# Table des matières

# Introduction

Les contrats d'épargne en euros représentent la partie plus importante des encours des assureurs vie. En effet l'épargne, et spécialement celle en euros, représente un investissement avantageux tant grâce aux avantages fiscaux de l'assurance vie, qu'aux caractéristiques du contrat.

Les contrats d'épargne en euros garantissent aux assurés une performance minimale annuelle du montant de leurs épargnes, qui sont augmentées chaque fin d'année d'une partie des bénéfices financiers. De plus les assurés peuvent racheter leurs contrats d'épargne lorqu'ils le souhaitent, en perdant certains avantages fiscaux si ces rachats se font avant une ancienneté de huit ans.

La nouvelle réforme Solvabilité II a pour objectif principal l'évaluation et la comptabilisation de tous les risques encourus. En effet les règles actuelles ne permettent pas de prendre en compte les règles de management telles que la politique de participation aux bénéfices, la détermination des taux servi, etc... Ces règles sont décidées par l'assureur en fonction de la réalisation des "options" des contrats d'épargne en euros : option de rachat, de rémunération du contrat à un taux minimum ou la participation aux bénéfices.

Le calcul de la provision best estimate représente un des enjeux du projet de directive de Solvabilité II. En effet le calcul des provisions se base sur le principe de la valeur de "transfert". Cette valeur représente le montant que l'assureur recevrait en échange du transfert de ses engagements à un autre assureur. Cette valeur se calcule différemment pour des risques réplicables ou non.
Les risques réplicables sont évalués suivant la logique de couverture des instruments financiers. Cependant, pour les risques qui ne peuvent être répliqués, le calcul est plus compliqué : il est la somme d'un "best estimate" et d'une marge de risque.

Le best estimate se calculant comme une moyenne actualisée des flux futurs, il est nécessaire d'anticiper l'avenir. Le calcul de la provision best estimate doit intégrer les liens entre les rendements des actifs et les règles de décision du passif qui sont déterminés en fonction des données de marché. Ces interactions représentent la principale problématique de cette étude puisqu'il faut anticiper les décisions de l'assureur face au marché.

# Première partie

# Les contrats d'épargne en euros dans le cadre de Solvabilité II

# Chapitre 1

# Le projet Solvabilité II

## 1.1 Contexte de l'étude

Une société d'assurance se doit de faire face à ses engagements envers ses assurés et envers les bénéficiaires de ses contrats : elle se doit donc d'être solvable. Cette problématique était le principal enjeu de la norme Solvabilité I.

La surveillance de la solvabilité des sociétés d'assurance a postériori peut s'avérer imparfaite pour apprécier la capacié future de l'entreprise à faire face à ses engagements. En effet l'assurance s'est construite autour du transfert et de la gestion des risques, qui ne sont pas pris en compte dans la norme Solvabilité I.

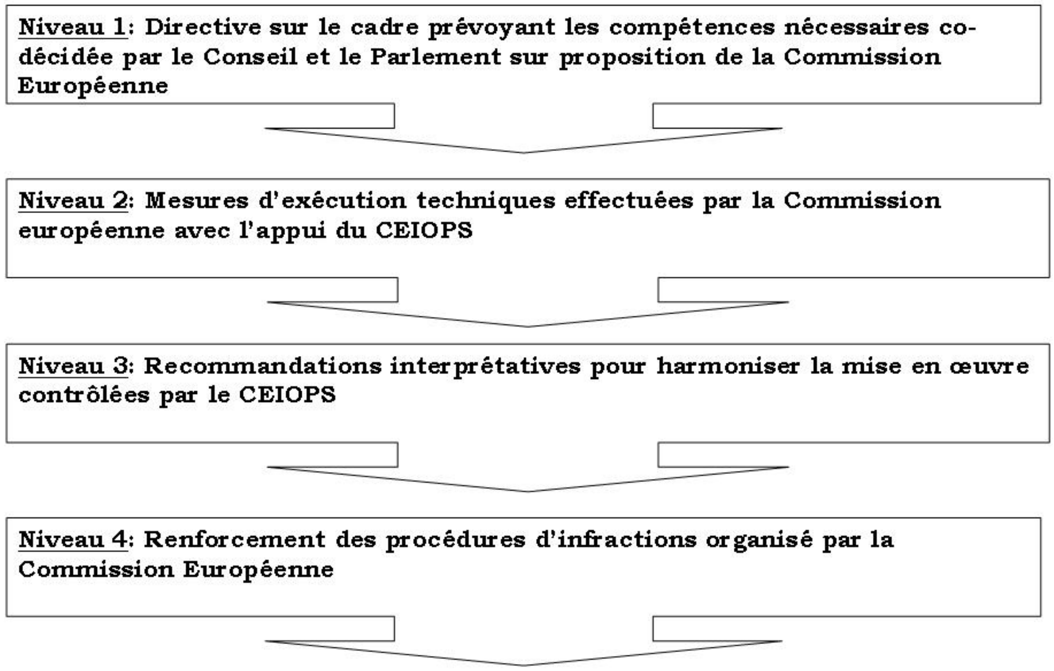
Aujourd'hui, une évaluation réaliste des risques encourus par la société d'assurance est nécessaire dans le but d'obtenir une vision plus appropriée de la situation de la société. Dans cette optique, un nouveau référentiel, Solvabilité II, unique à l'ensemble des pays européens, est en cours d'élaboration. Cette unicité permettra d'harmoniser le système de solvabilité en Europe ce qui n'est pas le cas aujourd'hui.
Les méthodes associées à la mesure du risque dans le projet de directive Solvabilité II sont fondamentalement différentes de celles utilisées actuellement.

En 2004, Le CEIOPS, Commnitte of European Insurance and Occupational Pensions Supervisors, a été créé pour mettre en place les mesures techniques du projet.

Le projet Solvabilité II est scindé en deux phases :
- une première phase de réflexion sur les principes généraux,
- une deuxième phase de mise au point détaillée des méthodes de prise en compte des différents risques.

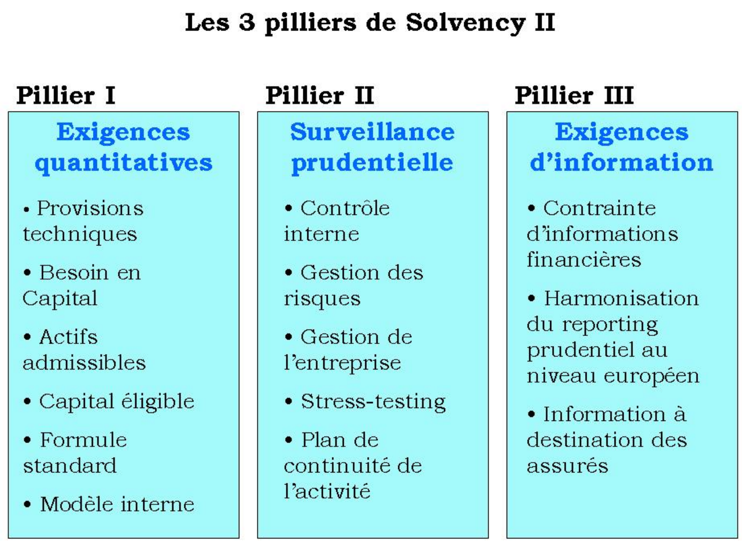
Cette seconde étape doit suivre l'approche Lamfalussy, qui a pour but d'assurer la mise en place d'un cadre réglementaire et prudentiel efficace au niveau de l'union européenne.

L'approche Lamfalussy




Les principes de la réforme Solvabilité II sont exposés de manière exhaustive dans le projet de directive publié en juillet 2007. Ces principes s'articulent autour de trois pilliers :

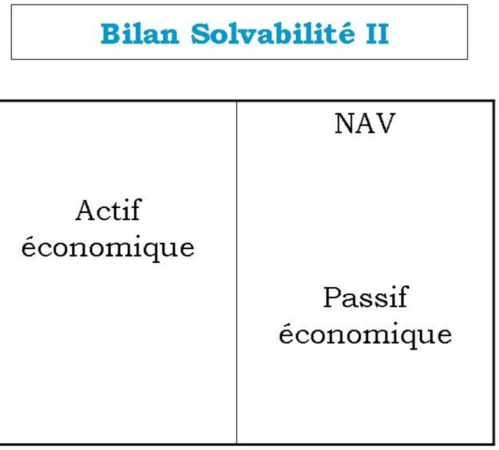
- le premier pillier concerne les ressources financières,
- le second pillier porte sur les règles comptables,
- le troisième donne l'information.




## 1.2 Les répercussions du projet

La mise en place de Solvabilité II est confrontée à un ensemble de contraintes de type économiques, financières et techniques.
En effet, la prise en compte de tous les risques suppose une amélioration des outils utilisés dans les calculs et la création de nouveaux outils. Cependant, les calculs deviennent très vite complexes et difficiles à mettre en oeuvre.
De plus, le projet Solvabilité II est lié à la comptabilité. Pour évaluer la solvabilité de manière optimale, l'idéal serait d'utiliser les normes IFRS. Cependant, ces normes ne sont pas encore totalement définies. Les règles issues de Solvabilité II se doivent d'être compatibles et utilisables quelle que soit l'évolution des normes IFRS.
Il est nécessaire que les nouvelles exigences de Solvabilité II ne provoquent pas une distorsion du marché : les règles doivent pouvoir être applicables par les sociétés d'assurance de tous les pays concernés.

Le projet Solvabilié II s'appuie sur une vision économique de l'actif et du passif. L'actif est composé essentiellement des placements, tandis que le passif est composé principalement des provisions. Le nouveau bilan simplifié se présente sous la forme :




L'actif du bilan des sociétés d'assurance est modifié par deux principes de la réforme, la "juste valeur" qui a, entre autres, pour conséquences l'obligation d'intégrer les plus ou moins values latentes dans le bilan, et le principe de la "personne prudente".

## 1.3 La quatrième étude d'impact : QIS 4

Afin de mener à bien le projet de directive, le CEIOPS, à la demande de la Commission Européenne, effectue des études quantitatives d'impact dans le but d'évaluer la praticabilité, la cohérence, la comparabilité et les implications des différentes approches possibles pour mesurer la solvabilité des compagnies d'assurance.

En novembre 2007, le rapport du QIS 3 a été publié et a révélé des disparités importantes sur le calcul du "best estimate" mis en oeuvre par les sociètés d'assurance. Ces disparités s'expliquent par les modalités de calcul, définies dans le QIS 3, qui n'était pas assez précises. C'est pourquoi le CEIOPS a préconisé un approfondissement de la réflexion sur ce sujet dans le QIS 4.

L'exercice du QIS 4 se déroula d'avril à juillet 2008 avec, entre autres, la publication des spécifications techniques du QIS 4. L'ACAM, Autorité de Contrôle des Assurances et des Mutuelles, a publié en Mai 2008 des Orientations Nationales Complémentaires sur les calculs à effectuer pour le QIS 4. Le 7 juillet 2008, les compagnies individuelles ont rendu leur QIS 4 à l'ACAM. Les conclusions de cette quatrième étude d'impact seront publiées courant novembre 2008 dans le rapport QIS 4. Le rapport final comprendra un résumé, un rapport principal décrivant les différentes étapes suivies dans l'exercice et des annexes incluant en particulier des tables avec des résultats détaillés de l'étude.

Les travaux de préparation du référentiel Solvabilité II ont permis d'appréhender des problèmes concernant le mode d'évaluation des provisions techniques prudentielles et la capacité d'absorption des fluctuations futures de rendement de l'actif ou du résultat technique.
L'un des objectifs principaux du QIS 4 est de vérifier que les spécifications techniques sont cohérentes avec les principes et la calibration cible émanant du niveau 1 de la proposition de directive. Le QIS 4 doit mettre à disposition une méthodologie de calcul simplifiée et compréhensible pour le calcul des provisions techniques en utilisant des paramètres spécifiques à l'entité.
Cette quatrième étude d'impact traite de la comptabilisation en valeur de marché des cash-flows entrants et sortants. En effet l'actif et le passif seront évalués en "fair-value".
Les actifs sont égaux, dans le cadre d'une concurrence normale, au montant pour lequel ils pourraient être échangés lors d'une transaction conclue entre deux parties informées. De même, le passif est évalué selon la valeur à laquelle la société d'assurance pourrait le transférer à une autre société d'assurance dans un environnement de concurrence normale, en connaissance de toute l'information.

Le passif est principalement constitué des provisions techniques qui permettent à l'entreprise d'assurance d'honorer ses engagements envers ses assurés et leurs bénéficiaires. Dans le projet de directive, les provisions techniques sont comptabilisées selon leur "**valeur de sortie actuelle** ", ou aussi appelée "**current exit value**", dans le bilan.

*La **valeur de sortie actuelle** est le montant qu'une entreprise d'assurance s'attendrait à devoir payer aujourd'hui si elle transférait sur le champ ses droits et obligations contractuels à une autre entreprise.*

Cette définition est en adéquation avec le principe selon lequel les provisions techniques doivent être cohérentes avec le marché.

La provision technique est, d'après les spécifications techniques publiées par le CEIOPS, dans le cas de risques non réplicables, la somme d'un "best estimate" et d'une marge de risque.
La définition du best estimate, aussi appelé la meilleure estimation, donnée par le CEIOPS est :

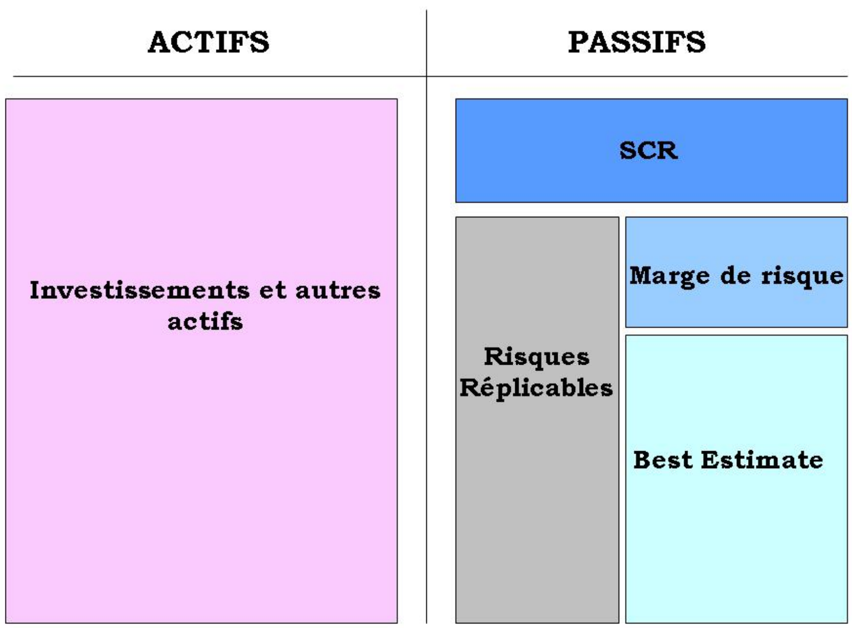
*Le **best estimate** correspond à la valeur actuelle probable des flux de trésoreries futures, ajustés pour tenir compte de l'inflation, qui seront requis pour honorer les obligations d'assurance pendant toute la durée de leur vie.*

La marge de risque est, quant à elle, définie comme suit :

| |
|---|
| *La* ***marge de risque*** *garantit que le montant global des provisions techniques soit équivalent à la somme que les entreprises d'assurance s'attendraient à devoir payer aujourd'hui si elles devait transféraient sur le champs leurs droits et obligations contractuels à une autre entreprise.* |

Lorsque que les cash flows sont réplicables, c'est-à-dire que les risques peuvent être neutralisés au moyen de l'achat ou de la vente d'instruments financiers, les provisions techniques sont calculés directement à partir du montant global des valeurs de ces instruments financiers. D'après les Orientations Nationales Complémentaires, il y a peu de passifs réplicables car la couverture du passif doit être parfaite.

Le bilan simplifié, sous la quatrième étude d'impact, devient :




Le SCR, c'est-à-dire le capital de solvabilité requis, est une exigence de capital qui permet d'absorber les pertes éventuelles. Le SCR est le capital dont à besoin une entreprise d'assurance pour limiter sa probabilité de ruine à 0.5%.

# Chapitre 2

# Les contrats d'épargne en euros

## 2.1 L'essor de l'assurance vie

Depuis quelques années, les produits d'assurance vie sont très appréciés par les assurés comme mode d'investissement. En effet, les français, comme les allemands, épargnent plus de 15% de leur revenu, pourcentage en hausse d'après l'observatoire de l'épargne européenne. Le montant des dépôts en assurance vie montre la volonté des francais d'épargner sur le long terme, notamment pour s'assurer un niveau de retraite.

## 2.2 L'assurance vie : un bon investissement ?

Les contrats d'assurance vie sont très populaires du fait des avantages fiscaux qu'ils procurent. En effet, ils permettent à la fois de diversifier un patrimoine afin de profiter d'une production de bénéfices conséquents et de bénéficier d'une fiscalité intéressante. Le régime fiscal de l'assurance vie a connu au fil des années des restrictions importantes, mais il reste tout de même avantageux.

Les plus-values d'un contrat d'assurance vie sont imposées uniquement en cas de rachat total ou partiel et sont calculées au prorata des sommes retirées.
Les rachats sont surtout pénalisant lorsqu'ils s'effectuent avant huit ans d'ancienneté.
Les plus-values sont soit imposées selon le barême de l'impôt sur le revenu, soit soumises à un prélèvement libératoire, au choix du contribuable. Si le rachat s'effectue avant la quatrième année du contrat, le taux de prélèvement libératoire est de 35%. Si le rachat s'effectue entre la quatrième et la huitième année du contrat, ce taux diminue à 15%.
Dans les cas contraires, c'est-à-dire que le contrat a plus de huit ans d'ancienneté, le produit afférent au rachat est assujetti à un régime fiscal très avantageux : le prélèvement libératoire n'est plus que de 7,5%, et un abattement de 4600 euros

par an, de 9200 euros pour un couple marié, est acquis quelque soit le choix d'imposition.
A cette imposition s'ajoute des prélèvements sociaux s'élevant à 11%.

Il existe cependant des circonstances de rachat qui exonèrent de la taxation telles que le licenciement, la mise à la retraite anticipée ou l'invalidité.

Lors de l'ouverture d'un contrat d'assurance vie, le souscripteur peut désigner un ou des bénéficiaires. En cas de décès de l'assuré, les bénéficiaires recoivent l'intégralité des capitaux avec une fiscalité successorale plus ou moins avantageuse selon la date d'ouverture du contrat, la date de versement des primes et l'âge du souscripteur.
De plus, en cas de décès du souscripteur, les sommes perçues ne sont pas soumises aux prélèvements sociaux.

Malgré la réduction des avantages fiscaux, les contrats d'assurance vie restent un investissement intéressant.

## 2.3 Les caractéristiques des contrats d'épargne en euros

Un contrat d'épargne en euros est un produit d'assurance vie individuelle qui prévoit contre le paiement à la souscription d'une prime unique, le versement d'un capital à l'échéance du contrat, à la mort de l'assuré ou au rachat du contrat. Ce type de produit est principalement souscrit par les assurés en tant qu'outil de placement permettant de bénéficier des avantages fiscaux que confère la réglementation des contrats d'assurance vie. Le capital versé au contrat à la souscription, représente l'épargne constituée qui est revalorisée tous les ans.

### 2.3.1 La revalorisation de l'épargne

La principale raison d'être du contrat d'épargne en euros est de procurer un rendement financier aux assurés.

Le contrat d'épargne en euros comprend un **taux technique** qui définit la revalorisation minimal de l'épargne de l'assuré chaque année. Ce taux est décidé à la souscription du contrat.

Le contrat peut également avoir un **taux minimum garanti** ou **TMG**. Ce taux garantit la revalorisation minimal de l'épargne pour la première année. Ce taux constituant un important argument commercial, il dépend des conditions de marché et est déterminé à la souscription du contrat. D'après l'article A132-3 du Code des Assurances, ce taux ne peut dépasser 85% de la moyenne sur les deux dernières années des taux de rendement de l'actif considéré.

De plus le code des Assurances contraint réglementairement l'assureur à reverser 90% de ses bénéfices techniques, ou 100% de sa perte technique et 85% de ses bénéfices financiers à l'ensemble de ses assurés. Cette revalorisation concerne l'ensemble du portefeuille assuré.

Le contrat peut comporter également **une clause de participation aux bénéfices financiers**, qui est uniquement relative à l'assuré de ce contrat. Cette clause est définie comme un pourcentage des produits financiers nets des charges financières, de l'ordre en général de 90%.

Cependant, si l'assureur veut éviter de subir une vague de rachats massifs l'année suivante, il se doit de revaloriser l'épargne constituée par ses assurés à un niveau équivalent à la concurrence. Cette contrainte peut pousser l'assureur à verser **une participation aux bénéfices discrétionnaire** à l'assuré.

Le processus de revalorisation des contrats est compliqué et dépend autant de paramètres contractuels, réglementaires et économiques, que de décisions de gestion de l'assureur.

### 2.3.2 Les rachats

Les assurés peuvent se retrouver dans une situation, comme un décés ou un accident, où ils ont un besoin immédiat de liquidités. L'option de rachat leur permet de disposer de leur épargne lorsqu'ils le souhaitent. Ils peuvent également exercer cette option dans l'optique de réinvestir à un taux plus avantageux.
Les rachats peuvent être totaux ou partiels. Le montant reversé lors du rachat peut subir des pénalités en fonction de l'ancienneté du contrat.

### 2.3.3 La durée de vie du contrat

Un contrat d'épargne en euros a en général une durée de vie de 8 ans ou plus et est reconductible tacitement. Il peut également être viager. Evidemment, dans les deux cas, lorsque l'assuré décède, le contrat s'achève et le capital constitué est versé à ses ayants-droits.

### 2.3.4 Les versements libres

Certains contrats donnent le droit aux assurés d'effectuer des versements sur leurs encours, et ce durant toute la durée de vie de leur contrat. Ces versements libres peuvent être soumis à des contraintes de quantité, de valeur et de date de versement.

### 2.3.5 Les chargements

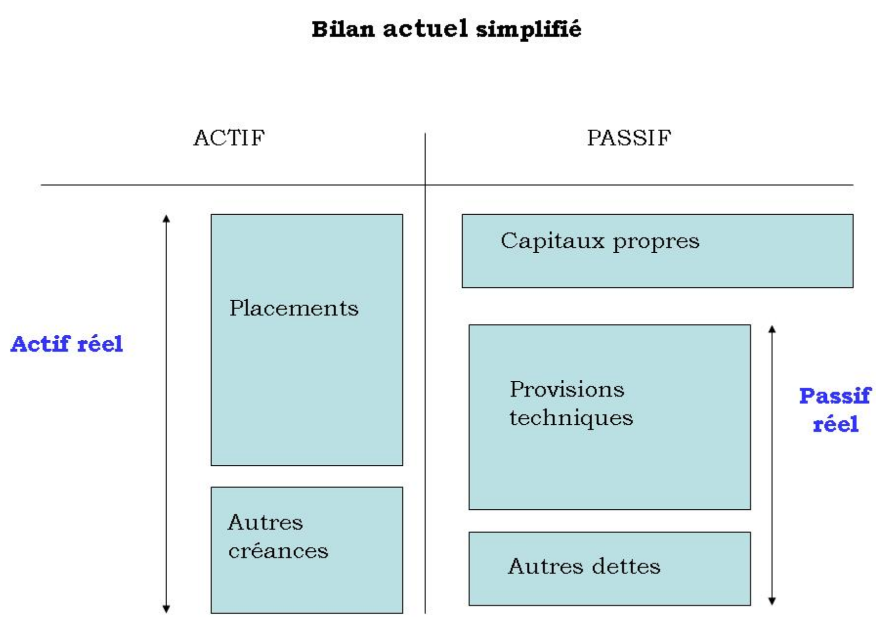
Les frais relatifs aux contrats d'épargne en euros qui sont à la charge de l'assuré sont de deux types.
Tout d'abord, il y a les frais prélevés sur la prime unique versée à la souscription, qui sert de base à l'épargne, et les frais sur les versements libres, s'ils ont lieu.
Les autres frais, aussi appelés **chargement sur l'encours**, sont prélevés sur le montant de l'épargne constituée à chaque fin d'année au moment de la revalorisation et concernent la gestion des contrats.

