



Mémoire présenté le : 17 mai 2017

**pour l'obtention du Diplôme Universitaire d'actuariat de l'ISFA  
et l'admission à l'Institut des ActuaireS**

Par : Léa STEPHAN

Titre Constitution et évaluation de l'évolution des provisions pour risques croissants et des provisions mathématiques de produits d'assurance emprunteur

Confidentialité :  NON  OUI (Durée :  1 an  2 ans)

*Les signataires s'engagent à respecter la confidentialité indiquée ci-dessus*

*Membres présents du jury de l'IA*

*Signature*

*Entreprise*

*Nom :*

*Signature :*

*Membres présents du jury de l'ISFA*

*Directeur de mémoire en entreprise*

*Nom : M. Wilson CHANE-KEE*

*Signature :*

*Invité*

*Nom :*

*Signature :*

***Autorisation de publication et de mise en ligne sur un site de diffusion de documents actuariels (après expiration de l'éventuel délai de confidentialité)***

*Signature du responsable entreprise*

*Signature du candidat*

*Secrétariat :*

Mme Christine DRIGUZZI

*Bibliothèque :*

Mme Patricia BARTOLO

# Remerciements

En préambule de ce mémoire, je tiens à remercier Catherine PIGEON, Directrice Générale d'*Axéria Prévoyance*, de m'avoir offert l'opportunité d'accomplir mon alternance au sein de cette entreprise.

Je souhaite, de plus, adresser mes vifs remerciements à mon tuteur en entreprise, Wilson CHANE-KEE, pour sa disponibilité, ses conseils et pour l'aide qu'il m'a apportée tout au long de mon mémoire.

Aussi, j'adresse mes remerciements à ma tutrice pédagogique, Anne EYRAUD-LOISEL, et à l'ensemble de l'équipe pédagogique de l'ISFA pour l'enseignement dispensé au cours de ma formation.

Je remercie également particulièrement Jérôme PUTHOD, Mathieu ROBAUT et Romain GAUCHON pour leurs conseils et relectures.

Enfin, je remercie l'ensemble des membres d'*Axéria Prévoyance*, qui se sont toujours rendus disponibles pour répondre à mes questions et me soutenir durant la rédaction de ce mémoire.

# Résumé

**Mots clés :** assurance emprunteur, délégation d'assurance, engagement tarifaire, modélisation stochastique, provision pour risques croissants (PRC), provision mathématique (PM), table de maintien en arrêt de travail

En assurance emprunteur, l'engagement tarifaire vis-à-vis des assurés est devenu une norme de marché depuis quelques années. En effet, l'ensemble des primes relatives au contrat est désormais explicitement défini à la signature et ne peut être modifié en cours de contrat. Face à cet engagement, la constitution de provisions spécifiques, provisions pour risques croissants (PRC) et provisions mathématiques (PM), est imposée par le Régulateur. Cette réglementation est cependant peu détaillée et soulève différentes problématiques relatives aux tables et hypothèses à utiliser pour effectuer les calculs.

L'objectif de ce mémoire est de définir les règles actuarielles relatives à la dotation de ces provisions et de construire les outils de provisionnement adaptables aux futurs produits. Ces provisions sont obtenues en effectuant la différence entre la valeur actuelle probable des engagements de l'assureur et la valeur actuelle probable des engagements de l'assuré garantie par garantie pour chaque affaire en portefeuille.

Les structures tarifaires du produit jouent également un rôle important sur les montants de provisions. La présence d'une loi de déformation tarifaire, reposant notamment sur l'anticipation de rachats de contrat, doit être intégrée, d'une part dans le calcul de la provision au moment de l'inventaire et d'autre part dans la prédiction de l'évolution des montants de ces provisions.

Ainsi, afin d'obtenir des clés supplémentaires pour anticiper les futurs résultats techniques relatifs aux différents produits, une modélisation stochastique de l'évolution des montants de provisions est réalisée. On simule une quantité importante de scénarios d'évolutions possibles pour chaque affaire en portefeuille jusqu'à la fin contractuelle de cette dernière. Ces scénarios prennent en compte une sortie potentielle de l'affaire due au décès de l'assuré ou à la résiliation du prêt. Ils prennent également en considération le fait qu'une affaire en cours d'indemnisation sur le risque arrêt de travail à la date de projection, n'est pas prise en considération pour le calcul de la PRC. On obtient la loi de l'évolution des provisions pour un portefeuille en *run-off*.

Enfin, une vision alternative sera proposée pour prendre en compte la dépendance qui peut exister entre deux affaires portant sur un même prêt (cas des co-emprunteurs). Cette représentation entraîne une diminution de l'engagement de l'assureur et par conséquent une diminution des provisions à constituer.

# Abstract

**Keywords :** *loan insurance, tariff commitment, stochastic modelling, reserve for growing risk, mathematical provision, disablement table*

Over the past few years in loan insurance, tariff commitment towards the insured has become a standard. In fact, all premiums related to the contract are now precisely defined beforehand and cannot be changed during the term of the contract. Due to this commitment, the Regulator imposes specific provisions: Reserve for growing risks (known as PRC) and Mathematical provisions (known as PM). However, this regulation is not very precise and raises various issues relating to the tables and assumptions to be used for the calculations.

The goal of this thesis is to define the actuarial rules relating to the allocation of these provisions and also to build provisioning tools which can be used with future products. We obtained these provisions by subtracting the probable present value of the insured's commitments from the probable present value of the insurer's liabilities for each case in the portfolio.

Product pricing structures also play an important role in the amounts of the provisions. The presence of a tariff deformation law, based in particular on the anticipation of contract buybacks, must be integrated. It has to be taken into account in the calculation of the provision at the time of inventory, as well as in the prediction of the development of these provisions' amounts.

In order to more accurately anticipate the future technical results of the different products, a stochastic modelling of the development of the provisions is carried out. A large number of scenarios is simulated for each case in the portfolio until they have contractually expired. These scenarios take into account a possible exit due to the death of the insured or the termination of the loan. They also take into consideration the fact that a case being compensated for sick leave risk at the projection date is not included in the calculation of the reserve for growing risk. We obtain the provision development law for a run-off portfolio.

Finally, an alternative approach will be proposed: it considers the dependence that may exist between two cases involving the same loan (case of co-borrowers). This interpretation results in a reduction in the insurer's commitment and consequently a decrease in the established provisions.

# Sommaire

<b>1</b>	<b>Contexte et travail préliminaire à la mise en place de l'outil .....</b>	<b>8</b>
1.1	Contexte .....	8
1.1.1	Présentation de l'entreprise et du service .....	8
1.1.2	Mission .....	8
1.1.3	Analyse du cadre existant.....	8
1.1.4	Enjeux .....	9
1.2	Principes essentiels de l'assurance emprunteur .....	9
1.2.1	Présentation de l'assurance emprunteur .....	9
1.2.2	Type de contrats .....	12
1.2.3	Dispositions réglementaires et principe d'équivalence .....	13
1.2.4	Spécificités de l'assurance emprunteur et définitions des provisions .....	15
1.3	Présentation des produits de la gamme emprunteur <i>April</i> .....	17
1.3.1	Caractéristiques des produits et détail des garanties .....	17
1.3.2	Statistiques descriptives .....	21
1.3.3	Précision sur les notions utilisées.....	23
1.4	Définition du projet et travail sur la base de données.....	25
1.4.1	Détails du projet .....	25
1.4.2	Travail sur la base de données .....	26
1.4.3	Rappels notations actuarielles .....	27
<b>2</b>	<b>Modélisation des engagements.....</b>	<b>29</b>
2.1	Notations et calculs concernant les prêts .....	29
2.1.1	Prêt classique : annuités et tableau d'amortissement .....	29
2.1.2	Fractionnement des échéances.....	31
2.1.3	Autres types de prêt .....	32
2.2	Reconstitution des échéanciers de cotisations .....	35
2.2.1	Calcul des primes commerciales .....	35
2.2.2	Proratisation des primes de première et dernière année.....	38
2.2.3	Calcul à date d'inventaire .....	38
2.2.4	Calcul des primes réellement perçues par l'assureur .....	38
2.3	Présentation des tables et hypothèses utilisées .....	41
2.3.1	Construction d'une table de maintien en AT .....	41
2.3.2	Table de mortalité .....	45

2.3.3	Table d'entrée en indemnisation .....	45
2.3.4	Calcul de la durée moyenne d'indemnisation .....	46
2.3.5	Hypothèses sur les taux de résiliation .....	47
2.4	Calcul de la PRC .....	51
2.4.1	Retrait des assurés sinistrés à la date de calcul .....	51
2.4.2	Engagement assureur .....	51
2.4.3	Engagement assuré .....	53
2.4.4	Principe de non compensation et résultats .....	54
2.5	Calcul de la PM .....	55
2.5.1	Engagement assureur .....	55
2.5.2	Engagement assuré .....	57
2.5.3	Principe de non-compensation et résultats .....	58
2.6	Synthèse des premiers résultats .....	58
2.6.1	Un outil de calcul développé .....	58
2.6.2	Composition des provisions .....	61
2.6.3	Cohérence des résultats .....	62
2.6.4	Dépendance des affaires concernant le même prêt .....	65
<b>3</b>	<b>Projection en vision <i>run-off</i> des provisions et analyse des résultats .....</b>	<b>69</b>
3.1	Projection du portefeuille existant sans hypothèses de sortie .....	69
3.1.1	Création d'un outil de projection de base .....	69
3.1.2	Exemples de l'évolution de la PRC et de la PM sur deux affaires .....	71
3.2	Projection du portefeuille existant avec hypothèses de sortie .....	73
3.2.1	Modélisation des états occupés par l'assuré .....	73
3.2.2	Simulation de Monte Carlo .....	76
3.2.3	Principes de simulation .....	78
3.3	Résultats .....	86
3.3.1	Evolution des provisions .....	86
3.3.2	Limites de l'étude et pistes d'amélioration .....	91
	<b>Conclusion .....</b>	<b>93</b>
	<b>Annexes .....</b>	<b>95</b>
	Annexe A – Liste des critères d'équivalence (CCSF) .....	95
	Annexe B - Démonstrations de mathématiques financières .....	96
	Annexe C – Table d'obtention de l'année de résiliation .....	99
	<b>Bibliographie .....</b>	<b>100</b>

# Introduction

L'assurance emprunteur est devenue une condition *sine qua non* à l'obtention d'un prêt. A l'heure actuelle, il semble difficile voire impossible d'obtenir le financement d'un emprunt sans, en retour, s'engager via une assurance de prêt à honorer le remboursement de ses échéances. Ces garanties sont liées au décès ou à l'arrêt de travail de l'emprunteur. Dans certains cas, il peut également s'agir d'une garantie liée à la perte d'emploi.

Les dispositions réglementaires permettent une ouverture progressive du marché de l'emprunteur à la concurrence. L'emprunteur doit désormais être informé de la possibilité qui lui est offerte de décliner l'offre d'assurance systématiquement proposée par l'établissement de crédit. Il a la possibilité de souscrire un contrat individuel directement avec une société d'assurance. C'est sur ces contrats, dits en délégation d'assurance, que se positionne le groupe *April*.

Ces contrats sont pluriannuels puisque l'assureur s'engage jusqu'à la fin du prêt. Les risques assurés, que ce soit l'arrêt de travail ou le décès, sont croissants dans le temps, avec le vieillissement de l'assuré. Au début du contrat, l'assureur prend désormais un engagement tarifaire qu'il se doit de respecter jusqu'à la fin du contrat. Ainsi, il existe un décalage temporel entre les engagements futurs probables de l'assureur et ceux de l'assuré. Le code des assurances impose alors la constitution de provisions : une provision mathématique (*PM*) sur le risque décès et une provision pour risques croissants (*PRC*) sur le risque arrêt de travail. En tant qu'assureur de ces produits, *Axéria Prévoyance* doit constituer les provisions relatives à ces produits d'assurance de prêt avec engagement tarifaire.

Ces provisions spécifiques s'obtiennent en effectuant la différence entre la valeur actuelle probable du point de vue assureur et la valeur actuelle probable du point de vue assuré à un instant  $t$  sur chaque affaire, « tête par tête », selon le risque couvert. D'autre part, la réglementation relative à la constitution de la PRC est peu détaillée et soulève différentes problématiques relatives aux différentes tables et hypothèses qui peuvent être utilisées pour les calculs. Les provisions obtenues seront ensuite agrégées sur le portefeuille afin d'obtenir un montant global de provisions à comptabiliser.

L'objectif de cette étude est dans un premier temps, la mise en place d'un outil SAS permettant de calculer ces provisions sur deux produits d'assurance de prêt à chaque date d'inventaire.

D'autre part, ces provisions ont un impact fort sur le résultat comptable obtenu sur ces produits notamment durant les premières années de commercialisation. Avec une tarification basée sur le capital restant dû du prêt et la présence de déformation tarifaire dans les paramètres de tarification, il est difficile d'anticiper l'évolution de ces montants dans le temps. Ainsi, dans une deuxième partie, nous allons quantifier les futurs montants de ces provisions spécifiques qui seront constitués sur les portefeuilles actuels. Nous serons ainsi en mesure de fournir des clés supplémentaires à la direction technique afin d'anticiper les futurs résultats relatifs à ces produits.

# 1 Contexte et travail préliminaire à la mise en place de l'outil

Dans cette première partie, nous introduirons les différentes problématiques soulevées par le mémoire et le contexte dans lequel ce mémoire a été réalisé. Puis, nous présenterons les premières étapes nous menant à l'outil de calcul.

## 1.1 Contexte

### 1.1.1 Présentation de l'entreprise et du service

Cette étude a été réalisée au sein du service Inventaire et Réassurance d'*Axéria Prévoyance*. *Axéria Prévoyance* est une compagnie d'assurances de personnes, détenue à 100 % par le groupe *April*. Elle est spécialisée en Santé, Prévoyance individuelle et collective et en assurance Emprunteur. Elle assure plusieurs portefeuilles de délégataires (le plus souvent des courtiers grossistes) qui appartiennent pour la plupart au Groupe *April*.

### 1.1.2 Mission

La direction technique de la société souhaite constituer des provisions techniques spécifiques à deux produits récemment entrés en portefeuille. Ces produits sont issus de la gamme emprunteur d'*April Santé Prévoyance* - ASP, courtier grossiste du groupe *April*. Il s'agit des produits ADP v3 et ADP 18-35 assurés ou réassurés par *Axéria Prévoyance*.

On m'a confié la création d'un outil capable de déterminer et simuler dans le temps l'engagement probable de l'assureur et de l'assuré sur les risques Décès et Arrêt de travail à un instant  $t$ . Ainsi, une provision mathématique (notée  $PM$ ) et une provision pour risques croissants (notée  $PRC$ ), respectivement sur les risques décès et arrêt de travail, doivent être calculées « tête par tête ».

Ces provisions sont essentielles sur ces produits de la gamme emprunteur dans la mesure où l'assureur prend un engagement tarifaire au début du contrat qu'il se doit de respecter. Elles permettent d'anticiper l'augmentation du risque dans le temps et de lisser le résultat.

### 1.1.3 Analyse du cadre existant

Auparavant, sur les produits de la gamme emprunteur du portefeuille d'*Axéria Prévoyance*, aucun engagement tarifaire n'était pris. L'assureur avait toujours la possibilité de revaloriser les primes en cours de contrat. Désormais, sur les nouveaux produits du portefeuille, un engagement tarifaire est pris. Ainsi, dès la signature du contrat d'assurance, l'ensemble des primes imputables à l'assuré est explicitement défini. Pour chaque future année de prêt, le tarif est fixé à l'avance et ne peut être modifié par l'assureur en cours de contrat. Il est donc primordial de construire un outil permettant de déterminer les montants de  $PRC$  et  $PM$  à chaque date d'inventaire. Cet outil sera construit sous le logiciel *SAS*, afin d'être facilement « auditable », notamment par les commissaires aux comptes dans le cadre des clôtures. Il sera d'autre part facilement utilisable par différentes personnes.

Par ailleurs, il serait intéressant de pouvoir l'adapter facilement à plusieurs produits de la gamme emprunteur et aux futurs produits ou nouvelles versions des produits existants. L'outil permettrait de calculer de façon automatisée la PM et la PRC des différents produits d'assurance de prêt lors des trois principales clôtures d'*Axéria Prévoyance*, c'est-à-dire en juin, septembre et décembre.

#### 1.1.4 Enjeux

L'objectif est de reconstituer les engagements respectifs de la manière la plus précise possible. De nombreux paramètres entrent en jeu dans le système de tarification, notamment sur le produit ADP v3. Cet outil va permettre de reconstituer au plus juste l'engagement assuré. On prend en compte tous les paramètres propres à chaque assuré, qui impactent directement le risque pris par l'assureur, afin de calculer au mieux son engagement.

D'autre part, il est essentiel de choisir les tables et hypothèses qui vont être utilisées. Cet outil nécessite également une table de maintien en arrêt de travail. De la même manière que pour le provisionnement en assurance emprunteur sur le reste du portefeuille, cette table pourrait être construite en agrégeant les tables du BCAC en vigueur.

Ces provisions ont un impact très fort sur le résultat comptable obtenu sur ces produits notamment dans les premières années de commercialisation. Avec une tarification sur capital restant dû et la présence de déformation tarifaire dans les paramètres de tarification, il est difficile d'anticiper l'évolution de ces montants dans le temps. Ainsi, un second enjeu sera la modélisation de l'évolution de ces provisions dans le temps.

## 1.2 Principes essentiels de l'assurance emprunteur

Dans cette sous-partie, nous présentons le marché de l'assurance emprunteur et les spécificités de cette branche.

### 1.2.1 Présentation de l'assurance emprunteur

- **Pourquoi emprunter ?**

Plusieurs raisons peuvent motiver une personne à emprunter de l'argent. On peut notamment distinguer trois grandes catégories d'emprunts :

- les prêts immobiliers : destinés à financer l'acquisition ou la construction d'un logement ;
- les prêts à la consommation : destinés à financer par exemple l'acquisition d'un véhicule ;
- les prêts professionnels : destinés à financer des projets professionnels comme la création d'entreprise.

Selon la Fédération Française de l'Assurance (F.F.A.) (1), en 2014, les cotisations selon le type de prêt se répartissent de la manière suivante.

### Une majorité de cotisations au titre des prêts immobiliers

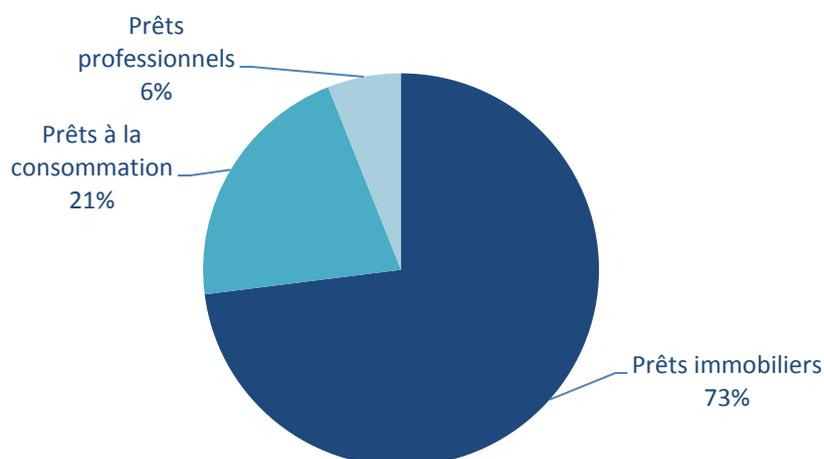


Figure 1 - Répartition des cotisations en fonction du type de prêt (en 2014, source F.F.A.)

- **Définition**

L'assurance emprunteur est une assurance temporaire limitée à la durée de l'emprunt. Elle assure les événements pouvant empêcher les emprunteurs d'honorer leurs remboursements. Elle permet d'assurer le paiement du capital restant dû au prêteur en cas de décès de l'assuré ou le remboursement des échéances en cas d'arrêt de travail prolongé de ce dernier par exemple.

Il s'agit d'une méthode de sécurisation des opérations de crédit mais aussi d'une manière pour l'assuré de protéger ses proches et de sécuriser son patrimoine.

- **Une méthode de sécurisation de crédit**

L'assurance porte sur la « tête » de l'emprunteur. C'est lui qui souscrit et paye les cotisations. Cependant, l'assurance de prêt possède une particularité importante : elle porte sur les emprunteurs mais c'est la banque qui en bénéficie.

A partir du moment où l'assuré se retrouve en situation de sinistre, c'est la banque qui bénéficiera du remboursement du prêt ou des mensualités (en fonction du sinistre et des garanties souscrites). La banque est donc fortement concernée par le choix du contrat d'assurance de prêt immobilier. Ainsi, lors de l'accord d'un prêt, elle s'implique inévitablement dans la question de la couverture du risque et définit ses standards.

- **Garanties exigées**

Bien que ce ne soit pas une obligation légale, il semble aujourd'hui très difficile d'obtenir un prêt immobilier sans assurance emprunteur. Afin d'obtenir l'accord de la banque pour le financement d'un prêt,

cette dernière exige en règle générale différentes garanties portant sur le décès de l'assuré ou l'arrêt de travail au-delà d'une franchise.

Les garanties exigées par les banques peuvent varier selon la nature du financement. Typiquement, dans notre portefeuille on remarque que plus de 90 % des emprunteurs dont l'objet du financement est un achat résidentiel souscrivent à la garantie arrêt de travail. Au contraire, lorsque l'objet du financement est un investissement locatif, seulement 25 % des emprunteurs souscrivent à la garantie arrêt de travail, le risque de non-paiement de ce prêt n'étant quasiment pas corrélé à l'arrêt de travail de l'emprunteur. En effet, le bon paiement du locataire est indépendant de la situation professionnelle de l'emprunteur et le propriétaire peut avoir recours à une assurance « loyer impayé » pour s'assurer du paiement des loyers.

Ainsi, il s'agit d'un marché important et selon la Fédération Française de l'Assurance (1), ce marché est en augmentation depuis l'année 2011, comme on peut le voir sur la figure 2. Dans un contexte de taux d'intérêts bas, de nombreux emprunts sont réalisés. En 2014, le chiffre d'affaires de l'assurance emprunteur est en hausse portant le montant total des cotisations sur cette année à 8,4 milliards d'euros.



Figure 2 - Evolution du montant total des cotisations de l'assurance emprunteur - Source F.F.A.

- **Une manière de protéger ses proches**

En assurance de prêt, l'emprunteur fait le choix de s'assurer sur une certaine quotité du prêt. Il s'agit de la part, en pourcentage du capital, assurée. En règle générale, l'organisme prêteur souhaite que le prêt soit assuré à 100 %. Typiquement, lorsque les assurés empruntent en couple, ils sont libres de choisir de se protéger selon des quotités similaires ou différentes. Ils peuvent même décider de s'assurer à 100 % tous les deux et donc assurer le prêt à 200 %, même si en pratique le capital ne sera payé qu'une seule fois.

A partir du moment où les assurés décident de s'assurer conjointement au-delà de 100 % sur un prêt, l'assurance de prêt joue le rôle d'un produit de prévoyance. Il permet à l'assuré d'envisager la situation matérielle et financière de ses proches en cas de décès prématuré.

Prenons un exemple où les deux conjoints choisissent de s'assurer à 100 % sur le prêt qui leur permet d'acquérir leur résidence principale. En cas de décès de l'un des conjoints, le prêt est remboursé dans son intégralité, ce qui permet au conjoint survivant de posséder le bien sans avoir à solder la dette.

- **Un coût non négligeable**

Selon un rapport du cabinet d'actuariat BAO (2) publié en 2013, le poids de l'assurance dans le coût total du crédit était non négligeable et représentait en moyenne 25% du coût total du crédit. Plus récemment, un article, publié par GALEA & Associés en 2016 (3), indique que le poids de l'assurance dans le coût total du crédit se porte à 30%. En effet, les taux d'intérêts de plus en plus bas entraînent un coût total du crédit plus faible et la part de l'assurance emprunteur dans le coût total du crédit devient ainsi plus importante. L'emprunteur a donc tout intérêt à se renseigner pour trouver l'assurance de prêt la plus intéressante pour lui.

### 1.2.2 *Type de contrats*

L'assurance emprunteur se souscrit sous deux formes différentes : en assurance de groupe ou en assurance individuelle.

- **En tant qu'assurance de groupe**

Il s'agit alors de contrats souscrits par les établissements de crédit directement auprès d'une compagnie d'assurance pour couvrir les risques liés à leurs débiteurs. Ce type d'assurance est systématiquement proposé à l'assuré par l'organisme prêteur lors de la souscription d'un prêt immobilier.

- **En tant qu'assurance individuelle**

Il s'agit de contrats passés directement entre l'assuré et une société d'assurance. C'est ici que le Groupe *April* se positionne.

Ainsi, l'assuré a le choix entre un contrat d'assurance bancaire et une assurance individuelle dépendant d'un organisme externe. Lors d'un prêt immobilier, lorsque l'assuré choisit de décliner la proposition d'assurance de l'organisme prêteur et choisit de s'assurer ailleurs, on parle de délégation d'assurance de prêt.

- **Répartition des cotisations**

Selon la F.F.A. (1), la part relative des cotisations en délégation d'assurance en 2014 est quasi équivalente à celle constatée en 2013 (11,8 % en 2014 contre 11,7 % en 2013).

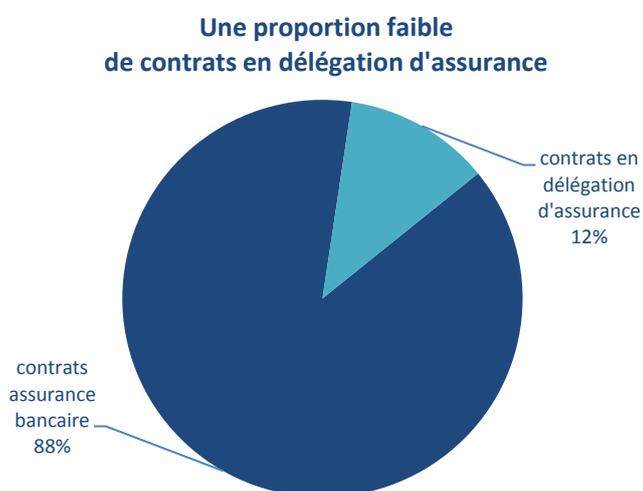


Figure 3 - Répartition des cotisations en fonction du type de contrat (en 2014, source F.F.A.)

On remarque que les assurances individuelles peinent à conquérir le marché de l'emprunteur. L'assurance emprunteur est encore souvent perçue comme accessoire par rapport au prêt.

### 1.2.3 Dispositions réglementaires et principe d'équivalence

Dans un contexte de protection du consommateur, la réglementation actuelle pousse l'emprunteur à se renseigner et exercer son droit de choisir de s'assurer directement plutôt qu'au travers de contrats groupes plébiscités par les organismes bancaires.

- **Loi Lagarde (2010) : Une ouverture du marché à la concurrence**

Mise en vigueur le 1<sup>er</sup> juillet 2010, la loi Lagarde a pour objectif de promouvoir la protection et l'information de l'emprunteur et d'ouvrir ainsi l'assurance emprunteur à la concurrence. On peut retenir trois éléments importants.

- Les banques ont l'obligation de distribuer à leurs clients souhaitant souscrire un crédit une notice informative au sujet de l'assurance emprunteur afin de les guider vers une assurance emprunteur adaptée à leur profil.
- L'emprunteur peut choisir une assurance individuelle à condition que les garanties offertes soient équivalentes. La banque qui refuse le contrat choisi par l'emprunteur devra motiver son refus par écrit en mentionnant clairement les motifs de refus.
- Les banques ont interdiction de modifier les conditions de taux de crédit, figurant dans l'offre de prêt, en contrepartie de leur acceptation d'un contrat d'assurance autre que celui qu'elles proposent.

- **Loi Hamon (2014) : Une possibilité de résiliation du contrat offerte à l'assuré**

La loi Hamon, disponible sur le site web officiel du gouvernement, *Légifrance* (2), est entrée en vigueur le 26 juillet 2014. Elle s'inscrit dans la continuité des changements amorcés par la loi Lagarde et vise à faciliter la procédure de résiliation du contrat d'assurance emprunteur. Ce dispositif est applicable aux offres de prêts émises à compter du 26 juillet 2014 et aux contrats d'assurance souscrits depuis.

- L'emprunteur est autorisé à résilier l'assurance de prêt souscrite auprès de sa banque dans les 12 mois suivant la signature de l'offre du prêt.
- Les garanties du nouveau contrat doivent être au moins équivalentes au contrat bancaire.
- La banque a 10 jours ouvrés pour répondre et devra payer une amende de 3000 € en cas de non-respect de la loi.

- **Renforcement de ces lois**

Depuis le 27 janvier 2014, la facturation de frais de délégation est interdite. Ces frais étaient auparavant facturés par les établissements financiers pour l'examen de l'assurance individuelle choisie par l'emprunteur. Cette pratique dissuadait les emprunteurs de proposer une délégation d'assurance.

- **Vers une possibilité de résiliation annuelle pour l'emprunteur ?**

L'applicabilité de la loi Chatel, datant de 2011, aux contrats d'assurance de prêt reste aujourd'hui très contestée par les banques. Cette loi autorise le changement d'assurance à date anniversaire du contrat du moment que le principe d'équivalence de garanties est respecté. Cependant, la jurisprudence semble évoluer dans le sens de l'emprunteur.

C'est dans ce contexte que fin septembre 2016, la commission des finances de l'Assemblée nationale qui examinait à nouveau le projet de loi « Sapin 2 » a adopté un amendement visant à inscrire sans équivoque le droit de résilier annuellement l'assurance emprunteur.

L'alinéa suivant serait alors introduit dans le code de la consommation : « *Au-delà de la période de 12 mois (...) l'emprunteur peut résilier le contrat tous les ans tel que mentionné dans l'article L. 113-12 du code des assurances ou au 2e alinéa de l'article L. 221-10 du code de la mutualité (...)* »

- **Principe d'équivalence : Création d'une liste exhaustive de critères**

On a vu que le principe d'équivalence des garanties est primordial. Théoriquement, la banque est donc obligée d'accepter la délégation d'assurance si elle présente des garanties au moins équivalentes à son contrat. Cependant, en pratique, l'évaluation de l'équivalence pose problème. Il a donc été nécessaire de définir des critères considérés comme déterminants dans l'analyse de cette équivalence.

Afin de limiter les abus et de faciliter la comparaison entre plusieurs contrats, le Comité Consultatif du Secteur Financier – CCSF a, en mai 2015, défini une grille de 18 critères sur les garanties. Cette grille est disponible en annexe A. Chaque banque sera tenue d'en sélectionner 11 au maximum, et devra les rendre

publics. Cette liste de critères sélectionnés sera considérée comme une liste limitative de garanties minimales exigibles par la banque.

Ces différentes lois entraînent une ouverture conséquente de l'assurance emprunteur à la délégation d'assurance. Les portefeuilles faisant l'objet de cette étude vont donc potentiellement être amenés à s'étoffer de manière non négligeable.

#### 1.2.4 *Spécificités de l'assurance emprunteur et définitions des provisions*

Dans ce paragraphe, les caractéristiques particulières de l'assurance emprunteur seront soulignées. Les mémoires d'actuariat d'E.AUER (3) et de D.MINASSIAN (4) traitent également d'une problématique concernant l'assurance emprunteur et la constitution de ces provisions. Bien qu'ils concernent des portefeuilles collectifs d'assurance emprunteur, ils ont été utiles à la compréhension de ces notions.

- **Notion d'engagement tarifaire**

En assurance emprunteur, l'assureur prend un engagement tarifaire au début du contrat qu'il se doit de respecter. Ainsi, les cotisations demandées à l'assuré sont fixées dès le début du contrat et ne peuvent être revalorisées au cours du contrat.

- **Intérêts de la constitution de provisions particulières**

D'autre part, sur l'assurance emprunteur, l'engagement de l'assureur est pluriannuel. Pour les produits concernés par l'étude, les cotisations de l'assuré sont tarifées à partir du capital restant dû (CRD) qui décroît au cours du temps et d'un taux de prime annuel dépendant des caractéristiques de l'assuré et du prêt. Ainsi, le montant des primes payées par l'assuré décroît globalement au cours du temps.

A contrario, le risque assuré par l'assureur peut lui augmenter. Par exemple, dans le cas d'une garantie décès, même si le capital restant dû diminue, la probabilité d'occurrence d'un sinistre devient plus importante et le risque assuré peut devenir plus important.

