

UNIVERSITÉ PARIS DAUPHINE

Année Universitaire : 2009-2010

MASTER

Département Mathématiques, Informatique, Décision et Organisation

Mention Mathématiques, Modélisation et Décision

SPÉCIALITÉ ACTUARIAT

Mémoire présenté le ... novembre 2010 devant

L'Université Paris Dauphine et l'Institut des Actuaire

par

M^{elle} Laure SAUNIER

Responsable du stage : Monsieur Andres KRAPF

Tuteur de stage : Sofiane OURNIDI

Entreprise d'accueil : AXA France

Allocations Dynamiques d'Actifs en Assurance-vie :
Développement d'un algorithme dans un modèle de projection de bilan

CONFIDENTIEL

Membres du Jury :	Membres du Jury Fonctions/Entreprise :

Remerciements

Je souhaiterais exprimer ma profonde reconnaissance à Vincent Jarlaud qui m'a accueillie dans l'Equipe de Gestion Actif-Passif de la Direction des Investissements d'AXA.

J'adresse aussi mes plus vifs remerciements à Andres Krapf, mon maître de stage, qui a su me faire confiance au cours de cette mission passionnante et me guider vers les découvertes sur lesquelles elle a débouché.

Pour sa disponibilité, son soutien et sa capacité à me faire partager son expérience, j'exprime toute mon amitié et mes remerciements à Sofiane Ournidi, mon tuteur au cours de ce stage.

Je tiens aussi à remercier chaleureusement tous les membres de l'équipe de gestion actif-passif qui ont su se montrer attentifs et patients à mon égard, et sans lesquels mon apprentissage du métier de modélisateur n'aurait pas été possible.

Je remercie également les membres de l'équipe d'allocation qui m'ont éclairée sur les problématiques de leur métier.

Résumé

A l'instar des alchimistes avec la pierre philosophale, tout dirigeant dans le domaine des assurances cherche la méthode qui lui permettrait d'accroître les profits de sa compagnie, sans augmenter le risque de ses actifs. Au cours des dernières décennies, diverses méthodes d'allocation d'actifs ont été utilisées pour constituer les portefeuilles; parmi celles développées depuis le modèle de Markowitz, aucune n'a vraiment permis de se démarquer de la concurrence. Parmi les espoirs, la méthode dite « d'allocation dynamique » a longtemps fait figure d'outsider. Ce travail avait pour objectif d'évaluer la faisabilité et la pertinence d'utiliser des stratégies d'allocation dynamique d'actifs. Nous avons organisé cette recherche en trois étapes : après une recherche bibliographique, afin de mieux cerner la question posée, la mise en place d'une maquette Excel/VBA a été suivie par une validation des méthodes retenues à l'aide d'un modèle interne. La conclusion de ce mémoire est que les méthodes d'allocation dynamique peuvent conduire à de meilleurs résultats que ceux obtenus par les méthodes actuelles.

Abstract

Like alchemists with the Philosopher's Stone, every leader in the field of insurances is seeking a method for optimizing the company's profits without jeopardizing its assets. During recent decades, various methods have been used in asset liability management, including those developed after the model of Markowitz, but none has really outpaced competition. Among those promising, the method called of "dynamic allocation" has long been considered an outsider. This work aimed at evaluating the feasibility and relevance of using dynamic allocation strategies in asset liability management. This research was performed in three stages: following a literature search to better understanding the question, an Excel/VBA model was established for identifying new/alternative methods that were eventually validated with an in-house model. The conclusion of this work is that methods of dynamic allocation could yield better results than those obtained with the existing (and in-use) ones.

Table des matières

REMERCIEMENTS	3
RESUME	4
ABSTRACT	5
TABLE DES MATIERES.....	6
INTRODUCTION	10
I. Histoire de la gestion actif-passif.....	10
II. La gestion actif-passif dans le cadre de l'assurance vie	11
II. 1) Cadre général :.....	11
II. 2) Les risques à l'actif :.....	12
II. 3) Les risques au passif :	13
II. 4) <i>Cash flow matching</i> :	14
II. 5) Les options cachées :	14
II. 6) La gestion actif-passif :.....	15
III. Choix d'une allocation optimale.....	15
IV. Le service de gestion actif-passif chez Axa France	17
IV. 1) Rôle de la direction financière :	17
IV. 2) Rôle de la direction des investissements :	18
IV. 3) Rôle du service gestion actif passif :	18
V. Présentation du modèle interne permettant de déterminer l'allocation optimale d'actifs	20
V. 1) Présentation générale :.....	20
V. 2) Principales étapes de calcul effectuées sur une période (un semestre) :	21
V. 3) Mécanisme de rebalancement sur l'allocation cible (mécanisme de réallocation) :	22
V. 4) La réallocation par rapport au contrat de gestion :	22
V. 4.1) Pour les poches des actions, de l'immobilier et OPCVM :	22
V. 4.2) Pour la poche des taux variables :	23
V. 4.3) Pour la poche de taux fixes :	23
V. 5) Les indicateurs choisis :	24
V. 5.1) Définition de la frontière efficiente :	24
V. 5.2) VAN des Cash Flows Actionnaires - en Real World :	25
V. 5.3) VAN des Abondements - en Real World :	25
VI. La démarche et méthodes choisies.....	26
VI. 1) La démarche :	26
VI. 2) Les méthodes :	26
PARTIE I : PANORAMA DES DIFFERENTES STRATEGIES D'ALLOCATION DYNAMIQUES ENVISAGEABLES.....	27
I. Méthodes Prédictives.....	27
I. 1) <i>Multiperiod</i> :	27
I. 2) <i>Black Litterman</i> :	27

II. Méthodes combinatoires et stochastiques	28
II. 1) Allocation statique combinatoire :	28
II. 2) Allocation dynamique stochastique :	28
III. Méthodes de rebalancement	29
III. 1) Stratégie de seuil (<i>Threshold</i>) :	29
III. 2) Rebalancement conditionnel :	29
III. 2.1) Présentation :	29
III. 2.2) Critères de rebalancement :	29
 PARTIE II : RESULTATS OBTENUS AVEC LA PREMIERE MAQUETTE	 31
I. Un risque asymétrique entre l'assureur et l'assuré	31
II. Impact de la richesse	33
II. 1) Cadre de l'étude	33
II. 2) Dans le cadre d'une marge variable	34
II. 2.1) En solvabilité I	34
II. 2.2) En solvabilité II	35
II. 3) Dans un cadre où il n'y a pas de marge variable	35
II. 3.1) En solvabilité I	35
II. 3.2) En solvabilité II	36
II. 4) Conclusion	37
IV. Impact des TMGs	37
VI. Opportunités de marché	39
VIII. Conclusion	40
 PARTIE III : PROPOSITION D'ALGORITHMES ET TEST DES PREMIERES VERSIONS	 41
I. Différentes stratégies fondées sur les résultats de la première partie	41
I. 1) 1 ^{ère} stratégie : A pas constant :	41
I. 1.1) Indicateurs rendement/risque :	41
I. 1.2) Les résultats :	42
I. 1.3) Impact de la stratégie sur un portefeuille d'actifs purs :	43
I. 2) 2 ^{ème} Stratégie : Part d'actifs risqués donnée par le seuil de richesse :	44
I. 2.1) Les résultats :	44
I. 3) 3 ^{ème} Stratégie : Moyenne stochastique de l'allocation dynamique :	46
I. 3.1) Profil déterministe de la moyenne stochastique, profil lissé et profil déterministe linéaire décroissant :	46
I. 3.2) Les résultats :	48
II. Stratégie Threshold	49
II. 1) Les résultats :	49
III. Répartition part d'actifs risqués sur les différentes classes d'actifs	50
V. Conclusion partielle	51
 PARTIE IV : ETUDE DE L'INFLUENCE DU PASSIF.	 52
I. Présentation de l'étude	52
II. Impact de la production sur la part d'actifs risqués	54
II. 1) Impact de la production sur la part d'action de la frontière efficiente :	54
II. 2) Impact de la production sur la part d'immobilier de la frontière efficiente :	55

II. 3) Impact de la production sur la part d'action de la frontière efficiente (deuxième test) :	57
II. 4) Impact de la production sur la part d'immobilier de la frontière efficiente (deuxième test) :	59
II. 5) Conclusion sur la production:	60
III. Impact des rachats dynamiques et fixes sur la part d'actifs risqués.....	60
III. 1) Impact des rachats dynamiques sur la part d'action de la frontière efficiente :	60
III. 2) Impact des rachats dynamiques sur la part d'action de la frontière efficiente :	62
III. 3) Impact des rachats fixes sur la part d'action de la frontière efficiente :	63
III. 4) Impact des rachats fixes sur la part d'immobilier de la frontière efficiente :	64
III. 5) Conclusion sur les rachats :	65
IV. Conclusion	65
 PARTIE V : TEST DE QUELQUES ALGORITHMES A L'AIDE DE L'OUTIL INTERNE D'AXA FRANCE	 66
I. Tests de la première stratégie	66
I. 1) Présentation :	66
I. 2) Résultats pour la marge actionnaire :	67
I. 3) Résultats pour l'abondement :	68
II. Tests de la deuxième stratégie.....	69
II. 1) Présentation :	69
II. 2) Résultats pour la marge actionnaire :	71
II. 3) Résultats pour l'abondement :	72
III. Stratégie Threshold	73
III. 1) Présentation :	73
III. 2) Résultats marge actionnaire :	73
III. 3) Résultats abondement :	74
IV. Comparaison de trois stratégies avec l'allocation constante.....	75
IV. 1) Résultats marge actionnaire :	75
IV. 2) Résultats abondement :	76
V. Conclusion:	76
 PARTIE VI : PRISE EN COMPTE DE LA REGLEMENTATION SOLVABILITE II A L'AIDE DE L'OUTIL INTERNE D'AXA FRANCE	 77
I. Prise en compte du cout du capital dans le modèle :	77
II. Présentation des résultats :	78
III. Conclusion :	79
 PARTIE VII : CONCLUSION GENERALE	 80
Bibliographie	82
Glossaire.....	84
Table des figures.....	87
 ANNEXES	 89
Annexe I : Paramètres de modélisation choisis pour la première maquette Excel /VBA	90

Annexe II : Modélisation du coût du capital en solvabilité II dans la première maquette	91
Annexe III : Deuxième maquette Excel/VBA	92

Introduction

En assurance-vie, le choix de l'allocation entre les divers actifs (c'est à dire la répartition des fonds entre différentes catégories d'actifs financiers : actions, obligations, cash, immobilier...) dans le portefeuille de l'assureur est déterminante, et notamment la proportion entre actifs risqués et non risqués. Le secteur des assurances étant de plus en plus concurrentiel et réglementé, les assureurs sont amenés à développer et optimiser de nouvelles stratégies d'allocation des actifs. Le Service de Gestion Actif-Passif a pour mission de déterminer cette allocation en tenant compte des contraintes existantes : maximiser la valeur du portefeuille pour l'actionnaire, tout en respectant les engagements contractés au passif (c.à.d. avec le client) et la réglementation en vigueur. Actuellement chez Axa, la détermination de l'allocation optimale repose sur une projection ALM (*Asset Liability Management*) avec allocation constante de la part des actifs risqués au cours du temps.

Mon rôle au sein du service de Gestion Actif-Passif a été d'évaluer la pertinence et la faisabilité d'une stratégie d'allocation dynamique d'actifs au cours du temps, de la tester et l'implémenter dans le modèle d'études ALM existant. Ce chapitre va introduire les principales notions utilisées dans ce rapport, et exposer la problématique de la Gestion Actif-Passif telle que rencontrée dans le cadre de mon stage, ainsi que les grandes lignes de notre démarche pour répondre à la question posée. Les termes « Gestion Actif-Passif » et « ALM » recouvrant le même objet, nous les emploierons indistinctement. Un glossaire des termes les plus couramment utilisés se trouve à la fin de mon mémoire ; les mots y figurant sont topés par une étoile dans le texte à leur première apparition.

I. Histoire de la gestion actif-passif

La gestion actif-passif est née en finance dans la seconde moitié du 20ème siècle, dans le but d'optimiser la gestion des écarts de trésorerie et de préserver la richesse de l'actionnaire.

Elle s'est étendue il y a moins de 30 ans au domaine de l'assurance, et notamment à celui de l'assurance vie. Les compagnies d'assurance se sont en effet progressivement détachées de la technique du « tout obligataire » pour s'orienter vers les marchés des actions et autres actifs financiers risqués. Parallèlement à l'évolution de l'informatique et au développement de produits d'assurance de plus en plus complexes, la mise en place d'une véritable stratégie s'est révélée nécessaire.

La gestion actif-passif en assurance consiste à identifier les flux périodiques générés par les engagements envers les assurés au passif et à rechercher les investissements les mieux à même de les couvrir, montant par montant et date par date. Dans un premier temps, les gestionnaires ont cherché à annuler tout risque de taux d'intérêt. Ce n'est que dans un second temps qu'une concurrence accrue sur les taux de rémunération de l'épargne, associée à une baisse de rentabilité des actifs à taux fixe ont conduit les gestionnaires à développer des techniques plus complexes, intégrant des placements à rentabilité plus élevée comme les actions. De tels investissements ont bien sûr entraîné des conséquences en termes de risques. De nombreuses recherches ont été effectuées dans ce domaine. La gestion actif-passif est de plus soumise à nombre de directives et normes imposées par la réglementation.

Un suivi ALM rigoureux ne peut être mené que si l'étude est réalisée à la fois sur l'actif et le passif. Avoir une bonne connaissance du passif nécessite de connaître les engagements (envers les assurés dans le cas de l'assurance), mais aussi le cadre réglementaire et comptable. En outre, s'il existe des risques propres au passif (risques techniques, risques financiers) et propres à l'actif (risque de variation des taux, risque inflationniste, risque de liquidité...), il convient aussi d'effectuer une analyse approfondie des risques liés à la gestion coordonnée de l'actif et du passif. Un exemple de tels risques est le risque d'illiquidité, qui se produit si la trésorerie n'est pas suffisante pour honorer ses engagements.

L'article R332-1-2 du code des assurances (1999) montre la place prépondérante que tient la gestion actif-passif dans une société d'assurance : « Les entreprises d'assurance doivent procéder en permanence à une évaluation de leur risque financier [...], à des simulations de l'impact de la variation des taux d'intérêt et des cours boursiers sur leur actif et leur passif et à des estimations comparées de l'exigibilité de leur passif et de la liquidité de leur actif ». La gestion actif-passif consiste donc à évaluer les différents risques inhérents à l'activité d'assurance et à prendre les mesures nécessaires pour faire face à ce risque.

II. La gestion actif-passif dans le cadre de l'assurance vie

II. 1) Cadre général :

L'assuré souscrit un contrat d'assurance vie pour la rentabilité du produit, sa souplesse d'utilisation et sa fiscalité privilégiée. Dans le cadre de contrat en euros, l'assuré confie son épargne à l'assureur, celle-ci lui est restituée à l'échéance du contrat, majorée d'intérêts capitalisés à un taux minimum garanti (TMG), plus une participation aux bénéfices (PB). Les intérêts crédités sont définitivement acquis. Cependant l'assuré a la possibilité de récupérer à tout moment tout ou une partie de son épargne.

Les caractéristiques à définir pour la projection de chaque contrat sont les suivantes:

- le Taux Minimum Garanti (TMG*) ou le TMGA
- la marge* (proportionnelle à la PM*)
- la politique de distribution (participation aux bénéfices*)
- les rachats (part fixe)
- la production* (part fixe): primes périodiques, versements libres et affaires nouvelles
- les frais, commissions, et chargements sur prime et/ou sur encours
- la loi de rachats* et de production dynamique

L'assureur reçoit les primes avant de délivrer la prestation, c'est ce que nous appelons l'inversion du cycle de production (l'assureur est un investisseur institutionnel). Ceci explique la structure du bilan de l'assureur, qui est alors obligé de mettre en place une gestion adéquate.

Le bilan des compagnies d'assurance comporte les éléments caractéristiques suivants:

ACTIF	PASSIF
- Placements et trésoreries	- Fonds propres - Provisions mathématiques*

Du côté du passif, nous notons une prépondérance du poste Provisions mathématiques. Il représente l'ensemble des dettes de la société envers les souscripteurs.

Du côté de l'actif, nous trouvons l'ensemble des biens dont la société d'assurance dispose pour honorer ses dettes et dégager une rentabilité pour ses actionnaires.

II. 2) Les risques à l'actif :

Les actifs comportent un aléa intrinsèque car ils sont exposés à la volatilité des marchés financiers. Il est alors important d'évaluer l'impact des variations des différents actifs - variations des taux d'intérêts, des cours boursiers - sur les actifs et le passif de la société.

Nous allons présenter le risque de variations des taux qui a un impact majeur sur le portefeuille, nous le comprenons par la prépondérance des taux dans ce dernier.

Voici un exemple simple pour comprendre **le risque de baisse des taux (risque de réinvestissement)**.

Supposons qu'un client ait souscrit un contrat sur 7 ans et que le taux garanti du contrat soit de 5% par an, son épargne initiale est de 100€. Au terme du contrat l'assureur devra reverser au client 140,71€. L'assureur choisit d'investir sur un zéro-coupon 3ans qui sert un taux de 7% pour sa rentabilité car l'obligation 7 ans sert un taux de 5%. Au terme des 3 premières années l'assureur touche l'argent du zéro-coupon soit 122,5€ et doit se réinvestir. Seulement les taux ont baissés et sont à 2% au terme du contrat l'assureur n'aura que 132,6€ pour servir son client. Il n'est pas en mesure d'honorer ses engagements. Il aurait mieux valu s'investir dès le début sur un zéro-coupon 5%. Voir ci-dessous.

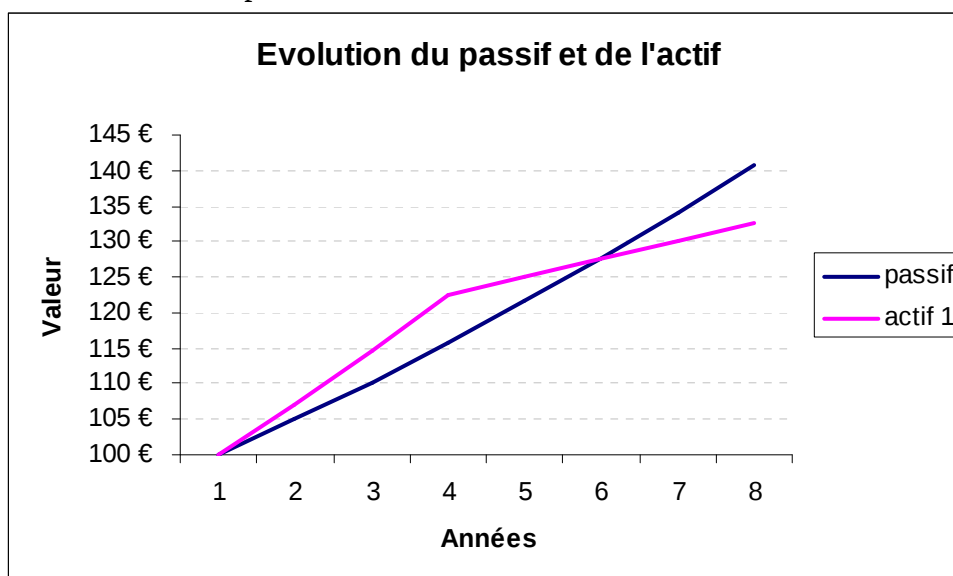


Figure 1 : Evolution des engagements du passif et de la valeur boursière des actifs au cours du temps dans l'exemple cité ci-dessus

L'assureur est aussi exposé à la **hausse des taux (risque de liquidation)**. Pour qu'une hausse des taux engendre des pertes pour l'assureur il faut en plus qu'il y est des rachats de la part des clients. Ce qui est souvent le cas quand il y a une hausse des taux, effectivement dans ces circonstances des contrats avec des plus forts taux garantis vont pouvoir être émis et seront donc plus attractifs.

Par exemple supposons qu'un client souscrive un contrat de TMG 5% pour une durée de 7 ans. L'assureur décide alors de s'investir sur une obligation 5% pour 7ans. Seulement, celui-ci se rétracte au bout de 4 ans. L'assureur doit alors vendre l'obligation seulement les taux ont montés à 7%. L'assureur doit à l'assuré 121,55€ alors qu'il ne dispose que de 114,86€.

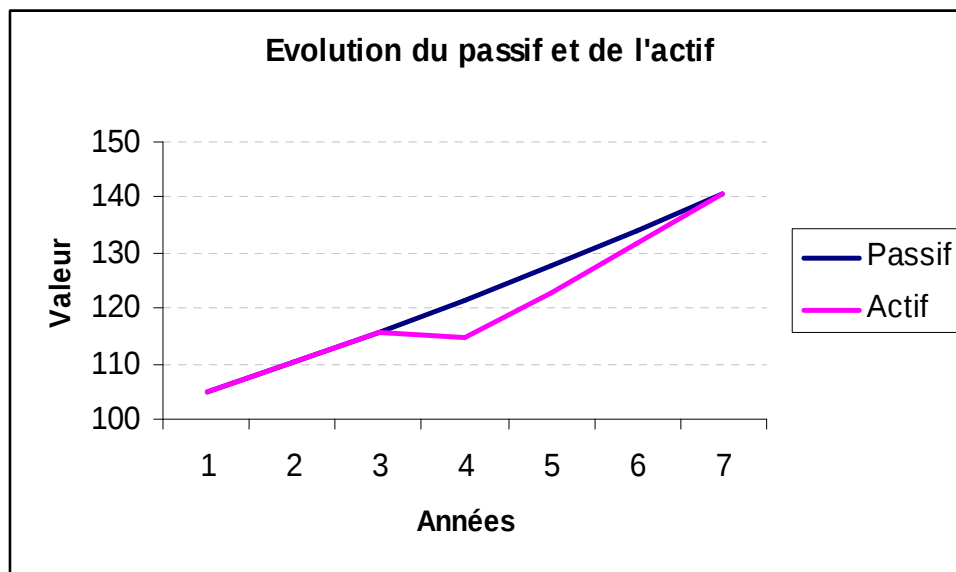


Figure 2 : Evolution des engagements du passif et de la valeur boursière des actifs au cours du temps dans l'exemple cité ci-dessus.

Un outil a été mis en place par l'autorité de régulation des assurances pour tenter de pallier aux moins values dues aux variations de taux, c'est la **réserve de capitalisation***. Celle-ci a aussi pour but de limiter l'exposition que voudrait prendre l'assureur aux variations de taux. En effet, les plus ou moins values dues à des ventes d'obligations avant échéance vont directement dans cette réserve et l'assureur n'a pas la main dessus. Il n'a donc pas intérêt à s'exposer aux variations des taux car les gains ne lui reviennent pas.

II. 3) Les risques au passif :

Les engagements de l'assureur ne sont réellement connus qu'une fois les prestations réglées. Aussi, leur durée est souvent longue et aléatoire, du fait par exemple des rachats possibles et de la mortalité. Il est alors nécessaire de faire des provisions mathématiques (estimations faites par des actuaires) à fin d'être en mesure, le jour venu, d'honorer ses engagements.

Le risque majeur au passif est le risque de rachat. Il y a d'autres risques comme le risque viager (risque lié à la durée de vie), les risques d'anti-sélection*, mais pour une population assez grande et des contrats adaptés ceux-ci peuvent être limités.

Les **rachats** peuvent être de deux types :

- Structurels (fixes), c'est-à-dire qu'ils ne dépendent pas des conditions de marché. Ils sont uniquement liés aux types de clients de la compagnie d'assurance. Chaque clientèle à ses hypothèses.
- Conjoncturels (dynamiques), c'est-à-dire qu'ils sont liés à la conjoncture des marchés financiers. L'assureur essaye de les prévoir au mieux car ceux-ci peuvent avoir un impact majeur, par exemple en cas de hausse des taux.

II. 4) Cash flow matching :

Ce qui vient d'être présenté suggère qu'il existe un risque d'inadéquation entre les flux d'actif et de passif. Les actifs d'un fond sont donc constitués et gérés afin d'établir au mieux l'adéquation entre ces flux. Nous parlons de ***cash flow matching* ou d'adossement** (les flux d'actifs - les flux de passif = flux net >0). Ce problème s'avère complexe. Et la gestion actif-passif doit alors procéder à des simulations afin de tester les choix qui réalisent le meilleur adossement. Cela permet aussi à l'assureur de prendre conscience de son risque.

La gestion du risque est la meilleure façon pour éviter l'**insolvabilité** ou la **cessation de paiement**. La cessation de paiement se rattache au risque d'illiquidité. C'est lorsque l'assureur n'arrive pas à revendre ces actifs (il ne trouve pas preneur pour ses biens), afin d'honorer ses engagements. Alors que l'insolvabilité, se produit lorsque l'assureur n'a pas assez d'actifs pour couvrir ses engagements, même s'il arrivait à vendre tout ce qu'il procède il ne serait pas en mesure de servir ce qu'il a promis à ses assurés.

II. 5) Les options cachées :

Ces options sont dites cachées car elles n'apparaissent pas dans les comptes de l'assureur. Celles-ci sont du au fait de droits conférés à l'assuré par la réglementation ou par les clauses du contrat. Ces options peuvent être : le droit de racheter son contrat, comme évoqué plus haut, le réinvestissement (versements libres sur le compte du contrat) ou encore le taux minimum garanti et il en existe bien d'autres.

Pour l'assureur, ces options et garanties sous-jacentes ont un coût qui peut se matérialiser au cours de la vie du contrat. Il est très important de l'estimer. En conséquence, l'assureur ne peut pas se contenter d'optimiser ses actifs comme un gestionnaire d'actifs pures. Il doit tenir compte des coûts transverses du à son business et y faire face. Toutefois, cette évaluation est complexe et encore une fois apparait toute l'importance et l'intérêt de l'ALM et de sa modélisation.

II. 6) La gestion actif-passif :

La Gestion Actif-Passif (*Asset Liability Management* ou ALM) est donc le pilotage de l'adéquation entre, d'une part, les ressources : primes et capital et d'autre part les engagements de la compagnie d'assurance : paiements de prestations, frais généraux et dividendes.

Un des résultats de la Gestion Actif-Passif est l'allocation stratégique d'actif qui vise à atteindre des objectifs financiers compte tenu des contraintes comptables, commerciales et réglementaires. Exemples:

- Comptables : les plus values d'une OPCVM obligataires et d'une obligation détenue en direct ne sont pas utilisées de la même façon par l'assureur.
- Commerciales : La satisfaction des assurés peut entraîner des rachats plus importants que prévus
- Economiques : Crise financière.
- Réglementaires : L'assureur est par exemple obligé de payer les engagements garantis

III. Choix d'une allocation optimale

La plupart des écrits de la littérature financière s'accordent sur le fait que, parmi les différentes décisions en matière de gestion de portefeuille telles que le market timing, le stock-picking (choix des actifs. Ex : Renault contre Peugeot) ou l'allocation d'actifs, c'est cette dernière qui a le plus gros impact sur la performance et le risque du portefeuille.

Deux distinctions peuvent être faites concernant l'allocation d'actifs : vision à long terme (allocation stratégique) et vision à court terme (allocation tactique).

L'allocation stratégique d'actifs consiste en la détermination des pondérations à affecter aux différentes classes d'actifs du portefeuille. Elles sont déterminées en se basant sur les espérances de rentabilité, l'horizon de placement, les contraintes au passif de l'investisseur et son degré d'aversion au risque. C'est cette démarche qui conduit à la définition d'une allocation optimale.

L'allocation tactique à l'inverse consiste à faire évoluer ces pondérations à intervalles réguliers en fonction de certains critères par exemple à partir d'anticipations sur le comportement des différentes classes d'actifs entre elles ou la richesse du portefeuille à l'instant considéré.

A ce jour AXA utilise stratégie de rebalancement systématique (pas de tactique), appelée aussi allocation constante, dans son modèle de projection. C'est-à-dire que nous choisissons une allocation à $T=1$ et à chaque pas de temps (semestre) nous nous rebalançons sur cette allocation initiale.

Les avantages de la méthode de rebalancement systématique sont :

- sa relative faible demande en termes de temps de calcul,
- une tendance à acheter les actifs quand ils sont bas et à les revendre quand ils sont hauts.
- Elle permet également de rester dans les contraintes de risque défini par l'allocation stratégique.

D'après Samuelson and Merton une allocation constante au cours du temps et indépendante de la richesse n'est optimale que si les conditions suivantes sont remplies :

- Les rendements des actifs sont iid
- La fonction d'utilité est CRRA* (même aversion au risque quelque soit la richesse)
- Pas de cout de transaction

Dès que l'une de ces conditions n'est pas vérifiée, ce sont les stratégies dynamiques qui sont optimales.

Nous sommes alors amené à nous interroger sur le choix de cette stratégie d'allocation, n'existe-t-il pas de meilleure stratégie ? En effet, en dehors des avantages qu'elle présente certains problèmes se posent :

- Cette modélisation ne représente pas entièrement la gestion réelle des fonds (voir détails Introduction. IV : Le service de gestion actif-passif chez Axa France). En réalité l'allocation stratégique est réévaluée tous les deux à trois ans, par une étude ALM.
- L'allocation optimale à chaque pas de temps dépend des rendements passés des actifs et de l'évolution du passif ainsi nous ne nous permettons pas d'améliorer notre rendement par une stratégie d'allocation tactique.
- De plus, cette stratégie n'est réellement pertinente que si les hypothèses sur les actifs comme les espérances de rentabilité ou la volatilité* restent constantes ce qui n'est pas le cas en réalité.

Ce sont les limites de la stratégie rebalancement systématique qui ont générées la problématique de mon étude. En effet, le but de mon mémoire est de construire une méthode d'allocation dynamique (rebalancement sur une allocation qui peut être différente de l'allocation initialement choisie à chaque pas de temps, en opposition à l'allocation constante) qui permettrait d'améliorer la marge de l'actionnaire sans pour autant augmenter le risque ou détériorer l'aspect commercial et de l'intégrer au modèle interne de projection d'Axa.

IV. Le service de gestion actif-passif chez Axa France

Les travaux présentés dans ce mémoire ont été réalisés dans le service de gestion actif-passif au sein de la Direction des Investissements d'AXA France du 21 avril au 20 octobre 2010. La Direction des Investissements fait partie de la Direction financière.

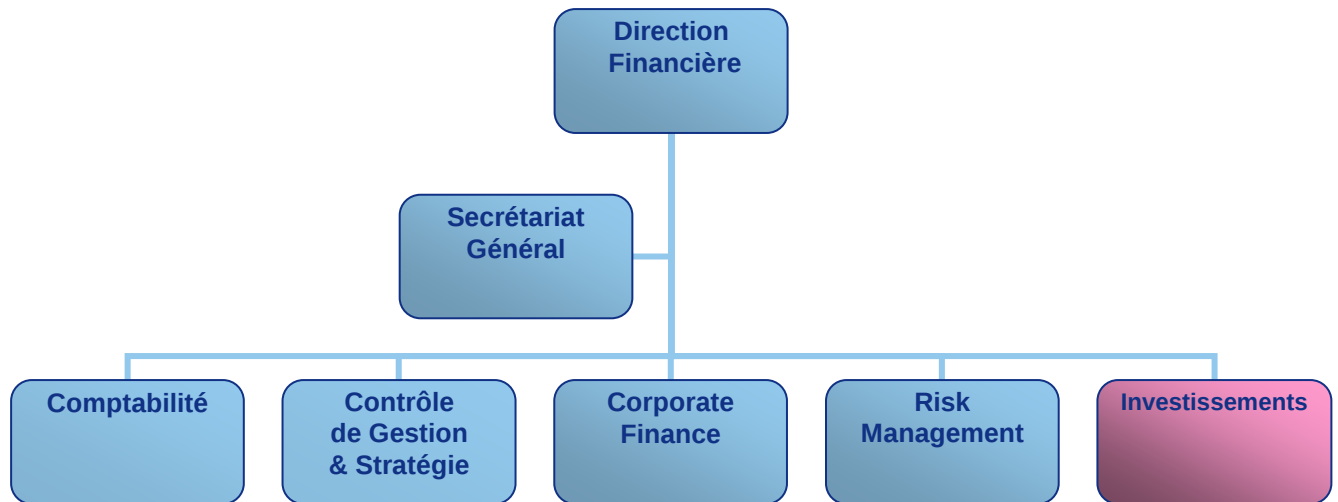


Figure 3 : Organigramme de la direction financière d'Axa France

IV. 1) Rôle de la direction financière :

La direction financière doit :

- Elaborer les éléments financiers nécessaires au pilotage, à l'analyse et à la prévision de l'activité.
- Assurer la comptabilité sociale et consolider les comptes des diverses sociétés.
- Définir la politique d'allocation stratégique des actifs, et en superviser la gestion.
- Documenter et élaborer pour le compte de la Direction Générale, les orientations stratégiques de l'entreprise.
- Identification, évaluation et gestion du risque.
- Piloter les opérations d'acquisitions et assurer un suivi des participations et des filiales (dans le cadre du périmètre AXA France).

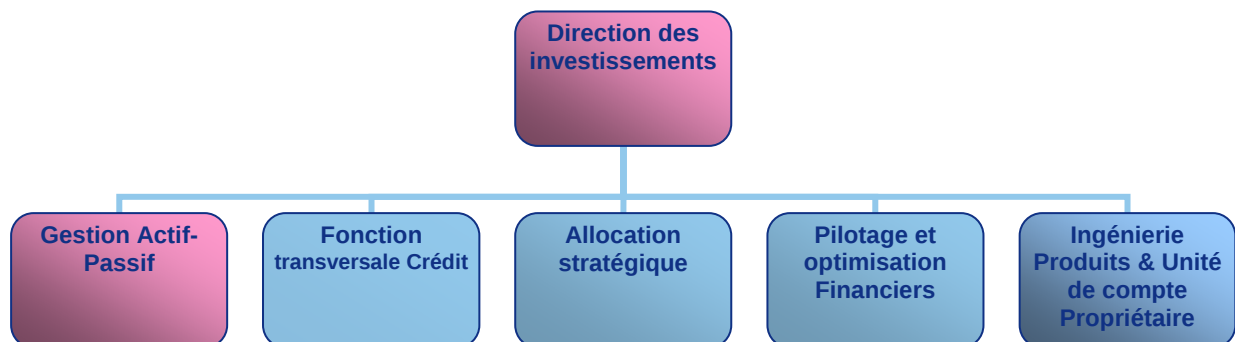


Figure 4 : Organigramme de la direction des investissements d'Axa France

IV. 2) Rôle de la direction des investissements :

- Placer les actifs de manière à toujours pouvoir honorer ses engagements et verser une marge suffisante à l'actionnaire.

Trois entités de la direction financière s'attèlent à atteindre ce but dans le cadre des actifs généraux (hors contrats en unités de compte).

Gestion Actif Passif :

Modélisation, simulations, et études d'allocations d'actifs /Développement des modèles stochastiques.