# Chapitre 3

# De la provision mathématique à la provision best estimate

## 3.1 La provision mathématique dans le bilan actuel

Le bilan résume la situation de l'entreprise en comparant les biens et les créances aux dettes et engagements de l'assureur : c'est une image du patrimoine de l'entreprise. Le bilan actuel se présente sous la forme :




Les provisions techniques constituent l'essentiel du passif d'une société d'assurance et les placements l'essentiel de l'actif d'une société d'assurance. Les capitaux propres calculés comme la différence de l'actif réel et du passif réel, constituent la situation nette de l'entreprise. La situation nette doit rester positive. Dans le cas contraire l'entreprise se trouve en situation d'insolvabilité.

Les provisions techniques sont composées principalement des provisions mathématiques.

L'objectif de la provision mathématique est l'inscription dans les comptes des engagements contractés par les assureurs envers leurs assurés. La provision mathématique du contrat à la date $t$ se définit comme la différence des valeurs actuelles probables des engagements respectivement pris par l'assureur et par l'assuré :

$$PM_t = VAP(Assureur, t) - VAP(Assure, t)$$

Les provisions mathématiques sont comptabilisées en coût historique. On distingue deux méthodes de calcul : une méthode rétrospective et une méthode prospective. La méthode prospective consiste à appliquer directement la définition de la provision mathématique. La méthode rétrospective utilise les provisions à l'ouverture de l'exercice pour déterminer les provisions à la clôture, par la prise en compte des flux, des intérêts techniques, de la mortalité et de la participation aux bénéfices.

## 3.2 La réglementation

Le calcul des provisions techniques répond à une réglementation spécifique qui se veut prudente pour protéger les assurés.

Les provisions techniques doivent être suffissantes pour faire face à l'engagement et calculées de façon prudente. La réglementation précise que les investissements réalisés avec les primes reçues, qui sont en représentation des provisions techniques, doivent être compatibles avec l'engagement pris par l'assureur envers ses assurés : les rendements futurs des actifs et leur durée doivent correspondre au taux technique en vigueur et à la durée probable de l'engagement.

Les provisions techniques sont ainsi déterminées dans le but d'assurer le paiement des prestations aux assurés et bénéficiaires, et les frais de gestion. Etablies de manière prudente, fiable et objective, en cohèrence avec le marché, les provisions techniques doivent intégrer les différents risques encourus, ainsi que toutes les garanties et options figurant dans les contrats. De cette manière, les assurés sont protégés et les assureurs connaissent la valeur réelle de leurs engagements.

## 3.3 La provision best estimate

Dans le référentiel Solvabilité II, l'évaluation des provisions techniques se base sur la valeur de transfert. La valeur de transfert ou **la current exit value** représente la valeur à laquelle les engagements peuvent être échangés entre deux parties informées dans le cadre d'une concurrence classique.

Lorsque les risques encourus sont réplicables par des instruments financiers sur un marché liquide et transparent, l'évaluation du passif se fait selon la méthode "marked to market" c'est-à-dire de manière cohérente avec les valeurs de marché. Dans le cas contraire, la provision technique est la **provision best estimate** complétée d'une marge de couverture pour le risque, appelée **marge de risque** nécessaire pour atteindre la valeur de transfert.
La commission européenne a proposé comme définition de la provision best estimate :

*La* ***provision best estimate*** *correspond à la valeur actuelle probable des flux de trésorerie futurs, compte tenu de toutes les entrées et sorties futures, ajustées pour tenir compte de l'inflation, qui seront requis pour honorer les obligations d'assurance pendant toute la durée de leur vie, y compris toutes les dépenses, garanties financières et options contractuelles.*

La provision best estimate est ainsi la valeur actuelle probable des flux futurs actualisés avec la courbe des taux sans risque, en prenant en compte une information récente, crédible par rapport à la branche d'activité concernée et réaliste.

La provision best estimate est une moyenne sur différentes trajectoires possibles de flux futurs. Ces flux futurs doivent prendre en compte les prestations et les primes possibles, ainsi que les frais à verser, en fonction des caractéristiques de l'assuré, de l'évolution du marché et des décisions de l'assureur.
Par exemple, dans le cas d'un contrat d'épargne en euros, les rachats, qui font partie des prestations à verser, seront différents selon le taux de revalorisation que l'assureur accordera.

La détermination des flux à verser et à recevoir par l'assureur dans le futur dépend d'un grand nombre de paramètres. Selon ces paramètres, la somme de ces flux futurs actualisés, c'est-à-dire ramenés à leur valeur aujourd'hui, peut être différente. C'est pourquoi, la provision best estimate est une moyenne des flux futurs qui divergent selon les différents scénarios possibles concernant l'actif. En effet, l'assureur prend des décisions en fonction de l'évolution du marché, qui influent sur le montant des flux de revalorisation. De même l'assuré prendra des décisions en fonction de celles de l'assureur et des taux du marché qui auront un impact sur les flux de prestations que l'assureur devra verser.

Dans la suite, nous verrons les différents paramètres à prendre en compte dans le calcul de la provision best estimate.

# Chapitre 4

# Le calcul de la provision best estimate

Le calcul de la provision best estimate en assurance vie, compte tenu de certaines caractéristiques des produits d'assurance vie, peut être d'une grande complexité. En effet, la provision best estimate étant basée, par définition, sur la projection des cash flows futurs d'actif et de passif, la difficulté réside dans la forte intéraction entre l'actif et le passif.

## 4.1 Evaluation selon une méthode stochastique

L'évaluation des flux futurs avec une méthode stochastique consiste à projeter aléatoirement des scénarios selon une distribution de probabilité donnée dans le but d'obtenir la valeur actuelle probable.

Depuis quelques années, des modèles financiers sont utilisés dans l'optique d' évaluer les encaissements et les décaissements futurs de sorte qu'ils soient compatibles avec le marché. Ces modèles consistent à projeter stochastiquement un grand nombre de scénarios générés par des modèles de taux et d'actions sans arbitrage.

La méthode appropriée pour le calcul de la provision best estimate est l'utilisation d'un modèle stochastique. Ceci permet de capter la valeur temps de certaines options et garanties des contrats d'assurance vie.
L' évaluation de la provision best estimate se déroule de la manière suivante :
- 1ère étape : modélisation stochastique des actifs,
- 2nde étape : projection des cash-flows du passif,
- 3ème étape : actualisation des cash-flow futurs et sommation de ceux-ci pour toutes les dates futures,

– 4ème étape : calcul de la moyenne des cash-flow actualisés pour tous les scénarios.

## 4.2 Les hypothèses

### 4.2.1 Portefeuille fermé

Le calcul de la provision best estimate s'effectue sur un portefeuille fermé, c'est-à-dire en run-off. En effet, il est prudent de considérer que l'assureur n'aura pas de nouveau contrat, et donc pas de nouvelle prime, pour alimenter son portefeuille.

### 4.2.2 Univers risque neutre

L'actualisation avec une courbe de taux intégrant une prime de risque et le calcul de la provision best estimate basé sur la probabilité historique équivaut à actualiser avec une courbe des taux sans risque et à baser le calcul sur la probabilité risque-neutre. La mise en oeuvre d'un modèle risque neutre étant plus facile, cela explique le choix de cet environnement pour le calcul de la provision best estimate.

### 4.2.3 Projection des flux futurs

Les hypothèses retenues pour la projection des flux futurs doivent être réalistes et raisonnables. Ces hypothèses sont basées sur les données disponibles, qui peuvent faire référence à l'expérience de la socièté et aux données de marché lorque cela est nécessaire.
Les calculs doivent prendre en compte les évolutions attendues dans tous les domaines possibles : médical, technologique, économique, ...

### 4.2.4 L'horizon de simulation

L'horizon de simulation doit être choisi de sorte que la différence entre les provisions calculées avec cet horizon et celles calculées jusqu'à extinction totale du portefeuille soit petite.

## 4.3 Les éléments à prendre en compte

Quelque soit la branche d'activité, vie ou non-vie, le calcul de la provision best estimate nécessite de prendre en compte les éléments suivants :

– l'actualisation des cash flow,

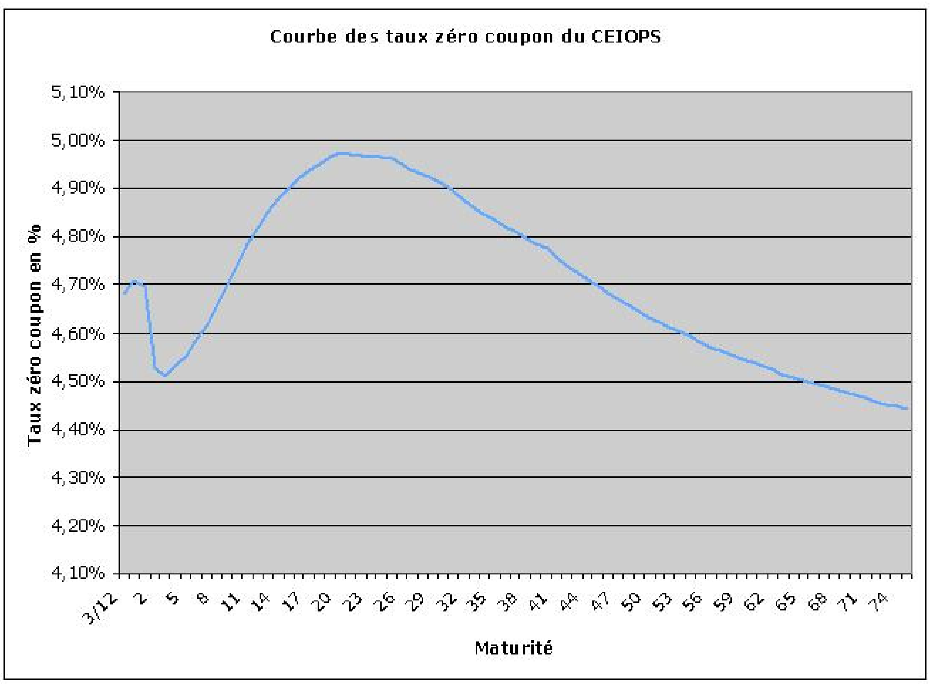
– les frais,
– les impôts,
– les primes futures des contrats existants,
– la réassurance.

De plus dans le cas d'un produit en assurance vie, le calcul de la provision best estimate doit prendre en considération :

– la politique de management de l'assureur,
– la participation aux bénéfices,
– l'évolution de la réserve de capitalisation,
– le comportement des assurés,
– les options et garanties stipulées dans le contrat.

### 4.3.1 L'actualisation des cash flows

Les cash flows futurs sont actualisés au taux sans risque correspondant à la maturité de chaque flux. Les taux sans risque doivent provenir de la courbe des taux sans risque fournie par le CEIOPS pour le QIS 4.



### 4.3.2 Les frais

Les différents frais à la charge de l'assureur doivent être intégrés dans le calcul de la provision best estimate. Ces frais incluent obligatoirement les frais relatifs à la gestion des contrats et les frais de gestion des placements.
Le montant des frais doit tenir compte du taux d'inflation futur.

### 4.3.3 Les impôts

Tous les paiements de taxes et les contributions obligatoires sur les engagements vis-à-vis des assurés doivent être pris en compte dans l'évaluation de la provision best estimate.
Cependant les taxations sur les profits futurs de l'entreprise, telles que l'impôt sur les sociétés, ne sont pas à intégrer dans le calcul.

### 4.3.4 Les primes futures des contrats existants

Toutes les primes futures ne sont pas à prendre en compte dans les calculs. Seuls les primes futures périodiques, correspondant à un engagement contractuel, c'est-à-dire que l'assuré est obligé de les verser, sont à considérer dans le calcul.

D'après les Orientations Nationales Complémentaires publiées par l'ACAM, les primes futures ne sont prises en compte que dans le cas où le non-paiement de ces primes entraînerait une diminution de l'engagement contractuel de l'assureur.
Cependant une exception existe en assurance emprunteur : les primes futures doivent toujours être intégrées au calcul.

Ainsi, dans le cas d'un contrat d'épargne, les primes futures ne doivent pas être prises en compte puisque leur non versement n'implique pas la diminution de l'engagement.

### 4.3.5 La réassurance

Le calcul de la provision best estimate doit être réalisé sans tenir compte de la réassurance. Un autre calcul doit être effectué pour evaluer l'effet de la réassurance : la provision best estimate cédée. Ce calcul doit prendre en compte le risque de défaut du réassureur qui est basé sur la probabilité de défaut du réassureur et l'espérance de perte en cas de défaut.

### 4.3.6 La politique de management de l'assureur

La projection des flux futurs doit intégrer les décisions futures de l'assureur en ce qui concerne l'allocation d'actifs, le dégagement des plus-values et la distribution de participation aux bénéfices. Ces actions futures doivent être modélisées de façon cohérente avec la politique de management actuelle. Cependant leur mise en oeuvre pouvant se révéler difficile, des simplifications appropriées pourront être effectuées.

### 4.3.7 Le comportement des assurés

Il est important de prendre en considération le comportement de l'assuré. En effet, celui-ci peut décider de racheter son contrat pour des raisons personnelles ou dans l'optique d'une possibilité d'arbitrage.
En effet, si le taux de marché est nettements supérieur au taux servi par le contrat, les assurés utiliseront leur option de rachat. De plus, si la solvabilité de l'assureur baisse, on peut présumer que les assurés auront davantage tendance à racheter leurs contrats.
Le comportement de rachat des assurés est également lié à la fiscalité, à l'âge de celui-ci, à son délai de réaction et à la durée de vie du contrat.

Cependant il existe dans la population un taux de rachat qui ne peut être amélioré car il dépend de facteurs dont l'assureur n'a pas le contrôle : ces rachats s'appellent des **rachats structurels**.
Les rachats qui dépendent de l'écart entre les taux de revalorisation des contrats et les taux de marché, sont appelés **rachats conjoncturels**. Ces rachats conjoncturels sont modélisés grâce à un modèle donné par l'ACAM, dans les Orientations Nationales Complémentaires.

### 4.3.8 Les options et garanties

La projection des flux futurs doit intégrer toutes les obligations de l'assureur et les droits des assurés supplémentaires définis dans le contrat. Les principales options et garanties rencontrées sont les options de rachat et les garanties financières telles que la clause contractuelle de participation aux bénéfices.

### 4.3.9 La participation aux bénéfices

Le calcul de la provision best estimate doit inclure les montants relatifs aux participations aux bénéfices, qu'elles fassent partie de l'engagement de l'assureur

ou qu'elles soient distribuées en supplément. Les hypothèses concernant la distribution des bénéfices doivent suivre les règles de management définies par la société.
L'évaluation des participations futures doit être cohérente avec les gains financiers futurs supposés, réalisés sur les actifs en représentation du passif.

La projection des flux futurs de participation aux bénéfices doit prendre en compte le montant des réserves déjà detenu par l'assureur, appelé **provision pour participation aux bénéfices**.
La provision pour participation aux bénéfices est le montant des bénéfices attribuées aux bénéficiaires de contrats lorsque ces bénéfices ne sont pas payables immédiatement après liquidation de l'exercice qui les a produits. En effet, la participation aux bénéfices peut ne pas être directement atribuée aux assurés, elle est dans ce cas mise en provision pour participation aux bénéfices. La réglementation fixe un délai de huit ans pour que la participation différée soit versée aux assurés.

### 4.3.10 La réserve de capitalisation

Les produits financiers, utilisés pour calculer les flux futurs de participation aux bénéfices, tiennent compte de la capacité de la réserve de capitalisation à absorber les moins-values obligataires. En effet, lorsque la réserve de capitalisation est nulle, les pertes réalisées sur la vente des obligations viendront diminuer les produits financiers. Ainsi, l' évolution de la réserve de capitalisation est importante dans la détermination de la provision best estimate.

# Deuxième partie

# Un modèle dynamique pour le calcul de la provision best estimate d'un contrat d'épargne en euros dans le cadre du QIS 4 de Solvabilité II

# Chapitre 5

# Modélisation de la courbe de taux et des actions

Nous cherchons à modéliser l'actif : nous utilisons des modèles financiers pour simuler les taux zéro coupon et les actions.

Les différents scénarios sont générés dans un univers risque neutre. En effet, pour calculer la provision best estimate, l'actif et le passif doivent être projetés sans arbitrage.

Pour représenter les différentes variables, nous utilisons des équations stochastiques ce qui permet de prendre en compte le caractère aléatoire des scénarios.

## 5.1 Génération de mouvements browniens

### 5.1.1 Le principe

Les modèles stochastiques utilisés dans la suite pour la modélisation des taux et des actions, nécessitent la génération de trajectoires de mouvements browniens. Le mouvement brownien $(B_t)$ est tel que $B_t - B_{t-1}$ suit une loi Normale centrée de variance $b$ qui correspond aussi à la combinaison de $\sqrt{b}$ et d'une variable aléatoire Normale centrée réduite.

Nous allons simuler des nombres aléatoires $u$ compris entre 0 et 1, $u$, à l'aide de l'algorithme du Tore mélangé, qui représenteront les valeurs des probabilités des variables normales centrées réduites. Ensuite, grâce à l'inverse de la fonction de répartition de la loi normale, nous obtenons la valeur de la variable normale centrée réduite , $B$ :

$$B = N^{-1}(u) \text{ avec } N(u) = \frac{1}{\sqrt{2*\pi}} \int_u^{-\infty} exp(-\frac{x^2}{2}) dx.$$

### 5.1.2 L'algorithme de génération de nombres aléatoires

L'algorithme du Tore génére la suite de nombre aléatoires uniformes $(U_n)$ grâce au nombre premier p. Le nombre $U_n$ est définit comme suit :

$$U_n = n * \sqrt{p} - \left[n * \sqrt{p}\right]$$

où [.] est la partie entière.
L'algorithme du Tore mélangé consiste à prendre au nième tirage la valeur $U_m$, au lieu de $U_n$, où m est une fonction d'une variable aléatoire uniforme :

$$U_m = U_{\varphi(n)}$$

$$\varphi(n) = [\alpha * N * \tilde{u} + 1]$$

où :
- $N$ représente le nombre de variations de la variable uniforme que l'on souhaite obtenir,
- $\tilde{u}$ est une variable aléatoire uniforme,
- [.] est la fonction partie entière.

Pour la mise en oeuvre de l'algorithme, nous avons choisis $p = 5$ et $\alpha = 10$.

## 5.2 La décomposition de Cholesky

Dans l'optique d'une projection réaliste, il est nécessaire de prendre en compte les corrélations entre les différents actifs et entre les différents mouvements browniens régissant l'évolution des mêmes actifs. Dans ce but, nous avons choisi d'utiliser la décomposition de Cholesky.
La décomposition de Cholesky permet de construire un vecteur $X$ normal centré de matrice de variance-covariance $\Theta$ qui tient compte des corrélations entre les actifs.

La matrice de variance-covariance $\Theta$ étant symétrique et définie positive, il est possible d'appliquer le théorême de Cholesky. Ainsi la matrice de variance covariance peut s'écrire sous la forme : $\Theta = LL^t$ où $L$ est une matrice triangulaire inférieure avec une diagonale positive (ce qui rend cette matrice unique) et $L^t$ est sa transposée.
La matrice $L = (l_{i,j})_{1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq n}$ se construit de la manière suivante :

$$\text{pour j=1, } l_{i,1} = \rho_{i,1}$$

$$\text{pour j>1, } l_{i,j} = \frac{\rho_{i,j} - \sum_{k=1}^{j-1} l_{i,k} * l_{j,k}}{\sqrt{\rho_{j,j} - \sum_{k=1}^{j-1} c_{j,k}^2}}$$

où $\rho_{i,j}$ représente la corrélation entre l'actif i et l'actif j.
Dans notre cas, il y a 2 classes d'actifs, ce qui donne :

- $l_{1,1} = \rho_{1,1} = 1$
- $l_{2,1} = \rho_{1,2} = \rho_{2,1}$
- $l_{1,2} = 0$
- $l_{2,2} = \frac{\rho_{2,2} - l_{2,1} * l_{2,1}}{\sqrt{\rho_{2,2} - l_{2,1}^2}} = \sqrt{\rho_{2,2} - l_{2,1}^2}$

Les calculs se basent sur les données concernant les corrélations entre les différents actifs. La matice de variance-covariance est :

| | Taux nominal | Action |
|---|---|---|
| Taux nominal | 1 | 0,4 |
| Action | 0,4 | 1 |

Enfin, nous obtenons un vecteur $X$ gaussien centré qui tient compte des corrélations grâce à la formule $X = LZ$ où $Z$ est un vecteur gaussien de composantes normales centrées réduites et indépendantes.

## 5.3 Les taux nominaux

Nous déterminons la courbe des taux zéro coupon grâce au taux court nominal.
De manière à être capable de représenter la majorité des courbes des taux possibles, nous avons choisi d'utiliser des modèles à deux facteurs : le taux court est déterminé grâce à une équation stochastique qui dépend du taux long qui est également stochastique.

### 5.3.1 Le modèle de Black Karasinski à deux facteurs

Le modèle de Black Karasinski à deux facteurs représente les taux courts $r_t$ et les taux longs $m_t$ grâce aux équations de diffusion suivantes :

$$dln(r_t) = \alpha_1 \left(ln(m_t) - ln(r_t)\right) dt + \sigma_1 dW_t^1 \tag{5.1}$$

$$dln(m_t) = \alpha_2 \left(\mu - ln(m_t)\right) dt + \sigma_2 dW_t^2 \tag{5.2}$$

où
$W^1$ et $W^2$ sont deux mouvements browniens
$\alpha_1$ et $\alpha_2$ représentent les vitesses de retour à la moyenne

$\sigma_1$ correspond à la volatilié du taux court
$\sigma_2$ correspond à la volatilité du taux long
$\mu$ représente le logarithme du taux infini

### 5.3.2 Les limites du modèle

#### Les avantages

Le modèle de Black Karasinski est intuitif. Les équations permettent d'observer le phénomène de retour à la moyenne : lorsque que les taux sont élevés, l'investissement diminue et l'économie ralentit entraînant une baisse des taux et au contraire lorque les taux sont bas, l'investissement est moins coûteux ce qui entraîne une hausse des taux.

Etant donné que le modèle de Black Karasinski définit des dynamiques pour les logarithmes des taux, ceux-ci ne peuvent pas prendre de valeurs négatives, ce qui est en adéquation avec la contrainte des taux nominaux.

Le modèle de Black Karasinski est rapide d'un point de vue informatique.

#### Les inconvénients

Les courbes de taux ayant un creux ou une bosse, telle que la courbe des taux zéro coupon donné par le CEIOPS, ne coïncident pas exactement avec la courbe de taux simulée grâce au modèle.

Ce modèle est difficile à calibrer du fait qu'il n'existe pas de solution analytique pour les prix des zéro coupon.

### 5.3.3 La mise en oeuvre du modèle

Nous commençons par simuler les taux longs puisque les taux courts dépendent des taux longs.