Même si le cumul des primes attachées à une affaire sur la durée cette dernière couvre effectivement le risque global pris sur cette affaire, il existe un décalage temporel entre les engagements.

Par conséquent, la prime payée à l'instant  $t$  par l'assuré ne correspond pas nécessairement au risque supporté par l'assureur à ce même instant. C'est pourquoi il est essentiel de constituer une provision qui va permettre d'anticiper l'évolution du risque dans le temps. Cette provision va, d'autre part, au travers des reprises de *boni*, permettre de lisser le résultat de l'assureur sur ces produits au cours du temps.

- **PRC : une définition très ouverte entraînant des problématiques sous-jacentes**

Dans le cas de la garantie Incapacité / Invalidité, cette provision est appelée provision pour risques croissants (PRC). Il existe très peu de réglementation.

En effet, l'article du code des assurances (5) concernant les provisions techniques (R 331-6) évoque les PRC de cette manière :

*«5° Provision pour risques croissants : provision pouvant être exigée [...] pour les opérations d'assurance contre les risques de maladie et d'invalidité et égale à la différence des valeurs actuelles des engagements respectivement pris par l'assureur et par les assurés » .*

Aucun décret ne précise les méthodologies de calcul réglementaires. Ainsi, cette imprécision réglementaire laissée par le régulateur entraîne plusieurs problématiques pour l'organisme assureur, relatives aux choix à effectuer lors de la constitution de cette provision.

Contrairement au cadre de calcul des provisions techniques des prestations d'incapacité et d'invalidité (article A 331-22 du Code des Assurances) qui est bien déterminé, l'organisme assureur peut choisir les tables qu'il va utiliser pour provisionner. Il n'a pas l'obligation d'utiliser les lois de maintien en incapacité de travail et en invalidité réglementaires du BCAC ou une table d'expérience certifiée.

Il n'est pas non plus spécifié s'il y a ou non compensation des PRC obtenues. Cette notion sera expliquée ultérieurement dans le mémoire (partie 2.4.4). Il est également nécessaire de définir les taux d'entrée en arrêt de travail indemnisé et des taux de résiliation des prêts en portefeuille.

- **PM : un cadre plus défini**

Dans le cas de la garantie décès, cette provision est une provision mathématique. Selon l'article R 331-3 du Code des Assurances (5), la provision mathématique correspond à la différence entre les valeurs actuelles des engagements respectivement pris par l'assureur et par les assurés.

La Provision mathématique ne peut être négative. Elle sera calculée à partir d'une table de mortalité certifiée.

## 1.3 Présentation des produits de la gamme emprunteur *April*

### 1.3.1 Caractéristiques des produits et détail des garanties

On s'intéresse aux deux nouveaux produits de la gamme emprunteur d'ASP prenant un engagement tarifaire : ADP v3 et ADP 18-35.

- **Description des produits**

Les tableaux ci-dessous récapitulent les différentes caractéristiques de chacun des produits : garanties, options, âge à l'adhésion, montant minimum et maximum garanti, dates de cessation des garanties et une liste non exhaustive des exclusions de garantie.

<b>ADP v3</b>		
<b>Garanties</b>	<b>« Décès »</b> Garantie Décès (DC) / Perte totale et irréversible d'autonomie (PTIA)	<b>« Arrêt de travail »</b> Garantie Incapacité temporaire totale (ITT) / Invalidité permanente totale (IPT)
<b>Âge à l'adhésion</b>	18 ans - 80 ans	18 ans – 64 ans
<b>Montant minimum garanti</b>	18 000 € (moins de 55 ans) 7 500 € (plus de 55 ans)	
<b>Cessation des garanties</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Décès : 31 décembre du 85<sup>ème</sup> anniversaire</li> <li>- PTIA / ISPM : à la date à laquelle l'Assuré fait valoir ses droits à une pension vieillesse et au plus tard au 31 décembre de son 70<sup>ème</sup> anniversaire en cas de poursuite de manière effective d'une activité professionnelle rémunérée</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- à la date à laquelle l'Assuré fait valoir ses droits à une pension vieillesse et au plus tard au 31 décembre de son 70<sup>ème</sup> anniversaire en cas de poursuite de manière effective d'une activité professionnelle rémunérée.</li> </ul>
<b>Exclusions (liste non exhaustive)</b>	Suicide pendant la 1 <sup>ère</sup> année de contrat, guerre, sinistres résultant de tentatives de record	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Exclusions Garantie Décès/PTIA + effets d'explosion, tentative de suicide, pratique de sports « à risques »</li> <li>- Exclusions affections de type psychiatrique, maux de dos (exclusions rachetées avec les options)</li> </ul>
<b>Complément de garanties (facultatif)</b>	Garantie Invalidité Spéciale Professions médicales- <b>ISPM</b>	Garantie Invalidité Permanente Partielle – <b>IPP</b> Options <b>Confort</b> et <b>Confort+</b> (allègement exclusions)

Figure 4 - Tableau descriptif du produit ADP v3

<b>ADP 18-35</b>		
<b>Garanties</b>	<b>« Décès »</b> Garantie Décès / Perte totale et irréversible d'autonomie	<b>« Arrêt de travail »</b> Garantie Incapacité temporaire totale (ITT) / Invalidité permanente totale (IPT)
<b>Âge à l'adhésion</b>	18 ans – 35 ans	
<b>Montant minimum garanti</b>	18 000 €	
<b>Montant maximum garanti</b>	250 000 €	
<b>Cessation des garanties</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Décès : 31 décembre du 70<sup>ème</sup> anniversaire</li> <li>- PTIA : à la date à laquelle l'Assuré fait valoir ses droits à une pension vieillesse et au plus tard au 31 décembre de son 70<sup>ème</sup> anniversaire en cas de poursuite de manière effective d'une activité professionnelle rémunérée</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- à la date à laquelle l'Assuré fait valoir ses droits à une pension vieillesse et au plus tard au 31 décembre de son 70<sup>ème</sup> anniversaire en cas de poursuite de manière effective d'une activité professionnelle rémunérée.</li> </ul>
<b>Exclusions (liste non exhaustive)</b>	Suicide pendant la 1 <sup>ère</sup> année de contrat, guerre, sinistres résultant de tentatives de record	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Exclusions Garantie Décès/PTIA + effets d'explosion, tentative de suicide, pratique de sports « à risques »</li> <li>- Exclusions affections de type psychiatrique, maux de dos (exclusions rachetées avec l'option)</li> </ul>
<b>Complément de garanties (facultatif)</b>	∅	Garantie Invalidité Permanente Partielle – <b>IPP Option Confort +</b>

Figure 5 - Tableau descriptif du produit ADP 18-35

- **Détail des garanties**

Comme indiqué précédemment, en assurance emprunteur, l'assuré fait le choix de s'assurer sur une certaine quotité du prêt. Les quotités choisies peuvent être différentes selon les garanties (voir ci-dessous pour le détail des garanties): DC/PTIA ou ITT/IPT. Cependant, sur les produits concernés, la quotité choisie en ITT/IPT ne peut pas être supérieure à celle de la garantie DC/PTIA.

→ Garantie Décès et PTIA :

La garantie Décès est la garantie quasi systématiquement exigée par les organismes prêteurs. Cette garantie permet, en cas de décès de l'assuré à la suite d'un accident ou d'une maladie garantie, le versement à l'organisme prêteur du Capital restant dû assuré au jour du décès de l'assuré.

La garantie Décès est obligatoirement « couplée » à la garantie Perte Totale et Irréversible d'Autonomie (PTIA). Il s'agit d'une invalidité physique ou mentale consécutive à un accident ou une maladie garantie, mettant l'assuré dans l'incapacité définitive d'exercer toute activité rémunératrice, et dans l'obligation d'avoir recours à l'assistance d'une tierce personne pour accomplir l'ensemble des actes ordinaires de la vie : se laver, s'habiller, se nourrir, se déplacer. La PTIA est alors assimilée au Décès et de la même manière que pour la garantie Décès, l'assureur verse à l'organisme prêteur le Capital restant dû assuré du prêt au jour où la PTIA est reconnue par l'organisme assureur.

Les assurés doivent choisir la quotité qu'ils souhaitent assurer sur ce risque dans la limite évidente de 100 % pour chaque assuré.

→ Garantie ISPM :

La garantie Invalidité Spéciale des Professions Médicales peut être souscrite en complément de la garantie DC/PTIA sur le produit ADP v3, et peut être souscrite uniquement par les assurés exerçant la profession de médecin, de chirurgien, de chirurgien-dentiste, d'interne, de sage-femme, de pharmacien, de kinésithérapeute ou de vétérinaire.

L'invalidité est appréciée selon un barème d'invalidité professionnelle permanente à 100 % spécifique. Différentes maladies ou accidents sont explicitement cités comme la surdité totale ou la perte d'un doigt. L'ISPM est alors assimilée au décès. Le capital restant dû assuré est remboursé à l'organisme prêteur par référence au jour où la justification de la date de consolidation de l'Invalidité Professionnelle Permanente à 100 % a été fournie à l'organisme assureur.

→ Garanties ITT et IPT

Ces garanties viennent en complément de la garantie DC/PTIA et sont de plus en plus exigées par l'organisme prêteur. Lors de l'adhésion à l'assurance de prêt « ADP 18-35 » l'adhésion à cette garantie est obligatoire.

La garantie Incapacité Temporaire Totale (ITT) implique d'être temporairement dans l'impossibilité complète et continue d'exercer sa profession (ou d'être contraint d'observer un repos complet obligeant à interrompre toutes les occupations de la vie quotidienne pour un assuré n'exerçant pas d'activité professionnelle au jour du sinistre).

L'organisme assureur verse alors à l'organisme prêteur, à compter du dépassement de la franchise prévue au contrat, généralement à compter du 91<sup>ème</sup> jour d'arrêt, les montants de remboursement garantis venant à échéance tels qu'ils sont mentionnés au tableau d'amortissement. Les prestations cessent d'être versées en cas de reprise du travail de l'assuré ou des occupations de la vie quotidienne de l'assuré.

La garantie Invalidité Permanente Totale (IPT) implique de présenter une invalidité fonctionnelle physique ou mentale et conjointement une invalidité professionnelle.

Un calcul de taux d'invalidité permanente est alors effectué. Ce taux doit être supérieur à 66 % (cases rouges dans le tableau ci-dessous). Les prestations cesseront d'être versées en cas d'évolution de l'état de santé de l'assuré, si son taux d'invalidité devient inférieur à 66 %, et dans tous les cas, à la date à laquelle l'Assuré fait valoir ses droits à une pension vieillesse.

Lorsque l'assuré n'exerce pas de manière effective une activité professionnelle au jour de l'arrêt, il doit uniquement présenter une invalidité fonctionnelle physique ou mentale.

Le taux d'invalidité permanente est obtenu en croisant deux taux d'invalidité : le taux d'invalidité fonctionnelle et le taux d'invalidité professionnelle.

- Le taux d'invalidité fonctionnelle est fixé en dehors de toute considération professionnelle d'après le barème indicatif des incapacités, en vigueur au jour du sinistre, publié par le Concours médical.
- Le taux d'invalidité professionnelle est apprécié en tenant compte des répercussions de l'invalidité fonctionnelle sur la profession exercée, abstraction faite des possibilités de reclassement dans une profession différente.

Ces taux sont fixés entre 0 et 100 % et le taux d'invalidité de l'assuré est obtenu à l'aide du tableau à double entrée suivant.

Taux professionnel	Taux fonctionnel								
	20	30	40	50	60	70	80	90	100
10				29,24	33,02	36,59	40,00	43,27	46,42
20			31,75	36,94	41,60	46,10	50,40	54,51	58,48
30		30,00	36,34	42,17	47,62	52,78	57,69	62,40	66,94
40	25,20	33,02	40,00	46,42	52,42	58,09	63,50	68,68	73,68
50	27,14	35,57	43,09	50,00	56,46	62,57	68,40	73,99	79,37
60	28,85	37,80	45,79	53,13	60,00	66,49	72,69	78,62	84,34
70	30,37	39,79	48,20	55,93	63,16	70,00	76,52	82,79	88,79
80	31,75	41,60	50,40	58,48	66,04	73,19	80,00	86,54	92,83
90	33,02	43,27	52,42	60,82	68,68	76,12	83,20	90,00	96,55
100	34,20	44,81	54,29	63,00	71,14	78,84	86,18	93,22	100,00

**Légende :**

- Taux d'invalidité < 33 %
- 33 % ≤ Taux d'invalidité < 66 %
- Taux d'invalidité ≥ 66 %

Figure 6 - Barème invalidité publié par le Concours médical

→ Garantie IPP :

La garantie Invalidité Permanente Partielle (IPP) peut être souscrite en complément de la garantie ITT/IPT. Elle implique, de la même manière que pour la garantie IPT que l'assuré présente une invalidité fonctionnelle physique ou mentale et conjointement une invalidité professionnelle lorsqu'il exerce une activité professionnelle.

Le taux d'invalidité permanente ainsi calculé doit être compris entre 33 % et 66 % (cases bleues dans le tableau ci-dessus). De la même manière que pour la garantie IPT, lorsque l'assuré n'exerce pas de manière effective une activité professionnelle au jour de l'arrêt initial, on ne prend en compte que le taux d'invalidité fonctionnelle.

Les prestations cesseront d'être versées en cas d'évolution de l'état de santé de l'Assuré, si son taux d'invalidité devient inférieur à 33 % ou si l'assuré est indemnisé au titre de la garantie IPT, et dans tous les cas, à la date à laquelle l'assuré fait valoir ses droits à une pension vieillesse.

→ Option Confort / Confort + :

En cas d'incapacité ou d'invalidité, les options Confort et Confort + permettent l'allègement des exclusions de garantie en autorisant la prise en charge des sinistres résultant de certains maux de dos (hernie discale, lumbago, sciatique,...) sans condition d'hospitalisation.

Elles permettent également de prendre en charge les affections de type psychiatrique (dépressions, troubles de l'alimentation, un syndrome de fatigue chronique, ...) dès lors que l'assuré fait l'objet d'une hospitalisation continue de dix jours minimum dans le cas de l'option Confort et sans aucune condition de durée d'hospitalisation dans le cas de l'option Confort +.

- **Représentation des degrés d'invalidité**

On représente les garanties rentrant en jeu en fonction des degrés d'invalidité de l'assuré.



Figure 7 - Représentation des garanties associées aux différents degrés d'invalidité

### 1.3.2 Statistiques descriptives

On s'intéresse aux caractéristiques des portefeuilles à notre disposition à la date de l'étude.

- **Types de prêts**

A travers ces produits, différents types de prêts sont proposés aux assurés.

- Le prêt amortissable classique : il s'agit de la forme classique d'un emprunt de type amortissable. La mensualité est constituée d'une partie destinée à couvrir les intérêts et d'une autre destinée à amortir le capital.
- Le prêt à différé d'amortissement : il s'agit d'un dérivé du prêt précédent. Il permet à l'emprunteur d'alléger ses premières mensualités en différant d'une durée déterminée le remboursement du capital.
- Le prêt relais : il s'agit d'un « crédit de transition » accordé pour une durée relativement courte (de 1 à 24 mois). Il sert à résoudre les problématiques de trésorerie et permet notamment à l'assuré de procéder à l'achat d'un bien sans attendre la vente du premier et ainsi de disposer du temps nécessaire pour vendre son bien dans les meilleures conditions.

- Le prêt *In fine*: dans ce cas-là, la mensualité ne comporte que les intérêts, le capital est lui remboursé dans sa totalité à la dernière échéance.
- Le prêt à paliers : prenons l'exemple d'un prêt à paliers simple composé de deux « morceaux ». Au lieu de faire un seul crédit, deux crédits sont effectués. L'un sur la durée totale initialement prévue et l'autre plus court. Cette stratégie repose sur le fait que plus la durée du crédit est courte plus le taux d'intérêt est faible.
- Le prêt à taux zéro (PTZ) : il est destiné à faciliter le 1<sup>er</sup> achat d'une résidence principale. Il est accordé sans intérêts mais ne peut pas financer la totalité de l'opération et doit donc être complété par un ou plusieurs prêts.

Dans le cadre de notre étude, on met de côté les prêts relais (2 % des prêts assurés) qui ont une durée trop courte pour qu'on y calcule une provision pour risques croissants ou une provision mathématique. En effet, l'objectif de ces provisions est de lisser le résultat sur les années à venir et la durée de ce type de prêt est très courte (en moyenne 17 mois dans le portefeuille) puisqu'il sert uniquement de relais à l'assuré.

Les figures ci-dessous nous montrent comment les portefeuilles sur lesquels se base notre étude sont constitués.

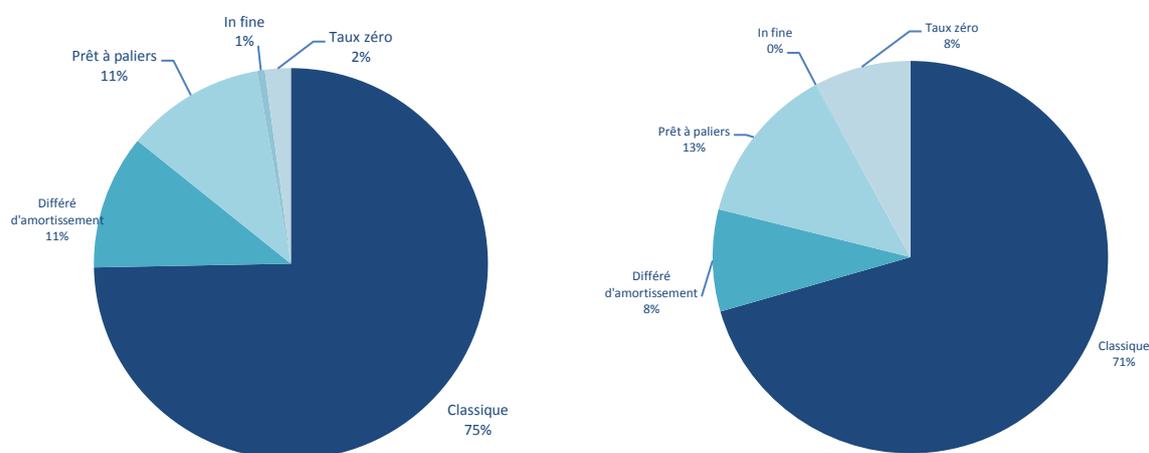


Figure 8 - Répartition des prêts dans les portefeuilles respectifs ADP v3 et ADP 18-35

- **Durée de franchise**

Lors de la souscription à une assurance de prêt, l'assureur peut proposer à l'assuré de choisir entre différentes périodes de franchise, typiquement 30 jours, 60 jours, 90 jours ou 180 jours, dans le cas du produit ADP v3 pour la garantie ITT/IPT. Cependant, 98,6 % des assurés sur le produit ADP v3 et l'ensemble des assurés sur ADP 18-35 adoptent la franchise standard de 90 jours.

D'autre part, notre table d'entrée en indemnisation considère que l'indemnisation démarre au 91<sup>ème</sup> jour d'arrêt. Afin de rester cohérents, on fait le choix de ne pas prendre en compte les différences d'engagement assureur et assuré liées au choix de la franchise.

Cette franchise est continue et l'indemnisation de l'assuré démarre donc dès le 91<sup>ème</sup> jour consécutif d'arrêt.

En revanche, lorsque l'assuré est en situation de rechute, c'est-à-dire qu'il retombe en arrêt de travail dans les deux mois suivant la fin de l'arrêt précédent, la franchise n'est pas appliquée. On considère alors uniquement un sinistre à la date d'arrêt initial.

- **Garanties souscrites**

Le tableau suivant récapitule la répartition des garanties souscrites par les assurés dans les deux portefeuilles sur lesquels porte l'étude.

Garanties	ADP v3				ADP 18-35		
	DC/PTIA	ITT/IPT			DC/PTIA	ITT/IPT	
Par rapport à l'ensemble des affaires	100 %	76 %			100 %		
Par rapport aux affaires ayant respectivement la garantie Décès/PTIA et ITT/IPT	ISPM	IPP	Confort	Confort +		IPP	Confort +
	1 %	27 %	44 %	9 %		12 %	71 %

Figure 9 - Répartition des garanties dans les portefeuilles

Ainsi, tous les assurés souscrivent à la garantie DC/PTIA alors que beaucoup d'entre eux choisissent de s'assurer également sur la garantie arrêt de travail. Parmi ces derniers, plus de la moitié souscrivent à une option permettant de racheter certaines exclusions de garanties (Confort et Confort +).

### 1.3.3 Précision sur les notions utilisées

- **L'arrêt de travail : une notion propre à l'organisme assureur**

Les notions d'incapacité et d'invalidité divergent selon le point de vue adopté. En effet, la Sécurité Sociale et l'organisme assureur, *April*, n'utilisent pas les mêmes définitions. Les notions d'incapacité et d'invalidité au sens d'*April* se réfèrent aux conditions générales des produits.

En incapacité, les dossiers sont traités indépendamment de l'avis de la Sécurité Sociale sur l'état de santé de l'assuré. L'état d'incapacité de travail de nature à mettre en jeu la garantie est librement et précisément défini par l'assureur dans les conditions générales du contrat souscrit, décrit en partie 1.3.1. Afin d'être considéré en arrêt de travail par l'assureur, la prescription d'un arrêt de travail par le médecin de l'assuré ne suffit pas. L'organisme assureur a la possibilité de faire expertiser l'assuré à tout moment par un médecin expert de son choix agréé et habilité.

A titre d'exemple, comme vu précédemment lors du détail des garanties, certaines pathologies sont exclues des garanties de base. Par exemple un assuré souffrant d'un lumbago et n'ayant pas souscrit les options Confort ou Confort +, ne sera pas considéré en état d'incapacité au sens du contrat par *April*. En revanche, s'il est dans l'incapacité d'exercer sa profession, il sera en arrêt de travail au sens de la Sécurité Sociale.

De la même manière, prenons l'exemple d'un assuré au chômage et en arrêt de travail. Il pourra percevoir des indemnités journalières de la part de la Sécurité Sociale (6). En revanche, le détail des garanties d'*April* spécifie qu'un assuré n'exerçant pas de manière effective d'activité professionnelle peut être considéré en arrêt de travail sous réserve qu'il soit temporairement contraint d'observer un repos complet l'obligeant à interrompre toutes ses occupations de la vie quotidienne. Ce genre de situation se produit très rarement.

En revanche, lorsque l'assuré n'est pas en incapacité au sens de la Sécurité Sociale, il n'y a aucune raison qu'il le soit au sens de l'organisme assureur puisque les conditions sont plus restreintes du point de vue assureur.

De la même manière, l'état d'invalidité est apprécié par *April* indépendamment de la notification par le Régime obligatoire d'une invalidité de l'assuré, cette notification n'étant pas une condition suffisante pour mettre en jeu la garantie dédiée.

Par la suite, on utilisera la notion d'arrêt de travail pour désigner le fait que l'assuré est soit en incapacité soit en invalidité au sens des conditions générales des produits et que la franchise prévue à son contrat est dépassée, c'est-à-dire qu'il s'agit d'un arrêt de travail indemnisé par l'assureur.

On considère que le terme « Arrêt de travail » englobe les différents types d'incapacité et d'invalidité possibles pour lesquels l'assureur paie les mensualités au prêteur à la place de l'emprunteur (ITT, IPT, IPP). En effet, dans le cadre de l'assurance emprunteur la distinction entre l'incapacité et l'invalidité est inutile puisque du point de vue assureur l'engagement est le même. C'est sur ce risque que sera calculée la PRC. Ce risque sera noté par la suite AT.

- **Notion d'affaire**

Les calculs sont par la suite effectués « tête par tête ». On considère qu'un couple (assuré ; prêt) constitue une affaire. Un assuré peut avoir plusieurs prêts et de la même manière, sur un même prêt, il peut y avoir deux emprunteurs.

Le tableau ci-dessous récapitule le nombre d'affaires, de prêts distincts ou d'assurés en portefeuille à la date de l'étude pour chacun des deux produits étudiés dans le cas de la garantie Décès.

Produits	Nombre d'affaires en portefeuille	Nombre de prêts distincts	Nombre d'assurés différents
ADP v 3	53 464	33 813	42 720
ADP 18-35	11 015	6 921	8 016

Figure 10 - Nombre d'affaires, de prêts distincts ou d'assurés en portefeuille

- **Notion d'année de prêt**

Par abus de langage, par la suite, on utilisera la notion d'« année de prêt ». Elle désigne l'année de prêt dans laquelle se trouve l'assuré au sens de l'organisme assureur. Elle est construite par différence de millésime entre l'année de calcul et l'année d'effet du prêt à laquelle on ajoute 1. Elle ne coïncide pas avec l'« année de prêt réelle » qui change à date anniversaire du contrat.

Ainsi,

$$\text{année de prêt} = \text{année calcul} - \text{année effet} + 1.$$

Par exemple, un assuré dont le contrat prend effet au 01/10/N sera considéré en deuxième année de prêt au cours de l'année N+1.

- **Notion de Décès**

Par la suite, la notion de « Décès » correspond à la garantie Décès mais aussi aux garanties dont le risque est assimilé au décès en cas de sinistre (PTIA, ISPM).

## 1.4 Définition du projet et travail sur la base de données

Dans cette sous-partie, on définit le projet et on présente les étapes nécessaires à l'aboutissement de ce dernier. Puis, nous effectuons un travail préliminaire sur la base de données.

### 1.4.1 Détails du projet

Pour rappel, l'objectif est d'obtenir les montants de PRC et PM de deux produits différents à reporter dans les comptes comptables à la date d'inventaire. Ces montants sont obtenus par différence entre les valeurs actuelles probables des engagements assureur et assuré pris respectivement sur le risque arrêt de travail et le risque décès. Les différentes étapes conduisant aux résultats sont introduites ici.

On part d'une base de données comportant les caractéristiques individuelles de chaque assuré et de chaque prêt.

- **Etapes conduisant au calcul de l'engagement assureur**

Afin de pouvoir évaluer correctement l'engagement de l'assureur sur le risque arrêt de travail, il est nécessaire de connaître la mensualité assurée, c'est-à-dire la quotité multipliée par la mensualité de l'emprunt à l'instant  $t$  sur chaque affaire. Le système de gestion ne fournit pas cette information. On calcule, à partir des données à notre disposition, cet élément pour chaque affaire à chaque instant.

De la même manière, afin d'être en mesure d'évaluer l'engagement de l'assureur sur le risque décès, il est essentiel d'évaluer le capital restant dû assuré à l'instant  $t$ . Il permettra d'évaluer le capital versé à l'organisme bénéficiaire à la date de décès de l'assuré. On doit donc reconstituer l'échéancier du prêt de l'assuré donnant le capital restant dû à chaque 1<sup>er</sup> janvier. On calcule également l'amortissement moyen à

chaque année de prêt. Etant donné qu'on fait une hypothèse de répartition uniforme des décès au cours de l'année, cela nous permettra d'avoir une approximation du capital restant dû au milieu de l'année.

- **Etapas conduisant au calcul de l'engagement assuré**

Quelle que soit la garantie, l'assuré s'engage à payer les primes demandées par l'assureur. Il est, par conséquent, nécessaire d'avoir les échéanciers de primes de chaque affaire pour chaque garantie.

Or, le système de gestion qui est à notre disposition nous permet d'obtenir les primes à un an seulement. En effet, en fin d'année, les primes concernant l'année suivante sont émises. Par exemple, au 31/12/N, les primes des affaires en cours à cette date, attachées à la période de couverture de l'année  $N+1$ , sont émises par le système informatique.

Les primes de chaque future année de prêt seront donc calculées à partir des différentes paramètres et caractéristiques de chaque affaire et des paramètres de tarification respectifs des deux produits.

#### 1.4.2 *Travail sur la base de données*

Il est essentiel de bien connaître les données utilisées et de pouvoir avoir confiance en la qualité de celles-ci. Cette qualité est essentielle pour la réussite d'un tel outil où les calculs se réalisent tête par tête.

Les données sont transmises via l'infocentre qui est un serveur de centralisation de données existant entre ASP et Axéria Prévoyance. L'accès aux différentes tables est immédiat depuis le logiciel SAS et l'utilisation des données en est donc simplifiée. Cela permet une meilleure fiabilité des données.

- **Type de prêt**

La variable « type de prêt » semble mal renseignée pour certaines affaires. En effet, certains prêts classiques ont une variable « durée de différé » non nulle. De la même manière, certains prêts « à différé d'amortissement » ont une variable indiquant une durée de période de différé nulle. Le logiciel de gestion nous permet de confirmer que la variable « type de prêt » est parfois erronée. On choisit de redéfinir la variable « type de prêt » dans ces cas-là. Pour ces prêts, lorsque la durée de différé est non nulle, il s'agit d'un prêt à différé d'amortissement. Dans le cas contraire, c'est un prêt classique.

D'autre part, certains prêts classiques ont un taux d'intérêt nul. On considère que ces prêts sont des prêts à taux zéro.

Enfin, lorsque l'assuré choisit un prêt à paliers, il est plus compliqué de comprendre la structure du prêt. Comme expliqué précédemment, il s'agit d'un montage de plusieurs prêts. Dans les tables accessibles, aucune variable n'indique la relation entre plusieurs prêts. Par ailleurs, dans certains cas, les deux prêts composant le prêt à paliers sont renseignés comme étant des prêts à paliers. Dans d'autres cas, l'un des prêts est renseigné comme étant un prêt classique (celui dont la mensualité n'évolue pas) et l'autre prêt est indiqué comme étant un prêt à paliers. Au vu des informations à notre disposition, il est pour le moment très compliqué d'identifier la règle établie par les gestionnaires pour renseigner cette variable.

En attente d'informations supplémentaires, on ne peut considérer les prêts à paliers. On choisit de considérer que tous ces prêts sont des prêts classiques ou à taux zéro en fonction du taux d'intérêt de l'emprunt.

- **Données absentes**

Pour un nombre très faible d'assurés (0,02 %), la variable « CSP » et la caractéristique fumeur ou non de l'assuré n'est pas renseignée. Or, ces données sont essentielles dans le calcul des primes et des engagements. On choisit de forcer ces variables comme la majorité du portefeuille. Ainsi, lorsque les données sont manquantes l'assuré est considéré comme un assuré non-fumeur de catégorie socioprofessionnelle 1.

- **Les portefeuilles**

Les portefeuilles sur lesquels se basent les calculs comprennent respectivement 53 464 et 11 015 affaires. Les caractéristiques de ces portefeuilles sont réunies dans le tableau ci-dessous.

Produits	Nombre d'affaires en portefeuille à la date de l'étude	Âge moyen de l'assuré à la date de l'étude	Durée moyenne du prêt à la date de l'étude
ADP v 3	53 464	43 ans	16 ans
ADP 18-35	11 015	30 ans	18 ans

Figure 11 - Caractéristiques des portefeuilles

### 1.4.3 Rappels notations actuarielles

Dans la suite du mémoire, les notations actuarielles d'assurance vie rappelées ci-dessous seront utilisées.

- **Durée de survie résiduelle**

Soit  $T$  une variable aléatoire représentant la durée de vie d'un individu,  $T \in \mathbb{R}^+$ .

Lorsque  $T > x$ ,  $x \in \mathbb{R}^{+*}$ , on note  $T_x = T - x$ .

$T_x$  représente la durée de survie résiduelle pour un individu d'âge  $x$ , autrement dit la durée de survie pour un individu d'âge  $x$  aujourd'hui.

- **Probabilité de survie conditionnelle**

On définit  ${}_k p_x$  la probabilité pour un assuré d'âge  $x$  de survivre  $k$  années.

$${}_k p_x = \mathbb{P} [T > x + k \mid T > x] = \mathbb{P} [T_x > k]$$

On note  $p_x$  la probabilité d'être toujours en vie dans un an pour un assuré d'âge  $x$ .

- **Probabilité de décès conditionnelle**

A l'inverse, on définit  ${}_kq_x$  la probabilité pour un assuré d'âge  $x$  de décéder avant l'âge  $(x + k)$ .

$${}_kq_x = \mathbb{P} [T \leq x + k \mid T > x] = \mathbb{P} [T_x \leq k]$$

On note  $q_x$  la probabilité de mourir dans l'année pour un assuré d'âge  $x$ .

On a alors l'égalité suivante :

$${}_kp_x + {}_kq_x = 1.$$

- **Relation avec les tables de mortalité**

Dans les tables de mortalité, on part d'un effectif initial appelé racine noté  $l_0$ .

