

# LOI EXPERIMENTALE DE MAINTIEN EN INCAPACITE TEMPORAIRE AVEC UN PAS QUOTIDIEN

Joseph-Benoît ROUSSEL  
Raouf ZAOUÏ  
2014

## **REMERCIEMENTS**

Ce mémoire n'aurait pas pu arriver à terme sans l'aide précieuse de Corinne Roche dont les conseils avisés, le soutien et la disponibilité nous ont permis de privilégier les bonnes directions d'étude.

Nous remercions également Sylvain Coriat pour sa disponibilité et ses avis, ainsi que la Direction Santé Prévoyance Emprunteurs Et Dépendance d'Allianz pour nous avoir fait confiance.

Enfin nous remercions toutes les personnes ayant contribué de près ou de loin à l'élaboration de ce mémoire, notamment Nicolas Bouré.

Un grand merci à Gilles Depommier, actuaire certificateur de tables d'expérience de mortalité et de maintien en incapacité temporaire et invalidité, associé du cabinet PRIM'ACT, pour sa disponibilité et ses conseils précieux pour l'élaboration de la table.

## RESUME

Dans le périmètre des assurances collectives, les tables réglementaires du BCAC régissent les calculs de provisionnement du risque incapacité et invalidité des compagnies d'assurances. Il est possible que des tables d'expériences soient utilisées afin de répondre à une modélisation plus fine de la réalité sur des risques spécifiques, pour lesquels les tables réglementaires donnent une vision éloignée de la sinistralité réelle. Dans ce cas, la table d'expérience doit être construite par des méthodes mathématiques fondées et rigoureuses comme l'estimateur de Kaplan Meier ; les résultats doivent être lissés par des méthodes comme Whittaker Henderson, dont l'un des avantages est d'être une méthode non paramétrique. Les résultats obtenus, pour être utilisables, font l'objet d'une certification par un actuair indépendant.

Pour le risque d'incapacité, les organismes complémentaires d'assurances collectives interviennent dans la majorité des cas en complément du régime général de la Sécurité sociale mais aussi des obligations de maintien de revenu de l'employeur régies par la Convention Collective Nationale dont l'entreprise dépend. La Convention Collective Nationale de la Fonction Hospitalière Privée invite l'employeur à maintenir le revenu de ses salariés pendant 3 jours et à mettre en place des dispositifs permettant de compléter les indemnités journalières délivrées par la Sécurité sociale<sup>1</sup>. Elle stipule également l'intervention d'un organisme complémentaire d'assurance pour indemniser les assurés après ces 3 jours.

Allianz détient dans son portefeuille d'assurance collective des contrats d'assurances de « Franchises courtes 3 jours » couvrant précisément ce risque. La première approche du pilotage a mis en avant que les provisions mathématiques calculées par les tables réglementaires étaient surestimées et que la sinistralité des résultats présentée au client était surévaluée. Cette étude est née de ce constat. Elle a pour objectif la description de ce risque spécifique et la construction, à partir d'une base de données d'arrêts de travail suite à une maladie, d'une loi expérimentale de maintien en incapacité temporaire avec un pas quotidien, pour optimiser le calcul des provisions.

---

<sup>1</sup> Article 84.1 bis de la Convention Collective de l'Hospitalisation Privée à but lucratif (IDCC 2264)

## **ABSTRACT**

In group insurance, BCAC's regulatory tables are used to evaluate reserves for Disability (BCAC = « Bureau Commun des Assurances Collectives », Common Office of Group Insurance). For specific risks, experience disability tables may be used to replace BCAC's tables which may give a distant view of the real loss. In that case, experiment table must be built using different rigorous mathematical methods like Kaplan Meier's estimator and then, it must be smoothed by methods such as Whittaker Henderson, one of the non parametric method. Results can be exploited if they are certified by an independent actuary.

For disability, Insurance Groupe act in addition to the Social Security (Sécurité sociale Française) and legal requirement of salary maintain govern by "Convention Collective National de la Fonction Publique Hospitalière" (Nation Group Agreement of Private Hospital). This agreement encourages employers to maintain the salary of their employees during three days, and after this period, develop devices to complete the half salary given by the Social Security. That is where Group insurance operates.

Allianz insures precisely this risk, intervening after three days waiting. The first analyzes show that the reserves calculated by regulatory tables were overestimated and that the losses were overstated. This study arises from this observation in order to describe this specific risk and to build an experiment table to optimize reserves calculation.

# SOMMAIRE

<b>REMERCIEMENTS.....</b>	<b>2</b>
<b>RESUME.....</b>	<b>3</b>
<b>ABSTRACT .....</b>	<b>4</b>
<b>SOMMAIRE.....</b>	<b>5</b>
<b>INTRODUCTION.....</b>	<b>7</b>
<b>PARTIE A : Prévoyance collectives, incapacité, délais de franchises.....</b>	<b>10</b>
<b>A.I : Les risques couverts de prévoyance collectives.....</b>	<b>10</b>
A.I.1 : Périmètre concerné et risques étudiés .....	10
A.I.1.1 : Les contrats d'entreprise .....	11
A.I.1.2 : Le périmètre de la prévoyance collective .....	12
A.I.1.3 : Le risque arrêt de travail .....	13
A.I.2 : L'incapacité, contexte, garantie et intervention de l'assureur .....	15
A.I.2.1 : Contexte historique de la couverture du risque d'incapacité.....	15
A.I.2.2 : La prise en charge de la Sécurité sociale.....	16
A.I.2.3 : Intervention de l'assureur.....	16
A.I.3 : CCN de l'hospitalisation privée du 18 Avril 2002.....	18
A.I.4 : Les contrats de couverture du risque incapacité.....	19
A.I.4.1 : Contrats existants et délais de franchise.....	19
A.I.4.2 : Typologie des délais de franchise .....	21
<b>A.II : Législation du risque arrêt de travail .....</b>	<b>22</b>
A.II.1 : Les principaux textes légiférant.....	22
A.II.1.1 : Loi Evin du 31 décembre 1989.....	22
A.II.1.2 : Aspects règlementaires : lois de maintien, lois de passage .....	23
A.II.1.3 : Evolutions règlementaires.....	25
A.II.2 : Provisionnement de l'incapacité.....	26
A.II.2.1 : Types de provisions existantes.....	26
A.II.2.2 : Calcul des provisions .....	27
A.II.2.3 : Influence du délai de franchise .....	30
<b>PARTIE B : Données, études préliminaires et construction de la table.....</b>	<b>31</b>
<b>B.I : Données disponibles et traitements .....</b>	<b>31</b>
B.I.1 : Base de données .....	32
B.I.1.1 : Présentation de la base de travail.....	32
B.I.1.2 : Présentation de la base d'étude.....	33
B.I.1.3 : Analyse uni-variée de la base d'étude: .....	35
B.I.1.4 : Classes d'âge, effectif et autres traitements.....	43
B.I.2 : Modèles de durée. ....	44
B.I.2.1 : Période de référence .....	44
B.I.2.2 : Notions clés pour l'étude de la durée de vie.....	45
<b>B.II : Etude préliminaire .....</b>	<b>49</b>
B.II.1 : Introduction des notions mathématiques.....	49
B.II.2 : La méthode : utilisation de l'Estimateur de Kaplan Meier .....	50
B.II.3 : Modèle mathématique : Estimateur de Kaplan Meier.....	51
B.II.4 : Propriétés de l'Estimateur de Kaplan Meier .....	53
<b>B.III : Construire les tables de Maintien en Incapacité .....</b>	<b>55</b>
B.III.1 : Table d'expérience : .....	55
B.III.2 : Résultats d'expériences et premières conclusions .....	55
B.III.3 : Loi de maintien en incapacité pour tous les âges : .....	56

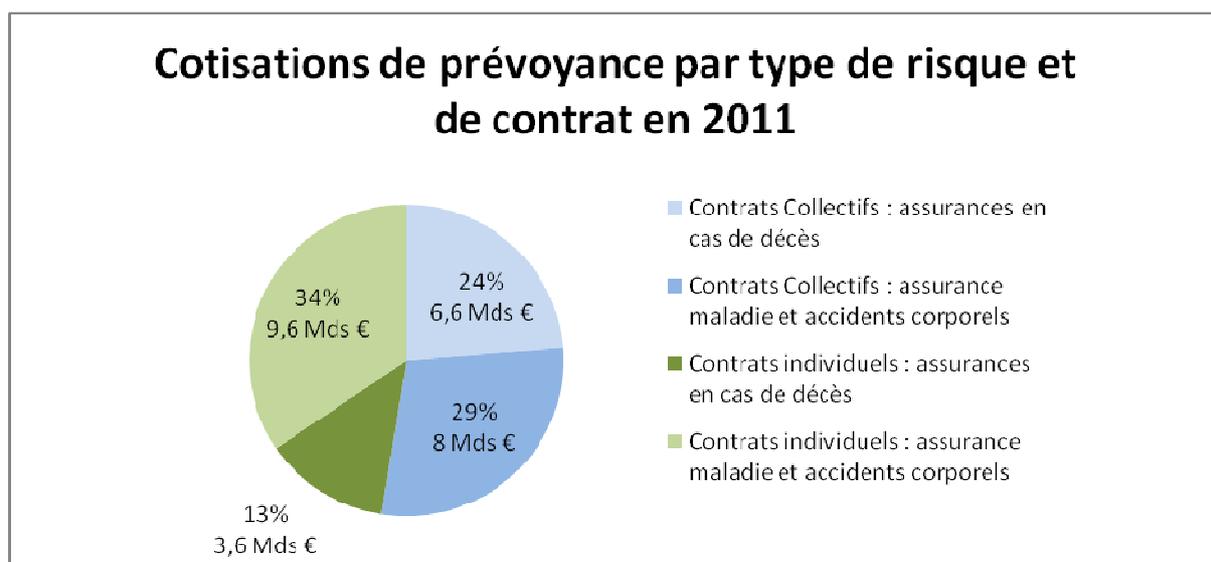
B.III.4 : Lissage de Whittaker-Henderson.....	58
<b><i>PARTIE C : Etudes comparatives avec les tables réglementaires et impact sur le provisionnement</i></b> .....	<b>61</b>
<b>C.I : Tendances des courbes réglementaires et expérimentales.</b> .....	<b>61</b>
C.I.1 : Comparaison entre la loi théorique et la loi d'expérience .....	61
C.I.1.1 : Loi théorique et la loi d'expérience.....	62
C.I.1.2 : Espérances Résiduelles.....	63
C.I.1.3 : Loi de maintien 180 jours et raccord BCAC .....	66
<b>C.II : Comparaison au BCAC</b> .....	<b>71</b>
C.II.1 : Comparaison de 0 à 6 mois pour un assuré.....	71
C.II.2 : Application à un portefeuille d'assurances collectives .....	74
<b><i>CONCLUSION ET PROLONGEMENTS</i></b> .....	<b>76</b>
<b><i>ANNEXES</i></b> .....	<b>79</b>
<b>ANNEXE 1 : Articles de lois cités dans ce document</b> .....	<b>79</b>
<b>ANNEXE 2: Exemples de garanties de prévoyance collectives</b> .....	<b>86</b>
<b>ANNEXE 3 : Démonstration des assertions</b> .....	<b>87</b>
<b>ANNEXE 4 : Liste des variables et modalités de la base brute</b> .....	<b>91</b>
<b>ANNEXE 5 : Table consolidée de maintien sur 180 jours, Table des espérances sur table consolidée de maintien</b> .....	<b>92</b>
<b><i>LEXIQUE</i></b> .....	<b>93</b>

# INTRODUCTION

Dans une société de plus en plus prévoyante où l'individu tend à se protéger de différents risques le concernant, la protection de la personne prend une part très importante.

En effet en 2011, le chiffre d'affaires de l'assurance de personnes était de 142,1 milliards d'euros dont 27,8 milliards d'euros (20%) sur la prévoyance<sup>1</sup>. Sur ce segment, les contrats collectifs représentaient 53%, et la partie maladie et accidents corporels, 63%.

Bien qu'entre 2010 et 2011, les assurances collectives aient connu un léger recul sur cette branche, les cotisations afférentes à ce risque ont globalement augmenté, et le marché est en constante évolution depuis 2007.



En 2009, le risque incapacité représentait 16,9% des cotisations de la branche maladie et accidents corporels.

Par ailleurs, le ratio des charges de prestations par rapport aux cotisations<sup>2</sup> croît depuis 2009 sur ce segment. Cette hausse des prestations inhérentes aux régimes complémentaires, couvrant notamment les risques d'incapacité, met en exergue la nécessité d'une juste tarification de ce risque pour assurer l'équilibre de ces régimes.

<sup>1</sup> Cotisations concernant les sociétés d'assurance relevant du Code des Assurances, sur l'exercice 2011 arrêtées au 20 juin 2012, sur le périmètre des affaires directes.

<sup>2</sup> Cotisations des affaires directes

L'article A.331-22 du code des Assurances précise que l'assureur dispose de tables réglementaires de provisionnement des prestations d'incapacité et d'invalidité. Ces tables, établies par le Bureau Commun des Assurances Collectives (BCAC), datent de 1996 et sont construites à partir du portefeuille de différentes compagnies d'assurance. La table de maintien en incapacité temporaire est une table mensuelle de maintien en incapacité d'une population moyenne, segmentée par âge, de 20 ans à 60 ans et prolongée à 62 ans depuis 2010<sup>1</sup>.

Pourtant, si la population assurée révèle une spécificité, l'utilisation de ces tables réglementaires de provisionnement peut conduire à modéliser une situation différente de la réalité. Par conséquent, pour une telle population, l'assureur pourra se baser sur des statistiques reflétant le plus fidèlement possible le comportement de la population à assurer et construire sa propre table d'expérience. Dans ce cas, avant de pouvoir utiliser cette table, elle devra faire l'objet d'une étude et d'une certification par un actuair certifieateur indépendant.

L'une des spécificités de ces risques d'incapacité sont les risques dits « franchises courtes ». Les prestations complémentaires aux indemnités journalières de la Sécurité sociale versées par l'assureur peuvent intervenir après un délai de franchise de moins de 30 jours. De plus en plus de contrats de Prévoyance collectives prévoient des « franchises courtes ». Par exemple, la convention collective nationale de l'hospitalisation privée à but lucratif (IDCC 2264), mentionne un délai de franchise de 3 jours pour les salariés non-cadres qui lui sont rattachés. Pour ces risques, un provisionnement avec les lois mensuelles de maintien en incapacité du BCAC tend à surestimer les provisions.

Comme présenté dans le tableau de la CNAMTS<sup>2</sup> ci-dessous, 80% des arrêts ont une durée inférieure à un mois, mais les coefficients des lois de maintien du BCAC les conservent dans la population sous risque pendant tout le mois. Une table établie par jour permettra de mieux prendre en compte ces arrêts courts.

	<b>% des arrêts</b>	<b>% des Indemnités Journalières</b>
Moins de 8 jours	41%	3%
Entre 8 et 14 jours	23%	5%
Entre 15 et 30 jours	16%	9%
Entre 1 et 3 mois	12%	18%
Entre 3 et 6 mois	4%	17%
Plus de 6 mois	4%	48%
Ensemble	100%	100%

<sup>1</sup> Par décret, arrêté du 24 décembre 2010

<sup>2</sup> Caisse Nationale de l'Assurance Maladie des Travailleurs Salariés : établissement public national à caractère administratif, jouissant de la personnalité juridique et de l'autonomie financière.

L'objectif de ce mémoire est de proposer une meilleure approche de ce type de risques. Nous nous proposons de construire, à partir du portefeuille de la population de l'hospitalisation privée assurée par Allianz, une loi expérimentale de maintien en incapacité temporaire avec un pas d'un jour. Ceci nous permettra de mieux évaluer les provisions liées à cette garantie.

