

ASSURANCE DE PORTEFEUILLE PAR LA METHODE DU COUSSIN

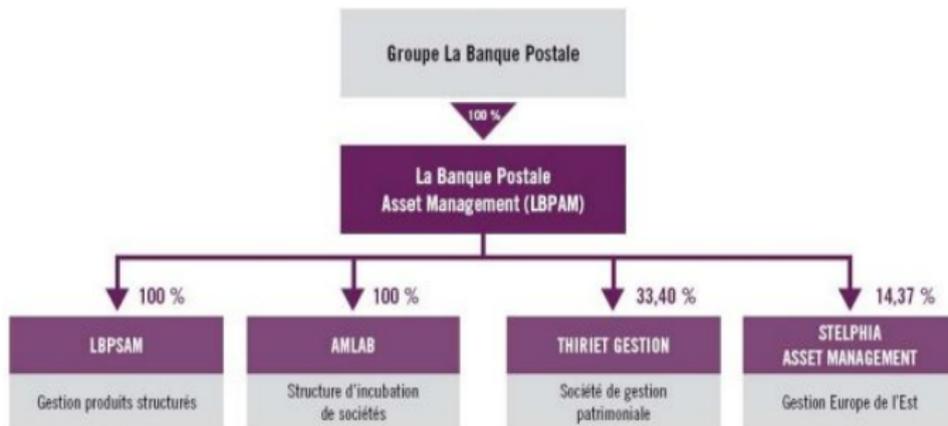
PHAM THI HONG THAM

NEU - ISFA

09-2011

L'environnement du stage

- Nom de l'entreprise : LBPSAM - La Banque Postale Structured Asset Management.
- Durée du stage : 4 mois, du 1 juillet au 31 octobre 2010.



L'environnement du stage

- LBPSAM - missions : assurer la gestion, la conception et le montage des fonds structurés de La Banque Postale.
- LBPSAM - organisation : 3 pôles de métiers
 - Pôle structuration et développement technologique : apporter des solutions réalistes aux besoins des clients.
 - Pôle gestion et développement commercial : gérer des fonds.
 - Pôle contrôle des risques : gérer les risques inhérents aux montages et à la gestion de fonds à formule.

Mon stage - pôle structuration et développement technologique - développer la gestion CPPI dans le cadre de fonds de fonds.

Introduction

- Pour la protection du capital des investisseurs :
 - garantir le capital à un horizon de placement donné.
 - offrir une participation à la performance d'un marché risqué,
- Techniques de type assurance de portefeuille :
 - la gestion OBPI, Option Based Portfolio Insurance - Leland & Rubins (1976).
 - la gestion CPPI, Constant Proportion Portfolio Insurance - Perold (1986) - Black & Jones (1987).

Contenu

1 THEORIE

- Description de la gestion CPPI
- Propriétés de gestion CPPI
- Risques affectant la gestion CPPI
- Evaluation du risque de Gap dans la gestion CPPI

2 PRATIQUES

- Analyse de la performance du Fonds CPPI à l'aide des simulations stochastiques
- Exemple numérique

Contenu

1 THEORIE

- Description de la gestion CPPI
- Propriétés de gestion CPPI
- Risques affectant la gestion CPPI
- Evaluation du risque de Gap dans la gestion CPPI

2 PRATIQUES

- Analyse de la performance du Fonds CPPI à l'aide des simulations stochastiques
- Exemple numérique

Objectif et principe

- **Objectif** : se prémunir contre une perte en capital
- **Principe** : allouer une partie du capital, investie dans des actifs risqués et l'autre partie dans des des actifs non risqués tel que la VL du fonds soit toujours au-dessus d'un niveau espéré.

