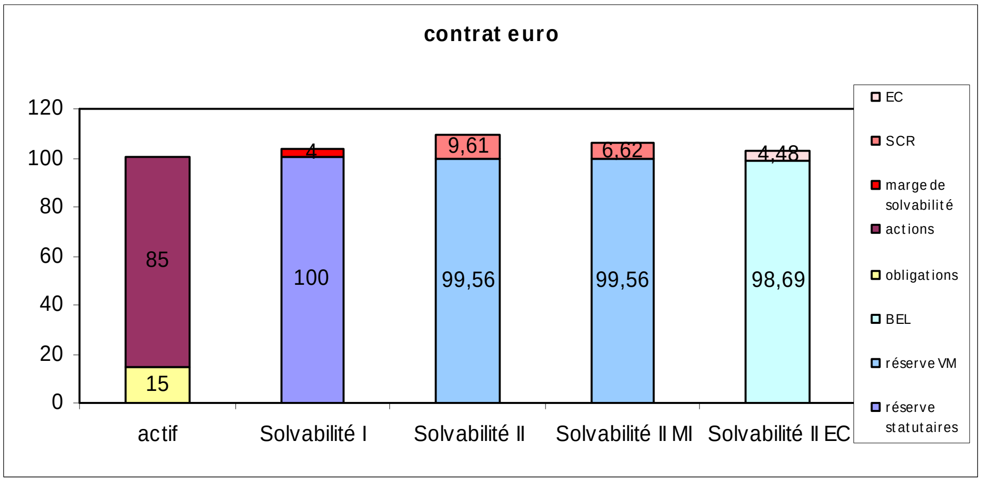
Remarque : On rappelle que Solvabilité I se base sur les réserves statutaires, Solvabilité II sur les réserves en valeur de marché et le capital économique sur le BEL.

♦ Contrat temporaire décès



Pour le contrat temporaire décès, le montant d'actifs exigé d'après la formule standard est légèrement inférieur à celui déterminé d'après les règles de solvabilité de "Solvency I". A nouveau le modèle interne estime une marge de solvabilité inférieure à celle de la formule standard. L'approche capital économique est celle requérant un montant d'actif inférieure de 9% à la formule standard de Solvabilité II.

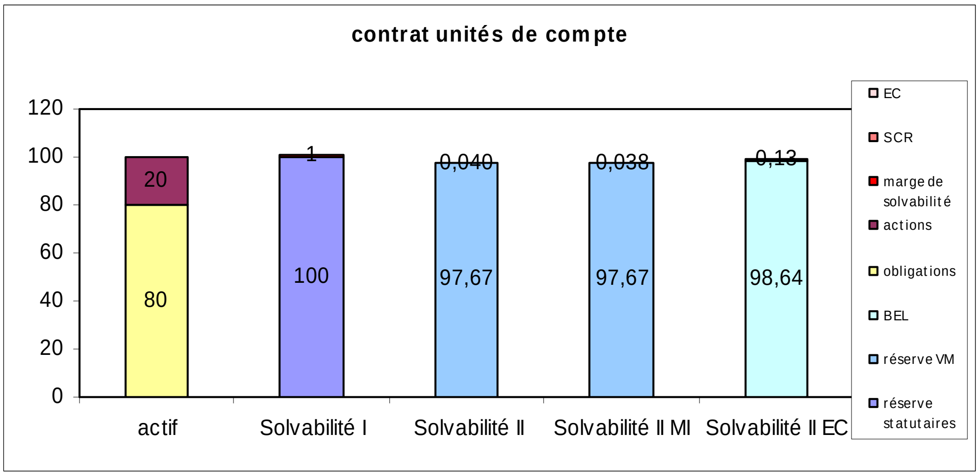
♦ <u>Contrat en euro</u>



Pour le contrat euro, le montant d'actifs exigé d'après la formule standard est contrairement aux contrats précédents supérieurs à celui de Solvabilité I. Ceci s'explique par le fait que Solvabilité II capture davantage les risques, notamment pour ce contrat, le risque action et le risque des taux. Toutefois, d'après les résultats obtenus avec le modèle interne, la formule standard surestimerait le besoin en capital pour faire face à ces risques.

A nouveau l'approche capital économique évalue un besoin d'actifs inférieur aux autres approches; ceci pouvant s'expliquer par le fait que l'on évalue les besoins de capitaux en fonction des futures pertes ou profits qui seront générés au cours du contrat.

♦ <u>Contrat en unités de compte</u>

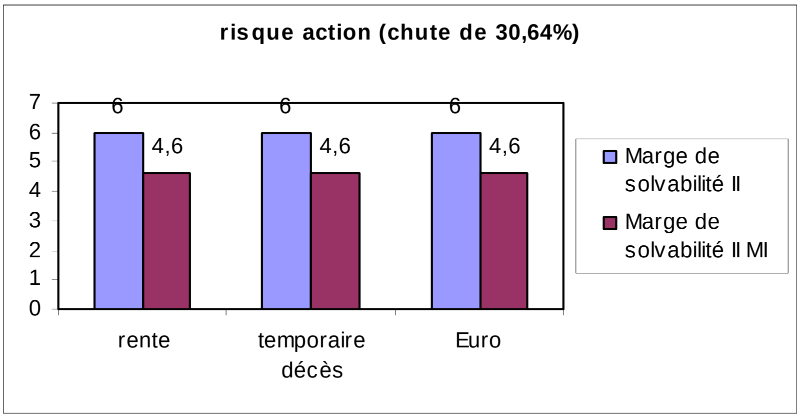


Pour le contrat en unités de compte, parmi les risques étudiés, les assureurs ne seront exposés qu'au risque d'une hausse des frais puisque l'assuré supporte entièrement les risques de marché (sans l'existence d'option). Or nous avons vu qu'une hausse des frais engendrait un risque quasi nul, ce qui explique un SCR très faible.

3.2.3 Extrapolation

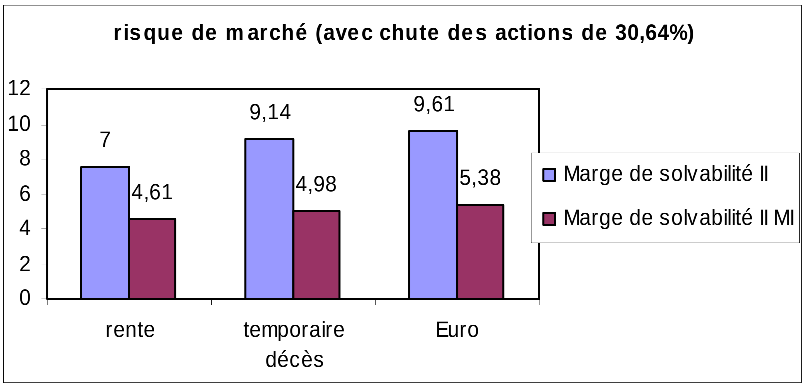
3.2.3.1 <u>Le risque action</u>

Dans le QIS 2 le risque action se base sur une éventuelle chute instantanée des actions de 40%, ce qui pourrait tout de même nous sembler un évènement très rare. Afin de simuler une éventuelle chute des actions et de nous baser sur le scénario correspondant au percentile 99,5%(afin de respecter la marge de prudence imposé par la nouvelle réglementation de Solvabilité II) on se basera sur une variable x suivant une lognormale d'espérance 8% et d'écart-type 15% avec une probabilité d'occurrence de l'évènement de 0.5%. Notre variable x représentant notre nouvelle chute des actions vaut alors 30.64%.



Nous obtenons alors une marge de solvabilité inférieure d'environ 23% par rapport à la formule standard qui se base sur une chute des actions de 40%.

En agrégeant les risques action et de taux les marges de solvabilité des modèles internes sont alors inférieures de 38% (contrat rente), 46% (temporaire décès) et 44% (contrat euro) par rapport à celles de la formule standard.



On veut désormais analyser les besoins en capitaux estimés avec le modèle interne tenant compte d'une chute des actions de 30,64% et non plus de 40%. On remarque que les besoins en capitaux évalués avec ce dernier modèle sont inférieurs de presque 3% par rapport à la formule standard alors que si on se basait sur une chute de 40% cela ne représenterait plus que la moitié soit 1,5%.

	rente			temporaire décès			euro		
	Solvabilité II formule standard	Solvabilité II MI avec chute action 40%	Solvabilité II MI avec chute action 30,64%	Solvabilité II formule standard	Solvabilité II MI avec chute action 40%	Solvabilité II MI avec chute action 30,64%	Solvabilité II formule standard	Solvabilité II MI avec chute action 40%	Solvabilité II MI avec chute action 30,64%
réserve VM	95,61	95,61	95,61	97,65	97,65	97,65	99,56	99,56	99,56
SCR	7,63	6,08	4,69	15,67	13,15	12,30	9,61	6,62	5,38
EC									
besoin en capitaux	103,24	101,69	100,29	113,32	110,79	109,95	109,17	106,18	104,94
croissance par rapport à Solvabilité II Formule standard		-1,49%	-2,85%		-2,23%	-2,98%		-2,74%	-3,88%

3.2.3.2 Le profit net annuel

QIS 2 évalue un montant de SCR en appliquant des chocs instantanés pour se couvrir contre certaines situations imprévisibles sur une période d'un an. Or durant cette période on dégage aussi des profits, ce dont ne tient pas compte le QIS 2. Il serait donc pertinent de retrancher au SCR le profit net réalisé au cours de cette période.

CONCLUSION

La directive Solvabilité II a pour objectif d'améliorer l'évaluation des besoins en capitaux des assurances en tenant compte des risques réellement encourus. Pour cette raison, l'exigence en capitaux déterminée d'après les principes de Solvabilité II peut être parfois inférieure à celle de Solvabilité I (contrat rente, décès, unités de compte) mais aussi supérieure (contrat euro), ce qui montre bien une évaluation réelle des risques au cas par cas, c'est-à-dire selon le contrat (assurance vie mais aussi non vie).

Les besoins en capitaux estimés selon le modèle interne respectant les principes et les stress tests du QIS 2 sont inférieurs à ceux évalués avec la formule standard puisque les modèles internes sont sensés capturer de manière plus précise les risques imprévisibles que l'on peut simuler de manière stochastique. De plus l'autre modèle interne se basant sur l'approche capital économique exige un besoin en capitaux nettement plus faible que les approches précédentes. Ceci montrerait que la formule standard et les stress tests appliqués sont surestimés dans le QIS 2.

Pour ces raisons, l'élaboration d'un modèle interne par les sociétés d'assurance est primordiale mais reste une démarche longue et coûteuse. Ainsi les petites entreprises, avec peu de moyens et un nombre limité de contrats auront plus de difficultés à diversifier leurs risques et seront les plus exposées par cette directive en étant soumises à une exigence de capitaux plus élevée.