Cette étude sera abordée en trois parties :

- La première consistera à présenter le risque incapacité de la prévoyance collective, à en introduire les notions usuelles et les interventions des différents organismes, mais aussi à définir le risque spécifique étudié ainsi que les premières caractéristiques des franchises courtes.
- Les données et méthodes de construction de la loi quotidienne de maintien seront développées lors de la seconde partie.
- Dans la troisième partie, une étude comparative avec la table réglementaire existante sera effectuée afin de mettre en évidence la spécificité du risque étudié ; l'impact sur le provisionnement sera évalué.

## **PARTIE A : Prévoyance collectives, incapacité, délais de franchises**

Nous commencerons par présenter la prévoyance collective ainsi que l'articulation de la couverture incapacité dans la prévoyance collective. Les paragraphes suivants servent à en définir les concepts et à rattacher la définition au contexte spécifique étudié dans ce mémoire.

### ***A.I : Les risques couverts de prévoyance collectives***

#### **A.I.1 : Périmètre concerné et risques étudiés**

La prévoyance collective permet de prévenir et de se prémunir des risques de la vie courante, plus particulièrement le risque de décès, les risques corporels ou maladies entraînant une incapacité temporaire ou permanente de travail, dans un cadre collectif, c'est à dire dans un cadre où l'entreprise souscrit en son nom un contrat de prévoyance pour tout ou partie (un collègue) de ses salariés en complément de ses obligations légales. Par extension, les couvertures de complémentaire Santé peuvent être désignées par le terme de « Prévoyance »,

Le risque est évalué par l'assureur en utilisant différents critères intégrant notamment l'âge du groupe assuré, le collège étudié, le secteur d'activité de l'entreprise assurée (plus spécifiquement pour les couvertures autres que la santé), et même l'historique des comptes de résultats des régimes de garanties. En effet, l'assureur apprécie le risque globalement et s'engage, dès acceptation du risque et paiement des cotisations, à couvrir tout le groupe assuré et à n'effectuer aucune exclusion particulière pour les adhésions présentes ou pour toute adhésion future.

Les modalités de mise en place d'un régime de prévoyance collective au sein d'une entreprise ne seront pas détaillées ici.

La prévoyance collective est à différencier de la prévoyance individuelle où chaque individu souscrit lui même son contrat. Il peut, préalablement à l'acceptation du risque, être soumis à une sélection médicale lors de son adhésion et paye lui même ses cotisations. Elle est également à différencier de l'assurance emprunteur où l'objet est de couvrir un organisme ou une personne physique ou morale prêtant une somme d'argent à l'assuré, du risque de la perte de capital en cas de décès de l'assuré, ou du non-paiement des mensualités suite à une incapacité permanente ou totale de travail.

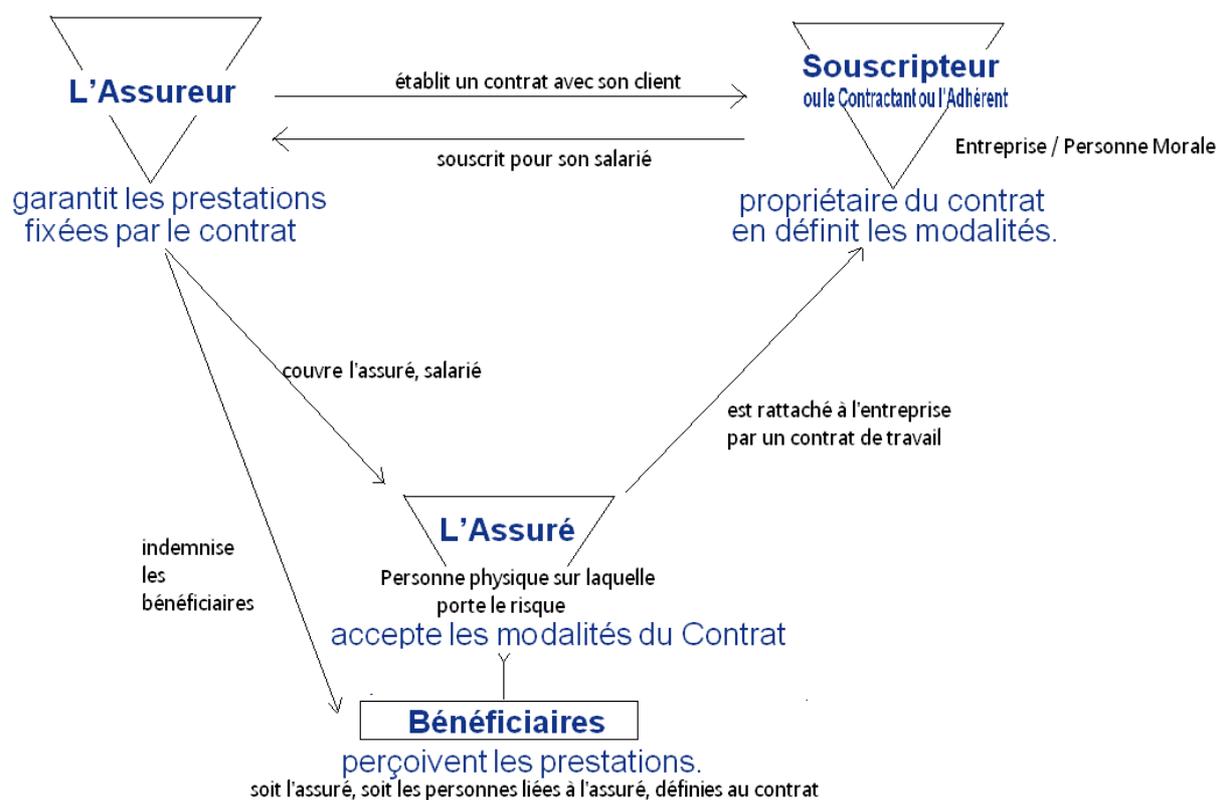
### A.I.1.1 : Les contrats d'entreprise<sup>1</sup>

La prévoyance collective, grâce à la mutualisation des risques, permet aux salariés de bénéficier de tarifs avantageux et de garanties plus étendues que ceux des contrats de prévoyance ou de santé individuelle.

Il y a deux types de régimes : « obligatoire » ou « facultatif ». Outre les diverses spécificités de mise en place et d'adhésion au régime, le régime obligatoire exige l'adhésion de la totalité des salariés<sup>2</sup>, alors que l'adhésion à un régime facultatif se fait au choix des salariés.

Par ailleurs, l'employeur prend en charge une partie des cotisations (en général 50%) des contrats collectifs obligatoires et, bénéficie, en même temps que le salarié, d'exonérations sociales et fiscales sur la part des cotisations payées par l'employeur, dans les limites d'un plafond<sup>3</sup>.

En mettant en place un régime de prévoyance collective obligatoire dans son entreprise<sup>4</sup>, l'employeur se conforme à ses obligations : il procure un avantage social à ses salariés en leur permettant d'avoir une couverture de Santé et de Prévoyance.



**Figure A.1 : Schéma du mécanisme simplifié de l'Assurance Collectives**

<sup>1</sup> Régi par l'article L141-1 du code des Assurances

<sup>2</sup> Sauf cas de dispenses légales prévues

<sup>3</sup> Le PLFSS 2014 prévoit l'arrêt de cet avantage pour la Santé (adopté à l'Assemblée Nationale, puis par le Parlement)

<sup>4</sup> Information au 01/01/2013. Actuellement un projet de loi concernant l'Accord National Interprofessionnel est à l'étude, elle imposerait notamment à ce jour, la mise en place obligatoire d'une couverture collective des salariés.

### A.I.1.2 : Le périmètre de la prévoyance collective

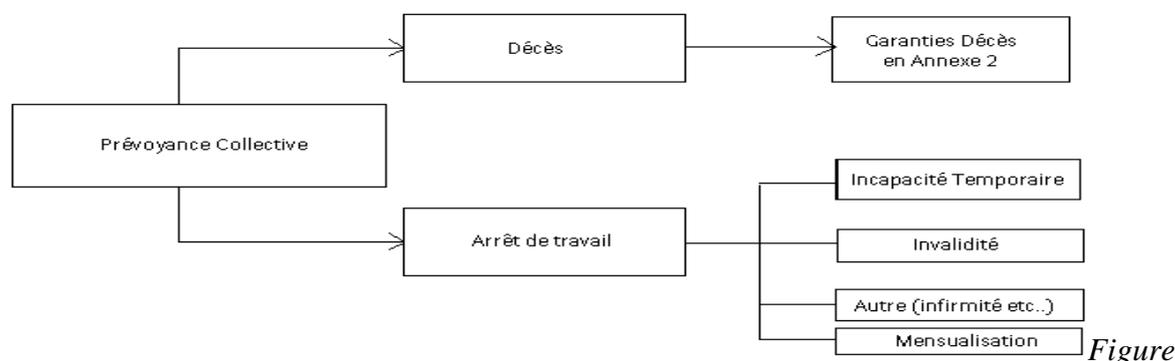
Dans ce mémoire, le périmètre concerné est la prévoyance collective d'entreprise : les contrats couvrant le risque décès, incapacité partielle ou totale de travail, ainsi que le risque d'invalidité, regroupés dans le risque dénommé « Prévoyance ».

L'assurance décès consiste en un versement d'une compensation financière aux bénéficiaires d'un assuré dont le fait générateur est le décès de ce dernier. Cette compensation se manifeste par le versement d'un capital éventuellement accompagné de majorations suivant la situation familiale de l'assuré ou les caractéristiques spécifiques du décès (suite à un accident par exemple), et peut être complétée par le versement de rentes au conjoint et/ou aux enfants selon les garanties spécifiées au contrat.

L'étude ne portera pas sur ce risque, mais sur le risque arrêt de travail explicité ci-dessous ; cependant il est nécessaire de parler du risque décès puisqu'au regard de la rentabilité de ce dernier, il est le plus fréquemment adjoint aux garanties arrêts de travail, afin de compenser ce risque souvent déficitaire, du fait de la lourdeur du risque (dû à l'intégration de la constitution de provisions mathématiques dans les comptes de résultats) et de la durée (long-terme) de l'engagement. Ainsi, d'un point de vue concurrentiel, le tarif technique est souvent difficile à vendre au juste prix, seul.

L'assurance arrêt de travail consiste au versement d'une compensation financière à un assuré dont le fait générateur est l'arrêt de travail de ce dernier, prescrit par un médecin reconnu par une caisse d'assurance maladie officielle telle la Sécurité sociale. Cette compensation se manifeste par le versement d'un complément de revenu souvent temporaire (une rente temporaire) et est plus communément appelée risque «incapacité / invalidité» - ITIP (Incapacité Temporaire, Invalidité Permanente) ou IQRI (Indemnités Quotidiennes, Rentes d'Invalidité) - du fait qu'il est caractérisé par ces deux risques en majorité (parfois selon les contrats, et notamment des contrats d'ancienne génération, des compensations complémentaires peuvent être en capital, pour différents risques liés à l'arrêt de travail tels l'infirmité, ou les indemnités de journées d'hospitalisation).

Différents exemples de types de risques couverts en prévoyance collectives sont en Annexe 2.



A.2. Schéma simplifié des couvertures de Prévoyance Collective<sup>1</sup>

<sup>1</sup> La mensualisation est un remboursement de l'obligation de l'employeur, donc n'est pas au sens strict du terme de la prévoyance collective. Cependant dans la pratique, les deux peuvent être confondus lors d'une demande de souscription.

### A.I.1.3 : Le risque arrêt de travail

L'assurance incapacité<sup>1</sup> consiste au versement d'une éventuelle compensation financière à l'assuré dont le fait générateur est l'arrêt de travail suite à maladie ou accident, dont les caractéristiques varient selon que la maladie ou l'accident ait une origine professionnelle ou non. Elle intervient souvent passé un délai de franchise, appelée la franchise, et est complémentaire aux versements du régime de base<sup>2</sup>, ainsi qu'aux obligations de versements de l'employeur stipulées dans les accords de branche ou dans la Convention Collective Nationale à laquelle est rattachée l'activité de l'entreprise.

Il ne faut pas confondre ce type de couverture avec la mensualisation qui est une assurance permettant de couvrir l'employeur sur ses obligations légales de maintien de salaire de ses salariés<sup>3</sup>. Ce maintien de salaire peut être intégral ou partiel (ou intégral pendant une première période et partiel ensuite) et peut être plus ou moins long<sup>4</sup>.

L'opération de maintien de salaire est souvent transparente pour l'assuré puisque souvent il perçoit ses revenus directement de son employeur qui subroge l'assureur complémentaire dans son versement.

Selon les mécanismes d'assurances et les montants garantis aux dispositions particulières, l'assureur peut également intervenir en complément d'un autre assureur. En tout état de cause, l'assurance n'étant pas sur le principe un mécanisme d'enrichissement, la somme de tous les revenus perçus par l'assuré ne peut pas excéder l'intégralité du salaire net que ce dernier percevrait s'il exerçait son activité salariée.

L'assurance invalidité fait suite à la reconnaissance par le régime de base d'un état d'invalidité<sup>5</sup>. Elle peut être immédiate<sup>6</sup>, ou passé un certain délai d'incapacité qui ne peut théoriquement pas excéder 1095 jours étant donné qu'au delà, le régime de base devrait déclarer automatiquement l'état d'invalidité. Dans la pratique, cette situation n'est pas aussi catégorique.

L'Invalidité consécutive à une maladie ou un accident d'origine non professionnelle est classée en trois catégories<sup>7</sup> :

- . 1<sup>ère</sup> catégorie : l'assuré peut exercer une activité rémunérée malgré son Invalidité ;
- . 2<sup>ème</sup> catégorie : l'assuré est dans l'impossibilité d'exercer une activité professionnelle quelconque.

---

<sup>1</sup> Par le terme « Incapacité », il faut comprendre la notion d' « Incapacité de travail » qui ne doit pas être confondue avec la notion d' « Incapacité » résultant d'une atteinte à l'intégrité physique ou mentale de l'assuré, appréciée en dehors de toute réduction de ressources professionnelles. « Incapacité » sera donc utilisé dans ce mémoire sous le sens « Incapacité temporaire de travail ». De même, le terme « Invalidité » sera utilisé dans le sens « d'Invalidité permanente » de travail.

<sup>2</sup> le plus souvent la Sécurité sociale.

<sup>3</sup> Loi de mensualisation (10 décembre 1977), modifiée par l'Article 5 de l'accord national interprofessionnel du 11 janvier 2008.

<sup>4</sup> La durée de maintien de salaire par l'employeur pour son salarié dépend souvent de l'ancienneté du salarié dans l'entreprise.

<sup>5</sup> Article L 341-1 du code de la SS

<sup>6</sup> Phénomène rare, dont la quantification théorique est donnée par les tables du BCAC.

<sup>7</sup> Article L341-4 du Code de la Sécurité sociale

. 3<sup>ème</sup> catégorie : l'assuré est dans l'impossibilité d'exercer une activité professionnelle et son état nécessite l'intervention et l'assistance d'une tierce personne pour effectuer les actes ordinaires de la vie courante : manger, se laver, s'habiller etc. Il est dit que l'assuré ne peut effectuer les actes ordinaires de la vie courante, lorsqu'il ne peut accomplir seul, totalement, habituellement et correctement au moins quatre des actes de la grille nationale annexée au décret n° 97-427 du 28 avril 1997.

Les notions « Incapacité » et « Invalidité » sont donc liées dans le sens où un incapable peut devenir invalide. Ainsi, il existe une probabilité non nulle qu'un individu incapable devienne par la suite invalide (c'est la notion d'invalidité en attente).

