



Master Actuariat de Dauphine



Mémoire présenté devant l'Université Paris Dauphine pour l'obtention du diplôme du Master Actuariat et l'admission à l'Institut des Actuaires

le 13/11/2014

Par : Alexandra MAAREK

Titre: Calibrage local du choc rachat en retraite collective

Confidentialité : NON OUI (Durée : 1 an 2 ans 5 ans)

Les signataires s'engagent à respecter la confidentialité indiquée ci-dessus

*Membre présent du jury de l'Institut
des Actuaires :*

Signature : Entreprise :

Nom :

Signature :

Directeur de mémoire en entreprise :

Nom :

*Membres présents du jury du Master
Actuariat de Dauphine :*

Signature :

Autorisation de publication et de mise en ligne sur un site de diffusion de documents actuariels (après expiration de l'éventuel délai de confidentialité)

Signature du responsable entreprise :

Secrétariat :

Bibliothèque :

Signature du candidat :

RESUME

En retraite collective, le rachat est l'un des risques majeurs après le risque de longévité. Il est dû au fait que les assurés ou l'entreprise souscriptrice peuvent racheter ou transférer tout ou une partie du capital retraite acquis avant terme. Les conditions de rachat étant limitées et les transferts peu fréquents, le phénomène est peu étudié aujourd'hui. Cependant, les montants parfois très élevés nous amènent à se poser des questions.

La directive européenne Solvabilité II impose aux assureurs de disposer d'un capital suffisant pour face à l'intégralité des risques financiers, opérationnels et techniques, dont le risque de rachat.

Comment mesurer le risque de rachat en retraite collective dans l'environnement Solvabilité II ?

Ce mémoire se place dans le cadre de l'implémentation du modèle interne. L'objectif est de déterminer les niveaux de chocs associés au risque de rachat en retraite collective.

Du fait de la volatilité observée dans les montants des prestations, les techniques « vie » utilisant des approches paramétriques ne suffisent pas à capter ces phénomènes à queue épaisse et à définir ainsi des chocs adaptés à notre portefeuille et à notre profil de risque. Une approche s'inspirant des modèles IARD est alors mise en avant dans ce mémoire. Après avoir fait la distinction entre les différents dispositifs collectifs d'épargne retraite, l'approche consiste à séparer les rachats atypiques, dont le montant est élevé mais la fréquence est rare, des autres rachats dits attritionnels. Les rachats attritionnels, très nombreux et de faible montant unitaire, peuvent être ajustés à une loi paramétrique, permettant une estimation suffisamment pertinente des quantiles extrêmes, alors qu'une modélisation fréquence-coût sera plus adaptée aux rachats atypiques.

Des tests d'adéquation aux lois et des contrôles sont effectués pour tester la robustesse de notre calibrage.

Mots-clés :

Retraite collective, Solvency Capital Requirement (SCR), Best estimate, Solvabilité II, Modèle interne, Calibrage, Rachat, Attritionnel, Atypique

ABSTRACT

Lapse in group pension is one of the major risks after the risk of longevity. It is due to the fact that the policy holders or the signing company can buy back or transfer everything or parts of the capital redeem before time. Conditions of lapse being limited and transfer being rare the phenomenon hasn't really been studied yet. However, the sometimes very high amounts bring us to ask ourselves questions.

The European directive Solvency II imposes on the insurers to have enough capital to face with the completeness of the financial, operational and technical risks, included the risk of lapse.

How to measure lapse risk in group pension in the environment of Solvency II?

This report takes place within the framework of the implementation of the internal model. The objective is to determine the levels of shocks associated to lapse risk in group pension.

Due to the volatility observed in the amounts of the services, "life" technical using parametric approaches are not enough to get these phenomena with thick tail and to define shocks adapted to our portfolio and to our risk profile. An innovative approach getting closer to IARD models is then advanced in this report. Having made the distinction between the various collective plans, the main idea is to separate the atypical lapse, which amount is high but the frequency is rare, and other said attritional lapse. We can then suppose that the attritional lapse, very numerous and less volatile, can be fitted to a parametric law, which allows determining easily the levels of extreme shocks, while a modelling frequency-cost will be more adapted to the atypical ones.

Tests of adequacy and controls are made to test the robustness of our calibration, which will be submitted in to the approval of the group and of the ACPR.

Key words:

Group pension, Solvency Capital Requirement (SCR), Best estimate, Solvency II, Internal model, Calibration, Lapse, Attritional, Atypical

SYNTHESE

Contexte :

La retraite est par définition l'action de se retirer de la vie active pour se ranger dans la catégorie des inactifs. Le système de retraite français a été mis en place par l'État au lendemain de la seconde guerre mondiale, en même temps que la Sécurité sociale. L'objectif initial était de permettre aux ouvriers âgés de finir dignement leur vie en leur assurant un revenu garanti.

La retraite obligatoire, qui comprend les régimes de base de la Sécurité sociale et des régimes obligatoires complémentaires, fonctionne par répartition : les cotisations des salariés en activité financent les retraites d'aujourd'hui.

Ce système fonctionnait très bien dans un environnement où l'explosion démographique, le fameux "baby-boom", offrait au pays une importante population jeune et relativement peu de personnes âgées. Il y avait ainsi plus de personnes qui cotisaient (actifs) que de personnes bénéficiant de pensions (inactifs).

Cependant, la situation a changé. Les dépenses sont aujourd'hui beaucoup plus nombreuses à cause de l'allongement de l'espérance de vie et de l'entrée massive de nouveaux pensionnaires. Les prestations à fournir sont donc de plus en plus longues et plus coûteuses pour le système actuel, ce qui creuse toujours plus le déficit public.

En France, la retraite fait donc partie des préoccupations majeures des actifs.

Face au contexte socio-économique actuel, les prestations sont de plus en plus faibles et près de 80% des français estiment nécessaire d'en compléter le financement.

En complément des prestations de ces régimes obligatoires, les entreprises peuvent mettre en place, par le biais de contrats collectifs, des dispositifs collectifs d'épargne retraite, également appelés dispositifs de retraite supplémentaire collective. Ces régimes de retraite supplémentaire sont gérés en capitalisation. Les cotisations versées par l'entreprise et/ou le salarié tout au long de sa vie professionnelle sont investies dans des placements financiers jusqu'à l'âge du départ en retraite.

A l'âge d'ouverture de ses droits à retraite, le salarié bénéficie ainsi d'une rente viagère mensuelle ou trimestrielle (ou plus rarement d'un capital), qui vient compléter les pensions de retraite versées par les régimes obligatoires.

On distingue deux principaux type de régimes : ceux à cotisations définies et ceux dont les prestations sont définies.

Dans les **régimes d'épargne retraite d'entreprise à cotisations définies**, le niveau ou le taux de la cotisation est fixé à la signature du contrat. Les cotisations sont investies au fur et à mesure de leur versement dans des placements financiers. Les montants versés détermineront le montant de la pension dont bénéficiera le futur retraité. La sortie de ce type de dispositifs s'effectue uniquement sous forme de rente viagère.

Dans les **régimes d'épargne retraite d'entreprise à prestations définies**, le niveau de la rente versée au futur retraité est garanti à l'avance. L'entreprise s'engage ainsi sur un niveau de rente, qui est généralement lié à la rémunération du salarié et à son ancienneté. Le montant ne dépend donc pas de la durée de cotisation. La définition du niveau de la rente peut prendre en compte le total des droits acquis par le salarié auprès des régimes obligatoires (régimes différentiels, également appelés «retraite chapeau»). Mais le montant de la pension peut également être indépendant du montant des autres pensions du retraité (régimes additionnels).

Ces dispositifs conditionnent l'ouverture des droits à la présence du salarié dans l'entreprise au moment du départ à la retraite. Ils constituent donc pour l'entreprise un élément de fidélisation du salarié.

La diversité des solutions collectives d'épargne et de retraite permet de répondre à une forte attente des collaborateurs de l'entreprise tout en bénéficiant d'avantages fiscaux et sociaux.

Nous nous intéresserons dans ce mémoire aux produits suivants :

- Le contrat de retraite à cotisations définies "Article 83 du Code Général des Impôts"
- Le contrat de retraite à prestations définies "Article 39 du Code Général des Impôts"
- Le contrat en sursalaire "Article 82 du Code Général des Impôts"
- Les Indemnités de Fin de Carrière
- Les contrats de préretraites

Suivant les produits, les entreprises ont le choix ou non d'externaliser la gestion de leur engagement auprès de compagnies d'assurance. Afin de veiller à ce que celles-ci puissent faire face à tout instant aux engagements contractuels pris vis-à-vis de leurs assurés, les contrôles prudentiels sont aujourd'hui renforcés. La nouvelle réforme réglementaire Solvabilité II, qui entrera en vigueur au 1er janvier 2016, impose à l'assureur une évaluation plus stricte et plus juste du capital requis pour y faire face. L'exigence de marge de solvabilité n'est plus calculée de façon simpliste, tel qu'il l'était sous Solvabilité I, et les régulateurs définissent un capital de solvabilité requis (SCR) dépendant maintenant du profil de risque spécifique de chaque compagnie d'assurance.

Le risque qui nous préoccupera dans ce mémoire sera le **risque de rachat**.

En effet, le risque de rachat en retraite collective est particulier et peu étudié. Il s'agit plus fréquemment de transfert individuel ou collectif de l'encours vers un autre assureur. Il existe également des cas de rachat collectif en cas de liquidation judiciaire de l'entreprise ou de sortie anticipée individuelle pour les contrats de type article 82 ou 83, survenant seulement dans les cas énumérés à l'article L.132-23 du Code des Assurances :

- Fin de droits de l'assuré aux allocations d'assurance chômage
- Cessation d'activité de l'assuré à la suite d'un jugement de liquidation juridique
- Invalidité de l'assuré, classé en deuxième ou troisième catégories prévues à l'art. L.341-4 du code de la sécurité sociale.
- Décès du conjoint ou du partenaire pacsé
- Situation de surendettement

Problématique :

Deux possibilités de calcul sont alors proposées aux assureurs pour calculer le montant de leur capital requis : soit par la formule standard déjà prédéfinie, soit par un modèle interne qui permet à l'assureur de définir son SCR selon son profil de risque.

Axa a fait le choix d'un modèle interne : on note STEC, ou Short Term Economic Capital, le montant dont elle doit disposer pour éviter la ruine à 99,5% et ainsi faire face à ses engagements clients.

Le STEC rachat en retraite collective, capital requis pour être capable de faire face au risque de rachat, admet deux composantes : le STEC rachat « up » et le STEC rachat « down ».

Cette décomposition vient du fait que certains contrats peuvent être plus sensibles à une hausse des taux de rachats, et d'autres à la baisse (généralement les contrats où des taux techniques sont garantis). Les STEC sont alors calculés comme étant la différence entre les AFR (Available Financial Resources, correspondant aux fonds propres sous Solvency II) calculés en scénario standard puis en scénario choqué :

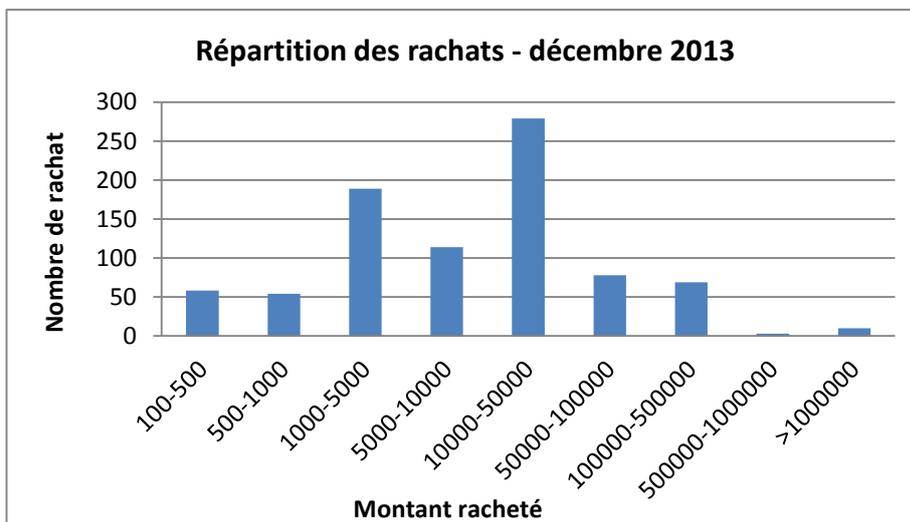
$$STEC = \max(0 ; AFR_{choquée} - AFR_{scénario\ central})$$

Les chocs donnés par la formule standard et à appliquer sur les taux de rachat dits *best estimate* (meilleure estimation du taux de rachat probable) pour calculer le résultat en cas de scénario extrêmes sont de 50% à la hausse et à la baisse durant toute la durée de projection. Cette valeur provient des

dernières spécifications techniques du LTGA : Long-term guarantees assessment, (étude d'impact sur les branches longues).

La problématique de ce mémoire est donc de définir une démarche de calibrage local des chocs rachat, dont les valeurs seraient plus adaptées à notre portefeuille et à notre profil de risque.

Une étude préalable sur les rachats et transferts présents sur notre portefeuille a permis de faire le constat suivant : bien que l'évènement soit rare, les montants des prestations peuvent parfois être très élevés. Une simple approche paramétrique afin de déterminer les niveaux de chocs semble donc être inadaptée à nos jeux de données.



De par ce constat, nous proposons ici une approche de calibrage innovante, tirée des techniques assurancielles IARD (assurance non vie) et adaptée à notre portefeuille.

Nous souhaitons ainsi distinguer les rachats atypiques, d'un montant très élevé, des autres rachats dits attritionnels, dans le but de pouvoir capter la volatilité des montants de rachats et de déterminer des niveaux de chocs appropriés.

Méthodologie :

Etape 1: Segmentation du portefeuille

La première étape de calibrage est de segmenter notre portefeuille en regroupant les produits similaires. Une première distinction nous paraît adéquate : séparer les contrats à cotisations définies, dont le fond est individuel pour chacun des salariés, des contrats à prestations définies. En effet, les conditions de rachat ne sont pas les mêmes selon les produits (par exemple, seul le transfert total ou partiel de l'encours est possible pour les contrats article 39).

Une autre distinction se fait entre les contrats articles 82 ou 83 où il y a accumulation d'une épargne bloquée qui est transformée en rente viagère immédiate au moment de la retraite, et ceux dont les cotisations sont immédiatement transformées en élément de rentes viagères différées (on les appelle les RVD).

On modélise également à part l'un des plus gros contrats d'AXA (que l'on notera X), qui est contractuellement non transférable et qui nécessite donc une hypothèse de taux de rachat *best estimate* qui lui est propre.

On a alors un portefeuille segmenté ainsi :

- Contrats article 82 et 83 (hors RVD)
- RVD

- Contrats article 39, IFC et Prérétraite
- Contrat X

Etape 2 : Calcul des taux de rachat best estimate

Une fois le portefeuille segmenté, on récupère en système les montants de provisions mathématiques (PM : engagement de l'assureur envers l'assuré), puis les montants de prestations. Nous disposons d'un historique de huit années : 2006 à 2013.

Pour chacun des produits, le taux de rachat *best estimate* 2014 s'exprime comme la moyenne des τ_i où :

$$\text{Taux de rachat } \tau_i = \frac{\sum_{j=1}^{nb \text{ contrat}} \text{Prestations année } i \text{ (rachats, transferts)}_j}{\sum_{j=1}^{nb \text{ contrat}} \text{PM année } i_j}$$

$$\text{Taux } BE_{2014} = \frac{1}{8} \sum_{i=1}^8 \tau_i$$

On obtient alors les résultats suivants :

Produit	Taux de rachat Best Estimate 2014
Article 82/83	1,83%
RVD	0,31%
CONTRAT X	0,02%
Article 39/IFC/Prérétraite	1,13%

Etape 3: Séparation des rachats « attritionnels » et « graves »

On remarque que les montants de rachats sont bien plus élevés lorsque les fonds sont non individualisés. L'idée est donc de séparer les rachats « attritionnels » des rachats « graves » ou « atypiques ».

L'objectif est donc de calibrer un choc pour ces deux catégories de rachats, puis de les agréger pour obtenir un choc global, en adéquation avec notre portefeuille et notre profil de risque.

Le choix du seuil des graves se fait de manière à optimiser les qualités d'ajustement pour chacune des chroniques de rachats, et par lecture graphique.

Au vu des données dont nous disposons, cette distinction sera faite uniquement pour les articles 39, les IFC et les contrats préretraites. En effet, les données historiques montrent que les plus grosses prestations ont principalement lieu sur ce type de contrat.

Nous analyserons les deux composantes du risque rachat : le risque erreur d'estimation (c'est-à-dire le risque d'écart entre l'estimateur du taux de rachat BE et sa valeur théorique), et le risque erreur de processus (risque d'évolution dans le temps de la valeur théorique X).

Etape 4: Calibrage de l'erreur d'estimation des attritionnels

Méthode :

- Ajuster la loi des taux BE à une loi paramétrique adaptée. Les lois proposées sont les lois normales et log normales, mieux adaptées à nos jeux de données.
- Validation du fit (ajustement) et sélection de la forme de la loi basée sur un ensemble de tests
 - Analyse graphique, histogramme, QQ plot
 - Test de qualité d'ajustement
 - Bootstrap non paramétrique (focus sur les quantiles)
- Calcul des chocs : choc up = $\frac{\text{quantile } 99,5\%}{\text{espérance}} - 1$ et choc dn = $\frac{\text{quantile } 0,5\%}{\text{espérance}} - 1$

Etape 5: Calibrage de l'erreur d'estimation des graves (seulement pour les articles 39, IFC et préretraite)

On propose ici un modèle de type fréquence-coût : on veut simuler le montant moyen racheté pour connaître le taux de rachat BE.

- Fréquence: loi des nombres ajustée par une loi discrète usuelle : la loi de Poisson
 - Mise en as-if des nombres
- Montants: loi empirique issue du portefeuille au 31/12/2013
- Taux de rachat partiel choqué à 100%: on considère qu'un contrat est racheté en totalité
- Simulation stochastique du taux moyen des rachats projeté sur la durée d'écoulement de la PM en phase de constitution de l'épargne

Etape 6: Calibrage de l'erreur de processus

Pour chacun des produits, le choc erreur de processus s'obtient en ajoutant un point dans la chronique des taux de rachat correspondant au quantile 99,5% / 0,5%. On recalcule alors l'hypothèse BE tenant compte de ce point imaginaire. Le choc obtenu est donc le suivant : $Choc = \frac{BE_{2014}}{BE_{2013}} - 1$

Etape 7: Agrégation

On suppose que les chocs erreur d'estimation et erreur de processus sont indépendants. Le choc global s'obtient alors ainsi :

$$Choc_{global} = \sqrt{Choc^2_{estimation} + Choc^2_{process}}$$

Résultats :

Après agrégation des chocs, nous obtenons des résultats de chocs proches de 40% pour nos produits. Les impacts de ce changement de modèle sur le STEC, la Market Value Margin (marge de risque correspond au montant que l'on doit ajouter au Best Estimate pour qu'un assureur accepte de reprendre le passif) et le ratio de solvabilité sont les suivants :

Impacts basés sur: Chiffres 4ème trimestre 2013	Pourcentages de variation (en %)
Sur le STEC Vie	0,72 %
Sur le STEC Global	0,15 %
Sur le ratio de Solvabilité II	- 0,27 %
Sur la MVM	1,36 %

Ces changements ont un faible impact et sont catégorisés comme mineurs dans la politique de changement de modèle d'AXA. Les niveaux de chocs et la méthodologie résultant de ce changement de modèle ont été soumis pour validation aux organes de gouvernance du modèle interne.

SYNTHESIS

The pension is by definition the action to withdraw from the active life to line up in the category of the non-working population. This French system was set up by the State after the Second World War at the same time as the Social Security. The initial objective was to allow the old workers to finish with dignity their life by assuring them a guaranteed income.

The compulsory pension plan, which includes the basic schemes of the Social Security and the additional pension, is a contributory pension schemes: the contributions of the employees in service finance the today's pensions.

This system worked very well in an environment where the famous "baby boom" offered to the country an important young population and relatively few elderly. There were more people who paid the contribution (active persons) than those receiving pensions (non-working population). Unfortunately, the situation changed. Expenses are much more numerous because of the extension of the life expectancy and the massive entrance of new boarders today. Benefits are thus longer and more expensive for the current system, what always widens more the public deficit.

In France, the pension is thus a part of major concerns of active people. In front of current socioeconomic context, benefits are more and more weak and about 80 % of French people consider necessary to complete their financing.

As a supplement to the benefits of these compulsory pensions, companies can set up, by means of collective agreements, **group plans of retirement savings**, also called **group plans of additional pension**. These plans are managed in capitalization. The contributions paid by the company and/or the employee throughout his professional life are invested in securities investments up to the age of the retirement.

At the age of opening of his rights for pension, the employee receive a monthly or quarterly life annuity (or more rarely of a capital), which comes to complete retirement pensions paid by the compulsory pension.

We distinguish two main ways of functioning of pension plans:

- Defined contribution plans
- Defined benefit plans

In the first one, the level or the rate of the contribution is fixed at the time of the signature of the contract. Contributions are invested, according to their payment, in securities investments. The paid amounts will determine the amount of the pension from which will benefit the future retired man. The exit of this type of plans is only made in the form of life annuity.

In the other type of plan, the level of the pension is guaranteed in advance. The company makes a commitment on a level of pension, which is generally bound to the remuneration for the employee and to his age. The amount does not depend on the duration of contribution. The definition of the level of the pension can take into account the total of vested interests by the employee with the compulsory pension (also called "hat pension" or differential pension plan). But the amount of the pension can also be independent from the amount of the other pensions.

These plans condition the opening of the rights for the presence of the employee in the company at the time of the retirement. They constitute for the company an element of development of customer loyalty of the employee.

The diversity of the collective solutions of savings and pension allows answering a strong expectation of the collaborators of the company while benefiting from fiscal and social advantages.

We shall be interested in this report in the following products:

- The contract of pension with defined contributions " Article 83 of the General Code of the Taxes "
- The contract of pension with defined benefits " Article 39 of the General Code of the Taxes "
- The contract in bonus " Article 82 of the General Code of the Taxes "
- The Compensations of End of career
- The contracts of pre-retirements

According to products, companies have the choice or not to outsource the management of their commitment with insurance companies. To be sure that these can face at any moment the contractual commitments taken towards their policy holders, prudential controls are strengthened today. The new statutory reform Solvency II, who will come into effect on January 1st, 2016, imposes to the insurer a stricter and more just evaluation of the capital required to face it. The requirement of margin of solvency is not calculated any more in a simplistic way, such as it was under Solvency I, and regulators define a solvency capital requirement (SCR) dependent now of the specific risk profile of every insurance company.

The risk which will concern us in this report will be the **risk of lapse**.

Indeed, lapse risk in collective is particular and little studied. Frequently, lapses are individual or collective transfer of the amount towards another insurer. There are also cases of collective lapse in case of judicial liquidation of the company or anticipated individual exit for the contracts article 82 or 83, arising only in the cases enumerated in the article L.132-23 of the Code of the Insurances:

- At the End of the policy holder's rights of the unemployment benefit
- Cessation of the policy holder's activity following a judgment of legal liquidation
- Incapacity of the policy holder's, classified in the second or third categories
- Death of the spouse or the civil partner
- Situation of over-indebtedness

Problem:

Two possibilities of calculation are then proposed to the insurers to calculate the amount of their required capital: either by the already predefined standard formula, or by the internal model which allows the insurer to define his SCR according to its risk profile.

Axa chose to establish his own internal model: we note STEC (Short Term Economic Capital) the amount which it has to hold to face her commitments customers.

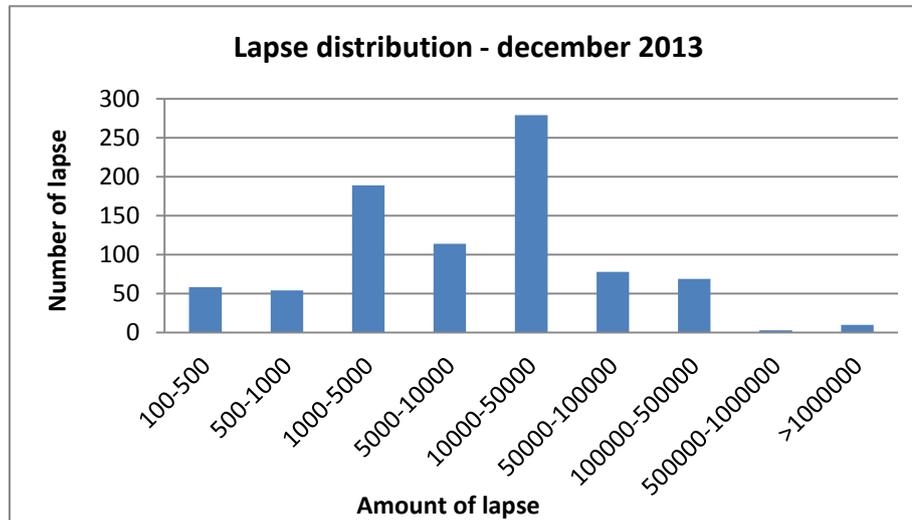
STEC lapse in group pension, amount required to be capable of facing the risk of lapse, admits two components: the STEC lapse up and the STEC lapse down. This decomposition comes because certain contracts can be more sensitive to an increase of the rates of lapse, and others in the reduction (generally the contracts where technical rates are guaranteed). The STEC are then calculated as the difference between the AFR (Available Financial Resources), which correspond to own funds in Solvency II, calculated in standard scenario and then in shocked scenario.

$$STEC = \max(0 ; AFR_{shocked} - AFR_{base\ case})$$

The shocks given by the standard formula and to apply to the best estimate lapse rates (best estimation of the lapse rate considering our portfolio) to calculate the result in case of extremes scenario are 50 % in the increase and in the reduction. Those level are given by the last technical specifications: LTGA (Long-term guarantees assessment).

The problem of this report is to define a new approach of local lapse calibration, whose values are more adapted to our portfolio and to our risk profile.

A previous study on lapse arisen on portfolio allowed making the following report: although those events are rare, the amounts of the benefits can sometimes be very high. A simple parametric approach to determine the levels of shocks thus seem to be unsuitable for our sets of data.



Due to this report, we propose here an innovative approach of calibration, using IARD technical (non-life insurance) and adapted to our portfolio.

We wish to distinguish the atypical lapses, where amount are very high, to others said attritional , getting then this volatility in the amounts of lapse and determine of the levels of appropriate shocks.

Methodology:

Stage 1: Segmentation of the portfolio

The first stage of calibration is to segment our portfolio by grouping the similar products together. A first distinction is to separate contracts with defined contributions, of which capital is individual for each employee, and the contracts with defined benefits. Indeed, conditions of lapse are not the same according to products (for example, only transfer is possible for contracts article 39).

Another distinction is made between contracts articles 82 or 83 where there is accumulation of a savings which is transformed into immediate life annuity at the time of the pension, and those whose contributions are immediately transformed into element of deferred life annuities (we call them the RVD).

We also model to part one of the biggest contracts of AXA (that we shall note X), which is contractually not transferable and which thus requires a hypothesis of lapse rate of its own best estimate.

We have then a portfolio segmented so:

- Contracts article 82 and 83 (except RVD)
- RVD
- Contracts article 39, IFC and pre-retirement
- Contract X

Stage 2: Calculation of the best estimate lapse rates

Once the portfolio is well segmented, we get back in system the amounts of mathematical reserves (PM: commitment of the insurer to the policy holders), then the amounts of benefits.

We have a history of eight years: 2006 to 2013. For each product, the 2014's best estimate lapse rate expresses himself as the average of τ_i where:

$$\text{Lapse rate } \tau_i = \frac{\sum_{j=1}^{nb \text{ contracts}} \text{benefits of year } i \text{ (lapse, transfer)}_j}{\sum_{j=1}^{nb \text{ contracts}} \text{Mathematical reserves of year } i_j}$$

$$BE \text{ rates}_{2014} = \frac{1}{8} \sum_{i=1}^8 \tau_i$$

We obtain then the following results:

Product	2014's best estimate lapse rates
Article 82/83	1,83%
RVD	0,31%
CONTRAT X	0,02%
Article 39/IFC/Préretraite	1,13%

Stage 3: Separation of "atypical" and "attritional" lapse

We notice that lapses are much more volatile and with a higher amount when funds are individualized. The idea thus is to separate the "attritional" lapses of the "atypical" lapses. The objective thus is to calibrate a shock for these two categories of lapse, and then aggregating them to obtain a global shock, in adequacy with our portfolio and our risk profile. The choice of the threshold of the atypical is made so as to optimize the qualities of the fit for each of the chronicles of lapse, and by graphic reading.

In view of the data which we have, this distinction will be only made for articles 39, IFC and contracts early retirements. Indeed, historical data shows that the biggest lapses have mainly places on this type of contract.

We suppose that the lapse risk can be separated into an error of estimation risk (that is the risk of gap between value of the BE lapse rate and its theoretical value), and an error of process risk (risk of evolution in the time of the theoretical value of X).

Stage 4: Calibration of the estimation error for attritional lapses

Method:

- Fit the law of the BE rates to an adapted parametric law. The proposed laws are the normal laws and the log normal, better adapted to our sets of data.
- Validation of the fit and selection of the shape of the law based on a set of tests
 - Analysis schedule, histogram, QQ plot
 - Quality test of made
 - Non parametric bootstrap (focus on percentiles)
- Calculate shocks: shock up = $\frac{\text{percentile } 99,5\%}{\text{mean}} - 1$ and shock down = $\frac{\text{percentile } 0,5\%}{\text{mean}} - 1$

Stage 5: Calibration of the estimation error for atypical lapses (only for articles 39, IFC and pre-retirement)

We propose here a model of frequency-cost: we want to feign the average bought back amount to know the best estimation of lapse rate.

- Frequency: law of the numbers adjusted by a usual discreet law

- Annual number of atypical lapses are on an as-if basis (i.e. taking into account the evolution of exposures).
- Amounts: empirical law stemming from the portfolio on 31/12/2013
- Rate of partial lapse shocked to 100%: we consider that a contract is altogether bought back
- Stochastic Simulation of the average lapse rate during the duration of PM's flow in phase of constitution of savings

Stage 6: Calibration of the process error

For each product, the shock error of process is obtained by adding a point in the chronicle of lapse rates corresponding to the 99,5 % / 0,5 % percentiles. We recalculate then the hypothesis BE taking into account this imaginary point.

The obtained shock is thus the following one: $shock = \frac{BE\ 2014}{BE\ 2013}$

Stage 7: Aggregation

We suppose that both shocks are independent. The global shock is obtained by the following formulae:

$$Shock_{global} = \sqrt{Shock^2_{estimation} + Shock^2_{process}}$$

Results:

After aggregation of the shocks, we obtain shocks closed to 40 % for our products. The impacts of this change of model on the STEC, the Market Value Margin (margin of risk corresponds to the amount which we have to add to Best Estimate so that an insurer agrees to take back the liabilities and the solvency ratio and are the following ones:

Impacts based on: Q4 2013 3Run figures	Percentages of variation (in %)
On Life STEC	0,72 %
On Total STEC	0,15 %
On Solvency II ratio	- 0,27 %
On MVM	1,36 %

These changes have a low impact and are categorized as minors in model change policy of AXA. The levels of shocks and the methodology resulting from this change of model were submitted for validation to the governing bodies of the internal model.

REMERCIEMENT

La réalisation de ce mémoire a été possible grâce au concours de plusieurs personnes à qui je voudrai témoigner toute ma reconnaissance.

Je tiens tout d'abord à remercier l'ensemble de l'équipe RMF avec laquelle j'ai eu la chance et la joie de travailler durant ces six mois de stage.

Merci à tous d'avoir rendu cette expérience en entreprise une expérience enrichissante sur le plan professionnel et inoubliable sur le plan humain !

Je remercie en particulier mon maître d'apprentissage, Mr Pavel Epifanov, pour m'avoir accueillie au sein de l'entité AXA France.

J'adresse une attention particulière à Aurélie Haynes pour sa patience, son soutien et ses judicieux conseils, qui ont contribué à alimenter ma réflexion.

Merci pour leur encadrement et le temps qu'ils m'ont consacré.

Je voudrais également exprimer ma reconnaissance à l'ensemble de l'équipe pédagogique du Master Actuariat, qui m'a fourni les outils nécessaires à la réussite de mes études universitaires, et qui a toujours su être disponible.

Je remercie également ma tutrice de mémoire, Mme Bénédicte Haas, pour la disponibilité dont elle a fait preuve, pour ses conseils et l'intérêt qu'elle a porté à mon travail.

SOMMAIRE

Résumé.....	2
Abstract.....	3
Synthèse.....	4
Synthesis.....	9
Remerciement.....	14
Sommaire.....	15
Introduction.....	18
Première Partie : L'assurance retraite et son cadre réglementaire.....	21
CHAPITRE 1 : Le marché de l'assurance retraite en France.....	22
I. Organisation de la retraite en France.....	22
I.1 Le système de retraite français : principe et fonctionnement.....	22
I.1.1 Une grande diversité de régimes de retraite.....	22
I.1.2 Etat des lieux des systèmes de retraite en France.....	23
I.1.3 Des régimes par répartition.....	23
I.2 Les différents types de régimes.....	24
I.2.1 Introduction.....	24
I.2.2 Les régimes de retraite de base.....	25
I.2.3 Les régimes complémentaires.....	25
I.2.4 Les régimes supplémentaires.....	26
II. Focus sur les régimes de retraites supplémentaires collectifs.....	27
II.1 Les différents types de régimes.....	27
II.1.1 Les régimes à cotisations définies.....	27
II.1.2 Les régimes à prestations définies.....	28
II.2 Les avantages.....	29
II.2.1 Pour les salariés.....	29
II.2.2 Pour les entreprises.....	29
III. Axa et le marché de la retraite collective.....	30
III.1 Place d'AXA sur le marché français.....	30
III.2 Présentation des produits.....	30
III.2.1 Les contrats article 83.....	30
III.2.2 Les contrats article 39.....	32
III.2.3 Les contrats article 82 - sursalaire.....	34
III.2.4 La pré-retraite.....	34
III.2.5 Les indemnités de fin de carrière.....	35
III.3 Les différentes classes d'actifs.....	36
III.3.1 L'Actif Général Retraite (AGR).....	36
III.3.2 Les Unités de Comptes (UC).....	36
III.3.3 Les Cantons : Fonds libellé en Euro.....	36
III.4 Les principes de calculs actuariels.....	37
III.4.1 Les tables de mortalité.....	37
III.4.2 Les taux techniques.....	38
III.4.3 Calculs actuariels.....	38
CHAPITRE 2 : Contexte réglementaire de la solvabilité.....	39
I. Définition.....	39
II. La réforme actuelle : Solvabilité I.....	39
II.1 Début et principe.....	39
II.2 Les fonds propres et l'EMS.....	40
II.3 Les placements.....	40
II.4 Les critiques à l'encontre de la réforme.....	41
III. Vers une nouvelle réforme : Solvabilité 2.....	41
III.1 Les raisons de la nouvelle réforme.....	41
III.2 Calendrier de mise en place.....	42
III.3 une réforme basée sur trois piliers.....	42
III.3.1 Le pilier 1 : les règles financières.....	43

III.3.2	Le pilier 2 : le processus de contrôle prudentiel	43
III.3.3	Le pilier 3 : la discipline de marché	44
III.4	<i>Le bilan prudentiel sous solvabilité II</i>	44
III.4.1	L'Actif au bilan	44
III.4.2	Le passif au bilan	44
III.4.2.1	Le Best Estimate	45
III.4.2.2	La Risk Margin ou marge de risque (MVM)	45
III.4.2.3	Les fonds propres économiques ou Net Asset Value	46
Deuxième Partie : Calcul du capital réglementaire sous solvabilité II		47
CHAPITRE 1 : Présentation de la formule standard		49
I.	Principe	49
II.	Méthode de calcul du BSCR	50
III.	L'ajustement et le risque opérationnel	52
III.1	<i>L'ajustement</i>	52
III.2	<i>Le risque opérationnel</i>	52
CHAPITRE 2 : Choix d'un modèle interne		53
I.	Pourquoi privilégier un modèle interne ?	53
I.1	<i>Les besoin de modèle</i>	53
I.2	<i>Validation et suivi du modèle interne</i>	53
I.3	<i>Les avantages d'un modèle interne</i>	54
II.	Procédure de pré candidature du modèle interne	54
CHAPITRE 3: Retraite collective et modèle interne		56
I.	Le STEC: Short Term Economic Capital	56
I.1	<i>Définitions préalables</i>	56
I.2	<i>méthode de calcul du stec</i>	58
II.	Le STEC Vie en Retraite collective	59
II.1	<i>Introduction</i>	59
II.2	<i>Les modèles de projections</i>	60
II.3	<i>Les différents chocs appliqués pour le calcul du stec</i>	60
II.4	<i>Calcul du stec rachat en retraite collective</i>	61
Troisième Partie : Calibrage local du choc rachat		63
CHAPITRE 1 : Contexte, périmètre d'étude et traitement de données		64
I.	Cadre général	64
I.1	<i>objectifs</i>	64
I.2	<i>Définitions</i>	64
II.	Groupement de produit et analyse de données	65
II.1	<i>Périmètres d'étude et segmentation</i>	65
II.2	<i>détermination des taux de rachat</i>	66
III.	Approche de modélisation	67
III.1	<i>Fonctionnement du modèle de projection</i>	67
III.1.1	<i>Hypothèse actuelle</i>	67
III.1.2	<i>Définition du choc lapse et méthode de calcul du STEC</i>	68
III.2	<i>Hypothèses de modélisation et facteurs de risques</i>	70
III.2.1	<i>Cadre conceptuel</i>	70
III.2.2	<i>Description des facteurs de risques</i>	71
III.2.3	<i>Séparation des périmètres de calibrage Up et Down</i>	72
CHAPITRE 2 : Calibrage du choc erreur d'estimation		73
I.	Séparation des rachats graves et des rachats attritionnels	73
I.1	<i>Préambule</i>	73
I.2	<i>Cas particulier des contrats article 39, IFC et Pré retraites</i>	74
I.2.1	<i>Observations</i>	74
I.2.2	<i>Choix du seuil et méthodologie de calibrage</i>	75
I.2.3	<i>Indépendance des rachats graves et attritionnels</i>	75

II. Calibrage de la partie attritionnelle	76
II.1 <i>Lois paramétriques et test d'adéquation</i>	77
II.1.1 Test de Shapiro-Wilk.....	77
II.1.2 Test de Lilliefors.....	77
II.1.3 Test d'Anderson Darling.....	78
II.1.4 Les résultats.....	78
II.2 <i>Méthode du bootstrap non paramétrique</i>	79
II.3 <i>Choix de méthode et comparaison des résultats</i>	80
II.3.1 Articles 82/83.....	81
II.3.2 RVD.....	83
II.3.3 CONTRAT X.....	83
II.3.4 Article 39, IFC et pré retraite.....	84
III. Calibrage de la partie atypique des articles 39, ifc et préretraites	85
III.1 <i>Les étapes de modélisations</i>	85
III.1.1 Simulation du nombre de rachat.....	85
III.1.1.1 Mise en as if des nombres.....	85
III.1.1.2 Ajustement des paramètres.....	86
III.1.2 Tirage aléatoire des montants de rachat.....	87
III.1.3 Simulation stochastique du taux moyen des rachats.....	88
III.2 <i>Best Estimate et choc global</i>	88
III.3 <i>Justification du choix d'hypothèse de portefeuille fermé</i>	89
IV. Récapitulatif des résultats - erreur d'estimation	90
CHAPITRE 3 : Calibrage du choc erreur de processus	91
I. Méthode générale	91
II. Article 82/83, RVD et contrat X	92
III. Article 39, IFC et Préretraite	93
III.1 <i>Partie attritionnelle</i>	93
III.2 <i>Partie atypique</i>	93
III.3 <i>Choc erreur de niveau global</i>	93
III.4 <i>Récapitulatif des résultats - erreur de processus</i>	94
CHAPITRE 4 : Niveaux de chocs et gouvernance	95
I. Méthode générale et niveaux de chocs	95
II. Analyse des impacts avant et après calibrage	96
II.1 <i>Impact STEC</i>	96
II.2 <i>Impact MVM</i>	97
II.1 <i>Impact ratio de solvabilité</i>	98
III. Gouvernance et politique de changement de modèle	99
III.1 <i>Back testing</i>	99
III.1.1 Fréquence de mise à jour.....	99
III.1.2 Détermination des intervalles de confiance.....	99
III.1.3 Contrôle.....	100
III.2 <i>fonction gestion des risques et politique de changement de modèle</i>	101
Conclusion	103
Bibliographie et sitographie	105
Tables des illustrations	106
ANNEXES	107

INTRODUCTION

Aujourd'hui, le système par répartition des retraites français ne suffit plus à garantir une pension à taux plein. En effet, le taux de remplacement entre le dernier salaire perçu et la pension de retraite versée n'est pas satisfaisant et constitue une diminution conséquente du niveau de vie. Suite aux récentes réformes du système de retraites, la problématique retraite est davantage présente dans l'esprit des salariés et 67% des Français affirment être inquiets sur le montant futur de leurs pensions (selon un sondage réalisé par l'institut CSA pour le Cercle des épargnants). Un contrat collectif de retraite par capitalisation permet de résoudre en partie cette problématique, en offrant aux salariés un complément de rente lors de leur départ à la retraite. Bénéfique tant pour les salariés que pour l'employeur, le système de retraite complémentaire peut effectivement se révéler être un outil managérial complémentaire dans la gestion du capital humain : attirer les talents, gérer la carrière des hauts potentiels, réduire le taux du turn over, affirmer une politique en faveur des seniors...

