

Eva BENROS

Solvabilité II : Calibrage des MCR/SCR dans le contexte QIS4

➤ ETABLISSEMENT D'ACCUEIL

optimind ∴

75, boulevard Haussmann
75008 PARIS

➤ MAITRE DE STAGE

Christophe EBERLE, Actuaire, Président d'Optimind
christophe.eberle@optimind.fr

➤ PERIODE DE STAGE

Du 3 Mars 2008 au 2 Juillet 2008

Sommaire

Sommaire	1
Remerciements.....	5
Résumé	7
Abstract.....	9
Introduction.....	11
Partie 1. Contexte réglementaire de la solvabilité des compagnies d'assurance	13
1. Le contexte actuel : Solvabilité I	13
1.1. La marge de solvabilité (MS)	14
1.2. La Marge de Solvabilité Réglementaire (MSR)	14
1.2.1. MSR pour les branches vie	14
1.2.2. MSR pour les branches non vie	14
1.3. Le Fonds de Garantie (FG).....	15
1.4. La réglementation.....	15
1.5. Critiques à l'encontre de Solvabilité I	15
1.5.1. Critiques qualitatives	15
1.5.2. Critiques quantitatives	16
2. La réforme Solvabilité II.....	16
2.1. Les objectifs et les enjeux de la réforme	17
2.2. Le champ d'application de la directive	17
2.3. Modèles dont s'inspire la directive.....	17
2.4. L'architecture selon les trois piliers	19
2.4.1. Pilier 1 : Les exigences quantitatives en capital.....	19
2.4.2. Pilier 2 : La surveillance prudentielle.....	19
2.4.3. Pilier 3 : La diffusion de l'information.....	20
2.5. Les exigences en capital	20
2.5.1. Le Minimum Capital Requirement ou MCR.....	21
2.5.2. Le Solvency Capital Requirement ou SCR.....	21
2.6. Les études quantitatives d'impact ou QIS.....	21
2.6.1. QIS1.....	21
2.6.2. QIS2.....	22
2.6.3. QIS3.....	23
2.6.4. QIS4.....	23
2.7. Le calendrier de la réforme.....	24

Partie 2. Le pilier 1 de la réforme Solvabilité II	26
1. Les provisions techniques	28
1.1. Best Estimate.....	28
1.1.1. Hypothèses	28
1.1.2. Calcul.....	29
1.2. Marge de risque.....	30
1.2.1. Simplifications du QIS4	30
1.2.2. Différence avec le QIS3.....	32
2. Le Minimum Capital Requirement ou MCR.....	32
2.1. Modalités de calcul.....	33
2.2. Différences par rapport au QIS3 :	33
3. Le Solvency Capital Requirement ou SCR	34
3.1. Le BSCR net :	36
3.1.1. Le risque de souscription non vie : SCR_{nl}	37
3.1.2. Le risque de marché : SCR_{mkt}	37
3.1.3. Le risque de souscription vie : SCR_{life}	38
3.1.4. Le risque de souscription santé : SCR_{Health}	40
3.1.5. Le risque de défaut de contrepartie : SCR_{def}	40
3.2. Le risque opérationnel.....	41
4. Le modèle interne.....	42
4.1. L'intérêt d'un modèle interne.....	42
4.2. Attentes et perspectives.....	43
 Partie 3. Application au risque de mortalité sur un portefeuille emprunteur.....	 45
1. Définition du portefeuille emprunteur	45
1.1. Les deux grandes typologies de contrats.....	45
1.1.1. Les contrats groupes.....	45
1.1.2. Les contrats individuels.....	46
1.2. Les garanties	47
Le plus souvent, l'assurance emprunteur propose deux garanties :	47
1.2.1. La garantie décès.....	47
1.2.2. La garantie incapacité/invalidité.....	47
1.3. Les différents types de prêts.....	48
1.3.1. Prêt à remboursement In Fine	48
1.3.2. Prêt à amortissements constants	49
1.3.3. Prêt à remboursements constants.....	49
1.4. Tarification	50
1.4.1. Tarification en individuel	51
1.4.2. Tarification en collectif.....	52
2. Présentation du portefeuille.....	53
2.1. Traitement des données.....	54
2.2. Calcul des capitaux sous risque.....	55

Partie 4. Besoin en capital sous Solvabilité I et d'après la formule standard de Solvabilité II 57

1. La marge de solvabilité sous Solvabilité I.....	57
1.1. Calcul des provisions.....	57
1.2. Calcul de la marge de solvabilité et du Fonds de Garantie.....	58
2. L'exigence en fonds propres sous Solvabilité II par la formule standard.....	59
2.1. Evaluation des provisions techniques.....	59
2.1.1. Best Estimate.....	59
2.1.2. Marge pour risque.....	60
2.2. Calcul du SCR par la formule standard.....	63
2.2.1. Le BSCR ou SCR de base.....	63
2.2.1.1. Choc de mortalité.....	63
2.2.1.2. Choc de taux d'intérêt.....	64
2.2.1.3. Calcul du BSCR.....	66
2.2.2. Le SCR opérationnel.....	66
2.2.3. Le Solvency Capital Requirement ou SCR.....	66
2.3. Calcul du MCR.....	67
2.3.1. MCR selon le QIS3.....	67
2.3.2. MCR selon le QIS4.....	67
2.4. Récapitulatif des calculs dans le cadre de la formule standard.....	68

Partie 5. Besoin en capital selon le modèle interne..... 69

1. Générateur de nombre aléatoires uniformes.....	70
2. Modèle de mortalité stochastique.....	70
3. Modèle stochastique de taux d'intérêt.....	72
3.1. Le modèle Cox Ingersoll Ross (CIR).....	73
3.2. Estimation des paramètres.....	75
3.3. Courbe de taux.....	76
4. SCR selon le modèle interne.....	77
4.1. Le SCR de base.....	77
4.1.1. Les primes.....	77
4.1.2. Les prestations.....	78
4.1.3. La provision d'ouverture.....	79
4.1.4. La provision de clôture.....	80
4.1.5. Le produit financier.....	81
4.1.6. Le résultat.....	82
4.2. Le SCR opérationnel.....	85
4.3. Le SCR par le modèle interne.....	87
5. Etude de sensibilité du modèle interne.....	87
6. Comparaison des exigences en capital.....	89

Conclusion..... 92

Annexes..... 94

Annexe 1 : Macro VBA qui calcule les capitaux sous risque	95
Annexe 2: Mode de calcul du taux d'actualisation.....	96
Annexe 3: Etat C6 : Solvabilité I.....	97
Annexe 4: Historique des taux EURIBOR 1 mois de l'année 2007	98
Annexe 5 : Courbe des taux du CEIOPS pour le Zone Euro	99
Liste des abréviations.....	100
Bibliographie.....	101

Remerciements

Je souhaite tout d'abord remercier Christophe Eberlé, président d'Optimind pour son accueil et son suivi. Il a su me guider et m'orienter durant mon stage grâce à ses conseils et son expérience du métier.

Je tiens particulièrement à remercier Frédérique Henge, actuaire recherche et développement, pour sa disponibilité, ses conseils et sa patience.

Mes remerciements s'adressent aussi à toute l'équipe d'Optimind pour leur accueil chaleureux et leur soutien.

Enfin je tiens à remercier Laura Partouche ainsi que les stagiaires Brice Iemmi, Blanche Pepin de Bonnerive et Sarah Porel pour les moments et les idées partagés durant le stage.

Résumé

La réforme Solvabilité II résulte de la volonté de la Commission européenne de protéger les intérêts des assurés en leur garantissant que les compagnies d'assurances dans lesquelles ils souscrivent leurs polices d'assurance pourront faire face à leurs engagements le cas échéant.

En effet, la compagnie d'assurance doit être solvable c'est-à-dire capable de faire face à ses engagements. Il faut définir un capital suffisant pour faire face à des situations défavorables pour l'assureur.

La Commission européenne s'inscrit dans une perspective d'évolution de la réglementation en matière de solvabilité. La norme actuelle, Solvabilité I, ne prend pas en compte la réalité et la complexité des risques supportés par les compagnies d'assurance. Il a donc été lancé la réforme Solvabilité II qui permet une approche intégrée des risques. A l'instar de la réforme Bâle II réalisée dans le domaine bancaire, la réforme Solvabilité II a pour but de prendre en compte tous les risques, tant du point de vue quantitatif que qualitatif, ainsi que de permettre une harmonisation des normes de solvabilité au sein des pays européens.

Solvabilité II impose deux niveaux de fonds propres : le MCR qui est le niveau minimum de capital requis et le SCR qui est le niveau de capital de solvabilité. Ces deux niveaux sont calculés de manière à ce que la compagnie d'assurance ait une probabilité de ruine faible à un horizon de temps spécifié.

Le calcul du MCR est donné par une formule applicable à tous les opérateurs d'assurances.

En ce qui concerne le SCR, deux possibilités sont données par le CEIOPS aux compagnies d'assurance : soit le calcul par la formule standard, soit le calcul par un modèle interne mis en place par la compagnie.

Le calibrage du MCR et de la formule standard du SCR est testé au travers des études quantitatives d'impact menées par le CEIOPS. En effet, le QIS4 lancé en décembre 2007 prescrit une approche linéaire pour le calcul du MCR contrairement à l'approche modulaire prescrite dans le QIS3. En ce qui concerne le SCR, il est fixé de manière à avoir une probabilité de ruine de 0,5% à un horizon de un an.

Ces études quantitatives d'impact illustrent la volonté du CEIOPS de tester différentes hypothèses possibles de calculs des exigences en capital et surtout de bénéficier de retours tant qualitatifs que quantitatifs sur les impacts de ces hypothèses.

Les compagnies d'assurance ont jusqu'en 2010, date de mise en place de la directive pour identifier au mieux leurs risques et apprendre à les évaluer de façon cohérente et réaliste.

Le calibrage de la formule standard, continuera d'être ajusté avec notamment le QIS5 courant 2009.

Abstract

The Solvency II reform stems from the will of European commission to protect policyholders by ensuring that insurance companies in which they undertake their insurance policies to cope with their commitments.

Indeed, the insurance company must be reliable, that is being able to face its commitments. It's necessary to define a capital being enough for facing unfavourable situations for the insurer.

The European commission is a prospect of changing the rules on solvency. The current standard, Solvency I, does not take into account the reality and the complexity of risks borne by insurance companies. It was therefore launched the reform that allows an integrated approach to risk. Like the reform "Basel II", the Solvency II reform aims to take into account all risks, both quantitatively and qualitatively, and to allow harmonization of standards of solvency within the European countries.

Solvency II requires two levels of capital: the MCR which is the Minimum Capital Requirement and the SCR which is the Solvency capital Requirement. These two levels are calculated so that the company has a low probability of ruin at a time horizon of one year.

The calculation of the MCR is given by a same formula for all the insurance companies. Concerning the SCR, two possibilities are given by the CEIOPS: either the calculation by the standard formula or by the internal model set up by the company.

The calibration of the MCR and the standard formula for the SCR are tested through the quantitative impact studies led by the CEIOPS. Indeed, the QIS4 launched in December 2007, proposes a linear approach for the MCR calculation unlike the modular approach of the QIS3.

Regarding the SCR, it's set to have a probability of ruin in 0,5% over one year time horizon.

These quantitative impact studies illustrate the will of the CEIOPS test various hypotheses possible calculations of the capital requirement and especially to receive results both qualitative and quantitative on impacts of these assumptions.

Insurance companies have until 2010, date of implementing the directive, to identify their risks and learn to evaluate them in a coherent and realistic way.

The standard formula calibration will continue to be adjusted with the others QIS.

Introduction

L'assurance est un vecteur de transfert des risques : l'assuré va transférer ses risques à un assureur qui y fera face moyennant le paiement d'une prime. Le cycle de production de l'assurance est inversé. C'est pour cela que les autorités de contrôle des assurances sont très attentives à la solvabilité des compagnies d'assurances. En effet, l'assureur ayant encaissé les primes de ses assurés doit pouvoir faire face aux engagements qu'il a pris envers eux. Pour cela, il devra constituer une provision technique correspondant à son engagement probable ainsi que des fonds propres.

La réglementation actuelle, Solvabilité I, veille à ce que les assureurs évaluent au mieux leurs engagements et met l'accent sur la constitution de provisions techniques prudentes. Mais, la Commission Européenne veut améliorer les normes actuelles en engageant la réforme Solvabilité II. Le but de celle-ci est double : l'harmonisation des normes de Solvabilité dans tous les pays Européens et une meilleure prise en compte des risques tant du point de vue quantitatif que qualitatif.

Cette réforme préconise une approche prospective et stochastique pour le calcul des exigences en capital contrairement à Solvabilité I qui propose une approche rétrospective et déterministe qui n'est pas le reflet de la réalité.

Pour mener à bien cette réforme, la Commission Européenne par le biais du CEIOPS (Committee of European Insurance and Occupational Pensions Supervisors), comité composé de représentants des autorités de contrôle des pays membres de l'Union Européenne, a entrepris une consultation de l'ensemble des acteurs de l'assurance. En effet, le CEIOPS a lancé à ce jour 4 études quantitatives d'impacts dont la quatrième est actuellement en cours. Ces études d'impacts permettent de développer les différents modes de calculs possibles des exigences en capital de manière à avoir des résultats en phase avec la réalité.

Le risque étudié dans ce mémoire est le risque décès d'un portefeuille emprunteur. L'assurance emprunteur est aujourd'hui quasi obligatoire pour obtenir un prêt.

Le crédit prend une place de plus en plus importante dans notre économie. En effet, l'accroissement de l'encours des crédits dans le revenu disponible des ménages a augmenté de manière spectaculaire

ces dernières années. Environ 2,5 Millions de dossiers d'assurance sont soumis aux assureurs chaque année au titre de l'assurance emprunteur. C'est donc un risque qui prend une place importante dans le paysage des compagnies d'assurance et qu'il est intéressant d'étudier au travers de la réforme Solvabilité II.

Ce mémoire s'articulera sur cinq parties. Tout d'abord, nous nous attacherons à mettre en place le contexte dans lequel s'inscrit la réforme Solvabilité en revenant sur la réglementation actuelle Solvabilité I et en décrivant la réforme Solvabilité II et les études quantitatives d'impact. Dans un second temps, nous décrirons les modes de calculs des provisions techniques ainsi que des besoins en capitaux en se basant sur les prescriptions du QIS4. Nous verrons ensuite ce qu'est un portefeuille emprunteur et décrirons celui qui sera étudié dans le cadre de ce mémoire. Une quatrième partie nous permettra d'appliquer le calcul des besoins en capitaux au portefeuille étudié sous Solvabilité I et sous Solvabilité II par la formule standard. Enfin, nous développerons un modèle interne adapté au portefeuille emprunteur et notamment au risque décès que nous comparerons avec les résultats trouvés par la formule standard.

Partie 1. Contexte réglementaire de la solvabilité des compagnies d'assurance

La réforme Solvabilité II qui entrera en vigueur dans quelques années fera suite au système actuel, Solvabilité I. Ces deux systèmes ont le même but, à savoir de garantir aux assurés que les compagnies d'assurances pourront faire face à leurs engagements, mais sont très différents.

1. Le contexte actuel : Solvabilité I

La réforme Solvabilité I mise en place le 5 mars 2002 constitue le régime de solvabilité actuel. Elle a débuté par l'application de deux directives européennes, celle de 1973 pour l'assurance non vie et celle de 1979 pour l'assurance vie.

Cette réglementation donne la norme minimale en matière de solvabilité tout en laissant la possibilité aux différents Etats d'être plus stricts.

Il est imposé aux compagnies d'assurance de détenir une réserve de fonds propres minimale.

Solvabilité I repose sur trois notions qui sont :

- La marge de solvabilité qui est constituée par le patrimoine de l'organisme libre de tout engagement prévisible.
- L'exigence de marge de solvabilité ou marge de solvabilité réglementaire qui est le montant minimum en fonds propres que doit détenir une compagnie d'assurance.
- Le fonds de garantie qui est le second seuil pour les ressources dont doit disposer l'entreprise.

Les règles établies par Solvabilité I fixent :

- Une exigence de composition des actifs admis en couverture des engagements
- La présentation annuelle d'un rapport de solvabilité
- La détermination d'une marge de solvabilité réglementaire
- La détermination du Fonds de Garantie

1.1. La marge de solvabilité (MS)

La marge de solvabilité est composée par l'ensemble des ressources constituées par les fonds propres supplémentaires que les entreprises pratiquant des opérations d'assurance et de capitalisation doivent détenir pour faire face à des événements imprévus.

MS = Situation nette comptable + Plus value latentes

1.2. La Marge de Solvabilité Réglementaire (MSR)

La marge de solvabilité réglementaire est un montant en dessous duquel la marge de solvabilité ne doit pas descendre.

Les calculs diffèrent selon les branches : vie ou non vie.

1.2.1. MSR pour les branches vie

Le minimum réglementaire de la marge en vie distingue le risque lié aux garanties décès et l'ensemble des autres risques.

MSR Vie = 4% des provisions nettes de réassurance, ramené à 1% si le risque de placement est transféré à l'adhérent, avec possibilité de déduire une partie de la part réassurée + un pourcentage des capitaux sous risque.

1.2.2. MSR pour les branches non vie

Le montant réglementaire est égal au plus élevé des résultats obtenus par application des deux méthodes suivantes :

- 18% des primes de l'année en cours pour la première tranche c'est-à-dire jusqu'à 50 millions et 16% pour la seconde tranche c'est-à-dire au-delà de 50 millions.
- 26% de la charge moyenne annuelle de sinistres sur les trois dernières années pour la première tranche c'est-à-dire jusqu'à 35 millions et 23% au-delà des 35 millions.

1.3. Le Fonds de Garantie (FG)

Le montant du fonds de garantie est égal au tiers de la marge de solvabilité réglementaire. Il est défini selon les branches d'activités.

FG = Max (FG Minimum ; 33,3% de MSR)

Le fonds de garantie minimum varie entre 2 et 3 millions selon les branches d'activités.

1.4. La réglementation

La marge de solvabilité doit être supérieure à la marge de solvabilité réglementaire et au fonds de garantie.

Si la marge de solvabilité est inférieure à la marge de solvabilité réglementaire, l'autorité de contrôle demande à la compagnie de constituer un plan de redressement dans un délai d'un mois.

Si la marge de solvabilité est inférieure au Fonds de Garantie, la compagnie doit faire un plan de financement à court terme qui doit être soumis à l'autorité de contrôle, également dans un délai d'un mois.

Si la compagnie ne parvient pas à reconstituer une marge de solvabilité suffisante, l'autorité de contrôle peut lui retirer son agrément.

1.5. Critiques à l'encontre de Solvabilité I

La réglementation Solvabilité I a de nombreuses faiblesses. Elles sont de deux ordres : qualitatives et quantitatives.

1.5.1. Critiques qualitatives

- Dans Solvabilité I, l'aspect qualitatif est négligé. En effet, il n'y a pas de surveillance exercée sur le contrôle interne.
- Solvabilité I s'est révélé être moins complet que d'autres systèmes ce qui a poussé l'Union Européenne à le remettre en cause.
- Le système ne répond pas aux normes internationales telles que IAS-IFRS ou US-GAPP.

1.5.2. Critiques quantitatives

- Solvabilité I se base sur une vision rétrospective sous l'hypothèse que le passé reflète le futur, ce qui n'est pas le cas en réalité.
- Tous les risques supportés par l'entreprise ne sont pas pris en compte. Nous voyons que dans les calculs, nous ne prenons en compte que le risque de souscription.
- Solvabilité I pénalise les entreprises qui sur-provisionnent contrairement à celles qui sous-provisionnent ou qui sous tarifient ce qui est contradictoire.

2. La réforme Solvabilité II

La Commission européenne a proposé une révision du droit des assurances au sein de l'Union Européenne dans le but d'améliorer la protection des assurés et de renforcer la compétitivité des assureurs européens à l'échelle internationale. Cela passe donc par la création d'un système harmonisé et prenant en compte les risques réels pesant sur les compagnies d'assurance.

L'objectif de la commission européenne est de rendre le régime opérationnel pour 2012. Le projet de directive Solvabilité II est un travail de recodification de 13 directives existantes pour n'en disposer plus que d'une.

De plus, les nouvelles dispositions sont fondées sur des principes et suivent la structure à 4 niveaux de l'architecture « Lamfallussy », ce qui permettra à ce nouveau régime de rester en phase :

- avec l'évolution du marché
- avec le progrès technologique
- avec l'évolution de la réglementation comptable

Si certains détails sont encore à finaliser, il est certain que Solvabilité II engendrera un changement radical dans la manière dont le secteur assurantiel sera supervisé par les autorités de contrôle.

2.1. Les objectifs et les enjeux de la réforme

L'objectif poursuivi par la nouvelle réglementation Solvabilité II est avant tout de renforcer le contrôle interne des entreprises d'assurance, d'encourager une meilleure gestion des risques en favorisant l'utilisation de modèles internes pour évaluer leurs besoins en fonds propres. Ce nouveau système doit fournir aux autorités de contrôle la possibilité d'évaluer au mieux la solvabilité des compagnies d'assurance reposant sur une approche prospective.

Les principaux enjeux de cette réforme sont les suivants :

- Assurer une application harmonisée de la réforme dans tous les pays de l'Espace Economique Européen
- Renforcer la solvabilité des assureurs pour mieux protéger les assurés
- Conduire les entreprises à mieux connaître et gérer leurs risques
- Faciliter la supervision de la solvabilité des entreprises par les autorités de contrôle

2.2. Le champ d'application de la directive

La directive s'applique à :

- toutes les entreprises d'assurance vie
- toutes les entreprises d'assurance non vie
- toutes les entreprises de réassurance.