Éléments de structuration

- **La nature de l'assurance recherchée**
 - La **garantie** du capital à recevoir à l'échéance : G
 - **Plancher** : $P_t = Ge^{-r(T-t)}$
 - **Coussin** : $C_t = V_t - P_t$
- **La nature des actifs risqués à laquelle on recherche une exposition**
 - **Multiple** : m , constant choisi au départ
 - Actifs risqués : $E_t = m \times C_t$
 - Actifs non risqués : $M_t = V_t - E_t$

Éléments de structuration

- **Rebalancement** : Achat / vente des actifs risqués ou non risqués tous les périodes pour que :

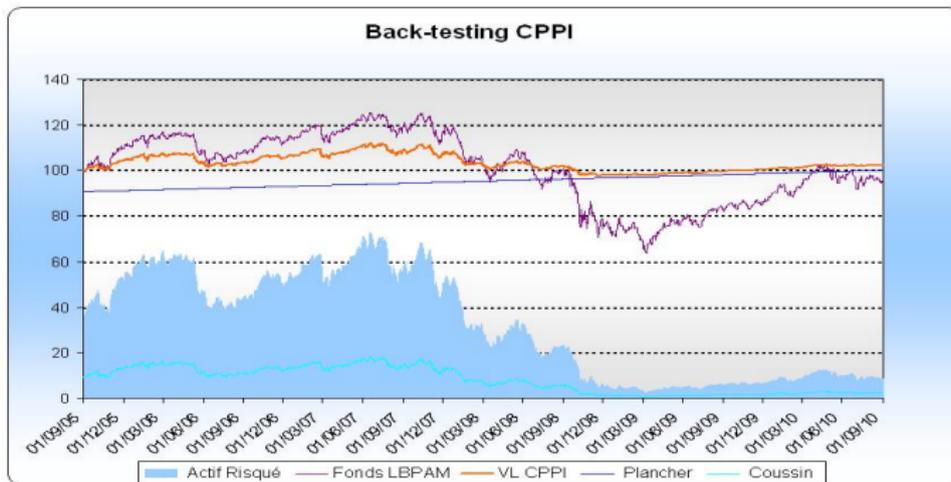
$$E_t = m \times C_t$$

Le multiple m est choisi comme l'inverse de la perte maximale de l'actif risqué sur une période de rebalancement.

- **Monétarisation** : la totalité des actifs placés dans des actifs non risqués.

Back-testing

Actif risqué : fonds LBPAM actions monde ; $T = 5$ ans ; $r = 2\%$;
 $m = 4$; $G = V_0$; re-balancements quotidiens.



Expression théorique de la gestion CPPI

- Actif non risqué B évolue selon : $dB_t = B_t r dt$
- Actif risqué S : $dS_t = S_t[\mu dt + \sigma dW_t]$, W un mouvement brownien standard.
- Plancher P_t : $dP_t = P_t r dt$ et $P_0 = e^{-rT} G$
- Valeur du coussin : $C_t = C_0 \left(\frac{S_t}{S_0}\right)^m \exp \left[(1 - m) \left(r + \frac{m\sigma^2}{2} \right) t \right]$
- Valeur du fonds :

$$V_t = P_t + C_t = P_t + C_0 \left(\frac{S_t}{S_0}\right)^m \exp \left[(1 - m) \left(r + \frac{m\sigma^2}{2} \right) t \right]$$

Propriétés de gestion CPPI

- Sur le plan théorique, la valeur du Fonds CPPI ne peut descendre en dessous de son plancher.
- L'achat de l'actif risqué lorsque le marché monte, vente lorsqu'il baisse.
- La performance du Fonds CPPI est une fonction convexe de celle l'actif risqué et est dépendante du chemin parcouru par l'actif risqué.
- La baisse des taux, la baisse de l'actif risqué, et la hausse de la volatilité ont un effet négatif sur la performance du fonds CPPI.
- Il y a comme une désactivation de l'effet de levier lorsque la valeur du Fonds atteint le plancher.