Suivant les différentes solutions proposées par les entreprises, celles-ci ont le choix ou non d'externaliser la gestion de leur engagement auprès de compagnies d'assurance. Afin de veiller à ce que celles-ci puissent faire face à tout instant aux engagements contractuels pris vis-à-vis de leurs assurés, les contrôles prudentiels sont aujourd'hui renforcés.

La solvabilité d'un assureur exprime sa capacité à respecter les engagements qu'il prend auprès de ses clients. Elle dépend des garanties et protections offertes aux assurés et des ressources, fonds propres et investissements, dont dispose l'assureur pour y faire face.

Solvabilité II est un projet de réforme européenne de la réglementation prudentielle s'appliquant au secteur de l'assurance. Sa date d'entrée en application est fixée au 1er janvier 2016.

Son objectif est d'encourager les organismes à mieux connaître et à évaluer leurs risques notamment en adaptant les exigences réglementaires aux risques que les entreprises encourent dans leur activité.

Le SCR (Solvency Capital Requirement) est le capital de solvabilité requis. Il correspond au niveau de fonds propres nécessaire à une entreprise afin d'être en mesure d'absorber des pertes imprévues importantes. Les paramètres et hypothèses entrant dans le calcul du SCR sont calibrés de manière à représenter la Value at Risk (VaR, quantile de la distribution des gains et pertes simulées sur un horizon donné) à un horizon temporel d'un an avec un niveau de confiance de 99,5%, c'est-à-dire, en première approche, une faillite tous les 200 ans au plus.

La mise en œuvre opérationnelle de ce principe passe par l'identification des risques susceptibles d'affecter la solvabilité de l'organisme assureur. Dès lors, un modèle de calcul du SCR devra prendre en compte chacun des risques identifiés, en proposer une modélisation en référence à un événement adverse bicentenaire et décrire la manière d'agréger les capitaux unitaires ainsi obtenus.

Afin de rendre le dispositif accessible à l'ensemble des organismes d'assurance et de fixer un référentiel commun, Solvabilité II propose un « modèle standard » qui s'attache à modéliser le besoin en capital associé à chacun des risques et à en déduire le niveau global de capital de solvabilité. La logique générale de ce modèle est la suivante : pour chaque module de risque, le modèle décrit les caractéristiques d'un choc bicentenaire à appliquer à la variable considérée. La variation de la marge actif / passif (Net Asset Value) est alors mesurée, ce qui fournit une évaluation du besoin en capital. Dans un second temps, ces capitaux de base sont agrégés en s'attachant à tenir compte des interactions entre les différentes sources de risque.

Au-delà du modèle standard évoqué, Solvabilité II offre la possibilité aux assureurs qui jugeraient la formule standard inadaptée à leurs besoins de développer un modèle interne, global ou partiel, mieux à même de prendre en compte les spécificités d'un organisme donné. La construction d'un tel modèle peut être envisagée de deux manières, selon que l'on cherche un simple recalibrage des chocs par défaut ou que l'on souhaite redéfinir la structure de dépendance entre les risques.

Si le principe de prise en compte d'un choc est simple, la détermination de son niveau est en pratique une tâche complexe qui peut nécessiter des analyses préalables conséquentes.

Le périmètre d'étude de ce mémoire se limitera aux contrats de retraites collectives, c'est-à-dire des contrats souscrits par une entreprise au profit de l'ensemble ou d'une partie de ses salariés. Ils ont pour objet de garantir, à partir de la cessation de l'activité professionnelle, le versement d'une rente (revenu régulier) jusqu'au décès du retraité (ou de son conjoint, en cas de réversion), ou, dans certains cas, le versement d'un capital au moment du départ en retraite.

Nous nous intéresserons au risque vie, à l'exclusion des autres sources de risques (marché, non vie, santé et contrepartie) auxquelles sont exposés les assureurs, et plus particulièrement au sous module risque rachat.

Le terme rachat en assurance collective peut être vu sous plusieurs angles :

- Une sortie anticipée dit rachat individuel, survenant que dans certains cas possibles (fin des droits d'allocations au chômage, décès ou invalidité de l'assuré, situation de surendettement...)
- Un rachat collectif, survenant dans le cas d'une liquidation judiciaire de l'entreprise ou alors dans le cas de transfert du portefeuille vers un autre assureur.

En passant à Solvabilité II, on abandonne une vision comptable pour une approche plus économique. En effet, les provisions incluront des probabilités de rachat estimées en *best estimate*, c'est-à-dire reflétant au mieux la probabilité de rachat observée par l'assureur.

Ces lois de probabilités vont donc servir à simuler le comportement des assurés dans le cadre des stress tests qui interviennent dans le calcul du capital requis.

Dans les dernières parutions des pré-spécifications techniques, les assureurs sont priés d'étudier l'impact d'une hausse constante du taux de rachat de 50 %, l'impact d'une baisse constante du taux de rachat de 50 %, ainsi que l'impact d'un rachat massif de 30 % de la population sous risque. L'impact le plus significatif sera retenu pour être intégré au risque de souscription vie selon la matrice de corrélation définie dans les textes.

Le modèle interne permet aux organismes, en tenant compte des risques inhérents à leur activité, de retracer une image réaliste de leur profil de risque. C'est un modèle actuariel construit à partir de l'expérience de l'entreprise, des opinions des experts et de données historiques. L'approbation d'un modèle interne s'effectue par une procédure de pré-candidature visant à évaluer le modèle sur des critères techniques et qualitatifs.

Dans cette optique, l'objectif de cette étude est donc d'évaluer le risque rachat au vu des données historiques dont dispose la compagnie et de proposer un choc à appliquer sur le taux de rachat moyen, calibré de manière à assurer une solvabilité de l'entreprise à l'horizon d'un an avec un niveau de confiance de 99,5%. Le but est de déterminer un niveau de choc qui soit en adéquation avec notre portefeuille et notre profil de risque, pour ainsi l'utiliser dans le cadre du calcul du capital requis par le modèle interne.

Ce mémoire se décomposera alors en trois parties distinctes.

Une première partie sera consacrée à présenter le périmètre de cette étude, à savoir le marché de la retraite collective, ainsi que son cadre réglementaire.

Dans un second temps, nous présenterons les deux approches du calcul du capital réglementaire sous Solvabilité II : une approche formule standard et une approche modèle interne proposée par AXA. Nous verrons ainsi quels sont les avantages d'implémenter un tel modèle.

La troisième partie, relative à la problématique au cœur de ce mémoire, tâchera de décrire les étapes de modélisation pour le calibrage du choc rachat. Nos choix de segmentation ainsi que les

méthodologies utilisées pour les calculs des taux best estimate et des calibrages des chocs seront alors décrits. Nous présenterons enfin les impacts d'un tel changement sur les valeurs et le système de gouvernance du modèle.

PREMIERE PARTIE :
**L'ASSURANCE RETRAITE ET SON CADRE
REGLEMENTAIRE**

CHAPITRE 1 :

LE MARCHE DE L'ASSURANCE RETRAITE EN FRANCE

Le champ d'application de ce mémoire se limitant à la retraite collective, nous tacherons dans ce chapitre d'en expliquer le fonctionnement.

I. ORGANISATION DE LA RETRAITE EN FRANCE

I.1 LE SYSTEME DE RETRAITE FRANÇAIS : PRINCIPE ET FONCTIONNEMENT

I.1.1 Une grande diversité de régimes de retraite

Le système de retraite français tel qu'il existe aujourd'hui tire son origine des ordonnances de 1945 qui ont institué la Sécurité sociale et d'une longue histoire sociale. Outre le minimum vieillesse qui relève de la solidarité nationale, le système de retraite se caractérise aujourd'hui par une multiplicité de régimes de base, structurés en fonction de critères d'appartenance socioprofessionnelle (salariés agricoles, professionnels libéraux, fonctionnaires d'État, etc.).

A partir de 1947, pour pallier l'insuffisance des pensions servies du régime général, des régimes complémentaires se mettent en place pour les salariés et non-salariés du secteur privé. En 1972, le régime complémentaire des salariés du régime général, géré par l'ARRCO¹ et l'AGIRC², devient obligatoire. Par la suite, tous les régimes complémentaires deviennent progressivement obligatoires à leur tour.

Au total, la France a hérité de son histoire de 35 caisses de retraite, régimes de base et régimes complémentaires confondus. On distingue alors :

- Le **régime général**, comprenant un régime de base et un régime complémentaire, qui couvre 71% des actifs : 9 Français sur 10 y cotisent à un moment ou un autre de leur parcours professionnel. Le régime de base du régime général est géré par la CNAV (Caisse Nationale d'Assurance Vieillesse) tandis que le régime complémentaire est géré par l'ARRCO (tous les salariés), l'AGIRC (cadres uniquement) et l'IRCANTEC³ (salariés non-titulaires du public).
- Les **régimes de la fonction publique** (17% des cotisants), qui couvrent l'ensemble des agents de l'Etat, des collectivités locales et des hôpitaux. Ils comportent désormais, depuis 2005, un régime complémentaire, la Retraite additionnelle de la fonction publique (RAFP).
- Les **régimes des non-salariés** (10% des cotisants) sont gérés par des caisses qui assurent à la fois le régime de base et le régime complémentaire.

Il s'agit :

- o du RSI (Régime social des indépendants) pour les artisans, commerçants et industriels
- o de la CNAVPL (Caisse nationale d'assurance vieillesse des professions libérales) pour les professions libérales
- o de la MSA (Mutualité sociale agricole) pour les exploitants agricoles.
- Enfin, les **régimes spéciaux** (2% des cotisants) réunissent les caisses autonomes de diverses professions et entreprises publiques (RATP, SNCF, Opéra de Paris ...).

¹ Association des Régimes de Retraite Complémentaire des salariés

² Association Générale des Institutions de Retraite Complémentaire des Cadres

³ Institution de retraite complémentaire des agents non titulaires de l'État et des collectivités publiques

Aujourd'hui, la retraite obligatoire a donc deux composantes : la retraite de base et la retraite complémentaire. Elle est complétée par des dispositifs facultatifs d'épargne retraite organisés dans le cadre de l'activité professionnelle ou à titre privé. Malgré l'encouragement à adhérer à ces dispositifs, à travers des incitations fiscales et la diversification des offres, la part de l'épargne retraite dans l'ensemble du système de retraite, obligatoire et facultatif, reste faible.

I.1.2 Etat des lieux des systèmes de retraite en France

Versées à plus de 16 millions de retraités, soit près d'un quart de la population, les pensions de retraite se sont élevées, en 2011, à 271 milliards d'euros (13,6 % du PIB), dont les trois quarts versés par les régimes de base et le quart restant par les régimes complémentaires. Le montant moyen de la pension de retraite, tous régimes confondus, fut de 1 288 euros par mois en 2012.

Selon le COR (Conseil d'Orientation des Retraites), le déficit du système de retraite passerait de 13,2 milliard d'euros en 2011 à 20,2 milliards d'euros en 2017. Le besoin de financement se creuse régulièrement et représenterait en 2020 entre 19,8 et 21,9 milliards d'euros. Cette fourchette de résultats souligne la grande sensibilité de l'équilibre de long terme du système de retraite aux évolutions économiques.

En 2012, le déficit de l'ARRCO a atteint 986 millions d'euros et celui de l'AGIRC 1,6 milliards d'euros. Ces déficits sont dus au fait que le nombre des retraités augmente plus vite que celui des actifs à cause de l'allongement de l'espérance de vie. En outre, en période de chômage élevé, les cotisations encaissées sont moins élevées.

Pour sauvegarder le système de retraite de base, de nombreuses mesures se succèdent depuis le début des années 90 :

- A partir de 1993, la retraite a été progressivement calculée sur les 25 meilleures années de rémunération au lieu de dix années auparavant
- En 2003, la décision d'augmenter le nombre d'années de cotisation a été prise : depuis 2012, il faut 41 années de cotisations pour toucher une retraite complète
- Le 10 novembre 2010, la nouvelle loi sur la réforme des retraites a été promulguée, fixant l'âge légal de la retraite à 62 ans au lieu de 60 auparavant. Elle a été complétée par un décret du 2 juillet 2012 marquant un retour partiel à la retraite à 60 ans pour les carrières longues.

I.1.3 Des régimes par répartition

1.1.3.1 Définition

Les régimes obligatoires (de base et complémentaires) fonctionnent par répartition. Cela signifie que les cotisations versées par les actifs chaque année sont immédiatement utilisées pour financer les pensions des retraités. C'est un système qui organise très directement la solidarité intergénérationnelle.

Les systèmes par répartition s'opposent aux systèmes par capitalisation, dans lesquels les actifs mettent régulièrement des sommes de côté, pour récupérer, au moment de la retraite, l'ensemble de l'épargne accumulée sous forme soit de capital soit de rente. La capitalisation est utilisée dans les régimes facultatifs que les actifs peuvent souscrire pour accroître leur retraite.

1.1.3.2 Un système « contributif », généreux et solidaire

Le système de retraite français est un système dit « contributif » : les retraités touchent une pension qui est proportionnelle au montant des cotisations qu'ils ont versées au cours de leur carrière. Ces cotisations sont prélevées sur les salaires, et la retraite dépend ainsi de l'activité professionnelle au cours de la vie.

Le système français n'est cependant plus uniquement contributif : les retraités perçoivent des pensions proportionnelles à leur contribution au système mais des dispositifs permettent aussi d'augmenter sa pension ou de prendre sa retraite plus rapidement sans avoir versé de cotisation pour cela. Il s'agit, dans ces cas, de rendre le système plus solidaire. Les chômeurs, les salariés en arrêt maladie, les parents en congé parental ne paient pas de cotisations pour la retraite. Ils acquièrent néanmoins des droits à la retraite pendant ces périodes.

De même, les personnes âgées d'au moins 65 ans qui n'ont pas suffisamment cotisé ou qui n'ont jamais travaillé, perçoivent depuis 1956 une allocation : le « minimum vieillesse ».

Le système français est donc le résultat d'une évolution longue et complexe ; il mélange notamment la logique contributive (je reçois en fonction de ce que je donne) avec la logique de solidarité (je reçois peu selon d'autres critères).

I.2 LES DIFFERENTS TYPES DE REGIMES

I.2.1 Introduction

Le système français de protection sociale en matière de retraite peut être représenté par une pyramide composée de quatre niveaux, qui sont, pour les salariés du privé :

- Le régime de base de la sécurité sociale (régime général)
- Les régimes complémentaires AGIRC et ARRCO
- Les solutions collectives mises en place au sein de l'entreprise
- Les solutions individuelles

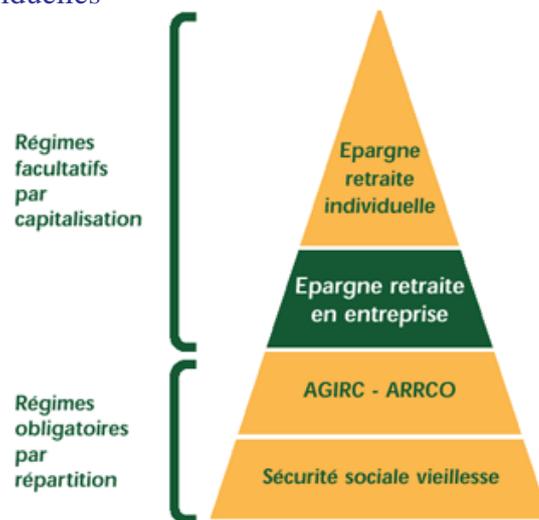


Figure 1 - Le système de retraite français

Seuls les deux premiers niveaux sont obligatoires, avec pour objectif de compenser partiellement la perte de revenu résultant de la cessation d'activité professionnelle liée à l'âge.

Cependant, l'évolution démographique entraîne mathématiquement un déséquilibre financier des régimes de retraite obligatoires. On note une difficulté supplémentaire : il est difficile de projeter sur le court, moyen ou long terme les hypothèses économiques (taux de chômage, croissance...) nécessaires aux simulations. Ceci se traduit par l'obligation de réviser fréquemment les paramètres de ces retraites, d'où les nombreuses réformes. Ces systèmes étant complexes par nature et évoluant fréquemment, il est très difficile pour le salarié d'avoir une perception fiable des résultats qu'ils procureront au départ à la retraite.

La retraite par répartition est donc tributaire du maintien de l'équilibre entre le nombre d'actifs et le nombre de retraités avec aujourd'hui un rapport d'à peine 2 actifs pour 1 retraité, et moins de 1,4 à l'horizon 2050.

C'est pourquoi de nombreuses conventions collectives prévoient l'octroi d'un troisième étage de retraite : le régime supplémentaire, qui présente entre autre l'intérêt d'une gestion par capitalisation qui ne dépend pas du rapport démographique.

Dans les parties suivantes, nous décrirons brièvement ces différents types de régime puis nous nous focaliserons sur le 3^{ème} niveau qui nous intéresse : les dispositifs de retraite supplémentaire collective.

I.2.2 Les régimes de retraite de base

Les régimes de base obligatoires sont le fondement du système de retraite français. L'âge minimal pour bénéficier de la retraite de base est de 60 ans. Il augmente progressivement jusqu'à 62 ans pour les salariés, nés en 1956 et après.

Pour bénéficier de la retraite à taux plein, un salarié doit avoir travaillé durant un nombre de trimestres défini. Si ce nombre n'est pas atteint, le salarié touchera sa retraite à taux plein quel que soit le nombre de trimestres travaillés à partir d'un âge fixé entre 65 et 67 ans en fonction de sa date de naissance.

La pension de retraite est calculée à partir de trois facteurs :

- S.A.M : le salaire annuel moyen des 25 meilleures années de l'assuré
- D : la durée totale de sa carrière
- d : la durée d'assurance dans le régime général
- t : le taux, plein ou réduit

$$P = S.A.M \times t \times d/D$$

La Caisse Nationale d'Assurance Vieillesse représente aujourd'hui la caisse de retraite la plus importante. Exclusivement réservée aux salariés du secteur privé, elle compte 17,88 millions de cotisants et 12,55 millions de retraités.

I.2.3 Les régimes complémentaires

Les régimes complémentaires ont été mis en place afin d'améliorer les pensions de retraites perçues. Ils fonctionnent sur le principe de répartition tout comme la retraite de base, mais fonctionnent sur un système d'assiettes de points en fonction des salaires de chacun.

Ils ont été créés par des accords collectifs nationaux. Le premier régime complémentaire créé a été l'AGIRC, en 1947, puis en 1961 est né l'ARRCO.

Ces deux principaux régimes gèrent les retraites complémentaires pour les salariés cadres et non cadres.

Tous les mois l'employeur prélève une cotisation sur le salaire brut du salarié. Elle l'ajoute à sa cotisation patronale et la verse à une caisse de retraite complémentaire. Le salarié accumule ainsi des «points de retraite». Au moment du départ à la retraite, l'employé touche ainsi un revenu complémentaire à sa pension de base.

Le montant de cette pension correspond au nombre de points multiplié par le prix du point en vigueur à cette date :

$$P = \sum_{i=1}^N \frac{\text{salaire de base}_i \times \text{taux cotisation}}{SR_i} \times \text{Valeur du point}_N$$

Le salaire de base, ou assiette de cotisation, correspond :

- Au salaire brut limité à 3 PASS⁴ pour les salariés non cadres
- Au salaire brut limité au PASS pour les salariés cadres

Trois autres facteurs sont à prendre en compte dans le calcul de la pension :

- Le salaire de référence SR qui correspond au prix d'achat d'un point de retraite
- La valeur du point, qui permet, lors de la liquidation de la retraite, de transformer en euros le nombre des points acquis
- Le taux de cotisation : égal à 6% dans la limite de 1 PASS et 16% pour des salaires compris entre 1 et 3 PASS.

Pour les salariés du secteur privé, la retraite complémentaire est gérée indépendamment de la retraite de base. Si l'Association des régimes de retraite complémentaire (ARRCO) concerne l'ensemble des salariés, les cadres peuvent, en plus de l'ARRCO, cotiser à une caisse de retraite complémentaire AGIRC (Association générale des institutions de retraite complémentaire des cadres). La formule de calcul reste la même, à la différence que les cotisations sont assises sur la partie du salaire comprise entre 1 et 8 fois le PASS, et le taux de cotisation est de 16%.

I.2.4 Les régimes supplémentaires

Depuis la loi dite Fillon du 21 août 2003, les Français disposent actuellement d'une palette de produits permettant de compléter leurs pensions de retraite servies par les régimes légalement obligatoires.

Il en existe deux catégories : **l'épargne collective et l'épargne individuelle**. La première nécessite que l'entreprise décide de mettre en place des dispositifs d'épargne collective. La seconde est à l'entière initiative de l'assuré, et lui permet de se constituer librement une épargne personnelle.

Dans le cadre d'une épargne collective, le régime doit être mis en place par l'un des instruments mentionnés à l'article L 911-1 du code de la sécurité sociale : accord d'entreprise ou de groupe, accord ratifié par référendum à la majorité ou décision unilatérale.

Le cadre collectif garantit des choix équitables, au bénéfice de tous les salariés, ainsi qu'un véritable suivi des systèmes mis en place.

En pratique, l'entreprise et/ou le salarié verse un montant de cotisations sur un compte, individuel et/ou collectif, selon le régime choisi. Les cotisations versées tout au long de la vie professionnelle sont investies sur des placements financiers et sont reversées au moment du départ en retraite pour payer la pension, en rente mensuelle ou trimestrielle ou, plus rarement, en capital. L'entreprise participe ainsi à l'effort d'épargne des salariés et leur assure une plus grande sécurité financière pour l'avenir. C'est une manière d'augmenter la rémunération globale des collaborateurs, de les motiver et de les fidéliser.

Ces régimes sont gérés par les organismes assureurs auprès desquels les entreprises souscrivent des contrats d'assurance. Il s'agit toujours de contrats annuels à tacite reconduction, résiliable annuellement, et incluant ou non la possibilité de transfert collectif à un autre assureur.

A côté des produits mis en place dans le cadre de l'entreprise, il est possible d'adhérer à des produits d'épargne retraite individuelle.

On distingue ainsi :

⁴ Plafond Annuel de la Sécurité Sociale, égal à 37 032 € en 2013

- Le Plan d'Épargne Retraite Populaire (PERP), qui est souscrit de façon individuelle et facultative. Les sommes sont bloquées jusqu'à la retraite puis versées uniquement sous forme de rente viagère sauf en cas d'acquisition d'une résidence principale, auquel cas une sortie en capital est prévue à cet effet.
- Le contrat « retraite Madelin », qui permet aux travailleurs non-salariés d'accumuler un capital pour la retraite en versant régulièrement des cotisations. Le montant annuel est encadré par un minimum et par un plafond. Une fois atteint l'âge de la retraite, le bénéficiaire peut liquider le contrat et perçoit une rente à vie.

II. FOCUS SUR LES REGIMES DE RETRAITES SUPPLEMENTAIRES COLLECTIFS

II.1 LES DIFFERENTS TYPES DE REGIMES

On distingue deux grands types de régimes de retraite supplémentaire :

- Les régimes à cotisations définies
- Les régimes à prestations définies

Chacun de ces régimes peut se décomposer en deux phases distinctes :

- Une phase de constitution du capital, où le salarié et/ou l'employeur cotisent pour la retraite du salarié
- Une phase de restitution qui couvre la période de vie allant du départ à la retraite au décès, à laquelle s'ajoute une réversion éventuelle.

II.1.1 Les régimes à cotisations définies

Les régimes dits à cotisations définies sont des régimes dans lesquels l'employeur s'engage à verser régulièrement des cotisations à un organisme gestionnaire. Le montant des versements est fixé à l'avance, c'est la raison pour laquelle on parle de « cotisations définies ». Les sommes versées peuvent être intégralement prises en charge par l'employeur ou réparties entre l'employeur et le salarié. Les montants versés détermineront le montant de la pension dont bénéficiera le futur retraité.

Ces contrats sont appelés contrat à « cotisations définies » car l'obligation de l'employeur ne porte que sur le versement d'un montant prédéterminé de cotisations d'assurances et non sur une prestation de retraite. Ils sont donc caractérisés par une obligation de moyen de l'entreprise.

Parmi les contrats à cotisations définies on distingue :

- les **contrats d'épargne « bloquée »** (épargne convertie en rente à la liquidation). Il y a accumulation d'une épargne bloquée qui est transformée en rente viagère immédiate au moment de la retraite. L'épargne peut être gérée en euros, en unités de comptes ou sur un contrat multi supports.
- Les **contrats de rentes viagères différées** (contrat en pieds de rente). Il y a transformation immédiate de chaque cotisation en élément de rente viagère différée sur la base d'un âge théorique de liquidation de la rente (en général 65 ans) d'un taux technique de rente (souvent le maximum autorisé) d'une table de mortalité (celle en vigueur à la date de transformation) et d'une rente réversible ou non. Ces éléments de rente sont toujours exprimés en euros.
- Les **contrats en unité de rente**. Il s'agit des contrats de l'art. L441-1 du code des assurances. Il y a transformation des cotisations en points, cumul annuel de ces points et revalorisation globale par revalorisation de la valeur du point.

Une caractéristique fondamentale des contrats de retraite à cotisations définies réside dans le principe de la constitution des droits à la pension de retraite certains.

Les sources d'alimentation du fonds sont les suivantes :

- Les cotisations : part employeur et part salarié.
- Les versements individuels et facultatifs du salarié, si le régime prévoit contractuellement cette option.
- Les jours de congés non pris.

Les droits constitués pour le compte des salariés leur sont en effet irrémédiablement acquis même si ces derniers quittent leur entreprise avant l'âge normal de départ à la retraite, ou décèdent avant leur départ à la retraite en cas de contre assurance.

La majorité des contrats est « contre assuré ». En cas de décès avant la liquidation, l'épargne constituée est versée à un bénéficiaire désigné (qui peut être différent du conjoint) sous forme de rente ou de capital.

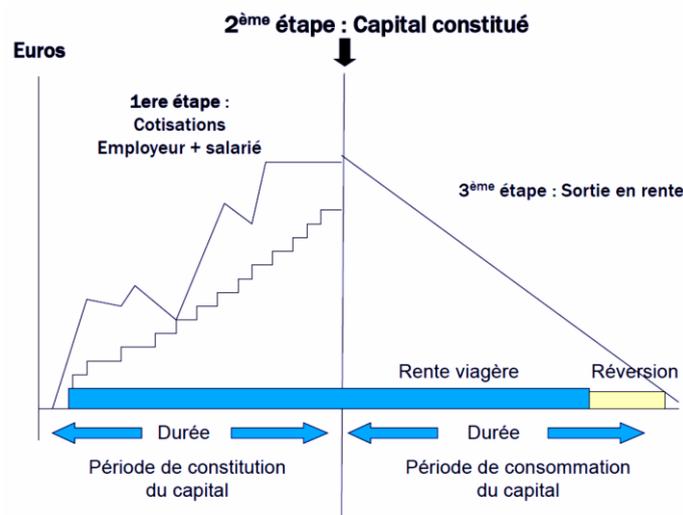


Figure 2 - Fonctionnement d'un régime à cotisations

II.1.2 Les régimes à prestations définies

Ces régimes garantissent à l'avance le niveau de la pension. L'employeur s'engage sur le montant ou le niveau de retraite perçue par les salariés. Habituellement, ce montant ou ce niveau est fixé en fonction de l'ancienneté et du salaire de l'employé.

Ces contrats sont appelés contrat à « prestations définies » car l'obligation de l'employeur porte sur le versement d'un montant prédéterminé de prestation de retraite, et non sur un niveau de cotisations. Ils sont caractérisés par une obligation de résultats de l'employeur s'opposant ainsi aux contrats de retraite à cotisations définies dans lequel ce dernier n'a qu'une simple obligation de moyens.

Parmi les régimes à prestations définies on peut citer :

- Les **régimes chapeau** (ou différentiels), qui garantissent un minimum global de prestations sous déduction de la prestation des autres régimes de retraite perçues par le salarié. Les prestations pouvant être établies de manière forfaitaire (ex : 60% de la dernière rémunération, auxquelles sont déduites toutes les pensions extérieures) ou en fonctions de l'ancienneté (ex : 2.25% du salaire par année de service, moins les autres pensions acquises du fait des services dans l'entreprise).

- Les **régimes additifs** : les prestations de rente de ce régime viennent s'ajouter aux autres prestations de retraite perçues par le salarié indépendamment du montant de ces derniers.
- Les **régimes mixtes** : mixtes des deux premiers régimes. Par exemple on verse à l'ensemble des bénéficiaires d'une même catégorie une rente égale à 2% du salaire par année de service, moins les pensions CNAV ARRCO, et AGIRC acquises du fait des services dans l'entreprise, le complément à la charge de la société ne pouvant être supérieur à 10% du dernier salaire.

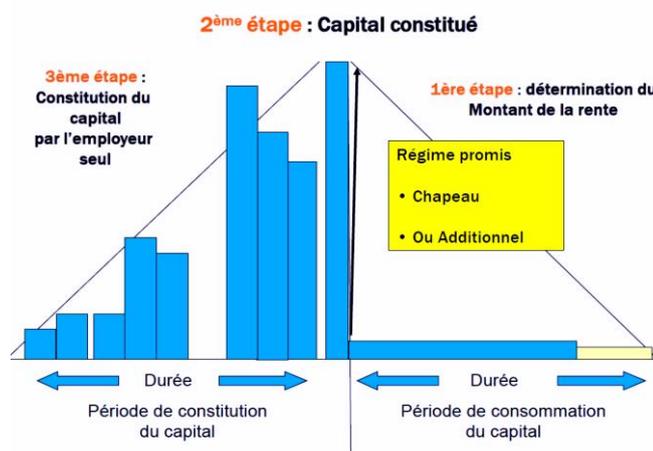


Figure 3 - Fonctionnement d'un régime à prestations

II.2 LES AVANTAGES

II.2.1 Pour les salariés

La retraite supplémentaire offre de nombreux avantages aux salariés. Tout d'abord, comme son nom l'indique, elle peut être considérée comme un supplément de retraite pour demain : sous la forme d'un complément de prestations, elle s'ajoute aux pensions des régimes obligatoires. Cette pension supplémentaire est versée à partir du départ à la retraite, à condition que le nouveau retraité perçoive la pension du régime de base. Selon le contrat, la retraite supplémentaire peut être réversible, ce qui veut dire qu'elle sera versée au conjoint ou aux enfants, sous certaines conditions, en cas de décès de l'assuré.

Elle peut également être vue comme une forme de rémunération supplémentaire car elle prévoit une participation de l'employeur. Celle-ci peut aller jusqu'à la totalité de la cotisation. Ce financement par l'entreprise entre dans la rémunération globale : c'est un élément de la politique salariale, au même titre que l'ensemble des avantages que peuvent constituer la prévoyance complémentaire ou les systèmes d'intéressement et de participation.

En matière de fiscalité, pour le salarié, la totalité de la cotisation (part salariale + part patronale) au régime de retraite supplémentaire est déductible du revenu imposable dans la limite d'un montant égal à 8 % de son salaire et plafonnée à 23 700 € en 2013 (soit 64% du PASS).

II.2.2 Pour les entreprises

L'engagement financier des employeurs en matière de retraite supplémentaire trouve sa contrepartie en termes de management :

- le dialogue social : la mise en place de ces avantages donne lieu à un échange avec les représentants des salariés ; c'est un des thèmes du dialogue qui s'exerce dans l'entreprise et vis-à-vis duquel les attentes peuvent être fortes
- la fidélisation des salariés pour les contrats à prestations définies : pour en bénéficier, les salariés doivent faire partie de l'entreprise, voire répondre à des critères d'ancienneté.

En ce qui concerne la fiscalité, l'entreprise bénéficie d'une exonération de cotisations de Sécurité sociale. La contribution de l'employeur pour chaque salarié est exonérée à hauteur d'un montant égal à 5% du salaire avec une enveloppe minimum de 5% du PASS et plafonnée à soit 25% du PASS.

Par ailleurs, l'entreprise peut déduire de son résultat imposable les cotisations de retraite supplémentaire versées pour ses salariés.

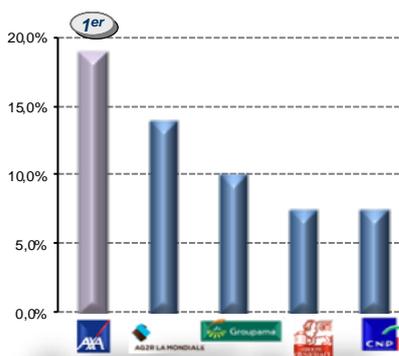
La part salariale est prélevée directement sur le salaire. La part patronale est versée en complément directement par l'employeur sur le compte individuel et/ou collectif, selon le dispositif de retraite supplémentaire.

III. AXA ET LE MARCHE DE LA RETRAITE COLLECTIVE

III.1 PLACE D'AXA SUR LE MARCHE FRANÇAIS

AXA France est l'une des plus grandes entités du Groupe AXA avec 9 millions de clients en France. L'Epargne Retraite Collectives d'AXA est un leader historique sur le marché français avec plus de 26 milliards d'actifs gérés et une part de marché de plus de 20%. AXA France a commencé à développer une stratégie internationale pour L'Epargne Retraite Collectives et les grands comptes, et compte déjà plusieurs des 50 plus grandes entreprises françaises dans son portefeuille client.

La solidité du groupe AXA est un plus qui lui permet de rester leader sur le marché depuis quelques années.



Source : Rapport FFSA / Gema Juillet 2011

Figure 4 - Place d'AXA sur le marché de la retraite

Disposant d'un business model stable et résistant fondé sur une diversification des activités, produits, implantations géographiques etc., la solidité financière du groupe est soutenue par de solides résultats et notations, un bilan robuste et un ratio de solvabilité élevé.

En matière de préparation à la retraite, AXA propose trois familles de solutions :

- Les différentes solutions d'entreprises : **articles 83, 39 et 82**
- Les contrats de **pré-retraites**
- Le contrat d'assurance des **Indemnités de fin de carrières (IFC)**

Ces produits seront étudiés plus en détail dans la partie suivante.

III.2 PRESENTATION DES PRODUITS

III.2.1 Les contrats article 83

Ces types de contrats à **cotisations définies** aident les salariés à se constituer un complément de retraite dans un cadre social et fiscal avantageux tant pour l'entreprise que les salariés. Leur signature

doit être précédée de la mise en place d'un dispositif (régime) qui définit les obligations respectives de l'entreprise et des salariés.

La mise en place peut se faire :

- Par convention ou accord collectif
- Par ratification à la majorité des salariés d'un projet d'accord proposé par le chef d'entreprise
- Par une décision unilatérale du chef d'entreprise

En souscrivant un contrat article 83, l'entreprise s'engage à verser une cotisation calculée en pourcentage du salaire ou en pourcentage du PASS pour les bénéficiaires. Ce dispositif peut concerner soit l'ensemble du personnel, soit une catégorie objective de salarié. Ce type de contrat est exonéré de taxe sur les contrats d'assurance car il couvre un risque lié à la durée de vie humaine.

Les modalités de ce type de contrat sont décrites à l'article 83 du CGI⁵ :

- **Age de départ à la retraite** : la pension doit être stipulée payable au plus tôt à l'âge normal de départ à la retraite, c'est-à-dire à l'âge à partir duquel le salarié intéressé peut bénéficier de la pension vieillesse du régime de base soit à partir de 65 ans dans le régime général des salariés
- **Cofinancement patronal obligatoire** : les cotisations doivent comporter une participation de l'employeur, cette participation pouvant en représenter la totalité
- **Contrat d'assurance de groupe**⁶ : les contrats passés avec une compagnie d'assurance doivent revêtir la forme d'assurance de groupe qui s'impose à la totalité du personnel appartenant à une catégorie objectivement définie
- **Taux de cotisation uniforme** : les cotisations doivent être fixées à un taux uniforme à l'égard de toutes les personnes appartenant à la même catégorie de personnel
- **Prestations** : aucune possibilité de rachat ou de perception d'un capital sauf dans les cas énumérés à l'article L 132-23 du Code des Assurances (cf. § suivant).

III.2.1.1 En période de constitution

Chaque salarié bénéficiaire dispose d'un **compte individuel** alimenté par les cotisations obligatoires de l'entreprise, les cotisations issues des transferts de jours de congés ou CET et ses éventuels versements volontaires. Les sommes créditées sur le compte sont investies sur des supports financiers en fonction de la ou des formule(s) de gestion choisie(s). Les sommes sont bloquées jusqu'au départ en retraite du salarié sauf cas exceptionnels prévus par la loi.