Les petites mutuelles et petites entreprises d'assurances, à savoir celles dont l'encaissement de primes annuel n'excède pas 5 millions d'euros, sont exclues du champ d'application de la directive.

La directive ne s'applique pas non plus aux fonds de pension couverts par la directive IRP, mais cela peut être révisé courant 2008 pour éviter une fuite des produits de retraite vers ces structures.

2.3. Modèles dont s'inspire la directive

La Commission européenne s'est notamment inspirée de la réforme bancaire Bâle II ainsi que du système de solvabilité suisse le Swiss Solvency Test (SST).

- La réforme bancaire Bâle II

Depuis 1998, le comité de Bâle prépare des directives qui visent à établir une exigence en fonds propres qui tient compte du profil de risque des banques. Les travaux ont été finalisés en 2004 et la directive a été adoptée par les gouverneurs des banques centrales et les gouverneurs des pays du G10.

Bâle II repose sur trois piliers :

- Pilier 1 : Exigence en fonds propres
- Pilier 2 : Processus de surveillance prudentielle
- Pilier 3 : Discipline de marché

Toutefois, si les deux premiers piliers sont transposables à l'échelle des assurances, le troisième ne l'est pas car les compagnies d'assurance ne sont pas soumises aux mêmes risques que les banques.

- Le Swiss Solvency Test (SST)

Le SST commence à être développé au printemps 2003 pour entrer en vigueur à compter de début 2006.

Le SST détermine un capital cible nécessaire pour supporter avec une sûreté suffisante les risques encourus. Dans ce contexte, il repose sur une évaluation proche du marché des actifs et des passifs.

Le but du SST est d'atteindre deux objectifs :

- Encourager la gestion des risques dans les entreprises d'assurance. Le résultat du SST n'est pas uniquement le calcul d'un capital cible. En effet, ce qui est tout aussi important est de connaître les résultats intermédiaires, les méthodes utilisées ainsi que les hypothèses sous-jacentes.
- Le capital cible est un avertisseur. En effet, si le capital supposé couvrir le risque est insuffisant, cela n'implique pas l'insolvabilité de la compagnie. Il suffira donc de réduire ses risques ou de combler ce capital manquant.

2.4. L'architecture selon les trois piliers

Le projet Solvabilité II est organisé en trois piliers :

- Pilier 1 : Exigences quantitatives en capital
- Pilier 2 : Surveillance prudentielle
- Pilier 3 : La diffusion de l'information

2.4.1. Pilier 1 : Les exigences quantitatives en capital

Le *premier pilier* a pour objectif de définir des seuils quantitatifs aussi bien pour les provisions techniques que pour les fonds propres. Ces seuils deviendront des seuils réglementaires. Deux niveaux de fonds propres sont définis: le MCR (Minimum Capital Requirement ou Capital Minimum requis) et le SCR (Solvency Capital Requirement ou Capital cible).

- Le MCR représente le niveau minimum de fonds propres en dessous duquel l'intervention de l'autorité de contrôle sera automatique.
- Le SCR représente le capital cible nécessaire pour absorber le choc provoqué par une sinistralité exceptionnelle.

2.4.2. Pilier 2 : La surveillance prudentielle

Le *deuxième pilier* a pour objectif de fixer des normes qualitatives de suivi des risques en interne aux sociétés et de définir comment l'autorité de contrôle doit exercer ses pouvoirs de surveillance dans ce contexte.

Les entreprises d'assurance et de réassurance doivent mettre en place un système de gouvernance efficace, pour garantir une gestion prudente de leur activité. De plus, elles devront procéder à l'évaluation de leur besoin global de solvabilité dans le cadre de leur système de gestion des risques.

Les autorités de contrôle auront un droit de regard sur le fonctionnement et la gestion de la compagnie d'assurance ainsi que sur l'ensemble de ses risques.

2.4.3. Pilier 3 : La diffusion de l'information

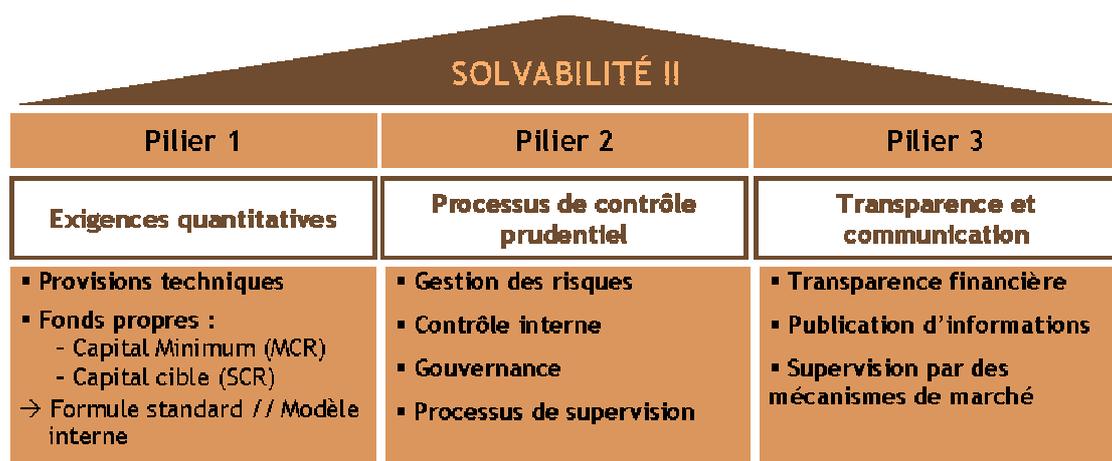
Le **troisième pilier** a pour objectif de définir l'ensemble des informations détaillées que les autorités de contrôle jugeront nécessaires pour exercer leur pouvoir de surveillance.

Les assureurs et réassureurs auront donc à fournir les informations clés nécessaires à la détermination de leur exigence de capital.

Les compagnies d'assurances fournissent annuellement à l'ACAM (Autorité de Contrôle des Assurances et des Mutuelles) des éléments permettant d'apprécier l'application des capitaux supplémentaires.

L'ACAM, quant à elle, publie chaque année les informations réceptionnées.

Voici un schéma illustratif du contenu des trois piliers :



2.5. Les exigences en capital

Les compagnies d'assurances doivent constituer une marge de solvabilité destinée à couvrir d'éventuelles variations économiques défavorables. C'est pourquoi la Commission européenne impose au travers de Solvabilité II deux niveaux d'exigence de fonds propres :

- Le MCR ou Minimum Capital Requirement
- Le SCR ou Solvency Capital Requirement

2.5.1. Le Minimum Capital Requirement ou MCR

C'est l'exigence minimum de capital à détenir pour exercer une activité d'assurance. C'est le niveau de fonds propres en dessous duquel on ne peut pas descendre sous peine d'une intervention des autorités de contrôle.

La formule du MCR doit être simple, robuste et facilement auditable.

2.5.2. Le Solvency Capital Requirement ou SCR

Ce capital permet à l'entreprise d'absorber les sinistres imprévus et de donner l'assurance aux assurés que les engagements seront honorés. Le SCR correspond à un niveau de capital pour une probabilité de ruine de 0,5% à un horizon d'un an. Autrement dit, il devra représenter le capital nécessaire pour faire face aux engagements dans 99,5% des cas sur un horizon d'un an.

Le CEIOPS propose deux possibilités de calcul aux assureurs : soit par la formule standard déjà prédéfinie, soit par un modèle interne qui permet à l'assureur de définir son SCR selon son profil de risque.

2.6. Les études quantitatives d'impact ou QIS

Les études quantitatives d'impact ou QIS sont un aller retour entre le CEIOPS et les compagnies d'assurance. Elles permettent de recueillir des retours essentiellement quantitatifs auprès des entreprises soumises aux règles de solvabilité.

Le CEIOPS a réalisé 3 études d'impact et la 4^{ème} est en cours. Les résultats de cette dernière sont prévus pour novembre.

2.6.1. QIS1

Le QIS1 a été lancé par le CEIOPS à l'automne 2005.

Il avait principalement deux objectifs :

- Comparer les niveaux de provisionnement des compagnies d'assurance
- Recueillir des informations concernant les méthodes de provisionnement utilisées

Dans la pratique, cela s'est traduit par la comparaison des provisions techniques calculées par les compagnies d'assurance avec la valorisation des engagements décomposés en un Best Estimate et une marge de risque.

Les principaux enseignements de cette première étude d'impact concernent les thèmes suivants :

- Mesure de l'impact d'une harmonisation des provisions
- Capacité des entreprises à implémenter les méthodes proposées
- Réponse qualitative de bonne qualité
- En assurance vie, les participations aux bénéficiaires ont une grande importance dans le calcul des provisions
- En assurance non vie, les nouvelles méthodes de provisionnement donnent des provisions plus faibles que celles calculées actuellement.

2.6.2. QIS2

Le QIS2 a été lancé début mai 2006.

Ses objectifs étaient :

- D'évaluer les règles de calcul de solvabilité
- De vérifier la faisabilité des méthodes de valorisation ainsi que d'évaluer leur impact sur le bilan
- De recueillir des informations sur la pertinence des méthodes envisagées pour le calcul du SCR

Les principaux enseignements du QIS2 sont :

- Selon les critères mis en avant dans le QIS2, la plupart des entreprises sont solvables
- L'approche *Cost Of Capital* est privilégiée pour le calcul de la marge pour risque
- En moyenne, le niveau de provisionnement diminue
- Certains modules d'évaluation des risques seront à ajuster

Cette étude quantitative d'impact a suscité des réactions, essentiellement en ce qui concerne la modélisation et les paramètres de calibrage. Cela a permis d'amorcer la discussion sur le paramétrage de la formule standard.

2.6.3. QIS3

Le QIS3 a été lancé en avril 2007 et se démarque des 2 premières études d'impact qui n'étaient qu'une première approche.

Il avait pour objectif de :

- Collecter des informations en vue du calibrage de la formule standard
- Fournir des informations sur la faisabilité des calculs
- Déterminer les impacts quantitatifs sur les exigences en capital et les bilans des compagnies
- Déterminer tous ces effets sur les groupes d'assurance

Les enseignements de ce QIS sont :

- Pas de besoin de recapitalisation en Europe
- Certaines améliorations à apporter sur plusieurs points comme la définition de la méthode de calcul du MCR
- Hétérogénéité des résultats à cause des modalités de calcul de Best Estimate non explicite.
- Prise en compte des facteurs d'atténuation définis de façon floue

2.6.4. QIS4

En Décembre 2007, la Commission européenne publie le projet de spécifications de QIS4. Le QIS4 se déroulera d'avril à juillet 2008 et le rapport du CEIOPS sera publié en novembre 2008.

Les objectifs du QIS4 sont les suivants :

- Fournir des informations à propos de l'impact sur le bilan des assureurs et réassureurs des mesures implémentées sous Solvabilité II par rapport à Solvabilité I
- Vérifier la cohérence des spécifications techniques avec les principes et la calibration émanant du niveau 1 de la proposition de directive

- Collecter des données qualitatives et quantitatives pour pouvoir analyser les différentes options qui seront utilisées dans l'évaluation d'impact des futures mesures potentielles de niveau 2
- Il est mis l'accent sur le calcul du MCR

Le calendrier du QIS4 :

- Du 21 décembre 2007 au 15 février 2008 : Processus de consultation
- 28 janvier 2008 : Audition publique sur Solvabilité II et QIS4 à Bruxelles
- 1^{er} février 2008 : Rencontre avec les Etats membres
- 31 mars 2008 : Publication par la Commission du Call for Advice
- Avril à Juillet 2008 : Exercice QIS4
- 7 juillet 2008 : Dateline pour les retours des compagnies individuelles
- 31 juillet 2008 : Dateline pour les retours des groupes
- novembre 2008 : Publication du rapport QIS4

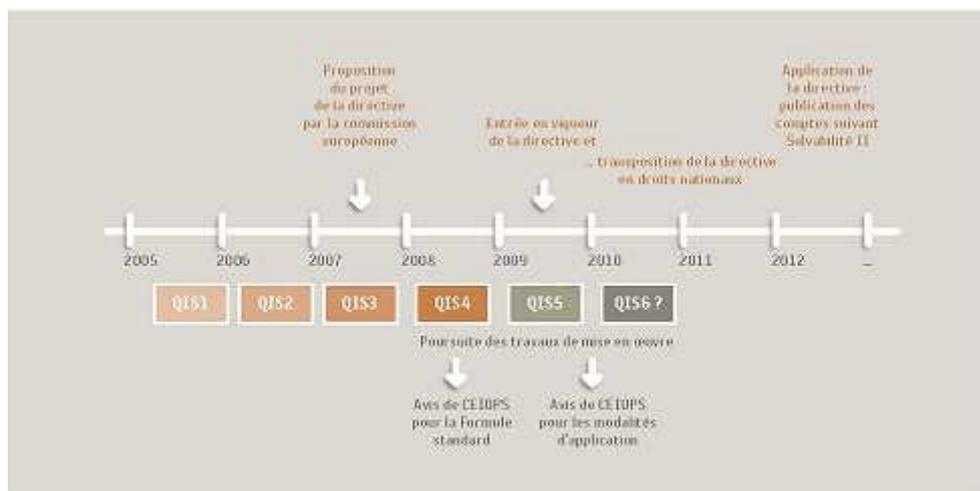
Ce mémoire se basera sur les hypothèses émises dans les spécifications techniques du QIS4.

2.7. Le calendrier de la réforme

Le projet de directive, publié le 10 juillet 2007, devrait être entériné courant 2008.

La directive finale est prévue pour 2010 et la transposition dans les législations nationales peut se faire jusqu'à 2012.

Voici le calendrier



Maintenant que nous avons présenté les dernières évolutions du contexte réglementaire, nous allons nous intéresser plus particulièrement aux aspects quantitatifs et techniques de la réforme Solvabilité II, à savoir les modalités de valorisation des différents éléments du bilan, et la détermination du SCR et du MCR. Ceci nous permettra ensuite d'appliquer le raisonnement sur un portefeuille d'assurance emprunteur.

Partie 2. Le pilier 1 de la réforme Solvabilité II

Nous allons décrire dans cette partie l'ensemble des éléments à valoriser pour déterminer le besoin en capital de solvabilité sous Solvabilité II, basée sur une approche globale du bilan économique. Pour ce faire, nous nous appuyerons sur les spécifications techniques du QIS4, au sujet de :

- L'évaluation des actifs et des passifs, et plus particulièrement des provisions techniques
- La détermination du SCR
- La détermination du MCR.

La réforme Solvabilité II préconise que les compagnies d'assurance évaluent les actifs et les passifs à leur valeur de marché. Il s'agit de la notion de « juste valeur » reposant sur la réalité économique et financière.

Néanmoins, l'évaluation des actifs diffère de celle des passifs.

Ce n'est pas aussi simple pour les passifs d'assurance constitués pour l'essentiel des provisions techniques. Dans ce cas, il n'existe pas de marché où s'échangent ces passifs.

Il a donc fallu définir des méthodes d'évaluation, caractéristiques de la nature du passif considéré. Le mode de valorisation est la « Market Consistent Value » ou principe de valeur cohérente avec le marché.

En ce qui concerne le passif constitué des provisions techniques pour l'essentiel, ce n'est pas aussi simple. En effet, il n'existe pas de marché des passifs comme ils en existent pour les actifs.

Il a donc été défini pour l'évaluation des passifs, d'autres méthodes en fonction de la nature du passif que l'on a à évaluer. Le mode de valorisation est la « Market Consistent Value » ou principe de valeur de marché cohérente. Nous distinguons les risques hedgeable et les risques non hedgeable :

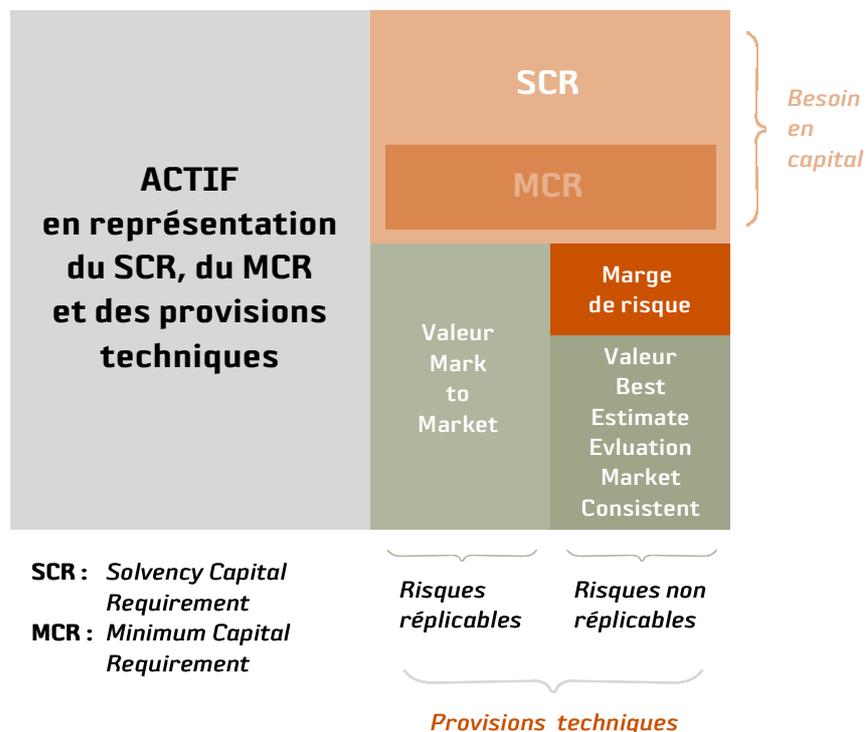
- Un risque hedgeable ou encore répliquable est un risque ou engagement pour lequel il existe un instrument financier ou un actif sur un marché suffisamment liquide, dont les cash-flows

couvrent exactement les cash-flows du risque. Il suffit de répliquer le risque pour obtenir les cours observables sur le marché. C'est une valorisation « Mark to Market ».

- Un risque non hedgeable ou encore non réplifiable est défini comme la somme d'un Best Estimate et d'une marge de risque. Cette dernière est évaluée par la méthode du Coût du Capital ou Cost of Capital.

Nous considérons que généralement les risques sont rarement hedgeable ce qui rend nécessaire de faire cette décomposition en Best Estimate et marge de risque dans la majorité des cas.

Voici une décomposition du bilan d'une compagnie d'assurance mettant en évidence les provisions techniques.



1. Les provisions techniques

Les provisions techniques sont inscrites au passif du bilan des compagnies d'assurance.

Elles correspondent :

- Aux charges à prévoir pour faire face à une sinistralité non encore déclarée mais prévisible des contrats en cours.
- A une anticipation des prestations futures que l'assureur devra régler lors de la réalisation du risque.

Le calcul des provisions techniques sous Solvabilité II est réglementé. En effet, le but de cette réforme est d'harmoniser le système de solvabilité à l'échelle européenne de façon à ce que les assurés aient la garantie, quelque soit le pays de l'espace économique européen où ils prennent un contrat d'assurance, d'être protégés de la défaillance de leur compagnie d'assurance dans une certaine mesure et de manière homogène. Il est donc important que la méthode de provisionnement soit la même d'une compagnie d'assurance à l'autre mais aussi d'un pays à l'autre. Les provisions sont calculées sur la base de leur valeur de sortie actuelle (Current Exit Value), de manière fiable et objective, en cohésion avec le marché. La nouvelle norme Solvabilité II impose aux assureurs de calculer un Best Estimate et une marge de risque comme suit.

1.1. Best Estimate

C'est la valeur actuelle probable des cash flows futurs jusqu'à extinction du portefeuille considéré, calculée sur la base d'hypothèses moyennes et réalistes que nous allons définir.

1.1.1. Hypothèses

Le calcul du Best Estimate doit reposer sur des hypothèses juridiques et économiques réalistes au sujet par exemple de la démographie ou de la fiscalité. De plus, le QIS4 impose des hypothèses supplémentaires :

- L'horizon : Les projections se font sur un an.
- L'actualisation : Les flux sont actualisés au taux d'actualisation sans risque fourni par la courbe des taux du CEIOPS. Ce taux d'actualisation est fonction de la longueur de l'engagement. Nous ne sommes donc plus dans un schéma avec un taux d'actualisation constant comme ce que nous observons aujourd'hui en termes de provisionnement. C'est une différence fondamentale par rapport au système actuel.
- Les frais : Il est nécessaire de constituer une provision pour frais futurs de gestion.
- La réassurance : Les provisions en Best Estimate sont calculées en brut et en net de réassurance.
- La fiscalité : Il doit être passé une provision pour le paiement des impôts requis.

1.1.2. Calcul

La provision Best Estimate est la somme des Cash-flows futurs actualisés chaque année à des taux différents. Dans notre cas c'est-à-dire pour une assurance temporaire décès, la provision est calculée de la manière suivante :

$$BE = \sum_{k=0}^N v_i^k \times {}_k p_x \times CF_k$$

Avec N la date d'extinction du portefeuille

v_i^k le taux d'actualisation de la courbe des taux du CEIOPS correspondant à un engagement de durée i

CF_k le flux pour l'année k

${}_k p_x$ la probabilité qu'un individu d'âge x arrive en vie dans k années

1.2. Marge de risque

Par définition, la marge de risque sert à couvrir le risque lié aux cash flow futurs des engagements, en particulier relatifs aux incertitudes liées à l'évaluation en Best Estimate des provisions. Mais plus encore, elle doit être déterminée de manière à représenter une valeur additionnelle de transfert des engagements. Autrement dit, c'est le montant qu'un repreneur éventuel du passif d'assurance exigerait au-delà du Best Estimate.

La marge de risque est calculée suivant la méthode coût du capital (CoC) : elle représente le coût d'immobilisation des fonds propres couvrant l'ensemble des engagements de l'assureur jusqu'à leur extinction.