Propriétés de gestion CPPI

- Impact du multiple :
 - Plus m est élevé, plus l'effet de levier est important en cas de hausse du marché et plus le fonds CPPI est monétarisé rapidement si les marchés chutent, et si la volatilité augmente.
 - La vitesse et l'accélération de déformation du coussin augmente avec m .
 - Plus m est faible, plus la fréquence de rebalancement devient importante.

Risques affectant la gestion CPPI

- **Risque de Gap** : la valeur du fonds dépasse le plancher, suite à une chute brutale des cours de l'actif risqué sans que le gérant puisse réagir.
- **Risque de monétarisation** : le niveau d'exposition à l'actif risqué réduit à zéro et la totalité des actifs placés dans des actifs non risqués.

Risques affectant la gestion CPPI

- Risque de marché
 - Risque de taux
 - Risque de volatilité de l'actif risqué
 - Risque de liquidité
 - Risque de défaut de l'émetteur
- Risque de modèle
- Risque de discontinuité
- Risque opérationnel

Couverture des risques

- Soit de se réassurer auprès d'un assureur financier en achetant une option de Gap. Cette option de Gap rembourse tout écart négatif entre la VL du Fonds à l'échéance et la garantie.
- Soit de s'auto-assurer : modifier le multiple, le plancher, ou le profil de risque de l'actif risqué.

Modèle

- Actif risqué :

$$\frac{dS_t}{S_{t-}} = dZ_t$$

où Z est un processus de Lévy.

- Actif non risqué :

$$\frac{dB_t}{B_{t-}} = r dt$$

- $\tau = \inf\{t : V_t \leq P_t\}$

$\implies \mathbb{E}[-C_T^* \mathbb{1}_{\tau \leq T}]$: la perte potentielle (ou risque de Gap).

Mesure du risque de Gap : le cas du modèle de Kou

$$S_t^* = S_0^* e^{X_t}$$

$$X_t = \gamma t + \sigma W_t + \sum_{k=1}^{N_t} Z_k$$

W_t un mouvement brownien, N_t un processus de Poisson d'intensité λ et les Z_k sont des variables aléatoires i.i.d. de la loi Double - Exponentielle de la densité f :

$$f(x) = p\eta_+ e^{-x\eta_+} \mathbb{1}_{x>0} + (1-p)\eta_- e^{x\eta_-} \mathbb{1}_{-1<x<0}$$

Mesure du risque de Gap : le cas du modèle de Kou

La perte potentielle conditionnelle :

$$\mathbb{E}[C_T^* | \tau \leq T] = - \frac{(m-1)(1 - e^{-\lambda^* T + \psi(-i)T}) \lambda^*}{(\eta_- + 1)(1 - e^{-\lambda^* T}(\lambda^* - \psi(-i)))}$$

$$\psi(-i) =$$

$$m \left(\gamma + \frac{\sigma^2}{2} \right) + \frac{c_+ m}{\eta_+ - 1} - \frac{c_- m}{\eta_- + 1} - \frac{c_- \eta_- m (1 - 1/m)^{\eta_- + 1}}{\eta_- + 1} + c_- m ((1 - 1/m)^{\eta_-})$$

$$\lambda^* = c_- \left(1 - \frac{1}{m}\right)^{\eta_-}, \quad c_+ = \lambda p \text{ et } c_- = \lambda(1 - p)$$

Contenu

1 THEORIE

- Description de la gestion CPPI
- Propriétés de gestion CPPI
- Risques affectant la gestion CPPI
- Evaluation du risque de Gap dans la gestion CPPI

2 PRATIQUES

- Analyse de la performance du Fonds CPPI à l'aide des simulations stochastiques
- Exemple numérique

Paramètres de structure

- Le prix du sous-jacent S_t :

$$\frac{dS_t}{S_t} = \mu dt + \sigma dW_t$$

- Le capital garanti est 100 % de la Valeur initiale du Fonds.
- Le multiple $m = 5$.
- L'actif non risqué : le zéro-coupon de taux constant 2%.
- Le re-balancement quotidien.