En cas de décès du salarié avant la retraite, il est prévu le versement d'un capital au(x) bénéficiaire(s) désigné(s), égal à la valeur de liquidation du compte individuel. A défaut de désignation spécifique, ce capital est attribué au conjoint ou à la personne qui est lié(e) à la personne par le PACS, ou à ses enfants vivants ou représentés par parts égales entre eux, à défaut aux héritiers.

En cas de départ de l'entreprise, les cotisations obligatoires sont interrompues et le salarié conserve son compte individuel jusqu'au départ en retraite. Il peut aussi transférer les sommes sur un nouveau

⁵ Code Général des Impôts

⁶ **Article L. 141-1 du Code des Assurances** : Est un contrat d'assurance de groupe le contrat souscrit par une personne morale ou un chef d'entreprise en vue de l'adhésion d'un ensemble de personnes répondant à des conditions définies au contrat, pour la couverture des risques dépendant de la durée de la vie humaine, des risques portant atteinte à l'intégrité physique de la personne ou liés à la maternité, des risques d'incapacité de travail ou d'invalidité ou du risque du chômage.

contrat, de même nature auprès de son nouvel employeur ou un contrat individuel tel que Madelin ou PERP.

Les sorties anticipées ne sont possibles que dans les cas énumérés à l'article L 132-23 du Code des assurances :

- Fin de droits de l'assuré aux allocations d'assurance chômage
- Cessation d'activité de l'assuré à la suite d'un jugement de liquidation juridique
- Invalidité de l'assuré, classé en deuxième ou troisième catégories prévues à l'art. L.341-4 du code de la sécurité sociale.
- Décès du conjoint ou du partenaire pacsé
- Situation de surendettement

Ces cas de sorties anticipées ne mettent pas forcément fin à l'adhésion si les conditions d'adhésion continuent à être remplies. La valeur de rachat est égale à la contre-valeur du montant du compte individuel d'épargne retraite. Ce capital est exonéré d'impôts et de prélèvements sociaux.

III.2.1.1 En période de restitution

Le contrat de retraite à cotisations définies ne peut se dénouer que par le versement d'une rente viagère à compter de la date de départ en retraite du régime général de la Sécurité Sociale.

Lors du départ en retraite, le salarié ayant atteint l'âge requis demande la liquidation de ses droits et l'assureur procède à la transformation de son compte individuel encore appelé capital constitutif de la rente en rente viagère dans le cas des contrats d'épargne bloqués. Pour les contrats de rente viagère différée la rente est la somme des rentes acquises à chaque versement. Pour les contrats en unité de rente la rente est obtenue en multipliant le nombre de points acquis par la valeur de service du point.

L'assuré peut dans certains cas demander la liquidation de sa rente avant ou après l'âge de départ théorique de la retraite, on parle dans ces cas respectivement d'anticipation et de prorogation. La rente est corrigée dans ces cas d'un coefficient actuariel.

Suivant le type de contrat, le montant de la rente viagère est déterminé en fonction :

- De la valeur de service du point
- Du montant du capital constitutif de la rente
- Des chargements encore appelés « frais de service » de la rente visant à couvrir les frais de gestion administrative de l'assureur et exprimés en pourcentage de la rente
- Du taux de réversion, l'option de réversion est généralement offerte au salarié. Le choix de la réversion entraîne également la correction de la rente d'un facteur actuariel fonction de l'âge du conjoint.
- Du tarif en vigueur visé à l'article A 335-1 du code des assurances comprenant :
 - la table de mortalité réglementaire
 - et le taux d'intérêt technique qui peut également être fixé dans le contrat ou choisi par le bénéficiaire de la rente lors de la liquidation

Toutes les rentes sont intégrées à l'Impôt sur le Revenu et imposé comme des pensions de retraite du régime général. Elles sont généralement versées trimestriellement.

III.2.2 Les contrats article 39

L'article 39 est un contrat de retraite supplémentaire à **prestations définies**, bénéficiant à un ou plusieurs catégories de personnels. Les contrats souscrits sont à droits aléatoires, conditionnés à la présence du salarié dans l'entreprise au moment de la liquidation de sa retraite. Les droits n'étant pas individualisés, les droits alimentent un fonds collectifs.

L'entreprise s'engage sur une prestation, exprimée en pourcentage du salaire, qui s'additionne aux autres rentes issues des régimes de bases et obligatoires (régime additif) ou sous déduction de l'ensemble de ses autres retraites (régime différentiel ou « chapeau »).

L'article 39 répond aux objectifs suivants :

- Fidéliser des salariés à rémunération élevée, dans les entreprises ne pouvant pas mettre en place d'autre forme de rémunération complémentaire (participation au capital par exemple)
- Constituer un complément de rémunération différé
- Préparer la retraite des cadres ou des dirigeants, dont le taux de remplacement par les régimes obligatoires sera notoirement insuffisant
- Prendre en compte la carrière passée dans le calcul des droits

Le dispositif s'applique à tout membre de la catégorie de personnel désignée, présent dans l'entreprise lors de son départ en retraite, et répondant aux critères d'ancienneté fixés par le règlement.

Il est désormais obligatoire d'externaliser auprès d'un assureur la gestion des engagements correspondant aux nouveaux régimes.

Le calcul de l'engagement se déduit de la Valeur Actuarielle des Prestations Futures (VAPF) :

$$VAPF = D \times P \times A$$

Avec,

D : capital constitutif de la rente à l'échéance, avec les hypothèses posées en cohérence avec les normes comptable en vigueur.

P : probabilité de verser la prestation à l'échéance

A : facteur d'actualisation entre la date d'évaluation et la date d'échéance

L'engagement est alors égal à la dette actuarielle, c'est-à-dire la partie de la VAPF se rapportant aux exercices passés :

$$DA = VAPF \times \frac{\text{ancienneté à la date d'évaluation}}{\text{ancienneté à l'échéance retraite}}$$

Un fonds est alors constitué, investi dans un actif général ou cantonné et géré par l'organisme assureur, dans lequel seront prélevés les capitaux nécessaires au paiement viager des rentes correspondant à l'engagement. L'entreprise devra le compléter en tant que besoin pour servir les rentes prévues au titre de son engagement : elle assume seule le risque financier.

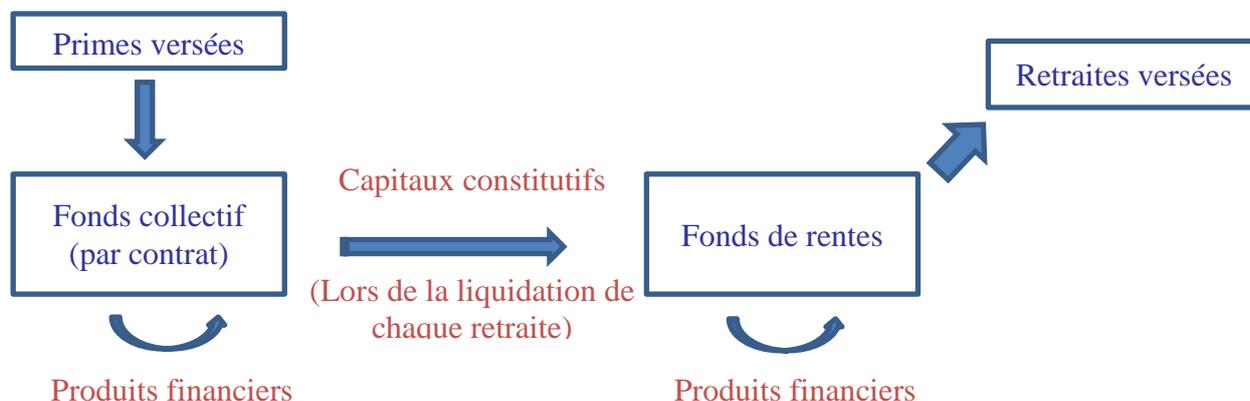


Figure 5 - Mécanisme de fonctionnement des articles 39

Les provisions inscrites au Fonds collectifs peuvent être exprimées :

- En euros : ce qui donne lieu à une garantie en capital et des actifs comptabilisés en valeur historique
- En unité de compte : ceci conduit à rendre le fonds égal à tout moment à la valeur de marché des supports d'investissement

S'agissant d'opération de retraite, les contrats « article 39 » ne visent qu'à servir des rentes viagères. La rente est due à l'âge de la retraite et peut être réversible au profit du conjoint survivant.

III.2.3 Les contrats article 82 - sursalaire

Le contrat de type "article 82" du CGI est encore appelé contrat en sursalaire car le montant de la prime versée par l'employeur est apparenté à un salaire qui s'ajoute au salaire brut du salarié. La part patronale des primes est considérée comme un supplément de rémunération qui s'ajoute au salaire brut du salarié.

On rencontre deux grands types de contrats :

- L'article 82 avec épargne disponible (fiscalité optimale après 8 ans),
- L'article 82 au terme de départ à la retraite, avec le choix à la liquidation de sortie en rente ou en capital

Le contrat AXA est de ce dernier et permet à des personnes physiques de bénéficier d'un complément de retraite. Contrairement aux contrats de type Article 83, ce sont des contrats individuels à adhésion facultative. Il s'agit de contrats d'assurance vie souscrits par l'entreprise au profit de ses salariés ou d'une catégorie d'entre eux. Les contrats de ce type sont considérés comme des avantages en nature. A la différence des contrats Article 83, les primes versées par l'employeur au salarié sont imposables au titre de l'impôt sur le revenu et ne font l'objet d'aucune déduction.

Le contrat se dénoue par le versement d'un capital ou d'une rente viagère calculée en fonction des méthodes exposées dans le code des assurances. Le complément de revenus est fonction de l'épargne accumulée par l'entreprise, et éventuellement par celle du salarié, sur son compte, majoré des résultats financiers.

La retraite à cotisations définies de l'article 82 est cependant tombée en désuétude avec l'entrée en vigueur des dispositions de la Loi Fillon d'Août 2003. En effet, l'exonération de charges sociales que le montage de l'article 82 offrait est clairement supprimée, puisque cette exonération est désormais réservée aux plans d'épargne retraite à caractère collectif.

La souscription à ce type de contrat, dont la commercialisation a été suspendue en 2004, reste exceptionnelle.

III.2.4 La pré-retraite

Dans le cadre d'un plan de sauvegarde pour l'emploi, un dispositif de cessation anticipée d'activité peut être mise en place par un accord collectif entre une entreprise et les partenaires sociaux.

L'accord collectif détaille notamment :

- Les caractéristiques des bénéficiaires (âge, ancienneté...)
- Le montant des rentes brutes
- Les charges sociales
- La durée du dispositif
- La revalorisation des rentes
- La prise en charge du dispositif de protection sociale (prévoyance, retraite supplémentaire...)

Il prévoit le versement de rentes temporaires non réversibles versées en cas de vie jusqu'à l'âge du départ en retraite. Le salarié admissible et souhaitant bénéficier de ce dispositif doit adhérer individuellement et personnellement. Son accord entraîne la rupture de son contrat de travail.

Pour l'aider dans la prise en charge de dispositif, l'entreprise peut choisir d'externaliser son obligation auprès d'un assureur. Pour le fonctionnement du contrat, l'assureur constitue :

- Un fonds collectif alimenté par les cotisations et débité des capitaux constitutifs de rentes, ainsi que des charges sociales ;
- Un fonds des rentes alimenté par les capitaux constitutifs des rentes prélevés sur le fonds collectif de réserve et débité des prestations de rentes. Il permet à l'assureur de garantir le versement viagers des rentes de préretraites ;
- Un fonds de revalorisation alimenté du solde du compte des rentes et débité des capitaux constitutifs de revalorisation.

Une évaluation du coût est effectuée à chaque nouveau départ.

Les sommes versées dans le contrat d'assurance sont immédiatement déductibles du résultat au titre de l'article 39 du CGI. Le versement de la préretraite est garanti par un tiers soumis à un contrôle strict et ne dépend donc pas de la situation financière de l'ex-employeur.

III.2.5 Les indemnités de fin de carrière

Depuis 1978, les entreprises ont l'obligation de verser des indemnités de fin de carrière (IFC) à chaque salarié partant à la retraite sous réserve que ce dernier remplisse les conditions d'âge et d'ancienneté requises. De même, en cas de licenciement ou de rupture conventionnelle, une indemnité doit lui être versée. Le montant de cette indemnité est prévu par la loi, mais la convention collective ou l'accord de branche, ou d'entreprise, peut prévoir un montant supérieur, et le montant de l'indemnité conventionnelle est librement négocié entre l'employeur et le salarié, avec un minimum.

Deux solutions sont possibles pour l'employeur : constituer des provisions internes ou souscrire un contrat IFC auprès d'un assureur.

Calculé en fonction de la rémunération et de l'ancienneté de chaque salarié, le montant de l'indemnité répond à des exigences légales et conventionnelles. L'engagement de l'employeur porte sur le versement d'une prestation au moment du départ à la retraite de ses salariés. La solution de souscrire un contrat d'assurance indemnités de fin de carrière pour répondre à cet engagement offre trois avantages :

- un cadre fiscal et social attractif,
- une maîtrise des sorties de trésorerie,
- une valorisation de l'entreprise en cas de cession

L'alimentation se fait exclusivement par l'entreprise : un fonds collectif IFC est ouvert en son nom et alimenté par ses versements (un plan de financement est adressé à l'entreprise qui conserve l'entière liberté de ses versements).

Le fonds collectif ne doit pas dépasser le niveau du passif social de l'entreprise. Dans le cas contraire, le plan de financement doit être adapté.

En ce qui concerne la sortie, le fonds collectif est débité du montant des indemnités versées à l'occasion du départ en retraite d'un salarié, dans la limite de son montant. Le montant de l'indemnité varie selon l'ancienneté, le salaire et la modalité du départ (départ à l'initiative du salarié ou de l'employeur).

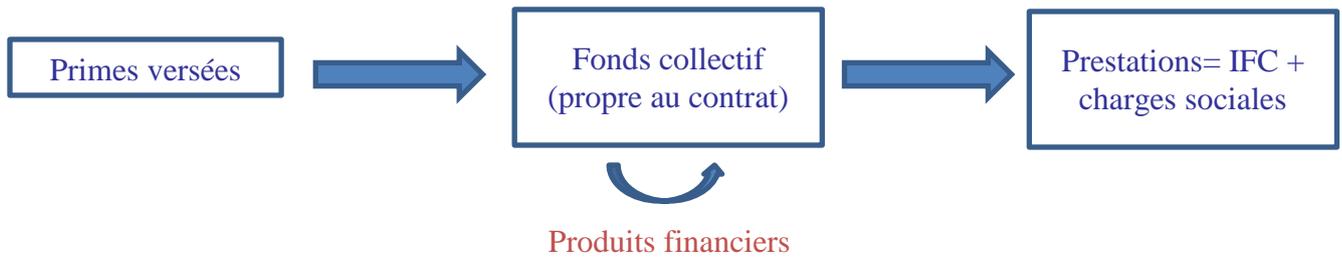


Figure 6 - Mécanisme de fonctionnement des IFC

L'opportunité fiscale constitue le principal avantage de souscrire un contrat indemnités de fin de carrière : les versements de l'entreprise sont déductibles du résultat imposable et les revenus financiers ne sont pas soumis à l'impôt sur les sociétés.

III.3 LES DIFFERENTES CLASSES D'ACTIFS

Pour chacun des différents contrats cités ci-dessus, le groupe AXA propose différentes classes d'actifs sur lesquelles vont être investies les cotisations :

III.3.1 L'Actif Général Retraite (AGR)

L'Actif Général Retraite est le portefeuille d'actifs dans lequel sont spécifiquement investis les engagements de retraite collective gérés en euro du Groupe AXA en France. Contrairement aux supports en Unité de Compte, il n'y a pas de risque de perte en capital sur les supports en euros.

Il est caractérisé par :

- Un horizon d'investissement très long terme
- Une stabilité de l'actif (pas besoin de liquidité important à court terme)
- Un passif homogène : des engagements de même nature sur des contrats de retraite collective

L'engagement pour AXA vient du fait de ne pas baisser la provision et de la revaloriser du taux technique (rente) ou d'un taux minimum garanti (constitution). Une participation aux bénéficiaires (revalorisation de l'épargne ou de la rente) est reversée aux assurés si les produits financiers réalisés le permettent.

III.3.2 Les Unités de Comptes (UC)

Dans un contexte de baisse régulière des taux d'intérêt d'emprunts d'état, le rendement des contrats d'assurance vie en fonds en euros est de plus en plus bas. La seule alternative pour les épargnants qui recherchent de la performance, est d'investir sur des unités de compte.

Les contrats en unités de compte permettent de diversifier les investissements sur des supports financiers plus ou moins dynamiques, et donc, plus ou moins risqués.

L'aléa de valeur de l'UC est porté en totalité par l'assuré, AXA n'est engagé que sur un nombre de parts. De fait, les capitaux propres requis (Solvabilité I et II) sont nettement moindres. Sur le périmètre de la retraite collective, on parlera d'ACAV (Assurance à Capital Variable).

III.3.3 Les Cantons : Fonds libellé en Euro

Un fond en euros cantonné est un ensemble d'actifs (Valeurs mobilières, immobilières) isolé dans un fond spécifique exclusivement rattaché à un contrat d'assurance. Les avantages des contrats d'assurance disposant d'un fond en euros cantonné sont multiples :

- Les actifs cantonnés sont indépendants de la compagnie d'assurance.

- Les résultats dégagés par ces actifs sont uniquement consacrés à la rémunération du contrat d'assurance auquel ils sont rattachés. Les participations aux bénéfices du contrat d'assurance n'en sont que plus grandes.

Une provision mathématique (PM) est une provision nécessaire à la couverture d'un engagement. C'est le montant qu'un assureur doit détenir dans ses comptes pour garantir son engagement vis-à-vis des souscripteurs de contrats.

Au 31 décembre 2013, les encours en Md d'euros pour chacune de ces classes d'actifs étaient les suivants :

31/12/2013	PM de constitution	PM de restitution	PM Totale
ACAV	5,5	0	5,5
AGR	6,8	3,7	10,4
CANTON	1,5	2,0	3,6
TOTAL	13,8	5,7	19,5

III.4 LES PRINCIPES DE CALCULS ACTUARIELS

III.4.1 Les tables de mortalité

Les tables de mortalité permettent de :

- Calculer une probabilité de décès ou de vie à un horizon donné, selon l'âge ou le sexe de l'individu
- Calculer un tarif (ex : temporaire décès ou conversion d'une épargne en rente viagère)
- Calculer une provision mathématique (ex : engagement de servir une rente)
- Simuler l'évolution future du portefeuille (ex : étude de rentabilité, calcul d'EEV)

Celles-ci évoluent cependant en fonction de l'allongement de la durée de vie humaine et de la réglementation (Code des Assurances), qui impose des nouvelles tables environ tous les 15 ans.

On distingue 2 types de tables :

- Les tables instantanées basées sur une mortalité observée. Par prudence, elles sont utilisées pour les engagements en cas de décès.
- Les tables prospectives : une table par année de naissance pour anticiper l'amélioration de la durée de vie. Par prudence, elles sont utilisées pour les engagements en cas de vie. Les tables prospectives en vigueur sont les TGH-TGF05.

TH 00-02	
âge	Lx = Nombre probable de vivants
0	100 000
1	99 511
2	99 473
3	99 446
4	99 424
5	99 406
6	99 390
...	...
x	Lx
x+1	Lx+1
...	...
60	85 538
61	84 558
62	83 514
63	82 399
64	81 206
65	79 926
106	19
107	9
108	4
109	2
110	1
111	0

Cette table représente la mortalité des hommes observée entre 2000 et 2002.

La probabilité d'être en vie à 65 ans pour un homme de 60 ans et notée : ${}_5p_{60} = \frac{l_{65}}{l_{60}} = 93\%$

La probabilité de décéder pour un homme est donc égal à ${}_5q_{60} = 1 - {}_5p_{60} = 7\%$

III.4.2 Les taux techniques

Le taux technique représente :

- Le taux d'escompte de produits financiers
- Le taux d'actualisation des calculs

Exemple : L'engagement de servir 10€ dans 5 ans au taux i vaut : $\frac{10€}{(1+i)^5}$

Le taux technique entre dans le tarif de liquidation d'une rente : plus le taux technique est élevé, plus la rente initiale sera élevée et plus le taux technique est faible, plus la rente de base est faible, mais plus elle sera revalorisée

La Provision Mathématique de la rente est capitalisée chaque année du taux technique. Si le taux de produits financiers réalisés est inférieur au taux technique, une perte est comptabilisée

Si le taux de produits financiers réalisés est supérieur au taux technique, la rente pourra être revalorisée

La réglementation impose de liquider les rentes au taux maximum de 60% du TME (1,36% aujourd'hui), pour les engagements de plus de 8 ans.

Certains anciens contrats ont des rentes liquidées à 4,5%

Le taux technique représente le taux d'actualisation de la Provision Mathématique durant toute sa durée. Il n'y a pas de fluctuation des engagements en fonction de l'évolution des taux.

III.4.3 Calculs actuariels

On définit le nombre d'annuités probables comme l'engagement de servir 1€ de rente tant que l'assuré est en vie:

$$a_x = 1€ \times \frac{l_{x+1}}{l_x} \times \frac{1}{(1+i)} + 1€ \times \frac{l_{x+2}}{l_x} \times \frac{1}{(1+i)^2} + \dots + 1€ \times \frac{l_{\omega}}{l_x} \times \frac{1}{(1+i)^{\omega-x}}$$

$$a_x = \sum_{k=1}^{\omega-x} \frac{l_{x+k}}{l_x} \times \frac{1}{(1+i)^k}$$

Pour une rente fractionnée en t versements par an, on a :

$$a_x = \sum_{k=1}^{\omega-x} \frac{l_{x+k}}{l_x} \times \frac{1}{(1+i)^k} + \frac{t-1}{2t}$$

Au départ en retraite, un assuré qui a acquis une épargne de $K€$ aura une rente annuelle de :

$$R = \frac{K€}{a_x(1+3\%)} \text{ en supposant que les frais sur arrérages sont de 3\%}$$

Par exemple, pour un homme âgé de 60 ans en 2011, avec un taux technique de 2% et un capital de 20K€ on obtient une rente annuelle de 950€.

CHAPITRE 2 :

CONTEXTE REGLEMENTAIRE DE LA SOLVABILITE

I. DEFINITION

La solvabilité est la capacité pour un assureur à respecter les engagements de long terme qu'il prend auprès de ses clients. Elle dépend de l'importance de ces engagements (les garanties et protections offertes aux assurés) et des ressources dont dispose la société d'assurances pour y faire face, notamment sous la forme des fonds propres et des actifs qu'elle détient (actions, obligations, etc.).

Afin de garantir leur solvabilité, les sociétés d'assurances doivent disposer, au-delà des réserves qui couvrent déjà l'intégralité des engagements souscrits vis-à-vis des assurés, de fonds propres en quantité suffisante pour faire face à des événements imprévus pouvant affecter le respect de leurs engagements : ce sont les capitaux propres réglementaires. C'est la réglementation, notamment européenne, qui détermine le niveau de ces capitaux.

La solvabilité dépend aussi de la valeur des actifs détenus par les sociétés d'assurances (actions, obligations, immobilier) dans lesquels elles investissent les fonds confiés par les assurés. Si leur valeur diminue, alors la solvabilité est fragilisée. Plus un actif est risqué, plus sa valeur est susceptible de fluctuer. Les sociétés d'assurances sont principalement exposées au risque d'insolvabilité, à la différence des banques, qui sont exposées au risque de liquidité comme l'a montré la crise financière de 2008.

II. LA REFORME ACTUELLE : SOLVABILITE I

II.1 DEBUT ET PRINCIPE

En vertu de leur rôle essentiel dans la sécurisation financière des individus et des sociétés, les organismes d'assurance font l'objet d'une attention particulière des pouvoirs publics avec pour objectif de préserver l'intérêt des assurés, des souscripteurs et des bénéficiaires de contrats.

Le contrôle public des assurances se développe progressivement à partir du début du 20^{ème} siècle: loi de 1898 sur les assurances sociales, loi de 1905 sur les assurances vie, loi de 1935 sur les assurances non-vie, décret-loi de 1938 sur l'ensemble des activités d'assurance (unification du contrôle de l'Etat).

Aujourd'hui, la veille prudentielle sur les opérations d'assurance s'organise principalement en deux niveaux :

- Au niveau des contrats (clause de protection des assurés, bonne visibilité, etc.),
- Au niveau du contrôle de la solidité financière (solvabilité), et donc de la capacité des organismes à honorer leurs engagements

Le système de solvabilité actuel a été mis en place dans les années 1970 (et révisé en 2002). Il s'articule autour de trois axes :

- La constitution de provisions techniques suffisantes (hypothèses prudentes),
- Des actifs surs, diversifiés, liquides et rentables,
- Un niveau de fonds propres supérieur à un niveau minimal (appelé Exigence de Marge de Solvabilité, EMS).

II.2 LES FONDS PROPRES ET L'EMS

La mesure de la solvabilité dépend avant tout du mode d'évaluation de l'actif et du passif. Les principaux engagements d'une entreprise apparaissent dans ses provisions techniques, qui doivent lui permettre de faire face aux sinistres prévisibles et aux charges afférentes dans le cadre des contrats souscrits. Cela ne peut cependant garantir absolument qu'elles suffiront à couvrir l'ensemble des sinistres et des charges. Pour protéger les assurés, il est donc apparu nécessaire d'imposer aux entreprises d'assurance la détention d'un certain montant de ressources supplémentaires, pouvant servir de matelas en cas de sinistres ou de frais imprévus. Ce matelas est appelé marge de solvabilité (le matelas minimum est appelé exigence de marge de solvabilité - EMS -). Il existe des règles pour les éléments constitutifs de cette marge, ainsi que sur le calcul de l'EMS.

L'EMS se calcule en fonction des volumes de primes, des sinistres et des provisions mathématiques (et éventuellement du taux de cession en réassurance) :

- En assurance vie, l'EMS est un pourcentage des provisions mathématiques (entre 1 % et 4 %) et des capitaux sous risques (entre 0,1 % et 0,3 %) ;
- En assurance non-vie, l'EMS est le maximum d'un pourcentage des primes (entre 16 % et 18 %) et de la charge annuelle moyenne des sinistres sur 3 ans (entre 23 % et 26 %).

L'EMS sous Solvabilité I présente donc l'avantage d'être simple, forfaitaire et de ne poser aucun problème de mise en œuvre. Elle présente toutefois plusieurs limites :

- Elle correspond à une vision plus rétrospective et prédictive
- Elle ne représente pas le profil de risque des organismes assureurs (non prise en compte explicite des risques financiers, des risques opérationnels, etc.)
- Elle ne sensibilise pas assez à la nécessité d'analyser, gérer et contrôler ses risques
- Elle est appliquée de manière différente dans les pays européens

II.3 LES PLACEMENTS

Généralement, les réglementations visent à ce que les placements représentatifs des engagements réglementés soient **surs, liquides et rentables**.

- Concernant la sécurité, il s'agit d'interdire de spéculer avec l'argent des assurés, de privilégier les actifs émis par des entités solvables et de s'assurer de la liquidité des actifs en cas de liquidation.
- Concernant la liquidité, il s'agit de s'assurer que les placements sont facilement et rapidement réalisables pour leur valeur comptable, notamment lorsque les engagements de la société sont à court terme. La liste des actifs représentatifs exclut donc les actifs par nature très peu liquides (métaux précieux, œuvres d'art, etc.), et les règles de diversification limitent la part des actifs peu liquides.
- Concernant l'exigence de rendement, elle doit permettre de faire face aux exigences de revalorisation des provisions mathématiques, malgré les règles de sécurité et de liquidité évoquées ci-dessus.

Les engagements réglementés doivent en permanence être représentés par des actifs équivalents, c'est-à-dire des actifs d'un montant égal à celui des engagements réglementés.

Il existe par ailleurs des règles de localisation, selon lesquelles les engagements afférents à un risque situé dans un pays doivent être représentés par des actifs localisés sur le territoire de ce pays.

Pour faire face au risque de crédit, il existe enfin généralement deux séries de limitations qui visent :

- la répartition des placements (limitation par catégorie d'actifs)
- la dispersion des placements (limitation par émetteur)

II.4 LES CRITIQUES A L'ENCONTRE DE LA REFORME

Solvabilité I présente de nombreuses imperfections :

- En assurance vie, plus les provisions mathématiques sont prudentes, plus le besoin en fonds propres est important.
- En non-vie, une hausse tarifaire entraîne une hausse du besoin en fonds propres sans qu'il y ait accroissement du risque.
- Tous les risques ne sont pas pris en compte
- Le côté rétrospectif du contrôle réglementaire qui se base principalement sur des données comptables en coût historique.

Depuis le 1er janvier 2004, la marge obligatoire de solvabilité doit être requise à tout moment et pas seulement à la fin de l'année, ce qui lui confère un rôle d'instrument de gestion des risques.

Bien qu'il n'y ait eu à ce jour que très peu de faillite, la création d'un marché européen de l'assurance nécessite une harmonisation et une modernisation de la régulation.

Cette évolution des règles prudentielles est dans la lignée des autres réformes réglementaires qui touchent tant le secteur bancaire, avec « Bâle 2 » et la « Capital Requirement Directive », que le secteur de l'assurance avec les normes ICA en Angleterre, le « Swiss Solvency Test » en Suisse ou le « Risk Based Capital » aux Etats-Unis.

III. VERS UNE NOUVELLE REFORME : SOLVABILITE 2

III.1 LES RAISONS DE LA NOUVELLE REFORME

La précédente directive d'harmonisation des règles de solvabilité, Solvabilité 1, ne permettait pas de bien prendre en compte les risques encourus par les compagnies d'assurance.

La réforme Solvabilité II modifie les règles de solvabilité des assureurs, pour garantir l'ensemble des engagements. Le niveau des capitaux propres devra être proportionné aux risques des passifs et actifs détenus par les assureurs : plus un actif sera risqué, plus les capitaux propres réglementaires requis devront être élevés.

La réforme Solvabilité II a donc comme finalités :

- De proposer un système prudentiel plus moderne en adéquation avec le pilotage opérationnel des entreprises
- D'accroître la protection des assurés
- De garantir une égalité de concurrence aux assureurs européens

Cette réforme repose sur deux directives et sur des mesures d'application :

- La directive Solvabilité II, adoptée au printemps 2009, fixe les grands principes de la réforme
- Les mesures d'application de niveau 2 de la directive-cadre définissent notamment le calibrage des fonds propres requis et leur couverture ainsi que le système de gouvernance et de reporting de l'entreprise
- La directive Omnibus 2 introduit des mesures de transition spécifiques à certains sujets clés afin d'éviter toute entrée brusque dans le nouveau cadre réglementaire. Omnibus 2 doit contenir un ensemble de mesures contra-cycliques visant à lutter contre une volatilité excessive du bilan des assureurs, risquant ainsi de nuire à la capacité du secteur d'investir sur le long terme. Les assureurs européens gèrent plus de 8 400 milliards d'euros d'actifs dont 1 860 milliards pour la France, l'enjeu est donc majeur.

III.3.1 Le pilier 1 : les règles financières

Le premier pilier a pour objectif de définir des seuils quantitatifs aussi bien pour les provisions techniques que pour les fonds propres. Ces seuils deviendront des seuils réglementaires.

Deux niveaux de fonds propres sont définis:

- le MCR : Minimum Capital Requirement ou Capital Minimum requis
- le SCR : Solvency Capital Requirement ou Capital cible

Le MCR correspond à l'exigence minimum de capital à détenir pour exercer une activité d'assurance. C'est le niveau de fonds propres en dessous duquel on ne peut pas descendre sous peine d'une intervention des autorités de contrôle (l'ACPR⁸ pour les entreprises françaises).

Le SCR, lui, permet à l'entreprise d'absorber les sinistres imprévus et de donner l'assurance aux assurés que les engagements seront honorés. Il correspond à un niveau de capital pour une probabilité de ruine de 0,5% à un horizon d'un an. Autrement dit, il devra représenter le capital nécessaire pour faire face aux engagements dans 99,5% des cas sur un horizon d'un an.

L'EIOPA propose deux possibilités de calcul aux assureurs : soit par la formule standard déjà prédéfinie, soit par un modèle interne qui permet à l'assureur de définir son SCR selon son profil de risque.

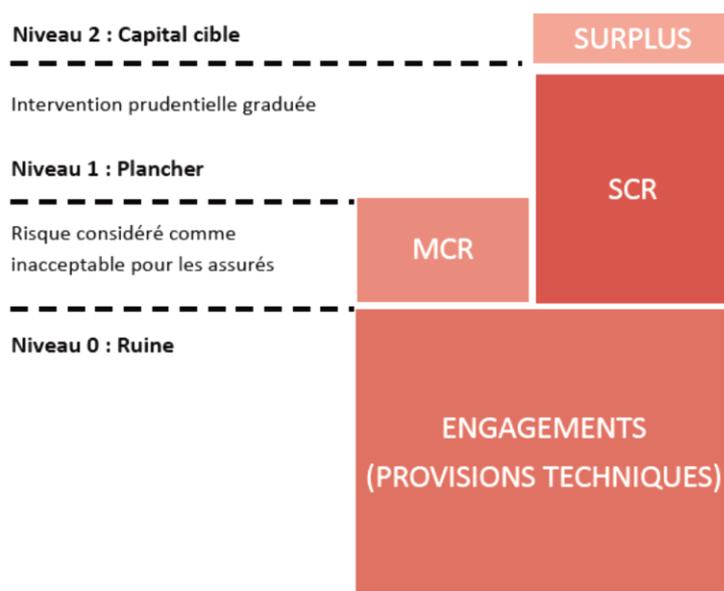


Figure 8 - Exigence de Fonds Propres sous Solvabilité II

III.3.2 Le pilier 2 : le processus de contrôle prudentiel

Le deuxième pilier a pour objectif de fixer des normes qualitatives de suivi des risques en interne aux sociétés et de définir comment l'autorité de contrôle doit exercer ses pouvoirs de surveillance dans ce contexte.

Les entreprises d'assurance et de réassurance doivent mettre en place un système de gouvernance efficace, pour garantir une gestion prudente de leur activité. De plus, elles devront procéder à l'évaluation de leur besoin global de solvabilité dans le cadre de leur système de gestion des risques.

⁸ Autorité de Contrôle Prudentiel et Résolution : organe de supervision français de la banque et de l'assurance

Les autorités de contrôle auront un droit de regard sur le fonctionnement et la gestion de la compagnie d'assurance ainsi que sur l'ensemble de ses risques.

III.3.3 Le pilier 3 : la discipline de marché

Ce dernier pilier concerne l'information publique qui doit venir renforcer la discipline de marché. L'objectif est notamment de progresser vers une coordination et une harmonisation des informations diffusées dans les Etats membres à différents niveaux (assurés, marchés ou institutionnels, autorités de contrôle), telles celles incluses dans le dossier annuel réglementaire.

III.4 LE BILAN PRUDENTIEL SOUS SOLVABILITE II

Pour le calcul du SCR, la nouvelle approche bilancielle est incontournable dans la mesure où le calcul du besoin de marge de solvabilité se fait en référence au scénario central du bilan prudentiel.

Le scénario central étant défini par l'assureur comme étant le scénario le plus vraisemblable dans l'avenir. Il permet de définir un plan de trésorerie avec des flux entrants et sortants à des dates probables. Ce scénario intègre toute la connaissance qu'a l'assureur de son environnement (économique, concurrentiel...), du comportement des assurés (mortalité, rachat..), de ses choix en matière de politique commerciale (revalorisation des contrats, chargement des contrats), politique tarifaire, politique de gestion financière.

Le nouveau bilan doit tenir compte de la valeur économique, à savoir la valeur à laquelle un actif ou un passif pourrait être cédé à une contrepartie et conformément aux normes comptables internationales telles qu'adoptées par la Commission Européenne.

III.4.1 L'Actif au bilan

Dans l'approche Solvabilité II, l'Actif du bilan est valorisé en valeur de marché, c'est-à-dire à la valeur à laquelle il serait possible de les vendre dans l'immédiat, étant donné les conditions des marchés de capitaux.

Lorsque l'évaluation au prix de marché est impossible, il y a lieu d'utiliser des techniques d'évaluation par référence à un modèle qui doit utiliser, tant que faire se peut, des paramètres observables.

Ces actifs généreront des flux de trésorerie dans le futur que sont les produits de placement (dividendes, coupons, remboursements obligataires, réinvestissements, réalisation de plus et moins-values) mais aussi des frais relatifs à la gestion de ces placements (droits de garde, salaires des gérants, frais informatiques, ...)

Le produit des placements net de charges, appelé aussi solde du compte financier, devra servir à revaloriser les provisions mathématiques des contrats et les prestations selon la politique de distribution des excédents retenue par l'assureur.

III.4.2 Le passif au bilan

Au Passif du bilan, on retrouve principalement les provisions techniques qui se décomposent en un «Best Estimate» qui correspond au scénario central et une «Risk Margin», marge de risque qui correspond au montant que l'on doit ajouter au Best Estimate pour qu'un assureur accepte de reprendre le passif. Il s'agit du montant qui servirait à dédommager le repreneur pour supporter les engagements d'assurances qui lui seraient transférés.

On retrouve aussi au passif les fonds propres, ou Net Asset Value (NAV), qui constituent l'écart entre l'Actif et les provisions techniques.

III.4.2.1 Le Best Estimate

L'EIOPA énonce dans l'article 77 de la directive 2009/138/CEE la définition suivante du Best Estimate :

« La meilleure estimation (Best estimate) correspond à la moyenne pondérée par leur probabilité des futurs flux de trésorerie compte tenu de la valeur temporelle de l'argent (valeur actuelle probable des flux futurs de trésorerie), laquelle est estimée sur la base de la courbe des taux sans risque pertinente. Le calcul de la meilleure estimation est fondé sur des informations actuelles crédibles et des hypothèses réalistes, et il fait appel à des méthodes actuarielles et des techniques statistiques adéquates. »

Ainsi, le best estimate correspond à la somme actualisée et probabilisée des prestations, primes possibles et frais futurs adossés aux engagements de l'assureur jusqu'à extinction de ceux-ci.

L'évaluation du Best Estimate ne nécessite aucune marge de prudence supplémentaire. Elle est supposée être incluse dans le capital de solvabilité requis et la marge pour risque.

$$\text{Best Estimate} = \mathbb{E}^{\mathbb{Q} \times \mathbb{P}} \left[\sum_{t \geq 1} L_t \times e^{-\int_0^t r_s ds} \right]$$

avec :

\mathbb{Q} : la probabilité risque neutre (probabilité d'un monde dans lequel tous les actifs ont pour rendement moyen le taux sans risque),

\mathbb{P} : la probabilité réelle qui s'applique à la durée de vie des assurés,

L_t : les flux de passif (prestations, primes, décès, rachat, frais...) intervenant à l'instant t.

Les actifs sont projetés dans un monde dit « Risque neutre », cela signifie que l'espérance du rendement global de l'actif considéré (revenu et performance de marché) ne peut être supérieur au taux sans risque.