Les calculs se font uniquement à partir d'un Best Estimate net de réassurance calculé suivant une approche de valeur de sortie actuelle.

Pour calculer la marge pour risque, il faut procéder comme suit :

- Calculer les SCR pour toutes les années jusqu'à extinction du portefeuille
- Multiplier chacun des SCR par le coût du capital pour obtenir le coût de détention des SCR futurs
- Actualiser ces montants à l'aide de la courbe de taux sans risque à la date 0.

Les SCR utilisés pour le calcul de la marge pour risque prennent en compte les risques de souscription et opérationnel.

1.2.1. Simplifications du QIS4

Le QIS4 propose trois simplifications de la marge pour risque :

- La première méthode nécessite de calculer les SCR pour chaque année jusqu'à extinction de l'engagement. Il faut donc recalculer pour chaque année le Best estimate et les SCR de façon à déterminer la marge pour risque comme suit :

Marge de risque = $\sum_{t=0} 6\% \times SCR_t \times (1 + r_t)^{-t}$ avec r_t qui correspond au taux d'intérêt de la courbe de taux du CEIOPS pour la maturité t .

- La seconde méthode est basée sur la méthode « coût du capital » :

$$CoCM \approx CoC.(0,5 + DUR_{mod}).SCR_{lob}^{cf}(0)$$

CoC est le facteur coût du capital qui est de 6%. Le SCR à utiliser dans ce calcul est le SCR de mortalité car le risque de marché est exclu du calcul de la marge pour risque.

La DUR_{mod} est la duration modifiée des passifs.

La duration modifiée mesure la sensibilité d'un produit aux variations de taux d'intérêt. La duration mesure cette sensibilité en absolu tandis que la duration modifiée la mesure en pourcentage.

$$DUR_{mod} = \frac{D}{1+r}$$

avec D la duration et r le taux actuariel des passifs.

Plusieurs étapes sont nécessaires au calcul de la marge pour risque :

- Calcul de la duration :

$$D = \frac{\sum_{i=1}^N \frac{t(i) \times F_i}{(1+r)^{t(i)}}}{\sum_{i=1}^N \frac{F_i}{(1+r)^{t(i)}}$$

Avec F_i le montant probable des prestations pour l'année i , N la durée maximale de l'engagement et $t(i)$ le nombre d'année d'engagement de l'assureur.

- Calcul du taux actuariel r : Il est déterminé en remplaçant la duration par la valeur trouvée précédemment dans la formule de la duration.
- Calcul de la duration modifiée.

- Enfin le calcul de la marge pour risque
- Enfin la troisième méthode nécessite le calcul des Best Estimate jusqu'à extinction du portefeuille. Il est possible de calculer les valeurs futures du SCR pour chaque segment en supposant que le ratio du SCR du segment considéré en $t = 0$ par rapport au Best Estimate (ou une autre mesure d'exposition jugée représentative des risques sous-jacents) est constant tout au long de la période de liquidation des engagements.

Il suffit ensuite d'appliquer la même formule que dans la première méthode c'est-à-dire :

$$\text{Marge de risque} = \sum_{t=0} 6\% \times \text{SCR}_t \times (1 + r_t)^{-t}$$

1.2.2. Différence avec le QIS3

Dans le QIS3, la marge pour risque se calcule de la même façon que dans le QIS4 mais les SCR pris en compte dans le calcul sont différents. En effet, le SCR de la première année prend en compte uniquement le risque de marché et de défaut de contreparties et les SCR des années suivantes se limitent aux risques opérationnels et de souscription.

Nous observons donc que le calcul de la marge de risque a évolué du QIS3 au QIS4 notamment sur la prise en compte des risques.

2. Le Minimum Capital Requirement ou MCR

Le MCR est le montant minimum de fonds propres à détenir pour une compagnie d'assurance. Il représente un filet de sécurité en dessous duquel l'entreprise opère avec un risque manifestement trop élevé et se voit imposer par l'autorité de contrôle des mesures de redressement à court terme. En effet, le non respect de ce seuil peut conduire au retrait de l'agrément par l'autorité de contrôle. Il doit être robuste, simple et auditable. Il représente une VAR à 1an d'environ 80%-90% c'est-à-dire une probabilité de ruine de 10 à 20%.

2.1. Modalités de calcul

Dans le QIS4, c'est l'approche linéaire qui est mise en avant sans pour autant que nous sachions si c'est celle qui sera retenue. Pour les activités d'assurance vie, le MCR est une combinaison linéaire fonction des provisions et des capitaux sous risque, segmentée par type d'assurance pratiquée.

Il existe un plancher absolu pour le MCR qui est de 2 millions en vie et de 1 million en non vie.

Le calcul se fait net de réassurance. Nous excluons les risques « d'actifs ».

$$MCR_{Linear} = MCR_{NL} + MCR_{NL}^* + MCR_{life} + MCR_{life}^*$$

Avec MCR_{NL} et MCR_{life} qui sont respectivement les MCR non vie et vie

MCR_{NL}^* est le MCR pour les activités non vie similaires aux activités vie

MCR_{life}^* est le MCR pour les activités vie similaires aux activités non vie

Prenons l'exemple du calcul du MCR_{Life} :

$$MCR_{Life} = \sum_i \alpha_i \cdot TP_i + \sum_j \beta_j \cdot CAR_j$$

Avec : TP_i : Les provisions techniques nettes de réassurance pour chaque segment i

CAR_j : Capital sous risque pour le segment j net de réassurance

Les coefficients α_i sont fonction du risque et du type de support pour les contrats. Les β_j sont quant à eux définis en fonction de la durée du contrat restant à couvrir pour l'assureur. Les valeurs sont données dans le QIS4. Ce MCR est le MCR linéaire à partir duquel nous pouvons calculer le MCR combiné.

$$MCR_{combined} = \text{Min}\{\max[MCR_{linear}; 0,2 \times SCR]; 0,5 \times SCR\}$$

2.2. Différences par rapport au QIS3 :

Nous pouvons remarquer que le calcul du MCR dans le QIS4 est très simplifié et est très différent de l'approche développée dans le QIS3.

En effet, lors de la 3^{ème} étude d'impact, le CEIOPS avait préconisé une approche modulaire pour le calcul du MCR qui scinde le MCR selon le type de risque traité :

- MCR_{mkt} qui est le MCR pour le risque de marché
- MCR_{nl} qui est le MCR pour le risque de souscription non vie
- MCR_{life} qui est le MCR pour le risque de souscription vie

$$MCR = \sqrt{\sum_{r \times c} Corr MCR_{r,c} \times MCR_r \times MCR_c} - RPS$$

Où r et c représentent les différents risques

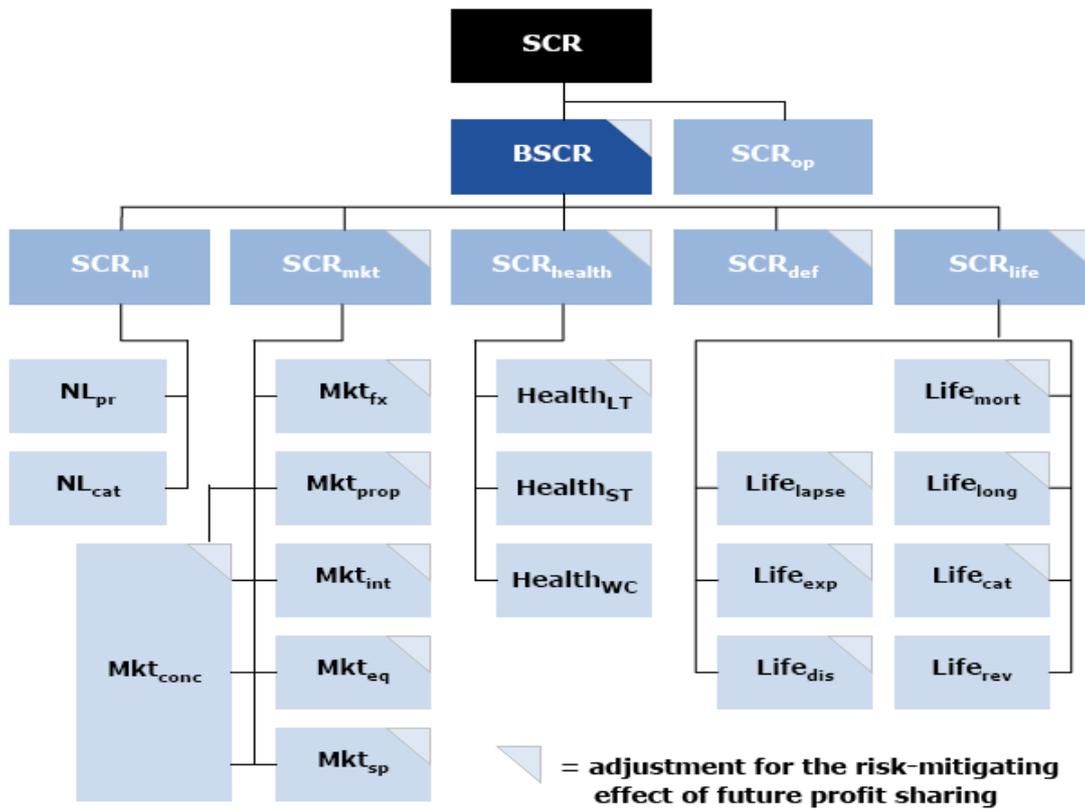
Le RPS est l'ajustement du MCR par la réduction du partage des bénéfices.

La matrice de corrélation est fournie par le CEIOPS.

3. Le Solvency Capital Requirement ou SCR

Le SCR ou capital minimum de solvabilité est le capital minimum à détenir correspondant à une probabilité de ruine de 0,5%.

Le calcul du SCR prend en compte divers modules de risques comme présenté dans le schéma ci-dessous :



La formule standard du SCR repose sur la relation :

$$SCR = BSCR - Adj + SCR_{OP}$$

Avec : BSCR le capital de solvabilité requis de base

SCR_{OP} la charge de capital pour le risque opérationnel

Adj est l'ajustement au titre de l'effet d'absorption des risques des futures participations aux bénéfices et des impôts différés.

Les risques inclus dans le calcul du SCR sont les suivants :

- Le risque opérationnel
- Le risque de souscription non vie
- Le risque de marché
- Le risque de souscription vie
- Le risque de souscription santé
- Le risque de défaut de contrepartie

Tous ces risques sont eux mêmes subdivisés en sous facteurs de risques. Ils sont tous regroupés dans le BSCR sauf en ce qui concerne le risque opérationnel.

3.1. Le BSCR net :

Il est obtenu à partir de la formule ci-dessous :

$${}_n BSCR = BSCR - Adj_{FDB}$$

Avec : ${}_n BSCR$ le BSCR net et Adj_{FDB} l'ajustement au titre de l'effet d'absorption des risques des futures participations aux bénéfices.

$$BSCR = \sqrt{\sum_{r \times c} CorrSCR_{r,c} \times SCR_r \times SCR_c}$$

$$Et \ Adj_{FDB} = Min \left\{ \sqrt{\sum_{r \times c} CorrSCR_{r,c} \times SCR_r \times SCR_c} - \sqrt{\sum_{r \times c} CorrSCR_{r,c} \times {}_n SCR_r \times {}_n SCR_c}; FDB \right\}$$

Avec ${}_n SCR$ le chargement en capital pour le risque considéré compte tenu de l'effet d'absorption des risques des futures participations aux bénéfices.

FDB est la valeur des futures participations discrétionnaires.

$CorrSCR_{r,c}$ est la matrice de corrélation fournie par le CEIOPS :

$CorrSCR =$	SCR_{mkt}	SCR_{def}	SCR_{life}	SCR_{health}	SCR_{nl}
SCR_{mkt}	1				
SCR_{def}	0.25	1			
SCR_{life}	0.25	0.25	1		
SCR_{health}	0.25	0.25	0.25	1	
SCR_{nl}	0.25	0.5	0	0,25	1

Détaillons à présents les différents risques pris en compte dans le calcul du BSCR.

3.1.1. Le risque de souscription non vie : SCR_{nl}

Le risque de souscription non vie est le risque d'assurance résultant des contrats d'assurances. En effet, il fait référence à l'incertitude des résultats de la souscription de l'assureur

Cela comprend l'incertitude concernant (*source : CEIOPS, QIS3, I.3.221*) :

- Le montant et le délai d'éventuels règlements de sinistres en relation avec les passifs existants ;
- Le volume de l'activité à souscrire et les taux de primes auxquels elle sera souscrite ;
- Les taux de prime nécessaires pour couvrir les passifs créés par l'activité souscrite.

Dans ce module de risque, il y a deux sous modules de risques :

- **Le risque de catastrophe**
- **Le risque de prime et le risque de réserve**

Le SCR non vie se calcule de la façon suivante :

$$SCR_{nl} = \sqrt{\sum_{rxc} CorrNL_{rxc} \times NL_c \times NL_r}$$

Avec NL_r et NL_c les charges de capital pour les deux sous modules de risques précités.

3.1.2. Le risque de marché : SCR_{mkt}

Le risque de marché est le risque de perte qui peut résulter des fluctuations des prix des instruments financiers qui composent un portefeuille (*source : CEIOPS, QIS3, I.3.27*).

Le SCR de marché est donné par la formule suivante :

$$SCR_{mkt} = \sqrt{\sum_{rxc} CorrNL_{rxc} \times Mkt_c \times Mkt_r}$$

Avec Mkt_c et Mkt_r les charges de capital pour les sous modules de risques que nous allons présenter ci-dessous.

Nous retrouvons plusieurs sous modules de risques :

- **Le risque de taux d'intérêt** : Ce risque résulte de l'impact des variations de la courbe de taux d'intérêt sur les actifs et les passifs. Ce risque n'est pas affecté aux contrats où le souscripteur supporte le risque ;
Le calcul de la charge de capital pour ce risque résulte du calcul de la variation de la NAV, où la NAV est égale à la différence entre valeur des actifs et valeur des passifs, après application d'un choc, à la hausse et à la baisse des taux d'intérêt. Ces scénarios sont fournis par le CEIOPS dans le QIS4. Nous disposons donc de la courbe des taux choqués à la hausse et à la baisse.
- **Le risque action** : Il résulte du niveau ou de la volatilité des cours des actions (*source : CEIOPS, QIS3, I.3.39*).
- **Le risque immobilier** : Il résulte du niveau ou de la volatilité du cours de l'immobilier
- **Le risque de devise** : Il résulte du niveau ou de la volatilité des taux de change
- **Le risque de spread** : Il provient de la volatilité des spreads de crédit sur la courbe des taux d'intérêt.
- **Le risque de concentration** : C'est un risque additionnel pour les assureurs car :
 - Il existe une volatilité supplémentaire dans les portefeuilles concentrés
 - Il y a un risque supplémentaire de perte de valeur des actifs en cas de défaillance de l'émetteur.

3.1.3. Le risque de souscription vie : SCR_{life}

Le risque de souscription vie résulte d'une tarification non prudente à la souscription ou au rachat du contrat. Le CEIOPS demande dans le QIS4 de calculer le SCR_{life} ainsi que le KC correspondant. En effet, le KC, comme défini précédemment, est un facteur d'atténuation du risque par les participations bénéficiaires futures. Il est déterminé en faisant la différence entre le SCR calculé avec la participation bénéficiaire et le SCR sans participation bénéficiaire.

Voici la formule du SCR pour le risque de souscription vie :

$$SCR_{life} = \sqrt{\sum_{r \times c} Corrlife_{r \times c} \times life_c \times life_r}$$

Avec $life_c$ et $life_r$, les charges de capital pour les sous modules de risques suivants :

- **Le risque de mortalité** $Life_{Mort}$: Il reflète le risque d'incertitude au niveau du décès. En effet, nous l'appliquons à des contrats comprenant un risque de mortalité.
Pour les contrats présentant des garanties en cas de décès et en cas de vie, l'assureur peut décider soit d'appliquer le choc aux 2 garanties, soit de l'appliquer uniquement à la garantie décès. La charge de capital est obtenue en calculant la variation de la NAV après une augmentation de 10% de la mortalité.
- **Le risque de longévité** $Life_{Long}$: Il provient de l'incertitude liée à la longévité des assurés. Ce risque est présent dans les assurances en cas de vie et les rentes de tous types. La charge de capital se détermine par l'évaluation de la variation de la NAV après un choc à la baisse de 25% des taux de mortalité.
- **Le risque d'invalidité** $Life_{dis}$: La charge de capital se calcule à partir de la variation de la NAV après un choc à la hausse de 35% du taux d'invalidité.
- **Le risque de rachat** $Life_{Lapse}$: Il provient de l'incertitude concernant les taux de rachats, les résiliations ou la cessation de paiement des primes. La charge de capital est obtenue de la façon suivante :

$$Life_{Lapse} = Lapse_{down} + \text{Max}\{Lapse_{up}; Lapse_{mass}\}$$

Avec $Lapse_{down}$ la charge de capital obtenue par le calcul de la variation de la NAV après une baisse de 50% dans les taux de rachats pour les polices dont la valeur de rachat est inférieure aux provisions techniques détenues.

$Lapse_{up}$ est la charge de capital obtenue après une augmentation de 50% des taux de rachats pour les polices dont la valeur de rachat est supérieure aux provisions techniques détenues.

$Lapse_{mass}$ est la charge de capital égale à 30% du montant total des provisions techniques détenues pour les contrats où la valeur de rachat est supérieure aux provisions détenues.

- **Le risque de dépenses** $Life_{Exp}$: Ce risque résulte de la variation des dépenses afférentes aux contrats d'assurance vie. Nous augmentons toutes les dépenses futures de 10% par rapport à ce qui était prévu ainsi que le taux d'inflation des dépenses de 1% par an, puis nous calculons la variation de la NAV.
- **Le risque de révision** $Life_{Rev}$: Ce risque provient de la possibilité d'une variation imprévue du montant des rentes en cas de révision non anticipée de la sinistralité. Il ne s'applique qu'aux rentes.
- **Le risque de catastrophe** $Life_{Cat}$: Ce risque résulte d'évènements extrêmes ou irréguliers qui ne sont pas suffisamment pris en compte par les autres sous modules de risque de souscription vie. Dans ce sous module de risque, le rachat a été exclu contrairement à ce qui était fait dans le QIS3. A présent, les risques de catastrophes ne seront évalués que par rapport au décès ou à l'invalidité.

Nous aurons donc la formule suivante :

$$Life_{Cat} = \sum_i 0,0015 \cdot Capital_at_Risk$$

Avec : i représente chaque police affectée par ces risques.

$Capital_at_Risk$ est le capital sous risque de la police concernée.

3.1.4. Le risque de souscription santé : SCR_{Health}

Ce module de risque couvre le risque de souscription pour toutes les garanties santé et accidents du travail. Il se divise en trois sous modules : santé à long terme pratiquée sur une base technique similaire à l'assurance vie (n'existe qu'en Allemagne et en Autriche), santé à court terme et accidents du travail.

3.1.5. Le risque de défaut de contrepartie : SCR_{def}

Le risque de défaut de contrepartie est le risque de défaut d'une contrepartie au contrat telle que la réassurance ou les instruments financiers.

Dans le QIS4, on ne parle plus de *coût de remplacement* mais de *perte en cas de défaut*.

Nous avons la formule suivante qui donne la perte en cas de défaut :

$$LGD = 50\% \cdot (\text{Recoverables} + SCR_{U/W}^{Gross} - SCR_{U/W}^{Net})$$

Avec : Recoverables : Best Estimate des dépenses prises en charge par la réassurance

$SCR_{U/W}^{Net}$: SCR pour le risque de souscription calculé avec la formule standard

$SCR_{U/W}^{Gross}$: SCR calculé avec la formule standard mais ne tenant pas compte de l'atténuation des risques par la réassurance.

3.2. Le risque opérationnel

Le risque opérationnel est le risque de perte résultant de processus, de personnes, de systèmes internes ou d'évènements inadéquats ou défaillants. Il inclut également les risques juridiques. Les risques de réputation et les risques résultant de décisions stratégiques ne comptent pas comme des risques opérationnels (*source : CEIOPS, QIS3, I.3.16*).

Une différence est introduite dans le calcul du risque opérationnel par rapport à QIS3 : la prise en compte des provisions techniques et des primes pour les contrats en unités de comptes en vie.

La formule a donc été modifiée :

$$SCR_{Op} = \text{MIN}\{0,3 \times BSCR; OP_{Inul}\} + 0,25 \times EXP_{ul}$$

$$OP_{Inul} = 0,03 \times \text{primes} + 0,003 \times \text{provision technique}$$

Avec : OP_{Inul} la charge de capital pour le risque opérationnel en dehors des unités de comptes (brut de réassurance).

EXP_{ul} le montant annuel des dépenses (brute de réassurance) pour les contrats en unités de comptes.

4. Le modèle interne

Les modèles internes se définissent comme des applications particulières de modèles mathématiques plus généraux. Il peut s'agir de simples calculs standardisés ou de modèles économétriques très complexes. Ils sont de plus en plus utilisés dans les entreprises d'assurance et sont d'ailleurs admis comme un apport favorable par tous les protagonistes du marché (profession actuarielle, assureurs, régulateurs,..). Ils permettent en effet aux assureurs, en tenant compte des risques inhérents à leurs activités, de déterminer des niveaux de besoin en capitaux appropriés et de prendre de bonnes décisions de gestion.

Les modalités de validation des modèles internes utilisés dans la détermination des exigences réglementaires de capital ne sont toutefois pas les mêmes suivant les pays, d'où la nécessité d'introduire des normes minimales à ce sujet. Pour ce faire, la profession actuarielle et les régulateurs des compagnies d'assurance ont collaboré afin de développer des lignes directrices assurant certaines propriétés aux modèles internes:

- le réalisme
- la comparabilité
- la cohérence
- la transparence
- la robustesse
- la pratique.