Nous avons fait le choix dans ce projet d'étudier certains types de risques et de nous concentrer sur l'assurance vie. Afin de généraliser nos résultats, il faudrait élargir notre palette de risques (risques de crédit, risques de rachats, risques opérationnels…) et notre domaine d'étude à l'assurance non-vie.

BIBLIOGRAPHIE

Cours de comptabilité et réglementation d'assurance à Dauphine	B.Serra (2005-2006)
Cours de gestion Actif/Passif en assurance à Dauphine	B. Serra (2005-2006)
Cours de Gestion global des risques à Dauphine	A. Butery
Modern Valuation Techniques	Stuart Jarvis Frances Southall Elliot Varnell
Analysing movements in realistic balance sheets for with profits funds	Penny Coulthard Adrian Parkes
Options, Futures and other Derivatives	Hull, John
EC&V Manual of AXA	

Sites internet :

http://www.ceiops.org/content/view/118/124/

http://therond.pierre.free.fr/Controle_Solvabilite_050228.pdf
Contrôle de solvabilité des compagnies d'assurance — Pierre Thérond

http://www.ccamip.fr/fichiers/normes_IAIS_Assurance_47.pdf
Normes IAS et assurance : le point de vue du contrôle prudentiel — Florence Lustman, Viviane Leflaive

GLOSSAIRE

Assurance : (Insurance)
C'est l'activité habituellement exercée par une compagnie qui se spécialise dans ce genre d'activité et qui consiste à indemniser une autre personne contre une perte ou une responsabilité découlant de certains risques. C'est le partage des pertes de quelques personnes entre les nombreux assurés qui payent des primes.

Assurance vie : (Life Insurance)
Une assurance sur la vie d'une personne ou de personnes. Il s'agit d'une police à valeur agréée qui verse une certaine somme au décès de la personne. Elle est souscrite sous plusieurs formes et est souvent assortie d'un facteur d'épargne.

Assuré : (Insured)
La personne dont le risque de perte financière d'un risque assuré est protégé par la police. S'appelle parfois le titulaire de police.

Assureur : (Insurer)
La compagnie d'assurance ou le particulier qui a consenti à fournir l'indemnité à un assuré contre la perte occasionnée par certains risques. Il désigne également la personne au sein de la compagnie dont la responsabilité est d'accepter ou de refuser des affaires dans une branche particulière dans laquelle elle se spécialise; elle choisit ainsi les risques que ses mandants sont prêts à souscrire.

Bénéficiaire : (Payee)
La personne à qui l'argent est versé.

BEUC :
Le Bureau Européen des Unions de consommateurs, est une fédération de 40 organisations nationales et indépendantes de consommateurs en Europe. Leur rôle est d'influencer, dans l'intérêt des consommateurs, le développement de la politique de l'UE, et de promouvoir ainsi que de défendre les intérêts de tous les consommateurs.
Les activités du BEUC sont financées principalement par la contribution de nos organisations membres. Ils bénéficient également d'un soutien financier de la Commission Européenne via le programme cadre général pour financer les activités en faveur des consommateurs.

BIPAR
Le Bureau International des Producteurs d'Assurances et de Réassurances, est une organisation internationale à but non lucratif groupant des associations professionnelles d'intermédiaires d'assurances

Capital assuré : (Sum Insured)
Montant pour lequel l'assurance est en vigueur et en fonction duquel la prime est calculée.

Contrat : (Contract)
Promesses contractuelles écrites ou verbales entre deux ou plusieurs personnes qui tombent sous le coup de la loi. Une police d'assurance est un contrat.

Fonds propres : (Capital)
Les fonds propres représentent l'argent apporté par les actionnaires à la constitution de la société ou ultérieurement, ou laissés à la disposition de la société en tant que bénéfices non distribués sous forme de dividendes. Ils courent le risque total de l'entreprise et ne seront intégralement remboursés qu'avec la liquidation de la société ou à sa vente.

Frais de règlement : (Loss Adjustment Expenses)
Frais engagés dans le règlement des sinistres - frais d'expertise, frais de justice, frais d'avocat etc.

IASB : International Accounting Standards Board
L'IASB est un organisme privé qui a été fondé en 1973 par les instituts d'experts-comptables de neuf pays avec pour principaux objectifs d'établir des normes comptables acceptables au plan international, de promouvoir leur utilisation et plus généralement, de travailler pour harmoniser les pratiques comptables et la présentation des comptes sur le plan international. Il est composé de 14 membres indépendants.

IFRS: International Financial Reporting Standards
L'Union européenne rend obligatoire à partir de 2005, pour toutes les sociétés européennes cotées, l'obligation de préparer leurs états financiers consolidés selon les normes internationales (International Accounting Standards ou IAS). Basée sur les principes définis par l'IASB (International Accounting Standards Board), cette normalisation des règles de reporting financier externe (ou IFRS 2005) vise à rendre les états financiers comparables les uns aux autres, et à accroître l'efficacité du marché financier européen.

LOBs : lines of business ; les lignes de business comme par exemple une assurance vie qui distribue des contrats d'assurance temporaire décès, des contrats rentes immédiates, différées, contrats euros…

Méthode de Monte-Carlo :
Les méthodes de Monte Carlo reposent sur la loi des grands nombres : en répétant un grand nombre de fois une expérience, de façon (théoriquement) indépendante, on obtient une approximation de plus en plus fiable de la vraie valeur de l'espérance du phénomène observé.

Police : (Policy)
Un contrat d'assurance est désigné sous le nom de police. Il s'agit d'un document juridique émis à l'assuré qui établit les modalités du contrat d'assurance.

Prime : (Premium)
Une somme d'argent versée par un assuré en contrepartie de la protection accordée par la police d'assurance.

Provisions mathématiques : (Policy Reserves)
Les compagnies d'assurance sont obligées d'avoir des provisions pour chaque police en tant que mesure de protection pour s'acquitter de leurs obligations envers le public aux termes des contrats.

Rachat : (Surrender)
Résiliation d'une police (avant l'expiration normale) par consentement mutuel entre l'assuré et la compagnie d'assurance.

Résultat courant :
Le résultat courant est le résultat net, hors impact des opérations exceptionnelles, avant dépréciation des écarts d'acquisition et amortissement d'autres incorporels similaires, et gains et pertes sur actifs financiers (valorisés selon l'option de la juste valeur) et sur dérivés sur actifs investis.

Résultat opérationnel :
Le résultat opérationnel correspond au résultat courant, hors plus-values nettes revenant à l'actionnaire.

Risque : (Peril)
Une cause potentielle de sinistre. Par conséquent, un assuré peut avoir une garantie contre le risque d'incendie, d'explosion, de tempête de vent, etc.

Valeur risque-neutre : (risk neutral value)
Valeur qui est telle que les risques, en probabilité, sont neutres, i.e. qu'ils sont équitablement partagés entre l'acheteur et le vendeur de l'actif.
La valeur risque neutre d'un actif correspond a la valeur de marché mais lorsque les actifs se révèlent être peu liquides alors la valeur de marché devient peu fiable. On peut alors chercher à reconstituer des valeurs cohérentes. Les flux que nos actifs vont générés seront tels qu'ils seront compensés par ceux du marché.

ANNEXE 1 :

Article R. 334-5
Minimum de marge : entreprises françaises non-vie

Pour les entreprises visées au 1° de l'article L. 310-2, le montant réglementaire de la marge de solvabilité est déterminé, soit par rapport au montant annuel des primes ou cotisations, soit par rapport à la charge moyenne annuelle des sinistres. Ce montant réglementaire est égal au plus élevé des résultats obtenus par application des deux méthodes suivantes :

a) Première méthode (calcul par rapport aux primes).
(…) [Le montant total des primes ou cotisations émises] est réparti en deux tranches, respectivement inférieure et supérieure à 50 millions d'euros. A 18 % de la première tranche sont ajoutés 16 % de la seconde.
Le résultat déterminé par application de la première méthode est obtenu en multipliant la somme des deux termes de l'addition prévue à l'alinéa précédent par le rapport existant, pour le dernier exercice, entre le montant des sinistres demeurant à charge de l'entreprise après cession en réassurance et le montant des sinistres brut de réassurance, sans que ce rapport puisse être inférieur à 50 %

b) Deuxième méthode (calcul par rapport à la charge moyenne annuelle des sinistres).
(…) [Le montant annuel moyen de la charge de sinistres au cours des trois derniers exercices] est réparti en deux tranches, respectivement inférieure et supérieure à 35 millions d'euros. A 26 % de la première tranche sont ajoutés 23 % de la seconde.
Le résultat déterminé par application de la deuxième méthode est obtenu en multipliant la somme des deux termes de l'addition prévue à l'alinéa précédent, par le rapport existant, pour le dernier exercice, entre le montant des sinistres demeurant à la charge de l'entreprise après cession en réassurance et le montant des sinistres brut de réassurance, sans que ce rapport puisse être inférieur à 50 %.

Article R. 334-13
Minimum de marge : entreprises françaises vie
(…)
Le montant minimal réglementaire de la marge est calculé par rapport aux provisions mentionnées aux 1° et 4° de l'article R. 331-3 et aux capitaux sous risque. Ce montant est égal à la somme des deux résultats suivants :
Le "premier résultat" est obtenu en multipliant un nombre représentant 4 % de la somme des provisions mentionnées aux 1° et 4° de l'article R. 331-3, relatives aux opérations d'assurances directes sans déduction des cessions en réassurance et aux acceptations en réassurance, par le rapport existant, par le dernier exercice, entre le montant des provisions mathématiques après cessions en réassurance et le montant des provisions mathématiques brut de réassurance, sans que ce rapport puisse être inférieur à 85 %.