On définit par  $l_x$  le nombre de survivants à un âge  $x$ .

On a alors  $d_x = l_x - l_{x+1}$  le nombre de décès entre l'âge  $x$  et  $x + 1$ .

On peut alors redéfinir les probabilités de survie et décès conditionnelles de la manière suivante :

$${}_kp_x = \frac{l_{x+k}}{l_x};$$
$${}_kq_x = \frac{l_x - l_{x+k}}{l_x}.$$

## 2 Modélisation des engagements

On détaille dans cette partie les différentes étapes qui ont permis de constituer les engagements futurs probables des points de vue respectifs assureur et assuré.

### 2.1 Notations et calculs concernant les prêts

Comme indiqué précédemment, de manière à modéliser au plus juste les engagements, nous avons besoin des capitaux restants dus, mensualités et amortissements à chaque année de prêt. La base de données ne nous fournit pas ces données. Cependant, à l'aide des différentes caractéristiques du prêt nous pouvons les reconstituer.

Les notions présentées et les notations utilisées proviennent du cours de mathématiques financières dispensé durant le cursus à l'ISFA (8).

#### 2.1.1 Prêt classique : annuités et tableau d'amortissement

Dans un premier temps, on se concentre sur le type de prêt composant la majorité de notre portefeuille : le prêt classique.

- **Caractéristiques des emprunts**

Dans le cadre de notre portefeuille, ces emprunts sont à annuités constantes. Il s'agit du système classique français. Le paiement des annuités est à terme échu. Ainsi, l'emprunteur paie les mensualités en fin de période. Cependant, les cotisations sont à terme à échoir, l'assureur paie les primes pour la période à venir.

- **Calcul des annuités**

Le remboursement de l'emprunt est assuré par  $n$  annuités versées en fin de période. Dans le cas d'un prêt classique, l'annuité de remboursement contient l'amortissement du prêt mais aussi les intérêts. Un diagramme représentant les flux est disponible en annexe B.

On note :

- $C_0$  le capital initial emprunté
- $a$  l'annuité du prêt
- $i$ ,  $i > 0$  le taux d'intérêt de l'emprunt
- $n$  la durée de l'emprunt, en années

Ainsi, si on considère que l'assuré emprunte en 0 un capital  $C_0$  pour une durée de  $n$  années, on obtient :

$$a = C_0 \times \frac{i}{1 - (1 + i)^{-n}}. \quad (*)$$

La démonstration de cette formule est également disponible en annexe B.

- **Tableau d'amortissement**

Pour rappel, on travaille avec un remboursement à annuités constantes. Il est possible de reconstituer le tableau d'amortissement de l'emprunt.

On connaît le montant de l'annuité  $a$  remboursée par l'emprunteur. Cette annuité comprend une part d'intérêts et une part d'amortissement.

On note :

- $a$  l'annuité remboursée par l'emprunteur
- $CRD_k$  le Capital restant dû au début de la période  $k$
- $m_k$  la part de l'annuité de la période  $k$  relative à l'amortissement
- $I_k$  la part de l'annuité de la période  $k$  relative aux intérêts

Ainsi, on a :

$$a = m_k + I_k.$$

Les intérêts se calculent à partir du capital restant dû de la période. On obtient l'amortissement par différence entre l'annuité payée et les intérêts versés. Le capital restant dû de la nouvelle période est obtenu à partir du capital restant dû de la période précédente auquel on retranche la partie du capital qui vient d'être amortie.

De manière synthétique, dans le cas d'un prêt de type classique le tableau d'amortissement est le suivant.

Période	Capital restant dû	Intérêts	Amortissement	Annuité
0	$C_0$	$C_0 \times i$	$m_0 = a - (C_0 \times i)$	$a$
1	$CRD_1 = (CRD_0 - m_1)$	$CRD_1 \times i$	$m_1 = a - (CRD_1 \times i)$	$a$
...	...	...	...	...
<b>j</b>	$CRD_j = (CRD_{j-1} - m_j)$	$CRD_j \times i$	$m_j = a - (CRD_j \times i)$	$a$
...	...	...	...	...
<b>n - 1</b>	$CRD_{n-1} = (CRD_{n-2} - m_{n-2})$	$CRD_{n-1} \times i$	$m_{n-1} = a - (CRD_{n-1} \times i)$	$a$

Figure 12 - Tableau d'amortissement d'un prêt classique

Dans l’outil SAS, à partir des différentes caractéristiques du prêt, on calcule la mensualité et l’amortissement correspondants.

### 2.1.2 Fractionnement des échéances

La périodicité des versements peut être annuelle, semestrielle, trimestrielle ou mensuelle. En l’occurrence, dans notre portefeuille, plus de 90 % des assurés ont choisi un fractionnement mensuel.

On note :

- $m$  la périodicité des échéances,  $m \in \{1 ; 4 ; 6 ; 12\}$  ;
- $i_m$  le taux périodique proportionnel ;
- $M$  l’échéance périodique.

- **Calcul du taux périodique**

Il convient de calculer le taux périodique  $i_m$  qui va permettre de calculer les échéances périodiques. La plupart des organismes de crédit utilise le taux périodique proportionnel et non le taux périodique équivalent. C’est le cas d’April. Ainsi, pour obtenir les échéances périodiques on raisonne de la même manière avec le taux périodique proportionnel.

$$i_m = \frac{i}{m}$$

La formule devient :

$$M = C_0 \times \frac{i_m}{1 - (1 + i_m)^{-n.m}} \quad (1)$$

Dans une optique de simplification opérationnelle, lors de nos calculs, on fait l’hypothèse que tous les prêts ont un fractionnement mensuel.

Ainsi, dans certains cas, les calculs de l’engagement de l’assureur vont se baser sur la mensualité au lieu de se baser sur la trimestrialité, la semestrialité ou l’annuité correspondante. On peut mesurer cet impact à travers un simple exemple sur un prêt classique.



Figure 13 – Illustration de l’impact de la périodicité

On remarque que cette hypothèse simplificatrice n’impactera que très peu notre résultat.

### 2.1.3 Autres types de prêt

- **Dans le cas d'un prêt *In fine***

Comme expliqué précédemment, dans le cadre d'un prêt *In fine*, l'assuré rembourse chaque période une partie des intérêts liés au capital emprunté et rembourse uniquement à la fin du prêt l'intégralité du capital emprunté.

De la même manière que précédemment, en égalisant les flux futurs actualisés au taux d'intérêt de l'emprunt à la valeur du capital emprunté, on peut calculer l'annuité qui correspond à chaque prêt. La formule est la suivante :

$$M = \left( C_0 - \frac{C_0}{(1 + i_m)^{nm}} \right) \times \frac{i_m}{1 - (1 + i_m)^{-nm}} .$$

Le raisonnement ayant conduit à cette formule se trouve également en annexe B.

- **Dans le cas d'un prêt à différé d'amortissement**

Un prêt à différé d'amortissement est constitué de deux phases : une phase de différé où l'assuré rembourse uniquement les intérêts liés au prêt, de la même manière qu'un prêt *In fine*, et une phase d'amortissement où l'assuré amortit son prêt, de la même manière qu'un prêt classique. La figure ci-dessous met en évidence les différentes phases d'un prêt à différé d'amortissement.

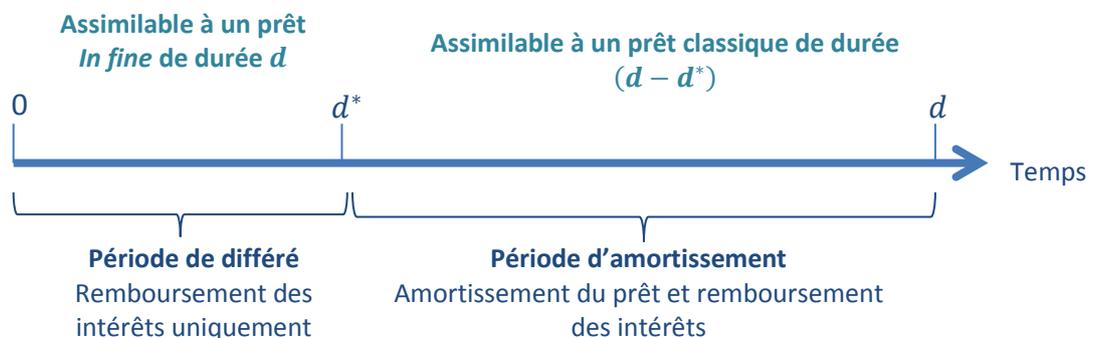


Figure 14 - Illustration de la construction d'un prêt à différé d'amortissement

Ainsi, au cours de son emprunt, l'assuré paiera deux types de mensualités. Les mensualités de la période de différé s'obtiennent à l'aide de la même formule que celle appliquée dans le cadre d'un prêt *In fine*, où la durée du prêt correspond à la durée totale du prêt. Le deuxième type de mensualités, durant la période d'amortissement, s'obtient à l'aide de la formule du prêt classique où la durée appliquée correspond à la durée totale à laquelle on retranche la durée du différé.

Concernant le tableau d'amortissement, l'amortissement  $m_j$  est nul lorsque  $j$  appartient à la période de différé et calculé de la même manière que pour un prêt classique lorsque  $j$  appartient à la période

d'amortissement. Durant la période de différé, le capital restant dû au début de chaque période reste constant.

- **Dans le cas d'un prêt à taux zéro**

Il s'agit d'un prêt classique où le taux d'intérêt est nul. Il ne finance pas la totalité de l'emprunt et est complété par un ou plusieurs autres prêts. Ainsi, chaque annuité correspond à une part, proportionnelle à la durée totale du prêt, du montant initial emprunté. La formule est la suivante :

$$M = \frac{C_0}{n.m}$$

- **Dans le cas d'un prêt à paliers**

Prenons un exemple simple d'un prêt à paliers. On rappelle qu'il s'agit d'une combinaison de prêts permettant à l'emprunteur de payer moins d'intérêts. En effet, cette stratégie repose sur le fait qu'en contractant un prêt plus court, le taux d'intérêt sera plus faible et donc plus intéressant pour l'emprunteur. Cependant l'emprunteur ne s'apercevra pas de la différence, sa mensualité restant constante au cours de l'emprunt total. La figure ci-dessous illustre la construction d'un prêt à paliers.



Figure 15 - Illustration de la composition d'un prêt à paliers

La mensualité associée directement au prêt à paliers évolue en fonction de la période. Avec les notations du schéma précédent, elle est de  $M_2^1$  durant la période où le prêt classique vient compléter ce prêt puis de  $M_2^2$  jusqu'au terme du prêt.

Il convient de calculer dans un premier temps la mensualité  $M_1^1$  associée au prêt classique à l'aide de la formule(\*).

Pour calculer les différentes mensualités du prêt à paliers, on utilise les formules suivantes :

$$M_2^2 = \frac{C_2 \times i_2 + M_1^1 \times (1 - (1 + i_2)^{-n_1})}{(1 - (1 + i_2)^{-n_1}) \times (1 + i_2)^{(n_1 - n_2)}} ;$$

$$M_2^1 = M_2^2 - M_1^1.$$

La démonstration de la formule permettant d'obtenir  $M_2^2$  est disponible en annexe B.

Ainsi, en implémentant les formules présentées dans cette partie sous le programme SAS, il est simple de connaître la mensualité et l'amortissement moyen du prêt à un instant  $t$  quel que soit le type de prêt.

## 2.2 Reconstitution des échéanciers de cotisations

Comme indiqué en première partie, le système de gestion nous permet d'accéder uniquement aux primes de l'année en cours. En effet, chaque année l'émission des primes sur un an est réalisée par un *batch*, basé sur les paramètres de tarification. Les données stockées concernent uniquement la future année. Afin de calculer l'engagement de chaque assuré à l'instant  $t$ , il est nécessaire de reconstituer leurs échéanciers de primes respectifs.

Le montant des primes est déterminé annuellement (du 1<sup>er</sup> janvier au 31 décembre) pour tout type de fractionnement. Celui-ci dépend de manière générale du taux de primes appliqué et du capital restant dû au 1<sup>er</sup> janvier de l'année.

Comme indiqué précédemment, l'assuré a la possibilité de souscrire à différentes garanties. Les primes concernant les deux principales garanties sont indépendantes. On calcule les primes DC/PTIA, primes ITT/IPT, primes IPP et primes ISPM. Les tarifications des primes DC/PTIA et ITT/IPT suivent globalement le même procédé avec des données de tarification propres à leur garantie. Le procédé est détaillé ci-dessous dans le cadre de la garantie ITT/IPT.

Quant aux garanties plus marginales proposées, la garantie IPP et la garantie ISPM, les primes demandées à l'emprunteur pour couvrir ces risques spécifiques sont tarifées à partir des primes préalablement calculées liées respectivement aux garanties DC/PTIA et ITT/IPT.

Afin de retrouver la prime de chaque assuré à chaque date de paiement futur, on peut distinguer quatre étapes.

### 2.2.1 Calcul des primes commerciales

La première étape consiste à calculer les primes commerciales. En vue de retrouver la prime commerciale demandée à chaque assuré aux futures dates de paiement, on peut à nouveau distinguer quatre étapes. Les formules sont ici présentées dans le cas de la reconstitution de la prime concernant la garantie ITT/IPT. La tarification de la prime DC/PTIA est légèrement plus simple puisqu'elle ne prend pas en compte certains paramètres de majorations/minorations et la dernière étape de calcul n'existe pas puisque les options Confort et Confort + sont liées au risque arrêt de travail.

- **La prime de base**

Il convient de calculer la prime de base en multipliant le capital restant dû au 1<sup>er</sup> janvier de l'année de paiement par le taux de primes de base obtenu à l'aide des grilles de tarification. Ce taux de base est fonction de la catégorie socioprofessionnelle de l'assuré, de l'âge atteint par ce dernier au cours de l'année et de la durée du prêt. Lors de la tarification, les âges sont calculés en millésime.

Ainsi, pour l'année  $n$ ,

$$(Prime\ base_{ITT/IPT})_n = \left( \begin{array}{c} Taux\ de\ primes \\ de\ base_{ITT/IPT} \end{array} \right)_n \times CRD_n.$$

- **La prime pure**

On retrouve ensuite les différents paramètres de majoration et de minoration que l'on va appliquer à la prime de base à l'aide de certaines caractéristiques de l'assuré comme par exemple son mois de naissance, le fait qu'il soit fumeur ou non, sa région d'habitation, le type de prêt choisi... On obtient ainsi la prime pure.

Puis,

$$Prime\ Pure_{ITT/IPT} = Prime\ base_{ITT/IPT} \times \prod_i (1 + majorations_i) \times \prod_j (1 + minorations_j).$$

- **La prime HT**

On applique alors les chargements d'apport et de gestion afin d'obtenir la prime hors taxes demandée à l'assuré. Ces chargements dépendent naturellement du scénario de commission appliqué au contrat mais également du montant total assuré du prêt (i.e. dans le cas où l'assuré emprunte conjointement, le montant total assuré correspond à la somme des montants empruntés multipliés par les quotités respectives de l'emprunteur principal et de son co-emprunteur).

Soit,

$$Prime\ HT_{ITT/IPT} = \frac{Prime\ Pure_{ITT/IPT}}{\left(1 - \frac{Chargements\ d'apport}{Chargements\ de\ gestion}\right)}$$

- **La prime HT options comprises**

Chacune des options proposées à l'assuré a un coût. Le coût des options Confort et Confort + est directement intégré dans la prime ITT puisqu'il s'agit dans l'absolu d'un rachat des exclusions de certaines affections (de type psychiatriques ou liées à des maux de dos).

Dans le cas où l'assuré souscrit à une option la prime devient la suivante :

$$Prime\ HT^*_{ITT/IPT} = Prime\ HT_{ITT/IPT} \times (1 + x \%).$$

On obtient ainsi l'échéancier commercial de chaque affaire.

Le schéma ci-dessous récapitule les différentes étapes menant à la prime commerciale.



Figure 16 – Processus de calcul des primes commerciales à partir des paramètres de tarification

### 2.2.2 Proratisation des primes de première et dernière année

Les primes étant calculées annuellement, il est essentiel de prendre en compte la date d'effet et la date de fin du contrat pour calculer les primes effectivement demandées à l'assuré sur ces deux années.

Après une étude statistique, on remarque que près de 70 % des contrats sont souscrits en début de mois (dans les 15 premiers jours), dont 26 % le 1er jour du mois. Ainsi, on fait l'hypothèse que lorsqu'un contrat prend effet au cours d'un mois, l'assuré paye pour ce mois. Pour rester cohérent, lorsqu'un contrat se termine au cours d'un mois, ce dernier mois n'est pas réglé par l'assuré.

Par exemple, si le contrat d'un assuré prend effet au 08/03/N, l'assuré paiera  $\frac{10}{12}$  de la prime de première année calculée à partir des caractéristiques de l'assuré lors de cette année.

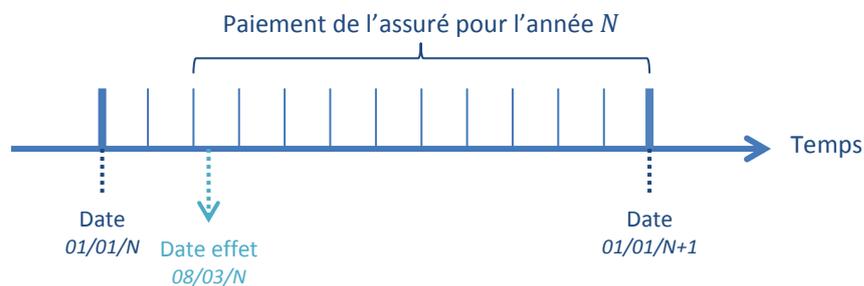


Figure 17- Exemple de prime de 1<sup>ère</sup> année d'un assuré

### 2.2.3 Calcul à date d'inventaire

Cet outil sera utilisé aux différentes clôtures, c'est-à-dire dans le cas d'*Axéria Prévoyance*, en juin, septembre et décembre. Il faut tenir compte du moment de l'année où le calcul est effectué. En effet, les engagements de l'année en cours seront différents. On rappelle que pour chaque affaire nous avons  $n^*$  lignes où  $n^*$  représente le nombre d'années de prêt restant à l'assuré pour un certain prêt. Si l'assuré est encore en portefeuille à la date d'extraction, cela signifie que pour l'année en cours l'engagement de l'assuré est de payer les primes affectées aux mois restants de l'année en cours.

### 2.2.4 Calcul des primes réellement perçues par l'assureur

On calcule désormais la prime nette de commissions que l'assureur va réellement percevoir. Cela nous permettra de calculer l'engagement de l'assuré. Il ne s'agit pas des primes HT commerciales reconstituées au préalable puisque les commissions réellement appliquées sur les primes sont différentes de celles calculées pour charger la prime des assurés. En effet, afin de lisser la prime de l'assuré et ne pas lui demander une prime trop importante la première année, le chargement d'apport est effectué à partir d'un chargement d'apport moyen. En réalité, les taux de commissions d'apport appliqués sont en règle générale plus importants la première année du contrat. Il convient de « décharger » la prime commerciale payée par l'assuré à l'aide des chargements réellement appliqués.

Cependant, les primes calculées sont annuelles, mais le chargement effectif est à appliquer à date anniversaire. Ainsi, la prime de deuxième année de prêt de l'assuré est plus complexe à « décharger ».

- **Assuré en 1<sup>ère</sup> année de prêt à la date d'inventaire**

Dans le cas où l'assuré est en première année de prêt à la date d'inventaire, le calcul de la prime réelle touchée par l'assureur en deuxième année de prêt de l'assuré est obtenu de cette manière.

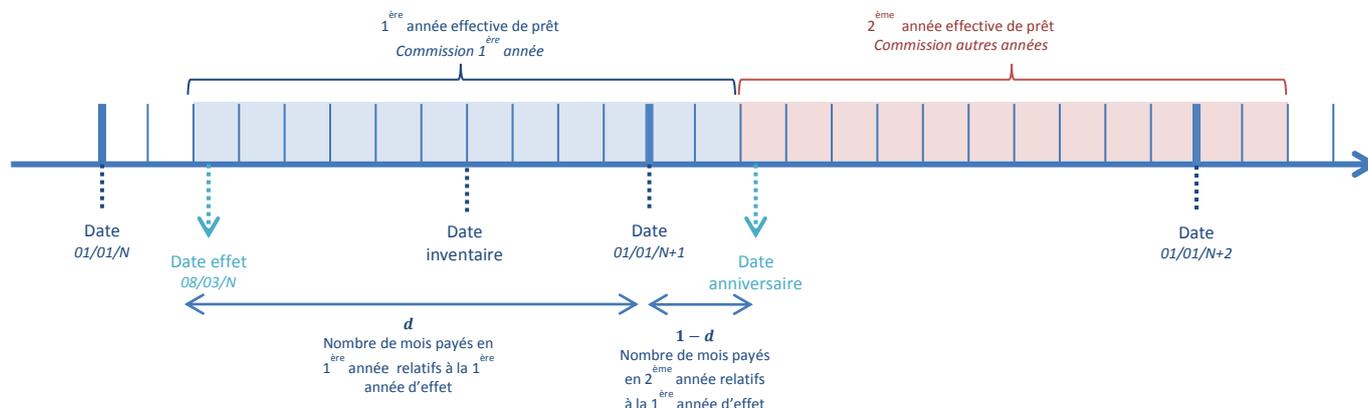


Figure 18 - Cas où l'assuré est en 1<sup>ère</sup> année de prêt à la date d'inventaire

On note :

- $m$  le mois d'effet du prêt ;
- $d = 12 - (m - 1) = 13 - m$  , le nombre de mois payés en 1<sup>ère</sup> année d'effet.

On peut ainsi calculer le taux de chargement d'apport de l'année  $N + 1$ , deuxième année de prêt, à laquelle appartient la date anniversaire du contrat.

$$\text{Chargements réels d'apport}_{N+1} = \frac{(1-d)}{12} \times \text{Taux commission}_{1\text{ère année}} + \frac{d}{12} \times \text{Taux commission}_{\text{années suivantes}}$$

- **Assuré en 2<sup>ème</sup> année de prêt à la date inventaire**

Etant donné que le chargement réel peut être différent au cours de la deuxième « année de prêt », dans le cas où l'assuré est, à date d'inventaire, dans sa deuxième année de prêt, il est important de considérer la position de la date anniversaire du contrat de l'assuré par rapport à la date d'inventaire. Deux cas différents se présentent.

- Cas n°1 : La date anniversaire du contrat est après la date d'inventaire

Dans ce cas-là, on remarque que le taux de chargement à appliquer aux mois de l'année en cours restants est en partie celui de 1<sup>ère</sup> année et en partie celui des années suivantes.

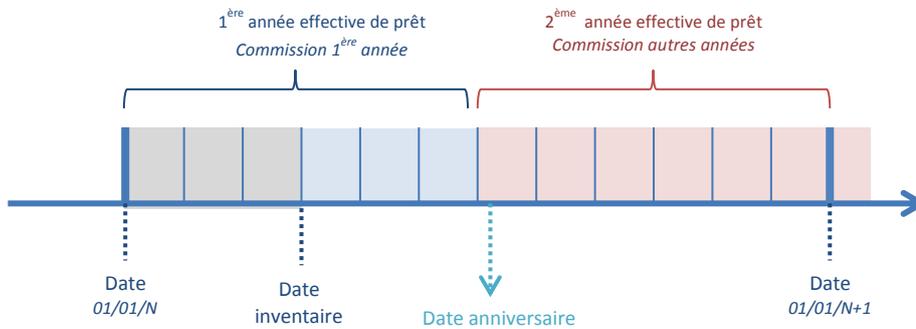


Figure 19 - Cas n°1 : Date anniversaire postérieure à la date d'inventaire

Ainsi, lorsque l'assuré est en deuxième année de prêt, et dans ce cas particulier,

$$\text{Chargements réels d'apport}_N = \frac{\text{mois anniv.} - \text{mois inv.}}{12} \times \text{Taux commission 1ère année} + \frac{12 - \text{mois anniv.}}{12} \times \text{Taux commission années suivantes}$$

- **Cas n°2** : La date anniversaire du contrat est avant la date d'inventaire

Dans ce cas-là, on remarque que le taux de chargement à appliquer aux mois de l'année en cours restants est celui des années suivantes. La date anniversaire est passée et il n'y a plus lieu d'utiliser le taux de commissionnement de 1<sup>ère</sup> année pour « décharger » la prime.

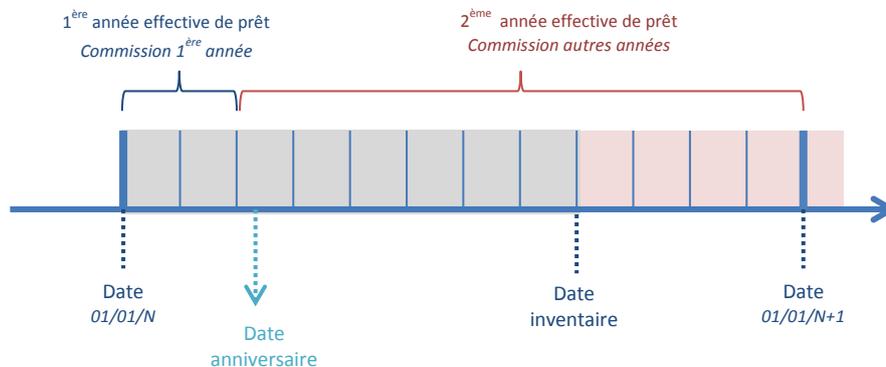


Figure 20 - Cas n°2 : Date anniversaire précédant la date d'inventaire

Ainsi, les chargements réels d'apport sont tels que :

$$\text{Chargements réels d'apport}_N = \text{Taux commission années suivantes}$$

- **Assuré en 3<sup>ème</sup> année de prêt ou plus à la date d'inventaire**

Enfin, de manière évidente, lorsque l'assuré est en troisième année de prêt ou au-delà à la date d'inventaire, le problème de changements de commissions ne se pose pas et les chargements réels d'apport correspondent aux taux de commissionnement des années suivantes.

$$\text{Chargements réels d'apport}_N = \frac{\text{Taux commission}}{\text{années suivantes}}$$

Finalement, on peut calculer la prime réellement perçue par l'assureur à l'aide des chargements réels d'apport et des chargements de gestion.

$$\text{Prime}_{\text{réelle } N} = \text{Prime } HT_{ITT/IPT}^* \times \left( 1 - \frac{\text{Chargements réels d'apport}_N}{\text{Chargements de gestion}_N} \right)$$

C'est cette prime, notée  ${}_j P_k^{AT}$  pour une affaire  $j$ , pour l'année de projection  $k$  dans le cas de la garantie arrêt de travail, qui sera utilisée lors du calcul de la valeur actuelle probable des engagements de l'assuré.

Il convient désormais de s'intéresser aux différentes tables et hypothèses qui seront utilisées en vue d'obtenir les valeurs actuelles probables de l'assuré et l'assureur. La construction et la justification de l'utilisation de ces tables seront détaillées dans la sous-partie qui suit.

## 2.3 Présentation des tables et hypothèses utilisées

### 2.3.1 Construction d'une table de maintien en AT

On rappelle qu'en assurance emprunteur, une fois la période de franchise dépassée, la distinction entre l'incapacité et l'invalidité n'est pas nécessaire puisque les prestations payées sont identiques dans les deux états. On cherche à construire une table de maintien en arrêt de travail.

Bien que pour le calcul de la PRC, aucune obligation réglementaire n'existe, on choisit d'utiliser les tables réglementaires en vigueur en provisionnement non-vie. Il s'agit des tables du Bureau Commun des Assurances Collectives (BCAC) de 2010. A partir des tables de maintien en incapacité, de passage en invalidité et de maintien en invalidité, nous avons créé une table dite « table maintien en arrêt de travail » en agrégeant ces différentes tables.

Cela permet d'être cohérent avec le provisionnement inventaire en emprunteur effectué chez *Axéria Prévoyance*.

- **Caractéristiques des tables du BCAC en vigueur**

Ces tables ont été élaborées à partir d'une étude réalisée en 1993 sur un portefeuille rassemblant un panel de compagnies d'assurance françaises. Elles ont été homologuées par l'arrêté du 28 mars 1996. Les tables ont été prolongées suite à la réforme sur l'âge de départ à la retraite. On utilise les données de l'arrêté du 24 décembre 2010.

Le tableau suivant permet de comprendre comment sont constituées chacune des trois tables et quels sont les problèmes auxquels nous allons être confrontés en vue de créer la table de maintien en arrêt de travail.

	Table de maintien en incapacité	Table de passage en invalidité	Table de maintien en invalidité
Contenu	Effectif de personnes en arrêt de travail en fonction de l'âge à la survenance de l'arrêt.	Nombre de transitions d'incapacité vers l'invalidité.	Effectif de personnes en invalidité en fonction de l'âge à l'entrée dans l'état.
Dimension 1	Age à l'entrée dans l'état (23 ou moins) à <b>66 ans</b>	Age à l'entrée dans l'état (23 ou moins) à <b>61 ans</b>	Age à l'entrée dans l'état 20 à <b>61 ans</b>
Dimension 2	Ancienneté (en mois)	Ancienneté (en mois)	Ancienneté ( <b>en années</b> )

Figure 21 - Récapitulatif des caractéristiques des tables du BCAC

- **Mensualisation de la table de maintien en invalidité**

Afin de pouvoir fusionner ces différentes tables, nous avons mensualisé la table de maintien en invalidité. Cette mensualisation a été réalisée en effectuant une interpolation.

Notons :

- $l_{x,i}$  le nombre de personnes en invalidité d'âge d'entrée  $x$  et d'ancienneté  $i$  (en années)
- $l_{x,i+1}$  le nombre de personnes en invalidité d'âge à l'entrée  $x$  et d'ancienneté  $i + 1$  (en années)

On définit  $l_{x,i+j}$  le nombre de personnes en invalidité d'âge à l'entrée  $x$  et d'ancienneté  $(i + j)$  où  $i$  est en années et  $j$  en mois.

$$l_{x,i+\frac{j}{12}} = l_{x,i} \times \left( \frac{l_{x,i+1}}{l_{x,i}} \right)^{\frac{j}{12}} \quad j \in [1; 12]$$

Par la suite, nous noterons cet effectif  $l_{x,k}^{inv}$  où  $k = 12 \times i + j$  est une variable exprimée en mois.

- **Prolongement des tables**

Dans le cadre des produits de la gamme emprunteur d'April, les différentes garanties liées à l'arrêt de travail prennent fin à « la date à laquelle l'assuré fait valoir ses droits à une pension vieillesse ou au plus tard au 31 décembre de son 70<sup>ème</sup> anniversaire en cas de poursuite de manière effective d'une activité professionnelle rémunérée ».

Ainsi, il est nécessaire d'avoir une table de maintien en arrêt de travail qui prend en compte ces cas de figures. Nous avons prolongé les tables de manière à pouvoir calculer un engagement assureur face au risque arrêt de travail dans ces cas-là.

Nous faisons l'hypothèse qu'au-delà de 66 ans il n'y a plus d'incapacité mais uniquement de l'invalidité. Nous ne prolongeons donc pas la table de maintien en incapacité.

La table de maintien en invalidité s'arrêtait à 62 ans en ajoutant l'âge d'entrée en arrêt de travail et l'ancienneté de l'arrêt. Nous avons donc prolongé cette table jusqu'à 70 ans par récurrence en utilisant la table de mortalité TGF de la génération 1954 (génération qui a 62 ans cette année). Nous avons pris la table des femmes plutôt que celle des hommes de manière à provisionner plus prudemment. La formule utilisée pour prolonger la table est la suivante :

Lorsque  $(\text{âge} + \text{ancienneté}) > 62 \text{ ans}$  :

$$\forall \left(x + \frac{j}{12}\right) > 62, \quad l_{x,j}^{inv} = l_{x,j-1}^{inv} \times \frac{l_{x+j}^{TGF_{1954}}}{l_{x+j-1}^{TGF_{1954}}}.$$

Pour coïncider avec la table de maintien en incapacité, la table de passage en invalidité a été prolongée jusqu'à 66 ans. Pour cela, nous faisons l'hypothèse que la probabilité de passage est proportionnelle à la probabilité de passage de l'âge précédent et à la proportion du nombre de personnes sortant de l'incapacité par rapport à l'âge précédent. C'est-à-dire qu'on a prolongé selon la formule suivante :

$$\forall x \geq 62, \quad n_{x,j}^{pass} = n_{x-1,j}^{pass} \times \frac{l_{x,j}^{inc} - l_{x,j+1}^{inc}}{l_{x-1,j}^{inc} - l_{x-1,j+1}^{inc}}.$$

Où :

- $n_{x,j}^{pass}$  correspond au nombre de personnes d'âge  $x$  passant en invalidité  $j$  mois après leur entrée en AT ;
- $l_{x,j}^{inc}$  sont les coefficients de la table de maintien en incapacité.