Nous allons discrétiser l'équation (2) de manière explicite c'est-à-dire que le taux en $t_n$ est déterminé par le taux en $t_{n-1}$. L'équation devient :

$$\Delta ln(m_{t_n}) = \alpha_2 \left(\mu - ln(m_{t_{n-1}})\right) \Delta t_n + \sigma_2 \Delta W^2_{t_n}$$

$$ln(m_{t_n}) - ln(m_{t_{n-1}}) = \alpha_2 \left(\mu - ln(m_{t_{n-1}})\right) * (t_n - t_{n-1}) + \sigma_2 * (W^2_{t_n} - W^2_{t_{n-1}})$$

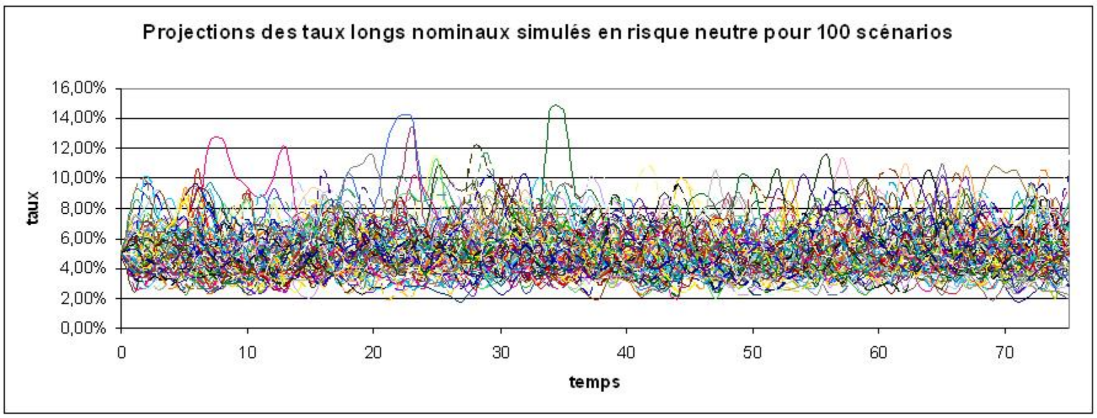
Or par définition d'un mouvement brownien, $W^2_{t_n} - W^2_{t_{n-1}} \to N(0, t_n - t_{n-1})$ c'est-à-dire une loi normale de moyenne nulle et de variance $h = t_n - t_{n-1}$.

Considérons $U \rightarrow N(0,h)$ : $U = \sqrt{h}V$ où $V$ suit une loi normale centrée réduite.

Donc

$$ln(m_{t_n}) = ln(m_{t_{n-1}}) + \alpha_2 \left(\mu - ln(m_{t_{n-1}})\right) * h + \sigma_2 * \sqrt{h} * V$$

où V suit une loi normale centrée réduite.




La graphique montre que les taux longs sont relativement volatils mais convergent.

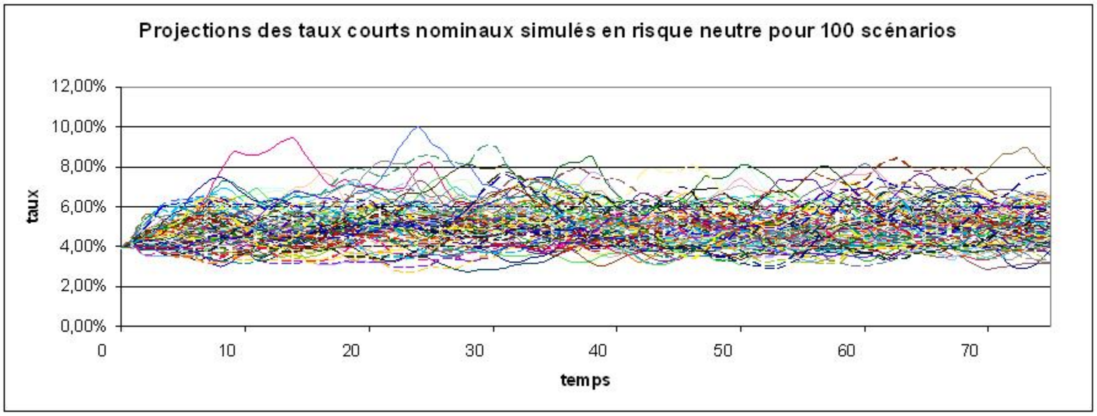
A présent, discrétisons de la même manière l'équation du taux court :

$$\Delta ln(r_{t_n}) = \alpha_1 \left(\ln(m_{t_{n-1}}) - ln(r_{t_{n-1}})\right) \Delta t_n + \sigma_1 \Delta W^1_{t_n}.$$

Nous souhaitons prendre en compte le lien entre les deux browniens, donc la formule explicite du calcul de $r_{t_n}$ est :

$$ln(r_{t_n}) = ln(r_{t_{n-1}}) + \alpha_1 \left(ln(m_{t_{n-1}} - ln(r_{t_{n-1}})\right) * h + \sigma_2 * \sqrt{h} * X(1)$$

où X(1) est la première composante du vecteur X gaussien centré qui tient compte des corrélations entre les browniens des différents actifs.




Sur le graphique, nous pouvons observer la convergence des taux courts vers un taux moyen.

## 5.4 La courbe des taux zéro-coupon

La courbe des taux zéro-coupon donnée par le CEIOPS est une courbe des taux swap.

### 5.4.1 La formule

Nous allons simuler des courbes de taux zéro coupon en utilisant la même méthode que le CEIOPS, pour la courbe des taux du QIS 4.

Dans un premier temps, déterminons le prix d'un zéro-coupon à l'aide du taux court nominal. En effet le prix $B(t,T)$ d'un zéro-coupon à la date t qui verse 1 euro à la date T, c'est-à-dire de maturité T, est :

$$B(t,T) = E_Q(e^{-\int_t^T r_s ds}|F_t)(5.3)$$

où :
- $Q$ représente la probabilité risque neutre
- $F_t$ correspond à l'information disponible sur les taux courts à la date t c'est-à-dire la valeur de $r$ avant la date t.

Le taux swap $s$ est le taux fixe qui égalise la branche fixe et la branche variable :

$$s(T) = \frac{B(0,0) - B(0,T)}{\sum_{i=1}^{T}(t_i - t_{i-1}) * B(0,t_i)} \qquad (5.4)$$

En considérant que la valeur du swap à la date t est égale à 1, le taux swap zéro-coupon correspond à la valeur actuelle des cash flow futurs.
Ainsi le taux zéro-coupon swap est définit pour la date 1 , $s_1$, de sorte que :

$$\frac{1+zc_1}{1+s_1} = 1.$$

Le taux zéro-coupon à la date t est calculé de manière à résoudre l'équation suivante :

$$\sum_{i=1}^{t-1} \frac{zc_t}{1+s_i} + \frac{1+zc_t}{1+s_t} = 1 \tag{5.5}$$

L'équation devient :

$$1 - \sum_{i=1}^{t-1} \frac{zc_t}{(1+s_i)^i} = \frac{1+zc_t}{(1+s_t)^t} \tag{5.6}$$

$$\frac{1}{1+zc_t} - \frac{zc_t}{1+zc_t} \sum_{i=1}^{t-1} \frac{1}{(1+s_i)^i} = \frac{1}{(1+s_t)^t} \tag{5.7}$$

$$\left( \frac{1+zc_t}{1 - zc_t \sum_{i=1}^{t-1} \frac{1}{(1+s_i)^i}} \right)^{\frac{1}{t}} = 1 + s_t \tag{5.8}$$

Donc le taux swap zéro-coupon est :

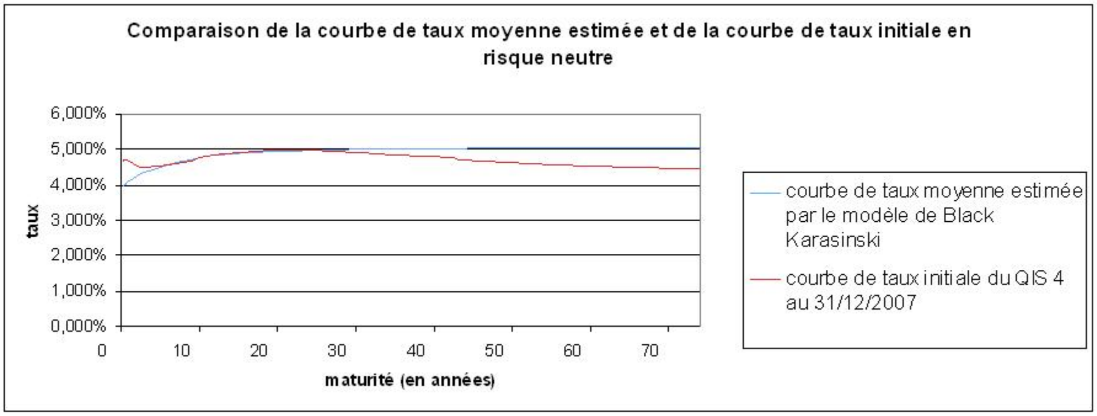
$$s_t = \left( \frac{1+zc_t}{1 - zc_t \sum_{i=1}^{t-1} \frac{1}{(1+s_i)^i}} \right)^{\frac{1}{t}} - 1 \tag{5.9}$$

### 5.4.2 Le calibrage

Les paramètres du modèle sont choisis de sorte que la courbe des taux zéro-coupon simulée coïncide avec la courbe du QIS 4 donnée par le CEIOPS.
Malheureusement, il est difficile de calibrer le modèle de manière à avoir une adéquation parfaite avec la courbe du QIS 4. En effet, cette courbe présente certaines particularités qui ne peuvent être approchées par le modèle (creux, bosses).

La durée moyenne des engagements du portefeuille varie de 10 à 30 ans en moyenne. C'est pour cela que les paramètres du modèle choisi sont appropriés puisque la courbe des taux zéro-coupon simulée est en adéquation avec la courbe des taux zéro-coupon du QIS 4 donnée par le CEIOPS entre ces dates.

Les paramètres du modéle de Black Karasinski sont :
- $r_0 = 3,91\%$ et $m_0 = 4,97\%$ comme données initiales,




- $\alpha_1 = 30\%$ la vitesse de retour à la moyenne du taux court et $\alpha_2 = 55\%$ la vitesse du retour à la moyenne du taux long,
- $\sigma_1 = 0,10\%$ et $\sigma_2 = 30\%$ les volatilités respectives des processus de taux court et de taux long,
- $\mu = -3,01369$ l'espérance de taux instantané au long terme.

## 5.5 Les taux forward

Pour la modélisation des intéractions actif-passif, nous avons besoin des courbes de taux zéro coupon pour toutes les dates futures. Nous avons choisi d'approcher le taux zéro coupon calculé à la date t pour la maturité T par le taux forward.

Le taux forward $f(t_1, t_2)$ entre la date $t_1$ et $t_2$ est définit par la formule, avec $t_0 < t_1 < t_2$ :

$$(1 + z(t_0, t_2))^{t_2 - t_0} = (1 + z(t_0, t_1))^{t_1 - t_0} * (1 + f(t_1, t_2))^{t_2 - t_1} \tag{5.10}$$

Donc le taux zéro-coupon à la date $t' > t$ pour la maturité $T$ est :

$$zc_{t',T} = \left( \frac{(1 + zc_{t,T})^{T-t}}{(1 + zc_{t,t'})^{t'-t}} \right)^{\frac{1}{T-t'}} - 1 \tag{5.11}$$

## 5.6 Les actions

### 5.6.1 Le modèle CEV : modèle à élasticité constante de la variance

Le modèle CEV est le même modèle que celui de Black and Scholes avec une volatilité qui n'est plus constante mais stochastique. Ce modèle se présente sous la forme suivante :

$$dlnS_t = \left(r_t - (\sigma_0 S_t^\beta)^2\right) dt + \sigma_0 S_t^\beta dW_t^Q \tag{5.12}$$

avec :
- $r_t$ est le taux nominal sans risque,
- $W_t^Q$ est un mouvement brownien sous la probabilité risque neutre,
- la volatilité $\sigma_t$ est égale à $\sigma_0 S_t^\beta$ où $\beta$ correspond à une constante permettant de modéliser les variances de $\sigma$.

### 5.6.2 Les limites du modèle

Lorsque $\beta < 0$, le modèle CEV tient compte du fait que la queue de distribution est plus épaisse à gauche qu'à droite : la volatilité s'accroît quand le cours diminue et inversement. De plus ce modèle est simple à mettre en oeuvre et rapide d'un point de vue informatique.

Cependant, le modèle à élasticité constante ne permet pas de retrouver le "smile" de volatilité.

### 5.6.3 La mise en oeuvre du modéle

De la même façon que ci dessus, nous discrétisons l'équation de manière explicite en se plaçant en $t_{n-1}$ pour calculer le cours de l'action en $t_n$ :

$$ln(S_{t_n}) = ln(S_{t_n}) + \left(r_{t_{n-1}} - \frac{\sigma_{t_{n-1}}^2}{2}\right) * \frac{1}{12} + \sigma_{t_{n-1}} * \left(\frac{1}{12}\right)^{\frac{1}{2}} * X(2)$$

Avec :

$$\sigma_{t_n} = \sigma_0 * S_{t_n}^\beta$$

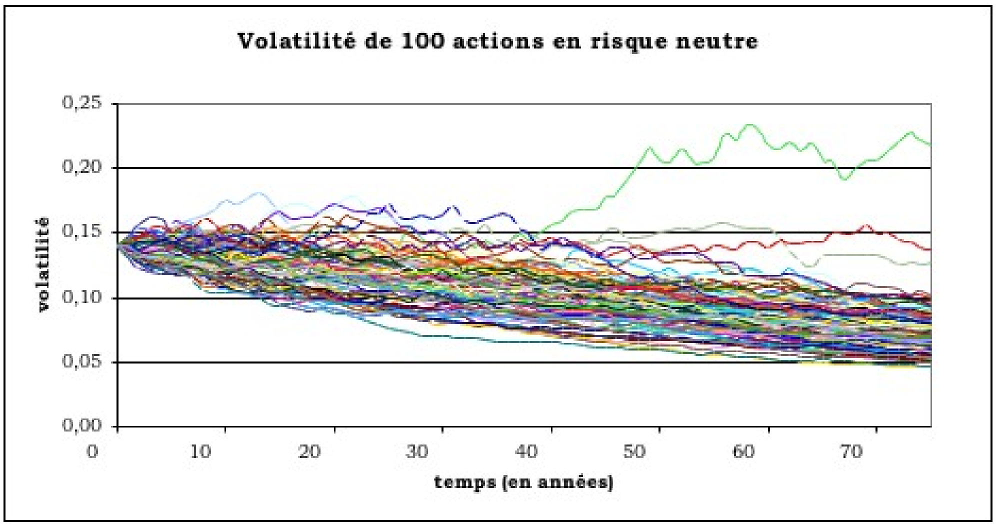
où $X(2)$ est la deuxième composante du vecteur X gaussien centré qui tient compte des corrélations entre les actifs.

### 5.6.4 Les paramètres du modèle

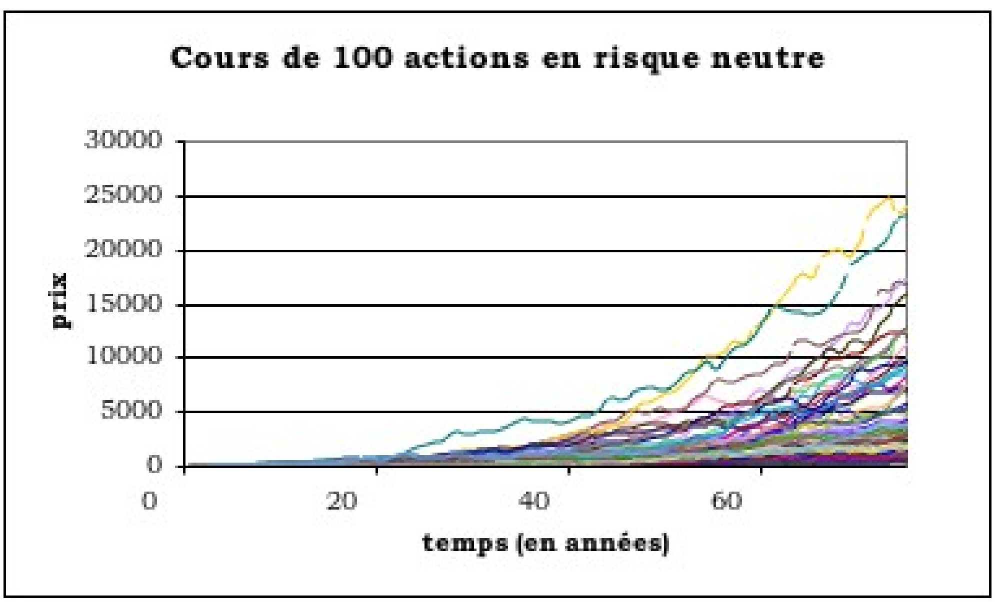
Pour notre modélisation, nous fixons le cours de l'action initiale, $S_0$, égale à 100. Les paramètres concernant la volatilité stochastique sont :

- $\sigma_0 = 14\%$ la volatilité initiale,
- $\beta = -0,2$.

Le graphique ci-dessous représente la diffusion de la volatilité pour 100 scénarios :




Lorque nous connaissons l'évolution de la volatilité stochastique, nous pouvons tracer le graphique du cours des actions pour 100 scénarios :




Nous pouvons observer que le cours de l'action augmente sur le long terme.

# Chapitre 6

# La modélisation des interactions actif-passif

Le calcul de la provision best estimate pour un contrat d'épargne en euros suppose la modélisation des interactions actif-passif.
Grâce aux scénarios économiques obtenus, nous avons différentes évolutions possibles des taux sans risque et du cours des actions. En fonction de leurs valeurs à un instant donné, l'assureur sera amené à prendre des décisions concernant son actif. Ces décisions auront évidemment un impact sur le comportement des assurés. Ce comportement sera susceptible de modifier, à son tour, le passif.
Ces interactions actif-passif nécessitent une modélisation dynamique pour capter leur évolution à tout instant. La modélisation doit intégrer tous les facteurs pouvant agir sur l'actif et le passif de l'assureur. Ces interactions peuvent s'avérer difficiles à représenter dans la pratique.

## 6.1 Les hypothèses

### 6.1.1 Hypotèses relatives au calcul de la provision best estimate

Nous reprenons les hypothèses développées ci-dessus nécessaires pour le calcul de la provision best estimate :

- le calcul s'effectue en run-off,
- nous nous plaçons dans un univers risque neutre.

De plus, dans le but de simplifier la modélisation, nous considérons qu'il n'y a pas de réassurance et nous négligeons les impôts.

Les frais relatifs à la gestion des contrats sont supposés versés à la fin de l'année.

### 6.1.2 Hypothèses relatives à l'actif

Pour la mise en oeuvre des calculs, nous avons choisi de raisonner en terme de stock pour l'actif, c'est-à-dire de considérer le montant total de l'actif, plutôt qu'un raisonnement en terme de flux, qui considèrerait seulement les flux de sortie de l'actif.

Le portefeuille est composé d'obligations et d'actions. Nous avons considéré que la proportion d'obligations dans le portefeuille était supérieur à la proportion d'actions, ce qui est la plupart du temps le cas des portefeuilles des assureurs vie. Les actions sont d'un seul type. Les obligations sont de trois types différents avec des durées allant de 10 à 30 ans. Les obligations sont affectées d'un poids dans le portefeuille obligataire. Elles ont été achetées au 31 décembre et les coupons tombent, chaque année, à la date d'anniversaire de l'achat de chaque obligation. Les obligations sont remboursées au pair c'est-à-dire que le montant du remboursement de l'obligation est égale au nominal de cette obligation.

Lorsqu'une obligation arrive à échéance, nous réinvestissons dans une obligation ayant les mêmes caractéristiques, et émise le jour où nous l'achetons.

Le Taux Moyen des Emprunts d'Etat, $TME$, utilisé dans la modélisation comme taux de référence pour le taux servi, est considéré égal au taux des OAT 10 ans.

Les frais de gestion des placements sont supposés versés à la fin de l'année et sont définis par un taux constant $f_{placements}$.

### 6.1.3 Hypothèses relatives au contrat

Le contrat concerne un assuré d'âge $a$ et comprend un taux technique $t_{technique}$ et un taux de participation aux bénéfices financiers $tpb_{contractuel}$.

Le contrat est viager c'est-à-dire qu'il court tant que le dèces de l'assuré n'est pas survenu ou que ce dernier décide de rachater son contrat. La projection des flux futurs s'arrête à la mort de l'assuré.

Nous considérons que les sinistres tels que les dèces et les rachats, qui donneront lieu à un versement de prestations, ont lieu en milieu d'année. Cependant, dans le but de simplifier la modélisation, nous considérons que les prestations ne sont versées qu'en fin d'année. Lorque les prestations sont versées, elles sont par conséquent revalorisées d'une demi-année au taux sans risque.

Le versement des primes est à la discrétion de l'assuré. Le non-versement de primes n'entraîne pas la diminution de l'engagement : la modélisation ne prend pas en compte d'éventuelles primes futures.

Le taux de chargement de gestion $charg$ est défini dans le contrat.

Les hypothèses actuarielles nécessaire au calcul concernent la table de mortalité et les rachats.
La table de mortalité utilisée est la TH 00-02 : étant donné que l'un des risques porte sur le décès, il est plus prudent de prendre la table de mortalité des hommes puisque ceux-ci ont une espérance de vie moins élevée que celle des femmes.
Le taux de rachat structurel $r_{structurel}$ est supposé constant.

## 6.2 La règle de rebalancement de l'actif

Nous nous plaçons au 1er janvier de l'année N, nous évaluons la valeur de marché de l'actif. La valeur de marché au 1 janvier de l'année N est équivalente à la valeur de marché de l'actif au 31 décembre de l'année N-1 : en effet la différence en se plaçant au 31 décembre de l'année N-1 à minuit ou une minute plus tard au 1er janvier de l'année N est négligeable.

La valeur de marché d'une action au 31 décembre de l'année N-1 équivaut au cours de cette action au 31 décembre de l'année N-1 :

$$VM_{action}(N-1) = Cours(N-1) \tag{6.1}$$

.

La valeur de marché d'une obligation au 31 décembre de l'année N-1=N' est :

$$VM_{obligation}(N') = \sum_{i=1}^{d'} \frac{c}{(1+zc_{N'}(i))^i} + \frac{N}{(1+zc_{N'}(d'))^{d'}} \tag{6.2}$$

où :
- $d' = d - N'$ est la durée de vie restante de l'obligation avec d la date de fin de vie de l'obligation,
- $zc_t(T)$ est le taux zéro-coupon calculé à la date t de maturité T,
- $c$ est le coupon de l'obligation,
- $N$ est le nominal de l'obligation qui est aussi la valeur de remboursement d'une obligation remboursée au pair.

Nous avons défini initialement une allocation cible pour le portefeuille. A chaque 1er janvier, nous rebalançons l'actif par des désinvestissements et des réinvestissement dans le but de retrouver l'allocation cible définie.
La valeur de marché de la part obligataire du portefeuille après avoir effectué les

désinvestissements et les réinvestissemnents pour atteindre l'allocation cible, doit être égale à :

$$VM_{obligation}^{cible}(N') = part_{obligation} * VM_{actif}(N') \tag{6.3}$$

De même, la valeur de marché de la part action du portefeuille que l'on souhaite obtenir est :

$$VM_{action}^{cible}(N') = part_{action} * VM_{actif}(N') \tag{6.4}$$

Nous souhaitons que

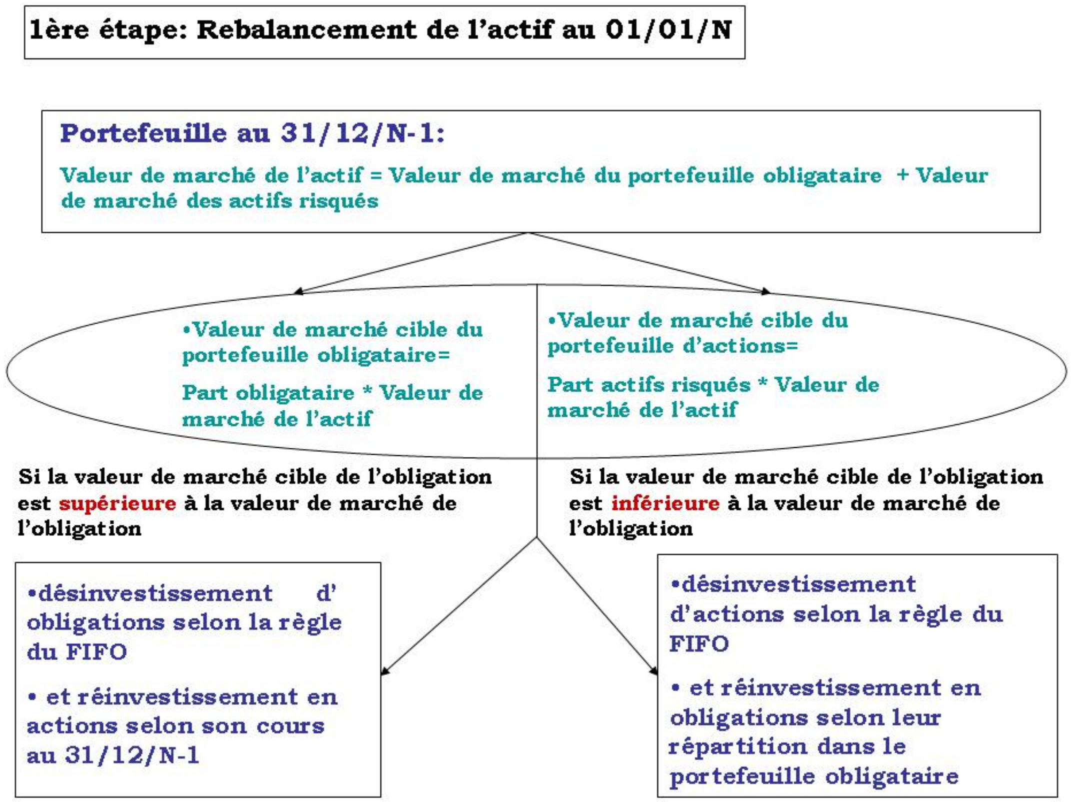
$$VM_{obligation}(N') = VM_{obligation}^{cible}(N')$$

$$\text{et que } VM_{action}(N') = VM_{action}^{cible}(N').$$

Si la valeur de marché de l'obligation que nous avons calculée est inférieure à la valeur de marché cible de l'obligation, que nous souhaitons atteindre, nous désinvestissons des actions pour les réinvestir en obligations. Au contraire si la valeur de marché de l'obligation est supérieure à la valeur cible, nous désinvestissons des obligations pour les reinvestir en actions.