Le "second résultat" est obtenu en multipliant un nombre représentant 0,3 % des capitaux sous risque par le rapport existant, pour le dernier exercice, entre le montant des capitaux sous risque après cession et rétrocession en réassurance et le montant des capitaux sous risque brut de réassurance sans que ce rapport puisse être inférieur à 50 %.
Pour les assurances temporaires en cas de décès, d'une durée maximale de trois années, le facteur multiplicateur des capitaux sous risque est égal à 0,1%. Il est fixé à 0,15 % desdits capitaux pour les assurances temporaires en cas de décès dont la durée est supérieure à trois années mais n'excède pas cinq années.
Le capital sous risque est égal au risque décès, déduction faite de la provision mathématique du risque principal.
(…)

ANNEXE 2 :

Formule standard tirée de Quantitative Impact Study 2 (Technical specification) du CEIOPS :

$\boxed{SCR = BSCR - RPS - NL\_PL}$

- RPS = k * $TP_{benefits}$ avec k ϵ [0,1]

- NL _PL = NL _PL_{prem} + NL _PL_{res}

→ NL _PL_{prem} = (100%-µ1) * P

avec $P = \sum_{lob} P_{lob}$

$$\mu_1 = \frac{\sum_{lob} \mu_{1lob} * P_{lob}}{P}$$

$$\mu_{1lob} = \begin{cases} \dfrac{\sum_y CR_{lob,y} * P_{lob,y}}{\sum_y P_{lob,y}} & \text{si y dépasse 3 ans (jusqu'à 5 ans max)} \\ 100\% & \text{si } y \in [0,2] \end{cases}$$

$$CR_{lob} = \frac{\text{expenses des primes acquises} + \text{claims payées}_{\text{y,lob}}}{\text{primes acquises}}$$

→ NL _PL_{res} = µ2 * PCO

avec
$$\mu_2 = \frac{\sum_{lob} \mu_{lob2} * PCO_{lob}}{PCO}$$

$$\mu_{lob2} = \alpha * \frac{RM_{lob}}{PCO_{lob}}$$

$$\alpha = \frac{1}{D}$$

- $$\text{BSCR} = \sqrt{\sum_{c,r} \text{CorrSCR}_{r,c} * \text{SCR}_r * \text{SCR}_c}$$

avec

CorrSCR	SCRmkt	SCRcred	SCRlife	SCRhealth	SCRnl	SCRop
SCRmkt	1	0,75	0,25	0,25	0,25	0,5
SCRcred	0,75	1	0,25	0,25	0,5	0,25
SCRlife	0,25	0,25	1	0,25	0,05	0,25
SCRhealth	0,25	0,25	0,25	1	0,05	0,25
SCRnl	0,25	0,5	0,05	0,05	1	0,5
SCRop	0,5	0,25	0,25	0,25	0,5	1

- $\mathrm{SCR}_{\mathrm{mkt}} = \sqrt{\sum_{r,c} \mathrm{CorrMkt}_{r,c} * \mathrm{Mkt}_r * \mathrm{Mkt}_c}$

avec

CorrMkt	Mkt int	Mkt eq	Mkt prop	Mkt fx
Mkt int	1,00	0,75	0,75	0,25
Mkt eq	0,75	1,00	1,00	1,00
Mkt prop	0,75	1,00	1,00	0,25
Mkt fx	0,25	0,25	0,25	1,00

$$\mathrm{Mkt}_{\mathrm{int}} = \mathrm{Max}[0; \mathrm{MV}_{\mathrm{FI}} * \mathrm{D}^{\mathrm{gen}}_{\mathrm{FI}}(r, s^{\mathrm{up}}) - \mathrm{TP} * \mathrm{D}^{\mathrm{gen}}_{\mathrm{TP}}(r, s^{\mathrm{up}}); \mathrm{MV}_{\mathrm{FI}} * \mathrm{D}^{\mathrm{gen}}_{\mathrm{FI}}(r, s^{\mathrm{down}}) - \mathrm{TP} * \mathrm{D}^{\mathrm{gen}}_{\mathrm{TP}}(r, s^{\mathrm{down}})]$$

maturity t	1-3	3-6	6-12	12-18	18+
sup(t)	0,75	0,5	0,4	0,35	0,3
sdown(t)	-0,4	-0,35	-0,3	-0,25	-0,2

$\mathrm{Mkt}_{\mathrm{eq}} = (\Delta eq / eqfall) - (\Delta eq_{link} / eqfall)$ avec eqfall l'effet engendré par une baisse de 40% des actions

$$\mathrm{Mkt}_{\mathrm{prop}} = 0.2 * \mathrm{prop}$$

$$\mathrm{Mkt}_{\mathrm{fx}} = 0.25 * \mathrm{fx}$$

- $\mathrm{SCR}_{\mathrm{cred}} = \sum_i g(\mathrm{rating}_i) * \mathrm{RDur}_i * \mathrm{MV}_i$

La qualité des investissements est mesurée grâce à une notation financière des entreprises nous permettant ainsi de mesurer le risque de crédit. Nous nous baserons sur le tableau suivant proposé par Standard & Poor's :

rating i	CEIOPS rating bucket	g risk weight
AAA	I-Extremely strong	0,008%
AA	II-Very strong	0,056%
A	III-Strong	0,660%
BBB	IV-Adequate	1,312%
BBB	V-Speculative	2,032%
BBB	VI-Very speculative	4,446%
CCC or lower	VII-Extremely speculative	6,950%
Unrated (expect reinsurance)	VIII-unrated	1,600%

- $\mathrm{SCR}_{\mathrm{life}} = \sqrt{\sum_{r,c} \mathrm{CorrLife}_{r,c} * \mathrm{life}_r * \mathrm{life}_c}$

CorrLife	Lifemort	Lifelong	Lifemorb	Lifedis	Lifelapse	Lifeexp
Lifemort	1	0	0,5	0,25	0	0,5
Lifelong	0	1	0	0	0,5	0,5
Lifemorb	0,5	0	1	1	0	0,5
Lifedis	0,25	0	1	1	0	0,5
Lifelapse	0	0,5	0	0	1	0,5
Lifeexp	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	1

avec $\mathrm{life}_{\mathrm{mort}} = \mathrm{life}_{\mathrm{mort,vol}} + \mathrm{life}_{\mathrm{mort,trend}} + \mathrm{life}_{\mathrm{CAT}}$

$$life_{mort,vol} = 2.58 * \sigma_{mort} * capital\_at\_risk$$

$$\sigma_{mort} = \sqrt{\frac{q_x * (1 - q_x)}{N}}$$
$$life_{mort,trend} = 0.002 * TP_{mort}$$
$$life_{mort,CAT} = \sum_i [0.003 * \max(TP_i ; Death_i)]$$

$$\mathrm{life}_{\mathrm{long}} = \mathrm{life}_{\mathrm{long,vol}} + \mathrm{life}_{\mathrm{long,trend}}$$
$$life_{long,vol} = 2.58 * \sigma_{long} * Potential\_release$$
$$\sigma_{mort} = \sqrt{\frac{q_x * (1 - q_x)}{N}}$$
$$life_{mort,trend} = 0.005 * TP_{long}$$

$$\mathrm{life}_{\mathrm{morb}} = \mathrm{life}_{\mathrm{morb,vol}} + \mathrm{life}_{\mathrm{morb,trend}} + \mathrm{life}_{\mathrm{morb,CAT}}$$
$$life_{morb,vol} = 2.58 * \sigma_{morb} * capital\_at\_risk$$
$$\sigma_{morb} = \sqrt{\frac{i_x * (1 - i_x)}{N}}$$
$$life_{morb,trend} = 0.002 * TP_{morb}$$
$$life_{morb,CAT} = \sum_i [0.001 SA_i + 0.005 AB_i]$$

$$\mathrm{life}_{\mathrm{dis}} = \mathrm{life}_{\mathrm{dis,vol}} + \mathrm{life}_{\mathrm{dis,trend}} + \mathrm{life}_{\mathrm{dis,CAT}}$$
$$life_{dis,vol} = 2.58 * \sigma_{dis} * capital\_at\_risk$$
$$\sigma_{dis} = \sqrt{\frac{j_x * (1 - j_x)}{N}}$$
$$life_{dis,trend} = 0.002 * TP_{dis}$$
$$life_{dis,CAT} = \sum_i [0.001 SA_i + 0.005 AB_i]$$

$$\mathrm{life}_{\mathrm{lapse}} = 0.005 * \mathrm{TP} + 0.1 * \mathrm{RB}$$

$$\mathrm{life}_{\mathrm{exp}} = 0.1 * \mathrm{E}_{\mathrm{fixed}}$$

- $$\mathrm{SCR}_{\mathrm{health}} = \max\left\{0 ; \sqrt{\begin{matrix}(\mathrm{health}_{\mathrm{exp}} + \mathrm{e}_{\mathrm{h\,exp}})^2 + (\mathrm{health}_{\mathrm{xs}} + \mathrm{e}_{\mathrm{h\,xs}})^2 \\ + (\mathrm{health}_{\mathrm{exp}} + \mathrm{e}_{\mathrm{h\,exp}}) * (\mathrm{health}_{\mathrm{xs}} + \mathrm{e}_{\mathrm{h\,xs}})\end{matrix}} + \mathrm{health}_{\mathrm{ac}} - (\mathrm{e}_{\mathrm{h\,exp}} + \mathrm{e}_{\mathrm{hxs}})\right\}$$

avec $health_{\mathrm{exp}} = 2.58 * \sigma_{\mathrm{exp}} * gp_{ay} - e_{h\,\mathrm{exp}}$ et $e_{h\,\mathrm{exp}} = \mu_{h\,\mathrm{exp}} * gp_{ay}$

$health_{xs} = 2.58 * \sigma_{xs} * gp_{ay} - e_{h\,xs}$ $e_{h\,xs} = \mu_{h\,xs} * gp_{ay}$

$$health_{ac} = claims_{ay} * 0.01 * \frac{gp_{ay}}{mgp_{ay}}$$

- $$SCR_{nl} = \sqrt{\sum_{r,c} CorrNL_{r,c} * NL_r * NL_c}$$

avec

CorrNL	Nlres	Nlprem	NL_{CAT}
Nlres	1	0,5	0
Nlprem	0,5	1	0
NL_{CAT}	0	0	1

$$NL_{prem} = \rho(\sigma_M) * P$$

avec $P = \sum_{lob} P_{lob}$

$$\sigma_M = \frac{1}{P^2} \sum_{r,c} CorrLob\_Prem_{r,c} * P_r * P_c * \sigma_{M,r} * \sigma_{M,c}$$

avec

CorrLob_Prem	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1: A&H	1										
2: M (3rd party)	0,25	1									
3: M (other)	0	0,5	1								
4: MAT	0	0	0,5	1							
5: Fire	0	0	0,5	0,25	1						
6: 3rd party liab	0,25	0	0	0	0	1					
7: credit	0	0	0	0	0	0,75	1				
8: legal exp	0,5	0,25	0	0	0	0,5	0,75	1			
9: assistance	0	0	0,5	0,5	0,5	0	0	0	1		
10: misc	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	
11: reinsurance	0	0	0,5	0,5	0,5	0,5	0	0	0	0	1

$$\sigma_{M,lob} = sf_{lob} * f_{lob}$$

avec

LOB	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
f_{lob}	0,05	0,125	0,075	0,15	0,1	0,25	0,1	0,15	0,1	0,15	0,15

et $$sf_{lob} = \begin{cases} 1 & si\ P_{lob,gross} \geq 100\ millions\ d'euros \\ \dfrac{10}{\sqrt{P_{lob,gross} * 10^{-6}}} & si\ 100\ millions\ d'euros > P_{lob,gross} \geq 20\ millions\ d'euros \\ \dfrac{10}{\sqrt{20}} & \text{sinon} \end{cases}$$

$$\rho(x) = \frac{0.99 - \phi(N_{0.99} - \sqrt{\log(x^2+1)})}{0.01}$$

$$NL_{res} = \rho(\sigma) * PCO$$

avec $$\sigma = \sqrt{\frac{1}{PCO^2}\sum_{r,c} CorrLob\_Res_{r,c} * PCO_r * PCO_c * \sigma_r * \sigma_c}$$