Paramètres de structure

- La performance à l'échéance du Fonds :

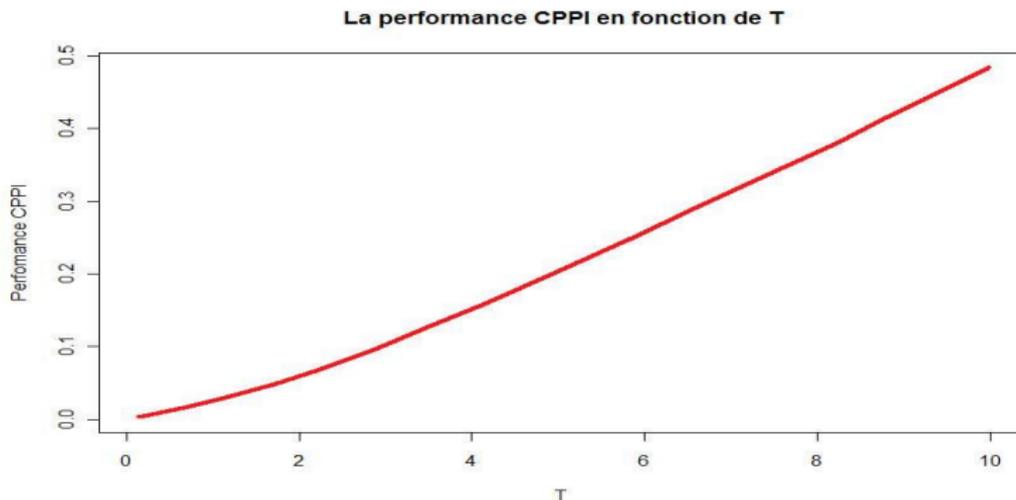
$$j(T) = \ln \left(\frac{V_T}{V_0} \right)$$

- Pour 10 000 simulations du sous-jacent :

$$j(T) = \frac{1}{10000} \sum_{i=1}^{10000} j^i(T)$$

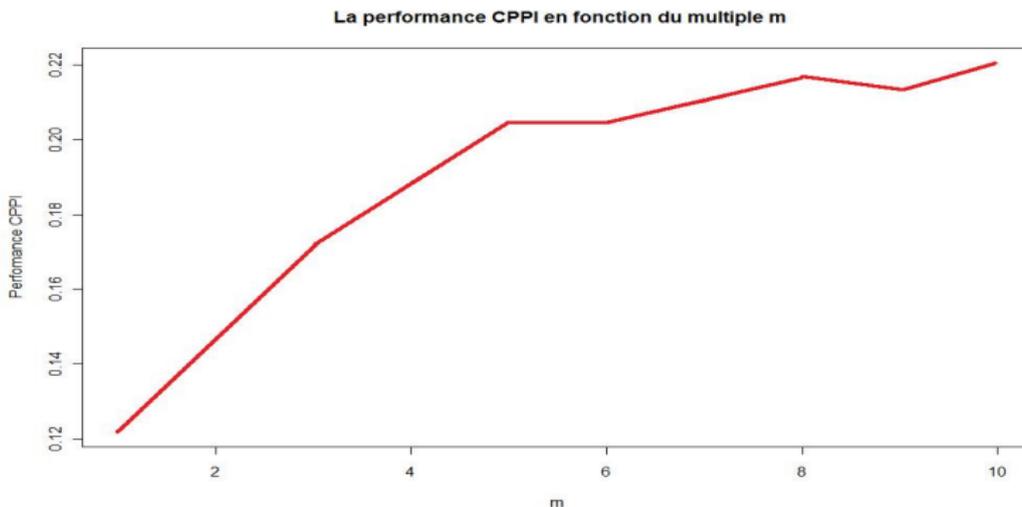
Performance du Fonds CPPI en fonction de la date d'échéance T

$T = 1$ mois, 2 mois, ..., 1 an, 2 ans, ..., 10 ans.