Allocation Stratégique :

Déclinaison des allocations stratégiques par portefeuille et suivi de leur gestion.

Pilotage et Optimisation Financière :

Pilotage de la réalisation du résultat financier d'AXA France.

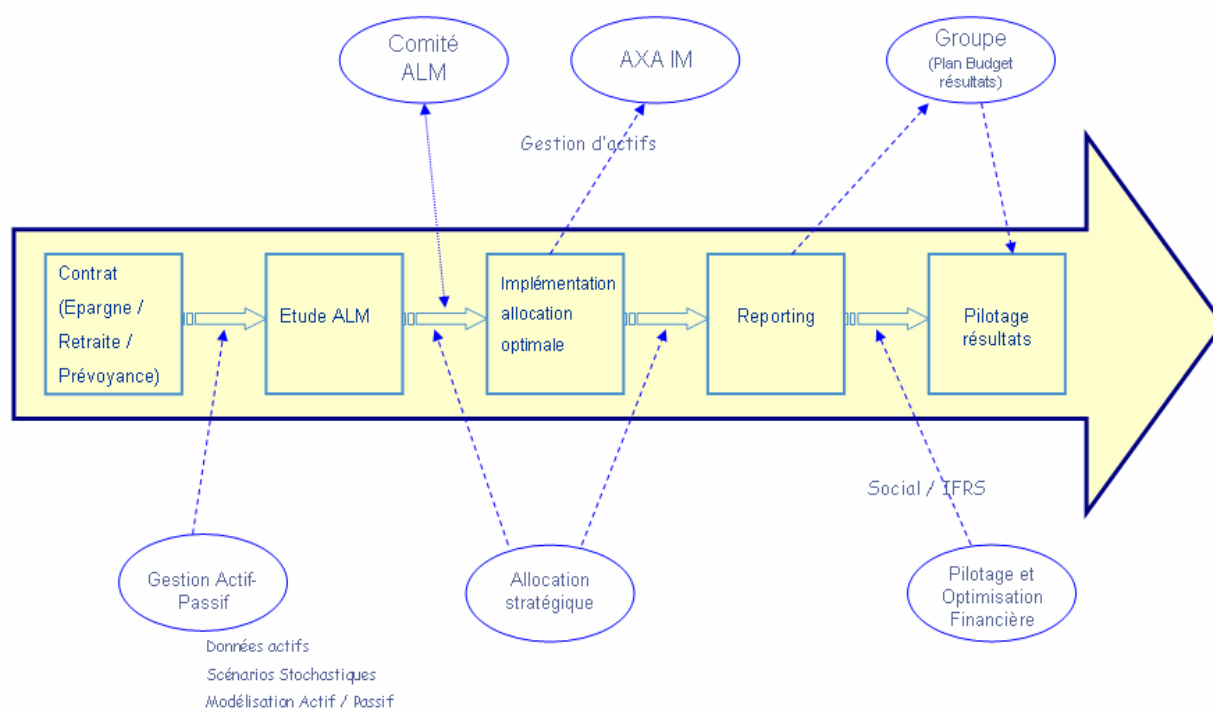


Figure 5 : Chaîne de valeur de la direction des investissements

IV. 3) Rôle du service gestion actif passif :

IV.3.1) Enjeux :

- Actualiser régulièrement les études ALM (Asset Liability management, ou Gestion Actif / Passif) sur les principaux portefeuilles.
- Revoir les stratégies de couverture en portefeuille / envisagées, en fonction de l'évolution des conditions de marché.

- Analyser les résultats des études de capital économique, dans une perspective d'identification des leviers de pilotage de l'activité.
- Maîtriser les différentes composantes du résultat économique de couverture des garanties sur contrats en unités de compte (produits Capital Ressources / Accumulator Retraite).

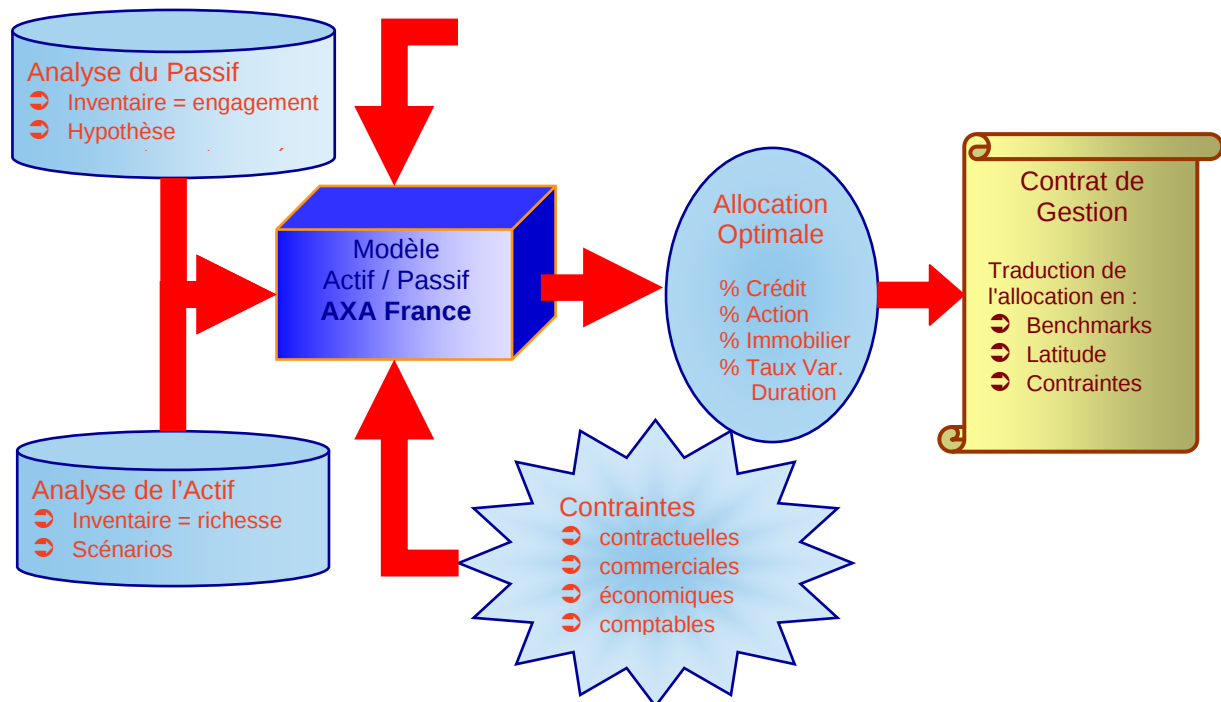


Figure 6 : Processus de livraison de l'allocation optimale par le service de gestion actif-passif

IV.3.2) Missions :

- Modéliser les actifs, à travers la génération de scénarios stochastiques, simulant de manière aléatoire l'évolution des performances financières des différentes classes d'actif dans un grand nombre d'états du monde.
- **Conduire les études ALM visant à déterminer, sur chaque portefeuille considéré, l'allocation optimale** (i.e. allocation sur les grandes classes d'actifs : action, immobilier, taux, crédit, inflation, ...) permettant, en tenant compte du comportement attendu des assurés, d'optimiser la valeur pour l'actionnaire, sous contrainte de solvabilité. C'est essentiellement ici que s'inscrit notre problématique.
- Assurer le développement constant des modèles ALM, permettant d'aligner au mieux les modèles sur les objectifs de l'entreprise : évolution des métriques (contraintes de type Solvency II), des choix d'investissement (instruments / stratégies de couverture, véhicules d'investissements), des algorithmes simulant la détermination des taux servis, etc.
- Contribuer activement aux projets de développement des modèles actuariels partagés (Direction des Investissements, Direction Technique, Contrôle de Gestion vie, Risk Management).
- Contribuer aux exercices de reporting financier, à travers le calcul des indicateurs de capital économique (modèles standard, dans le cadre des exercices pilotés par le régulateur, et interne).

- Contribuer aux groupes de travail Solvency II.
- Mener des études de risque et valider le tarif des garanties sur contrats en unités de compte; études de stratégies de couverture ou d'alternatives permettant de limiter les expositions résiduelles.

L'allocation optimale est donc déterminée par le service de gestion actif-passif et donne lieu à un contrat de gestion où est stipulée l'allocation optimale. Ce contrat de gestion est donné aux allocataires qui s'efforcent d'atteindre et de se réallouer sur cette allocation optimale.

V. Présentation du modèle interne permettant de déterminer l'allocation optimale d'actifs

V. 1) Présentation générale :

C'est la gestion Actif-Passif qui détermine l'allocation optimale (c'est-à-dire celle qui optimise le couple rendement / risque) via un modèle de projection.

Le modèle ALM permet de simuler le comportement économique et comptable d'un fond d'Assurance. Le modèle prend en compte pour chaque fonds étudiés (scénario de passif) diverses hypothèses d'évolution des marchés (scénarios d'actifs) et un certain nombre de règle de gestion :

- scénario de passif : il s'agit d'un scénario déterministe, qui permet de traiter différentes tranches de passif au sein d'un même fonds. La segmentation est faite suivant des facteurs pouvant influencer le comportement du fonds (génération, TMG, type de contrat, comportement de l'assuré...) et augmente ainsi la précision de la modélisation. Chaque segment est géré de manière individuelle par le modèle bien que l'allocation d'actifs et les produits financiers soient mutualisés.

- scénarios d'actifs : ils peuvent être déterministes ou stochastiques. Ces scénarios renvoient les performances du marché pour un certain nombre de classes d'actifs (obligations, actions, immobilier...)

- règles de gestions : ce sont toutes les règles permettant de piloter le fonds. Ces règles sont de natures diverses (comptables, économiques/commerciales, contractuelles...)

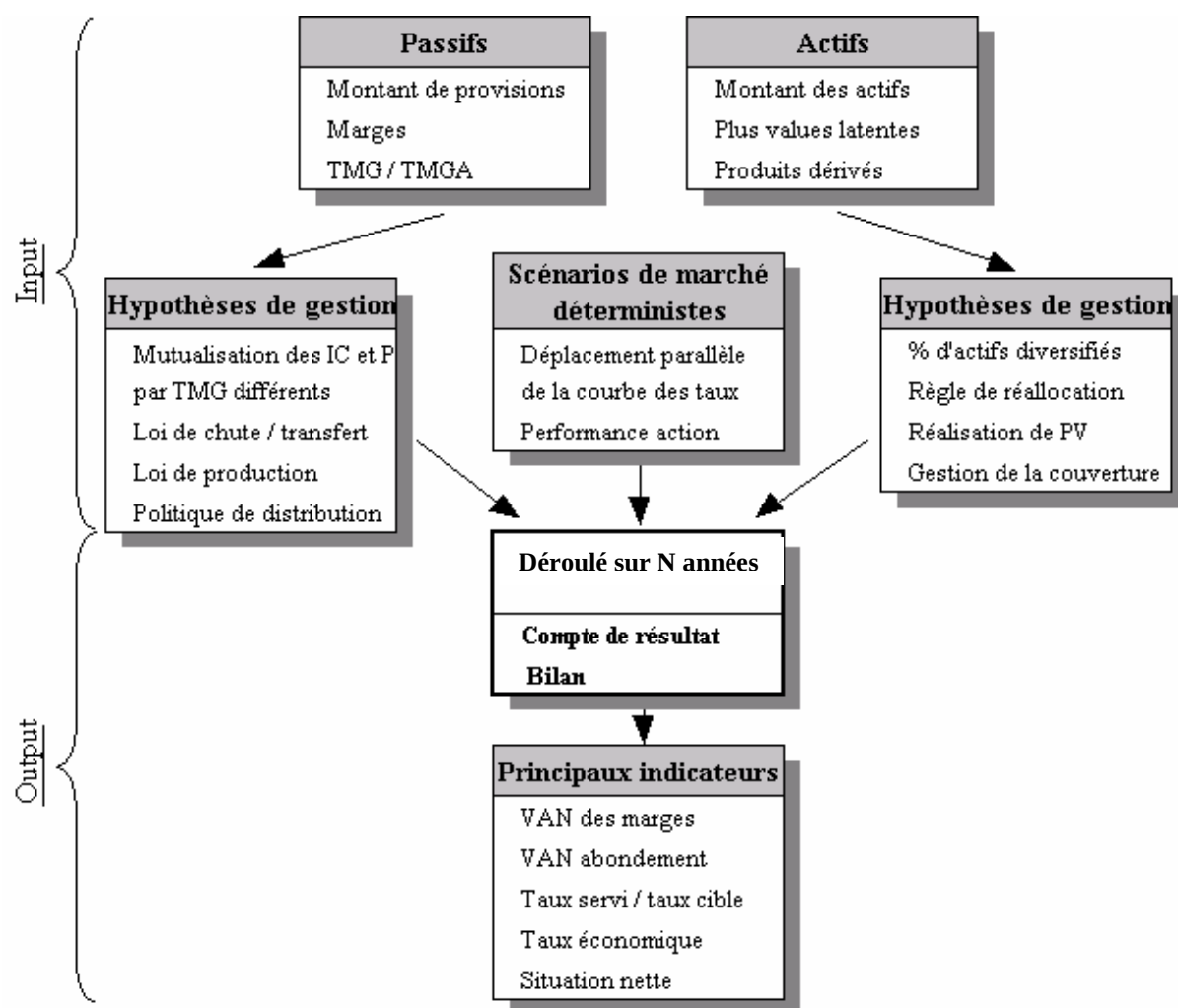


Figure 7 : Schéma du fonctionnement de l'outil interne

V. 2) Principales étapes de calcul effectuées sur une période (un semestre) :

- Faire vivre le portefeuille d'actifs : calculer sa valeur comptable et sa valeur boursière.
- Calculer les revenus générés par le portefeuille d'actifs.
- Diminuer le cash des retraits sur la période.
- Rebalancer le portefeuille sur l'allocation cible. Ceci implique des achats-ventes d'actifs et par la suite réaliser pour cause de réinvestissement des plus ou moins values.
- Constater les plus ou moins value latentes (PMV L).
- Obtenir le rendement cible grâce aux revenus des actifs et si nécessaire au RAN puis à la réalisation de plus-values. En dernier recours c'est l'assureur qui abonde.
- Faire évoluer la PM à l'aide du produit servi.
- Mettre à jour le RAN et la réserve de capitalisation.
- A ce stade l'actif et le passif ont été mis à jour. Place maintenant à la rémunération des différents acteurs : assureur, état et assuré.
- Rémunérer l'assureur en tenant compte de la limite du B26.
- Rémunérer l'état avec la contribution sociale généralisée.
- Ces flux sortants ne donnent pas lieu à des ventes ou achats d'actifs, ils sont pris directement sur le cash.

Nous allons insister sur le mécanisme de rebalancement sur l'allocation cible dans l'algorithme car celui-ci est important à comprendre pour la suite de l'étude.

V. 3) Mécanisme de rebalancement sur l'allocation cible (mécanisme de réallocation) :

Le modèle réalloue chaque semestre le portefeuille d'actifs en fonction de la règle de gestion (poids des différentes poches d'actifs dans le portefeuille) et de la duration cible du portefeuille. La règle de gestion et la duration cible sont fixées en fonction du contrat de gestion et est jusqu'alors maintenu pendant toute la durée de projection (allocation constante). Chaque réallocation doit tenir compte du vieillissement naturel des actifs sur la période considérée ainsi que des flux du passif. Un montant total de flux du passif est calculé chaque semestre :

- en fin de premier semestre, il est composé des flux techniques des PM, des flux issus des options (caps, floors) et des éventuels abondements ;
- en fin de second semestre, il est uniquement composé des flux issus des options (caps, floors).

Il y a alors deux possibilités :

si ce flux est supérieur à la VB* totale des actifs (situation très critique et non atteinte en général), tous les actifs sont vendus et un abondement* est réalisé pour retrouver l'équilibre.

Si ce flux est inférieur à la VB totale des actifs, nous procédons à la réallocation du portefeuille. Elle se fait en deux étapes : il s'agit d'atteindre les contraintes de gestion, qui donnent la composition du portefeuille cible en pourcentage, puis d'atteindre la duration cible.

V. 4) La réallocation par rapport au contrat de gestion :

La réallocation commence par une vérification des contraintes de gestion. Pour cela, le modèle compare l'allocation actuelle du portefeuille (en VB) avec l'allocation du contrat de gestion (allocation cible).

Si les contraintes de gestion sont vérifiées, cette étape s'arrête là. Sinon, nous déterminons le cash à allouer ou les montants à vendre dans chaque classe d'actifs pour retrouver l'allocation cible.

V. 4.1) Pour les poches des actions, de l'immobilier et OPCVM :

Le modèle réalise des achats ou des ventes pour atteindre le montant de VB correspondant à l'allocation cible du contrat de gestion. Les calculs suivants sont effectués pour chaque classe d'actif (indiquée par i).

V.4.1.1) Calcul de la VB : Le modèle détermine le montant de VB à atteindre suivant le contrat de gestion, soit :

$$VB_{i,après_realloc}(s) = part_i \times VB_totale(s)$$

où $part_i$ est l'allocation du contrat de gestion pour la poche i et $VB_totale(s)$ la valeur boursière totale du portefeuille au semestre s.

V.4.1.2) Calcul du montant à investir pour atteindre cette VB :

$$Mt_{i,realloc}(s) = VB_{i,après_realloc}(s) - VB_{i,avant_realloc}(s)$$

V.4.1.3) Achat ou vente pour atteindre cette VB

Les plus ou moins values sont traitées de manière globale sur l'ensemble de chaque poche : nous ne considérons pas que certains titres puissent être en plus value si la poche est en moins value dans son ensemble et réciproquement.

V. 4.2) Pour la poche des taux variables :

Le modèle détermine le montant de VB à atteindre, soit :

$$VB_{\text{realloc}}(s) = \text{part}_{\text{tv}} \times VB_{\text{totale}}(s),$$

où part_{tv} est l'allocation pour la poche du contrat de gestion et VB_{totale} la valeur boursière totale du portefeuille au semestre « s ».

Si $VB_{\text{realloc}}(s) < VB(s)$: ventes d'obligations suivant le mécanisme suivant :

- tri des obligations par ordre de plus values croissantes en valeur absolue (parce qu'ici, nous ne cherchons pas à réaliser des plus ou moins values latentes mais uniquement à réduire la part des taux variables);
- vente des obligations dans cet ordre jusqu'à obtenir le montant $VB_{\text{realloc}}(s)$,

Pour l'obligation dont la ligne est vendue partiellement, nous avons :

$$VB_{i,\text{realloc}}(s) = VNC_{i,\text{residuelle}}(s)$$

et nous déterminons la VNC^* conservant le même taux de plus ou moins values latentes.

Dans cette poche, la gestion des plus- ou moins-values latentes ne se fait pas de manière globale sur l'ensemble de la poche, mais sur chaque maturité d'obligation. Ainsi une maturité d'obligation peut être en plus value latente alors que d'autres ne le sont pas. Cependant pour une même maturité il ne peut y avoir des obligations en plus values latentes et d'autres en moins values latentes.

V. 4.3) Pour la poche de taux fixes :

Si toutes ces poches sont réallouées correctement suivant le contrat de gestion, cela signifie que la poche taux fixes est elle-même ajustée. Il reste donc uniquement à réallouer la poche taux fixe en fonction de la duration cible du contrat de gestion : ceci constitue la réallocation en duration, que nous ne détaillerons pas car n'intervenant pas dans la suite de notre étude.

Le modèle interne de projection nous permet d'obtenir des indicateurs de rendements et de risque nous allons présenter ci-après ceux que nous avons choisi de regarder.

V. 5) Les indicateurs choisis :

Afin de déterminer la stratégie d'allocation qui optimise la marge de l'actionnaire nous allons nous baser sur différents indicateurs. La démarche consiste alors à projeter les différentes stratégies d'allocations dans un plan de type risque / rendement et de déterminer les allocations qui se trouvent sur la frontière efficiente (minimisation du risque et maximisation du résultat).

V. 5.1) Définition de la frontière efficiente :

Nous représentons dans un plan un grand nombre d'allocations dans le but de les comparer entre elles.

La classification classique est de les disposer dans un plan rendement / risque. Nous sommes alors capables de déterminer pour un rendement donné, le portefeuille qui a le plus faible risque et inversement, pour un risque donné le portefeuille qui a le plus fort rendement.

La frontière efficiente est alors composée de l'ensemble des portefeuilles (combinaisons d'actifs) qui ont la meilleure rentabilité pour un niveau de risque donné et vice versa.

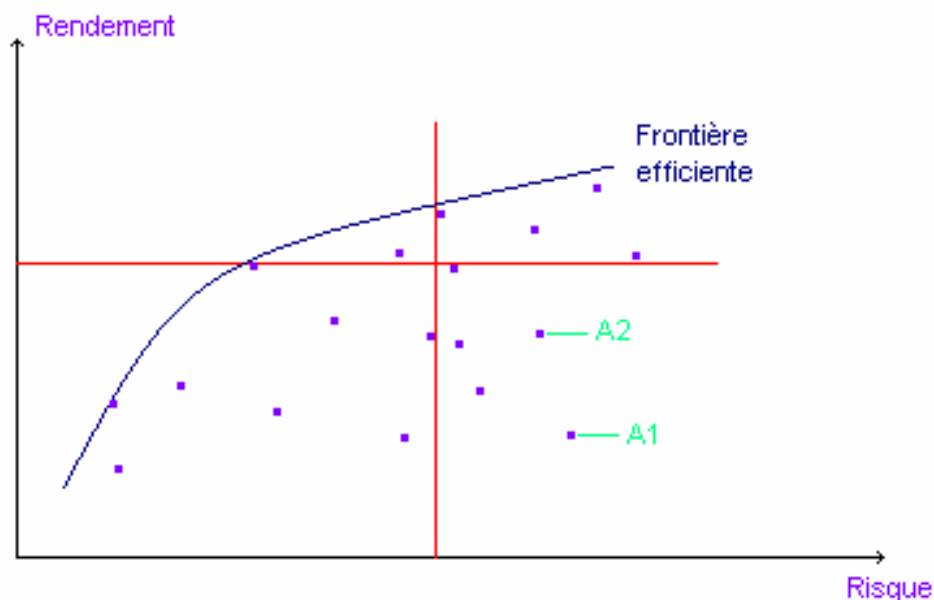


Figure 8 : Frontière efficiente = Frontière convexe de l'ensemble des portefeuilles (courbe bleue)

Cette frontière efficiente va être un outil clé dans notre étude, il va nous permettre de comparer les différentes allocations entre elles de manière efficace. Il va aussi nous permettre de comprendre l'impact de différents critères (cf. Méthode de réallocation dynamique) sur notre prise de risque ce qui est la base de notre méthode.

Nous devons alors définir des critères de rendement et de risques significatifs pour notre étude. Comme nous nous plaçons dans l'optique d'optimiser la marge de l'actionnaire, il nous faut maximiser tout ce qui revient à l'actionnaire et à minimiser les éventuels abondements. Nos indicateurs seront : la valeur actualisée des marges actionnaires, la valeur actualisée des abondements.

Ces indicateurs peuvent être calculés dans deux environnements différents

L'environnement risque neutre suppose un marché sans opportunité d'arbitrages c'est-à-dire que le prix actualisé de chaque produit financier est une martingale. Dans cet environnement, l'actualisation des flux est faite par les déflateurs calés sur la courbe des taux.

Au contraire, l'environnement Real world : le modèle Real World prône une rémunération du risque en offrant des primes de risque aux actifs risqués. L'actualisation est faite suivant la performance moyenne des actifs.

V. 5.2) VAN des Cash Flows Actionnaires - en Real World :

La valeur pour l'actionnaire est une vision à la date de l'étude ALM des marges futures qu'il peut réaliser au cours du temps compte tenu des comportements des assurés et de la performance des actifs. L'optimisation de cette marge consistera à maximiser cette valeur et à minimiser les risques pris qui pourraient affecter l'actionnaire.

Les cash flows sont ici actualisés à la performance des actifs. Autres différences :

- La VAN Actionnaire est avant paiement des frais généraux et de l'impôt
- La VAN surplus est représenté par une MAP, c'est à dire la différence entre la valeur des actifs en fin de projection et le max entre l'actualisation des flux de passifs sur 30 ans projetés aux TMG et la PM totale fin. (VAN_actionnaire calculée à partir de 10000 scénarios)

$$VAN_Actionnaire_{30ans} = \frac{1}{1000} \left(\sum_{s=1}^{1000} \sum_{i=1}^{30} \frac{Marge_{i,s} - Abondement_{i,s}}{(1 + Perfa_{i,s})^i} + K \times \sum_{s=1}^{1000} VANSurplus_{s,fin} \right)$$

Marge = Marge financière + marge technique (en vie la marge technique est négligeable)

Perfa(i,s) = Performance des actifs de la période i du scénario s

K = ratio de répartition de richesse actionnaire / assurés (K=1 si Surplus < 0)

$$VANSurplus_{s,fin} = VBActif_{fin} - \max \left[\sum_{i=1}^{30} \frac{Pr estations_aux_TMG_{fin+i,s}}{(1 + Perfa_{fin+i,s})^i}, PM_{fin} \right]$$

V. 5.3) VAN des Abondements - en Real World :

L'actionnaire a une aversion à remettre de l'argent (abonder) aux fonds propres de son entreprise. Il préfère avoir des dividendes lissés plutôt que de gros dividendes suivis d'abondement. De plus en assurance vie, l'abondement n'est pas une dette et est donc définitivement perdue une fois versée et ne peut pas être compensée par un gain futur. C'est pour ces raisons que nous portons un grand intérêt à l'indicateur de risque de VAN des abondements.

$$VAN_Abondement_{30ans} = \frac{1}{1000} \sum_{s=1}^{1000} \sum_{i=1}^{30} \frac{Abondement_{i,s}}{(1 + Perfa_{i,s})^i}$$

Remarque : Contrairement aux précédents indicateurs, la VAN des abondements se lit à l'inverse. Plus la valeur est proche de 0 plus l'actionnaire est satisfait.

VI. La démarche et méthodes choisies

VI. 1) La démarche :

- Découverte des mécanismes de l'ALM sur une maquette développée par le Service.
- Revue documentaire des différentes méthodes d'allocations dynamique existantes, ainsi qu'une exploration de nouvelles méthodes envisageables.
- Choix des méthodes d'allocation dynamique que nous comptons examiner
- Création de maquettes sur Excel/VBA pour avoir des premières intuitions.
- Premières ébauches d'algorithmes que nous aimerions mettre en place.
- Mise au point d'une deuxième maquette Excel/VBA permettant de les tester sur quelques grands aspects.
- Ecriture des fonctions correspondants aux différentes stratégies d'allocation dynamique retenues, sur papier.
- Les implémenter, les debugger.
- Voir si possible intégration de nouvelles contraintes dans l'algorithme (ex : production)
- Comparaison des différentes stratégies.
- Intégration de la contrainte solvabilité II
- Approfondissements des différents impacts de la stratégie retenue.

VI. 2) Les méthodes :

- Utilisation de maquettes Excel/VBA
- Utilisation de l'outil interne du service gestion actif-passif permettant de faire des lancements stochastiques (*méthodes de Monte Carlo*).
- Utilisation de frontières efficientes.

Partie I

Panorama des différentes stratégies d'allocation dynamiques envisageables

La première partie de mon étude a consisté à faire un état de l'art des différentes méthodes d'allocations dynamiques d'actifs dans le cadre de problématiques d'assurance ou d'actifs purs et dans la recherche de nouvelles solutions.

Du fait de son intérêt majeur dans le domaine de la finance et de l'assurance le problème d'optimisation de portefeuille a suscité beaucoup de recherches. Les premiers développements sont dus à Markowitz à travers ses travaux sur la quantification et la diversification du risque en 1952, ceux-ci lui valurent le prix Nobel d'économie en 1990. Cette théorie sert encore de base à la plupart des modèles utilisés en finance bien qu'elle soit largement controversée. En effet beaucoup d'aspects furent challengés et donnèrent lieu à de nombreux travaux. Entre autres la mesure de risque choisie (variance dans le Modèle de Markowitz) fut remise en cause et plus récemment la dimension uni-période de la méthode.

Voici quelques méthodes essayant de donner un caractère dynamique à la méthode d'optimisation de portefeuilles.

I. Méthodes Prédictives

I. 1) Multiperiod :

La philosophie de cette méthode est de déterminer une nouvelle allocation à chaque pas de temps en intégrant les derniers rendements et en essayant de prévoir une tendance, cela en passant par exemple, par des processus autorégressifs.

Un avantage de cette méthode est qu'elle intègre les dernières données (entre $T=0$ et le pas considéré), donc elle se sert de toute l'information à disposition.

Mais cette méthode a pour inconvénients d'être fondée sur des modèles journaliers or notre réallocation est semestrielle, donc elle ne serait pas directement transposable. Enfin, cette méthode conduit à arbitrer notre modèle ce que nous voulons éviter à tout prix.

I. 2) Black Litterman :

La philosophie de cette méthode est de prendre en compte les vues qu'a le gestionnaire d'actifs sur les évolutions prochaines du marché.

Un avantage est de prendre en compte une vue court terme. L'un inconvénient majeur est que cette méthode oblige à prendre en compte les vues du gestionnaire en amont de l'étude ALM. Ce qui n'est pas envisageable pratiquement. En effet un changement d'opinion du gestionnaire conduirait à reconduire toute l'étude, cela rendrait le processus trop long et trop coûteux.

Le problème majeur que présentent les deux stratégies précédentes est que celles-ci ont pour but d'optimiser le couple rendement risque du portefeuille d'actifs purs, or nous allons le voir, l'assureur à une problématique bien différente d'un gérant d'actifs purs (cf. Partie II. I : Un risque asymétrique entre l'assureur et l'assuré).

II. Méthodes combinatoires et stochastiques

II. 1) Allocation statique combinatoire :

Cette méthode consiste à tester tous les chemins d'allocations possibles. C'est-à-dire qu'à chaque pas de temps nous essayons plusieurs allocations possibles, nous testons alors le chemin des combinaisons d'allocations possibles. Mais cette méthode présente comme inconvénient de rester déterministe et surtout les temps de calcul nécessaires à son application sont rédhibitoires.

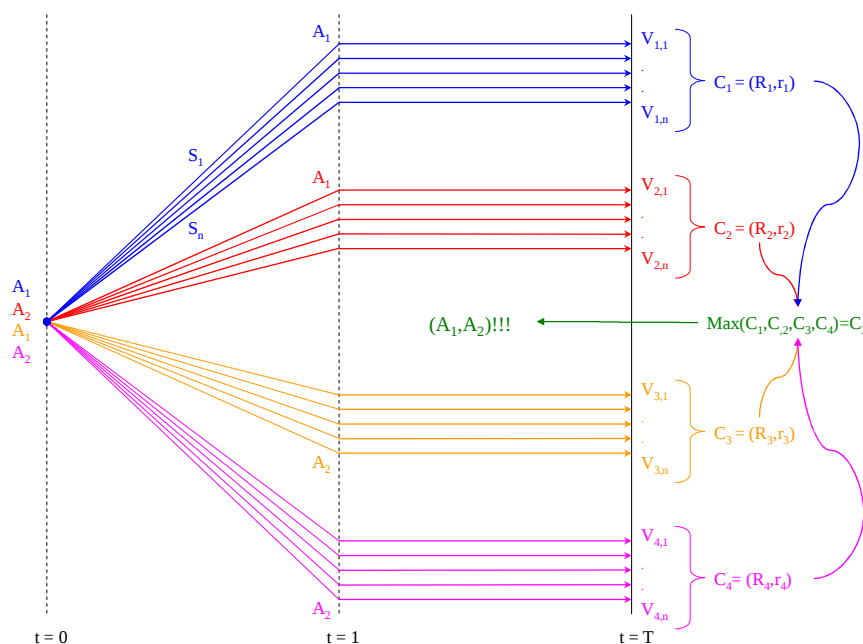


Figure 9 : Méthode d'allocation statique combinatoire

II. 2) Allocation dynamique stochastique :

Cette méthode utilise la méthode de réallocation statique pour calculer l'allocation stratégique optimale d'actifs à chaque pas de réallocation, mais surtout déterminer l'allocation initiale optimale, sachant que nous pourrions nous réallouer à chaque pas de temps sur une allocation

optimale pour le pas considéré. Elle a des temps de calcul plus abordables mais qui restent beaucoup trop élevés.

III. Méthodes de rebalancement

Tous les auteurs s'accordent sur la nécessité de rebalancer régulièrement un portefeuille afin de prévenir la dérive des pondérations des différentes classes d'actifs, et donc de rester dans des limites de risque acceptables.

Le rebalancement se fait soit de façon systématique, à intervalles de temps réguliers (rebalancement systématique ou allocation constante), soit en cas d'écart des pondérations au delà d'un certain niveau par rapport à l'allocation d'origine (rebalancement Threshold), soit en fonction d'autres critères, comme le niveau de richesse ou le temps restant à échéance du contrat (rebalancement conditionnel).

III. 1) Stratégie de seuil (Threshold) :

Cette stratégie de rebalancement consiste à choisir une allocation initiale et laisser la part d'actif risqué évoluer entre deux bandes.

Deux versions sont possibles :

- On band : Cela signifie que lorsque nous dépassons l'intervalle autorisé nous nous réallouons à la borne que nous avons dépassée.
- On target : Lorsque nous dépassons l'intervalle autorisé nous nous réallouons à l'allocation initiale.

Plusieurs études ont tentées de montrer que cette stratégie avait un impact positif sur la performance du portefeuille sans augmenter le risque. Nous étudierons alors cette stratégie de plus près dans une prochaine partie.

III. 2) Rebalancement conditionnel :

III. 2.1) Présentation :

Le principe est de se réallouer à chaque pas de temps en fonction de certains indicateurs. Cette méthode de réallocation semble intéressante, car elle rajouterait très peu temps calcul au temps de traitement usuel. Elle pourrait permettre de mieux capter la réalité du travail, en effet nous savons qu'en fonction de la solvabilité, de la richesse du portefeuille et des opportunités de marchés les gestionnaires ne réagissent pas de la même manière. Enfin relâcher la contrainte « constante » et faire varier l'allocation en fonction de critères bien choisis à chaque pas de temps, devraient nous permettre d'améliorer notre couple rendement-risque.

III. 2.2) Critères de rebalancement :

Il nous a fallu choisir les différents critères qui conditionneraient notre rebalancement.

Les critères auxquels nous avons successivement pensé étaient :

- Temps restant d'ici l'expiration du contrat
- Environnement économique
- Divergence des rendements par rapport aux hypothèses initiales
- Richesse
- Valorisation de l'actionnaire : Marge de l'actionnaire
- Plus ou moins values* latentes (voir si nous voulons ou non les exercer à chaque pas de temps)
- Les opportunités de marché
- Le new business
- Le niveau solvabilité

Pour les critères :

- Le temps restant à expiration du contrat, une autre personne de l'équipe s'est penchée sur la question et n'a pas trouvé qu'il s'agissait d'un critère pertinent. Nous ne l'avons donc pas gardé.
- La valorisation de l'actionnaire, est en partie inclus dans la richesse
- La valorisation de l'actionnaire, est en partie inclus dans la richesse
- Plus ou moins values latentes : celles-ci sont aussi incluses en partie dans la richesse. Cependant certaines choses sont possibles elles sont évoquées en Partie mais ne seront pas implémentées par soucis de ne de simplicité de l'algorithme.
- Divergence des rendements par rapport aux hypothèses initiales. Ce problème se rapproche trop du modèle du multi-période or nous l'avons déjà écartée.

