

CENTRE D'ETUDES ACTUARIELLES

86
JAK



MEMOIRE D'ACTUARIAT ANNEE 1986

ASSURANCE-VIE ET PRODUITS DE CAPITALISATION

HARMONISATION DES GESTIONS TECHNIQUE ET FINANCIERE

DES CONTRATS D'ASSURANCE-VIE A TAUX MAJORE

Henri JAKUBOWICZ
Stephane MENART

DIRECTEUR DE MEMOIRE

J.P. CHALLET President du directoire de MUTAVIE



MEMOIRE D'ACTUARIAT ANNEE 1986

ASSURANCE-VIE ET PRODUITS DE CAPITALISATION

HARMONISATION DES GESTIONS TECHNIQUE ET FINANCIERE

DES CONTRATS D'ASSURANCE-VIE A TAUX MAJORE

ELEVES : H. JAKUBOWICZ - S. MENART

DIRECTEUR DE MEMOIRE : J-P CHALLET, Président du Directoire de Mutavie



Henri JAKUBOWICZ et Stéphane MENART, élèves du CEA, remercient :

Monsieur CHALLET pour leur avoir proposé un sujet d'étude stimulant et les avoir mis sur la voie de la méthode du bilan actualisé.

Monsieur PETAUTON pour les avoir fait bénéficier de sa grande expérience et leur avoir prodigué conseils et encouragements tout au long de l'année.

Monsieur VOLCOUVE pour leur avoir facilité les contacts avec la profession et les avoir guidés dans la rédaction et la présentation de ce mémoire.

PREFACE

Ce mémoire présente la solution proposée par un groupe d'élèves du Centre d'Etudes Actuarielles au problème qui leur a été soumis : comment réaliser l'harmonisation entre les gestions technique et financière des contrats d'assurance vie à taux majorés et à forte participation aux bénéfices.

Cette préface est destinée à servir de guide de lecture au mémoire qui est composé d'un texte principal et de 10 annexes. Les annexes sont en fait des textes et des informations qui retracent le cheminement et les travaux du groupe au cours des 10 mois sur lesquels l'étude s'est déroulée. Le texte principal présente le résultat final auquel a abouti le groupe.

Le résultat de ce travail est présenté sous la forme d'une méthode générale, qui a été appelée la méthode du bilan actualisé, et qui, par l'intermédiaire d'une équation fondamentale, propose une solution actuarielle au problème de la liaison entre l'actif et le passif d'une compagnie d'assurance.

Le texte principal du mémoire présente d'abord l'équation fondamentale de la méthode du bilan actualisé puis explicite, dans les deux chapitres suivants, ce que recouvrent les termes actualisation de l'actif et actualisation du passif pour l'utilisation de la méthode. Le quatrième chapitre traite de divers développements comme l'application de la méthode à la gestion des entreprises d'assurance, la généralisation de la méthode à des taux d'actualisation variables pour chaque année ou encore son application à la réglementation des assurances sur la vie.

L'annexe 1 énonce le sujet du mémoire tel qu'il fut initialement posé aux élèves du CEA.

L'annexe 2 pose le problème de façon détaillée en insistant plus particulièrement sur les écueils que doit éviter le gestionnaire : l'effet de cliquet et la vague de rachat.

L'annexe 3 fait l'analyse des articles du Code des Assurances qui ont trait aux produits considérés.

L'annexe 4 présente les méthodes actuellement utilisées par les gestionnaires, l'accent est mis sur les différentes notions de taux qui rendent confuse et difficile l'analyse du problème. Le paragraphe 4.7 de cette annexe fait l'analyse critique de la méthode d'*"adéquation par actualisation des flux futurs"* qui fut à la base du travail présenté dans ce mémoire.

Les annexes 5, 6 et 7 présentent les premières propositions de solution faites par le groupe au cours de sa progression. La solution présentée sous la forme de la méthode du bilan actualisé est le fruit de la généralisation de ces propositions initiales.

L'annexe 8 donne la liste des personnes rencontrées au cours de l'étude.

L'annexe 9 est une courte bibliographie.

Enfin, l'annexe 10 reproduit une communication personnelle manuscrite de M. CHALLET qui présente la méthode d'*"adéquation par actualisation des flux futurs"*.

o o o o o

MEMOIRE

SOMMAIRE

	Pages
I - <u>LA METHODE DU BILAN ACTUALISE</u>	01
1.1 Introduction	01
1.2. Position du problème	01
1.3 Exposé de la méthode du bilan actualisé	03
II - <u>L'ACTUALISATION DE L'ACTIF</u>	06
2.1 Cas d'un flux unique	06
2.2 Généralisation à une suite quelconque de flux	08
2.3 Lissage des taux de distribution	10
2.4 Prise en compte de flux probabilisés	11
2.5 Prise en compte des chargements	12
III - <u>L'ACTUALISATION DU PASSIF</u>	13
3.1 Cas d'un contrat unique	13
3.2 Généralisation à un portefeuille	14
3.3 Prise en compte de flux probabilisés	16
3.3.1. Le risque viager	
3.3.2. Les rachats	
3.4 Cas d'un portefeuille ouvert	17
IV - <u>DEVELOPPEMENTS</u>	18
4.1 Applications à la gestion	18
4.1.1. Gestion des taux de distribution	
4.1.2. Le contrôle de la réalisation des plus-values	
4.1.3. Le taux maximal de liquidation des actifs	
4.2 Critique de l'hypothèse de constance du taux d'actualisation	21
4.3 Cas de taux de distribution variables par génération	21
4.4 Analyse de la réglementation existante et propositions	22
4.4.1. La règle des 4/3...	
4.4.2.	
4.4.3. ...et son application	
4.4.4.	
V - <u>CONCLUSION</u>	27

I - LA METHODE DU BILAN ACTUALISE

1.1 INTRODUCTION

L'apparition des contrats d'assurance de quatrième génération à taux garanti élevé et à forte participation aux bénéfices impose de plus en plus aux gestionnaires une vision à long terme des engagements souscrits, en raison du lien ainsi créé entre les performances passées et les engagements futurs. Il s'agit pour un gestionnaire d'assurer à la fois une rentabilité et une sécurité maximale, ce qui est déjà contradictoire en soi. Le problème devient d'autant plus aiguë que, généralement, l'actif et le passif des compagnies sont gérés indépendamment, avec un rapprochement à posteriori, et que l'équilibre entre actif et passif est instable du fait des variations des taux d'intérêt sur les marchés financiers.

Nous présentons dans ce mémoire la méthode du bilan actualisé qui, à notre connaissance, est nouvelle et apporte une solution au problème d'harmonisation des gestions technique et financière des compagnies d'assurance. Cette méthode a pour origine l'idée de M. Challet qui, le premier, a proposé de comparer les provisions mathématiques avec les flux futurs engendrés par le portefeuille d'actifs. A partir de cette idée nous avons posé l'équation reliant les valeurs actuelles de l'actif et du passif du bilan des compagnies d'assurances.

Cette méthode pourrait être utilisée pour l'évaluation actuarielle de la situation nette des compagnies.

1.2 POSITION DU PROBLEME

Les contrats actuellement proposés sur le marché, qu'il s'agisse de contrats d'épargne-retraite ou de bons de capitalisation, comportent des clauses de participation aux bénéfices très variées. Elles peuvent aller d'une participation à la discrétion de l'assureur jusqu'à l'engagement de céder 100% des produits financiers, ce terme pouvant englober les plus values réalisées. Une fois distribuée, cette participation vient s'ajouter à l'épargne des assurés, et augmente irrévocablement l'engagement correspondant de l'assureur.

Outre la clause de participation aux bénéfices, beaucoup de contrats de capitalisation comportent une garantie de rémunération minimale annuelle de l'épargne investie, à un taux généralement fixé, à la souscription, pour toute la durée du contrat. On peut remarquer qu'en principe c'est la clause de participation aux bénéfices qui détermine la rémunération annuelle, le taux minimum garanti ne devant jouer que comme une "*clause de sauvegarde*". Les contraintes commerciales et la pression grandissante des associations de consommateurs et de la presse spécialisée obligent en fait les gestionnaires à rémunérer chaque année l'épargne investie à un taux généralement très supérieur au taux minimum garanti.

La gestion de ce type de contrats revient à éviter deux écueils : *l'effet de cliquet et la vague de rachats*.

L'assureur qui a accordé à l'épargne investie une rémunération trop importante au titre d'une année donnée se trouve l'année suivante engagé à rémunérer au minimum garanti le montant atteint par l'épargne : *ses performances passées l'obligent à réaliser des performances futures encore meilleures*.

Or, parallèlement, les taux d'intérêt ont pu baisser sur le marché, de sorte que l'assureur n'a pas eu la possibilité de réinvestir les revenus de son portefeuille au taux initial de ses placements. Le rendement de son portefeuille s'en trouve amoindri. Si ce rendement descend en dessous du minimum garanti, l'assureur se trouve dans l'obligation de rémunérer les souscripteurs sur ses fonds propres : *c'est le danger de l'effet de cliquet*.

Le deuxième type d'inconvénients survient par exemple lorsque la baisse des taux qui a fait jouer l'effet de cliquet est suivie par une remontée des taux : *c'est la vague de rachats*.

Contractuellement, les souscripteurs ont généralement la possibilité de demander à tout moment le rachat de leur contrat, c'est-à-dire de récupérer l'épargne acquise, principal, intérêts, et participations aux bénéfices, souvent sans pénalité.

Dans le cas d'une hausse des taux, si l'assureur se trouve dans l'incapacité de rémunérer l'épargne au taux du marché, par exemple du fait de la composition de son portefeuille, certains souscripteurs peuvent être tentés de demander le rachat de leur contrat pour réaliser de meilleurs placements. Si ce comportement se généralise, on peut parler de vague de rachats.

Le problème principal qui se pose aux assureurs consiste à déterminer quel taux de rémunération ils peuvent servir à long terme à l'épargne investie par les souscripteurs compte tenu de la richesse réelle de leur portefeuille.

Nous proposons une solution actuarielle au problème posé : *la méthode du bilan actualisé.*

1.3 EXPOSE DE LA METHODE DU BILAN ACTUALISE

Le principe de base qui sous-tend la méthode du bilan actualisé est proche du principe utilisé pour la tarification des contrats d'assurance sur la vie, qui consiste à égaler les valeurs actuelles des engagements respectifs de l'assureur et de l'assuré. De même, on peut envisager d'égaliser les engagements respectifs de l'assureur (le passif du bilan) et du gestionnaire de portefeuille, (l'actif du bilan).

La méthode du bilan actualisé consiste à égaler les valeurs actuelles du passif et de l'actif à un taux identique.

Le choix de ce taux est essentiel. Nous proposons de le prendre égal au taux prévisionnel auquel pourront être replacés, sur longue période, les flux financiers engendrés par le portefeuille d'actifs. Notons T ce taux.

Soit A_i ($i=1$ à n) les flux de l'actif. Chacun de ces flux sera versé à l'époque d_i . La valeur actuelle de l'engagement du gestionnaire est alors :

$$\sum_{i=1}^{i=n} A_i (1+T)^{-d_i} \quad (1)$$

Soit P_j ($j=1$ à m) les flux du passif. Chacun de ces flux sera versé à l'époque l_j . La valeur actuelle de l'engagement de l'assureur est alors :

$$\sum_{j=1}^{j=m} P_j (1+T)^{-l_j} \quad (2)$$

On en déduit l'équation générale de la méthode du bilan actualisé :

$$\sum_{i=1}^{i=n} A_i (1+T)^{-d_i} = \sum_{j=1}^{j=m} P_j (1+T)^{-l_j} \quad (3)$$

Les A_i sont généralement bien connus. En revanche le problème des assureurs réside dans la détermination des P_j . En effet, ces P_j dépendent des distributions futures de participations aux bénéfices.

A titre d'illustration simple de l'équation proposée prenons l'exemple d'un contrat dont la provision mathématique initiale est V_0 et la durée q . Soit t le taux de rémunération annuel que l'assureur PEUT accorder à cette épargne compte tenu des caractéristiques de son portefeuille. L'équation (3) permet de déterminer t . En effet, dans cette hypothèse, il n'y a qu'un seul P_j , qui est :

$$P_q = V_0 (1+t)^q$$

et l'équation (3) s'écrit

$$\sum_{i=1}^{i=n} A_i (1+T)^{-d_i} = V_0 (1+t)^q (1+T)^{-q}$$

D'où

$$t = \left[\frac{\sum_{i=1}^{i=n} A_i (1+T)^{q-d_i}}{V_0} \right]^{\frac{1}{q}} - 1$$

Ce calcul est généralisé au cas d'un portefeuille de contrats dans les applications qui suivent.

II - L'ACTUALISATION DE L'ACTIF

2.1 CAS D'UN FLUX UNIQUE

La méthode du bilan actualisé nécessite pour son usage quelques précautions dans le choix des taux d'actualisation et des valeurs à actualiser. Pour actualiser l'actif il ne s'agit pas de prendre la valeur liquidative du portefeuille à un moment donné mais de calculer la somme des valeurs actuelles des flux du portefeuille actualisé au taux de remplacement anticipé par le gestionnaire.

Prenons, pour simplifier l'exposé, le cas d'un portefeuille dont l'actif peut être représenté par un flux unique A à une date future n (par exemple une obligation "zéro coupon"). Soit T le taux de remplacement anticipé. On obtient, par application de l'équation (3) l'égalité suivante :

$$P_o (1+t)^p (1+T)^{-p} = A (1+T)^{-n} \quad (4)$$

où P_o représente la provision mathématique à l'origine et p la date d'échéance du contrat.

La valeur t , solution de l'équation (4), est le taux moyen de rémunération de l'épargne investie autorisé par le portefeuille.

Exemple : calcul de t en fonction de T pour un contrat de 10 ans couvert par une obligation (coupon zéro) à 10 %, de durée n .

η T	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
0											
0,01	6,43	6,94	7,42	7,88	8,32	8,74	9,14	9,52	9,89	10,24	10,58
0,02	6,81	7,26	7,68	8,07	8,45	8,81	9,15	9,47	9,78	10,08	10,36
0,03	7,20	7,58	7,94	8,27	8,59	8,89	9,18	9,45	9,71	9,95	10,19
0,04	7,59	7,91	8,21	8,49	8,75	9,00	9,23	9,45	9,66	9,86	10,05
0,05	7,98	8,24	8,48	8,71	8,92	9,12	9,31	9,48	9,65	9,80	9,95
0,06	8,38	8,58	8,77	8,95	9,11	9,26	9,40	9,54	9,66	9,78	9,88
0,07	8,78	8,93	9,07	9,19	9,31	9,42	9,52	9,62	9,70	9,78	9,86
0,08	9,18	9,28	9,37	9,45	9,53	9,60	9,66	9,72	9,77	9,83	9,87
0,09	9,59	9,64	9,68	9,72	9,76	9,79	9,82	9,85	9,87	9,90	9,92
0,10	10,00	10,00	10,00	10,00	10,00	10,00	10,00	10,00	10,00	10,00	10,00
0,11	10,42	10,37	10,33	10,29	10,26	10,23	10,20	10,17	10,15	10,13	10,11
0,12	10,83	10,75	10,66	10,59	10,53	10,47	10,42	10,37	10,33	10,29	10,26
0,13	11,26	11,13	11,01	10,91	10,81	10,73	10,66	10,59	10,53	10,48	10,43
0,14	11,68	11,51	11,36	11,23	11,11	11,01	10,91	10,83	10,76	10,69	10,64
0,15	12,11	11,91	11,72	11,56	11,42	11,30	11,19	11,09	11,01	10,93	10,87
0,16	12,55	12,31	12,09	11,91	11,74	11,60	11,48	11,37	11,28	11,20	11,12
0,17	12,99	12,71	12,47	12,26	12,08	11,92	11,79	11,67	11,57	11,48	11,41
0,18	13,43	13,12	12,86	12,63	12,43	12,26	12,11	11,99	11,88	11,79	11,71
0,19	13,88	13,54	13,25	13,00	12,79	12,61	12,45	12,32	12,21	12,11	12,03
0,20	14,33	13,97	13,65	13,39	13,16	12,97	12,81	12,67	12,56	12,46	12,38

2.2 GENERALISATION A UNE SUITE QUELCONQUE DE FLUX

En réalité, le portefeuille d'actifs correspondant à un contrat d'assurance donné ne produit de façon générale pas un flux unique, mais une suite de flux. Pour une suite quelconque de flux, le second membre de l'équation (3) s'écrit comme la somme des valeurs actuelles de flux uniques : on est donc ramené au paragraphe précédent.

Supposons à titre d'exemple que $A_i = b \phi$ pour $i=1$ à $n-1$ et $A_n = b(1+\phi)$. Il s'agit des flux produits par une obligation à taux fixe ϕ de nominal b , remboursée au pair.

L'application de l'équation (3) permet d'écrire l'égalité suivante :

$$P_0 (1+t)^p (1+T)^{-p} = b (1+T)^{-n} \left[1 + \phi \frac{(1+T)^n - 1}{T} \right] \quad (5)$$

Exemple : calcul de t en fonction de T pour un contrat de 10 ans couvert par une obligation
 "in fine" à 10 %, de durée n .