CorrLob_Res	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1: A&H	1										
2: M (3rd party)	0,25	1									
3: M (other)	0	0,5	1								
4: MAT	0	0	0,5	1							
5: Fire	0	0	0,5	0,25	1						
6: 3rd party liab	0,25	0	0	0	0	1					
7: credit	0	0	0	0	0	0,75	1				
8: legal exp	0,5	0,25	0	0	0	0,5	0,75	1			
9: assistance	0	0	0,5	0,5	0,5	0	0	0	1		
10: misc	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	
11: reinsurance	0	0	0,5	0,5	0,5	0,5	0	0	0	0	1

$$\sigma_{lob} = sf_{lob} * f_{lob}$$

avec

LOB	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
f_{lob}	0,15	0,15	0,075	0,15	0,1	0,2	0,1	0,1	0,2	0,2	0,2

$$sf_{lob} = \begin{cases} 1 & si\ P_{lob,gross} \geq 100\ millions\ \ d'euros \\ \dfrac{10}{\sqrt{P_{lob,gross} * 10^{-6}}} & si\ 100\ millions\ d'euros > P_{lob,gross} \geq 20\ millions\ d'euros \\ \dfrac{10}{\sqrt{20}} & \text{sinon} \end{cases}$$

$$\mathrm{NL_{CAT}} = \max(\mathrm{f} * \mathrm{MS} * \mathrm{ML} - \mathrm{X}_2; 0) + \min(\mathrm{f} * \mathrm{MS} * \mathrm{ML}; \mathrm{X}_1)$$

$$MS = \frac{P_U}{P_M}$$

- $$SCR_{op} = \max\left\{\begin{matrix} 0.06 * Earn_{life} + 0.03 * Earn_{nl} + 0.03 * Earn_h; \\ 0.006 * TP_{life} + 0.03 * TP_{nl} + 0.003 * TP_h \end{matrix}\right\}$$

Notations :

$TP_{benefits}$ = total amount in the placeholder valuation of technical provisions relating to future discretionary benefits
k = risk-absorbing proportion of $TP_{benefits}$
P_{lob} = estimate of the net earned premium in the forthcoming year in each of the LOBs (lines of business)

$P_{lob,y}$ = earned net premiums in each of the LOBs and for historic years y (to the extent available, not more than 5 years)
$CR_{lob,y}$ = net combined ratios in each of the LOBs and for historic years y (to the extent available, not more than 5 years)
PCO = the net provision for claims outstanding for the overall business
PCO_{lob} = the net provision for claims outstanding in each of the LOB's
μ_1 = the estimate of the expected value of the combined ratio for the overall non-life business
μ_{lob1} = company-specific estimate of the expected value of the combined ratio in the individual LOBs
μ_2 = the estimate of the expected value of the (relative) run-off result for the overall business in the forthcoming year
μ *lob2* = the estimate of the expected value of the (relative) run-off result in the forthcoming year in each of the LOB's
α = the proportion of the claims provision PCOlob that is expected to be paid out in the forthcoming year
RMlob = the risk margin in the claims provision PCOlob
D = the mean duration of the claims provision PCOlob,
SCRmkt = the placeholder capital charge for market risk
SCRlife = the placeholder capital charge for life underwriting risk
SCRhealth = the placeholder capital charge for health underwriting risk
SCRnl = the placeholder capital charge for non-life underwriting risk
SCRcred = the placeholder capital charge for credit risk
SCRop = the placeholder capital charge for operational risk

NAV = the net value of assets minus liabilities
TP = total technical provisions not allocated to policies for which the policyholders bear the investment risk
MVFI = the net market value of interest-rate dependent assets and financing instruments not allocated to policies where the policyholders bear the investment risk
D^{gen}_{FI} = the generalized duration of interest-rate dependent assets and financing instruments, defined below.
D^{gen}_{TP} = the generalized duration of the technical provisions
r(t) = the current annualized interest rate for maturity t;
d(t) = 1/(1+r(t))t is the corresponding discount factor

eq = The market value of the overall equity exposure
eqlink = the market value of equity exposures where the policyholders bear the investment risk (e.g. linked business)

prop = the market value of the overall property position not allocated to policies where the policyholders bear the investment risk

Fx = the market value of the overall net foreign currency position

$rating_i$ = the external rating of credit risk exposure i

$RDur_i$ = the effective duration10 of credit risk exposure i, but with a minimum value of 1 year and a maximum value of 5 years

MV_i = the nominal size11 of credit risk exposure i as determined by reference to market values (exposure at default)

$Life_{mort}$ = the placeholder capital charge for mortality risk

$Life_{long}$ = the placeholder capital charge for longevity risk

$Life_{morb}$ = the placeholder capital charge for morbidity risk

$Life_{dis}$ = the placeholder capital charge for disability risk

$Life_{lapse}$ = the placeholder capital charge for lapse risk

$Life_{exp}$ = the placeholder capital charge for expense risk

Capital_at_Risk = the sum of the (net) capital at risk in the portfolio

q_x = the average probability of death

N = the number of insurance contracts

TP_{mort} = the sum of (net) technical provisions

TP_i = for each policy i: technical provision

$Death_i$ = for each policy i: the amount payable on immediate death

$Life_{mort, vol1}$ = the factor-based risk capital for volatility risk

$Life_{mort, trend1}$ = the factor-based risk capital for trend/uncertainty risk

$Life_{CAT}$ = the risk capital for mortality CAT risks

$Life_{mort, vol2}$ = the results of the mortality scenario for volatility risk

$Life_{mort, trend2}$ = the results of the mortality scenario for trend/uncertainty risk

σ_{mort} = estimate of the standard deviation in the loss distribution for mortality risk

Potential_release = total of (net) technical provisions, net of any benefits payable on immediate death

TP_{long} = the sum of (net) technical provisions

$Life_{long, vol1}$ = the factor-based risk capital for volatility risk

$Life_{long, trend1}$ = the factor-based risk capital for trend/uncertainty risk

σ_{long} = estimate of the standard deviation in the loss distribution for mortality risk

i_x = the average morbidity probability

TP_{morb} = the sum of (net) technical provisions

SA_i = for each policy i: where benefits are payable as a single lump sum, the sum assured. Otherwise, zero.

AB_i = for each policy i: where benefits are not payable as a single lump sum, the annualised amount of benefit payable. Otherwise, zero.

$Life_{morb, vol1}$ = the factor-based risk capital for volatility risk

$Life_{morb, trend1}$ = the factor-based risk capital for trend/uncertainty risk

$Life_{morb, CAT}$ = the risk capital for morbidity CAT risks

σ_{morb} = estimate of the standard deviation in the loss distribution for morbidity risk

jx = the average disability probability
TP_{dis} = the sum of (net) technical provisions
$Life_{dis, vol1}$ = the factor-based risk capital for volatility risk
$Life_{dis, trend1}$ = the factor-based risk capital for trend/uncertainty risk
$Life_{dis, CAT}$ = the risk capital for disability CAT risks
σ_{dis} = estimate of the standard deviation in the loss distribution for disability risk
TP = technical provision
RB = total amount of claims against policyholders and insurance agents and Zillmer / agents' and other intermediaries' commission claw-back claims

E_{fixed} = total annual amount of the fixed expenses of the undertaking

$health_{exp}$ = placeholder capital charge for health expense risk
$health_{xs}$ = placeholder capital charge for health excessive loss / mortality / cancellation risk
$health_{ac}$ = placeholder capital charge for health epidemic / accumulation risk
eh_{exp} = expected result in health expense risk
eh_{xs} = expected result in health excessive loss / mortality / cancellation risk

σ_{hexp} = the standard deviation of the expense result over the previous ten-year period
gp_{ay} = gross premium earned for the accounting year
μ_{hexp} = the mean value of the expense result in the last three financial years

σ_{hxs} = the standard deviation of the healthxs result over the previous ten-year period
μ_{hxs} = the mean value of the healthxs result in the last three financial years

$claims_{ay}$ = claims expenditure for the accounting year
mgp_{ay} = total gross premium earned for the accounting year in the health insurance market

NL_{res} = the placeholder capital charge for reserve risk
NL_{prem} = the placeholder capital charge for premium risk
NL_{CAT} = the placeholder capital charge for CAT risk

P = estimate of net earned premium of the overall business in forthcoming year
σ_M = market-wide estimate of the standard deviation of the overall combined ratio
$\rho(.)$ = function of the standard deviation
sf_{lob} = the size factor
f_{lob} = the volatility factor specific for the LOB
c_{lob} = credibility factor for LOB
$\sigma_{CR,lob}$ = estimate of the standard deviation of the combined ratio in the individual LOBs on the basis of historic combined ratios of the undertaking
J_{lob} = number of historic combined ratios for each LOB (to the extent available, not more than 15 years).
Φ = cumulative distribution function of the standard normal distribution
$N_{0.99}$ = 99% quantile of the standard normal distribution

PCO = the net provision for claims outstanding for the overall
σ = market-wide estimate of the standard deviation of the run-off result of the forthcoming year

PU = the sum of gross written premium in the LOBs affected by the CAT risks considered
f = the retention factor of the reinsurance programme of the undertaking (if applicable)
X1,
X2= lower and upper bound of a CAT-XL layer in the reinsurance programme of the undertaking (if applicable)
MS = the market share of the undertaking
ML = the market loss
PM = the gross written premiums in the LOBs affected by the CAT risks considered for the entire market

TPlife = Total life insurance technical provisions 14 (gross of reinsurance)
TPnl = Total non-life insurance technical provisions (gross of reinsurance)
TPh = Total health insurance technical provisions (gross of reinsurance)
Earnlife = Total earned life premium15 (gross of reinsurance)
Earnh = Total earned health insurance premium (gross of reinsurance)
Earnnl = Total earned non-life premium (gross of reinsurance)

ANNEXE 3 :

Démonstration du déflateur:

- Soient une obligation B et une action S de la forme suivante :