Par la suite, on désignera par  $l_{x,j}^{emp}$  les coefficients de la table de maintien en arrêt de travail que l'on souhaite construire.

On prolonge les tables au-delà de 62 ans même si les assurés prennent probablement leur retraite avant, et ne sont donc plus assurés sur le risque arrêt de travail. Cependant, seulement 0,4 % des assurés atteignent l'âge de 62 ans tout en étant en portefeuille.

- **Construction de la table de maintien en arrêt de travail**

La table de maintien en arrêt de travail a été créée en combinant les trois tables du BCAC : la table d'incapacité, la table de passage en invalidité et la table de maintien en invalidité. On l'a construite en plusieurs étapes :

Pour un âge d'entrée allant de 20 à 66 ans :

- De 1 à 35 mois d'ancienneté d'arrêt :

On prend le nombre de personnes qui se maintiennent en incapacité, auquel on ajoute le nombre de personnes qui sont passées en invalidité multiplié par leur probabilité de maintien en invalidité selon leur ancienneté. On obtient la formule suivante :

Pour tout âge  $x$  tel que  $20 \leq x \leq 66$  :

$$l_{x,j}^{emp} = l_{x,j}^{inc} + \frac{1}{10000} \times \sum_{k=0}^{j-1} n_{x,k}^{pass} \times l_{x,j-k-1}^{inv} \quad \text{pour } 1 \leq j \leq 35.$$

- A partir de 36 mois d'ancienneté d'arrêt :

Il n'y a plus d'incapacité ou de passage en invalidité. On prolonge seulement avec la table de maintien en invalidité ceux qui sont passés en invalidité.

Pour tout âge  $x$  tel que  $20 \leq x \leq 66$  :

$$l_{x,j}^{emp} = \frac{1}{10000} \times \sum_{k=0}^{35} n_{x,k}^{pass} \times l_{x,j-k-1}^{inv} \quad \text{pour } j \geq 36.$$

Pour un âge d'entrée allant de 67 à 70 ans on prend directement la table d'invalidité.

Pour tout âge  $x \geq 67$  :

$$l_{x,j}^{emp} = l_{x,j}^{inv}.$$

Ainsi, nous avons une table de maintien en arrêt de travail de la forme suivante :

Âge \ Ancienneté	20 ans	...	$x$ ans	...	70 ans
0	10 000		...		10 000
$j$			$l_{x,j}^{emp}$		
...					

Figure 22 - Forme de la table de maintien en arrêt de travail créée

Dans chaque cellule, figure le nombre de personnes encore en arrêt de travail sur les 10 000 de référence présentes au départ, pour l'âge à l'entrée et l'ancienneté considérée.

- **Une hypothèse cohérente ?**

On peut se demander si les données des tables du BCAC correspondent bien aux données de nos portefeuilles d'assurance de prêt. En réalité, les tables ont été construites en 1993 à partir des données d'un panel d'organismes assureurs de prévoyance collective. Or, comme indiqué précédemment, la notion d'arrêt de travail en emprunteur au sens d'*April* est particulière.

Cependant, dans l'attente d'une table de maintien en arrêt de travail certifiée, il s'agit des seules tables réglementaires en provisionnement de l'arrêt de travail.

### 2.3.2 Table de mortalité

On choisit d'utiliser la table de mortalité d'expérience certifiée transmise par *April Santé Prévoyance* (ASP) qui prend en compte la distinction Fumeur/Non-fumeur. Cela nous permet de tenir compte de la surmortalité de la population des fumeurs. La figure ci-dessous met en évidence cette surmortalité.

#### Une surmortalité significative des assurés fumeurs

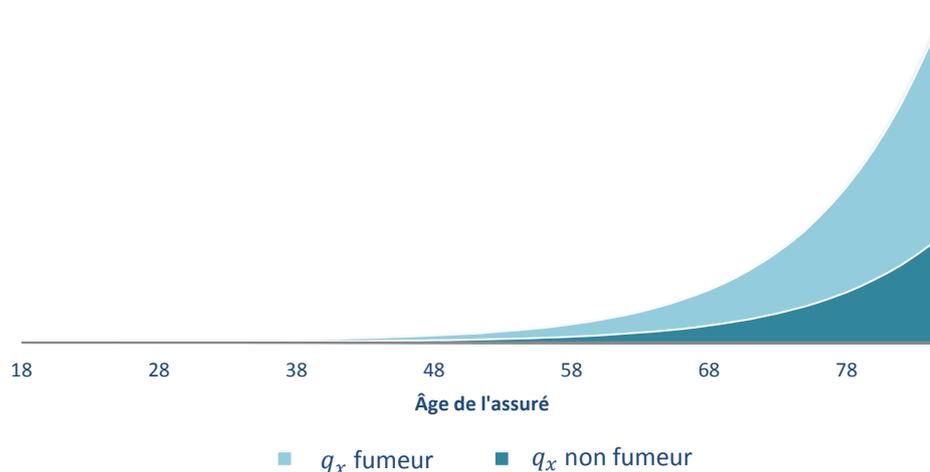


Figure 23 – Illustration des probabilités de décès dans l'année des assurés fumeurs et non en fonction de l'âge

Pour des raisons de confidentialité, l'échelle des ordonnées n'est pas renseignée. Cette table a été construite à partir des portefeuilles d'ASP et prend également en considération les sinistres liés à la perte totale et irréversible d'autonomie (PTIA).

### 2.3.3 Table d'entrée en indemnisation

On utilise une table d'entrée en indemnisation en arrêt de travail transmise par ASP segmentée par âge et catégorie socioprofessionnelle (CSP). On a un taux d'entrée de base que l'on majore lorsque l'assuré est fumeur et lorsque l'assuré a une option Confort ou Confort + (même majoration que lors de la tarification des primes).

### 2.3.4 Calcul de la durée moyenne d'indemnisation

Nous avons la table d'entrée en indemnisation. On cherche désormais la durée moyenne d'indemnisation pour un assuré d'âge  $x$  auquel il reste  $n^*$  années de prêt à la date de calcul. Cette durée est calculée dans la limite de la durée restante de prêt.

On note :

- $x$  l'âge de l'assuré à la date de calcul ;
- $n^*$  le nombre d'années de prêt restant à la date de calcul ;
- $dm_{x+k}^{n^*-k}$  la durée moyenne d'indemnisation d'un assuré tombé en indemnisation  $k$  années après la date de calcul.

Le calcul se base sur la table de maintien en arrêt de travail créée en agrégeant les différentes tables en vigueur du BCAC. C'est une table mensuelle. On rappelle que l'on fait l'hypothèse que la franchise précédant l'entrée en indemnisation est de 90 jours. On se base sur l'effectif présent au début de l'indemnisation.

Intuitivement, la durée moyenne correspond à une espérance de maintien en indemnisation, c'est-à-dire à une somme pondérée des probabilités de rester  $j$  mois en indemnisation, où  $j$  est limité à la durée restante de prêt ( $n^* - k$ ).

Soit  $P[X = j]$  l'évènement « l'assuré reste exactement  $j$  mois en indemnisation ». On garde uniquement les individus présents au  $j^{\text{ème}}$  mois et absents de la table de maintien en arrêt de travail au  $(j + 1)^{\text{ème}}$  mois par rapport à l'effectif d'assurés entrés en indemnisation.

$$P[X = j] = \frac{l_{x,j} - l_{x,j+1}}{l_{x,3}}$$

On ajoute les personnes toujours en indemnisation à la fin du prêt, qui vont être indemnisées pendant toute la durée de prêt.

Ainsi,

$$dm_{x+k}^{n^*-k} \text{ provisoire} = \sum_{j=1}^{12(n^*-k)-1} j \cdot P[X = j + 3] + 12(n^* - k) \times P[X > (12(n^* - k) + 3)].$$

Afin de simplifier l'expression, on développe la formule précédente.

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow dm_{x+k}^{n^*-k} \text{ provisoire} &= 1 \times \frac{l_{x,4} - l_{x,5}}{l_{x,3}} + 2 \times \frac{l_{x,5} - l_{x,6}}{l_{x,3}} + \dots \\ &+ (12(n^* - k) - 1) \times \frac{l_{x,12(n^*-k)+2} - l_{x,12(n^*-k)+3}}{l_{x,3}} \\ &+ 12(n^* - k) \times \frac{l_{x,12(n^*-k)+3}}{l_{x,3}} \end{aligned}$$

$$= \frac{l_{x,4} + l_{x,5} + \dots + l_{x,12 n^*+2} + l_{x,12 n^*+3}}{l_{x,3}};$$

Soit :

$$dm_{x+k}^{n^*-k} \text{ provisoire} = \sum_{j=1}^{12(n^*-k)} \frac{l_{x,j+3}}{l_{x,3}}.$$

En actualisant chaque futur mois d'indemnisation à la date d'entrée en indemnisation, on obtient  $dm_{x+k}^{n^*-k}$ .

$$dm_{x+k}^{n^*-k} = \sum_{j=1}^{12(n^*-k)} \frac{l_{x,j+3}}{l_{x,3}} \times \frac{1}{(1+i)^{\frac{j}{12}}}$$

où  $i$  correspond au taux technique non-vie en vigueur.

### 2.3.5 Hypothèses sur les taux de résiliation

Différents motifs peuvent conduire un contrat à chuter.

- **Notion de remboursement anticipé**

En assurance de prêt, il convient de prendre en compte le remboursement anticipé. Selon l'article L312-21 du Code de la Consommation, « L'emprunteur peut toujours, à son initiative, rembourser par anticipation, en partie ou en totalité, les prêts [immobiliers] ». De la même manière, les prêts à la consommation peuvent être remboursés par anticipation (L311-29). Il faut savoir qu'un rachat de crédit conduit à une résiliation de l'assurance emprunteur.

Selon un rapport du cabinet de conseil BAO (9), basé sur les données de la banque de France, ces rachats ont représenté en 2015 un taux de résiliation de 12 % des encours de crédits immobiliers.

Les remboursements anticipés sont donc fréquents en assurance de prêt. Dans un contexte de taux d'intérêt relativement faibles, ils permettent également aux assurés de renégocier leur taux d'intérêt après avoir racheté leur prêt. Ainsi, il semble essentiel de prendre en compte un taux de résiliation des affaires en portefeuille.

- **Radiation de l'assuré**

Conformément à la législation en vigueur et aux modalités prévues par le Code des Assurances (5), à défaut du paiement d'une cotisation dans les dix jours de son échéance, *April* adressera une lettre recommandée de mise en demeure à l'assuré. Une lettre d'information sera adressée dans les mêmes délais à l'organisme prêteur. Cette lettre entraînera la suspension des garanties trente jours plus tard.

Après un nouveau délai de dix jours, *April* résiliera de plein droit l'adhésion et pourra réclamer le paiement des cotisations restant dues.

Il est donc important de prendre en compte la possible radiation de l'assuré.

- **Hypothèse de modélisation des taux de résiliation**

On utilise les taux de résiliation historique par année de prêt qui ont été calibrés sur les portefeuilles emprunteur détenus par *Axéria Prévoyance*. Les différents motifs de fin de contrat ont été pris en compte. Le tableau ci-dessous nous présente les données utilisées.

Année de prêt	Taux de résiliation annuel
1	0,49 %
2	1,51 %
3	2,90 %
4	4,62 %
5	5,81 %
6	6,59 %
7	7,18 %
8	7,42 %
9	7,08 %
10	6,55 %
11	7,29 %
12	6,21 %
13 et +	6,12 %

Figure 24 - Données des taux de résiliation

Ces taux ont été calibrés dans un contexte de taux d'intérêts très bas. On peut se demander si les taux de résiliation obtenus correspondent bien à la réalité du portefeuille. En effet, lorsque les taux d'intérêts des emprunts sont très bas, beaucoup de prêts sont rachetés afin d'obtenir un taux plus intéressant et ainsi réduire le montant des mensualités ou diminuer le nombre de mensualités restant. Une évolution du contexte économique pourrait mettre en péril l'adéquation de ces taux à nos portefeuilles.

- **Construction d'une table de taux de résiliation**

On cherche à construire une table qui permettrait d'obtenir la probabilité de résiliation d'un contrat  $k$  années après la date de calcul.

L'assuré est présent en portefeuille à la date de calcul, son contrat peut donc chuter uniquement sur les années à venir.

On note :

- $c$  : l'année de prêt de l'assuré pour l'année en cours ;

- $r_i$  : le taux de résiliation annuel d'un assuré en année de prêt  $i$ .

Le schéma ci-dessous permet de comprendre comment est calculée la probabilité pour un assuré d'être encore en portefeuille à une certaine date.

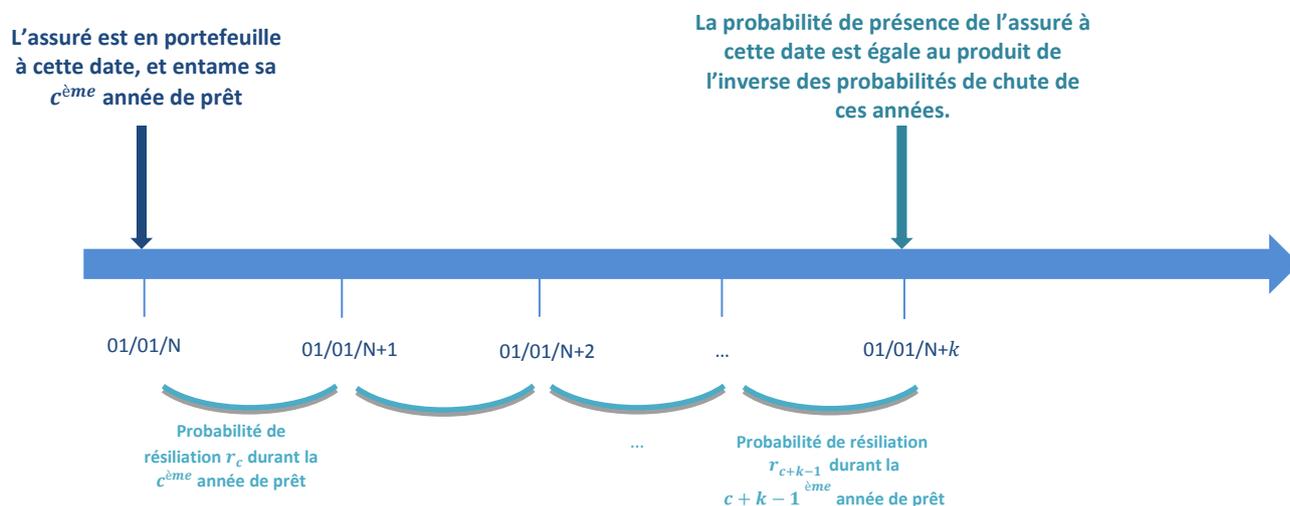


Figure 25 - Construction de la formule des taux de chute

On a un assuré entrant en  $c^{\text{ème}}$  année de prêt à la date de calcul. On note alors,  $\bar{r}_{k+c}$  la probabilité de présence en portefeuille de cet assuré  $(k+c)^{\text{ème}}$  année de prêt, c'est-à-dire  $k$  années plus tard.

Cette probabilité est telle que :

$$\bar{r}_{k+c} = \prod_{i=c}^{k+c-1} (1 - r_i).$$

Afin de faciliter l'utilisation de ces données dans le programme SAS, on construit sous Visual Basic une table des taux de résiliation en fonction de l'année de prêt dans laquelle se trouve l'assuré à la date de calcul.

On obtient un tableau de la forme suivante :

Année de prêt actuelle c \ Année de prêt projetée	1	...	x	...	40
1	$\bar{r}_{k+c}$				
...					
j					
...					
40					

Figure 26 - Tableau des taux de résiliation

- **Calcul à date d'inventaire**

Nous avons considéré que les calculs étaient effectués en début d'année. Or, le programme est lancé à chaque date d'inventaire. Ainsi, on fait une hypothèse de répartition uniforme des résiliations sur l'année.

$${}_u r_i = u \times r_i \quad \forall u \in [0,1]$$

Lorsque l'on projette l'année suivant l'année d'inventaire, on tient compte de la possibilité de résiliation uniquement sur les mois séparant la date d'inventaire de la nouvelle année.

On a ainsi :

$$\bar{r}_{1+c}^* = 1 - \left( \frac{12 - \text{mois inv.}}{12} \times (1 - \bar{r}_{1+c}) \right);$$

$$\leftrightarrow \bar{r}_{1+c}^* = 1 - \left( \frac{12 - \text{mois inv.}}{12} \times r_c \right).$$

Par exemple, supposons que la date d'inventaire est au 31/05/N. L'assuré est en portefeuille au 01/01/N+1 à moins d'avoir chuté durant les 7 mois restants de l'année N.

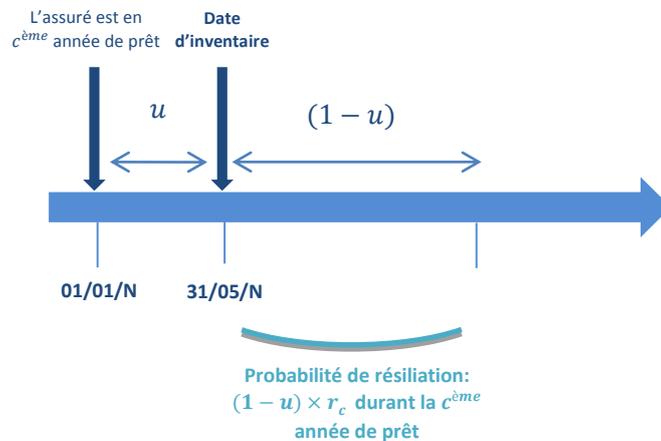


Figure 27 – Exemple du calcul à date d'inventaire

## 2.4 Calcul de la PRC

### 2.4.1 Retrait des assurés sinistrés à la date de calcul

A la date d'inventaire, on effectue des calculs de provisions pour sinistres à payer (PSAP) sur les têtes en arrêt de travail ayant dépassé la période de franchise. Ces assurés étant déjà provisionnés à la date d'inventaire, on ne les provisionne pas en PRC.

Un programme permet donc le retrait de ces têtes du portefeuille à la date d'inventaire à l'aide de leur numéro d'assuré.

### 2.4.2 Engagement assureur

On cherche à calculer la valeur actuelle probable (VAP) des engagements de l'assureur. Il s'agit de l'espérance mathématique des flux futurs actualisés à la date de calcul.

Sur le risque arrêt de travail, de façon non formelle, l'engagement assureur AT est :

$$VAP_{\text{assureur}}^{AT} = \left( \begin{array}{c} \text{Montant} \\ \text{de la mensualité} \\ \text{assurée} \end{array} \right) \times \left( \begin{array}{c} \text{Probabilité} \\ \text{de substitution} \\ \text{de l'assureur} \\ \text{à l'assuré} \end{array} \right) \times \left( \begin{array}{c} \text{Durée} \\ \text{moyenne} \\ \text{d'indemnisation} \end{array} \right) \times \left( \begin{array}{c} \text{Facteur} \\ \text{d'actualisation} \end{array} \right).$$

- **Mensualité assurée**

On note :

- $\lambda_{AT}$  la quotité assurée sur le risque « Arrêt de travail »,  $\lambda_{AT} \in [0,1]$  ;
- $M_k$  la mensualité du prêt à l'année de projection  $k$ .

La mensualité assurée à la date  $k$  se formalise pour une affaire de la manière suivante :

$$\lambda_{AT} \times M_k.$$

- **Substitution de l'assureur à l'assuré**

De manière non formelle à nouveau, la probabilité de substitution se décompose de la manière suivante :

$$\left( \begin{array}{c} \text{Probabilité} \\ \text{de substitution} \\ \text{de l'assureur} \\ \text{à l'assuré} \end{array} \right) = \left( \begin{array}{c} \text{Probabilité} \\ \text{d'être encore} \\ \text{en portefeuille} \end{array} \right) \times \left( \begin{array}{c} \text{Probabilité} \\ \text{d'entrer en} \\ \text{indemnisation} \end{array} \right).$$

On peut à nouveau décomposer la probabilité d'être en portefeuille à la date de projection en deux composantes. L'assuré doit être vivant à la date de projection et son contrat doit être toujours en cours.

→ On prend donc en compte la probabilité que l'assuré d'âge  $x$  aujourd'hui survive  $k$  années. Avec les notations actuarielles préalablement définies, on a :

$${}_k p_x = \prod_{i=0}^{k-1} p_{x+i}.$$

→ On prend également en compte le taux de résiliation.

Pour rappel, on a  $\bar{r}_{k+c}$  la probabilité de rester en portefeuille pour un assuré, en  $c^{\text{ème}}$  année de prêt à la date de calcul, en  $(k+c)^{\text{ème}}$  année telle que :

$$\bar{r}_{k+c} = \prod_{i=c}^{k+c-1} (1 - r_i).$$

On obtient la probabilité d'entrer en indemnisation (c'est-à-dire l'arrêt de travail dépasse le délai de franchise prévu au contrat) dans la table d'expérience d'entrée en indemnisation calibrée sur le portefeuille.

On note  $w_{x+k}$  la probabilité de tomber en arrêt de travail indemnisé à l'âge  $(x+k)$ . Lorsque l'assuré a souscrit à l'option IPP, on majore cette probabilité d'entrer en indemnisation de la même manière que la tarification de la prime IPP est réalisée.

Ainsi, la situation de substitution de l'assureur à l'assuré peut être écrite de manière formelle :

$${}_k p_x \times \bar{r}_{k+c} \times w_{x+k}$$

- **Durée moyenne de l'indemnisation**

Une fois l'assuré en indemnisation, il reste à déterminer la durée moyenne d'indemnisation. On note  $dm_{x+k}^{n^*-k}$  la durée moyenne en indemnisation sachant que l'assuré d'âge  $x$  à la date d'inventaire est entré en indemnisation  $k$  années après cette date. Pour rappel  $n^*$  correspond au nombre d'années de prêt restant à la date de calcul.

- **Facteur d'actualisation**

On actualise de l'année de projection à la date de calcul. L'actualisation est faite au taux technique non-vie en vigueur.

Dans le cadre de notre étude,  $i = 0,5 \%$

Le facteur d'actualisation est le suivant :  $\frac{1}{(1+i)^k}$ .

- **Engagement assureur sur le risque arrêt de travail**

Avec les notations définies préalablement, l'engagement assureur en arrêt de travail, pour une affaire  $j$ , pour l'année de projection  $k$  est le suivant :

$${}_jVAP_{assureur}^{AT}(k) = \lambda_{AT} \times M_k \times {}_k p_x \times \bar{r}_{k+c} \times w_{x+k} \times dm_{x+k}^{n^*-k} \times \frac{1}{(1+i)^k}$$

Afin d'obtenir la valeur actuelle probable pour une affaire  $j$ , on somme les projections de l'année actuelle à la dernière année de prêt.

$${}_jVAP_{assureur}^{AT} = \sum_{k=0}^{n^*-1} {}_jVAP_{assureur}^{AT}(k)$$

De la même manière que lors du calcul des primes, on calcule l'engagement assureur à la date d'inventaire. Ainsi, pour l'entrée en indemnisation on considère que la répartition est uniforme au cours de l'année.

$${}_u w_{x+k} = u \times w_{x+k} \quad \forall u \in [0,1]$$

### 2.4.3 Engagement assuré

On cherche ici la valeur actuelle probable (VAP) des engagements de l'assuré. Pour rappel, d'après les conditions générales des deux produits, pendant la durée de la prise en charge par l'organisme assureur des mensualités du prêt venant à échéance, l'assuré bénéficie de l'exonération du paiement des cotisations incapacité et invalidité (cotisations des garanties ITT, IPT, IPP, Confort, Confort +). Ainsi, nous prenons en compte dans la projection de l'engagement de l'assuré la potentielle exonération de cotisations de ce dernier. L'exonération de cotisations a lieu lorsque l'assureur se substitue à l'assuré.

Du point de vue de l'assuré, l'engagement consiste donc à payer ses primes tant qu'il est en vie, que son contrat est en cours, et lorsqu'il n'est pas exonéré de cotisations.

De façon non formelle, l'engagement assuré en AT est :

$$VAP_{assuré}^{AT} = \left( \begin{array}{c} \text{Prime annuelle} \\ \text{réellement perçue} \\ \text{par l'assureur} \end{array} \right) \times \left( \begin{array}{c} \text{Probabilité} \\ \text{d'être encore} \\ \text{en portefeuille} \end{array} \right) \times \left( 1 - \left( \left( \begin{array}{c} \text{Probabilité} \\ \text{d'exonération} \\ \text{de cotisations} \end{array} \right) \times \left( \begin{array}{c} \text{Durée moyenne} \\ \text{d'indemnisation} \end{array} \right) \right) \right) \times \left( \begin{array}{c} \text{Facteur} \\ \text{d'actualisation} \end{array} \right)$$

- **Prime annuelle perçue par l'assureur**

La prime annuelle réellement perçue par l'assureur durant l'année  $k$  est calculée lors de la reconstitution des échéanciers de primes.

Pour rappel, cette prime est notée  ${}_jP_k^{AT}$  pour une affaire  $j$ , pour l'année de projection  $k$ , couvrant le risque arrêt de travail.

- **Probabilité d'être en portefeuille**

De la même manière que pour l'engagement assureur, on prend en compte les facteurs décès et résiliation du contrat.

La probabilité d'être en portefeuille en année de projection  $k$  est la suivante:  ${}_k p_x \times \bar{r}_{k+c}$ .

- **Probabilité d'exonération de cotisations**

Un assuré présent en portefeuille à l'année de projection  $k$  est exonéré de cotisations dès lors que l'assureur prend en charge ses mensualités, c'est-à-dire lorsque l'assuré tombe en arrêt de travail indemnisé.

Ainsi, la probabilité d'exonération de cotisations est  $w_{x+k}$ .

- **Durée moyenne de l'indemnisation**

L'assuré est alors exonéré de cotisations durant une certaine durée. La durée moyenne d'indemnisation étant une variable mensuelle, il convient de l'annualiser pour pouvoir la multiplier à la prime annuelle.

Ainsi, cette durée est obtenue comme ceci :  $\frac{dm_{x+k}^{n^*-k}}{12}$ .

- **Facteur d'actualisation**

Le facteur d'actualisation est identique à celui introduit pour l'engagement assureur.

- **Engagement assuré sur le risque arrêt de travail**

Avec les notations définies préalablement, l'engagement assuré en arrêt de travail, pour une affaire  $j$ , pour l'année de projection  $k$ , est le suivant :

$${}_j VAP_{assuré}^{AT}(k) = P_k^{AT} \times {}_k p_x \times \bar{r}_{k+c} \times \left( 1 - w_{x+k} \times \frac{dm_{x+k}^{n^*-k}}{12} \right) \times \frac{1}{(1+i)^k}$$

Afin d'obtenir la valeur actuelle probable pour une affaire  $j$ , on somme les projections de l'année actuelle à la dernière année de prêt.

$${}_j VAP_{assuré}^{AT} = \sum_{k=0}^{n^*-1} {}_j VAP_{assuré}^{AT}(k)$$

#### 2.4.4 Principe de non compensation et résultats

Pour rappel, aucun décret ne précise les méthodologies de calcul réglementaires concernant la PRC. Cependant, au regard des différents contrôles ACPR, une « jurisprudence » ressort en faveur d'un calcul « tête par tête » et d'une absence de compensation ou bien d'une compensation par groupe homogène de risque. On choisit ici de ne pas compenser la PRC. Ainsi, les engagements négatifs ont été forcés à 0.

D'après la réglementation, la PRC à l'instant  $t$  correspond à la différence des engagements assureur et assuré respectivement en  $t$ .

$${}_j PRC = {}_j VAP_{assureur}^{AT} - {}_j VAP_{assuré}^{AT}$$

On somme les PRC obtenues sur chaque affaire en appliquant le principe de non-compensation explicité ci-dessus.

La formule permettant d'obtenir le montant à reporter dans les comptes est :

$$PRC = \sum_j \max({}_j PRC ; 0).$$

## 2.5 Calcul de la PM

### 2.5.1 Engagement assureur

De la même manière que précédemment, on cherche à calculer la valeur actuelle probable des engagements de l'assureur. Il s'agit de l'espérance des flux futurs actualisés à la date de calcul sur le risque décès. L'assureur s'engage à payer le capital restant dû assuré à l'organisme prêteur au moment du décès de l'assuré.

Sur le risque décès, de façon non formelle l'engagement assureur DC est :

$$VAP_{assureur}^{DC} = \left( \begin{array}{c} \text{Montant} \\ \text{du capital versé} \\ \text{au moment du décès} \end{array} \right) \times \left( \begin{array}{c} \text{Probabilité} \\ \text{de décès de l'assuré} \\ \text{au cours de l'année} \end{array} \right) \times \left( \begin{array}{c} \text{Facteur} \\ \text{d'actualisation} \end{array} \right).$$

- **Capital versé au moment du décès**

On fait l'hypothèse que les décès ont lieu en milieu d'année. Ainsi, le capital remboursé correspond à la partie assurée du capital restant dû au début de l'année de projection auquel on retranche 6 fois l'amortissement moyen de l'année.

On note :

- $\lambda_{DC}$  la quotité assurée sur le risque «Décès»,  $\lambda_{DC} \in [0,1]$  ;
- $CRD_k$  le capital restant dû au 1<sup>er</sup> janvier de l'année de projection  $k$  ;
- $Amort_k$  l'amortissement mensuel moyen de l'année de projection  $k$ .

Le capital versé au décès de l'assuré durant l'année de projection  $k$  se formalise, pour une affaire, de la manière suivante :

$$\lambda_{DC} \times (CRD_k - 6 \times Amort_k).$$

- **Probabilité de décès de l'assuré au cours de l'année**

La probabilité de décéder au cours de l'année a deux composantes : l'assuré doit être présent en portefeuille au début de l'année, c'est-à-dire vivant et ayant un contrat en cours, et son décès survient au cours de l'année.

La présence de l'assuré en portefeuille se calcule à nouveau avec l'application des probabilités suivantes :

$${}_k p_x \times \bar{r}_{k+c}.$$

La probabilité de décès de l'assuré au cours de l'année s'obtient avec la table de mortalité certifiée utilisée pour un assuré âgé alors de  $(x + k)$  années.

Lorsque l'assuré a souscrit à la garantie ISPM, on majore la probabilité de décéder à partir du coefficient ayant permis d'obtenir la prime ISPM en partie 2.2.

La probabilité que le contrat chute à la suite du décès de l'assuré au cours de l'année est la suivante :

$${}_k p_x \times \bar{r}_{k+c} \times q_{x+k}.$$

- **Facteur d'actualisation**

On actualise de l'année de projection à la date de calcul. Ici, l'actualisation est faite au taux technique vie en vigueur.

Dans le cadre de notre étude,  $i = 0,5 \%$ .

Le facteur d'actualisation est le suivant :

$$\frac{1}{(1+i)^k}.$$

- **Engagement assureur sur le risque décès**

Avec les notations définies préalablement, l'engagement assureur en décès, pour une affaire  $j$ , pour l'année de projection  $k$  est le suivant :

$${}_j VAP_{assureur}^{DC}(k) = \lambda_{DC} \times (CRD_k - 6 \times Amort_k) \times {}_k p_x \times \bar{r}_{k+c} \times q_{x+k} \times \frac{1}{(1+i)^k}.$$

Afin d'obtenir la valeur actuelle probable pour une affaire  $j$ , on somme les projections de l'année actuelle à la dernière année de prêt.

$${}_j VAP_{assureur}^{DC} = \sum_{k=0}^{n^*-1} {}_j VAP_{assureur}^{DC}(k)$$

De la même manière que dans le cadre de la PRC, ces engagements sont calculés à date d'inventaire. Du côté de l'engagement assureur, en décès, on fait alors une hypothèse de répartition uniforme des décès.

$${}_u q_{x+k} = u \times q_{x+k} \quad \forall u \in [0,1]$$

### 2.5.2 Engagement assuré

Dans le cas de la garantie décès, l'assuré s'engage à payer ses primes tant qu'il est encore en portefeuille. Il n'y a pas d'exonérations des primes relatives à la garantie Décès lorsque l'assuré est en indemnisation Arrêt de travail.