$\begin{smallmatrix} n \\ T \end{smallmatrix}$	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
0											
0,01	8,14	9,07	10	10,94	11,89	12,85	13,82	14,80	15,78	16,77	17,77
0,02	8,35	9,17	10	10,83	11,67	12,52	13,37	14,23	15,10	15,97	16,85
0,03	8,56	9,28	10	10,73	11,46	12,19	12,93	13,68	14,43	15,18	15,94
0,04	8,77	9,38	10	10,62	11,24	11,87	12,50	13,13	13,76	14,40	15,05
0,05	8,98	9,49	10	10,51	11,03	11,55	12,07	12,59	13,11	13,64	14,17
0,06	9,19	9,59	10	10,41	10,82	11,23	11,64	12,06	12,47	12,89	13,31
0,07	9,39	9,70	10	10,30	10,61	10,92	11,22	11,53	11,84	12,15	12,46
0,08	9,60	9,80	10	10,20	10,40	10,61	10,81	11,01	11,22	11,42	11,63
0,09	9,80	9,90	10	10,10	10,20	10,30	10,40	10,50	10,60	10,71	10,81
0,10	10,00	10,00	10	10,00	10,00	10,00	10,00	10,00	10,00	10,00	10,00
0,11	10,20	10,10	10	9,90	9,80	9,70	9,60	9,50	9,40	9,31	9,21
0,12	10,40	10,20	10	9,80	9,60	9,41	9,21	9,01	8,82	8,62	8,43
0,13	10,59	10,30	10	9,70	9,41	9,12	8,82	8,53	8,24	7,95	7,66
0,14	10,79	10,39	10	9,61	9,22	8,83	8,44	8,05	7,67	7,28	6,90
0,15	10,98	10,49	10	9,51	9,03	8,54	8,06	7,58	7,10	6,63	6,16
0,16	11,17	10,59	10	9,42	8,84	8,26	7,69	7,12	6,55	5,99	5,42
0,17	11,37	10,68	10	9,32	8,65	7,98	7,32	6,66	6,00	5,35	4,70
0,18	11,56	10,77	10	9,23	8,47	7,71	6,95	6,21	5,46	4,72	3,99
0,19	11,74	10,87	10	9,14	8,28	7,44	6,59	5,76	4,93	4,11	3,29
0,20	11,93	10,96	10	9,05	8,10	7,17	6,24	5,32	4,40	3,50	2,60

2.3 LE LISSAGE DES TAUX DE DISTRIBUTION

Le taux t calculé par la méthode du bilan actualisé assure un lissage parfait des taux de distribution à condition que le remplacement des flux de l'actif se fasse effectivement au taux prévisionnel T . En effet supposons que la première année le taux de rémunération ait été effectivement de t . Calculons le taux t' de rémunération pour la deuxième année par la méthode du bilan actualisé. On obtient l'équation suivante :

$$P_1 (1+t')^{p-1} (1+T)^{1-p} = \sum_{d_i > 1} A_i (1+T)^{1-d_i} + \sum_{d_i \leq 1} A_i (1+T)^{1-d_i} \quad (6)$$

où $P_1 = P_0 (1+t)$.

nota : Bien entendu, le second membre de l'équation (6) ne pourrait plus s'écrire sous cette forme si l'on abandonnait l'hypothèse de remplacement au taux T .

Si on remplace P_1 par sa valeur dans l'équation (6) et qu'on en divise les deux membres par $(1+T)$ il vient :

$$P_0 (1+t) (1+t')^{p-1} (1+T)^{-p} = \sum_{d_i > 1} A_i (1+T)^{-d_i} + \sum_{d_i \leq 1} A_i (1+T)^{-d_i} \quad (7)$$

On en déduit que $t'=t$.

2.4 PRISE EN COMPTE DE FLUX PROBABILISES

2.4.1 Les valeurs à revenu variable

Jusqu'à présent, il n'a été question que de flux financiers certains. Pour appliquer la méthode du bilan actualisé au cas des portefeuilles réels comportant des valeurs dont les flux ne sont pas connus à l'avance avec certitude (par exemple les actions, les obligations à taux variable ou l'immobilier) il est nécessaire d'introduire une loi de probabilité de ces flux.

L'équation fondamentale de la méthode du bilan actualisé s'écrit alors :

$$\sum_{i=1}^{i=n} A_i (1+T)^{-d_i} = \sum_{j=1}^{j=m} P_j (1+T)^{-l_j} \quad (8)$$

où A_i représente *l'espérance mathématique* du flux financier perçu à la date d_i . On peut dire alors que l'équation (8) égalise *la valeur actuelle des flux du passif à la valeur actuelle probable des flux de l'actif*.

2.5 PRISE EN COMPTE DES CHARGEMENTS

Dans le cas fréquent où le contrat stipule qu'une partie seulement des produits financiers et plus-values reviendront aux souscripteurs, le taux t qui résulte de l'équation (3) ne représente plus le taux moyen de distribution. On peut cependant se ramener au cas précédent en faisant des hypothèses supplémentaires selon la nature du contrat. Si le contrat garantit aux souscripteurs un pourcentage des produits financiers on prendra pour valeur des flux futurs d'intérêts leur valeur nette des prélèvements contractuels. Si le contrat est rédigé de telle façon que la participation aux bénéfices soit déterminée au vu du solde d'un compte d'exploitation, on pourra estimer un taux de rétention sur les produits financiers et plus-values égal à la valeur moyenne pour les années passées du quotient des participations distribuées par les produits encaissés. Les flux futurs d'intérêts retenus étant pris alors égaux aux flux calculés multipliés par ce taux.

L'équation fondamentale s'écrit toujours :

$$\sum_{i=1}^{i=n} A_i (1+T)^{-d_i} = \sum_{j=1}^{j=m} P_j (1+T)^{-l_j}$$

à condition de prendre pour A_i les valeurs définies ci-dessus.

III - L'ACTUALISATION DU PASSIF3.1 CAS D'UN CONTRAT UNIQUE

Jusqu'ici, l'équation fondamentale (3) a été écrite en supposant que le passif de la société se limitait à un seul contrat, dont la provision mathématique initiale est P_0 , et dont l'échéance, certaine, se situe dans p années. L'équation (3) s'écrit dans ce cas :

$$\sum_{i=1}^{i=n} A_i (1+t)^{-d_i} = P_0 (1+t)^p (1+t)^{-p} \quad (9)$$

Le flux de passif à la date p est donc ici $P_0 (1+t)^p$, autrement dit l'épargne du souscripteur unique est supposée rémunérée au taux moyen t pendant toute la durée résiduelle du contrat.

Remarque : Afin de situer la signification financière de la méthode du bilan actualisé comparons la provision mathématique avec le passif actualisé de l'équation (9). Dans le cas des contrats sans risque viager, du type bon de capitalisation à taux majoré, la provision mathématique est égale à la valeur acquise de l'épargne à la date de l'inventaire. Comme le taux d'actualisation à retenir est le taux du tarif, cela revient à supposer une progression de l'épargne investie au taux garanti (ce qui n'a rien d'évident). Soit ϕ le taux minimum garanti, par hypothèse majoré. C'est aussi le taux du tarif. Si P_0 est l'épargne acquise à la date de l'inventaire provision mathématique devrait être égale à :

$$P_n (1+\phi)^{-n}$$

où P_n est le capital qui sera versé à la date n (échéance).

Ecrire que la provision mathématique est égale à P_0 revient à écrire que

$$P_n = P_0 (1+\phi)^n$$

Autrement dit, la provision mathématique peut s'écrire

$$v = P_0 (1+\phi)^n (1+\phi)^{-n}$$

Cette formulation est à comparer au passif actualisé utilisé dans la méthode du bilan actualisé :

$$P_0 (1+t)^n (1+T)^{-n}$$

où t et T sont les taux définis plus haut.

3.2 GENERALISATION A UN PORTEFEUILLE

Bien entendu, l'équation fondamentale (3) s'applique également dans le cas où l'assureur gère non pas un seul contrat mais tout un portefeuille.

Dans ce cas, il est possible de représenter le passif P de la société à une date donnée comme la somme des provisions mathématiques de chacun des K contrats en portefeuille, chaque contrat de provision P_k arrivant à échéance à la date D_k .

$$P = \sum_{k=1}^{k=K} P_k$$

Dans ce cas, en supposant que l'on rémunère tous les contrats en portefeuille au même taux moyen t , les K flux de passif correspondant à chacun des contrats en portefeuille auront pour valeur

$$P_k (1+t)^{D_k} \quad (k = 1 \text{ à } K)$$

et seront versés aux dates respectives D_k .

Leur valeur actuelle est donc égale à :

$$\sum_{k=1}^{k=K} P_k (1+t)^{-D_k} (1+T)^{-D_k}$$

Par suite l'équation fondamentale de la méthode du bilan actualisé s'écrit dans ce cas :

$$\sum_{i=1}^{i=n} A_i (1+T)^{-d_i} = \sum_{k=1}^{k=K} P_k (1+t)^{D_k} (1+T)^{-D_k} \quad (10)$$

On peut faire à ce stade deux remarques.

1. Contrairement à ce que l'on constatait dans le cas d'un portefeuille composé d'un seul contrat, la détermination du taux moyen de rémunération de l'épargne investie t ne se réduit pas à une simple opération algébrique (extraction d'une racine p -ième), mais nécessite l'emploi de méthodes numériques, itératives par exemple, d'ailleurs très classiques en actuariat.
2. L'équation (10) suppose que les échéances D_k des contrats P_k sont parfaitement connues. Bien entendu ce n'est généralement pas le cas dans la réalité. Dans les contrats retraite l'élément viager est déterminant ; dans les contrats de capitalisation de type financier la faculté de rachat au gré du porteur sans pénalité introduit également un élément d'incertitude. Il est donc nécessaire d'introduire les lois de probabilité des flux de passif.

3.3 PRISE EN COMPTE DE FLUX PROBABILISES

3.3.1 Le risque viager

Supposons par exemple que les contrats gérés comportent un risque viager. La prise en compte d'un taux de rémunération moyen de l'épargne investie t reviendra le plus souvent à prendre comme valeur du passif actualisé la provision mathématique des contrats telle qu'elle résulte de la théorie classique de l'assurance sur la vie, mais en retenant comme taux technique le taux ψ tel que :

$$1 + \psi = \frac{1 + T}{1 + t}$$

En effet, le flux élémentaire d'un tel contrat peut s'écrire :

$$P_k = C(k) \pi(k) (1+t)^{D_k}$$

où $C(k)$ est le capital garanti à la date D_k et $\pi(k)$ la probabilité de payer $C(k)$ à la date D_k compte tenu des éléments viagers du contrat. Compte tenu des participations aux bénéfices attribuées, le capital $C(k)$ aura été revalorisé au taux moyen t pendant les D_k années, d'où la valeur de P_k .

Le passif actualisé correspondant à ce contrat est alors égal à

$$P_k (1+T)^{D_k} = C(k) \pi(k) (1+t)^{D_k} (1+T)^{-D_k}$$

qui est bien la provision mathématique du contrat calculée au taux technique .

3.3.2. Les rachats

La prise en compte de la possibilité qu'ont les souscripteurs de demander le rachat de leur contrat se fait d'une façon analogue à la prise en compte du risque viager.

Le passif actualisé correspondant à un contrat rachetable s'écrit sous la forme :

$$\sum_{0 < D_k < n} C(k) \pi(k) (1+t)^{D_k} (1+T)^{-D_k}$$

où n est l'échéance du contrat et $\pi(k)$ la probabilité de rachat à la date D_k . Naturellement la difficulté consiste à déterminer ces probabilités de rachat, moins bien connues que les probabilités viagères.

3.4 CAS D'UN PORTEFEUILLE OUVERT

Les portefeuilles de contrats d'assurances dont il a été question jusqu'ici étaient fermés, c'est à dire que l'on supposait qu'il n'y aurait plus de souscription nouvelle. Cette hypothèse n'est nullement nécessaire à l'application de la méthode du bilan actualisé.

Pour tenir compte des souscriptions futures, il suffit de considérer les primes à venir comme des flux d'actif (éventuellement en les assortissant d'une probabilité de réalisation). Il convient alors d'ajouter au passif les flux correspondants. Ceci permet d'ajouter un aspect prévisionnel à la méthode du bilan actualisé.

IV - DEVELOPPEMENTS

4.1 APPLICATIONS A LA GESTION

4.1.1 Gestion des taux de distribution

La méthode du bilan actualisé trouve d'importantes applications à la gestion des entreprises d'assurance sur la vie et de capitalisation. Pour suivre l'évolution des contrats à forte participation aux bénéfices et prendre les décisions de distribution de participation bénéficiaires et de gestion du portefeuille en connaissance de cause, les gestionnaires doivent disposer d'instruments de mesure. L'instrument fourni par la méthode du bilan actualisé est basé sur le taux moyen de rémunération de l'épargne investie que nous avons appelé t dans ce qui précède.

Ce taux correspond à la rémunération que peut donner l'assureur à long terme compte tenu de la richesse présente de son portefeuille d'actifs et de l'hypothèse de remplacement des flux au taux T .

Pour diverses raisons, commerciales ou techniques par exemple, il peut décider de rémunérer l'épargne investie à un taux différent de t . Cette décision peut concerner soit seulement un exercice déterminé soit le long terme : c'est alors un taux-objectif. Dans les deux cas, il est nécessaire de mesurer les conséquences de cette décision.

Une fois décidé le taux de distribution de l'année, l'assureur peut se fixer pour les années à venir un taux de rémunération minimal de l'épargne investie (taux minimum garanti au contrat ou objectif commercial). Il peut alors, par application de l'équation fondamentale, déterminer le taux T minimum auquel il devra replacer ses flux pour atteindre cet objectif. Plus T est grand, plus le risque pris est grand.

4.1.2 Le contrôle de la réalisation des plus-values

Les gestionnaires de portefeuille sont souvent confrontés au problème suivant : en début d'année, un taux-objectif de rémunération a été choisi ; en cours d'année, des opportunités de plus-values se présentent sur le marché ; peut-on réaliser ces plus-values et jusqu'à quel niveau ?

En effet, la réalisation des plus-values a pour conséquence d'augmenter les engagements de l'assureur au moment même où il réduit le taux de rendement moyen de son portefeuille.

La méthode du bilan actualisé permet d'analyser la question de la façon suivante :

- La réalisation de la plus-value a pour effet de remplacer les flux initiaux A_1 par d'autres flux A'_1 . De ce fait, le taux t solution de l'équation fondamentale va changer. Sa position par rapport au taux objectif va varier et le gestionnaire pourra apprécier si le nouvel écart est compatible avec sa politique de distribution à long terme.

Remarque : La réalisation de la plus-value peut aussi avoir pour effet de modifier le taux-objectif de l'année si le contrat prévoit une distribution des plus-values réalisées au titre des participations aux bénéfices.

Exemple : influence du taux de réalisation des plus-values sur la valeur de t

ANNEE	TAUX DU MARCHE	VALEUR DE RACHAT	FLUX PREVIS.	APRES 1 AN, 3 CAS DE DECISION					
				VALEUR DE RACHAT	NON GESTION	VALEUR DE RACHAT	PV REALISEES A 100 %	VALEUR DE RACHAT	PV REALISEES A 20 %
0	16	10.000	0		0		0	969,60	0
1	11	-	1.600	11.600	0	13448	0	11.618,48	0
2		-	1.600	-	1.776	-	1.479,28	-	1.716,66
3		-	1.600	-	1.776	-	1.479,28	-	1.716,66
4		-	1.600	-	1.776	-	1.479,28	-	1.716,66
5		-	1.600	-	1.776	-	1.479,28	-	1.716,66
6		-	1.600	-	1.776	-	1.479,28	-	1.716,66
7		-	1.600	-	1.776	-	1.479,28	-	1.716,66
8		-	1.600	-	1.776	-	1.479,28	-	1.716,66
9		-	1.600	-	1.776	-	1.479,28	-	1.716,66
10		-	11.600	-	13.376	-	14.927,28	-	13.686,26
valeur calculée de t			12,74 %		12,61 %		10,08 %		12,08 %

Taux de remplacement anticipé = 8 %

4.1.3 Le taux maximal de liquidation des actifs

Le risque de vague de rachat est lié essentiellement à la hausse des taux d'intérêt. Nous proposons un moyen de mesure, lié aux taux d'intérêt, qui permet au gestionnaire de se situer par rapport à un point fixe pour lui qui est la valeur liquidative de son portefeuille d'actifs. Pour ce faire nous introduisons la notion de taux maximal de liquidation des actifs $\hat{t}$. C'est ce taux que l'on va comparer au taux du marché.

Définition du taux maximal de liquidation des actifs

Pour un contrat d'assurance-vie, ou de capitalisation, à taux majoré, $\hat{t}$ est défini comme le taux égalant la valeur actuelle du passif et la valeur actuelle de l'actif lorsque dans l'équation fondamentale on pose $T = t = \hat{t}$. On peut écrire cette définition sous la formulation mathématique suivante :

$$\sum_{i=1}^{i=n} A_i (1+\hat{t})^{-d_i} = P$$

où P est la provision mathématique.

Mesure du risque de vague de rachat à l'aide du taux maximal de liquidation des actifs

Si on suppose que l'on doit faire face à une vague de rachat totale il faut envisager de réaliser la totalité du portefeuille d'actifs. Cette réalisation se fera au taux du marché.

Le $\hat{t}$ que nous avons défini représente alors la valeur de taux de marché maximale à laquelle peut être liquidé le portefeuille tout en assurant la couverture des engagements immédiats. Ce taux est tel que l'on tire du portefeuille d'actifs une valeur égale aux provisions mathématiques. On peut aussi dire qu'il mesure les plus-values latentes du portefeuille.

On peut aussi imaginer que la liquidation, totale ou partielle, à un taux inférieur ou égal à $\hat{t}$ permettra au gestionnaire de placer ses actifs au nouveau taux afin de pouvoir servir ce nouveau taux à l'épargne investie et éviter ainsi une vague de rachat. Le choix qui a été fait d'égaliser t et T correspond financièrement à cette dernière hypothèse.

La différence entre $\hat{t}$ et le taux du marché représente une mesure de la marge en cas de vague de rachat.

4.2 CRITIQUE DE L'HYPOTHESE DE CONSTANCE DU TAUX D'ACTUALISATION

Le taux d'actualisation T utilisé dans la méthode du bilan actualisé est le taux moyen, à long terme, auquel pourront être replacés les flux financiers de l'actif. Il n'est pas nécessaire que le taux T soit constant. Supposons que les replacements de l'année p s'effectuent au taux T_p . L'équation fondamentale s'écrit alors dans le cas particulier de flux A_p et P_p d'actif et de passif aux dates de valeur d_p

$$\sum_{p=1}^{p=n} A_p \left[\prod_{k=1}^{k=d_p} (1 + T_k) \right]^{-1} = \sum_{p=1}^{p=n} P_p \left[\prod_{k=1}^{k=d_p} (1 + T_k) \right]^{-1}$$

La valeur de t s'obtient de la même façon que précédemment.