Le désinvestissement se fait, autant pour les obligations que pour les actions, d'après la règle du FIFO, Firt In First Out : le dernier entré est le premier sorti. Nous investissons dans toutes les obligations existantes à la date N selon la répartition de chacune dans le portefeuille obligataire.

En ce qui concerne les actions, le désinvestissement se fait avec la même règle : la règle du FIFO. L'investissement en action se fait selon le cours de l'action à la date de l'investissement.




## 6.3 Les encaissements

Le 31 décembre de l'année N est la date d'anniversaire de l'achat des obligations, il y a donc tombée des coupons. Le montant encaissé correspondant aux tombées de coupon dépendant du nombre de chaque obligations au 31 décembre de l'année N, c'est-à-dire après rebalancement du portefeuille, et des caractéristiques de ces obligations.

De plus, au 31 décembre de l'année N, les actions versent des dividendes.

La provision pour participation aux bénéfices est investie chaque 31 décembre au taux sans risque de l'année. Les intérêts reçus, sur le montant de la provision pour participation aux bénéfices, sont perçus au 31 décembre de l'année N.

## 6.4 La réalisation de plus-values automatiques

Dans la pratique, les compagnies d'assurance réalisent tous les ans un pourcentage de leurs plus-values latentes.
Nous nous plaçons au 31 décembre de l'année N, pour toutes les actions présentes

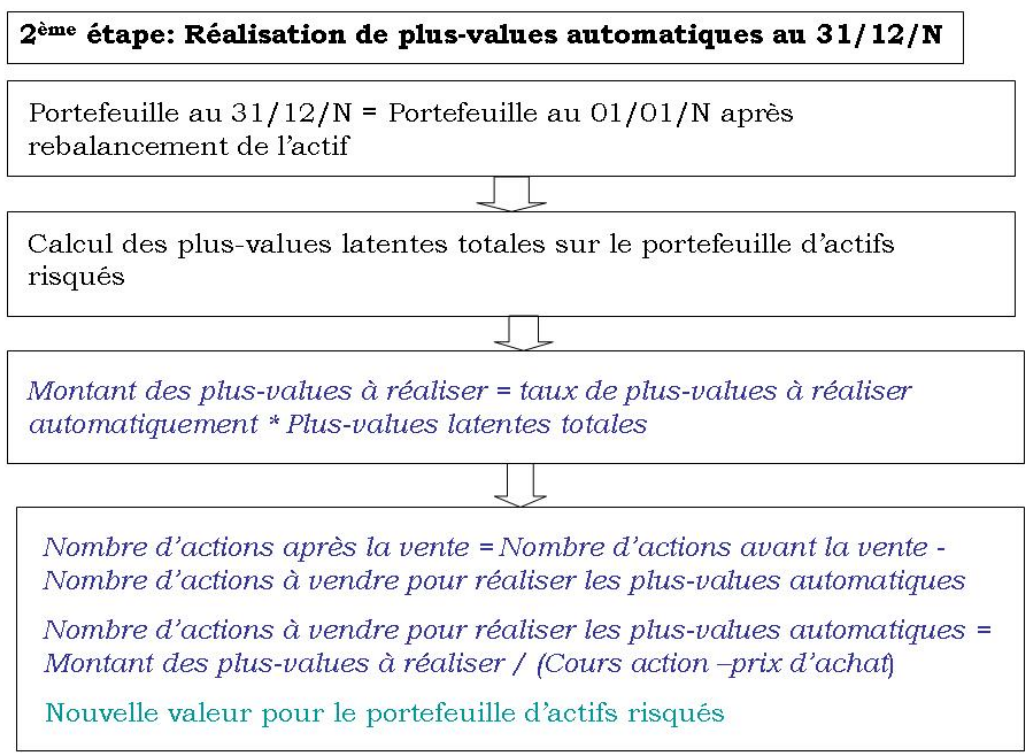
dans le portefeuille à cette date, nous calculons le montant des plus values latentes. Pour une action , le montant des plus-values latentes $PVL_i$ est égale à :

$$PVL_i(N) = nb_i(N) * (VM_i(N) - VC_i(N))$$

où :
- $nb_i(N)$ est le nombre d'actions i à la date N,
- $VC_i(N)$ est la valeur comptable de l'action i,
- $VM_i(N)$ est la valeur de marché de l'action.

La valeur comptable d'une action est la valeur d'achat de cette action.

Nous fixons un pourcentage de plus-values latentes à réaliser *tpvl*, et nous calculons le montant de plus values à réaliser au 31 décembre N. La vente d'un certain nombre d'actions permet la réalisation de ces plus-values automatiquement.




## 6.5 Les prestations

Les prestations sont composées des prestations en cas de décès et des prestations en cas de rachat. Les décès et les rachats sont supposés se produire en milieu d'année. Cependant, par hypothèse, les prestations sont versées à la fin de l'année.

### 6.5.1 Le décès de l'assuré

Lorsque l'assuré décède, le montant de son épargne acquise est reversée à ses bénéficiaires. Le montant de cette prestation possible dépend de l'âge de l'assuré $a$ et de la table de mortalité utilisée.

Le montant de la prestations décès à la date N pour un assuré d'âge $a$ à cette date :

$$deces(N) = PM_{ouv}(N) * q_a \tag{6.5}$$

où :

- $PM_{ouv}(N)$ est la provision mathématique à l'ouverture de l'exercice N qui représente l'épargne accumulée jusqu'à l'ouverture de l'exercice N,
- $q_a$ est la probabilité de décéder entre l'âge $a$ et l'âge $a+1$.

### 6.5.2 Les rachats

Les rachats des contrats d'épargne en euros sont des rachats structurels et des rachats conjoncturels.

#### Les rachats structurels

Les rachats structurels sont les rachats observables par l'assureur dans un contexte économique dit classique. Ce type de rachat est indépendant de la volonté de l'assureur et ne peut donc pas être réduit par des opérations de revalorisation à la hausse des contrats.
Le montant des prestations relatif à ses rachats structurels est égal à :

$$Rachat_{structurel}(N) = r_{structurel} * (PM_{ouv}(N) - deces(N)) \tag{6.6}$$

où :

- $r_{structurel}$ est le taux de rachat structurel,
- $PM_{ouv}(N)$ est la provision mathématique à l'ouverture de l'exercice N qui correspond à l'épargne acquise jusqu'à l'ouverture de l'exercice N.

#### Les rachats conjoncturels

Les rachats conjoncturels dépendent de la différence entre le taux servi par l'assureur et le taux servi par la concurrence c'est-à-dire le taux servi cible qui est une fonction du TME. Le montant des rachats conjoncturels est fortement influencé par les décisions de revalorisation de l'assureur. Ainsi, lorsque le taux de revalorisation est supérieur ou égale aux attentes des assurés, il n'y a pas de rachat conjoncturel.

Le taux de rachat conjoncturel se détermine par une fonction définie dans les Orientations Natioanales Complémentaires. La valeur du taux de rachat conjoncturel dépend de la différence entre le taux servi $tx_{servi}$ et le Taux Moyen des Emprunts d'Etat $TME$ :

- Si $tx_{servi} - TME < \alpha$ alors $r_{conjoncturel} = r^{max}_{conjoncturel}$
- Si $\alpha < tx_{servi} - TME < \beta$ alors $r_{conjoncturel} = r^{max}_{conjoncturel} * \frac{(tx_{servi} - TME - \beta)}{\alpha - \beta}$
- Si $\beta < tx_{servi} - TME < \gamma$ alors $r_{conjoncturel} = 0$
- Si $\gamma < tx_{servi} - TME < \delta$ alors $r_{conjoncturel} = r^{min}_{conjoncturel} * \frac{(tx_{servi} - TME - \gamma)}{\delta - \gamma}$
- Si $tx_{servi} - TME > \delta$ alors $r_{conjoncturel} = r^{min}_{onjoncturel}$

où :

- $\alpha$ représente le seuil en dessous duquel les rachats conjoncturels sont constants et ne dépendent pas de l' écart de taux,
- $\beta$ est le seuil d'indifférence à la baisse du taux servi,
- $\gamma$ correspond au seuil d'indifférence à la hausse du taux servi,
- $\delta$ est le seuil au dessus duquel le taux de rachat conjoncturel est constant et égal à un minimum.

Pour obtenir le montant des prestations relatives au rachat conjoncturel $Rachat_{conjoncturel}$, nous utilisons la formule :

$$R_{conjoncturel} = r_{conjoncturel} * (PM_{ouv}(N) - deces(N) - Rachat_{structurel}) \qquad (6.7)$$

où :

- $PM_{ouv}(N)$ est la provision mathématique d'ouverture qui représente le montant de l' épargne acquise jusqu' à l'ouverture de l'exercice N,
- $deces(N)$ est le montant des prestations décès,
- $Rachat_{structurel}$ est le montant des prestations relative au rachat structurel.

## 6.6 Les frais

Les frais sont de type :

- les frais de gestion des placements $frais_{placements}$,
- les frais relatif à la gestion du contrat $frais_{contrat}$.

### 6.6.1 Les frais de gestion des placements

Les frais de gestion des placements sont prélevés sur les produits financiers. La valeur de ces frais au 31 décembre de l'année N s'élèvent à :

$$frais_{placements} = f_{placements} * PM_{ouv}(N) \qquad (6.8)$$

où :
- $f_{placements}$ est le taux de frais de gestion des placements
- $PM_{ouv}(N)$ est la provision mathématique à l'ouverture de l'exercice N qui correspond à l'épargne acquise jusqu'à l'ouverture de l'exercice N

### 6.6.2 Les frais relatifs à la gestion des contrats

Les frais relatifs à la gestion du contrat à la charge de l'assureur, sont égaux à :

$$Frais_{contrat} = frais_{contrat} * PM_{ouv}(N) \tag{6.9}$$

## 6.7 Les décaissements face aux liquidités

Au 31 décembre de l'année N, les flux à verser par l'assureur correspondent aux prestations revalorisées d'une demi-année au taux sans risque, puisque celles-ci ont lieu en milieu d'année, et aux frais.

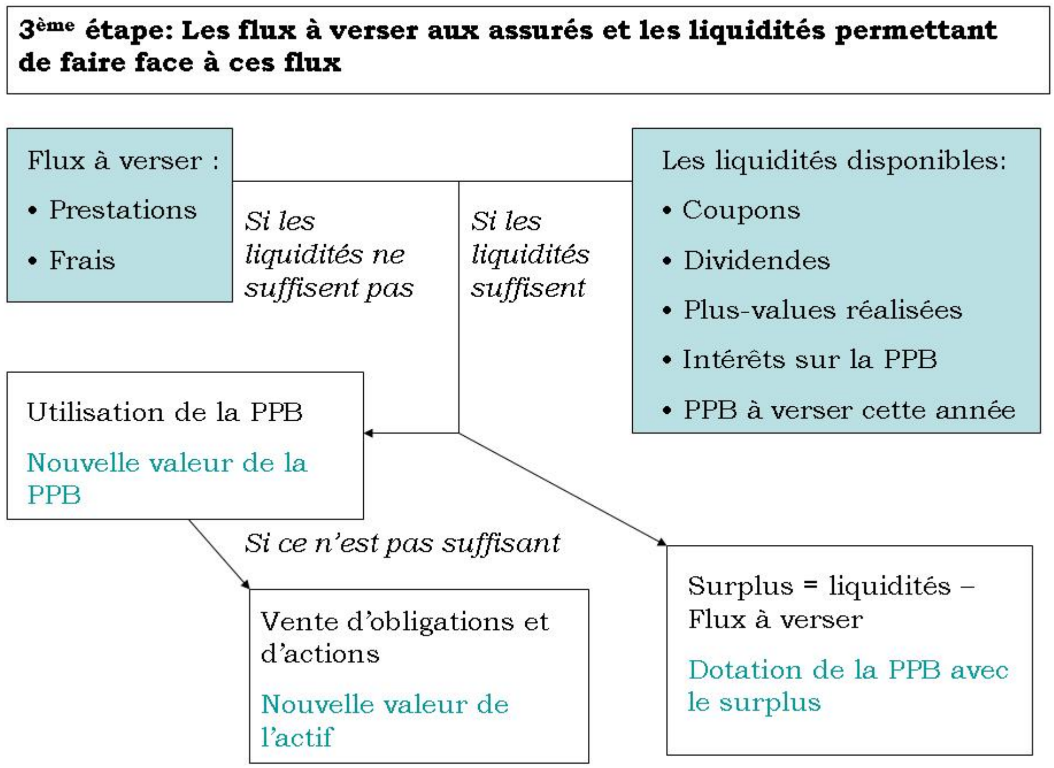
Les liquidités disponibles au 31 décembre de l'année, pour payer ces flux, sont les coupons et les dividendes perçus, les plus ou moins values réalisées, les intérêts perçus sur la provision pour participation aux bénéfices et la partie de la provision pour participation aux bénéfices qui doit être versée l'année considérée.

Les plus ou moins values réalisées correspondent aux plus ou moins values sur la vente des actifs dans le cas du rebalancement pour atteindre l'allocation cible, revalorisées au taux sans risque, et aux plus-values dans le cas de la réalisation automatique d'un pourcentage des plus-values latentes.

La partie de la provision pour participation aux bénéfices qui doit être versée cette année est le montant doté à la provision pour participation aux bénéfices il y huit ans. En effet, tout ce qui est doté à la provision pour participation aux bénéfices doit être reversé aux assurés au plus tard dans les huit années qui suivent la dotation.

Si les liquidités suffisent à payer les prestations, le surplus est doté en provision pour participation aux bénéfices.
Au contraire, si les liquidités ne suffisent pas, nous utilisons alors la provision pour participation aux bénéfices. Si ce n'est toujours pas suffisant, nous désinvestissons des actifs. Le désinvestissement pour les obligations et pour les actions s'effectue

selon la règle du FIFO (First In First Out). Les montants à désinvestir pour les obligations et les actions dépendent de leurs répartitions respectives dans le portefeuille.



## 6.8 Les produits financiers

A l'inventaire de l'année N, nous calculons le montant des produits financiers $PF(N)$ :

$$PF(N) = Div(N) + Coupon(N) + PMV(N) + Amor_{Surcote/Dcote} + Min(RC(N), 0) \tag{6.10}$$

où :

- $Div(N)$ sont les dividendes perçus pour l'année N,
- $Coupon(N)$ sont les coupons reçus pour l'année N,
- $PMV(N)$ est la somme de toutes les plus ou moins values réalisées au cours de l'année N,
- $Amor_{Surcote/Dcote}$ correspond à l'amortissement de l'année concernant la surcote-décote,
- $RC(N)$ est le montant de la réserve de capitalisation au 31 décembre de l'année N.

Le montant des plus ou moins values réalisées correspond aux plus-values automatiquement réalisées, les plus ou moins values obtenues revalorisées grâce au rebalancement de l'actif s'il y a lieu, et les plus ou moins values sur la vente des actions pour faire face aux flux si les liquidités ne sont pas suffisantes.

Nous effectuons l'amortissement de la surcote décote de manière actuarielle sur la durée de vie résiduelle de l'obligation :

$$Amor_i = Va_i - Va_{i-1} \tag{6.11}$$

où

- $Amor_k$ est l'amortissement pour la date k
- $Va_k$ est la valeur amortie de l'obligation pour la date k

La valeur amortie $Va_k$ de l'obligation pour la date k est la somme des flux futurs restant, après versement du flux de la date k, de l'obligation actualisés au taux actuariel à l'achat :

$$Va_k = \sum_{i=k+1}^{r} \frac{F_i}{(1+ta)^{(i-k)}} \tag{6.12}$$

où

- $ta$ est le taux actuariel à l'achat,
- $F_i$ est le flux de l'obligation à la date i,
- $r$ est la date de remboursement.

L'amortissement représente une surcote si $Amor_k > 0$ et une décote, c'est-à-dire une reprise, si $Amor_k < 0$.

Le montant de la réserve de capitalisation n'est pris en compte dans les produits financiers seulement si ce montant est négatif. En effet, la capacité de la réserve de capitalisation à absorber les plus ou moins values obligataires est un facteur important de la détermination des produits financiers, et par conséquent de la participation aux bénéfices versée au contrat.

## 6.9 Le taux de rendement de l'actif

A présent, dans le but de calculer le taux de rendement de l'actif, nous calculons la valeur nette comptable de l'actif au 31 décembre de l'année N qui correspond à la valeur de marché de l'actif nette des plus values latentes :

$$VNC_{actif}(N) = VM_{actif}^{apdesinv}(N) - PVL(N) \tag{6.13}$$

où :
- $VM_{actif}^{apdesinv}(N)$ est la valeur de l'actif après rebalancement, réalisation des plus-values automatiques et les désinvestissements pour faire face aux flux à payer, s'il y a lieu,
- $PVL(N)$ est le montant total des plus values latentes.

Pour déterminer le taux servi contractuellement c'est-à-dire en prenant en compte toutes les clauses définies au contrat, nous calculons le taux de rendement de l'actif de l'année N :

$$TRA = \frac{PF(N)}{\frac{VNC(N)+VNC(N-1)}{2}} \tag{6.14}$$

.
Donc le taux de rendement de l'actif est égal à :

$$TRA(N) = 2 * \frac{PF(N)}{VNC(N)+VNC(N-1)}$$

## 6.10 Le taux servi contractuel

Le taux servi contractuel $tservi_{contractuel}$ est fonction du taux technique et du taux contractuel de participation aux bénéfices financiers :

$$tservi_{contractuel} = t_{technique} + Max(tpb_{contractuel} * TRA(N) - t_{technique}, 0) \tag{6.15}$$

où :
- $t_{technique}$ est le taux technique du contrat,
- $tpb_{contractuel}$ est le taux de participation aux bénéfices financiers défini dans le contrat.

Par définition, dans la pire des situations, l'assureur est obligé de servir au moins le taux technique. En effet, si l'actif a un rendement négatif de l'année N-1 à l'année N, la participation aux bénéfices financiers, définie dans le contrat, est nulle.

## 6.11 Le taux servi cible

Le taux de rendement que les assurés souhaitent pour leur contrat dépend du taux de marché et du taux servi par la concurrence. Le taux servi par la concurrence dépend également du marché. En effet, dans le cas où les taux de marché sont faibles, les assureurs connaîtront un faible rendement de leur actif. Au contraire, des taux de marché élevés permettront aux assureurs de revaloriser les contrats dépargne à un taux intéressant. Les assureurs cherchent à atteindre une revalorisation de l'épargne égale au taux servi cible. Ce taux servi cible est le taux auquel les assureurs espèrent revaloriser leurs contrats pour satisfaire les assurés dans le but de ne pas connaître l'année suivante de rachats conjoncturels.

Nous considérons, pour la modélisation, que le taux de marché correspond au Taux Moyen des Emprunts d'Etat qui est représenté par les OAT de maturité 10 ans.

Le taux servi cible est une fonction du taux technique, du taux de prélèvement sur encours et du taux de la concurrence qui est représenté par le TME :

$$tservi_{cible} = Max(t_{technique}, TME - p, charg) \tag{6.16}$$

où :

- $t_{technique}$ est le taux technique du contrat,
- $charg$ est le taux de prélèvement sur encours qui correspond au taux de chargement de gestion,
- $p$ est un nombre décimal de l'ordre de $10^{-3}$ permettant de définir, lorsque cela est possible, le taux servi cible comme une approximation du TME.

Le taux de revalorisation du contrat ne peut être inférieur au taux de prélèvement sur encours : nous ne pouvons retirer à l'épargne acquise de l'assuré plus que ce que nous lui versons comme revalorisation. De plus, l'assureur est contraint de revaloriser le contrat à un taux au minimum égal au taux technique.

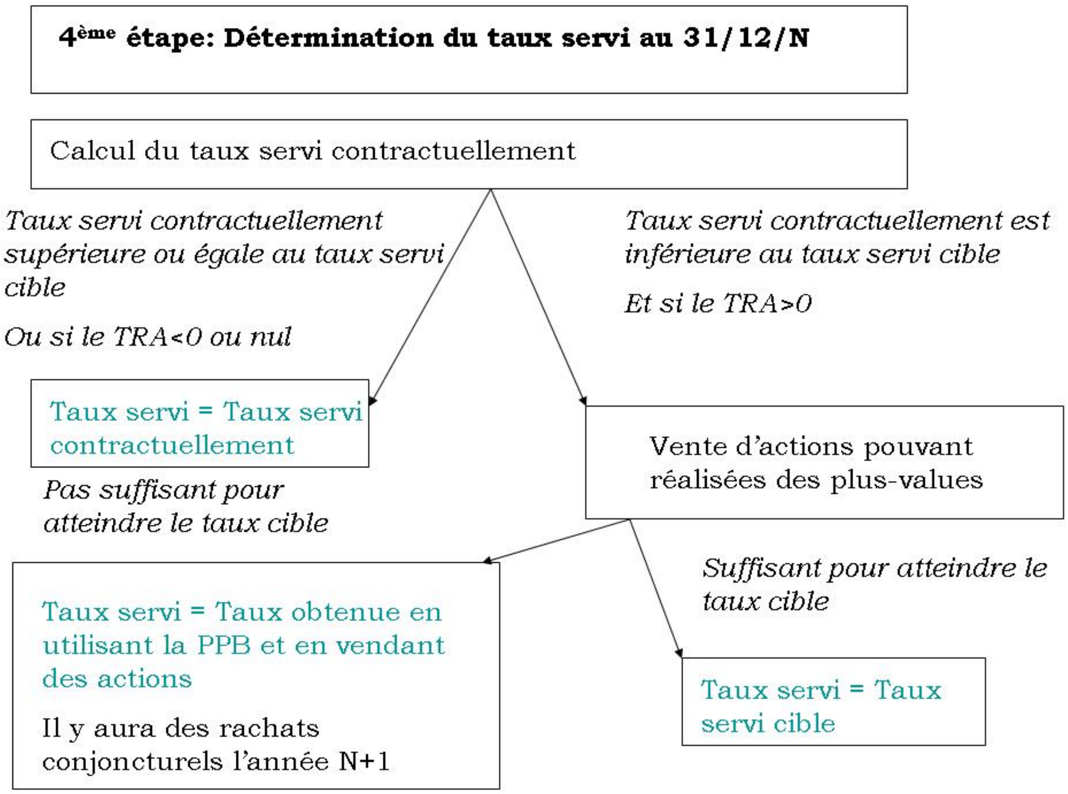
## 6.12 Le taux servi, la participation aux bénéfices discrétionnaire et les rachats conjoncturels

Après avoir déterminé le taux servi contractuel, l'assureur peut décider de verser, en plus, à l'assuré, une participation aux bénéfices discrétionnaire. Cette participation aux bénéfices discrétionnaire correspond à un supplément de revalorisation que l'assureur accorde à l'assuré. Le versement et le montant de cette participation est laissé au choix de l'assureur. Cependant, si le taux servi contractuellement est inférieur au taux servi cible, c'est-à-dire le taux auquel la concurrence revalorise les contrat de même type, l'assureur a intérêt à verser une participation aux bénéfices discrétionnaire à ses assurés. La participation au bénéfices discrétionnaire permet ainsi, dans la mesure du possible, d'atteindre le taux servi cible.