Les critères que nous avons décidés d'étudier sont donc :

- La richesse
- Les taux garantis
- La clause de participation aux bénéfices
- Les opportunités de marché
- Le new business*
- Le niveau solvabilité

Partie II

Résultats obtenus avec la première maquette

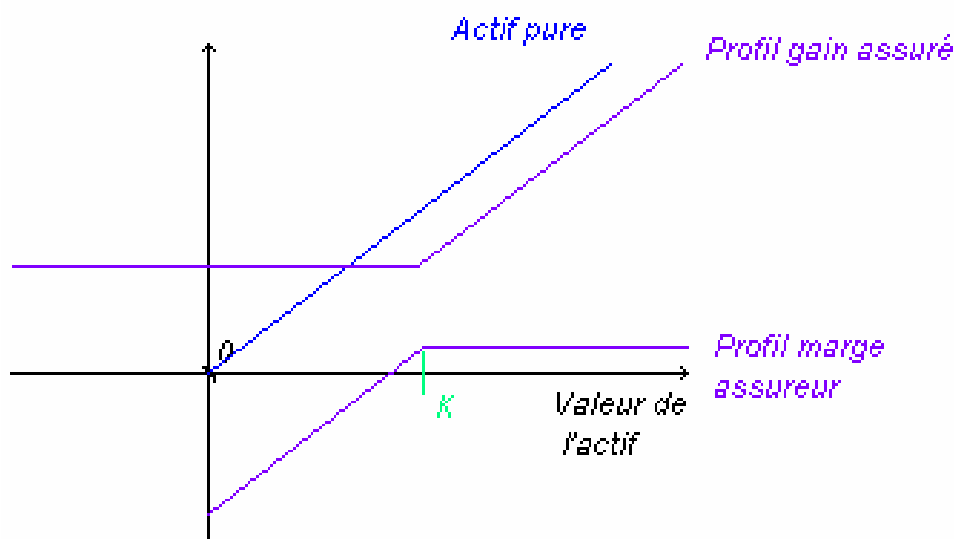
I. Un risque asymétrique entre l'assureur et l'assuré

Nous montrons ici pourquoi l'assureur ne peut pas adopter une démarche classique de gestionnaire d'actifs (c.-à-d. une personne qui endosserait l'entièreté de des pertes et de des gains de son portefeuille) pour déterminer l'allocation de son portefeuille.

Pour un contrat d'assurance vie du type euro l'assureur assume l'entièreté des pertes subies par ses actifs. L'assureur est limité par la réglementation et le contrat quant à ses gains (marge fixe qui pour un contrat standard ne dépasse pas 1%, une marge variable dépendant du pourcentage d'attribution des participations aux bénéfices versée aux assurés). Il existe alors une asymétrie de risque entre l'assureur et l'assuré. Et cette asymétrie va déformer la frontière efficiente de l'assureur.

Pour évaluer l'impact de cette asymétrie nous avons créé une maquette (cf annexe I et II). Dans cette maquette nous avons modélisé le profil de la marge actionnaire comme la vente d'un put* translaté de la marge fixe et l'achat d'un call* auquel nous appliquons un coefficient qui représente la participation aux bénéfices (Ex : 0.15 pour une clause de PB à 85%).

Nous avons fait le choix de modéliser la marge de l'assureur comme un put sur l'actif (translaté de la marge) car, un contrat d'assurance vie en euros est un contrat qui garantit un certain montant à une échéance donnée t (ceci est une approximation, celle-ci est en réalité évaluée par une étude actuarielle); la marge de l'assureur à la date t est donc donnée par $\min(0, (S_t - K)) + \text{marge}$, (K =le montant garanti+la marge et S_t = la valeur du portefeuille) cela correspond à la vente d'un put sur l'actif+une constante.



Profil gain assuré et assureur (100% de PB)

Cette maquette ne modélise qu'un seul pas de temps.

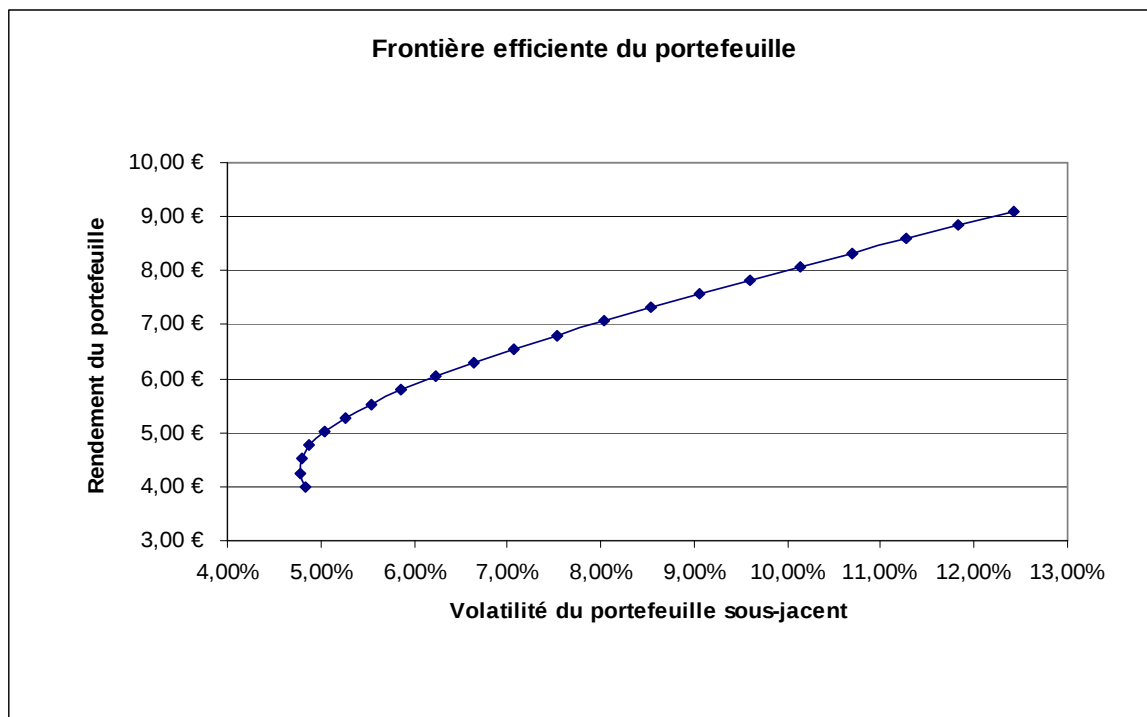


Figure 10 : Frontière efficiente pour le portefeuille d'actifs

Nous constatons, conformément à nos intuitions, que le rendement augmente avec le risque que nous prenons. C'est ce qui est exprimé ici à travers de cette frontière efficiente. Mais la problématique de l'assureur est tout autre et nous le constatons sur le graphique ci-dessous.

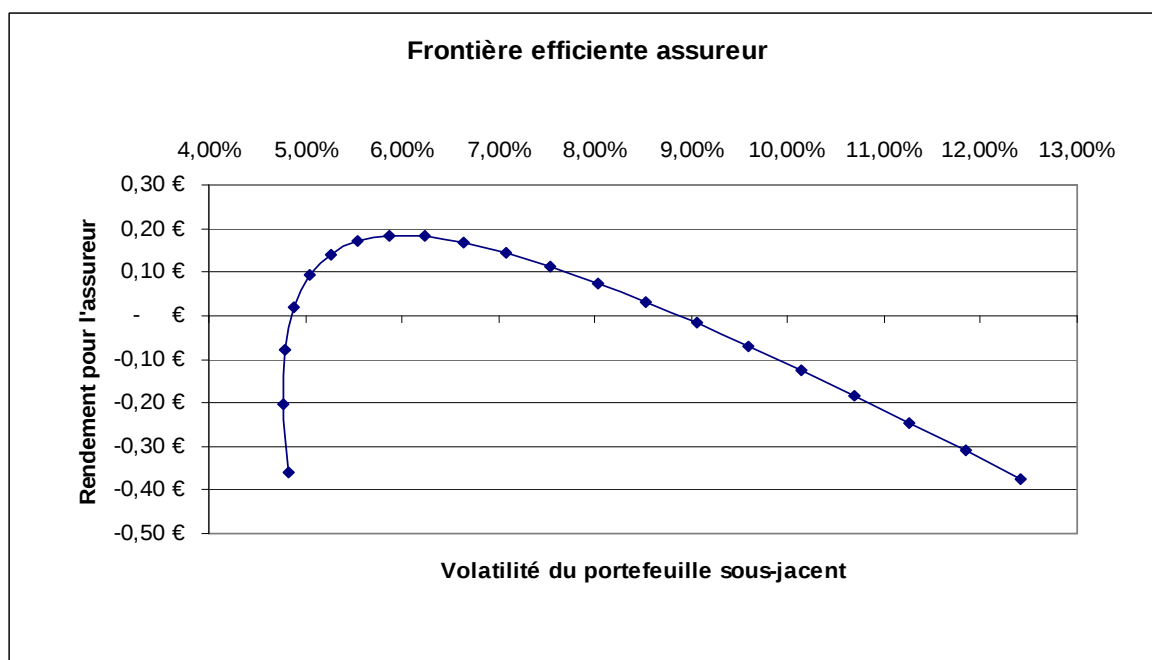


Figure 11: Frontière efficiente pour la marge assureur

Contrairement au portefeuille d'un gérant d'actifs pures, au delà d'un certain seuil de risque, l'assureur n'aura aucun intérêt à augmenter son risque puisque son espérance de rendement va en diminuant ce qui n'était pas le cas dans la situation précédente.

Remarques : En revanche, du suite à l'asymétrie entre l'assureur et l'assuré, ce dernier aura tendance à vouloir que son contrat soit fortement investi en actif risqué.

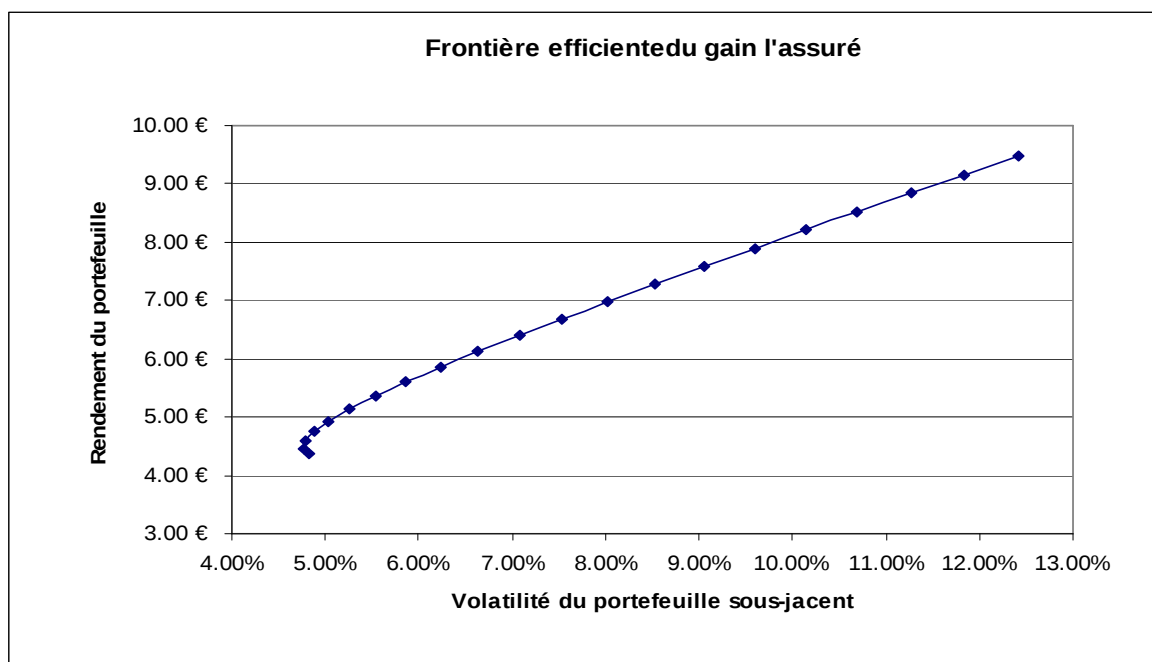


Figure 12 : Frontière efficiente pour le gain assuré

A présent tachons à l'aide de cette même maquette de comprendre l'impact des différents critères choisis (Cf. Partie I. III. 2) Rebalancement conditionnel) sur la part d'actifs risqués.

II. Impact de la richesse

Nous avons cherché à connaître l'impact de la richesse, que nous pensons un critère important, sur l'allocation, part d'actifs risqués versus part d'actifs non-risqués.

II. 1) Cadre de l'étude

Solvabilité II est une réforme réglementaire européenne qui devrait être mise en place en 2012 (Solvabilité I étant l'ancienne réglementation encore en vigueur). Son objectif est de mieux adapter les fonds propres exigés des compagnies d'assurances avec les risques que celles-ci encourent. En conséquence, les actifs à haut risques induiront d'avantage de besoin en fonds propres et engendreront donc un coût supplémentaire pour l'assureur (au travers de la rémunération des fonds propres). Dans le cadre de l'étude on a considéré un choc de 45% sur les actions et un choc de 25% sur l'immobilier (hypothèses retenues avant publication des spécifications techniques QIS5). Nous pouvons donc légitimement penser que cette réglementation aura un impact majeur sur la gestion des actifs des assureurs. Nous allons dans cette partie essayer d'en comprendre l'impact.

Le besoin en capital pourrait être lui-même un des critères de rebalancement.

Exemple : En cas marge de solvabilité faible, nous nous vendrions des actifs à fort coût en capital au profit d'actifs à moindre cout en capital et ainsi alléger le capital à immobiliser.

Seulement le temps de calcul du coût en capital étant à ce jour encore très long, nous avons décidé pour ne pas allonger les temps de traitement déjà lourds de ne pas aborder cette partie. Nous allons également tâcher au travers de cette partie de comprendre l'impact de l'existence d'une marge variable pour l'assureur.

II. 2) Dans le cadre d'une marge variable

Nous prenons une clause de participation aux bénéfices de 85% et donc une marge variable pour l'assureur d'au plus 15% des produits financiers.

II. 2. 1) En solvabilité I

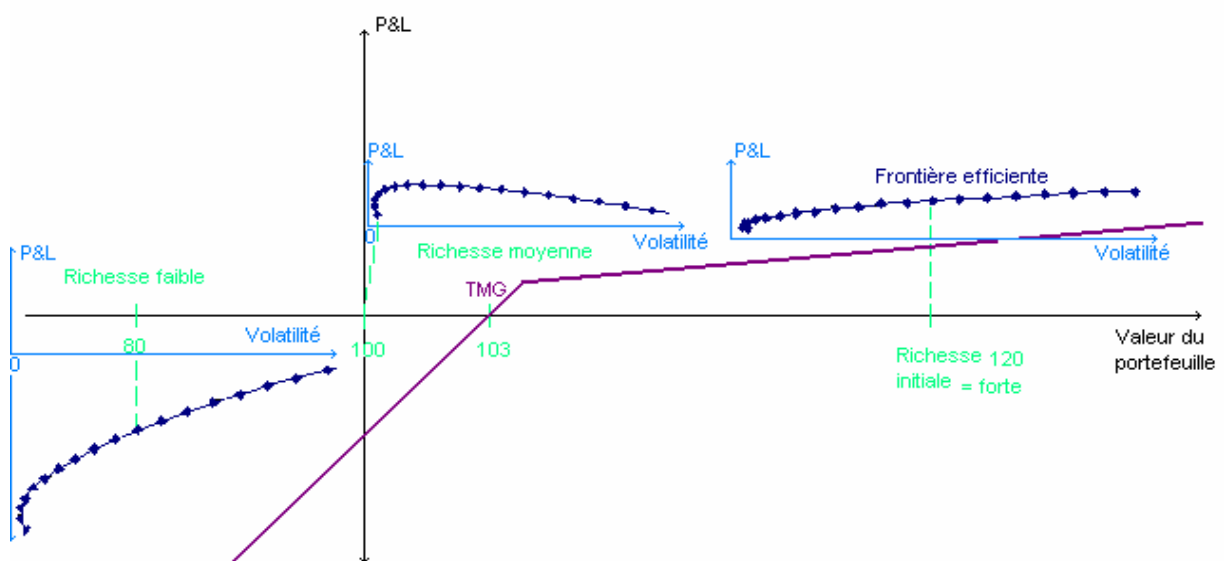


Figure 13: Allure de la frontière efficiente de la marge assureur en fonction de la richesse initiale, dans le cadre de solvabilité I avec une clause de participation aux bénéfices de 85%

- Richesse initiale faible : la frontière efficiente se rapproche d'une frontière efficiente de Markowitz (i.e. l'espérance de gain augmente avec le risque).
- Richesse initiale moyenne : l'assureur n'a pas intérêt à augmenter beaucoup son risque car son espérance de rendement diminuera.
- Richesse initiale très grande : la frontière efficiente ressemble à une frontière efficiente de Markowitz mais avec des pentes plus faibles

Lorsque l'assureur est très hors de la monnaie* (nous parlerons de richesse faible) au début de l'exercice, son profil de gain est symétrique, ce pour une volatilité pas trop grande (la pente du profil de marge est alors de 1). Toutes les pertes sont supportées par lui mais à l'inverse tous les gains lui reviennent. Il est alors intuitif de retrouver la frontière efficiente de Markowitz pour la marge assureur, ce que nous constatons bien sur le graphique ci-dessus.

Lorsque l'assureur est à la monnaie* (nous parlerons de richesse moyenne) son profil de gain est asymétrique. En effet, il engrange toutes les pertes mais n'a qu'une faible partie des gains, ainsi sa frontière efficiente est déformée et l'assureur n'a pas intérêt à beaucoup accroître son risque.

Lorsque l'assureur est très dans de la monnaie* (nous parlerons de grande richesse) au début de l'exercice, son profil de gain est symétrique, ce pour une volatilité pas trop grande (la pente du profil de marge est alors de 0,15). Les pertes sont alors supportées par lui à hauteur de 15% et les gains lui reviennent à hauteur aussi de 15%. Nous retrouvons alors encore une fois le profil de la frontière efficiente classique de Markowitz mais cette fois avec un accroissement de rendement plus faible. Nous pouvons d'ailleurs penser ici que le risque du portefeuille sure estime un peu le risque porté par l'assureur dans notre modèle.

II. 2. 2) En solvabilité II

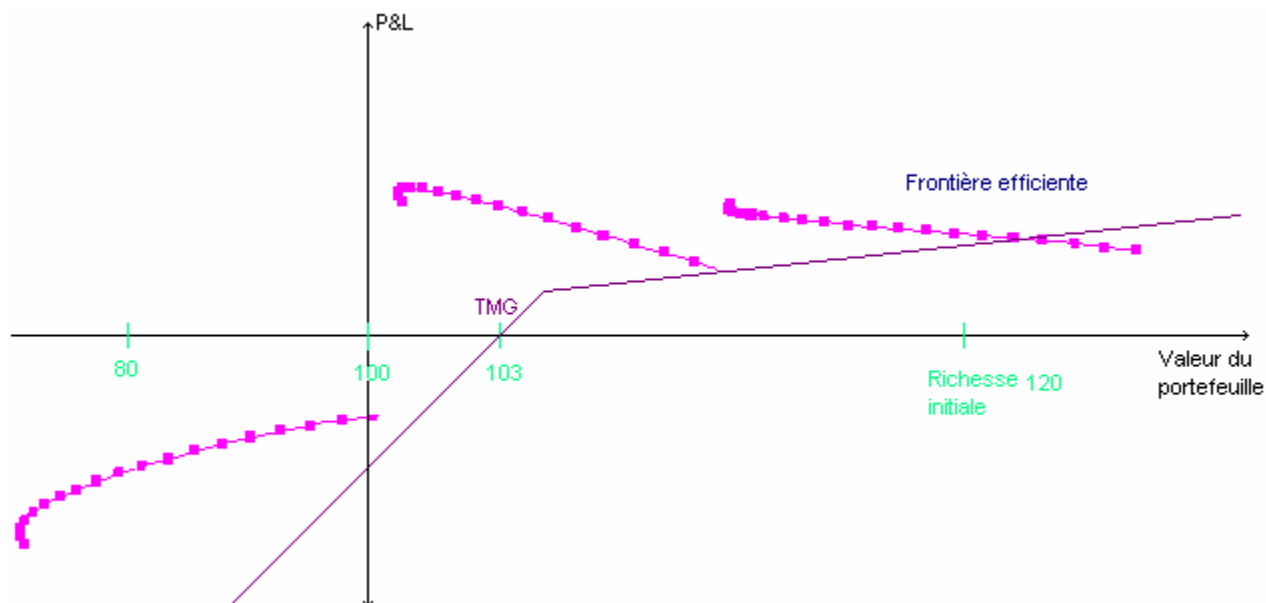


Figure 14: Allure de la frontière efficiente de la marge assureur en fonction de la richesse initiale, dans le cadre de solvabilité II avec une clause de participation aux bénéfices de 85%

Nous constatons alors que pour une richesse initiale forte l'assureur n'a aucun intérêt à prendre du risque du fait du cout en capital très élevé pour les actions

II. 3) Dans un cadre où il n'y a pas de marge variable

Ici, la participation aux bénéfices est de 100%.

II. 3. 1) En solvabilité I

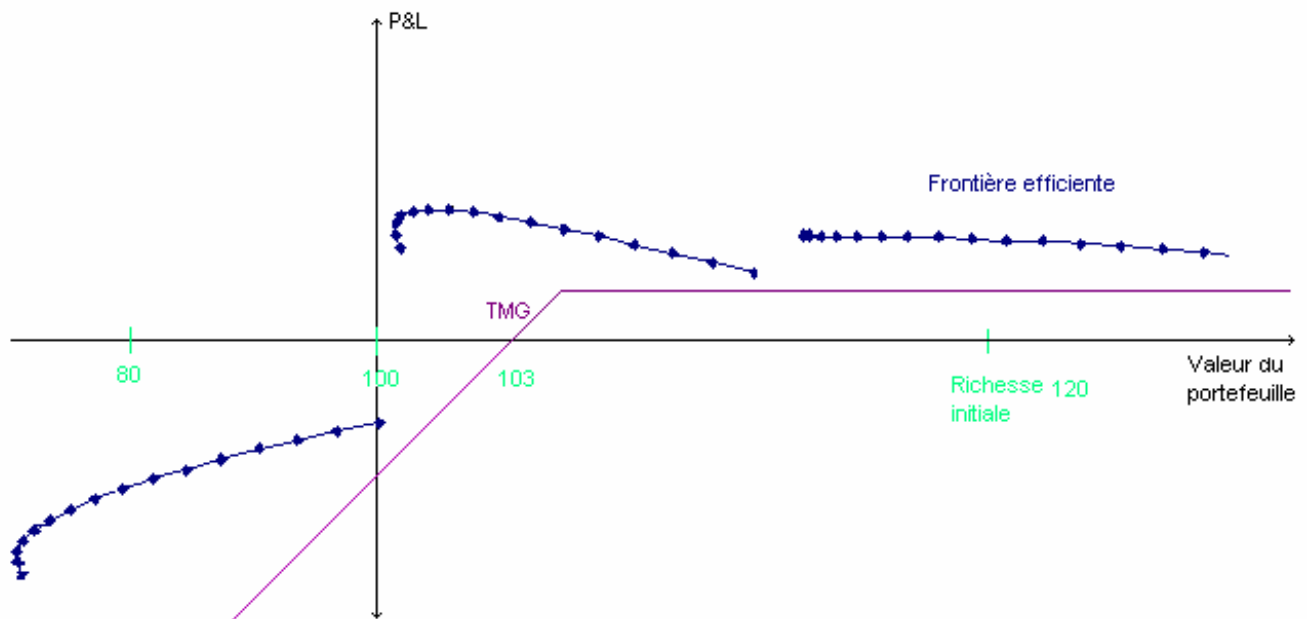


Figure 15: Allure de la frontière efficace de la marge assureur en fonction de la richesse initiale, dans le cadre de solvabilité I avec une clause de participation aux bénéfices de 100%

A présent si la richesse initiale est très grande l'assureur n'a pas intérêt à prendre de risques.

II. 3. 2) En solvabilité II

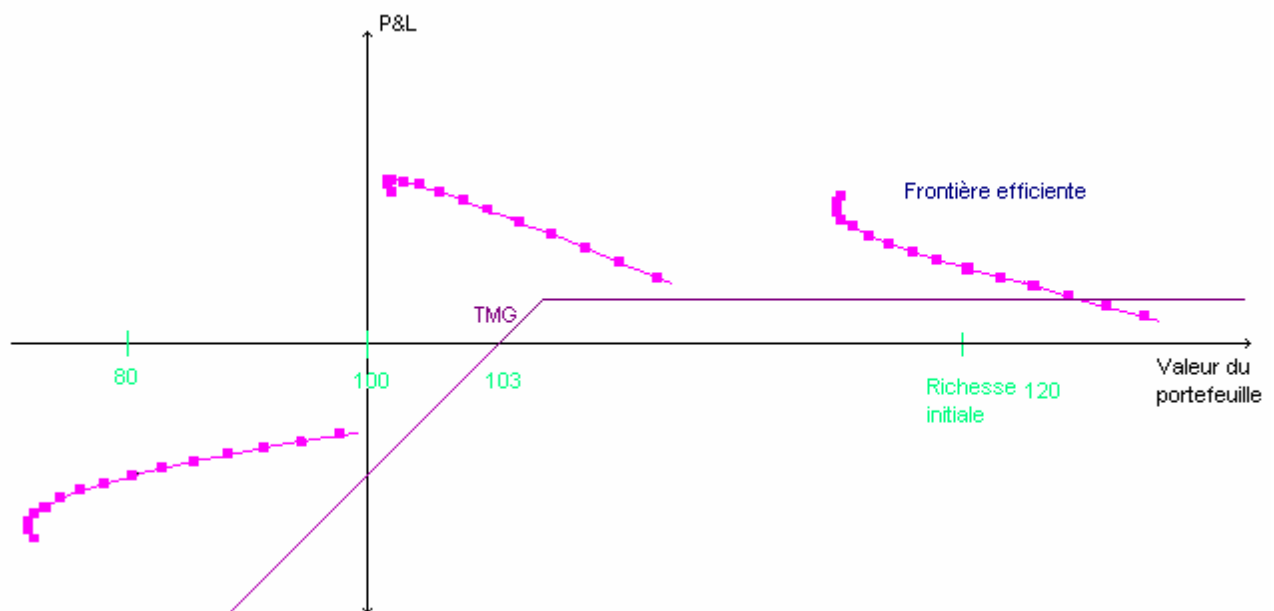


Figure 16: Allure de la frontière efficace de la marge assureur en fonction de la richesse initiale, dans le cadre de solvabilité II avec une clause de participation aux bénéfices de 100%

Le phénomène précédent est accentué, même si la richesse initiale est très grande l'assureur n'y gagnera rien à prendre plus de risque.

II. 4) Conclusion

En conclusion, il se dégage que l'assureur a plus ou moins intérêt à prendre du risque selon la richesse de son portefeuille. Le critère richesse semble donc un critère pertinent pour la méthode de rebalancement conditionnel.

Aussi, l'existence d'une marge variable ou non est un critère important, car cela change les conclusions de l'impact de la richesse sur la part d'actifs risqués du portefeuille.

IV. Impact des TMGs

Nous arborons à présent une nouvelle phase de notre étude. Nous cherchons ici à étudier l'impact des TMGs sur l'allocation optimale. Dans notre maquette, l'impact du TMG se résume à un à un phénomène de translation de richesse. Elever le TMG revient à appauvrir l'assureur et le diminuer revient à l'enrichir.

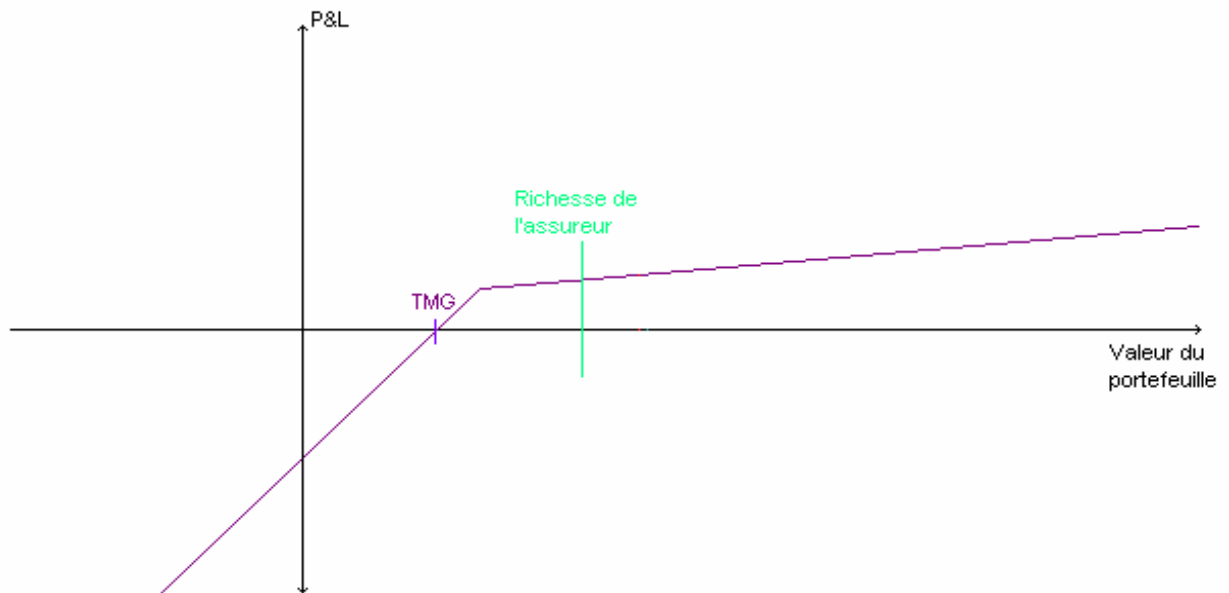


Figure 17: Cas d'un TMG faible : l'assureur a une richesse forte

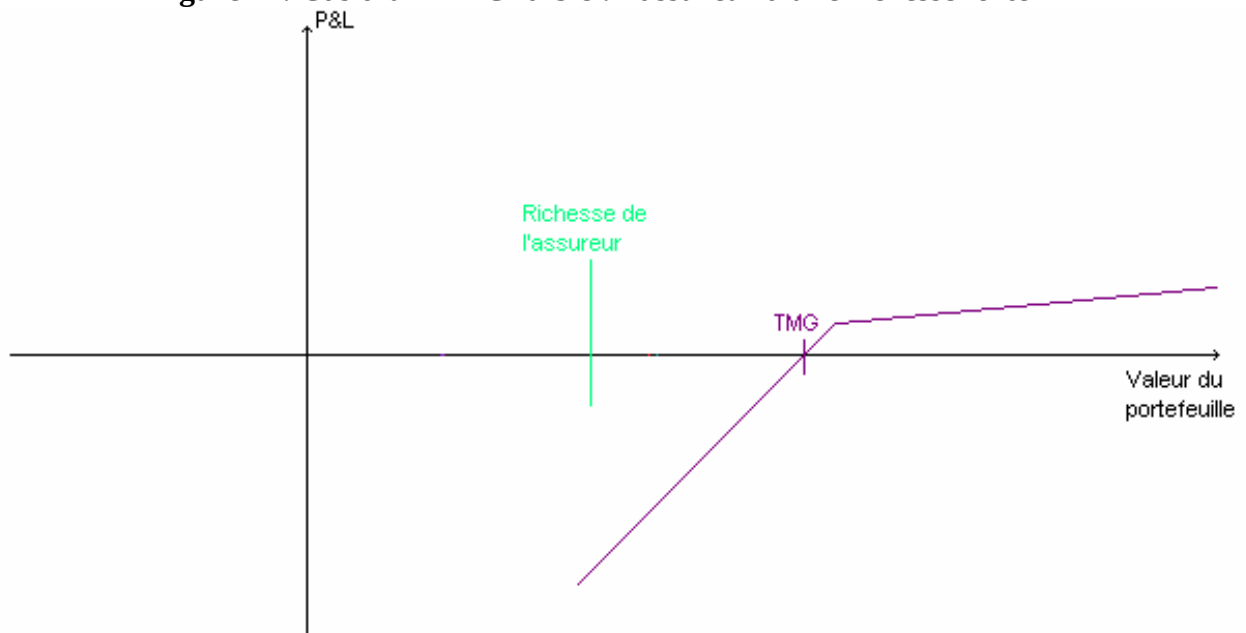


Figure 18: Cas d'un TMG fort : l'assureur a une richesse faible

Nous avons cherché dans une deuxième étape à quantifier l'impact d'une diversification des TMGs sur la marge assureur.

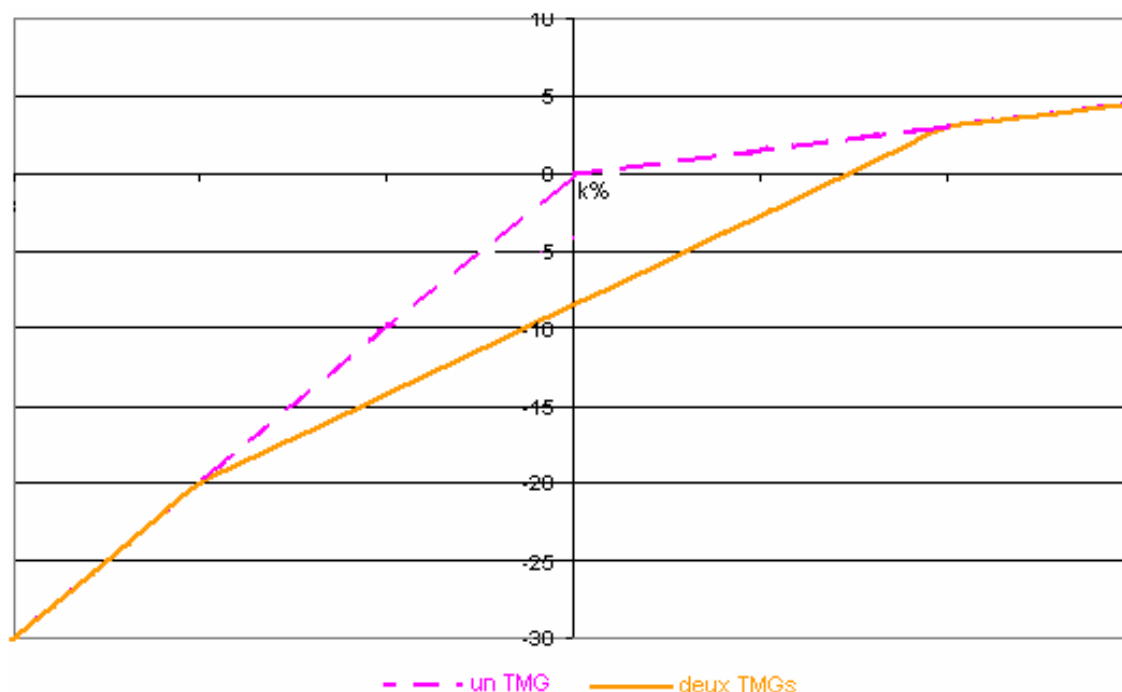


Figure 19: Impact de la diversification des TMGs sur le profil de marge

Avoir deux TMGs de moyenne $k\%$ en portefeuille plutôt que n'avoir qu'un TMG de $k\%$ en portefeuille, revient à diminuer notre espérance de gain et change aussi notre profile de risque.