4.3 CAS DE TAUX DE DISTRIBUTION VARIABLES PAR GENERATION

Jusqu'à présent on a supposé que le taux de rémunération de l'épargne était identique pour tous les contrats. Dans la pratique certaines compagnie préfèrent distinguer dans un même portefeuille ou dans des portefeuilles distincts plusieurs générations de souscripteurs. Dans ce cas il suffit pour appliquer la méthode du bilan actualisé d'écrire l'équation fondamentale sous la forme suivante :

$$\sum_{i=1}^{i=n} A_i (1 + T)^{-d_i} = \sum_{j=1}^{j=m} P_j (1 + T)^{-l_j} \quad (13)$$

avec $P_j = P_0 (1 + t_j)^{l_j}$

Si on suppose m générations de contrats dont les provisions mathématiques initiales sont $P_{0,j}$ ($j = 1$ à m), la rémunération de chaque génération est t_j et les échéances correspondantes l_j .

Si on cherche à déterminer les t_j on a à présent une seule équation à m inconnues car bien que l'assureur distingue plusieurs générations de passifs, il ne met en couverture qu'un actif global. Le gestionnaire doit alors choisir les t_j conformément à sa politique commerciale. La contrainte globale de l'équation (13) constitue alors un instrument d'appréciation des risques courus.

4.4 ANALYSE DE LA REGLEMENTATION EXISTANTE ET PROPOSITIONS

4.4.1 La règle des 4/3 ...

Pour analyser la réglementation des assurances à la lumière de la méthode du bilan actualisé nous supposons dans cette partie le taux T de remplacement des flux constant et égal à 4,5 %.

- Réévaluation du passif et provisions mathématiques

De même que l'état A5 permet de réévaluer l'actif d'une compagnie d'assurance en déterminant les plus-values latentes, on pourrait envisager de réévaluer son passif de manière extra-comptable en mettant en regard sur un même état les provisions mathématiques des contrats à taux majorés et le passif actualisé à 4,5 % par l'équation (2), et correspondant à ces mêmes contrats.

Si le passif actualisé est supérieur aux provisions mathématiques on peut imaginer de remplacer, au bilan de la compagnie, les provisions mathématiques par la valeur du passif actualisé.

Pour les contrats à taux majoré la réglementation impose, au cas où le taux de rendement des actifs devient inférieur au taux minimum garanti, de calculer les provisions mathématiques à un taux inférieur de 1/5, ou de 1 %, au taux de rendement réel des actifs. On peut imaginer de modifier cette règle comme suit : le calcul du taux t est effectué pour $T = 4,5 \%$; si le résultat obtenu est inférieur au taux minimum garanti les provisions mathématiques sont prises égales à la valeur du passif actualisé avec $t =$ taux minimum garanti et $T = 4,5 \%$.

- Modification de la règle dite des 4/3.

On peut suggérer de modifier la règle de la façon suivante : l'assureur cesse de présenter au public un contrat à taux majoré lorsque t calculé par la méthode du bilan actualisé, avec par exemple un taux d'actualisation $T = 4,5 \%$, devient inférieur à ce taux majoré.

A titre d'exemple nous avons calculé le rapport entre le taux moyen de rémunération t de l'épargne et les 3/4 du taux de rendement réel de l'obligation mise en couverture d'un bon de capitalisation de durée n ($n=10$ par exemple).

$$\frac{\left[1 + \frac{(1+t)^n - 1}{T} \right]^{\frac{1}{n}} - 1}{0,75 \Theta}$$

Sur le tableau suivant on peut remarquer, pour le taux T de 4,5 %, que l'équilibre de la règle des 4/3 est obtenu pour un placement à 14 %, qu'elle est plus sévère pour les taux inférieurs et moins sévère pour les taux plus élevés.

$\theta \backslash T$	0	3,50	4,50	5	10
8	1,01	1,14	1,18	1,20	1,43
9	0,98	1,11	1,15	1,17	1,38
10	0,96	1,08	1,11	1,13	1,33
11	0,93	1,05	1,08	1,10	1,29
12	0,91	1,02	1,05	1,07	1,25
13	0,89	1,00	1,03	1,04	1,22
14	0,87	0,97	1,00	1,02	1,19
15	0,85	0,95	0,98	0,99	1,15
16	0,84	0,93	0,96	0,97	1,13
17	0,82	0,91	0,94	0,95	1,10
18	0,80	0,89	0,92	0,93	1,07
19	0,79	0,87	0,90	0,91	1,05
20	0,77	0,86	0,88	0,89	1,03

Commentaire : on a supposé la durée égale à 10 ans pour le contrat et l'obligation à $\theta\%$ in fine. Le résultat exprime le rapport entre le taux moyen de rémunération de l'épargne et $3/4$ de θ .

4.4.3 ... et son application à la retraite

De même nous avons calculé le taux t pour un contrat retraite (se dénouant par le versement d'un capital au bout de 30 ans) adossé sur une obligation de durée 15 ans. T est le taux de remplacement prévisionnel des flux et θ le taux facial de l'obligation. Le taux t devrait être le taux maximum sur lequel les compagnies puissent promettre un rendement à long terme de l'épargne investie.

On remarque qu'au taux de 4,5 % les taux de rendements pour un placement initial compris entre 10 et 15 % sont seulement compris entre 6 et 7 %.

$\theta \backslash T$	0	3,50	4,50	5	10
8	2,66	4,95	5,62	5,95	9,40
9	2,89	5,21	5,88	6,22	9,71
10	3,10	5,45	6,13	6,47	10
11	3,30	5,67	6,36	6,71	10,27
12	3,49	5,88	6,58	6,93	10,52
13	3,67	6,08	6,78	7,14	10,76
14	3,84	6,27	6,98	7,33	10,98
15	4,01	6,45	7,16	7,52	11,19
16	4,16	6,62	7,34	7,70	11,39
17	4,31	6,79	7,51	7,87	11,58
18	4,46	6,94	7,67	8,03	11,76
19	4,60	7,09	7,82	8,19	11,93
20	4,73	7,24	7,97	8,34	12,09

Commentaire : on a supposé la durée de l'obligation égale à 15 ans et la durée du contrat égale à 30 ans. Le résultat exprime le taux moyen de rémunération de l'épargne sur 30 ans.

V - CONCLUSION

La méthode du bilan actualisé pourrait être utilisée pour déterminer la situation nette des compagnies d'assurance.

La méthode du bilan actualisé pourrait être appliquée à l'étude des contrats à participations aux bénéfices minimum garanties et/ou à taux indexé.

La méthode du bilan actualisé pourrait également être utilisée pour mesurer le risque de transformation encouru par les banques. En effet, on connaît dans ce cas le taux t de rémunération du passif et par application de la formule fondamentale on en déduit un T qui représente le taux MINIMUM auquel la banque doit replacer ses flux d'actifs pour faire face à ses engagements. Plus T est faible moins la banque court de risques.

ASSURANCE-VIE ET PRODUITS DE CAPITALISATION

HARMONISATION DES GESTIONS TECHNIQUE ET FINANCIERE

D'UN CONTRAT D'ASSURANCE-VIE A TAUX MAJORE

ANNEXES

ELEVES : H. JAKUBOWICZ - S. MENART

DIRECTEUR DE MEMOIRE : J-P CHALLET, Président du Directoire de Mutavie

ANNEXES

SOMMAIRE

	Pages
ANNEXE 1 Présentation du sujet	01
ANNEXE 2 Position du problème	03
ANNEXE 3 L'aspect réglementaire	13
ANNEXE 4 Analyse des méthodes actuellement utilisées	23
ANNEXE 5 La mesure du risque de cliquet	41
ANNEXE 6 La mesure du risque de vague de rachat	49
ANNEXE 7 Tableau de bord	52
ANNEXE 8 Personnes rencontrées	56
ANNEXE 9 Bibliographie	58
ANNEXE 10 Note de M. Challet	60

ANNEXE 1

PRESENTATION DU SUJET

PRESENTATION DU SUJET

L'apparition des contrats de quatrième génération à taux garanti élevé et à forte participation aux bénéfices, impose aux gestionnaires une vision à long terme des engagements souscrits et des moyens d'y faire face. La participation des souscripteurs aux bénéfices créant un lien entre les performances passées et les engagements futurs, nécessite de planifier l'évolution du portefeuille sur toute la durée des contrats.

Les différents facteurs à prendre en compte ayant souvent des effets contraires, il apparaît nécessaire de créer des modèles de simulation permettant d'évaluer divers scénarios de comportement du portefeuille à partir des anticipations des gestionnaires sur l'évolution des marchés.

Le présent mémoire aura pour objet de trouver un ou des modèles de comportement liant l'actif et le passif d'un portefeuille de contrat de quatrième génération, d'en poser les équations et de proposer des outils d'aide à la décision pour les gestionnaires.

ANNEXE 2

POSITION DU PROBLEME

2.1 INTRODUCTION

Le problème fondamental rencontré par les compagnies qui proposent à la souscription des produits d'assurance de quatrième génération est d'assurer, pour un contrat donné, une rentabilité et une sécurité maximales. Les difficultés rencontrées pour résoudre ce problème proviennent de la question elle-même, la rentabilité étant une fonction inverse de la sécurité. La recherche d'une solution nécessite donc de sortir de ce cadre étroit et d'envisager la question sous un autre angle : comment mesurer, et gérer, le ou les risques encourus par les gestionnaires des contrats à taux majorés et à forte participation bénéficiaire.

Cette approche nous permettra d'aborder le problème de la construction d'instruments de mesure opérationnels propres à aider la réflexion des gestionnaires à qui il est ensuite laissé le soin d'optimiser entre rentabilité et sécurité.

Cette annexe décrit les deux risques majeurs qui guettent le gestionnaire : l'effet de cliquet, lié à une baisse des taux d'intérêt, et la vague de rachat, liée à une hausse des taux d'intérêt.

Les problèmes que nous aborderons sont liés au taux d'intérêt, à sa définition, à son évolution et à son estimation. Rappelons à ce propos ce qu'écrivait en 1914 Alfred Barriol :

"Il n'est sans doute pas inutile de rappeler que la fixation légale du taux de l'intérêt a souvent préoccupé les législateurs ; dans l'antiquité le taux normal atteignait 1 % par mois et Cicéron de Galicie le fixait à cette valeur ; pendant le moyen âge, Philippe-Auguste, en 1272, limitait le taux à 48 % l'an ; sous Philippe IV, en 1311, il était de 20 % et sous Charles V, en 1545, le maximum était 12 %. Il est descendu peu à peu et certaines personnes n'ont pas hésité à espérer une décroissance continue jusqu'à zéro, tandis que de bons esprits disent que le taux restera éternellement fixé entre 3 et 5 %. Il semble tout à fait imprudent de faire des prévisions à ce sujet."

2.2 L'EFFET DE CLIQUET

Les produits d'épargne dits de quatrième génération ont pour caractéristique de proposer aux souscripteurs des taux minima garantis majorés par rapport aux contrats plus anciens, d'offrir une participation aux bénéfices importante, au moins égale à 85 %, et des taux de chargements faibles. La concurrence aidant, les avantages offerts aux souscripteurs vont croissant au point que le risque pris par les compagnies d'assurance sur ce type de contrats a crû en raison inverse des marges.

Quels sont donc ces risques ? De façon schématique on peut dire qu'ils sont de deux sortes. Le premier proviendrait d'une "*trop*" bonne performance du portefeuille représentatif des engagements de l'assureur. C'est l'effet de cliquet. Le second au contraire proviendrait d'une "*mauvaise*" performance qui conduirait à une vague de rachats.

Voyons d'abord le premier de ces risques l'autre étant traité au paragraphe 2.4 de cette annexe.

L'engagement pris de verser une importante participation bénéficiaire, lié à un taux minimum garanti élevé oblige l'assureur qui a fait de bonnes performances dans le passé à dépasser encore ces performances au cours des années suivantes. L'effet de cliquet résulte de la conjonction de trois facteurs :

1. les clauses de participations élevées aux bénéfices financiers.
2. l'assurance donnée aux souscripteurs de contrats d'un taux minimum garanti élevé.
3. une évolution défavorable des taux d'intérêts des marchés financiers.

2.2.1. Les clauses de participation aux bénéfices

Les contrats actuellement proposés sur le marché comportent des clauses de participations bénéficiaires très variées qui peuvent aller d'une participation à la discrétion de l'assureur, jusqu'à l'engagement de céder 100 % des produits financiers, y compris les plus values réalisées. Une fois distribuée, cette participation aux bénéfices vient s'ajouter à l'épargne des assurés, et augmente irrévocablement l'engagement correspondant de l'assureur.

2.2.2. Le taux minimum garanti

Outre la clause de participation aux bénéfices, beaucoup de contrats comportent une garantie de rémunération minimale annuelle de l'épargne investie, à un taux généralement fixé, à la souscription, pour toute la durée du contrat. On peut remarquer qu'en principe c'est la clause de participation aux bénéfices qui détermine la rémunération annuelle, le taux minimum garanti ne devant jouer que comme une "*clause de sauvegarde*". Les contraintes commerciales et la pression grandissante des associations de consommateurs et de la presse spécialisée obligent en fait les gestionnaires à distribuer chaque année un taux minimum généralement très supérieur au taux garanti.

2.2.3. Le rôle de l'évolution des taux

L'assureur a un rôle de transformation : il perçoit de ses placements des coupons qui représentent un intérêt simple ; il accorde aux souscripteurs une rémunération à intérêts composés au taux minimum garanti. Le problème du réemploi des coupons se pose donc à lui. Si les taux demeurent constants sur le marché, il pourra remplacer les coupons encaissés au taux initial et ainsi obtenir de ses placements un taux actuariel égal à leur taux facial.

Dans le cas d'une forte baisse des taux, le réemploi des coupons n'est plus possible au taux initial du placement. Le rendement du portefeuille s'en trouve amoindri. Si ce rendement descend au dessous du minimum garanti, l'assureur se trouve dans l'obligation de rémunérer les souscripteurs sur ses fonds propres. C'est le danger de l'effet de cliquet.

Lorsque la durée des placements représentatifs des engagements pris est inférieure à la durée de ces derniers, le problème du réemploi se pose non seulement pour les coupons, mais aussi pour les capitaux remboursés, ce qui l'aggrave d'autant.

Le gestionnaire peut être tenté de réaliser les plus values rendues possibles par la baisse des taux pour accroître le rendement immédiat de son portefeuille. Cela entraîne deux conséquences :

- les plus values réalisées vont généralement augmenter la participation bénéficiaire et donc les engagements de l'assureur par l'effet cliquet.
- la rentabilité du portefeuille après arbitrage aura diminué.

Ces deux conséquences se conjuguent alors sur le long terme : l'assureur s'engage sur des sommes plus importantes alors que ses revenus potentiels diminuent.

Montrons à l'aide d'un exemple numérique simple comment ce phénomène peut se produire. Supposons qu'un assureur ait, en contrepartie de ses engagements, acheté des obligations à 16 %. On suppose, pour simplifier la présentation, que le souscripteur obtient un taux minimum garanti de 12 % pendant 6 ans avec participation de 100 % aux produits financiers et aux plus values réalisées et que les chargements sont nuls, ainsi que les pénalités de rachat. On suppose aussi que, chaque année, l'assureur arbitre son portefeuille en obligations à taux fixes, réalise la plus value totale et remplace le tout au nouveau taux du marché. On suppose également une évolution à la baisse des taux qui est définie par la suite de valeurs suivantes :

- à la fin de la première année, le taux de marché est de 11 %
- à la fin de la seconde année, le taux de marché est de 8 %
- Puis le taux de marché baisse régulièrement jusqu'à 4 %.

On observe dans le tableau de chiffres suivant, l'apparition d'un effet de cliquet, signalé par un astérisque, dès la quatrième année. Les rendements importants des premières années ont augmenté les engagements de l'assureur. La baisse de rendement du portefeuille, liée aux arbitrages, ne permet plus d'assurer le minimum garanti.

Le graphique correspondant compare l'évolution de la valeur de rachat et du montant des actifs représentatifs de ces engagements.

Remarques

1. Il faut tout de même remarquer que l'exemple présenté est un cas extrême et que ce type de contrat est rare sur le marché. Les compagnies introduisent généralement dans leurs clauses contractuelles des mécanismes de sécurité dont les principaux sont :
 - un taux minimum garanti en moyenne sur plusieurs années
 - des chargements non nuls
 - une participation aux bénéfices qui est toujours inférieure à 100 % des produits financiers et est généralement établie au vu d'un compte d'exploitation.
2. Ces mécanismes de sécurité n'ont pas toujours l'efficacité voulue dans la mesure où la pression de la concurrence peut s'avérer plus forte et obliger la société à les outrepasser.