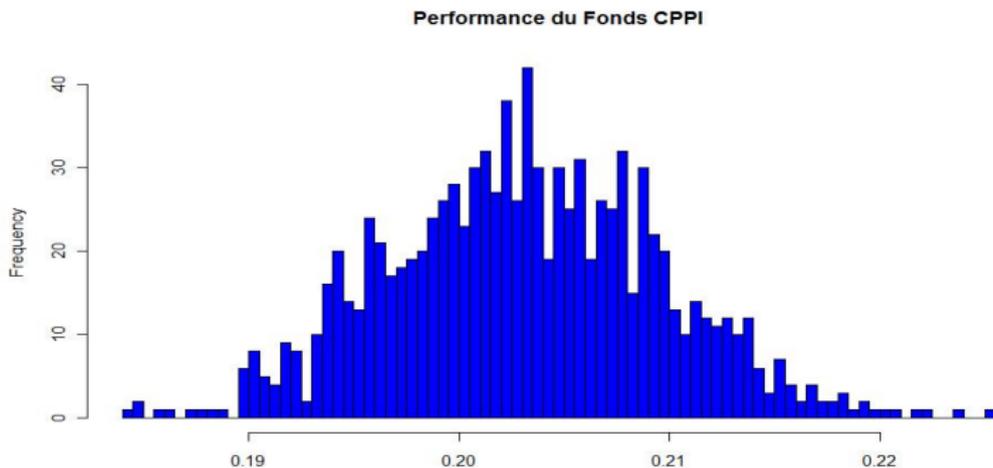
Performance du Fonds CPPI en fonction du multiple m

$T = 5$ ans, $m = 1, \dots, 10$.



Distribution de probabilité de la performance finale du Fonds CPPI

$T = 5$ ans ; $m = 5$; 10 000 simulations $\Rightarrow j(T)$. Effectuer 1000 fois ce schémas pour avoir 1000 valeurs de $j(T)$.



Le TIPP - Time Invariant Portfolio Protection, une variante du CPPI

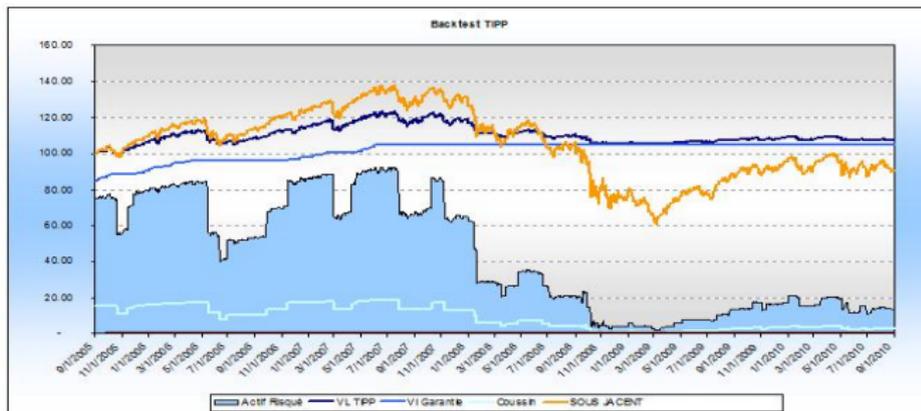
- **Principes :**

- Principe de finance : l'assurance de portefeuille à proportion constante (CPPI)
- Principe de mécanique : relever le plancher en fonction de la performance (la VL garantie = pourcentage de la plus haute VL du fonds).

TIPP sur fonds LBPAM

- Actif risqué : Le fonds se compose de 40% du fonds LBPAM actions Euro, 30% du fonds LBPAM actions monde et 30% du fonds LBPAM actions indice Euro.
- Actif non risqué : Eonia.
- Multiple : $m = 5$
- La valeur garantie G : assurer à tout instant 85% de la plus haute Valeur Liquidative du fonds.
- Tolérance au rebalancement : 5% du multiple.