4.1. L'intérêt d'un modèle interne

La directive cadre Solvabilité II de juillet 2007 met en évidence que les exigences de validation des modèles internes seront très contraignantes. Certaines conditions sont théoriquement invérifiables (« Données complètes et appropriées », « Mesure adéquate de la diversification »). Les tests d'usage seront en outre relativement lourds.

Toutefois ces fortes exigences doivent être mises en rapport avec les avantages d'un modèle interne :

- Le modèle interne permet de calculer au plus juste l'exigence de capital. En effet la formule standard va être calibrée volontairement de façon prudente
- Les résultats des modèles internes seront pris en compte par les agences de notation
- Au-delà de Solvabilité II, le modèle interne apporte des avantages compétitifs, en permettant un pilotage de la société par les risques

Le CRO Forum (Chief Risk Officer : organisme qui regroupe les principaux acteurs européens du marché de l'assurance) a mené une étude sur la comparaison entre la formule standard (émanant du QIS3) et l'utilisation d'un modèle interne (à partir des données des sociétés qui font partie du CRO).

Les observations de cette étude sont les suivantes :

- L'exigence de fonds propres est identique pour les risques de marchés
- Pour les autres risques (et notamment VIE et IARD), l'exigence de fonds propres baisse en moyenne de 20 %
- L'approche par groupe permet d'augmenter cette différence
- Pour la réassurance, la marge est très importante : le modèle interne permet de minorer l'exigence de fonds propres de 50%

En conclusion, il est intéressant de noter que le modèle interne permet bien de diminuer l'exigence de fonds propres. Toutefois, il est gênant que cette différence varie de manière importante en fonction des risques car cela induit sans doute que la calibration n'est pas satisfaisante.

4.2. Attentes et perspectives

L'organisme IAIS (International Association of Insurance Supervisors) a produit des documents sur les modèles internes pour traiter notamment des aspects suivants :

- L'utilisation du modèle interne dans le management des risques
- Un guide pour obtenir l'approbation d'un modèle interne à horizon 2012

Le modèle interne doit être au service du contrôle/gestion/pilotage des risques

Le risque est à la source de l'activité d'assurance. Dans ce contexte, la bonne connaissance des risques est essentielle pour l'assurance et ses acteurs car cela :

- Assure une meilleure protection des assurés
- Permet l'optimisation du capital et optimise la rentabilité pour les actionnaires

Une structure ERM (Enterprise Risk Management – Pilotage des risques) adaptée est d'ailleurs un atout majeur pour un assureur parce que cela permet :

- Une identification et évaluation des risques de tous niveaux
- Une évaluation de la tolérance aux risques et des ressources financières indispensables
- Un pilotage par la direction générale

Ainsi un modèle interne doit être à la fois un outil de **gestion des risques** et de **gestion du capital économique**. Pour permettre de répondre à ce double objectif, le modèle interne doit être réellement intégré à la gestion de l'entreprise avec les composantes suivantes :

- En input : la stratégie de gestion des risques, la gouvernance et les facteurs externes
- Le modèle interne participe à l'activité annuelle (planning stratégique, estimation des objectifs,...) et à l'activité quotidienne (tarification, gestion actif-passif,...)
- Après obtention de l'approbation, le modèle interne permet de calculer le niveau de capital réglementaire.

Il semble donc opportun pour une compagnie d'assurance de mettre en place un modèle interne. C'est pourquoi nous allons effectuer une étude comparative sur un portefeuille de type assurance emprunteur.

Partie 3. Application au risque de mortalité sur un portefeuille emprunteur

Aujourd'hui, le crédit a pris une grande importance dans notre société. En effet, il existe des besoins variés en termes de consommation tels que l'accession à la propriété ou l'achat d'un véhicule. Ce contexte est donc très favorable au développement de l'assurance emprunteur qui est devenue quasi obligatoire pour obtenir un prêt.

1. Définition du portefeuille emprunteur

L'assurance emprunteur est une assurance de personnes temporaire, limitée à la durée du crédit, qui se substitue à l'emprunteur en cas de réalisation d'un risque prévu au contrat.

Elle a une double vocation :

- Protéger l'emprunteur et sa famille contre les aléas de la vie
- Garantir la solvabilité de l'emprunteur vis-à-vis de l'établissement prêteur

Une sélection des assurés plus ou moins poussée se fait au travers d'un questionnaire médical.

Mais, il existe une volonté d'assurer le plus grand nombre notamment avec la convention AERAS (06/01/2007) qui permet aux personnes avec un risque aggravé de santé d'avoir accès à l'assurance emprunteur.

1.1. Les deux grandes typologies de contrats

En assurance emprunteur, il existe deux grandes typologies de contrats : les contrats groupes et les contrats individuels. Les contrats groupes sont très largement majoritaires mais les contrats individuels commencent à prendre de la place sur ce marché.

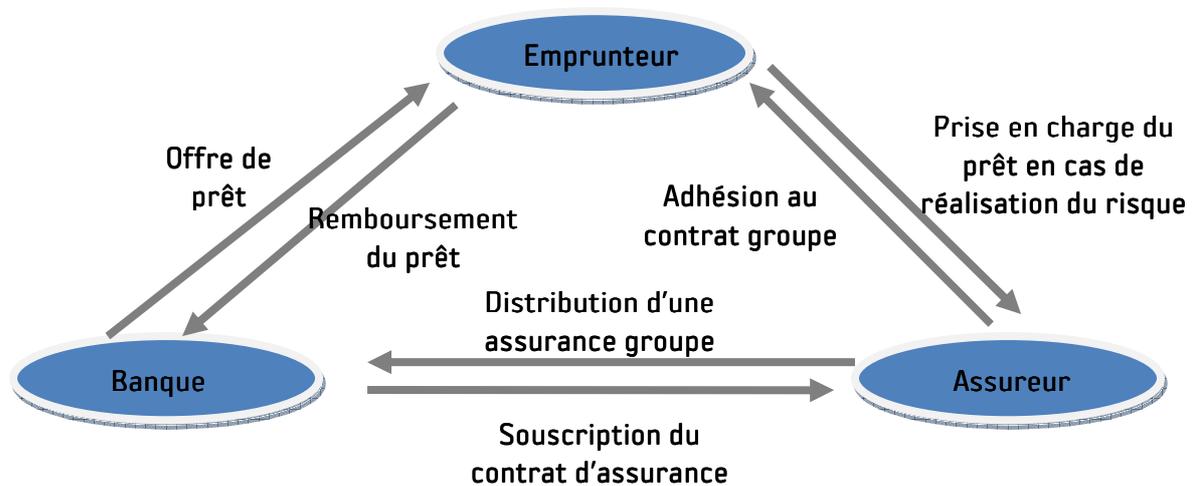
1.1.1. Les contrats groupes

L'assurance emprunteur en contrat groupe est souscrite par l'établissement de crédit au profit de ses clients emprunteurs. Les caractéristiques sont les suivantes :

- Formalités d'entrée assez simples
- Mutualisation des risques (taux de prime nivelé)
- Coût réduit du fait du nombre important d'adhérents

Cependant, nous observons certaines limites comme l'âge, l'état de santé ou le montant emprunté qui pourront donner lieu à des exclusions ou des surprimes.

Voici le fonctionnement d'une assurance emprunteur dans le cas d'un contrat groupe :



1.1.2. Les contrats individuels

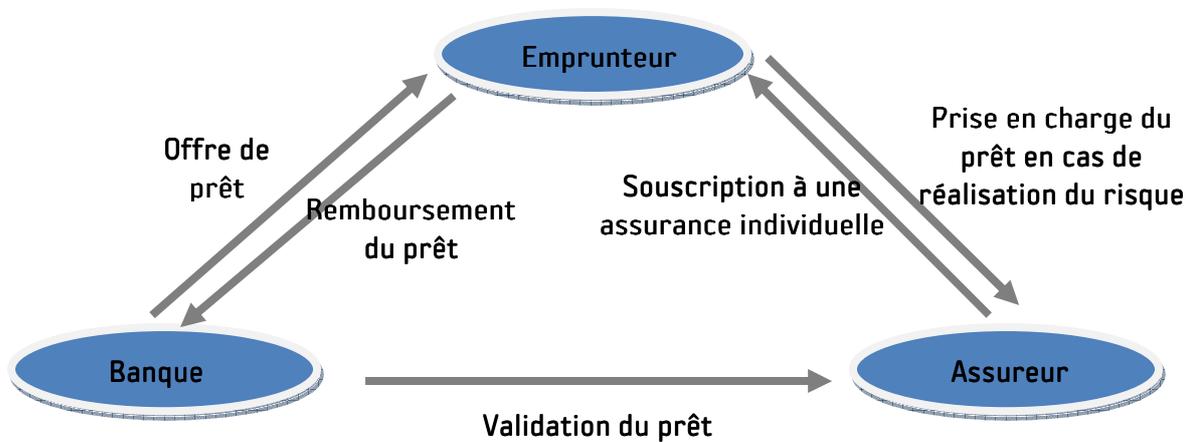
L'assurance est souscrite dans ce cas par l'emprunteur auprès de l'organisme assureur de son choix.

Cette assurance est donc liée à l'individu.

Les caractéristiques sont les suivantes :

- Tarification personnalisée suivant le profil propre de l'assuré
- Taux de prime évolutif
- Les facteurs discriminants sont l'âge, le sexe, l'état de santé et la catégorie socioprofessionnelle.

Ce type de contrat est très compétitif pour les « bons risques » mais plus cher pour les « mauvais risques ».



1.2. Les garanties

Le plus souvent, l'assurance emprunteur propose deux garanties :

- Une garantie décès
- Une garantie incapacité/invalidité

1.2.1. La garantie décès

L'assurance emprunteur présente toujours une garantie décès. En effet, s'il y a décès de l'emprunteur pendant la durée du crédit, l'assureur devra se substituer à ce dernier pour payer le capital restant dû.

1.2.2. La garantie incapacité/invalidité

La garantie incapacité/invalidité permet de rembourser tout ou partie du capital restant dû dans les cas suivants :

- Impossibilité d'exercer une activité professionnelle
- Incapacité physique ou mentale

L'invalidité est un état permanent de l'assuré au contraire de l'incapacité qui est temporaire.

1.3. Les différents types de prêts

Il existe différents modes de remboursement des prêts :

- Prêt à remboursement In Fine
- Prêt à amortissements constants
- Prêt à remboursements constants

Les notations utilisées par la suite seront :

- CI : Capital Initial
- N : Nombre d'échéances
- r : Taux d'intérêt annuel du prêt
- R_j : Remboursement de la jème échéance
- I_j : Intérêts versés lors de la jème échéance
- A_j : Amortissement du capital au cours de la jème échéance
- CRDj: Capital Restant Dû après le jème remboursement

1.3.1. Prêt à remboursement In Fine

L'emprunteur rembourse la totalité du capital emprunté à l'échéance du prêt. Durant la période de l'emprunt, il ne rembourse que les intérêts. Le tableau d'amortissement pour un tel prêt est le suivant :

Année	CRD début d'année	Intérêts	Amortissements	Remboursements	CRD fin d'année
$1 \leq j < N$	CI	$I_j = r.CI$	0	$R_j = I_j$	CI
N	CI	$I_j = r.CI$	CI	$R_j = I_j + CI$	0

1.3.2. Prêt à amortissements constants

L'emprunteur rembourse chaque année la même fraction du capital emprunté. Voici le tableau d'amortissement correspondant :

Année	CRD début d'année	Intérêts	Amortissements	Remboursements	CRD fin d'année
1	CI	$I_1 = r.CI$	$A_1 = \frac{CI}{N}$	$R_1 = I_1 + A_1$	$CRD_1 = CI \left(1 - \frac{1}{N}\right)$
$1 < j$ et $j \leq N$	CRD_{j-1}	$I_j = r.CRD_{j-1}$	$A_j = \frac{CI}{N}$	$R_j = I_j + A_j$ $R_j = \frac{CI}{N} [1 + r.(N - j + 1)]$	$CRD_j = CI \left(1 - \frac{j}{N}\right)$ $CRD_j = CI \left(\frac{N - j}{N}\right)$

1.3.3. Prêt à remboursements constants

Dans ce cas, le montant remboursé chaque année par l'emprunteur est constant, intérêts compris.

Notons le capital initial de la façon suivante :

$$CI = R. \sum_{j=1}^N (1+r)^{-j} = R. \frac{1 - (1+r)^{-N}}{r}$$

Nous obtenons donc le tableau d'amortissement suivant :

Année	CRD début d'année	Intérêts	Amortissements	Remboursements	CRD fin d'année
1	CI	$I_1 = r \cdot CI$	$A_1 = R_1 - I_1$	$R_1 = CI \frac{r}{1 - (1+r)^{-N}}$	$CRD_1 = CI - A_1$
$1 < j$ et $j \leq N$	CRD_{j-1}	$I_j = r \cdot CRD_{j-1}$	$A_j = R_j - I_j$ $A_j = CI \frac{r(1+r)^{-N+j-1}}{1 - (1+r)^{-N}}$	$R_j = CI \frac{r}{1 - (1+r)^{-N}}$	$CRD_j = CI - A_j$ $CRD_j = CI \frac{1 - (1+r)^{-N+j}}{1 - (1+r)^{-N}}$

1.4. Tarification

Dans le cadre de l'assurance emprunteur, l'assureur s'engage à rembourser le prêt de l'emprunteur en cas de réalisation du risque prévu au contrat en contrepartie de quoi l'emprunteur verse une prime. En général, il est défini un taux de prime à l'origine et ce pour toute la durée du prêt.

Le montant de la prime peut être :

- Constant, c'est-à-dire fonction du capital emprunté
- Décroissant, c'est-à-dire fonction du capital restant dû

L'équilibre du contrat doit s'inscrire dans la durée :

- La prime pure est déterminée par le principe d'équivalence
- C'est le montant qui permet d'égaliser la valeur actuelle probable de l'engagement de l'assureur et celle de l'assuré

Les paiements se font en général à terme échu, au même rythme que les échéances.

Pour établir un tarif, il faut donc d'abord définir les tableaux d'amortissements pour les différents prêts en portefeuille comme vu dans la section précédente puis appliquer les probabilités de survie et de décès à l'aide d'une table de mortalité.

Mais, il faut néanmoins distinguer la tarification pour les contrats collectifs et celle pour les contrats individuels. En effet, de par leur nature, ils intègrent un mode de tarification qui varie selon que le tarif est fait au cas par cas ou pour un groupe d'individus.

1.4.1. Tarification en individuel

Dans le cas de la tarification pour les contrats individuels, tous les calculs se font tête par tête, de façon très précise.

La tarification est réalisée en plusieurs étapes :

- Etablir le tableau d'amortissement
- Identifier les garanties souscrites
- Identifier le profil de risque propre à l'emprunteur
 - Homme/Femme
 - Fumeur/Non Fumeur
 - Catégorie socioprofessionnelle
- Appliquer les tables en rapport avec ce profil
- Déterminer la valeur actuelle probable de l'engagement de l'assureur (VAP_Assureur)
- Déterminer la valeur actuelle probable de l'engagement de l'assuré suivant le type de cotisation (VAP_Assuré)
- En déduire le taux de prime pure

Notations

X : Age de l'emprunteur à la souscription

${}_j P_x$: Probabilité qu'un individu d'âge X survive pendant les j prochaines années

N : Nombre de versements à effectuer en fonction du fractionnement choisi

i_f : Taux d'intérêt technique cohérent avec le fractionnement choisi

La valeur actuelle probable de l'engagement de l'assuré dans le cas d'un taux de prime constant est :

- Cotisation sur CI : $VAP_Assuré = Taux_Prime.CI.\sum_{j=1}^N p_x.(1+i_f)^{-j}$
- Cotisation sur CRD : $VAP_Assuré = Taux_Prime.\sum_{j=1}^N CRD_{j-1}.j.p_x.(1+i_f)^{-j}$

Le taux de prime pure constant sur toute la durée du prêt est :

- Cotisation sur CI : $Taux_Prime = \frac{VAP_Assureur}{CI.\sum_{j=1}^N p_x.(1+i_f)^{-j}}$
- Cotisation sur CRD : $Taux_Prime = \frac{VAP_Assureur}{\sum_{j=1}^N CRD_{j-1}.j.p_x.(1+i_f)^{-j}}$

1.4.2. Tarification en collectif

De par le fait que les risques sont mutualisés, nous avons un taux de prime nivelé.

Il est constant quel que soit l'âge et pendant toute la durée du prêt. Il est établi en fonction des caractéristiques moyennes du groupe. C'est pourquoi certains paient plus que le risque qu'ils encourent (les jeunes) et d'autres moins (les plus âgés).

Il faut tout d'abord dégager le profil moyen de l'emprunteur :

- Age moyen à la souscription
- Type de garanties souscrites
- Répartition du portefeuille suivant le sexe
- Taux d'intérêt moyen

Il faut ensuite évaluer les différents risques :

- Le risque décès :

Il faut définir l'âge actuariel moyen : il permet de déterminer la sinistralité potentielle du portefeuille en tenant compte de la probabilité de décès moyenne des têtes du groupe

$$q_{\hat{x}} = \frac{\sum_{i=1}^N q_{X_i}}{N}$$

Nous pouvons aussi définir l'âge actuariel moyen pondéré par les capitaux qui permet de prendre en compte les capitaux assurés.

$$q_{\hat{x}} = \frac{\sum_{i=1}^N C_{X_i} \cdot q_{X_i}}{\sum_{i=1}^N C_{X_i}}$$

- Le risque incapacité/ invalidité :

Nous nous référons aux tables établies par le BCAC.

2. Présentation du portefeuille

Le portefeuille étudié est composé de 41 456 contrats individuels d'assurance emprunteur dont les assurés sont pour 30 106 des hommes et 11 350 des femmes. Ce portefeuille provient d'un banque-assureur français. Ces contrats comportent des garanties décès et des garanties incapacité/invalidité. L'étude portera sur le risque décès.

Les prêts souscrits par les emprunteurs assurés sont des prêts immobiliers d'un montant moyen de 88 652 €, d'un taux d'intérêt moyen de 4,32% et d'une durée maximale de 25 ans. Les emprunteurs ne sont pas toujours assurés pour la totalité du montant emprunté. En effet, pour un nombre important de contrats, il y a une quotité appliquée au montant emprunté par exemple dans le cas où deux époux empruntent et qu'ils s'assurent chacun pour une part de la somme empruntée. En règle générale, la quotité est définie selon les revenus de chacun des co-emprunteurs de façon à couvrir au mieux les besoins en cas de décès ou d'invalidité d'un des assurés.

De plus, lorsqu'une personne présente des risques aggravés de santé, l'assureur peut lui appliquer une surprime de façon à établir un tarif en adéquation avec le risque réellement encouru.

Plusieurs étapes ont été nécessaires pour obtenir un fichier de données permettant d'effectuer les calculs de besoins en capitaux :

- Un tri des données et une adaptation du fichier
- Le calcul des capitaux restant dû moyens qui sont les capitaux sous risque

2.1. Traitement des données

L'adaptation des données du portefeuille a nécessité plusieurs étapes :

- La première étape a été de trier les données. En effet, il a fallu supprimer toutes les données aberrantes qui pouvaient se trouver dans le portefeuille et éliminer les individus ayant un âge inférieur à 18 ans ou des dates d'effet de contrat supérieur au 31/12/2007 qui est la date d'évaluation du besoin en capital.
- La deuxième étape a consisté en l'adaptation des données au risque étudié. En effet, les taux de cotisation présents étaient des taux regroupant le décès et l'invalidité/incapacité. Or, les ventilations des taux montrent que le taux décès représente 2/3 du taux de cotisation global.
- La troisième étape a été le calcul de la prime pure non fournie dans les fichiers de données. La prime est calculée en fonction du capital initial. Elle est donc fixe durant toute la durée du prêt. Les calculs des exigences en capital se font nets de frais.

Une fois toutes ces modifications effectuées, il a fallu calculer les différents capitaux sous risque et donc reconstituer le tableau d'amortissement des prêts pour chaque assuré du portefeuille, ces informations n'étant pas disponibles dans les fichiers initiaux.

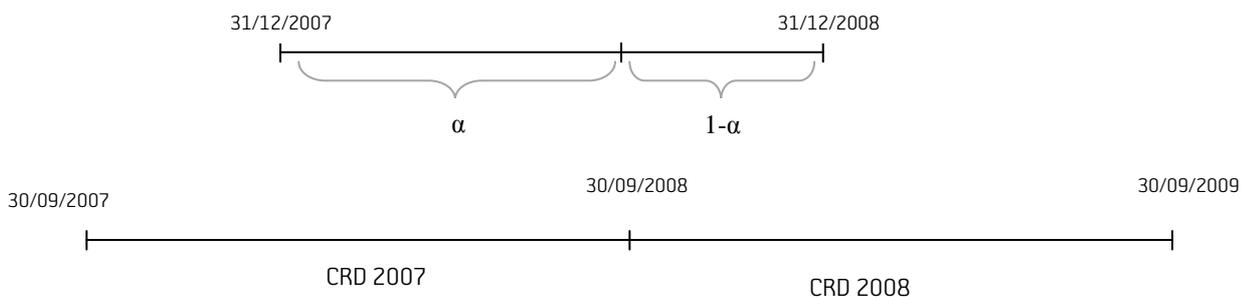
2.2. Calcul des capitaux sous risque

Dans le cadre d'une assurance emprunteur, le capital sous risque est le capital restant dû par l'emprunteur. En effet, si l'assuré décède durant l'année considérée, le montant qui sera versé par l'assureur est égal au capital restant dû par l'emprunteur à cette date. Il est donc nécessaire pour l'assureur de connaître le tableau d'amortissement des prêts des assurés pour évaluer au mieux les capitaux assurés. La macro de calcul des capitaux sous risque se trouve en annexe 1.