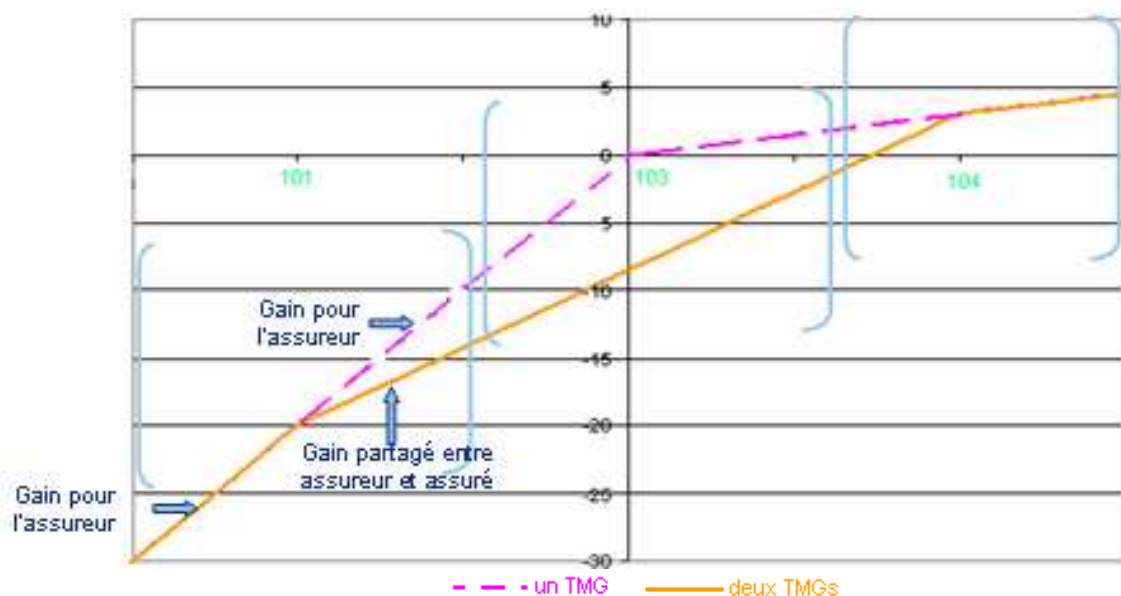


Figure 20: Impact de la diversification des TMGs sur l'appétit au risque

- Richesse initiale faible : Nous aurons plus intérêt à prendre du risque avec le portefeuille comportant un TMG.

- Richesse initiale moyenne : Nous aurons plus intérêt à prendre du risque avec le portefeuille comportant deux TMGs.
- Richesse initiale très grande : Nous aurons plus intérêt à prendre du risque avec le portefeuille comportant un TMG.

A travers de travaux parallèles nous avons constaté que si nous élevions (resp. diminuait) le TMG moyen en portefeuille nous étions poussé à prendre plus (resp. moins) de risque. Ce qui a confirmé nos intuitions données par notre première partie d'étude.

Cependant, il reste un effet que nous n'arrivons pas à capturer. L'augmentation (resp. diminution) du TMG est souvent due à une augmentation (resp. diminution) du rendement des obligations. Et donc une prise de risque supplémentaire ne s'impose pas nécessairement. Cet effet de variation du TMG ne sera donc pas capturé dans notre algorithme de rebalancement conditionnel.

VI. Opportunités de marché

Aujourd'hui peu de choses sont faites dans le modèle sur ce point.

Nous pourrions essayer de mieux :

- Capter les cycles de marché.
- Revoir le modèle prédictif, à travers entre autre les scénarios (modèles autorégressifs).

Un exemple d'opportunité de marché est le suivant :

Il se trouve qu'il existe des modèles dynamiques basés sur des modèles de volatilités et de corrélations non constants.

Les investisseurs institutionnels ont payé un lourd tribut durant la crise de 2008 (ils ont vu simultanément la valeur de leurs actifs chuter et la valeur de leur passif augmenter -cela du au fait de la baisse des taux d'intérêts sur lesquels repose le taux d'actualisation du passif). Ils ont alors du constater que leurs modèles de gestion Actif-Passif n'étaient pas assez robustes pour prévoir ce type d'évènement extrêmes. Cela laisse supposer que les investisseurs institutionnels n'ont pas su estimer leur risque, ce qui est un gros manque à gagner pour ces investisseurs qui sont de plus en plus challengés sur cet aspect.

Une façon de modéliser ce phénomène de crise est d'introduire des modèles de volatilités et des corrélations variables. En temps de crise nous constatons des volatilités bien plus fortes que d'ordinaire, cela combiné à des corrélations plus fortes entre les actifs, la diversification du portefeuille n'est alors plus suffisante.

La réponse intuitive à cette nouvelle problématique est une nouvelle modélisation de la volatilité des actifs et des corrélations entre ceux-ci.

Pour le moment le modèle interne de projection d'Axa ne permet pas d'utiliser de tels modèles.

Mais cette problématique de prise en compte des opportunités de marché étant trop différente des aux autres points évoqués nous ne la traiterons pas dans ce mémoire.

VIII. Conclusion

La première maquette nous fourni intuitivement plusieurs critères de décision :

- La richesse
- PB
- La solvabilité
- Les TMGs.

Nous concluons que ces critères sont des facteurs à prendre en compte dans l'algorithme de rebalancement conditionnel. En revanche, la maquette ne nous a pas permis d'élaborer des opinions sur d'autres aspects, tels que la production (entrée de nouveaux contrats), ou une projection sur un pas de temps plus long.

Partie III

Proposition d'algorithmes et test des premières versions

I. Différentes stratégies fondées sur les résultats de la première partie

Une des principales conclusions émergeant de la deuxième partie est la suivante :

- Les risques que l'assureur va être poussé à prendre émanent à la fois de sa richesse, des clauses du contrat et de la solvabilité.

Les algorithmes que nous proposons découlent donc de ce principe.

Nous nous plaçons dans le cadre du 3ème cas étudié dans la partie II. Les conclusions étaient plus nous sommes riches, moins nous devons prendre de risque, et réciproquement.

Pour tester des algorithmes basés sur ce principe, nous avons créé une maquette qui simule un bilan d'assurance simplifié sur 60 ans. Notre portefeuille comporte deux catégories d'actifs : des obligations et des actions. Ces actifs fictifs se veulent représentatifs respectivement des actifs non-risques et des actifs risques

Il nous est possible de regarder à la fin de chaque période la performance réalisée par les actifs sur cette durée. Et donc d'adopter une nouvelle allocation des actifs, en fonction des résultats passés. La PM est aussi revalorisée à chaque pas de temps, nous sommes alors en mesure de savoir si l'actionnaire abonde ou pas et de quel montant.

Cf. annexe III pour les détails de la maquette.

I. 1) 1^{ère} stratégie : A pas constant :

Cette stratégie consiste à, tout d'abord, choisir une allocation initiale pour notre portefeuille d'actifs (à $T=0$). Puis à chaque fin de période réajuster notre part d'actions. Le mécanisme de la réévaluation est le suivant : Nous augmentons la part action si la VB de notre portefeuille est inférieure à $(1+x)*PM$. Si par contre la VB est supérieure $(1+x)*PM$ nous diminuons notre part d'actifs risqués. A la hausse comme à la baisse la variation de la part d'action est identique à chaque pas de temps. Nous nous fixons aussi un intervalle admissible de part d'actifs risqués.

I. 1.1) Indicateurs rendement/risque :

La **marge actionnaire comprend** ensemble des marges actualisées captées par l'actionnaire au cours des 60 années auxquelles nous retranchons les abondements.

Le **résultat** représente la marge brute de l'actionnaire.

I. 1.2) Les résultats :

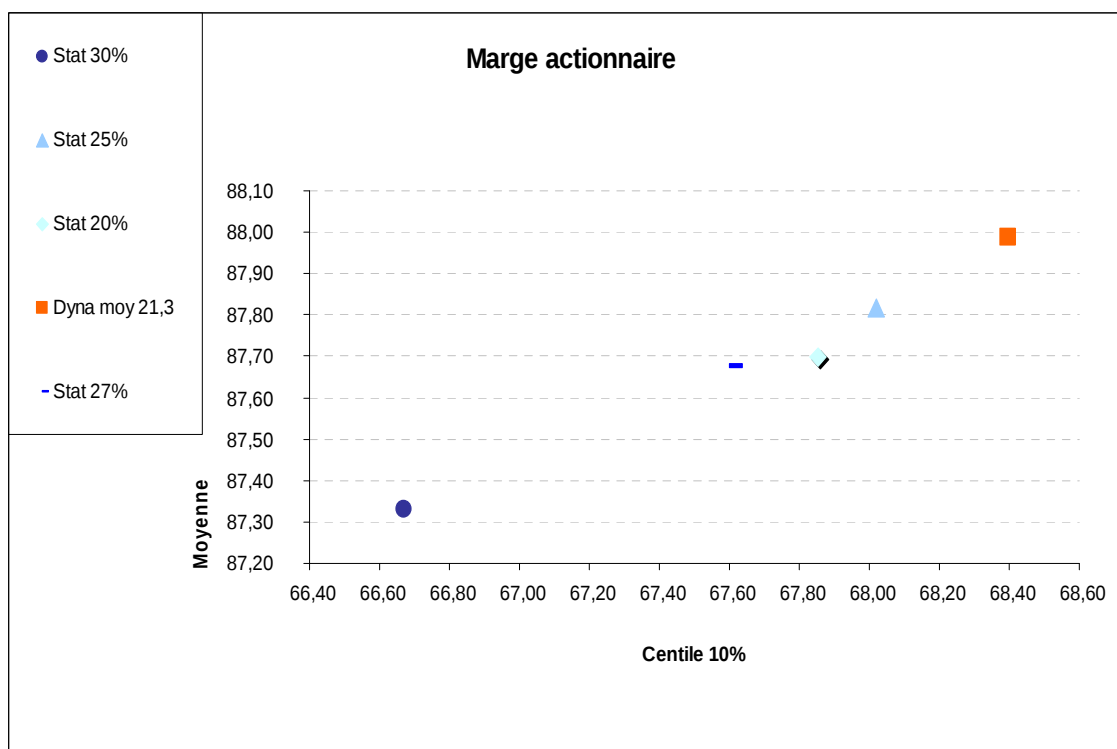


Figure 21 : Comparaison d’allocations statiques à une allocation dynamique cela dans le plan rendement risque de la marge actionnaire

En ajustant les différents paramètres nous trouvons au moins une allocation qui surperforme toutes les allocations statiques dans le plan rendement risque de la marge actionnaire.

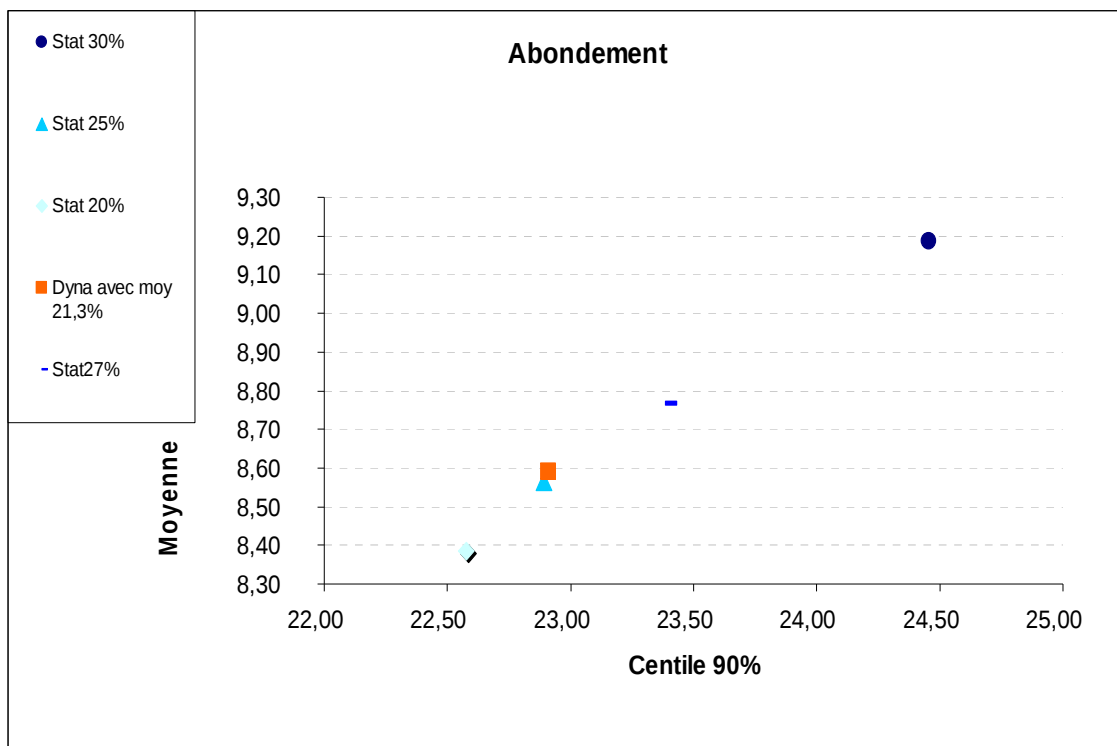


Figure 22 : Comparaison d’allocations statiques à une allocation dynamique, cela dans le plan rendement risque de la marge actionnaire

Du point de vue de l'abondement cette stratégie d'allocation à un niveau équivalent à celui de l'allocation statique 25%.

Remarque : Pour la frontière efficiente de la marge actionnaire les points les plus efficaces sont les points se trouvant les plus proches du coin haut droit, nous voulons la plus grande marge possible pour l'actionnaire.

Pour la frontière efficiente de l'abondement les points les plus efficaces sont les points se trouvant les plus proches du coin bas gauche. En effet, nous voulons le plus petit abondement possible.

I. 1.3) Impact de la stratégie sur un portefeuille d'actifs purs :

Nous voudrions connaître l'impact de cette stratégie dynamique sur un portefeuille dont nous ne distribuerions pas la marge à l'actionnaire (elle resterait dans le portefeuille) et où nous n'aurions pas d'abondement non plus.

Nous appliquons donc cette stratégie comparée à une stratégie constante.

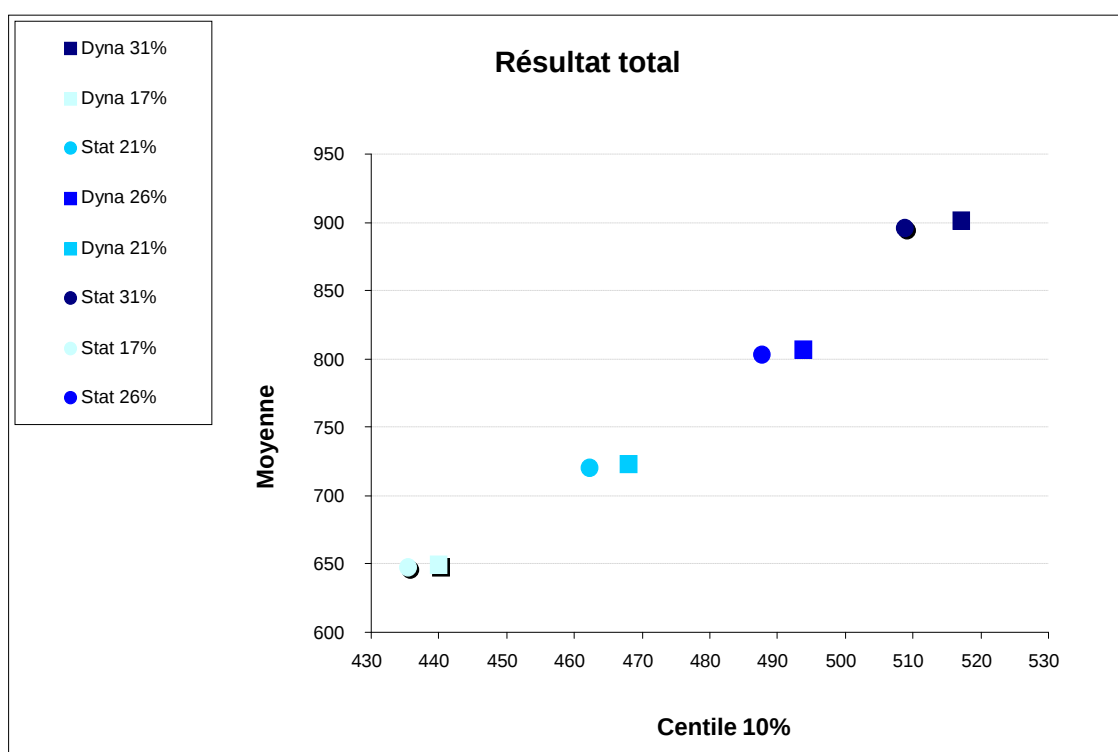


Figure 23 : Comparaison des résultats de la stratégie dynamique comparée à l'allocation statique (2)

Les allocations dynamiques ont moins de risque avec une même moyenne action. Et sont légèrement plus rentables. Nous pouvons donc dire que le gain n'est pas du à l'abondement effectué.

I. 2) 2^{ème} Stratégie : Part d'actifs risqués donnée par le seuil de richesse :

Nous avons vu que la stratégie précédente présentait l'inconvénient d'avoir un abondement un peu plus fort que la stratégie statique.

Voici une nouvelle stratégie statique qui semble améliorer ce point.

Nous décidons à présent qu'à chaque rapport VB/PM en début de période correspond à une part d'action déterminée.

Nous avons choisi un profil linéaire et nous gardons des parts hautes et basses pour la part d'action. Pour mieux comprendre nous pouvons regarder le graphique ci-dessous. Ce que nous voyons c'est que pour un ratio de richesse (VB/PM) compris entre 0 et 0.75 la part d'actif risquée sera mise à 30%, entre 0.75 et 1.25 elle dépendra linéairement de ce ratio, enfin entre 1.25 et plus elle sera de 20%.

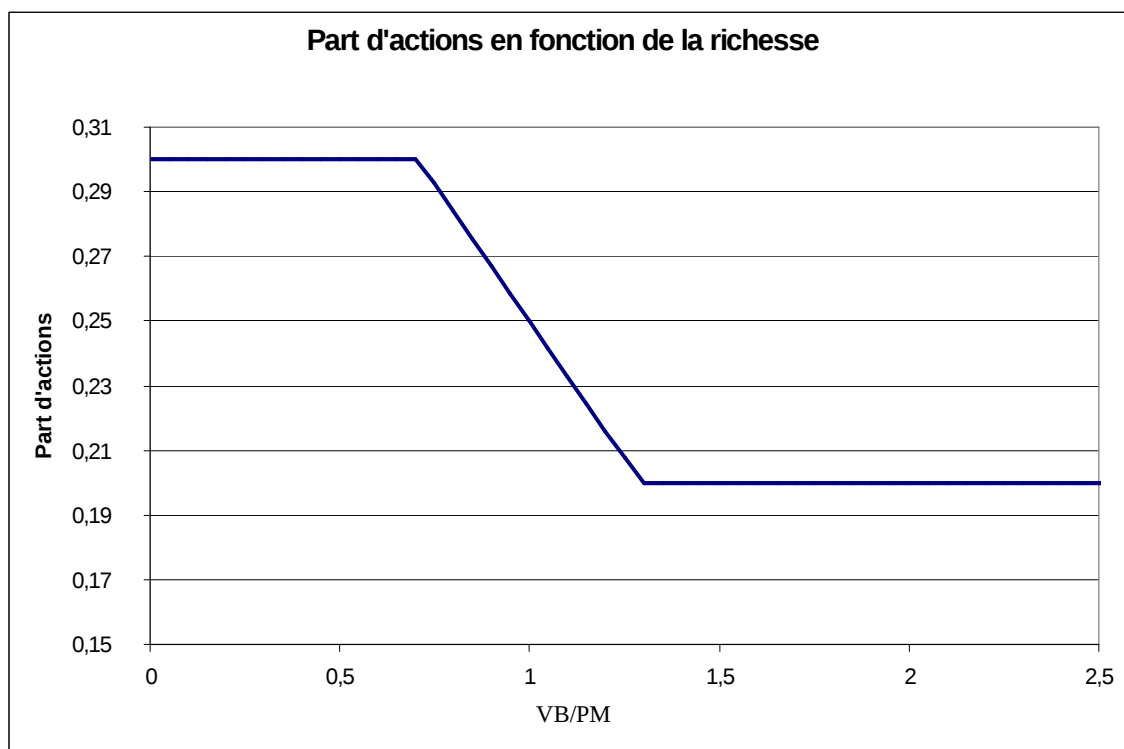


Figure 24 : Part action du portefeuille en fonction du ratio VB/PM

Nous appelons cette nouvelle stratégie d'allocation « stratégie dynamique 2 » appelée « Dyna 2 » sur les graphiques. La 1^{ère} stratégie est alors appelée « stratégie dynamique 1 » appelée « Dyna 1 » sur les graphiques

I. 2.1) Les résultats :

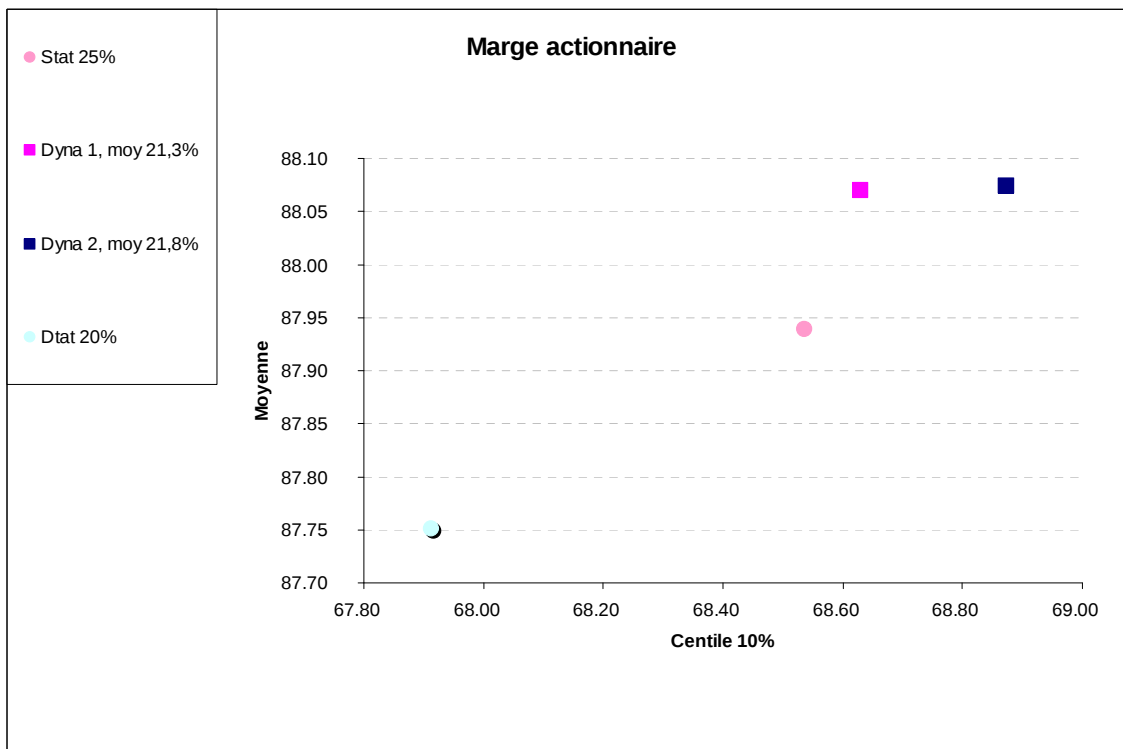


Figure 25 : Comparaison de deux algorithmes d'allocation dynamique

Nous constatons alors que l'allocation dynamique 2 est un peu meilleure du point de vu de la marge actionnaire.

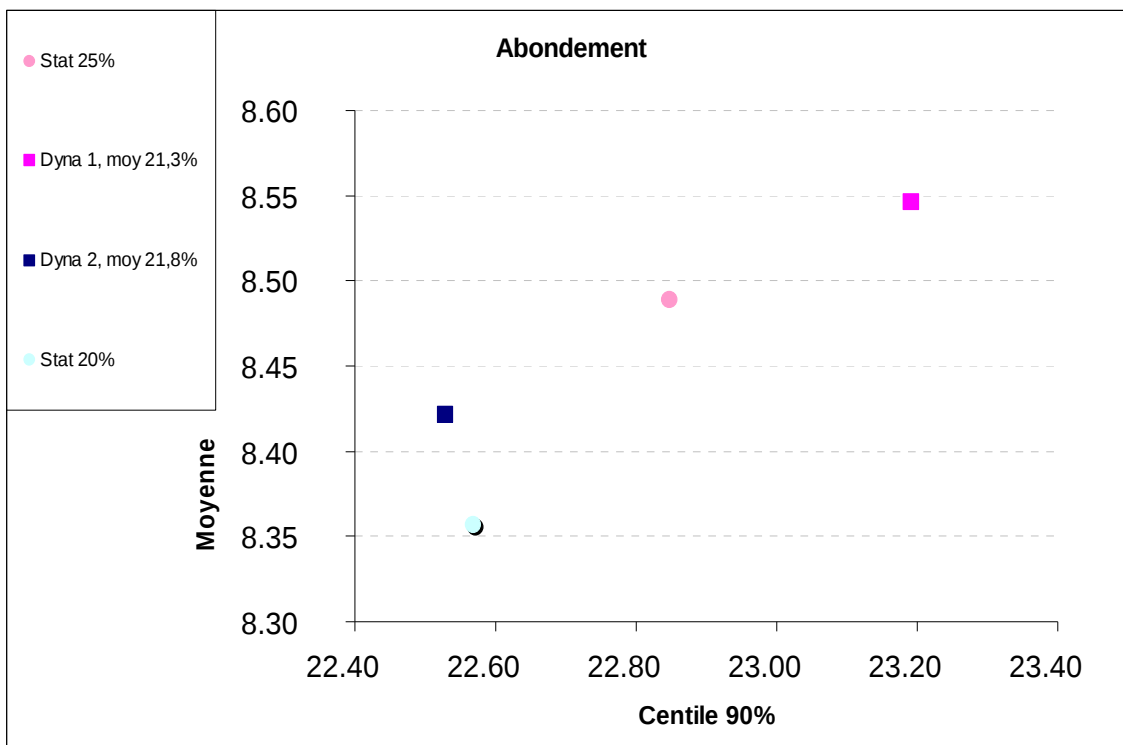


Figure 26 : Comparaison de deux algorithmes d'allocation dynamique

Mais surtout la stratégie dynamique 2 améliore l'abondement, ce qui était l'inconvénient majeur pour l'allocation dynamique 1.

I. 3) 3^{ème} Stratégie : Moyenne stochastique de l'allocation dynamique :

Une étude parallèle étant menée dans le service sur les profils déterministes d'allocation (ex : nous choisissons une part action qui décroît linéairement au cours du temps) nous avons décidé de vérifier que notre étude avait des chances de donner de meilleurs résultats que la version à profil déterministe. Ainsi nous l'avons testé rapidement sur la maquette. Il s'avèrera que l'étude sur les profils déterministes d'allocation n'a rien donné.

Il s'agit de faire une moyenne stochastique des parts actions détenues au cours du temps. Pour cela nous procédons de la façon suivante, nous tirons 10 000 scénarios d'actifs sur 60ans. Pour chaque scénario nous appliquons l'allocation dynamique ce qui donne une part action à chaque année. Nous moyennons les parts actions par année sur les 10 000 scénarios. Cela nous donne notre profil moyen.

I. 3.1) Profil déterministe de la moyenne stochastique, profil lissé et profil déterministe linéaire décroissant :

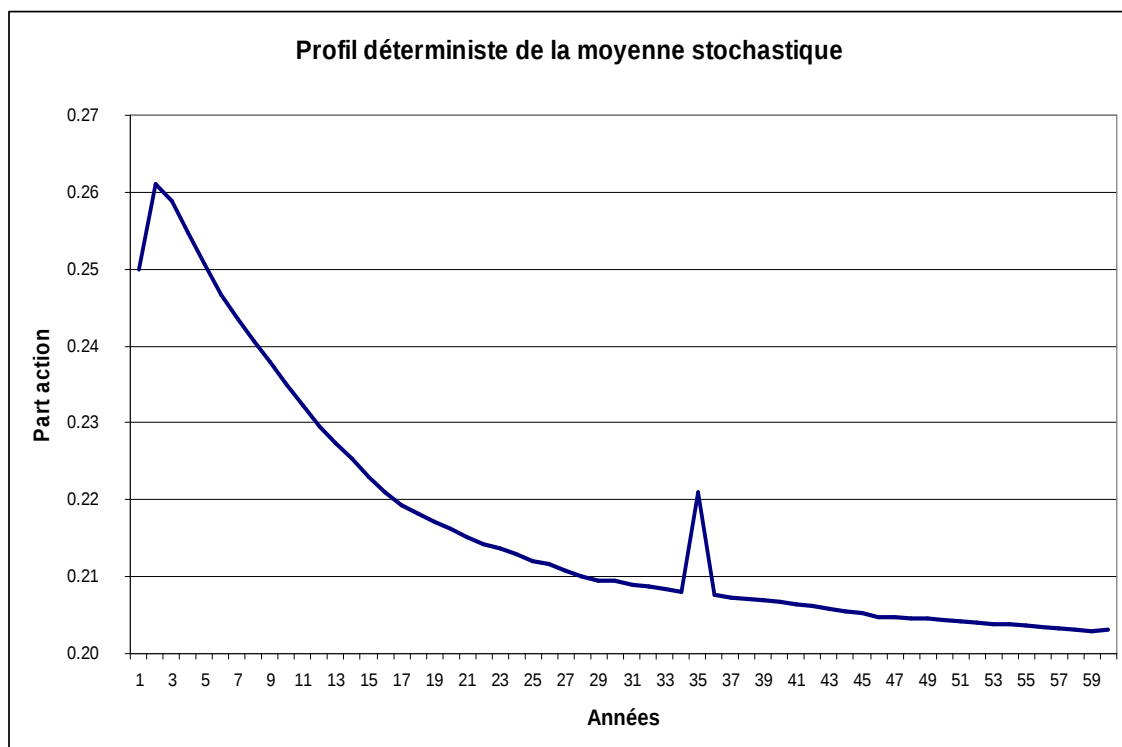


Figure 27 : Profil de la moyenne stochastique sur les parts actions année par année pour la 1^{ère} stratégie d'allocation dynamique

Nous décidons de lisser ce profil afin d'enlever les points aberrants.

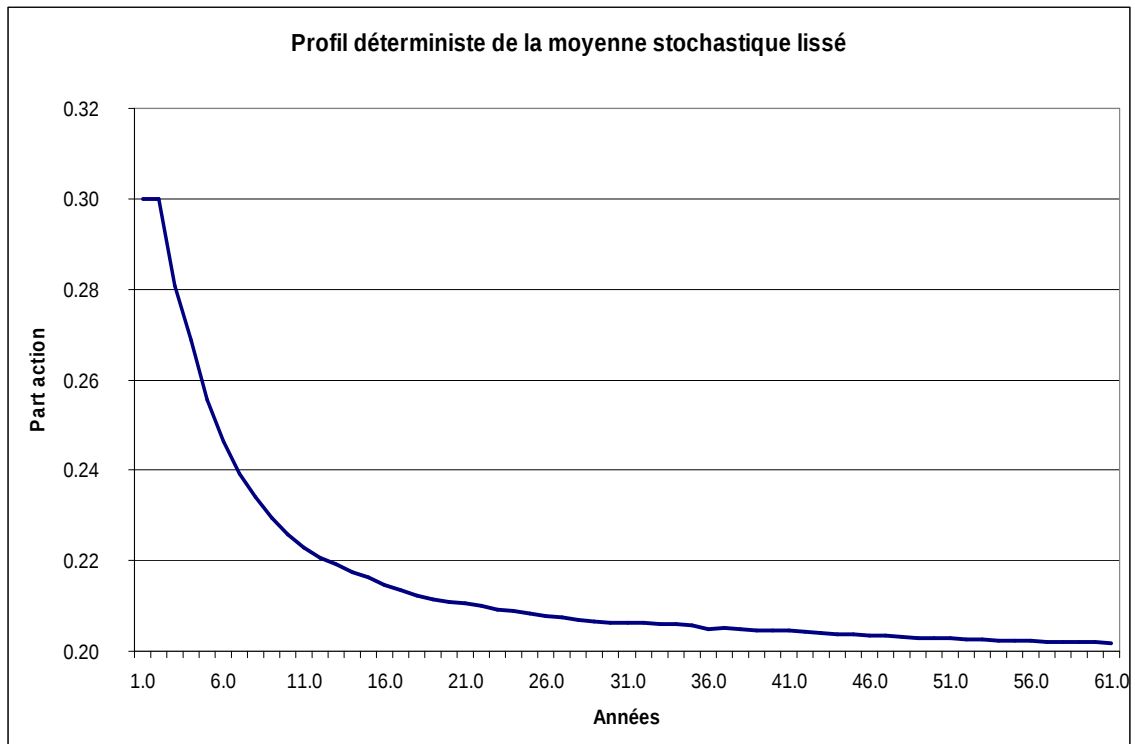


Figure 28 : Profil de la moyenne stochastique sur les parts actions année par année pour la 1ère stratégie d'allocation dynamique lissé

Nous choisissons le profil de la moyenne stochastique lissé comme nouvelle stratégie d'allocation.