Dans le cas où le taux servi contractuel est inférieur au taux servi cible, si le taux de rendement de l'actif est positif, nous vendons des actions pouvant réaliser des plus-values pour atteindre ce dernier. Nous calculons le taux servi grâce au taux servi contractuel et à la vente d'actions.

Dans le cas où la vente d'actions ne nous permet toujours pas d'atteindre le taux cible, ou lorsque le taux de rendement de l'actif TRA est négatif ou nul :
- si c'est la première fois, nous constatons une perte pour servi le taux de revalorisation cible,
- si ce n'est pas la première fois, nous servons le taux servi obtenu grâce à aux contraintes contractuelles et à la vente d'actifs.

Dans le deuxième cas de figure, comme le taux servi est inférieur au taux servi cible, il y aura des rachats conjoncturels l'année suivante.




## 6.13 La provision mathématique à la clotûre de l'exercice

L'épargne acquise à la clotûre de l'exercice correspond à la provision mathématique de clotûre. La provision mathématique de clotûre de l'exercice N se calcule comme suit :

$$PM_{clo}(N) = (PM_{ouv}(N) * (1+t_{servi}(N)) - prest(N) * (1+t_{servi}(N))^{\frac{1}{2}} + ppb(N)) * (1-charg) \tag{6.17}$$

où :

- $PM_{ouv}(N)$ est la provision mathématique d'ouverture,
- $t_{servi}(N)$ est le taux servi au contrat pour l'exercice N,
- $prest(N)$ est le montant total des prestations,
- $ppb(N)$ est la partie de la provision pour participation aux bénéfices qui doit être servi l'année N,
- $charg$ est le taux de chargement de gestion prélevé sur l'encours.

Les prestations de l'année N correspondent au décès, au rachat structurel et au rachat conjoncturel :

$$prest(N) = deces(N) + Rachat_{structurel}(N) + Rachat_{conjoncturel}(N) \tag{6.18}$$

La partie de la provision pour participation aux bénéfices qui doit être versée l'année N est la partie qui a été dotée huit années plus tôt et qui n'a pas été reprise jusqu'au 31 décembre de l'année N pour faire face aux flux à payer.

L'épargne acquise au 31 décembre de l'année N-1 est revalorisée au taux servi décidé par l'assureur pour l'année N, auquel il faut retirer les prestations et une demi-année de revalorisation des prestations puisqu'elles ont lieu au milieu de l'année. La partie de la provision pour participation aux bénéfices qui doit être versée l'année N est ajoutée au montant obtenu précédemment pour obtenir l'épargne acuise au 31 décembre de l'année N brut de chargement de gestion. Nous appliquons, enfin, le taux de chargement de gestion pour obtenir l'épargne réellement acquise à la fin de l'exercice N.

# Troisième partie

# Le calcul de la provision best estimate et les études de sensibilité

Nous allons présenter les résultats obtenus en appliquant les modèles décrits ci-dessus à un contrat d'épargne en euros viager avec option de rachat, taux technique et taux de participation aux bénéfices financiers définis contractuellement.

Le calcul de la provision best estimate comprend la possibilité de participation aux bénéfices discrétionnaire et la prise en compte d' éventuels rachats conjoncturels.

Dans la suite, nous calculons la provision best estimate avec la méthode de Monte-Carlo que nous explicitons.

Nous étudions enfin l'impact de certains paramètres sur la valeur de la provision best estimate.

# Chapitre 7

# Détermination de la provision best estimate dans le cadre d'une application

## 7.1 Hypothèses

### 7.1.1 Hypothèses relatives à l'actif

Nous reprenons les hypothèses définies dans le cadre de la modélisation des taux zéro-coupon et des actions :

- $r_0 = 3,91\%$, $m_0 = 4,97\%$ et $S_0 = 100$ comme données initiales,
- $\alpha_1 = 30\%$ la vitesse de retour à la moyenne du taux court et $\alpha_2 = 55\%$ la vitesse du retour à la moyenne du taux long,
- $\sigma_1 = 0,10\%$ et $\sigma_2 = 30\%$ les volatilités respectives des processus de taux court et de taux long,
- $\mu = -3,01369$ l'espérance de taux instantané au long terme
- $\sigma_0 = 14\%$ la volatilité initiale
- $\beta = -0,2$

Nous fixons la valeur de marché de l'actif au début de la projection, c'est-à-dire au 31 décembre 2007, égale à 850 000 000 euros. En effet pour couvrir les engagements de l'assureur dans tous les scénarios possibles sur toute la durée du contrat, nous choisisons un ratio de financement de 1,95.
Le ratio de financement $ratio_{financement}$ est défini par la formule :

$$ratio_{financement} = \frac{VM_{actif}}{PM} \tag{7.1}$$

Le portefeuille d'actifs de l'assureur est composé de 85% d'obligations et de 15% d'actions.

Les actions ont un taux de dividendes de 2%.
Toutes les obligations sont de nominal 100 et sont remboursées au pair. Le portefeuille obligataire contient :

- 60% d'obligation de durée 30 ans et de taux nominal 4%,
- 20% d'obligations de durée 20 ans et de taux nominal 3%,
- et 20% d'obligations de durée 10 ans et de taux nominal 3,5%.

Le taux de frais de gestion des placements est de 0,07%.

### 7.1.2 Hypothèses relatives au contrat

Nous avons supossé que l'assuré est un homme agé de 60 ans. Son contrat a un taux technique de 2% et stipule que l'assuré peut racheter son contrat quand il le souhaite sans pénalité. Dans le contrat, il y a également une clause de participation aux bénéfices financiers de 90%. Le taux de prélèvement sur encours s' élève à 0,04%.

A la date du début de la projection, le montant de la provision mathématique s'élève à 435 869 036 euros.

### 7.1.3 Hypothèses relatives à la projection

Nous supposons que le taux de plus-values automatiques à réaliser chaque année est de 10%.

Nous considérons que le taux de frais relatif à la gestion des contrats, qui est à la charge de l'assureur, est de 0,10%. Le taux d'inflation appliqué aux frais est 2%.

Le montant de la réserve de capitalisation au 31 décembre 2007 est égale à 2.926.709 euros et le montant de la provision pour participation aux bénéfices au 31 décembre 2007 est 4.058.806 euros.

Nous avons choisi un taux de rachat structurel de 4%.

## 7.2 La méthode de Monte-Carlo

### 7.2.1 La théorie

La méthode de Monte-Carlo est une méthode numérique, qui utilise des tirages aléatoires permettant de réaliser un calcul numérique. La méthode de simulation de Monte-Carlo permet d'introduire une approche statistique du risque dans une décision financière.

Cette méthode consiste à isoler des variables clés d'une étude et de leur affecter une distribution de probabilité. Un grand nombre de tirages aléatoires dans les distributions de probabilités est effectué pour chacune de ces variables afin de déterminer le nombre d'occurences de chacun des résultats.

La méthode de simulation de Monte-Carlo repose sur **la loi forte des grands nombres** :

*Si $X_1$,...,$X_n$ n variables aléatoires indépendantes identiquement distribuées, intégrables et de moyenne $E(X)$ alors*

$$\frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n} \rightarrow E(X) \tag{7.2}$$

La provision best estimate est la moyenne des sommes de flux futurs actualisés dans différents scénarios économiques, représentant chacun un caractére aléatoire de l'évolution de l'actif. C'est pour cette raison que nous utilisons la méthode de Monte Carlo pour le calcul de la provision best estimate.

### 7.2.2 Utilisation de la méthode dans le cas de notre étude

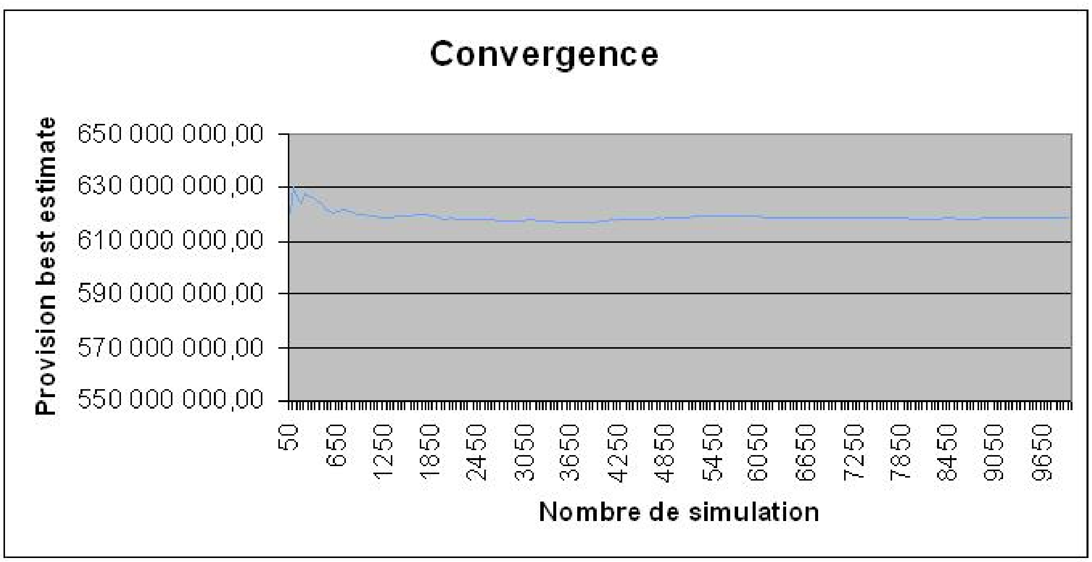
Pour calculer la provision best estimate, nous générons 10 000 scénarios possibles de l'actif. Pour chaque scénario, nous déterminons les flux futurs à verser par l'assureur, actualisés avec la courbe des taux zéro-coupon du CEIOPS. Puis nous calculons, pour chacune de ces 10 000 simulations, la somme de ces flux futurs. La provision best estimate est égale à la moyenne de tous ses scénarios.

La provision best estimate dans le cadre de nos hypothèses est de :

| Nombre de simulations | Montant de la provision best estimate en euros |
|---|---|
| 500 | 622 186 282 |
| 1000 | 620 285 532 |
| 2000 | 618 434 785 |
| 3000 | 617 562 750 |
| 4000 | 617 197 597 |
| 5000 | 618 880 803 |
| 6000 | 619 142 225 |
| 7000 | 618 952 458 |
| 8000 | 618 402 549 |
| 9000 | 618 520 221 |
| 10000 | 618 549 303 |

### 7.2.3 Etude de la convergence du résultat

Nous souhaitons déterminer le nombre de simulations nécessaires pour obtenir un résultat satisfaisant et stable. Nous étudions la stabilité du résultat en calculant la provision best estimate pour un nombre de simulation allant de 50 à 10000 avec un pas de calcul de 50. Nous obtenons le graphique suivant :




Le résultat du calcul est relativement stable pour n'importe quel nombre de simulations. Nous remarquons sur le graphique que le résultat converge complétement à partir d'un nombre de simulations égale à 1000.

Ainsi, dans la suite de l''etude, le nombre de simulations effectué sera égale à 1000.

## 7.3 Un intervalle de confiance

Dans le but de déterminer un intervalle de confiance pour la provision best estimate, nous avons effectué un bootstrap sur l'échantillon des sommes des flux futurs actualisés des 1000 scénarios.

Le boostrap est une technique d'inférence statistique basée sur une succession de rééchantillonages.

*La technique du bootstrap procède de la manière suivante :*
*– B échantillons bootstrap sont crées,*
*– et une statistique $Z()$ est calculé pour chacun des échantillons bootstrap.*
*Un échantillon bootstrap s'obtient en effectuant n tirages avec remise dans l'échantillon ($X_1$,..$X_n$) de façon à constituer une collection ($X'_1$,...,$X'_n$) dans laquelle chaque observation figure avec une multiplicité comprise entre 0 et n.*

La statistique appropriée est la moyenne. Nous tirons 100 échantillons bootstrap qui sont obtenus sur les 1000 sommes de flux futurs actualisés. Nous obtenons ainsi 100 provisions best estimate et nous calculons les quantiles à 5% et à 95% pour trouver les bornes de l' intervalle de confiance.

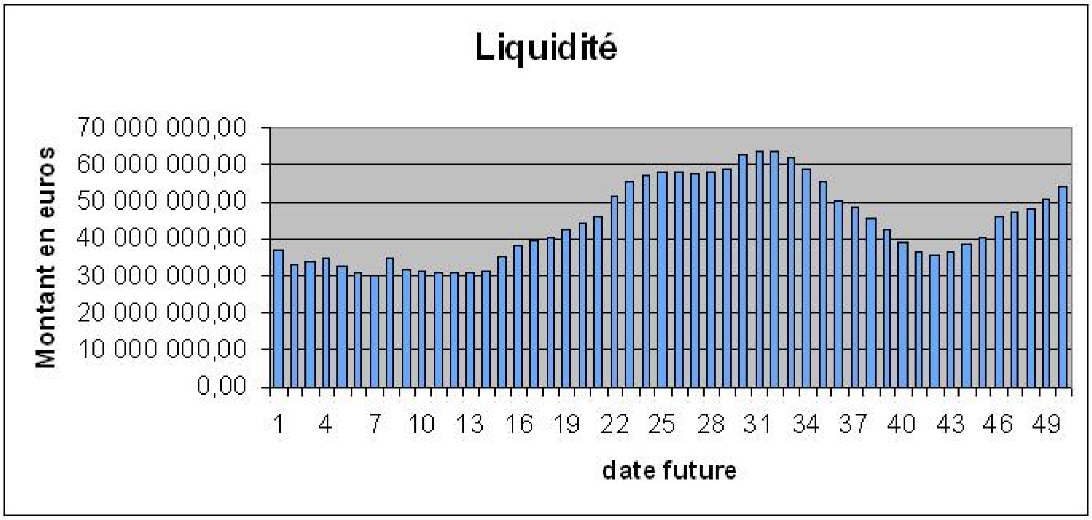
L'intervalle de confiance à 90% est $[616.957.723, 623.104.585]$. Nous remarquons que la provision best estimate que nous avons obtenue précédemment appartient bien à cet intervalle de confiance.

## 7.4 Analyse des résultats

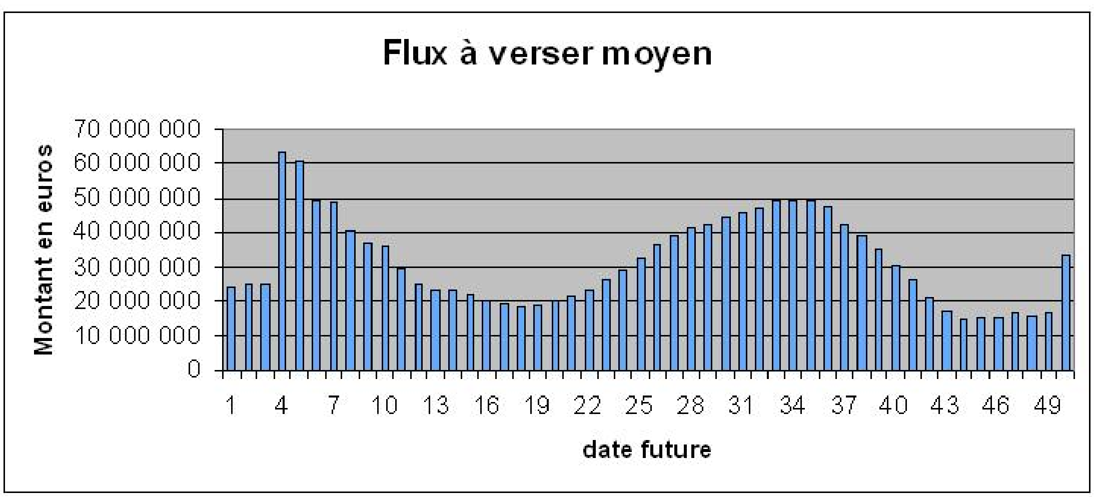
Les liquidités doivent évoluer pour pouvoir faire face aux flux à verser. En effet, si les liquidités ne permettent pas de payer les flux de sortie, l'assureur est obligé de vendre une partie de ces actifs. Dans le cas où cette situation se produit plusieurs fois, l'assureur risque à un moment donné de ne plus avoir ni action ni obligation. N'ayant plus d'actif, l'assureur se retrouve en faillite. Dans ce cas, nous ne pouvons projeter nos flux jusqu'à la mort de l'assuré et par conséquent il n'est pas possible de calculer une provision best estimate.

Pour être capable de calculer la provision best estimate, il est nécessaire de pouvoir projeter les flux futurs jusqu'à extinction du contrat dans tous les scénarios possibles de notre modélisation. C'est pour cette raison que la valeur de marché initiale de notre actif a été choisie élevée : l'actif représente 195% du montant de la provision mathématique initiale.

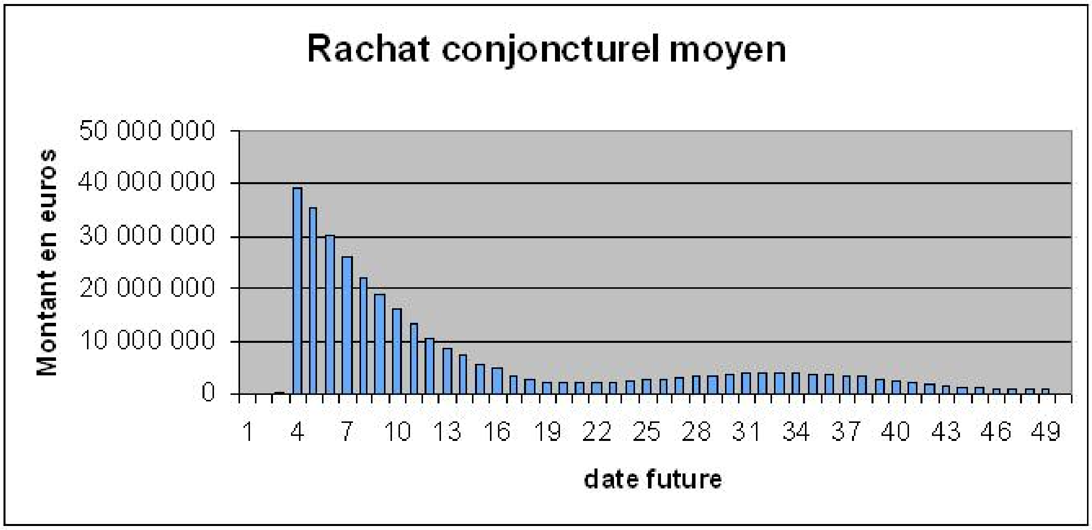
Le graphique ci-dessous représente les liquidités disponibles moyennes sur les 1 000 scénarios :




En comparant le graphique précédent avec les flux à payer moyens sur les mêmes 1 000 scénarios, nous nous apercevons que les liquidités sont à peu près du même ordre de grandeur que les flux de sortie. Cette dernière remarque nous indique que le montant de l'actif a bien été choisi de sorte que l'activité de l'assureur puisse continuer c'est-à-dire qu'ils ne se retrouvent pas sans actifs.




Sur le graphique des flux de sortie, nous remarquons des "pics". Ces pics correspondent aux dates où il y a d'importants montants de rachats conjoncturels. Nous pouvons les observer sur le graphique suivant, qui représente les montants de rachats conjoncturels moyens sur les mêmes 1 000 scénarios :



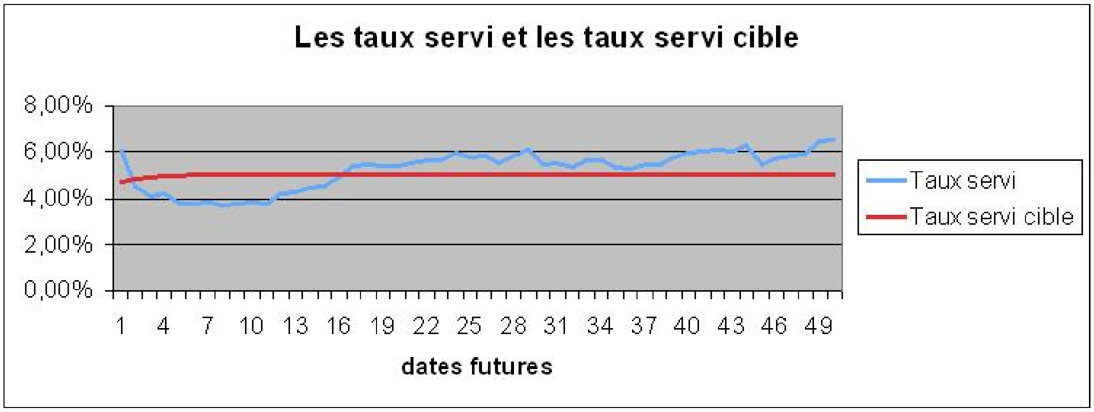

Les rachats conjoncturels augmentent considérablement les prestations et par conséquent les flux de sortie de l'assureur. Lorsque les flux de sortie sont trop élevés, l'assureur a besoin d'un actif important pour être capable de payer ces flux.

Les rachats conjoncturels ne sont pas les seuls en cause dans la diminution des actifs. En effet lorsque le taux servi contractuel n'est pas suffisant, c'est-à-dire qu'il n'atteind pas le taux cible, nous vendons des actions pour servir de la participation aux bénéfices discrétionnaires lorsque le taux de rendement de l'actif nous le permet. L'ajout de la participation aux bénéfices discrétionnaire doit nous permettre de revaloriser l'épargne de l'assuré au taux cible.

Lorsque nous nous retrouvons plusieurs fois dans la situation décrite ci-dessus, le nombre de nos actions diminue et le montant de notre actif baisse fortement. De plus, si la participation aux bénéfices discrétionnaire ne suffit pas pour servir le taux cible, nous connaissons des rachats conjoncturels l'année suivante ce qui n'améliore pas le situation de l'actif.

Ainsi la participation aux bénéfices discrétionnaire nous pousse également à avoir un actif initial d'une valeur importante.

En effet, nous pouvons observer, qu'en moyenne, les taux réellement servis aux contrats sont acceptables puisqu'ils se situent entre 4% et 6%.




Au début les taux servis sont en moyenne plus faibles que les taux cibles puis deviennent, en moyenne, supérieurs.

La provision best estimate est, pour 1 000 scénarios, d'un montant de 618 549 303 euros. Elle est supérieure à la provision mathématique initiale qui est égale à 435 869 036 euros. Toutes deux sont de l'ordre de $10^9$ ce qui nous indique que le résultat paraît cohérent. Cependant la provision best estimate est nettement plus élevée.

Cette différence peut s'expliquer par les principes mêmes du projet de réforme Solvabilité II. En effet, la provision best estimate est un calcul qui a pour but d'intégrer tous les risques encourus. Pour un contrat d'épargne en euros, les incertitudes qui ont le plus d'impact sur les flux de sortie reposent sur les rachats conjoncturels et la participation aux bénéfices discrétionnaire. Ces deux éléments ne sont pas pris en compte dans le calcul de la provision mathématique. De plus, la définition de la provision best estimate suggère une modélisation de l'évolution de l'actif et du passif intégrant les intéractions actif-passif. La provision mathématique ne tient pas compte de ces aspects.