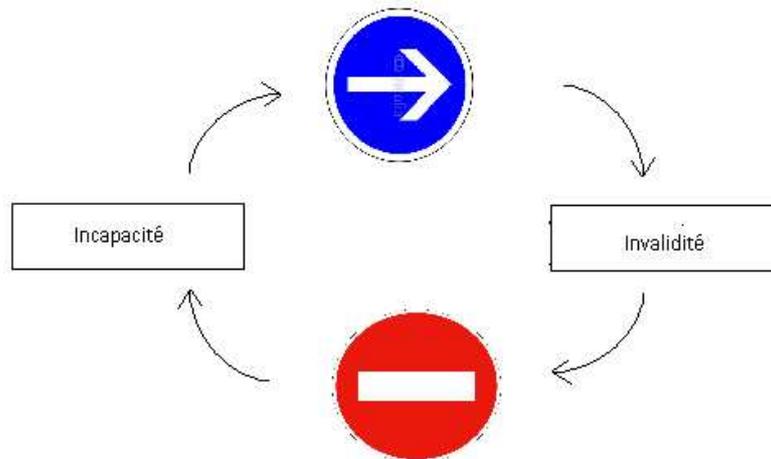


Figure A3. Schéma simplifié du mécanisme de passage de l'incapacité à l'invalidité

Comme la rente d'incapacité, la rente d'invalidité est un complément de revenu. Elle est également régie par les principes de non enrichissement. Les états de sortie de l'invalidité reconnue par l'organisme de base sont rares et par conséquent, le versement de cette rente persiste souvent jusqu'à la retraite.

Il s'agit d'un engagement lourd qui nécessite donc de la part de l'assureur qu'il constitue des provisions afin de pouvoir couvrir le risque.

Le calcul de ces provisions est réglementé.

## **A.I.2 : L'incapacité, contexte, garantie et intervention de l'assureur.**

Le risque incapacité est donc le risque d'arrêter son activité professionnelle suite à un avis médical, pendant le nombre de jours d'arrêt prescrits par le médecin. Elle a plusieurs origines, plusieurs degrés de gravité et constitue un risque financier conséquent mais nécessaire, voire majeur dans le rôle de la couverture sociale. Dans cette partie sera présentée l'histoire et les origines de l'assurance incapacité, puis le mécanisme de fonctionnement des régimes de bases et des régimes complémentaires sera expliqué ; enfin les différents types de risque et de prestations de cette assurance seront explicités.

### **A.I.2.1 : Contexte historique de la couverture du risque d'incapacité**

À partir du Moyen Âge, certains groupes s'organisent afin de mettre en place des assistances privées et réservées aux personnes y adhérant ; le but pour les personnes de ce groupe est de s'entraider en cas de « coups durs ».

Le décret d'Allarde, en 1791, met fin à ce premier dispositif d'entraide, « professionnel et privé ». Il est peu à peu remplacé par des « sociétés de secours mutuels », qui seront reconnues et strictement règlementées par la loi Humann du 22 juin 1835. Elles sont cependant au départ, sous le contrôle de l'administration, et s'en libèrent en 1898.

Les premières « mutuelles » apparaissent à partir de la loi du 1<sup>er</sup> avril 1898 (Charte de la Mutualité), sous Félix Faure. Leur but est de proposer des prestations d'aide à la population, mais elles restent chères ; ce sont alors toujours des organismes privés

Le développement des assurances au début du XXe siècle est encouragé par le législateur. Organisations de droit privé comme les mutuelles, les assurances s'en distinguent cependant par leur but lucratif. La loi du 9 avril 1898 encourage l'employeur à s'assurer pour faire face aux demandes d'indemnisations de ses salariés accidentés.

Depuis la création de la Sécurité sociale en 1947, les Assurances sont venues peu à peu s'articuler aux compensations financières délivrées par cette dernière. Les articulations des assurances complémentaires de protection sociale avec la Sécurité sociale sont en constante évolution.

## **A.I.2.2 : La prise en charge de la Sécurité sociale**

Les rentes d'incapacité sont versées en complément de l'organisme de base. Cet organisme de base est pour la majorité des Français, la Sécurité sociale (SS) dans sa branche maladie. L'intervention de la Sécurité sociale diffère suivant la qualification de l'incapacité de travail. L'incapacité temporaire, au sens de la Sécurité sociale, est une impossibilité de travailler, constatée par un médecin traitant, consécutive à :

- une maladie<sup>1</sup>
- ou un accident du travail
- ou une maladie professionnelle<sup>2</sup>.

L'assureur verse des prestations complémentaires.

Pour « l'arrêt maladie » d'origine non professionnelle (du langage commun), par exemple, la Sécurité sociale verse une indemnité quotidienne correspondant à la moitié du salaire du malade, limité à 1,8 SMIC<sup>3</sup>.

Le sujet étudié ici est le risque d'arrêt maladie, nous n'aborderons pas les autres types de prise en charge de la Sécurité sociale.

## **A.I.2.3 : Intervention de l'assureur**

L'assureur intervient en complément des obligations de l'employeur ainsi que de la prise en charge de la Sécurité sociale.

L'employeur ne prend pas obligatoirement en charge 100% du salaire en cas de maladie, et la durée de versement dépend des conventions s'appliquant dans les accords de branche.

Le montant pris en charge par l'assureur dépend de la garantie négociée au contrat.

Pendant une durée  $t_1$  d'arrêt de travail, qui est fonction de l'ancienneté du salarié dans l'entreprise, celui-ci perçoit, de son employeur, 100% de son salaire. A partir de  $t_1$ , les obligations de l'employeur peuvent diminuer. Dans le cas où ses obligations se trouvent être inférieures aux montants négociés avec l'assureur, ce dernier prend en charge le complément de salaire tel que :

Part SS + Part employeur + Part Assureur = X% du salaire brut,  $X \leq 100$

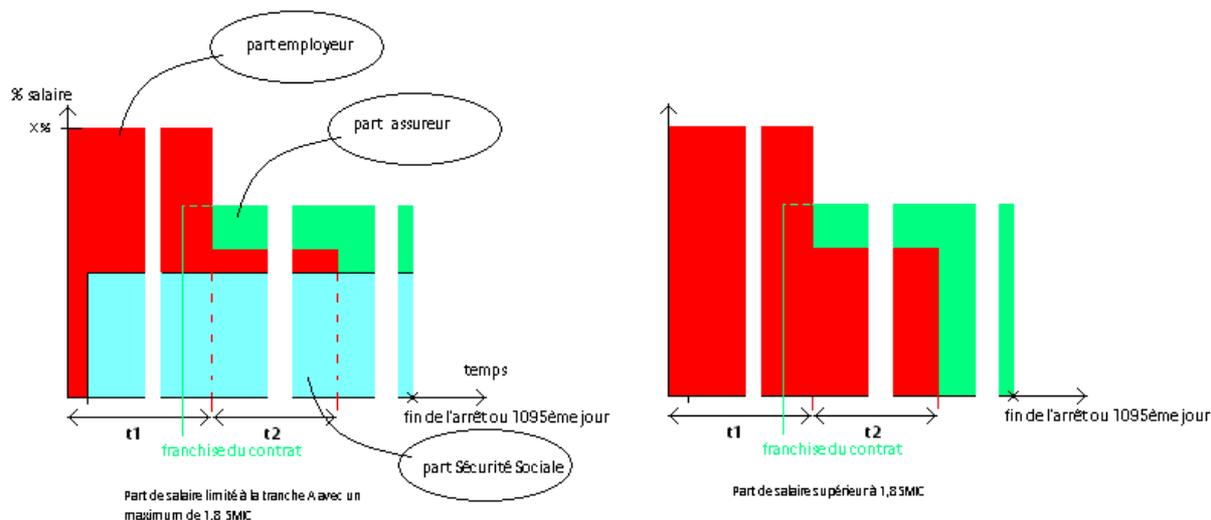
A partir de  $t_1 + t_2$ , les obligations de l'employeur cessent et l'assureur prend le relais de l'employeur.

---

<sup>1</sup> Article L.321-1 du Code de la Sécurité sociale

<sup>2</sup> Article L.433-1 du Code de la Sécurité sociale

<sup>3</sup> Règle à ce jour selon la législation en vigueur



Dans le cas où un contrat a été signé entre l'employeur et l'assureur et que la prestation délivrée par l'employeur diminue significativement en période  $t_2$ , l'assureur propose généralement une garantie égale à la dernière prestation délivrée par l'employeur et non une garantie supérieure afin d'éviter un phénomène d'anti sélection : inciter l'assuré à demander une prolongation de son arrêt de travail pour percevoir une rente plus confortable.

### **Exemple :**

Un employeur a des obligations de maintien pendant 30 jours à 100% et ensuite 60% pendant les 30 jours suivants.

Dans ce cas l'employeur peut être amené à proposer deux types de couverture :

- Il demande un contrat de franchise 30 jours avec une garantie supérieure ou égale à 60% du salaire : l'assureur prend ainsi en charge tout ou partie des obligations de l'employeur et la garantie proposée met en avant une avancée sociale dans l'entreprise (maintien de salaire plus important que la CCN)
- L'employeur souhaite une couverture minimale pour ses salariés : il a ainsi mis en place un contrat de couverture avec franchise 60 jours.

La garantie conseillée sera donc de 60% diminué du versement de la SS. Si ce montant était supérieur, on se retrouverait alors dans le cas de figure suivant (exemple avec 80% du salaire) :

- entre 0 et  $t_1$ , l'assuré perçoit 100% de son salaire
- entre  $t_1$  et  $t_2$ , l'assuré perçoit 60% de son salaire
- à partir de  $t_2$ , l'assuré perçoit 80% de son salaire

L'assureur rentrerait dans un montage pouvant être perçu comme aberrant : « pourquoi la seconde période serait-elle moins indemnisée que la troisième ? » ; par ailleurs, ayant connaissance de cette information par la notice qui lui a été remise, l'assuré pourrait être incité à entrer dans un processus de prolongations fallacieuses des arrêts pour être dans une optique d'indemnisation confortable au regard du préjudice subi.

### **A.I.3 : CCN de l'hospitalisation privée du 18 Avril 2002.**

Nous allons analyser les arrêts maladie des bénéficiaires de la Convention Collective Nationale de l'hospitalisation privée du 18 Avril 2002 (IDCC 2264).

Les points importants de cette convention sont les suivants :

- Bénéficiaires : tout le personnel, à l'exception des saisonniers travaillant au sein des maisons d'enfants à caractère sanitaire.
- Institutions : des organismes sont recommandés
- Cotisations : réparties à 60 % employeur et 40 % salarié, elles sont fixées pour les organismes recommandés ; pour les autres organismes, le tarif est libre (au moins égal au tarif de la CCN) ;
- Prestations en cas d'incapacité temporaire de travail, maladie longue durée
- Délai de franchise : 3 jours en cas de maladie pour les non-cadres (pas de franchise pour les cadres) et sans délai de franchise en cas d'accident du travail, d'accident de trajet ou de maladie professionnelle.

La CCN prévoit aussi le niveau minimal de prestations à indemniser ainsi que toutes les dispositions en cas d'invalidité et concernant les contrats de travail spécifiques tels que les contrats saisonniers et les contrats d'alternances.

## A.I.4 : Les contrats de couverture du risque incapacité.

Le risque incapacité/invalidité est un risque pouvant générer des charges importantes pour l'assureur. Cette partie consiste à présenter le type de contrats commercialisés et à mettre en évidence quelques outils existants pour diminuer cette charge.

### A.I.4.1 : Contrats existants et délais de franchise

Le droit aux prestations prend souvent effet à l'expiration d'un délai de franchise. Il peut être exprimé en suite ininterrompue de jours d'arrêts de travail (*Cas 1*), ou en suite cumulée de journées d'arrêts de travail sur l'année civile (*Cas 2*), ou glissante (sur douze mois).

Pour des raisons de lourdeur de gestion (administrative en particulier), les franchises cumulées sont souvent évitées ou s'appliquent plutôt à des durées courtes. Il existe également des systèmes de franchises rétroactives (*Cas 3*), c'est à dire que passé le délai de franchise  $F_0$ , pouvant être exprimée comme l'un des deux cas ci-dessus évoqués, la prestation délivrée par l'assureur est égale à la prestation totale qui aurait été délivrée à partir de la date  $t_1 < F_0$ .

La mise en place d'un délai de franchise a pour effet d'alléger la charge portant sur l'assureur. Un schéma simple permet d'étayer cette affirmation :  $R_i$  est la prestation versée par l'assureur pour l'assuré  $i$ . Sans délai de franchise, la prestation est versée pendant une durée  $T_F$ , ( $T_F$  étant la date de la fin de la prestation, c'est à dire dans notre cas, la fin de l'arrêt de travail), alors que si l'assureur intervient passé un délai de franchise  $F_0$ , la durée de prestation est de  $T_F - F_0$ .

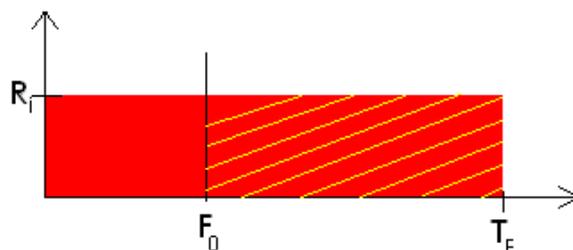


Figure A.4 : Principe du délai de Franchise

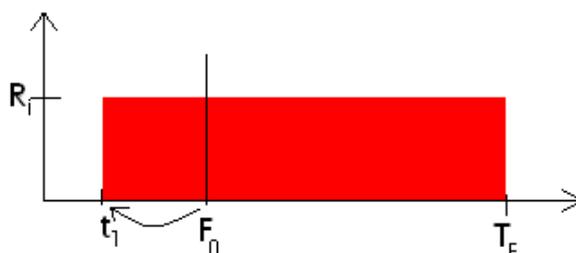


Figure A.5 : Principe de la franchise rétroactive

Mathématiquement, si  $X$  est la durée d'arrêt de travail cela vient simplement du fait que l'événement :

$$\{X \geq 0\} = \{X \in [0, F_0[ ] \cup \{X \geq F_0\}$$

Ou encore pour  $0 < F_0 \leq T_F$ ,

$$\{X \in [0, T_F ]\} = \{X \in [0, F_0[ ] \cup \{X \in [F_0, T_F ]\}$$

On pose pour  $x \geq 0$ ,  $C_{T_F}(x) = E^{(X \in [x, T_F ])}[X] \times R_i = (T_F - x) \times P(X \in [x, T_F ])$   $\times R_i$

$E^{(X \in I)}[X]$  étant l'espérance conditionnelle de  $X$  sachant que  $X$  est dans l'intervalle  $I$ , c'est à dire l'espérance de la durée de l'arrêt de travail sachant que la durée de l'arrêt de travail est dans l'intervalle  $I$

$P(X \in [a; b])$  étant la probabilité que l'arrêt de travail soit entre la date  $a$  et la date  $b$ ,

Il est à préciser que le raisonnement est similaire que l'intervalle soit fini à droite ou non

Ainsi si  $C_{T_F}(0)$  est la charge globale perçue par l'assuré de la part de l'assureur, si l'assureur indemnise à la date 0 et  $C_{T_F}(F_0)$ , la charge globale si l'assureur indemnise à partir du délai de franchise  $F_0$ , on a :

$$\begin{aligned} C_{T_F}(0) &= E^{(X \in [0, T_F ])}[X] \times R_i = T_F \times \underbrace{P(X \in [0, T_F ])}_1 \times R_i = T_F \times R_i \\ &= (T_F - F_0 + F_0) \times \underbrace{P(X \in [F_0, T_F ])}_1 \times P(X \in [F_0, T_F ])^{-1} \times R_i \\ &= C_{T_F}(F_0) \times \underbrace{P(X \in [F_0, T_F ])^{-1}}_{>1} + \underbrace{F_0 \times R_i}_{>0} \end{aligned}$$

Ainsi :  $C_{T_F}(0) > C_{T_F}(F_0)$ .