Nous la comparons en parallèle avec une allocation linéaire décroissante dont le profil est le suivant :

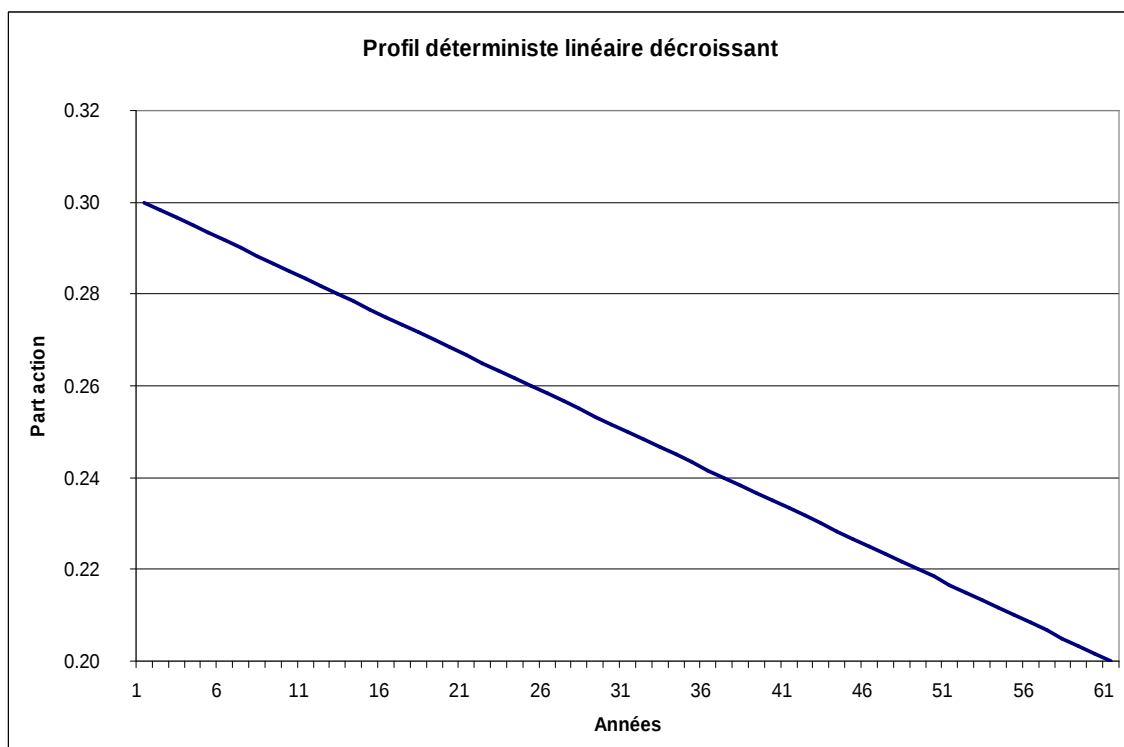


Figure 29 : Profil de l'allocation linéaire décroissante

I. 3.2) Les résultats :

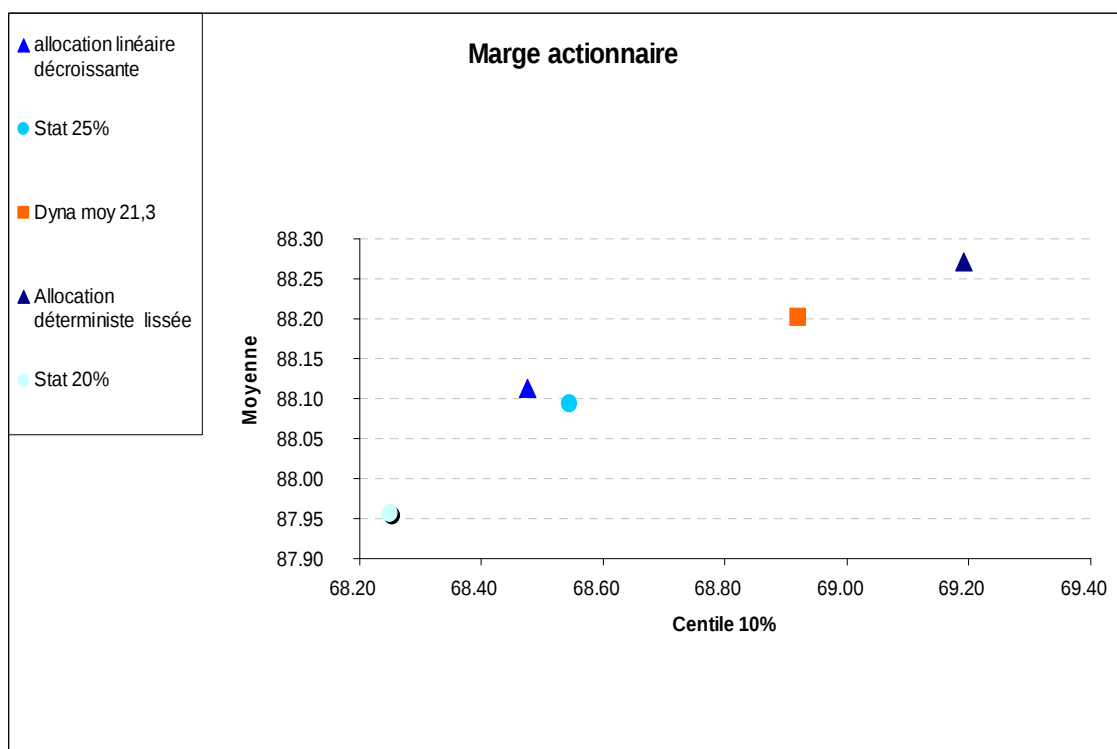


Figure 30 : Comparaison de l'allocation déterministe déduite de la 1ère stratégie d'allocation dynamique, d'une allocation linéaire décroissante et d'allocations statiques du point de vue de la marge actionnaire.

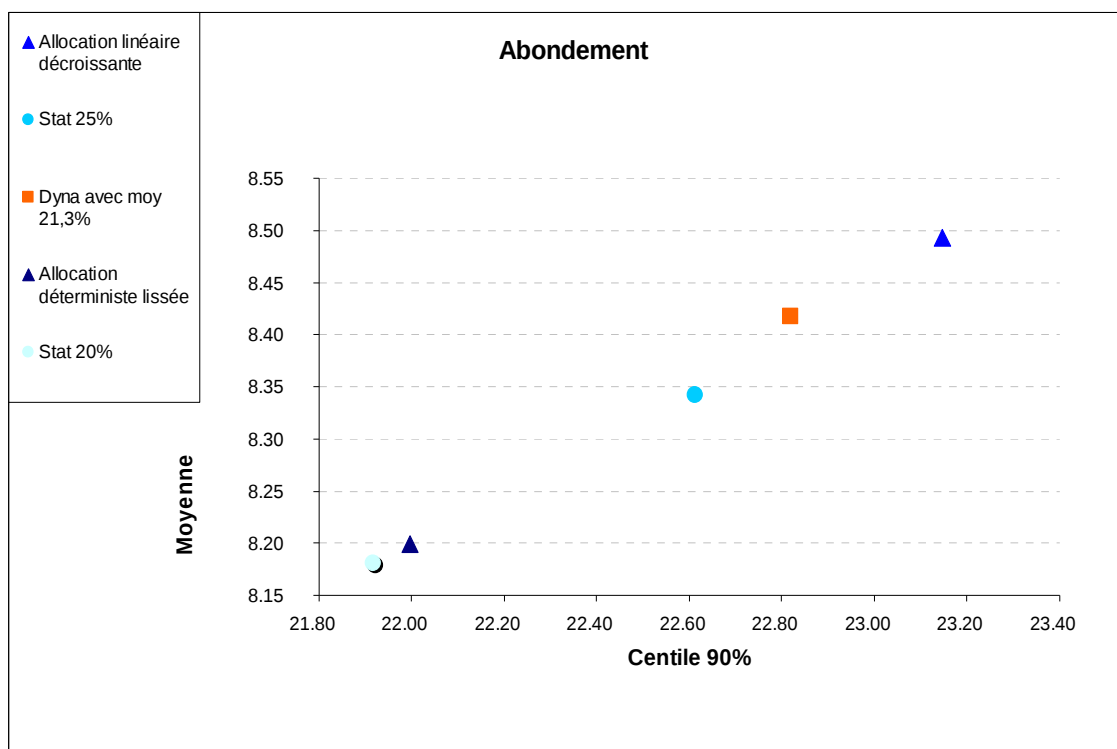


Figure 31: Comparaison de l'allocation déterministe déduite de la 1ère stratégie d'allocation dynamique, d'une allocation linéaire décroissante et d'une allocation statique du point de vue de l'abondement.

Nous constatons que la stratégie déterministe déduite de l'allocation dynamique (moyenne stochastique des parts d'actions de l'allocation dynamique) est légèrement meilleure que la 1^{ère} allocation dynamique du point de vue de la marge actionnaire mais surtout celle-ci améliore l'abondement, ce qui était un point faible de la 1^{ère} stratégie. Mais cette stratégie ne sera pas réétudiée car trop couteuse en temps de calcul (2 fois plus de temps que les autres stratégies).

II. Stratégie Threshold

Nous testons ici la stratégie Threshold (ou stratégie de seuil cf. Partie III. 1):

II. 1) Les résultats :

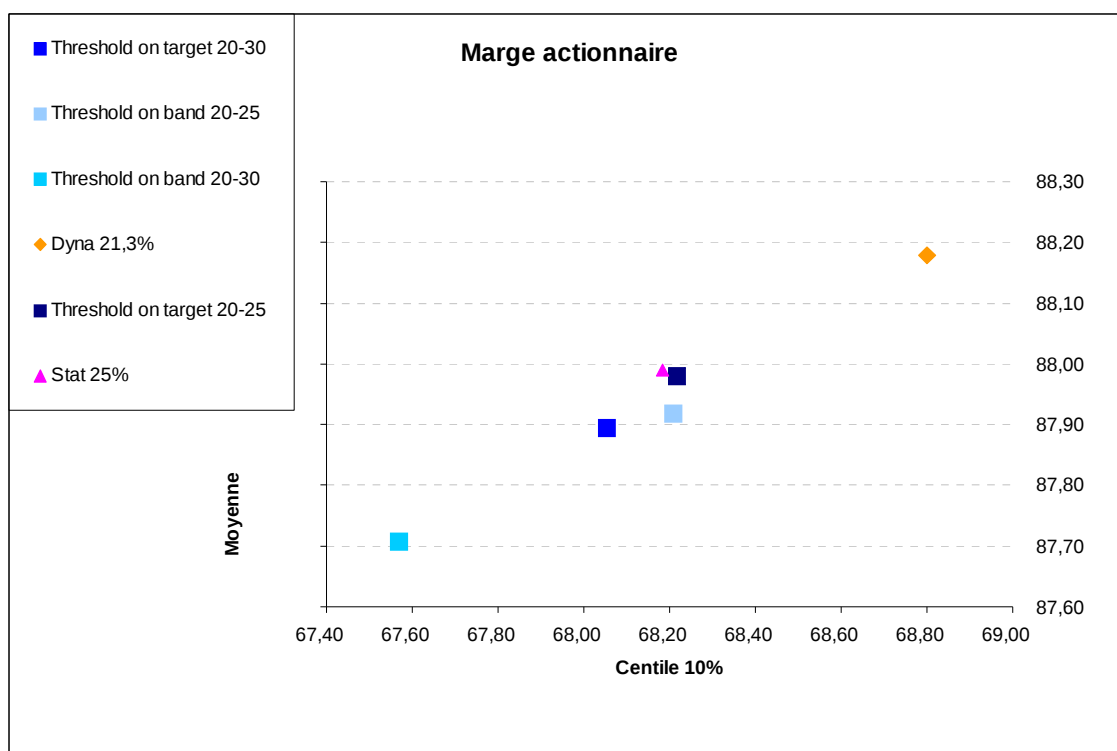


Figure 32 : Comparaison de la 1^{ère} stratégie d'allocation dynamique à la stratégie Threshold du point de vue de la marge actionnaire

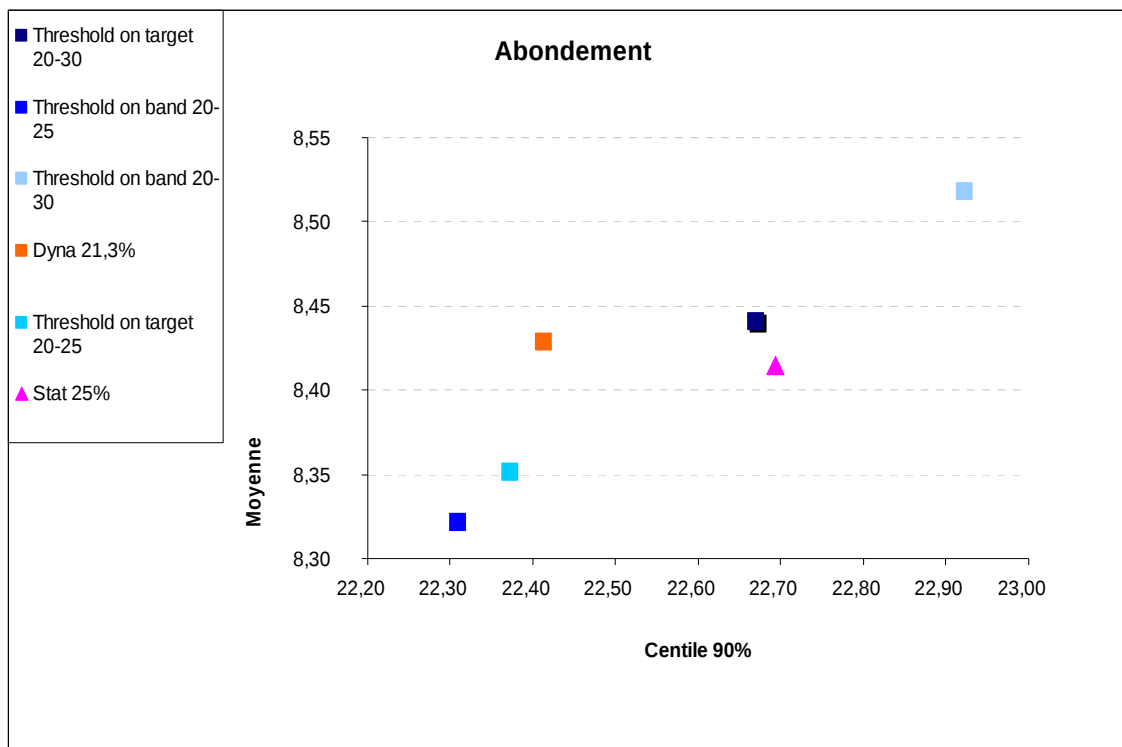


Figure 33 : Comparaison de la 1ère stratégie d'allocation dynamique à la stratégie Threshold du point de vue de l'abondement

Ici nous constatons que certaines stratégies Threshold améliorent l'abondement.

La stratégie Threshold est moins bonne que l'allocation dynamique du point de vue de la marge actionnaire. Mais, ce résultat est à modérer, rappelons que cette maquette ne permet pas de prendre en compte des aspects comme la réserve de capitalisation ou le pilotage comptable, qui nous le pensons peut avoir un fort impact sur les résultats de cette stratégie.

III. Répartition part d'actifs risqués sur les différentes classes d'actifs.

Les parties précédentes s'efforcent de déterminer la part d'actifs risqués par rapport à la part d'actifs non risqués.

Il nous faut maintenant déterminer la répartition à effectuer à l'intérieur de la poche d'actifs risqués. Une fois choisis les actifs que nous désirons inclure dans cette poche - en effet dans la poche d'actifs risqués nous avons plusieurs possibilités pour les actifs risqués la constituant, nous pouvons prendre de l'action, de l'immobilier, du crédit etc....- il nous faut répartir la part accordée aux actifs risqués entre ces différents actifs.

La solution la plus immédiate est de choisir une proportion entre les différents actifs risqués que nous gardons constante tout au long du déroulé ALM.

Nous pouvons décider de regarder les plus ou moins values des différentes poches d'actifs. Alors nous savons que la gestion d'un fond demande la plus part du temps de se mettre à un budget nul, c'est-à-dire pas de ne pas dégager ni produits financiers ni de pertes. Mais cela

dépend aussi des résultats précédents. Si nous avons fait des pertes au premier semestre nous allons désirer faire des produits financiers au 2^{ème} semestre.

Il arrive aussi cependant qu'il y ait un taux de produits financiers à fournir. Et alors à une date donnée nous allons tâcher au mieux de les dégager. Cela dépend aussi de ce qui a été réalisé précédemment. Ainsi, nous avons une réponse sur quelle poche vendre. Si nous voulons des résultats nous vendons les poches en plus value et vis-versa.

Et si la méthode du budget nul ou de l'obtention d'un seuil de produit financiers n'est pas possible nous vendons au prorata.

Cette dernière méthode serait sans doute une amélioration de la première, mais étant beaucoup plus compliquée à mettre en place que la première, nous choisissons d'implémenter la première c.-à-d. la vendre et le rachat au prorata, quitte à l'implémenter dans des versions futures de l'algorithme.

V. Conclusion partielle

La deuxième maquette conforte nos premières intuitions. Cependant elle n'a pas donné de résultats sur des aspects tels que, le pilotage comptable, le *news business* ou la réglementation solvabilité II, que nous voulions aborder.

Dans la partie suivante sont exposés les éléments de notre démarche pour finaliser l'étude, consistant principalement à implémenter les différentes stratégies retenues dans l'outil interne. Ce qui nous permettra de prendre en compte des effets, comme le pilotage comptable qui a un fort impact sur les résultats, et le *new business* non inclus dans la seconde maquette. Parallèlement, nous mènerons une étude à l'aide cet outil pour comprendre l'impact du passif sur notre allocation.

Partie IV

Etude de l'influence du passif.

I. Présentation de l'étude

Les maquettes précédentes ne nous permettant pas de prendre en compte le new business c'est-à-dire des nouvelles entrées de clients (ou encore appelé production), les rachats fixes ou dynamiques, nous avons fait des tests avec le modèle interne de projection.

En premier lieu, nous avons testé si avoir du new business par rapport à ne pas en avoir nous permet de prendre plus de risque.

En deuxième lieu, nous allons regarder l'effet des rachats dynamiques sur la frontière efficiente. Cela afin de mieux comprendre leur effet lorsque nous implémenterons l'algorithme dans le modèle interne.

Pour cela nous traçons dans un même plan rendement/risque les frontières efficientes de différents bilans, que nous noterons sensi. Une sensi représente un ensemble d'allocations vérifiant une même condition. Exemple : Pour la sensi 0 nous avons mit de la production au cours du déroulé ALM et nous n'avons pas activé les rachats dynamiques.

Une sensi comprend les allocations suivantes :

Action : 0%, 5%, 10%, 15%, 20% et 25%.

Immobilier : 0%, 5%, 10%,15%, 20% et 25%.

Duration : 0, 1, 5, 10, 15 et 20.

(Pour les actifs risqués nous avons de ne prendre que l'action et de l'immobilier, afin de rester avec des temps de calcul raisonnable.)

Cela fait un total de 216 allocations possibles, pour une sensi donnée, que nous représentons dans le plan rendement risque suivant la moyenne de la VAN actionnaire sur 30 ans en ordonnée et un centile 2% (cf. partie V. V) de cette VAN actionnaire en abscisse. Cela signifie que plus le point est haut sur le graphique, meilleur est son rendement et plus le point est à droite sur le graphique moins celui-ci est risqué.

Dans les résultats concernant l'effet de la production nous ne présenterons que les résultats sans rachats dynamiques. Ceux avec rachats dynamiques conduisant aux mêmes conclusions.

La production est une production estimée raisonnable pour le fond, elle existe pendant 10 ans puis d'éteint.

Les sensi testées sont les suivantes :

Sensi	Production	Rachats dynamiques
0	Oui	Non
1	Non	Non
2	Oui	Oui
3	Non	Oui

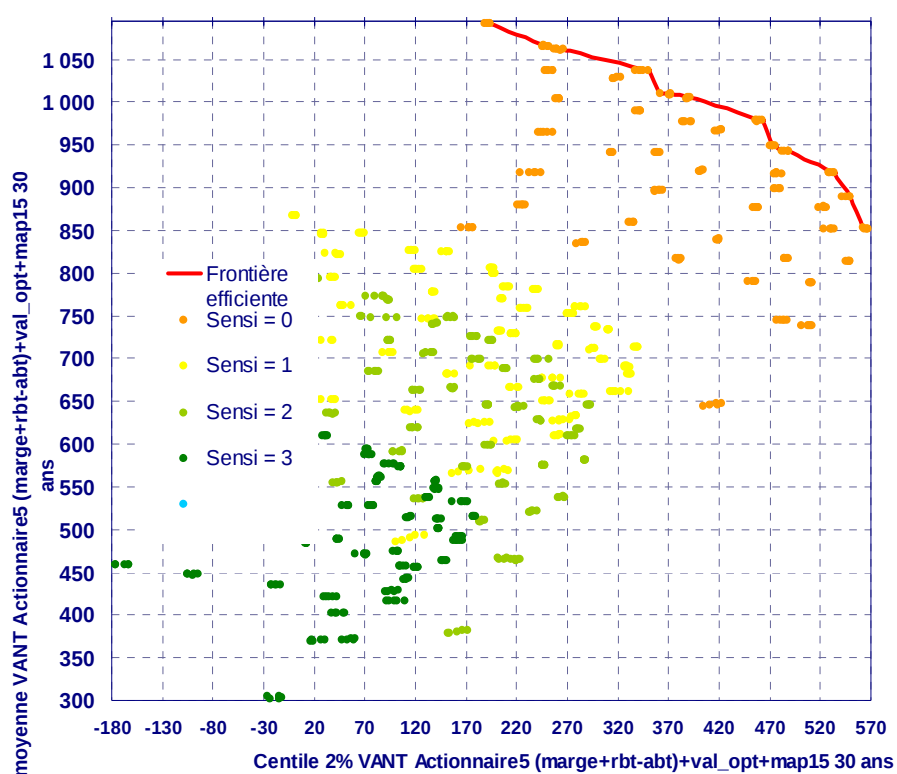


Figure34 : Les différentes sensis se distinguant par des couleurs différentes

Remarque :

Action = x ; Représente $x\%$ action dans les graphiques suivants.

Immo = x ; Représente $x\%$ immobilier dans les graphiques suivants.

II. Impact de la production sur la part d'actifs risqués

II. 1) Impact de la production sur la part d'action de la frontière efficiente :

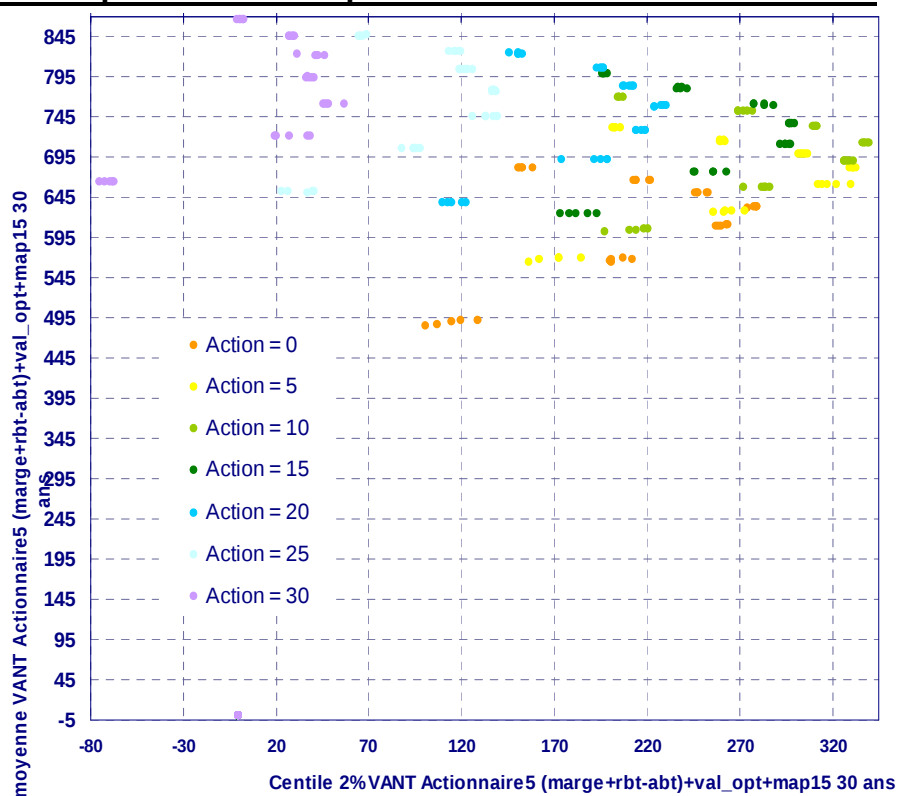


Figure 35 : « sans production »

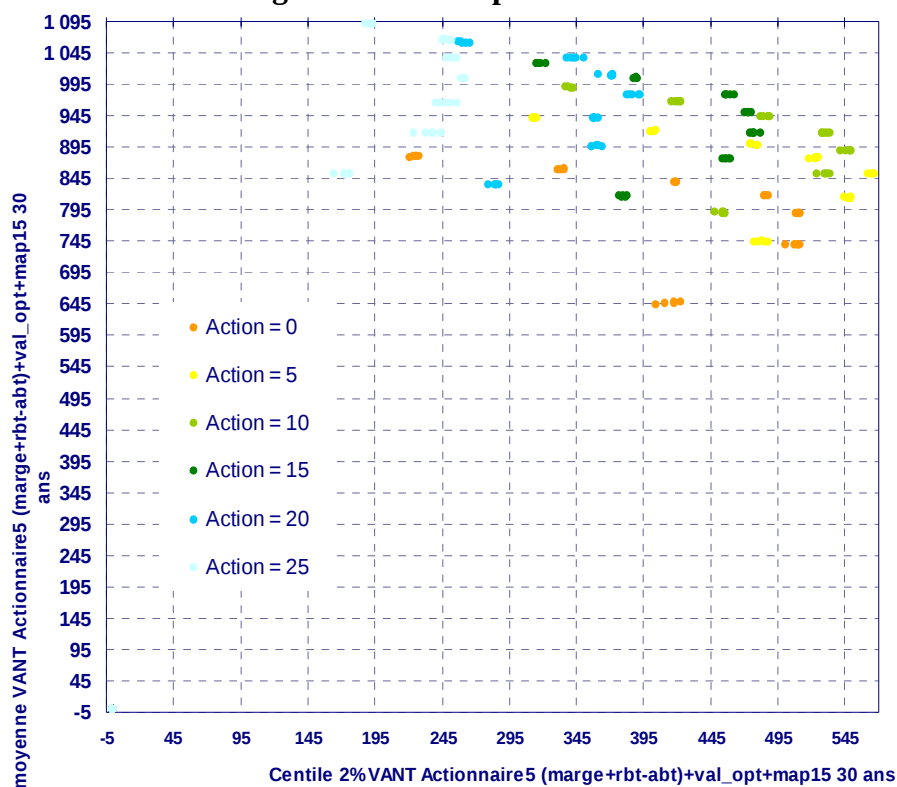


Figure 36 : « avec production et »

Nous ne constatons pas de grandes différences concernant les parts actions de la frontière efficiente entre les deux sensis.

II. 2) Impact de la production sur la part d'immobilier de la frontière efficiente :

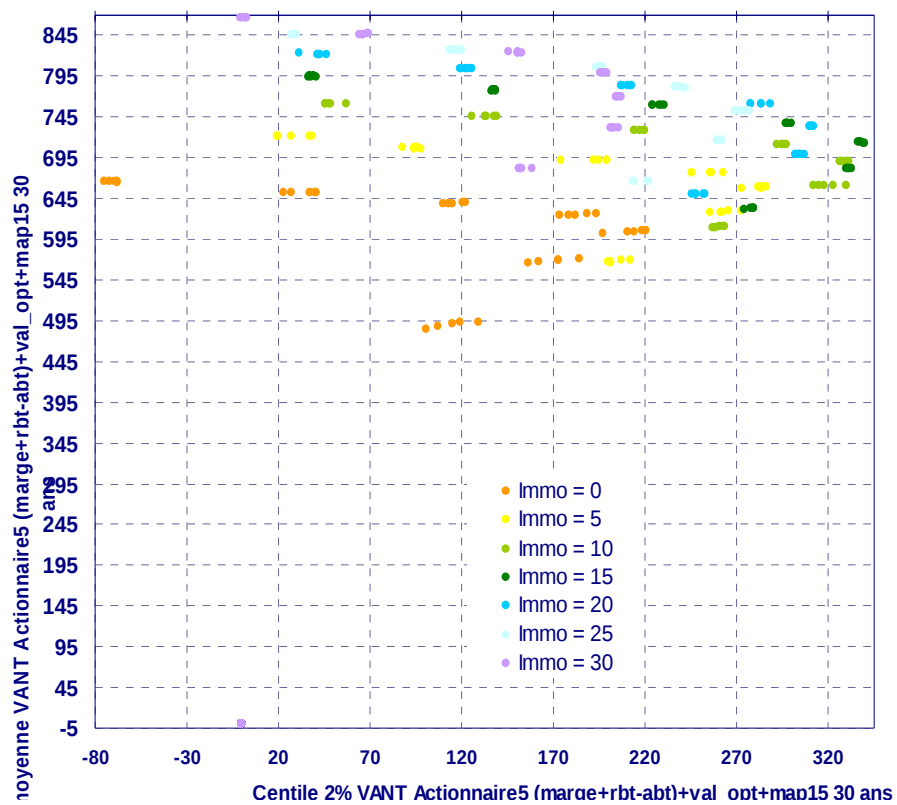


Figure 37 : « sans production »

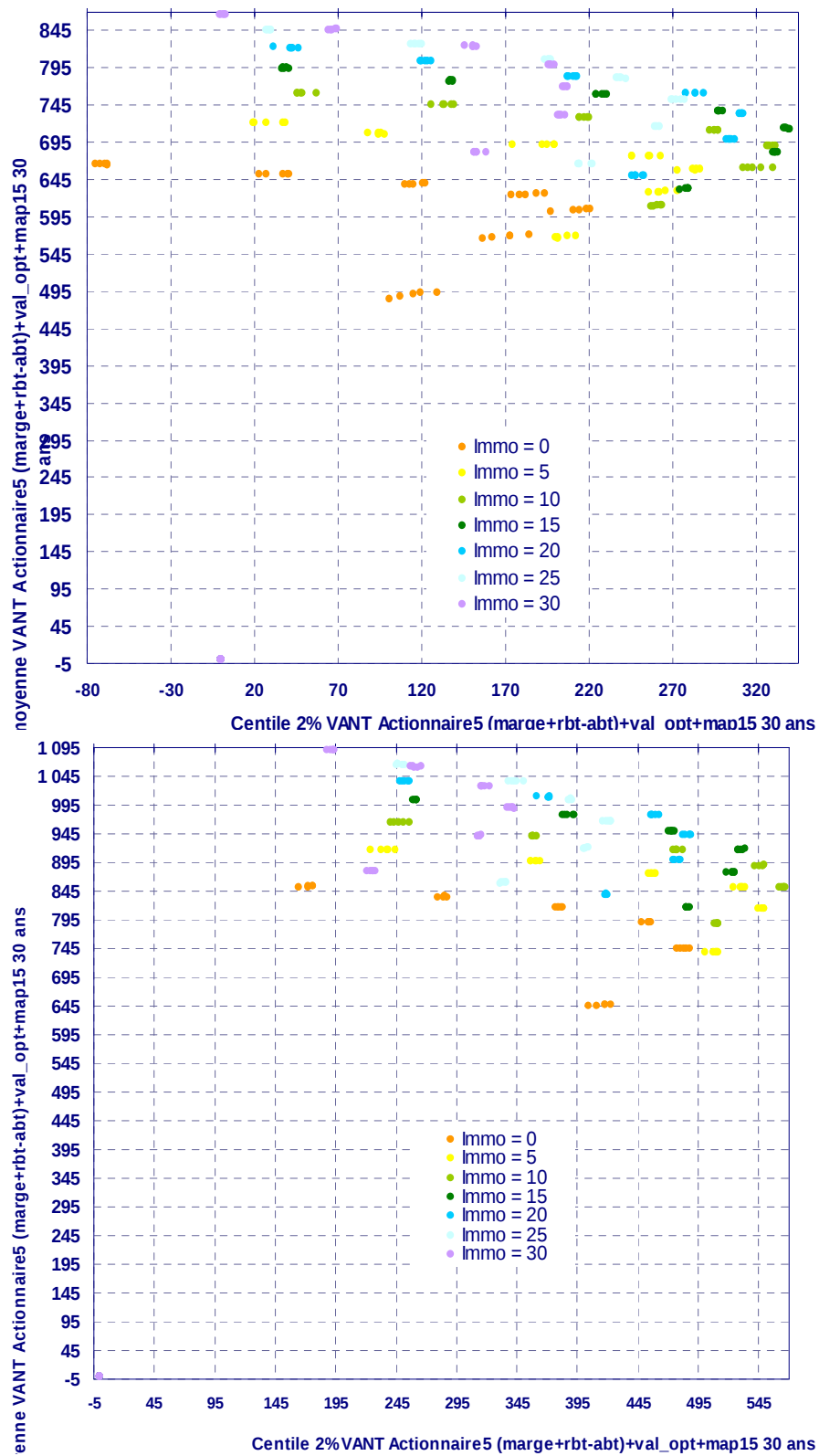


Figure 38 : « avec production »

Ces deux sensis nous font penser que nous pourrions prendre plus d'immobilier sans production.

Les résultats de la première étude concernant l'impact de la production sur la part d'actifs risqués optimale sont contre intuitifs. En effet, si nous anticipons une tombée de cash chaque année du au fait des nouveaux entrants, la richesse est diluée et donc nos pertes sont masquées en partie par ces nouveaux entrants. Ce qui nous pousserait à penser que nous pourrions prendre plus de risque.

Ex : Si nous partons d'un actif de 100€ à l'année N et nous devons servir 2% chaque année. A l'année N+1 l'actif vaut 101€ et nous avons 10€ du aux nouveaux entrants. La perte de 1€ constatée l'année N+1, n'est plus à rapporter à 100€ mais à 110€, notre perte est diluée.

Nous avons donc décidé de regarder l'effet d'une production exagérée, soit 10 fois supérieure à la production envisagée précédemment, afin d'être sure des effets de la production.