2.3 PRESENTATION GRAPHIQUE

AN	%	ACHAT	VENTE	PLUS VALUE	PRODUITS FINANCIERS TOTAUX	Rend.	COUVERTURE	VAL.	RACHAT
0	16	10000							10000
1	11	10000	11848	1848	3448	34	11 397	13448	13448
2	8	13448	14784	1336	2816	21	12 988	16263	16263
3	6	16263	17133	869	2171	13	14 802	18434	18434
4	5	18434	18777	343	1449	8	16 870	19883	20646 *
5	4	19883	20074	191	1185	6	19 226	21068	23124 *
6	4	21068	21068	0	843	4	21 911	21911	25898 *

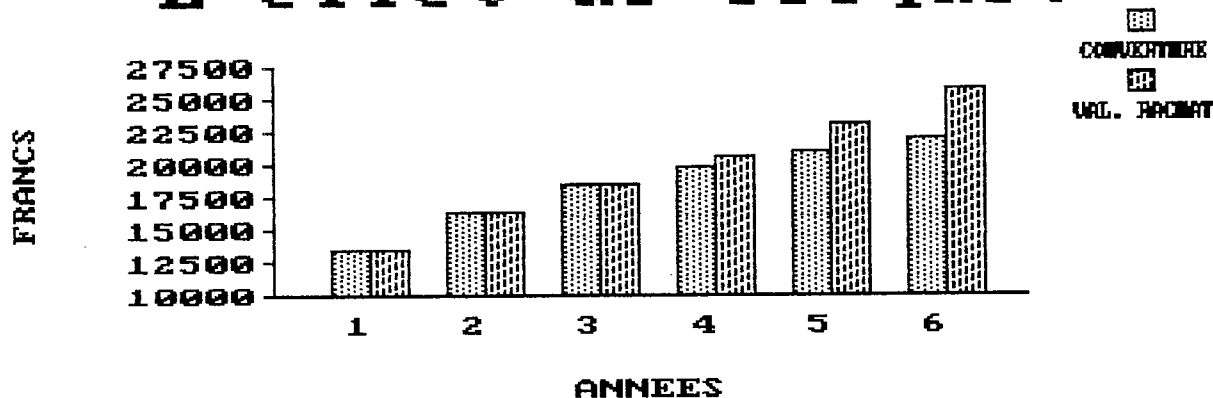
TAUX MINIMUM GARANTI

12 %

colonne

signification

1	nombre d'années
2	taux du marché
3	prix d'achat des actifs en début d'année
4	prix de vente des actifs en fin d'année
5	plus value réalisé
6	total des produits(coupons+plus value)
7	rendement du placement
8	"couverture" en valeur liquidative
9	valeur de rachat des engagements

L'effet de cliquet

2.4 LA VAGUE DE RACHATS

Le second écueil auquel doivent faire face les gestionnaires est la vague de rachats. Contractuellement, les souscripteurs ont en effet, généralement, la possibilité de demander à tout moment le rachat de leur contrat, en l'occurrence de récupérer l'épargne acquise, principal, intérêts, et participations aux bénéfices, souvent sans pénalités.

Dans le cas d'une hausse des taux, si l'assureur se trouve dans l'incapacité de rémunérer l'épargne au taux du marché, par exemple du fait de la composition de son portefeuille, certains souscripteurs peuvent être tentés de demander le rachat de leur contrat pour réaliser de meilleurs placements.

L'assureur peut alors être amené à vendre à perte certains actifs pour faire face à ses besoins de trésorerie. Si ces pertes viennent à entamer sa solvabilité, les autres souscripteurs désirant sauvegarder leurs avoirs, vont grossir les rangs de ceux qui demandent le rachat et entamer de la sorte un phénomène de panique que l'on appelle "*vague de rachats*".

Jusqu'à présent, un tel phénomène ne s'est jamais produit en France en raison de la nature des anciens contrats. L'apparition des contrats dits de quatrième génération, qui change les données du problème, a coïncidé avec une période de taux élevés suivie d'une période de baisse des taux. Si elle est suivie par une hausse des taux, certains portefeuilles risquent de s'en trouver fragilisés. Ce processus n'est pas purement théorique puisqu'il a déjà provoqué la faillite d'une compagnie d'assurance en Grande-Bretagne dans les années 70.

A titre d'illustration du phénomène, prenons l'exemple suivant :

Supposons qu'un assureur ait, en contrepartie de ses engagements, acheté des obligations à 8 %. On suppose, pour simplifier la présentation, que le souscripteur obtient un taux minimum garanti de 6 % pendant 6 ans avec participation de 100 % aux produits financiers et aux plus values réalisées et que les chargements sont nuls ainsi que les pénalités de rachat.

On suppose une évolution à la hausse des taux qui est définie par la suite de valeurs suivantes

- à la fin de la première année, le taux du marché est de 10 %
- puis il monte régulièrement jusqu'à 16 %.

On observe dans le tableau suivant l'apparition de moins values latentes qui, si vague de rachat il y a, devront être réalisés et feront subir à l'assureur une perte. Si le rachat n'a pas lieu, l'équilibre est rétabli la dernière année du fait du remboursement des titres.

2.5 PRESENTATION GRAPHIQUE

AN	%	ACHAT	VALEUR DE MARCHE	+/- VALUE LATENTE	PRODUITS FINANCIERS	Rendt.	COUVERTURE <i>reelle</i>	VAL. RACHAT
								10000
1	8	10000	10000	0	800	8,00	10800	10800
2	10	800	10166	-634	880	8,15	11046	11680
3	12	880	10681	-999	986	8,44	11666	12666
4	14	986	11596	-1070	1124	8,87	12720	13789
5	16	1124	13011	-778	1303	9,45	14314	15093
6	16	1303	15093	0	1512	10,02	16604	16604

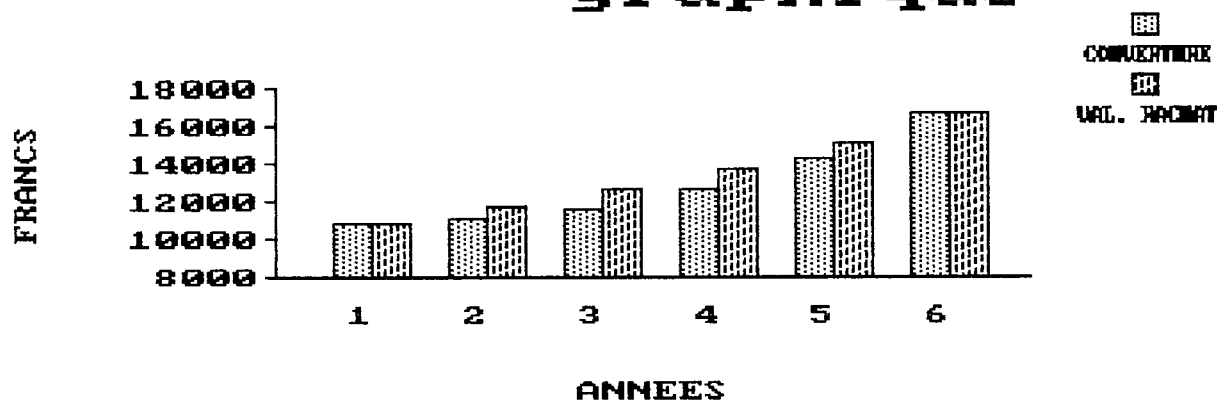
TAUX MINIMUM GARANTI

6 %

colonne

signification

1	nombre d'années
2	taux du marché
3	prix d'achat des actifs (ou valeur comptable)
4	valeur liquidative du portefeuille
5	plus ou moins values latentes
6	produits financiers
7	rendement du placement (valeur d'achat)
8	"couverture" en valeur liquidative
9	valeur de rachat des engagements

graphique

ANNEXE 3

L'ASPECT REGLEMENTAIRE

3.1 PRESENTATION

Pour parer aux risques évoqués dans l'annexe II, liés aux techniques de gestion financière, des contraintes réglementaires ont été imposées aux assureurs.

D'une façon générale, l'assureur est dans l'obligation de représenter à tout moment ses engagements par des actifs équivalents : c'est la "*couverture*". D'autre part ses fonds propres doivent être à, toute époque, supérieurs à un minimum lié à son niveau d'activité : il doit avoir la "*marge de solvabilité*". Quant aux contrats à taux majorés, ils font l'objet de dispositions particulières prévoyant un minimum de rendement du portefeuille financier associé, et des règles dérogatoires de détermination du montant des provisions.

3.2 LA COUVERTURE

En quoi consiste l'obligation de couverture ?

L'assureur doit procéder à l'évaluation de ses engagements. Dans le cas des contrats de capitalisation sans risques viagers son engagement (provisions mathématiques) est égal en principe à la valeur acquise par l'épargne, qui comprend les versements nets des souscripteurs, les intérêts et les éventuelles participations aux bénéfices distribuées.

A tout moment, l'assureur doit détenir des actifs d'un montant au moins égal à la valeur de ses engagements. Ces actifs sont décrits par le code des assurances et doivent respecter certaines règles, de dispersion, de liquidité et de sécurité (article R332-1 et suivants du code des assurances).

Le code des assurances impose d'évaluer ces actifs pour leur valeur comptable, c'est à dire en pratique à leur valeur d'achat, compte tenu des amortissements ou d'éventuelles provisions pour dépréciation.

Dans le cas où l'effet de cliquet joue, l'assureur peut avoir des difficultés à couvrir par des actifs admis les engagements trop forts qu'il a pris.

3.3 LA MARGE DE SOLVABILITE

En quoi consiste l'obligation de marge de solvabilité ?

Les fonds propres de l'assureur doivent être et rester supérieurs à un minimum égal en première approximation dans le cas qui nous intéresse, à 4 % des provisions mathématiques.

normal Dans le cas d'une vague de rachat entraînant la réalisation par l'assureur de moins values sur cession d'éléments d'actifs, ou dans le cas où jouerait l'effet de cliquet, les pertes viennent s'imputer sur les fonds propres et peuvent conduire au non respect de ce minimum légal indispensable aux agréments des pouvoirs publics.

La réglementation prévoit qu'en plus des fonds propres de l'entreprise, les plus values latentes résultant de sous estimation d'éléments d'actif ainsi que les bénéfices futurs que la société peut raisonnablement espérer peuvent servir à constituer la marge de solvabilité.

A cet égard, deux remarques peuvent être faites. D'une part la prise en compte des plus values latentes ne s'accompagne pas d'une prise en compte symétrique de l'obligation de distribuer au moins 85 % de ces plus values au titre de la participation en cas de réalisation. D'autre part, il est clair qu'en cas de difficultés réelles (vague de rachat, par exemple), des éléments implicites de marge comme les bénéfices futurs ne seraient que d'un faible secours.

3.4 LA REGLEMENTATION DES CONTRATS A TAUX MAJORES

3.4.1. Rendement minimum du portefeuille

Le code des assurances fait mention de taux majorés à quatre endroits différents :

- a. d'une part dans la section consacrée à la participation des assurés aux bénéfices techniques et financiers (art. A 132-8 à A 132-10)

- b. d'autre part dans la partie règlementaire du chapitre consacré au contrat de capitalisation (art. R 150-21 à R 150-23)
- c. et enfin à deux reprises dans le chapitre consacré aux tarifs (art. A 335-3 et A 335-4, puis A 335-8 et A 335-9).

a) L'article A 132-8 dispose que *"les entreprises pratiquant les opérations d'assurance sur la vie peuvent garantir dans leurs contrats un montant total annuel d'intérêts techniques et de participations aux bénéfices qui, rapporté aux provisions mathématiques, ne sera pas inférieur à un taux minimum garanti. Cette faculté n'est ouverte que pour les contrats libellés en francs, et dans les conditions fixées aux articles A 132-9 et A 132-10 qui peuvent être appliqués séparément ou conjointement"*.

Remarquons tout d'abord que la garantie visée par l'art. A 132-8 est celle d'un montant total annuel d'intérêts et de participations. Ceci doit être interprété dans le sens d'une garantie donnée annuellement et éventuellement renouvelée chaque année et non pas d'une garantie sur une durée plus longue que l'année.

Les articles A 132-9 et A 132-10 précisent les modalités de détermination du taux minimum garanti.

L'art. A 132-9 donne une première possibilité aux compagnies pour fixer le taux minimum. Il peut varier annuellement en fonction d'un taux de référence lié à ceux qui sont pratiqués sur les marchés financier et monétaire, et qui sont en rapport avec les types de placements autorisés pour les entreprises d'assurances, ou du taux des premiers livrets de caisse d'épargne. La garantie de ce minimum ne peut être donnée que pour une période maximale de dix ans.

L'autorisation de présenter cette garantie est subordonnée aux conditions suivantes :

- 1°) Au moment de la demande, l'entreprise d'assurance doit justifier que le taux de rendement global de ses actifs (déterminé dans les conditions prévues au paragraphe I de l'art. A 132-5) est au moins égal aux quatre tiers du taux minimum qu'elle propose de garantir la première année.

2°) Les écritures relatives aux contrats assortis de cette garantie font l'objet d'une comptabilité distincte. L'entreprise doit constituer, dans le cadre de la participation aux bénéfices, une provision spéciale pour aléas financiers alimentée chaque année par un vingtième des sommes affectées aux intérêts techniques et participations bénéficiaires. Le montant de cette provision ne peut excéder 3 % de l'ensemble des provisions mathématiques de ces contrats.

3°) Les contrats assortis de cette garantie cessent d'être présentés au public si le taux de rendement global des actifs, visé au paragraphe I de l'art. A 132-5 est inférieur pour un exercice à 110% du taux minimum garanti pour ledit exercice.

L'art. A 132-10 donne aux compagnies une deuxième possibilité. Le taux minimum peut être fixé annuellement pour l'année suivante. Il ne peut alors excéder 95% du dernier taux de rendement global connu des actifs, déterminé dans les conditions prévues au paragraphe I de l'art. A 132-5.

Les art. A 132-9 et A 132-10 pouvant être appliqués conjointement on peut imaginer la situation suivante : La société garantit le taux du livret A plus un point, soit $L_n + 1$; Elle garantit chaque année un taux valable pour l'année T_n ; Le rendement R_n de ses actifs doit vérifier

$$0,95 \times R_n > T_n \quad \text{chaque année}$$

$$R_o > \frac{4}{3} (L_o + 1) \quad \text{à l'origine}$$

et enfin, si

$$R_n < 1,1 \times T_n$$

ou si

$$R_n < 1,1 (L_n + 1)$$

les contrats cessent d'être présentés au public.

(On peut remarquer que la condition $T_n < 0,95 \times R_n$ est moins contraignante que la condition $R_n < 1,1 \times T_n$).

Dans ce qui précède il est fait souvent référence au taux de rendement global des actifs de l'entreprise d'assurance. Ce taux est défini dans l'art. A 132-5 comme le rapport

- du produit des placements de l'entreprise réalisés sur le territoire de la République française net de charge au sens de l'état A1 (compte d'exploitation par catégories d'assurance), augmenté des plus-values sur cessions d'éléments d'actifs, nettes des moins-values, ainsi que du montant des réévaluations d'actif effectuées dans le cadre de l'art. R 332-23 (sur expertise), net des amortissements éventuels prévus audit article ;
- au montant moyen, au cours de l'exercice, de l'ensemble des placements, ainsi que des autres éléments d'actif pouvant être admis en représentation des provisions techniques, à l'exception des valeurs remises par les réassureurs.

b) Les articles R 150-21 à R 150-23 posent pour le contrat de capitalisation des règles identiques à celles posées par les art. A 132-8 à A 132-10 pour l'assurance-vie.

c) Les articles A 335-3 et A 335-4 pour certains contrats de rente viagère et pour les contrats d'assurance sur la vie à prime unique d'une durée maximale de 10 ans, A 335-7 et A 335-8 pour les contrats de capitalisation à prime unique d'une durée maximale de 15 ans, autorisent les entreprises à établir leur tarifs d'après un taux d'intérêt majoré (c'est-à-dire supérieur à 3,5 % pour la capitalisation, 5 % pour les rentes viagères immédiates et 4,5 % pour les autres contrats d'assurance sur la vie).

Pour chacun des tarifs, le visa est subordonné aux conditions suivantes :

- 1°) l'actif représentatif des engagements correspondant à ces contrats doit être isolé dans la comptabilité de l'entreprise ;
- 2°) cet actif doit pouvoir procurer un taux de rendement supérieur d'au moins un tiers au taux d'intérêt du tarif.

Ces contrats cessent d'être présentés au public lorsque le taux de rendement des placements nouveaux effectués au cours d'un exercice et affectés en représentation des engagements correspondant à un tarif déterminé est inférieur au taux de ce tarif majoré de 33 % (c'est toujours la règle dite des 4/3).

Il est à noter que cette fois, il n'est plus fait référence au rendement global de l'ensemble des actifs de l'entreprise mais plus précisément au taux de rendement de l'actif isolé correspondant à ces contrats, taux qui n'est d'ailleurs défini nulle part dans le code.

Ce taux est défini dans une lettre du 8 juillet 1975 adressée par le directeur des assurances au président de la Réunion-Vie.

D'après cette lettre, l'entreprise doit à tout moment disposer de la liste détaillée des placements appartenant à l'actif isolé, avec la date d'acquisition et le prix d'achat ou de revient.

L'entreprise doit ouvrir pour chaque exercice deux comptes financiers enregistrant l'un, pour l'ensemble des placements et liquidités appartenant à l'actif isolé, et l'autre, pour les placements nouveaux effectués au cours de l'exercice ;

- en recettes :

les revenus financiers courants (coupons, primes de remboursement, intérêts, dividendes et loyers, à l'exclusion des lots, des actions gratuites et tous autres avantages aléatoires) et les intérêts courus et non échus sur les valeurs à revenu fixe à la clôture de l'exercice, ou à la date de cession des titres si elle est intervenue dans l'exercice ;

- en dépenses :

les frais financiers, les frais d'entretien et la charge d'amortissement des immeubles et des parts de S.C.I., ainsi que les intérêts courus et non échus sur les valeurs à revenu fixe à l'ouverture de l'exercice, ou à la date d'acquisition des titres si elle est intervenue dans l'exercice.

Le taux de rendement réel de l'ensemble des actifs est alors pris égal au solde du compte financier afférent à l'ensemble des placements et liquidités appartenant à l'actif isolé rapporté à la moyenne au cours de l'exercice du montant du prix d'achat ou de revient des placements et liquidités correspondants.

De même, lors de l'inventaire, l'entreprise doit déterminer le taux de rendement des placements nouveaux effectués au cours de l'exercice. Ce taux est le rapport du solde du compte financier y afférent au montant, évalué au pris d'achat ou de revient, des placements ou liquidités portés dans l'exercice dans l'actif isolé, ce dernier montant étant établi en pondérant le montant des valeurs à revenu fixe par la fraction d'année pendant laquelle chaque valeur s'est trouvée comprise au cours de l'exercice dans l'actif isolé.

3.4.2. Règles d'évaluation des provisions

En principe, le calcul des provisions mathématiques est effectué au taux du tarif, l'hypothèse sous-jacente étant que les placements réalisés par l'assureur lui rapporteront au moins ce taux. Cette hypothèse est raisonnable lorsque le taux du tarif n'est pas majoré : il ne peut alors excéder 4,5 % (ou 5 % pour les rentes immédiates) et il apparaît assez facile dans ce cas d'obtenir un rendement des placements au moins égal. En revanche cela va moins de soi pour des contrats à taux majoré.