Ci-après va être démontré quel type de franchise est plus avantageux pour l'assureur.

### A.I.4.2 : Typologie des délais de franchise

Dans les types de franchises utilisés par l'assureur, la franchise continue est celle qui, à une même date  $F_0 > 0$ , donnée dans les dispositions particulières est la plus avantageuse pour l'assureur, c'est à dire celle qui lui revient moins chère, par rapport à une franchise cumulée. Mathématiquement, cela revient à :

$$P(X \geq F_0) < P\left\{\sum_{k=1}^n \Delta t_k = F_0\right\} \left(X \geq \sum_{k=1}^n \Delta t_k\right)$$

où  $P\left\{\sum_{k=1}^n \Delta t_k = F_0\right\} \left(X \geq \sum_{k=1}^n \Delta t_k\right)$  est la probabilité que la durée d'arrêt  $X$  de l'assuré soit supérieure à la somme cumulée des  $n$  durées d'arrêts  $\Delta t_k$  de l'assuré sachant que la somme de ces durées est égale à  $F_0$ , ce qui modélise bien la suite cumulée d'arrêt de travail.

Ceci se démontre grâce à la formule des probabilités totales<sup>1</sup>, donnée en annexe 4.

Par ailleurs, la franchise  $F_0$ , rétroactive à la date  $t_0$ , est :

- Plus avantageuse pour l'assureur que la franchise à la date  $t_0$ ,
- Moins avantageuse que la franchise à la date  $F_0$ ,

Sous réserve que les dites franchises comparées soient de mêmes natures (continues/continues ou cumulées / cumulées).

Mathématiquement, cela revient à démontrer que :

Si  $x \geq 0$ ,  $C_{T_F}(x) = E^{(X \in [x, T_F])}[X] \times R_i = (T_F - x) \times P(X \in [x, T_F]) \times R_i$ , la charge globale perçue par l'assuré de la part de l'assureur en cas de franchise  $F > 0$  dans les dispositions particulières

Et si  $T_F > x > t > 0$ ,  $C_{T_F}(x, t) = \frac{P(X \in [x, T_F])}{P(X \in [t, T_F])} \times C_{T_F}(t)$ , la charge globale perçue par l'assuré

de la part de l'assureur en cas de franchise  $x$  rétroactive à la date  $t < x$  dans les dispositions particulières,

Alors

$$C_{T_F}(x) < C_{T_F}(x, t) < C_{T_F}(t)$$

Cette démonstration est donnée en annexe 4.

<sup>1</sup> Formule des probabilités totales détaillée en Annexe 3

## **A.II : Législation du risque arrêt de travail**

Le risque « arrêt de travail », est un risque potentiellement très lourd en termes de prestations. Ceci est de nature à expliquer une perpétuelle évolution de la législation le concernant :

- L'assureur doit pouvoir constituer des provisions suffisantes pour honorer ses engagements envers l'assuré en cas d'incapacité ou d'invalidité, et maintenir ses prestations même en cas de rupture du contrat d'assurances.
- L'assureur doit prendre en considération qu'un assuré en état d'incapacité temporaire peut être déclaré définitivement invalide par la Sécurité sociale et il doit ainsi constituer des provisions pour couvrir cet éventuel passage en invalidité.
- Les provisions constituent le passif de l'assureur, et interviennent dans son résultat net. Ces provisions doivent être suffisantes pour subvenir aux risques sans être surestimées.

### **A.II.1 : Les principaux textes légiférant**

#### **A.II.1.1 : Loi Evin du 31 décembre 1989**

La loi Evin du 31 décembre 1989 impacte la gestion des contrats d'assurances collectives (tant en santé – art 4, qu'en prévoyance, risque incapacité et invalidité – art 7). Elle impose notamment :

- . L'information aux salariés par l'entreprise par la notice d'information (l'entreprise est responsable de la mise à disposition de cette notice)
- . L'interdiction de sélection médicale individuelle pour les assurances groupes (lorsque l'assureur accepte le risque, il accepte tout le groupe assuré sans pouvoir exclure d'individus)
- . En cas de disparition ou résiliation du contrat, le maintien des prestations en cours ou différées et acquises ou nées pendant l'exécution dudit contrat.

Elle a, pendant les années qui ont suivi sa parution, été l'objet de multiples jurisprudences au vu des multiples interprétations qui en ont été dégagées.

En ce qui concerne l'article 7, il peut être remarqué que le service de prestation différée au niveau atteint de l'engagement né en cours de contrat constitue un poids supplémentaire de l'engagement de l'assureur sur la durée de ce risque.

### A.II.1.2 : Aspects règlementaires : lois de maintien, lois de passage

L'arrêté du 28 mars 1996 fixe les règles de provisionnement des prestations Incapacité et Invalidité.

Il est cité dans le code des assurances (Article A331-22), le code de la Sécurité sociale (Article 931-10-9) et le code de la mutualité (Article A212-9) :

Cet arrêté fixe quatre obligations pour l'évaluation des provisions mathématiques :

- La constitution de provisions correspondant aux prestations d'incapacité de travail à verser après le 31 décembre de l'exercice au titre des sinistres en cours à cette date, appelée communément provision d'incapacité,
- La constitution de provisions pour rentes en attente relatives aux rentes d'invalidité susceptibles d'intervenir ultérieurement au titre des sinistres d'incapacité en cours au 31 décembre au titre de l'exercice, appelée communément provision d'invalidité en attente,
- La constitution de provisions correspondant aux prestations d'invalidité à verser après le 31 décembre de l'exercice au titre des sinistres d'invalidité en cours à cette date.
- l'utilisation des lois de maintien en incapacité de travail et en invalidité réglementaires ou certifiées par un actuair e indépendant et agréé à cet effet,
- l'utilisation d'un taux technique d'actualisation inférieur à 75 % du taux moyen des 24 derniers taux moyens des emprunts de l'état français (TME), sans pouvoir dépasser 4,5%.

L'arrêté du 24 Décembre 2010 prolonge les règles de provisionnement suite à la réforme des retraites, des garanties d'incapacité de travail, et invalidité:

- **les lois de maintien en invalidité (définition Sécurité sociale),**

Sur la première colonne figure l'âge de l'assuré à l'entrée en invalidité

Sur la première ligne figure le nombre d'années écoulées depuis l'entrée en invalidité

		Années							
		0	1	2	...	y	...	41	42
Age	20	10 000	9 859	9 699				5 760	5 663
	21	10 000	9 859	9 699				5 747	0
	22	10 000	9 859	9 699					
	...								
	X					$L_{INV}(x, y)$ si $x+y \leq 62$ , 0 sinon			
	...								
	60	10 000	9 843	9 677					
	61	10 000	9 831	0					

Comme l'âge de l'invalidité ne dépasse pas 62, cette matrice est triangulaire supérieure gauche.

- **les lois de maintien en incapacité temporaire (définition Sécurité sociale),**  
Sur la première colonne figure l'âge de l'assuré à l'arrêt de travail,  
Sur la première ligne figure le nombre de mois écoulés depuis l'arrêt de travail

		Mois						
		0	1	2	...	y	...	36
Age d'entrée en incapacité	23 ans ou moins	10 000	2 842	1 743				15
	24	10 000	2 931	1 848		$L_{INC}(24, y)$		14
	...							
	X	$L_{INC}(x,0)=10000$	$L_{INC}(x,1)$			$L_{INC}(x, y)$		$L_{INC}(x,36)$
	...							
	66	10 000	5 611	2 427				433

La quantité  $L(x ; y)$  représente, pour une cohorte de 10 000 personnes d'âge x en arrêt de travail, le nombre d'individus restants à l'âge x au bout de y mois d'arrêt de travail. Au bout de 36 mois, il est considéré que la Sécurité sociale classe automatiquement l'assuré en invalidité.

- **la probabilité de passage de l'incapacité temporaire à l'invalidité.**

Sur la première colonne figure l'âge de l'assuré à l'arrêt de travail

Sur la première ligne figure le nombre de mois écoulés depuis l'arrêt de travail/

Chaque ligne donne, pour un âge à l'arrêt de travail donné k, le nombre de personnes en incapacité reconnues invalides par la Sécurité sociale au cours d'un mois fixé, ce nombre étant rapporté à un effectif originel de 10 000.

Les tables règlementaires d'incapacité se présentent comme un tableau à deux entrées

La table de la loi de passage incapacité / invalidité est construite dans la même logique : Elle donne la loi pour un incapable d'entrer en invalidité, elle s'arrête donc à 61 ans, l'âge légal de fin d'invalidité étant à ce jour 62 ans. Comme ce passage peut se faire durant toute la durée de l'incapacité, la table a 36 colonnes.

		Mois						
		0	1	2	...	y	...	35
Age	20 ou moins	1	0	0				39
	21	1	0	0		$L_{INCINV}(21, y)$		39
	...							
	X					$L_{INCINV}(x, y)$		
	...							
	61	15	13	4				305

La table de loi de maintien en invalidité est construite annuellement ; il s'agit toujours d'une table à double entrée, avec en ligne, l'âge d'entrée en invalidité et en colonne, le nombre d'années de maintien en invalidité.

### **A.II.1.3 : Evolutions réglementaires**

Nous mentionnons ici deux évolutions réglementaires majeures qui ont eu lieu pendant la période d'observation de notre échantillon d'étude :

1. Réforme des retraites fin 2010 : une mise en place progressive pour le départ en retraite à l'âge de 62 ans et donc une durée d'indemnisation plus longue. Pour 2011, seules quelques générations étaient concernées pour des départs à la retraite à l'âge de 60 ans et quelques mois au lieu de 60 ans.
2. Janvier 2012 (à la fin de notre période d'observation) : plafonnement des indemnités journalières de la Sécurité sociale à 1,8 SMIC au lieu de la tranche A (définie comme étant égale au Plafond Annuel de la Sécurité sociale)<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup> Au 1/7/2012, le montant mensuel du SMIC était de 1425,67€ brut. 1,8 SMIC valant alors 2566,21€. Le plafond mensuel de la Sécurité sociale étant alors de 3031€. Il est également à noter que le SMIC peut être réévalué deux fois par an.

## A.II.2 : Provisionnement de l'incapacité

Pour les sinistres d'arrêt de travail en cours d'indemnisation, l'assureur devra constituer des réserves appelées provisions mathématiques.

Dans une problématique de provisionnement, il convient d'estimer la durée de maintien résiduelle d'un individu dans l'état. Cela permet d'évaluer, en moyenne, la durée de couverture restante prise en charge par l'assureur, et donc, de quantifier son engagement.

L'évaluation de cet engagement est légiférée<sup>1</sup>. Pour les arrêts de travail, le provisionnement ne concerne que les sinistres en cours, donc déjà survenus.

### A.II.2.1 : Types de provisions existantes

La provision totale relative à un assuré en incapacité est égale à la provision d'incapacité à laquelle s'ajoutent la provision d'invalidité en attente et la provision exonération.

Pour un sinistré  $a$ , la provision qui lui correspond s'écrit :

$$PM(a) = 1_{INC}(a) \times (PM_{INC}(a) + P^{(a \in INC)}(a \in INV) \times PM_{INV}(a)) + 1_{INV}(a) \times PM_{INV}(a) + PM_{EXO}(a)$$

Où  $1_A(a) = \begin{cases} 1 & \text{si } a \in A \\ 0 & \text{si } a \notin A \end{cases}$ , ici,  $A = \{INC, INV\}$  INC = l'ensemble des états incapables, INV = ensemble des états invalides.

Cette formule donne les composantes de la provision à constituer. Elle s'évalue à une date  $t$ .

Dans le cas du risque « arrêt de travail », les provisions mathématiques se calculent pour les personnes assurées effectivement sinistrées avec un fait générateur étant l'arrêt de travail (invalidité ou incapacité).

---

<sup>1</sup> Article R 331-6 du code des assurances

## A.II.2.2 : Calcul des provisions

La provision mathématique constitue l'engagement de l'assureur en cas de sinistre arrêt de travail.

La réglementation exige, pour le provisionnement du risque d'arrêt de travail, l'utilisation des tables réglementaires.

Pour un assuré sinistré, le montant de la rente peut varier selon les conventions s'appliquant dans la branche d'activité à laquelle il appartient. La rente peut également être revalorisée contractuellement avec un taux de revalorisation défini contractuellement.

### Pour l'incapacité,

L'engagement de l'assureur correspond la somme des versements mensuels probables actualisés qu'il aura à effectuer ;

Ainsi, un assuré d'âge  $x$ , en arrêt depuis  $y$  périodes, (supposées plus longues que le délai de franchise), a :

- une probabilité  $\frac{L_{INC}(x, y+1)}{L_{INC}(x, y)}$  d'être en arrêt à la date  $y+1$ ,
- une probabilité  $\frac{L_{INC}(x, k)}{L_{INC}(x, y)}$  d'être en arrêt à la date  $k$ ,
- $L_{INC}(x, y)$  étant le nombre de personnes d'âge  $x$  en arrêt depuis  $y$  mois.

. Il faut prévoir le versement d'un montant de rente  $R_k$  en date  $k$ , actualisé à la date  $y$  :

$$R_k \times \left( \frac{1}{1+i_{k-y}} \right)^{\frac{k-y}{12}} . \text{ Ce montant de rente est versé avec une probabilité de } \frac{L_{INC}(x, k)}{L_{INC}(x, y)},$$

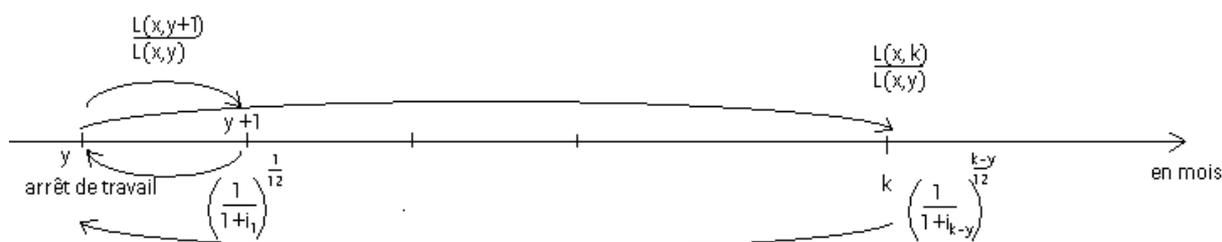


Figure A.6 : Paiement de 1€ de provision avec probabilité de maintien en incapacité

Ainsi la valeur de l'engagement de l'assureur EA s'écrit :

$$EA_{INC}(x, y) = \sum_{k=y+1}^{36} \frac{L_{INC}(x, k)}{L_{INC}(x, y)} R_k \times \left( \frac{1}{1+i_{k-y}} \right)^{\frac{k-y}{12}}$$

A une date donnée, le taux technique réputé constant, ainsi  $i_{k-y} = i$

Les provisions d'inventaires sont calculées par la méthode utilisées par le BCAC, c'est à dire en calculant la moyenne de l'engagement inhérent aux arrêts de travail sur une double suite de flux probabilisés et actualisés. Pour un taux d'actualisation  $i$  constant, on note :  $v = \left( \frac{1}{1+i} \right)$ , et on a :

$$EA_{INC}^{BCAC}(x, y) = \frac{1}{2} \sum_{k=y}^{35} R_k \left( \frac{L_{INC}(x, k)v^{\frac{k-y}{12}} + L_{INC}(x, k+1)v^{\frac{k+1-y}{12}}}{L_{INC}(x, y)} \right)$$