La vision «Market Consistent» exprime que la chronique de tous les flux futurs (prestations, frais...), actualisés à la courbe des taux sans risque, doit correspondre en montant à la valeur de marché de l'Actif du bilan prudentiel.

III.4.2.2 La Risk Margin ou marge de risque (MVM)

La marge de risque correspond à l'élément ajouté à la meilleure estimation des provisions pour établir les provisions techniques lorsque celles-ci ne sont pas calculées comme un tout. Cette marge de risque est calculée « de manière à garantir que la valeur des provisions techniques est équivalente au montant que les entreprises d'assurance et de réassurance demanderaient pour reprendre et honorer les engagements d'assurance et de réassurance. » (Directive 2009/138/CE)

La méthode retenue pour l'évaluation de la marge de risque dans les spécifications techniques correspond à l'estimation par le coût du capital, soit :

$$RM = CoC \times \sum_{t \geq 0} \frac{SCR_t}{(1 + r_{t+1})^{t+1}}$$

Avec :

- CoC : le taux du coût du capital défini à 6%
- SCR_t : le capital de solvabilité requis de l'année t
- r_t : le taux d'intérêt sans risque de maturité t.

La formule de calcul fait référence aux capitaux de solvabilité futurs, difficilement calculables sans approximations. Ainsi, d'autres méthodes de simplification ont été proposées dans les spécifications techniques pour évaluer plus facilement les capitaux de solvabilité futurs.

III.4.2.3 Les fonds propres économiques ou Net Asset Value

A un instant t , l'écart entre l'Actif en valeur économique et le Passif en valeur économique permet d'obtenir les fonds propres économiques ou Net Asset Value (NAV)

Le bilan change à chaque instant, dès lors que les actifs sont valorisés sur les marchés financiers en continu et que la courbe des taux d'intérêt, qui permet d'actualiser les flux futurs probables, varie à chaque instant.

L'Actif et le Passif du bilan varient en continu et l'ajustement se fait à chaque instant au niveau de la NAV.

A un instant donné, la même courbe des taux d'intérêt doit s'appliquer pour les flux d'Actif et de Passif.

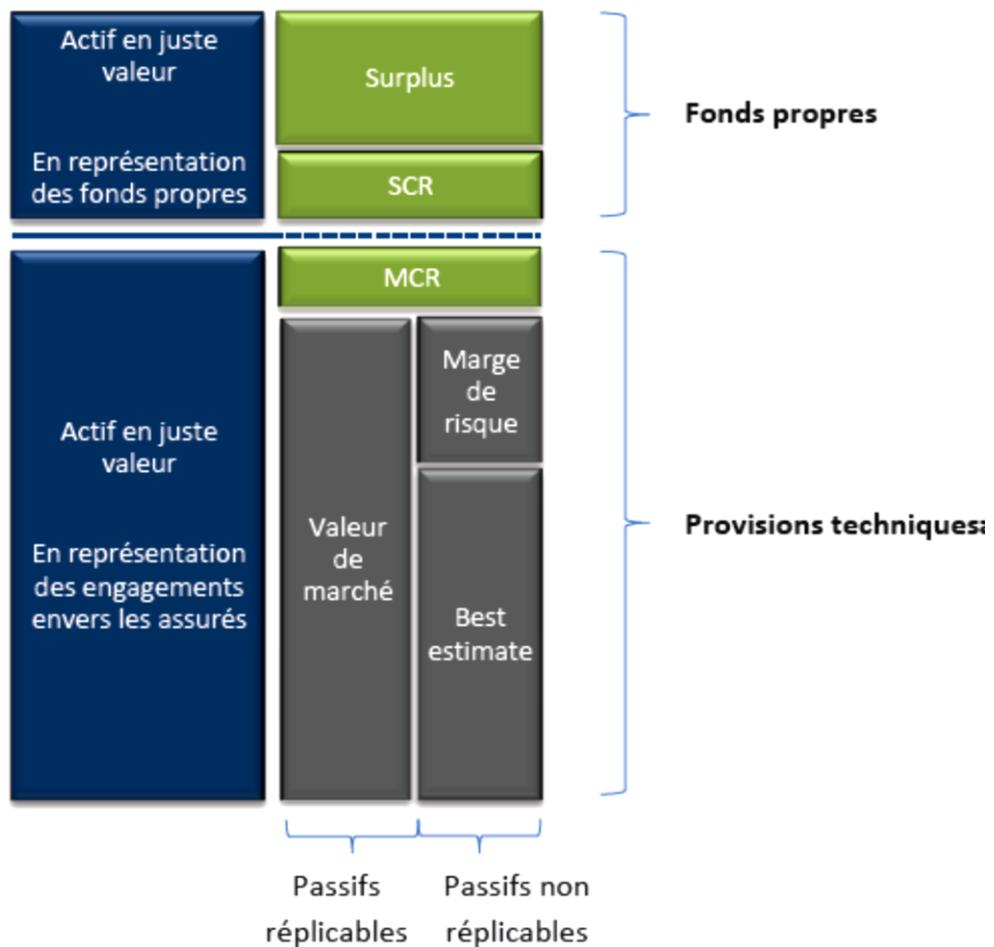


Figure 9 - Représentation du bilan Solvabilité II

DEUXIEME PARTIE :
CALCUL DU CAPITAL REGLEMENTAIRE SOUS
SOLVABILITE II

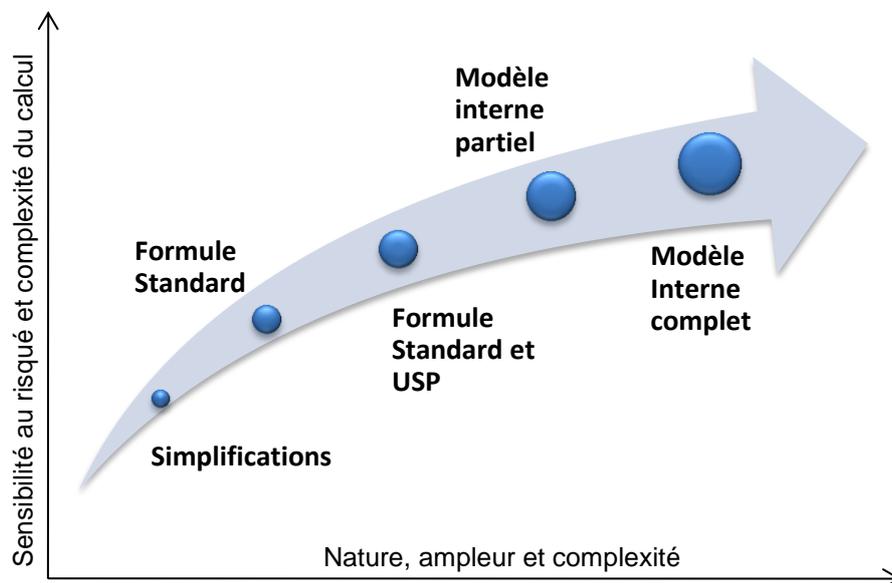
Sous le régime Solvabilité II, le SCR représente l'exigence de capital. Le SCR est défini à l'article 64 de la directive comme « **le capital économique que doivent détenir les entreprises d'assurance ou de réassurance pour limiter la probabilité de ruine à un cas sur deux cents, ou alternativement, pour que les dites entreprises demeurent en mesure, avec une probabilité d'au moins 99,5%, d'honorer leurs engagements envers les preneurs et les bénéficiaires dans les douze mois qui suivent** ». Dès lors que l'organisme ne couvrira plus son SCR, le superviseur devra établir un plan de redressement en concertation avec ce dernier. Le SCR est basé sur le profil de risque de l'organisme.

Il peut être calculé de plusieurs façons :

- soit par une formule standard calibrée uniformément sur le marché européen (utilisant ou non des simplifications). Sous réserve d'approbation par les autorités de contrôle, les entreprises peuvent, dans la conception de la formule standard, remplacer un sous-ensemble de ses paramètres par des paramètres spécifiques à l'entreprise (USP). La portée de l'USP est cependant limitée aux modules suivants: risque de primes, risque de réserve et risque de révision
- soit par un modèle interne développé par l'assureur et après autorisation par le superviseur, appliqué à l'ensemble de leurs activités ou une partie de celui-ci (partielle ou complète)

Le développement d'un modèle interne reste un exercice nécessitant des moyens humains techniques et informatiques qui ne sera pas à la portée de la majorité des acteurs. Aujourd'hui, très peu d'assureurs ont fait le choix d'un modèle interne et la formule standard constitue la référence pour la quasi-totalité des acteurs.

La formule standard reste cependant incontournable même pour un assureur qui ferait le choix d'un modèle interne pour quantifier son besoin de fonds propres. Les premières années, les assureurs seront contraints de communiquer leurs résultats selon les deux approches et demander spécifiquement une validation auprès de la tutelle pour son modèle interne.



Nous tacherons dans cette partie de présenter ces deux méthodes de calcul. Nous nous focaliserons d'avantage sur le calcul du SCR rachat. Le calibrage du choc rachat en retraite collective intervient dans le cadre de la mise en place du modèle interne d'AXA.

CHAPITRE 1 :

PRESENTATION DE LA FORMULE STANDARD

I. PRINCIPE

Le SCR est le résultat final issu d'une formule de calcul standard :

$$SCR = BSCR - Adj + SCR_{op}$$

Où :

- BSCR (Basic Solvency Capital Requirement) est le capital requis de base
- Adj (Adjustment) est l'ajustement au titre de la capacité d'absorption des pertes par les assurés et les impôts différés
- SCR op est le chargement en capital au titre du risque opérationnel

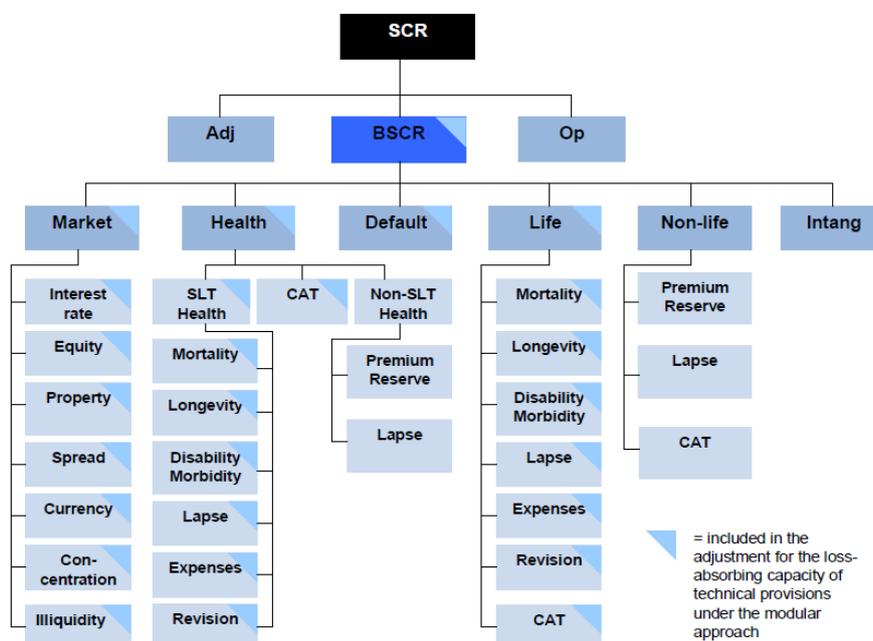


Figure 10 - Structure modulaire du SCR

Cette architecture de type modulaire correspond à une cartographie des risques, elle se décompose en 6 modules, eux-mêmes décomposés en sous modules.

L'organisme doit calculer la perte subie en cas d'événement défavorable lié à une trentaine de facteurs de risque. Pour tenir compte de la probabilité faible de réalisation simultanée de tous ces événements, la formule standard introduit des corrélations entre ces facteurs de risque et permet ainsi à l'organisme de constater des bénéfices de diversification.

Les risques sont appréciés indépendamment les uns des autres, ce qui simplifie l'approche, mais la complexité de la formule globale avec des corrélations à plusieurs niveaux fait, en réalité, que cette formule se rapproche d'un modèle.

Les petits triangles bleus que l'on retrouve sur chacun des sous modules en haut à droite expriment qu'en cas de choc l'assureur peut faire porter une partie des pertes par les assurés.

II. METHODE DE CALCUL DU BSCR

Dans la formule standard, le premier calcul est celui du BSCR qui est le montant de capital global requis pour couvrir les risques (hors risque opérationnel), hors effet d'atténuation que sont la moindre distribution des excédents et les impôts en cas de choc.

Le BSCR est basé sur une approche dite « Bottom up », à savoir que les modules s'agrègent à chaque niveau en remontant.

Pour chaque sous module qui constitue un facteur de risque, on calcule l'exigence de capital propre élémentaire.

L'exigence de capital requis au titre d'un facteur de risque (sous modules) est calculée en appliquant un choc instantané sur le facteur de risque. **Le calibrage du choc retenu, imposé par le régulateur, correspond à une Value at Risk 0,5% sur un an, soit le scénario qui se produit une fois tous les deux cents ans.**

L'exigence de capital élémentaire correspond à l'impact de ce choc sur la NAV par rapport au scénario central du bilan prudentiel.

$$\text{Exigence de capital} = \begin{cases} \Delta NAV = NAV_0 - NAV_1 = (A_0 - BE_0) - (A_1 - BE_1) & \text{si } \Delta NAV > 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Où :

- NAV_0 correspond à la NAV du scénario central avant le choc
- NAV_1 correspond à la NAV après le choc instantané
- A_0 est le montant de l'actif du bilan prudentiel en valeur de marché à la date d'évaluation
- BE_0 est le Best Estimate du bilan prudentiel en valeur de marché à la date d'évaluation
- A_1 est le montant de l'actif après choc instantané sur le facteur de risque traité
- BE_1 est le Best Estimate du bilan prudentiel calculé après choc instantané sur le facteur de risque traité

Le besoin en capital n'est réel que si le choc détériore la situation de l'assureur donc si $\Delta NAV > 0$

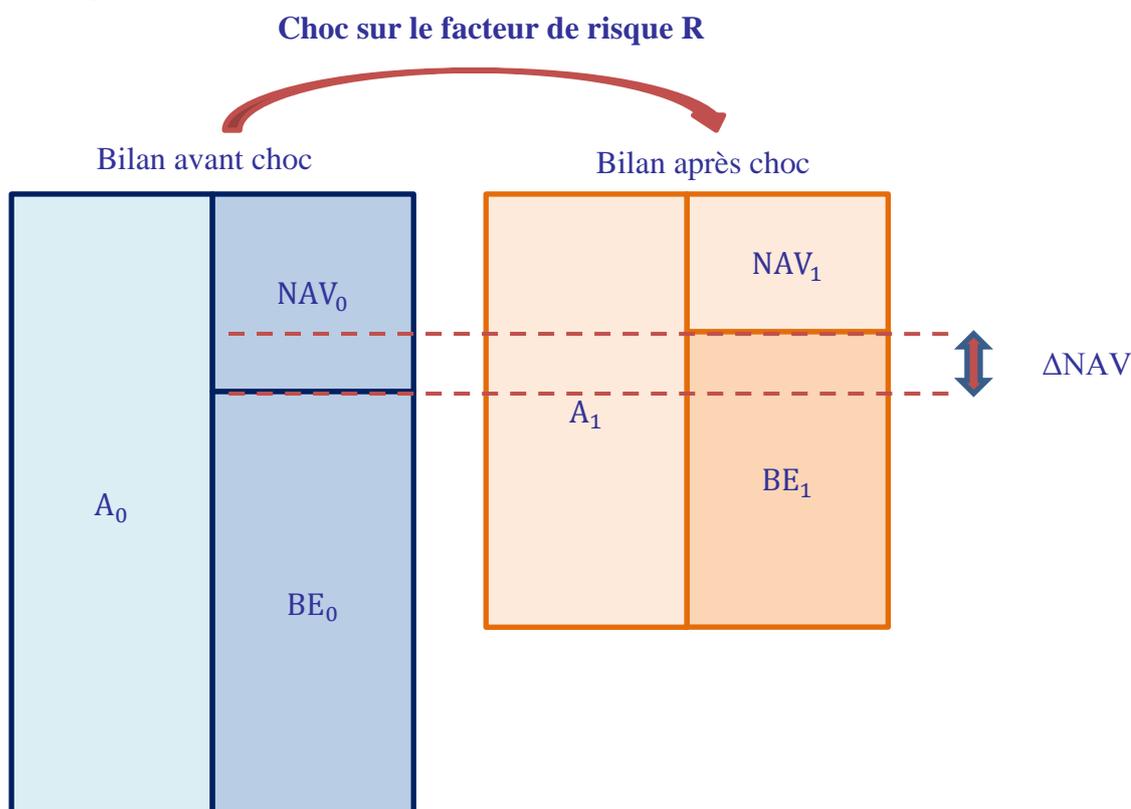


Figure 11 - Impact d'un choc sur le bilan économique

Après application de tous les chocs imposés par le régulateur, les exigences de capital sont agrégées au moyen d'une matrice de corrélation disponible dans le QIS5.

Les coefficients de corrélation retenus par le régulateur sont représentatifs des liens de dépendance possibles dans la queue de distribution et de la stabilité des hypothèses de corrélation dans les conditions de stress. Les résultats de ces agrégations produisent les 6 différents en bleu plus foncé sur la figure 10.

Enfin les différents SCR sont eux même agrégés au moyen de la matrice de corrélation de la formule standard, dite CorrSCR.

Le résultat donne le BSCR :

$$BSCR = \sqrt{\sum_{i,j} Corr_{i,j} \times SCR_i \times SCR_j + SCR_{intangibles}}$$

Où

- $Corr_{i,j}$ est définie dans la directive de Solvabilité comme suit:

Corr(i,j)	SCR _{life}	SCR _{nl}	SCR _{health}	SCR _{mkt}	SCR _{def}
SCR _{life}	1				
SCR _{nl}	0	1			
SCR _{health}	0,25	0,25	1		
SCR _{mkt}	0,25	0,25	0,25	1	
SCR _{def}	0,25	0,5	0,25	0,25	1

Un coefficient de corrélation entre modules de risque peut être :

- nul si les risques sont indépendants (ex : vie et non-vie)
- positif si les risques sont corrélés positivement (ex : actions et immobilier)
- négatif si les risques sont corrélés négativement (ex : mortalité et longévité)

- $SCR_{i,j}$ correspondent aux exigences de capital des différents risques, elles même calculées à partir de matrice de corrélation.

Deux premiers niveaux de bénéfice de diversification sont pris en compte dans les matrices de corrélation utilisées dans la formule standard pour agréger les capitaux réglementaires, d'abord entre sous-modules j, puis entre les modules i.

En effet, en allouant des coefficients de corrélation inférieurs à 1, le capital réglementaire agrégé sera toujours inférieur à la somme des capitaux réglementaires, faisant apparaître un bénéfice de diversification telle que :

$$BSCR \leq \sum_i SCR_i + SCR_{intangible} \text{ où } SCR_i \leq \sum_j SCR_j$$

Un troisième niveau peut également être constaté au niveau groupe avec une diversification entre les filiales.

III. L'AJUSTEMENT ET LE RISQUE OPERATIONNEL

III.1 L'AJUSTEMENT

La capacité d'ajustement exprime le fait qu'en cas de choc l'assureur peut modifier la politique de distribution des excédents et reporter sur l'assuré une partie du choc au travers une moindre distribution des excédents.

Pour prendre en compte ces propriétés d'absorption des risques et les quantifier on calcule le SCR brut (avant capacité s'absorption) et le SCR net (après capacité d'absorption) :

- « brut » d'effet d'absorption, on fait l'hypothèse que l'assureur ne peut pas réviser sa politique de distribution future des excédents en cas de survenance du choc considéré
- « net » d'effet d'absorption, on fait l'hypothèse que l'assureur peut adapter sa politique de distribution des excédents de manière à absorber un éventuel choc (comme dans la réalité)

III.2 LE RISQUE OPERATIONNEL

Le risque opérationnel est le risque de perte résultant de procédures internes inadaptées ou défaillantes, du personnel, des systèmes ou d'événements extérieurs. Il comprend également les risques juridiques, mais il exclut les risques de réputation et les risques résultant de décisions stratégiques. Le module Risque opérationnel tient compte des risques opérationnels non explicitement couverts dans d'autres modules de risque.

Le besoin en capital pour couvrir le risque opérationnel est calculé de façon forfaitaire et son impact est très marginal.

CHAPITRE 2 : **CHOIX D'UN MODELE INTERNE**

I. POURQUOI PRIVILEGIER UN MODELE INTERNE ?

I.1 LES BESOIN DE MODELE

La formule standard est un modèle d'évaluation de l'exigence en capital (SCR) reposant sur des hypothèses et des méthodes fixées par la directive et la Commission Européenne communes à l'ensemble des acteurs du marché.

C'est la méthode par défaut pour le calcul du SCR.

Elle présente pour avantage une relative simplicité et un traitement harmonisé pour tous les acteurs. Elle permet également la comparaison de la situation de chaque acteur.

Néanmoins elle ne permet pas de refléter les risques propres à l'organisme et les résultats obtenus peuvent être en décalage avec l'évaluation de ces risques.

Elle peut ainsi apparaître inadapté pour le suivi et le pilotage des risques et conduire à des décisions inadéquates.

La directive permet aux organismes d'assurance d'utiliser deux autres méthodes d'évaluation de leur SCR :

- l'utilisation de paramètres propres à l'organisme (USP) dans la formule standard pour l'assurance non-vie principalement
- le développement un modèle interne partiel ou total

Les USP permettent de modifier, après autorisation du superviseur, certains paramètres de la formule standard à condition que le nouveau calibrage soit basé sur un historique suffisamment long de la sinistralité et suivre une méthode standardisée.

L'utilisation de l'expérience du portefeuille dans les paramètres de calcul du SCR est particulièrement adapté pour les risques non vie car l'incertitude associée au coût des sinistres trouve sa source dans paramètres propres à l'assureur (comportement des risques souscrits, qualité de la tarification, etc.).

Le modèle interne permet aux organismes, en tenant compte des risques inhérents à leur activité, de retracer une image réaliste du profil de risque et de fournir des indicateurs cohérents sur sa santé financière. C'est un modèle actuariel construit à partir de l'expérience de l'entreprise, des opinions des experts et de données historiques. L'approbation d'un modèle interne s'effectue par une procédure de pré-candidature visant à évaluer le modèle sur des critères techniques et qualitatifs.

I.2 VALIDATION ET SUIVI DU MODELE INTERNE

Les processus ERM (Enterprise Risk management) font de plus en plus appel à l'utilisation de modèle interne et de mesures de risque sophistiquées pour traduire l'identification des risques en décisions de management et en besoin de capital.

En préambule de la mise en place d'un tel modèle, la fonction actuarielle doit s'exprimer sur les risques qui doivent être couverts par le modèle interne.

Le suivi du modèle interne est assuré par la fonction « gestion des risques » qui recouvre les tâches suivantes :

- conception et mise en œuvre du modèle interne
- tests et validation
- suivi documentaire détaillé
- report auprès de l'administration de la performance et des axes d'amélioration
- production de rapports de synthèse sur la performance

I.3 LES AVANTAGES D'UN MODELE INTERNE

Les modèles internes sont reconnus comme des outils efficaces, lorsqu'appropriés, pour renforcer la gestion des risques et mieux ancrer la culture du risque dans les entreprises.

Le modèle interne permet de calculer le SCR de la compagnie au plus juste des risques qu'elle encourt. Cette précision offre la possibilité d'optimiser les processus d'allocation de capital.

Le contrôle des risques contribue à une analyse quantitative et qualitative plus exhaustive des risques auxquels est exposée la compagnie, permettant notamment de prendre des décisions de gestion plus appropriées (couverture, stratégie de souscription ...).

Le modèle interne est un outil d'aide à la prise de décision, il répond ainsi aux exigences de l'ORSA⁹.

Il apporte ainsi de nombreux avantages compétitifs à l'organisme :

- pilotage prospectif du besoin en capital
- meilleure allocation des fonds propres
- meilleure connaissance et maîtrise des risques et de leurs impacts
- amélioration de la rentabilité des activités et de la compétitivité des produits
- meilleure réactivité face à des changements non anticipés
- communication à destination de la communauté financière et des agences de notation

II. PROCEDURE DE PRE CANDIDATURE DU MODELE INTERNE

Bien qu'aucune demande d'utilisation de modèles internes ne puisse être officiellement déposée auprès d'une autorité de supervision européenne avant l'entrée en vigueur de la directive, l'EIOPA a encouragé les États membres à entamer dès que possible un processus informel de pré-candidature des modèles internes, afin de faciliter au mieux l'analyse des futures candidatures officielles.

Suivant cette recommandation, les organismes qui s'étaient déclarés a priori intéressés par l'utilisation d'un modèle interne ont été contacté par le secrétariat général de l'ACPR afin de fournir une note de synthèse ainsi que le calendrier prévisionnel de remise à l'Autorité des composants du modèle interne.

⁹ *Own Risk and Solvency Assessment* : *Évaluation interne des risques et de la solvabilité* : ensemble de processus constituant un outil d'analyse décisionnelle et stratégique visant à évaluer le besoin global de solvabilité lié au profil de risque spécifique de chaque organisme assureur.

Compte tenu de la complexité des techniques utilisées dans les modèles internes, l'EIOPA a jugé pertinent de proposer des mesures préparatoires détaillées relatives au processus de pré-candidature.

Le processus de pré-candidature permettra à l'autorité de contrôle nationale de s'assurer que l'organisme candidat est prêt à soumettre sa demande d'approbation et respecte les exigences de la Directive Solvabilité II pour l'utilisation d'un modèle interne. En retour, les autorités de contrôle donneront leur avis sur ce modèle, sans toutefois que cet avis se substitue au processus de pré-approbation.

Par conséquent, l'autorité de contrôle devra s'assurer que les organismes :

- construisent un modèle interne qui leur permettra de calculer leur besoin de solvabilité et de prendre les décisions relatives à la gestion de leurs risques ;
- sont préparés à l'éventuel rejet de leur modèle interne et donc à l'utilisation de la formule standard. Les organismes devront donc transmettre au régulateur des informations sur leur besoin en capital et
- modules de risques calculés selon cette formule.

Les mesures relatives à la pré-candidature des modèles internes portent sur :

- les informations à donner au régulateur en cas de changement du modèle ;
- les tests à réaliser pour s'assurer de la conformité du modèle avec les exigences de la Directive Solvabilité II et de son caractère approprié à l'activité de l'organisme ;
- les caractéristiques du modèle : choix et validation des hypothèses et des jugements d'experts utilisés, cohérence de la méthodologie utilisée, distribution des probabilités prévisionnelles, approximations utilisées dans la calibration, attribution des pertes et profits ;
- le processus mis en place pour faire valider le modèle ;
- la documentation du modèle : méthodes utilisées, guide d'utilisation... ;
- l'utilisation de données ou de modèles externes.

Ces mesures indiquent également les travaux à mener par les régulateurs pour revoir les pré-candidatures et le cas échéant les relations que doivent entretenir les différents régulateurs impliqués dans le processus.

CHAPITRE 3:

RETRAITE COLLECTIVE ET MODELE INTERNE

I. LE STEC: SHORT TERM ECONOMIC CAPITAL

I.1 DEFINITIONS PREALABLES

Le « **Short Term Economic Capital** », ou **STEC**, mesure la perte de valeur¹⁰ résultant d'un scénario bicentenaire. Cette perte de valeur est mesurée sur chacun des risques et correspond à la perte nette pour l'actionnaire résultant de la variation – du fait d'un choc - de la valeur des actifs moins la variation de la valeur nette des passifs.

Les STEC par risque sont ensuite agrégés via une matrice de corrélation pour tenir compte de l'effet diversification

Le STEC correspond au modèle interne d'AXA France pour calculer les capitaux propres réglementaires sous Solvabilité II (SCR). C'est le montant des pertes économiques que la compagnie est susceptible d'encourir sur une année. Il est basé sur des risques pouvant se produire au moins une fois tous les 200 ans. C'est aussi le montant de fonds propres requis pour avoir une probabilité de ruine inférieure à 0,5% ou encore la « value at Risk » (VaR) au 99,5 percentile à horizon 1 an.

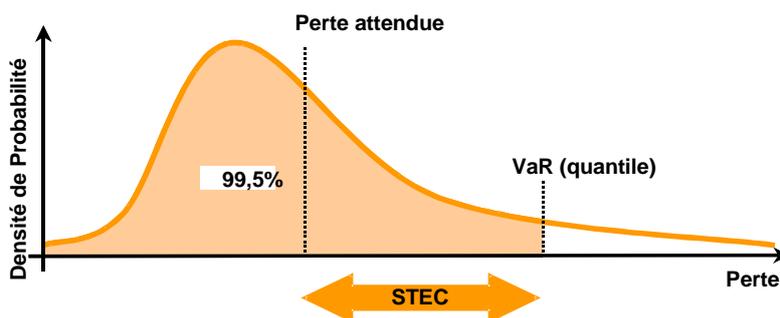


Figure 12 - Représentation de la loi des pertes

Les deux approches de calcul étant similaires, le modèle interne d'AXA est dérivé du modèle existant de l'EEV (European Embedded Value).

Cette modélisation permet de projeter des comptes de résultats prévisionnels annuels (en fonction des encours, des prélèvements qui seront effectués sur les contrats en portefeuille, des frais généraux et des commissions etc.), de calculer la valeur du Portefeuille (VIF: « Value of In-Force »): actualisation des cash flows futurs pour l'actionnaire ou encore la valeur du BEL (« Best Estimate Liability »): actualisation des cash flows représentant l'engagement de l'assureur.

¹⁰ En Vie, la valeur est l'actualisation des cash flows futurs prévisionnels pour l'actionnaire, qui est calculée à l'aide du modèle de projection de cash flows appelé EEV (European Embedded Value).

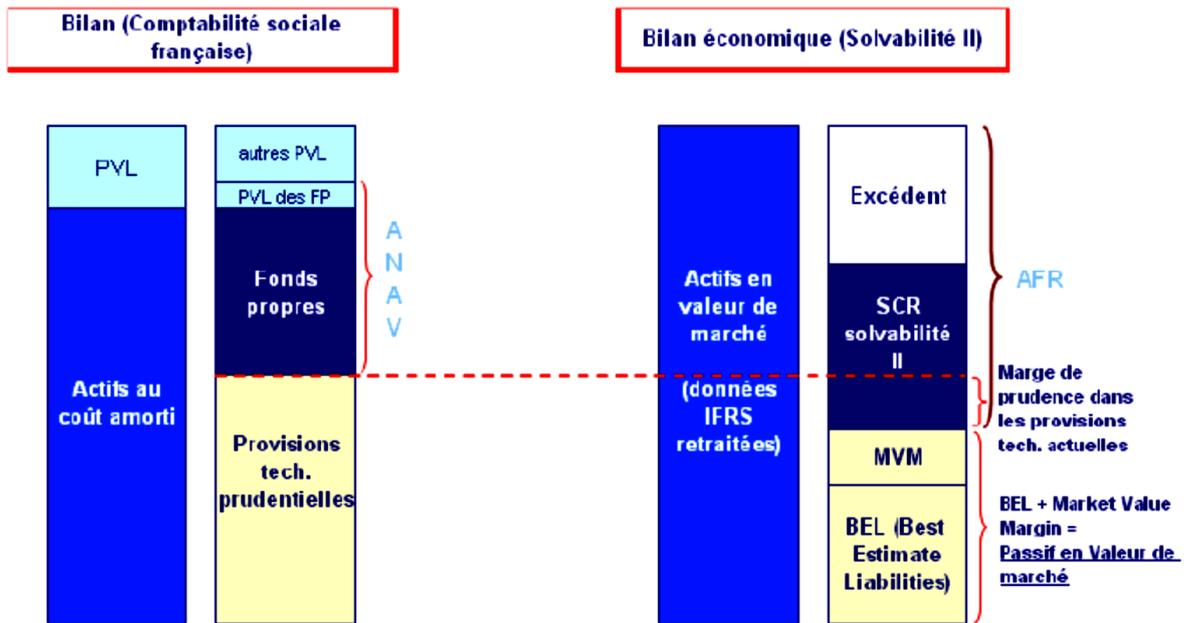


Figure 13 - Bilan prudentiel

L'AFR (Available Financial Resources) correspond aux fonds propres sous Solvency II. Dans le modèle interne d'AXA, l'AFR est calculé selon la formule suivante :

$$AFR = EEV_{\text{avant Tax CoC}} - MVM.$$

La MVM (Market Value Margin) correspond à la marge de risque précédemment définie dans le paragraphe II.4.2.2

L'EEV: il s'agit d'un indicateur économique qui donne la valeur économique du portefeuille d'assurance.

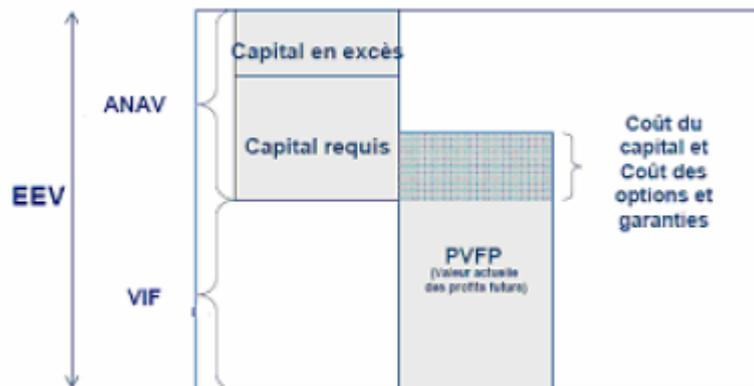


Figure 14 - Décomposition de l'EEV

L'EEV est la somme de l'actif net réévalué (« fonds propres ») et de la somme des profits futurs actualisés. Elle est calculée selon la formule suivante : $EEV = ANAV + VIF$

Où :

- ANAV (Adjusted Net Asset Value)= donnée fournie par la comptabilité correspondant à la richesse immédiatement disponible pour l'actionnaire
= valeur nette comptable des fonds propres statutaires, réévaluée des plus-values latentes revenant à l'actionnaire, nette d'impôt.

- La **VIF** (Value of Inforce) est la valeur actuelle des résultats futurs distribuables à l'actionnaire générés par le portefeuille de contrats de la société :

$$VIF = PVFP - TvOG - Tax CoC$$

- **PVFP** (Present Value of Future Profits) = somme des résultats futurs actualisés générés par le portefeuille existant
- **TvOG** (Time value of Options and Guarantees) = coût des options et des garanties (essentiellement taux garantis pour le périmètre retraite collective). La TvOG est calculée à l'aide de scénarii stochastiques calibrés au taux sans risque.
- **Tax CoC** (Tax Cost of Capital) = coût de frottement fiscal lié à l'immobilisation du capital requis. La Tax CoC est calculée en déterministe à la maille model points.

La VIF correspond à la moyenne sur 4 000 scénarios des profits futurs dégagés durant les 60 ans de projections, actualisée. Les profits futurs correspondent en majorité aux frais prélevés sur les provisions mathématiques pour supporter l'ensemble des coûts de gestion et de fonctionnement, ainsi que pour dégager un résultat positif.

I.2 METHODE DE CALCUL DU STEC

La méthodologie de calcul du capital requis suivant le modèle interne d'AXA se rapproche fortement de celle de la formule standard à la différence que les niveaux de chocs et les coefficients des matrices de corrélation sont différents.

Le calcul de STEC est divisé en catégories de risque distinctes: le risque de marché, risque de crédit, le risque d'assurance-vie, le risque d'assurance non-vie et le risque opérationnel. La plupart d'entre eux sont en outre divisés en sous-catégories.

Pour un risque donné, le STEC est la variation de l'AFR suite au choc. Les chocs reflètent un évènement bicentenaire pour chaque risque et sont définis sur la base des modèles statistiques, des données de marché, des évènements extrêmes observés et le jugement d'expert.

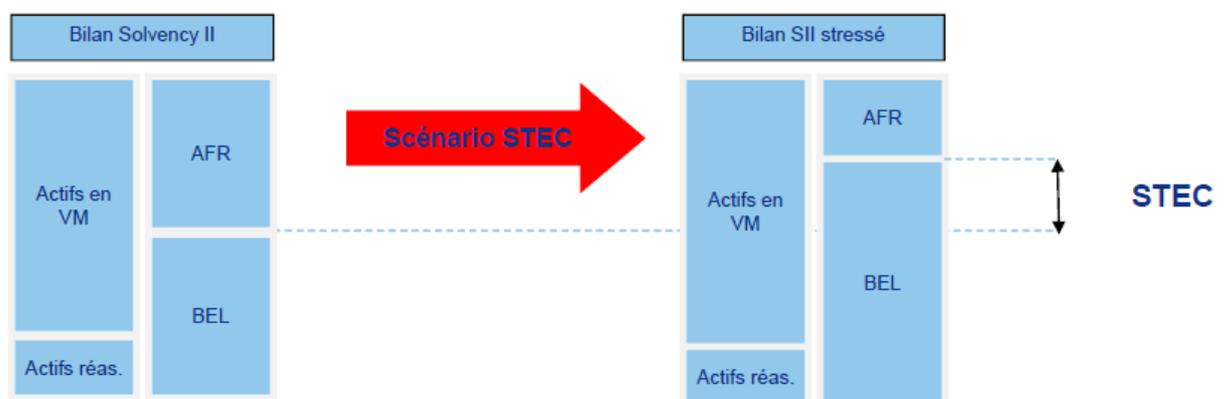


Figure 15 - Impact d'un choc sur le bilan économique

Le STEC total est obtenu en utilisant une matrice de corrélation.