Pour le calcul des provisions mathématiques des contrats à taux majorés régis par les articles A 335-3 et A 335-4 (assurance-vie) et A 335-7 et A 335-8 (capitalisation), le code des assurances pose des règles de sauvegarde qui s'appliquent au cas où le taux de rendement de l'actif isolé correspondant ne serait pas aussi élevé que prévu à l'origine.

L'article A 331-2 dispose en effet que les provisions mathématiques afférentes aux contrats d'assurance sur la vie mentionnés à l'article A 335-3 doivent être calculés à un taux au plus égal au plus faible des taux d'intérêts suivants :

- soit le taux du tarif ;
- soit le taux de rendement réel diminué d'un cinquième, de l'actif représentatif des engagements correspondants.

L'article A 331-8, quant à lui, dispose que les provisions mathématiques afférentes aux contrats de capitalisation mentionnés à l'article A 335-8 doivent être calculés à un taux au plus égal au plus faible des taux d'intérêts suivants :

- soit le taux du tarif ;
- soit le taux de rendement réel diminué d'un point, de l'actif représentatif des engagements correspondants.

3.4.3 Législation et vague de rachat

La législation des assurances comporte deux articles qui protègent en principe les assureurs contre les éventuelles vagues de rachat : l'article L 132-22 et L 323-1. Le premier dispose en effet que *"sauf dans le cas de circonstances exceptionnelles constaté par décret, l'assureur doit, à la demande du contractant, verser à celui-ci la valeur de rachat du contrat, dans un délai qui ne peut excéder deux mois."* Le second encore plus précis dispose que *" Si les circonstances l'exigent, l'autorité administrative peut ordonner à une entreprise de suspendre les paiements des valeurs de rachat ou le versement d'avances sur contrat "*.

Aucun décret d'exception n'a encore été pris jusqu'à ce jour. On peut penser que dans le cas où une vague de rachat se déclencherait chez un assureur, ce dernier pourrait demander à la puissance publique d'interdire les rachats jusqu'à ce que les esprits se soient calmés. Cependant, de nombreuses questions restent en suspens :

- qu'entend-on par circonstances exceptionnelles ?
- dans le cas de difficultés d'un seul assureur, les Pouvoirs publics interdiraient-ils le rachat ? Pendant quelle durée ?
- cette mesure pourrait-elle être prise à temps ?
- quel effet produirait-elle sur le public ?

3.4.4. Commentaires sur la réglementation

La réglementation applicable aux contrats à taux majorés et à forte participation aux bénéfices, telle qu'elle vient d'être exposée suscite deux remarques.

D'une part, elle fait subir à l'assurance sur la vie et à la capitalisation des sorts dissymétriques, qui n'apparaissent pas justifiés par une différence de nature.

- certaines dispositions entièrement analogues sont prises dans un cas par arrêté, dans l'autre par décret.
- les règles de réévaluation des provisions mathématiques en cas d'insuffisance de rendement de l'actif correspondant font référence au taux de rendement réel des actifs diminué d'un cinquième dans un cas, d'un point dans l'autre, sans que l'on voie clairement la raison de la différence.

D'autre part, la réglementation des contrats à taux majorés fait référence au rendement des actifs de la société.

Dans le cas de contrats garantissant un montant annuel minimal de participations et d'intérêts, ce taux est le taux global de rendement de l'ensemble des actifs de la société, y compris les plus values réalisées.

Dans le cas des contrats dont le tarif est établi à l'aide d'un taux majoré, le taux de rendement considéré est celui de l'actif isolé correspondant.

(En réalité, elle est justifiée par le fait que dans le cas d'un contrat garantissant un montant annuel minimal de participation et d'intérêts, l'indice qui sert de référence à cette garantie (par exemple le taux du livret A des caisses d'épargne) peut n'être pas corrélé avec le rendement d'un portefeuille obligataire isolé. C'est pourquoi, il a été jugé préférable de se référer à l'ensemble des placements, de la société d'assurance, qui sont en général beaucoup plus diversifiés que les actifs d'un portefeuille isolé).

ANNEXE 4

ANALYSE DES METHODES ACTUELLEMENT UTILISEES

4.1 PRESENTATION

L'annexe sur l'analyse des méthodes d'évaluation du risque, actuellement utilisées ou préconisées par les gestionnaires, traite des cinq thèmes suivants :

- la confusion des taux
- les limitations de l'approche comptable
- l'immunisation
- l'actualisation du passif au taux de l'actif
- l'actualisation de l'actif au taux du passif.

La plupart des méthodes utilisées ou proposées sont destinées à assurer un certain équilibre entre rentabilité et sécurité. Cet équilibre est instable du fait de la variation aléatoire des taux d'intérêt sur les marchés financiers. Or, comme en physique, un système instable peut être maintenu en équilibre à condition d'y introduire une correction fonction de l'évolution du système. C'est ce que font les gestionnaires en procédant à des arbitrages ou en se couvrant. Lors de ces opérations, le gestionnaire doit assurer deux types d'équilibre : instantané et à long terme.

L'équilibre instantané consiste à vérifier que la composition du portefeuille des actifs assure la couverture immédiate des engagements connus. L'équilibre à long terme consiste à vérifier que la rentabilité du portefeuille permettra d'assurer la couverture des engagements à venir, quelle que soit l'évolution, même imprévue, des taux d'intérêt.

Les gestionnaires ont développé des approches qui, bien que différentes en apparence, sont identiques quant à leur objectif : assurer l'équilibre entre rendement et sécurité par l'évaluation simultanée de l'actif et du passif.

Si l'on compare les diverses approches, on remarque immédiatement que l'on bute sur le choix d'un taux d'intérêt qui permette d'assurer une mesure aussi précise que possible et qui soit "*réaliste*" par rapport aux données extérieures (marchés financiers, anticipations, objectifs commerciaux, etc). Il nous a paru bon, avant de passer à la suite, de faire une typologie des divers taux utilisés par les uns et les autres pour établir les liaisons que l'on peut observer, à travers le choix d'un taux, entre les différentes méthodes actuellement utilisées ou proposées.

4.2 DES TAUX D'INTERET

4.2.1. Le taux minimum garanti

C'est le taux le mieux connu de tous ceux que nous allons présenter. Il est fixé contractuellement entre la compagnie d'assurance et le souscripteur. Dans les modèles de simulation, ce taux est rapporté aux provisions mathématiques et il est utilisé pour évaluer les dangers de l'effet de cliquet. Une des méthodes employées, dans certains contrats, pour éviter l'effet de cliquet consiste à fixer ce taux en moyenne sur la durée du contrat. L'assureur n'est plus alors dans l'obligation de distribuer chaque année le taux minimum garanti. On peut, à l'extrême, imaginer le cas d'une distribution dès la première année de la totalité de ce qui a été promis sur la durée du contrat et ne plus rien distribuer ensuite.

4.2.2. Le taux commercial

Ce taux représente en fait l'objectif à atteindre pour le gestionnaire car c'est le taux qui sera servi aux souscripteurs. Ce taux dépend des clauses contractuelles, des produits financiers comptabilisés et des décisions de distribution. Le facteur principal qui influe sur la valeur de ce taux est la concurrence. Pour rester compétitifs, les assureurs sont dans l'obligation de servir un taux de rémunération comparable, sinon supérieur, à celui de leurs principaux concurrents, le public étant de plus en plus sensible aux taux servis et affichés.

Le taux commercial est rapporté aux provisions mathématiques puisque son application aux provisions mathématiques initiales donne la valeur de la dotation aux provisions pour l'année écoulée (dans le cas d'un portefeuille fermé et en l'absence de rachats).

4.2.3. Le taux du marché

Ce taux correspond aux flux actualisés du portefeuille rapportés à la valeur liquidative de ce dernier.

4.2.4. Le taux comptable

Rappelons ici ce qui a été énoncé plus haut dans l'approche comptable. En fait, deux taux sont définis dans la réglementation des assurances. Le premier concerne les actifs isolés dont les produits financiers, non compris les plus values, sont rapportés au prix d'achat des valeurs pour obtenir un taux de rendement de l'actif isolé. Le second est le taux de rendement global qui est obtenu en rapportant les produits financiers, y compris les plus values, aux prix d'achat des valeurs détenues par la société.

4.2.5. Le taux interne de rentabilité des PM

Ce taux est défini par M. CHALLET dans sa méthode "*d'adéquation entre provisions mathématiques et portefeuille financier lié à une catégorie de contrats par la méthode d'actualisation des flux financiers futurs*". (Une note manuscrite exposant la méthode est donnée en annexe 10). Ce taux correspond au taux obtenu en égalant la valeur actuelle des flux futurs du portefeuille, actualisées à ce taux, et les provisions mathématiques revalorisées à ce même taux.

4.2.6. Les taux prévisionnels

Les cinq notions de taux qui viennent d'être présentées ont pour caractéristique commune d'être des taux instantanés. S'agissant de prévisions à long terme, on peut imaginer pour chacune de ces définitions de lui adjoindre la notion de taux prévisionnel correspondante.

- taux minimum garanti

Le taux prévisionnel est ici bien connu et égal au taux initial promis sur toute la période du contrat.

- Taux commercial

Le taux prévisionnel est évalué de façon subjective par les services commerciaux des compagnies qui fixent ainsi des objectifs de résultats aux gestionnaires. La limite inférieure d'un tel taux est, pour des raisons psychologiques, le taux minimum garanti et ce, y compris pour les contrats où ce minimum est garanti en moyenne. La limite supérieure, pour un contrat en cours, est à mettre en relation avec le taux de rendement interne des provisions mathématiques et, pour un nouveau contrat, avec les $3/4$ du taux de rendement des obligations proposées à la même époque et ayant une durée de vie moyenne proche de celle du contrat proposé.

- Taux du marché

La prévision de ce taux fait l'objet de milliers d'ouvrages à travers le monde. Généralement, la fixation d'une valeur prévisionnelle tient aux anticipations des gestionnaires qui prendront des positions en conséquence sur le marché. Mais on peut aussi, afin d'envisager les évolutions non prévues des taux d'intérêts sur les marchés financiers, procéder à des simulations à la hausse et à la baisse pour prévoir une riposte au cas où un tel mouvement non envisagé se produirait.

- Taux comptable

Ce taux prévisionnel est le plus complexe à imaginer. Il est fonction des choix qui sont faits par le gestionnaire en matière de réalisation des plus values et de l'usage des règles fiscales.

- Taux de rendement interne des PM

Si on prend comme taux prévisionnel un taux constant égal à la valeur instantanée du taux de rendement interne des provisions mathématiques, on obtient la méthode de lissage des taux proposée par M. CHALLET (voir Annexe 10)

4.3 L'APPROCHE COMPTABLE

4.3.1. Généralités

Bien entendu, la première approche qui se présente à l'esprit des gestionnaires est l'approche comptable. Elle consiste à utiliser les résultats fournis par la comptabilité pour apprécier les résultats et l'équilibre technique de la gestion des contrats. C'est d'autant plus tentant que la réglementation elle-même impose, comme on l'a vu à l'Annexe 3, de comptabiliser à part soit l'actif soit toutes les écritures des contrats à taux majorés.

Cette approche suscite deux remarques générales :

La première tient aux limitations inhérentes à toute approche purement comptable dans ce type de gestion. La confection annuelle des comptes en rend l'utilisation délicate pour un suivi en temps réel. Elle permet malaisément d'appréhender les opérations du marché, par essence très fluctuantes, qui occupent l'essentiel du temps du gestionnaire de l'actif. Mais, à l'inverse, le découpage en exercices annuels de l'activité de la société la rend peu propre à saisir dans la globalité le résultat de contrats dont la durée est souvent dix fois plus longue.

La deuxième résulte du fait que les compagnies d'assurances sont soumises à un plan comptable, tenant compte de la spécificité de leur activité. Ces particularités rendent encore plus problématique un suivi exclusivement comptable de la gestion de ces contrats. C'est la raison pour laquelle il a semblé nécessaire de donner dans ce qui suit quelques indications sur le plan comptable applicable à l'assurance.

4.3.2. L'EVALUATION DE L'ACTIF

L'évaluation de l'actif des compagnies d'assurance sur la vie et de capitalisation est soumise à des règles dérogatoires définies par les articles R 332-19 et suivantes du Code des Assurances.

Pour l'essentiel, deux catégories d'actifs sont à considérer : d'une part les obligations non indexées, cotées ou non, et d'autre part, tous les autres actifs réglementés de la société. Chacune de ces deux catégories fait l'objet, lors de l'inventaire annuel, d'une évaluation différente de celle qui est prévue par le droit commun. Rappelons que ce dernier impose une évaluation ligne à ligne de chaque titre à la plus faible des deux valeurs : prix de revient et valeur de réalisation.

Dans l'assurance, les obligations non indexées sont évaluées en prenant trois valeurs en considération : le prix de revient, la valeur de réalisation au jour de l'inventaire et la valeur de remboursement.

Si la valeur de remboursement est supérieure au prix de revient, l'évaluation est faite au prix de revient. En pratique donc, si une société achète des obligations à l'émission ou en dessous du pair, elle ne constitue jamais de provision pour dépréciation même si, lors de l'inventaire, la valeur de réalisation des titres a fortement baissé (par suite d'une hausse des taux, par exemple). Ce manquement à la règle de prudence comptable se justifie à la rigueur si la société est certaine de conserver ses titres jusqu'à leur remboursement. Or, précisément pour les contrats qui nous intéressent, le cas d'une hausse des taux sur le marché est celui où le risque de vague de rachats existe et où, par conséquent, la société pourrait être obligée de vendre ses obligations avant leur terme pour faire face aux rachats.

Si la valeur de remboursement est au contraire inférieure au prix de revient, l'évaluation est faite à la valeur intermédiaire des trois valeurs citées plus haut (revient, remboursement et réalisation). Là encore, il est dérogé au principe de prudence comptable, l'idée étant que l'entreprise peut toujours conserver l'obligation jusqu'à son terme et donc limiter sa perte à la différence entre prix de revient et valeur de remboursement et qu'il n'y a donc pas lieu de provisionner davantage.

L'évaluation des actifs admis en représentation des engagements réglementés autres que les obligations est, elle aussi, soumise à une règle qui déroge au droit commun. La valeur retenue pour l'ensemble des actifs concernés est en effet la plus faible des deux valeurs suivantes : prix de revient global et valeur de réalisation globale de l'ensemble des actifs concernés. Ainsi, une plus-value sur l'un des titres en portefeuille peut très bien compenser une moins-value sur un autre titre contrairement, là encore, à ce que voudrait la prudence comptable.

Au total, et surtout pour les obligations, les provisions pour dépréciation sont rares dans les comptes des compagnies d'assurance et de capitalisation. Pour constater une moins-value latente, les sociétés doivent le plus souvent la réaliser en vendant le titre. Et, même au moment de la vente, la constatation de la moins-value est souvent atténuée voire annulée par le jeu de la réserve de capitalisation.

Ces règles comptables dérogatoires sont justifiées par l'expérience et l'histoire. En tout cas, même leurs détracteurs peuvent rétablir facilement la "véritable" valeur de l'actif sur la base des comptes publiés. En effet, ces derniers comportent un état détaillé du portefeuille donnant pour chaque titre sa valeur d'achat, sa valeur de réalisation et éventuellement sa valeur de remboursement (état A5).

4.3.3. La réserve de capitalisation

La réserve de capitalisation a été imaginée pour répondre à deux préoccupations principales : faciliter les arbitrages en bourse et maintenir le revenu du portefeuille.

- Faciliter les arbitrages

La gestion obligataire des compagnies d'assurances est aujourd'hui très active. Les gestionnaires entendent procéder à des arbitrages fréquents afin de saisir toutes les opportunités du marché. Or, lorsque les titres sont vendus en moins-value, l'opération d'arbitrage peut se révéler douloureuse sur le plan comptable. En effet, l'article R 132-19 dispensant les compagnies de provisionner la plupart des moins-values latentes de leur portefeuille obligataire, la moins-value réalisée à l'occasion de la vente vient grever dans son intégralité le résultat de l'exercice.

La perte est alors compensée par prélèvement sur la réserve de capitalisation. Le prélèvement est égal à la différence entre le prix de vente et la valeur (dite "*valeur actuelle de l'obligation*") qu'aurait eue l'obligation si les taux n'avaient pas varié entre ses dates d'achat et de revente. Grâce à ce prélèvement, l'arbitrage peut être effectué sans que le résultat de l'exercice en soit trop affecté.

Bien entendu, pour pouvoir ainsi prélever sur la réserve de capitalisation, il faut que celle-ci ait été préalablement dotée. La dotation s'effectue dans l'hypothèse inverse de celle dans laquelle on prélève, c'est-à-dire lorsque l'on vend un titre au dessus de sa valeur actuelle. La dotation est égale à la différence entre la valeur de vente de l'obligation et sa valeur actuelle.

- Maintenir le revenu du portefeuille

Le mécanisme d'alimentation et de prélèvement sur la réserve de capitalisation répond également au souci de faire la distinction entre les plus ou moins values "normales" réalisées à l'occasion d'une vente d'obligations et celles qui correspondent en fait à un enrichissement ou à un appauvrissement du portefeuille.

En effet, la valeur actuelle d'une obligation est celle qu'elle aurait eu si les taux n'avaient pas varié entre la date d'acquisition et la date de vente (en supposant également le marché parfait, c'est-à-dire tel que la valeur d'un titre soit égale à la somme des flux financiers actualisés qu'il va engendrer). En imposant aux sociétés la mise en réserve du surplus du prix de vente par rapport à la valeur actuelle, la réglementation tente d'éviter la distribution (aux assurés, aux actionnaires et au fisc) de revenus supérieurs à ceux que l'on pouvait attendre en achetant le titre. Elle n'autorise que la distribution de revenus "normaux" qui n'appauvrissent pas le portefeuille.

Le mécanisme réglementaire de fonctionnement de cette réserve n'est pas exempt de critiques dont se sont fait l'écho certains professionnels.

Tout d'abord, la réserve est mouvementée à l'occasion de chaque vente et seulement à cette occasion.