De façon non formelle, l'engagement assuré en DC est le suivant:

$$VAP_{assuré}^{DC} = \left( \begin{array}{l} \text{Prime annuelle} \\ \text{réellement perçue} \\ \text{par l'assureur} \end{array} \right) \times \left( \begin{array}{l} \text{Probabilité} \\ \text{d'être encore} \\ \text{en portefeuille} \end{array} \right) \times \left( \begin{array}{l} \text{Facteur} \\ \text{d'actualisation} \end{array} \right).$$

- **Prime annuelle perçue par l'assureur**

La prime annuelle réellement perçue par l'assureur durant l'année  $k$  est calculée lors de la reconstitution des échéanciers de primes.

On note  $P_k^{DC}$  la prime, pour une affaire, de l'année de projection  $k$ , couvrant le risque décès.

- **Probabilité d'être en portefeuille**

Comme précédemment, la probabilité d'être en portefeuille en année de projection  $k$  est la suivante :

$${}_k p_x \times \bar{r}_{k+c}.$$

- **Facteur d'actualisation**

Le facteur d'actualisation est identique à celui introduit pour l'engagement assuré.

- **Engagement assuré sur le risque décès**

Avec les notations définies préalablement, l'engagement assuré en décès, pour une affaire  $j$ , pour l'année de projection  $k$ , est le suivant :

$${}_j VAP_{assuré}^{DC}(k) = P_k^{DC} \times {}_k p_x \times \bar{r}_{k+c} \times \frac{1}{(1+i)^k}.$$

Afin d'obtenir la valeur actuelle probable pour une affaire  $j$ , on somme les projections de l'année actuelle à la dernière année de prêt.

$${}_jVAP_{assuré}^{DC} = \sum_{k=0}^{n^*-1} {}_jVAP_{assuré}^{DC}(k)$$

### 2.5.3 Principe de non-compensation et résultats

De la même manière que pour le calcul de la PRC, lorsque la valeur actuelle probable des engagements de l'assuré est supérieure à celle de l'assureur pour une affaire (ce qui conduit à une provision négative), la valeur de la provision est ramenée à zéro.

D'après la réglementation, la PM à l'instant  $t$  sur une affaire  $j$  correspond à la différence des engagements assureur et assuré respectivement en  $t$ .

$${}_jPM = {}_jVAP_{assureur}^{DC} - {}_jVAP_{assuré}^{DC}$$

On somme les PM obtenues sur chaque affaire en appliquant ce principe de non-compensation.

La formule permettant d'obtenir le montant à reporter dans les comptes est la suivante :

$$PM = \sum_j \max({}_jPM; 0)$$

## 2.6 Synthèse des premiers résultats

Les premiers résultats ont été intégrés dans les comptes à fin mai 2016. Ce paragraphe expose la structure de la solution opérationnelle adoptée.

### 2.6.1 Un outil de calcul développé

Pour rappel, la direction technique m'a confié la création d'un outil automatisé sous SAS facile à utiliser lors des différentes clôtures et adaptable à différents produits.

Pour chacun des produits, l'outil se sépare en 2 programmes différents mais non indépendants. Il suffit de modifier les paramètres indiquant la date d'inventaire, les bibliothèques d'export et les taux techniques en vigueur, puis de lancer successivement les deux programmes pour obtenir les résultats de PM et PRC par année d'effet calculés à la date d'inventaire.

```
/* Paramètres à compléter avant de lancer les différents programmes */

%let date = 201605 ; /* Date d'inventaire : AAAAMM */

%let annee_N=%substr(&date.,1,4);
%let mois_inventaire = %substr(&date,5,2);

%let taux_tech_vie = 0.005 ;
%let taux_tech_non_vie = 0.005;
```

Figure 28 - Extrait du code SAS à modifier à l'exécution

- **Mise en forme du portefeuille et calcul des primes**

Le premier programme récupère le fichier des contrats de l'infocentre à la date d'inventaire. Dans le portefeuille à la date d'inventaire, il y a  $x$  lignes correspondant à  $x$  affaires.

Le travail sur les portefeuilles indiqué en 1.4.2 y est effectué. Puis, on garde uniquement les affaires en cours à cette date. Pour chaque affaire, on récupère les caractéristiques de l'adhérent et du prêt contracté afin de pouvoir calculer par la suite les engagements respectifs.

On dispose du portefeuille à la date d'inventaire. On crée un portefeuille d'adhérents ayant souscrit la garantie décès et un portefeuille d'adhérents ayant souscrit la garantie arrêt de travail. Dans chaque portefeuille, pour chaque affaire on duplique chaque ligne autant de fois qu'il y a d'années restantes de prêt. On incrémente la variable « âge atteint » de l'assuré. Ainsi, pour chaque affaire on dispose d'une table possédant autant de lignes que l'échéancier du prêt.

Le schéma ci-dessous explique la méthode de codage employée pour y parvenir.

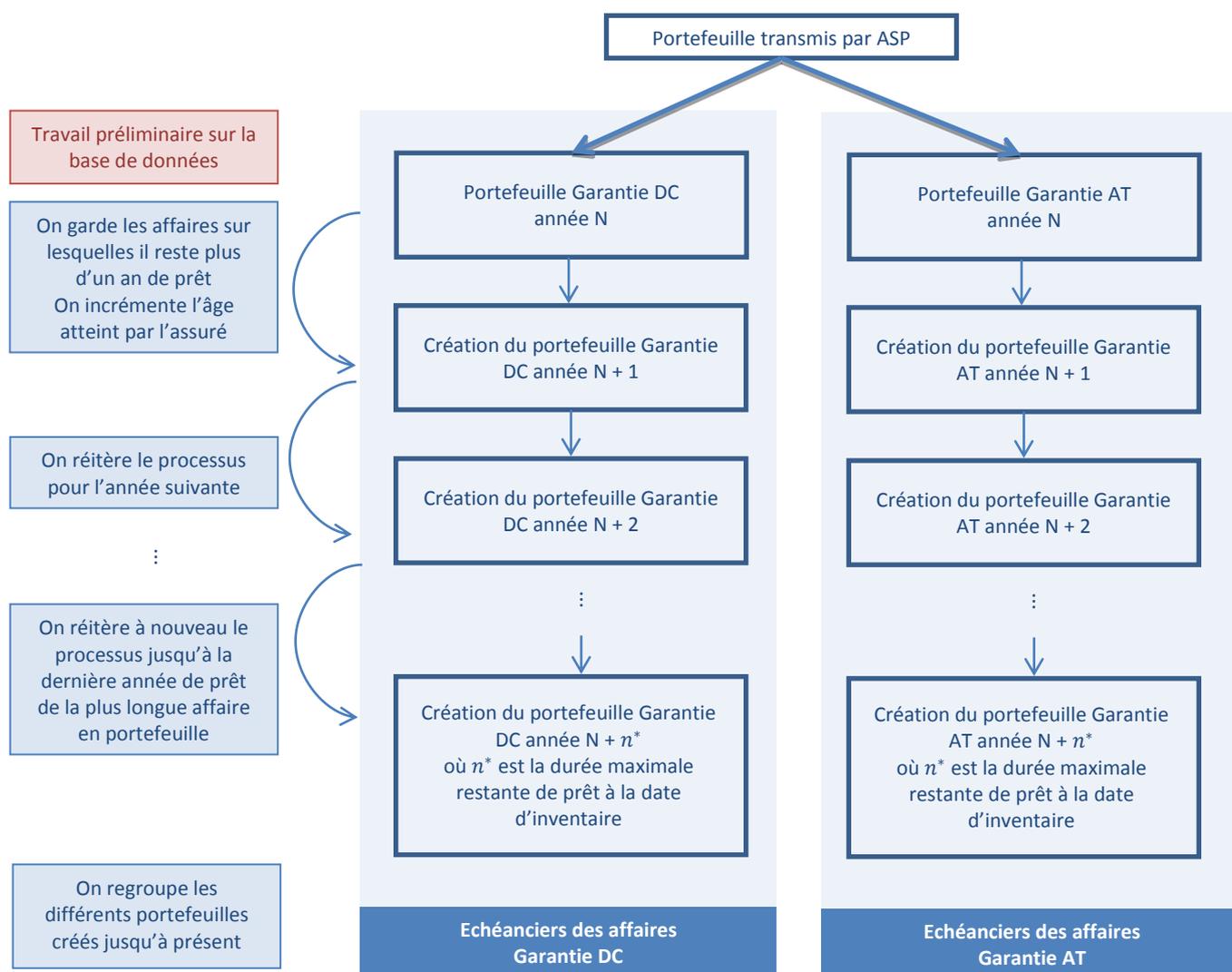


Figure 29 - Principe de codage de la projection du portefeuille

- **Outil de calcul PRC (respectivement Outil de calcul PM)**

Ce programme récupère le portefeuille exporté du programme précédent concernant la garantie AT (respectivement DC).

Après avoir calculé les mensualités et amortissements relatifs aux prêts, un premier flux de processus s'attache à calculer l'engagement assureur sur le risque AT (respectivement DC) pour chaque future année de contrat de chaque affaire actuellement en cours. Puis, un deuxième flux de processus effectue un travail similaire de calcul de l'engagement assuré sur ce même risque. Enfin, un dernier flux de processus permet de calculer la PRC (respectivement PM) en calculant la différence entre les engagements assureur et assuré sur chaque affaire. On obtient finalement, le montant de PRC (respectivement PM) à intégrer aux comptes.

On retrouve ici un exemple du visuel obtenu d'une partie de l'outil sous SAS.

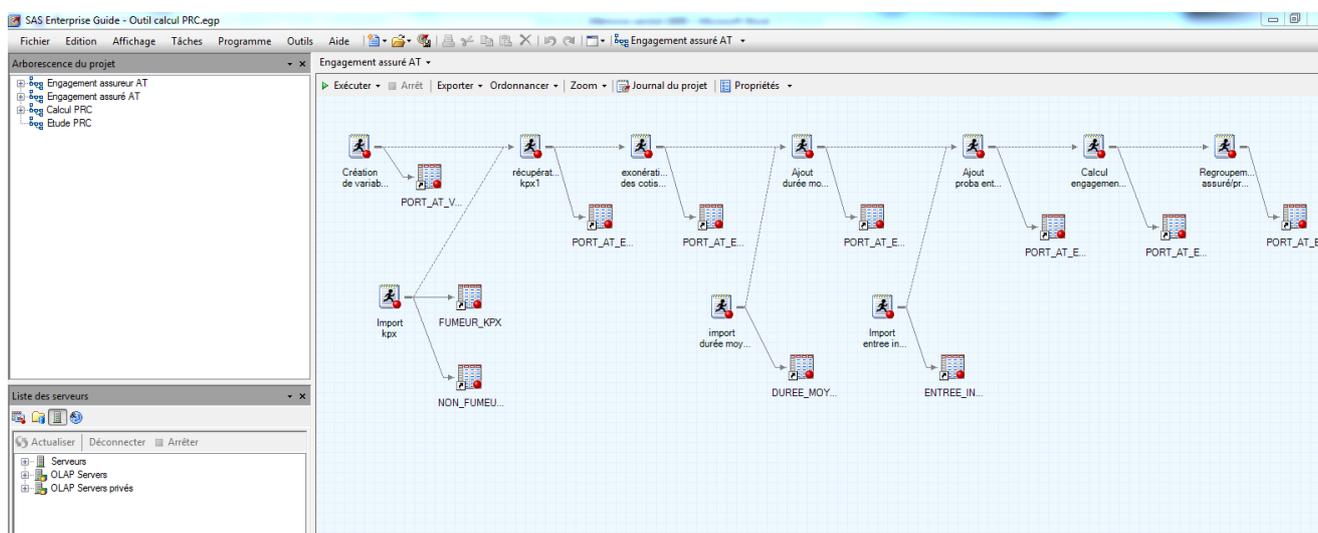


Figure 30- Capture d'écran d'un flux de processus de l'outil SAS

L'entreprise possède désormais des outils SAS capables de déterminer de façon automatisée et en un temps très limité, les montants de PM et PRC à reporter dans les comptes à chaque clôture. Ces outils sont facilement manipulables et adaptables à un nouveau produit. En effet, si un nouveau produit entre en portefeuille, il suffira d'adapter les flux de processus prenant en compte le système de tarification propre au produit et de prendre en compte les options et garanties supplémentaires de ce dernier.

- **Principe de fonctionnement des outils**

Le schéma ci-dessous illustre le fonctionnement des outils.

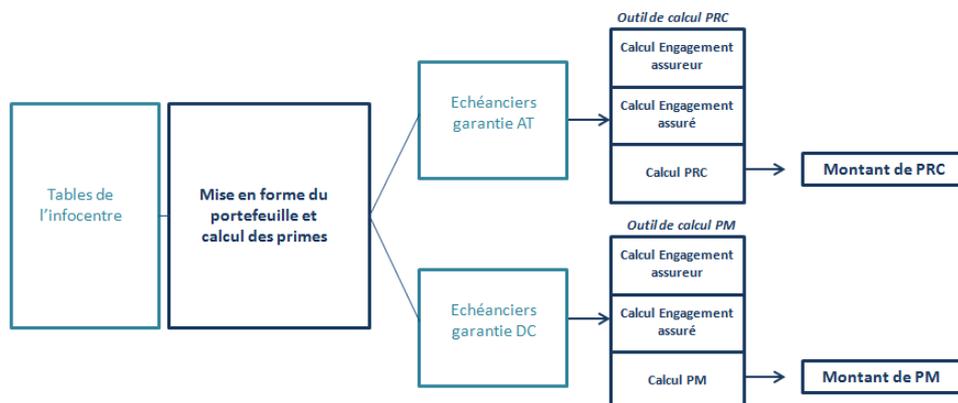


Figure 31 – Schéma de fonctionnement des outils de calcul

### 2.6.2 Composition des provisions

Les résultats sont ici présentés dans le cadre de l'étude du produit ADP v3. Ainsi, on cherche à comprendre comment sont composées les PRC et PM de ce produit et quelles sont les affaires qui y contribuent le plus.

- **Composition de la PRC**

On remarque que près de 60 % des affaires en portefeuille contribuent à la constitution de la PRC. On choisit d'observer la proportion d'affaires dont l'engagement assureur dépasse l'engagement assuré à l'heure actuelle en fonction de la CSP et en fonction de l'âge atteint par l'assuré. En effet, les taux d'entrée en indemnisation dépendent de la CSP de l'assuré et de l'âge atteint par ce dernier.

Les graphes ci-dessous illustrent cette répartition.

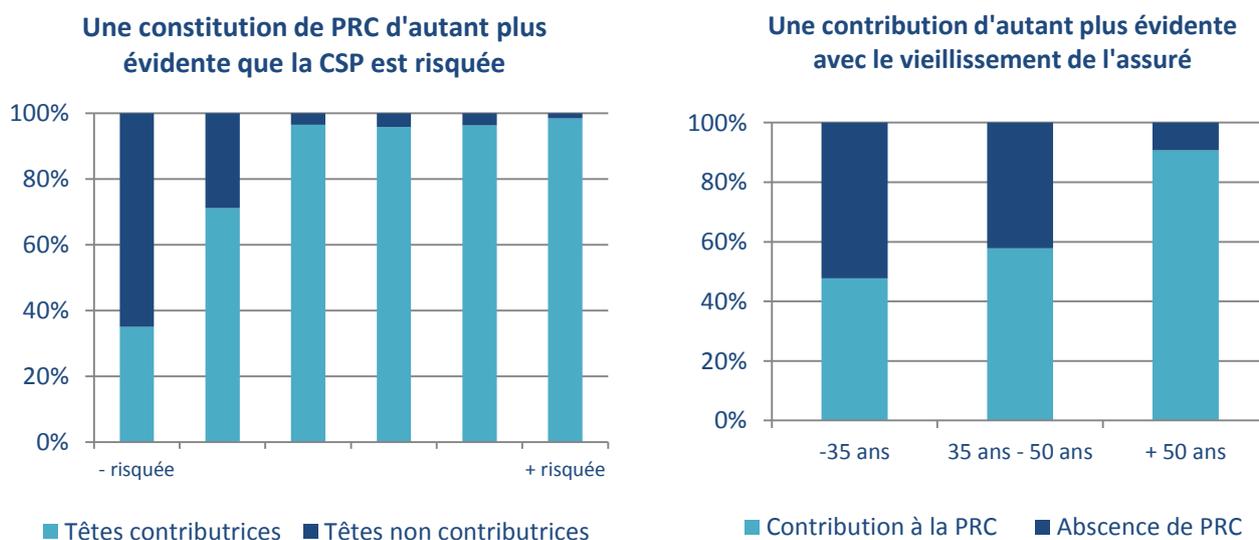


Figure 32 – Répartition des têtes contributrices en fonction de la CSP et de l'âge à la souscription sur ADP v3

On remarque qu'une PRC est constituée sur quasiment tous les contrats dont la CSP est plus risquée. De la même manière, lorsque l'assuré vieillit, la proportion d'affaires dont l'engagement assureur est supérieur à l'engagement assuré est plus importante.

On s'intéresse désormais au montant moyen de PRC parmi les affaires qui contribuent à la PRC globale, en fonction de la CSP de l'assuré et de son âge à la date de calcul. Les figures ci-dessous représentent les montants moyens en fonction de catégories.

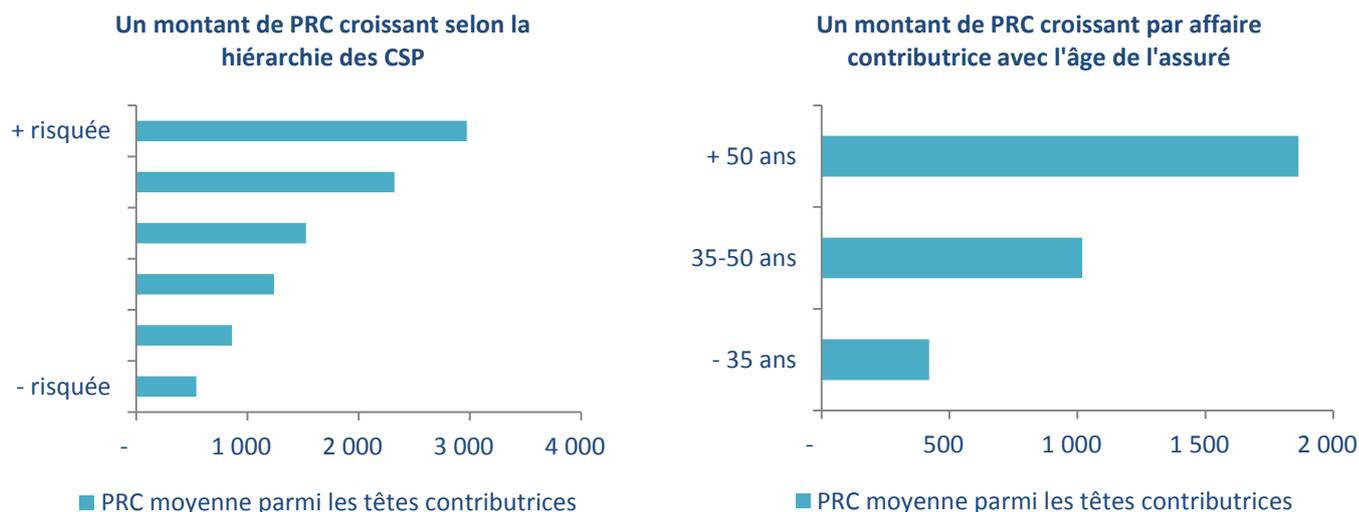


Figure 33- Montant moyen de PRC sur ADP v3 en fonction de la CSP et de l'âge actuel de l'assuré

Le montant de PRC constitué est plus important dès lors que l'assuré atteint une tranche d'âge plus importante à la date de calcul et lorsqu'il se trouve dans une CSP considérée comme plus risquée.

- **Composition de la PM**

Avec un portefeuille relativement jeune, peu de têtes contribuent pour le moment à la constitution de la PM (entre 1 et 2 %). Alors que moins de 4 % des affaires concernent des assurés fumeurs, la PM est constituée à plus de 97 % par les affaires dont l'assuré est fumeur. Pour rappel, dans le calcul effectué, on prend en compte la surmortalité de la population des fumeurs étant donné que la table de mortalité d'expérience certifiée utilisée dans le calcul des PM est segmentée selon cette variable. Pour le moment, c'est donc essentiellement la caractéristique fumeur qui impacte le risque pris par l'assureur. Le vieillissement de l'assuré sera évidemment également un facteur clé.

### 2.6.3 Cohérence des résultats

- **Ordre de grandeur**

Il est difficile d'établir si ces résultats sont cohérents. N'ayant pas de référence sur le portefeuille, nous ne disposons d'aucun ordre de grandeur permettant de conforter la validité des résultats obtenus. Selon un article écrit par Véronique LAMBLE (10), ces montants peuvent représenter « selon la structure des cotisations plusieurs années de cotisations ».

Dans le cadre de notre étude, lorsqu'on provisionne avec la table de maintien en arrêt de travail construite à partir des tables du BCAC, la PRC obtenue représente six fois les cotisations de l'année en cours sur le risque arrêt de travail.

On note tout de même que l'on s'intéresse ici aux cotisations réellement perçues par l'assureur. La plupart des assurés en portefeuille sont dans leur première année de contrat et ont donc des taux de chargements élevés. C'est pourquoi le volume de primes pourra potentiellement être plus important plus tard sur ces mêmes affaires.

Le manque d'historique nous empêche de réaliser un quelconque *backtesting* sur ces provisions. Il serait intéressant de pouvoir, dans les années à venir, trouver une méthode permettant de vérifier que ces provisions ont été bien calculées. Il s'agira notamment de vérifier que les hypothèses utilisées correspondent bien au portefeuille.

- **Sensibilité aux hypothèses structurantes**

On évalue les impacts qu'apporteraient des modifications des hypothèses structurantes sur la PRC. Les tables utilisées pour représenter la mortalité des assurés fumeurs et non-fumeurs, la table d'entrée en arrêt de travail indemnisé, la table de maintien en arrêt de travail construite à partir des tables du BCAC en vigueur ou les taux de résiliation sont autant de choix effectués au cours de ce projet qui influent directement et de manière conséquente les résultats.

La PRC est recalculée en appliquant des chocs à la table d'entrée en indemnisation. Ces chocs sont ceux utilisés dans le calcul du SCR sous Solvabilité 2. On procède à une augmentation de 35 % du taux d'incidence des sinistres lors de la première année projetée et de 25 % les années suivantes. La PRC globale augmente alors de plus de 55 %. La PRC est donc très sensible aux taux d'incidence utilisés.

Il semble que la table utilisée la moins adaptée au portefeuille soit la table de maintien en arrêt de travail, créée à partir des tables en vigueur du BCAC. Pour rappel, on obtient à partir de cette table la durée moyenne d'indemnisation utilisée dans les calculs de VAP. Construites à partir de données de portefeuilles de prévoyance collectifs, les tables du BCAC ne semblent pas adaptées à l'emprunteur mais il s'agit des seules tables réglementaires en non-vie. On calcule ici la PRC à partir d'une table d'expérience à vision *Best Estimate* construite à partir du portefeuille emprunteur de la société mais non certifiée. On obtient un nouveau montant plus de 4 fois inférieur au montant précédent. La volatilité est importante mais, malgré une réglementation plutôt libre sur le calcul de la PRC, dans l'attente d'une table de maintien en arrêt de travail emprunteur certifiée, on fait le choix de se baser sur des tables réglementaires dans le cadre des clôtures d'inventaire. En effet, pour le moment, chez *Axéria Prévoyance*, le reste du provisionnement sur les produits d'assurance emprunteur est basé sur ces tables. Il est important de noter qu'un tel choix engendre par la suite un bonus de provisionnement si la compagnie choisit une table d'expérience qu'elle aurait fait certifier.

Enfin, dans un contexte de taux bas et de contexte réglementaire changeant, on peut se demander si les taux de résiliation appliqués correspondent bien à la réalité du portefeuille. Ces taux ont été calibrés alors que les taux d'intérêts des emprunts étaient très bas. Ainsi, beaucoup de prêts étaient et sont aujourd'hui rachetés par les assurés. On cherche à savoir quel serait l'impact d'une augmentation des taux

d'intérêt et donc d'une diminution des taux de résiliation sur la PRC. On procède à une diminution de 50 % des taux de résiliation calibrés sur le portefeuille. La PRC globale du portefeuille diminue alors de 23 %.

- **Sensibilité à la population**

On s'intéresse désormais à la sensibilité de la PRC à la population qui compose le portefeuille. On suppose l'arrivée d'un phénomène entraînant une modification extrême du profil de risque global de ce portefeuille. On applique, en fonction de différents critères, des déformations extrêmes. A partir des résultats obtenus à cet arrêté, on obtient une PRC moyenne pour une tête contributrice en fonction de la catégorie socioprofessionnelle de l'assuré ou de son âge à la souscription. Puis, on évalue le montant de la PRC globale avec ces nouvelles répartitions du portefeuille.

Dans un premier temps, on modifie la répartition du portefeuille en termes de CSP des assurés présents. On crée deux scénarios extrêmes. Le tableau ci-dessous présente la répartition actuelle et les différents scénarios choisis.

Classes de CSP (de la moins risquée à la plus risquée)	Répartition actuelle du portefeuille	Répartitions potentielles du portefeuille	
		<i>des profils plus risqués</i>	<i>des profils moins risqués</i>
1	54 %	24 %	68 %
2	15 %	10 %	20 %
3	17 %	30 %	10 %
4	9 %	24 %	2 %
5	3 %	8 %	0 %
6	2 %	4 %	0 %

Figure 34 – Répartition des profils en fonction de la CSP selon les différents scénarios

Le premier scénario, qui se base sur une transformation du profil du portefeuille avec des profils plus risqués, entraîne une augmentation de la PRC de 71 %. Quant au second scénario, la PRC actuelle diminue de près de 40 %.

De la même manière, on s'intéresse à une déformation du portefeuille liée à l'âge à la souscription des assurés.

Catégorie âge à la souscription	Répartition actuelle du portefeuille	Répartitions potentielles du portefeuille	
		<i>des profils plus risqués</i>	<i>des profils moins risqués</i>
- 35 ans	19 %	5 %	45 %
35 - 50 ans	68 %	48 %	50 %
+ 50 ans	13 %	47 %	5 %

Figure 35 – Répartition des profils en fonction de l'âge à la souscription selon les différents scénarios

Le premier scénario, qui se base sur une transformation du profil du portefeuille avec des profils plus risqués, entraîne une augmentation de la PRC de 67 %. Quant au second scénario, la PRC actuelle diminue de près de 30 %.

#### 2.6.4 Dépendance des affaires concernant le même prêt

Il s'agit d'une étude permettant de déterminer l'impact d'un biais non pris en considération dans la première approche appliquée pour déterminer les montants de PM et de PRC. Les taux de résiliation utilisés prennent en compte la résiliation des contrats liée aux rachats de prêts ou aux radiations d'assurés. Dans nos calculs, on tient compte de la possibilité de résiliation d'un contrat liée au décès de l'assuré. En revanche, on ne prend pas en compte un autre phénomène pouvant entraîner la résiliation du contrat. Ce phénomène est omis lorsqu'on fait l'hypothèse que toutes les affaires sont indépendantes entre elles.

- **Population concernée**

De nombreux emprunts s'effectuent en couple. Il n'est pas rare que les deux emprunteurs choisissent de s'assurer sur un même prêt chez *April*. Parmi ces couples, un grand nombre d'entre eux assure plus de 100 % du prêt, c'est-à-dire que la somme des quotités respectivement choisies par l'emprunteur et le co-emprunteur dépasse 100 %. La figure ci-dessous illustre ce phénomène pour les différentes garanties du portefeuille ADP v3.

**Une proportion non négligeable d'affaires assurées à plus de 100%**

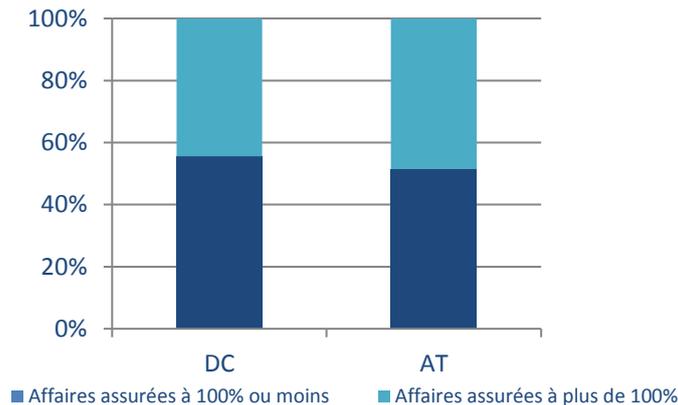


Figure 36 – Proportion des affaires assurées à plus de 100 % sur les différents risques

Il est pourtant évident que l'assureur ne paiera jamais plus de 100 % du capital emprunté. Or, pour le moment, les engagements du point de vue assureur et assuré sont calculés indépendamment de ces informations.

Il serait intéressant de trouver une méthode pour prendre en considération cette variable qui modifierait la probabilité de présence en portefeuille et impacterait alors directement les montants de provisions calculés en première approche.

Ainsi, au décès du conjoint, la quotité assurée de l'emprunteur, notée  $Quo_1$ , devrait être modifiée. En considérant que la quotité assurée du co-emprunteur  $Quo_2$ , a été remboursée par l'organisme assureur, la quotité de l'assuré survivant deviendrait :  $\max(Quo_1; 100 - Quo_2)$ . Il est difficile de prendre en compte ce changement potentiel de quotité dans le calcul des engagements. En revanche, parmi ces affaires assurées à plus de 100 %, pour 75 % d'entre elles (en DC et en AT), le conjoint est assuré à 100 %. Dans ce cas-là, l'affaire existe uniquement tant que le co-emprunteur est en vie.

- **La survie du conjoint, une condition supplémentaire**

A partir du moment où le conjoint de l'assuré a choisi une quotité de 100 %, une condition supplémentaire est simple à mettre en place lors du calcul des engagements. L'assuré est alors en portefeuille s'il est vivant, que son contrat est en cours, et que son conjoint est lui aussi vivant.

On met donc en place un indicateur « conjoint » permettant de repérer les affaires qui vont être impactées par ce changement noté  $\mathbb{1}_{conj\ 100\%}$ .

Lorsque c'est le cas, on calcule la probabilité que le conjoint de l'assuré d'âge  $y$  aujourd'hui survive  $k$  années. Avec les notations actuarielles préalablement définies, on définit :

$${}_k p_y = \begin{cases} \prod_{i=0}^{k-1} p_{y+i} & \text{si } \mathbb{1}_{conj\ 100\%} = 1, \\ 1 & \text{sinon} \end{cases}$$

Pour une affaire  $j$  les formules permettant de calculer les engagements deviennent :

$$\begin{cases} {}_j VAP_{assureur}^{DC}(k) = \lambda_{DC} \times (CRD_k - 6 \times Amort_k) \times {}_k p_x \times \bar{r}_{k+c} \times q_{x+k} \times {}_k p_y \times \frac{1}{(1+i)^k}; \\ {}_j VAP_{assuré}^{DC}(k) = P_k^{DC} \times {}_k p_x \times \bar{r}_{k+c} \times \frac{1}{(1+i)^k}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} {}_j VAP_{assureur}^{AT}(k) = \lambda_{AT} \times M_k \times {}_k p_x \times \bar{r}_{k+c} \times w_{x+k} \times dm_{x+k}^{n*-k} \times {}_k p_y \times \frac{1}{(1+i)^k}; \\ {}_j VAP_{assuré}^{AT}(k) = P_k^{AT} \times {}_k p_x \times \bar{r}_{k+c} \times \left(1 - w_{x+k} \times \frac{dm_{x+k}^{n*-k}}{12}\right) \times {}_k p_y \times \frac{1}{(1+i)^k}. \end{cases}$$

On relance les programmes permettant de calculer la PRC et la PM sur le produit ADP v3 avec ces formules. L'impact sur les résultats finaux est faible mais existe. La PRC se voit diminuée de 0,8 % tandis que la PM diminue de 0,9%.

Un premier biais est ici corrigé. Cependant, lorsque l'on calcule les engagements de l'assureur sur le risque décès, on surestime toujours l'engagement de l'assureur dans la mesure où sur le risque décès l'assureur ne s'engage jamais sur plus d'une fois le montant emprunté, ou dans le cas du risque arrêt de travail, il ne paie jamais deux fois la même mensualité.