Le calcul des capitaux sous risque se fait ici en calculant un capital restant dû moyen pour chaque année d'inventaire. Deux cas sont possibles :

- Si la date d'inventaire est la même que la date anniversaire du contrat, le capital sous risque est le capital restant dû à cette date
- Si la date d'inventaire ne coïncide pas avec la date anniversaire du contrat, le capital sous risque correspond à une moyenne pondérée des capitaux restant dû des deux années.

L'exemple suivant illustre ce calcul :



Le coefficient α représente ici la part de l'année d'inventaire où c'est le capital restant dû de l'année 2007 qui est le capital sous risque. Ici $\alpha = 3/4$ et $1-\alpha = 1/4$.

Le capital sous risque de l'année 2008 = $\alpha \times \text{CRD 2007} + (1-\alpha) \times \text{CRD 2008}$

Exemple chiffré de tableau d'amortissement pour un assuré :

Ce tableau met en avant les capitaux restant dû moyens pour un assuré ayant fait un emprunt le 16/02/2007 pour un montant de 38 000 € et pour une durée de 8 ans.

DATE	31/12/2007	31/12/2008	31/12/2009	31/12/2010	31/12/2011	31/12/2012	31/12/2013	31/12/2014
CSR	34 572	30 445	26 111	21 547	16 741	11 667	6 338	5 651

Une fois le calcul des capitaux sous risque effectués, il est alors possible de calculer les exigences en capital que ce soit sous Solvabilité I, Solvabilité II par la formule standard ou par le modèle interne.

Partie 4. Besoin en capital sous Solvabilité I et d'après la formule standard de Solvabilité II

Le calcul du besoin en capital sous Solvabilité I ainsi que sous Solvabilité II pour la formule standard est commun à toutes les entreprises d'assurance. Voyons comment appliquer les formules sur le portefeuille d'assurance emprunteur.

1. La marge de solvabilité sous Solvabilité I

Chaque année, les entreprises d'assurance doivent fournir à l'ACAM (Autorité de Contrôle des Assurances et des Mutuelles) plusieurs états réglementaires. Sous Solvabilité I, le besoin en capital est défini à partir de l'état réglementaire C6. Cela permet à l'autorité de contrôle de vérifier la solvabilité de ces entreprises à travers des critères simplifiés et déterministes définis par les états réglementaires.

Le calcul du besoin en capital s'appuie sur les provisions techniques et les capitaux sous risque.

1.1. Calcul des provisions

La provision calculée ici est une provision mathématique.

Ce calcul est effectué tête par tête car c'est un portefeuille de contrats individuels.

Il arrive parfois que la provision mathématique soit négative et elle est ramenée à zéro pour ne pas qu'il y ait compensation entre les contrats.

Le taux d'actualisation est de 2,25% selon les règles en vigueur (voir annexe 2) et l'actualisation se fait en milieu de période.

La table de mortalité utilisée pour les calculs, identique à la table de tarification/provisionnement est telle que :

$l_x = \max (l_x \text{ de la TH } 00/02 ; l_x \text{ de la TD } 88/90 \text{ abattue de } 60\%)$ pour les hommes

$l_x = \max (l_x \text{ de la TF } 00/02 ; l_x \text{ de la TD } 88/90 \text{ abattue de } 60\%)$ pour les femmes

La provision pour un individu est calculée de la manière suivante :

$$PM = \text{MAX} (\text{engagement de l'assureur} - \text{engagement de l'assuré} ; 0)$$

La provision du portefeuille est la suivante :

$$PM_{31/12/2006} = 18\,156\,340 \text{ €}$$

1.2. Calcul de la marge de solvabilité et du Fonds de Garantie

La marge de solvabilité réglementaire se calcule par branche. Ici, les contrats relèvent de la branche vie car le risque étudié est le risque décès.

Le calcul est le suivant :

$$MSR = 4\% PM + 3\% \times CSR_1 + 1,5\% \times CSR_2 + 1\% \times CSR_3$$

Avec CSR_1 les capitaux sous risque des contrats expirant dans plus de 5 ans

CSR_2 les capitaux sous risque des contrats expirant dans 3 à 5 ans

CSR_3 les capitaux sous risque des contrats expirant dans moins de 3 ans

En appliquant ces calculs au portefeuille considéré, les capitaux sont les suivants :

Provision mathématique	18 156 340
CSR - de 3 ans	115 402 338
CSR entre 3 et 5 ans	122 262 323
CSR + de 5 ans	2 225 985 413

La marge de solvabilité réglementaire obtenue est :

$$MSR = 4\% \times 2\,225\,985\,413 + 3\% \times 1\,825\,985\,413 + 1,5\% \times 122\,262\,323 + 1\% \times 115\,402\,338 \\ = 6\,703\,006 \text{ €}$$

En ce qui concerne le Fonds de Garantie:

$$FG = 1/3 \times 6\,703\,006 = 2\,234\,335 \text{ €}$$

L'Etat C6 relatif à ces calculs est présenté en annexe 3.

2. L'exigence en fonds propres sous Solvabilité II par la formule standard

Le CEIOPS dans le QIS4 définit les deux niveaux de besoin en capital :

- Le MCR qui est le capital minimum requis
- Le SCR qui est le capital de solvabilité requis

Le SCR par la formule standard et le MCR sont calculés de manière identique pour toutes les entreprises.

Avant la mise en place des calculs du MCR et du SCR, il faut calculer la provision Best Estimate ainsi que la marge pour risque.

2.1. Evaluation des provisions techniques

Les provisions techniques sous Solvabilité II se décomposent en une provision calculée en Best Estimate et une marge pour risque.

2.1.1. Best Estimate

La provision Best Estimate est calculée pour un individu i comme suit :

$$BE_i = \left(\sum_{k=1}^N CRD_{i_k} \times \left(1 + \frac{r_{k-1} + r_k}{2} \right)^{-(k-0,5)} \times {}_k p_x \times q_{x+k} \right) - \left(CI \times \tau \times \sum_{k=1}^N (1 + r_k)^{-k} \times {}_k p_x \right)$$

Avec : BE= provision Best Estimate

CRD = capital sous risque

CI = capital emprunté

τ = taux de cotisation

${}_k p_x$ = la probabilité qu'une tête d'âge x arrive en vie à l'âge x+k

q_{x+k} = la probabilité qu'un individu ayant atteint l'âge x+k meurt dans l'année.

r = Taux d'actualisation à la courbe de taux du CEIOPS

Nous avons fait l'hypothèse ici que l'utilisation d'une table de mortalité d'expérience reflèterait mieux la mortalité réelle du portefeuille que la table de tarification/provisionnement. Elle reflète l'historique de mortalité du portefeuille étudié. Ne disposant pas de cet historique, il a fallu se baser sur des expériences de portefeuilles similaires. Il a été mis en évidence que les assurés des portefeuilles emprunteur présentent une mortalité plus faible que la population nationale. En effet, les emprunteurs sont en général des actifs en bonne santé ; il y a d'ailleurs une sélection médicale préalable au prêt.

La provision Best Estimate doit refléter la vraie valeur de l'engagement de l'assureur.

La table d'expérience choisie est donc arbitraire et définie pour les besoins de l'étude :

Pour les hommes, un abattement de 25% de la TH 00/02 et pour les femmes, un abattement de 15% de la TF 00/02.

Dans le cas du portefeuille emprunteur étudié ici, la provision Best Estimate au 31/12/2007 est :

BE= 12 490 502 €.

2.1.2. Marge pour risque

La marge pour risque se calcule par la méthode coût du capital.

Nous avons choisi deux des trois simplifications possibles pour calculer la marge pour risque. Ce sont les méthodes 2 et 3 présentées dans la première partie :

- La première méthode calcule la marge pour risque comme suit :

$$CoCM \approx CoC.(0,5 + DUR_{mod}).SCR_{lob}^{rf}(0)$$

- Calcul de la duration :

$$D = \frac{\sum_{i=1}^N \frac{t(i) \times F_i}{(1+r)^{t(i)}}}{\sum_{i=1}^N \frac{F_i}{(1+r)^{t(i)}}$$

En appliquant cette formule et en prenant comme taux d'intérêt la courbe des taux du CEIOPS, nous trouvons $D = 5,20$ ans.

- Calcul du taux actuariel r : c'est le taux permettant d'égaliser la duration avec la valeur probable des flux actualisée au taux actuariel. Nous trouvons un taux actuariel r de 4,86%.

- Calcul de la duration modifiée : $DUR_{\text{mod}} = \frac{5,20}{1 + 4,86\%} = 4,96$ ans

- Enfin le calcul de la marge pour risque :

Les SCR utilisés pour le calcul de la marge pour risque sont les SCR de souscription vie et opérationnel. Le calcul de ces derniers sera détaillé dans la suite du mémoire. Le SCR est donc ici de 2 864 651 €.

$$CoCM \approx 6\% \times (0,5 + 4,96) \times 2\,864\,651 = 938\,375 \text{ €}$$

La marge pour risque est donc de **938 375 €**.

- La seconde méthode nécessite le calcul des Best Estimate jusqu'à extinction du portefeuille et le calcul du ratio du SCR / provisions.

Le SCR en date 0 (excluant le risque de marché) représente dans le cas du portefeuille étudié 22,95% du Best Estimate. Ce SCR est de 2 864 651 €.

Ci-après un tableau récapitulatif des BE et des SCR de toutes les années jusqu'à extinction du portefeuille.

Années	BE	SCR
1	12 490 502	2 864 651
2	10 943 546	2 549 846
3	10 933 326	2 547 465
4	9 494 981	2 212 331
5	8 128 239	1 893 880
6	6 857 013	1 597 684
7	5 691 375	1 326 090
8	4 645 432	1 082 386
9	3 730 432	869 191
10	2 941 620	685 398
11	2 286 769	532 817
12	1 751 860	408 183
13	1 317 520	306 982
14	969 353	225 859
15	694 633	161 849
16	483 576	112 673
17	320 875	74 764
18	197 991	46 132
19	111 293	25 931
20	58 783	13 696
21	29 503	6 874
22	17 117	3 988
23	8 451	1 969
24	3 175	740
25	938	218

Il suffit ensuite d'appliquer la même formule que dans la première méthode c'est-à-dire :

$$\text{Marge de risque} = \sum_{t=0} 6\% \times \text{SCR}_t \times (1 + r_t)^{-t}$$

Nous trouvons ici une marge de risque de **939 214€**.

- Les résultats des deux méthodes sont très proches. En effet, nous observons un écart de 839 € entre les deux marges soit 0,089%. Nous choisissons donc de retenir la moyenne des deux marges de risque calculées précédemment à savoir **938 795 €**.

2.2. Calcul du SCR par la formule standard

La formule standard mise en place par le CEIOPS préconise une approche modulaire pour le calcul du SCR. En effet, dans le cas présent, les modules de risques inclus dans le calcul du SCR sont les modules de risque de marché et de souscription vie.

Le SCR est la somme du SCR de base et du SCR opérationnel.

2.2.1. Le BSCR ou SCR de base

Le SCR de base est calculé à partir de l'estimation de la provision Best Estimate qui sera choquée afin de tenir compte des différents risques auxquels est soumise la société d'assurance. Dans notre étude, le portefeuille emprunteur est uniquement soumis au risque de souscription vie et au risque de marché.

Le calcul nécessite donc de choquer les éléments suivants :

- La mortalité
- Les taux d'intérêt

2.2.1.1. Choc de mortalité

Le module de risque de souscription vie comprend ici uniquement le risque de mortalité. En effet, le portefeuille étudié ne comporte que des garanties décès.

Le QIS4 prescrit de choquer la mortalité à la hausse de 10%. En effet, il faut augmenter la probabilité de décès de tous les individus du portefeuille de 10%.

Le besoin en capital pour le module de risque de souscription vie se calcule en faisant la différence entre la provision Best Estimate calculée après choc de mortalité et avant choc de mortalité.

Provision Best Estimate avant choc de mortalité	12 490 502
Provision Best Estimate apres choc de mortalité	15 157 003
Variation	2 666 502

Le SCR de mortalité est donc de **2 666 502 €**

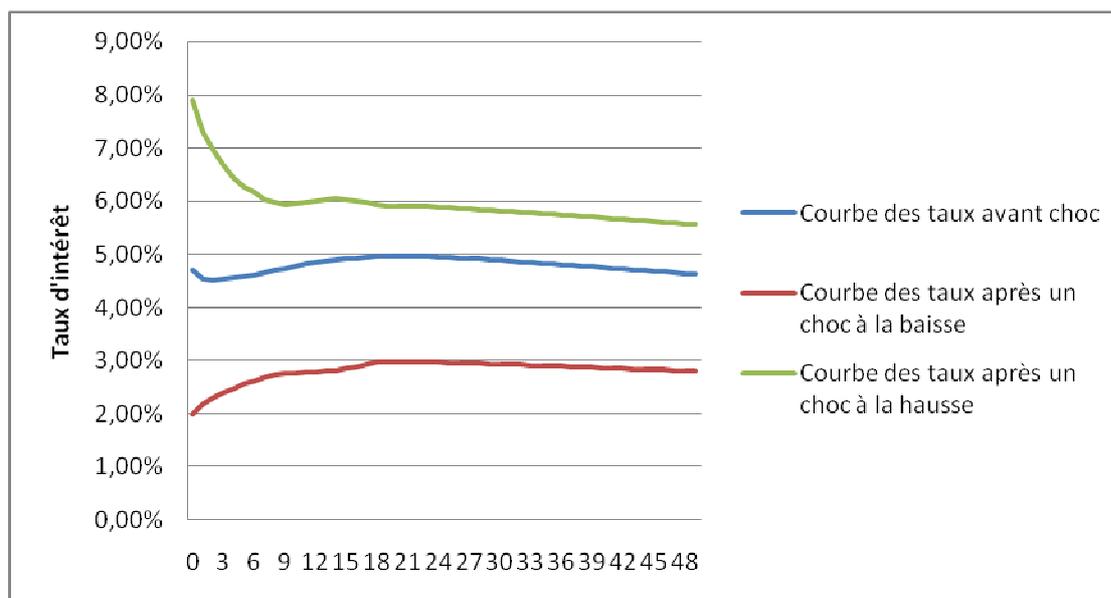
2.2.1.2. Choc de taux d'intérêt

Dans notre exemple, l'actif est égal aux provisions techniques (Best Estimate et marge de risque), i.e. nous raisonnons à capitaux propres nuls. Nous avons pris ce montant car nous ne disposons pas de l'actif réel pour ce portefeuille. L'actif est composé d'obligations d'état d'échéance un an.

Contrairement au choc de mortalité qui n'impacte que le passif, le choc de taux d'intérêt impacte l'actif et le passif. En effet, à l'actif, la courbe des taux d'intérêt donne la valeur des obligations détenues en portefeuille, et au passif, une variation de la courbe de taux entraîne une variation des taux d'actualisation et donc des provisions.

L'actif ici s'élève à **13 429 296 €**.

Voici un graphique montrant différentes courbes de taux d'intérêt :



A partir de ces courbes de taux, il faut recalculer l'actif et le passif pour pouvoir calculer le besoin en capital. Celui-ci sera égal à la variation de la valeur nette de l'actif ou Net Asset Value (Actif en valeurs de marché diminué du Best Estimate).

La Net Asset Value se calcule comme suit :

- Tout d'abord, il faut déterminer le prix de l'obligation de maturité un an avec les différents taux. Le calcul est le suivant : $P(0,1) = 1 / (1+i)$ avec i le taux d'intérêt.
- Grâce au prix de l'obligation calculé avec le taux normal, il est facile de déduire le nombre d'obligations détenues par la formule suivante :
Nombre d'obligations = valeur de l'actif / prix de l'obligation
- Puis, il faut déterminer la valeur de l'actif après choc des taux d'intérêt :
Valeur de l'actif après choc = Nombre d'obligations × Prix de l'obligation après choc des taux.
- Dans un second temps, nous calculons la provision Best Estimate avec les courbes de taux choquées.
- Il suffit ensuite de faire la différence entre l'actif et le passif pour chaque cas c'est-à-dire pour les taux non choqués, pour les taux choqués à la hausse et pour les taux choqués à la baisse.

La variation de la Net Asset Value (NAV) est la différence entre la NAV avec taux non choqués et la NAV avec taux choqués à la hausse et à la baisse.

Le SCR de marché sera alors égal à la plus grande variation de la NAV ici de **697 071 €**. Voici un tableau récapitulatif des résultats obtenus :

Taux	Taux normaux	Taux choqués à la hausse	Taux choqués à la baisse
Prix de l'obligation	0,955146	0,926737	0,980423
Valeur de l'actif	13 429 296	13 029 860	13 784 690
Valeur du passif	12 490 502	11 654 607	13 542 967
NAV	938 795	1 375 253	241 724
Δ NAV		-436 459	697 071

2.2.1.3. Calcul du BSCR

Le SCR de base se calcule à partir du SCR de marché et du SCR de mortalité en tenant compte de la corrélation qu'il y a entre ces deux risques. La matrice de corrélation est donnée dans le QIS4.

Le calcul est le suivant :

$$BSCR = \sqrt{[697\ 071 \quad 2\ 666\ 502] \times \begin{bmatrix} 1 & 0,25 \\ 0,25 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 697\ 071 \\ 2\ 666\ 502 \end{bmatrix}} = 2\ 920\ 720 \text{ €}$$

Le SCR de base est donc de **2 920 720 €**.

2.2.2. Le SCR opérationnel

Le SCR opérationnel se calcule à partir du SCR de base.

$$SCR_{OP} = \text{MIN}\{30\% \times BSCR; OP_{Inul}\}$$

En effet, il n'y a pas de contrat en unité de compte dans notre portefeuille.

Ici, $OP_{Inul} = 3\% \times \text{primes} + 3\% \times \text{provisions techniques}$

Nous trouvons donc $OP_{Inul} = 3\% \times 5\ 269\ 119 + 3\% \times 12\ 490\ 502 = 195\ 545$.

Par conséquent, $SCR_{OP} = \text{Min}(876\ 216; 195\ 545) = 195\ 545 \text{ €}$

Le SCR opérationnel est donc de **195 545€**.

2.2.3. Le Solvency Capital Requirement ou SCR

Pour obtenir le SCR global, il suffit de sommer le BSCR et le SCR opérationnel.

$$SCR = 2\ 920\ 720 + 195\ 545 = 3\ 116\ 266 \text{ €}$$

Nous trouvons donc par la formule standard un SCR de **3 116 266 €**.

2.3. Calcul du MCR

Le MCR doit toujours être calculé par la formule standard. En effet, c'est un seuil absolu en dessous duquel l'entreprise ne peut pas descendre sous peine d'intervention de l'autorité de contrôle. Cette dernière peut aller jusqu'à retirer l'agrément aux compagnies qui ne respecteraient pas ce seuil. Il correspond en quelque sorte au Fonds de Garantie sous Solvabilité I.

Le QIS4 et le QIS3 ont une approche très différente du calcul du MCR.

2.3.1. MCR selon le QIS3

Le MCR dans le QIS3 se calcule différemment de celui du QIS4. En effet, le MCR pour la branche vie se calcule comme suit :

$$MCR_{Life} = \sqrt{MCR_{long}^2 + MCR_{mort}^2} + MCR_{UL}$$

Avec MCR_{long} le MCR pour le risque de longévité, MCR_{mort} le MCR pour le risque de mortalité et MCR_{UL} le MCR pour les contrats en unités de compte.

Or, ici nous étudions uniquement le risque de mortalité. Le MCR_{mort} se calcule comme suit :

$$MCR_{mort} = 0,00025 \times CSR$$

Nous trouvons donc un MCR de **615 912 €**.

2.3.2. MCR selon le QIS4

Le QIS4 prescrit une approche linéaire et une approche combinée. En effet, la formule du MCR a changé par rapport au QIS3. Le calcul du MCR_{Linear} ressemble à celui de la marge de solvabilité sous Solvabilité I.

$$MCR_{Linear} = \sum_i \alpha_i \cdot TP_i + \sum_j \beta_j \cdot CAR_j$$

Avec $\alpha = 0,01$ car c'est le facteur correspondant aux contrats ayant un risque décès et les β sont fonction de la durée de l'engagement :

- Plus de 5 ans : $\beta = 0,00125$
- Entre 3 et 5 ans : $\beta = 0,0009$
- Moins de 3 ans : $\beta = 0,0005$

$$MCR_{Linear} = 0,01 \times 12\,490\,502 + 0,00125 \times 2\,225\,985\,413 + 0,0009 \times 122\,262\,343 + 0,0005 \times 115\,402\,336 = 3\,075\,124 \text{ €}$$

Le MCR_{Linear} est donc de **3 075 124 €**.

Calculons à présent le MCR combiné :

$$MCR_{combined} = \text{Min}\{\max[MCR_{linear}; 0,2 \times SCR]; 0,5 \times SCR\}$$

$$MCR_{Combined} = \text{Min}\{\text{Max}[3\,075\,124; 0,2 \times 3\,116\,266]; 0,5 \times 3\,116\,266\} = 1\,558\,133 \text{ €}$$

Nous trouvons donc un MCR de **1 558 133 €**.

2.4. Récapitulatif des calculs dans le cadre de la formule standard

La formule standard sous Solvabilité II nous donne les résultats suivants :

BSCR	2 920 720 €
SCR op	195 545€
SCR global	3 116 266€

MCR QIS3	615 912 €
MCR QIS4	1 558 133 €

Voyons à présent ce que nous obtenons en termes d'exigences en capital en appliquant un modèle interne à ce portefeuille.