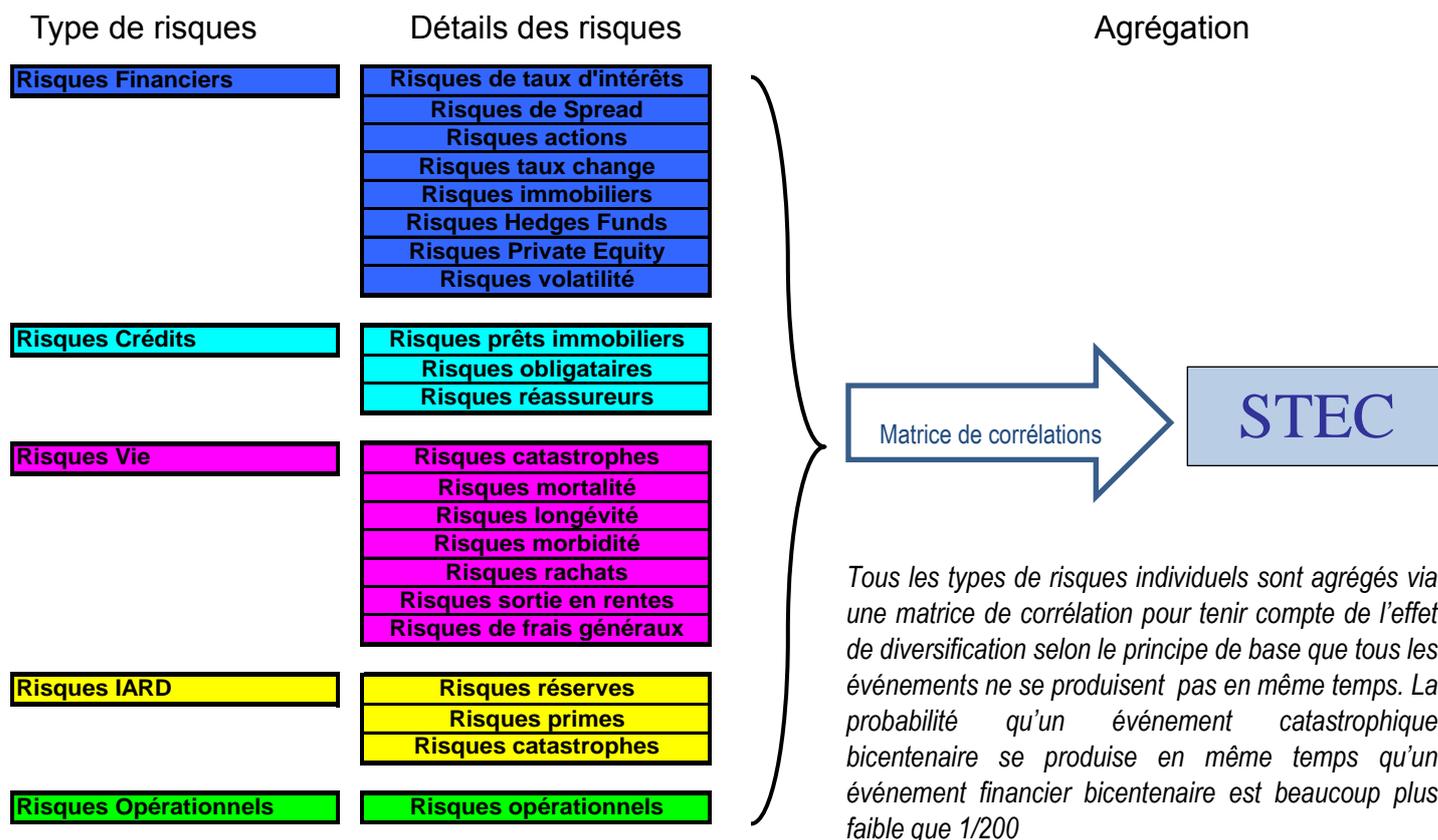


Figure 16 - Structure modulaire du STEC

II. LE STEC VIE EN RETRAITE COLLECTIVE

II.1 INTRODUCTION

Les différentes catégories de risques concernées en retraite collectives sont le risque financier, le risque vie et le risque opérationnel. **Dans le cadre de ce mémoire, nous nous intéresserons tout particulièrement au calcul du STEC vie, et plus spécifiquement au calcul du STEC rachat sur ce périmètre.**

Le risque de souscription vie en retraite se répartit en plusieurs classes de sous-risques qui sont ensuite combinés via une matrice de corrélation :

- Le **risque mortalité** est causé par une inadéquation entre le taux de décès dans le portefeuille de l'assureur et la table de mortalité utilisée pour le calcul des primes. C'est le risque que les personnes meurent plus tôt que prévu.
- Le **risque catastrophe** correspond au risque d'un excès de mortalité due à un événement extrême et rare (par exemple une pandémie).
- Le **risque de longévité** correspond à la tendance pour la population assurée à vivre plus longtemps par rapport à leur espérance de vie statistique. Une longévité accrue impactera négativement les résultats en cas de rente viagère. Une longévité amoindrie affectera les résultats en cas de capital décès.
- Le **risque de rachat** est le risque de faire face à des taux de rachats plus ou moins élevés que ceux prévus. .

On distingue trois types de risque de rachats (ce sont les deux premiers risques qui seront étudiés dans ce mémoire) :

- Risque de rachat à la hausse (lapse up)
 - Risque de rachat à la baisse (lapse down)
 - Risque de rachat massif (mass lapse) : vague de rachat suite à un mouvement de panique de la clientèle
- Le **risque « autres comportements clients »** ou OCB est le risque que le client se comporte différemment de ce qui est prévu. par exemple en exerçant plus souvent des options de sorties plus coûteuses pour la compagnie.
 - Le **risque dépense** est le risque d'une augmentation des dépenses liées aux contrats d'assurance.

II.2 LES MODELES DE PROJECTIONS

L'agrégation d'un portefeuille est faite en construisant les classes de risques homogènes (Model Point) qu'il convient de croiser avec les caractéristiques du contrat d'assurance (nature du contrat, taux garantis...)

La possibilité d'utiliser des Model Point pour modéliser le passif est explicitement envisagée par le QIS 5 (TP.1.70.C).

En Retraite Collective, ils ont été établis à partir des informations présentes dans la Base Inventaire Retraite (BIR) et les informations mises à disposition par le Marché Retraite.

Les contrats du portefeuille de Retraite Collectives présentent des spécificités et leurs encours évoluent au cours du temps en fonction des conditions contractuelles. Ces spécificités nécessitent une modélisation adaptée pour chaque typologie de contrat.

Les model point sont établis de manière à respecter les caractéristiques des contrats et à projeter l'évolution du portefeuille, en reflétant les risques correspondants.

Ainsi, les critères discriminants retenus pour la construction des model point sont des caractéristiques contractuelles qui déterminent les projections et la valeur du portefeuille.

Les modèles de projection sont de 3 types :

- **IFC** (pour les contrats gérés en épargne en constitution et pour lesquels il n'y a pas d'engagement de prestation viagère). Il sera utilisé pour les contrats d'IFC et de préretraite. Les contrats article 39 pour lesquels AXA ne porte pas l'engagement viager seront également modélisés en IFC.
- **RPD** (pour les contrats gérés en épargne en constitution et rentes viagères en restitution). Modèle utilisé pour les contrats article 39 et article 83 de type épargne.
- **RVD** (pour les contrats de rentes viagères différées avec garantie de table et de taux dès la constitution des droits). Modèle utilisé pour les contrats article 83 de type RVD.

II.3 LES DIFFERENTS CHOCS APPLIQUES POUR LE CALCUL DU STEC

Les chocs s'appliquent par grands segments : AGR, ACAV, CONTRAT X, CANTON en distinguant constitution et restitution.

Catastrophe :

Le choc catastrophe est défini par une hausse additive de 0,12% de la mortalité dans la première année de projection et par un risque pandémie qui ne concerne pas la Retraite. Il est appliqué de manière transversale, c'est-à-dire sur l'ensemble du portefeuille, que l'impact soit positif ou négatif.

Mortalité :

Le choc mortalité (comme la longévité) s'applique lorsque l'impact est défavorable (modèle interne), donc pas sur le périmètre Retraite. En comparaison de la formule standard QIS5 où il est appliqué sur tout le portefeuille, le coefficient Mortalité-Longévité de la matrice de diversification sera plus fort.

Longévité :

Le choc longévité s'applique uniquement lorsque l'impact est défavorable : toujours vrai en Retraite.

Le choc est appliqué en utilisant une table de mortalité choquée fournie par le groupe AXA.

Comportement client :

Ce choc n'affecte que les contrats où il existe des options, par exemple de sortie, et donc pour lesquels il est possible d'observer des changements de comportement client.

Il ne s'applique pas sur notre portefeuille.

Dépense :

On considère qu'il y a deux principaux types de frais :

- Les frais sur PM
- Les frais sur « prestations »

Les chocs à appliquer dans le modèle interne sont un choc masse à 10% pour chacun des frais.

Rachats massifs :

Le rachat massif, comme il a été défini plus haut, correspond à un mouvement de panique des assurés (crises financières, mécontentement de la clientèle face aux taux servis...) entraînant une vague de rachat sur les contrats. Le choc à appliquer est donc une hausse additive des rachats de 27% en première année seulement. Le choc est effectué en transverse, c'est-à-dire que l'impact soit favorable ou défavorable.

Rachats :

Pour calculer le STEC rachat, on applique actuellement un choc permanent et multiplicatif de 35% à la hausse et un choc à la baisse (up-down) sur le taux de rachat best estimate déterminé.

C'est ce choc que nous souhaitons recalibrer par la suite.

II.4 CALCUL DU STEC RACHAT EN RETRAITE COLLECTIVE

L'ANAV n'étant pas impacté par les risques de souscription vie, on considère qu'il est équivalent d'utiliser les valeurs ΔAFR ou ΔVIF dans le calcul du STEC. Le STEC rachat est donc défini dans le modèle interne comme étant égale à la variation de la VIF avant taxe CoC après un choc sur le taux de rachat best estimate.

$$STEC_{rachat} = \max(0 ; VIF_{scénario\ central} - VIF_{choquée})$$

L'outil de projection utilisé chez AXA est MoSes. Pour rappel, l'objectif d'une projection est d'obtenir pour chaque année un compte de résultat. Leurs actualisations permettent de calculer la marge actionnaire et le Best Estimate Liabilities qui correspond à l'engagement de l'assureur.

Après avoir fourni dans un premier temps les hypothèses nécessaires aux projections (tables de mortalité, scénarii financier, table des model point, loi de sortie...), l'outil permet donc de calculer les résultats attendus.

Pour la retraite, la modélisation est distincte suivant les deux phases : constitution et restitution.

Pour la phase qui nous intéresse, chaque Model Point est caractérisé par des hypothèses qui lui sont propres telles que :

- Sa PM d'ouverture
- Les taux techniques
- Les taux de chargement, de commissions
- Les lois de sorties en rentes ou en capitaux constitutifs (passage de la phase de constitution à la phase de restitution)

Le calcul de la VIF, et donc de l'EEV, nécessite l'utilisation de scénarios stochastiques, chacun d'entre eux servant à tester l'impact d'un chemin de marché financier sur le business. Le calcul de la VIF en nécessite 4 000 et les projections de résultats se font sur soixante ans. On définit alors la VIF comme la moyenne de la somme des résultats probables actualisés, correspondant à chacun des scénarios.

On supposera pour simplifier que le résultat est égal à la différence des produits et des charges de la compagnie. Sur le périmètre de la retraite collective, on considère que les produits en fin d'année sont égaux à la PM de fin d'année que multiplie un taux de marge.

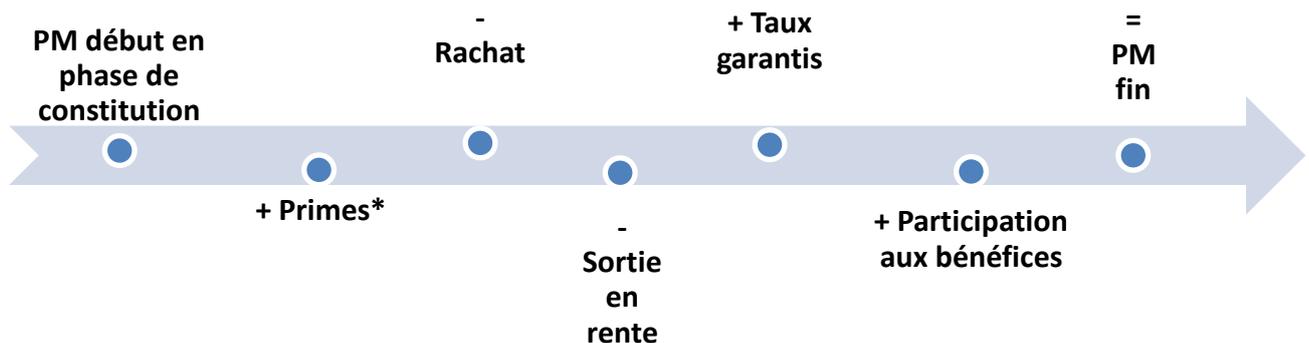
On a alors la formule simplifiée suivante :

$$VIF = \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left(\sum_{t=0}^{60 \text{ ans}} \frac{PM_{\text{debut d'année}} \times (1 - \text{taux de sortie})_t \times (1 - \text{frais de gestion})_t \times (1 + \text{taux de revalorisation})_t \times \text{taux de marge}_t}{(1 + \text{taux d'actualisation})_t} - \sum_{t=0}^{60} \frac{\text{coût}_t}{(1 + \text{taux d'actualisation})_t} \right)$$

Avec $(1 + x)_t = (1 + x_0) \times (1 + x_1) \times \dots \times (1 + x_t)$,

\mathbb{Q} : la probabilité risque neutre (probabilité d'un monde dans lequel tous les actifs ont pour rendement moyen le taux sans risque),

En effet, on considère que la PM de fin d'année s'obtient selon le schéma suivant :



Une fois les PM déroulées sur les soixante ans de projection, on peut alors calculer les produits d'AXA, grossièrement égaux à un taux de marge que multiplie le montant global de PM, que l'on actualise ensuite. En retranchant les coûts liés au fonctionnement de la compagnie, on peut alors déterminer la VIF

*Suite à la frontière des contrats, les primes futures ne sont plus projetées en retraite collective, les contrats étant résiliables annuellement.

TROISIEME PARTIE :
CALIBRAGE LOCAL DU CHOC RACHAT

CHAPITRE 1 : **CONTEXTE, PERIMETRE D'ETUDE ET TRAITEMENT DE DONNEES**

I. CADRE GENERAL

I.1 OBJECTIFS

Le but de cette étude est **d'introduire un calibrage local du choc rachat up et down** sur le périmètre de la retraite collective.

La méthodologie de ce calibrage doit tenir compte des spécificités du portefeuille retraite: contrats à long terme, granularité etc...

La première étape consistera donc à définir les taux de rachat *best estimate*, c'est-à-dire le taux reflétant au mieux la probabilité de rachat observée par l'assureur sur son portefeuille.

Ensuite, des tests d'adéquation permettront de faire des hypothèses de loi pour ces taux de rachats historiques et nous pourrons définir le choc associé à ces taux *best estimate*, correspondant au 99,5^{ème} percentile de la loi ainsi définie.

Le dernier objectif sera de définir des modalités spécifiques de model testing et les conditions qui déclencherait un nouveau calibrage.

I.2 DEFINITIONS

Dans un contrat d'**assurance-vie**, le rachat de tout ou partie des sommes investies est l'opération par laquelle le souscripteur prélève son épargne avant le terme du contrat.

Le terme « rachat » en assurance collective est particulier et peut être vu sous plusieurs angles :

1. Rachat :

Les sorties anticipées ne sont possibles que dans les cas énumérés à l'article L 132-23 du Code des assurances :

- Fin de droits de l'assuré aux allocations d'assurance chômage
- Cessation d'activité de l'assuré à la suite d'un jugement de liquidation juridique
- Invalidité de l'assuré, classé en deuxième ou troisième catégories prévues à l'art. L.341-4 du code de la sécurité sociale.
- Décès du conjoint ou du partenaire pacsé
- Situation de surendettement

Dans ces cas, les assurés peuvent récupérer la totalité du montant de leurs provisions mathématiques sous forme de capital.

Pour les articles 39, le rachat collectif du contrat ne survient que dans le cas d'une liquidation judiciaire.

2. Transfert : les transferts sont des sorties de portefeuille vers la concurrence

Pour les articles 83, ce sont des transferts collectifs, partiels ou totaux, ou des transferts individuels vers un autre assureur.

Ces transferts peuvent être la conséquence d'un mécontentement de la société souscriptrice envers son assureur ou d'une revalorisation estimée trop faible, pour les transferts collectifs, ou un départ de l'assuré de la société pour les transferts individuels.

Pour les articles 39, il s'agit de transferts de l'encours vers un autre assureur, les transferts individuels ne sont pas possibles (pas de cotisations du salarié pour ce type de produit).

Nous couvrons ainsi l'ensemble des risques sur les rachats.

En assurance collectives, on distingue deux types de rachats :

- Le rachat structurel : c'est la probabilité annuelle de rachat et transfert
- Le rachat conjoncturel : c'est le rachat induit par le comportement des assurés en réponse à plusieurs éléments :
 - o la richesse du fonds,
 - o l'écart constaté entre le taux qu'ils se sont vu servir par l'assureur et les taux offerts sur marché,
 - o aux caractéristiques du contrat (taux minimum garanti, taux de marge).

Cette étude portera seulement sur le rachat/transfert structurel (ou comportemental), non lié aux conjonctures économiques.

II. GROUPEMENT DE PRODUIT ET ANALYSE DE DONNEES

II.1 PERIMETRES D'ETUDE ET SEGMENTATION

Base de données

L'étude est réalisée sur la base de données fournie par l'équipe inventaire : la Base Inventaire Retraite. Cette base, au format SAS, comporte la totalité des informations par contrat, par poste (arrérage, prime, provisions, chargement ...), ou par catégorie d'assurance (constitution, restitution), ainsi que tous les paramètres techniques nécessaire aux collectes mensuelles des flux et à la réalisation des inventaires.

Un nettoyage de la base de données fut préalablement nécessaire avant de débiter l'étude : les montants négatifs de rachats ou de PM ont été corrigé et les codifications d'article ont été mis à jour.

L'historique utilisé pour notre étude concerne les années 2006 à 2013.

Segmentation choisie

Pour être en cohérence avec les modèles de projection, nous décidons de segmenter notre portefeuille en différentes catégories de contrats :

- Article 82 et 83
- RVD
- Article 39, IFC et préretraite
- Contrat X

Le regroupement des articles 82 et 83 se fait naturellement. En effet, ce sont des contrats où les cotisations définies alimentent un fonds individuel pour chacun des salariés. La différence entre ces deux types de produit vient du caractère facultatif de l'adhésion pour les articles 82 vs obligatoire pour les articles 83. On n'observe pas de différences comportementales en termes de rachat pour ces deux types d'articles.

La distinction entre article 83 et RVD se fait en conformité avec les modèles de projection déjà préétablis. En effet, il y a pour ces contrats transformation immédiate de chaque cotisation en élément de rente viagère différée, sur la base d'un âge théorique de liquidation de la rente, d'un taux technique de rente, d'une table de mortalité et d'une rente réversible ou non. Ces contrats se distinguent donc des contrats épargne classique où il y a accumulation d'une épargne bloquée qui est transformée en rente viagère immédiate au moment de la retraite.

Les transferts collectifs sur les RVD étant très limités, ils nécessitent donc une calibration à part entière.

Le CONTRAT X reste modélisé de façon séparée des articles 83 car c'est un contrat contractuellement non transférable. Les rachats individuels sont cependant possibles. Etant un des plus gros contrats et étant modélisé dans un modèle point spécifique, nous décidons de calibrer le choc rachat séparément des autres contrats.

Le regroupement des articles 39, des indemnités de fin de carrières et des contrats de préretraites vient du fait que l'indemnité (prestation définie dans chacun des cas) est dépendante de la présence ou non du salarié dans l'entreprise à l'âge de la retraite. Les cotisations étant placées sur des fonds collectifs, le rachat ne peut donc qu'être un transfert collectif généré par l'entreprise. De ce fait, une calibration spécifique est nécessaire pour ce type de produits.

Précisions diverses

On notera que les contrats en acceptation (contrats réassurés par AXA) ne sont pas pris en compte dans notre étude. En effet, nous ne disposons pas d'informations en système concernant les rachats associés à ce type de contrats. Les prestations sont codifiées dans un même poste dans les systèmes de gestion, ce qui ne permet pas de les distinguer.

Nous avons donc sur le périmètre concerné par notre étude (ensemble des produits rachetables) 11,7 Mds € de PM et près de 89 M€ de rachats fin 2013.

Le périmètre choisi recouvre donc près de 85% des PM de constitution.

II.2 DETERMINATION DES TAUX DE RACHAT

Les taux de rachat sont calculés, pour chacune des catégories citées ci-dessus, annuellement, comme le ratio entre les quantités rachetées et la PM de début d'années.

$$\tau_{rachat} = \frac{Prestations_{(rachats,transferts)}}{PM_{ouverture\ de\ l'annee\ n}}$$

Notre méthode de calibrage est en ligne avec le modèle interne, où le taux de rachat *best estimate* est appliqué à la PM d'ouverture.

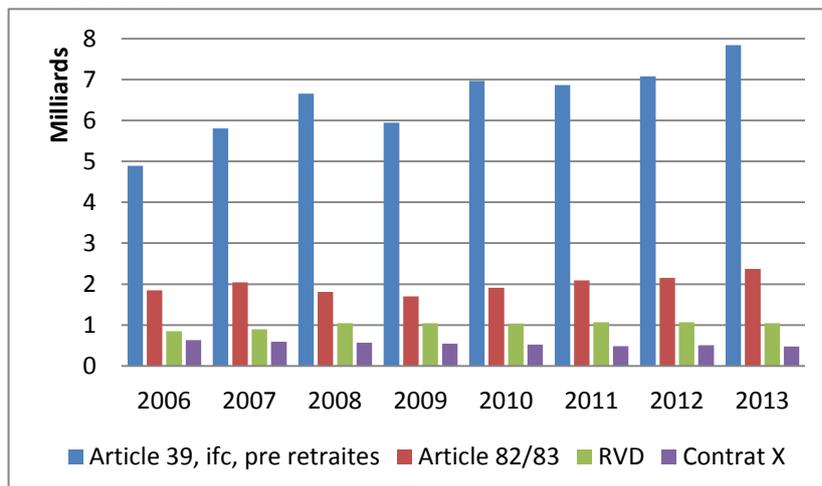


Figure 17 - Montant des PM par produit

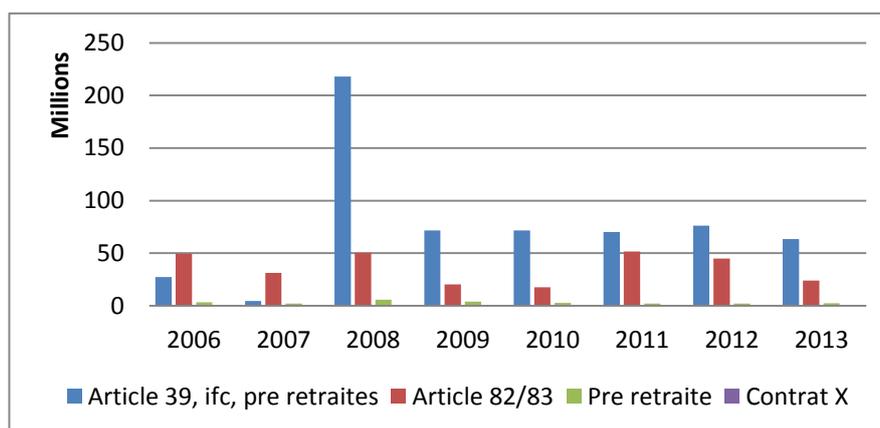


Figure 18 - Montant des rachats par produit

Après retraitement des bases de données, on obtient les chroniques de taux de rachats suivantes :

TAUX DE RACHAT HISTORIQUES								
Année	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
Article 82/83								
PM ouverture	1 848 374 028	2 044 550 156	1 811 464 064	1 702 781 695	1 909 887 346	2 094 162 682	2 150 192 248	2 375 396 036
PM rachetée	49 404 641	31 178 100	50 266 570	20 286 540	17 579 395	51 643 572	45 011 765	24 079 595
Taux rachat	2,67%	1,52%	2,77%	1,19%	0,92%	2,47%	2,09%	1,01%
RVD								
PM ouverture	849 276 457	898 401 536	1 046 010 849	1 043 012 684	1 039 132 617	1 065 590 624	1 070 301 721	1 049 327 939
PM rachetée	3 444 702	2 136 522	5 892 723	3 986 262	2 696 983	2 049 758	2 185 751	2 536 854
Taux rachat	0,41%	0,24%	0,56%	0,38%	0,26%	0,19%	0,20%	0,24%
CONTRAT X								
PM ouverture	635 730 220	594 708 860	572 983 534	543 509 657	520 365 022	485 742 118	507 421 749	474 360 083
PM rachetée	42 692	67 682	36 526	55 956	15 262	230 108	126 761	59 024
Taux rachat	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,00%	0,05%	0,02%	0,01%
Article 39, IFC, pré retraites								
PM ouverture	4 893 505 293	5 805 776 357	6 656 276 506	5 946 619 129	6 967 149 922	6 865 326 013	7 073 398 491	7 836 415 238
PM rachetée	27 277 461	4 619 712	217 857 260	71 513 500	71 496 825	70 068 674	76 230 804	63 376 364
Taux rachat	0,56%	0,08%	3,27%	1,20%	1,03%	1,02%	1,08%	0,81%

III. APPROCHE DE MODELISATION

III.1 FONCTIONNEMENT DU MODELE DE PROJECTION

III.1.1 Hypothèse actuelle

Le périmètre de la Retraite Collective correspond aux contrats d'assurance liés à la fin d'activité souscrits auprès d'AXA par des entreprises pour couvrir leurs engagements vis-à-vis de leurs salariés.

Il existe différents types de modélisation:

- **La modélisation IFC** : Cette modélisation, utilisée pour les contrats de type Indemnité de Fin de Carrière, projette les provisions comme de l'épargne (capitalisation purement

financière). Il n'y a pas de phase de restitution, les sorties étant effectuées uniquement en capital.

- **La modélisation RPD** : Ce modèle comprend une phase de constitution assimilable à de l'épargne suivie par une phase de rente (phase de restitution). Il est utilisé pour les contrats article 39 et pour les contrats article 83 de type capitalisation financière à transformation au terme.
- **La modélisation RVD** (Rente Viagère Différée) Cette modélisation est utilisée pour les rentes viagères différées, les contrats de capitalisation viagère et les contrats de capitalisation financière à transformation immédiate. Pendant la phase de constitution, les droits sont individualisés et les PM sont calculées de façon prospective.

Dans le modèle de projection, les transferts/rachats sont modélisés par un taux de transfert constant.

Ils se calculent en fonction de la PM d'ouverture et génèrent des sorties en milieu d'année.

$$Rachat_{constitution}(t) = PM_{ouverture}_{constitution}(t) \times Taux\ de\ rachat(t)$$

L'hypothèse actuelle du taux de rachat *Best Estimate* est construite comme la moyenne inter temporelle des taux de rachats observés sur le portefeuille.

$$Taux\ de\ rachat\ BE_{p=produit} = \frac{\sum_{n=année} taux\ de\ rachat_{n,p}}{nombre\ d'année\ d'observation}$$

La méthode de calcul reste la même que celle précédemment définie par le groupe mais la segmentation diffère des années précédentes.

Produit	Taux de rachat Best Estimate 2014	Taux de rachat Best Estimate 2013	Taux de rachat Best Estimate 2012
Article 82/83	1,83%	1,28%	1,30%
RVD	0,31%		
CONTRAT X	0,02%	0,02%	0,01%
Article 39/IFC/Préretraite	1,13%	1,11%	1,23%

III.1.2 Définition du choc lapse et méthode de calcul du STEC

Objectif du choc

Pour chaque groupe homogène de contrats, on doit identifier lequel des deux scénarios suivants est le plus couteux :

- Hausse des rachats : Hausse permanente et multiplicative des taux de rachats
- Baisse des rachats : Baisse permanente et multiplicative des taux de rachats

Le STEC Lapse_{UP} est défini dans le modèle interne comme étant l'impact de cette hausse de rachats sur les contrats pour lesquels la hausse est la plus couteuse.

On définit STEC Lapse_{DOWN} comme l'impact de cette baisse de rachats sur les contrats pour lesquels la baisse est la plus couteuse.

Mise en œuvre du choc

Concernant les rachats structurels, la mise en œuvre est la suivante :

• **Phase de constitution**

- On identifie les contrats pour lesquels la hausse ou la baisse est plus couteuse en s'appuyant sur les sensibilités de l'EEV
- Le choc est appliqué directement aux hypothèses de rachats présentes dans les fichiers d'input.

• **Phase de restitution**

- Les rachats en restitution ne sont pas possibles. Aucun choc n'est donc effectué sur cette phase.

Choc actuel

Les scénarios de stress par défaut définis par la formule standard sont les suivants :

- Une diminution proportionnelle permanente de -50% du taux de rachat best estimate pour les contrats dont la baisse de rachat est la plus coûteuse.
- Une augmentation proportionnelle permanente de +50% du taux de rachat best estimate pour les contrats dont la hausse de rachat est la plus coûteuse.

Le groupe AXA fournit des chocs par défaut pour toutes les catégories de risques de la branche vie. Leur calibration nécessite une approche prudente pour que le choc soit applicable à toutes les entités. Le choc standard Groupe actuellement appliqué au taux de rachat est de + ou - 35% mais sera porté à +/- 45% en 2014.

Cependant, des calibrations locales existent. Elles concernent principalement les valeurs des chocs, la forme des contraintes restant les mêmes.

C'est dans cette optique que se place notre étude. Le but de ce mémoire est donc de définir des chocs rachats à la hausse et à la baisse adaptés à notre portefeuille et notre profil de risque sur le périmètre qui nous concerne.

Calcul du STEC rachat :

Le STEC rachat se décompose en un STEC lapse up et un STEC lapse down

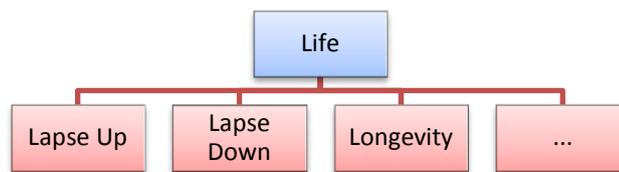


Figure 19 – Le rachat dans la structure modulaire du STEC Life

Le calcul du STEC rachat se fait en plusieurs étapes :

1. Pour chaque groupe de contrat homogène i (Model Point), on applique le choc correspondant à la situation la plus défavorable.

$$STEC\ Rachat_i = \max(\Delta VIF_i \setminus Rachat_{UP} ; \Delta VIF_i \setminus Rachat_{Down})$$

2. Pour obtenir le STEC $Rachat_{UP}$, on somme les STEC $Rachat_i$ correspondant aux scénarios où les rachats à la hausse sont les plus défavorables.

$$STEC\ Rachat_{UP} = \sum_{i \setminus scn\ defav=UP} STEC\ Rachat_i$$

3. Idem pour le STEC $Rachat_{Down}$

III.2 HYPOTHESES DE MODELISATION ET FACTEURS DE RISQUES

III.2.1 Cadre conceptuel

Au vu des données ci-dessous, le rachat se présente comme un phénomène à faible probabilité d'occurrence et volatil.

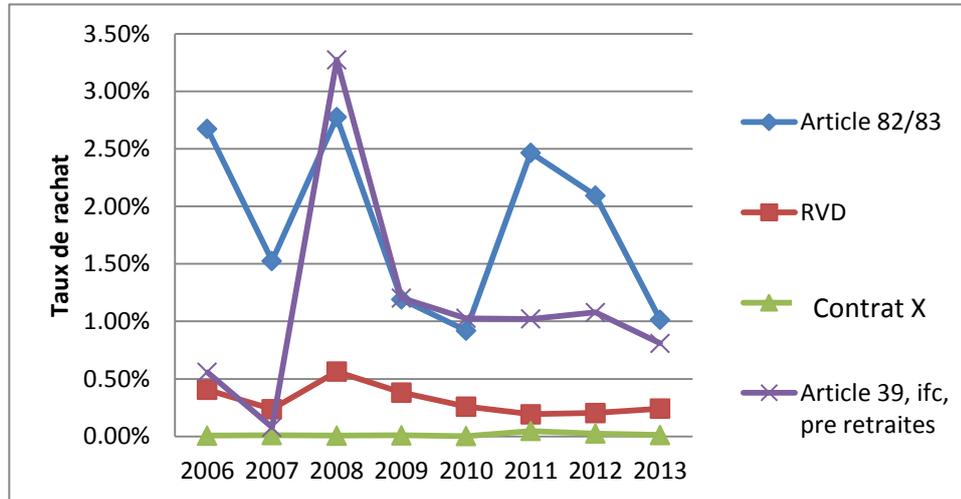


Figure 20 - Chronique des taux de rachats depuis 2006

Indépendance des X_i :

Soit $X = (X_1 \dots X_n)$ où les X_i représentent le taux de rachat de l'année i et tel que les X_i soient indépendants et identiquement distribués suivant une loi inconnue de paramètres μ et σ^2 .

L'hypothèse d'indépendance des X_i vient du fait que nous n'observons pas de tendances particulières dans les chroniques de rachats présentées. Cette hypothèse peut être confirmée mathématiquement en utilisant le test statistique de Mann-Kendall.

Ce test sert à repérer la présence ou non d'une tendance dans une série de données. Pour chaque éléments X_i d'une série de n termes, $i=1 \dots n$, on calcule combien d'éléments lui sont inférieur, soit C_i . Le test va porter sur la grandeur t , qui est le cumul des C_i .

La statistique réduite du test est donnée par l'écart $u(t) = \frac{t - \mathbb{E}(t)}{\sqrt{\text{var}(t)}}$

A l'aide de la table de la loi normale centrée réduite, cet écart est comparé à la probabilité d'obtenir au hasard une valeur supérieure à $u(t)$. En pratique, l'existence d'une tendance n'est acceptée (au niveau de 0,05) que si $u(t)$ est supérieur à 1,96.

Pour chacune de nos séries, les valeurs finales $u(t)$ sont inférieures à 1,96 donc la présence de tendance est donc rejetée.

Produit	$u(t)$
Article 82/83	1,25
Article 39, IFC, Pré retraite	1,27
RVD	1,12
CONTRAT X	1,68

Loi du taux best estimate

Les observations historiques $\{x_{2006}, \dots, x_{2013}\}$ sont un échantillon de X avec moyenne μ et variance σ^2 . On note m et s les estimateurs respectifs de μ et σ^2 .

$$\text{On a alors } m = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \text{ et } s = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - m)^2$$

La contrainte principale de notre modèle concerne le taux de rachat qui doit être appliqué constant. De même, le choc à déterminer doit être permanent et multiplicatif. Ils n'évoluent pas avec le temps.

Comme nous l'avons défini précédemment, le taux de rachat *best estimate* est estimé par sa moyenne m , ou $m = \bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$. Cet estimateur du taux best estimate de X est une variable aléatoire dont la loi reste à déterminer et dont les paramètres sont μ et $\frac{\sigma^2}{n}$.

Preuve :

Si $X = (X_1 \dots X_n)$ où les X_i sont iid d'espérance μ et de variance σ^2 on a :

$$E(\bar{X}) = E\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i\right) = \frac{1}{n} \times n \times E(X_1) = \mu$$

$$\text{Var}(\bar{X}) = \text{Var}\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i\right) = \frac{1}{n^2} \times n \times \text{Var}(X_1) = \frac{\sigma^2}{n}$$

$$\sigma(\bar{X}) = \sqrt{\text{Var}(\bar{X})} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

III.2.2 Description des facteurs de risques

Le risque de souscription vie admet plusieurs composantes selon l'EIOPA :

- Une composante **catastrophe** : risque dû à un évènement extrême et irrégulier
- Une composante **volatilité** : risque dû à la volatilité autour de la véritable moyenne
- Une composante **niveau** : risque dû à l'incertitude concernant le niveau du *best estimate*
- Une composante **tendance** : risque dû à l'incertitude concernant la tendance future du *best estimate*.

Dans le cadre de notre étude, nous supposons que le risque rachat peut se décomposer comme suit :

- Une **erreur d'estimation (volatilité)**: risque d'écart entre l'estimateur de X et la vraie valeur de X principalement à cause du nombre fini d'observations
- Une **erreur de processus**: risque d'évolution dans le temps de la valeur théorique X , qui capture le risque de tendance et le risque de niveau

On suppose que ces risques sont indépendants par nature, à cause de l'effet évolution dans le temps vs image figée dans le passé.

Dans le modèle interne d'AXA, on considère que la composante catastrophe est totalement prise en compte dans le mass lapse, tandis que les trois autres composantes sont incluses dans les risques d'estimation et de processus.

En effet, la volatilité est intégralement couverte par l'erreur d'estimation, le niveau est inclus dans les erreurs d'estimation et de processus, et la tendance est intégrée dans l'erreur de processus.

Le choc que l'on cherche à calibrer sera un choc bicentenaire à **appliquer sur le taux *best estimate*** calculée précédemment.

III.2.3 Séparation des périmètres de calibrage Up et Down

Le STEC rachat se décomposant maintenant en un STEC rachat up et un STEC rachat down, le calibrage devrait être fait sur deux périmètres bien distincts. Or au vu des données de notre portefeuille, le calibrage des chocs se fera sur un périmètre unique regroupant tous les contrats de chacun des produits cités.

En effet, la maille actuelle est suffisamment discriminante en terme de sens up ou down. Il ne semble pas souhaitable de segmenter d'avantage les 82/83, 39/IFC/préret et les RVD dans la mesure où l'une des sous-populations n'aurait pas la taille critique permettant un calibrage significatif.

Produits	Nombre up	Nombre down	Proportion Up	PM Up	PM down	Proportion en % des PM
82/83	36	22	62,07%	2,9 Md €	1 Md €	74,75%
39/IFC/Préret	78	5	93,98%	9,9 Md €	3,4 M €	96,72%

Produits	Nombre up	Nombre down	Proportion Down	PM Up	PM down	Proportion en % des PM
Contrat X	0	2	100,00%	-	1,6 Md €	100,00%
RVD	13	24	64,86%	1,2 Md €	2,9 Md €	70,74%

Figure 21 - Séparation des produits up et down

Les résultats ci-dessus nous montre bien que :

- Les RVD et le contrat X sont majoritairement DOWN
- Les articles 39, 82 et 83 sont majoritairement UP

CHAPITRE 2 : CALIBRAGE DU CHOC ERREUR D'ESTIMATION

L'erreur d'estimation représente le risque qu'il y ait une différence entre l'estimateur de X et sa valeur théorique. Il permet de capturer l'incertitude sur le niveau des facteurs sous-jacents. Cette incertitude pourrait par exemple provenir du faible historique dont on dispose ou de la taille du portefeuille.

Après avoir déterminé les taux de rachat *best estimate* pour chacun des groupes de produits, l'objectif est maintenant de déterminer la loi de ces variables aléatoires puis les quantiles extrêmes associés à celles-ci. Une première partie sera donc consacrée à la détermination de ces lois. Des tests d'adéquation de nos séries de données à des lois paramétriques standards (normale, log normale...) seront alors effectués et ces hypothèses seront confirmées par une méthode de bootstrap non paramétrique et complétées par des analyses graphiques.

Dans un second temps, les chocs associés à l'erreur d'estimation seront définis pour chacun des produits.

I. SEPARATION DES RACHATS GRAVES ET DES RACHATS ATTRITIONNELS

I.1 PREAMBULE

En observant les données du portefeuille, on constate facilement que les rachats sont beaucoup plus volatils et d'un montant bien plus élevés lorsque les fonds sont non individualisés. Ces rachats sont assimilés à des transferts collectifs, c'est-à-dire des transferts partiels ou totaux de l'encours auprès d'un nouvel assureur. Ces événements sont donc plus rares mais plus risqués pour l'assureur du fait du montant de rachat souvent important.

Ce bilan se dresse particulièrement pour les contrats de type article 39, IFC et préretraites.

On remarquera que pour les contrats individuels de type articles 82/83, RVD et CONTRAT X, les montants de rachats sont beaucoup plus faibles. Les fonds étant individualisés, les rachats individuels sont donc possibles mais les transferts collectifs sont très rares. Ils nécessitent en effet l'accord de tous les salariés.

Le contrat X est contractuellement non transférable mais les rachats individuels restent possibles.