II. 3) Impact de la production sur la part d'action de la frontière efficiente (deuxième test) :

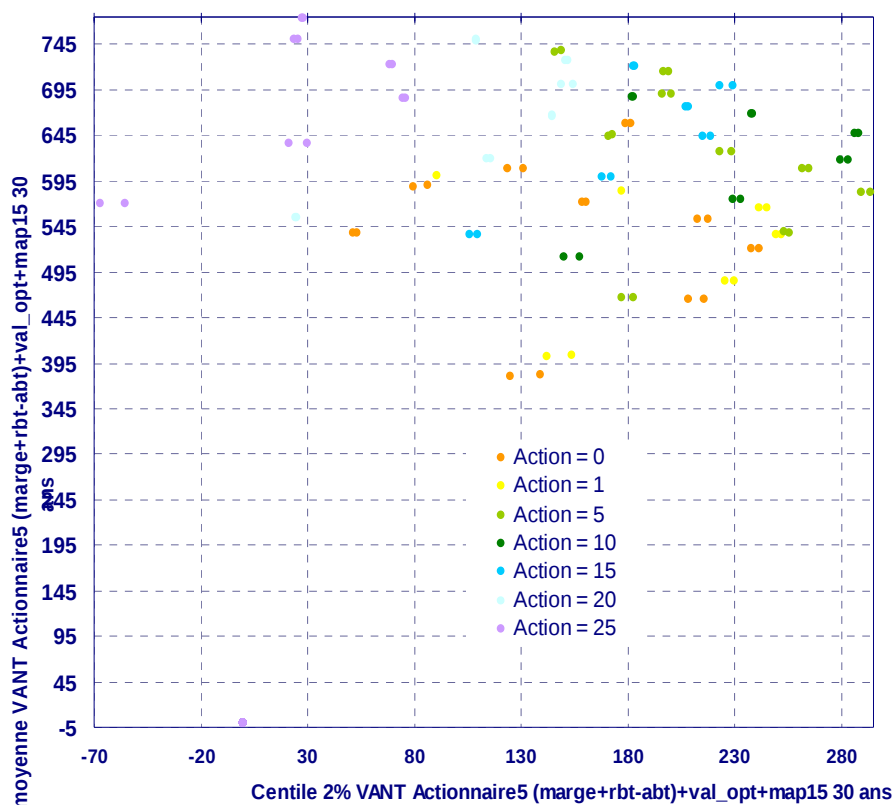


Figure 39 : avec production « réaliste »

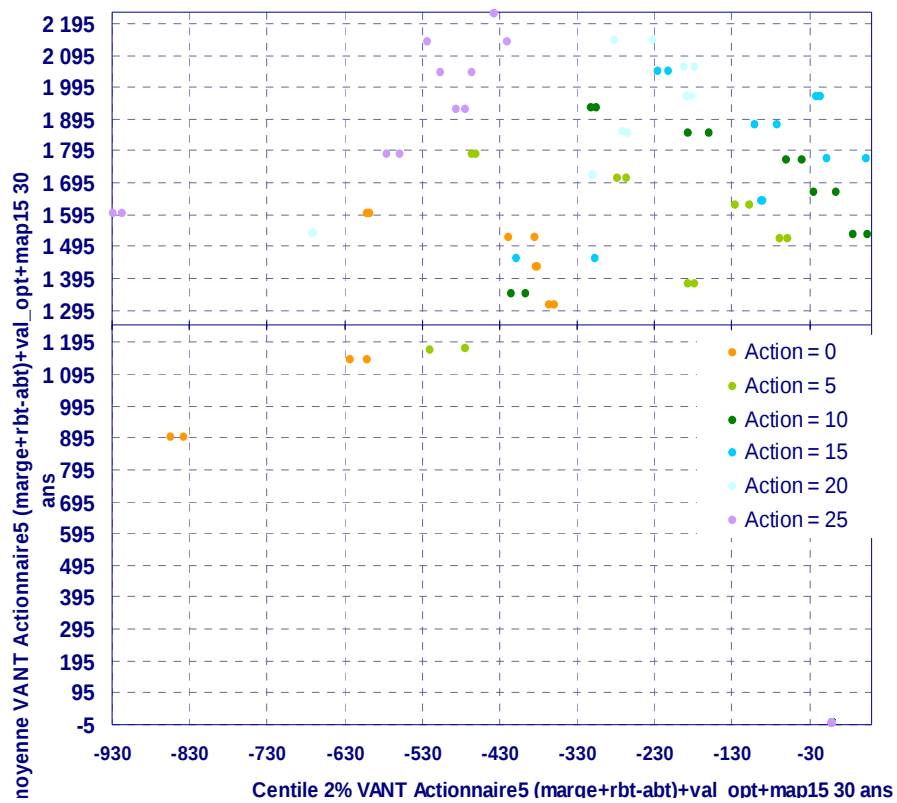


Figure 40 : avec production dix fois supérieure

Nous voyons que nous sommes très clairement poussés à prendre plus de risque dans le cas d'une production forte. Ceci va dans le sens des intuitions formulées plus haut.

II. 4) Impact de la production sur la part d'immobilier de la frontière efficiente (deuxième test) :

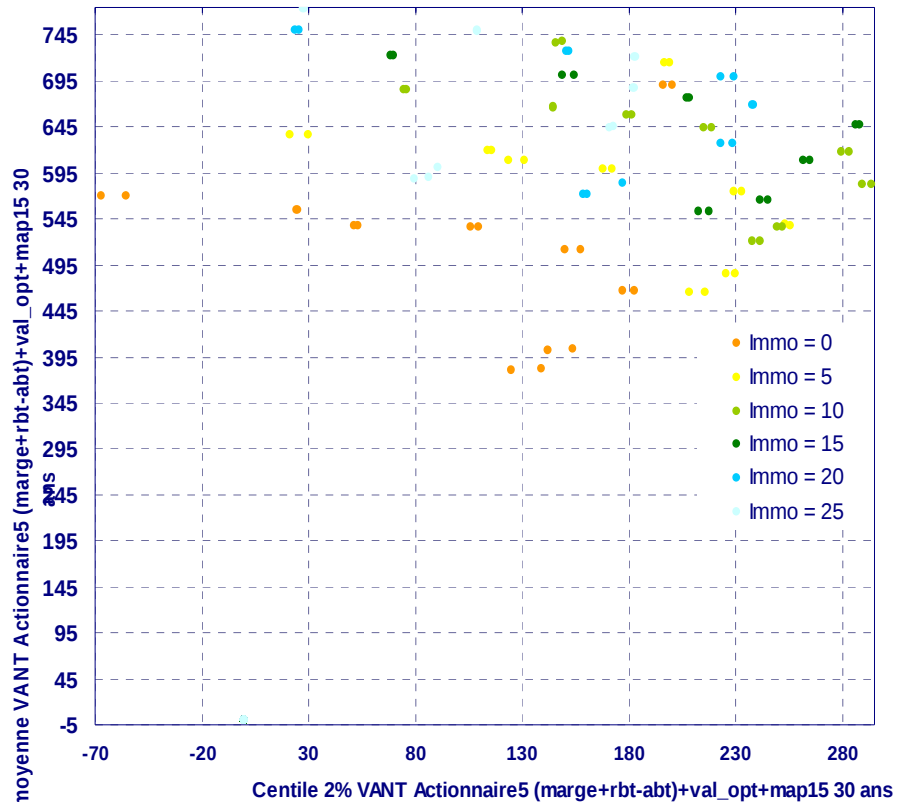


Figure 41 : avec production « réaliste »

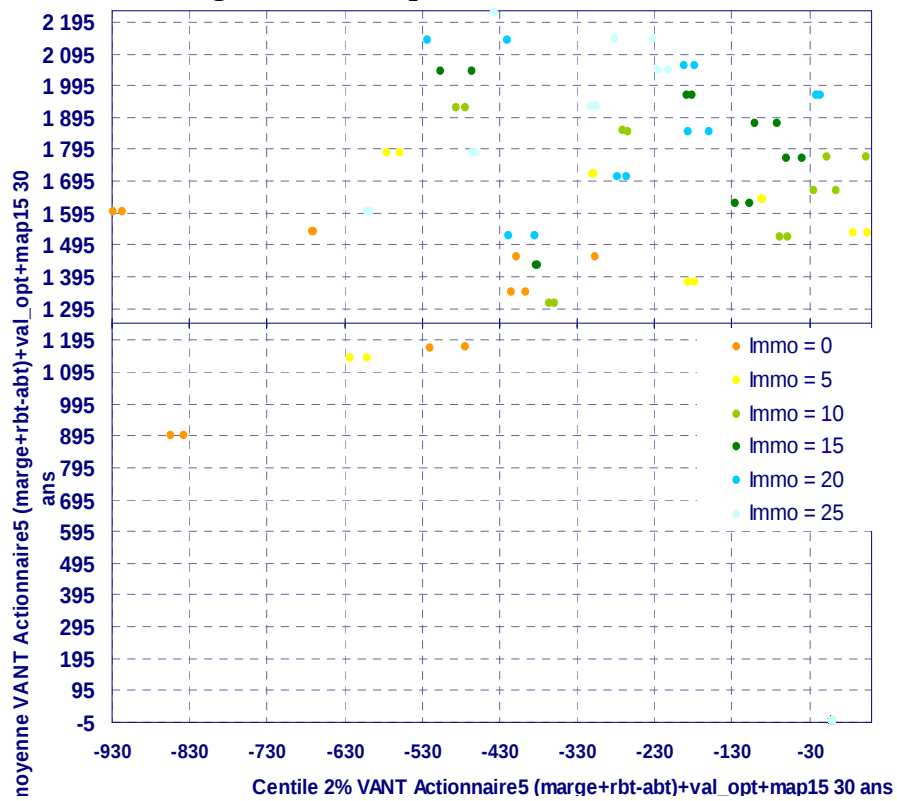


Figure 42 : avec production dix fois supérieure

De même la production forte nous pousse très nettement à prendre du risque.

II. 5) Conclusion sur la production:

Les résultats du deuxième test sont plus cohérents avec nos intuitions. Il y a donc des effets de bords mal maîtrisés du probablement à des effets ALM. C'est là que réside toute la difficulté du problème. En effet dans des cas extrêmes les choses sont simples et les tests viennent la plus part du temps conforter nos intuitions. Seulement dans des cas intermédiaires d'autres effets peuvent prendre le pas et mettre à mal nos intuitions.

De plus, la différence de frontière efficiente constatée entre celle sans production et celle avec production « raisonnable » n'étant pas très importante, nous pouvons anticiper que des variations de production normales autour de la production envisagée n'aura presque pas d'effet.

Nous ne pouvons donc pas à ce stade tirer de conclusions pour notre algorithme de réallocation conditionnelle.

III. Impact des rachats dynamiques et fixes sur la part d'actifs risqués

III. 1) Impact des rachats dynamiques sur la part d'action de la frontière efficiente :

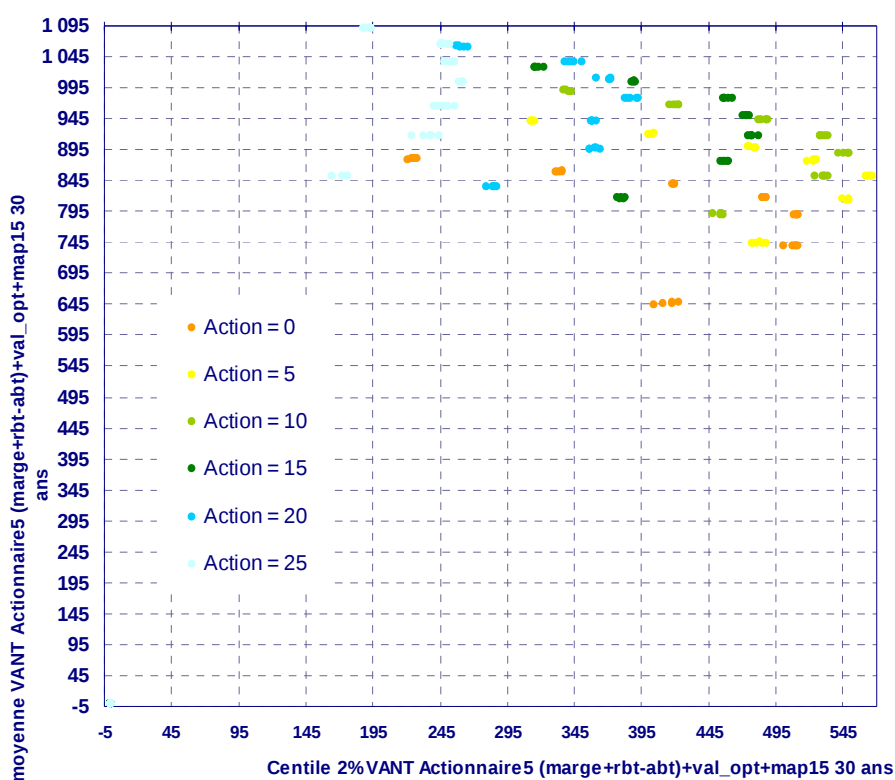


Figure 43 : « sans rachats dynamiques »

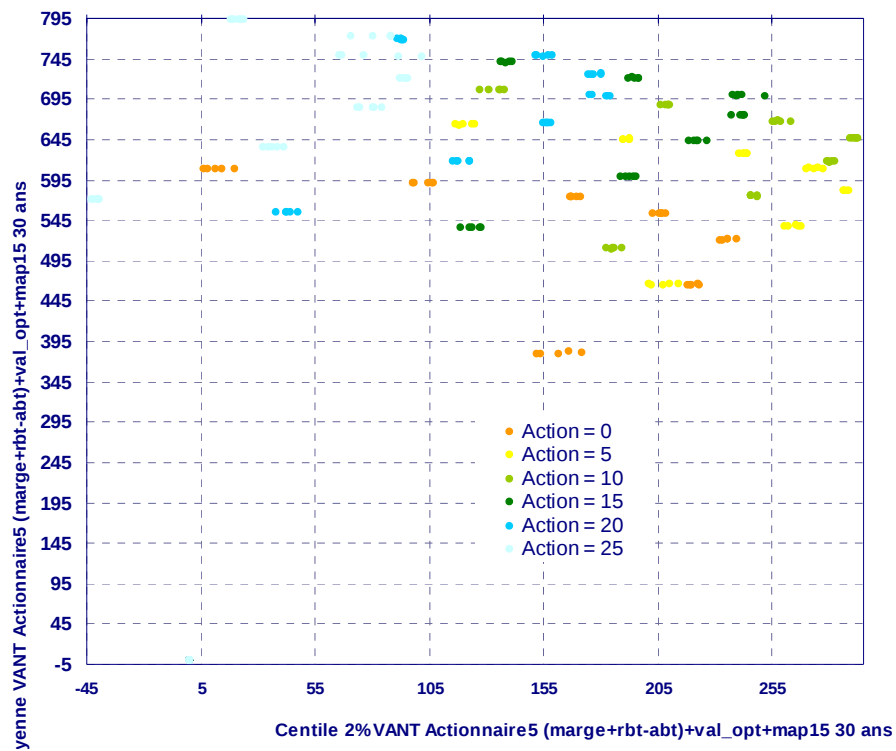


Figure 44 : «avec rachats dynamiques »

Nous constatons à l'aide de ces deux sensis que les rachats dynamiques nous poussent à prendre plus d'action.

III. 2) Impact des rachats dynamiques sur la part d'action de la frontière efficiente :

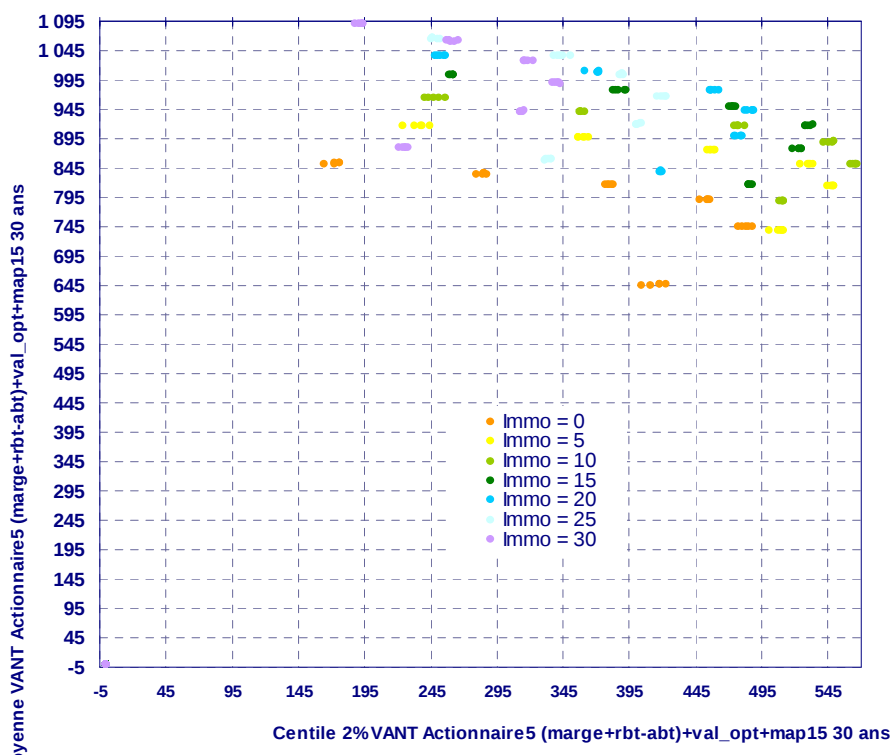


Figure 45 : « avec production et sans rachats dynamiques »

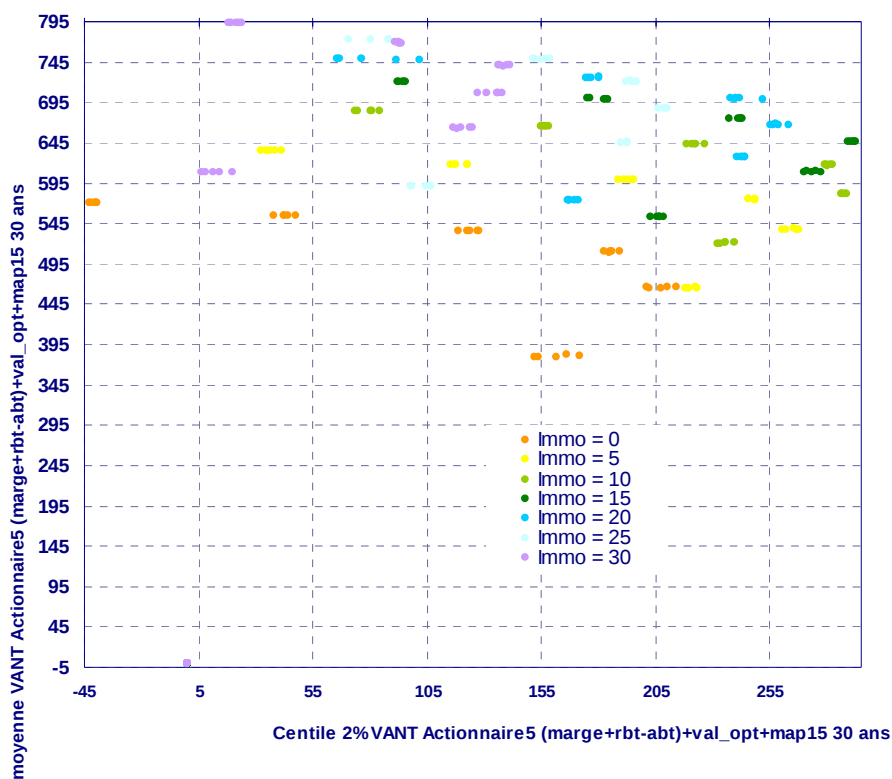


Figure 46 : « avec production et avec rachats dynamiques »

Nous constatons à l'aide de ces deux sensis que les rachats dynamiques nous poussent à prendre plus d'immobilier.

III. 3) Impact des rachats fixes sur la part d'action de la frontière efficiente :

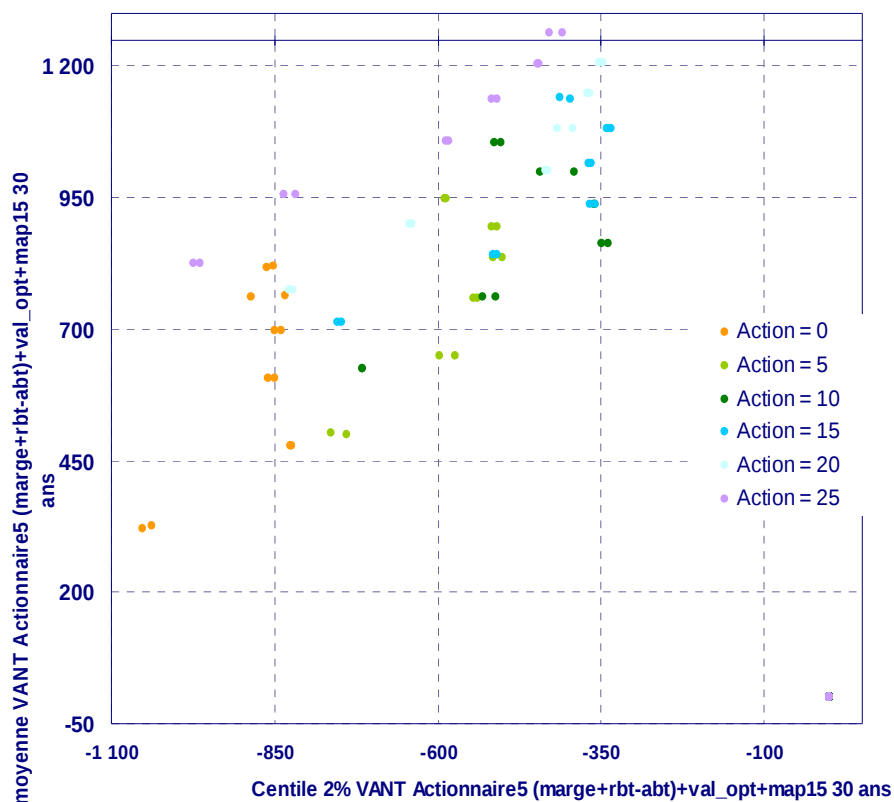


Figure 47 : Sans rachats fixes

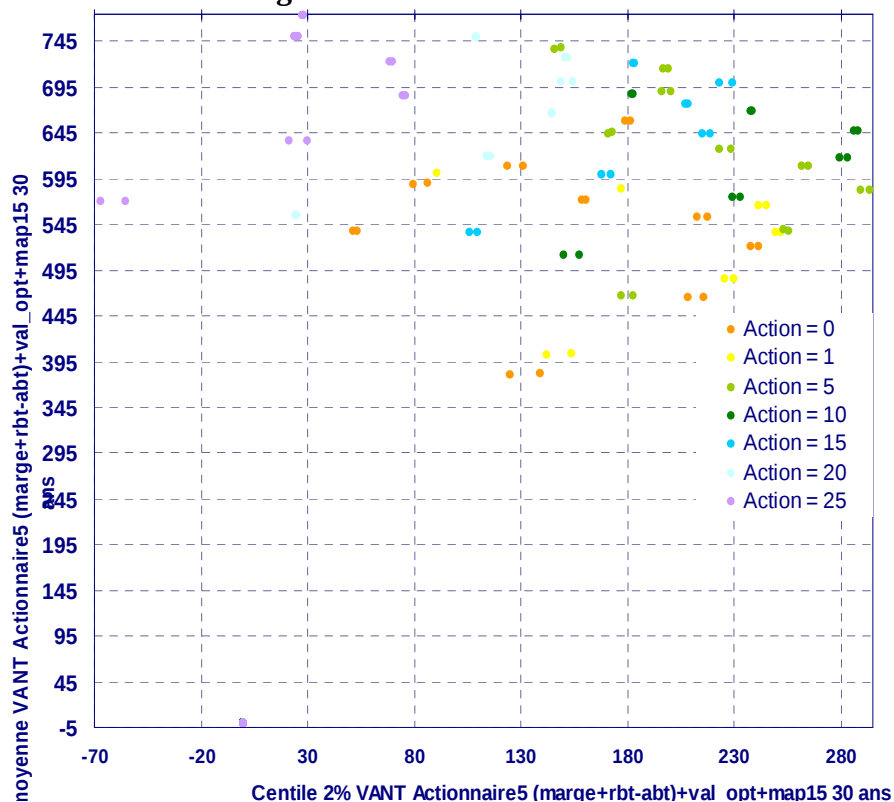


Figure 48 : Avec rachats fixes

Nous voyons que les rachats fixes nous incitent à prendre moins d'action.

III. 4) Impact des rachats fixes sur la part d'immobilier de la frontière efficiente :

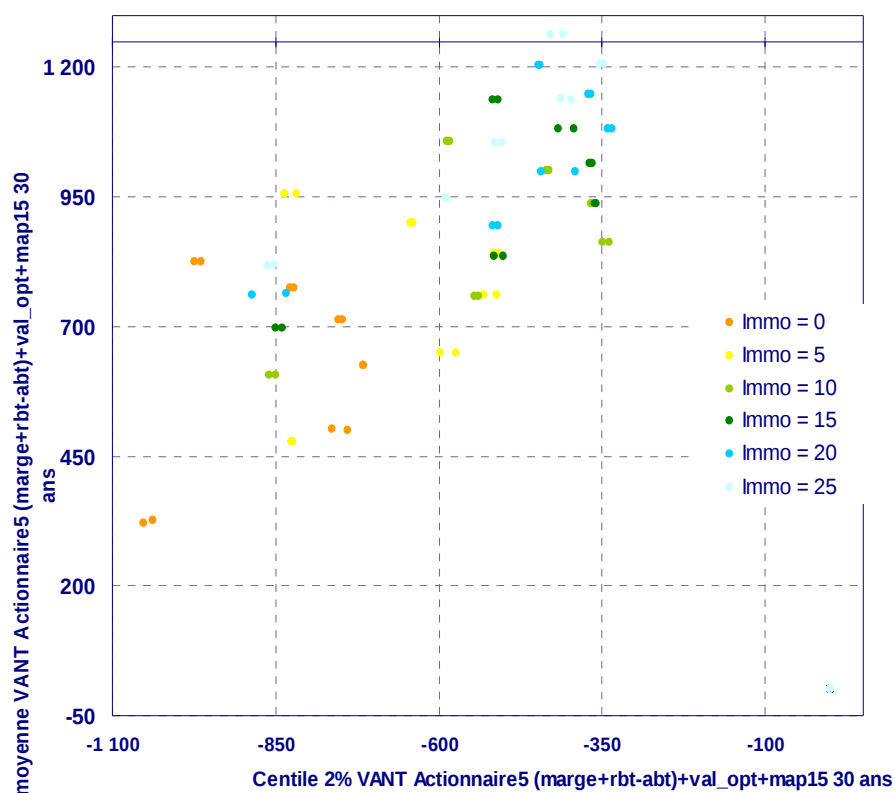


Figure 49 : Sans rachats fixes

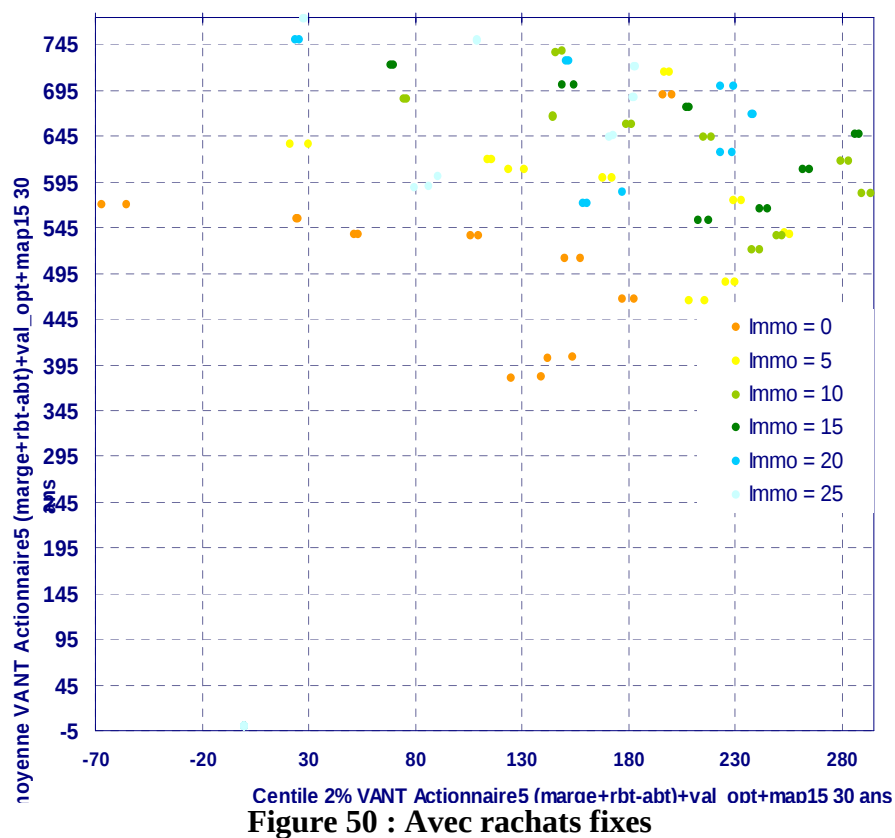


Figure 50 : Avec rachats fixes

Nous voyons que les rachats fixes nous incitent à prendre moins d'immobilier.

III. 5) Conclusion sur les rachats :

Les rachats dynamiques à l'inverse des rachats fixes nous poussent à prendre du risque. En effet, si nous ne servons pas un taux au client suffisamment élevé pour le satisfaire celui-ci part avec les rachats dynamiques. Alors que les rachats fixes nous incitent à diminuer notre risque. Un algorithme de rebalancement conditionnel se basant sur les rachats semble compliqué à mettre en place compte tenu des effets opposés des deux sortes de rachats.

IV. Conclusion

Les résultats de cette partie se sont montrés relativement contradictoires, aussi bien par rapport à nos intuitions que entre eux. Ils ne se sont donc pas montrés suffisamment probants pour que nous puissions en dégager à ce stade des conclusions pour notre algorithme de rebalancement conditionnel. Une seconde étude plus approfondie nous permettrait sans doute, de comprendre les causes des phénomènes observés et d'aboutir à des conclusions. Malheureusement, celle-ci nécessiterait beaucoup de temps, nous avons fait le choix de ne pas la mener pour nous concentrer sur les résultats donnés par les algorithmes prenant seulement en compte la richesse.

Partie V

Test de quelques algorithmes à l'aide de l'outil interne d'AXA France

I. Tests de la première stratégie

I. 1) Présentation :

Nous rappelons que l'algorithme sous-jacent à la première stratégie est le suivant :

Tant que nous n'avons pas atteint le seuil de richesse nous augmentons la part action d'un « Pas » choisit (y) et si nous l'avons atteint ou dépassé nous diminuons la part d'actifs risqués de ce même « Pas ».

Nous avons fait une dizaine de calibrages possibles pour la première stratégie et nous présentons ici le meilleur résultat obtenu pour celle-ci :

Run : avec production et rachats dynamiques.

Sensi	Stratégie	Pas	Seuil	Min	Max
0	Constante	0			
1	Dynamique	0.01	1.05	-0.05	0.05

Le « Pas » désigne la valeur du pas y (pouvant être négatif).

Le Seuil désigne la valeur que doit dépasser le ratio VB/VNC pour que nous décidions de décroître ou d'augmenter la part d'actif risqué.

Le Min et le Max désignent respectivement les parts d'actifs risqués minimales et maximales que nous acceptons d'avoir autour de l'allocation initiale.

I. 2) Résultats pour la marge actionnaire :

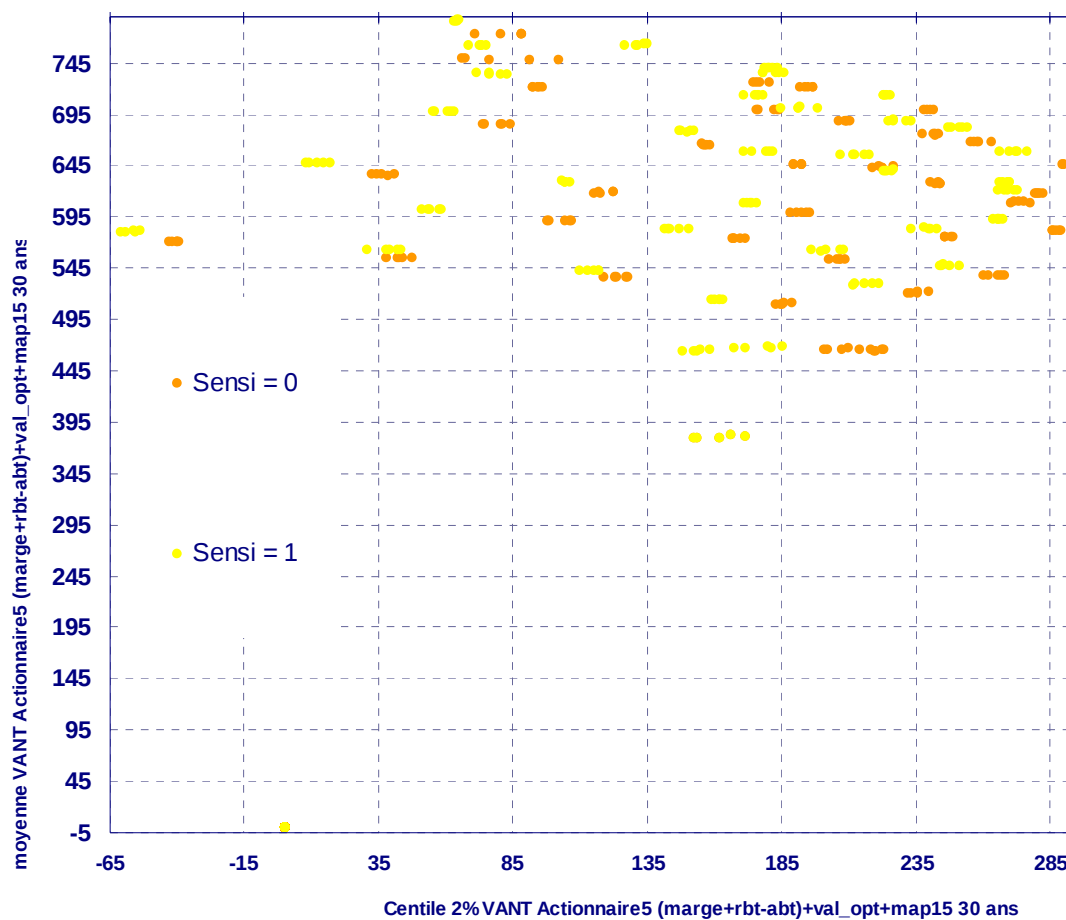


Figure 51: Comparaison de la première stratégie d'allocation dynamique à l'allocation constante au travers du plan rendement risque de la marge actionnaire

Nous constatons que l'allocation dynamique a une légère tendance à être supérieure à l'allocation statique à partir d'un certain niveau de risque.