TIPP sur fonds LBPAM



	Fonds TIPP	Portefeuille d'actifs risqué	Actif non risqué
Rendement flat	7.30%	-9.52%	12.99%
Taux Rendement Actuariel	1.42%	-1.98%	2.47%
Volatilité	5.15%	17.90%	0.06%
Rendement Max	1.66%	9.46%	0.01%
Rendement Min	-2.24%	-7.03%	0.00%

Amélioration

- Contrôle du multiple par la volatilité
- Garantie glissante

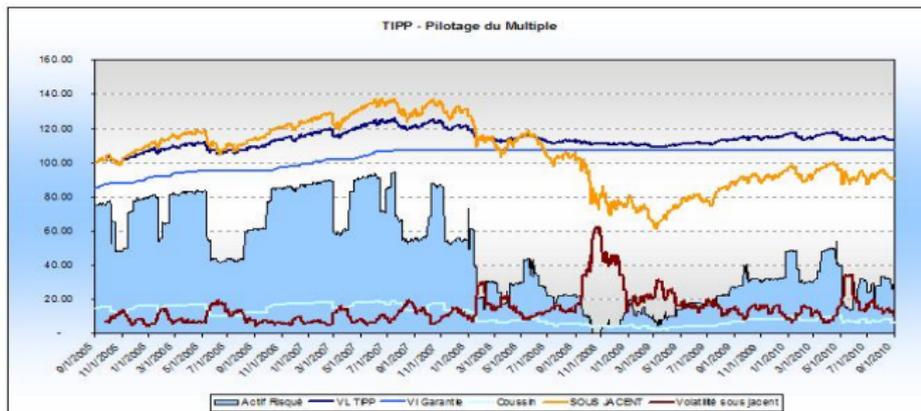
Contrôle du multiple par la volatilité

La valeur du multiple m varie avec la volatilité du sous-jacent :

Volatilité	Multiple
< 10%	5
10% - 20%	4
20% - 30%	3
30% - 40%	2
40% - 50%	1
> 50%	0

- Volatilité $> 50\%$ \Rightarrow choisir $m = 0$ pour ne pas exposer à la chute brutale du marché.
- Volatilité faible = signe de la hausse du marché \Rightarrow augmenter le multiple pour profiter de l'effet de levier.

Contrôle du multiple par la volatilité



	Fonds TIPP	Portfeuille d'actifs risqué	Actif non risqué
Rendement flat	13.19%	-9.52%	12.99%
Taux Rendement Actuariel	2.51%	-1.98%	2.47%
Volatilité	5.06%	17.90%	0.06%
Rendement Max	1.25%	9.46%	0.01%
Rendement Min	-2.24%	-7.03%	0.00%

Garantie glissante

Réinitialiser la garantie pour créer un nouveau coussin. A la date de réinitialisation, au 1er janvier, $G = 85\%VL$.



	Fonds TIPP	Portefeuille d'actifs risqué	Actif non risqué
Rendement flat	3.96%	-9.52%	12.99%
Taux Rendement Actuariel	0.78%	-1.98%	2.47%
Volatilité	7.34%	17.90%	0.06%
Rendement Max	2.71%	9.46%	0.01%
Rendement Min	-3.11%	-7.03%	0.00%

Conclusion

- La gestion à coussin : maintenir une proportion constante d'exposition au risque, d'où son nom.
 - Cousin : permet d'assurer la garantie à l'échéance,
 - Multiple : représente la perte maximale tolérée par le gérant sur l'actif risqué.
- Théoriquement :
 - Propriétés de gestion : le comportement du fonds CPPI pour différents scénarios de marché de l'actif risqué, de taux d'intérêt et du niveau du multiple m .
 - Risques affectant la gestion.
 - Evaluation du risque de Gap.
- Pratiquement :
 - Simulations : études de la performance du fonds.
 - Modifications de la gestion : garantie, multiple.

MERCI DE VOTRE ATTENTION !