En comparant à l'engagement actuariel, on a :

$$\begin{aligned} EA_{INC}^{BCAC}(x, y) &= \frac{1}{2} \sum_{k=y}^{35} R_k \left( \frac{L_{INC}(x, k)v^{\frac{k-y}{12}} + L_{INC}(x, k+1)v^{\frac{k+1-y}{12}}}{L_{INC}(x, y)} \right) \\ &= \frac{1}{2} \sum_{k=y}^{35} R_k \frac{L_{INC}(x, k)v^{\frac{k-y}{12}}}{L_{INC}(x, y)} + \frac{1}{2} \sum_{k=y}^{35} R_k \frac{L_{INC}(x, k+1)v^{\frac{k+1-y}{12}}}{L_{INC}(x, y)} \\ &= \frac{1}{2} \sum_{k=y}^{35} R_k \frac{L_{INC}(x, k)v^{\frac{k-y}{12}}}{L_{INC}(x, y)} + \frac{1}{2} \sum_{k=y+1}^{36} R_k \frac{L_{INC}(x, k)v^{\frac{k-y}{12}}}{L_{INC}(x, y)} \\ &= \sum_{k=y+1}^{35} R_k \frac{L_{INC}(x, k)v^{\frac{k-y}{12}}}{L_{INC}(x, y)} + \left( \frac{R_y}{2} + \frac{R_{36}}{2} \frac{L_{INC}(x, 36)v^{\frac{36-y}{12}}}{L_{INC}(x, y)} \right) \\ &= EA_{INC}(x, y) + \frac{R_y}{2} - \frac{R_{36}}{2} \frac{L_{INC}(x, 36)v^{\frac{36-y}{12}}}{L_{INC}(x, y)} \end{aligned}$$

Dans le cas d'une rente mensuelle constante :

$$= EA_{INC}(x, y) + \frac{R}{2} \left( 1 - \frac{L_{INC}(x, 36)v^{\frac{36-y}{12}}}{L_{INC}(x, y)} \right)$$

Donc l'engagement du BCAC est plus prudent que l'engagement actuariel et l'écart entre les deux est de :

$$\frac{R}{2} \left( 1 - \frac{L_{INC}(x, 36)v^{\frac{36-y}{12}}}{L_{INC}(x, y)} \right) \in \left[ 0, \frac{R}{2} \right]$$

. **Pour l'invalidité en attente**, on prend en considération qu'à chaque date, l'assuré a une probabilité de passer en invalidité au mois  $k$  qui est notée  $P_{INCINV}(x, k) = \frac{L_{INCINV}(x, k)}{L_{INC}(x, k)}$ , et pour laquelle, l'engagement associé est noté  $EA_{INV}(x + k, 0)$ , puisqu'il s'agit de l'engagement d'invalidité à partir du mois 0, qui serait à verser à l'âge de  $x$  ans et de  $k$  mois.

Ainsi l'engagement d'invalidité en attente s'écrit :

$$EA_{INCINV}(x, y) = \sum_{k=y}^{36} \frac{L_{INC}(x, k)}{L_{INC}(x, y)} R_k \times v^{\frac{k-y}{12}} \times P_{INCINV}(x, k) \times EA_{INV}(x + k, 0)$$

$$EA_{INCINV}(x, y) = \sum_{k=y}^{36} \frac{L_{INCINV}(x, k)}{L_{INC}(x, y)} R_k \times v^{\frac{k-y}{12}} \times EA_{INV}(x + k, 0)$$

De la même manière, le BCAC, préconise d'évaluer cet engagement entre deux flux, et d'actualiser en milieu de mois l'engagement en cas d'invalidité :

$$EA_{INCINV}^{BCAC}(x, y) = \frac{1}{2} \sum_{k=y}^{35} R_k \times \left( \frac{L_{INC}(x, k) P_{INCINV}(x, k) v^{\frac{k-y}{12}} + L_{INC}(x, k+1) P_{INCINV}(x, k+1) v^{\frac{k+1-y}{12}}}{L_{INC}(x, y)} \right) \times EA_{INV}\left(x + k + \frac{1}{2}, 0\right)$$

$$EA_{INCINV}^{BCAC}(x, y) = \frac{1}{2} \sum_{k=y}^{35} R_k \times \left( \frac{L_{INCINV}(x, k) + L_{INCINV}(x, k+1) v^{\frac{1}{12}}}{L_{INC}(x, y)} \right) v^{\frac{k-y}{12}} \times EA_{INV}\left(x + k + \frac{1}{2}, 0\right)$$

. **Pour l'invalidité :**

Cet engagement consiste au versement d'une rente annuelle probable jusqu'à un âge  $AgeMax$ , qui selon la réglementation en vigueur est égal à 62 ans.

La provision s'écrit :

$$EA_{INV}(x, y) = \sum_{k=y}^{AgeMax} \frac{L_{INV}(x, k)}{L_{INV}(x, y)} R_k \times v^{\frac{k-y}{12}}$$

Avec la méthode du BCAC, la provision s'écrit :

$$EA_{INV}^{BCAC}(x, y) = \frac{1}{2} \sum_{k=y}^{AgeMax-1} R_k \left( \frac{L_{INV}(x, k) v^{\frac{k-y}{12}} + L_{INV}(x, k+1) v^{\frac{k+1-y}{12}}}{L_{INV}(x, y)} \right)$$

**. Pour l'exonération :**

Le raisonnement est le même sauf qu'il s'agit du maintien des garanties décès sachant que le sinistré est en incapacité (ou en invalidité)

Par conséquent dans les formules ci-dessus,  $L_{RISQUE}(x,k)$  est multiplié par  $q_{x,k}(Risque)$ , qui est la probabilité de décéder à l'âge  $x$ , en période  $k$  sachant que le sinistré est dans le risque « *RISQUE* », où *RISQUE* = INCAPACITE ou INVALIDITE. Cette formule est donnée à titre indicatif puisqu'il n'y a pas de texte réglementaire imposant une méthode et une table. Par conséquent, chaque assureur peut appliquer sa propre méthode (soit on provisionne une prime qui n'a pas été payée, soit on provisionne le capital décès qui sera versé)

### **A.II.2.3 : Influence du délai de franchise**

Le délai de franchise s'applique en incapacité.

Les typologies les plus fréquentes sont les franchises 3 jours, 15 jours, 30 jours et multiples de 30 jours jusqu'à 180 jours.

Comme vu précédemment, le délai de franchise sert à diminuer la charge de l'assureur. Dans le cas présent, la configuration dessinée par la CCN implique la gestion de « petits sinistres », c'est à dire sinistres de courte durée, et présente donc un fort risque opérationnel lié à la gestion.

## **PARTIE B : Données, études préliminaires et construction de la table**

L'objet de cette partie est la construction d'une loi spécifique de maintien en incapacité temporaire à partir d'une base de données concernant un risque défini de franchises courtes. Dans un premier temps, la base sera détaillée, le risque spécifique présenté et décortiqué et les traitements effectués seront expliqués, pour ensuite aboutir à la construction de la loi de maintien inhérente au risque étudié. Au final nous obtiendrons un outil idéalement lissé pouvant être comparé aux tables réglementaires.

### ***B.I : Données disponibles et traitements***

L'objectif de cette partie est de décrire toutes les étapes du cheminement permettant d'aboutir à la base « définitive » qui servira à construire la loi de maintien d'expérience. La construction d'une table de maintien repose sur des données issues de l'observation d'un échantillon. Dans cette partie, ces données seront détaillées. Ensuite, un travail préliminaire de traitement des données aberrantes sera effectué, pour obtenir des résultats fiables.

## B.I.1 : Base de données

Nous allons ici décrire exhaustivement les variables ainsi que le cheminement permettant, à partir de la base initiale, d'arriver à la base d'étude permettant de construire la loi de maintien.

### B.I.1.1 : Présentation de la base de travail

Le point de départ pour cette étude est un fichier Excel composé de 18 colonnes et de 26 522 descriptions d'arrêt de travail de différentes natures. Nous mentionnons l'absence, dans la base de données, de variables permettant de spécifier le sexe des assurés et ainsi obtenir des résultats spécifiques pour les femmes et d'autres pour les hommes.

Ce fichier est une extraction au 28/08/2012 et contient les sinistres d'arrêt de travail survenus entre le 12/09/1998 et le 09/12/2011. Les contrats sont à effet du 01/01/2002 au 26/11/2011. Les franchises de ces contrats varient de 0 à 180 jours, et représentent tout type de cause d'arrêt.

Grâce aux systèmes d'information d'Allianz, nous avons pu déterminer les branches d'activité pour chaque sinistré. Cette information sur la branche d'activité n'est pas disponible à l'origine et il nous faut vérifier que nous étudions bien une population régie par la CCN de la Fonction Hospitalière Privée

Après avoir récupéré les secteurs d'activité, voici ce qu'il en ressort :

Intitulé poste	Total	Pourcentage
Hébergement médicalisé pour personnes âgées	15 847	59,75%
Activités hospitalières	4 247	16,01%
Location de logements	2 721	10,26%
Aide à domicile	1 719	6,48%
Aide par le travail	683	2,58%
Hébergement social pour personnes âgées	455	1,72%
Autres	258	0,97%
Fabrication de pâtes alimentaires	162	0,61%
Administration publique générale	89	0,34%
Fabrication de machines pour l'industrie agro-alimentaire	70	0,26%
Action sociale sans hébergement n.c.a.	39	0,15%
Promotion immobilière de logements	34	0,13%
Autres organisations fonctionnant par adhésion volontaire	32	0,12%
Location de terrains et d'autres biens immobiliers	22	0,08%
Commerce de gros (commerce interentreprises) d'autres biens domestiques	21	0,08%
Hébergement social pour enfants en difficultés	20	0,08%
Hébergement médicalisé pour adultes handicapés et autre hébergement médicalisé	19	0,07%
Autres activités de soutien aux entreprises n.c.a.	17	0,06%
Fabrication de parquets assemblés	9	0,03%
Fabrication de radiateurs et de chaudières pour le chauffage central	9	0,03%
Location et location-bail d'autres biens personnels et domestiques	8	0,03%
Ingénierie, études techniques	7	0,03%
Commerce de gros (commerce interentreprises) de fournitures pour la plomberie et le chauffage	7	0,03%
Autres services de réservation et activités connexes	4	0,02%
Arts du spectacle vivant	4	0,02%
Fabrication de chaussures	3	0,01%
Activités des organisations professionnelles	3	0,01%
Transformation et conservation de la viande de volaille	3	0,01%
Autres activités des médecins spécialistes	1	0,00%
Administration d'immeubles et autres biens immobiliers	1	0,00%
<b>Total général</b>	<b>26 522</b>	<b>100,00%</b>

Par conséquent une première étape consistera à épurer la base afin de ne conserver que le périmètre à étudier.

### **B.I.1.2 : Présentation de la base d'étude**

- **La variable « Date Naissance » :**

Les dates de naissance des assurés sont comprises entre le 01/01/1943 et le 31/12/1987.

33 enregistrements comportent des dates de naissance erronées :

- 28 enregistrements ont des années de naissance raisonnables et des jours et mois incohérents. Comme nous utiliserons des âges de survenance par différence de millésime, nous remplacerons ces dates par le 1<sup>er</sup> janvier de chaque année.
- 5 enregistrements ne correspondent pas à des dates. Ces lignes seront supprimées.

Parmi les assurés sinistrés, certains salariés ont plus de 65 ans. L'article L311-2 du code de la Sécurité sociale ne spécifie aucune limite d'âge d'affiliation aux assurances sociales du régime général pour les salariés ou travailleurs, et par conséquent, il n'y a aucune limite d'âge au bénéfice des garanties du contrat de Prévoyance souscrit par l'employeur aux bénéficiaires de ses salariés.

- **La variable « Date d'origine » :**

223 lignes de la base de travail contiennent des dates d'origine renseignées. Ces dates font référence à des rechutes ou des requalifications de sinistres et elles sont différentes des dates de survenance pour les lignes concernées.

En effet, suite à une reprise du travail consécutive à un arrêt, un assuré peut être amené à cesser de nouveau, et dans un laps de temps déterminé, son activité pour la même cause : nous sommes dans le cas d'une rechute. Dans ce cas, le délai de franchise pris en compte par la Sécurité sociale est supprimé. Il en est de même pour l'assureur. Les rechutes sont alors assimilées au sinistre d'origine, et viendront allonger la durée de l'arrêt de celui-ci.

Par ailleurs, et en l'absence d'une autre variable d'identification des assurés sinistrés, nous croisons les dates d'origine de ces sinistres avec les dates de survenance des autres sinistres de la base. Pour ce faire, nous créons une clé de recherche constituée de la raison sociale, de la date de survenance et de la date de naissance pour tous les sinistres de la base sauf les 223 lignes qui ont des clés constituées de la raison sociale, de la date d'origine et de la date de naissance. Ceci a pour but de supprimer les doublons.

- **La variable « Activité exercée »** : il s'agit d'une variable que nous avons créée. Pour les besoins de notre étude, nous ne conserverons que les activités listées dans ce tableau :

<b>Intitulé poste</b>	<b>Total</b>	<b>Pourcentage</b>
Hébergement médicalisé pour personnes âgées	15 847	59,75%
Activités hospitalières	4 247	16,01%
Hébergement social pour personnes âgées	455	1,72%
Hébergement médicalisé pour adultes handicapés et autre hébergement médicalisé	19	0,07%
<b>Total général</b>	<b>20 568</b>	<b>77,55%</b>

Les pourcentages présentés dans le tableau ci-dessus sont ceux du tableau de la base globale ; ainsi, les activités conservées pour notre étude représentent 77,55% de l'ensemble des sinistres présents dans la base d'origine.

- **La variable « Nature »** :  
Nous conserverons les sinistres pour lesquels la variable Nature est renseignée à MAL pour signifier un sinistre Maladie.
- **La variable « Franchise »** :  
Nous conserverons les sinistres pour lesquels la variable Franchise est renseignée à 3. Ce sont les franchises prévues dans la Convention Collective Nationale de l'hospitalisation privée à but lucratif pour les salariés non-cadres ; les cadres ont des durées de franchises nulles.  
Les franchises correspondant à la durée de 3 jours sont toutes des franchises absolues. De ce fait, toutes nos données d'étude seront tronquées à gauche.
- **La variable « Durée »** :  
29 sinistres ont des durées, calculées comme la différence entre la date de fin d'indemnisation et la date de survenance du sinistre, inférieures aux franchises du sinistre correspondant et 1 sinistre a une durée supérieure à 1095 jours. Ils seront supprimés de la base.

Notre base d'étude contient 16 573 lignes de sinistres Maladie, avec Franchise 3 jours et sans rechute.

### **B.I.1.3 : Analyse uni-variée de la base d'étude:**

Nous analyserons toutes les variables séparément.

#### **1. La variable « Extraction » :**

Toutes les lignes de la base comportent la même date à savoir le 23/08/2012 12 :23 :17. Cette date représente la date d'exécution et d'extraction de la requête qui a été paramétrée pour extraire les données au 01/01/2012.

#### **2. La variable « Contrat » :**

Elle représente les numéros de contrats enregistrés dans les systèmes d'information d'Allianz. C'est grâce à ces numéros que nous avons pu croiser les données de la base d'étude et obtenir la liste des activités exercées par chacune des entreprises des assurés sinistrés.

#### **3. La variable « Effet » :**

Cette variable représente les dates d'effet de chacun des contrats. Elles sont comprises entre le 1<sup>er</sup> Janvier 2008 et le 1<sup>er</sup> Janvier 2011.

Pour la base d'étude, toutes les dates d'effet sont antérieures aux dates de survenance et aux dates de fin de période d'indemnisation. Ceci n'était pas le cas pour la base de travail pour lesquels certaines dates d'effet des contrats chez Allianz étaient postérieures aux dates de survenance des sinistres. Il s'agissait de sinistres en reprise (c'est-à-dire le sinistre est survenu quand le client était assuré chez un autre assureur qu'Allianz et avant la souscription du contrat chez Allianz).