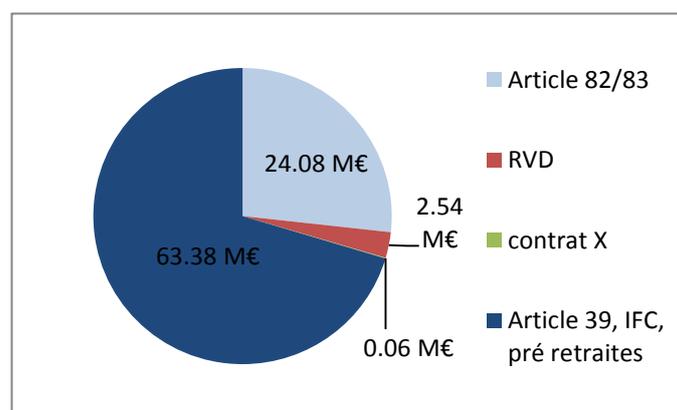


Figure 22 - Répartition des montants de rachats par produits - Décembre 2013

On notera également que sur les contrats de type article 39, IFC et pré retraite, les montants des PM sont beaucoup plus volatils et la proportion des dix premiers contrats par rapport au reste des

contrats du même type est de plus de 45%. Cette proportion n'est que de 20 % pour les autres produits.

On remarque, spécifiquement pour ces contrats, des montants de rachats de plusieurs millions d'euros et dont la fréquence est rare.

L'idée est donc de séparer les rachats « attritionnels » des rachats « graves » ou « atypiques » et de calibrer un choc pour ces deux catégories de rachats, puis de les agréger pour obtenir un choc global, en adéquation avec notre portefeuille et notre profil de risque.

Le choix de méthode retenu est donc :

- **D'ajuster notre chronique de taux de rachat attritionnel à une loi paramétrique standard tel que la loi normale ou la loi log normale**
- **De proposer une méthode de type fréquence-coût pour déterminer les chocs appliqués aux contrats dont les rachats atypiques sont rares et d'un montant élevé**

I.2 CAS PARTICULIER DES CONTRATS ARTICLE 39, IFC ET PRE RETRAITES

I.2.1 Observations

La séparation des rachats graves et des rachats attritionnels ne sera faite uniquement sur les contrats article 39, IFC et préretraite.

En effet, nous pouvons remarquer que le taux de rachat est très volatil sur ces produits : même s'ils sont plutôt rares, certains transferts existent et dont les montants sont très importants (ex : transfert de 185 M€ sur un même contrat en 2008).

Une approche paramétrique n'est donc pas adaptée pour pouvoir capter ce genre de rachats.

On cherche alors une approche pouvant capter ce que l'on n'a pas encore vécu : certains rachats totaux peuvent survenir et dont le montant est plus élevé qu'une VaR à 99,5% obtenue par une loi classique.

L'idée est donc de séparer les rachats dont le montant est « faible » (inférieur à 5M€) des rachats dont le montant est supérieur (on les appellera rachats atypiques vs rachats attritionnels).

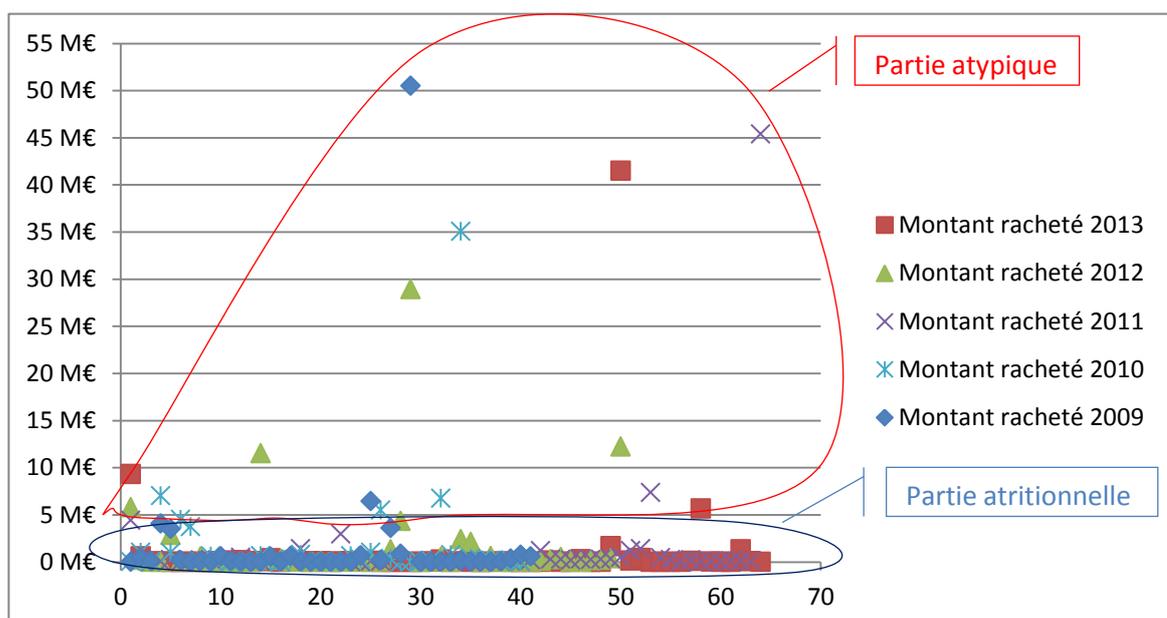


Figure 23 - Montant des rachats sur les contrats articles 39, IFC et préretraites depuis 2009

I.2.2 Choix du seuil et méthodologie de calibrage

Le choix du seuil à 5M € se fait avant tout par lecture graphique (cf. figure 24). On remarque qu'il y a une nette différence entre les transferts d'un montant de moins de 5M€, qui sont très nombreux, des transferts d'un montant supérieur (on en compte une vingtaine au total depuis 2009).

On notera que ce choix de seuil constant est approprié pour chacune des années d'historique : la part des « gros contrats », c'est-à-dire ceux dont la PM dépasse les 5 millions d'euros, ne varient pratiquement pas depuis 2006 :

Année	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
Part des gros contrats / PM totale	88,89%	91,45%	92,15%	89,42%	90,51%	87,24%	87,22%	87,31%

Les nouvelles chroniques des taux de rachats pour les articles 39, IFC et préretraites sont donc présentées ci-après.

	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
PM ouv	4,8 Md €	5,8 Md €	6,6 Md €	5,9 Md €	6,9 Md €	6,9 Md €	7,1 Md €	7,8 Md €
PM racheté total	27,2 M €	4,6 M €	217,8 M €	71,5 M €	71,5 M €	70,1 M €	76,2 M €	63,4 M €
Taux de rachat Total	0,56%	0,08%	3,27%	1,20%	1,03%	1,02%	1,08%	0,81%
PM attrit rachetée	18,8 M €	4,6 M €	18,9 M €	14,6 M €	17,3 M €	17,4 M €	17,8 M €	6,9 M €
Taux rachat attritionnel	0,38%	0,08%	0,28%	0,25%	0,25%	0,25%	0,25%	0,09%
PM grave rachetée	8,4 M €	-	198,9 M €	56,9 M €	54,2 M €	52,7 M €	58,4 M €	56,5 M €
Taux rachat atypique	0,17%	0,00%	2,99%	0,96%	0,78%	0,77%	0,83%	0,72%

On propose alors un calibrage:

- **Paramétrique standard pour la partie attritionnelle**, basé sur la nouvelle chronique de rachat ci-dessous,
- Basé sur une **approche fréquence-coût pour la partie atypique** :

Si N désigne le nombre de rachats survenus sur la période considérée et R les montants de ceux-ci, le montant de S la charge globale sur la période est donné par $S = \sum_{i=1}^N R_i$:

On a plus précisément, $S = \sum_{i=1}^N PM_i \times \varphi_i$

Où PM_i représente le montant de la PM sur le contrat i et φ_i la part du portefeuille racheté.

La loi de S est donc la composition de 3 lois :

- Une loi du nombre N
- Une loi des montants de PM
- Une loi pour le taux de transfert, c'est-à-dire la part du contrat racheté

Ce choix de seuil permet également d'optimiser la qualité d'ajustement de la loi des nombres. Une augmentation de ce seuil entraînerait une loi des attritionnels à queue plus épaisse et trop peu de données pour ajuster une loi des nombres correctement.

I.2.3 Indépendance des rachats graves et attritionnels

Une question peut encore se poser : existe-il une corrélation entre les rachats atypiques et les rachats attritionnels ? Dans le passé, nous n'avons pas observé d'évènements susceptibles de justifier une telle hypothèse. Un calcul simple de la corrélation entre ces deux séries de données

nous montre que les rachats attritionnels et atypiques sont corrélés à 24% mais l'hypothèse d'indépendance ne peut être rejetée. Confirmons donc cette hypothèse avec le test de corrélation de Spearman.

Le coefficient de corrélation de Spearman (R_s) permet de préciser l'existence d'une liaison entre deux variables quantitatives et également son intensité.

On définit alors les hypothèses suivantes :

- Hypothèse nulle : " $H_0 : R_s = 0$ "
- Hypothèse alternative : " $H_1 : R_s$ est différent de 0 "

Comme dans chaque test non-paramétrique, et à la différence des tests paramétriques, le calcul ne porte pas sur les valeurs numériques des mesures issues des échantillons représentatifs des populations, mais sur leurs rangs attribués suite au classement des valeurs par ordre croissant. On s'affranchit ainsi des conditions de normalité des distributions et d'homogénéité des variances indispensables à la fiabilité des tests paramétriques.

On commence par classer séparément les valeurs de la variable X (rachat attritionnel d'une part) et celles de la variable Y (rachat atypique de l'autre).

On note alors $R_s = 1 - \frac{6 \sum_i d_i}{n(n^2-1)}$, où d_i représente la différence des rangs au niveau de l'observation i .

Pour les petits échantillons $4 < N \leq 30$, les valeurs critiques de R_s au seuil 0,05 et 0,01 ont été tabulées. Si la valeur observée de R_s est supérieure ou égale à la valeur de la table, l'hypothèse d'indépendance sera alors rejetée.

Le résultat de ce test nous montre bien qu'au seuil α égal à 5%, $|R_{spearman}| < |R_{théorique}|$ (28% < 64%) et que l'hypothèse H_0 ne peut être rejetée.

II. CALIBRAGE DE LA PARTIE ATTRITIONNELLE

On veut donc tester dans cette partie si un ajustement à une loi paramétrique classique (normale, lognormale) est possible pour les chroniques des taux de rachats attritionnels.

Afin de valider nos hypothèses, nous effectuons des tests d'adéquation, adaptées à nos séries de données : la chronique de rachat étant faible (8 données de 2006 à 2013) mais néanmoins suffisante ($n > 5$), nous utilisons des tests applicables à des échantillons de petites tailles.

Un test d'hypothèses est une règle de décision qui permet, sur la base des données observées et avec des risques d'erreur déterminés, d'accepter ou de refuser une hypothèse statistique. A tout test est associé un risque α dit de première espèce, il s'agit de la probabilité de rejeter l'hypothèse de loi, à laquelle on croit, H_0 alors qu'elle est vraie. Plus nous diminuons sa valeur, plus notre propension à accepter l'adéquation à cette loi est élevée.

Dans tous nos exemples, nous adopterons le risque $\alpha = 5\%$.

Les tests utilisés sont des tests d'adéquation à une loi normale. Pour tester l'ajustement de nos données à une loi log normale, il suffira donc d'appliquer les mêmes tests au logarithmique de nos séries de données.

En effet, par définition, $Y = e^X$ suit une loi log normale si X suit une loi normale.

II.1 LOIS PARAMETRIQUES ET TEST D'ADEQUATION

Un test basé sur un échantillon de taille n est déterminé par une région R de R_n appelée région critique, ou région de refus de l'hypothèse H_0 .

Le complémentaire A de R est appelé la région d'acceptation de H_0 .

La règle de décision d'un test est la suivante : si $x = (x_1 \dots x_n)$ est le vecteur des valeurs observées, on décide de refuser H_0 (et d'accepter l'hypothèse alternative H_1) si $x \in R$, et on décide d'accepter H_0 si $x \notin R$.

II.1.1 Test de Shapiro-Wilk

Le test de Shapiro-Wilk permet de vérifier si une série de données présente les caractéristiques d'une loi normale. Cette méthode implique l'emploi de tables, actuellement calculées pour une taille d'échantillon comprise entre 5 et 50 ($5 \leq n \leq 50$).

- Etape 1 : classer les n observations par ordre de grandeur croissante :

$$x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n$$

- Etape 2 : calculer la somme des carrés des écarts :

$$SCE = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad \text{où } \bar{x} \text{ est la moyenne des } x_i$$

- Etape 3 : calculer les différences :

$$\begin{aligned} d_1 &= x_n - x_1 \\ d_2 &= x_{n-1} - x_2 \\ &\dots \end{aligned}$$

- Etape 4 : calculer : $b = \sum a_i d_i$ où les a_i sont donnés dans la table de Shapiro-Wilk en fonction de n et i .

- Etape 5 : calculer $W = \frac{b^2}{SCE}$

- Etape 6 : comparer W à $W_{1-\alpha, n}$

$W_{1-\alpha, n}$ est trouvé dans la table de Shapiro-Wilk en fonction du risque d'erreur α et de la taille de l'échantillon n .

Finalement, si $W < W_{1-\alpha, n}$ la distribution ne suit pas une loi normale

$W > W_{1-\alpha, n}$ la distribution suit une loi normale

II.1.2 Test de Lilliefors

Le test de Lilliefors est une variante du test de Kolmogorov-Smirnov où les paramètres de la loi (μ et σ) sont estimés à partir des données. La statistique du test est calculée de la même manière. Mais sa loi est tabulée différemment, les valeurs critiques sont modifiées pour un même risque α . Elles ont été obtenues par simulation.

La statistique du test d'écrit :

$$D_i = \max_{1 \leq i \leq n} \left(F_i - \frac{i-1}{n}; \frac{i}{n} - F_i \right)$$

où F_i est la fréquence théorique de la loi de répartition normale centrée et réduite associée à la valeur standardisée $Z_{(i)} = \frac{x_{(i)} - \bar{x}}{s}$

La région critique du test pour la statistique D est définie par R.C. : $D > D_{crit}$

II.1.3 Test d'Anderson Darling

Le test d'Anderson-Darling est une autre variante du test de Kolmogorov-Smirnov, à la différence qu'elle donne plus d'importance aux queues de distribution.

Autre particularité, ses valeurs critiques sont tabulées différemment selon la loi théorique de référence, un coefficient multiplicatif correctif dépendant de la taille d'échantillon n peut être aussi introduit.

Concernant l'adéquation à la loi normale, la statistique du test s'écrit :

$$A = -n - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (2i - 1) [\ln(F_i) + \ln(1 - F_{n-i+1})]$$

où F_i est la fréquence théorique de la loi de répartition normale centrée et réduite associée à la valeur standardisée $Z_{(i)} = \frac{x_{(i)} - \bar{x}}{s}$

Une correction est recommandée pour les petits effectifs, cette statistique corrigée est également utilisée pour calculer la p-value :

$$A_m = A \times \left(1 + \frac{0,75}{n} + \frac{2,25}{n^2} \right)$$

L'hypothèse de normalité est rejetée lorsque la statistique A prend des valeurs trop élevées :

R.C: $A_m > A_{crit}$

II.1.4 Les résultats

Les résultats des tests cités ci-dessus sont présentés dans le tableau suivant :

Récapitulatifs					
	Seuil critique à 5%	Article 82/83	RVD	Contrat X	Article 39, IFC, PréretraitePartie attritionnelle
TESTS					
Tests de normalité					
* Shapiro Wilk	$W_{crit} = 81,8\%$	88,70%	85,23%	77,52%	86,80%
	Test: $W > W_{crit}$	OK	OK	KO	OK
* Lilliefors	$D_{crit} = 28,75\%$	17,46%	27,99%	32,83%	43,87%
	Test: $D < D_{crit}$	OK	OK	KO	KO
* Anderson Darling	$A_{crit} = 75,2\%$	43,13%	62,59%	93,21%	70,90%
	Test: $A < A_{crit}$	OK	OK	KO	OK
Test Log normalite					
* Shapiro Wilk	$W_{crit} = 81,8\%$	88,97%	90,49%	97,15%	78,40%
	Test: $W > W_{crit}$	OK	OK	OK	KO
* Lilliefors	$D_{crit} = 28,75\%$	18,59%	24,30%	19,33%	37,86%
	Test: $D < D_{crit}$	OK	OK	OK	KO
* Anderson Darling	$A_{crit} = 75,2\%$	37,87%	39,39%	22,02%	105,40%
	Test: $A < A_{crit}$	OK	OK	OK	KO

La plupart d'entre eux sont significatifs, mais certains résultats ne nous permettent pas d'affirmer à 100% que notre chronique ait pour loi une des deux lois paramétriques testées. C'est le cas par exemple de la chronique des taux de rachats attritionnels pour les articles 39, IFC et préretraite, pour laquelle l'hypothèse de normalité est rejetée par le test de Lilliefors.

Pour confirmer nos dires et nos choix futurs concernant les lois des taux de rachats, nous allons donc utiliser une méthode de bootstrap non paramétrique. Si les résultats obtenus par cette méthode sont proches des résultats obtenus par la méthode paramétrique, nous pourrions donc dire que notre choix de loi est adaptée à nos séries de données.

II.2 METHODE DU BOOTSTRAP NON PARAMETRIQUE

Le bootstrap fournit plusieurs avantages par rapport à l'approche paramétrique traditionnelle. Les suppositions quant à la distribution des données, telles que la normalité ou d'autres, ne sont pas nécessaires (la distribution a priori est inconnue).

La méthode de bootstrap consiste à construire un nombre B (B entier) d'échantillons bootstrap (images de l'échantillon initial), afin de les utiliser pour faire des inférences. Le bootstrap s'applique par ré échantillonnage de données avec remise en obtenant un nouvel ensemble de données à chaque fois à partir de l'échantillon initial (ré échantillonnage avec remise signifie qu'après avoir tiré aléatoirement un élément de l'échantillon original on le remet avant de retirer le prochain élément).

Soit θ le paramètre d'intérêt et $\hat{\theta} = s(X)$ l'estimateur de θ basé sur l'échantillon $X = (X_1 \dots X_n)$. Un échantillon bootstrap $X^* = (X_1^* \dots X_n^*)$ est obtenu par ré échantillonnage avec remise n-fois des données initiales $X = (X_1 \dots X_n)$. Avec chaque échantillon bootstrap $X^*(1) \dots X^*(B)$ nous pouvons calculer une réplique bootstrap de $\hat{\theta}$, $\hat{\theta}^*(b) = s(X^*(b))$.

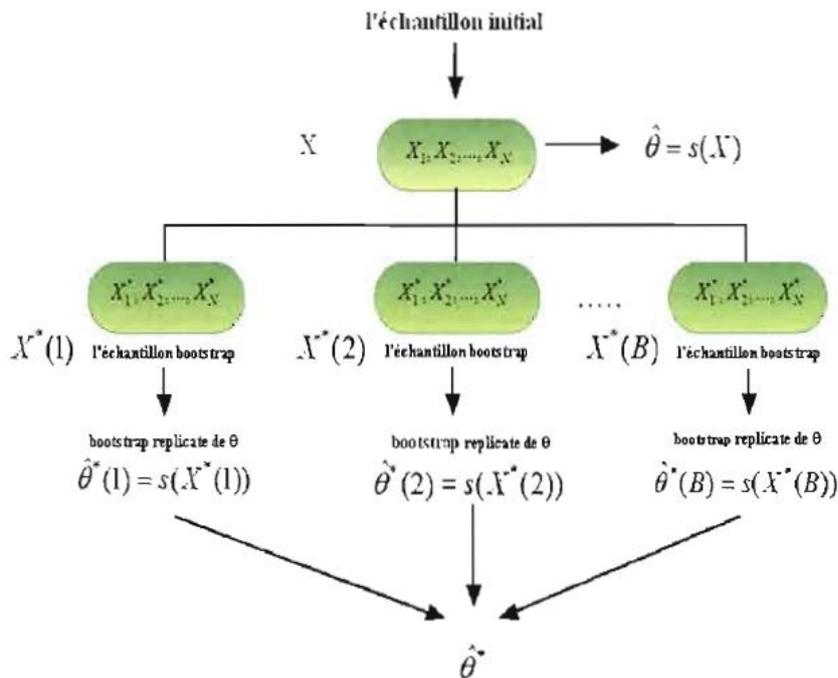


Figure 24 - Méthode du bootstrap non paramétrique

L'objectif ici est de déterminer les taux de rachat Best estimate associés à chacune des chroniques de taux de rachat, c'est-à-dire les estimateurs de la moyenne.

Pour cela, nous créons 20 000 échantillons bootstrap à partir de nos séries, et dont les données sont obtenues grâce à des tirages aléatoires avec remises dans l'échantillon initial. Pour chacun des i échantillons X^* obtenus, i allant de 1 à 20000, nous calculons la moyenne associée $m_i(X^*)$. Le taux de rachat BE sera donc égal à la moyenne des moyennes ainsi obtenues :

$$BE = \frac{1}{20\,000} \sum_{i=1}^{20\,000} m_i(X^*)$$

Le choix du nombre de simulation se fait de manière à obtenir un résultat convergent. On remarque que celui-ci converge à partir d'environ 5 000 simulations, mais pour plus de robustesse dans la méthode nous en ferons 20 000.

Ci-dessous un graphique montrant la convergence de l'estimateur du taux BE des articles 82 et 83 :

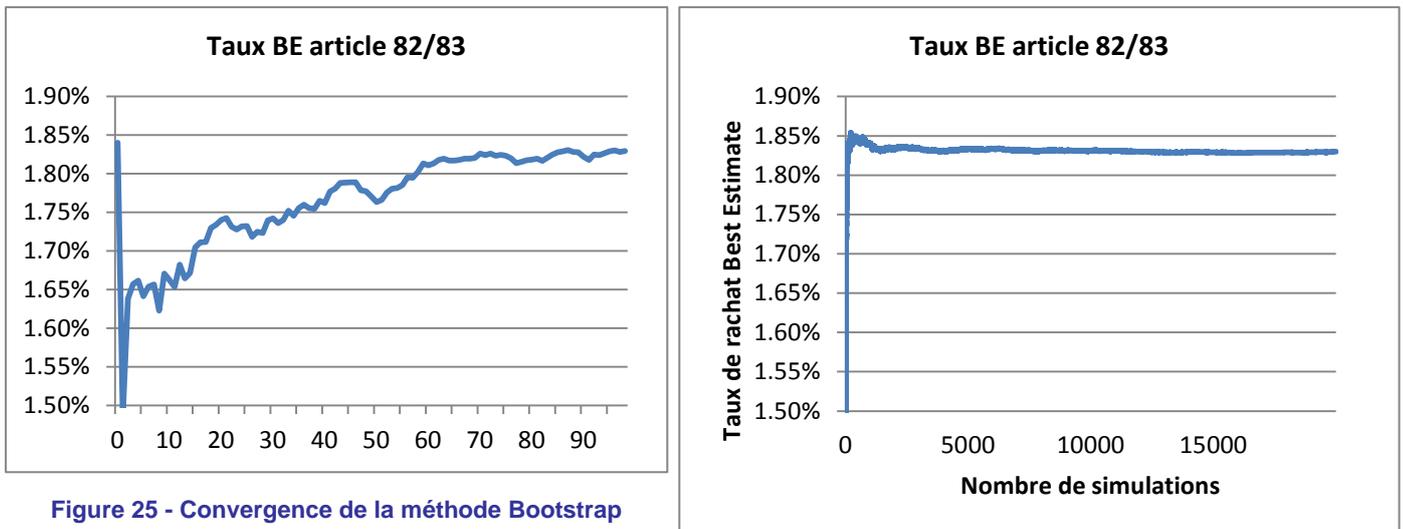


Figure 25 - Convergence de la méthode Bootstrap

II.3 CHOIX DE METHODE ET COMPARAISON DES RESULTATS

Dans cette partie, nous allons comparer les résultats obtenus suivant chacune des méthodes et observer la distribution de notre taux de rachat Best Estimate. On rappelle que si notre variable aléatoire X représentant les taux de rachat suit une loi paramétrique d'espérance μ et de variance σ^2 , alors le taux de rachat best estimate suivra la même loi, avec pour paramètres μ et $\frac{\sigma^2}{n}$.

Définition :

Soient Y , une variable aléatoire (discrète ou continue) avec une fonction de distribution de probabilité $F_Y(y) = \mathbb{P}(Y \leq y)$ et α , l'ordre de quantile de Y ($0 < \alpha < 1$).

Le α -ème quantile de Y , noté $q_Y(\alpha)$, est défini comme le plus petit y avec $F_Y(y) \geq \alpha$, c'est-à-dire :

$$q_Y(\alpha) = F_Y^{-1}(\alpha) = \inf \{ y: F_Y(y) \geq \alpha, 0 < \alpha < 1 \}$$

Ce sont donc des seuils en-dessous desquels se trouvent $(100 \times \alpha)\%$ de la donnée qui leur sont inférieurs.

Pour chacun des produits présentés ci-dessous, les quantiles up et down seront calculés suivant les deux méthodes.

Pour les lois paramétriques, il suffit d'utiliser les fonctions Excel adaptées :

Quantile up = LOI.NORMALE/LOGNORMALE.INVERSE.N (99,5% ; μ ; σ)

Quantile down = LOI.NORMALE/LOGNORMALE.INVERSE.N (0,5% ; μ ; σ)

Pour déterminer les quantiles suivant la méthode du bootstrap, il suffit donc de déterminer la valeur du seuil en dessous de laquelle se trouvent 99,5% ou 0,5% des données qui lui sont inférieures.

On utilise alors les fonctions suivantes :

Quantile up = PETITE.VALEUR (plage de données; 99,5% × nb données)

Quantile down = PETITE.VALEUR (plage de données; 0,5% × nb données)

Une fois les quantiles up et down déterminées, nous pouvons ainsi déterminer le niveau de choc pour l'erreur d'estimation de ces chroniques attritionnelles.

On définit alors le niveau de choc up = $\frac{\text{quantile } 99,5\%}{\text{espérance}=\text{taux BE}} - 1$ et le niveau de choc down = $\frac{\text{quantile } 0,5\%}{\text{espérance}=\text{taux BE}} - 1$.

On calcule ainsi les variations relatives de nos taux de rachats best estimate à la suite d'un évènement extrême.

L'objectif est donc de déterminer le niveau de choc le plus prudent, c'est-à-dire la loi où la queue de distribution est la plus lourde, tout en vérifiant que les hypothèses de loi faite sont conformes à nos hypothèses.

Les valeurs des chocs obtenues par la méthode du bootstrap viendront valider les valeurs déterminées par les méthodes paramétriques. Ces lois seront donc adaptées si les quantiles qui leurs sont associés sont plus extrêmes que les quantiles donnés par le bootstrap.

Les résultats obtenus pour chacun des produits sont présentés ci-après.

II.3.1 Articles 82/83

La chronique des taux de rachat historiques pour les articles 82 et 83 est la suivante.

Année	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
Taux de rachat	2,67%	1,52%	2,77%	1,19%	0,92%	2,47%	2,09%	1,01%
ln(taux)	- 3,62	- 4,18	- 3,58	- 4,43	- 4,69	- 3,70	- 3,87	- 4,59

Grâce aux fonctions explicitées ci-dessus, on obtient alors les résultats suivants :

Articles 82/83	Loi normale	Loi log normale	Bootstrap
Taux best estimate	1,83%	1,83%	1,83%
Quantile 99.5%	2,53%	2,53%	2,47%
Quantile 0.5%	1,14%	1,12%	1,22%
Choc UP	37,91%	38,34%	34,92%
Choc DOWN	-37,91%	-38,88%	-33,41%

A première vue, la loi log normale semble être la plus prudente et fournir des chocs plus élevés. Les résultats des tests d'adéquations étant valides pour chacune des deux lois, voyons grâce aux histogrammes et au QQ-plot quelle loi semble la mieux adaptée.

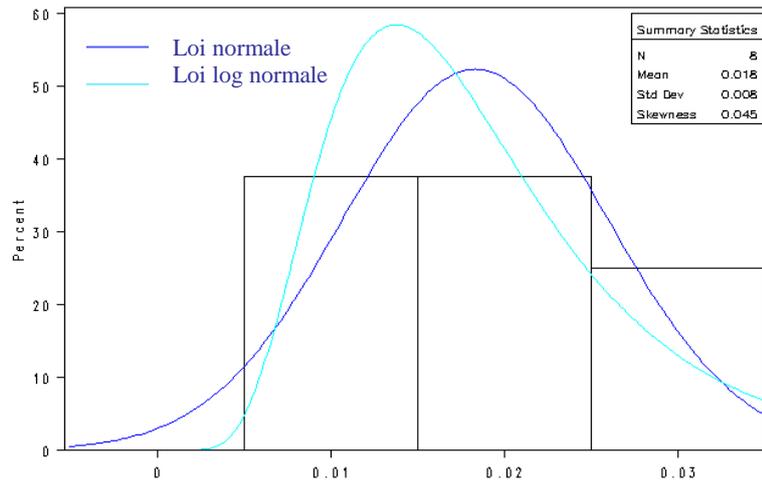


Figure 26 - Comparaison des distributions empiriques et théoriques pour les articles 82 et 83

Un **QQ-plot** permet de voir rapidement l'adéquation d'une série numérique à une distribution, ou comparer les répartitions de deux séries numériques.

Lorsque l'on s'intéresse à l'adéquation à une distribution, l'axe des ordonnées porte les quantiles q_j de la distribution observée, tandis que l'axe des abscisses porte les quantiles q_j^* correspondants de la loi théorique.

Le nuage des points $(q_j^*; q_j)$ s'aligne sur la première bissectrice lorsque la distribution théorique proposée est une bonne représentation des observations

Si le nuage des points $(q_j^*; q_j)$ s'aligne sur une droite, alors il existe une transformation affine des observations telle que la distribution théorique proposée est une bonne représentation des observations transformées.

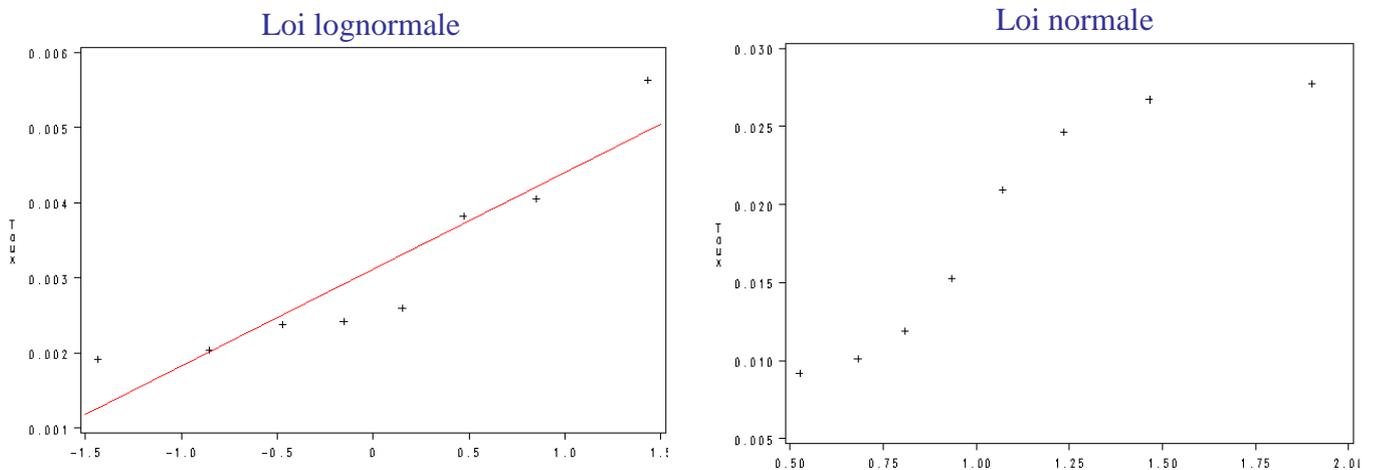


Figure 27 - Diagramme Q-Q de comparaison de la distribution des art. 82/83 avec une loi lognormale ou normale

Les QQ-plot présentés ci-dessus semblent soutenir l'hypothèse que la loi lognormale est la plus appropriée des lois testées.

L'objectif du calibrage étant de déterminer un niveau de choc adapté et prudent, et la loi semblant adaptée au vue des graphiques, nous retenons l'hypothèse de log normalité pour les articles 82 et 83. En effet, au vue de l'asymétrie de la distribution et de la positivité de nos taux de rachat, la loi log normale semble être la plus prudente. Les queues de distribution sont plus épaisses et les résultats fournis par la méthode paramétrique sont supérieurs à ceux du bootstrap.

On suppose donc que l'on a $\bar{X} \longrightarrow LN(1, 83\%; 0, 27\%^2)$.

Nous retenons alors un taux de rachat Best Estimate de 1,83%, un choc lapse up à appliquer de 38,34% et un choc lapse down de 38,88% pour l'erreur d'estimation.

II.3.2 RVD

Pour la chronique des taux de rachats suivante, nous obtenons les résultats de chocs ci-après :

Année	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
Taux de rachat	0,41%	0,24%	0,56%	0,38%	0,26%	0,19%	0,20%	0,24%
ln(taux)	- 5,51	- 6,04	- 5,18	- 5,57	- 5,95	- 6,25	- 6,19	- 6,02

RVD	Loi normale	Loi log normale	Bootstrap
Taux best estimate	0,31%	0,31%	0,31%
Quantile 99.5%	0,43%	0,41%	0,43%
Quantile 0.5%	0,19%	0,19%	0,22%
Choc UP	37,71%	32,14%	38,75%
Choc DOWN	-37,71%	-33,75%	-29,20%

Les analyses graphiques sont présentées en annexes.

Les résultats obtenus pour ce type de produit laissent sous-entendre que la loi log normale n'est pas correctement ajustée à nos données. Les résultats du choc up obtenus par la méthode du bootstrap sont plus élevés et la queue de distribution est légèrement plus fine à gauche.

Par mesure de prudence, nous décidons de calibrer le choc pour les RVD avec une loi normale, dont le niveau de choc up se rapproche plus fortement du résultat bootstrap, et qui a un choc down plus élevé et donc plus prudent.

On suppose donc que l'on a $\bar{X} \rightarrow N(0,31\%; 0,05\%^2)$.

Nous retenons alors un taux de rachat Best Estimate de 0,31%, un choc lapse up à appliquer de 37,71% et un choc lapse down de 37,71%.

II.3.3 CONTRAT X

Le contrat X est un contrat non transférable. Cependant, les rachats individuels restent possibles. C'est pour cela que nous modélisons séparément ce contrat, dont les taux de rachats historiques sont souvent très faibles.

Année	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
Taux de rachat	0,0067%	0,0114%	0,0064%	0,0103%	0,0029%	0,0474%	0,0250%	0,0124%
ln(taux)	- 9,61	- 9,08	- 9,66	- 9,18	- 10,44	- 7,65	- 8,29	- 8,99

Les tests d'ajustement à la loi normale étant tous rejetés, nous nous intéressons ici seulement aux résultats donnés par la méthode du bootstrap et par un ajustement à une loi log normale.

CONTRAT X	Loi log normale	Bootstrap
<i>Taux best estimate</i>	0,0153%	0,0153%
Quantile 99.5%	0,0240%	0,0298%
Quantile 0.5%	0,0051%	0,0063%
Choc UP	56,67%	94,33%
Choc DOWN	-66,97%	-58,74%

Le contrat X étant un contrat sensiblement down, seul le choc down nous intéresse pour déterminer la loi adaptée. Les queues de distributions étant plus épaisses dans le cadre d'une loi log normale et par mesure de prudence nous décidons de retenir celle-ci.

On suppose donc que l'on a $\bar{X} \rightarrow LN(0,02\%; 0,01\%^2)$.

Nous retenons alors un taux de rachat Best Estimate de 0,0153%, un choc lapse up à appliquer de 56,67% et un choc lapse down de 66,97% (analyse graphique en annexe)

II.3.4 Article 39, IFC et pré retraite

Seule la partie attritionnelle de ce type de produit sera ajustée à une loi paramétrique.

Année	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
Taux rachat attritionnel	0,38%	0,08%	0,28%	0,25%	0,25%	0,25%	0,25%	0,09%

Articles 39, IFC et Préretraite	Loi normale	Bootstrap
BE	0,23%	0,23%
Quantile 99.5%	0,32%	0,31%
Quantile 0.5%	0,14%	0,14%
Choc UP	40,08%	34,83%
Choc DOWN	-40,08%	-36,92%

Attention : ces chocs ne seront pas appliqués directement sur le BE. Le choc final sera obtenu en sommant les quantiles atypiques et attritionnels, déterminés suivant chacune des méthodes, puis en déterminant les variations de ces quantiles extrêmes par rapport au taux BE calculé précédemment.

Pour la partie attritionnelle seulement, la loi normale est la mieux adaptée. Elle nous permet alors de faire l'hypothèse que $\bar{X}_{attritionnel} \rightarrow N(0,23\%; 0,04\%^2)$, et de déterminer ainsi les quantiles associés.

III. CALIBRAGE DE LA PARTIE ATYPIQUE DES ARTICLES 39, IFC ET PRERETRAITES

Afin de déterminer les chocs à appliquer sur le taux de rachat Best Estimate pour la partie des rachats atypiques, nous décidons d'utiliser une méthode paramétrique avec loi composée de type fréquence-coût :

On note alors :

- N le nombre de rachats survenus sur la période considérée
- S le montant de la charge globale sur la période donné par $S = \sum_{i=1}^N PM_i \times \varphi_i$, où PM_i représente le montant de la PM sur le contrat i et φ_i la part du portefeuille rachetée.

La loi de S est donc la composition de trois lois :

- Une loi du nombre N
- Une loi des montants de PM
- Une loi pour le taux de transfert, c'est-à-dire la part du contrat racheté

Pour simplifier, on supposera par prudence que **la part φ_i est de 100%** dans notre modèle. En réalité, les contrats sont rarement rachetés en totalité et les rachats atypiques représentent en moyenne 40% de la PM du contrat. La part racheté sera ainsi choquée au maximum et nous permettra de considérer les cas les plus extrêmes. En effet, cherchant à déterminer les percentiles, on ne se soucie pas du milieu de la distribution et nous considérons ainsi les évènements STEC qui nous intéresse.

III.1 LES ETAPES DE MODELISATIONS

III.1.1 Simulation du nombre de rachat

Dans un premier temps, nous allons simuler le nombre de rachats « graves » susceptibles de se produire durant l'année. Une loi permettant de modéliser le nombre de rachat atypiques est alors nécessaire.

III.1.1.1 Mise en as if des nombres

Afin de pouvoir ajuster correctement la loi des nombres, nous procédons dans un premier temps à la mise en as if de ceux-ci.

Il est nécessaire de transformer ces données afin de pouvoir comparer un rachat en 2006 à un rachat aujourd'hui. Les montants des PM et le nombre de contrat de notre portefeuille ayant évolués, nous ramenons les chiffres sur la base de 2013.