- **Une erreur limitée sur le risque arrêt de travail**

Dans le cas de l'arrêt de travail, l'engagement de l'assureur est surestimé dans le sens où si l'assuré A est en arrêt de travail indemnisé, que son co-emprunteur, l'assuré B tombe en arrêt de travail indemnisé à son tour, l'assureur n'aura pas de mensualités à régler pour l'assuré B tant que l'assuré A reste dans cette situation. Cependant, cette situation est temporaire et limitée dans le temps. De plus, l'assureur s'engage tout de même sur les deux têtes et peut au cours de l'emprunt être amené à se substituer à chacun des assurés pour une durée limitée. La mise en place opérationnelle de telles conditions dans les engagements semble donc difficile.

- **Vers une vision différente des affaires sur le risque décès**

Le calcul s'effectue pour le moment « tête par tête ». Pour l'instant, on considère qu'un couple (assuré ; prêt) est une affaire. On propose ici une vision différente de ce qui peut être considéré comme une affaire.

Lorsqu'un prêt est assuré à 200 %, c'est-à-dire que l'emprunteur et le co-emprunteur sont respectivement assurés à 100 %, l'affaire sort du portefeuille dès lors qu'un des deux emprunteurs décède. Cela concerne 30 % des affaires en portefeuille à la date de l'étude.

D'un point de vue actuariel, l'engagement de l'assureur se fait sur un groupe au premier décès. On note  $T_{x_1}$  la durée de vie résiduelle de l'emprunteur et  $T_{x_2}$  la durée de vie résiduelle du co-emprunteur. On considère que les durées de vie des deux individus sont indépendantes. L'engagement de l'assureur porte alors sur le groupe  $(x_1, x_2)$  et  $T_{(x_1, x_2)} = \min(T_{x_1}, T_{x_2})$ .

Ainsi, la provision mathématique est alors calculée sur l'affaire au global et non plus sur les deux emprunteurs assurés sur un même prêt indépendamment. De ce fait, lorsque les montants sont agrégés par affaire, une compensation interne supplémentaire peut se produire. Le tableau ci-dessous illustre ce phénomène via un exemple fictif et souligne la différence entre les deux visions.

Vision Initiale				
Emprunteur (assuré 1: Fumeur)			Co-emprunteur (assuré 2)	
Année	Eng. assureur	Eng. assuré 1	PM	
2016	1200 €	1180 €	20 €	
2017	1000 €	955 €	45 €	
2018	700 €	630 €	70 €	
2019	400 €	355 €	45 €	
2020	180 €	160 €	20 €	
Somme des PM : 200 € PM retenue: 200 €			Somme des PM : - 80 € PM retenue: 0 €	
PM comptabilisée sur le prêt assuré sur deux têtes : 200 €				
Nouvelle vision				
Prêt (assuré 1 et assuré 2)				
Année	Eng. assureur	Eng. assuré 1	Eng. assuré 2	PM
2016	1800 €	1180 €	620 €	0 €
2017	1470 €	955 €	485 €	30 €
2018	1050 €	630 €	360 €	60 €
2019	620 €	355 €	235 €	30 €
2020	280 €	160 €	120 €	0 €
Somme des PM : 120 € PM retenue : 120 €				
PM comptabilisée sur le prêt assuré sur deux têtes : 120 €				

Figure 37 – Exemple fictif présentant les différentes méthodes de calcul de PM

Dans cet exemple, on voit bien que lorsque qu'on comptabilise la PM sur les deux têtes indépendamment, elle est plus importante que lorsqu'on adopte une vision « groupe au premier décès » et qu'on considère les engagements pris sur le prêt. Typiquement, si l'un des assurés est fumeur et qu'une PM est constituée sur sa tête, elle peut être compensée par la PM calculée sur la tête de son conjoint.

Lorsqu'on prend en considération cette nouvelle vision pour les prêts assurés à 200 %, la PM globale du portefeuille diminue de 11 %. Ainsi, en considérant toutes les affaires comme indépendantes on insère un niveau de prudence sur le calcul de la PM du portefeuille.

### 3 Projection en vision *run-off* des provisions et analyse des résultats

Après avoir mis en place l'outil permettant d'obtenir les montants de PM et PRC à intégrer aux comptes et dans la continuité de ce travail, l'objectif de cette partie est de quantifier l'évolution de ces montants dans le temps. Ces projections permettront à la direction technique d'avoir des clés supplémentaires afin d'anticiper les résultats comptables annuels à venir sur ces produits.

En considérant le portefeuille en *run-off*, l'idée est d'effectuer 1000 scénarios de potentielle évolution de chaque affaire. En effet, différents motifs peuvent amener une affaire à sortir du portefeuille : le décès de l'assuré ou la résiliation du contrat (rachat, radiation). D'autre part, lors du calcul de la PRC, la situation de l'assuré à la date de calcul (actif ou en arrêt de travail indemnisé) impacte le résultat. On simulera alors l'arrêt de travail.

Finalement, on obtiendra les montants de PRC et PM par année de projection pour chaque scénario. Il sera facile d'extraire une évolution moyenne de ces montants et les différents quantiles associés. Ces données pourront être utilisées par la direction technique dans le cadre des projections de portefeuilles afin d'anticiper les résultats à venir pour la construction du budget.

#### 3.1 Projection du portefeuille existant sans hypothèses de sortie

On projette le portefeuille au 1<sup>er</sup> janvier de chaque année jusqu'à ce qu'il soit totalement épuisé. Dans un premier temps, on fait l'hypothèse que le portefeuille n'évolue pas, c'est-à-dire qu'il n'y a pas de nouveaux entrants en portefeuille et que les assurés restent en portefeuille jusqu'à la fin de leurs prêts respectifs. C'est une vision *run-off* du portefeuille sans chute des contrats. Cette vision est purement théorique mais permet d'avoir une évolution de base des montants globaux et également d'avoir une vision de l'évolution d'une affaire qui irait jusqu'à la fin du contrat.

On reprend le portefeuille obtenu à partir de la première partie de l'outil présenté dans la partie précédente qui permet d'avoir l'échéancier de chaque affaire du portefeuille à la date d'inventaire.

##### 3.1.1 Création d'un outil de projection de base

- **Evolution de la survie**

On fait l'hypothèse que l'assuré est forcément en portefeuille au 1<sup>er</sup> janvier de l'année de projection.

L'âge de l'assuré étant calculé par différence de millésime, l'assuré n'a plus le même âge à la date de projection et sa probabilité de survie s'en voit modifiée. En effet, survivre  $y$  années lorsqu'on est âgé de  $x$  années n'équivaut pas à survivre  $(y - 1)$  années lorsqu'on est âgé de  $(x + 1)$  années. De manière évidente, on a une information supplémentaire : l'assuré a survécu à l'année entre sa  $x^{\text{ème}}$  et  $(x + 1)^{\text{ème}}$  année.

- **Evolution du taux de résiliation**

Etant donné que l'on considère que l'assuré est présent en portefeuille à la date de projection, le taux de résiliation est modifié. En effet, la probabilité de résiliation d'une affaire diminue avec le temps, puisque l'affaire se rapproche peu à peu de son terme. La probabilité de résiliation d'une affaire est donc différente lorsqu'on calcule la PRC en année N ou en année N + 1.

- **Construction du portefeuille**

On projette pour chaque future année, dans la limite du maximum des durées de prêt restantes, le portefeuille actuel. Pour chaque année de projection, on garde uniquement les prêts non terminés et les lignes de l'échéancier correspondant aux années futures.

La nouvelle table obtenue est en fait une compilation des portefeuilles vus à différentes dates. On introduit un marqueur indiquant la date de calcul du portefeuille. On calcule l'âge de l'assuré à la date de projection.

Le tableau ci-dessous illustre la projection d'une affaire dont le prêt dure 5 ans et dont l'assuré a 25 ans en 2016.

Année projection	Année engagement	Age atteint (engagement)	Age atteint (date projection)
2016	2016	25	25
2016	2017	26	25
2016	2018	27	25
2016	2019	28	25
2016	2020	29	25
2017	2017	26	26
2017	2018	27	26
2017	2019	28	26
2017	2020	29	26
2018	2018	27	27
2018	2019	28	27
2018	2020	29	27
2019	2019	28	28
2019	2020	29	28
2020	2020	29	29

Figure 38 – Illustration de la projection d'une affaire

On obtient une table composée de nombreuses lignes. En effet, pour une affaire en portefeuille à laquelle il reste  $n^*$  années de prêt, on a  $\frac{n^*(n^*+1)}{2}$  lignes.

On associe le taux de résiliation correspondant à chaque ligne de chaque échéancier. Puis, on applique à cette table les programmes calculant l'engagement de l'assureur et l'engagement de l'assuré pour chaque affaire et chaque année de prêt. On peut ainsi calculer la PRC ou la PM pour chaque affaire à chaque date de projection.

Par conséquent, on peut voir l'évolution de la PRC et de la PM pour chaque affaire, en supposant que l'affaire reste en portefeuille, c'est-à-dire l'assuré n'est pas décédé ou en arrêt de travail ou n'a pas racheté son prêt.

On note alors  ${}_jPRC_k$  la PRC de l'affaire  $j$  à l'année de projection  $k$  et  ${}_jPM_k$  la PM de l'affaire  $j$  à l'année de projection  $k$ .

### 3.1.2 Exemples de l'évolution de la PRC et de la PM sur deux affaires

Toujours en considérant que l'affaire reste en portefeuille jusqu'à la fin prévue par le contrat, on peut ainsi tracer l'évolution des engagements respectifs de l'assureur et de l'assuré pour chaque risque.

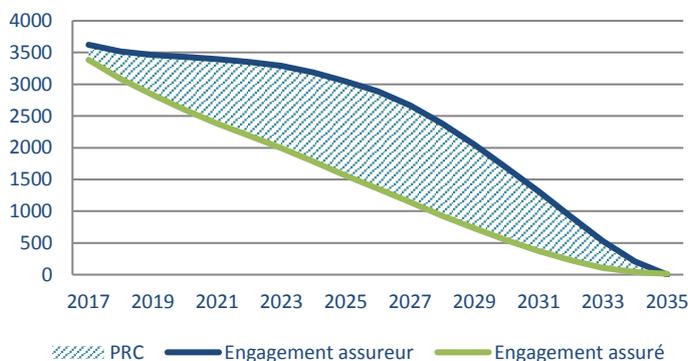
On se propose d'illustrer l'évolution des engagements probables au travers deux affaires ayant les caractéristiques suivantes :

Affaire	1	2
Age actuel	42 ans	30 ans
CSP	2	1
Fumeur/Non-fumeur	Fumeur	Non-fumeur
Durée du prêt	20 ans	30 ans

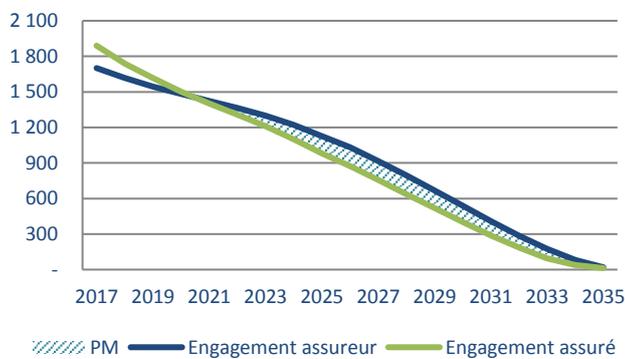
Figure 39- Caractéristiques de trois affaires illustrant le portefeuille

#### Des engagements qui évoluent différemment ...

##### sur le risque arrêt de travail



##### sur le risque décès



#### ... des provisions à constituer

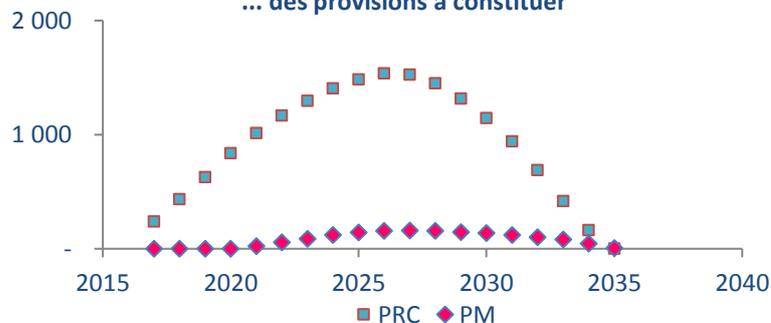


Figure 40 - Exemple affaire 1 - Evolution des engagements assureur et assuré sur différents risques, et de la PM et PRC

Les engagements futurs probables diminuent dans le temps pour s'annuler une fois le prêt terminé. Théoriquement, au départ, les valeurs actuelles probables des points de vue respectifs assureur et assuré sont identiques. Ici, même s'il peut s'agir de la première année de prêt, ce n'est pas le cas. En effet, lors des calculs de provisionnement, on utilise des probabilités d'expérience ou réglementaires qui peuvent être différentes de celles ayant servies à établir le tarif du produit. En normes françaises, le provisionnement se doit d'être prudent.

Lorsque l'engagement futur probable de l'assureur dépasse l'engagement futur probable de l'assuré, cela entraîne la constitution d'une provision pour risques croissants ou provision mathématique selon le risque concerné. Le montant à provisionner est représenté sur les schémas par la zone hachurée.

Sur cette affaire, une provision pour risques croissants est immédiatement constituée. Il s'agit d'un assuré fumeur et rapidement l'engagement futur probable de l'assureur sur le risque décès vient dépasser l'engagement futur probable de l'assuré sur ce même risque. Une provision mathématique se forme alors.

On s'intéresse désormais à une deuxième affaire du portefeuille ADP v3.

### Des engagements qui évoluent différemment ...



Figure 41 - Exemple affaire 2 - Evolution des engagements assureur et assuré sur différents risques, et de la PM et PRC

Comme expliqué dans la première partie de ce mémoire, il peut effectivement exister un décalage temporel entre les engagements. La définition de ces provisions nous laisse penser qu'elles sont constituées afin de pallier les différences d'engagement futures dues exclusivement à l'augmentation du risque (de mortalité ou d'arrêt de travail) dans le temps.

Dans le cadre de cette étude, la tarification des primes est basée sur le capital restant dû de chaque année et non sur le capital initial emprunté comme c'est parfois le cas. De plus, la tarification proposée est particulière puisqu'elle utilise une matrice de déformation. En effet, une loi de déformation tarifaire est appliquée aux primes. Elle prend en compte l'ancienneté dans le prêt par rapport à la durée totale de ce dernier. Elle consiste en l'application de coefficients de majoration au début du prêt suivis de coefficients de minoration progressifs jusqu'à la fin du prêt. L'objectif est de diminuer le montant facial présenté à l'assuré sans pour autant diminuer la valeur actuelle des primes acquises par l'assureur. Ce raisonnement repose sur l'anticipation des remboursements anticipés. En effet, uniquement les assurés allant à la fin de leur prêt pourront bénéficier de ces primes réduites. Ainsi, les assurés qui remboursent par anticipation, financent les baisses tarifaires des assurés allant jusqu'à la fin de leur contrat.

Les structures de tarification utilisées conduisent à des primes non nivelées, c'est-à-dire qu'elles diffèrent au cours de l'emprunt. L'évolution de l'engagement futur probable de l'assuré n'est donc pas évidente à visualiser. En résumé, le choix de la structure tarifaire amplifie le décalage des valeurs actuelles probables.

L'assuré est ici non-fumeur et relativement jeune au début du prêt. Pendant de nombreuses années, aucune provision mathématique ne devra être constituée.

## 3.2 Projection du portefeuille existant avec hypothèses de sortie

Les méthodes de simulation utilisées dans cette partie sont en grande partie inspirées d'un article issu du Bulletin français d'actuariat (11).

Différents mémoires d'actuariat traitent de la modélisation des états occupés par un assuré dans le cadre d'un portefeuille emprunteur dont le mémoire de C.CHAPUIS (12) utile à la construction de cette partie. L'hypothèse précédente nous permettait de visualiser l'évolution des provisions pour chaque affaire en supposant que l'affaire restait en portefeuille. Cependant, cette hypothèse n'est pas du tout réaliste puisqu'elle ne prend pas en compte les risques afférents aux garanties, c'est-à-dire le fait que l'assuré puisse décéder ou être en arrêt de travail, et le fait que l'assuré puisse racheter son prêt ce qui est fréquent comme on l'a vu en première partie.

### 3.2.1 Modélisation des états occupés par l'assuré

Au cours de la durée de son contrat, l'assuré peut occuper différents états :

- Assuré actif, l'état sera noté par la suite " $a$ "
- Assuré décédé, l'état sera noté par la suite " $d$ "
- Assuré en arrêt de travail, l'état sera noté par la suite " $w$ "
- Résiliation du contrat par l'assuré, l'état sera noté par la suite " $r$ "

On ne considère pas un état pour les contrats terminés puisque dans notre projection une fois qu'une affaire est terminée elle n'est plus présente en portefeuille.

- **Arbre des états de l'assuré**

On se place sur 3 périodes successives. On suppose que l'affaire reste en portefeuille pour une durée supérieure à 3 ans. L'arbre ci-dessous nous permet d'anticiper l'évolution possible de l'assuré.

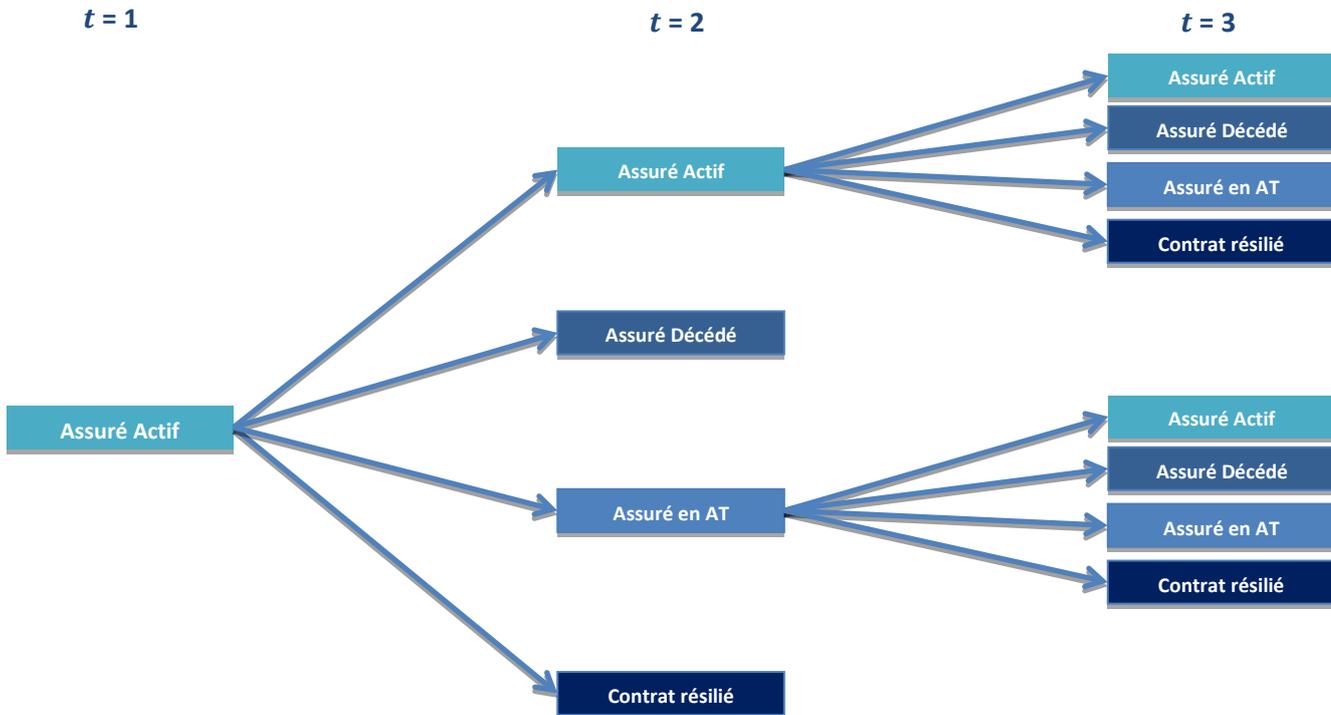


Figure 42- Arbre des états de l'assuré

La constitution des PRC et PM dépend de l'état de l'assuré aux dates de projection. A noter que la provision mathématique, relative au risque décès, n'est pas impactée par l'entrée de l'assuré en arrêt de travail. Dans le cas de la projection de la PM, on considérera seulement 3 états possibles pour l'assuré ( $a, d$  ou  $r$ ).

Les périodes sont ici annuelles. On cherche à savoir quel est l'état de l'assuré aux différentes dates de projection, c'est-à-dire chaque 1<sup>er</sup> janvier.

- **Théorie markovienne et hypothèses de modélisation**

On peut utiliser la théorie markovienne pour décrire ce processus. L'évolution des états de l'assuré est décrite par le processus stochastique  $Z_t = \{(X_t, D_t), t \geq 0\}$  où :

- $X_t$  représente l'état occupé par l'assuré à l'instant  $t$ .
- $D_t$  représente la durée passée dans l'état.

On considère que la suite  $(Z_n, n > 0)$  est une chaîne de Markov, elle respecte la propriété suivante :

$$P\{(X_{n+1} = x_{n+1}, D_{n+1} = d_{n+1}) | (X_n = x_n, D_n = d_n); \dots (X_0 = x_0, D_0 = d_0)\} \\ = P\{(X_{n+1} = x_{n+1}, D_{n+1} = d_{n+1}) | (X_n = x_n, D_n = d_n)\}.$$

On ne tient pas compte du passé de l'assuré, c'est-à-dire que la modélisation de la trajectoire future d'une chaîne de Markov, conditionnée par le passé et le présent de la chaîne correspond à la trajectoire dans le futur de cette chaîne conditionnée uniquement par le présent. On ne tient pas compte du chemin parcouru pour arriver à l'état  $n$ .

En modélisant avec une chaîne de Markov les différents états utiles pour notre projection, on fait ainsi une hypothèse importante. Prenons deux individus, notés A et B, ayant les mêmes caractéristiques (âge, CSP, fumeur ou non), tous les deux actifs à l'état  $n$ . Supposons que A ait subi des arrêts de travail à répétition depuis le début de son contrat alors que B ait toujours été actif. Sachant que les assurés sont tous deux actifs en période  $n$ , les probabilités que ces deux individus soient en arrêt de travail en période  $n + 1$  sont pourtant identiques dans notre modèle. En effet, on ne tient pas compte du chemin parcouru par le passé par les individus.

En réalité, ce n'est évidemment pas le cas pour l'état arrêt de travail. Cependant, nous n'avons pas de table d'entrée en indemnisation connaissant le passé de l'individu. Ainsi, on estime, au vu de la complexité de la mise en œuvre d'une telle considération, que les différences sont suffisamment faibles compte tenu des minces probabilités d'entrée en arrêt de travail indemnisé.

On représente sur un schéma la chaîne de Markov correspondante. Les flèches indiquent les probabilités de transitions d'un état à un autre.

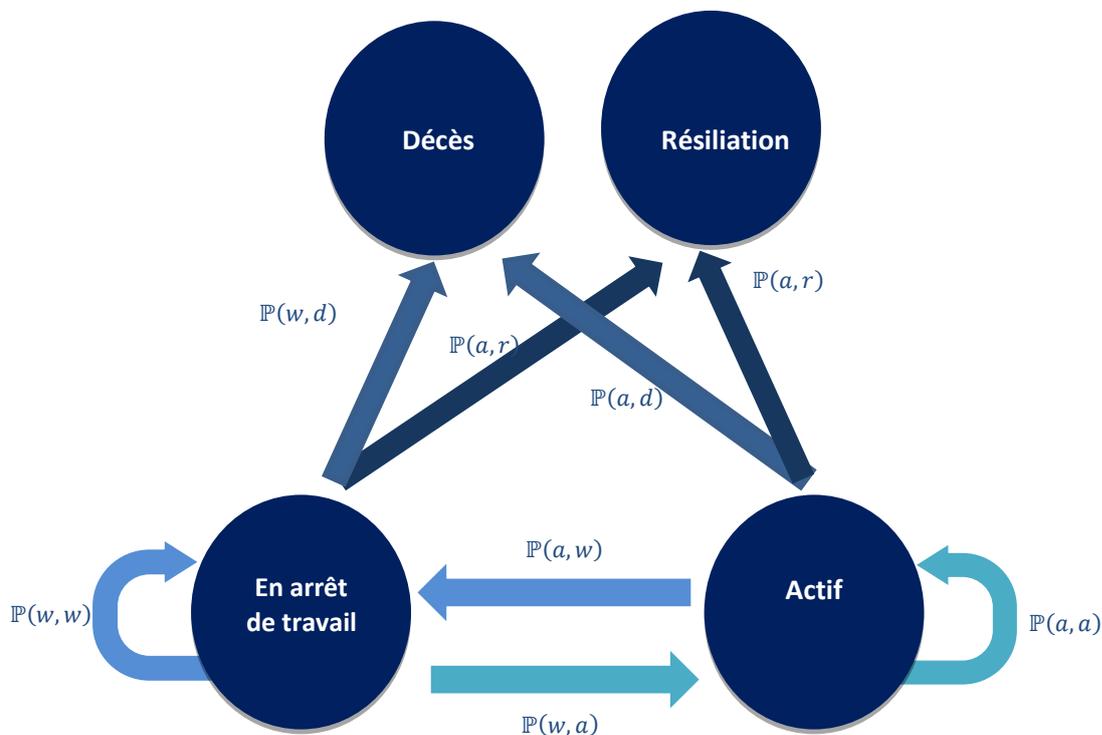


Figure 43 - Illustration de la chaîne de Markov

Au sens de Markov, les états  $d$  et  $r$  sont absorbants. En effet, il s'agit d'états que l'on ne quitte plus lorsqu'on y pénètre. Lorsque l'assuré décède ou rachète son prêt, son contrat prend définitivement fin.

On ne prend pas en compte l'état  $w$  lors du calcul de la PM. En revanche, la PRC est nulle dès lors que l'assuré est en arrêt de travail à la date de calcul. En effet, comme expliqué dans le cadre de l'outil de calcul à date d'inventaire, l'assuré est alors dans le fichier des provisions pour sinistre à payer (PSAP). On s'intéresse donc à la présence en portefeuille ou non de l'assuré au 1<sup>er</sup> janvier de chaque année de projection.

Contrairement aux états précédents, l'état  $w$  n'est pas absorbant. Une fois son arrêt de travail terminé, l'assuré peut revenir dans le fichier calculant la PRC.

Dans le cadre de notre modélisation, on fait l'hypothèse que la probabilité de décéder pour un assuré en arrêt de travail est similaire à celle de décéder pour un assuré actif. En réalité, les probabilités sont différentes. De la même manière, on considère que la probabilité de racheter son prêt est indépendante de l'état dans lequel se trouve l'assuré.

On retient les mêmes hypothèses structurantes que celles utilisées pour le calcul des provisions : la table de mortalité certifiée par ASP (avec distinction fumeur/non-fumeur), la table de maintien en arrêt de travail construite à partir des tables en vigueur du BCAC, la table d'entrée en indemnisation d'ASP (segmentée par CSP et âge atteint par l'assuré) et les taux de résiliation calibrés sur l'historique des portefeuilles emprunteurs.

La matrice de transition de ce système est la suivante :

$$M = \begin{pmatrix} \mathbb{P}(a, a) & \mathbb{P}(a, w) & \mathbb{P}(a, d) & \mathbb{P}(a, r) \\ \mathbb{P}(w, a) & \mathbb{P}(w, w) & \mathbb{P}(w, d) & \mathbb{P}(w, r) \\ \mathbb{P}(d, a) & \mathbb{P}(d, w) & \mathbb{P}(d, d) & \mathbb{P}(d, r) \\ \mathbb{P}(r, a) & \mathbb{P}(r, w) & \mathbb{P}(r, d) & \mathbb{P}(r, r) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbb{P}(a, a) & \mathbb{P}(a, w) & \mathbb{P}(a, d) & \mathbb{P}(a, r) \\ \mathbb{P}(w, a) & \mathbb{P}(w, w) & \mathbb{P}(a, d) & \mathbb{P}(a, r) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

### 3.2.2 Simulation de Monte Carlo

On cherche donc à modéliser de manière stochastique l'évolution du portefeuille. Chaque affaire peut potentiellement sortir du portefeuille avant la fin du prêt ou ne pas être prise en compte pour le calcul de PRC. On choisit d'effectuer 1000 scénarios différents pour chacune d'entre elles.

Les méthodes sont présentées dans le cadre de la projection des provisions sur le produit ADP v3. Le travail est effectué de manière similaire sur ADP 18-35. Les résultats sur ce produit seront présentés dès lors que la différence entre les deux produits sera intéressante à analyser.

- **Méthode de Monte-Carlo**

Dans cette partie, on s'intéresse à la méthode de Monte-Carlo permettant de calculer l'espérance d'une variable par simulation. Cette méthode repose directement sur la loi des grands nombres. La méthode de Monte-Carlo permet de connaître non seulement une espérance mais aussi un intervalle de confiance autour de cette espérance.

La méthode de Monte Carlo consiste à générer  $n$  copies indépendantes de  $X$  notées  $(X_1, \dots, X_n)$  puis à former l'approximation suivante où  $h$  est une application mesurable.

$$I \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \hat{I} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N h(X_n)$$

On cherche à calculer l'espérance de ces montants de PM et PRC pour les années futures par simulation.

On veut obtenir des suites  $(I_n)$  et  $(J_n)$  représentant l'évolution moyenne de la PRC et la PM associées à notre portefeuille.

- **Optimisation des simulations**

L'une des difficultés de la modélisation est la mise en œuvre pratique. Ainsi, il est essentiel de prendre en compte le temps de calcul associé aux différentes simulations et aussi la capacité des logiciels utilisés. Pour rappel, le périmètre actuel de l'étude est de deux produits. Cependant, ces outils pourraient à l'avenir être utilisés sur les nouveaux produits d'assurance de prêt présentant un engagement tarifaire.

Les tables de départ utilisées sont importantes. En effet, un calcul de PRC (respectivement PM) a été effectué pour chaque année restante de prêt de chaque affaire.

La figure ci-dessous nous indique le nombre de lignes contenues dans chaque table sur laquelle les simulations vont être effectuées.

Période	ADP v 3	ADP 18-35
AT	662 600	203 317
DC	864 850	203 317

Figure 44 - Taille (nombre de lignes) des tables utilisées

- **Générateurs de nombres pseudo-aléatoires**

Ces simulations reposent sur la génération d'une variable aléatoire suivant une loi uniforme. Nos résultats dépendent donc de la qualité de ces simulations. Les générateurs utilisés sont dits pseudo-aléatoires dans le sens où la suite des nombres qui sera simulée peut être prévisible.

On utilise la fonction *ranuni* de SAS. Pour simuler la réalisation  $u$  d'une loi uniforme  $U[0,1]$ , on pose  $u = \text{ranuni}(s)$ , où  $s$  est un entier. C'est la « graine » du générateur de nombres aléatoires. Elle permet de contrôler l'initialisation du générateur de base. Lorsque  $s \geq 0$ , la séquence est reproductible. Cette propriété est intéressante puisqu'elle permet de trouver les mêmes résultats lors de plusieurs simulations identiques.

Selon le support SAS, la fonction est construite en utilisant un générateur multiplicatif de période  $2^{31} - 1$  soit environ  $2 \cdot 10^9$ . La période du générateur doit être grande comparée au nombre de nombres aléatoires requis. Dans le cadre de notre simulation, nous effectuons approximativement  $N \approx 40\,000 \times$

1000 soit environ  $4.10^7$  simulations. Cette condition est bien respectée. On peut donc considérer que les simulations sont bien aléatoires.

Sous *Excel*, on utilise la fonction *alea*. C'est un générateur pseudo aléatoire à congruence linéaire. La période n'est pas connue. On effectue approximativement  $N \approx 30\,000 \times 1000$  soit environ  $3.10^7$  simulations. On suppose néanmoins que les résultats sont pertinents.

### 3.2.3 Principes de simulation

- **Modélisation du décès potentiel de l'assuré**

Afin d'optimiser le temps de calcul, on choisit d'effectuer un tirage par assuré. Ce tirage permet de simuler l'âge de décès de l'assuré pour un scénario. Cet âge de décès est évidemment fonction de l'âge déjà atteint par l'assuré à la date de calcul.