La détermination de la valeur actuelle des obligations vendues étant un calcul assez lourd, ce système occasionne une charge de travail importante pour les comptables et les actuaires des sociétés. De plus, la réglementation oblige les sociétés à utiliser le système comptable FIFO pour la réserve de capitalisation, alors que pour la détermination des plus ou moins values, elle impose le coût moyen pondéré. Une méthode de calcul plus globale et plus cohérente serait sans doute préférable.

A l'inverse, la réserve n'étant mouvementée qu'à l'occasion des ventes de titres, il est possible de la détourner de son objet en vendant en moyenne plus lorsque les obligations sont en plus-values que lorsqu'elles sont en moins-values. De cette façon, la réserve de capitalisation augmente constamment et la société ne distribue pas les revenus qu'elle devrait distribuer. En somme, malgré son apparence contraignante, la réglementation laisse aux assureurs une grande part d'arbitraire dans l'utilisation de cette réserve.

Cet arbitraire dû aux choix des gestionnaires de l'actif s'ajoute à l'arbitraire de la définition du revenu "normal" qui sous-tend le dispositif de la réserve de capitalisation. Il n'est en effet pas évident qu'à une date donnée la partie distribuable de la plus-value tirée d'une vente d'obligation corresponde précisément au revenu attendu lors de son acquisition.

L'important est que, compte tenu des caractéristiques du contrat, la distribution de revenus ou de plus-values n'obère pas l'avenir, c'est-à-dire n'empêche pas la société de tenir ses engagements futurs. La réserve de capitalisation étant alimentée à l'identique quel que soit le contrat dont proviennent les actifs concernés (elle s'applique d'ailleurs aussi aux sociétés d'assurance-dommages), ne peut pas répondre spécifiquement aux besoins de sécurité de chaque contrat à taux majoré.

Cet aspect arbitraire des corrections comptables apportées par la réserve de capitalisation rend délicate l'analyse des revenus et des plus-values engendrées par le portefeuille. L'approche comptable de la gestion des contrats de quatrième génération s'en trouve limitée.

4.3.4 L'évaluation du passif

L'A5 permet de réévaluer l'actif, pour le passif, la tâche est moins aisée. L'engagement de distribuer les participations aux bénéfices n'est pas comptabilisé. On peut remarquer à ce propos que pour le calcul de sa marge de solvabilité l'assureur peut tenir compte des plus-values latentes !

L'approche comptable de la gestion des risques associés aux contrats à taux majorés et à forte participation aux bénéfices se heurte également aux imperfections de l'évaluation du passif. Le passif correspondant aux contrats à taux majoré est constitué par trois types de provisions : les provisions mathématiques, la provisions pour participation aux excédents et la provision pour aléas financiers.

4.3.4.1. Le calcul des provisions mathématiques

Le code des assurances, conforme en cela à la théorie et à la pratique actuarielle définit les provisions mathématiques comme la "*différence entre les valeurs actuelles des engagements respectivement pris par l'assureur et par les assurés*" (R331-3).

Des arrêtés précisent les modalités du calcul : le taux d'intérêt utilisé doit être au plus égal au taux retenu pour l'établissement du tarif; dans le cas des contrats à taux majorés, le taux retenu doit en outre être inférieur selon les cas au taux de rendement des actifs moins 1/5 ou moins un point (voir plus haut "*l'aspect réglementaire*").

Dans la pratique, on constate cependant que les provisions des contrats d'épargne à taux majoré ou de retraite ne sont pas calculées de cette manière. La valeur retenue le plus souvent est celle de l'épargne acquise ou encore la valeur de rachat du contrat. En fait, les provisions doivent être suffisantes pour le règlement intégral des engagements de l'assureur vis-à-vis des assurés ou bénéficiaires de contrats. Dans la mesure où elle est payable immédiatement à la demande de l'assuré, la valeur de rachat ou l'épargne acquise constitue effectivement un minimum pour la provision mathématique. Mais les engagements de l'assureur ne se limitent pas à payer la valeur de rachat à la demande de l'assuré. Si le contrat va jusqu'à son terme, l'assureur s'est engagé à rémunérer l'épargne au taux garanti et à ajouter les participations aux bénéfices.

Soit E l'épargne acquise par un contrat de durée résiduelle d. Si t est le taux minimum garanti et PB la participation aux bénéfices, l'assureur s'est engagé à verser

$$E (1 + t)^d + PB$$

au terme du contrat.

La valeur actuelle de cet engagement, évaluée au taux t, est égale à

$$E + PB (1+t)^{-d}$$

Prendre comme provision mathématique E, revient donc à négliger la participation aux bénéfices. La méthode du bilan actualisé permet d'en tenir compte.

4.3.4.2. La PPE et la PAF

La provision pour participation aux bénéfices ne comble aucunement la lacune signalée ci-dessus, puisqu'elle se borne à constater le droit à PB acquis par les assurés du fait de la gestion passée des contrats et non pas celle que l'assureur distribuera dans l'avenir.

La provision pour aléa financier est, comme son nom l'indique, une provision de sécurité.

4.4 DURATION ET IMMUNISATION

Il n'est pas question de développer ici les notions d'immunisation par la duration qui font, ou on fait, l'objet d'études au CEA et ailleurs mais de rappeler les notions fondamentales qui sous-tendent la méthode et la situer en regard de l'étude qui est l'objet de ce mémoire.

La duration est une méthode d'évaluation de la durée de vie moyenne d'une obligation. Les durées correspondantes à chaque flux sont pondérées par un coefficient qui est égal au rapport de la valeur actualisée du flux sur le cours théorique de l'obligation. Soit i le taux d'actualisation (taux du marché), f_j le flux attendu dans un délai d_j , la duration D s'exprime alors par l'équation :

$$D = \frac{\sum_{j=1}^{j=n} \frac{d_j \cdot f_j}{(1+i)^j}}{\sum_{j=1}^{j=n} \frac{f_j}{(1+i)^j}}$$

La duration est exprimée en années et correspond au laps de temps au terme duquel, quelle que soit l'évolution des taux, l'investisseur aura obtenu au moins le rendement attendu à l'origine lors de l'achat de l'obligation.

La duration d'un portefeuille est obtenue en appliquant le calcul de la vie moyenne pondérée à l'ensemble des flux du portefeuille.

La duration se comporte comme une mesure du risque d'une obligation : un accroissement de la maturité entraîne un accroissement de la duration, un accroissement du coupon entraîne une diminution de la duration et un accroissement du taux de rendement entraîne une diminution de la duration. Le risque d'une obligation peut se mesurer par la vitesse du changement de prix causé par une variation donnée du taux de rendement. La duration étant, pour un taux donné, égale à la dérivée de la courbe $\text{Prix} = f(\text{taux})$, mesure bien la vitesse de la variation.

L'immunisation d'un portefeuille d'assurance consiste à s'assurer que les durations de l'actif et du passif du portefeuille changent exactement de la même façon quand les taux varient. L'équilibre entre l'actif et le passif est ainsi obtenu pour un taux donné. A toute variation du taux d'intérêt autour du taux initial correspond une variation identique de l'actif et du passif. Le problème de la sécurité semble ainsi résolu. Mais de nombreuses difficultés techniques font que cette méthode n'est pas utilisable telle quelle. Nous citerons pour mémoire les difficultés suivantes :

- L'évaluation de la duration du passif est faite au taux du marché.
- L'égalité des durations à un taux donné minimise le risque, elle minimise aussi la rentabilité.
- La duration change avec le taux d'intérêt, il faut donc réajuster le portefeuille en permanence pour maintenir les durations égales.
- L'application de cette méthode suppose une relation déterministe entre le risque et la variation du taux de rendement alors qu'il dépend en fait de la structure des taux d'intérêt et de son évolution dans le temps.
- Le rapport des taux de rendement de deux titres varie de manière aléatoire, la duration suppose une variation identique des rendements.
- Peut-on trouver des titres dont la duration est celle de rentes viagères différées, c'est-à-dire très longue.

4.5 CALCUL DU PASSIF AVEC LE TAUX DE L'ACTIF

Cette approche a la faveur des gestionnaires de portefeuilles obligataires. Ils ont une bonne connaissance des marchés financiers et font confiance au prix du marché. La base de la méthode consiste à prendre comme référence la valeur liquidative du portefeuille d'actifs. Cette valeur correspond, pour un marché efficient, à la valeur actualisée des flux au taux du marché. C'est à cette valeur de référence que l'on doit comparer une mesure "réaliste" des engagements figurant au passif.

La première tentative consiste à prendre le taux du marché pour actualiser le passif. On est ramené ainsi au calcul des durations et aux problèmes que nous avons évoqués. Cet écueil conduit alors à des raffinements divers où le passif est actualisé pour différents taux : minimum garanti, taux-objectif prévu pour la distribution des participations bénéficiaires de l'année en cours, taux-objectif à long terme.

4.6 CALCUL DE L'ACTIF AVEC LE TAUX DU PASSIF

Cette méthode a les faveurs des gestionnaires du portefeuille des engagements de l'assureur. Ils ont une bonne connaissance du compte d'exploitation et font confiance à la valeur des provisions mathématiques. La base de la méthode consiste à prendre pour référence la provision mathématique. Cette valeur correspond généralement à la valeur de rachat du portefeuille des engagements. C'est à cette valeur de référence que l'on doit comparer une mesure "réaliste" des actifs. Pour ce faire, on peut évaluer les actifs en actualisant les flux futurs. Si on utilise le même taux que celui utilisé pour calculer les provisions mathématiques, c'est-à-dire le taux minimum garanti, on aboutit rapidement à une incohérence puisque le portefeuille d'actifs doit être plus "riche" que les provisions et ce, pour deux raisons :

- D'une part la règle des 4/3 fait que, normalement, la rentabilité des actifs est supérieure au taux minimum garanti.

- D'autre part, la provision mathématique ne représente que la valeur de rachat alors que l'engagement de l'assureur va bien au delà de cette valeur puisqu'il a un engagement vis-à-vis des assurés sur un rendement futur qui, en raison des participations aux bénéfices, est très souvent supérieur au taux minimum garanti.

4.7. ANALYSE DE L'ADEQUATION PAR ACTUALISATION DES FLUX FUTURS

M. CHALLET propose une méthode (voir annexe 10) originale et dont l'idée principale est de lier le passif aux flux futurs de l'actif. Nous allons, dans ce paragraphe, analyser cette méthode. C'est cette analyse critique qui nous a conduit à proposer la méthode du bilan actualisé.

Reprenons les notations de l'annexe 10 pour un cas simplifié pour dégager les hypothèses fondamentales sous-jacentes au modèle. Supposons tout d'abord que l'on fait un calcul unique à la fin de chaque année, ce qui supprime l'indice i de mensualisation dans les équations. On suppose que le portefeuille est fermé et qu'il n'y a pas de rachat, ce qui conduit à poser que les entrées et sorties de fonds de ou vers les souscripteurs sont nuls soit :

$$E = S = 0$$

L'équation donnée au bas de la première page de l'annexe 10 peut alors s'écrire :

$$V^k(t) = (1 + t) V_o^k$$

ou V_o^k est la provision mathématique en début de l'exercice k , $V^k(t)$ est la provision mathématique en fin de l'exercice k , et t le taux de distribution accordé aux souscripteurs pour l'année k .

En page 7 de l'annexe 10, il est procédé à l'évaluation de l'actif. Nous poserons, toujours pour simplifier l'exposé, que les évaluations des minimum et maximum des produits financiers sont égales, ce qui conduit à une équation unique :

$$H(t) = \sum_{j=1}^{\infty} \frac{r_j + i_j}{(1+t)^j}$$

ou H est la valeur de l'actif évaluée à un taux t, à déterminer, les r_j sont les remboursements et les i_j les intérêts ou les coupons perçus.

En haut de la page 8, on trouve l'évaluation du passif qui est noté V^k . Le passif est supposé connu au début de l'exercice et égal à l'épargne acquise. La méthode suppose donc l'évaluation du passif au taux du tarif. Si t_1 est le taux de distribution rapporté à l'épargne, on obtient les provisions mathématiques en fin d'exercice par

$$V^k(t_1) = (1 + t_1) V_0^k$$

La méthode d'adéquation entre provisions mathématiques et portefeuille financier par actualisation des flux financiers futurs consiste alors à poser comme principe fondamental l'égalité suivante :

$$V^k(t^*) = H(t)$$

et la résolution de cette équation donne le taux t^* de distribution pour l'année qui "équilibre à la date d^k les provisions mathématiques et la valeur actuelle des flux financiers à venir".

L'annexe 10 présente ensuite une façon de décider du partage de l'attribution de l'épargne pour l'exercice en cours entre deux provisions : les provisions mathématiques, immédiatement affectées au compte des épargnants, et les provisions pour participation aux excédents ou PPE, dont l'affectation au compte des épargnants est différée (au plus pour 5 ans).

En effet, l'attribution des participations aux bénéfices dépend chaque année, pour les contrats MUTAVIE en particulier, des produits financiers et plus-values réalisées au cours de l'exercice. L'annexe 10 introduit le taux $\bar{t}$ qui correspond à la distribution de la totalité des produits revenant aux épargnants l'année n . Si le taux de valorisation de l'épargne est pris égal à $\bar{t}$ alors il n'est plus possible de provisionner la PPE. Ce qui s'écrit page 9 de l'annexe 10 sous la forme

$$V^k(\bar{t}) = V_o^k (1 + \bar{t}) <====> P^k(\bar{t}) = 0$$

ou V^k sont les provisions mathématiques et P^k la PPE de l'année k . Dans ce cas, si $\bar{t} > t^*$ on distribuerait, selon la méthode d'adéquation par actualisation des flux futurs, cette année là, plus que la "*richesse du portefeuille*", d'où risque d'effet de cliquet.

Au sujet de la méthode proposée, qui revient à évaluer l'actif au taux du passif, et dont nous avons résumé les éléments essentiels ci-dessus, nous ferons quatre remarques :

- 1 - L'actualisation de l'actif est effectuée au taux t^* . Ceci ne suppose pas nécessairement que les flux soient replacés au même taux. Cependant, l'absence d'hypothèse de remplacement ne permet pas de prendre en compte, en toute généralité, le problème d'harmonisation de l'actif et du passif.
- 2 - Il ne nous a pas été possible jusqu'à présent de trouver une signification financière au taux t^* dans le cadre d'une analyse du portefeuille pour éviter l'effet de cliquet. Par contre, t^* correspond au taux maximal de liquidation du portefeuille en cas de vague de rachat tel qu'il est présenté dans les développements de la méthode du bilan actualisé.

- 3 - Pour calculer une valeur numérique de t (ou de t^*) par la méthode d'actualisation des flux futurs, il est nécessaire de passer par une équation polynomiale de degré k qui conduit à des calculs itératifs, y compris dans le cas simple d'un seul taux t^* sur toute la période étudiée (par exemple, dans le cas d'un contrat isolé dont l'épargne acquise par tous les souscripteurs est rémunéré de façon identique). En effet, étant donnée une valeur t comprise entre 0 et $\bar{t}$, il faut calculer $\hat{u}$ tel que

$$H^k(\hat{u}) = V^k(t)$$

soit résoudre

$$V_0 (1 + t) (1 + \hat{u})^k = f_1 (1 + \hat{u})^{k-1} + f_2 (1 + \hat{u})^{k-2} + \dots + f_k$$

ou les f_i sont les flux annuels. Le résultat du calcul donne alors $\hat{u} = t^*$ après un certain nombre d'itérations pour chaque t donné (cf. deuxième équation de la page 8 de l'annexe 10).

- 4 - La méthode d'actualisation des flux futurs a été utilisée pour développer un modèle de simulation sur micro-ordinateur. Ce travail est décrit dans le mémoire de DESS de M. DURAN (cité dans la bibliographie). On peut observer que, pour cette simulation, il est fait référence au placement de "liquidités" qui ne sont en fait que le placement des flux financiers. Ce remplacement est effectué à un taux donné par l'utilisateur. Si on écrit l'équation qui est ainsi utilisée pour ce modèle, on aboutit à la conclusion que l'actif est évalué simultanément à deux taux : le taux de remplacement et le taux d'actualisation. En effet, l'équation

$$H = (1 + t) V$$

s'écrit dans ce cas sous la forme

$$(1 + t) V = \frac{f_1 (1 + \hat{u})^k}{1 + t} + \dots$$

ANNEXE 5

LA MESURE DU RISQUE DE CLIQUET

5.1 INTRODUCTION

Nous proposons une modification de la méthode d'adéquation par actualisation des flux futurs qui consiste à introduire, en vue de faire des simulations, la notion de taux de rendement moyen prévisionnel des provisions mathématiques. Ce taux va nous servir à mesurer le risque prévisionnel d'effet de cliquet en fonction de la participation aux bénéfices envisagée pour l'année. Une fois le risque mesuré il est alors possible de déterminer la provision pour participation aux excédents à constituer pour y faire face.

5.2 TAUX DE RENDEMENT MOYEN PREVISIONNEL DES P.M.

On appelle flux primaires les flux engendrés par les titres détenus dans le portefeuille d'actifs. Une fois remplacés, ces flux primaires engendrent de nouveaux flux qui remplacés donnent lieu encore à d'autres flux et ainsi de suite. On appelle flux secondaires les flux engendrés par les remplacements successifs. Chaque remplacement est effectué au taux du marché qui est fonction, au jour du placement, de la durée du placement. Pour le modèle proposé nous ferons l'hypothèse que tous les flux futurs sont remplacés à un taux constant qui pourrait, par exemple, être le TMO moyenné sur une période, cristallisé pour la durée de l'étude envisagée, ou encore être pris égal à 4,5 % taux généralement considéré comme une sorte de borne minimum dans le domaine de l'assurance. Le calcul de tous les flux, primaires et secondaires, revient à effectuer la capitalisation, au taux choisi, de toutes les recettes liées au portefeuille d'actifs. Une fois faite cette capitalisation on définit le taux de rendement moyen des provisions mathématiques du portefeuille d'engagements, ou TRMP, de la façon suivante :

Le taux de rendement moyen prévisionnel des provisions mathématiques est le taux d'actualisation qui rend la valeur actuelle des provisions mathématiques égale à la valeur actuelle de tous les flux, primaires et secondaires, capitalisés au taux de remplacement choisi.