Années	2013	2012	2011	2010	2009	2008	2007	2006
Nombre de contrats > 5 M	136	129	120	112	107	109	111	107
Nombre de rachats > 5 M	4,00	4,00	2,00	4,00	2,00	3,00	-	1,00
Mise en AS IF	4,00	4,22	2,27	4,86	2,54	3,74	-	1,27

Au vu de la chronique présentée, nous obtenons les résultats suivants :

moyenne	2,86
variance	2,72

III.1.1.2 Ajustement des paramètres

Plusieurs types de lois vont donc être testés :

- La loi de Poisson $P(\lambda)$ donnée par $\mathbb{P}(N = k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$
Le paramètre λ est estimé par le nombre moyen de rachat par année. Cette valeur est à la fois l'estimateur des moments et du maximum de vraisemblance.
- La loi Binomiale $B(n, p)$, donnée par $\mathbb{P}(N = k) = C_n^k p^k (1 - p)^{n-k}$
- La loi Binomiale négative $B(m, p)$, donnée par $\mathbb{P}(N = k) = C_{m+k-1}^k p^m (1 - p)^k$ ne semble pas adaptée car elle vérifie $\mathbb{E}(N) < \mathbb{V}(N)$

Une fois qu'on s'est fixé les lois candidates, reste à déterminer celle qui représente le mieux les données. Dans le cas des lois discrètes, l'outil classique est le χ^2 d'adéquation.

Le test du Khi-deux (χ^2) est un test non paramétrique qui permet de tester l'hypothèse H_0 selon laquelle les données observées sont engendrées par un modèle faisant intervenir une loi de probabilité, ou une famille de lois de probabilité.

Le principe du test est le suivant : on définit une fonction discriminante D_n qui constitue une mesure normalisée de l'écart entre les valeurs théoriques déduites du modèle et les valeurs observées dans l'échantillon : $D_n = \sum_{i=1}^k \frac{(N_i - n\hat{p}_i)^2}{n\hat{p}_i}$,

Où $n\hat{p}_i$ est l'estimation de l'effectif théorique espéré de la classe C_i de n observations et N_i le nombre d'observation de la classe C_i .

Lorsque H_0 n'est pas vraie, les valeurs de D_n augmentent et lorsque H_0 est vraie, D_n suit, au moins asymptotiquement, une loi du χ^2 de Pearson à v degrés de liberté.

La région critique du test est donc constituée des grandes valeurs de D_n .

Le risque α étant donné, on note $\chi_{1-\alpha}^2$ le fractile d'ordre $1 - \alpha$ de la loi du χ^2 de Pearson à v degrés de liberté défini par $\mathbb{P}(D_n \geq \chi_{1-\alpha}^2) = \alpha$.

On note d la valeur observée de D_n dans l'échantillon, et on compare la valeur de d à $\chi_{1-\alpha}^2$.

Lorsque l'approximation par la loi du χ^2 de Pearson à v degrés de liberté est valable, cette comparaison définit la règle de décision suivante, appelée test asymptotique de niveau α :

1. Si $d < \chi_{1-\alpha}^2$, on considère que l'écart est dû au hasard de l'échantillonnage et qu'il n'est pas significatif : on accepte H_0 .
2. Si $d \geq \chi_{1-\alpha}^2$, on considère que l'écart observé est trop important pour être attribué aux seules fluctuations d'échantillonnage et qu'il révèle l'inadéquation du modèle : on refuse H_0 .

Après avoir effectué les tests d'adéquation à la loi de poisson et à la loi binomiale, on obtient les résultats suivants :

Lois	d
poisson	3,395
binomiale	4,399

La valeur de $\chi_{1-\alpha}^2$ au seuil $\alpha = 5\%$, donné par la table du Khi deux, est de 5,991. On a bien dans les deux cas $d < \chi_{1-\alpha}^2$.

La valeur de d étant plus faible pour la loi de poisson, on décidera donc de retenir cette loi. Il s'agit de la loi discrète la plus classique, souvent utilisée pour modéliser les événements rares.

Au vu de la chronique présentée et des résultats obtenus, on supposera donc que la **loi du nombre suit une loi de Poisson** de paramètre λ égal à la moyenne empirique : $\bar{N} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n N_i = \lambda$, où les N_i correspondent au nombre de rachat l'année i .

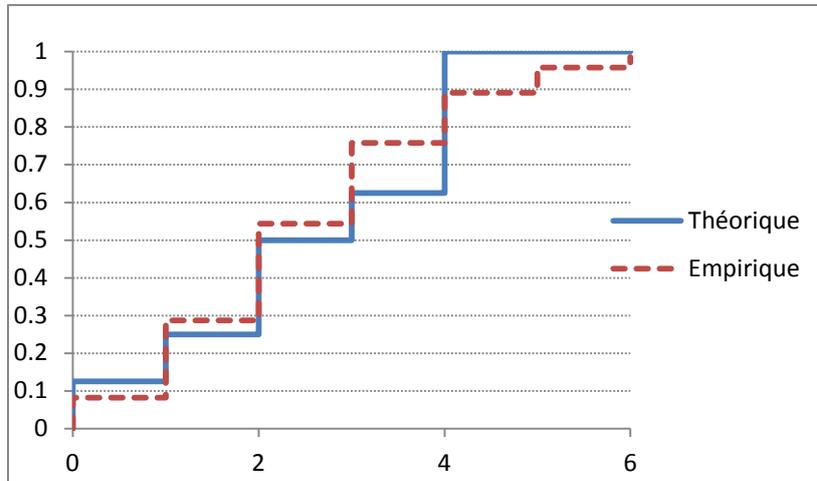


Figure 28 - Comparaison des fonctions de répartition théoriques (loi de poisson) et empiriques

III.1.2 Tirage aléatoire des montants de rachat

Nous récupérons ensuite la liste des contrats dont la PM d'ouverture de l'année en cours est supérieure ou égale à ce seuil fixé de 5M€ (136 en 2013).

Le choix du seuil se confirme également au vu des graphes suivants, montrant que l'adéquation est meilleur lorsque le seuil est à 5M€ :

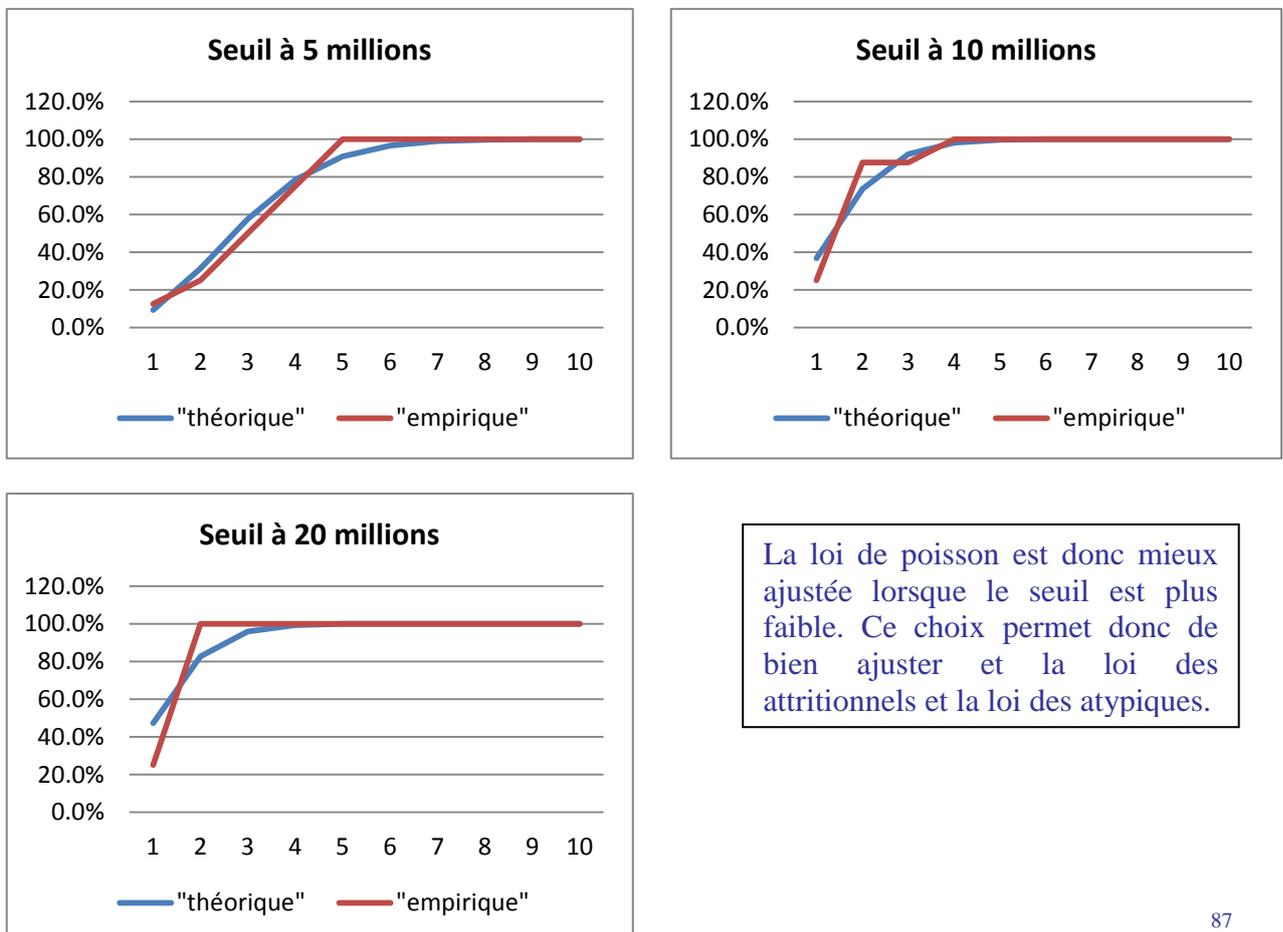


Figure 29 - Comparaison des ajustements en fonction du seuil des graves

Nous effectuons alors des **tirages aléatoires sans remise (hypothèse de portefeuille fermé)** dans cette liste afin d'estimer le montant de rachats graves moyens, égal à la PM des contrats tirés. En effet, la loi des montants n'a pas besoin d'être estimée vu que l'on sait qu'au maximum ces contrats-là rachèteront en totalité.

III.1.3 Simulation stochastique du taux moyen des rachats

Les simulations s'effectuent sur un horizon de 20 ans, durée d'écoulement de la PM en phase de constitution, en conformité avec les hypothèses de projection du modèle interne STEC.

Nous calculons pour chacune des simulations le taux de rachat moyen par année, égal au montant racheté divisé par la PM d'ouverture.

Le taux de rachat Best estimate sera donc égal à la moyenne de ces taux de rachat obtenue à partir des 20000 simulations.

Comme nous le montre le graphe ci-après, la convergence de la méthode est très rapide (au bout de 200 simulations), mais nous en effectuons tout de même 20 000.

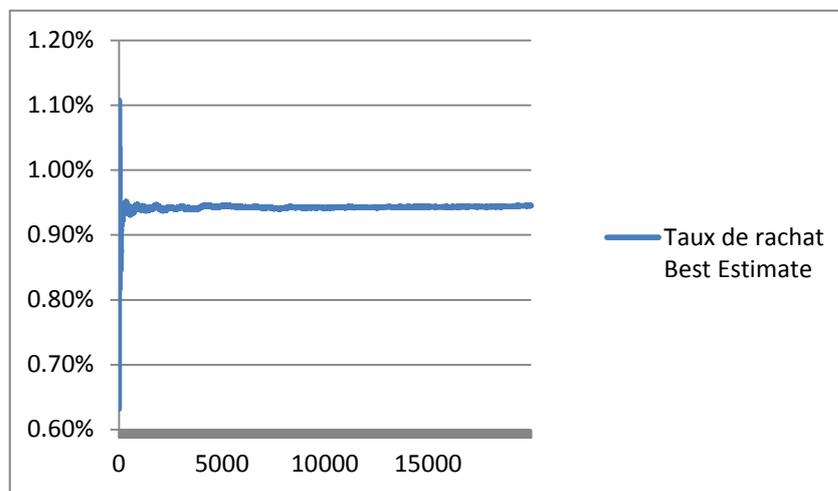


Figure 30 - Convergence du taux de rachat Best Estimate

On obtient alors les résultats suivants :

BE Scénario central ¹¹	1,23%
quantile up	2,40%
quantile down	0,38%

III.2 BEST ESTIMATE ET CHOC GLOBAL

Afin de déterminer le choc global associé à l'article 39, les IFC et les préretraites pour l'erreur d'estimation, nous considérons que :

$$quantile_{global}^{up/down} = quantile_{attritionnel}^{up/down} + quantile_{atypique}^{up/down}$$

¹¹ Scénario conditionnellement au fait que $\varphi = 100\%$

Le taux de rachat *Best estimate* pour les articles 39, les IFC et les préretraites a été déterminé dans la partie III.1.1 du chapitre précédent (p.53).

Le taux obtenu était de 1,13%.

Remarque :

Le taux de rachat BE obtenu par la méthode de calibrage proposée est égal à 1,23% + 0,23% = 1,46%. Cette valeur est plus élevée que la valeur obtenue par la méthode classique mais prend en compte les hypothèses suivantes :

- Taux de rachat choqué à 100%
- Hypothèse de portefeuille fermé (voir § suivant)

Cette méthode nous permet ainsi d'obtenir les quantiles extrêmes adaptés à notre portefeuille et à notre profil de risque, de la manière la plus prudente possible.

Les chocs que l'on cherche à déterminer seront alors égaux à la variation relative de ces quantiles par rapport au vrai taux de rachat *Best estimate* défini précédemment.

$$choc_{global}^{up/down} = \frac{quantile_{global}^{up/down}}{Tx\ BE}$$

On a alors :

BE	1,13%
quantile up global	2,40% + 0,32% ¹² =2,72%
quantile down global	0,38% + 0,14% ¹³ =0,52%

Les chocs pour ce type de produit sont donc les suivants :

$$choc^{Up} = \frac{2,72\%}{1,13\%} = 140,5\%$$

$$choc^{Down} = \frac{0,52\%}{1,13\%} = -53,6\%$$

III.3 JUSTIFICATION DU CHOIX D'HYPOTHESE DE PORTEFEUILLE FERME

Le choix de prendre un portefeuille fermé pour notre calibrage est en conformité avec les hypothèses du modèle interne STEC. En effet, le portefeuille est considéré en run off, c'est-à-dire qu'il y a arrêt de toute souscription d'affaires nouvelles sur le portefeuille, et sans primes futures, c'est-à-dire que l'évolution des PM ne dépend que du taux garanti servi et des prestations.

En effectuant des tirages aléatoires sans remises, nous supposons qu'un contrat ne peut être racheté qu'une fois, et que celui-ci disparaît ensuite de notre portefeuille (dans le cas de rachat totaux).

¹² Quantile up de la partie attritionnelle obtenue p.84

¹³ Quantile down de la partie attritionnelle obtenue p.84

En faisant la même étude, mais avec des tirages aléatoires avec remise, nous considérons que le montant global du portefeuille peut varier avec le temps et les affaires nouvelles sont donc prises en compte dans ce modèle.

Ci-dessous les résultats obtenus suivant les deux hypothèses choisies :

	Portefeuille ouvert	Portefeuille fermé	delta
Scénario central	1,72%	1,46%	20,73%
quantile up	3,75%	2,72%	39,72%
quantile down	0,58%	0,52%	14,35%
choc up	118,76%	85,92%	34,55%
choc down	-66,46%	-64,15%	3,30%

On observe bien un taux et des chocs plus importants dans le cas du portefeuille ouvert, dû à un montant de PM potentiellement rachetable plus fort.

IV. RECAPITULATIF DES RESULTATS - ERREUR D'ESTIMATION

Nous avons considéré que le rachat pour chacun des types de produits pouvait être décomposé en rachat attritionnels et rachats atypiques.

La partie des rachats attritionnels est ajustée par une loi paramétrique classique du type normale ou log normale. Cet ajustement est confirmé par des tests de lois, des représentations graphiques et appuyés par les résultats obtenus par la méthode du bootstrap non paramétrique.

A partir de ces paramétrages, nous avons pu déterminer les quantiles à 99,5% et 0,5% associés à chacune de ses lois et ainsi déterminer le choc sur l'erreur d'estimation associé.

Concernant les rachats atypiques (pour les produits article 39, IFC et préretraites), une simple approche fréquence coût utilisant des simulations stochastiques de manière prudente nous a permis de déterminer les quantiles extrêmes et les chocs associés.

Les résultats finaux sont donc présentés ci-dessous :

Produit	Choc Erreur d'Estimation				
	BE	UP	DOWN	BE choqué UP	BE choqué DOWN
Article 82/83	1,83%	38,34%	-38,88%	2,53%	1,12%
RVD	0,31%	37,71%	-37,71%	0,43%	0,19%
CONTRAT X	0,02%	56,67%	-66,97%	0,02%	0,00%
Article 39/IFC/Préretraite	1,13%	140,52%	-53,59%	2,72%	0,53%

CHAPITRE 3 : **CALIBRAGE DU CHOC ERREUR DE PROCESSUS**

I. METHODE GENERALE

Une composante supplémentaire vient s'ajouter au choc erreur d'estimation. Le choc erreur de processus permet de prendre en compte l'évolution dans le temps de notre taux Best estimate. Afin de mesurer cette erreur, nous allons analyser les variations extrêmes du BE dans le cas d'évènements bicentenaires.

L'objectif dans cette partie est de déterminer les variations relatives du taux Best Estimate face à un nouveau point dans notre chronique de données.

Deux études ont été faite :

- **Cas 1** : Intégration d'un point extrême, égal au quantile à 99,5% de la loi des taux de rachats
- **Cas 2** : Intégration d'un point extrême, égal au quantile à 0,5%

Le choix du quantile à 99,5% ou 0,5% est en accord avec les nouvelles réformes Solvabilité II qui impose une exigence en fonds propres: montant de capital minimum dont l'assureur doit disposer pour absorber les pertes potentielles à horizon un an avec une probabilité de 99,5%.

Nous supposons ici que l'erreur de processus peut être défini comme étant la variation du BE après intégration du quantile extrême de la loi des taux de rachats.

Nous déterminerons dans cette partie deux niveaux de chocs comme précédemment : un choc à la hausse et un à la baisse.

Même si l'on cherche la variation extrême du taux de rachat Best estimate, rajouter le quantile à 99,5% de la loi des taux de rachat nous donne bien le nouveau taux Best estimate extrême que l'on pourra apercevoir l'année prochaine. En effet, les lois des quantiles pour chacun des taux varient dans le même sens.

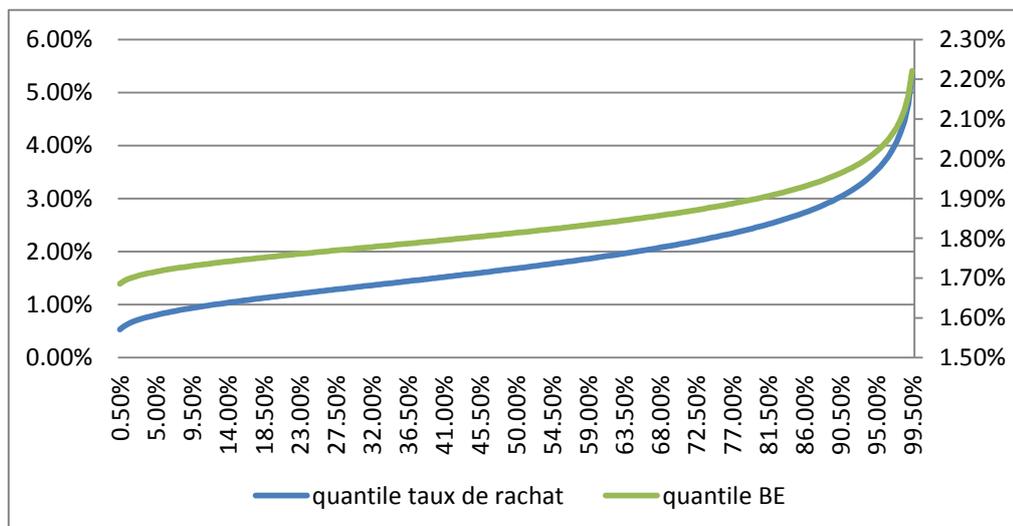


Figure 31 - Distribution de la loi des quantiles - Article 82/83

II. ARTICLE 82/83, RVD ET CONTRAT X

Après avoir déterminé les quantiles à 99,5% et à 0,5% de la loi des taux de rachat pour chacun des produits, nous calculons à nouveau le Best estimate pour l'année 2014.

Nous calculons alors les variations relatives entre ces deux BE, qui représenteront donc nos chocs erreur de processus.

$$\text{choc erreur de process} = \frac{BE_{2014}}{BE_{2013}} - 1$$

Les points extrêmes à rajouter aux chroniques sont les suivants :

Produit	quantile Up	quantile Down
Article 82/83	5,35%	0,53%
RVD	0,64%	0,00%
CONTRAT X	0,10%	0,00%

Pour exemple, la chronique des taux de rachat du produit Article 82/83 est présentée ci-dessous. Les autres sont présentées en annexes.

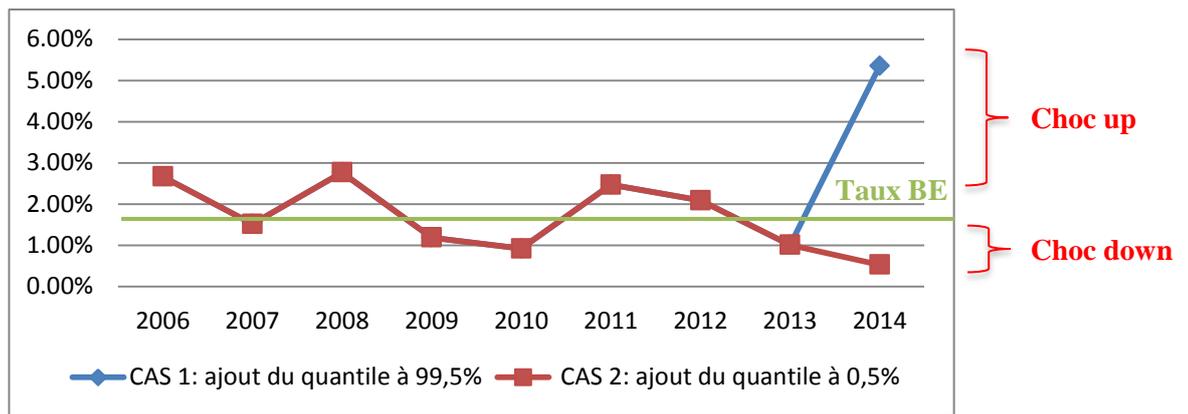


Figure 32 - Chronique des taux de rachat avec ajout du point extrême - Article 82/83

Les résultats sont alors présentés dans le tableau ci-dessous :

Produit	Choc Erreur de Processus				
	BE 2014 cas 1	BE 2014 cas 2	BE 2013	Choc UP	Choc DOWN
Article 82/83	2,22%	1,69%	1,83%	21,36%	-7,90%
RVD	0,35%	0,28%	0,31%	11,90%	-11,11%
CONTRAT X	0,02%	0,01%	0,02%	61,14%	-10,23%

III. ARTICLE 39, IFC ET PRERETRAITE

III.1 PARTIE ATTRITIONNELLE

Nous procédons comme précédemment pour la partie attritionnelle des contrats articles 39, IFC et Pré retraites. Un paramétrage avec une loi normale nous permet d'obtenir les quantiles extrêmes suivants :

Produit	quantile Up	quantile Down
Article 39/IFC/Pré retraite	0,49%	0,00%

Nous recalculons ainsi les taux de rachat Best Estimate 2014 associés aux nouvelles chroniques présentées ci-dessous :

Produit	BE 2014 attritionnel cas 1	BE 2014 attritionnel cas 2	BE attritionnel 2013
Article 39/IFC/Pré retraite	0,26%	0,20%	0,23%

III.2 PARTIE ATYPIQUE

Ici, le point extrême est à rajouter sur la chronique des nombres de rachats, et non sur celle des taux.

Nous rajoutons donc un nombre de rachat pour l'année 2014, correspondant au quantile à 99,5% /0,5% de la loi de poisson paramétrée précédemment.

Nous recalibrons ainsi la loi avec cette nouvelle donnée, puis nous relançons la macro simulant le taux de rachat best estimate des atypiques pour l'année 2014.

Produit	BE 2014 atypique cas 1	BE 2014 atypique cas 2	BE atypique 2013
Article 39/IFC/Pré retraite	1,58%	1,04%	1,23%

III.3 CHOC ERREUR DE NIVEAU GLOBAL

Afin de déterminer le choc global, il nous faut calculer dans un premier temps le taux de rachat best estimate global, somme des deux taux estimés par notre méthodologie de calibrage.

On a alors

$$BE_{global}^{up/down} = BE_{atypique}^{up/down} + BE_{attritionnel}^{up/down}$$

$$BE_{global}^{up}(cas 1) = 1,58\% + 0,26\% = 1,84\%$$

$$BE_{global}^{down}(cas 2) = 1,04\% + 0,20\% = 1,24\%$$

Ces deux taux fictifs obtenu dans des cas de scénarios extrêmes nous permettent de déterminer le choc erreur de niveau associé. Celui-ci sera obtenu en étudiant la variation relative des taux ci-dessus avec notre taux BE global obtenu par notre modèle fréquence coût et appelé « BE

scénario central ». Le choc ainsi obtenu sera appliqué à notre taux best estimate exact de 1,13%, calculé par la méthode standard de moyenne simple.

On a donc,

$$\text{choc erreur de process} = \frac{BE_{2014}}{BE_{2013}} - 1$$

Les résultats sont alors présentés ci-dessous :

Produit	Choc Erreur de Processus				
	BE 2014 cas 1	BE 2014 cas 2	BE 2013	Choc UP	Choc DOWN
Article 39, IFC et préretraite	1,84%	1,24%	1,46%	25,68%	-14,93%

III.4 RECAPITULATIF DES RESULTATS - ERREUR DE PROCESSUS

Pour chacun des produits, on obtient donc deux valeurs de choc :

- Un choc up, obtenu comme étant la variation du BE 2014 par rapport à celui de 2013 dans le cas d'un évènement extrême correspondant au quantile à 99,5% de la loi des taux de rachat.
- Un choc down, obtenu comme étant la variation du BE 2014 par rapport à celui de 2013 dans le cas d'un évènement extrême correspondant au quantile à 0,5% de la loi des taux de rachat.

Les chocs correspondant à l'erreur de processus sont donc récapitulés ci-dessous :

Produit	Choc Niveau	
	UP	DOWN
Article 82/83	21,36%	-7,90%
RVD	11,90%	-11,11%
CONTRAT X	61,14%	-10,23%
Article 39/IFC/Préretraite	25,68%	-14,93%

CHAPITRE 4 :

NIVEAUX DE CHOCS ET GOUVERNANCE

Après avoir déterminé les niveaux de chocs associés à chacun des produits de notre étude, ce chapitre sera consacré dans un premier temps à la présentation des résultats obtenus pour les chocs globaux. Avant la validation de notre modèle interne par les autorités de contrôles, tout changement de modèle doit faire l'objet d'un contrôle interne et doit être validé par plusieurs Comités des Hypothèses, formés par des équipes de gestion des risques, au niveau AXA France d'une part, puis par le Groupe d'autre part. Nous verrons également comment s'effectuera le système de gouvernance de ce modèle, c'est-à-dire les modalités de contrôle et les événements pouvant entraîner un recalibrage du modèle.

I. METHODE GENERALE ET NIVEAUX DE CHOCS

Dans la partie précédente, nous avons déterminé les deux niveaux de chocs, à la hausse et à la baisse, pour chacun des risques associés au risque de rachat en retraite collective. Il nous reste maintenant à les agréger pour obtenir les chocs globaux. Ce sont ces chocs qui seront ensuite appliqués sur les taux de rachat *Best estimate*. Le capital requis pour ce risque (STEC rachat) pourra alors être calculé comme étant la différence entre la VIF (valeur actuelle des profits futurs) choquée et la VIF en cas standard.

Comme précédemment expliqué, les deux types de risques composant le risque de rachat en retraite collective sont indépendants par nature. Le risque erreur d'estimation est le risque de se tromper « dans le passé » et donc de mal estimer le taux de rachat *best estimate* aujourd'hui. Le risque erreur de niveau, lui, est le risque de se tromper dans le futur, c'est-à-dire d'avoir prédit un taux ou trop faible ou trop élevé.

Nous définissons alors le choc global comme étant l'agrégation des deux chocs précédant en leur supposant une corrélation nulle :

$$choc_{global} = \sqrt{choc_{estimation}^2 + choc_{process}^2}$$

Ces chocs sont ensuite arrondis à l'unité supérieure, toujours pas mesure de prudence et pour simplifier les calculs opérationnels.

En utilisant la formule ci-dessus et en reprenant les résultats de la partie précédente, nous obtenons alors les chocs rachats finaux suivants :

Produit	Choc Erreur d'Estimation		Choc Erreur de Processus		Choc Global		Choc Global Arrondi	
	UP	DOWN	UP	DOWN	UP	DOWN	UP	DOWN
Article 82/83	38,34%	-38,88%	21,36%	-7,90%	43,89%	-39,67%	44%	-40%
RVD	37,71%	-37,71%	11,90%	-11,11%	39,54%	-39,31%	40%	-40%
CONTRAT X	56,67%	66,97%	61,14%	-10,23%	83,36%	-67,75%	84%	-68%
Article 39/IFC/Préretaire	140,52%	-53,59%	25,68%	-14,93%	142,84%	-55,63%	143 %	-56%

Pour les contrats qui seront sensiblement up, les taux de rachats suivants seront donc appliqués dans le modèle interne pour le calcul du STEC UP :

UP	Article 82/83	RVD	Article 39, IFC et pré retraites	CONTRAT X
Taux de rachat Best Estimate	1,83%	0,31%	1,13%	0,02%
Niveau de choc relatif	44%	40%	143%	84%
Taux de rachat BE choqué	2,64%	0,43%	2,75%	0,03%

De même, ci-dessous les résultats pour les contrats sensiblement down :

DOWN	Article 82/83	RVD	Article 39, IFC et pré retraites	CONTRAT X
Taux de rachat Best Estimate	1,83%	0,31%	1,13%	0,02%
Niveau de choc relatif	-40%	-40%	-56%	-68%
Taux de rachat BE choqué	1,10%	0,19%	0,5%	0,00%

II. ANALYSE DES IMPACTS AVANT ET APRES CALIBRAGE

Un changement de modèle entraîne systématiquement des impacts sur les résultats de la compagnie. Sous solvabilité II, les assureurs doivent détenir un niveau de fonds propres au moins égal au SCR. On appelle ratio de solvabilité le rapport entre ces deux montants de capitaux. Chez AXA, on définit le ratio comme étant la part de l'AFR en pourcentage du STEC. Plus le ratio est élevé plus l'entreprise sera solvable.

La dernière étape sera donc de définir les impacts de ce changement de modèle sur le niveau de capital requis (STEC) d'une part, puis sur le ratio de solvabilité et sur la MVM.

II.1 IMPACT STEC

Le nouveau calibrage proposé modifie sensiblement certains chocs, notamment pour les articles 39, les IFC et les préretraites, dont le choc up passe de 35% à 143%. Ces changements impactent donc le montant du STEC. Le but ici est donc de déterminer dans quel sens celui-ci varie.

Pour chacun des Model Point, nous distinguons les contrats sensiblement up des contrats down grâce à une cartographie prédéfinie basée sur les sensibilités de l'EEV.

Après avoir fourni les chocs recalibrés à l'équipe du Modèle interne, nous obtenons les nouveaux résultats des STEC up et down pour chacun des Model Point, qui se présentent ainsi :

Model Point	BEL	VIF Base case	VIF Choquée up	VIF Choquée up	STEC UP	Nouveau STEC UP
A	29 622 441,64	4 438 386	4 176 970,11	5 251 048,14	261 416,08	328 637,35

$$= \max(0 ; \underset{\downarrow}{VIF \text{ choquée}} - VIF \text{ base case})$$

L'objectif est donc de déterminer l'ensemble des $\Delta STEC = STEC_{\text{nouveau choc}} - STEC_{\text{ancien choc}}$ puis de les additionner pour obtenir l'impact global sur le STEC rachat associé à l'ensemble du périmètre de la retraite collective.

Par fonds, on obtient les résultats ci-après en milliers d'euros :

Choc Lapse DOWN	STEC Anciens chocs	STEC Nouveaux chocs	Variation STEC
AGR	8 720	9 986	1 265,61
CONTRAT X	132	256	124,17
CANTON	235	270	34,92
ACAV	0	0	0,00
TOTAL	9 086	10 511	1 424,70

Choc Lapse UP	STEC Anciens chocs	STEC Nouveaux chocs	Variation STEC
AGR	10 105,87	24 845,36	14 739,49
CONTRAT X	0,00	0,00	0,00
CANTON	3 833,69	6 686,62	2 852,93
ACAV	5 575,53	11 527,13	5 951,60
TOTAL	19 515	43 059	23 544,02

Une fois les impacts sur le STEC rachat déterminée, il suffit d'agrèger les montants des autres STEC composants le STEC Vie pour obtenir le nouveau montant de celui-ci. Ces montants sont exprimés en milliers d'euros dans les tableaux ci-dessous.

	Anciens chocs	Nouveaux chocs	Variation STEC
STEC Vie	2 052 348	2 067 054	14 706
STEC Cat	461 737	461 737	0
STEC Mortalité	344 255	344 255	0
STEC Longévité	686 492	686 492	0
STEC OCB	125 786	125 786	0
STEC rachat Up	692 549	716 093	23 544
STEC rachat Down	116 942	118 367	1 425
STEC rachat massif	421 965	421 965	0
STEC Incapacité/ invalidité	675 543	675 543	0
STEC Dépense	451 243	451 243	0
STEC Frais médicaux	333 759	333 759	0

STEC	STEC Anciens chocs	STEC Nouveaux chocs	Variation STEC
Vie	2 052 348	2 067 054	14 706
Global	4 035 272	4 041 522	6 250

Au vu des résultats présentés, les chocs proposés entraîneraient une augmentation du STEC vie d'environ 14 millions d'euros et une augmentation du STEC global de près de 6 millions d'euros. En effet, les effets de diversification sont bénéfiques pour les compagnies d'assurance et contribuent à un impact plus faible sur le STEC global.

II.2 IMPACT MVM

La Market Value Margin est un élément constitutif des provisions techniques économiques. C'est le montant de provision complémentaire à ajouter aux Best Estimate Liabilities de manière à ce que (BEL + MVM) corresponde à la valeur de marché des provisions techniques.

La MVM est évaluée en actualisant le coût annuel généré par l’immobilisation du STEC technique et STEC opérationnel (estimé à 6% par an dans la formule standard) sur la durée de vie des engagements utilisée pour le calcul du Best Estimate.

Elle représente la rémunération du capital qu’un repreneur devrait immobiliser pour le portefeuille en run-off jusqu’à extinction totale des engagements.

La définition de la MVM est la même pour la formule standard et le modèle interne.

Le calcul de la MVM se fait en trois étapes :

- Etape 1 : calcul des STEC technique et opérationnel initiaux
- Etape 2: projection du STEC technique et opérationnel
- Etape 3 : somme actualisée au taux sans risque¹⁴ du coût du STEC

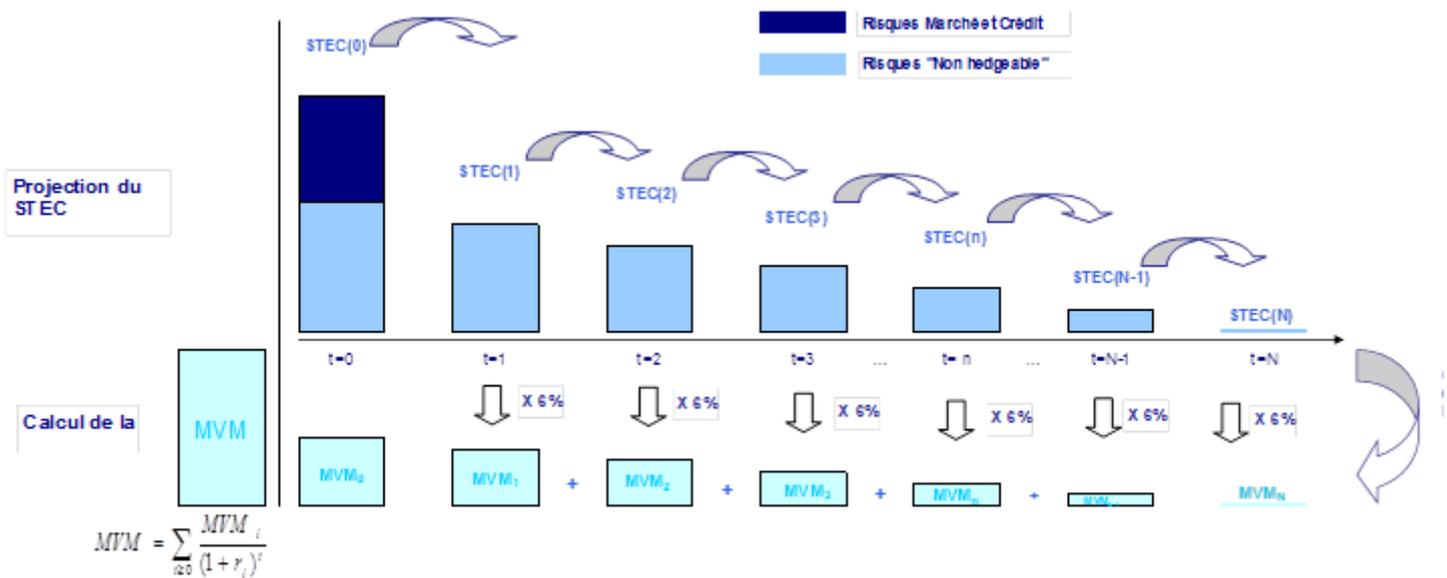


Figure 33 - Calcul de la MVM

La MVM est donc recalculée en prenant compte les nouveaux chocs. Les résultats en milliers d’euros sont présentés ci-dessous :

MVM Anciens chocs	MVM Nouveaux chocs	Variation MVM	Variation MVM en %
931 870	944 562	12 691	1,36%

II.1 IMPACT RATIO DE SOLVABILITE

Le rapport entre les ressources de l'assureur et le minimum de capital réglementaire à détenir constitue le ratio de solvabilité.

AXA bénéficie d'une très bonne solvabilité, largement supérieure au minimum réglementaire (100 %). Le ratio de solvabilité I s'établit à 221% en 2013 et celui correspondant à la nouvelle directive s'élevait à 274,75%.

On a donc la formule suivante pour le calcul du ratio de solvabilité II : $ratio = \frac{AFR}{STEC}$

¹⁴ Taux sans risque = courbe des taux swap hors prime de liquidité

Les impacts STEC et MVM ayant été calculé précédemment, il nous reste maintenant à déterminer les variations de l'AFR suite à ces changements de chocs pour déterminer les variations du ratio de solvabilité.