On réduit ainsi le nombre initial nécessaire de simulations. On a l'information « vivant » ou « décédé » pour chaque affaire à chaque année de projection (864 850 lignes sur ADP v3) en effectuant seulement un tirage sur chaque emprunteur (42 720 tirages) et non sur chaque ligne, c'est-à-dire à chaque passage de l'âge  $x$  à  $(x + 1)$ .

Ainsi, cette méthode de simulation permet de diviser le nombre de simulations à effectuer par 20.

On cherche à simuler entièrement la distribution du décès. On utilise la table de mortalité certifiée d'ASP présentée en partie 2.3.2. Les garanties cessant au 31 décembre du 85<sup>ème</sup> anniversaire de l'assuré, la table de mortalité s'arrête à 85 ans. Pour notre simulation, on prend donc la convention suivante : les personnes de l'échantillon toujours en vie à 85 ans, décèdent à 86 ans. En effet, dans ces cas-là l'âge de décès n'impactera pas nos calculs et opérationnellement, dans les programmes, il fallait un âge de décès pour chaque individu.

On construit chaque fonction de répartition des décès relative à l'âge déjà atteint par l'assuré. On note  $p_n^T$  la probabilité pour un individu d'âge  $T$  aujourd'hui, de décéder à l'âge  $n$ . On a ainsi  $(p_n^T)_{n \in [T; 86]}$ , la distribution des décès pour un individu aujourd'hui âgé de  $T$ ,  $T \in [18; 85]$ . Ce travail est effectué pour des individus fumeurs et des individus non-fumeurs.

On simule une loi uniforme  $U$  sur  $[0 ; 1]$ , puis on fait appel à une méthode d'inversion. On découpe l'intervalle  $[0 ; 1]$  en plusieurs intervalles. Les bornes de ces intervalles sont les  $\sum p_i^T$  croissantes. L'indice de la borne supérieure de l'intervalle ainsi créé dans lequel se trouvera le nombre aléatoire de loi uniforme simulé, donnera la valeur simulée de notre distribution.

D'un point de vue pratique,  $P^T$  est distribué selon la loi  $(p_n^T)_{n \in [T; 86]}$ , lorsque :

$$\left\{ \begin{array}{l} P = T \text{ si } U < p_T^T \\ P = T + 1 \text{ si } p_T^T \leq U < p_T^T + p_{T+1}^T \\ P = j \text{ si } \sum_{i=T}^{j-1} p_i \leq U < \sum_{i=18}^j p_i \\ P = 86 \text{ si } U \geq \sum_{i=T}^{85} p_i \end{array} \right. .$$

Afin de simuler sous SAS, on choisit de créer au préalable une table sous *Visual Basic* permettant d'obtenir l'âge de décès d'un assuré en fonction de son âge actuel. On discrétise nos probabilités.

On considère qu'on a 10 000 assurés en portefeuille à un âge  $T$ . On fait l'hypothèse qu'un nombre entier d'individus disparaît à chaque âge. Ce nombre est obtenu en approchant l'entier le plus proche de la probabilité de mourir à cet âge. On obtient ainsi, deux tables (concernant les individus fumeurs et les individus non-fumeurs) au format suivant :

Tirage / Âge actuel	18	...	$i$	...	85
1	18	Age de décès			
...					
$j$	...				
...					
10 000	86				

Figure 45 - Format de la table pour la simulation de l'âge de décès

Une table construite sur le même format est disponible en annexe C pour permettre au lecteur de mieux comprendre sa construction.

L'idée retenue est de tirer sous SAS une réalisation uniforme  $u$  d'une loi  $U$  uniforme sur  $[0 ; 1]$ . On calcule ensuite  $V = \lfloor U \times 10000 \rfloor + 1$ , nombre aléatoire entre 1 et 10 000. En fonction de l'âge atteint par l'individu au moment du tirage, ce nombre permettra d'obtenir un âge de décès.

D'un point de vue opérationnel, la table créée sous *Visual Basic* est importée sous forme d'*array* sous SAS. Les *arrays* sont des tableaux à double entrée permettant d'obtenir la donnée désirée en fonction de deux variables. Il est alors facile d'obtenir la simulation de l'âge de décès en fonction de la caractéristique fumeur ou non de l'assuré, l'âge atteint par l'assuré, et de la réalisation  $v$  de la variable  $V$  sous SAS.

On crée 1000 scénarios. Pour chaque ligne de notre table, on compare l'âge de décès simulé de l'assuré à l'âge atteint par l'assuré au cours de l'année de projection.

Lorsque  $(\text{âge atteint}_i - \text{âge décès}) < 0$ , l'assuré est en portefeuille au 1<sup>er</sup> janvier de l'année  $i$ . En revanche, il décède au cours de l'année  $i$  et ne sera donc plus en portefeuille au 1<sup>er</sup> janvier de l'année  $i + 1$ .

On met alors en place une indicatrice permettant de savoir si l'individu souscrivant à l'affaire  $j$  est en vie ou non au 1<sup>er</sup> janvier de l'année  $k$ .

Pour un scénario  $z$ , on a alors  $\mathbb{1}_{Vie}^{j,k,z}$  telle que :

$$\mathbb{1}_{Vie}^{j,k,z} = \begin{cases} 1 & \text{si l'assuré est vivant au 1<sup>er</sup> janvier de l'année } k \\ 0 & \text{si l'assuré est décédé au 1<sup>er</sup> janvier de l'année } k \end{cases}$$

On a :  $\forall j, k, z, \quad \mathbb{1}_{Vie}^{j,k,z} = 0 \rightarrow \forall i > k, \mathbb{1}_{Vie}^{j,i,z} = 0.$  (l'état  $d$  étant absorbant)

On reprend l'exemple précédent d'un assuré auquel il reste 5 ans de prêt et âgé aujourd'hui de 25 ans. Dans l'exemple, on effectue 2 scénarios différents. Dans le 1<sup>er</sup> scénario, l'assuré ne décède pas avant 85 ans (le programme renseigne alors un décès à 86 ans) tandis que dans le second il décède à 27 ans.

La table est complétée de la manière suivante :

Année projection	Age atteint (date projection)	PRC ou PM	Indicatrice vie Scénario 1	Indicatrice vie Scénario 2
2016	25	$X_1$	1	1
2017	26	$X_2$	1	1
2018	27	$X_3$	1	1
2019	28	$X_4$	1	0
2020	29	$X_5$	1	0

Figure 46 – Exemple de mise en place d'indicatrices vie

- **Modélisation des résiliations des contrats**

On cherche désormais à modéliser la résiliation probable des contrats. On utilise la même méthode de simulation que pour la modélisation du décès potentiel de l'assuré. Afin d'optimiser les calculs, on simule pour chaque prêt en portefeuille une année de résiliation. Cette année de résiliation est fonction de l'année de prêt actuellement occupée par l'assuré.

On utilise les taux de résiliation présentés en partie 2.3.5 utilisés lors du calcul des provisions. La durée des prêts en portefeuille ne dépasse pas 40 ans. Pour notre simulation, on ne tient pas compte de la durée individuelle de chaque prêt. On a la même problématique opérationnelle que dans le cas de la modélisation du décès et on prend la convention que les prêts toujours en cours au bout de 40 années sont rachetés au cours de la 41<sup>ème</sup> année de prêt.

On procède exactement de la même manière que pour le décès et on construit sous *Visual Basic* une table permettant d'obtenir la simulation de l'année de résiliation d'un prêt en fonction d'un tirage uniforme et de l'année de prêt actuel du prêt. Une partie de cette table est disponible en annexe C.

On a alors 1000 scénarios sous *SAS*. Pour chaque ligne de notre table, on compare l'année de résiliation simulée du prêt à l'année dans laquelle est le prêt au cours de l'année de projection. Lorsque  $(\text{année de prêt}_i - \text{année résiliation}) < 0$ , l'affaire est en portefeuille au 1<sup>er</sup> janvier de l'année  $i$ . En

revanche, le prêt est résilié au cours de l'année  $i$  et ne sera donc plus en portefeuille au 1<sup>er</sup> janvier de l'année  $i + 1$ .

On met alors en place une indicatrice permettant de savoir si l'affaire  $j$  est en cours ou non au 1<sup>er</sup> janvier de l'année  $k$ .

Pour un scénario  $z$ , on a alors  $\mathbb{1}_{En\ cours}^{j,k,z}$  telle que :

$$\mathbb{1}_{En\ cours}^{j,k,z} = \begin{cases} 1 & \text{si l'affaire } j \text{ est en cours au } 1^{er} \text{ janvier de l'année } k \\ 0 & \text{si l'affaire } j \text{ n'est pas en cours au } 1^{er} \text{ janvier de l'année } k \end{cases}$$

L'état  $r$  est lui aussi absorbant. Une fois le prêt racheté, le contrat est évidemment terminé.

Ainsi, on a :  $\forall j, k, z, \quad \mathbb{1}_{En\ cours}^{j,k,z} = 0 \quad \rightarrow \quad \forall i > k, \quad \mathbb{1}_{En\ cours}^{j,i,z} = 0.$

On reprend à nouveau l'exemple précédent. L'assuré est en 2016 dans sa 1<sup>ère</sup> année de prêt. Dans le 1<sup>er</sup> scénario, le contrat est racheté lors de la 4<sup>ème</sup> année de prêt tandis que dans le second l'année de rachat est la 12<sup>ème</sup> année de prêt, ce qui n'a pas réellement de sens puisque le contrat ne dure ici que 5 années. Le contrat est donc en cours jusqu'à sa fin contractuelle.

La table est complétée de la manière suivante :

Année projection	Année prêt (date projection)	PRC ou PM	Indicatrice en cours Scénario 1	Indicatrice en cours Scénario 2
2016	1	$X_1$	1	1
2017	2	$X_2$	1	1
2018	3	$X_3$	1	1
2019	4	$X_4$	1	1
2020	5	$X_5$	0	1

Figure 47 - Exemple de mise en place d'indicatrices « en cours »

- **Modélisation de l'arrêt de travail**

La modélisation de l'arrêt de travail est plus complexe que la modélisation des deux états précédents. En effet, un assuré peut sortir de cet état et on doit tenir compte du temps qu'il y passe. On choisit de le modéliser en trois étapes : l'entrée en indemnisation, la simulation du mois d'entrée en indemnisation, puis la simulation de la durée de l'indemnisation.

Lors de la simulation de l'entrée en arrêt de travail, dans un premier temps on effectue un tirage d'une variable uniforme  $U_1$  sur  $[0,1]$ . On utilise la distribution de Bernoulli pour savoir si la personne tombe effectivement en arrêt de travail indemnisé au cours de l'année.

Pour rappel, la distribution de Bernoulli de paramètre  $p, B(p)$ , prend la valeur 1 avec la probabilité  $p$  et 0 avec la probabilité  $q = 1 - p$ .

La probabilité d'entrée en indemnisation dépend de l'âge et de la CSP de l'individu. Pour un individu  $i$ , on la note  $p_i^T$ , où  $T$  représente l'âge atteint par l'assuré à la date de projection. La loi d'entrée en indemnisation de cet individu est alors distribuée selon une loi de Bernoulli  $B(p_i^T)$ .

Ainsi, si une réalisation  $u$  d'une loi  $U_1(0,1)$  est supérieure au paramètre  $p_i^T$  de la loi de Bernoulli de l'assuré  $i$  âgé de  $T$ , alors la variable  $n$  vaut 0 et l'assuré est actif. Sinon, lorsque la réalisation  $u$  est inférieure ou égale au paramètre,  $n$  vaut 1 et l'assuré est en arrêt de travail indemnisé.

La figure ci-dessous illustre le processus décrit.

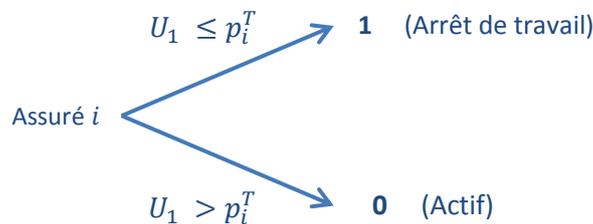


Figure 48 - Schéma de Bernoulli de simulation Arrêt de travail

Pour rappel, l'objectif est de pouvoir déterminer si l'assuré sera ou non en arrêt de travail indemnisé au 1<sup>er</sup> janvier de l'année suivante.

On effectue un tirage concernant le mois d'entrée en indemnisation lorsque l'assuré est effectivement entré en indemnisation.

On simule un mois d'entrée à l'aide d'une variable uniforme  $U_2$  sur  $[0,1]$ .

On pose  $V = \lfloor U_2 \times 12 \rfloor + 1$ , le mois d'entrée en indemnisation,  $V \in [1,12]$ . On suppose que l'assuré tombe en indemnisation à la fin de ce mois. On sait désormais à quel moment l'assuré tombe en arrêt de travail. On cherche à connaître la durée de cette indemnisation.

De la même manière que pour l'âge de décès et l'année de résiliation, on utilise une méthode d'inversion et on crée une table permettant d'obtenir le nombre de mois d'indemnisation d'un sinistre à partir de l'âge atteint par un assuré et du tirage d'une loi uniforme. Cette table est créée à partir de la table de maintien en arrêt de travail dont la construction est décrite dans la partie 2.3.1.

On effectue le tirage d'une variable uniforme  $X$  sur  $[0,1]$ . On pose  $Z = \lfloor X \times 10000 \rfloor + 1$ ,  $Z \in [1, 10\ 000]$ . On récupère la durée d'indemnisation simulée  $D_{AT}$  dans la table créée à partir de l'âge atteint par l'assuré et de la réalisation  $z$ . On peut ainsi facilement déterminer si l'assuré sera en arrêt de travail aux futures dates de projection.

On prend aussi en considération le fait que l'assuré puisse rester plus d'une année entière en indemnisation et suite à un même arrêt de travail, ne pas être présent à plusieurs dates de projection.

On calcule la durée restante d'indemnisation  $d_{rest}$  (en mois) à la fin de l'année.

$$d_{rest} = \begin{cases} \max(d_{rest\ préc} - 12 ; 0) & \text{si l'assuré était déjà en arrêt de travail au début de l'année;} \\ \max(D_{AT} - (12 - V); 0) & \text{sinon.} \end{cases}$$

La variable  $d_{rest}$  de l'année précédente permet de savoir si l'assuré est en arrêt de travail au 1<sup>er</sup> janvier de l'année, et par conséquent si oui ou non un calcul de PRC sera effectué sur cette année de

projection. Lorsque l'assuré est en arrêt de travail à la date de projection, on n'effectue pas la première étape de simulation de l'entrée en indemnisation.

D'un point de vue opérationnel, on effectue ce travail sur chacun des assurés en portefeuille. Ces simulations sont effectuées sous *Excel* dans la mesure où il faut tenir compte, pour chaque assuré, du scénario précédent et cela semble plus évident que sous *SAS*. Les tirages s'effectuent conditionnellement aux résultats des tirages concernant l'année précédente. Une indicatrice d'activité de l'assuré aux dates de calcul est construite pour chaque affaire.

Pour un scénario  $z$ , on a alors  $\mathbb{1}_{Actif}^{j,k,z}$  telle que :

$$\mathbb{1}_{Actif}^{j,k,z} = \begin{cases} 1 & \text{l'assuré est en activité au 1er janvier de l'année } k \\ 0 & \text{l'assuré est en arrêt de travail au 1er janvier de l'année } k \end{cases}$$

Ce travail est effectué pour les 1000 scénarios. Les données sont immédiatement exportées sous *SAS*.

Le schéma ci-dessous décrit, sous la forme d'un arbre de décision, le procédé implémenté sous *Excel* afin de construire cette indicatrice.

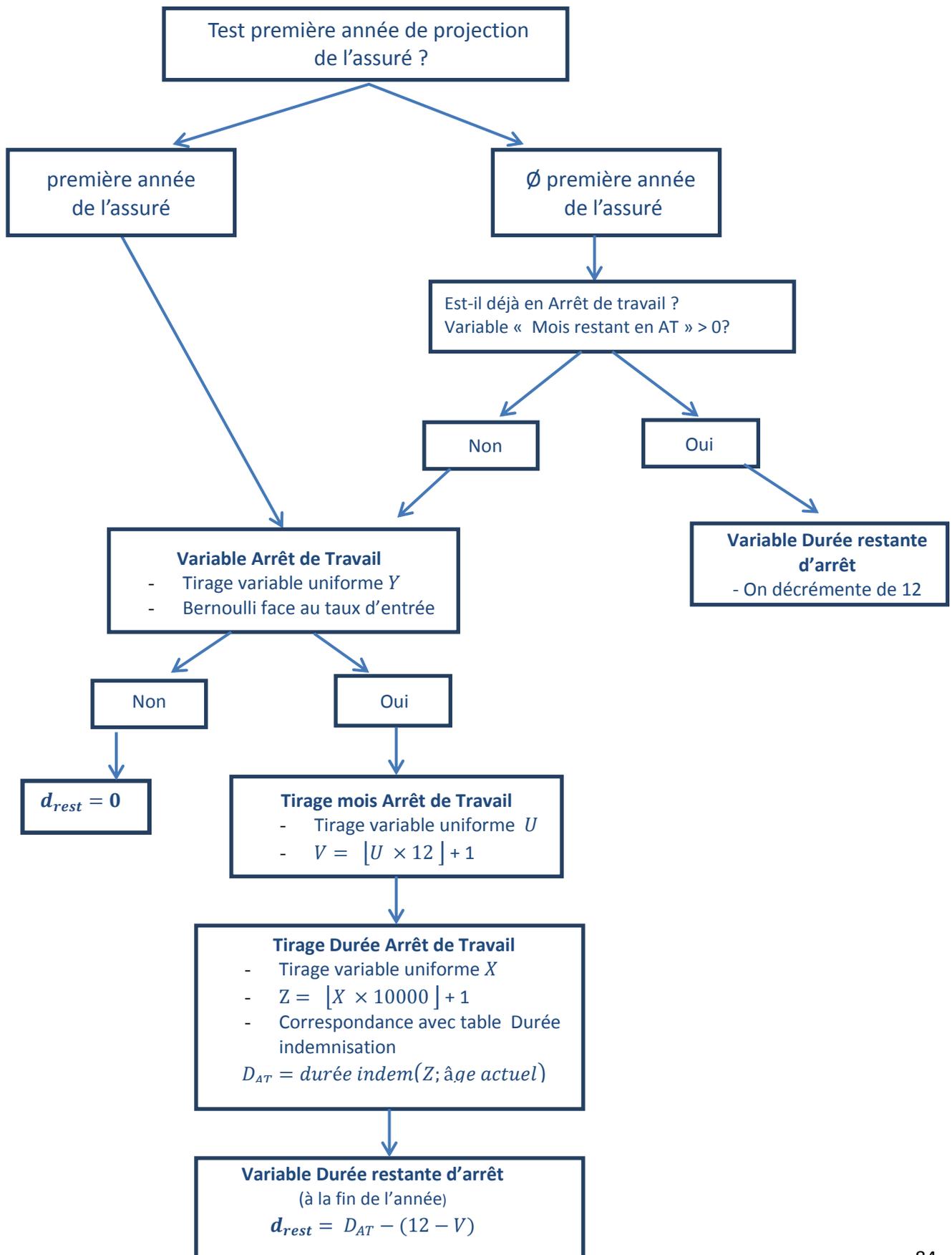


Figure 49 - Arbre de décision utilisé pour modéliser l'arrêt de travail

- **Prise en compte simultanée des différents risques**

Même s'il semble évident que les différents risques ne sont pas indépendants et que les temps de calcul auraient pu être optimisés en utilisant par exemple le fait que lorsque l'assuré est décédé il est inutile de se demander s'il est en arrêt de travail, d'un point de vue opérationnel et capacité des logiciels utilisés, il a été plus intuitif de simuler ces risques indépendamment.

Pour chaque affaire, à chaque année de projection, on calcule la PRC et la PM dans chacun des scénarios simulés. Pour cela, on utilise les indicatrices mises en place. Si l'une d'entre elles vaut 0 lors d'une année  $k$ , c'est-à-dire que soit l'assuré est décédé, soit son prêt est résilié, soit il est en arrêt de travail au 1<sup>er</sup> janvier de cette année-là, la PRC relative à cette année deviendra nulle et ne contribuera pas à la provision globale de l'année  $k$ . De la même manière, si l'une des deux premières indicatrices est nulle, la PM relative à cette année deviendra nulle et ne contribuera pas à la provision globale de l'année  $k$ .

On note alors la PRC de l'année de projection  $k$ , pour l'affaire  $j$ , du scénario  $z, z \in [1,1000]$ ,  ${}_jPRC_k^z$  telle que :

$${}_jPRC_k^z = {}_jPRC_k \times \mathbb{1}_{Vie}^{j,k,z} \times \mathbb{1}_{En\ cours}^{j,k,z} \times \mathbb{1}_{Actif}^{j,k,z}$$

D'autre part, on note la PM de l'année de projection  $k$ , pour l'affaire  $j$ , du scénario  $z, z \in [1,1000]$ ,  ${}_jPM_k^z$  telle que :

$${}_jPM_k^z = {}_jPM_k \times \mathbb{1}_{Vie}^{j,k,z} \times \mathbb{1}_{En\ cours}^{j,k,z}$$

Pour chaque année de projection, on somme les PRC et PM de chaque scénario sur les affaires en portefeuille.

$$PRC_k^z = \sum_j \max({}_jPRC_k^z; 0)$$

$$PM_k^z = \sum_j \max({}_jPM_k^z; 0)$$

Ainsi, on effectue les simulations par affaire. On agrège ensuite les données par année de projection. Cette agrégation permet de mutualiser les risques. En effet, avec près de 50 000 affaires en portefeuille sur le produit ADP v3 par exemple, une loi des grands nombres s'applique. Cette loi des grands nombres réduit fortement la volatilité qu'il peut y avoir entre les différents scénarios. On obtient ainsi 1000 évolutions possibles du montant de PM et de PRC à comptabiliser pour les années à venir jusqu'à extinction du portefeuille.

On considère que la durée maximale d'un prêt en portefeuille est ici de 35 ans. La table que l'on obtient, pour la PRC, est de cette forme :

Année projection	Montant global PRC Scénario 1	Montant global PRC Scénario...	Montant global PRC Scénario $j$	Montant global PRC Scénario ...	Montant global PRC Scénario 1000
2016					
...					
$i$					
...					
2051					

Figure 50 – Table finale PRC

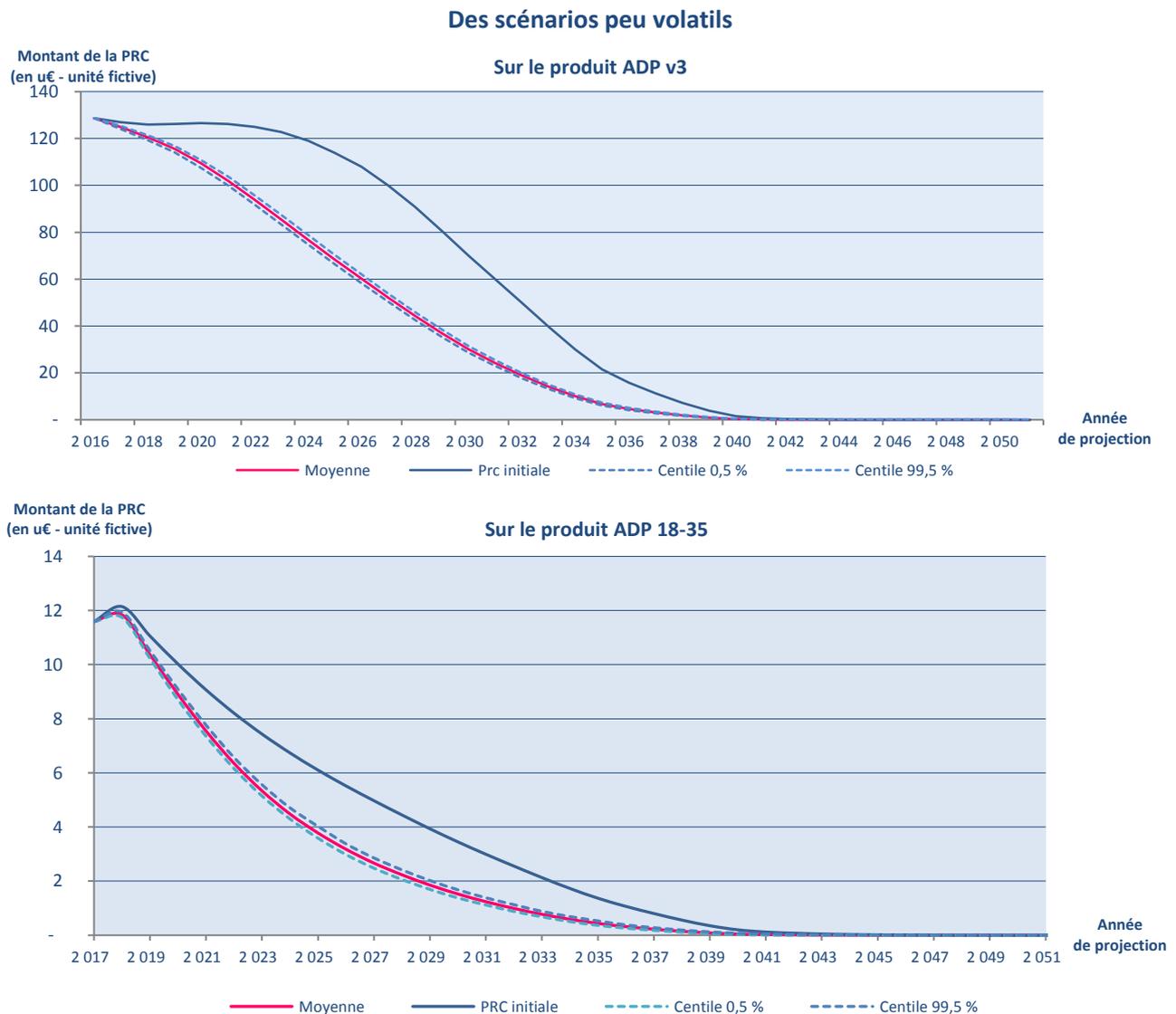
### 3.3 Résultats

On obtient ainsi 1000 scénarios d'évolution possible du montant de PRC et de PM. A partir de l'ensemble de ces scénarios, on crée une évolution moyenne, minimale, maximale pour chaque année de projection. On a alors un scénario moyen, minimal, maximal de l'évolution de ces provisions dans les années à venir. On présente les résultats obtenus sur les deux produits. Pour présenter ces résultats, une unité fictive a été choisie afin de protéger les données considérées comme confidentielles.

#### 3.3.1 Evolution des provisions

- Evolution du montant moyen de PRC

On trace l'évolution du montant de PRC lorsque l'on projette sans aucune hypothèse de résiliation (partie 3.1), l'évolution moyenne après la projection des différents risques et les quantiles à 99,5 %.



Les scénarios sont peu volatils et si nos hypothèses de projection sont cohérentes on peut avoir une idée précise de l'évolution du montant de PRC sur ces portefeuilles, lorsqu'on les considère en *run-off*.

On s'intéresse désormais à l'impact des différentes hypothèses effectuées lors de la projection :

- les chutes dues aux décès des assurés (Hypothèse 1)
- les chutes dues aux résiliations de contrats (Hypothèse 2)
- la non-prise en compte d'assurés en arrêt de travail aux dates de calcul (Hypothèse 3).

On a simulé de manière successive les hypothèses 1, 2 et 3. On peut facilement obtenir l'évolution moyenne de la PRC lorsqu'on applique uniquement l'hypothèse 1, puis lorsqu'on applique les hypothèses 1 et 2 et enfin lorsque les trois hypothèses sont prises en considération dans la projection. On représente ces évolutions moyennes et l'évolution de la PRC sans aucune hypothèse sur la figure ci-dessous.

### Une hypothèse sur les taux de résiliation conséquente

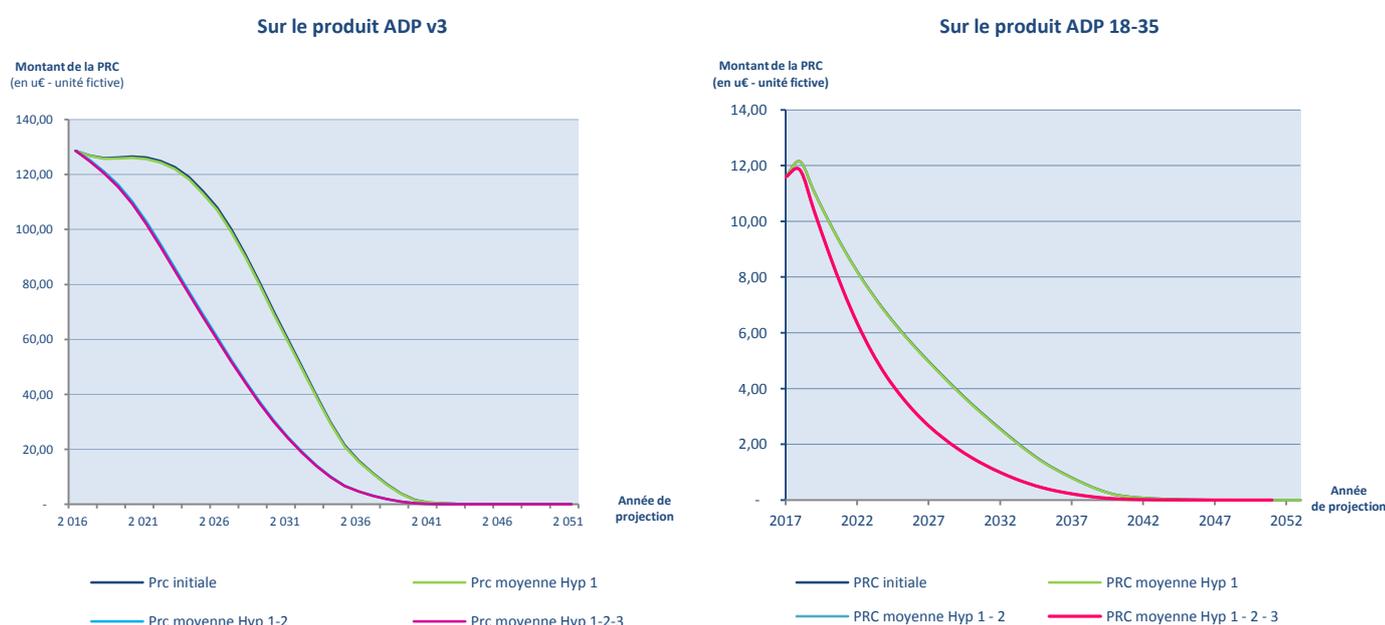


Figure 52 - Evolution de la PRC moyenne en appliquant progressivement les hypothèses

On note que les courbes montrant l'évolution de la PRC initiale ou après application de la 1<sup>ère</sup> hypothèse se superposent sur les graphiques et se confondent. De la même manière, les courbes représentant l'évolution moyenne de la PRC après application des hypothèses 1 et 2 et des hypothèses 1, 2 et 3 sont difficiles à distinguer tant les valeurs sont proches.

On remarque que la PRC projetée diminue de manière conséquente dès lors qu'on applique l'hypothèse sur les taux de résiliation. Les projections du décès et de l'arrêt de travail des assurés ont un impact faible sur le montant de PRC global, les courbes se confondent presque.

Ce phénomène s'explique par le fait que les probabilités de rachat sont largement supérieures aux probabilités de tomber en arrêt de travail indemnisé ou de décéder.

- **Evolution du nombre d'affaires en portefeuille**

On regarde également l'évolution du nombre d'affaires pris en compte lors des calculs de la PRC globale par année de projection et en fonction des mêmes étapes que précédemment.