Or, pour utiliser l'estimateur de Kaplan Meier qui va nous permettre de construire la table de maintien, la présence de sinistres en reprise nous aurait conduit à fixer le début de notre période d'observation de telle sorte que l'on n'ait pas de sinistres repris car ils ne représenteraient alors qu'un échantillon de sinistres survenus à ce moment et avec la franchise correspondante et non pas l'ensemble de l'information sur les sinistres en question.

#### **4. La variable « Raison Sociale » :**

Notre base d'étude fait état de 92 raisons sociales différentes. Parmi elles, une seule raison sociale représente 64,79% de l'ensemble des sinistres. Cette entreprise sera notée « O » dans la suite du mémoire.

#### **5. La variable « Date de naissance » :**

Les dates de naissance des sinistrés sont comprises entre le 6 Janvier 1939 et le 8 Octobre 1994.

A la survenance des sinistres, les âges, calculés par différence de millésime sont compris entre 17 et 70 ans, la moyenne étant de 40 ans et 2 mois.

Les personnes de 17 ans peuvent être des apprentis ou stagiaires, et donc couvertes par le contrat de prévoyance collective de leur employeur.

Quant aux personnes de 62 ans et plus, elles peuvent être indemnisées à partir du moment où elles sont salariées de l'établissement et si elles n'ont pas liquidé leur

pension de retraite, et ce conformément aux dispositions de l'article L311-2 du code de la Sécurité sociale qui stipule que « Sont affiliées obligatoirement aux assurances sociales du régime général, quel que soit leur âge et même si elles sont titulaires d'une pension, toutes les personnes quelle que soit leur nationalité, de l'un ou de l'autre sexe, salariées ou travaillant à quelque titre ou en quelque lieu que ce soit, pour un ou plusieurs employeurs et quels que soient le montant et la nature de leur rémunération, la forme, la nature ou la validité de leur contrat. »

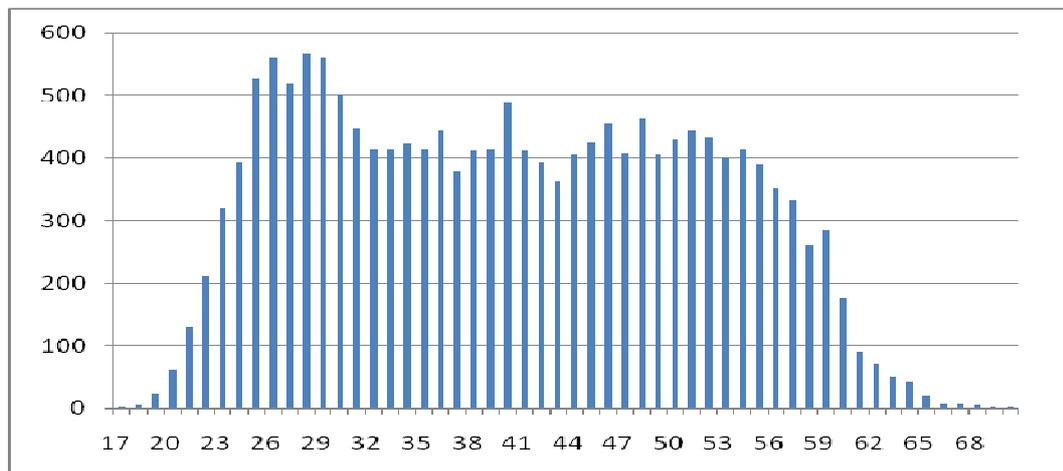


Figure B.1 : Répartition du nombre de sinistres par âge à la date de survenance

Cette courbe n'est pas la courbe classique (pour les franchises plus longues de 90 jours) de la répartition du nombre de sinistres en incapacité de travail avec des franchises de 90 jours qui croît avec l'âge de survenance. Notre courbe présente un pic pour les âges jeunes suivi d'un palier pour les autres âges.

Ce pic se retrouve indifféremment chez notre plus grand client et chez les autres clients hospitaliers.

Dans un document de l'ANACT (Agence Nationale pour l'Amélioration des Conditions de Travail), ce genre de courbes se rencontre dans les secteurs où la population est à dominante féminine, ce qui, en l'absence de données démographiques précises sur la population assurée dans notre portefeuille, peut être le cas du secteur hospitalier.

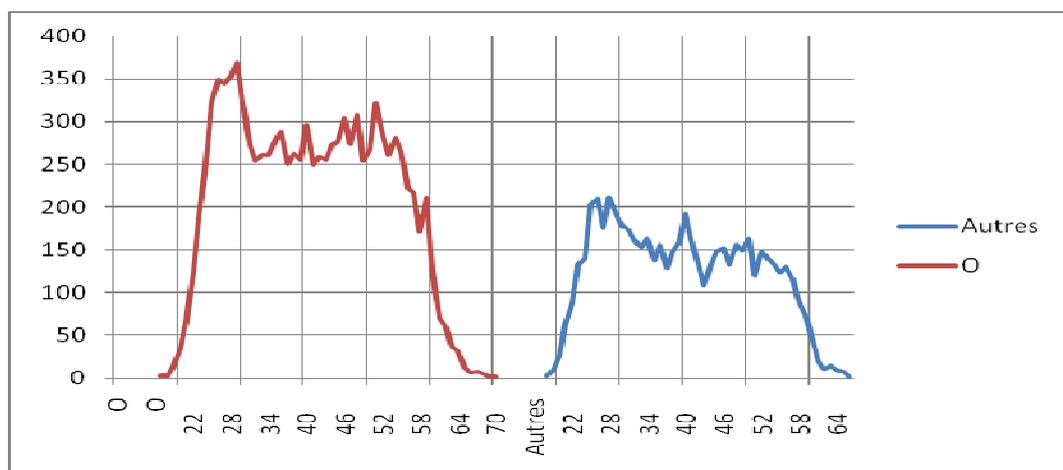


Figure B.2 : Répartition du nombre de sinistres par âge pour le client « O » et pour les « Autres ».

Le tableau ci-dessous présente la répartition par sexe d'une grande partie de la population assurée ayant servi à la souscription du contrat O. La population ici étudiée est à majorité féminine : nous retrouvons donc des résultats cohérents avec le rapport cité précédemment

Femmes	11 917	84%
Hommes	2 289	16%
Total	14 206	100%

## 6. La variable « Date de survenance » :

Les dates de survenance des sinistres sont comprises entre le 1<sup>er</sup> Janvier 2008 et le 8 Décembre 2011, même si la base est arrêtée au 1<sup>er</sup> janvier 2012. Ceci est dû aux délais de déclaration des sinistres d'incapacité, les Dispositions Générales d'Allianz prévoyant deux mois de délai après l'expiration de la franchise pour la prise en compte du jour de survenance. Au-delà, c'est le jour de déclaration qui sera considéré comme date de survenance. La prise en en charge du sinistre interviendra trois jours plus tard.

Par ailleurs, et contrairement à la base d'origine, cette base ne contient que des sinistres dont la date de survenance est postérieure à la date d'effet. Le délégataire de gestion n'a pas repris de sinistres dont le délai de franchise est fixé à 3 jours. Nous mentionnons, à titre d'information, que la base d'origine contenait 9 reprises de sinistres dont les dates de survenance sont antérieures à la date d'effet du contrat que nous aurions dû supprimer de notre base d'étude pour répondre aux exigences de l'estimateur de Kaplan Meier.

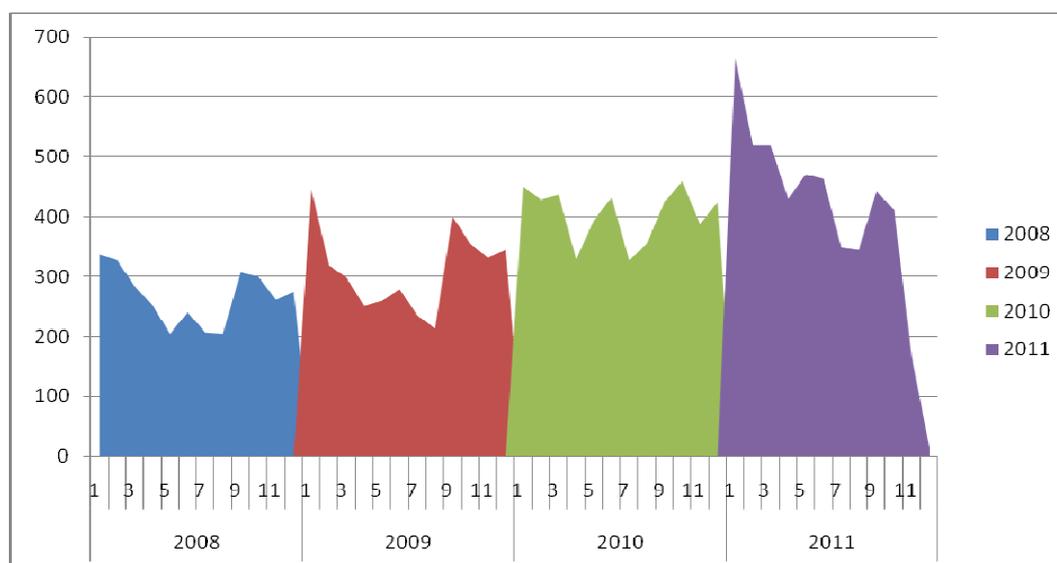


Figure B.3 : Répartition du nombre de sinistres par mois de survenance

Le graphique ci-dessus présente la répartition du nombre de sinistres survenus par mois enregistrés dans notre base d'étude.

Nous observons, tout d'abord, que le nombre de sinistres augmente globalement d'une année sur l'autre. Ceci est dû principalement aux nouvelles entreprises qui ont rejoint le portefeuille entre 2008 et 2011.

Mois	2008	2009	2010	2011
1	40,75	41,84	40,72	40,94
2	40,49	40,99	41,09	41,23
3	39,64	40,98	40,06	41,31
4	39,50	39,28	39,53	40,53
5	39,95	40,60	39,76	39,43
6	40,91	41,05	39,84	39,71
7	38,27	39,63	39,88	39,46
8	38,12	40,05	40,05	40,07
9	38,80	39,10	39,90	40,44
10	38,91	40,49	40,21	40,70
11	40,11	40,16	39,72	39,94
12	40,36	39,41	39,09	40,71

Figure B.4 : Moyenne des âges par mois de survenance

Nous constatons que la moyenne des âges à la survenance est relativement stable, sur toute la période d'observation, autour de la moyenne de 40 ans et 2 mois.

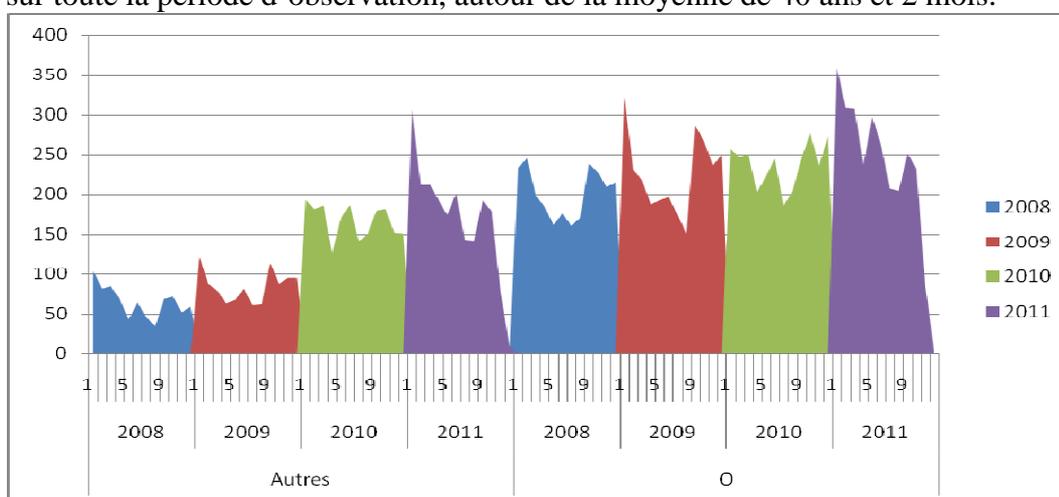


Figure B.5 : Répartition du nombre de sinistres par mois de survenance pour le client « O » et pour les « Autres »

Le graphe ci-dessus montre que le nombre de sinistres relatifs au client « O » est stable dans le temps alors que les sinistres des « Autres » augmentent légèrement.

Mois	2008	2009	2010	2011
1	10,53%	11,94%	9,28%	13,87%
2	10,24%	8,57%	8,85%	10,84%
3	8,87%	7,98%	9,01%	10,84%
4	7,89%	6,72%	6,78%	8,97%
5	6,39%	6,96%	8,13%	9,82%
6	7,52%	7,47%	8,91%	9,65%
7	6,45%	6,32%	6,74%	7,28%
8	6,39%	5,70%	7,32%	7,19%
9	9,59%	10,73%	8,76%	9,24%
10	9,37%	9,50%	9,47%	8,57%
11	8,18%	8,89%	8,00%	3,44%
12	8,58%	9,23%	8,74%	0,29%
<b>Total</b>	<b>100,00%</b>	<b>100,00%</b>	<b>100,00%</b>	<b>100,00%</b>

Figure B.6 : Proportion, pour chaque année, du nombre de sinistres par mois de survenance.

Le premier graphique et le tableau ci-dessus nous montrent des pics de survenance aux mois de janvier et ceux de Septembre et d'Octobre (qui ne sont pas visibles sur l'année 2011 à cause des sinistres qui ne sont probablement pas déclarés ou saisis dans les systèmes de gestion au moment de l'extraction). Ceci est conforme aux appréciations de l'étude menée sur les arrêts de travail des salariés assurés en prévoyance collective par Chorum en Avril 2011 (page 7 du document).

Le tableau suivant nous enseigne que 24% des arrêts Maladie surviennent le Lundi.

Jour de survenance	Effectifs	Pourcentage
<b>Lundi</b>	3 971	24%
<b>Mardi</b>	3 103	19%
<b>Mercredi</b>	2 492	15%
<b>Jeudi</b>	2 487	15%
<b>Vendredi</b>	2 441	15%
<b>Samedi</b>	1 439	9%
<b>Dimanche</b>	640	4%
<b>Total</b>	<b>16 573</b>	<b>100%</b>

Figure B.7.1 : Répartition des sinistres par jour de la semaine pour la survenance

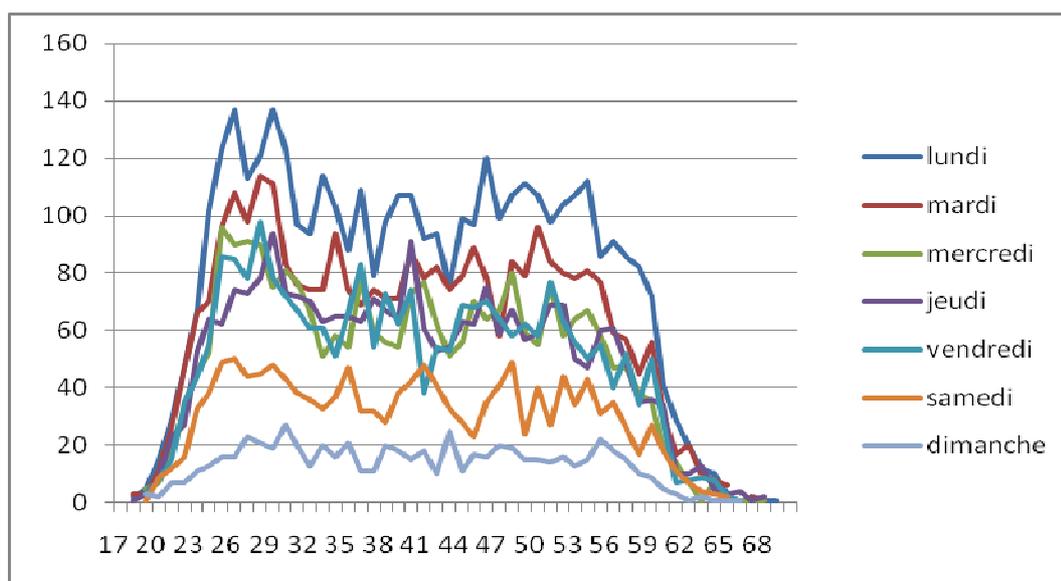


Figure B.7.2 : Répartition des sinistres par jour de la semaine pour la survenance et par âge à la date de survenance

L'effet combiné des pics à certains mois et certains jours de la semaine pour la survenance, nous a conduit à explorer des tendances ou des périodes spécifiques de l'année : notamment le début d'année ou la fin des congés d'été afin de déceler une éventuelle spécificité complémentaire.