Ceci peut encore s'écrire sous forme algébrique :

$$V (1+TRMP)^n = \sum_{j=1}^{j=n} f_j (1 + \vartheta)^{n-j}$$

Avec TRMP taux de rendement moyen prévisionnel, n la durée de l'étude, f_j les flux primaires et ϑ le taux de remplacement pris constant sur la durée n.

Avec cette formulation la détermination du taux TRMP ne nécessite aucune méthode itérative et on remarquera que le TRMP a la particularité de permettre une liaison entre le passif et l'actif associés à un contrat de capitalisation.

Enfin il conviendra de bien distinguer le TRMP du taux interne de rentabilité des provisions mathématiques proposé dans le document cité à l'annexe 10 et analysé à l'annexe 4-7.

5.3 LA MESURE DU RISQUE D'EFFET DE CLIQUET

5.3.1 Cas d'une distribution totale des revenus et plus values du portefeuille d'actifs

Supposons dans un premier temps, pour rendre l'exposé de la méthode plus clair, que l'assureur distribue aux souscripteurs la totalité des produits financiers et plus values engendrés par le portefeuille d'actifs pendant toute la durée des contrats. Le TRMP représente alors le taux de distribution qui, appliqué chaque année aux provisions mathématiques, donnerait aux souscripteurs sur la durée totale de la souscription la totalité de la richesse du portefeuille d'actif. Le TRMP est ainsi un taux moyen prévisionnel de distribution.

En réalité les produits financiers et plus values varient d'une année sur l'autre et la distribution est fonction des flux réels enregistrés comptablement. L'assureur peut donc se trouver dans l'obligation de distribuer, une année donnée, plus ou moins que le TRMP.

Une mesure du risque d'effet de cliquet consiste alors à comparer le taux effectif de distribution (TED) et le TRMP. On doit alors envisager 3 cas de figure :

a. $TED < TRMP$

L'assureur prend une marge contre l'effet de cliquet puisqu'il distribue moins de la moyenne des sommes à distribuer si tous les bénéfices sont transférés aux souscripteurs. Dans ce cas il est bien évident qu'il lui faudra plus tard distribuer plus que la moyenne s'il veut remplir la condition de distribution totale.

b. $TED = TRMP$

L'assureur se borne à faire bénéficier les souscripteurs d'une participation égale à ce qu'il peut espérer obtenir en moyenne chaque année de ce portefeuille d'actifs. Il ne prend pas de risque de cliquet mais il ne prend pas non plus de marge de sécurité cette année là.

c. $TED > TRMP$

L'assureur prend dans l'immédiat un risque d'effet de cliquet qu'il devra compenser dans le futur par une baisse du taux de distribution (ou par un enrichissement de son portefeuille).

5.3.2. Cas d'une distribution partielle

Dans le cas le plus fréquent ou le contrat stipule qu'une partie seulement des produits financiers et plus values reviendront aux souscripteurs, le TRMP, tel qu'il a été calculé plus haut, ne représente plus le taux moyen de distribution. On peut cependant se ramener au cas précédent en faisant des hypothèses supplémentaires selon la nature du contrat. Si le contrat garantit aux souscripteurs un pourcentage des produits financiers on prendra pour valeur des flux futurs leur valeur nette des prélèvements contractuels.

Si le contrat est rédigé de telle façon que la participation aux bénéfices résulte d'un compte d'exploitation on pourra estimer un taux de rétention x sur les produits financiers et plus values égal à la valeur moyenne pour les années passées du quotient des participations distribuées par les produits encaissés. Les flux futurs retenus étant pris alors égaux aux flux calculés multipliés par x .

En appliquant ces corrections aux flux futurs on est ramené au cas d'une distribution totale des produits et plus values des placements et le TRMP ainsi calculé peut être comparé au taux effectif de distribution dans les mêmes conditions que précédemment et donner ainsi une mesure du risque d'effet de cliquet.

5.4 PROVISION DE LISSAGE

Une fois obtenue la mesure du risque par différence entre le taux de distribution et le TRMP on peut imaginer que la prévention d'un tel risque pourrait être assurée par une provision adéquate permettant de "lisser" d'une année sur l'autre les variations des taux des marchés financiers afin de mettre en provision les plus values qui n'accroissent pas la richesse du portefeuille, en cas de baisse des taux par exemple. Cette provision pourrait être utilisée ensuite pour rémunérer l'épargne des souscripteurs quand les revenus du portefeuille ne seront plus suffisants pour maintenir un taux au moins égal au taux minimum garanti, ou au taux commercial que s'est fixée la compagnie.

La provision pour participation aux excédents pourrait-elle jouer ce rôle ?

Cette provision est rémunérée aux taux du tarif pendant sa détention par l'assureur qui doit la distribuer dans les 5 années suivant sa dotation. La rémunération de cette provision fait que l'on peut la considérer comme une sorte de provision mathématique supplémentaire. La différence essentielle étant que son montant ne vient pas augmenter immédiatement la valeur de rachat. Par contre en ce qui concerne l'effet de cliquet cette provision ne contribue nullement à l'éviter, ou très peu si on considère la différence de rémunération entre provisions mathématiques et provisions pour participation aux excédents.

La réserve de capitalisation pourrait-elle jouer ce rôle ?

Cette réserve, contrairement à la provision pour participation aux excédents, n'est pas rémunérée. Mais elle n'est alimentée qu'en des circonstances exceptionnelles et ne peut être utilisée comme régulateur pour les portefeuilles qui ne font apparaître que des plus values et jamais de moins values.

Les caractéristiques de la provision pour participation aux excédents et de la réserve de capitalisation les rendent impropres à constituer une réserve efficace pour lutter contre les risques de l'effet de cliquet. C'est pourquoi nous proposons une nouvelle provision que nous appelons provision de lissage et qui reprend certaines des caractéristiques des provisions et réserve évoquées mais s'en distingue de façon essentielle par son mode calcul.

La provision proposée serait constituée en franchise d'impôt car les sommes mises ainsi de côté seraient obligatoirement distribuées dans un délai donné, mettons 5 ans comme la provision pour participations aux excédents. Ces sommes ne seraient pas rémunérées, comme la réserve de capitalisation. Mais contrairement à la réserve de capitalisation cette provision serait alimentée régulièrement.

En fait l'assureur pourrait d'une certaine façon alimenter à son gré cette provision, ce qui est déjà le cas pour la provision pour participation aux excédents. En effet il s'agit de répartir entre deux provisions une somme destinée à rémunérer l'épargne acquise. La première partie reviendrait aux provisions mathématiques et viendrait augmenter immédiatement l'épargne accumulée par les souscripteurs. Le montant de cette dotation ne peut être inférieur aux conditions contractuelles et légales qui régissent les contrats. C'est ce montant qui pourrait faire l'objet du calcul du taux de rémunération de l'épargne affiché par la société.

La seconde partie égale à la différence entre produits distribuables et produits réellement distribués serait affectée à une provision dite de lissage qui servirait à maintenir les taux de distribution des années suivantes si besoin est. De toute façon la provision de lissage ne pourrait être gardée plus d'un certain temps, par exemple 5 ans.

Il reste tout de même à ce niveau de l'analyse un problème non résolu : sur quelle durée faut-il faire les calculs ? Ce choix a une influence capitale sur la valeur du TRMP obtenu. Nous allons envisager trois cas : contrat fermé, contrat ouvert et contrat retraite.

a. cas d'un contrat fermé

Supposons que le gestionnaire ait assuré au mieux le calage entre flux entrant et flux sortant, en achetant par exemple des obligations dont l'échéance de remboursement est identique à la date de fin des contrats souscrits. Supposons aussi que le portefeuille soit fermé. Dans ces conditions on pourra faire les calculs sur une durée telle que la date finale soit égale à la somme de la date de fermeture du portefeuille et de la durée des contrats. A la fin de la période de calcul il n'y aura plus d'engagements et on aura tenu compte de la totalité des informations.

b. cas d'un contrat de capitalisation encore ouvert

Dans ce cas il conviendra de tenir compte dans les calculs de toutes les informations connues et de les prolonger jusqu'à une date égale à la somme de la date du calcul et de la durée du contrat offert.

c. cas d'un contrat retraite

Dans le cas d'un contrat retraite cette approche n'est plus possible. On pourrait dans ce cas prendre pour horizon de calcul la durée la plus longue des obligations émises sur le marché.

ANNEXE 6

LA MESURE DU RISQUE DE VAGUE DE RACHAT

6.1 INTRODUCTION

Le risque de vague de rachat est lié essentiellement à la hausse des taux d'intérêt. Nous proposons un moyen de mesure, lié aux taux d'intérêt, qui permet au gestionnaire de se situer par rapport à un point, fixe pour lui, qui est la valeur liquidative de son portefeuille d'actifs. La mesure étant effectuée nous laissons aux gestionnaires de portefeuille le soin de définir leurs critères de décision en fonction de la valeur mesurée du critère que nous proposons, de leur expérience passée et de leurs anticipations.

Pour ce faire nous introduisons la notion de taux maximal de liquidation des actifs TMLA. C'est ce taux que l'on va comparer au taux du marché.

6.2 TAUX MAXIMAL DE LIQUIDATION DES ACTIFS

Pour un contrat d'assurance-vie, ou de capitalisation, à taux majoré le TMLA est défini comme le taux égalant la valeur actuelle des provisions mathématiques et la valeur actuelle des flux primaires du portefeuille d'actifs représentant la couverture des engagements de l'assureur. (On remarquera que la valeur actuelle des flux primaires au taux du marché est égale, pour un marché efficient, à la valeur liquidative du portefeuille).

On peut écrire cette définition sous la formulation mathématique suivante :

$$PM = \sum_{j=1}^{j=n} \frac{f_j}{(1+t)^j}$$

ou les f_j sont les flux primaires du portefeuille, PM sont les provisions mathématiques et t le taux recherché, c'est à dire le TMLA. On remarque au passage que cette définition du TMLA est identique au taux de "lissage" t^* proposé dans la méthode d'adéquation par l'actualisation des flux futurs (annexe 10) mais qu'elle s'applique à un tout autre objet.

6.3 MESURE DU RISQUE DE VAGUE DE RACHAT

Si on suppose que l'on doit faire face à une vague de rachat totale il faut envisager de réaliser la totalité du portefeuille d'actifs. Cette réalisation se fera au taux du marché.

Le TMLA que nous avons défini représente alors la valeur de taux de marché maximale à laquelle peut être liquidé le portefeuille tout en assurant la couverture des engagements immédiats. Ce taux est tel que l'on tire du portefeuille d'actifs une valeur égale aux provisions mathématiques.

On peut aussi imaginer que la liquidation, totale ou partielle, à un taux inférieur ou égale au TMLA permettra au gestionnaire de placer ses actifs au nouveau taux afin de pouvoir servir un rendement meilleur et éviter ainsi une vague de rachat.

Il faut cependant remarquer que la liquidation des valeurs de l'actif peut parfois entraîner la réalisation de plus values qui viendront s'ajouter aux valeurs de rachat déjà dues.

La différence entre le TMLA et le taux du marché représente une mesure de la marge en cas de vague de rachat. Plus la différence est faible plus la marge en cas de rachat est faible.

Si cette différence devient négative on entre dans la zone de risque en cas de vague de rachat avec un risque proportionnel à la valeur absolue du chiffre obtenu.

ANNEXE 7

TABLEAU DE BORD

7.1 INTRODUCTION

Nous proposons dans ce qui suit des éléments pour un tableau de bord du suivi financier et technique des contrats de quatrième génération. Ce tableau de bord est composé de deux parties. La première partie est destinée à suivre en permanence les contraintes réglementaires en terme de rendement et de provisions mathématiques. La deuxième partie est destinée à suivre la gestion du contrat, à faire des prévisions en fonction des anticipations du gestionnaire et à calculer la participation potentielle aux bénéfices et son influence sur l'évolution à long terme des valeurs de rachat.

7.2 SUIVI DE LA REGLEMENTATION

7.2.1 Les rendements

- a. Il faut vérifier que le taux de rendement des actifs nouveau et isolés (TRANI) est supérieur aux 4/3 du taux minimum garanti (TMG) soit sous forme algébrique

$$\text{TRANI} \geq 4/3 \text{ TMG}$$

(Il faut aussi vérifier, mais à l'origine du contrat seulement, que le taux du marché est supérieur aux 4/3 de TMG).

- b. Dans le cas des produits à taux minimum indexé (TMI) il faut aussi vérifier que le taux de rendement global des actifs de la société (TRGAS) est supérieur de 10 % au TMI soit sous forme algébrique

$$\text{TRGAS} \geq 1,1 \text{ TMI}$$

(Il faut aussi vérifier, mais à l'origine du contrat seulement, que le taux TRGAS est supérieur aux 4/3 du TMI proposé à l'origine).

- c. Dans le cas des produits à taux minimum révisable annuellement (TMRA) il faut aussi vérifier que les 95 % du TRGAS sont supérieurs au TMRA soit sous forme algébrique.

$$0,95 \text{ TRGAS} \geq \text{TRMA}$$

7.2.2. Les provisions mathématiques

a. Cas de l'assurance vie

Les provisions mathématiques sont calculées avec un taux d'actualisation qui est égal au minimum de deux valeur :

- les 4/5 du taux de rendement des actifs isolés (TRMAI)
- le TMG

b. Cas de la capitalisation

Les provisions mathématiques sont calculés avec un taux d'actualisation qui est égal au minimum de deux valeurs :

- le TRMAI diminué de 1 point soit TRMAI-0,01
- le TMG

c. Règle à vérifier

Dans les deux cas (vie et capitalisation) il faut vérifier que la somme des provisions mathématiques (PM) et de la provision pour participation aux excédents (PPE) est inférieure à la valeur comptable des actifs isolés (VCA), qui est égale au prix d'achat diminué des provisions pour moins values, soit sous forme algébrique

$$PM + PPE \leq VCA$$

d. Cas des produits à taux minimum indexé

Pour ces produits il faut tenir compte de la provision pour aléas financiers (PAF) ce qui conduit à l'équation

$$PM + PPE + PAF \leq VCA$$

7.3 SUIVI DE LA GESTION

L'instrument de mesure de base que nous proposons est le taux de rendement moyen prévisionnel de l'épargne investie. Ce taux est calculé par la méthode du bilan actualisé. Il correspond à la rémunération moyenne que peut procurer le portefeuille d'actifs chaque année pour la durée totale des engagements présents. Comme ce taux dépend des anticipations du gestionnaire qui doit fixer le taux auquel il pense remplacer les flux, on peut imaginer de faire des simulations pour différents taux de remplacement afin de suivre une fourchette de valeurs du TRMP comprises entre un minimum et maximum. Ceci conduit alors à proposer un tableau de bord composé des éléments suivants :

Taux de distribution objectif de l'année

Taux de remplacement minimal

Taux de remplacement maximal

TRMP minimum

TRMP maximum

ANNEXE 8

PERSONNES RENCONTREES

P.	PETAUTON	Commissaire contrôleur général des assurances
J.P	CHALLET	Président du directoire MUTAVIE
M.	PIERMAY	Chef des services financiers CARDIF
G.	GIORDANI	Directeur général adjoint SORAVIE
O.	CESARI	Gérante de portefeuille CNCA
L.	MARTIN	Service études CNCA
B.	HACQUIN	Service études CNCA

ANNEXE 9

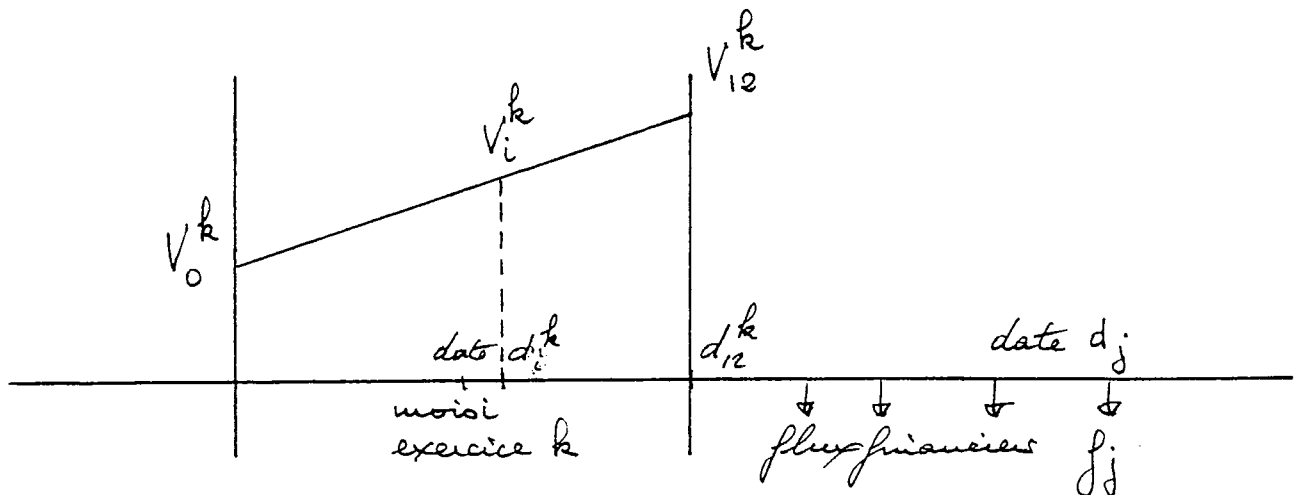
BIBLIOGRAPHIE

- Mémoire de DESS sur l'adéquation entre provisions techniques et portefeuille financier par la méthode d'actualisation des flux. (Duran)
- Note technique MUTAVIE sur le calcul du taux de capitalisation de l'épargne et du montant de la provision de participation aux excédents. (J.P. Challet)
- Note manuscrite sur l'adéquation entre provisions mathématiques et portefeuille financier lié à une catégorie de contrats par la méthode d'actualisation des flux financiers futurs. (J.P. Challet)
- Séminaire Innovations sur le marché financier Gestion du risque de taux d'intérêt. (H.E.C.-C.E.A.)
- Code des assurances

ANNEXE 10

NOTE DE M. CHALLET

Adéquation entre provisions mathématiques et portefeuille financier lié à une catégorie de contrats par la méthode d'actualisation des flux financiers futurs -