Partie 5. Besoin en capital selon le modèle interne

Les compagnies d'assurance pourront opter pour un modèle interne notamment quand :

- Elles auront un profil de risque particulier et qu'elles désireront intégrer la spécificité de leurs portefeuilles aux calculs des exigences en capital.
- Un modèle interne reflète plus la réalité que la formule standard.

En général, il s'agit d'implémenter des modèles stochastiques de sorte à simuler leur résultat à un an. Le but sera alors de répondre aux exigences de la réforme Solvabilité II en déterminant le besoin en capital nécessaire pour atteindre une probabilité de ruine à un an de 0,5%.

Dans le cas du portefeuille emprunteur, il faut modéliser les risques de mortalité et de taux d'intérêt. Dans le cadre du modèle interne, le calcul du besoin en capital passe par le calcul du résultat technique. Il est calculé ici de façon simplifiée :

Résultat = Primes - Prestations + Provision d'ouverture - Provision de clôture + Produit financier

En ce qui concerne la Provision d'ouverture, c'est la somme de la provision Best Estimate et de la marge pour risque calculées au 31/12/2007. Le Best Estimate est calculé à partir d'une table d'expérience comme nous verrons dans la suite.

La Provision de clôture est la somme de la provision Best Estimate et de la marge de risque calculées au 31/12/2008 en fonction des modèles stochastiques de taux d'intérêt et de mortalité.

Les prestations versées pour l'année 2008 sont des prévisions des prestations versées dans l'année selon les simulations réalisées dans le cadre du modèle de mortalité stochastique.

Le produit financier résulte du gain ou de la perte réalisé suite au placement des actifs.

Les primes sont les primes acquises de l'année.

Pour mettre en œuvre ce modèle interne, il a été mis en place un modèle stochastique de mortalité ainsi qu'un modèle stochastique de taux d'intérêt pour simuler d'une part la mortalité des assurés du portefeuille et d'autre part, les variations possibles de la courbe de taux d'intérêt fournie par le

CEIOPS. Ces modèles ont nécessité la mise en place d'un générateur de nombre aléatoires uniformes qui permet une meilleure qualité que celui d'Excel.

1. Générateur de nombre aléatoires uniformes

Le générateur de nombre aléatoire retenu est le générateur quasi aléatoire du « Tore mélangé ».

Celui-ci est reconnu pour avoir une vitesse de convergence de bonne qualité. En effet, contrairement à la fonction aléa d'Excel, le « Tore mélangé » permet d'éviter une répétition des nombres aléatoires générés.

La suite simulée est définie par :

$$x_n = \{n \times \sqrt{p}\}$$

Où $\{ \}$ est l'opérateur valeur entière et p est un nombre premier quelconque.

Toutefois, ce simulateur a tout de même recours à la fonction aléa d'Excel qui devient Rnd sous Visual Basic. La formule est la suivante :

$$x_k = x_{\varphi(n)}$$

Avec $\varphi(n) = \{100 \times N \times Rnd + 1\}$ où N est le nombre de nombres aléatoires que l'on souhaite simuler.

Ce générateur permettra, tout en gardant une fiabilité satisfaisante, faire réaliser de simulations qu'avec Excel. Le « Tore mélangé » sera utilisé tant pour le modèle stochastique de mortalité que de taux d'intérêt.

2. Modèle de mortalité stochastique

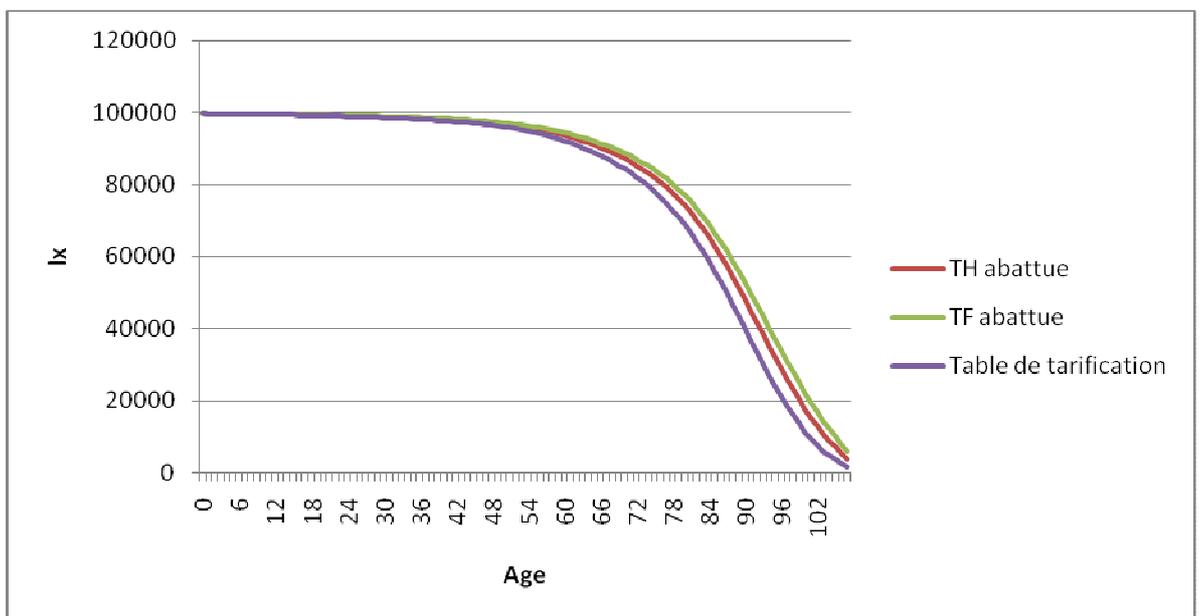
Un modèle stochastique de mortalité a été mis en place car il faut pouvoir simuler le décès ou la survie des assurés dans le portefeuille au cours de l'année.

L'implémentation du modèle de mortalité stochastique s'effectue en deux étapes :

- En premier lieu, il y a mise en place d'une table de mortalité d'expérience. Celle-ci est la même que celle utilisée dans la formule standard :

Pour les hommes, un abattement de 25% de la TH 00/02 et pour les femmes, un abattement de 15% de la TF 00/02.

Le graphique suivant montre le comparatif entre les tables d'expérience et la table de tarification/provisionnement :



Ces tables d'expérience permettront de calculer la provision Best Estimate d'ouverture au 31/12/2007.

- Dans un second temps, il faut simuler la mortalité sur l'année. Pour cela, il a été simulé les âges au décès des assurés du portefeuille. La simulation se fait comme suit : chaque année, la survie de l'individu dépend de la réalisation d'une variable aléatoire. Si la probabilité de survie de l'assuré est inférieure à la variable uniforme tirée, l'assuré est décédé, sinon il est encore en vie.

Soit U une variable aléatoire uniforme comprise dans l'intervalle $]0 ; 1[$.

La réalisation de la variable de Bernoulli est la suivante :

Si $u \leq p_x$ la réalisation de la variable de Bernoulli est égale à 1

⇒ L'assuré est vivant

Si $u > p_x$ la réalisation de la variable de Bernoulli est égale à 0

⇒ L'assuré est décédé

Les réalisations de la variable uniforme sont générées par le « Tore mélangé » présenté précédemment.

Il suffit ensuite de cumuler les années où la réalisation de la variable de Bernoulli est égale à 1. Dès que l'on rencontre un 0, c'est que l'individu est décédé. Pour obtenir l'âge au décès, il faut ajouter le nombre de 1 obtenus par la réalisation de la variable de Bernoulli à l'âge actuel de l'individu et ce pour chaque assuré en portefeuille et pour chaque simulation.

Le nombre de simulations retenu est de 5000 car nous obtenons une convergence satisfaisante entre la moyenne des simulations et la table de mortalité qui est de l'ordre de 0,073%.

Cette simulation de l'âge au décès permettra le calcul de la provision Best estimate de clôture au 31/12/2008 ainsi que des prestations à verser pour l'année.

3. Modèle stochastique de taux d'intérêt

Le modèle stochastique de mortalité a pour but de modéliser la courbe de taux d'intérêt. La courbe de taux de départ est donnée dans le QIS4. La modélisation de celle-ci permet d'obtenir la valeur des actifs et des passifs en cas de variation de la courbe de taux. En effet, elle permet d'obtenir le prix des actifs qui dépendent du taux d'intérêt mais aussi la valeur des passifs qui dépend de l'actualisation qui se fait à la courbe de taux.

Il existe trois catégories de modèles qui permettent d'évaluer la courbe de taux d'intérêt :

- La première catégorie regroupe les modèles de déformation de la courbe de taux. Ils partent d'une courbe de taux prédéfinie et lui font subir des chocs. Les modèles correspondants à cette catégorie sont par exemple les modèles de Ho et Lee (1986) et de Heath, Jarrow et Morton (1987).
- La deuxième catégorie regroupe les modèles reposant sur un raisonnement d'arbitrage. Ce sont notamment les modèles de Vasicek (1977) et de Brennan et Schwartz (1979).
- Enfin, il existe les modèles basés sur une description globale de l'économie comme par exemple le modèle Cox Ingersoll Ross (1985) qui est un modèle d'équilibre à un facteur.

Les hypothèses retenues pour mettre en place ces modèles sont les suivantes :

- Pas de coûts de transaction
- Les titres doivent être parfaitement divisibles
- Les agents sont rationnels et disposent du même niveau d'information
- Il n'y a pas de possibilité d'arbitrage

3.1. Le modèle Cox Ingersoll Ross (CIR)

Le modèle choisi pour simuler la courbe de taux d'intérêt est le modèle Cox Ingersoll Ross car il est assez simple à mettre en application et permet d'obtenir des résultats basés sur la structure initiale observable sur le marché (pour le calibrage des paramètres), ce qui assure la cohérence des prix produits avec les valeurs de marché. De plus, ce modèle est reconnu pour ne pas fournir des taux négatifs.

Le modèle de CIR est caractérisé par l'équation différentielle stochastique suivante :

$$dr = a(b - r)dt + \sigma\sqrt{r}dz.$$

Où : a = force de retour à la moyenne,

b = valeur moyenne à long terme,

σ = volatilité telle que $\sigma\sqrt{r}$ correspond à l'écart type instantané du taux court,
 z = mouvement brownien standard.

Les variations du taux court s'expliquent donc par un effet rappel (retour à la moyenne) et un effet aléatoire. L'application du lemme d'Itô montre que l'introduction d'un processus en racine carrée interdit à un taux initialement positif de prendre des valeurs négatives : il suffit d'avoir $2ab > \sigma^2$ pour que le processus reste strictement positif.

Le taux court instantané permet de reconstituer la structure par termes des taux (ou la fonction d'actualisation) à n'importe quelle date. En effet, sous l'hypothèse du modèle de CIR, la valeur à la date t du zéro coupon de maturité T est égale à :

$$P(t, T) = A(t, T) \times e^{-B(t, T) \times r(t)}$$

$$\text{Où : } A(t, T) = \left[\frac{2\gamma \times e^{\frac{(\gamma+a)(T-t)}{2}}}{(\gamma+a)(e^{\{\gamma(T-t)\}} - 1) + 2\gamma} \right]^{\frac{2ab}{\sigma^2}} \quad \text{et } B(t, T) = \left[\frac{2 \times (e^{\{\gamma(T-t)\}} - 1)}{(\gamma+a)(e^{\{\gamma(T-t)\}} - 1) + 2\gamma} \right]$$

$$y = \sqrt{a^2 + 2\sigma^2}$$

Ces zéro coupons sont assimilables à des obligations d'état qui sont supposées sans risque. Nous pouvons noter l'absence de la prime de risque dans ces formules, car celle-ci est directement incluse dans les prix de marché de ces zéro coupons.

A présent, il faut spécifier une forme discrète du processus suivi par r qui décrit l'évolution du taux à court terme:

$$\Delta r_t = r_{t+\Delta t} - r_t = a(b - r_t) \times \Delta t + \sigma\sqrt{r_t} (Z_{t+\Delta t} - Z_t)$$

$(Z_{t+\Delta t} - Z_t)$ suit une loi normale d'espérance nulle et de variance Δt avec Z un mouvement brownien.

$$\rightarrow r_{t+\Delta t} = ab \times \Delta t + (1 - a\Delta t) \times r_t + \sigma \sqrt{r_t} \times \sqrt{\Delta t} \times \varepsilon_t$$

Avec ε_t est une réalisation d'une variable aléatoire distribuée suivant une loi normale centrée réduite $N(0,1)$ et Δt est le pas de discrétisation.

3.2. Estimation des paramètres

- Estimations de a et b :

Nous appliquons une estimation par rapport aux prix des zéro coupons : il s'agit de déterminer les paramètres qui représentent au mieux les prix des zéro coupons observables sur le marché (i.e fournis par la fonction d'actualisation). Nous cherchons alors à trouver le couple (a,b) qui minimise la distance quadratique (critère caractéristique de la qualité de notre ajustement):

$$D = \sum_{i=1}^N (\text{Prix théorique}_i - \text{Prix estimé}_i)^2$$

Où : le prix théorique est le prix donné par la fonction d'actualisation, le prix estimé est le prix calculé sur la base du modèle de CIR et N le nombre d'obligations envisagées pour l'ajustement.

- Estimation de la volatilité :

Elle est obtenue par la variance de la rentabilité des obligations.

$$V(r) = \sum_{i=1}^n p_i \times (r_i - \bar{r})^2$$

Où : r_i est la rentabilité de l'obligation pour l'année i , \bar{r} la rentabilité moyenne et p_i la probabilité d'occurrence de chacune des rentabilités possibles.

La volatilité du taux court est de 5,15% et a été calculée ici à partir de l'historique des taux EURIBOR 1 mois de l'année 2007.

- Résultat de la modélisation :

Volatilité = 5,15%

Force de retour à la moyenne a = 26,22%

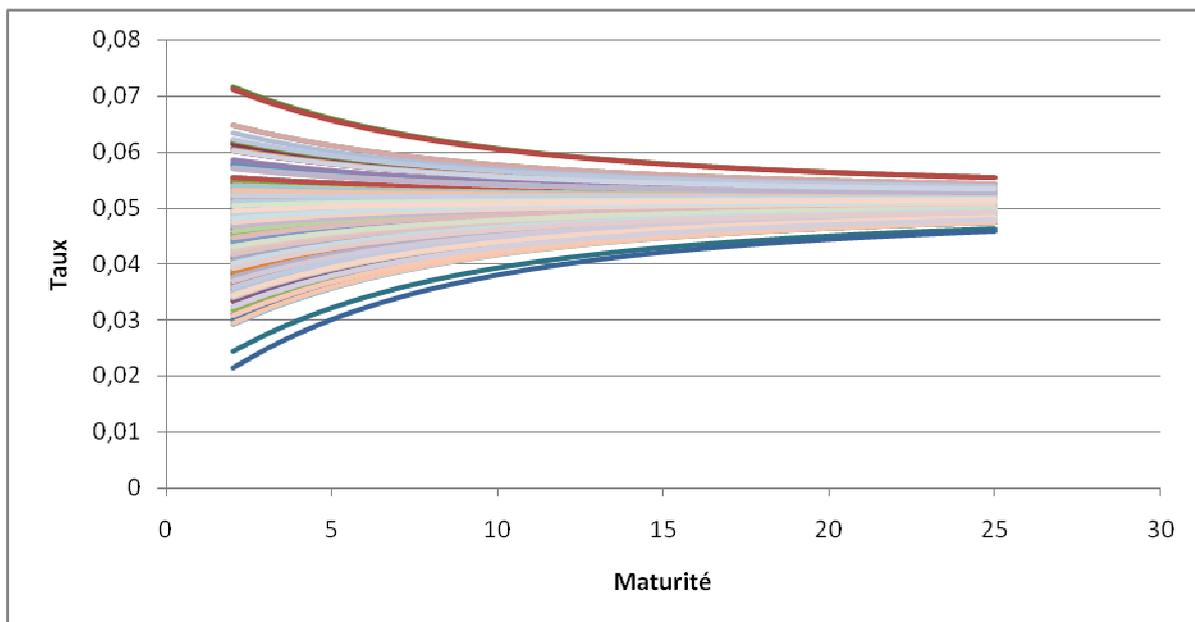
Valeur du taux long terme $b = 5,13\%$

Taux court terme en date 0 = $3,919\%$

3.3. Courbe de taux

Nous avons simulé 5000 courbes de taux d'intérêt. Nous obtenons un résultat satisfaisant. En effet, l'écart moyen entre la courbe de taux donnés par le CEIOPS et les courbes de taux simulées est de $0,0483\%$.

Voici un graphique montrant 100 courbes de taux d'intérêt simulées par le modèle CIR :



4. SCR selon le modèle interne

Le calcul du SCR dans le cadre du modèle interne passe par la modélisation du résultat technique. Pour cela, il faut détailler le compte de résultat du portefeuille emprunteur. Ce SCR correspondra au SCR de base de la formule standard auquel il faudra ajouter le SCR calculé au titre du risque opérationnel.

4.1. Le SCR de base

D'après le Code du Commerce (art. 9) :

« Le compte de résultat récapitule les produits et les charges de l'exercice, sans qu'il soit tenu compte de leur date d'encaissement ou de paiement. Il fait apparaître, par différence après déduction des amortissements et des provisions, le bénéfice ou la perte de l'exercice.

Les produits et les charges, classés par catégories, doivent être présentés soit sous forme de tableaux, soit sous forme de liste ».

Voici les différents postes du compte de résultat qui vont intervenir dans le calcul du SCR.

4.1.1. Les primes

Les primes forment le premier poste du compte de résultat et sont enregistrées au crédit de celui-ci. Elles sont versées en fin de période en même temps que l'échéance du prêt.

Les primes sont calculées en multipliant la probabilité de survie de l'individu par le montant de prime qu'il devra payer en fin d'année actualisé.

Le montant de prime probable pour le portefeuille étudié est de **5 269 119 €**.

4.1.2. Les prestations

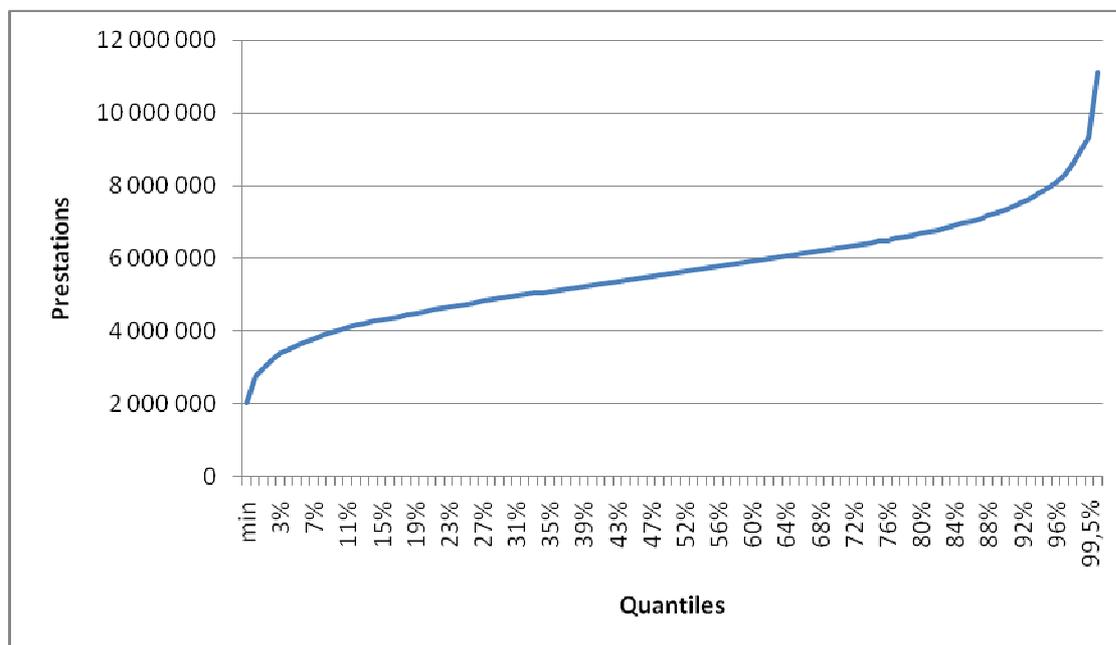
Ce sont les prestations versées par l'assureur pour l'année 2008. Elles sont estimées en fonction des simulations effectuées grâce au modèle stochastique de mortalité.

Ces prestations versées sont égales aux capitaux restant dus des emprunteurs décédés.

Voici la distribution par quantiles des prestations :

Quantiles	Prestations
Min	2 048 313
0,5%	2 784 464
5%	3 632 626
10%	4 065 306
20%	4 546 652
30%	4 953 392
40%	5 284 591
50%	5 603 120
60%	5 943 025
70%	6 295 897
80%	6 706 754
90%	7 362 169
99,5%	9 346 756
Max	11 139 066

Voici à présent le graphique des quantiles des prestations :



4.1.3. La provision d'ouverture

C'est la provision Best Estimate calculée au 31/12/2007 avec une actualisation à partir de la courbe des taux fournie dans le QIS4.

L'article R331-1 du Code des Assurances stipule que les entreprises d'assurances « *doivent à toute époque, être en mesure de justifier l'évaluation* » de « *provisions techniques suffisantes pour le règlement intégral de leurs engagements vis à vis des assurés ou bénéficiaires des contrats* ».

La provision est calculée à partir de la table d'expérience.

Dans le portefeuille emprunteur étudié, la provision Best Estimate calculée au 31/12/2007 est de 12 490 502 € (comme vu dans le calcul du Best Estimate pour la formule standard). Pour obtenir la provision d'ouverture, il faut lui rajouter la marge pour risque qui est de 938 795 €. Nous avons donc une provision d'ouverture égale à **13 429 297 €**.