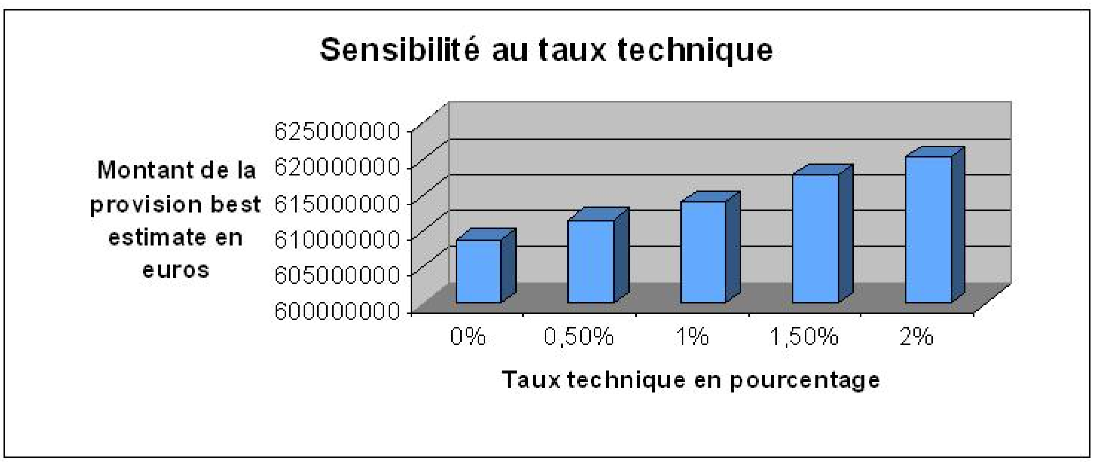
# Chapitre 8

# Etudes de sensibilité

Nous cherchons à déterminer l'influence sur le montant de la provision best estimate de certains paramètres du modèle de calcul.
Dans ce but, nous changeons un seul paramètre dans les hypotèses définies précédemment et nous effectuons à nouveau la projection dans l'optique de déterminer le nouveau montant de la provision best estimate.

## 8.1 Sensibilité au taux technique

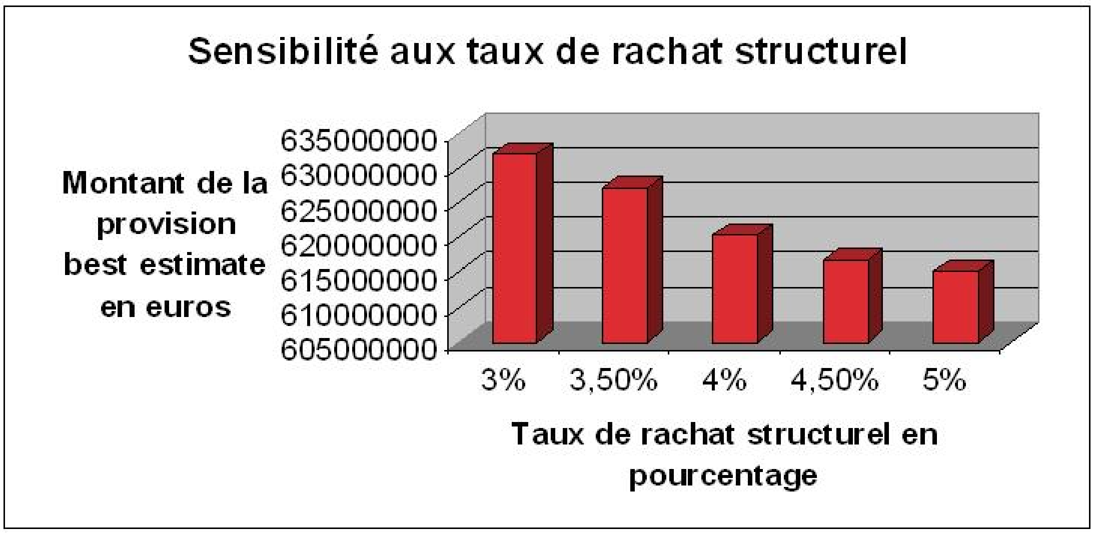
Dans cette partie, nous avons souhaité observer l'évolution de la provision best estimate en fonction de différents taux techniques :




Nous remarquons que la provision best estimate augmente avec le taux technique. En effet, le taux technique est une contrainte définie dans le contrat qui garantie aux assurés un rendement minimum. Etant une obligation contractuelle de l'assureur, il est logique que plus cette obligation est élevée plus la provision best estimate est grande.

## 8.2 Sensibilité au taux de rachat structurel

Dans ce paragraphe, nous avons changé le taux de rachat structurel dans le but de déterminer son impact sur la provision best estimate :

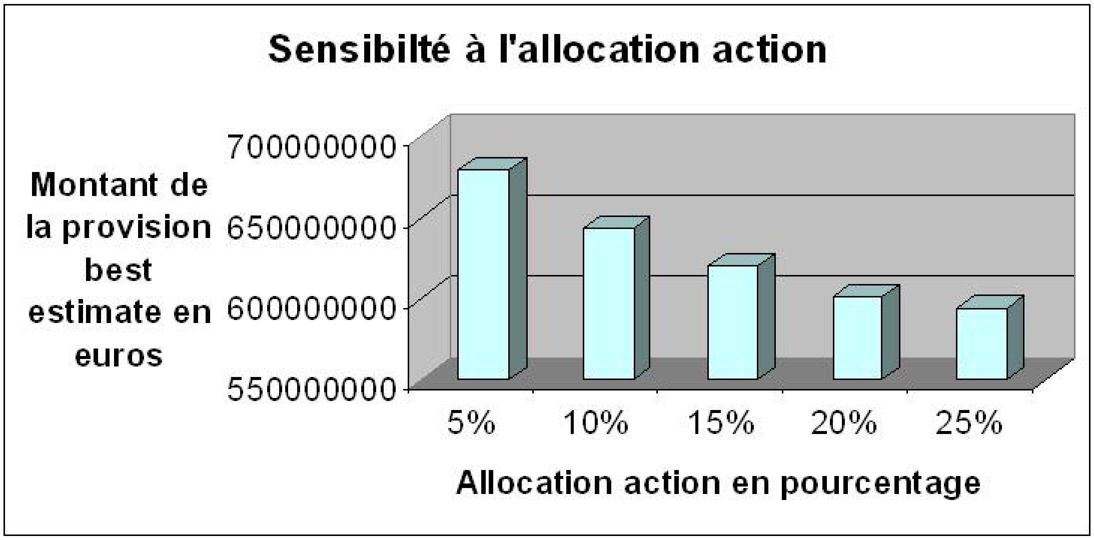



Nous remarquons que plus le taux de rachat structurel est petit plus la provision best estimate est importante.

A première vue, la provision best estimate devrait augmenter avec le taux de rachat structurel. En effet plus le taux de rachat structurel est élevé, plus les prestations devraient être importantes et par conséquent plus les flux de sortie devraient être grands.
Cependant lorsque le taux de rachat structurel est grand et qu'il y a des rachats conjoncturels, alors le montant auquel s'applique le taux de rachat conjoncturel est plus petit qu'avec un taux de rachat structurel inférieur au précedent. En effet plus les rachats structurels sont élevés, plus le montant $PM_{ouv} - deces - R_{structurel}$, qui est le montant auquel s'applique le taux de rachat conjoncturel, est faible et donc les rachats conjoncturels sont plus bas. Le montant des rachats conjoncturels étant moins important, les flux à payer sont plus petits : le montant des flux de sortie dépendent beaucoup des rachats conjoncturels. En effet, lorsque les rachats conjoncturels ont lieu, ils représentent des montants importants.

## 8.3 Sensibilité à la répartition du portefeuille

A présent, nous étudions la sensibilité de la provision best estimate à la répartition du portefeuille. Nous avons attribué au portefeuille différentes allocations d'actions allant de 5% à 25%. Ainsi les obligations représentent respectivement 95%, 90%, 85%, 80% et 75% du portefeuille.



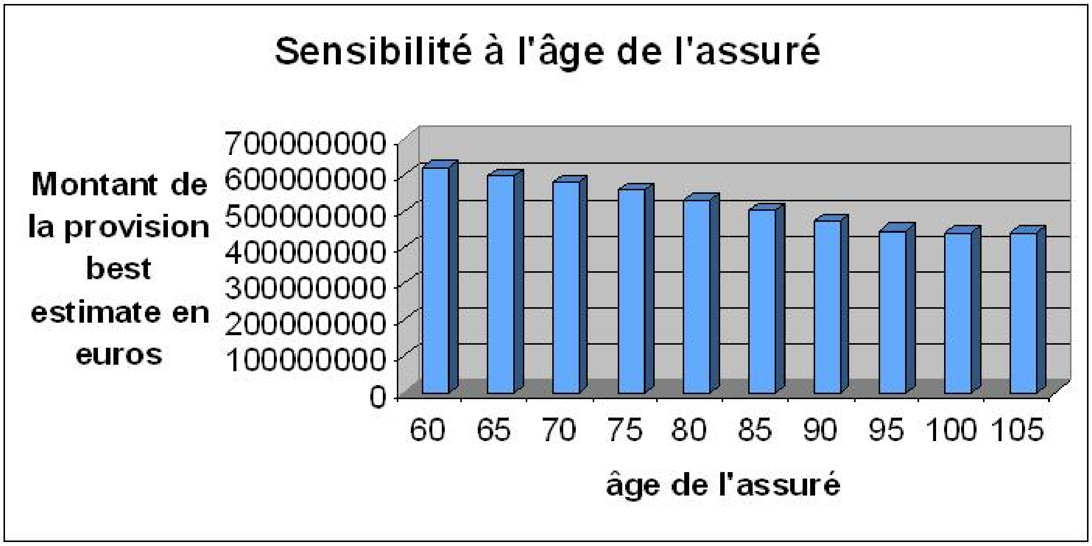

Nous remarquons que plus l'allocation d'actions est importante plus la provision best estimate est petite.

Une allocation action de plus de 25% ne permet pas de projeter l'évolution de l'actif et du passif jusqu'à la fin du contrat pour les 1000 scénarios considérés. En effet, une allocation plus importante rend le portefeuille trop risqué pour que l'assureur puisse faire face à ses engagements pendant toute la durée de vie du contrat.

La tendance à la baisse de la provision best estimate lorsque l'allocation d'actions augmente peut s'expliquer par la phase de vente d'actions pour atteindre le taux cible. En effet, lorsque le taux contractuel ne suffit pas pour servir le taux servi cible, nous décidons de verser à l'assuré une participation aux bénéfices discrétionnaire. Le montant de cette participation dépend des plus values que l'on réalise en vendant des actions. Ainsi plus nous possédons d'actions, plus nous pouvons servir le taux cible, et moins il y a de rachats conjoncturels. Par conséquent, dans cette logique, les flux de sortie sont moins importants.

## 8.4 Sensibilités à l'âge de l'assuré

Dans cette partie, nous étudions l'influence de l' âge de l'assuré sur la provision best estimate :




Nous observons que la provisions best estimate diminue avec l'âge de l'assuré. En effet, plus l'assuré est jeune, plus la durée de l'engagement est long puisque le contrat est viager.

# Conclusion

La provision best estimate est calculée de manière à prendre en compte tous les risques. Dans le cas de contrat d'épargne en euros, les risques sont principalement financiers. En effet, les engagements de l'assureur dépendent de ces obligations envers l'assuré définies dans le contrat.

Cependant, la valeur de l'engagement est également influencée par le comportement de l'assuré et de l'assureur. Le comportement de l'assuré est caractérisé par les rachats conjoncturels : ils représentent la réaction de l'assuré face au taux de rendement que l'assureur lui verse. En effet l'assuré cherche à obtenir le meilleur rendement possible pour son épargne. C'est dans cette optique, qu'il compare tous les ans les taux servis par l'assureur avec les taux du marché et les taux servi par la concurrence. Lorsque cette différence est significative, l'assuré préfére racheter son contrat. Dans cette situation, l'assureur risque de connaître une vague de rachats massifs. Dans le but d'éviter de verser des montants de prestations importants dus aux rachats conjoncturels, l'assureur a tendance à verser à l'assuré une participation aux bénéfices supplémentaire pour atteindre un taux satisfaisant pour les assurés. Ce supplément de participation aux bénéfices est issu des plus values réalisées en vendant des actions. L'assureur prend la décision de verser une participation aux bénéfices discrétionnaire en fonction du rendement de son actif. Celui-ci dépend des décisions prises par l'assureur en ce qui concerne sa politique de gestion de son actif.

Les rachats conjoncturels, ainsi que la participation aux bénéfices discétionnaire, représentent des montants élevés et, lorqu'ils ont lieu, ont un impact important sur le montant des engagements. Ces aspects, dépendant des décisions de l'assureur et de l'assuré, ne sont pas pris en compte dans le calcul de la provision mathématique représentant aujourd'hui l'engagement de l'assureur envers l'assuré.

La provision best estimate d'un contrat viager d'épargne en euros, dans le cadre des hypothèses que nous avons prises, est supérieur à la provision mathématique. Cette conclusion est cohérente avec le principe de Solvabilité II : prendre en compte les risques réellement supportés par l'assureur. En effet, la provision mathématique n'intégre pas les intéractions actif-passif, qui sont déterminantes pour la valeur des engagements dans ce type de contrat. Au contraire, le modèle nous permet de calculer la provision best estimate du contrat viager d'épargne en euros en intégrant les intéractions actif passif.

Dans le but de faire face à ses engagements dans tous les cas possibles, l'assureur doit avoir un actif important. Les prestations, comprenant les rachats conjoncturels, et la participaticion aux bénéfices discrétionnaire sont versées en puisant dans le montant des actifs. Si les actifs ne sont pas suffisamment conséquents pour faire face à ces montants pendant toute le durée de vie du contrat, l'assureur sera en faillite et ne pourra plus honorer ses engagements car il n'aura plus d'actif.
La définition de la provision best estimate suppose l'utilisation d'une modélisation

stochastique pour son calcul. La modélisation stochastique nous a permis de considérer différents scénarios d'actifs, bons ou mauvais. Pour que l'assureur puissent tenir ses engagements même dans les mauvais scénarios d'actifs, le montant de son actif doit être important.

Le montant de la provision best estimate peut être influencé par le taux de rachat structurel, le taux technique, l'âge de l'assuré, ainsi que la répartition de l'actif.

Les conclusions de la quatrième étude quantitative d'impact du projet Solvabilité II seront publiées courant novembre 2008. Elles permettront peut-être de définir des règles plus précises sur le calcul de la provision best estimate des contrats d'épargne en euros qui représente une des problématiques actuelle importante.

# Annexes

**Annexe 1 : Programmation des modèles financiers**

```
Sub RisqueNeutre3()
Application.ScreenUpdating = False

ligne init 1 = 0
ligne init 2 = 0
ligne init 3 = 2
ligne init 4 = 0
ligne init 5 = 0

nbScenario = Feuil1.Cells(ligne init 1 + 3, 3)
pasdetps = 1 / 12
date eval fin = InputBox("Jusqu'‡ quelle pÈriode Èvaluons nous les courbe de taux ? ")
nb feuille intouchable = Worksheets("ParamËtres").Cells(1, 10).Value

rinit1Rn = Feuil1.Cells(13, 1)
rinit2Rn = Feuil1.Cells(14, 1)
alpha1Rn = Feuil1.Cells(15, 1)
sigma1Rn = Feuil1.Cells(16, 1)
alpha2Rn = Feuil1.Cells(17, 1)
sigma2Rn = Feuil1.Cells(18, 1)
muRn = Feuil1.Cells(19, 1)

sinitRn = Feuil1.Cells( 26, 1)
qRn = Feuil1.Cells(27, 1)
betaRn = Feuil1.Cells(29, 1)
sigmaRn = Feuil1.Cells( 28, 1) / (sinitRn^betaRn)

Dim forward() As Double

ReDim Normale(912, 2)
ReDim DeltaBrownien(1 To 2, 1 To 1)
ReDim TxCourt(913, 2)
ReDim TxLong(913, 2)
ReDim Integrale(78)
ReDim PrixZC(78)
ReDim TxZC(nbScenario, 78)
ReDim swap(nbScenario, 901)
ReDim Moyenne(78)
ReDim CourbeTxInit(78)
ReDim ErreurQuad(78)
ReDim Tauxcourt(nbScenario, 913)
```

```
ReDim Tauxlong(nbScenario, 913)
ReDim MoyenneTauxcourt(78)
ReDim MoyenneTauxlong(78)
ReDim Action(913, 2)
ReDim MoyenneAct(78)
ReDim Volatilite(913)
ReDim MoyenneVol(78)
ReDim forward(75, 75)

nb feuille = Worksheets.Count

For f = nb feuille To nb feuille intouchable + 1 Step -1
Application.DisplayAlerts = False
Sheets(f).Delete
Application.DisplayAlerts = True
Next f

For l = 1 To date eval fin
Sheets.Add , after :=Sheets(nb feuille intouchable + l - 1)
ActiveSheet.Name = "Courbe de taux RN "  l
ActiveSheet.Cells(1, 1) = "Courbe de taux en se plaÁant ‡ la date "  l
Call presentationcourbeforward
Next l

For k = 1 To nbScenario
Application.StatusBar = "simu "  k
For j = 1 To 2
For i = 1 To 901
Randomize
Uniforme = Tore(10000)
Normale(i, j) = WorksheetFunction.NormSInv(Uniforme)
Next i
Next j
For i = 1 To 901
If i = 1 Then
TxCourt(i, 1) = Log(rinit1Rn)
TxCourt(i, 2) = rinit1Rn
Tauxcourt(k, i) = TxCourt(i, 2)
Feuil6.Cells(k + 6, i + 1) = Tauxcourt(k, i)
TxLong(i, 1) = Log(rinit2Rn)
TxLong(i, 2) = rinit2Rn
Tauxlong(k, i) = TxLong(i, 2)
Feuil7.Cells(k + 6, i + 1) = Tauxlong(k, i)
MoyenneTauxcourt(i) = MoyenneTauxcourt(i) + Tauxcourt(k, i)
```

MoyenneTauxlong(i) = MoyenneTauxlong(i) + Tauxlong(k, i)
Volatilite(i) = sigmaRn * $sinitRn^{betaRn}$
MoyenneVol(i) = MoyenneVol(i) + Volatilite(i)
Feuil5.Cells(ligne init 5 + k + 6, i + 81) = Volatilite(i)
Action(i, 1) = Log(sinitRn)
Action(i, 2) = sinitRn
MoyenneAct(i) = MoyenneAct(i) + Action(i, 2)
Feuil5.Cells(ligne init 5 + k + 6, i + 1) = Action(i, 2)
Else
Call CholeskyNDim(Feuil1.Range("B34 :C35"))
TxLong(i, 1) = TxLong(i - 1, 1) + alpha2Rn * (muRn - TxLong(i - 1, 1)) * pasdetps + sigma2Rn * $pasdetps^{(1/2)}$ * Normale(i - 1, 1)
TxLong(i, 2) = Exp(TxLong(i, 1))
TxCourt(i, 1) = TxCourt(i - 1, 1) + alpha1Rn * (TxLong(i - 1, 1) - TxCourt(i - 1, 1)) * pasdetps + sigma1Rn * $pasdetps^{(1/2)}$ * X(1, 1)
TxCourt(i, 2) = Exp(TxCourt(i, 1))
If (i Mod 12 = 1) Then
Tauxcourt(k, Int(i / 12) + 1) = TxCourt(i, 2)
Sheets("Taux court RN 0").Cells(k + 6, Int(i / 12) + 2) = Tauxcourt(k, Int(i / 12) + 1)
MoyenneTauxcourt(Int(i / 12) + 1) = MoyenneTauxcourt(Int(i / 12) + 1) + Tauxcourt(k, Int(i / 12) + 1)
End If
If (i Mod 12 = 1) Then
Tauxlong(k, Int(i / 12) + 1) = TxLong(i, 2)
Sheets("Taux long RN 0").Cells(k + 6, Int(i / 12) + 2) = Tauxlong(k, Int(i / 12) + 1)
MoyenneTauxlong(Int(i / 12) + 1) = MoyenneTauxlong(Int(i / 12) + 1) + Tauxlong(k, Int(i / 12) + 1)
End If
Action(i, 1) = Action(i - 1, 1) + (TxCourt(i - 1, 2) - qRn - ($Volatilite(i-1)^2$ / 2)) * pasdetps + Volatilite(i - 1) * pasdetps $^(1/2) * X(2,1)$
$Action(i,2) = Exp(Action(i,1))$
$Volatilite(i) = sigmaRn*$Action(i, 2) $^{betaRn}$
If (i Mod 12 = 1) Then
Feuil5.Cells(ligne init 5 + k + 6, Int(i / 12) + 2) = Action(i, 2)
MoyenneAct(Int(i / 12) + 1) = MoyenneAct(Int(i / 12) + 1) + Action(i, 2)
Feuil5.Cells(ligne init 5 + k + 6, Int(i / 12) + 82) = Volatilite(i)
MoyenneVol(Int(i / 12) + 1) = MoyenneVol(Int(i / 12) + 1) + Volatilite(i)
End If
End If
Next i
Sum = 0
sumzc = 0

PrixZC(0) = 1
For i = 1 To 76
Integrale(i) = IntegraleRiemann(0, Worksheets("Courbe de taux RN 0").Cells(ligne init 3 + 1, i + 1), 12 * Worksheets("Courbe de taux RN 0").Cells(ligne init 3 + 1, i + 1), TxCourt())
PrixZC(i) = Exp(-Integrale(i))
If (i = 1) Then
tav = 0
Else
tav = Worksheets("Courbe de taux RN 0").Cells(ligne init 3 + 1, i)
End If
tap = Worksheets("Courbe de taux RN 0").Cells(ligne init 3 + 1, i + 1)
Sum = Sum + (tap - tav) * PrixZC(i)
swap(k, i) = (PrixZC(0) - PrixZC(i)) / Sum
TxZC(k, i) = $(((1 + swap(k, i))/(1 - swap(k, i) * sumzc))^{(1/i)})$ - 1
sumzc = sumzc + (1 / $(1 + TxZC(k, i))^i$)
Sheets("Courbe de taux RN 0").Cells(ligne init 3 + k + 4, i + 1) = TxZC(k, i)
Moyenne(i) = Moyenne(i) + TxZC(k, i)
Next i
For l = 1 To date eval fin
Application.StatusBar = "simu "  k  " date "  l
For d = 1 To $75 - l$
forward(l, d) = $((((1 + TxZC(k, d + l))^{(d+l)})/((1 + TxZC(k, l))^{(l)}))^{(1/d)}) - 1$
Sheets("Courbe de taux RN "  l).Cells(k + 6, d + 1) = forward(l, d)
Next d
Next l
Next k
For i = 1 To 913
Feuil2.Cells(ligne init 2 + i + 5, 2) = TxCourt(i, 1)
Feuil2.Cells(ligne init 2 + i + 5, 3) = TxLong(i, 1)
Feuil2.Cells(ligne init 2 + i + 5, 4) = TxCourt(i, 2)
Feuil2.Cells(ligne init 2 + i + 5, 5) = TxLong(i, 2)
If l = 0 Then
Feuil2.Cells(ligne init 2 + i + 5, 7 + 3 + 2) = Action(i, 1)
Feuil2.Cells(ligne init 2 + i + 5, 8 + 3 + 2) = Action(i, 2)
Feuil2.Cells(ligne init 2 + i + 5, 9 + 3 + 2) = Volatilite(i)
End If
Next i
For i = 1 To 76
Moyenne(i) = Moyenne(i) / nbScenario
Worksheets("Courbe de taux RN 0").Cells(ligne init 3 + 2, i + 1) = Moyenne(i)
CourbeTxInit(i) = Feuil4.Cells(ligne init 4 + i + 4, 7)
Feuil3.Cells(ligne init 3 + 3, i + 1) = CourbeTxInit(i)
ErreurQuad(i) = $(Moyenne(i) - CourbeTxInit(i))^2$