$B_T = B_t e^{r(T-t)}$

$S_T = S_t e^{(X_T - X_t)}$ avec $dX = \mu dt + \sigma dz$

On sait que le déflateur a la forme suivante :

$D_t = D_0 e^{at+bX_t}$ avec a et b des constantes

Or $D_t B_t = E_t[D_T B_T]$

Donc $D_0 e^{at+bXt} B_t = E_t\left[D_0 e^{aT+bX_T} B_t e^{r(T-t)}\right]$

$\Leftrightarrow D_0 e^{at+bXt} B_t = D_0 e^{aT} B_t e^{r(T-t)} E_t\left[e^{bX_T}\right]$

$\Leftrightarrow e^{at+bXt} = e^{aT} e^{r(T-t)} E_t\left[e^{bX_T}\right]$

D'après la transformée de Laplace, si X~N(E[X], V[X])

Alors $\mathrm{E}[\mathrm{e}^{\lambda \mathrm{X}}] = \mathrm{e}^{\lambda E[\mathrm{X}] + \frac{1}{2}\lambda^2 V[X]}$

Or ici $X_T / X_t \approx N(X_t + \mu(T-t), \sigma^2(T-t))$

Donc $e^{at+bXt} = e^{aT + r(T-t)} e^{bX_t + b\mu(T-t) + \frac{b^2}{2}\sigma^2(T-t)}$

$$\boxed{\Leftrightarrow at = aT + r(T-t) + b\mu(T-t) + \frac{b^2}{2}\sigma^2(T-t) \qquad (1)}$$

De plus $D_t S_t = E_t[D_T S_T]$

$\Leftrightarrow D_0 e^{at+bXt} S_t = E_t\left[D_0 e^{aT+bX_T} S_t e^{X_T - X_t}\right]$

$\Leftrightarrow D_0 e^{at+bXt} S_t = D_0 e^{aT} S_t e^{-X_t} E_t\left[e^{(b+1)X_T}\right]$

$\Leftrightarrow e^{at+bXt} = e^{aT - X_t + (b+1)[X_t + \mu(T-t)] + \frac{(b+1)^2}{2}\sigma^2(T-t)}$ (d'après la transformée de Laplace)

$$\boxed{\Leftrightarrow at = aT + (b+1)\mu(T-t) + \frac{(b+1)^2}{2}\sigma^2(T-t) \qquad (2)}$$

(1) et (2) nous donnent donc :

(1) $a(t-T) = r(T-t) + b\mu(T-t) + \frac{b^2}{2}\sigma^2(T-t)$

(2) $a(t-T) = (b+1)\mu(T-t) + \frac{(b+1)^2}{2}\sigma^2(T-t)$

$$\Rightarrow r + b\mu + \frac{b^2}{2}\sigma^2 = (b+1)\mu + \frac{(b+1)^2}{2}\sigma^2$$

$$\Rightarrow r + \frac{b^2}{2}\sigma^2 = \mu + \frac{(b+1)^2}{2}\sigma^2$$

$$\Rightarrow r = \mu + \frac{\sigma^2}{2} + b\sigma^2$$

$$\boxed{\Rightarrow b = (r-\mu-\frac{\sigma^2}{2}) * \frac{1}{\sigma^2}}$$

On en déduit alors la forme de a :

$$a = -r-(r-\mu-\frac{\sigma^2}{2}) * \frac{\mu}{\sigma^2} - (r-\mu-\frac{\sigma^2}{2})^2 * \frac{\sigma^2}{2} * \frac{1}{(\sigma^2)^2}$$

$$\Rightarrow a = -r-\frac{r\mu}{\sigma^2}+\frac{\mu^2}{\sigma^2}+\frac{\mu}{2}-\frac{1}{2\sigma^2}(r^2+\mu^2+\frac{\sigma^4}{4}-2r\mu-r\sigma^2+\mu\sigma^2)$$

$$\Rightarrow a = \frac{1}{2\sigma^2}(-2r\sigma^2-2r\mu+2\mu^2+\mu\sigma^2-r^2-\mu^2-\frac{\sigma^4}{4}+2r\mu+r\sigma^2-\mu\sigma^2)$$

$$\Rightarrow a = \frac{1}{2\sigma^2}(-r\sigma^2+\mu^2-r^2-\frac{\sigma^4}{4})$$

$$\boxed{\Rightarrow a = \frac{1}{2\sigma^2}(\mu^2-(r+\frac{\sigma^2}{2})^2)}$$

Notre déflateur vaut donc : $D_t = D_0 e^{at+bX_t}$ avec $a = \frac{1}{2\sigma^2}(\mu^2-(r+\frac{\sigma^2}{2})^2)$

et $b = (r-\mu-\frac{\sigma^2}{2}) * \frac{1}{\sigma^2}$

donc $\boxed{Dt = D_0 \exp[\frac{1}{2\sigma^2}(\mu^2-(r+\frac{\sigma^2}{2})^2)t+\frac{1}{\sigma^2}(r-\mu-\frac{\sigma^2}{2})Xt]}$

- <u>Autre formule du déflateur :</u>

$D_t B_t = E_t [D_T B_T]$ et $D_t S_t = E_t [D_T S_T]$

On a donc S_0=E [Dt St]
Or $S_0=E^Q$ [e^{-rt} St] = EP [e^{-rt} Dt Zt] avec Z=dQ/dP (changement de probabilité)
Donc E [Dt St] = EP [e^{-rt} Zt St]

Notre déflateur vaut donc $\boxed{Dt=e^{-rt} Zt}$

Or notre actif risqué S suit un mouvement brownien géométrique tel que :

$$dSt = \mu St\, dt + \sigma St\, dWt$$

Or d'après la formule d'Itô :

$$d\check{S}t = e^{-rt}\, dSt - e^{-rt} St\, dt$$

$$= e^{-rt}\, (\mu St\, dt + \sigma\, St\, dWt) - r e^{-rt} St\, dt$$

$$= \check{S}t\, [(\mu - r)dt + \sigma\, dWt]$$

$$\frac{d\check{S}t}{\check{S}t} = (\mu - r)dt + \sigma\, dWt$$

Or on veut que Št soit une martingale donc on cherche un brownien W_t^Q tel que :

$$\frac{d\check{S}t}{\check{S}t} = \alpha\, dWt$$

Si on pose $Wt^Q = Wt + \frac{\mu - r}{\sigma}t$

Alors par dérivation $\quad dWt^{Q} = dWt + \frac{\mu - r}{\sigma} dt \qquad$ *et on pose* $\alpha = \frac{\mu - r}{\sigma}$

D'après le théorème de Girsanov, on a :

$$Z_t = \frac{dQ}{dP}$$

Et $\quad Z_t = \exp[-\int_0^t \alpha dWs - \frac{1}{2}\int_0^t \alpha^2 ds]$

$$= \exp[-\int_0^t \frac{\mu - r}{\sigma} dWs - \frac{1}{2}\int_0^t (\frac{\mu - r}{\sigma})^2 ds]$$

$$= \exp[-\frac{\mu - r}{\sigma} Wt - \frac{1}{2}(\frac{\mu - r}{\sigma})^2 t]$$

Notre déflateur vaut :

$$\boxed{Dt = \exp[-(r + \frac{1}{2}(\frac{\mu - r}{\sigma})^2)t + \frac{r-\mu}{\sigma} Wt]}$$

- Montrons que la valeur déflatée de notre action en fin de période est équivalente à la valeur de l'action en début de période :

$$E[DtSt] = E[e^{-rt} e^{-\frac{(r-\mu)^2}{2\sigma^2} * t + \frac{r-\mu}{\sigma} Wt} . S_0 . e^{(\mu - \frac{\sigma^2}{2})t + \sigma Wt}]$$

$$= S_0 E[e^{-rt} e^{-\frac{\lambda^2}{2} * t - \lambda Wt} . e^{(\mu - \frac{\sigma^2}{2})t + \sigma Wt}] \quad avec \lambda = \frac{\mu - r}{\sigma}$$

$$= S_0 . e^{\sigma(\lambda - \frac{\sigma}{2})t - \frac{1}{2}\lambda^2 t} E[e^{-(\lambda - \sigma) Wt}]$$

$$= S_0 . e^{-\frac{(\lambda - \sigma)^2}{2} t} E[e^{-(\lambda - \sigma) Wt}]$$

$$= S_0 . e^{-\frac{(\lambda - \sigma)^2}{2} t} e^{\frac{(\lambda - \sigma)^2}{2} t}$$

$$= S_0$$

- **Illustrons tout ceci au travers d'un exemple :**

Considérons un call sur une action S de prix d'exercice K à la date t et de maturité T. La valeur de notre option se détermine de la façon suivante :

avec le déflateur : $C_0 = E\,[\max (S_T\text{-}K, 0) * D_T]$

avec la probabilité risque neutre : $C_0 = S_t N\left(\frac{\ln\frac{St}{K} + T(r + \frac{\sigma^2}{2})}{\sigma\sqrt{T}}\right) - Ke^{-rT} N\left(\frac{\ln(\frac{St}{K}) + T(r - \frac{\sigma^2}{2})}{\sigma\sqrt{T}}\right)$

<u>*Dem*</u> : à l'aide du modèle de Black-Scholes, la valeur d'un call se définit de la manière suivante :

$$C_t = E_Q[(S_T - K)^+ e^{-r(T-t)}]$$

$$= E_Q[S_T\, e^{-r(T-t)} 1_{S_T > K}] - K e^{-r(T-t)} E_Q[1_{S > K}]$$

Or $\quad E_Q[1_{S > K}] = P[S_T > K]$

$$= P[S_t\, e^{r(T-t)} e^{\sigma(W_T - W_t)(T-t) - \frac{1}{2}\sigma^2 (T-t)} > K]$$

$$=P[S_t e^{r(T-t)} e^{\Sigma Z - \frac{1}{2}\Sigma^2} > K] \qquad avec\ Z \approx N(0,1)\ et\ \Sigma = \sigma\sqrt{(T-t)}$$

$$=P[e^{\Sigma Z - \frac{1}{2}\Sigma^2} > \frac{K}{S_t} e^{-r(T-t)}]$$

$$=P[\Sigma Z - \frac{1}{2}\Sigma^2 > \ln(\frac{K}{S_t}) - r(T-t)]$$

$$=P[Z > \frac{1}{\Sigma}\ln(\frac{K}{S_t}) - \frac{r}{\Sigma}(T-t) + \frac{1}{2}\Sigma]$$

$$= N(d2) \quad avec\ d2 = \frac{\ln(\frac{St}{K}) - \frac{1}{2}\sigma^2(T-t) - r(T-t)}{\sigma\sqrt{(T-t)}}$$