Cette provision est la même quelles que soient les simulations. Elle est fixée pour tous les calculs.

4.1.4. La provision de clôture

La provision de clôture est la somme de la provision Best Estimate et de la marge pour risque calculée au 31/12/2008.

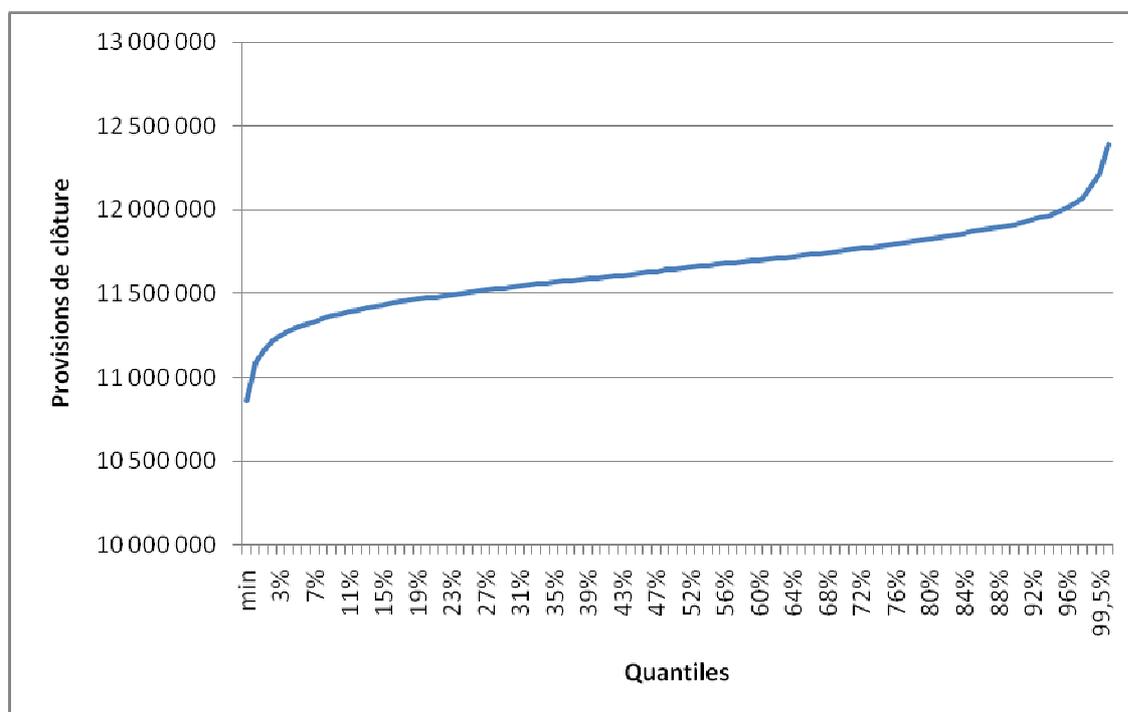
Elle est fonction des simulations de la courbe de taux d'intérêt ainsi que de la mortalité.

Il y a autant de provisions de clôture que de simulations, dans notre cas 5000.

Voici la distribution par quantiles des provisions de clôture :

Quantiles	Provision de Clôture
Min	10 855 553
0,50%	11 084 675
5%	11 297 275
10%	11 378 399
20%	11 471 767
30%	11 538 731
40%	11 592 204
50%	11 644 888
60%	11 699 491
70%	11 757 751
80%	11 825 129
90%	11 913 934
99,5%	12 217 261
Max	12 392 947

Voici le graphique correspondant :



4.1.5. Le produit financier

Le produit financier correspond aux intérêts que les placements en représentation des provisions techniques peuvent rapporter. Nous supposons que ces provisions techniques de 13 429 296 € sont placées en obligations de maturité 1 an. Nous avons décidé de faire un placement sur un an par mesure de prudence.

Le nombre d'obligations est calculé de la façon suivante :

$$\text{Nombre d'obligations} = \text{Provision} / \text{prix d'une obligation de maturité 1 an en date 0}$$

Le produit financier est donc calculé comme suit :

$$\text{Produit financier} = \text{nombre d'obligations} \times (\text{prix de l'obligation en date 1} - \text{prix de l'obligation en date 0}).$$

Dans le cas du portefeuille considéré, nous avons :

$$P(0,1) = 0,9551 \text{ € est le prix d'un Zéro-coupon d'échéance un an}$$

$P(1,1) = 1$ € car l'obligation est de maturité un an, elle est donc arrivée à échéance

Nombre d'obligations = 14 060 618

Produit financier = $14\,060\,618 \times (1 - 0,9551) = 631\,322$ €

Le produit financier est donc de **631 322 €** et est indépendant des simulations effectuées car la provision d'ouverture est fixée et la maturité des obligations est de 1 an.

4.1.6. Le résultat

Le résultat peut être à présent déterminé à partir de tous les éléments précédents.

Il y a autant de résultats que de simulations.

Il est calculé comme suit :

$$\begin{aligned} \text{Résultat} = & \text{ Primes} \\ & - \text{ Prestations} \\ & + \text{ Provision d'ouverture} \\ & - \text{ Provision de clôture} \\ & + \text{ Produit financier} \end{aligned}$$

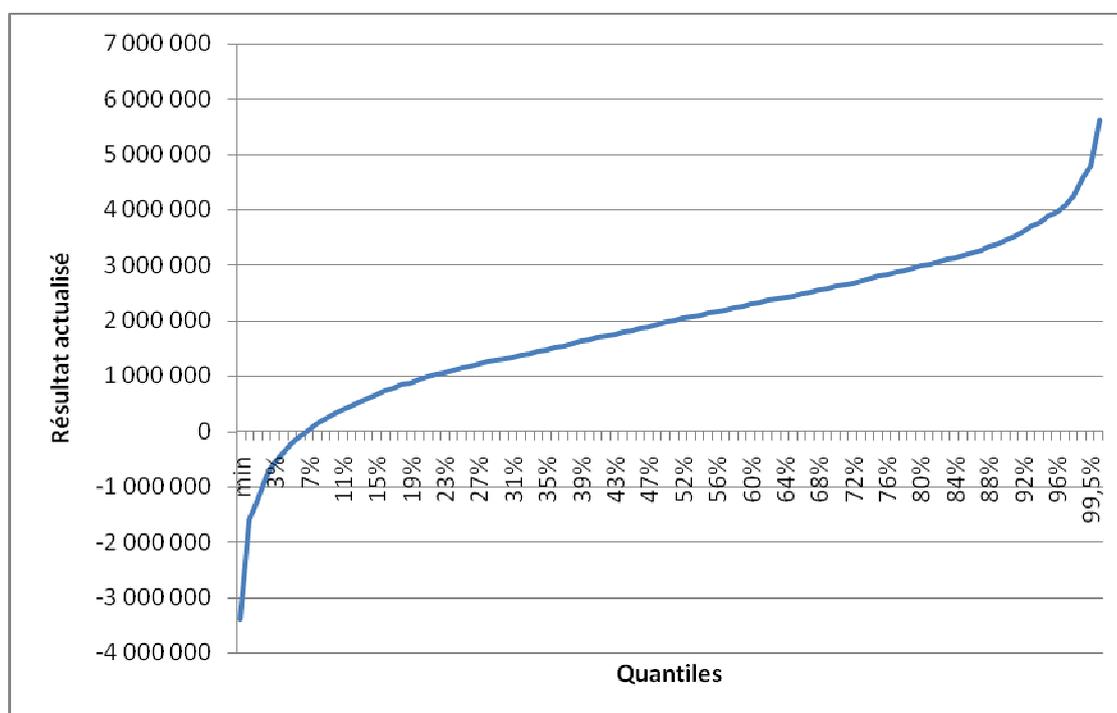
Pour obtenir le SCR à partir du résultat, il faut obtenir la distribution du résultat actualisé. A partir de là, il est simple de déterminer le capital nécessaire pour couvrir une probabilité de ruine de 0,5% sur un horizon de un an. Le signe négatif du résultat représente une perte et donc le SCR = - quantile à 0,5% du résultat actualisé.

Le SCR ainsi obtenu intégrera les deux risques que supporte le portefeuille étudié, à savoir les risques de marché et de mortalité.

La distribution par quantile du résultat en date 1 actualisé en date 0 est présenté dans le tableau suivant:

Quantiles	Résultat actualisé
Min	- 3 406 908
0,5%	- 1 615 004
5%	- 224 410
10%	311 218
20%	931 456
30%	1 312 457
40%	1 664 380
50%	1 976 589
60%	2 297 406
70%	2 615 078
80%	2 990 237
90%	3 460 973
99,5%	4 801 580
Max	5 630 741

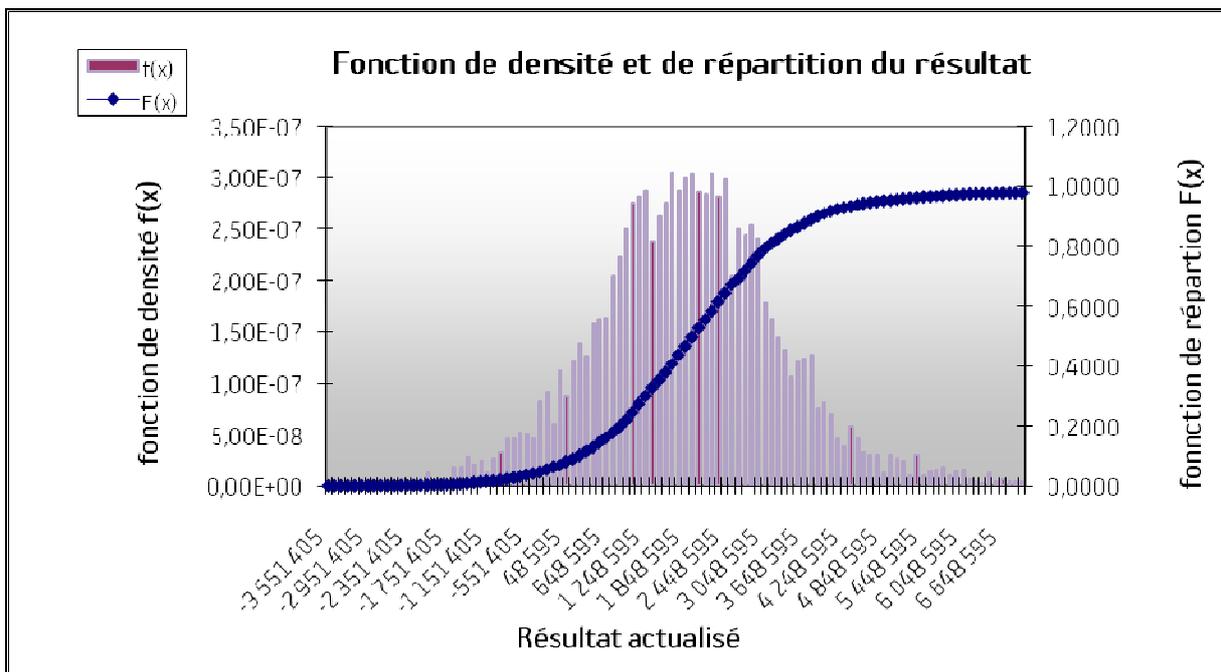
Voici le graphique correspondant à la distribution des quantiles du résultat actualisé :



Le SCR de base est donc égal à **1 615 004 €**. C'est le capital de solvabilité requis permettant de faire face à une probabilité de ruine de 0,5% et pour un horizon de un an. Cette probabilité de ruine de 0,5% correspond à une VAR à 99,5% :

$$\text{VAR}(-\text{Résultat} ; 99,5\%) = -\text{VAR}(\text{Résultat} ; 0,5\%).$$

De même, voici un graphique regroupant les fonctions de densité et de répartition du résultat actualisé :



La fonction de répartition empirique $F(x)$ est obtenue par la méthode des fréquences cumulées. En

effet,
$$F_x(x) = \frac{\text{nombre de simulations } \leq x}{\text{nombre de simulations total}}.$$

La fonction de densité empirique est déterminée à partir de la fonction de répartition. En premier lieu, il faut classer l'ensemble des valeurs prises par la variable aléatoire, ici le résultat actualisé.

Nous prenons un nombre fini d'observations recouvrant toute l'amplitude des résultats, ici 120.

Enfin, nous obtenons :
$$f_x(x_h) = \frac{F_x(x_{h+1}) - F_x(x_h)}{x_{h+1} - x_h}$$

4.2. Le SCR opérationnel

Le SCR ainsi obtenu par le modèle interne n'inclut pas le risque opérationnel.

Par soucis de comparabilité des résultats obtenus par le modèle interne et la formule standard, il faut aussi évaluer le risque opérationnel dans le cadre du modèle interne.

Le risque opérationnel fait référence au risque résultant de l'inadaptabilité ou de la défaillance des processus internes, du personnel, des systèmes d'information ou d'évènements extérieurs, qui n'ont pas été explicitement pris en compte dans les autres modules de risque.

Notons que le risque opérationnel ne tient pas compte des risques émanant des stratégies de décisions ou de la réputation de l'entreprise.

Dans la formule standard, le risque opérationnel est traité d'une manière différente de celles des autres modules de risque : la charge en capital n'est pas calculée sur la base de scénarios choqués comme la plupart des autres modules de risque. La charge de capital est calculée en fonction du SCR de base et des provisions techniques. La formule est d'ailleurs restée inchangée par rapport au QIS3, bien que les retours de l'industrie aient montré une demande en faveur de l'amélioration de la sensibilité aux risques. Pour justifier cette démarche, le CEIOPS s'appuie sur la nomenclature bancaire en associant le risque opérationnel au pilier 2 et non au pilier 1.

Il faut néanmoins remarquer que les banques se sont largement intéressées ces dernières années à la modélisation du risque opérationnel. En effet, la gestion et le contrôle du risque opérationnel peuvent améliorer la compréhension des risques inhérents à l'activité d'assurance. Porter une attention particulière à la modélisation du risque opérationnel en l'implémentant dans un modèle interne pourrait donc favoriser un calcul au plus près du besoin en capital de Solvabilité. Les assureurs peuvent d'ailleurs s'inspirer du dispositif de gestion mis en place dans les banques, étant donné que la définition du risque opérationnel sous Solvabilité II est rigoureusement la même que celle de Bâle II.

La gestion du risque opérationnel demande la mise en place d'un dispositif de mesure et de contrôle du risque, qui englobe des aspects traités par des entités différentes d'une compagnie d'assurance.

Plusieurs étapes sont nécessaires à l'évaluation du risque opérationnel. En effet, il faut définir les risques et les délimiter pour ensuite mettre en place les outils qui permettront de les mesurer.

En premier lieu, il faut établir l'inventaire des risques pesant sur la compagnie d'assurance au titre du risque opérationnel. Cet inventaire est établi en fonction d'une typologie standard des risques opérationnels. Pour chaque évènement possible, évaluons le risque en termes de probabilité de survenance et de perte encourue en cas de réalisation du risque. Ce protocole est basé sur un historique de pertes mis en place par les opérationnels au cours du temps où ils répertorient les évènements survenus ainsi que les pertes occasionnées.

Plusieurs méthodes de calcul des pertes existent :

- L'approche statistique : Un des exemples les plus utilisés pour cette approche est « la distribution des pertes ». Elle s'appuie sur une base de données des pertes de la compagnie concernée mais aussi provenant d'autres compagnies.

Pour chaque type d'évènement, il faut établir 2 courbes de distribution de probabilité des pertes, une pour la fréquence et l'autre pour la sévérité des évènements. Pour cela, il faut faire des graphiques, l'un décrivant la fréquence et l'autre les coûts et trouver les modèles dont ils se rapprochent le plus. Ensuite, il faut combiner les 2 distributions et en déduire la perte maximale encourue avec une VAR à 99,5%.

- L'approche par scénario : Elle consiste à mener des enquêtes auprès des spécialistes de la gestion des risques. Le but est d'obtenir de ceux-ci la probabilité et le coût d'incidents opérationnels. Le scénario est alors mis en place en combinant l'ensemble de facteurs de risque. Il suffit ensuite de faire varier ces facteurs pour obtenir des simulations des pertes en cas de réalisation du risque.

Cette approche est utilisée en général quand les données historiques ne sont pas suffisantes pour appliquer une approche statistique. Elle est particulièrement intéressante pour évaluer l'impact d'évènements graves ou de plusieurs évènements survenus en même temps tandis qu'une approche statistique évaluerait mal car cette dernière considère les évènements opérationnels comme totalement décorrelés.

- Scorecards : Cette méthode offre une alternative aux deux autres méthodes. En effet, elle s'appuie sur les indicateurs de risques qui permettent d'avoir une vision à priori du risque contrairement aux méthodes précédentes qui reposent uniquement sur l'historique. Cette approche repose sur l'établissement de grilles d'appréciation regroupant tous les risques. Celle-ci permettra la première évaluation du capital requis. Chaque type de risque a un score qui lui sera affecté et permettra d'allouer le capital nécessaire à celui-ci.

Dans le cas du portefeuille étudié, nous ne disposons pas de suffisamment de données sur l'historique et les risques pesant sur ce portefeuille pour pouvoir évaluer le risque opérationnel par le modèle interne. Nous avons donc choisi d'utiliser la formule standard pour faire ce calcul :

$$SCR_{op} = \text{Min}\{0,3 \times 1\,615\,004; 0,03 \times 5\,269\,119 + 0,003 \times 12\,490\,502\} = 195\,545 \text{ €}$$

Le SCR opérationnel est donc de **195 545 €**.

4.3. Le SCR par le modèle interne

Pour obtenir le SCR par le modèle interne, il nous suffit à présent de sommer le SCR de base et le SCR opérationnel de la même façon que pour la formule standard.

$$SCR = 1\,615\,004 + 195\,545 = 1\,810\,549 \text{ €}$$

Le SCR calculé par le modèle interne est donc de **1 810 549 €**.

Voyons à présent si le modèle interne est sensible aux nombres d'assurés en portefeuille.

5. Etude de sensibilité du modèle interne

Nous avons découpé le portefeuille en plusieurs fichiers de tailles différentes : 100, 500, 1000, 2000, 5000 et 10 000 assurés. Nous leur avons appliqué la formule standard Solvabilité II et le modèle interne pour observer l'effet de la taille du portefeuille sur les besoins en capitaux.

Voici un tableau récapitulatif des résultats obtenus pour ces différents portefeuilles :

Nombre d'assurés en portefeuille	100	500	1000	2000	5000	10 000	40 000
SCR formule standard	13 586	52 583	104 740	216 001	395 572	838 711	3 116 266
SCR modèle interne	238 146	379 411	435 848	539 849	680 866	727 087	1 810 549

Ce tableau nous permet de voir que le modèle interne est sensible aux nombres d'assurés en portefeuille. En effet, avec un petit portefeuille, nous observons que nous obtenons un SCR beaucoup plus élevé par le modèle interne que par la formule standard. Par exemple, le SCR calculé par le modèle interne est 17 fois plus grand que celui calculé par la formule standard pour le portefeuille de 100 assurés. Cela s'explique par le fait que le calcul du SCR par la formule standard se fait à partir des provisions tandis que dans le modèle interne, il est calculé de façon stochastique en fonction des provisions et des prestations simulées. Or, si une simulation nous donne par exemple le décès de 2 assurés, cela peut entraîner une prestation déjà importante pour un si petit portefeuille ce qui impactera sur le résultat et donc le SCR.

L'étude de ce tableau nous permet de déduire que plus il y a d'assurés dans le portefeuille, plus l'exigence de capital rapportée au nombre d'assuré décroît. De plus, à partir d'un portefeuille de 10 000 assurés, nous voyons que le SCR par le modèle interne passe en dessous de la formule standard : le SCR calculé par le modèle interne est diminué de 15% par rapport à celui calculé par la formule standard. Et, en augmentant encore la taille du portefeuille à environ 40 000 assurés, cette diminution est de 40%.

Nous pouvons donc constater qu'il y a une mutualisation des risques dans le modèle interne. En effet, plus il y a d'assuré, moins le nombre de décès et donc le montant des prestations à verser impactera le résultat.

Nous pouvons à présent nous poser la question du SCR à retenir dans les différents cas.

6. Comparaison des exigences en capital

Le but de notre étude a été de voir l'impact du calibrage du SCR et du MCR sur le besoin en capital. En effet, selon le type de calcul choisi, à savoir formule standard ou modèle interne, les exigences diffèrent. De même, en ce qui concerne le MCR, les prescriptions du CEIOPS sont très différentes dans le QIS4 par rapport au QIS3.

- Les provisions techniques :

	Provisions techniques
Solvabilité I	18 156 340 €
Solvabilité II	13 429 296 €

Les provisions calculées sous Solvabilité II sont composées du Best Estimate et de la marge pour risque. La réforme Solvabilité II prescrit un calcul des provisions à leur juste valeur ; Le principe de prudence ne joue donc plus au niveau des provisions mais du SCR.

Nous observons une diminution des provisions techniques de 26% entre la réglementation actuelle Solvabilité I et Solvabilité II. Cette différence est due à deux facteurs :

- La table de mortalité : Dans les calculs sous Solvabilité I nous utilisons la table de tarification/provisionnement alors que sous Solvabilité II c'est une table d'expérience qui est utilisée.
- L'actualisation : Elle se fait avec la courbe de taux du CEIOPS sous Solvabilité II alors que nous utilisons un taux fixe dans le temps sous Solvabilité I.

- Les exigences en capital :

Nous allons comparer ici les SCR calculés par la formule standard et le modèle interne et la marge de solvabilité calculée sous Solvabilité I.