I. 3) Résultats pour l'abondement :

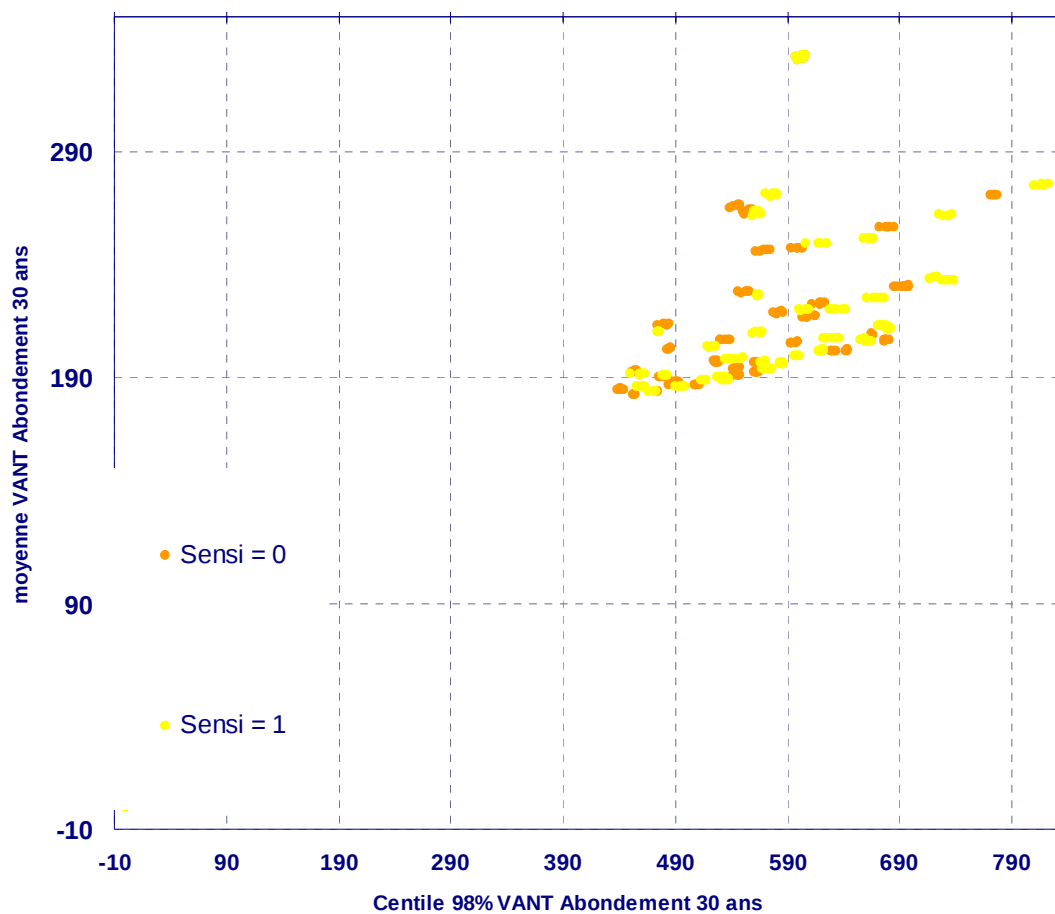


Figure 52: Comparaison de la première stratégie d'allocation dynamique à l'allocation constante au travers du plan rendement risque de l'abondement

Nous voyons que la première stratégie dynamique n'améliore pas l'abondement.

II. Tests de la deuxième stratégie

II. 1) Présentation :

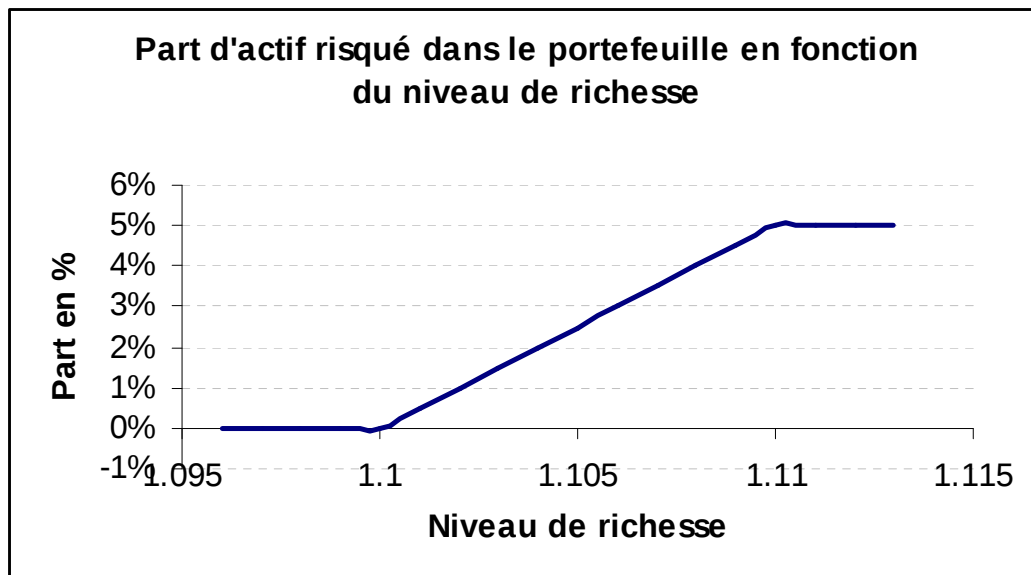
Dans cette stratégie la part d'actif risqué dépend linéairement du ratio VB/VNC

$$\text{Part actif risqué} = [\text{VB/VNC} - \text{seuil}] * \text{pente} + \text{part d'actif risqué initiale}$$

Nous décidons tout d'abord d'essayer de comprendre les différents effets de cette stratégie en les dissociant.

Ex : Nous augmentons la part d'actif risqué lorsque nous sommes riches.

Stratégie	Pente	Perf	Min	Max
Dynamique	5	1.1	0	+0.05



Run avec production et sans rachats dynamiques

- Sensi 1 : Nous diminuons l'actif risqué quand nous sommes pauvres
- Sensi 2 : Nous augmentons l'actif risqué quand nous sommes riches
- Sensi 3 : Nous diminuons l'actif risqué quand nous sommes riches
- Sensi 4 : Nous augmentons l'actif risqué quand nous sommes pauvres

Sensi	Stratégie	Pente	Perf	Min	Max
0	Constante	0			
1	Dynamique	-5	0.90	0	0.05
2	Dynamique	5	1.10	0	0.05
3	Dynamique	-5	1.10	-0.05	0
4	Dynamique	5	0.90	-0.05	0

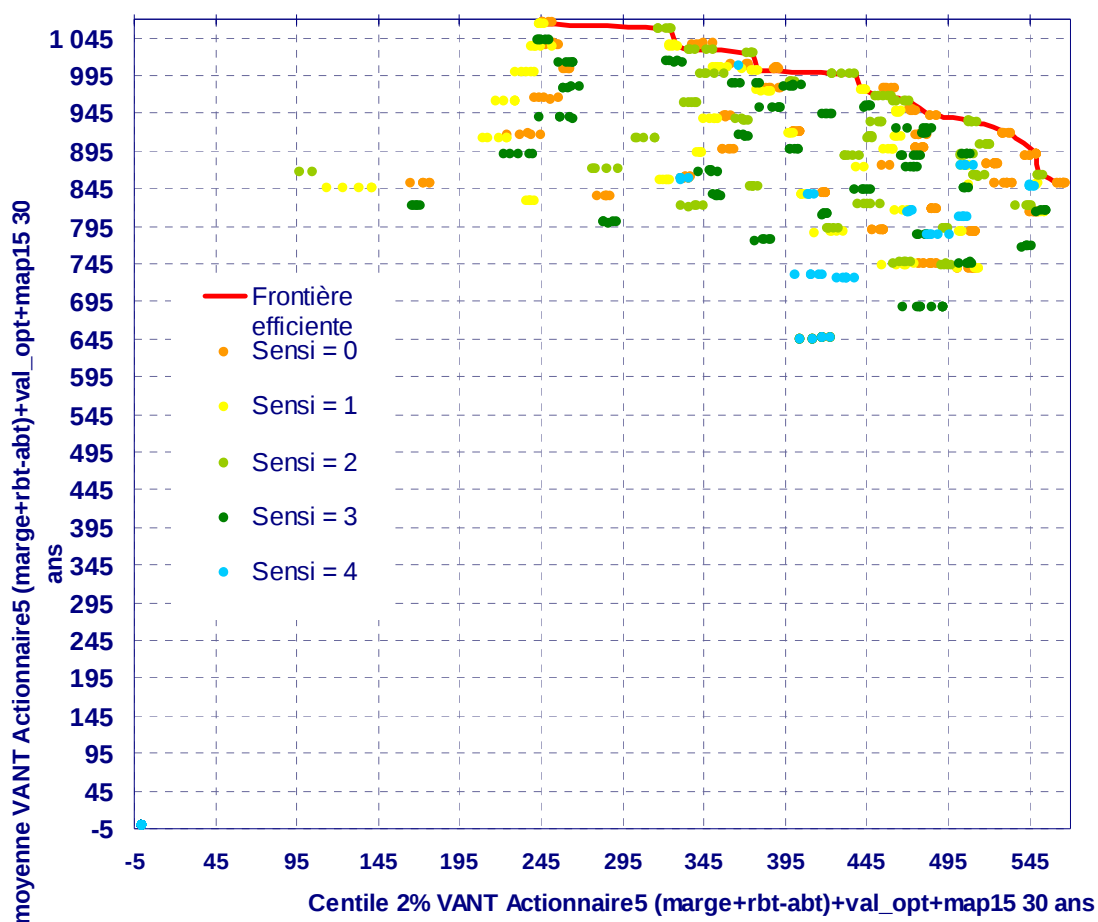


Figure 53: Comparaison de la deuxième stratégie d'allocation dynamique à l'allocation constante au travers du plan rendement risque de la marge actionnaire

Les deux stratégies qui nous semblent être les plus intéressantes sont la sensi1 et la sensi2. Ce sont bien les stratégies données par nos intuitions dégagées de la deuxième partie qui donnent les meilleurs résultats.

Nous décidons alors de les combiner en une même stratégie et la comparer à la stratégie statique. En effet, la partie précédente a tenté de capter les paramétrages de l'algorithme pour une richesse faible (seuil inférieure à 1) et de l'autre pour une richesse forte (seuil supérieur à

1). Nous cherchons à présent à combiner les deux effets pour que cette deuxième stratégie d'allocation dynamique se démarque de la constante.

Sensi 0 : Stratégie constante

Sensi 2 : Deuxième stratégie dynamique combinée

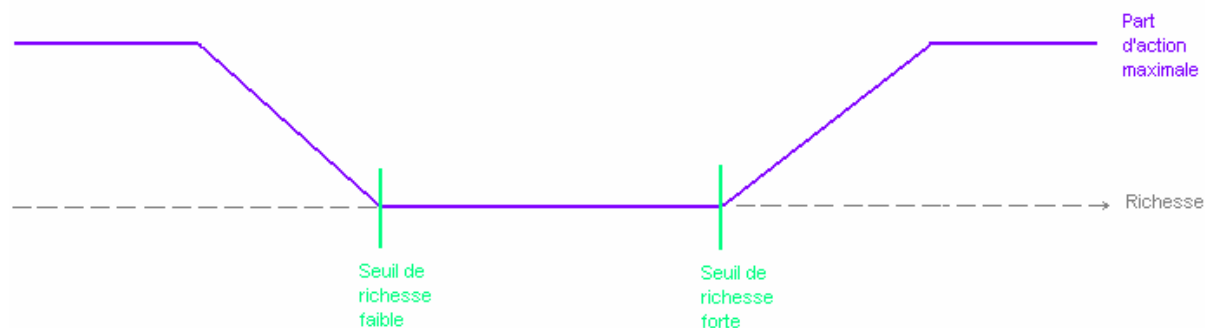


Figure 54 : Profil de la deuxième stratégie combinée.

II. 2) Résultats pour la marge actionnaire :

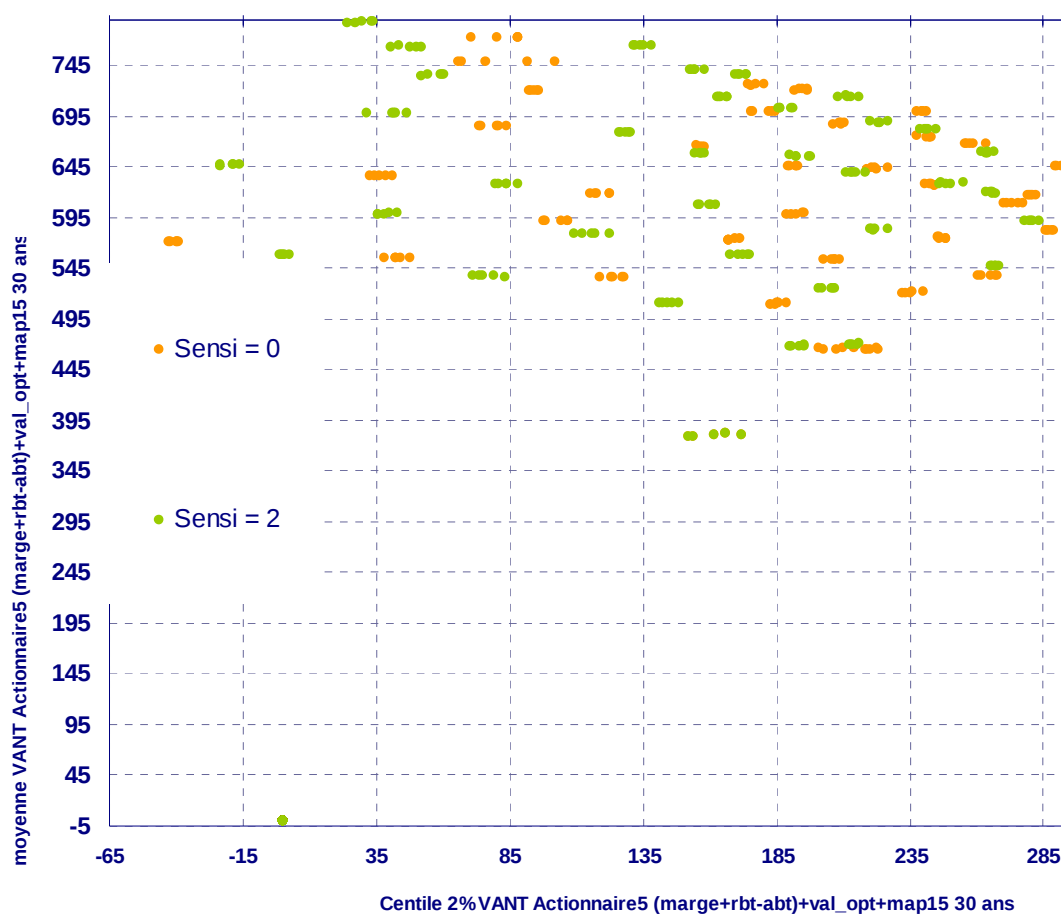


Figure 55 : Comparaison de la deuxième stratégie d'allocation dynamique à l'allocation constante au travers du plan rendement risque de la marge actionnaire

Nous constatons que l'allocation dynamique combinée a une légère tendance à être supérieure à l'allocation statique à partir d'un certain niveau de risque.

II. 3) Résultats pour l'abondement :

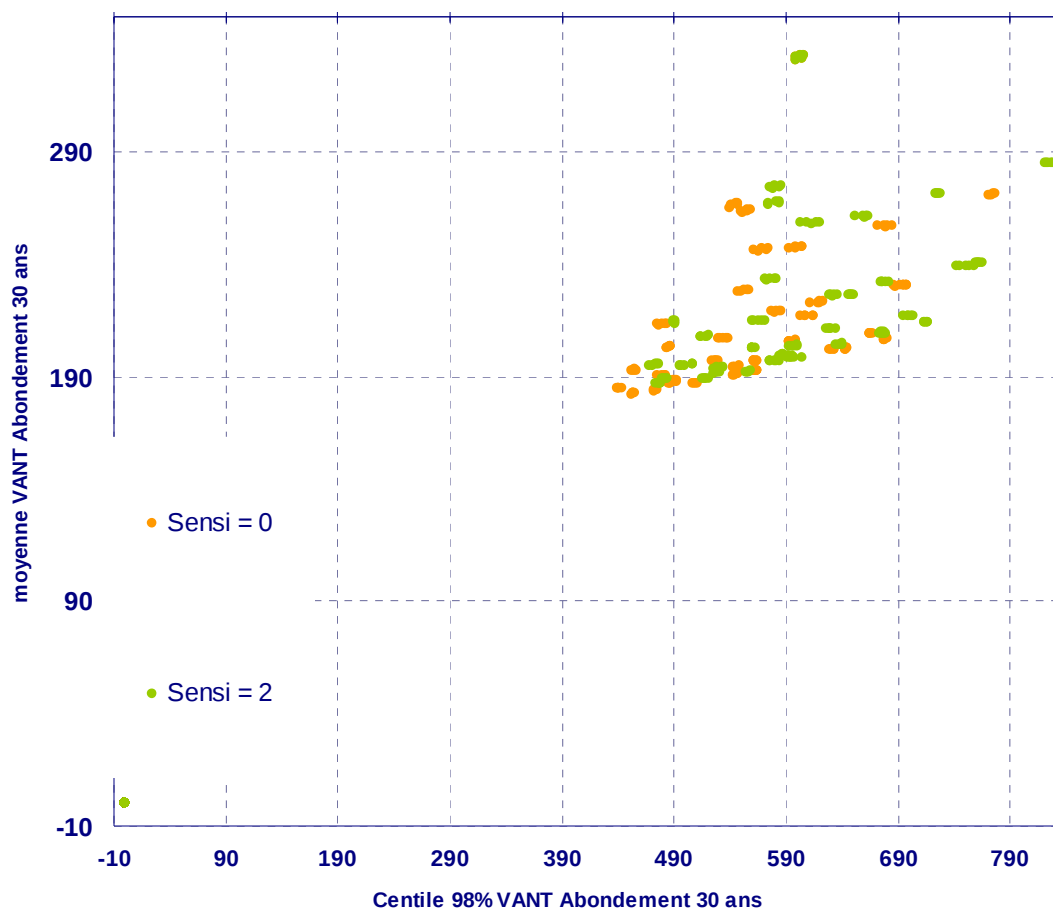


Figure 56 : Comparaison de la deuxième stratégie d'allocation dynamique à l'allocation constante au travers du plan rendement risque de l'abondement

Nous voyons que au global la deuxième stratégie dynamique n'améliore pas du tout l'abondement.

III. Stratégie Threshold

III. 1) Présentation :

Nous choisissons d'implémenter une stratégie Threshold afin de voir son impact sur la frontière efficiente et la comparer à la stratégie constante.

Nous choisissons une stratégie on band avec un intervalle de 10% (+/-5%) autour de l'allocation initiale. Soit 5% pourcent de part et d'autre de l'allocation initiale. L'intervalle à été choisit à l'aide de différents calibrages (5%, 10%, 20%).

III. 2) Résultats marge actionnaire :

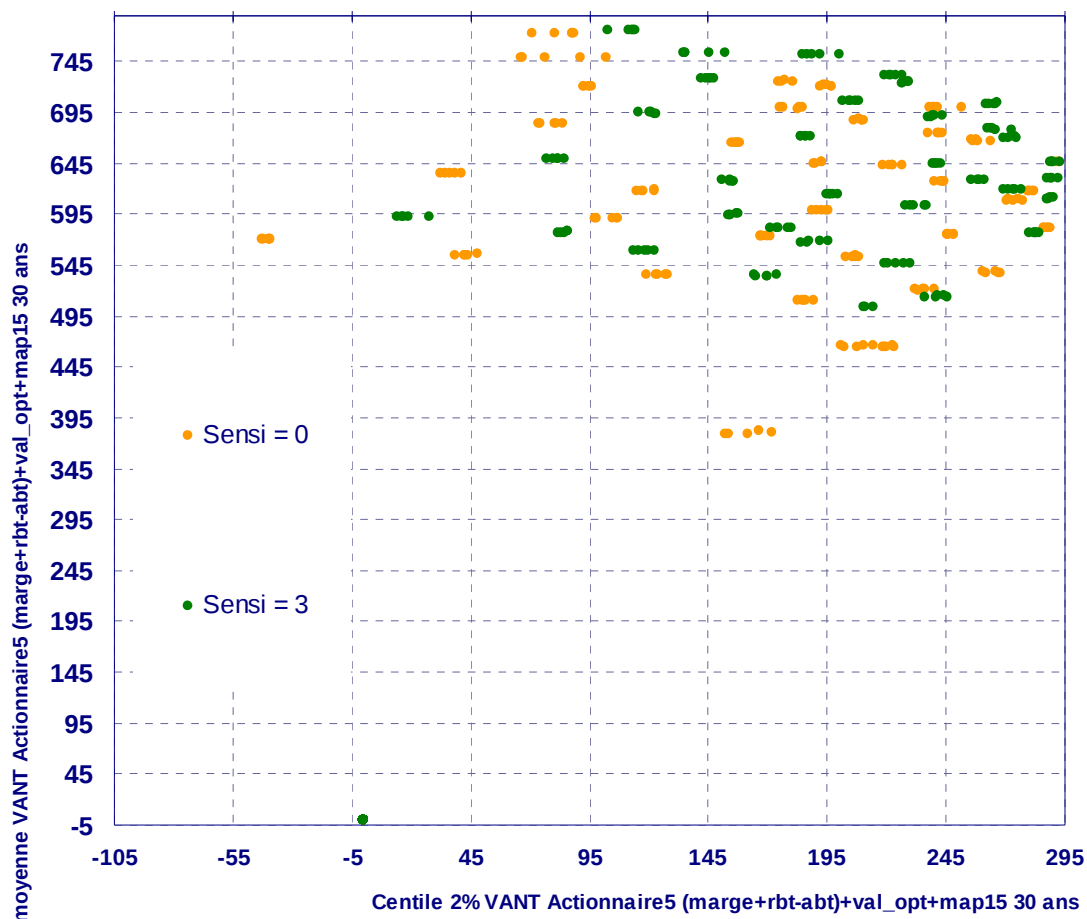


Figure 57 : Comparaison de la stratégie Threshold à l'allocation constante au travers du plan rendement risque de la marge actionnaire

Nous constatons que la stratégie Threshold est meilleure que l'allocation statique.

III. 3) Résultats abondement :

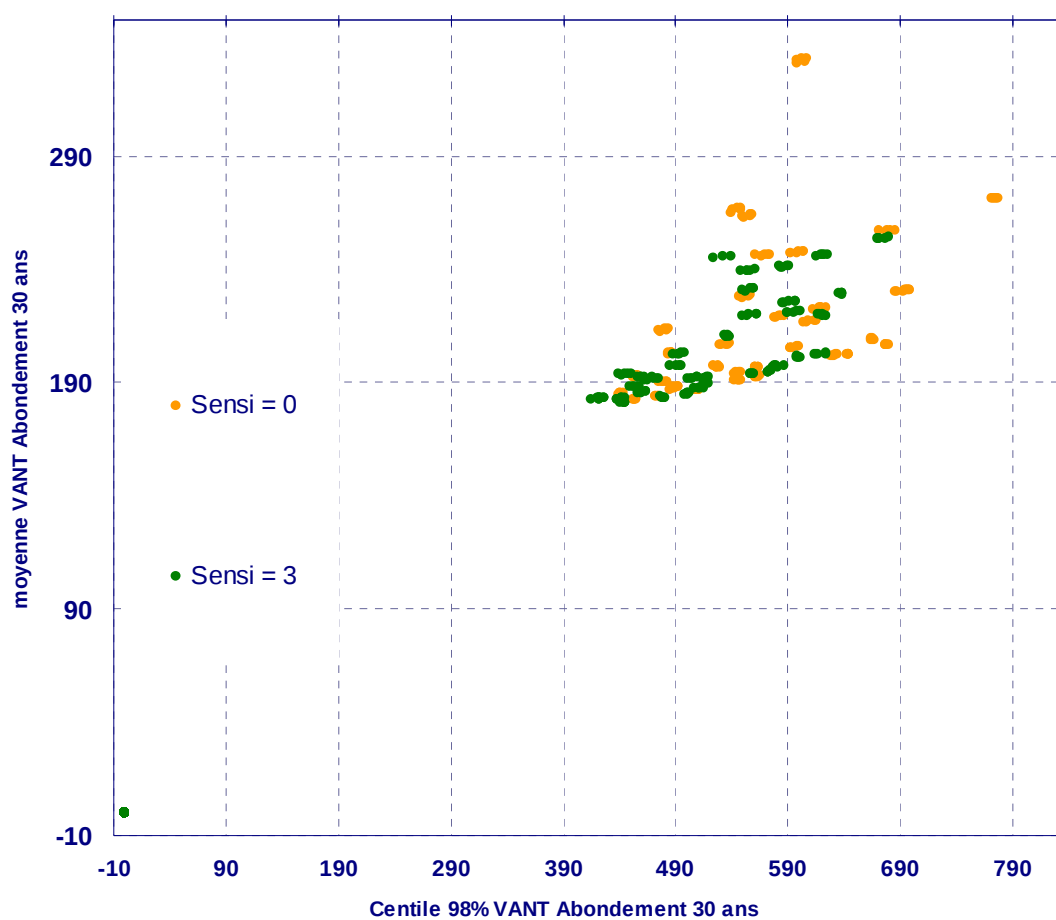


Figure 58: Comparaison de la stratégie Threshold à l'allocation constante au travers du plan rendement risque de l'abondement

La stratégie Threshold améliore au global l'abondement.

IV. Comparaison de trois stratégies avec l'allocation constante.

Si nous comparons à présente les quatre stratégies évoquées ci- avant :

Les sensis prise dans cette partie correspondent aux mêmes stratégies que les parties ci-avant.

IV. 1) Résultats marge actionnaire :

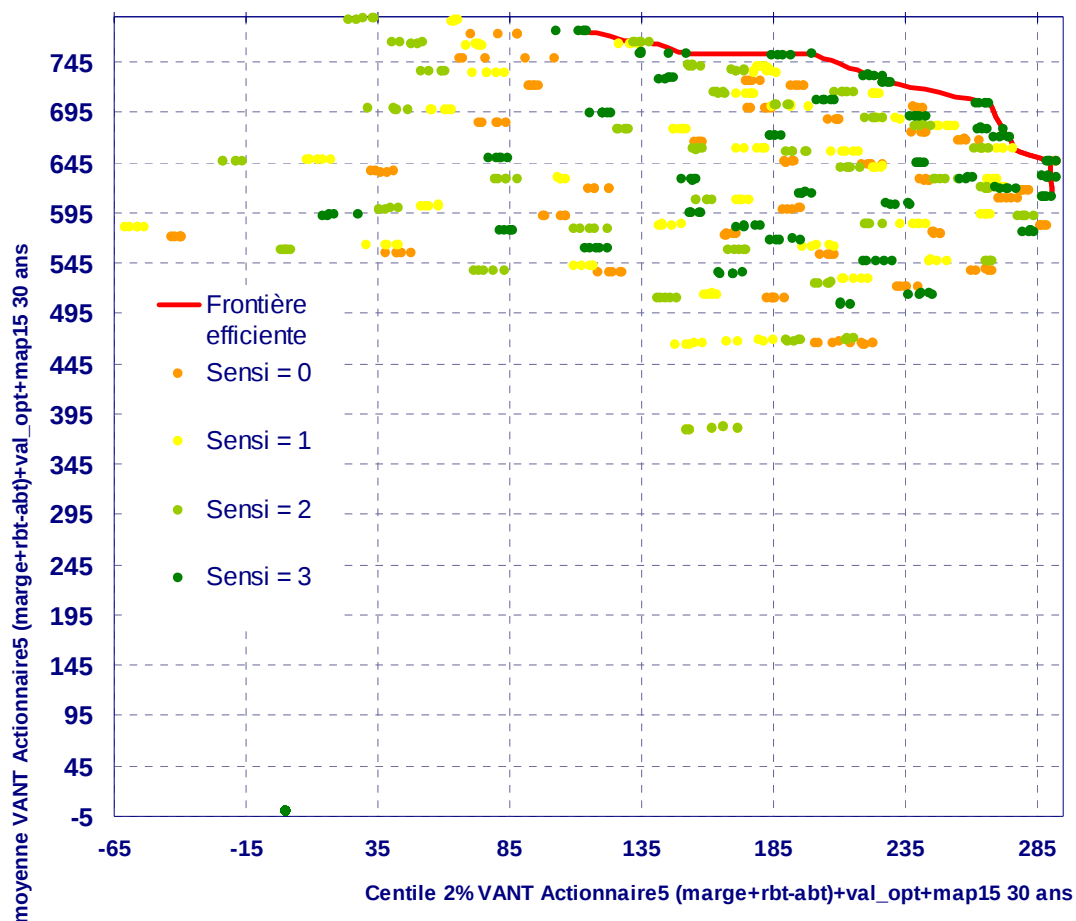


Figure 59 : Comparaison de toutes les stratégies d'allocation dynamique à l'allocation constante au travers du plan rendement risque de la marge actionnaire

L'allocation Threshold est la meilleure stratégie du point de vue de la marge actionnaire.

IV. 2) Résultats abondement :

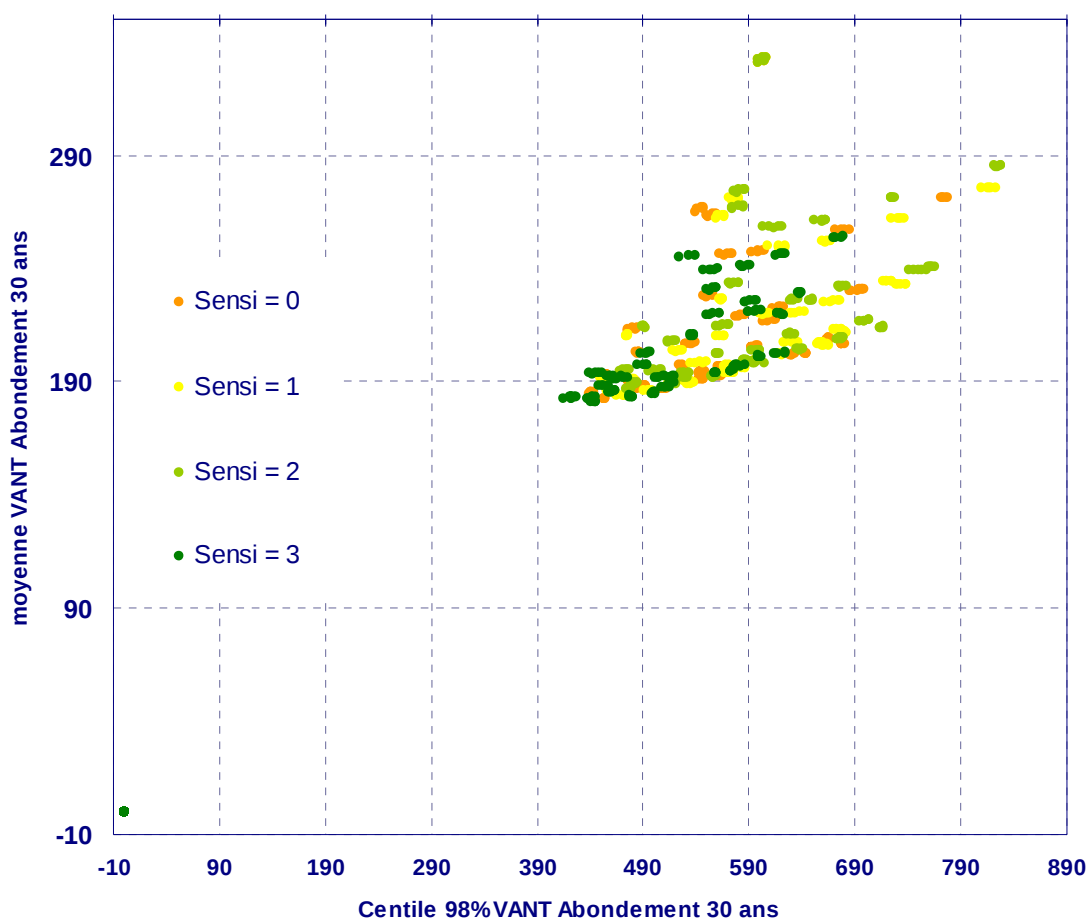


Figure 60 : Comparaison de toutes les stratégies d'allocation dynamique à l'allocation constante au travers du plan rendement risque de l'abondement

L'allocation Threshold est la meilleure stratégie du point de vue de l'abondement.

V. Conclusion:

Concernant le rebalancement conditionnel, malgré toutes les intuitions que nous nous étions forgées à l'aide des maquettes de la partie I et II et les différents calibrages que nous avons réalisé, il semble que peu de résultats réellement satisfaisants puissent être dégagés des derniers tests.

En, revanche les résultats de la méthode Threshold sont très prometteurs. Il nous faut tout de même vérifier que cette stratégie est compatible avec la nouvelle réglementation solvabilité II, et que le coût en capital qu'elle demande ne la pénalise pas.

Partie VI

Prise en compte de la réglementation solvabilité II à l'aide de l'outil interne d'AXA France

Dans cette partie notre objectif est de montrer que nos stratégies restent valides dans le cadre de solvabilité II. Afin, de prendre en compte le nouveau cadre réglementaire, nous allons calculer pour chacune des stratégies et des allocations calculer le nouveau coût en capital induit par celui-ci.

I. Prise en compte du coût du capital dans le modèle :

Pour cela nous prenons les hypothèses suivantes, induites à ce jour par le QIS5 :

L'assureur doit avoir des capitaux qui lui permettant de faire face à un choc sur le marché immobilier de 25%.

Pour les actions le choc à supporter est de 39% (49% pour les actions des marchés émergents, ceux-ci n'étant pas en proportion conséquente dans le portefeuille d'Axa nous les négligerons) avec une partie variable dépendant des cycles de marché qui varie entre -10% et + 10%. Si nous sommes dans le haut du cycle nous supposons que le choc action a plus de chance d'être plus important qu'à la normale, jusqu'à 10% plus fort (soit jusqu'à 49%). Si nous sommes dans le bas du cycle nous supposons que l'action a moins de chance de descendre de 39% nous pouvons donc diminuer ce choc jusqu'à 10% (29%). En 2009 le choc était placé à 30% (nous étions dans le bas du cycle).

Comme nous voulons garder une vision long terme pour notre portefeuille nous prendrons le chiffre de 39% pour le choc sur nos actions.

Le coût est de 6% du capital chaque année.

La formule du coût en capital pour une allocation donnée, un scénario donné et une stratégie d'allocation donnée, il est calculé sur 30 ans :

$$CoC_{Strat}(Alloc_k, Scen_j) = c * \sum_{i=0}^{29} \frac{PM_{k,i,j}}{PM_0} (\alpha * SCR_{Strat}(Alloc_k, Rich_{k,i,j})) * D_i$$

- Avec $\alpha=120$
- $C=6\%$
- $D = \text{Déflateur}$

Dans une première phase nous calculons la MCV* qui dépend de l'allocation, de la richesse et de la stratégie. Nous calculons à partir de cette MCV le SCR* correspondant avec la méthode illustrée sur la figure 61 ci-après. En effet, par définition :

$$SCR_{actif} = MCV_{non\ choquée} - MCV_{choquée}$$

Il faut donc calculer le SCR pour chaque classe d'actif. ET agréger les différents SCR à l'aide d'une matrice de corrélation.