Et $E_Q[S_T\, e^{-r(T-t)} 1_{S_T > K}] = E_Q[S_T\, e^{-r(T-t)} 1_{Z > -d2}]$

$$= \int_{-d2}^{\infty} S_T \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}} e^{-r(T-t)} e^{r(T-t)} dz$$

$$= \int_{-d2}^{\infty} S_t \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\Sigma z - \frac{\Sigma^2}{2} - \frac{z^2}{2}} e^{-r(T-t)} e^{r(T-t)} dz$$

$$= \int_{-d2}^{\infty} S_t \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\Sigma z - \frac{\Sigma^2}{2} - \frac{z^2}{2}} e^{-r(T-t)} e^{r(T-t)} dz$$

$$= \int_{-d2}^{\infty} S_t \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}(z-\Sigma)^2} dz$$

$$= \int_{-d2-\Sigma}^{\infty} S_t \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}u^2} du$$

$$= S_t\, N(d2 + \Sigma)$$

$$= S_t\, N(\frac{1}{\sigma(T-t)}[\ln\frac{St}{K} + \frac{1}{2}\sigma^2(T-t) + r(T-t)])$$

On obtient ainsi la valeur du call :

$$C_0 = S_t N\left(\frac{\ln\frac{St}{K} + T(r + \frac{\sigma^2}{2})}{\sigma\sqrt{T}}\right) - K e^{-rT} N\left(\frac{\ln(\frac{St}{K}) + T(r - \frac{\sigma^2}{2})}{\sigma\sqrt{T}}\right)$$

Nous simulons alors, pour un échantillon de taille 1000, par la méthode de Monte-Carlo, la distribution de la loi lognormale de moyenne 8% et d'écart-type 20%. Ce qui nous donne : lnSt~N(6.01% ; 3.37%).

PARAM												
Strike	1,020	1,020	1,020	1,020	1,020	1,020	1,020	1,020	1,020	1,020	total	
valeur du call (Black Scholes)	0,090	0,146	0,195	0,239	0,280	0,318	0,353	0,386	0,418	0,448	2,873	

DEFLATORS

Risk Free	5,50%	r	5,35%		
Equity	8,00%	μ	6,01%	a	-0,02
Volatility	20,00%	σ^2	3,37%	b	-0,69

											total	marge d'erreu
valeur du call (Deflators)	0,090	0,147	0,194	0,240	0,280	0,320	0,357	0,390	0,422	0,452	2,891	0,63%

	Wt		ln Xt		St		Dt		CFt									
Simulatio	1	10	1	10	1	10	1	10	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	-0,274	-0,527	0,010	0,385	1,010	1,470	0,974	0,627	0,000	0,121	0,278	0,197	0,211	0,347	0,748	0,948	0,505	0,450
1000	0,826	0,052	0,212	0,563	1,236	1,755	0,846	0,554	0,216	0,145	0,000	0,060	0,217	0,478	0,824	0,659	0,617	0,735

RISK NEUTRAL

r	5,35%
μ	3,67%
σ^2	3,37%

											total	
valeur du call (Risque neutre)	0,090	0,147	0,193	0,239	0,282	0,320	0,353	0,393	0,422	0,451	2,889	0,58%

	ln Xt		St		CFt									
Simulation	1	10	1	10	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	-0,014	0,151	0,986	1,163	0,000	0,069	0,190	0,088	0,075	0,168	0,481	0,612	0,215	0,143
1000	0,188	0,329	1,207	1,389	0,187	0,091	0,000	0,000	0,081	0,282	0,545	0,372	0,306	0,369

On remarque que la valeur de notre call obtenue grâce au déflateur est équivalente à celle trouvé avec le taux risque neutre ou que celle obtenue avec la formule de Black-Scholes.
En effet, on a : $C_0 = E[D_T C_T] = E[D_T]C_T = \exp(rT)\ C_T$

ANNEXE 4:

Détails des résultats du contrat rente :

RENTE

1 974,06		net profit	0,247712626
100			

contrat rente

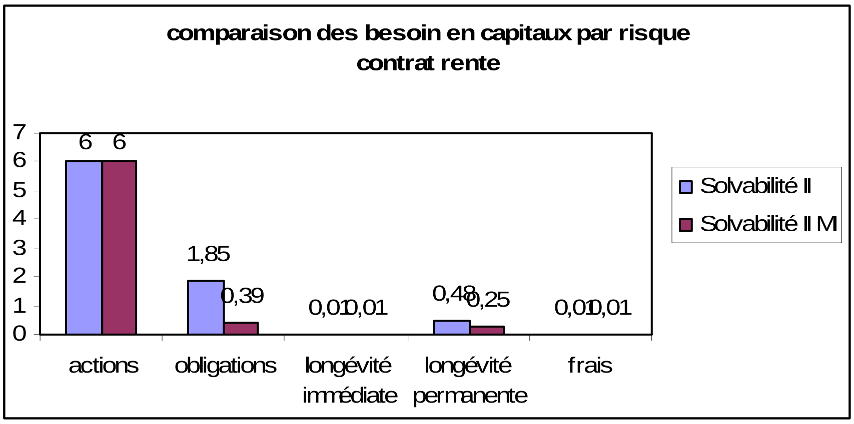
	initial
Assets	1 974,06
MV Equities	296,11
MV Bonds (duration)	1 677,95
Liabilities	1 887,37
MV Liabilities (duration)	1 887,37
NAV	86,70

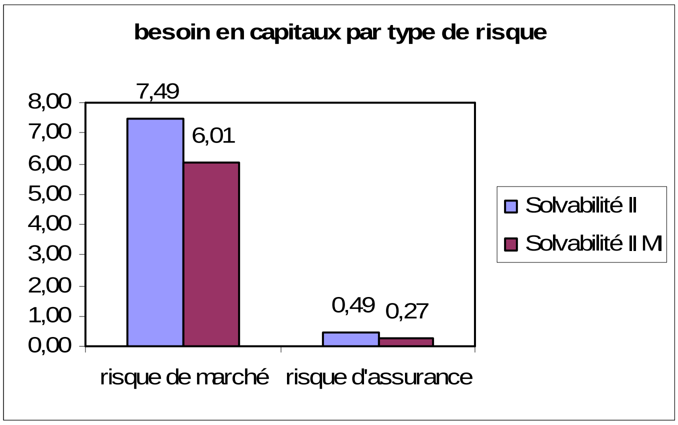
	actif	Solvabilité I	Solvabilité II	Solvabilité II MI	Solvabilité II EC
réserve statutaires		100			
réserve VM			95,61	95,61	
BEL					92,13
obligations	15				
actions	85				
marge de solvabilité		4			
SCR			7,63	6,08	
EC					8,01
somme croissance	100	104	103,24	101,69	100,14
				-1,49%	

par risque

	Solvabilité II	Solvabilité II MI
risque de marché	7,49	6,01
risque d'assurance	0,49	0,27

	Solvabilité II	Solvabilité II MI
actions	6	6
obligations	1,85	0,39
longévité immédiate	0,01	0,01
longévité permanente	0,48	0,25
frais	0,01	0,01





Détails des résultats du contrat temporaire décès :

DC

	299,45	profit	0,100182572
	100		

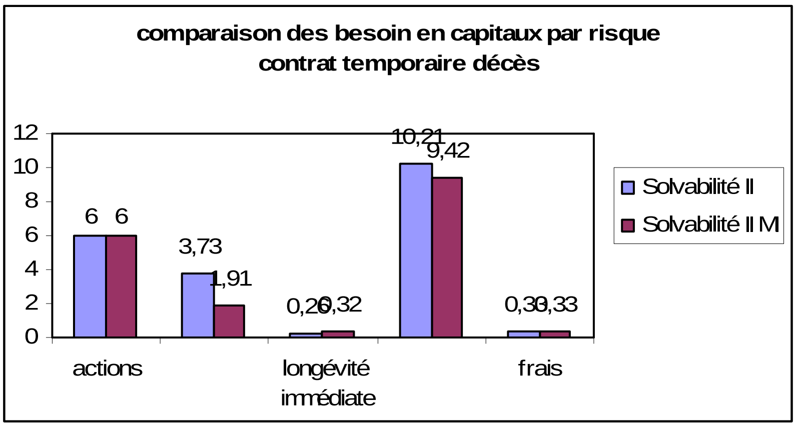
contrat DC

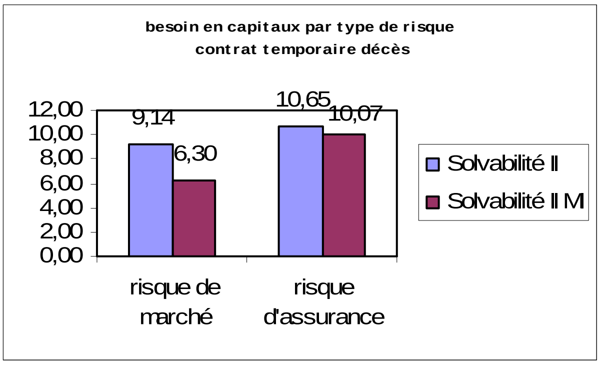
	initial
Assets	299,45
MV Equities	44,92
MV Bonds (duration)	254,54
Liabilities	292,41
MV Liabilities (duration)	292,41
NAV	7,04

	actif	Solvabilité I	Solvabilité II	Solvabilité II MI	Solvabilité II EC
réserve statutaires		100			
réserve VM			97,65	97,65	
BEL					94,67
obligations	15				
actions	85				
marge de solvabilité		13,63			
SCR			15,67	13,15	
EC					8,57
somme croissance	100	113,63	113,32	110,79	103,24
				-2,23%	-9,14%
			-0,0027449		

par risque

	Solvabilité II	Solvabilité II MI
risque de marché	9,14	6,30
risque d'assurance	10,65	10,07





Détails des résultats du contrat en euro :

EURO

	10 000,00	profit	0
	100		

contrat Euro

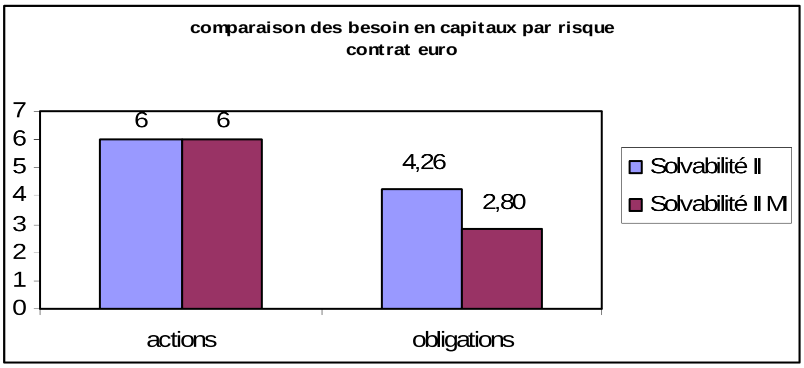
	initial
Assets	10 000,00
MV Equities	1 500,00
MV Bonds (duration)	8 500,00
Liabilities	9 955,64
MV Liabilities (duration)	9 955,64
NAV	44,36