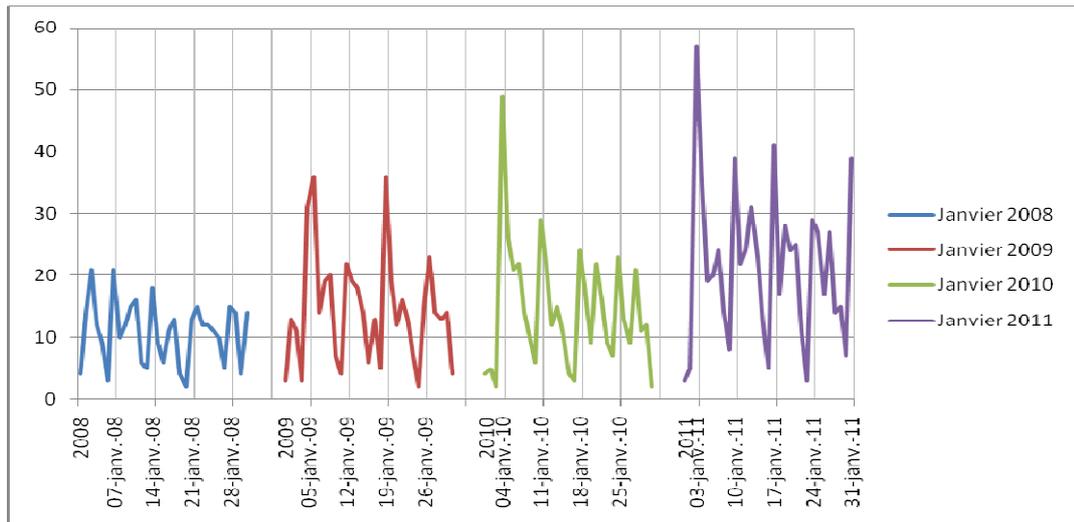


Figure B.8.1 : Répartition du nombre de sinistre survenus aux mois de Janvier

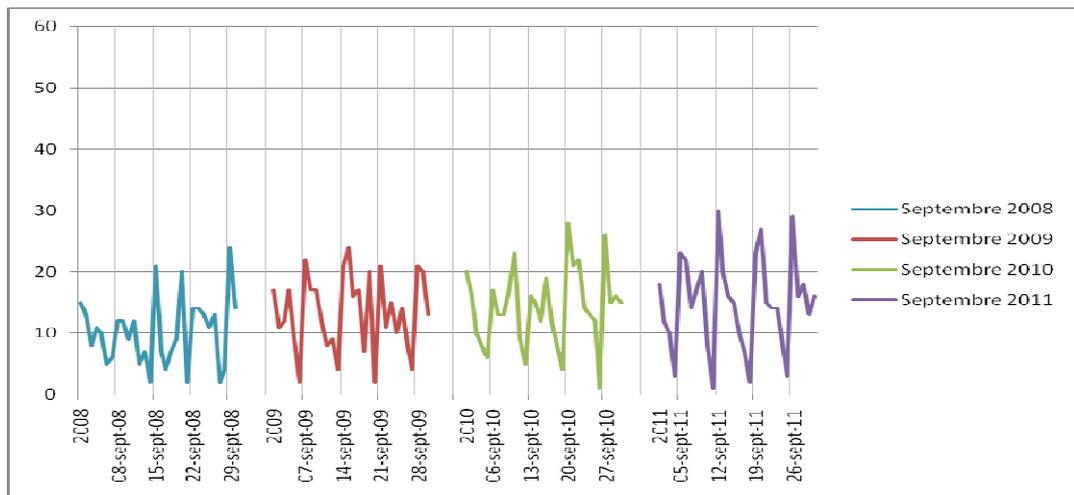


Figure B.8.2 : Répartition du nombre de sinistre survenus aux mois de Septembre

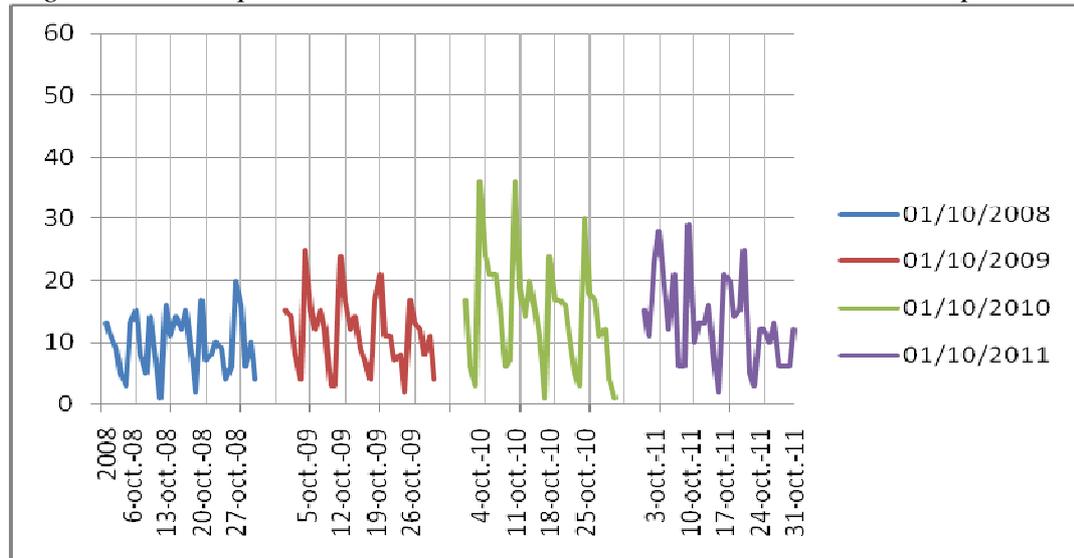


Figure B.8.3 : Répartition du nombre de sinistre survenus aux mois de Octobre

La tendance croissante par année de survenance s'explique par le nombre d'affaires nouvelles croissant. Un phénomène saisonnier « hivernal » peut être décelé.

Ensuite nous allons rapprocher la variable « Date de survenance » de la variable « Date de fin d'indemnisation ».

#### 7. La variable « Date de fin d'indemnisation » :

Cette variable nous renseigne sur la date du dernier jour d'indemnisation par l'Assureur et correspond à la veille de la reprise du travail par l'assuré sinistré. Elle est conditionnée par la date de survenance et permet, par différence avec celle-ci, de déterminer la durée de maintien en incapacité de travail. Nous vérifierons que toutes les durées sont comprises entre 3 jours (inclus car franchise de 3 jours) et 1095 jours (durée maximale de prise en charge d'un sinistre incapacité : au-delà, le sinistre est requalifié en invalidité).

Les dates de fin d'indemnisation sont postérieures aux dates de survenance des sinistres et donc aux dates d'effet des contrats.

Le tableau suivant nous enseigne que 30% des arrêts maladie prennent fin le Dimanche, pour une reprise effective du travail le Lundi.

Jour de fin d'indemnisation	Effectifs	Pourcentage
Lundi	2 220	13%
Mardi	1 683	10%
Mercredi	1 883	11%
Jeudi	1 421	9%
Vendredi	3 036	18%
Samedi	1 288	8%
Dimanche	5 042	30%
<b>Total</b>	<b>16 573</b>	<b>100%</b>

*Figure B.9 : Répartition des sinistres par jour de la semaine pour la fin d'indemnisation*

En croisant les jours de semaine pour les dates de fin d'indemnisation (en abscisses) avec les jours de semaine pour les dates de survenance, nous observons que pour les arrêts du Lundi au Vendredi, les fins d'indemnisation sont plus nombreuses le Dimanche que pour tous les autres jours de la semaine.

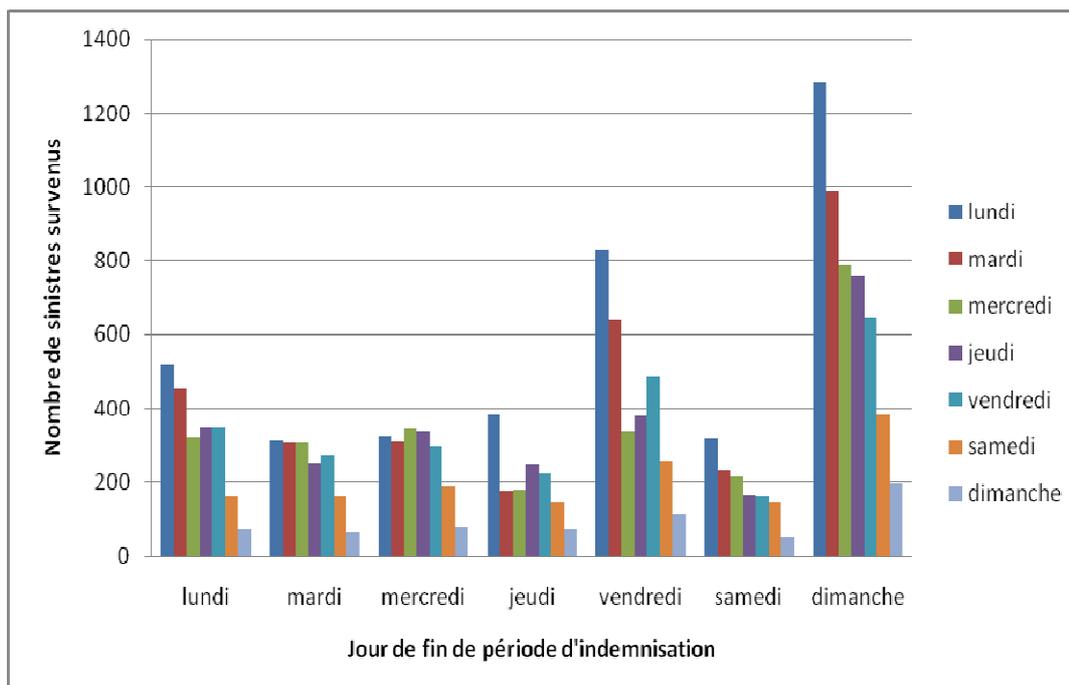


Figure B.10 : Répartition du nombre de sinistres, pour chaque jour de la semaine pour la fin d'indemnisation, en fonction du jour de la semaine pour la survenance

En observant les fréquences des durées d'arrêt, nous pouvons noter que :

- 25% des sinistres ont des durées inférieures à 7 jours,
- 50% des sinistres ont des durées inférieures à 14 jours,
- 70% des sinistres ont des durées inférieures à 30 jours,
- 90% des sinistres ont des durées inférieures à 90 jours,
- 95% des sinistres ont des durées inférieures à 180 jours.
- 98% des sinistres ont des durées inférieures à 365 jours.

Au regard de toutes ces spécificités, nous avons pu montrer que la population présente donc un caractère spécifique justifiant la construction d'une table particulière différente des tables réglementaires du BCAC dans le sens où le risque doit être le plus maîtrisé possible puisque la charge doit être quasi intégralement supportée par l'assureur.

Les tables du BCAC représentent un comportement moyen de la population ; réglementaires, elles sont prudentes. Si la population ne se comporte pas « comme la moyenne » il est possible de dégager des boni de PM liés à ce phénomène. Par boni de PM, il faut interpréter :

- Risque d'image lié à un surprovisionnement
- Risque d'immobilisation trop importante de fonds, et donc diminution du résultat net.

#### **B.I.1.4 : Classes d'âge, effectif et autres traitements**

Comme vu précédemment, la table de maintien en incapacité est une table à deux entrées : âge d'entrée en incapacité et durée de maintien en incapacité.

Pour notre étude, et en fonction des données dont nous disposons, nous allons essayer de construire une table de maintien en incapacité pour 4 tranches d'âge, à savoir :

- . De 17 ans à 30 ans : nous avons un effectif de 4 379 sinistrés.
- . De 31 ans à 40 ans : nous avons un effectif de 4 253 sinistrés.
- . De 41 ans à 50 ans : nous avons un effectif de 4 158 sinistrés.
- . De 51 ans à 70 ans : nous avons un effectif de 3 783 sinistrés.

Cette segmentation permettra d'essayer de respecter au mieux le comportement de chaque individu en fonction de son âge d'entrée en incapacité.

Légalement, les tables du BCAC sont plafonnées à 66 ans en incapacité. Or nous pouvons rencontrer des individus continuant à travailler après 66 ans (qui sont donc actifs). Les tables d'inventaire sont donc prolongées dans ce cas.

Nous trouvons dans notre base d'étude des individus d'âge supérieur à 66 ans c'est pourquoi nous créons une classe 51-70. Cette classe sera comparée à la table BCAC considérée jusqu'aux âges limites légaux.

Les classes d'âges ont été choisies afin que le modèle reste pertinent (dans le sens où il est nécessaire d'avoir des segmentations), mais aussi afin de conserver un effectif suffisant pour pouvoir créer une loi journalière de maintien pour les X premiers jours ; ensuite la loi de maintien sera rattachée au BCAC à partir du X<sup>ème</sup> jour en appliquant la décroissance adéquate.

Il a été retenu après multiples simulations que X = 180 jours était la date optimale pour effectuer la transition.

A cette date, 95% des données de la base sont utilisées.

## **B.I.2 : Modèles de durée.**

Pour notre étude, nous utilisons un modèle de durée qui est commun à plusieurs disciplines. Il est alors aisé de transposer les méthodes utilisées d'une discipline à une autre. Un modèle de durée en assurances permet de construire, entre autres :

- des tables de mortalité expérimentales pour lesquelles la variable étudiée est la durée de vie (maintien en état de vie, pour lequel l'entrée en état de vie correspond à la naissance de l'assuré et la sortie de l'état de vie correspond au décès)
- des tables de maintien en état d'incapacité dont l'objet est d'étudier la durée d'incapacité (maintien en état d'incapacité, pour lequel l'entrée en état d'incapacité correspond au début de l'arrêt de travail et la sortie de l'état d'incapacité correspond à la fin de l'arrêt de travail).

Une des caractéristiques des données de survie est l'existence d'observations incomplètes : la censure et la troncature. Elles entraînent une écriture particulière de la vraisemblance.

### **B.I.2.1 : Période de référence**

Pour construire la table d'expérience adéquate, il faut pouvoir observer le maintien en incapacité de chaque sinistré dans sa totalité. Cependant, dans la base étudiée, nous avons conservé un échantillon de sinistres survenus entre le 1<sup>er</sup> janvier 2008 et le 30 juin 2011.

Par conséquent, différents schémas peuvent se présenter dans l'observation des données :

- Certains arrêts sont intégralement observés
- Certains arrêts sont partiellement observés
- Ceux enlevés suite au traitement des paragraphes précédents ne sont pas observés.

Ce sont les arrêts partiellement observés qui méritent une attention particulière.