Feuil3.Cells(1010, i + 1) = ErreurQuad(i)
Next i
For i = 1 To 76
MoyenneAct(i) = MoyenneAct(i) / nbScenario
Feuil5.Cells(ligne init 5 + 4, i + 1) = MoyenneAct(i)
MoyenneVol(i) = MoyenneVol(i) / nbScenario
Feuil5.Cells(ligne init 5 + 4, i + 81) = MoyenneVol(i)
Next i
For i = 1 To 76
MoyenneTauxcourt(i) = MoyenneTauxcourt(i) / nbScenario
Sheets("Taux court RN 0").Cells(ligne init 5 + 4, i + 1) = MoyenneTauxcourt(i)
MoyenneTauxlong(i) = MoyenneTauxlong(i) / nbScenario
Sheets("Taux long RN 0").Cells(ligne init 5 + 4, i + 1) = MoyenneTauxlong(i)
Next i

Calculate
End Sub

Function IntegraleRiemann(A As Variant, b As Variant, n As Variant, Fct() As Variant)
*cette fonction calcule l'intégrale de Riemann de a à b et pour n sous intervalles pour le partage de l'intervalle [a,b]*
Dim somme As Variant
Dim deltax As Variant
somme = 0
deltax = (b - A) / n
For k = 1 To n
somme = somme + deltax * Fct(1 + A + k * deltax * 12, 2)
Next k
IntegraleRiemann = somme
End Function

Function Tore(ByVal nb simu As Double)
*cette fonction génère des nombres aléatoires de loi uniforme ‡ l'aide d'un Tore mélangé : on utilise un alpha=10 et un nombre premier=5*
Dim phin As Double
Randomize
phin = Int(10 * nb simu * Rnd + 1)
Tore = $phin * 5^{(0.5)} - Int(phin * 5^{(0.5)})$
End Function

Sub CholeskyNDim(sigma As Range)
*cette procédure permet de calculer le vecteur X normal centré et de matrice variance covariance VarCov par la décomposition de Cholesky*

*le vecteur X est ‡ n dimensions*
*la matrice variance covariance (VarCov)est symétrique et la diagonale est composée uniquement de 1*
*X=C*Z*
*VarCov=CC' C est une matrice triangulaire inférieure*
*Z est un vecteur gaussien de composantes normales centrées réduites et indépendantes*

```
Dim n As Integer
Dim temp As Double
Dim A() As Double
Dim c() As Double
n = sigma.Columns.Count
Dim U As Double
Dim Z() As Double
ReDim Z(1 To n)
ReDim X(1 To n, 1 To 1)
ReDim A(1 To n, 1 To n)
ReDim c(1 To n, 1 To n)
For i = 1 To n
For j = 1 To n
A(i, j) = sigma.Cells(i, j).Value
c(i, j) = 0
Next j
Next i
For i = 1 To n
For j = i To n
temp = A(i, j)
For k = 1 To (i - 1)
temp = temp - c(i, k) * c(j, k)
Next k
If j = i Then
c(i, i) = Sqr(temp)
Else
c(j, i) = temp / c(i, i)
End If
Next j
Next i
```

*génération de nombres aléatoires avec la méthode du Tore mélangé pour créer des lois normales N(0,1)*

```
For i = 1 To n
Randomize
U = Tore(10000) 'loi uniforme
Z(i) = WorksheetFunction.NormSInv(U) 'loi normale N(0,1)
```

```
Next i
```

*produit entre la matrice C et la matrice Z pour obtenir le vecteur X*

```
For i = 1 To n
X(i, 1) = 0
For j = 1 To n
X(i, 1) = X(i, 1) + c(i, j) * Z(j)
Next j
Next i

End Sub
```

## Annexe 2 : Programmation du calcul de la provision best estimate

```
Sub Flux()

Dim k As Integer
Dim t As Integer
Dim j As Integer
Dim date inv As Date
Dim date achat As Date
Dim date achat bis As Date
Dim debut As Date
Dim fin As Date
Dim tps As Date
Dim Valeur marche oblig av() As Double
Dim Valeur marche action av() As Double
Dim Valeur marche actif() As Double
Dim Valeur marche oblig ap() As Double
Dim Valeur marche action ap() As Double
Dim Montant inv desinv action() As Double
Dim Montant inv desinv oblig() As Double
Dim nb part oblig() As Double
Dim nb part action() As Double
Dim nombre obligation() As Double
Dim prix achat() As Double
Dim car oblig() As Variant
Dim Coupon tot() As Double
Dim coupon As Double
Dim div() As Double
Dim Sur de cote() As Double
Dim v amortie() As Double
Dim remboursement As Double
Dim reserve capi() As Double
Dim VC action() As Double
Dim PF() As Double
Dim PMouv() As Double
Dim PMclo() As Double
Dim TME() As Double
Dim PVL realise() As Double
Dim rachat conjoncturel() As Double
Dim txrachat conjoncturel() As Double
Dim tx servi() As Double
Dim DotePPB() As Double
Dim VN() As Double
```

```
Dim interet ppb() As Double
Dim ppbtot() As Double
Dim Flux actu() As Double
Dim t fin init As Double
Dim t fin As Double
Dim VC tot() As Double
Dim coef() As Double

date inv = Worksheets("ParamËtres").Cells(3, 10)
nbScenario = Worksheets("ParamËtres").Cells(3, 3)
t fin init = InputBox("Jusqu'‡ quelle date ?")
nb tot oblig init = InputBox("Combien avez vous d'obligation ‡ ce jour")
p = 0.001

ReDim Valeur marche oblig av(nbScenario, 75)
ReDim Valeur marche action av(nbScenario, 75)
ReDim Valeur marche actif(nbScenario, 75)
ReDim Valeur marche oblig ap(nbScenario, 75)
ReDim Valeur marche action ap(nbScenario, 75)
ReDim Montant inv desinv action(nbScenario, 75)
ReDim Montant inv desinv oblig(nbScenario, 75)
ReDim nb part oblig(75)
ReDim nb part action(75)
ReDim nombre obligation(1000, 75)
ReDim prix achat(nbScenario, 1000)
ReDim car oblig(1000, 8)
ReDim Coupon tot(nbScenario, 75)
ReDim div(nbScenario, 75)
ReDim Sur de cote(nbScenario, 75)
ReDim v amortie(1000, 75)
ReDim reserve capi(nbScenario, 75)
ReDim VC action(75, 2)
ReDim PF(nbScenario, 75)
ReDim PMouv(nbScenario, 75)
ReDim PMclo(nbScenario, 75)
ReDim TME(nbScenario, 75)
ReDim PVL realise(nbScenario, 75)
ReDim rachat conjoncturel(nbScenario, 75)
ReDim txrachat conjoncturel(nbScenario, 75)
ReDim tx servi(nbScenario, 75)
ReDim DotePPB(nbScenario, 75, 3)
ReDim VN(nbScenario, 75)
ReDim interet ppb(nbScenario, 75)
ReDim ppbtot(nbScenario, 75)
```

```
ReDim Flux actu(nbScenario)
ReDim VC tot(nbScenario, 75)
ReDim coef(75)

vm0 = Worksheets("ParamËtres").Cells(2, 13)
part oblig = Worksheets("ParamËtres").Cells(9, 12)
tx div = Worksheets("ParamËtres").Cells(8, 16)
res cap = Worksheets("ParamËtres").Cells(13, 13)
taux pvl = Worksheets("paramËtres").Cells(16, 13)
taux frais plac = Worksheets("ParamËtres").Cells(19, 13)
tx inf = Worksheets("ParamËtres").Cells(22, 13)

For j = 1 To nb tot oblig init
Worksheets("taux actuariel").Cells(27, 4).ClearContents
duree = Worksheets("Obligations").Cells(j + 3, 5)
tx nom = Worksheets("Obligations").Cells(j + 3, 4)
Nom = Worksheets("Obligations").Cells(j + 3, 3)
date achat = Worksheets("Obligations").Cells(j + 3, 6)
cc = tx nom * Nom
remboursement = cc + Nom
s = 100
n = duree - DateDiff("yyyy", date achat, date inv)
Worksheets("taux actuariel").Cells(27, 4).FormulaLocal = "="
For i = 1 To n - 1
b = Worksheets("taux actuariel").Cells(27, 4).FormulaLocal
Worksheets("taux actuariel").Cells(27, 4).FormulaLocal = b "+" cc "/((1+"
Worksheets("taux actuariel").Cells(27, 2).AddressLocal(False, False) ")" i ")"
Next i
b = Worksheets("taux actuariel").Cells(27, 4).FormulaLocal
Worksheets("taux actuariel").Cells(27, 4).FormulaLocal = b "+" rembourse-
ment "/((1+" Worksheets("taux actuariel").Cells(27, 2).AddressLocal(False,
False) ")" n ")"
Worksheets("taux actuariel").Cells(27, 4).GoalSeek Goal :=s, ChangingCell :=Work-
sheets("taux actuariel").Cells(27, 2)
alpha = Worksheets("taux actuariel").Cells(27, 2)
Worksheets("Obligations").Cells(j + 3, 7) = Round(alpha, 3)
Next j

For l = 1 To nb tot oblig init
car oblig(l, 1) = Worksheets("Obligations").Cells(3 + l, 2)
car oblig(l, 2) = Worksheets("Obligations").Cells(3 + l, 3)
car oblig(l, 3) = Worksheets("Obligations").Cells(3 + l, 4)
car oblig(l, 4) = Worksheets("Obligations").Cells(3 + l, 5)
car oblig(l, 5) = Worksheets("Obligations").Cells(3 + l, 6)
```

```
car oblig(l, 7) = Worksheets("Obligations").Cells(3 + l, 7)
Next l

PMinit = Worksheets("ParamËtres").Cells(3, 19)
ageinit = Worksheets("ParamËtres").Cells(3, 22)
tx rachat structurel = Worksheets("ParamËtres").Cells(8, 19)
tx technique = Worksheets("ParamËtres").Cells(11, 19)
tx prelevement encours = Worksheets("ParamËtres").Cells(12, 19)
tx frais gestion = Worksheets("ParamËtres").Cells(13, 19)
tx pb contrac = Worksheets("ParamËtres").Cells(15, 19)
ppbinit = Worksheets("ParamËtres").Cells(19, 19)

d = 110 - ageinit
If d < t fin init Then
t fin = d
Else
t fin = t fin init
End If

For k = 1 To nbScenario

Flux actu(k) = 0
age = ageinit
num inf txcible = 0
nb tot oblig = nb tot oblig init
nb oblig = nombre oblig(1)
For l = 1 To nb tot oblig init
car oblig(l, 6) = 1
coef(l) = Worksheets("Obligations").Cells(3 + l, 8)
Next l
PMclo(k, 0) = PMinit
For l = 0 To 75
VC action(l, 2) = 0
VC action(l, 1) = 0
Next l

For t = 0 To t fin

reserve capi(k, 0) = res cap
date calcul = DateSerial(Year(date inv) + t, Month(date inv), Day(date inv))
date calcul av = DateSerial(Year(date inv) + (t - 1), Month(date inv), Day(date
inv))

If t = 0 Then
```

```
Valeur marche actif(k, 0) = vm0
Valeur marche oblig av(k, 0) = part oblig * vm0
nombre oblig tot = 0
For j = 1 To nb tot oblig
If car oblig(j, 6) = 1 Then
Nom = car oblig(j, 2)
tx nom = car oblig(j, 3)
duree = car oblig(j, 4)
date achat = car oblig(j, 5)
prix achat(k, j) = VMoblig(date inv, k, t, Nom, tx nom, duree, date achat)
nombre obligation(j, 0) = coef(j) * Valeur marche oblig av(k, 0) / prix achat(k, j)
nombre oblig tot = nombre oblig tot + nombre obligation(j, 0)
End If
Next j
nb part oblig(0) = nombre oblig tot
Valeur marche action av(k, 0) = (1 - part oblig) * vm0
nb part action(0) = Valeur marche action av(k, 0) / 100
VC action(0, 1) = 100
VC action(0, 2) = nb part action(0)
div(k, 0) = tx div * 100 * nb part action(0)
coupon = 0
amor sur de cote = 0
For j = 1 To nb tot oblig
If car oblig(j, 6) = 1 Then
Nom = car oblig(j, 2)
tx nom = car oblig(j, 3)
duree = car oblig(j, 4)
date achat = car oblig(j, 5)
taux actuariel = car oblig(j, 7)
date fin oblig = DateSerial(Year(date achat) + duree, Month(date achat), Day(date achat))
If date achat < date calcul Then
coupon = coupon + nombre obligation(j, 0) * tx nom * Nom
v amortie(j, 0) = Valeur amortie(date calcul, date achat, tx nom, Nom, duree, taux actuariel)
v av = Valeur amortie(date calcul av, date achat, tx nom, Nom, duree, taux actuariel)
amor sur de cote = amor sur de cote + Round(nombre obligation(j, 0) * (v amortie(j, 0) - v av), 5)
End If
If date fin oblig = date calcul Then
car oblig(j, 6) = 0
car oblig(nb tot oblig + 1, 1) = nb tot oblig + 1
```

```
car oblig(nb tot oblig + 1, 2) = Nom
car oblig(nb tot oblig + 1, 3) = tx nom
car oblig(nb tot oblig + 1, 4) = duree
date achat bis = date calcul
car oblig(nb tot oblig + 1, 5) = date achat bis
car oblig(nb tot oblig + 1, 6) = 1
coef(nb tot oblig) = coef(j)
coef(j) = 0
prix achat(k, nb tot oblig + 1) = VMoblig(date inv, k, t, Nom, tx nom, duree,
date achat bis)
Worksheets("taux actuariel").Cells(27, 4).ClearContents
cc = tx nom * Nom
fin = cc + Nom
s = prix achat(k, nb tot oblig + 1)
n = duree
Worksheets("taux actuariel").Cells(27, 4).FormulaLocal = "="
For i = 1 To n - 1
b = Worksheets("taux actuariel").Cells(27, 4).FormulaLocal
Worksheets("taux actuariel").Cells(27, 4).FormulaLocal = b "+" cc "/((1+"
Worksheets("taux actuariel").Cells(27, 2).AddressLocal(False, False) ") " i ")"
Next i
b = Worksheets("taux actuariel").Cells(27, 4).FormulaLocal
Worksheets("taux actuariel").Cells(27, 4).FormulaLocal = b "+" rembourse-
ment "/((1+" Worksheets("taux actuariel").Cells(27, 2).AddressLocal(False,
False) ")" n ")"
Worksheets("taux actuariel").Cells(27, 4).GoalSeek Goal :=s, ChangingCell :=Work-
sheets("taux actuariel").Cells(27, 2)
alpha = Worksheets("taux actuariel").Cells(27, 2)
car oblig(nb tot oblig + 1, 7) = Round(alpha, 4)
nombre obligation(nb tot oblig + 1, t - 1) = nombre obligation(j, t - 1) * Nom /
prix achat(k, nb tot oblig + 1)
nb tot oblig = nb tot oblig + 1
nb oblig = nb oblig + 1 - 1
End If
End If
Next j
tx servi(k, 0) = TME(k, 0)
PVL realise(k, 0) = 0
rachat conjoncturel(k, 1) = 0
ppbtot(k, 0) = ppbinit
DotePPB(k, 0, 3) = 1
DotePPB(k, 0, 2) = 7
DotePPB(k, 0, 1) = ppbtot(k, 0)
Coupon tot(k, 0) = coupon
```

VN(k, 0) = Valeur marche action av(k, 0)
ffac = 0

Else

PMouv(k, t) = PMclo(k, t - 1)
Worksheets("nb deb").Cells(7, t + 1) = nb part action(t - 1)
Worksheets("nb deb").Cells(8, t + 1) = nb part oblig(t - 1)
For j = 1 To nb tot oblig
If car oblig(j, 6) = 0 Then
nombre obligation(j, t) = 0
End If
Next j
TME(k, t) = Worksheets("Courbe de taux RN "  t).Cells(k + 6, 11) 'Le Taux Moyen des Emprunts d'Etat est le taux des OAT 10 ans (tx de la courbe des taux ‡ maturitÈ 10 ans)

*On se place au 01/01*
*EVOLUTION DE L'ACTIF*
VMobligation = 0
For j = 1 To nb tot oblig
If car oblig(j, 6) = 1 Then
Nom = car oblig(j, 2)
tx nom = car oblig(j, 3)
duree = car oblig(j, 4)
date achat = car oblig(j, 5)
VMobligation = VMobligation + nombre obligation(j, t - 1) * VMoblig(date inv, k, t - 1, Nom, tx nom, duree, date achat)
End If
Next j
Valeur marche oblig av(k, t) = VMobligation
Cours action = Worksheets("Action RN").Cells(6 + k, 2 + t - 1)
Valeur marche action av(k, t) = nb part action(t - 1) * Cours action
Valeur marche actif(k, t) = Valeur marche action av(k, t) + Valeur marche oblig av(k, t)
Worksheets("VM actif").Cells(6 + k, 2 + t) = Valeur marche actif(k, t)
For j = 1 To nb tot oblig
nombre obligation(j, t) = nombre obligation(j, t - 1)
Next j

textitREBALANCEMENT DE L'ACTIF
Valeur marche oblig ap(k, t) = part oblig * Valeur marche actif(k, t)
Valeur marche action ap(k, t) = (1 - part oblig) * Valeur marche actif(k, t)
Montant inv desinv oblig(k, t) = Round(Valeur marche oblig av(k, t) - Valeur

```
marche oblig ap(k, t), 5)
Montant inv desinv action(k, t) = Round(Valeur marche action av(k, t) - Valeur
marche action ap(k, t), 5)
Worksheets("Desinv action").Cells(7, 1 + t) = Montant inv desinv action(k, t)
nb part action(t) = nb part action(t - 1) - Montant inv desinv action(k, t) / Cours
action
If Montant inv desinv oblig(k, t) > 0 Then
desinv = True
If nb oblig = 0 Then
MsgBox "Plus d'oblig allocation actif"
Else
If nb oblig = 1 Then
For j = 1 To nb tot oblig
If car oblig(j, 6) = 1 Then
l = j
End If
Next j
Else
l = 1
Do While car oblig(l, 6) = 0
l = l + 1
Loop
For j = 1 To nb tot oblig
If car oblig(j, 6) = 1 Then
If
car oblig(l, 5) < car oblig(j, 5) Then
l = j

End If
Else
l = l

End If
Next j
End If
End If
plus moins value oblig = 0
Do While desinv = True
Nom = car oblig(l, 2)
tx nom = car oblig(l, 3)
duree = car oblig(l, 4)
date achat = car oblig(l, 5)
tx actuariel = car oblig(l, 7)
Prix = VMoblig(date inv, k, t - 1, Nom, tx nom, duree, date achat)
```

```
nombre obligation(l, t) = nombre obligation(l, t) - (Montant inv desinv oblig(k, t) / Prix)
va = Valeur amortie(date calcul, date achat, tx nom, Nom, duree, tx actuariel)
plus moins value oblig = plus moins value oblig + (Montant inv desinv oblig(k, t) / Prix) * (Prix - va)
If nombre obligation(l, t) < 0 Then
Montant inv desinv oblig(k, t) = -nombre obligation(l, t) * Prix
nombre obligation(l, t) = 0
car oblig(l, 6) = 0
nb oblig = nb oblig - 1
If nb oblig = 0 Then
MsgBox "Plus d'obligation allocation cible 2"
Else
For j = 1 To l - 1
If car oblig(j, 6) = 1 Then
coef(j) = coef(j) + coef(l) / nb oblig
End If
Next j
For j = l + 1 To nb tot oblig
If car oblig(j, 6) = 1 Then
coef(j) = coef(j) + coef(l) / nb oblig
End If
Next j
coef(l) = 0
If nb oblig = 1 Then
For j = 1 To nb tot oblig
If car oblig(j, 6) = 1 Then
l = j
End If
Next j
Else
l = 1
Do While car oblig(l, 6) = 0
l = l + 1
Loop
For j = 1 To nb tot oblig
If car oblig(j, 6) = 1 Then
If car oblig(l, 5) < car oblig(j, 5) Then
l = j
End If
Else
l = l
End If
```

```
Next j
End If
End If
desinv = True
Else
desinv = False
End If
Loop
Else
For j = 1 To nb tot oblig
If car oblig(j, 6) = 1 Then
Nom = car oblig(j, 2)
tx nom = car oblig(j, 3)
duree = car oblig(j, 4)
date achat = car oblig(j, 5)
Prix = VMoblig(date inv, k, t - 1, Nom, tx nom, duree, date achat)
nombre obligation(j, t) = nombre obligation(j, t - 1) - (coef(j) * Montant inv de-
sinv oblig(k, t) / Prix)
End If
Next j
plus moins value oblig = 0
End If
reserve capi(k, t) = reserve capi(k, t - 1) + plus moins value oblig
If reserve capi(k, t) < 0 Then
perte = reserve capi(k, t)
Else
perte = 0
End If
somme nb oblig = 0
For j = 1 To nb tot oblig
If car oblig(j, 6) = 1 Then
somme nb oblig = somme nb oblig + nombre obligation(j, t)
End If
Next j
nb part oblig(t) = somme nb oblig
If Montant inv desinv action(k, t) < 0 Then
VC action(t, 1) = Cours action
VC action(t, 2) = -Montant inv desinv action(k, t) / Cours action
PMV action = 0
Else
PMV action = 0
Montant desinv = Montant inv desinv action(k, t)
If Montant desinv > 0 Then
VC action(t, 1) = 0
```

```
VC action(t, 2) = 0
desinv = True
l = t - 1
Do While desinv = True
If VC action(l, 2) = 0 Then
l = l - 1
If l < 0 Then
desinv = False
MsgBox " Il n'y a plus d'actions allocation cible"
Else
Desinvaction = True
End If
Else
VC action(l, 2) = VC action(l, 2) - Montant desinv / Cours action
If VC action(l, 2) > 0 Then
desinv = False
PMV action = PMV action + (-Montant desinv / Cours action) * (Cours action - VC action(l, 1))
Else
PMV action = PMV action + ((Montant desinv / Cours action) + VC action(l, 2)) * (Cours action - VC action(l, 1))
Montant desinv = -VC action(l, 2) * Cours action
VC action(l, 2) = 0
l = l - 1
If l < 0 Then
desinv = False
MsgBox " Il n'y a plus d'actions allocation cible 2"
Else
Desinvaction = True
End If
End If
End If
Loop
End If
End If
```