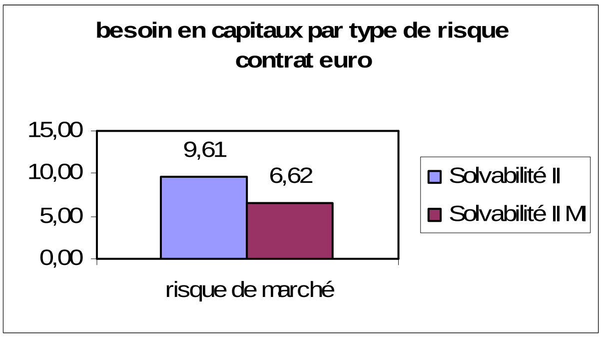
	actif	Solvabilité I	Solvabilité II	Solvabilité II MI	Solvabilité II EC
réserve statutaires		100			
réserve VM			99,56	99,56	
BEL					98,69
obligations	15				
actions	85				
marge de solvabilité		4			
SCR			9,61	6,62	
EC					4,48
somme croissance	100	104	109,17	106,18	103,17
			0,049688232	-2,74%	

par risque

	Solvabilité II	Solvabilité II MI
risque de marché	9,61	6,62
risque d'assurance	0,01	0,0044

	Solvabilité II	Solvabilité II MI
actions	6	6
obligations	4,26	2,80
expense	1,00	0,44





Détails des résultats du contrat en unités de compte :

UC

	10 000,00	profit	0,1447
	100		

contrat UC

	initial
Assets	10 000,00
MV Equities	8 000,00
MV Bonds (duration)	2 000,00
Liabilities	9 766,80
MV Liabilities (duration)	9 766,80
NAV	233,20

	actif	Solvabilité I	Solvabilité II	Solvabilité II MI	Solvabilité II EC
réserve statutaires		100			
réserve VM			97,67	97,67	
BEL					98,64
obligations	80				
actions	20				
marge de solvabilité		1			
SCR			0,040	0,038	
EC					0,13
somme croissance	100	101	97,71	97,71	98,77

par risque

	Solvabilité II	Solvabilité II MI
risque de frais	0,040	0,038

ANNEXE 5:

<u>Programme en VBa :</u>

<u>Détermination du ΔNAV</u>

```
Sub NAV()
Application.ScreenUpdating = False

Range(Worksheets("NAV").Range("C1").Offset(1,                    0),
Worksheets("NAV").Range("C1").Offset(1, 30)).Copy
Worksheets("SCN2").Activate
Range("C22:C51").Select
Selection.PasteSpecial Paste:=xlValues, Operation:=xlNone, SkipBlanks:= _
False, Transpose:=True
Worksheets("SCN2").Activate
Call A_Scenarios.Update_Scenarios_2

Sheets("MDL").Range("C73") = Sheets("MDL").Range("I73")
Call B_Model.Run

Sheets("R1").Range("B69").Copy
Sheets("NAV").Range("B1507").Offset(1, 0).PasteSpecial xlPasteValues
Sheets("R1").Range("B83").Copy
Sheets("NAV").Range("C1507").Offset(1, 0).PasteSpecial xlPasteValues
Sheets("R1").Range("B85").Copy
Sheets("NAV").Range("D1507").Offset(1, 0).PasteSpecial xlPasteValues
Sheets("MDL").Range("C190").Copy
Sheets("NAV").Range("E1507").Offset(1, 0).PasteSpecial xlPasteValues


For k = 2 To 1001

Range(Worksheets("NAV").Range("C1").Offset(k,                    0),
Worksheets("NAV").Range("C1").Offset(k, 30)).Copy
Worksheets("SCN2").Activate
Range("C22:C51").Select
Selection.PasteSpecial Paste:=xlValues, Operation:=xlNone, SkipBlanks:= _
False, Transpose:=True
Worksheets("SCN2").Activate
Call A_Scenarios.Update_Scenarios_2

Call B_Model.Run

Sheets("R1").Range("B69").Copy
Sheets("NAV").Range("B1507").Offset(k, 0).PasteSpecial xlPasteValues
Sheets("R1").Range("B83").Copy
Sheets("NAV").Range("C1507").Offset(k, 0).PasteSpecial xlPasteValues
Sheets("R1").Range("B85").Copy
Sheets("NAV").Range("D1507").Offset(k, 0).PasteSpecial xlPasteValues
Sheets("MDL").Range("C190").Copy
Sheets("NAV").Range("E1507").Offset(k, 0).PasteSpecial xlPasteValues
```

```
Next k

Application.ScreenUpdating = True
End Sub
```