	Besoin en capital
Solvabilité I	6 703 006 €
Solvabilité II formule standard	3 116 266 €
Solvabilité II modèle interne	1 810 549 €

Nous pouvons observer que le besoin en capital sous Solvabilité II est inférieur à celui calculé sous Solvabilité I. En effet, le besoin en capital est divisé par deux entre le calcul selon la norme Solvabilité I et le calcul selon la formule standard Solvabilité II. Cette différence provient de l'importance des capitaux sous risque et de la faible mortalité de ce portefeuille. En effet, la marge de solvabilité est calculée en fonction des provisions techniques et des capitaux sous risque alors que le SCR est fonction des variations de mortalité et de taux d'intérêt qui impactent les provisions. Les provisions étant assez faibles par rapport aux capitaux sous risque, nous observons des montants importants de besoin en capital dès que les capitaux sous risque interviennent dans les calculs.

De plus, ce portefeuille a une mortalité assez faible et l'utilisation de la table d'expérience plutôt que la table de tarification/provisionnement impacte les calculs.

En ce qui concerne le modèle interne, l'exigence en capital est diminuée de près de 40% par rapport à la formule standard. Cela peut être expliqué par le fait que la formule standard préconise une augmentation de 10% de la mortalité pour calculer le SCR. Or, vu les montants sous risque, l'impact est très important sur le SCR. Dans le modèle interne, les prestations versées sont calculées de façon aléatoire en fonction des simulations de l'âge au décès.

- Le MCR :

Lors de notre étude, nous avons pu remarquer que le MCR est calculé de manière différente dans le QIS3 et le QIS4. En effet, le calcul prescrit par le CEIOPS dans le QIS4 se rapproche beaucoup de ce qui existe aujourd'hui dans le cadre des calculs de l'exigence en capital sous

Solvabilité I. Le CEIOPS a précisé que le mode de calcul du MCR comme il est exposé dans le QIS4 est un test pour pouvoir comparer les résultats obtenus selon les différentes méthodes possibles.

	MCR
Solvabilité I	615 912
Solvabilité II	1 559 435

Comme vu dans le tableau ci-dessus, le MCR a augmenté de 40% entre le QIS3 et le QIS4.

La question peut se poser de savoir quelle sera la formule qui sera mise en avant par le CEIOPS dans les futurs QIS.

Conclusion

La Commission Européenne a proposé une refonte complète du système de mesure de la Solvabilité des compagnies d'assurance de l'Union Européenne pour améliorer la protection des assurés, moderniser la supervision et renforcer la compétitivité des assureurs européens à l'échelle internationale.

Ce nouveau régime introduit des exigences plus poussées en matière de solvabilité pour les assureurs, afin de garantir qu'ils puissent faire face à leurs engagements envers les assurés. En effet, le régime actuel de solvabilité, Solvabilité I ne prend en compte que le risque de souscription tandis que la nouvelle norme Solvabilité II impose aux assureurs la prise en compte également des risques de marché, de défaut de contrepartie et opérationnel qui peuvent peser lourd sur leur solvabilité.

Cette nouvelle réglementation est complexe à mettre en œuvre et nécessite une mobilisation importante des Compagnies d'assurance et des mutuelles pour pouvoir se préparer à la mise en place de la directive en 2010.

Le CEIOPS au travers des études quantitatives d'impacts a pu tester et teste encore les différents calculs possibles pour la formule standard. Le calibrage de celle-ci est surestimé volontairement dans les différents QIS et sera ajusté en fonction des résultats obtenus suite au QIS4 notamment et aux QIS suivants.

Il est proposé deux choix aux assureurs, soit de faire leurs calculs de besoin en capital par la formule standard, soit de les mettre en œuvre par un modèle interne qui leur est propre.

Dans ce mémoire, nous avons appliqué la réforme Solvabilité II et plus particulièrement les prescriptions du QIS4 à un portefeuille emprunteur et plus particulièrement au risque décès. La mise en place de la formule standard nous montre une diminution du besoin en capital de moitié par rapport à Solvabilité I. Cela peut s'expliquer par le fait que le portefeuille emprunteur présenté dans ce mémoire présente une mortalité très faible et des capitaux sous risque importants. Or, le calcul

sous Solvabilité I est fortement impacté par les capitaux sous risque tandis que le calcul sous Solvabilité II par la formule standard est basé sur les provisions essentiellement.

Le modèle interne mis en place doit refléter la réalité des risques supportés par l'assureur. La comparaison de l'exigence en capital calculée par la formule standard et le modèle interne fait ressortir que le SCR calculé par le modèle interne est diminué de 40% par rapport à celui de la formule standard.

L'étude de sensibilité met en évidence que plus le portefeuille est grand, plus le modèle interne devient « intéressant » par rapport à la formule standard. Nous observons un effet de mutualisation des risques dans le cas du modèle interne. Plus il y a d'assurés en portefeuille, moins le SCR par assuré est grand. La formule standard semble mal adaptée aux petits portefeuilles car l'exigence en capital paraît très faible par rapport aux capitaux sous risques.

Cela nous amène à nous demander quelle est la morale de la réforme Solvabilité II par les modèles interne. Les assureurs peuvent choisir eux même leur besoin en capitaux propres s'ils peuvent justifier des méthodes utilisées. Ils doivent arbitrer entre les exigences des actionnaires, des assurés et du contrôle.

Si elle s'inscrit dans un développement durable, la compagnie d'assurance a intérêt à aller au plus près de la réalité des risques et non au plus bas de l'exigence en capital en matière de solvabilité.

Annexes

Annexe 1 : Macro VBA qui calcule les capitaux sous risque

Annexe 2 : Mode de calcul du taux d'actualisation

Annexe 3 : Etat C6 Solvabilité I

Annexe 4 : Historique des taux Euribor 1 mois de l'année 2007

Annexe 5: Courbe des taux du CEIOPS pour la zone euro

Annexe 1 : Macro VBA qui calcule les capitaux sous risque

```

Public Function Capital_assure(CI, Quote_part, duree, tx_pret, tx_cotis, dat_pret As Date, dat_eval As
Date, garantie) As Variant

'on calcule l'écart entre la date d'inventaire et la date anniversaire du prêt
duree_ecoulee = (dat_eval - dat_pret) / 365.25
alpha = 1 - (duree_ecoulee - Int(duree_ecoulee))

j = duree_ecoulee

'évaluation de l'âge à la date de calcul: même politique que pour la tarification
age_eval = Int((dat_eval - dat_naiss) / 365.25) + 1

an_eval = 0
If (j < duree) Then

'Calcul du capital assuré moyen pour l'année d'inventaire
'Distinction par rapport à la dernière année du prêt
If j > duree - 1 Then
    If tx_pret = 0 Then
        Capital_assure = CI * Quote_part * (1 - (Int(j)) / duree)
    Else
        Capital_assure = CI * Quote_part * (1 - (1 + tx_pret) ^ (-duree + (Int(j)))) / (1 - (1 + tx_pret) ^ (-
duree))
    End If
Else
    If tx_pret = 0 Then
        Capital_assure = alpha * CI * Quote_part * (1 - (Int(j)) / duree) + _
(1 - alpha) * CI * Quote_part * (1 - (Int(j) + 1) / duree)
    Else
        Capital_assure = alpha * CI * Quote_part * (1 - (1 + tx_pret) ^ (-duree + (Int(j)))) / (1 - (1 +
tx_pret) ^ (-duree)) + _
(1 - alpha) * CI * Quote_part * (1 - (1 + tx_pret) ^ (-duree + (Int(j) + 1))) / (1 - (1 + tx_pret) ^ (-
duree))
    End If
End If

Else
    Capital_assure = 0
End If
End Function

```

Annexe 2: Mode de calcul du taux d'actualisation

Extrait de l'article A132-1 du code des assurances :

Les tarifs pratiqués par les entreprises pratiquant des opérations mentionnées au 1^o de l'article L. 310-1 doivent être établis d'après un taux au plus égal à 75 p. 100 du taux moyen des emprunts de l'Etat français calculé sur une base semestrielle sans pouvoir dépasser, au-delà de huit ans, le plus bas des deux taux suivants : 3,5 p. 100 ou 60 p. 100 du taux moyen indiqué ci-dessus. Pour les contrats à primes périodiques ou à capital variable, quelle que soit leur durée, ce taux ne peut excéder le plus bas des deux taux suivants : 3,5 p. 100 ou 60 p. 100 du taux moyen indiqué ci-dessus.

Article A132-1-1 du code des assurances :

Pour l'application de l'article A. 132-1, le taux moyen des emprunts d'Etat sur base semestrielle est déterminé en effectuant la moyenne arithmétique sur les six derniers mois des taux observés sur les marchés primaire et secondaire. Le résultat de la multiplication par 60 % ou 75 % de cette moyenne est dénommé "taux de référence mensuel".

Le taux d'intérêt technique maximal applicable aux tarifs est fixé sur une échelle de taux d'origine 0 et de pas de 0,25 point. Il évolue selon la position du taux de référence mensuel par rapport au dernier taux technique maximal en vigueur :

- tant que le taux de référence mensuel n'a pas diminué d'au moins 0,1 point ou augmenté d'au moins 0,35 point par rapport au dernier taux technique maximal en vigueur, ce dernier demeure inchangé ;

- si le taux de référence mensuel sort des limites précédemment définies, le nouveau taux technique maximal devient le taux immédiatement inférieur au taux de référence mensuel sur l'échelle de pas de 0,25 point.

Lorsqu'un nouveau taux d'intérêt technique maximal est applicable, les entreprises disposent de trois mois pour opérer cette modification.

Annexe 3: Etat C6 : Solvabilité I

Branches 20 et 21 (sauf garanties complémentaires)		31/12/2004
A	Montant des provisions mathématiques et de gestion relatives aux opérations directes et aux acceptations en réassurance (sans déduction des cessions en réassurance)	18 156 340
A'	A x 0,04 (arrondi au nombre entier le plus proche)	726 254
B	Montant des provisions mathématiques après cession en réassurance	18 156 340
C	Montant des provisions mathématiques brut de réassurance	18 156 340
D	Rapport B/C s'il est supérieur ou égal à 0,85 (sinon 0,85)	100,00%
E	Sous-résultat 1 en euros = A' x D	726 254
F	Total des capitaux décès souscrits (durée > 5 ans)	2 225 985 413
F'	Montant F x 0,003 (arrondi au nombre entier le plus proche)	6 677 956
G	Temporaires décès durée > 3 ans et inférieure ou égale à 5 ans	122 262 323
G'	Montant G x 0,0015 (arrondi au nombre entier le plus proche)	183 393
H	Temporaires décès de durée inférieure ou égale à 3 ans	115 402 338
H'	Montant H x 0,001 (arrondi au nombre entier le plus proche)	115 402
I	Total des capitaux sous risque après cession ou rétrocession en réassurance	2 463 650 074
J	Montant des capitaux sous risque brut de réassurance	2 463 650 074
J'	Rapport I/J s'il est supérieur ou égal à 0,5 (sinon 0,5)	1,00
K	Sous-résultat 2 en euros = (F' + G' + H') x J'	6 976 752
K'	Premier Résultat en euros = E + K	7 703 006

Marge de solvabilité à constituer en euros	7 703 006
Fonds de garantie à constituer en euros = 1/3 du montant de la marge	2 567 669

Annexe 4: Historique des taux EURIBOR 1 mois de l'année 2007

Date	Taux								
31/12/2007	4,288	17/10/2007	4,182	07/08/2007	4,115	28/05/2007	3,983	13/03/2007	3,856
28/12/2007	4,294	16/10/2007	4,182	06/08/2007	4,112	25/05/2007	3,980	12/03/2007	3,855
27/12/2007	4,438	15/10/2007	4,183	03/08/2007	4,111	24/05/2007	3,973	09/03/2007	3,846
24/12/2007	4,459	12/10/2007	4,196	02/08/2007	4,105	23/05/2007	3,950	08/03/2007	3,839
21/12/2007	4,476	11/10/2007	4,257	01/08/2007	4,105	22/05/2007	3,943	07/03/2007	3,808
20/12/2007	4,523	10/10/2007	4,285	31/07/2007	4,104	21/05/2007	3,938	06/03/2007	3,803
19/12/2007	4,564	09/10/2007	4,314	30/07/2007	4,101	18/05/2007	3,923	05/03/2007	3,793
18/12/2007	4,634	08/10/2007	4,331	27/07/2007	4,105	17/05/2007	3,915	02/03/2007	3,786
17/12/2007	4,930	05/10/2007	4,340	26/07/2007	4,105	16/05/2007	3,894	01/03/2007	3,771
14/12/2007	4,932	04/10/2007	4,357	25/07/2007	4,104	15/05/2007	3,893	28/02/2007	3,750
13/12/2007	4,938	03/10/2007	4,374	24/07/2007	4,104	14/05/2007	3,890	27/02/2007	3,745
12/12/2007	4,947	02/10/2007	4,383	23/07/2007	4,104	11/05/2007	3,873	26/02/2007	3,732
11/12/2007	4,923	01/10/2007	4,389	20/07/2007	4,104	10/05/2007	3,863	23/02/2007	3,712
10/12/2007	4,895	28/09/2007	4,405	19/07/2007	4,103	09/05/2007	3,862	22/02/2007	3,703
07/12/2007	4,872	27/09/2007	4,405	18/07/2007	4,103	08/05/2007	3,864	21/02/2007	3,679
06/12/2007	4,864	26/09/2007	4,408	17/07/2007	4,104	07/05/2007	3,864	20/02/2007	3,669
05/12/2007	4,857	25/09/2007	4,408	16/07/2007	4,105	04/05/2007	3,863	19/02/2007	3,658
04/12/2007	4,848	24/09/2007	4,409	13/07/2007	4,105	03/05/2007	3,863	16/02/2007	3,650
03/12/2007	4,834	21/09/2007	4,411	12/07/2007	4,105	02/05/2007	3,863	15/02/2007	3,640
30/11/2007	4,822	20/09/2007	4,413	11/07/2007	4,105	30/04/2007	3,861	14/02/2007	3,615
29/11/2007	4,809	19/09/2007	4,422	10/07/2007	4,105	27/04/2007	3,861	13/02/2007	3,611
28/11/2007	4,169	18/09/2007	4,428	09/07/2007	4,105	26/04/2007	3,859	12/02/2007	3,607
27/11/2007	4,180	17/09/2007	4,430	06/07/2007	4,106	25/04/2007	3,858	09/02/2007	3,606
26/11/2007	4,185	14/09/2007	4,428	05/07/2007	4,103	24/04/2007	3,858	08/02/2007	3,606
23/11/2007	4,199	13/09/2007	4,429	04/07/2007	4,105	23/04/2007	3,858	07/02/2007	3,607
22/11/2007	4,191	12/09/2007	4,449	03/07/2007	4,112	20/04/2007	3,857	06/02/2007	3,607
21/11/2007	4,173	11/09/2007	4,449	02/07/2007	4,113	19/04/2007	3,857	05/02/2007	3,607
20/11/2007	4,169	10/09/2007	4,445	29/06/2007	4,115	18/04/2007	3,857	02/02/2007	3,609
19/11/2007	4,157	07/09/2007	4,442	28/06/2007	4,114	17/04/2007	3,856	01/02/2007	3,609
16/11/2007	4,144	06/09/2007	4,477	27/06/2007	4,119	16/04/2007	3,856	31/01/2007	3,613
15/11/2007	4,142	05/09/2007	4,495	26/06/2007	4,114	13/04/2007	3,856	30/01/2007	3,614
14/11/2007	4,140	04/09/2007	4,470	25/06/2007	4,114	12/04/2007	3,858	29/01/2007	3,614
13/11/2007	4,139	03/09/2007	4,455	22/06/2007	4,115	11/04/2007	3,857	26/01/2007	3,614
12/11/2007	4,136	31/08/2007	4,459	21/06/2007	4,115	10/04/2007	3,858	25/01/2007	3,613
08/11/2007	4,138	29/08/2007	4,421	19/06/2007	4,113	04/04/2007	3,863	23/01/2007	3,613
07/11/2007	4,140	28/08/2007	4,414	18/06/2007	4,112	03/04/2007	3,865	22/01/2007	3,613
06/11/2007	4,142	27/08/2007	4,439	15/06/2007	4,113	02/04/2007	3,864	19/01/2007	3,613
05/11/2007	4,144	24/08/2007	4,447	14/06/2007	4,114	30/03/2007	3,864	18/01/2007	3,612
02/11/2007	4,146	23/08/2007	4,456	13/06/2007	4,112	29/03/2007	3,864	17/01/2007	3,615
01/11/2007	4,150	22/08/2007	4,448	12/06/2007	4,108	28/03/2007	3,865	16/01/2007	3,614
31/10/2007	4,155	21/08/2007	4,438	11/06/2007	4,107	27/03/2007	3,864	15/01/2007	3,610
30/10/2007	4,157	20/08/2007	4,437	08/06/2007	4,097	26/03/2007	3,864	12/01/2007	3,610
26/10/2007	4,157	16/08/2007	4,355	06/06/2007	4,055	22/03/2007	3,862	10/01/2007	3,612
25/10/2007	4,157	15/08/2007	4,289	05/06/2007	4,052	21/03/2007	3,864	09/01/2007	3,616
24/10/2007	4,166	14/08/2007	4,280	04/06/2007	4,041	20/03/2007	3,863	08/01/2007	3,620
22/10/2007	4,174	10/08/2007	4,238	31/05/2007	4,030	16/03/2007	3,862	04/01/2007	3,625
19/10/2007	4,173	09/08/2007	4,194	30/05/2007	4,007	15/03/2007	3,856	03/01/2007	3,627
18/10/2007	4,176	08/08/2007	4,124	29/05/2007	3,992	14/03/2007	3,855	02/01/2007	3,629

Annexe 5 : Courbe des taux du CEIOPS pour le Zone Euro

Maturité	Taux	Maturité	Taux
0	3,9160%	35	4,8337%
1	4,6960%	36	4,8208%
2	4,5262%	37	4,8087%
3	4,5097%	38	4,7973%
4	4,5330%	39	4,7864%
5	4,5529%	40	4,7760%
6	4,5797%	41	4,7586%
7	4,6137%	42	4,7420%
8	4,6529%	43	4,7261%
9	4,6975%	44	4,7110%
10	4,7417%	45	4,6966%
11	4,7843%	46	4,6828%
12	4,8197%	47	4,6695%
13	4,8508%	48	4,6569%
14	4,8775%	49	4,6447%
15	4,9006%	53	4,6007%
16	4,9197%	54	4,5907%
17	4,9365%	55	4,5811%
18	4,9514%	56	4,5719%
19	4,9648%	57	4,5629%
20	4,9769%	58	4,5543%
21	4,9734%	59	4,5459%
22	4,9702%	60	4,5379%
23	4,9674%	61	4,5301%
24	4,9647%	62	4,5225%
25	4,9623%	63	4,5152%
26	4,9503%	64	4,5081%
27	4,9393%	65	4,5013%
50	4,6331%	66	4,4946%
51	4,6219%	67	4,4882%
52	4,6111%	68	4,4819%
28	4,9290%	69	4,4758%
29	4,9195%	70	4,4699%
30	4,9105%	71	4,4642%
31	4,8932%	72	4,4586%
32	4,8769%	73	4,4532%
33	4,8616%	74	4,4479%
34	4,8472%	75	4,4428%

Liste des abréviations

ACAM : Autorité de Contrôle des Assurances et des Mutuelles

BCAC : Bureau Commun des Assurances Collectives

BE : Best Estimate

BSCR : Basic Solvability Capital Requirement ou capital de solvabilité de base requis

CEIOPS : Committee of European Insurance and Occupational Pensions Supervisors ou Comité européen des contrôleurs des assurances et des pensions professionnelles, CECAPP

CSR : Capitaux sous risque

FdG : Fonds de Garantie

MCR : Minimum Capital Requirement ou capital minimum requis

MS : Marge de Solvabilité

MSR : Marge de Solvabilité Réglementaire

QIS : Quantitative Impact Studies ou Etudes Quantitatives d'Impacts

SCR : Solvabilité Capital Requirement (capital de solvabilité requis)

SST: Swiss Solvency Test

VAR: Value at Risk

Bibliographie

➤ Ouvrages

Planchet, Thérond, Jacquemin : *Modèles financiers en assurances, Analyses de risques dynamiques* ; Economica (2005)

➤ Publications

- ACAM : « *Principaux enseignements de la troisième étude quantitative d'impact* », décembre 2007
- Cox J.C, Ingersoll J.E, Ross S.A (1985) « A theory of the term structure of interest rate », *Econometrica*, vol 53, 385-407
- CRO forum : « A benchmark study of the CRO forum on the QIS3 calibration » 25 novembre 2007
- Dossier technique Optimind : « *Solvabilité II: Point d'étape ; Actualité de la réforme et enjeux du moment* », mars 2008

➤ Mémoires

- Emmanuelle Auer : « *Modélisation d'un contrat emprunteur : Impacts et résultats* » ; Mémoire ULP 2007
- Yankel Benassully : « *Impacts financiers Solvabilité II pour une mutuelle santé* » ; Mémoire ULP 2007
- David Fitouchi : « *Solvabilité II : Approche par les modèles internes* » ; Mémoire ULP 2003
- Frédérique Henge : « *Rapprochement des concepts de la Valeur Intrinsèque et du Capital Economique en Assurance Vie* » ; Mémoire ULP 2006
- Vincent Meister : « *Solvabilité II : Contexte, valorisation et impacts sur l'exigence en capital* » ; Mémoire ULP 2007
- Clélia Sauvet : « *Solvabilité II : Quelle modélisation stochastique des provisions techniques en non vie ?* » ; Mémoire ISFA 2006

➤ **Sites internet**

www.acam-france.fr

www.ceiops.org

www.ffa.org

www.fimarkets.com

www.institutdesactuaires.com

www.qis3.fr

www.qis4.fr

www.wikipédia.org