**Une évolution similaire du nombre d'affaires pris en compte lors des calculs sur les deux produits**

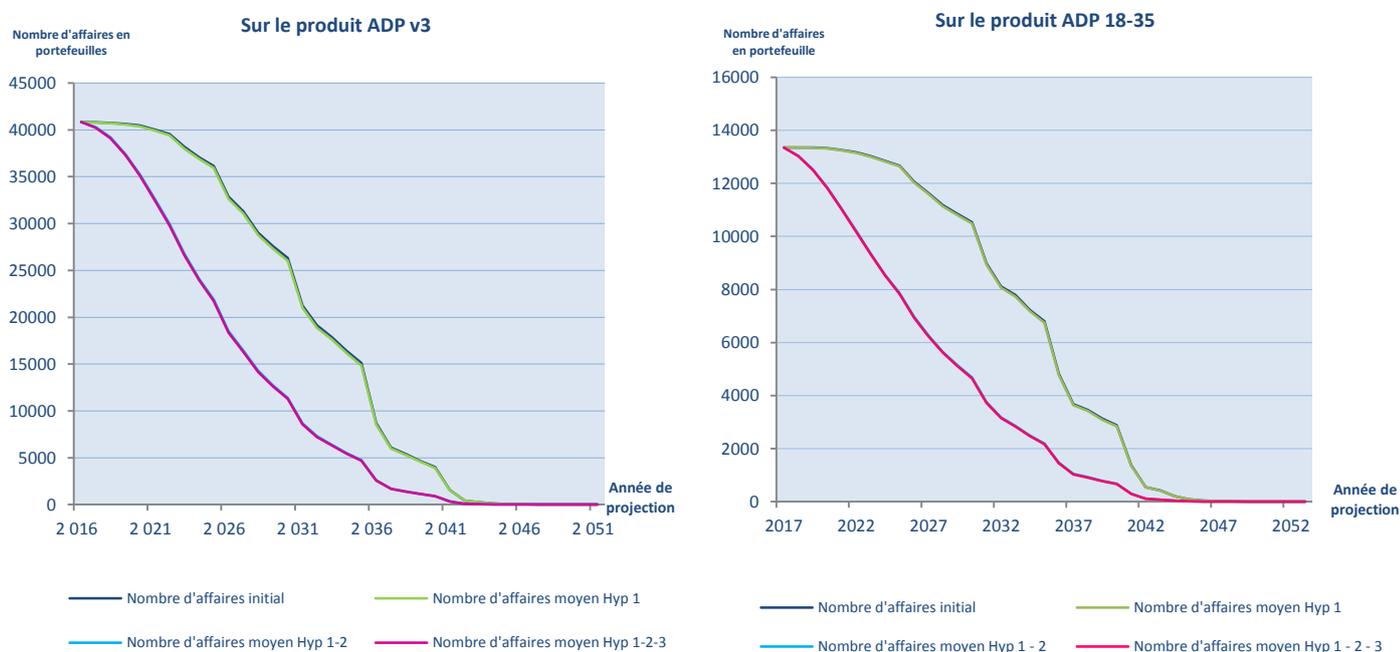


Figure 53- Evolution du nombre d'affaires pris en compte lors du calcul de la PRC

De la même manière que sur les courbes précédentes et pour les mêmes raisons, certaines courbes se superposent et sont difficilement distinguables ici.

L'évolution du nombre d'affaires en portefeuille est similaire sur les deux produits. La courbe est moins lisse que la courbe représentant l'évolution du montant, elle décroche à certaines dates. On remarque que ces dates correspondent aux dates de fin les plus fréquentes des affaires en portefeuille. Sachant qu'on a des portefeuilles avec des prêts uniquement en première ou deuxième année, on remarque que beaucoup d'entre eux se terminent en 2026 (10 ans de prêt), 2031 (15 ans de prêt) ou 2036 (20 ans de prêt), ce qui est cohérent.

- **Cohérence des résultats : effet sélection médicale**

On remarque que selon nos hypothèses, en moyenne, 90 assurés de notre portefeuille ADP v3 seraient en arrêt de travail indemnisé au 1<sup>er</sup> janvier 2017. Or, à la clôture de mai 2016, seulement une dizaine d'assurés se trouvait dans cet état. Notre estimation semble bien au-dessus de ce que sera sans doute la réalité. Cependant, dans notre projection nous ne prenons pas en compte l'effet « sélection médicale ». La sélection médicale se traduit par l'intermédiaire de questionnaires de santé ou de déclarations d'état de santé en fonction de l'âge à la souscription mais aussi du capital assuré. La sélection médicale permet de diminuer considérablement la sinistralité du portefeuille, principalement dans les premières années. D'autre part, pour rappel, la table de maintien en arrêt de travail indemnisé utilisée est construite à partir des tables réglementaires du BCAC, puisqu'il s'agit des seules tables réglementaires en

arrêt de travail. Nous sommes conscients que ces tables ne correspondent pas parfaitement aux portefeuilles de ces produits, mais dans l'attente d'une table de maintien en arrêt de travail d'expérience ce sont ces tables qui seront utilisées.

- **Evolution de la PM**

On trace l'évolution du montant de PM initiale lorsque l'on projette sans aucune hypothèse de chute (partie 3.1), l'évolution moyenne après la projection des différents risques et les quantiles à 99,5 %.



Figure 54 - Evolution de la PM

On remarque que le PM moyenne n'atteint pas son maximum au cours de la même année de projection que la PM initiale. Par exemple sur le produit ADP v3, la PM moyenne atteint son maximum en

2026 alors que la PM initiale atteint elle son maximum en 2028. Cette différence s'explique par le fait que le nombre d'affaires contributrices à la PM croît de manière conséquente dans le temps, puisqu'elle est fonction de l'âge de l'assuré. Le nombre d'affaires en portefeuille diminuant avec la projection des hypothèses, la PM n'atteint pas son maximum la même année mais deux années auparavant. Il en est de même pour le produit ADP 18-35.

La matrice de déformation joue un rôle important sur la PM et explique la forme segmentée de la courbe d'évolution de la PM sur le produit ADP v3. Un calcul de PM et sa projection avec le même système de tarification hors matrice de déformation entraîne une courbe d'évolution totalement différente.

- **Les taux de résiliation utilisés sont-ils judicieux ?**

On a vu que c'est l'hypothèse effectuée sur les taux de résiliation qui a l'impact le plus important sur la projection. Il est donc judicieux de se demander si cette hypothèse correspond bien à la réalité de notre portefeuille. Comme indiqué en partie 2.3.5, ces taux ont été calibrés sur un historique alors que les taux d'intérêts des emprunts étaient très bas et il est évident que la fréquence de rachat est liée aux taux d'intérêts. En effet, si les taux d'intérêt des prêts accordés aux particuliers augmentent, les assurés n'auront pas forcément d'intérêt à racheter leur prêt et les taux de résiliation réels seraient bien différents. Par prudence, il est donc intéressant de modéliser alors l'évolution de la PRC et de la PM en considérant une hypothèse différente sur les taux de résiliation.

On reprend les taux de résiliation calibrés sur le portefeuille que l'on diminue de 50 %. Afin de rester cohérents, on calcule également les provisions respectives de chaque future année avec les taux de résiliation choqués.

On présente ici les résultats obtenus pour l'évolution de la PM sur le produit ADP v3 avec cette modification d'hypothèse.

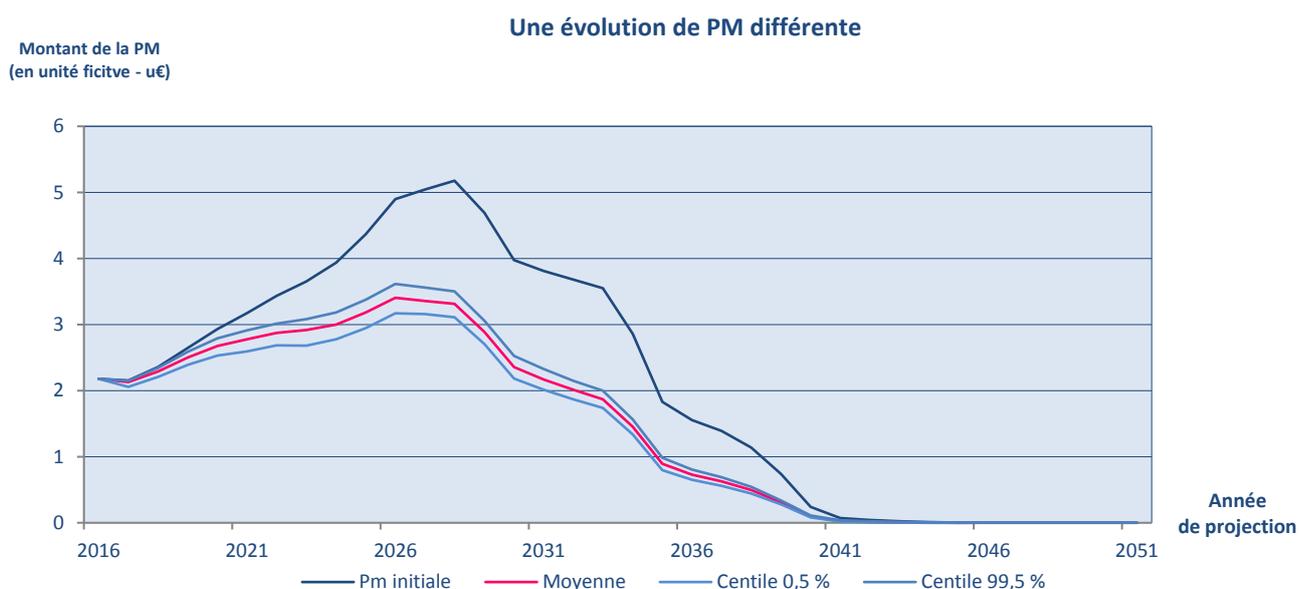


Figure 55 – Evolution de la PM après application d'un choc sur l'hypothèse des taux de résiliation

Avec des taux de résiliation moins importants, le montant de PM initial est plus élevé. Cependant, lorsqu'on projette cette provision avec la nouvelle hypothèse, la PM baisse de manière moins conséquente et les montants projetés sont plus élevés que ceux préalablement trouvés.

Ainsi, il est important d'être conscient de l'impact de la modification d'une telle hypothèse. Si cette hypothèse ne correspond pas à l'évolution réelle du portefeuille, la projection réalisée peut être éloignée de la réalité.

### 3.3.2 *Limites de l'étude et pistes d'amélioration*

- **Table de mortalité statique**

La modélisation de la mortalité est effectuée à partir de la table de mortalité certifiée d'ASP. Or, cette table est statique : elle n'intègre pas l'évolution de la mortalité dans le temps. Pourtant, le risque assuré est un risque long dans la mesure où il dure jusqu'à la fin du contrat.

Il serait plus judicieux d'utiliser une table prospective à deux dimensions : l'âge de l'assuré et l'année calendaire. En effet, dans un contexte où le risque de longévité est devenu important, l'utilisation de tables prospectives permet d'avoir, pour chaque âge, la probabilité de décéder au cours d'une certaine année. Ces tables sont construites à partir de modèles statistiques estimant les tendances de la mortalité comme, par exemple, le modèle de Lee-Carter.

Cependant, n'ayant pas de table prospective à disposition, on choisit de se concentrer sur la simulation des différents états de l'assuré à l'aide de la table statique certifiée.

- **Taux techniques non anticipés**

L'une des limites de notre modèle est la non-projection des taux techniques vie et non-vie utilisés. A la date de l'étude, ils valent tous les deux 0,5 %. Ces taux techniques risquent de varier au cours des années et seront potentiellement différents à chaque année de projection. On cherche à évaluer l'impact sur le montant global de PRC ou de PM d'une modification du taux.

On effectue des tests sur les provisions du produit ADP v3. On effectue ces tests sur la PRC et la PM de l'année en cours. Lorsqu'on diminue le taux technique de 25 points de base ( $i = 0,25 \%$ ), le montant de PRC augmente de 2,2 %. A contrario, lorsqu'on augmente le taux technique de 0,25 point de base ( $i = 0,75 \%$ ), le montant global diminue de 2,1 %. Les impacts sont similaires sur la PM.

D'une année d'inventaire à l'autre, les variations des taux techniques ne sont pas trop importantes. L'impact est assez faible et la volatilité engendrée est acceptable dans un contexte de réalisation du budget.

- **Projection des nouvelles affaires**

Cette projection est effectuée sur le stock d'affaires existant à la date de l'étude. Elle est intéressante pour effectuer un suivi par génération de souscription des produits. Cependant, il serait

intéressant d'avoir une idée du montant de ces provisions dans l'avenir en tenant compte de la souscription de nouvelles affaires. Pour cela, il conviendrait d'utiliser le *business plan* des produits étudiés.

On pourrait garder quelques critères ayant un impact conséquent sur les montants de PRC et PM moyens et leurs évolutions comme par exemple l'âge de l'assuré à la souscription, la CSP de l'assuré, le montant initial assuré, la durée de l'emprunt ou la caractéristique fumeur ou non de l'assuré.

L'idée serait alors d'obtenir un montant moyen de provisions en fonction de différents profils d'individus. On peut aussi obtenir l'évolution de ces montants moyens de provisions pour cet individu. Avec un *business plan* indiquant par exemple un nombre de nouvelles affaires en fonction de différents profils d'individus cibles, il serait alors simple d'obtenir une évaluation des futurs montants de provisions pour risques croissants et mathématiques.

# Conclusion

Dans un marché où l'assurance emprunteur en délégation d'assurance se développe, il est essentiel de provisionner au plus juste face aux risques afférents à l'engagement tarifaire pris par l'assureur lors de la souscription des contrats.

Ce mémoire a permis de définir des formules et de créer des outils SAS calculant de manière précise les engagements de l'assureur et de l'assuré sur les différents risques concernés. Les échéanciers de primes de chaque affaire ont été reconstitués à partir des données de tarification et des caractéristiques de chaque assuré et de leur prêt.

Différentes hypothèses ont été choisies pour calculer les provisions sur chaque tête. En particulier dans le cadre du calcul de la PRC, une table de maintien en arrêt de travail spécifique à l'emprunteur a été créée à partir des tables réglementaires du BCAC, dans l'attente d'une table maintien en arrêt de travail d'expérience certifiée. Les différentes hypothèses ont été intégrées aux calculs des différents engagements de la manière la plus précise possible, en tenant compte, dans le cadre de la PRC, de l'exonération de cotisations dont bénéficie l'assuré en cas de sinistre indemnisé.

Cet outil de calcul, facilement adaptable à un nouveau produit, a été validé par les commissaires aux comptes dans le cadre de la revue actuarielle des provisions techniques et sera utilisé par la société à chaque date d'inventaire.

Lorsqu'un prêt est assuré sur un couple d'emprunteurs, il semble que la définition d'une affaire entraîne une surestimation des montants de provisions, notamment sur la PM. Ainsi, une vision alternative, pour les prêts assurés à 200 % est proposée. On prend en compte la dépendance entre les deux affaires et le fait qu'en aucun cas l'assureur ne sera amené à payer plus de 100 % du prêt assuré. L'impact est non négligeable sur la PM globale.

Afin d'anticiper l'évolution de ces provisions, différentes méthodes sont proposées dans le but de projeter les affaires aux futures dates de calcul et calculer les provisions à ces dates de projection. Pour chaque scénario, la mutualisation du risque, liée au nombre important d'affaires en portefeuille, a permis d'obtenir une évolution précise des montants de provisions sur le stock d'affaires existant. La projection prend en considération la disparition d'affaires liée au décès de l'assuré, à la résiliation du prêt mais aussi le fait que la PRC est calculée sur les affaires en portefeuille et non indemnisées à la date de calcul.

En supposant que la permanence des méthodes soit respectée et que nos hypothèses correspondent effectivement au portefeuille, la projection effectuée nous permet d'avoir une idée précise de l'évolution des stocks de provisions constitués sur les affaires en portefeuille aujourd'hui. Cependant, on note que l'hypothèse effectuée sur les taux de résiliation du portefeuille est capitale et a un impact important sur l'évolution des montants de provisions. Cette hypothèse est directement liée au contexte réglementaire et aux taux d'intérêts du marché : elle pourrait par conséquent ne pas être réaliste dans l'avenir. C'est donc une hypothèse à suivre avec attention.

Par ailleurs, avec un *business plan* précis nous permettant d'anticiper les futures affaires des différents portefeuilles et certaines de leurs caractéristiques, nous pourrions envisager d'évaluer les futurs montants de provisions d'un portefeuille toujours en production. Cela permettrait à la direction technique de pouvoir anticiper les futurs résultats relatifs à ces produits de manière plus simple. De la même manière, cela pourrait être également utilisé en souscription lorsque différents systèmes de tarification sont proposés afin d'envisager les futurs résultats du produit en fonction des scénarios.

Enfin, par la suite, à partir d'un historique des données, il serait intéressant de vérifier que les hypothèses formulées dans le cadre du mémoire correspondent bien au profil des portefeuilles en enrichissant la méthodologie d'un *backtesting*.

# Annexes

## Annexe A – Liste des critères d'équivalence (CCSF)

	Garantie Décès	Garantie PTIA	Garantie Incapacité	Garantie Invalidité
• Couverture des sports amateurs pratiqués par l'emprunteur à la date de souscription	✓	✓	✓	✓
• Maintien de la couverture en cas de déplacement dans le monde entier: - à titre personnel - à titre professionnel ou humanitaire	✓	✓	✓	✓
• Couverture de la garantie décès pendant toute la durée du prêt	✓			
• Couverture de la garantie PTIA pendant toute la durée du prêt		✓		
• Couverture de la garantie pendant toute la durée du prêt			✓	
• Délai de franchise (30, 60, 90, 120 ou 180 jours)			✓	
• Pour une personne en activité, évaluation en fonction de la profession exercée au jour du sinistre			✓	
• Pour une personne en activité, prestation égale à la mensualité assurée sans référence à la perte de revenu subie pendant le sinistre			✓	
• Maintien de la couverture en cas de temps partiel thérapeutique avec une prise en charge minimale de 50 % sur une durée d'au moins 90 jours			✓	
• Couverture des inactifs au moment du sinistre			✓	
• Couverture des affections dorsales			✓	
• Couverture des affections psychiatriques			✓	
• Couverture de la garantie pendant toute la durée du prêt				✓
• Evaluation en fonction de la profession exercée au jour du sinistre				✓
• Prise en charge de l'invalidité totale, sans référence à la perte de revenu subie au moment du sinistre				✓
• Prise en charge de l'invalidité partielle - IPP - à partir de 33 %				✓
• Couverture des affections dorsales				✓
• Couverture des affections psychiatriques				✓

## Annexe B - Démonstrations de mathématiques financières

Les démonstrations sont effectuées dans le cas où le remboursement est annuel.

- **Cas d'un prêt classique**

Dans le cadre d'un prêt classique, l'échéancier des flux peut être représenté de cette manière :

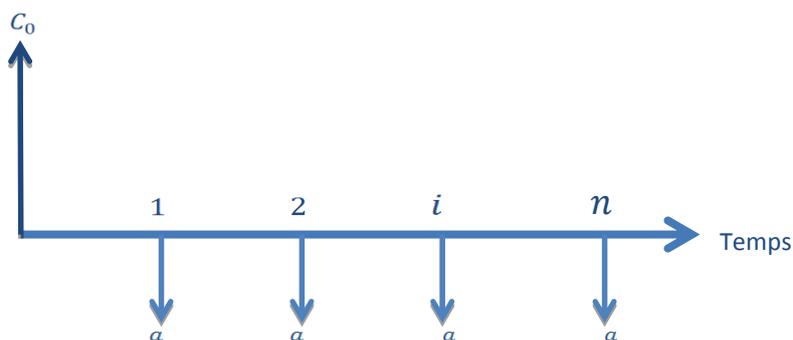


Figure 56 - Diagramme des flux du point de vue emprunteur

On sait que la somme des annuités futures actualisées au taux de l'emprunt doit correspondre au capital emprunté en 0.

L'obtention de l'annuité s'effectue alors de cette manière :

$$\begin{aligned} C_0 &= \sum_{k=1}^n \frac{a}{(1+i)^k} \\ &= a \times \sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{1+i}\right)^k. \end{aligned}$$

On reconnaît une suite géométrique de raison  $\left(\frac{1}{1+i}\right)$  ( $< 1$ ).

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{1+i}\right)^k &= \frac{1}{1+i} \times \left(1 + \frac{1}{1+i} + \dots + \frac{1}{(1+i)^{n-1}}\right) \\ &= \frac{1}{1+i} \times \frac{1 - \left(\frac{1}{1+i}\right)^n}{1 - \left(\frac{1}{1+i}\right)} \\ &= \frac{1}{1+i} \times \frac{1 - (1+i)^{-n}}{\frac{i}{1+i}} \\ &= \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}. \end{aligned}$$

Ainsi,

$$\frac{C_0}{a} = \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i}.$$

d'où,

$$a = C_0 \times \frac{i}{1 - (1 + i)^{-n}}.$$

- **Cas d'un prêt *In fine***

L'obtention de l'annuité s'effectue alors de cette manière :

$$\begin{aligned} C_0 &= \sum_{k=1}^n \frac{a}{(1+i)^k} + \frac{C_0}{(1+i)^n} \\ &= a \times \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} + \frac{C_0}{(1+i)^n}. \end{aligned}$$

Soit,

$$C_0 (1 - (1+i)^{-n}) = a \times \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}.$$

D'où ,

$$a = \frac{C_0 (1 - (1+i)^{-n}) \times i}{1 - (1+i)^{-n}}.$$

- **Cas d'un prêt à paliers**

On reprend la figure 15 et les notations indiquées sur le schéma.



La mensualité  $M_1^1$  est obtenue à partir de la formule du prêt classique. On a alors :  $M_1^1 = C_1 \times \frac{i_1}{1 - (1+i_1)^{-n_1}}$ .

On cherche à obtenir la partie  $M_2^2$  de l'annuité. La  $M_2^1$  sera obtenue par différence.

On se place en  $n_1$ . La valeur de  $M_2^2$  actualisée en  $n_1$  est égale à la somme du capital emprunté  $C_2$  actualisé au taux  $i_2$  et le capital emprunté  $C_1$  actualisé au taux  $i_1$  sur la durée  $n_1$ .

Ainsi, l'obtention de cette partie de l'annuité,  $M_2^2$ , s'effectue de la manière suivante :

$$M_2^2 \times (1 + i_2)^{-(n_2 - n_1)} = \frac{C_2}{\frac{1 - (1 + i_2)^{-n_1}}{i_2}} + \frac{C_1}{\frac{1 - (1 + i_1)^{-n_1}}{i_1}} ;$$

$$M_2^2 = \frac{1}{(1 + i_2)^{-(n_2 - n_1)}} \times \left[ \frac{C_2 \times i_2}{1 - (1 + i_2)^{-n_1}} + \frac{C_1 \times i_1}{1 - (1 + i_1)^{-n_1}} \right]$$

$$= \frac{C_2 \times i_2}{(1 + i_2)^{-(n_2 - n_1)} - (1 + i_2)^{-n_2}} + \frac{C_1 \times i_1}{(1 + i_2)^{-(n_2 - n_1)} - (1 + i_1)^{-n_2}}$$

$$= \frac{C_2 \times i_2}{(1 - (1 + i_2)^{-n_1})(1 + i_2)^{(n_1 - n_2)}} + \frac{C_1 \times i_1 \times \frac{1 - (1 + i_2)^{-n_1}}{1 - (1 + i_1)^{-n_1}}}{(1 - (1 + i_2)^{-n_1})(1 + i_2)^{(n_1 - n_2)}}.$$

On reconnaît l'annuité  $M_1^1$ .

Ainsi,

$$M_2^2 = \frac{C_2 \times i_2 + M_1^1 \times (1 - (1 + i_2)^{-n_1})}{(1 - (1 + i_2)^{-n_1})(1 + i_2)^{(n_1 - n_2)}}.$$

Par différence, on obtient  $M_2^1$ .

$$M_2^1 = M_2^2 - M_1^1$$

## Annexe C – Table d’obtention de l’année de résiliation

On représente ici une ligne sur 100 de la table réelle uniquement sur la première moitié de la table afin de donner un aperçu au lecteur de la forme de la table construite.

Ainsi, on obtiendra par la suite facilement une année de résiliation potentielle en fonction du tirage d’un nombre entier aléatoire entre 1 et 10 000 et de l’année de prêt dans laquelle se trouve l’assuré à la date de calcul.

Année de prêt / Tirage	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
100	2	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
200	3	3	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
300	3	3	4	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
400	3	3	4	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
500	4	4	4	5	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
600	4	4	4	5	6	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
700	4	4	4	5	6	7	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
800	4	4	5	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
900	4	5	5	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
1000	5	5	5	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
1100	5	5	5	6	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
1200	5	5	5	6	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
1300	5	5	6	6	7	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
1400	5	5	6	6	7	8	8	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
1500	6	6	6	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
1600	6	6	6	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
1700	6	6	6	7	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
1800	6	6	6	7	7	8	9	10	11	12	13	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
1900	6	6	7	7	8	8	9	10	11	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
2000	6	7	7	7	8	9	9	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
2100	7	7	7	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
2200	7	7	7	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
2300	7	7	7	8	8	9	10	11	12	13	14	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
2400	7	7	7	8	8	9	10	11	12	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
2500	7	7	8	8	9	9	10	11	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
2600	8	8	8	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
2700	8	8	8	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
2800	8	8	8	9	9	10	11	12	13	14	15	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
2900	8	8	8	9	9	10	11	12	13	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
3000	8	8	9	9	10	10	11	12	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
3100	8	8	9	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
3200	9	9	9	9	10	11	12	13	14	15	16	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
3300	9	9	9	9	10	11	12	13	14	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
3400	9	9	9	10	10	11	12	13	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
3500	9	9	10	10	11	11	12	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
3600	9	10	10	10	11	12	13	14	15	16	17	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32
3700	10	10	10	10	11	12	13	14	15	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32
3800	10	10	10	11	11	12	13	14	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32
3900	10	10	10	11	11	12	13	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32
4000	10	10	11	11	12	13	14	15	16	17	18	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33
4100	11	11	11	11	12	13	14	15	16	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33
4200	11	11	11	12	12	13	14	15	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33
4300	11	11	11	12	13	13	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33
4400	11	11	12	12	13	14	15	16	17	18	19	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34
4500	12	12	12	12	13	14	15	16	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34
4600	12	12	12	13	13	14	15	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34
4700	12	12	12	13	14	15	16	17	18	19	20	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
4800	12	13	13	13	14	15	16	17	18	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
4900	13	13	13	14	14	15	16	17	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
5000	13	13	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35

Figure 57 – Extrait de la table d’obtention de l’année de résiliation

# Bibliographie

1. **Fédération Française de l'Assurance**. Les contrats d'assurance emprunteur en 2014. <http://www.ffa-assurance.fr/>. [En ligne]
2. **BAO France**. *Etude d'impact de la réalisation effective de la résiliation annuelle*. 2013.
3. **ATTIAS, Daniel**. *Assurance des emprunteurs : les dernières actualités*. s.l. : GALEA & Associés, Septembre 2016.
4. **Gouvernement français**. *Légifrance*. [En ligne] <https://www.legifrance.gouv.fr/>.
5. **AUER, Emmanuelle**. *Modélisation d'un contrat emprunteur*. 2007.
6. **MINASSIAN, Dimitri**. *Tarifcation, modélisation et rentabilité d'un contrat emprunteur*. 2012.
7. **LexisNexis**. *Code des assurances*. s.l. : LexisNexis, 2016.
8. **Assurance Maladie en ligne**. ameli. [En ligne] <http://www.ameli.fr/#>.
9. **LEBOISNE, Nicolas**. ISFA. *Cours de Mathématiques Financières*. 2013.
10. **BAO France**. *Changement d'assurance emprunteur en cours de prêt*. 2016.
11. **LAMBLE, Véronique**. Provision pour risque croissant. *La Tribune de l'assurance*. 2007, Vol. 108.
12. **PLANCHET, Frédéric et JACQUEMIN, Julien**. L'utilisation de méthodes de simulation en assurance. *BULLETIN FRANCAIS D'ACTUARIAT*. 2003, Vol. 6, 11.
13. **CHAPUIS, Camille**. Spécificités et enjeux de l'assurance emprunteur. 2013.
14. **RULLIERE, Didier**. ISFA. *Cours de Mathématiques Actuarielles*. 2015.

# Table des figures

Figure 1 - Répartition des cotisations en fonction du type de prêt (en 2014, source F.F.A.).....	10
Figure 2 - Evolution du montant total des cotisations de l'assurance emprunteur - Source F.F.A. ....	11
Figure 3 - Répartition des cotisations en fonction du type de contrat (en 2014, source F.F.A.).....	13
Figure 4 - Tableau descriptif du produit ADP v3 .....	17
Figure 5 - Tableau descriptif du produit ADP 18-35.....	18
Figure 6 - Barème invalidité publié par le Concours médical.....	20
Figure 7 - Représentation des garanties associées aux différents degrés d'invalidité.....	21
Figure 8 - Répartition des prêts dans les portefeuilles respectifs ADP v3 et ADP 18-35.....	22
Figure 9 - Répartition des garanties dans les portefeuilles.....	23
Figure 10 - Nombre d'affaires, de prêts distincts ou d'assurés en portefeuille .....	24
Figure 11 - Caractéristiques des portefeuilles .....	27
Figure 12 - Tableau d'amortissement d'un prêt classique .....	30
Figure 13 – Illustration de l'impact de la périodicité .....	31
Figure 14 - Illustration de la construction d'un prêt à différé d'amortissement.....	32
Figure 15 - Illustration de la composition d'un prêt à paliers .....	33
Figure 16 – Processus de calcul des primes commerciales à partir des paramètres de tarification .....	37
Figure 17- Exemple de prime de 1 <sup>ère</sup> année d'un assuré.....	38
Figure 18 - Cas où l'assuré est en 1 <sup>ère</sup> année de prêt à la date d'inventaire .....	39
Figure 19 - Cas n°1 : Date anniversaire postérieure à la date d'inventaire.....	40
Figure 20 - Cas n°2 : Date anniversaire précédant la date d'inventaire.....	40
Figure 21 - Récapitulatif des caractéristiques des tables du BCAC .....	42
Figure 22 - Forme de la table de maintien en arrêt de travail créée .....	44
Figure 23 – Illustration des probabilités de décès dans l'année des assurés fumeurs et non en fonction de l'âge.....	45
Figure 24 - Données des taux de résiliation.....	48
Figure 25 - Construction de la formule des taux de chute.....	49
Figure 26 - Tableau des taux de résiliation .....	49
Figure 27 – Exemple du calcul à date d'inventaire .....	50
Figure 28 - Extrait du code SAS à modifier à l'exécution .....	58
Figure 29 - Principe de codage de la projection du portefeuille .....	59
Figure 30- Capture d'écran d'un flux de processus de l'outil SAS .....	60
Figure 31 – Schéma de fonctionnement des outils de calcul.....	61
Figure 32 – Répartition des têtes contributrices en fonction de la CSP et de l'âge à la souscription sur ADP v3 .....	61
Figure 33- Montant moyen de PRC sur ADP v3 en fonction de la CSP et de l'âge actuel de l'assuré.....	62
Figure 34 – Répartition des profils en fonction de la CSP selon les différents scénarios.....	64
Figure 35 – Répartition des profils en fonction de l'âge à la souscription selon les différents scénarios.....	64
Figure 36 – Proportion des affaires assurées à plus de 100 % sur les différents risques.....	65
Figure 37 – Exemple fictif présentant les différentes méthodes de calcul de PM .....	67
Figure 38 – Illustration de la projection d'une affaire .....	70
Figure 39- Caractéristiques de trois affaires illustrant le portefeuille .....	71

Figure 40 - Exemple affaire 1 - Evolution des engagements assureur et assuré sur différents risques, et de la PM et PRC.....	71
Figure 41 - Exemple affaire 2 - Evolution des engagements assureur et assuré sur différents risques, et de la PM et PRC .....	72
Figure 42- Arbre des états de l'assuré .....	74
Figure 43 - Illustration de la chaîne de Markov .....	75
Figure 44 - Taille (nombre de lignes) des tables utilisées .....	77
Figure 45 - Format de la table pour la simulation de l'âge de décès .....	79
Figure 46 – Exemple de mise en place d’indicateurs vie .....	80
Figure 47 - Exemple de mise en place d’indicateurs « en cours » .....	81
Figure 48 - Schéma de Bernoulli de simulation Arrêt de travail .....	82
Figure 49 - Arbre de décision utilisé pour modéliser l'arrêt de travail .....	84
Figure 50 – Table finale PRC .....	85
Figure 51 – Evolution de la PRC sur les produits ADP v3 et ADP 18-35 .....	86
Figure 52 - Evolution de la PRC moyenne en appliquant progressivement les hypothèses .....	87
Figure 53- Evolution du nombre d'affaires pris en compte lors du calcul de la PRC.....	88
Figure 54 - Evolution de la PM.....	89
Figure 55 – Evolution de la PM après application d’un choc sur l’hypothèse des taux de résiliation.....	90
Figure 56 - Diagramme des flux du point de vue emprunteur.....	96
Figure 57 – Extrait de la table d’obtention de l’année de résiliation.....	99