<u>Simulation des courbes de taux, des déflateurs, des actions</u>

```
Sub Update_Scenarios_1()

  Dim ndim&, sims&, hrzn&, seed&, dump
  Dim x, m, v, k&, i&, j&
  Dim a#, b#

' Parameters
  ndim = 2
  seed = Range("B8").Value
  sims = Range("B4").Value
  hrzn = Range("B5").Value
  ReDim x(1 To ndim, 1 To sims, 1 To hrzn)
  ReDim m(1 To ndim)
  ReDim v(1 To ndim, 1 To ndim)

  v(1, 1) = Log(1 + Range("B11").Value ^ 2 / (1 + Range("B10").Value) ^ 2)
  m(1) = Log(1 + Range("B10").Value) - 0.5 * v(1, 1)
  m(2) = Range("B12").Value
  v(2, 2) = Range("B13").Value ^ 2
  v(2, 1) = Range("B14").Value * v(1, 1) ^ 0.5 * v(2, 2) ^ 0.5
  b = Log(1 + Range("B9").Value)
  a = (m(1) ^ 2 - (b + 0.5 * v(1, 1)) ^ 2) / (2 * v(1, 1))
  b = (b - m(1) - 0.5 * v(1, 1)) / v(1, 1)

' Multivariate Normal Sample
  Call CreateMultiVariateNormal(x, m, v, seed)

  Application.ScreenUpdating = False

' Adjust time period labels
  ReDim dump(1 To 1, 1 To hrzn + 1)
  Range("B1:IV1").ClearContents

  For j = 1 To hrzn + 1
    dump(1, j) = j - 1
  Next j

  Range(Range("B1"), Range("B1").Offset(0, hrzn)) = dump

' Produce and output results
  ReDim dump(1 To sims * 3, 1 To hrzn + 2)
```

```
 Range("A26:IV65536").Clear
 Range("A26:IV65536").ClearOutline
 Columns("A:IV").Hidden = False
 Rows("26:65536").Hidden = False

 For i = 1 To sims
 dump(i, 1) = "    Deflator"
 dump(i + sims, 1) = "    Equity Total Return"
 dump(i + sims * 2, 1) = "    Insurance Risk"
 dump(i, 2) = 1
 For j = 3 To hrzn + 2
   dump(i, j) = dump(i, j - 1) * Exp(a + b * x(1, i, j - 2))
   dump(i + sims, j) = Exp(x(1, i, j - 2)) - 1
   dump(i + sims * 2, j) = x(2, i, j - 2)
 Next j
 Next i

 Range(Range("A26"), Range("A26").Offset(3 * sims - 1, hrzn + 1)) = dump
 Range(Range("A26").Offset(0 * sims, 0), Range("A26").Offset(1 * sims - 1, hrzn +
1)).NumberFormat = "0.00"
 Range(Range("A26").Offset(1 * sims, 0), Range("A26").Offset(2 * sims - 1, hrzn +
1)).NumberFormat = "0.0%"
 Range(Range("A26").Offset(2 * sims, 0), Range("A26").Offset(3 * sims - 1, hrzn +
1)).NumberFormat = "0.00"

 If hrzn > 7 Then Columns("J:" & cnv_XLcolumn(hrzn + 1)).Group
 Rows((27 + 0 * sims) & ":" & (24 + 1 * sims)).Group
 Rows((27 + 1 * sims) & ":" & (24 + 2 * sims)).Group
 Rows((27 + 2 * sims) & ":" & (24 + 3 * sims)).Group
 ActiveSheet.Outline.ShowLevels RowLevels:=1, ColumnLevels:=1

' Produce and output stats
 ReDim dump(1 To 7, 1 To hrzn + 2)
 Range("A17:IV23").ClearContents

 dump(1, 1) = "    Deflators Implied Term Structure"
 dump(2, 1) = "    Martingale Test"
 dump(3, 1) = "    Equity Return - Average"
 dump(4, 1) = "    Equity Return - Volatility"
 dump(5, 1) = "    Insurance Risk - Average"
 dump(6, 1) = "    Insurance Risk - Volatility"
 dump(7, 1) = "    Correlation Equity / Insurance"

 b = Log(1 + Range("B9").Value)
 For j = 1 To hrzn
   dump(1, j + 2) = Application.WorksheetFunction.Average(Range(Range("B26").Offset(0 *
sims, j), Range("B26").Offset(1 * sims - 1, j))) * Exp(b * j)
   dump(2, j + 2) = Application.WorksheetFunction.SumProduct(Range(Range("B26").Offset(0
* sims, 0), Range("B26").Offset(1 * sims - 1, j)), Range(Range("B26").Offset(1 * sims, 0),
Range("B26").Offset(2 * sims - 1, j))) / sims + _
                  Application.WorksheetFunction.Average(Range(Range("B26").Offset(0 * sims, j),
Range("B26").Offset(1 * sims - 1, j)))
```

```
    dump(3, j + 2) = Application.WorksheetFunction.Average(Range(Range("B26").Offset(1 * sims, j), Range("B26").Offset(2 * sims - 1, j)))
    dump(4, j + 2) = Application.WorksheetFunction.StDevP(Range(Range("B26").Offset(1 * sims, j), Range("B26").Offset(2 * sims - 1, j)))
    dump(5, j + 2) = Application.WorksheetFunction.Average(Range(Range("B26").Offset(2 * sims, j), Range("B26").Offset(3 * sims - 1, j)))
    dump(6, j + 2) = Application.WorksheetFunction.StDevP(Range(Range("B26").Offset(2 * sims, j), Range("B26").Offset(3 * sims - 1, j)))
    dump(7, j + 2) = Application.WorksheetFunction.Correl(Range(Range("B26").Offset(1 * sims, j), Range("B26").Offset(2 * sims - 1, j)), Range(Range("B26").Offset(2 * sims, j), Range("B26").Offset(3 * sims - 1, j)))
  Next j

  Range(Range("A17"), Range("A23").Offset(0, hrzn + 1)) = dump

  Application.ScreenUpdating = True

End Sub

Sub Update_Scenarios_2()

  Dim ndim&, sims&, hrzn&, seed#, dump
  Dim i&, j&, k&, ran

' Parameters
  seed = Range("G40").Value
  sims = Range("B4").Value
  hrzn = Range("B5").Value

  Application.ScreenUpdating = False

' Adjust time period labels
  ReDim dump(1 To 1, 1 To hrzn + 1)
  Range("B1:IV1").ClearContents
  For j = 1 To hrzn + 1
    dump(1, j) = j - 1
  Next j
  Range(Range("B1"), Range("B1").Offset(0, hrzn)) = dump

' Produce and output results
  ReDim dump(1 To sims * 32, 1 To hrzn + 2)
  Range("A64:IV65536").Clear
  Range("A64:IV65536").ClearOutline
  Columns("A:IV").Hidden = False
  Rows("64:65536").Hidden = False

  Dim MP As Timbuk1SimTool.CTimbuk1Paras, MS As Timbuk1SimTool.CTimbuk1Sims
  Set MP = Timbuk1SimTool.New_CTimbuk1Paras(Range("C10:E51"), 3)
  Set MS = Timbuk1SimTool.New_CTimbuk1Sims(MP, hrzn, sims, seed)
  ran = MS.Run

  For i = 1 To sims
```

```
    dump(i, 1) = "    Deflator"
    dump(i + sims, 1) = "    Equity Total Return"
    For k = 1 To 30
    dump(i + (1 + k) * sims, 1) = "    " & Format(k, "00") & "y Spot Yield"
    Next k
    For j = 2 To hrzn + 2
      dump(i, j) = MS.Da(1, j - 2, i)
      dump(i + sims, j) = MS.EqTotRet(i, j - 2)
      For k = 1 To 30
      dump(i + (1 + k) * sims, j) = MS.SpotYield(i, j - 2, k)
      Next k
    Next j
  Next i

  Range(Range("A64"), Range("A64").Offset(32 * sims - 1, hrzn + 1)) = dump
  Range(Range("A64").Offset(0 * sims, 0), Range("A64").Offset(1 * sims - 1, hrzn + 1)).NumberFormat = "0.00"
  Range(Range("A64").Offset(1 * sims, 0), Range("A64").Offset(32 * sims - 1, hrzn + 1)).NumberFormat = "0.0%"

  If hrzn > 7 Then Columns("J:" & cnv_XLcolumn(hrzn + 1)).Group
  For k = 1 To 32
    Rows((65 + (k - 1) * sims) & ":" & (62 + k * sims)).Group
  Next k
  ActiveSheet.Outline.ShowLevels RowLevels:=1, ColumnLevels:=1

' Produce and output stats
  ReDim dump(1 To 7, 1 To hrzn + 2)
  Range("A55:IV61").ClearContents

  dump(1, 1) = "    Deflators Implied Term Structure"
  dump(2, 1) = "    Martingale Test"
  dump(3, 1) = "    Equity Return - Average"
  dump(4, 1) = "    Equity Return - Volatility"

  For j = 1 To hrzn
    dump(1, j + 2) = Application.WorksheetFunction.Average(Range(Range("B64").Offset(0 * sims, j), Range("B64").Offset(1 * sims - 1, j)))
    dump(2, j + 2) = Application.WorksheetFunction.SumProduct(Range(Range("B64").Offset(0 * sims, 0), Range("B64").Offset(1 * sims - 1, j)), Range(Range("B64").Offset(1 * sims, 0), Range("B64").Offset(2 * sims - 1, j))) / sims + _
                    Application.WorksheetFunction.Average(Range(Range("B64").Offset(0 * sims, j), Range("B64").Offset(1 * sims - 1, j)))
    dump(3, j + 2) = Application.WorksheetFunction.Average(Range(Range("B64").Offset(1 * sims, j), Range("B64").Offset(2 * sims - 1, j)))
    dump(4, j + 2) = Application.WorksheetFunction.StDevP(Range(Range("B64").Offset(1 * sims, j), Range("B64").Offset(2 * sims - 1, j)))
  Next j

  Range(Range("A55"), Range("A61").Offset(0, hrzn + 1)) = dump

  Application.ScreenUpdating = True
```

```
End Sub

' -------------------------------------------------------------------
' CreateMultiVariateNormal(x, mean, varc, seed&)
' -------------------------------------------------------------------
' Returns in x a sample for Nn(m,v).
' x should be dimensionned (1 to ndim, 1 to sims, 1 to hrzn)
' v should be filled only on the left/down half
' -------------------------------------------------------------------
Sub CreateMultiVariateNormal(x, mean, varc, seed&)

  Const Epsilon# = 0.0000000001
  Dim i&, j&, k&, s&, t&, u&, sims&, hrzn&, ndim&
  Dim y#(), r#, tmp
  Dim im__#(), iv__#(), ivc_#(), ivct#(), ivci#(), vc__#(), vct_#(), trsf#()

' PARAMETERS
  ndim = UBound(x, 1)
  sims = UBound(x, 2)
  hrzn = UBound(x, 3)

  ReDim y#(1 To ndim, 1 To sims, 1 To hrzn)

  ReDim vc__#(1 To ndim, 1 To ndim)
  ReDim vct_#(1 To ndim, 1 To ndim)
  ReDim im__#(1 To hrzn, 1 To ndim)
  ReDim iv__#(1 To hrzn, 1 To ndim, 1 To ndim)
  ReDim ivc_#(1 To hrzn, 1 To ndim, 1 To ndim)
  ReDim ivct#(1 To hrzn, 1 To ndim, 1 To ndim)
  ReDim ivci#(1 To hrzn, 1 To ndim, 1 To ndim)
  ReDim trsf#(1 To hrzn, 1 To ndim, 1 To ndim)

' Initial Sample
  seed = -Abs(seed)
  Call Rnd(seed)
  For j = 1 To hrzn
    For s = 1 To ndim
    For i = 1 To sims
      y(s, i, j) = Cos(6.28318530717959 * Rnd()) * (-2 * Log(Rnd() + Epsilon)) ^ 0.5
      im__(j, s) = im__(j, s) + y(s, i, j)
    Next i
    im__(j, s) = im__(j, s) / sims
    For i = 1 To sims
      y(s, i, j) = y(s, i, j) - im__(j, s)
    Next i
    Next s
  Next j
' Initial VarCov Matrices
  For j = 1 To hrzn
    For s = 1 To ndim
    For t = 1 To ndim
```

```
        For i = 1 To sims
            iv__(j, s, t) = iv__(j, s, t) + y(s, i, j) * y(t, i, j)
        Next i
        iv__(j, s, t) = iv__(j, s, t) / sims
    Next t
    Next s
  Next j
' Initial VarCov Matrices Cholesky'ied
  For j = 1 To hrzn
  ReDim tmp(1 To ndim, 1 To ndim)
  For s = 1 To ndim
    For t = 1 To s - 1
        ivct(j, s, t) = 0
        For u = 1 To s - 1
            ivct(j, s, t) = ivct(j, s, t) + iv__(j, s, u) * tmp(t, u)
        Next u
    Next t
    r = iv__(j, s, s)
    For u = 1 To s - 1
        r = r - ivct(j, s, u) * ivct(j, s, u)
    Next u
    ivct(j, s, s) = Sqr(r)
    tmp(s, s) = 1 / ivct(j, s, s)
    For t = 1 To s - 1
        tmp(s, t) = 0
        For u = 1 To s - 1
            tmp(s, t) = tmp(s, t) + ivct(j, s, u) * tmp(u, t)
        Next u
        tmp(s, t) = -tmp(s, t) * tmp(s, s)
    Next t
  Next s
  For s = 1 To ndim
  For t = 1 To ndim
    ivc_(j, s, t) = ivct(j, t, s)
  Next t
  Next s
  Next j
' Initial VarCov Matrices Cholesky'ied and Inversed
  For j = 1 To hrzn
    ReDim tmp(1 To ndim, 1 To ndim)
    For s = 1 To ndim
    For t = 1 To ndim
        tmp(s, t) = ivc_(j, s, t)
    Next t
    Next s
    tmp = Application.WorksheetFunction.MInverse(tmp)
    For s = 1 To ndim
    For t = 1 To ndim
        ivci(j, s, t) = tmp(s, t)
    Next t
    Next s
  Next j
```

```
' Target VarCov Matrix Cholesky'ied
  ReDim tmp(1 To ndim, 1 To ndim)
  For s = 1 To ndim
      For t = 1 To s - 1
          vct_(s, t) = 0
          For k = 1 To s - 1
              vct_(s, t) = vct_(s, t) + varc(s, k) * tmp(t, k)
          Next k
      Next t
      r = varc(s, s)
      For k = 1 To s - 1
          r = r - vct_(s, k) * vct_(s, k)
      Next k
      vct_(s, s) = Sqr(r)
      tmp(s, s) = 1 / vct_(s, s)
      For t = 1 To s - 1
          tmp(s, t) = 0
          For k = 1 To s - 1
              tmp(s, t) = tmp(s, t) + vct_(s, k) * tmp(k, t)
          Next k
          tmp(s, t) = -tmp(s, t) * tmp(s, s)
      Next t
  Next s
  For s = 1 To ndim
  For t = 1 To ndim
      vc__(s, t) = vct_(t, s)
  Next t
  Next s
' Transfers Matrices
  For j = 1 To hrzn
      For s = 1 To ndim
      For t = 1 To ndim
          For u = 1 To ndim
              trsf(j, s, t) = trsf(j, s, t) + ivci(j, s, u) * vc__(u, t)
          Next u
      Next t
      Next s
  Next j
' Final Sample
  For j = 1 To hrzn
      For s = 1 To ndim
      For i = 1 To sims
          For k = 1 To ndim
              x(s, i, j) = x(s, i, j) + y(k, i, j) * trsf(j, k, s)
          Next k
          x(s, i, j) = x(s, i, j) + mean(s)
      Next i
      Next s
  Next j

End Sub
```

```
Sub Run()

  Load MDL_Simulations
  MDL_Simulations.Show

End Sub
```

Détermination de la distribution du capital économique

```
Sub capeco()
Worksheets("MDL").Activate
Application.ScreenUpdating = False

For k = 1 To 1000
Sheets("MDL").Range("B9") = k
Sheets("MDL").Range("B210").Copy
Sheets("capeco").Range("B1").Offset(k, 0).PasteSpecial xlPasteValues
Next k

Application.ScreenUpdating = False
End Sub
```