Nous définissons aussi la richesse par la formule suivante :

$$Richesse = VB/VNC - 1$$

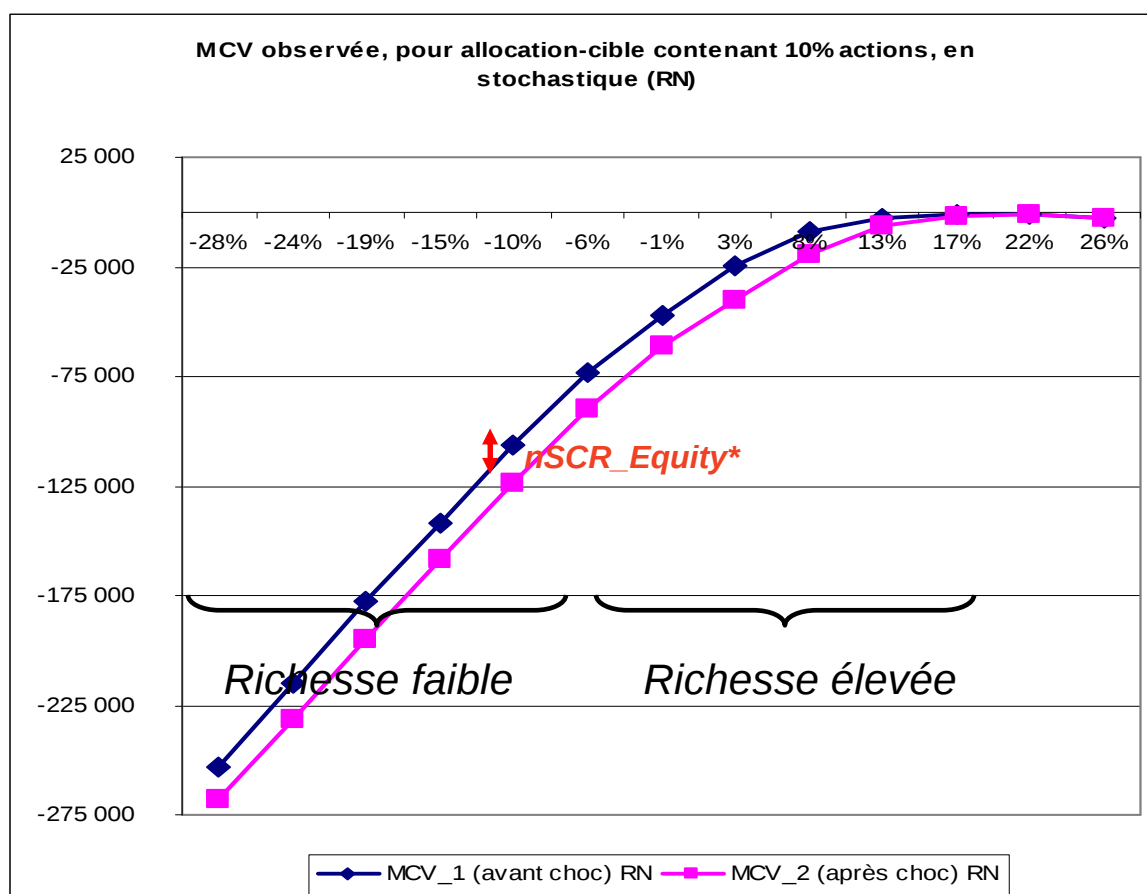


Figure 61 : Exemple d'un calcul de SCR_Equity

II. Présentation des résultats :

Sensi 0 = Constante

Sensi 1 = Première stratégie d'allocation dynamique

Sensi 2 = Deuxième stratégie d'allocation dynamique combinée

Sensi 3 = Threshold

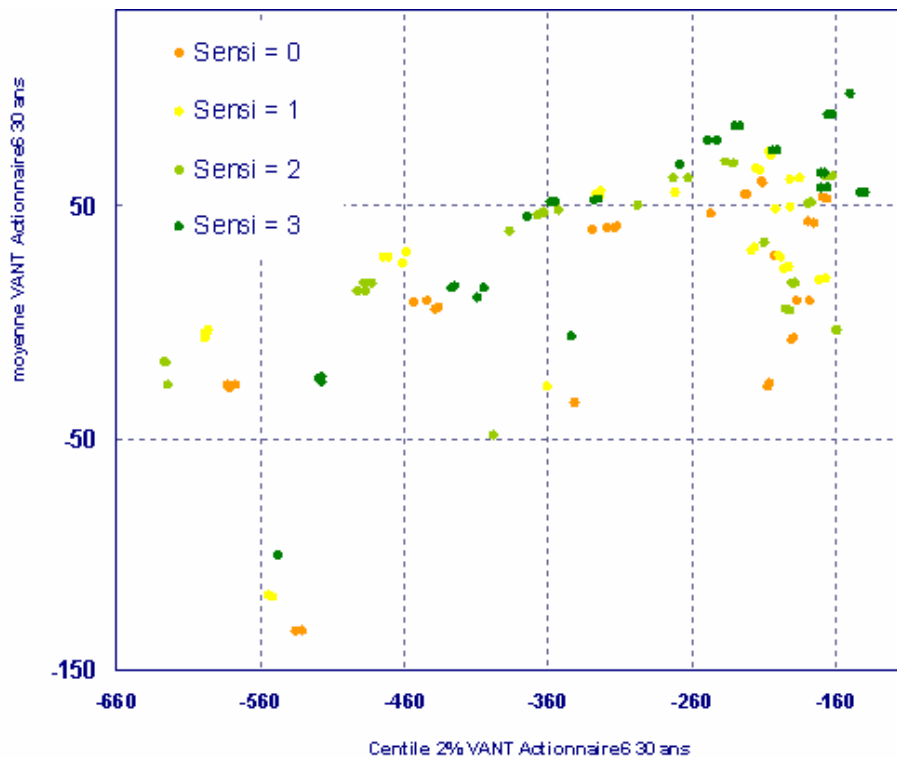


Figure 62 : Comparaison de toutes les dans le cadre de solvabilité II au travers du plan rendement risque de la marge actionnaire

Nous voyons que les stratégies de rebalancement conditionnelle sont légèrement meilleures que la stratégie constante dans le cadre de solvabilité II. Cela serait est du a un coût en capital plus faible en moyenne pour ces stratégies.

Mais la Threshold est de loin la stratégie qui se démarque le plus positivement. Cela confirme, même renforce notre choix de la stratégie Threshold.

III. Conclusion :

La stratégie Threshold se montre une fois de plus dans le cadre de la réglementation solvabilité II la meilleure stratégie envisageable.

Nous pouvons aussi avancer deux nouveaux arguments en faveur de la stratégie Threshold par rapport aux autres stratégies : la stratégie Threshold ne se rebalancer pas systématiquement sur une allocation à chaque pas de temps, ce qui évite dans une certaine mesure de réaliser des moins values ou des plus values non désirées.

En effet, les actifs du portefeuille ne sont pas reventilés à chaque pas de temps, mais uniquement lorsque la part d'actifs risqués dépasse la limite admissible.

Un autre aspect est que de ce fait les coûts de transaction sont réduits pour la stratégie Threshold. Ce point ne saurait être déterminant à lui seul car les coûts de transactions sont relativement faibles.

Partie VII

Conclusion générale

Au décours de cette étude, nous parvenons à la conclusion que les stratégies d'allocations dynamiques vont rapidement sortir de l'ombre où elles avaient tendance à être confinées, notamment en raison de leur difficulté d'implémentation.

Les résultats de notre étude indiquent que, parmi les stratégies d'allocations dynamiques, celle dite de seuil, encore appelée *Threshold*, est la plus prometteuse, car elle aboutit aux meilleurs résultats à la fois en ce qui concerne la marge de l'actionnaire et l'abondement. Elle présente aussi plusieurs avantages qui, à nos yeux, la rendent plus attrayante (temps supplémentaire de son exécution négligeable; facile à calibrer du fait du nombre réduit de paramètres). En outre, sa mise en œuvre opérationnelle est plus aisée que les autres stratégies dynamiques que nous avons évaluées; elle se traduirait simplement par un apport au contrat de gestion, il délivre à ce jour une allocation cible et nous ajouterions un intervalle de dérive. Elle a également l'avantage de réduire la volatilité comptable, car elle requiert moins fréquemment de vendre des actifs et donc de dégager des plus ou moins values non désirées.

Néanmoins, d'autres stratégies restent à évaluer, car elles pourraient s'avérer supérieures à la méthode que nous avons retenue. En effet, les méthodes dynamiques utilisant le stochastique dans le stochastique présentent un potentiel intéressant. Cependant, les puissances de calcul actuellement disponibles ne nous permettent pas d'utiliser ces méthodes. Mais, un autre problème se poserait alors, une fois la stratégie parfaitement optimisée par rapport à nos scénarios, la question du sens que cela fait se pose car nous savons qu'ils ne reflètent que partiellement la réalité et que notre stratégie serait nécessairement biaisée de ce fait. Nous avons vu entre autres que la volatilité des actifs était à ce jour modélisée comme constante alors que ce n'est pas le cas en réalité.

Même si d'indéniables progrès font jour, dans le domaine des méthodes d'allocation des risques en assurances, nous sommes toujours dans l'ère de la Quête du Saint Graal.

Bibliographie

Isabelle BAJEUX-BESNAINOU et Roland PORTAIT - *L'allocation dynamique d'actifs : séparation statique et dynamique*. The George Washington University

Pierre BRUGIERE - *Optimal Portfolio and Optimal Trading in a Dynamic Continuous Time Framework*. University of Paris 9 Dauphine.

Oswaldo L. V. COSTA et Michael V. ARAUJO - *Multi-period mean-variance portfolio optimization with Markov switching parameters*. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo

Alexis COLLOMB - *Dynamic asset allocation by stochastic programming methods*. Math. Program., Ser. B 89: 293–309 (2001).

François WATIER - *Analyse de moyenne- variance d'un portefeuille multivariée actualisé en contexte multipériodique*. Université du Québec à Montréal.

Walter BRIEC, Kristiaan KERSTENS – *Multi-Horizon Markowitz Portfolio Performance Appraisals: A General Approach*. University of Perpigna

Oswaldo LUIZ DO VALLE COSTA and Rodrigo DE BARROS NABHOLZ - *Multi-Period Mean-Variance Portfolio Selection Problem with Intermediate Costs and Constraints*

Ales AHCAN - *Solving a multi period portfolio problem with transaction costs*

Xavier URLI - *Modèle de Black-Litterman pour l'allocation tactique des actifs*

Thomas M. IDZOREK - *A step-by-step guide to the Black Litterman model*

Andrew BEVAN Kurt WINKELMANN - *Using the Black-Litterman Global Asset Allocation Model: Three Years of Practical Experience*

Attilio MEUCCI - *Beyond Black-Litterman: views on non-normal markets*

Lionel MARTELLINI - *Managing Pension Assets: from Surplus Optimization to Liability-Driven Investment*

Frédéric PLANCHET Pierre-E. THÉRON - *Rentes en cours de service : un nouveau critère d'allocation d'actifs*

Dominik BOOS, Jérôme KOLLER et Olivier SCHMID - *Dynamic Asset Allocation with Regime Shifts*

Michael ALBRECHTSLUND, Andreas GRAFLUND, Thomas BJØRN JENSEN, Henrik LIND-GRØNBÆK et Camilla SVENDSEN - *L'Allocation d'Actifs Stratégique*

Agnès LAMBERT (AGEFI) - *Les modèles d'allocation d'actifs tendent vers plus de réactivité*
Laurent DEVINEAU et Stéphane LOISEL - *Construction d'un algorithme d'accélération de la méthode « des simulations dans les simulations » pour le calcul du capital économique de Solvabilité II*

Olga GORNOUCHKINA - *Application des normes Solvency II en assurance-vie*

Marcin FEDOR - *Solvency II et sélection du portefeuille d'actifs : approche théorique.*

Olivier LOZACH - *Mesure des risques actif-passif d'un assureur vie compatible avec Solvabilité II*

Christophe LECLERC et Jean-François BOULIER - *Vertus et Performance du Rebalancement*

Thomas CARIOU et Kodjovi ASSOË - *Stratégie de gestion de portefeuille obligataire*

John Y. CAMBELL et Luis M. VICEIRA - *Consumption and portfolio decision when expected returns are time varying*

Alexandre PRINCE - *Problème d'optimisation de portefeuille en temps discret avec une modélisation Garch*

Norbert GAUTRON, Frédéric PLANCHET et Pierre THEROND - *Méthodes financières et allocation d'actifs en assurance*

Christophe LECLERC - *Vertus et Performance du Rebalancement*

Glossaire

- **A la monnaie (*At the money*)** : Une option est dite "à la monnaie" quand le prix d'exercice est égal au prix du sous-jacent. C'est à dire qu'elle permet d'acheter l'actif sous-jacent à son cours actuel, sans gain ni perte.
- **Allocation d'actifs** : L'allocation d'actifs est une technique de gestion de patrimoine ou de portefeuille consistant à revoir périodiquement la composition du portefeuille par "classes d'actifs" (autrement dit par types de placement : obligations, actions, produits dérivés...)
- **Abondement** : Un abondement est un transfert de capitaux propres vers l'assurée. C'est le montant que l'assureur doit donner aux clients pour honorer ses promesses dans le cas où il n'y a pas eu de création de richesse suffisante et que tous les mécanismes de pilotages sont insuffisants (RAN et RCap).
- **ANAV (*Adjusted Net Asset Value*)** : Capitaux propres de la compagnie d'assurance majorés des plus-values latentes revenant aux actionnaires (et non aux assurés), sous déduction des coûts d'acquisition des clients non encore amortis. C'est l'actif net réévalué.
- **Anti-sélection** : Ou sélection adverse est un phénomène statistique et économique qui joue un rôle important notamment dans les domaines de l'assurance et de la gestion du risque, par lequel une offre faite sur un marché aboutit à des résultats inverses de ceux souhaités, à cause d'asymétries d'information. Dans une situation principal-agent, le problème de la sélection adverse est essentiellement basé sur l'incertitude concernant le type de l'agent, contrairement à une situation d'aléa moral.
- **Black Scholes** : Modèle d'évaluation d'options de Black Scholes: Construit en 1973 par Fischer Black et Myron Scholes pour contrôler le bien-fondé des évaluations faites des prix d'options. Le modèle de Black Scholes utilise la volatilité de l'instrument sous-jacent, les taux d'intérêt, le temps qui reste jusqu'à échéance, le prix d'exercice de l'option, et le prix de l'instrument sous-jacent pour déterminer son prix théorique (sa prime).
- **CRRA** : L'aversion relative au risque est la proportion de sa richesse que l'investisseur est prêt à payer pour éviter une augmentation de la variance de sa richesse d'une unité. La fonction d'utilité CRRA (pour Constant Relative Risk Aversion) correspond à une aversion relative au risque constante.
- **Dans La Monnaie (*In The Money*)** : une option est dite «dans la monnaie» lorsqu'elle est exercée avec profit aux conditions du marché du moment, c'est-à-dire lorsqu'elle possède une valeur intrinsèque. Dans le cas d'un call, l'option sera «dans la monnaie», lorsque la valeur du sous-jacent sera supérieure à celle du prix d'exercice. Inversement, pour un put, l'option sera « dans la monnaie» lorsque le prix d'exercice sera supérieur à la valeur du sous-jacent.
- **Fonds en Euros (€)** ou encore fonds à capital garanti sont des placements dits « sans risque » qui bénéficient généralement d'un taux minimum garanti. Le capital investi sur le support en Euros ne peut pas diminuer.

- **Gestion actif - passif** : Méthode globale et coordonnée permettant à une entreprise et notamment à une assurance, de gérer la composition et l'adéquation de l'ensemble de ses actifs et passifs et de son hors - bilan.
- **Hors De La Monnaie** (Out Of The Money) : une option est dite «hors de la monnaie» lorsqu'il serait pénalisant de l'exercer aux conditions de marché du moment. Dans le cas d'un call, l'option sera «hors de la monnaie», lorsque la valeur du sous-jacent sera inférieure à celle du prix d'exercice. Inversement, pour un put, l'option sera «dans la monnaie» lorsque le prix d'exercice sera inférieur à la valeur du sous-jacent.
- **Market Consistent Value** (MCV), Valeur calculée en stochastique du business considéré.
- **Option d'achat** (CALL) : Contrat qui confère, contre paiement immédiat d'une prime, la faculté, mais non l'obligation d'acheter, pendant une période limitée, à un prix défini à l'avance, une certaine quantité d'actifs sous-jacents.
- **Option de vente** (PUT) : Contrat qui confère, contre paiement immédiat d'une prime, la faculté, mais non l'obligation de vendre, pendant une période limitée, à un prix défini à l'avance, une certaine quantité d'actifs sous-jacents.
- **Participation aux bénéfices (PB)** : l'assureur est dans l'obligation de reverser une partie des produits financiers excédants le montant de ce qu'il a promis à l'assuré et sa marge (au moins 85%).
- **Plus ou moins values réalisées** (PMV R) : Une plus-value (ou gain en capital) de même qu'une moins-value (perte de valeur à la revente) est la différence positive ou négative entre le montant de la cession d'un titre et sa valeur comptable. Selon la classification du titre (R322-19 ou R322-20) l'utilisation d'une PMVR diffère.
- **Production** (*New business*) : Entrée de nouveaux contrats.
- **Produits Financiers** : c'est la richesse issue des placements à partager entre l'assuré et l'assureur et l'état chaque année.
- **Provisions mathématiques** (PM) : ce sont les réserves constituées par l'assureur afin de garantir le paiement des prestations. Ces provisions sont calculées à l'aide de formules mathématiques qui prennent en compte les tables de mortalité et un taux d'intérêt technique.
- **Rachat dynamique** : taux de sortie de passif du à la non satisfaction du client concernant le taux servi.
- **RAN** : report à nouveau. C'est une provision qui permet à l'assureur d'éviter de donner à l'assuré toute la richesse créée sur une année et de la reporter pour les années futures (dans les 8 ans). Comptablement, c'est une provision qui appartient à l'assuré au même titre que la PM.
- **Réserve de capitalisation** : elle fait partie du passif, elle est le fruit de réalisation de plus-values obligataires et permet à l'assureur d'absorber des moins values obligataires si nécessaire.

- **Revenu** : le revenu désigne les montants qui sont perçus comme fruit de son capital.
- **SCR** (*Solvency Capital Requirement*) : c'est le capital exigé pour assurer la solvabilité d'une entreprise dans le cadre de Solvabilité II.
- **Sous-jacent** : Un actif ou un titre sur lequel reposent soit des options, soit des bons de souscription, soit des contrats à terme.
- **Supports en Unités de Compte** (UC) peuvent être de natures diverses : SICAV (Société d'Investissement à Capital Variable), FCP (Fonds Commun de Placements), actions uniquement cotées, SCI (Société Civile Immobilière)... L'évolution du capital investi est liée aux fluctuations de la valeur liquidative de l'unité de compte. Dans le cas de support en unités en compte (UC), le capital n'est pas garanti, le risque n'est donc pas porté par la compagnie d'assurance mais par le souscripteur du contrat
- **Taux de marge assureur** : c'est la rémunération de l'assureur. Dans un contrat standard elle est au maximum égale à 1% de la PM pour la marge fixe. Et au delà l'assureur peut obtenir jusqu'à 15% des produits financiers dépassants le montant de ce qu'il a promis à l'assuré et sa marge.
- **Taux minimum garanti annuel** (TMGA) : Ce taux ne peut être garanti que annuellement dans le contrat et dépend des rendements précédents de l'assureur.
- **Valeur boursière de l'actif** (VB): La valeur de marché de tous les titres financiers détenu par l'entreprise. C'est le prix auquel ces titres peuvent être achetés ou vendus, en particulier sur le marché secondaire.
- **Valeur nette comptable de l'actif** (VNC). C'est la valeur à laquelle les titres financiers ont été acquit par l'entreprise
- **Volatilité** : C'est une valeur qui mesure la propension d'un actif (action, taux d'intérêt,...) à varier significativement à la hausse ou à la baisse. Plus cet actif a tendance à varier fortement sur une courte période de temps, plus cet actif est dit volatile. Mathématiquement, c'est l'écart type des rendements.

Table des figures

Figure 1 : Evolution des engagements du passif et de la valeur boursière des actifs au cours du temps dans l'exemple cité ci-dessus.....	12
Figure 2 : Evolution des engagements du passif et de la valeur boursière des actifs au cours du temps dans l'exemple cité ci-dessus.....	13
Figure 3 : Organigramme de la direction financière d'Axa France	17
Figure 4 : Organigramme de la direction des investissements d'Axa France	17
Figure 5 : Chaîne de valeur de la direction des investissements.....	18
Figure 6 : Processus de livraison de l'allocation optimale par le service de gestion actif-passif	19
Figure 7 : Schéma du fonctionnement de l'outil interne.....	21
Figure 8 : Frontière efficiente = Frontière convexe de l'ensemble des portefeuilles (courbe bleue).....	24
Figure 9 : Méthode d'allocation statique combinatoire	28
Figure 10 : Frontière efficiente pour le portefeuille d'actifs.....	32
Figure 11: Frontière efficiente pour la marge assureur	32
Figure 12 : Frontière efficiente pour le gain assuré.....	33
Figure 13: Allure de la frontière efficiente de la marge assureur en fonction de la richesse initiale, dans le cadre de solvabilité I avec une clause de participation aux bénéfices de 85%	34
Figure 14: Allure de la frontière efficiente de la marge assureur en fonction de la richesse initiale, dans le cadre de solvabilité II avec une clause de participation aux bénéfices de 85%	35
Figure 15: Allure de la frontière efficiente de la marge assureur en fonction de la richesse initiale, dans le cadre de solvabilité I avec une clause de participation aux bénéfices de 100%	36
Figure 16: Allure de la frontière efficiente de la marge assureur en fonction de la richesse initiale, dans le cadre de solvabilité II avec une clause de participation aux bénéfices de 100%.....	36
Figure 17: Cas d'un TMG faible : l'assureur a une richesse forte	37
Figure 18: Cas d'un TMG fort : l'assureur a une richesse faible	37
Figure 19: Impact de la diversification des TMGs sur le profil de marge	38
Figure 20: Impact de la diversification des TMGs sur l'appétit au risque	38
Figure 21 : Comparaison d'allocations statiques à une allocation dynamique cela dans le plan rendement risque de la marge actionnaire.....	42
Figure 22 : Comparaison d'allocations statiques à une allocation dynamique, cela dans le plan rendement risque de la marge actionnaire.....	42
Figure 23 : Comparaison des résultats de la stratégie dynamique comparée à l'allocation statique (2).....	43
Figure 24 : Part action du portefeuille en fonction du ratio VB/PM.....	44
Figure 25 : Comparaison de deux algorithmes d'allocation dynamique.....	45
Figure 26 : Comparaison de deux algorithmes d'allocation dynamique.....	45
Figure 27 : Profil de la moyenne stochastique sur les parts actions année par année pour la 1ère stratégie d'allocation dynamique.....	46
Figure 28 : Profil de la moyenne stochastique sur les parts actions année par année pour la 1ère stratégie d'allocation dynamique lissé.....	47
Figure 29 : Profil de l'allocation linéaire décroissante.....	47

Figure 30 : Comparaison de l'allocation déterministe déduite de la 1ère stratégie d'allocation dynamique, d'une allocation linéaire décroissante et d'allocations statiques du point de vue de la marge actionnaire.	48
Figure 31: Comparaison de l'allocation déterministe déduite de la 1ère stratégie d'allocation dynamique, d'une allocation linéaire décroissante et d'une allocation statique du point de vue de l'abondement.	48
Figure 32 : Comparaison de la 1ère stratégie d'allocation dynamique à la stratégie Threshold du point de vue de la marge actionnaire.....	49
Figure 33 : Comparaison de la 1ère stratégie d'allocation dynamique à la stratégie Threshold du point de vue de l'abondement	50
Figure34 : Les différentes sensis se distinguant par des couleurs différentes.....	53
Figure 35 : « sans production»	54
Figure 36 : « avec production et ».....	54
Figure 37 : « sans production»	55
Figure 38 : « avec production».....	56
Figure 39 : avec production « réaliste »	57
Figure 40 : avec production dix fois supérieure	58
Figure 41 : avec production « réaliste »	59
Figure 42 : avec production dix fois supérieure	59
Figure 43 : « sans rachats dynamiques »	60
Figure 44 : «avec rachats dynamiques »	61
Figure 45 : « avec production et sans rachats dynamiques »	62
Figure 46 : « avec production et avec rachats dynamiques ».....	62
Figure 47 : Sans rachats fixes.....	63
Figure 48 : Avec rachats fixes.....	63
Figure 49 : Sans rachats fixes.....	64
Figure 50 : Avec rachats fixes.....	64
Figure 51: Comparaison de la première stratégie d'allocation dynamique à l'allocation constante au travers du plan rendement risque de la marge actionnaire	67
Figure 52: Comparaison de la première stratégie d'allocation dynamique à l'allocation constante au travers du plan rendement risque de l'abondement.....	68
Figure 53: Comparaison de la deuxième stratégie d'allocation dynamique à l'allocation constante au travers du plan rendement risque de la marge actionnaire	70
Figure 54 : Profil de la deuxième stratégie combinée.	71
Figure 55 : Comparaison de la deuxième stratégie d'allocation dynamique à l'allocation constante au travers du plan rendement risque de la marge actionnaire	71
Figure 56 : Comparaison de la deuxième stratégie d'allocation dynamique à l'allocation constante au travers du plan rendement risque de l'abondement.....	72
Figure 57 : Comparaison de la stratégie Threshold à l'allocation constante au travers du plan rendement risque de la marge actionnaire.....	73
Figure 58: Comparaison de la stratégie Threshold à l'allocation constante au travers du plan rendement risque de l'abondement.....	74
Figure 59 : Comparaison de toutes les stratégies d'allocation dynamique à l'allocation constante au travers du plan rendement risque de la marge actionnaire	75
Figure 60 : Comparaison de toutes les stratégies d'allocation dynamique à l'allocation constante au travers du plan rendement risque de l'abondement.....	76
Figure 61 : Exemple d'un calcul de SCR_Equity	78
Figure 62 : Comparaison de toutes les dans le cadre de solvabilité II au travers du plan rendement risque de la marge actionnaire	79

ANNEXES

Annexe I : Paramètres de modélisation choisis pour la première maquette Excel /VBA

Nous supposons n'avoir qu'un seul contrat en euros qui n'est pas rachetable. Il est spécifié dans le contrat la clause de participation aux bénéfices, le TMG, la marge de l'assureur.

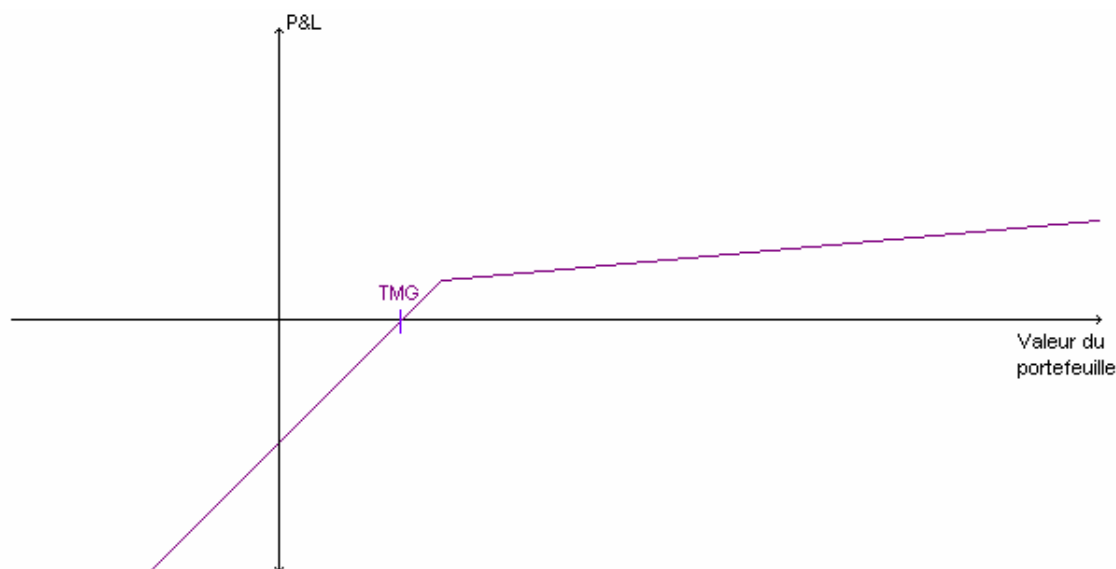
L'assureur prend les pertes à sa charge tant qu'il n'a pas atteint le TMG. Puis il prend jusqu'à $x\%$ de marge sans donner de participations aux assurés et au delà il redistribue $y\%$ des bénéfices supplémentaires (85% pour la retraite et 100% pour l'épargne).

Nous avons modélisé cela comme la vente d'un put et l'achat d'un call (avec une pente 0,15 pour la retraite et 0 pour l'épargne, pour tenir compte de la PB), où le strike est égale au TMG plus la marge.

Le portefeuille est la combinaison d'obligations ($r=4\%$, $vol= 5,83\%$) et d'actions ($r=9,1\%$, $vol= 13,42\%$) qui ont une corrélation de 0.3, tous deux modélisés comme des actifs de Black&Scholes.

Remarque : Notre modèle est robuste aux hypothèses prises pour les rendements et les volatilités. Cela va influencer sur les proportions obligations, actions, mais les tendances sont les mêmes.

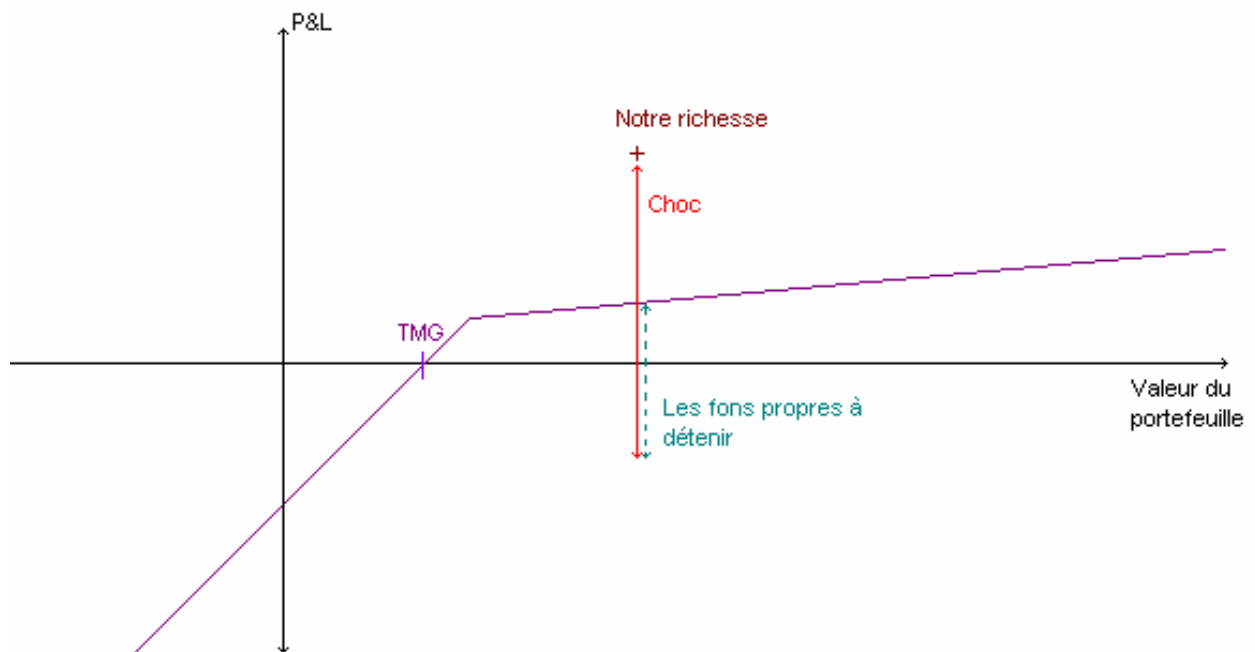
Exemple du profil de marge assureur pour la retraite:



Remarque : Il y a aussi une marge fixe prise par l'assureur. Celle-ci n'est pas prise en compte car elle ne change par la hiérarchie des allocations.

Annexe II : Modélisation du coût du capital en solvabilité II dans la première maquette

- Hypothèses : Nous devons avoir les fonds propres pour supporter un choc action de - 30% action et un choc de - 8% obligation.
- Exemple : si notre VB est de 100 et que notre portefeuille comporte 50% actions et 50% obligations. Il nous faut alors $30\% \times 100 \times 50\% + 8\% \times 100 \times 50\%$ soit 19 en fond propre et cela me coute 6% de se montant pas an.
- Nous modélisons aussi une absorption. Si notre richesse est de 120 et que nous promettons 103 au client. Si nous avons 100% d'action nous devons avoir en fonds propres $30\% \times 120 = 36$. Comme nous avons $20 - 3 = 17$ de richesse supplémentaire nous ne devons mettre que $36 - 17 = 19$ en fonds propres.



Annexe III : Deuxième maquette Excel/VBA

Cette maquette simule un bilan d'assurance simplifié sur 30 ans.

Nous choisissons de débiter par 100 de PM.

Le TMG promis est de 3,6% par an. La marge de l'actionnaire ne peut pas dépasser 1% de la PM chaque année.

Les clients restent les 60 ans (business retraite) considérés et tout leur est reversé à la fin et aucun client n'est susceptible de rentrer dans le business.

Le pas de temps choisit est l'année.

Nous avons à disposition deux actifs possibles. Une action et une obligation. Ces actifs fictifs se veulent représentatifs respectivement des actifs non-risques et des actifs risques.

Les hypothèses prises pour ces deux actifs sont les suivantes :

Rendement actions : 7.2% = (9% - coût solva II), vol 25%

Rendement obligations : 4% = (4.5% - coût solva II), vol 6%

Taux d'actualisation 2%.

Ces deux actifs sont modélisés tous deux par des actifs de blacks&Sholes.

Voici ce que nous obtenons pour le bilan pour un scénario sur 6 ans.

Période	1ere	1	2	3	4	5
PM	100	103.60	107.33	111.19	115.20	119.34
Seuil		105.00	108.78	112.70	116.75	120.96
VNC		100.00	103.77	107.33	111.19	118.82
VB		104.81	107.33	111.19	119.98	132.53
VB action	25.00	27.73	27.30	33.13	34.18	48.69
VNC Obligation						
VB Obligation	75.00	77.08	77.62	76.52	85.79	83.84
Marge Dynamique		1.21	- 2.41	- 1.54	4.78	13.19
Alloc Action	0.25	0.25	0.28	0.30	0.30	0.25
Alloc Obligation	0.75	0.75	0.72	0.70	0.70	0.75
Marge actionnaire		1.04	- 2.41	- 1.54	1.15	1.19
Abondement		-	- 2.41	- 1.54	-	-

Les parts d'actifs sont choisies à la fin de la période pour la période suivante.

Cette maquette ne permet pas de prendre en compte : l'absorption en solvabilité II, des lois de rachat, la participation aux bénéfices, la production et le pilotage comptable.