On a alors $AFR_{nouveaux\ chocs} = AFR_{anciens\ chocs} + \Delta MVM$

AFR Anciens chocs	AFR Nouveaux chocs	Variation AFR
11 086 959	11 074 267	-12 691

Ratio SII Anciens chocs	Ratio SII Nouveaux chocs	Variation ratio SII en %
274,75%	274,01%	-0,27%

III. GOUVERNANCE ET POLITIQUE DE CHANGEMENT DE MODELE

III.1 BACK TESTING

III.1.1 Fréquence de mise à jour

Notre modèle étant basé sur un historique relativement faible et les lois étant calibrés sur huit points, les situations suivantes devraient conduire au minimum à une analyse de la pertinence du calibrage voire à la réalisation d'un nouveau calibrage:

- Le taux de rachats d'une année donnée sort de l'IC à 95% de la loi de X_n
- Nous avons connaissance d'un évènement de nature à modifier le phénomène sous-jacent (par exemple une nouvelle législation sur les transferts ou une modification radicale du portefeuille...)
- Evolution du modèle de projection sur l'aspect modélisation des rachats
- Les résultats du model testing ne sont pas satisfaisants

Le calibrage sera automatiquement refait tous les 5 ans, de nouvelles données étant susceptibles de modifier la plupart des hypothèses choisies.

III.1.2 Détermination des intervalles de confiance

Afin de contrôler la cohérence de nos résultats pour les années futures, nous déterminons un intervalle de confiance à 95% pour le Best Estimate de chacun des produits.

L'idée est donc déterminer un seuil de gouvernance qui enclenchera le recalcul des chocs en cas de dépassement. Si le taux de rachat observé l'année suivante dépasse ce seuil, cela signifiera que l'hypothèse de loi sous-jacente n'est pas vérifiée, et nous effectuerons dans ce cas un nouveau calibrage ou utiliserons les résultats obtenus par la méthode du bootstrap.

Les niveaux UP et DOWN obtenus à ne pas dépasser sont donc les suivants :

	Article 82/83	RVD	CONTRAT X	Article 39 IFC Préretraites
quantile 95%	3,52%	0,52%	0,04%	6,04%
quantile 5%	0,80%	0,10%	0,00%	0,00%

En supposant que le taux de rachat Best estimate X suit une loi normale ou log normale de paramètre μ et σ^2 inconnu, on peut également construire l'intervalle de confiance autour de cette moyenne : $\mathbb{P}\left(\bar{X} - t_{1-\frac{\alpha}{2}} \times \frac{S_X}{\sqrt{n}} \leq m \leq \bar{X} + t_{1-\frac{\alpha}{2}} \times \frac{S_X}{\sqrt{n}}\right) = 1 - \alpha$

Où S_X est l'estimateur de l'écart type, \bar{X} l'estimateur de la moyenne et $t_{1-\frac{\alpha}{2}}$ le quantile d'ordre $1 - \frac{\alpha}{2}$ de la variable t de student à n-1 degrés de liberté (soit 2,365 dans notre cas).

On obtient alors les intervalles de confiance suivants :

	Article 82/83	RVD	CONTRAT X	Article 39, IFC et pré retraites
Borne inférieure	1,19%	0,20%	0,00%	0,35%
Borne supérieure	2,47%	0,42%	0,03%	1,91%

- Article 82/83 : [1,19% ; 2,47%]
- RVD : [0,20% ; 0,42%]
- CONTRAT X : [0,00% ; 0,03%]
- Article 39, IFC et Préretraites : [0,35% ; 1,91%]

On pourra donc considérer que si les taux de rachats Best Estimate obtenus les années suivantes sont en dehors de ces intervalles de confiance, le calibrage sera à revoir.

III.1.3 Contrôle

Pour déterminer les quantiles, nous avons dans un premier temps fait des hypothèses de lois sur les différentes chroniques de taux de rachat, et par conséquent sur les taux *best estimate*. Ces lois n'étant pas forcément exacte, nous faisons un premier test pour savoir si les résultats sont en conformité avec les données passées.

Les taux de rachats historiques doivent toujours être bornés par les quantiles extrêmes obtenus par les lois paramétriques. C'est ce que nous vérifions à travers les différents graphiques ci-dessous. Pour chacun d'entre eux sont représentés :

- Les quantiles à 5% et 95% correspondant aux lois des taux de rachats
- Les quantiles à 0,5% et 99,5% correspondant aux lois des taux de rachat Best estimate

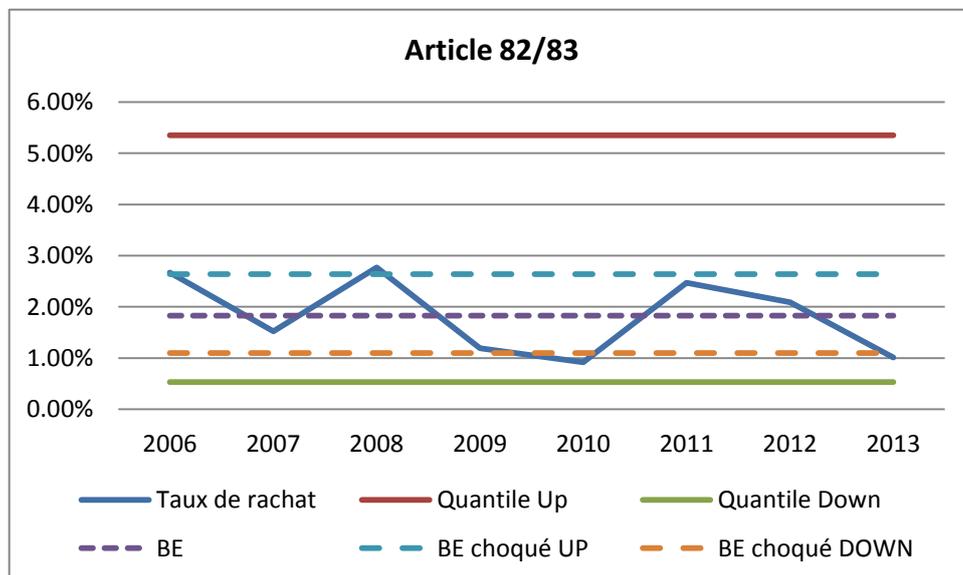


Figure 34 - Contrôle de cohérence des résultats - Article 82/83

On voit bien que pour ce type de produit, notre modèle semble être adapté. Les taux de rachat se situent toujours dans l'intervalle de confiance précédemment déterminé.

Les résultats pour les autres catégories de produits sont présentés en annexe.

III.2 FONCTION GESTION DES RISQUES ET POLITIQUE DE CHANGEMENT DE MODELE

Le pilier 2 de la directive Solvabilité II définit les exigences qualitatives comme un système de gouvernance et de management des risques. Les entreprises d'assurance doivent ainsi mettre en place un système de gouvernance efficace qui garantisse une gestion saine et prudente de l'activité. La fonction de gestion des risques ou Risk management est défini dans l'article 44 de la directive. Les entreprises d'assurance doivent adopter la démarche ERM (Enterprise Risk Management) afin qu'elles soient en mesure par elles-mêmes de calculer et de maîtriser leurs risques. Ce processus vise à assurer que le niveau de risque pris soit réfléchi et maîtrisé.

Il comporte les éléments suivants :

- L'identification et suivi des risques
- L'évaluation des risques
- La définition de la stratégie par rapport aux risques : réassurance et autres techniques d'atténuation du risque

Le système de gouvernance comprend quatre fonctions clés : la fonction de gestion des risques, la fonction de vérification de la conformité, la fonction d'audit interne et la fonction actuarielle. Toutes les sociétés d'assurance doivent mettre en place un dispositif de maîtrise des risques et de contrôle comprenant ces fonctions-clés.

Dans le cadre qui nous intéresse particulièrement, lorsque l'entreprise utilise un modèle interne complet ou partiel, **la fonction de gestion des risques a pour mission de concevoir et mettre en place le modèle interne, mais aussi de le tester et le valider.** Le modèle interne doit pouvoir être ensuite approuvé par le superviseur. La fonction de gestion des risques doit alors fournir au superviseur une documentation complète de manière à prouver que les exigences de la Directive Solvabilité II sont bien respectées.

Pour que le modèle interne soit validé par le superviseur, il est important en particulier de pouvoir démontrer que le modèle est approprié en interne par les instances de décision, qu'il est compris et effectivement utilisé. Les méthodes de calcul utilisées par le modèle doivent être adéquates et fondées sur des hypothèses crédibles. L'entreprise doit pouvoir expliquer les écarts éventuels entre les hypothèses sous-jacentes du modèle et celles de la formule standard. Le modèle doit bien entendu couvrir tous les risques auxquels l'entreprise est exposée.

Une gouvernance doit être mise en place pour valider les hypothèses et méthodes du modèle interne. Les changements de méthodes et d'hypothèses envisagés doivent faire l'objet d'une validation appropriée selon la nature et l'importance du changement

Plusieurs niveaux de changements de modèle sont définis :

- Changement « majeurs »
- Changement « mineurs »

Quelle que soit la nature du changement, le Risk Management le fait valider par le Comité opérationnel des hypothèses approprié puis le propose au groupe pour validation du Comité de pilotage Solvabilité II.

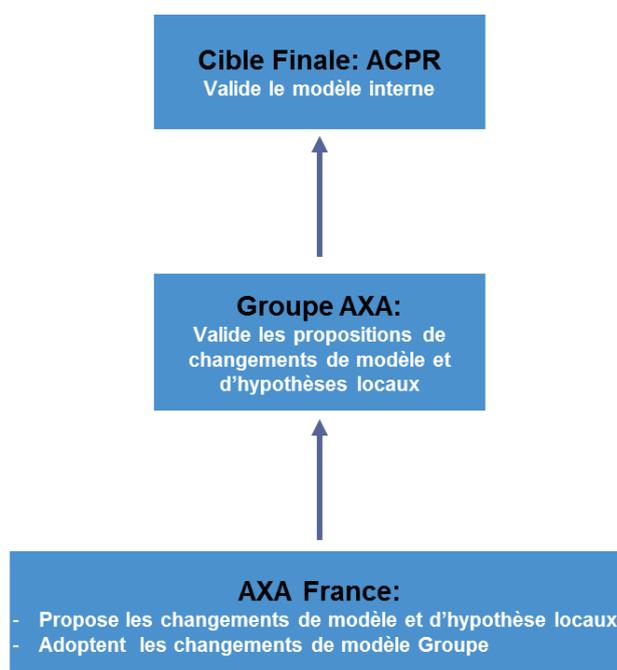


Figure 35 - Gouvernance du modèle interne Axa France Vie

Les différents comités opérationnels ont pour objectifs principaux de valider les ajustements de modèle locaux et les hypothèses et d'étudier les impacts sur AXA France des changements de modèle proposés.

A ce jour, notre calibrage a été validé par le comité opérationnel des hypothèses vie collective et sera présenté en Comité de pilotage au sein d'Axa Groupe.

Suite aux calculs d'impact déterminés précédemment, on obtient donc les résultats suivants :

Impacts basés sur: <i>Chiffres 4ème trimestre 2013</i>	Pourcentages de variation (en %)
Sur le STEC Vie	0,72 %
Sur le STEC Global	0,15 %
Sur le ratio de Solvabilité II	- 0,27 %
Sur la MVM	1,36 %

Le changement de modèle proposé concernant le calibrage du choc rachat sur le périmètre de la retraite collective est donc classifié en «**Mineur**».

CONCLUSION

Le comportement de rachat en retraite collective est complexe et peu étudié. Dans le modèle interne, il existe plusieurs sous modules le faisant intervenir : le rachat à la hausse, le rachat à la baisse, le rachat massif et le module autres comportements clients.

L'objectif de ce mémoire était donc de calibrer des chocs sur les sous modules rachat à la hausse et rachat à la baisse, spécifiques au portefeuille de retraite collective, et servant ainsi au calcul du capital réglementaire requis.

Après avoir étudié ce portefeuille, un constat se fait automatiquement : les contrats dont les fonds sont non individualisés (article 39 par exemple) ont un comportement très différent des contrats individualisés du type article 83.

Cette granularité du portefeuille impacte en un sens le rachat : les montants des prestations sont beaucoup plus importants sur les contrats articles 39, les IFC ou les préretraites, et ces événements sont beaucoup plus rares. Il existe donc une forte volatilité dans ces montants, ne pouvant être captée par une simple approche paramétrique.

Ces phénomènes à queue épaisse sont souvent observés en IARD, et une des solutions pour capter ces événements est de faire la distinction entre les phénomènes rares et les phénomènes attritionnels, et de proposer une modélisation spécifique à chacun d'eux.

C'est donc cette idée que nous avons essayé d'appliquer à notre cas, en distinguant :

- Les rachats dont le montant est supérieur à 5 millions d'euros, appelés rachats atypiques
- Les rachats dont le montant est inférieur, appelés rachat attritionnel

Une fois cette distinction faite, nous proposons alors un calibrage pour la partie attritionnelle, basé sur l'ajustement de nos chroniques de données à une loi paramétrique, et une approche fréquence-coût, inspirée des techniques IARD, pour la partie atypique.

La loi paramétrique permet alors de déterminer les chocs associés, en déterminant les quantiles extrêmes associés à ces lois tandis que l'approche IARD, plus complexe, permet de déterminer les niveaux de chocs grâce à des simulations stochastiques.

En considérant que le risque de rachat admet deux principales composantes, deux types de chocs ont donc été déterminés. Le choc erreur d'estimation permet de capter le risque d'écart entre l'estimateur de X (variable aléatoire représentant les taux de rachat) et sa vraie valeur, tandis que le choc erreur de processus capture le risque de tendance et le risque de niveau qui sont les risques d'évolution dans le temps de la valeur théorique de X .

Les résultats des chocs obtenus pour la partie erreur d'estimation sont bien plus importants que ceux attribués à l'erreur de processus. En effet, l'erreur d'estimation est bien plus conséquente dû à un calibrage sur une chronique de données très faible. Bien que des tests d'adéquation aux lois paramétriques soient effectués, huit années d'historique ne semblent pas préconisées pour pouvoir ajuster une loi de façon optimale.

Pour faire face à cet écueil, nous utilisons alors les techniques du bootstrap non paramétrique, qui permettent de calculer des estimateurs tels que la moyenne (variable qui nous concerne ici), sans pour autant faire d'hypothèses de loi. Les résultats obtenus par ces techniques viennent appuyer les hypothèses de lois sous-jacentes et confirmer la valeur des résultats précédents.

Les deux composantes sont supposés indépendantes dans l'agrégation qui donne les chocs globaux. Ceux-ci seront appliqués au taux de rachat *best estimate*, correspondant à la meilleure

estimation probable du taux de rachat et calculé comme étant la moyenne des taux de rachat sur les années observées.

Les résultats obtenus par cette étude nous fournissent des chocs relativement proches de ceux déjà proposés par le groupe, à savoir 45%.

La différence principale porte sur les contrats article 39, IFC et préretraite, qui présentent des chocs à la hausse supérieurs à 100%. En effet, la volatilité liée à ces types de contrats est captée par ce choc et cette valeur nous permet d'appréhender au mieux le risque de rachat associé.

Enfin, le contrat X présente des chocs élevés mais le taux de rachat best estimate associé étant infime ces valeurs restent appropriées.

Produit	Choc Global Arrondi	
	UP	DOWN
Article 82/83	44%	-40%
RVD	40%	-40%
CONTRAT X	84%	-68%
Article 39/IFC/Préretraite	143 %	-56%

Une gouvernance a été définie concernant les conditions qui conduiront à la réalisation d'un nouveau calibrage. Celui-ci doit pouvoir être refait tous les 5 ans, en analysant toutefois chaque année la pertinence de celui-ci.

Dans le cas d'événements susceptibles de modifier de manière conséquente les résultats de calibrage (nouvelle législation, évolution des modèles de projection...), ou bien si les nouveaux taux de rachat annuels à rajouter à la chronique sortent de l'intervalle de confiance à 95% prédéfini, le calibrage sera remis en question.

Quelles évolutions possibles pourraient être définies dans ce cas ?

- Etude de la loi des taux de rachat partiel :
Par simplification, le taux de rachat utilisé dans le modèle fréquence-coût est supposé être de 100% dans le scénario choqué. En réalité, ce taux peut prendre n'importe quelle valeur entre 0 et 100%. Une évolution de notre approche pourrait introduire une simulation de cette distribution.
- Interaction entre les rachats étudiés et le rachat massif :
Le risque de rachat massif n'est pas traité dans ce mémoire et le calibrage local n'est pas encore défini. Le choc associé à ce type de rachat est appliqué seulement la première année et correspond à un mouvement de panique des assurés, entraînant de fortes vagues de rachats. Comment définir un rachat massif en retraite collective ? Y a-t-il des interactions entre ces rachats et les rachats à la hausse et à la baisse ? Ces phénomènes pourront donc être étudiés plus en détail.
- Choc sur les rachats dynamiques :
Actuellement, seuls les rachats structurels entrent dans le périmètre de notre étude. Un calibrage spécifique aux rachats dynamiques pourrait alors être mis en place.

BIBLIOGRAPHIE ET SITOGRAPHIE

Articles, revues, mémoires :

- BOYER CHAMMARD R., [2008], *Processus de surveillance et de majoration des contrats flottes d'entreprise d'AXA France*, Mémoire, Université Paris Dauphine
- DRAGIEVA N., [2008], *CONSTRUCTION D'UN INTERVALLE DE CONFIANCE PAR LA MÉTHODE BOOTSTRAP ET TEST DE PERMUTATION*, Mémoire, Université du Québec - Montréal
- TAGNE WAMBO R., [2009], *Allocation optimale d'actifs d'un régime de retraite en intégrant la participation aux bénéficiaires*, Mémoire, ISFA
- TRAN T., [2010], *Modèle interne de Solvabilité 2 d'AXA basé sur l'EEV appliqué à la retraite collective et modélisation du risque de longévité*, Mémoire, FSEG Strasbourg
- PLANCHET F., [2010], *Un outil au cœur de Solvabilité 2*, Banque et Stratégie, n°182 juin 2010, 16-19
- CEIOPS, [2010], *QIS5 Calibration Paper*
- ACPR, [2011], *La conférence de l'ACP*,
- RAKOTOMALALA R., [2011], *Test de normalité - Techniques empiriques et tests statistiques*, Université Lumière Lyon 2
- DJENGUE M., [2011], *Modélisation et rentabilité d'un produit d'épargne retraite collective*, Mémoire, Université Paris Dauphine
- MILHAUD X., [2011], *Segmentation et modélisation des comportements de rachat en Assurance Vie*, Mémoire, ISFA
- FFSA, [2012], *Solvabilité 2 - 5 questions pour comprendre la réforme et ses enjeux*
- ROBERT G., [2012], *Solvabilité 2 - La mise en œuvre opérationnelle du dispositif*, Optimind
- COR, [2013], *Les grands principes du système français, Retraites : douze fiches pour l'information et le débat*, Fiche 1, 1-2
- TASSIN E., [2014], *Modèle interne vs Modèle standard*, Fixage

Documents internes :

- [2010], *Solvency 2 en retraite collectives*
- [2011], *Lapse risk - Group methodology for local calibrations*
- [2011], *STEC Q4 2010 Plénière CDG Vie*
- [2011], *GIE Axa Standard formula Workstream 1 - Analysis of the Standard Formula requirements*
- [2012], *Model Moses-Passif-retraite-Specifications_techniques_v2*
- *P_GMS_S1_M_Atypical Losses Modelling*
- [2012], *Solvabilité 2, Ecole de la Finance*
- [2012], *Life insurance risks, STEC Approach*
- [2012], *Calibration du choc lapse épargne individuelle Axa France*

Sites consultés :

- www.ressources-actuarielle.net
- www.ceiops.org
- www.ffsa.fr

TABLES DES ILLUSTRATIONS

Figure 1 - Le système de retraite français.....	24
Figure 2 - Fonctionnement d'un régime à cotisations définies.....	28
Figure 3 - Fonctionnement d'un régime à prestations définies.....	29
Figure 4 - Place d'AXA sur le marché de la retraite.....	30
Figure 5 - Mécanisme de fonctionnement des articles 39.....	33
Figure 6 - Mécanisme de fonctionnement des IFC.....	36
Figure 7 - Chronologie de mise en place de la réforme Solvabilité 2.....	42
Figure 8 - Exigence de Fonds Propres sous Solvabilité II.....	43
Figure 9 - Représentation du bilan Solvabilité II.....	46
Figure 10 - Structure modulaire du SCR.....	49
Figure 11 - Impact d'un choc sur le bilan économique.....	50
Figure 12 - Représentation de la loi des pertes.....	56
Figure 13 - Bilan prudentiel.....	57
Figure 14 - Décomposition de l'EEV.....	57
Figure 15 - Impact d'un choc sur le bilan économique.....	58
Figure 16 - Structure modulaire du STEC.....	59
Figure 17 - Montant des PM par produit.....	66
Figure 18 - Montant des rachats par produit.....	67
Figure 20 – Le rachat dans la structure modulaire du STEC Life.....	69
Figure 20 - Chronique des taux de rachats depuis 2006.....	70
Figure 21 - Séparation des produits up et down.....	72
Figure 22 - Répartition des montants de rachats par produits - Décembre 2013.....	73
Figure 23 - Montant des rachats sur les contrats articles 39, IFC et préretraites depuis 2009.....	74
Figure 24 - Méthode du bootstrap non paramétrique.....	79
Figure 25 - Convergence de la méthode Bootstrap.....	80
Figure 26 - Comparaison des distributions empiriques et théoriques pour les articles 82 et 83.....	82
Figure 27 - Diagramme Q-Q de comparaison de la distribution des art. 82/83.....	82
Figure 29 - Comparaison des fonctions de répartition théorique et empirique : loi de poisson.....	87
Figure 29 - Comparaison des ajustements en fonction du seuil des graves.....	87
Figure 30 - Convergence du taux de rachat Best Estimate.....	88
Figure 31 - Distribution de la loi des quantiles - Article 82/83.....	91
Figure 32 - Chronique des taux de rachat avec ajout du point extrême - Article 82/83.....	92
Figure 33 - Calcul de la MVM.....	98
Figure 34 - Contrôle de cohérence des résultats - Article 82/83.....	100
Figure 36 - Gouvernance du modèle interne Axa France Vie.....	102

ANNEXES

ANNEXE 1 :

REFERENTIEL D'ANALYSE DU MODELE INTERNE

Critères techniques	
1	Le périmètre et la structure du modèle sont pertinents (art. 112)
2	L'évaluation du bilan à un an pour le calcul du SCR MI est adéquate (art. 121)
3	Les facteurs de risques utilisés dans le MI sont appropriés (art. 121)
4	La structure d'agrégation reflète justement la diversification des risques (art. 121)
5	Dans le cas d'un MIP, les résultats du MI sont correctement intégrés dans la formule standard (art. 113)
6	Les techniques de réduction du risque sont identifiées et correctement mesurées (art. 121)
7	La mesure du risque utilisée dans le MI est calibrée conformément à la définition officielle (art. 122)
8	Le reporting MI reflète correctement le profil de risque
Critères qualitatifs	
9	La gouvernance du dispositif MI est de qualité (art. 41)
10	La validation du MI permet d'en garantir la qualité statistique (art. 124)
11	Le contrôle interne couvre le dispositif MI (art. 116)
12	Le suivi des résultats confirme les résultats du modèle (art. 123)
13	Le MI est largement utilisé à des fins opérationnelles (art. 120)
14	La politique de changement de modèle est rigoureuse (art. 115)
15	La qualité du système d'information du modèle interne est satisfaisante
16	La documentation du modèle est de bonne qualité (art. 125)

ANNEXE 2 : HISTOGRAMMES ET QQ-PLOT

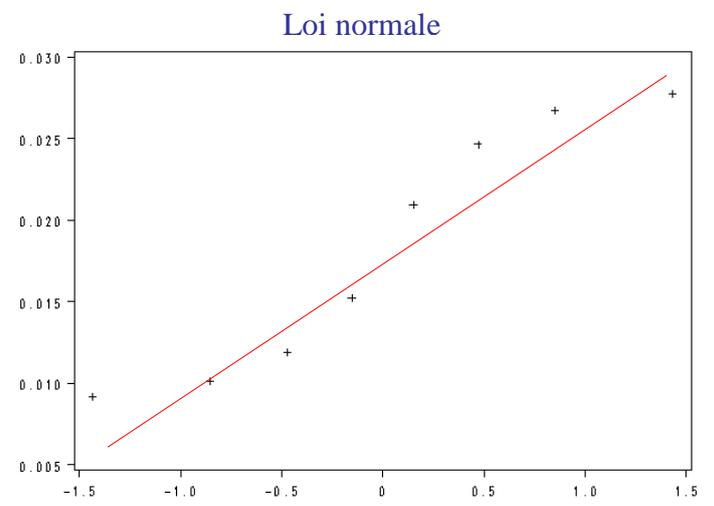
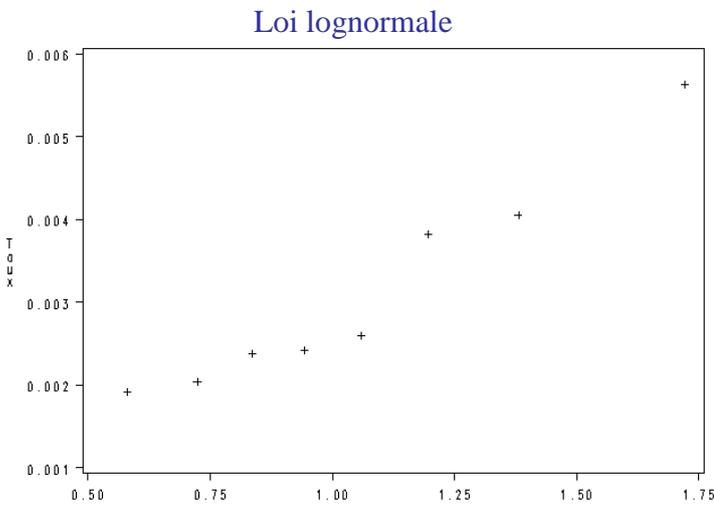
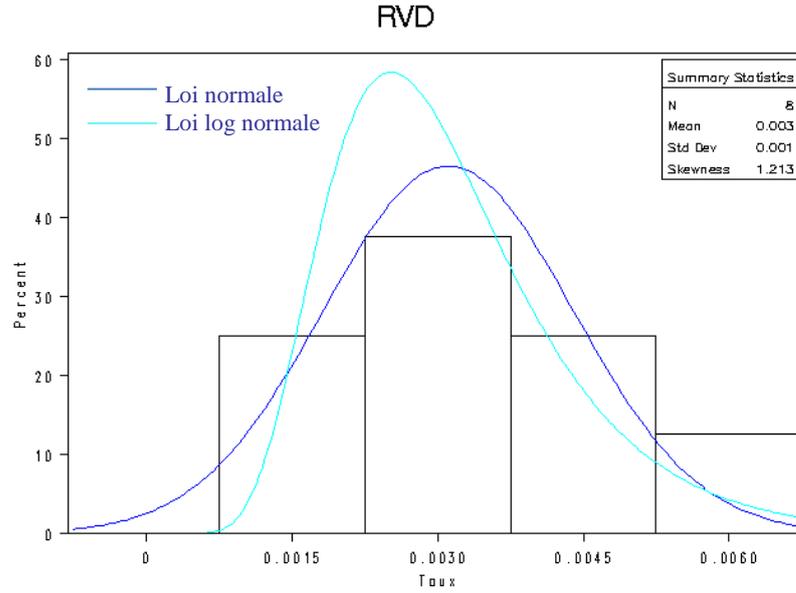
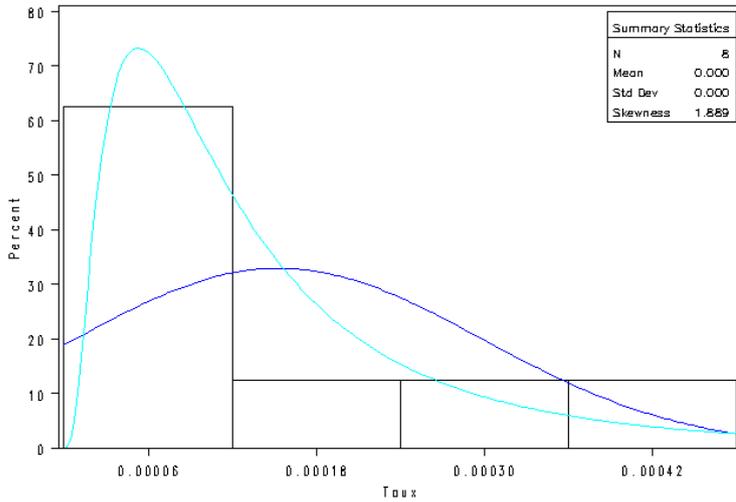


Diagramme Q-Q et histogramme de comparaison de la distribution des RVD

ANNEXE 2 (SUITE) : HISTOGRAMMES ET QQ-PLOT



Loi lognormale

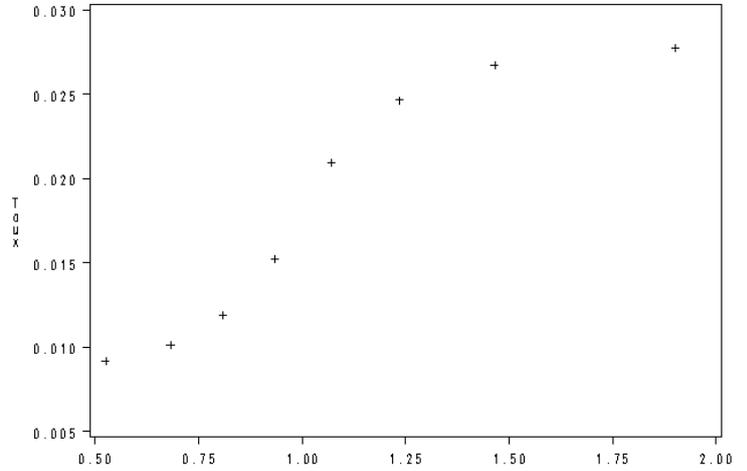
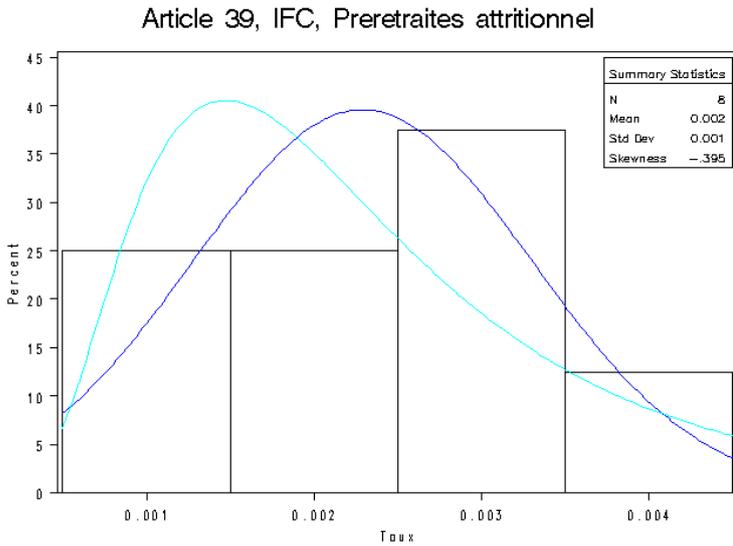


Diagramme Q-Q et histogramme de comparaison de la distribution du contrat X



Loi normale

Article 39, IFC, Preretraites attritionnel

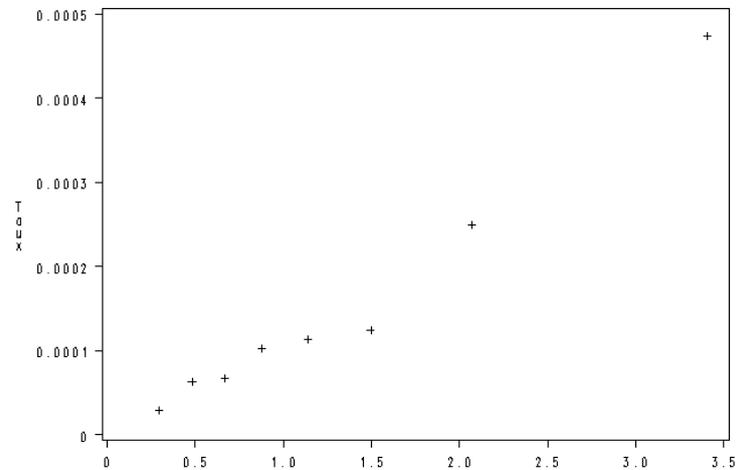


Diagramme Q-Q et histogramme de comparaison de la distribution des contrats articles 39, IFC et préretraites
(Partie attritionnelle)

ANNEXE 3 :

TIRAGE ALEATOIRE SANS REMISE DES MONTANTS DE PM (VBA)

```
Sub tirageLoiEmpirique(r1 As Range, n As Double, r2 As Range, r3 As Range)
```

```
Dim a(1 To 80) As Variant
```

```
Dim test As Boolean
```

```
Dim frequence(0 To 19) As Variant
```

```
Dim montant(0 To 19) As Variant
```

```
Dim sommeintermediaire As Integer
```

```
sommeintermediaire = 0
```

```
'tirage aleatoire d'un indice correspondant à un montant PM
```

```
a(1) = r1.Cells(Int(r1.Rows.Count * Rnd + 1))
```

```
For k = 2 To n
```

```
test = False
```

```
While test = False
```

```
test = True
```

```
a(k) = r1.Cells(Int(r1.Rows.Count * Rnd + 1), 1) 'on tire tant que les montants sont différents
```

```
For l = 1 To k - 1
```

```
test = (test And a(k) <> a(l))
```

```
Next l
```

```
Wend
```

```
Next k
```

```
'on a tiré notre vecteur a de montant aléatoirement et sans remise de taille n= somme des tirages  
aléatoire de poisson
```

```
'on remplit ensuite les montants rachetés par année dans le vecteur montant, en se servant du  
vecteur fréquence
```

```
For i = 0 To 19
```

```
frequence(i) = r2.Offset(0, i)
```

```
montant(i) = 0
```

```
For j = 1 To frequence(i)
```

```
montant(i) = montant(i) + a(j + sommeintermediaire)
```

```
Next j
```

```
r3.Offset(0, i) = montant(i)
```

```
sommeintermediaire = sommeintermediaire + frequence(i)
```

```
Next i
```

```
End Sub
```

```
Sub test()
```

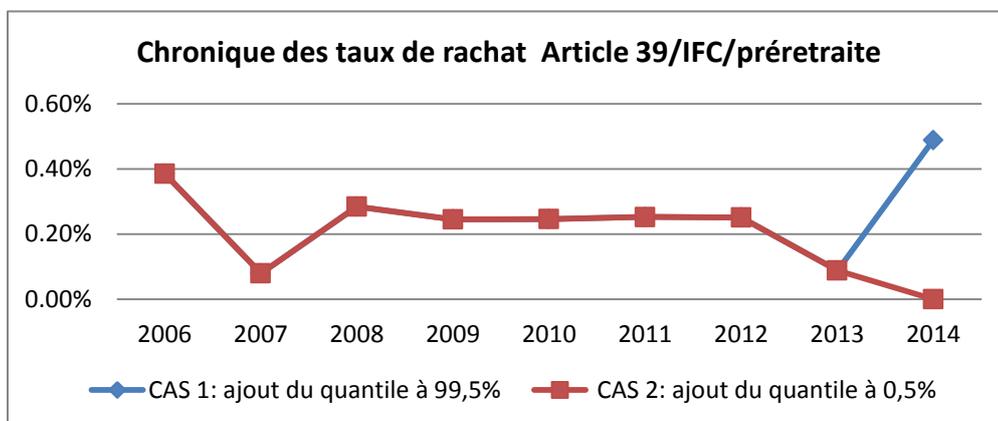
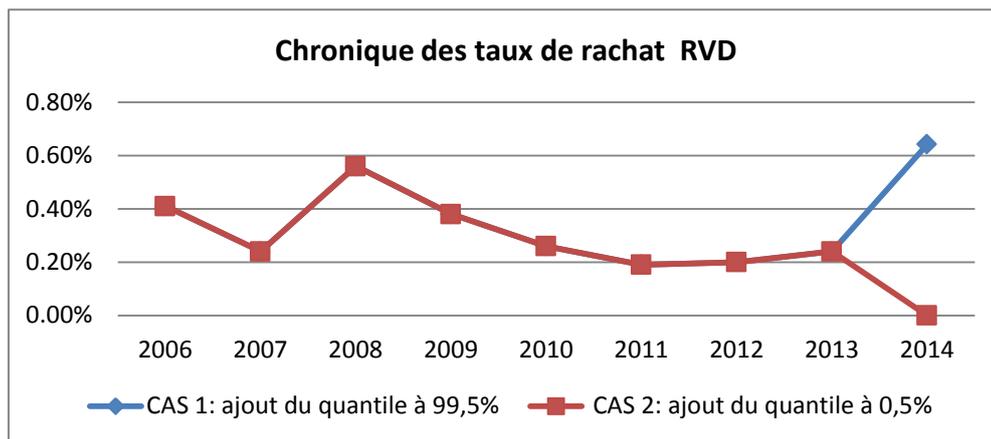
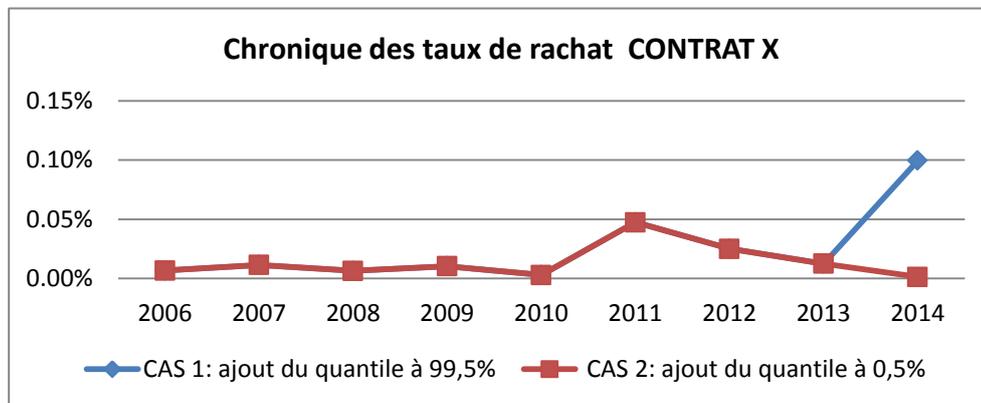
```
For w = 2 To 20000
```

```
Call tirageLoiEmpirique([Feuil1!B2:B137], Range("V" & w), Range("B" & w),  
Range("Y"& w))
```

```
Next w
```

```
End Sub
```

ANNEXE 4 : CHRONIQUE DES TAUX DE RACHAT POUR LE CALCUL DE L'ERREUR DE PROCESSUS



ANNEXE 5 : BACK TESTING - INTERVALLES DE CONFIANCE