On note :

$E_{i,k}^k$ = épargne investie le mois (i, k) date de valeur fin de mois

$S_{i,k}^k$ = sorties en prov. math. du mois (i, k) date de valeur début de mois (capitaux décès, retraits, ---)

t = taux de capitalisation de l'épargne ($t \geq 0$)

$V_{i,k}^k$ = prov. math. en fin de mois (i, k)

V_0^k = prov. math. en début d'exercice k

On a :

$$V_{i,k}^k(t) = \sum_{m=1}^{m=i} \left\{ E_m^k - S_m^k (1+t)^{1/12} \right\} (1+t)^{\frac{i-k-m}{12}} + V_0^k (1+t)^{\frac{i-k}{12}}$$

$V_{i,k}^k(t)$ est une fonction croissante de t -

Compte technique de la catégorie en fin de mois (i, k)

Debit	Credit
$V_i^k(t)$	V_0^k
$P_i^k(t)$	P_0^k
$\overline{S}_i^k = \sum_{m=1}^{m=i} S_m^k$	$\overline{E}_i^k = \sum_{m=1}^{m=i} E_m^k$
$\Delta_i^k = \lambda_i^k \overline{PF}_i^k$	$\overline{PF}_i^k = \sum_v \overline{PF}_i^k(v)$

avec :

- V_0^k = prov. math. en début d'exercice k
- V_i^k = prov. math. en fin de mois (i, k)
- P_0^k = prov. participation aux excédents en début d'ex. k
- P_i^k = prov. participation aux excédents en fin de mois (i, k)
- $\overline{E}_i^k$ = total de l'épargne investie pendant les i premiers mois de l'ex. k
- $\overline{S}_i^k$ = total des sorties en prov. math. pendant les i premiers mois de l'ex. k
- $\overline{PF}_i^k$ = total des produits financiers nets des i premiers mois de l'exercice k pour les valeurs (v) détenues dans le portefeuille financier
- Δ_i^k = dotation en produits financiers conservée par l'assureur (sortie du compte de trésorerie en fin d'exercice k)
- λ_i^k = quote-part des produits financiers conservée par l'assureur
(paramètre en entrée: ~~λ_i^k~~ $\lambda_i^k \leq 1$)

on note $\Delta_i^k = V_i^k(t) + P_i^k(t)$

$$= V_0^k + P_0^k + \overline{E}_i^k - \overline{S}_i^k + \overline{PF}_i^k - \Delta_i^k$$

($V_i^k(t)$ est une fonction croissante de t

$P_i^k(t) = \Delta_i^k - V_i^k(t)$ est une fonction décroissante de t)

Journal de
Compte de trésorerie de la catégorie arrêté en fin de mois (i, k)

Débit	Crédit
④ $\bar{S}_i^k = \sum_{m=1}^{m=i} S_m^k$	L_0^k $\bar{E}_i^k = \sum_{m=1}^{m=i} E_m^k$ ①
⑤ $\bar{A}_i^k = \sum_{\substack{(v) \\ (j)}} A_{j,i}^k(v)$	$\bar{R}_i^k = \sum_{\substack{(v) \\ (j)}} R_{j,i}^k(v)$ ②
⑥ $\bar{F}_i^k = \sum_{\substack{(v) \\ (j)}} F_{j,i}^k(v)$	$\bar{I}_i^k = \sum_{\substack{(v) \\ (j)}} I_{j,i}^k(v)$ ③
$L_i^k (-D_i^k)$	:

avec : L_0^k = liquidités en début d'exercice k

L_i^k = liquidités en fin de mois (i, k)

$\bar{R}_i^k$ = total des retours en capital pour les valeurs (v) vendues ou arrivant à échéance pour les i premiers mois de l'ex. k -

$\bar{I}_i^k$ = total des intérêts, coupons, --- perçus pour les valeurs (v) pour les i premiers mois de l'ex. k (nets de frais financiers)

$\bar{A}_i^k$ = total des achats de valeurs (v) effectués pour les i premiers mois de l'ex. k (nets de frais financiers)

$\bar{F}_i^k$ = total des frais financiers sur ventes ou achats de valeurs ou autres frais financiers enregistrés pour les i premiers mois de l'ex. k

le portefeuille financier en début d'exercice k se compose de n_0^k valeurs numérotées de 1 à n_0^k et des liquidités L_0^k

le portefeuille financier en fin de mois (i, k) se compose de n_i^k valeurs numérotées de 1 à n_i^k et des liquidités L_i^k

- a) L'achat d'une valeur (v) le jour (j; k) pour un montant (nominal) de $A_j^k(v)$ est une opération qui se traduit par une sortie ~~comptable~~ de trésorerie de :

$$A_j^k(v) + I_j^k(v) + F_j^k(v)$$

avec $I_j^k(v)$ = coupon acheté et $F_j^k(v)$ = frais d'achat

L'opération comptable sera enregistrée en compte de trésorerie en saisissant :

$$A_j^k(v) \text{ en } \textcircled{5} \quad - I_j^k(v) \text{ en } \textcircled{3} \text{ et } F_j^k(v) \text{ en } \textcircled{6}$$

- b) La vente ou le remboursement d'une valeur (v) le jour (j; k) est une opération qui se traduit par une entrée de trésorerie de :

$$R_j^k(v) + I_j^k(v) - F_j^k(v)$$

avec $I_j^k(v)$ = coupon vendu et $F_j^k(v)$ = frais de vente

L'opération comptable sera enregistrée en compte de trésorerie en saisissant :

$$R_j^k(v) \text{ en } \textcircled{2} \quad I_j^k(v) \text{ en } \textcircled{3} \text{ et } F_j^k(v) \text{ en } \textcircled{6}$$

Remarque : $A_j^k(v)$ peut se décomposer en $N_j^k(v) = \text{nominal}$
et $\pi_j^k(v) = \text{prime d'amortissement}$

: $R_j^k(v)$ peut se décomposer en $A_{j_0}^k(v) + PV_j^k(v)$
avec $PV_j^k(v) = \text{plus value ou moins value}$

* détermination des produits financiers $\overline{PF}_i^k$
nets de frais financiers

- pour une valeur (v) détenue en portefeuille en début d'exercice k ou achetée en cours d'ex. k on note :

$\overline{PF}_i^k(v)$ = produits financiers nets engendrés par la valeur (v) pendant les i premiers mois ex k

$$\text{avec } \overline{PF}_i^k(v) = \overline{I}_i^k(v) + \overline{IC}_i^k(v) - IC_0^k(v) + \overline{PV}_i^k(v) - F_i^k(v)$$

où $\overline{I}_i^k(v)$ = intérêts, coupons, -- perçus pour la valeur (v) pour les i premiers mois ex. k
($\overline{I}_i^k(v)$ peut être négatif si coupon acheté)

$IC_0^k(v)$ = intérêts ou coupons courus non échus en fin d'ex k-1 (donc début ex k)

$IC_i^k(v)$ = intérêts ou coupons courus non échus en fin de mois i ex k. pour l'exercice k

$\overline{PV}_i^k(v)$ = plus ou moins-values réalisées lors des ventes ou remboursements partiels ou totals de la valeur (voir méthode de calcul ---)

Remarque : les frais financiers sont toujours saisis en ⑥ par simplification d'approche et ne servent donc pas dans la détermination des plus ou moins-values réalisées -

$F_i^k(v)$ = frais financiers enregistrés pendant les i premiers mois pour la gestion de la valeur (v)

Positionnement des flux financiers à venir

* Pour chaque valeur (v) détenue dans le portefeuille financier on peut ~~essayer~~ positionner les flux financiers à venir liés à cette valeur en notant:

$f_j(v)$ = le montant du flux financier

$d_j(v)$ = date de survenance du flux

avec $f_j(v) = r_j(v) + i_j(v) - g_j(v)$

où $r_j(v)$ = retour en capital se décomposant en $a_j(v) + p_j(v)$

$i_j(v)$ = intérêt ou coupon perçu

$g_j(v)$ = frais financiers

↑
valeur achat
↑
plus-valeur
ou moins-valeur
lors du retour
en capital

* En réalité on peut distinguer trois principales sortes de flux financiers à venir:

A - les flux certains (ou quasi-certains)

B - les flux probabilisables

C - les flux incertains

* Du point de vue pratique pour une valeur (v) il faudrait donc entrer les flux à venir sur un calendrier avec pour chaque date $d_j(v)$:

si $v \in A$: $r_j(v)$ $i_j(v)$ et $g_j(v)$

si $v \in B$: $r_j(v)$ $i_j(v)$ $g_j(v)$ et $p_j(v)$ ($0 \leq p_j(v) \leq 1$)

avec $p_j(v)$ = ~~probabilité~~ probabilité de survenance du flux $f_j(v)$ à la date $d_j(v)$

si $v \in C$: $f_j^1(v) = r_j^1(v) + i_j^1(v) - g_j^1(v) = \text{flux minimum possible}$
 $f_j^2(v) = r_j^2(v) + i_j^2(v) - g_j^2(v) = \text{flux maximum possible}$

on note :

$$\begin{aligned}
 {}_1H_i^k(t) &= \sum_{(v)} \sum_{(d_j(v))} \frac{P_j(v) \{ z_j^1(v)^{-p_{j1}^1(v)} + (1 - \lambda_i^k) (i_j^1(v)^{+p_{j1}^1(v)} - g_j^1(v)) \}}{(1+t)^{(d_j(v) - d_i^k)}} \\
 {}_2H_i^k(t) &= \sum_{(v)} \sum_{(d_j(v))} \frac{P_j(v) \{ z_j^2(v)^{-p_{j2}^2(v)} + (1 - \lambda_i^k) (i_j^2(v)^{+p_{j2}^2(v)} - g_j^2(v)) \}}{(1+t)^{(d_j(v) - d_i^k)}}
 \end{aligned}$$

${}_1H_i^k(t)$ et ${}_2H_i^k(t)$ sont des fonctions décroissantes de t qui donnent la valeur actuelle à la date d_i^k des flux financiers à venir (mini et maxi) —

si on fait :

$$\sum_{(v)} A'(v) + L_{i-P_i}^{k+PC_i} H_i^k(t) \Rightarrow t = t'_1$$

$PC_i^k =$ prorata de coupon ou produits fin. sur d_i^k

$$\text{et } \sum_{(v)} A'(v) + L_{i-P_i}^{k+PC_i} {}_2H_i^k(t) \Rightarrow t = t'_2$$

avec $A'(v) =$ prix achat (frais compris) de la valeur (v)

on peut dire que le taux de rendement du portefeuille financier calculé par rapport à son prix d'achat (frais compris) à la date d_i^k est compris entre t'_1 et t'_2 selon les hypothèses prises pour les flux financiers à venir — (notamment en incluant de l'actif financier par ~~incorporation~~ capitalisation de $(1 - \lambda_i^k)$ des produits financiers nets —)

si on fait :

$$\begin{aligned}
 \Delta_i^k &= P_i^k + V_i^k = {}_1H_i^k(t) \Rightarrow t = t_1 \text{ taux de rend. du port. fin. pr à son prix achat net} \\
 \Delta_i^k &= P_i^k + V_i^k = {}_2H_i^k(t) \Rightarrow t = t_2
 \end{aligned}$$

A la date d_i^k on peut de la même façon définir t_1^* et t_2^* tels que :

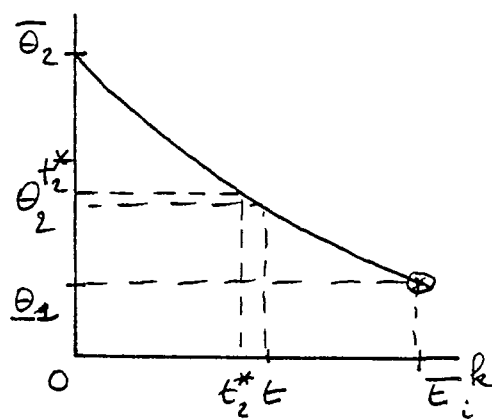
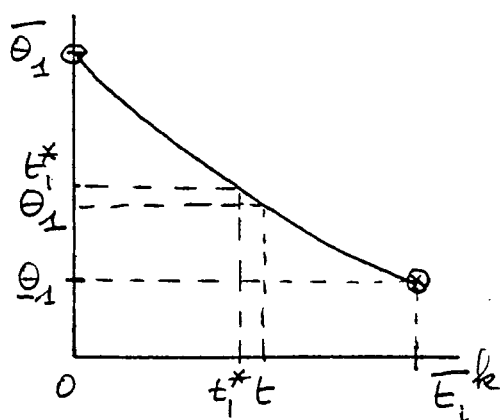
$$V_i^k(t_1^*) = {}_1H_i^k(t_1^*) \text{ et } V_i^k(t_2^*) = {}_2H_i^k(t_2^*)$$

t_1^* est le taux qui équilibre à la date d_i^k les provisions mathématiques et la valeur actuelle des flux financiers à venir (hypothèse flux minimum)

t_2^* est le taux qui équilibre à la date d_i^k les provisions mathématiques et la valeur actuelle des flux financiers à venir (hypothèse flux maximum)

De façon plus générale pour une valeur de t telle que $0 \leq t \leq \bar{t}$ on peut définir une valeur θ_1 et une valeur θ_2 telles que l'on ait :

$${}_1H_i^k(\theta_1) = V_i^k(t) \text{ et } {}_2H_i^k(\theta_2) = V_i^k(t)$$



$\theta_1(t)$ et $\theta_2(t)$ sont deux fonctions décroissantes de t variant entre les bornes respectives $\underline{\theta}_1 = \theta_1(\bar{t})$, $\underline{\theta}_2 = \theta_2(\bar{t})$ et $\bar{\theta}_1 = \theta_1(0)$, $\bar{\theta}_2 = \theta_2(0)$ -

le saup $\overline{t}_i^k$ est défini de la façon suivante :

$$V_i^k(F) = \Delta_i^k \iff P_i^k(F) = 0$$

Remarque: si $t=0$ on a $V_i^k(0) = V_0^k + \overline{E}_i^k - \overline{S}_i^k$
 $\Rightarrow P_i^k(0) = P_0^k + \overline{PF}_i^k - \overline{D}_i^k$

On peut donc écrire que t_1^* et t_2^* sont aussi définis de la façon suivante :

$$\theta_1(t_1^*) = t_1^* \quad \text{et} \quad \theta_2(t_2^*) = t_2^*$$

Il est aussi utile de définir les sensibilités $\Delta(t)$ de la façon suivante pour une valeur de t donnant $V_i^k(t)$:

$$\Delta_1^+(t) = \theta_1(t+\varepsilon) - \theta_1(t) \quad \Delta_1^-(t) = \theta_1(t-\varepsilon) - \theta_1(t)$$

$$\Delta_2^+(t) = \theta_2(t+\varepsilon) - \theta_2(t) \quad \Delta_2^-(t) = \theta_2(t-\varepsilon) - \theta_2(t)$$

en prenant par exemple $\varepsilon = 0,10\%$ -

Tests de décision

A - en fin d'exercice :

au 31/12/ k (date d_{12}^k) on calcule $\bar{r}$, t_1^* et t_2^* qui se positionnent de la façon suivante :

1^{er} cas : $\bar{r} \leq t_1^* \leq t_2^*$

le taux de capitalisation effectif de l'exercice k , noté t_{12}^k sera décidé de telle sorte que l'on ait

$$t_{12}^k \leq \bar{r} \quad - \text{ Si on prend } t_{12}^k = \bar{r} \Rightarrow P_{12}^k(t_{12}^k) = 0$$

Ceci signifie que le taux de capitalisation des années suivantes sera certainement supérieure à t_{12}^k en raison soit des plus-values à concrétiser ou des flux financiers supérieurs (flux indexés par exemple) -

2^{ème} cas : $t_1^* \leq \bar{r} \leq t_2^*$

les produits financiers de l'ex. k (complétés par P_0^k) permettent de donner un taux de capitalisation t_{12}^k voisin de $\bar{r}$ et compris entre t_1^* et t_2^* compatible avec la richesse du portefeuille financier -

3^{ème} cas : $t_1^* \leq t_2^* \leq \bar{r}$

les produits financiers de l'ex. k (complétés par P_0^k) peuvent permettre de donner un taux de capitalisation t_{12}^k élevé ($t_2^* \leq t_{12}^k \leq \bar{r}$ par exemple) - Mais ceci peut s'avérer imprudent si le portefeuille est composé notamment de valeurs achetées au dessus du pair - Il est beaucoup plus logique de choisir t_{12}^k tel que $t_1^* \leq t_{12}^k \leq t_2^*$ et de conserver une provision de participation aux excédents $P^k(t_{12}^k)$ à un niveau suffisant pour contenir le taux de capitalisation de l'année suivante ou des années futures -

B - en cours d'exercice :

le calcul de $\bar{r}$, t_1^* et t_2^* en fin de mois (i, k) permet suivant leur positionnement de corriger le fin, si possible, pour arriver à avoir $t_1^* \leq \bar{r} \leq t_2^*$ en fin d'exercice, de façon à choisir le taux de capitalisation t_{12}^k tel que : $t_{12}^k \simeq \bar{r} (\Rightarrow P_{12}^k(t_{12}^k) \simeq 0)$

Logique générale

le calcul à une date donnée de T , t_1^* et t_2^* permet :

- a) de se faire une idée de la richesse effective du portefeuille financier rapportée aux engagements de l'assureur,
- b) de lisser ^{si besoin} d'un exercice à l'autre les taux de capitalisation de l'épargne,
- c) de déterminer la provision de participation aux excédents $P_{12}^k(t)$ en fin d'exercice k par différence :
$$P_{12}^k(t) = \Delta_{12}^k - V_{12}^k(t)$$
 une fois le taux de capitalisation t fixé pour l'exercice k -
- d) de vérifier l'incidence d'un achat, d'une vente ou d'un arbitrage de valeurs sur les taux T , t_1^* et t_2^*
- e) de contrôler la composition du portefeuille, en positionnant les flux financiers à venir et en les comparant avec les flux de sorties en théorie liés aux engagements de l'assureur (à série ---)

J.P. CHALLET

le 20/1/86 —