*On se place au 31/12*

```
coupon = 0
amor sur de cote = 0
For j = 1 To nb tot oblig
If car oblig(j, 6) = 1 Then
Nom = car oblig(j, 2)
tx nom = car oblig(j, 3)
duree = car oblig(j, 4)
```

```
date achat = car oblig(j, 5)
taux actuariel = car oblig(j, 7)
date fin oblig = DateSerial(Year(date achat) + duree, Month(date achat), Day(date
achat))
If date fin oblig = date calcul Then
car oblig(j, 6) = 0
car oblig(nb tot oblig + 1, 1) = nb tot oblig + 1
car oblig(nb tot oblig + 1, 2) = Nom
car oblig(nb tot oblig + 1, 3) = tx nom
If 75 - t < duree Then
car oblig(nb tot oblig + 1, 4) = 75 - t
Else
car oblig(nb tot oblig + 1, 4) = duree
End If
date achat bis = date calcul
car oblig(nb tot oblig + 1, 5) = date achat bis
car oblig(nb tot oblig + 1, 6) = 1
coef(nb tot oblig + 1) = coef(j)
coef(j) = 0
prix achat(k, nb tot oblig + 1) = VMoblig(date inv, k, t, Nom, tx nom, duree,
date achat bis)
Worksheets("taux actuariel").Cells(27, 4).ClearContents
cc = tx nom * Nom
fin = cc + Nom
s = prix achat(k, nb tot oblig + 1)
n = duree
Worksheets("taux actuariel").Cells(27, 4).FormulaLocal = "="
For i = 1 To n - 1
b = Worksheets("taux actuariel").Cells(27, 4).FormulaLocal
Worksheets("taux actuariel").Cells(27, 4).FormulaLocal = b "+" cc "/((1+"
Worksheets("taux actuariel").Cells(27, 2).AddressLocal(False, False) ")" i ")"
Next i
b = Worksheets("taux actuariel").Cells(27, 4).FormulaLocal
Worksheets("taux actuariel").Cells(27, 4).FormulaLocal = b "+" rembourse-
ment "/((1+" Worksheets("taux actuariel").Cells(27, 2).AddressLocal(False,
False) ")" n ")"
Worksheets("taux actuariel").Cells(27, 4).GoalSeek Goal :=s, ChangingCell :=Work-
sheets("taux actuariel").Cells(27, 2)
alpha = Worksheets("taux actuariel").Cells(27, 2)
car oblig(nb tot oblig + 1, 7) = Round(alpha, 4)
nombre obligation(nb tot oblig + 1, t) = nombre obligation(j, t) * Nom / prix
achat(k, nb tot oblig + 1)
nombre obligation(j, t) = 0
nb tot oblig = nb tot oblig + 1
```

```
nb oblig = nb oblig + 1 - 1
End If
If date achat < date calcul Then
coupon = coupon + nombre obligation(j, t - 1) * tx nom * Nom
v amortie(j, t - 1) = Valeur amortie(date calcul av, date achat, tx nom, Nom,
duree, taux actuariel)
v amortie(j, t) = Valeur amortie(date calcul, date achat, tx nom, Nom, duree,
taux actuariel)
amor sur de cote = amor sur de cote + Round(nombre obligation(j, t) * (v amor-
tie(j, t) - v amortie(j, t - 1)), 5)
Else
coupon = coupon
If date achat = date calcul Then
v amortie(j, t) = Valeur amortie(date calcul, date achat, tx nom, Nom, duree,
taux actuariel)
End If
amor sur de cote = amor sur de cote
End If
End If
Next j
Sur de cote(k, t) = amor sur de cote
Cours action = Worksheets("Action RN").Cells(k + 6, t + 2)
div(k, t) = tx div * Cours action * nb part action(t)
Coupon tot(k, t) = coupon
For l = 0 To t - 1
If DotePPB(k, l, 3) = 1 Then
DotePPB(k, l, 2) = DotePPB(k, l, 2) + 1
End If
Next l
```

*REALISATION DE PLUS VALUES AUTOMATIQUES SUR ACTIONS*

```
PV realise = 0
sum report = 0
nb action rea = 0
For l = 0 To t
plus values latentes actions realisees = 0
If VC action(l, 2) > 0 Then
VM = Worksheets("Action RN").Cells(6 + k, 2 + t)
If (VM - VC action(l, 1)) > 0 Then
Plus values latentes = VC action(l, 2) * (VM - VC action(l, 1))
plus values latentes actions realisees = sum report + taux pvl * Plus values la-
tentes
nb realise = plus values latentes actions realisees / (VM - VC action(l, 1))
VC action(l, 2) = VC action(l, 2) - nb realise
```

nb action rea = nb action rea + nb realise
If VC action(l, 2) < 0 Then
sum report = -VC action(l, 2) * (VM - VC action(l, 1))
VC action(l, 2) = 0
Else
sum report = 0
End If
Else
plus values latentes actions realisees = 0
End If
End If
PV realise = PV realise + plus values latentes actions realisees
Next l
PVL realise(k, t) = PV realise
nb part action(t) = nb part action(t) - nb action rea

*FLUX DE PASSIF SOUHAITES*
tx revalo = Worksheets("Courbe de taux RN "  t).Cells(6 + k, 2)
PMV action = PMV action * (1 + tx revalo)
interet ppb(k, t) = ppbtot(k, t - 1) * tx revalo
age = age + 1
proba deces = (1 - (Worksheets("TF 00 02").Cells(age + 1 + 3, 2) / Worksheets("TF 00 02").Cells(age + 3, 2)))
deces = PMouv(k, t) * proba deces
rachat structurel = tx rachat structurel * (PMouv(k, t) - deces)
rachat conjoncturel(k, t) = txrachat conjoncturel(k, t) * (PMouv(k, t) - deces - rachat structurel)
Worksheets("rachat conjonc").Cells(k + 6, t + 2) = rachat conjoncturel(k, t)
rachat = rachat structurel + rachat conjoncturel(k, t)
prestations = deces + rachat
taux servi cible = WorksheetFunction.Max(TME(k, t) - p, tx technique, tx prelevement encours)
Worksheets("taux servi cible").Cells(k + 6, t + 2) = taux servi cible
frais plac = taux frais plac * Valeur marche actif(k, t) * (1 + tx inf)
frais gestion = tx frais gestion * PMouv(k, t) * (1 + tx inf)
If t < t fin Then
Flux a verser = prestations * $((1+txrevalo)^{(1/2)}$ - 1) + prestations + frais gestion + frais plac
Else
Flux a verser = prestations * $((1+txrevalo)^{(1/2)}$ - 1) + prestations + frais gestion + frais plac + ppbtot(k, t)
End If
Worksheets("Flux ‡ verser").Cells(k + 6, t + 2) = Flux a verser

*REALISATION DES FLUX SOUHAITES*

```
PPB a verser = 0
For j = 0 To t
If DotePPB(k, j, 3) = 1 Then
If DotePPB(k, j, 2) = 8 Then
PPB a verser = PPB a verser + DotePPB(k, j, 1)
DotePPB(k, j, 3) = 0
End If
End If
Next j
ppb tot = 0
For j = 1 To t
If DotePPB(k, j, 3) = 1 Then
ppb tot = ppb tot + DotePPB(k, j, 1)
End If
Next j
ppbtot(k, t) = ppb tot

liquidites = Coupon tot(k, t) + div(k, t) + PVL realise(k, t) + interet ppb(k, t)
+ PPB a verser + PMV action
Worksheets("liquidites").Cells(k + 6, t + 2) = liquidites
If liquidites < Flux a verser Then
Montant restant a payer = Flux a verser - liquidites
Montant reel retirer PPB = 0
PPB desinv = True
j = 1
Do While PPB desinv = True
If j > t Then
PPB desinv = False
Else
If DotePPB(k, j, 3) = 1 Then
If (DotePPB(k, j, 1) - Montant restant a payer) > 0 Then
Montant reel retirer PPB = Montant reel retirer PPB + Montant restant a payer
DotePPB(k, j, 1) = DotePPB(k, j, 1) - Montant restant a payer
PPB desinv = False
Else
Montant reel retirer PPB = Montant reel retirer PPB + DotePPB(k, j, 1)
Montant restant a payer = Montant restant a payer - DotePPB(k, j, 1)
DotePPB(k, j, 3) = 0
DotePPB(k, j, 1) = 0
j = j + 1
PPB desinv = True
End If
Else
```

```
j = j + 1
PPB desinv = True
End If

End If
Loop
ppbtot(k, t) = ppbtot(k, t) - Montant reel retirer PPB
If Montant reel retirer PPB < Montant restant a payer Then
Do While Round(Montant restant a payer, 5) <> 0
If Round(nb part action(t), 5) > 0 Then
desinv oblig = part oblig * Montant restant a payer
desinv action = (1 - part oblig) * Montant restant a payer
Else
desinv oblig = Montant restant a payer
desinv action = 0
End If
If nb oblig = 0 Then
Desinvoblig = False
If Round(nb part action(t), 0) = 0 Then
MsgBox "ERREUR pour faire face aux flux avec nb action "  nb part action(t)
desinv action + desinv oblig
If Round(desinv action, 0) <> Round(Montant restant a payer, 0) Then
MsgBox "Il y a erreur dans desinv oblig pour faire face aux flux"
MsgBox "Desinv "  desinv action  " Montant ‡ payer "  Montant restant a payer
End If
Else
If nb oblig = 1 Then
For j = 1 To nb tot oblig

If car oblig(j, 6) = 1 Then
l = j
End If
Next j
Else
l = 1
Do While car oblig(l, 6) = 0
l = l + 1
Loop
For j = 1 To nb tot oblig
If car oblig(j, 6) = 1 Then
If car oblig(l, 5) < car oblig(j, 5) Then
l = j
End If
Else
```

```
l = l
End If
Next j
End If

End If
Desinvoblig = True
plus moins value oblig reafluxpassif = 0
Do While Desinvoblig = True
Nom = car oblig(l, 2)
tx nom = car oblig(l, 3)
duree = car oblig(l, 4)
date achat = car oblig(l, 5)
tx actuariel = car oblig(l, 7)
Prix = VMoblig(date inv, k, t, Nom, tx nom, duree, date achat)
nombre obligation(l, t) = nombre obligation(l, t) - (desinv oblig / Prix)
va = Valeur amortie(date calcul, date achat, tx nom, Nom, duree, tx actuariel)
If nombre obligation(l, t) < 0 Then
plus moins value oblig reafluxpassif = plus moins value oblig reafluxpassif +
(nombre obligation(l, t) + (desinv oblig / Prix)) * (Prix - va)
car oblig(l, 6) = 0
nb oblig = nb oblig - 1
Montant restant a payer = Montant restant a payer - (nombre obligation(l, t) +
(desinv oblig / Prix)) * Prix
desinv oblig = desinv oblig - (nombre obligation(l, t) + (desinv oblig / Prix)) *
Prix
nombre obligation(l, t) = 0
nb oblig = 0 Then
If Round(nb part action(t), 0) = 0 Then
MsgBox "ERREUR pour faire face aux flux 2 avec nb action "  nb part action(t)
For j = 1 To nb tot oblig
MsgBox "oblig "  j  " nb "  nombre obligation(j, t)
Next j
For j = 1 To t
MsgBox " action "  j  " nb "  VC action(j, 2)
Next j
Else
End If
Desinvoblig = False
desinv action = desinv action + desinv oblig
If desinv action <> Montant restant a payer Then
MsgBox "Il y a erreur dans desinv oblig pour faire face aux flux"
MsgBox "Desinv "  desinv action  " Montant ‡ payer "  Montant restant a payer
End If
```

```
Else
For j = 1 To l - 1
If car oblig(j, 6) = 1 Then
coef(j) = coef(j) + coef(l) / nb oblig
End If
Next j
For j = l + 1 To nb tot oblig
If car oblig(j, 6) = 1 Then
coef(j) = coef(j) + coef(l) / nb oblig
End If
Next j
coef(l) = 0
Desinvoblig = True
If nb oblig = 1 Then

For j = 1 To nb tot oblig
If car oblig(j, 6) = 1 Then
l = j
End If
Next j
Else
l = 1
Do While car oblig(l, 6) = 0
Loop

For j = 1 To nb tot oblig
If car oblig(j, 6) = 1 Then
If car oblig(l, 5) < car oblig(j, 5) Then
l = j
End If

Else
l = l
End If
End If
End If
Else
Montant restant a payer = Montant restant a payer - desinv oblig
plus moins value oblig reafluxpassif = plus moins value oblig reafluxpassif + (de-
sinv oblig / Prix) * (Prix - va)
Desinvoblig = False
End If
Loop
Desinvaction = True
```

```
l = t
PMV action reafluxpassif = 0
Cours action = Worksheets("Action RN").Cells(6 + k, 2 + t)
nb action a retirer = 0
Do While Desinvaction = True
If VC action(l, 2) = 0 Then
l = l - 1
If l < 0 Then
Desinvaction = False
MsgBox " Il n'y a pas d'actions en "  t  "pour faire face aux flux "
Montant restant a payer = Montant restant a payer
Else
Desinvaction = True
End If
Else
VC action(l, 2) = VC action(l, 2) - desinv action / Cours action
If VC action(l, 2) > 0 Then
Desinvaction = False
nb action a retirer = desinv action / Cours action
nb part action(t) = Round(nb part action(t) - nb action a retirer, 10)
PMV action reafluxpassif = PMV action reafluxpassif + (desinv action / Cours action) * (Cours action - VC action(l, 1))
Montant restant a payer = Montant restant a payer - desinv action
Else
PMV action reafluxpassif = PMV action reafluxpassif + (VC action(l, 2) + (desinv action / Cours action)) * (Cours action - VC action(l, 1))
nb action a retirer = VC action(l, 2) + desinv action / Cours action
nb part action(t) = Round(nb part action(t) - nb action a retirer, 10)
Montant restant a payer = Montant restant a payer - (VC action(l, 2) + (desinv action / Cours action)) * Cours action
desinv action = -VC action(l, 2) * Cours action
VC action(l, 2) = 0
l = l - 1
If l < 0 Then
Desinvaction = False
Montant restant a payer = Montant restant a payer
MsgBox " Il n'y a plus d'actions ‡ la date "  t  " pour faire face aux flux "
Else
Desinvaction = True
End If
End If
End If
Loop
Loop
```

DotePPB(k, t, 3) = 0
Surplus = 0
Else
Surplus = 0
PMV action reafluxpassif = 0
plus moins value oblig reafluxpassif = 0
For j = 1 To nb tot oblig
If car oblig(j, 6) = 1 Then
nombre obligation(j, t) = nombre obligation(j, t)
Else
nombre obligation(j, t) = 0
End If
Next j
End If
Else
Surplus = liquidites - Flux a verser
Montant reel retirer PPB = 0
DotePPB(k, t, 1) = Surplus
DotePPB(k, t, 2) = 1
DotePPB(k, t, 3) = 1
PMV action reafluxpassif = 0
plus moins value oblig reafluxpassif = 0
For j = 1 To nb tot oblig
If car oblig(j, 6) = 1 Then
nombre obligation(j, t) = nombre obligation(j, t)
Else
nombre obligation(j, t) = 0
End If
Next j

End If
reserve capi(k, t) = reserve capi(k, t) + plus moins value oblig reafluxpassif
If reserve capi(k, t) < 0 Then
perte = reserve capi(k, t)
Else
perte = 0
End If
Worksheets("Reserve capi").Cells(6 + k, t + 2) = reserve capi(k, t)

*EVOLUTION DE L'ACTIF*
VMobligation = 0
For j = 1 To nb tot oblig
If car oblig(j, 6) = 1 Then

Nom = car oblig(j, 2)
tx nom = car oblig(j, 3)
duree = car oblig(j, 4)
date achat = car oblig(j, 5)
VMobligation = VMobligation + nombre obligation(j, t) * VMoblig(date inv, k, t, Nom, tx nom, duree, date achat)
End If
Next j
Valeur marche oblig = VMobligation
Cours action = Worksheets("Action RN").Cells(6 + k, 2 + t)
Valeur marche action = nb part action(t) * Cours action
Valeur marche actif(k, t) = Valeur marche action + Valeur marche oblig
Worksheets("VM actif").Cells(6 + k, 2 + t) = Valeur marche actif(k, t)
Valeur marche action av(k, t) = nb part action(t) * Cours action
Valeur marche actif(k, t) = Valeur marche action av(k, t) + Valeur marche oblig av(k, t)
Worksheets("VM actif").Cells(6 + k, 2 + t) = Valeur marche actif(k, t)

*VALEUR NETTE DE L'ACTIF*
PMVL action tot = 0
VC ac tot = 0
Cours action = Worksheets("Action RN").Cells(k + 6, t + 2)
For j = 0 To t
PMVL action tot = PMVL action tot + VC action(j, 2) * (Cours action - VC action(j, 1))
Next j
VN act = Valeur marche action ap(k, t) - PMVL action tot
PMVL oblig tot = 0
VC oblig tot = 0
For j = 1 To nb tot oblig
If car oblig(j, 6) = 1 Then
Nom = car oblig(j, 2)
tx nom = car oblig(j, 3)
duree = car oblig(j, 4)
date achat = car oblig(j, 5)
VM = VMoblig(date inv, k, t, Nom, tx nom, duree, date achat)
PMVL oblig tot = PMVL oblig tot + nombre obligation(j, t) * (VM - prix achat(k, j))
End If
Next j
VN oblig = Valeur marche oblig ap(k, t) - PMVL oblig tot
VN(k, t) = Valeur marche actif(k, t) - PMVL action tot - PMVL oblig tot
PMV realise = PMV action + PVL realise(k, t) + PMV action reafluxpassif

*Calcul des produits financiers*

```
PF(k, t) = Coupon tot(k, t) + div(k, t) + perte - frais plac + Sur de cote(k, t) + PMV realise + interet ppb(k, t)
Worksheets("PF").Cells(k + 6, t + 2) = PF(k, t)
Worksheets("PF").Cells(k + 6, t + 2) = PF(k, t)
TRA = 2 * (PF(k, t) / (VN(k, t) + VN(k, t - 1)))
ppb tot = 0
For j = 0 To t
If DotePPB(k, j, 3) = 1 Then
ppb tot = ppb tot + DotePPB(k, j, 1)
End If
Next j
ppbtot(k, t) = ppb tot

taux servi contract = tx technique + tx pb contrac * WorksheetFunction.Max((TRA - tx technique), 0)
taux servi = (PMouv(k, t) * (1 + taux servi contract) - PMouv(k, t)) / PMouv(k, t)
If taux servi < taux servi cible Then
Montant a retirer PPB tot = taux servi cible * PMouv(k, t) - PMouv(k, t) * (1 + taux servi contract) + PMouv(k, t)
Montant a retirer PPB = Montant a retirer PPB tot
Montant reel retirer PPB = 0
PPB desinv = False
j = 1
Do While PPB desinv = True
If j > t Then
PPB desinv = False
Else
If DotePPB(k, j, 3) = 1 Then
If (DotePPB(k, j, 1) - Montant a retirer PPB) > 0 Then
Montant reel retirer PPB = Montant reel retirer PPB + Montant a retirer PPB
DotePPB(k, j, 1) = DotePPB(k, j, 1) - Montant a retirer PPB
PPB desinv = False
Else
Montant reel retirer PPB = Montant reel retirer PPB + DotePPB(k, j, 1)
Montant a retirer PPB = Montant a retirer PPB - DotePPB(k, j, 1)
DotePPB(k, j, 3) = 0
DotePPB(k, j, 1) = 0
j = j + 1
PPB desinv = True
End If
Else
j = j + 1
```

```
End If
End If
Loop
ppbtot(k, t) = ppbtot(k, t) - Montant reel retirer PPB
taux servi = (PMouv(k, t) * (1 + taux servi contract) + Montant reel retirer
PPB - PMouv(k, t)) / PMouv(k, t)
If Montant reel retirer PPB < Montant a retirer PPB tot Then
PVL a realiser a retirer = Montant a retirer PPB tot - Montant reel retirer PPB
VM = Worksheets("Action RN").Cells(6 + k, 2 + t)
PVL tot restant = 0
For j = 0 To t
If (VM - VC action(j, 1)) > 0 Then
PVL tot restant = PVL tot restant + VC action(j, 2) * (VM - VC action(j, 1))
End If
Next j
PV realise retirer = 0
For j = 0 To t
If PVL a realiser a retirer > 0 Then
If VC action(j, 2) > 0 Then
If (VM - VC action(j, 1)) > 0 Then
nb action a vendre = PVL a realiser a retirer / (VM - VC action(j, 1))
If nb action a vendre <= VC action(j, 2) Then
nb part action(t) = nb part action(t) - nb action a vendre
VC action(j, 2) = VC action(j, 2) - nb action a vendre
PV realise retirer = PV realise retirer + nb action a vendre * (VM - VC action(j,
1))
PVL a realiser a retirer = Round(PVL a realiser a retirer - PV realise retirer, 5)
Else
nb part action(t) = nb part action(t) - VC action(j, 2)
PV realise retirer = PV realise retirer + VC action(j, 2) * (VM - VC action(j, 1))
VC action(j, 2) = 0
PVL a realiser a retirer = Round(PVL a realiser a retirer - PV realise retirer, 5)
End If

End If
End If
End If
Next j
Valeur marche action ap(k, t) = nb part action(t) * VM
taux servi = (PMouv(k, t) * (1 + taux servi contract) + Round(PV realise retirer,
5) + Montant reel retirer PPB - PMouv(k, t)) / PMouv(k, t)
Worksheets("nb apres tx servi").Cells(7, t + 1) = nb part action(t)
End If
If Round(taux servi, 10) < Round(taux servi cible, 10) Then
```

num inf txcible = num inf txcible + 1
If num inf txcible = 1 Then
taux servi = taux servi cible 'la premiËre fois on enregistre une perte pour servir le taux cible
End If
End If
Else
If Montant reel retirer PPB <> Montant a retirer PPB tot Then
End If
End If
If Round(taux servi, 10) < Round(taux servi cible, 10) Then
If num inf txcible > 1 Then
txrachat conjoncturel(k, t + 1) = rachat conjonc(tx servi(k, t), TME(k, t))
Else
txrachat conjoncturel(k, t + 1) = 0
End If
Else
txrachat conjoncturel(k, t + 1) = 0
End If
End If

tx servi(k, t) = taux servi
Worksheets("taux servi").Cells(k + 6, t + 2) = tx servi(k, t)
If t < t fin Then
PMclo(k, t) = (PMouv(k, t) * (1 + tx servi(k, t)) - prestations * ((($(1+txservi(k,t))^{(1/2)}$) - 1) - prestations + PPB a verser) * (1 - tx prelevement encours) 'On considËre que les dÈcËs et les rachats ont lieu en milieu d'annÈe
Else
PMclo(k, t) = 0
End If
Worksheets("PMclo").Cells(k + 6, t + 2) = PMclo(k, t)
ffac = Flux a verser / ((1 + $Worksheets(\text{"}Courbedetauxinitiale\text{"}).Cells(t+6,7))^t$)
Worksheets("nb fin").Cells(7, t + 1) = nb part action(t)
Worksheets("nb fin").Cells(8, t + 1) = nb part oblig(t)
End If

Flux actu(k) = Flux actu(k) + ffac

Next t
Worksheets("Somme Flux actualisÈ").Cells(k + 6, 2) = Flux actu(k)

Next k

```
som = 0
For l = 1 To nbScenario
som = som + Flux actu(l)
Next l
pbe = som / nbScenario

End Sub



Function rachat conjonc(R, TME)
Dim RachatC As Double


rachat conjoncturel max = 0.3
rachat conjoncturel min = -0.05
alpha = -0.05
beta = -0.01
gamma = 0.005
delta = 0.03
If (R - TME) < alpha Then
RachatC = rachat conjoncturel max
Else
If (R - TME) < beta Then
RachatC = rachat conjoncturel max * ((R - TME - beta) / (alpha - beta))
Else
If (R - TME) < gamma Then
RachatC = 0
Else
If (R - TME) < delta Then
RachatC = rachat conjoncturel min * ((R - TME - gamma) / (delta - gamma))
Else
RachatC = rachat conjoncturel min
End If
End If
End If
End If

rachat conjonc = RachatC

End Function
```

# Bibliographie

- Frédéric PLANCHET, Pierre THEROND
  "*MESURE ET GESTION DES RISQUES D'ASSURANCE : Analyse critique des futurs référentiels prudentiel et d'information financière*"
  Edition Economica, 2007.

- Frédéric PLANCHET, Pierre THEROND, Julien JACQUEMIN
  "*MODELES FINANCIERS EN ASSURANCE : Analyses de risque dynamiques*"
  Edition Economica, 2005.

- Franck LE VALLOIS, Patrice PALSKY, BERNARD PARIS, Alain TOSETTI
  "*GESTION ACTIF PASSIF EN ASSURANCE VIE : Réglementation, Outils, Méthodes*"
  Edition Economica, 2003.

- Formation FIXAGE *Actuariat*
  "*La préparation et la mise en oeuvre du QIS 4 : calcul des provisions techniques et de l'exigence de capital dans le cadre de Solvency II*"

**Mémoire d'actuariat :**

- Laurence GENEST
  "*Evaluation en fair value des engagements d'assurance vie*"
  Dauphine 2002.

- Emeline COSSON
  "*Solvabilité 2 : le besoin en capital d'un portefeuille de contrats granties obsèques*"
  Dauphine 2007.

- Claire-Marie CHEVAL
  "*Réalisation d'un générateur de scénarios économiques pour l'actif*"
  IMA 2007.

**Site internet :**

- *www.ceiops.org*

- *www.ccamip.fr*

**Documents :**

- *"Les Orientations Nationales Complémentaires"* publié par l'ACAM en mai 2008

- *"Les technical specifications"* publié par le CEIOPS en 2008