## B.I.2.2 : Notions clés pour l'étude de la durée de vie

### Censure :

La censure est le phénomène le plus couramment rencontré lorsque l'on recueille des données de survie. On rencontre deux types de censure :

#### 1- Censure à gauche,

#### 2- Censure à droite :

Une durée de vie est dite censurée à droite si l'individu n'a pas subi l'événement à sa dernière observation. Ainsi :

- soit l'assuré est « exclu vivant » ou « exclu alors qu'il est en état d'incapacité » car il n'a pas subi l'événement (la sortie de l'incapacité) à la fin de l'étude.
- soit l'assuré est « perdu de vue » car il a quitté l'étude en cours à une date à laquelle il n'a pas encore subi l'événement.

Dans le cas où l'individu n'a pas subi l'événement à sa dernière observation, les durées de vie ne sont pas toutes observées ; pour certaines d'entre elles, on a comme seule information qu'elles sont supérieures à une certaine valeur.

On aborde ici la notion de :

- **Durée de vie** : c'est la « durée de vie » dans l'état d'incapacité
- **Événement subi** : dans notre étude, l'événement en question est la sortie de l'état d'incapacité.
- **Dernière observation** : dans notre étude, la dernière observation correspond à la date de fin d'observation, si l'assuré est toujours en état d'incapacité à cette date. En effet, même pour les contrats résiliés, les sinistres survenus avant la date de résiliation du contrat sont indemnisés jusqu'à leur sortie de l'état d'incapacité ou d'invalidité par l'assureur du contrat à la date de survenance.

## **Troncature :**

La troncature s'applique à une observation.

Une observation est dite tronquée si elle est conditionnelle à un autre événement.

La troncature à gauche est le cas de troncature le plus courant en analyse de survie.

Elle implique qu'un individu n'est observable que si sa durée de vie est supérieure à une certaine valeur de durée de vie ou que son état de vie continue au-delà d'une certaine date d'observation.

S'il y a troncature, un certain nombre d'individus ne sont pas observables et on n'étudie qu'un sous échantillon.

On rencontre trois types de troncatures :

**1- Troncature à droite,**

**2- Troncature par intervalles,**

**3- Troncature à gauche (ou entrée retardée)**

On dit que  $X$  est tronquée à gauche si elle n'est observable qu'à la condition que  $X > T$ ,  $T$  étant une variable que l'on suppose indépendante de  $X$ .

La durée de survie d'une cohorte tirée au sort dans la population n'est étudiée que pour les sujets vivants à la date d'inclusion dans l'enquête. Il y a troncature à gauche car seuls les sujets qui ont survécu jusqu'à la date d'inclusion dans l'étude sont observables.

Lorsqu'on étudie l'âge (durée de maintien en état de vie) du sujet lorsqu'il subit un événement (sortir de l'état de vie), si les sujets ne sont pas suivis depuis leur naissance (entrée en état de vie), il y a troncature à gauche.

Dans notre étude, lorsqu'on étudie la durée de maintien en état d'incapacité du sujet lorsqu'il subit l'événement de sortie de l'état d'incapacité, si les sujets ne sont pas suivis depuis leur entrée en état d'incapacité, il y a troncature à gauche.

On aborde ici la notion de :

- **Durée de vie :** c'est la « durée de vie » dans l'état d'incapacité
- **Evénement subi :** comme au paragraphe précédent, il s'agit toujours de la sortie de l'état d'incapacité.
- **Suivi des assurés :** dans notre étude, le suivi des assurés débute soit :
  - Après la date de première observation, tout en restant dans la période d'observation,
  - A l'expiration du délai de franchise.

### **Période d'observation :**

Les assurés sont observés, à partir d'un délai de franchise de 3 jours, une fois par jour.

Au premier jour d'observation (à savoir le 1<sup>er</sup> Janvier 2008), on peut trouver :

- Des assurés qui entrent dans le champ d'observation de l'état d'incapacité après le délai de franchise de 3 jours,
- Des assurés qui entrent dans le champ d'observation et sont encore dans l'état d'incapacité au-delà du délai de franchise de 3 jours,
- Des assurés qui sortent de l'état d'incapacité :
  - o et passent en état d'invalidité (ces assurés seront observés car nous supposerons que la sortie est postérieure au début de l'observation et seront censurés car on étudie le maintien en incapacité),
  - o et sont rétablis (ces assurés seront observés et ne seront pas censurés car nous supposerons que la sortie est postérieure au début de l'observation).

Ainsi, tous les jours, nous pouvons observer :

- Un assuré qui entre dans l'état d'incapacité après 3 jours ou plus d'arrêt,
- Un assuré qui est encore dans l'état d'incapacité
- Un assuré qui sort de l'état d'incapacité,

Au dernier jour d'observation, on peut trouver :

- Des assurés qui entrent dans l'état d'incapacité après le délai de franchise de 3 jours (ces assurés seront observés car nous supposerons que la date de fin d'observation est postérieure à la date de début de période indemnisée),
- Des assurés qui sont encore dans l'état d'incapacité au-delà du délai de franchise de 3 jours,
- Des assurés qui sortent de l'état d'incapacité :
  - o et passent en état d'invalidité (ces assurés seront observés car nous supposerons que la sortie est postérieure au début de l'observation et seront censurés),
  - o et sont rétablis (ces assurés seront observés et ne seront pas censurés car nous supposerons que la date de fin d'observation est postérieure à la date de début de période indemnisée)

Ce qui peut être résumé par le schéma suivant :

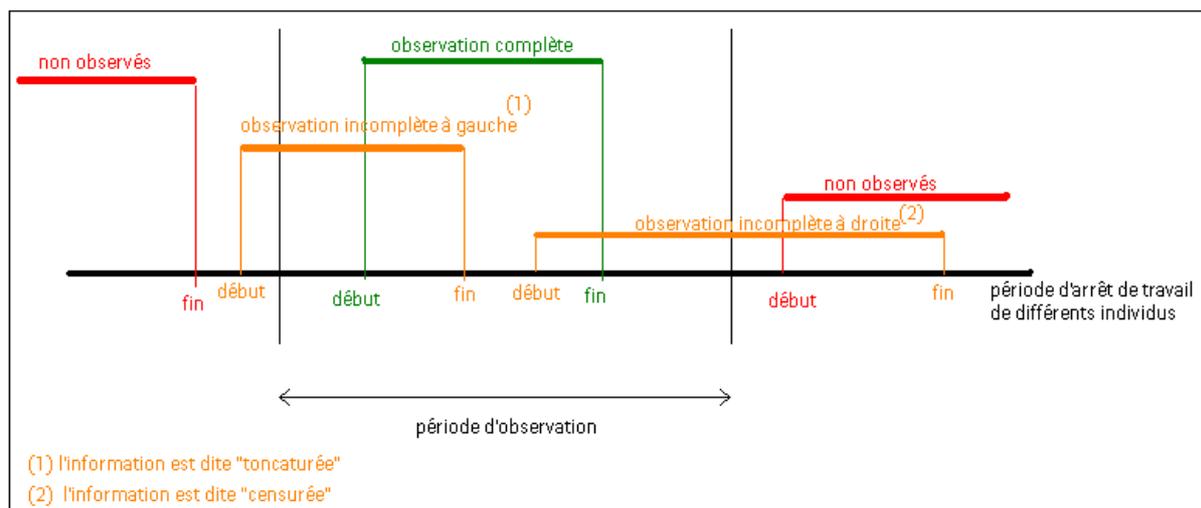


Figure B.11 : Différente typologie des observations effectuées

Dans chacun de ces cas, une information est perdue :

- Soit l'information est perdue sur le devenir de l'arrêt de travail
- Soit sur le commencement.

Les censures et les troncatures affectent la vraisemblance des paramètres estimés, il n'est ainsi pas possible de les occulter.

Les considérer sans retraitement reviendrait à sous-estimer la loi de maintien :

- En faisant sortir plus rapidement les individus des arrêts dans le cas de la censure
- En surestimant les taux de sortie dans les cas de la troncature

Un cas de figure supplémentaire aurait pu être possible : l'information dont le début de l'observation est censuré et dont la fin est tronquée. Cependant au regard de la durée maximale légale d'un arrêt de travail : 1095 jours (3 ans), et la période observée : 3 ans et 6 mois, ce cas de figure ne se présentera pas.

Nous avons construit un outil sous Excel pour prendre en compte ces particularités et pour pouvoir construire la loi de maintien en état d'incapacité.

- Les arrêts dont le début intervient avant la période d'observation et se terminant pendant la période d'observation, dits « troncatures » : les informations relatives à ces arrêts ne seront exploités qu'à partir du 1<sup>er</sup> janvier 2008.
- Les arrêts dont la fin intervient après la période d'observation et commençant pendant la période d'observation dits « censures » : les informations relatives à ces arrêts ne seront observés que jusqu'au 31 décembre 2011 alors qu'ils ne sont pas clos.

## B.II : Etude préliminaire

Il s'agit dans cette partie de construire une loi expérimentale de maintien en incapacité temporaire avec un pas quotidien. L'estimateur de Kaplan Meier nous permet de prendre en compte des périodes de 1 jour.

Nous commençons par introduire quelques notions mathématiques avant d'expliquer la méthode d'évaluation de l'estimateur de Kaplan Meier.

### B.II.1 : Introduction des notions mathématiques

Soit  $X_a$  la variable aléatoire positive représentant la durée de maintien d'un individu entré dans l'état d'incapacité à l'âge  $a$ .

La fonction de répartition de  $X_a$  est notée  $F_a(t) \stackrel{\text{déf}}{=} P(X_a \leq t) = 1 - P(X_a > t) = 1 - S_a(t), \forall t \geq 0$

La fonction de densité de  $X_a$  est notée  $f_a(t)$  et a pour définition mathématique :

$$f_a(t) = \frac{dF_a}{dt}(t)$$

La probabilité recherchée en cas de maintien en incapacité temporaire est la probabilité de rester dans l'état d'incapacité à partir d'une date  $t$ ,  $P(X_a > t)$

La fonction  $S_a(t) : t \mapsto P(X_a > t)$  est appelée **fonction de survie**.

Ainsi, la probabilité de quitter l'état d'incapacité entre la période  $t$  et la période  $t + u$ ,  $t > 0$  et  $u > 0$  est :

$$\boxed{P^{(X_a > t)}(t < X_a < t + u) = 1 - \frac{S_a(t + u)}{S_a(t)}} \text{ notée } {}_u q_{a,t}.$$

Par conséquent la probabilité d'être en arrêt de travail entre  $t$  et  $t + u$  sachant que l'arrêt a déjà duré  $t$  est  ${}_u p_{a,t} = 1 - {}_u q_{a,t}$

On peut ainsi évaluer la quantité :

$$\mu(a, t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P^{(X_a > t)}(t < X_a < t + \Delta t)}{\Delta t}$$

qui est la densité conditionnelle de  $X_a$  sachant que l'individu s'est maintenu jusqu'à  $t$  dans l'état :

$\mu(a, t)$  qui s'exprime comme un taux est appelé taux instantané de maintien en incapacité ou encore taux de hasard et

$$\mu(a, t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{S_a(t) - S_a(t + \Delta t)}{\Delta t \times S_a(t)}$$

Par définition, la fonction  $t \mapsto S_a(t)$  est dérivable car  $t \mapsto F_a(t)$  l'est.

Ainsi,

$$\mu(a, t) = -\frac{S'_a(t)}{S_a(t)} = -\frac{d(\ln S_a(t))}{dt}$$

On a alors  $\exp\left(-\int_t^{t+u} \mu(a, s) ds\right) = \frac{S_a(t+u)}{S_a(t)} = 1 - P^{(X_a > t)}(t < X_a < t + u) = {}_u p_{a,t}$

## B.II.2 : La méthode : utilisation de l'Estimateur de Kaplan Meier

La méthode de l'estimateur de Kaplan Meier est une estimation *non paramétrique* et *unidimensionnelle* (âge par âge).

La prise en compte des censures à droite et des troncatures à gauche fait de l'estimateur de Kaplan Meier (ou produit limite) l'outil par excellence pour évaluer la fonction de survie avec un pas d'un jour, ce qu'on ne peut faire avec les estimateurs actuariels ou autres. Il doit son nom à Edward Kaplan et Paul Meier qui en 1958 publient dans le journal de l'American Statistical Association un article intitulé « Non Parametric estimation from incomplete observations ».

D'un point de vue géométrique, il s'agit d'une série de marches horizontales de grandeur décroissante qui permet d'approcher, pour un échantillon suffisamment grand, la fonction de survie réelle de cette population. Si aucune censure ou troncature n'intervient, l'estimateur de Kaplan Meier correspond à la fonction de répartition empirique.

La méthode actuarielle (l'estimation la plus naturelle / intuitive), qui n'est pas détaillée ici (elle n'a pas été retenue), donne pour des effectifs suffisamment grands, des résultats assez fiables, mais l'estimateur de Kaplan Meier a été retenu pour les raisons suivantes :

- L'estimateur de Kaplan Meier utilise toute l'information disponible alors que l'estimateur actuariel présuppose les hypothèses suivantes :
    - . Les sujets censurés et les décès se distribuent uniformément dans l'intervalle (hypothèse fortement contraignante)
    - . Les sujets censurés sont exposés au risque en moyenne à la moitié de l'intervalle.
- Plus l'effectif est grand, plus ces hypothèses tendent à être vérifiées,
- les intervalles sont déterminés par les dates d'événements observées alors que pour la méthode actuarielle (estimateur plus « naturel »), par exemple, les intervalles de temps sont fixés *à priori*. Dans le cas présent, la survenance des événements est aléatoire et donc les intervalles sur lesquelles la valeur de la survie est considérée comme fixe n'ont pas la même longueur (On obtient une courbe en marches d'escaliers pour laquelle l'étendue des marches varie d'un palier à l'autre).
  - la survie calculée en un point est celle conservée sur l'intervalle jusqu'au point de calcul suivant alors que pour l'estimateur actuariel, la survie entre 2 points s'extrapole linéairement.
  - Il n'y a pas d'hypothèse formulée sur la force de mortalité dans les intervalles étudiées, alors qu'elle est supposée constante dans les intervalles définis pour la méthode actuarielle.

Dans ce cas de figure, les dates de survenances sont connues, donc utiliser l'estimateur actuariel reviendrait à ignorer l'information. Par ailleurs, utiliser moins d'information donne un estimateur moins précis.

L'estimateur de Kaplan Meier reste dans ce cas de figure l'estimateur le plus fréquemment utilisé dans les études de survie tant en médecine qu'en assurance.

### B.II. 3 : Modèle mathématique : Estimateur de Kaplan Meier

Dans ce cas de figure, il est considéré un groupe initial de  $N$  individus de classe d'âge  $c_x$ . Ce groupe est observé pendant une durée totale  $t_{\max}$  à des dates successives journalières  $0 < t_1 < \dots < t_k < \dots < t_{\max}$  qui sont les époques possibles de censures et de troncatures, la sortie d'arrêt de travail étant observable dans les intervalles correspondants.

A la date  $t_k$ ,  $C(k)$  censures sont observées,  $T(k)$  troncatures et dans l'intervalle  $[t_k; t_{k+1}[$ , il y a  $A(k)$  sorties d'arrêt de travail.

$N(k)$  est l'effectif observable après les  $C(k)$  censures et  $T(k)$  troncatures.

$$\text{On a alors : } \begin{cases} N(0) = N \\ N(k+1) = N(k) - A(k+1) - C(k+1) + T(k+1) \end{cases}$$

Par convention, si la troncature, la censure et la sortie se produisent simultanément, nous retiendrons que l'entrée précède la censure, qui précède elle-même la sortie.

Sous la condition d'indépendance entre les processus de censure et troncature et celui régissant les sorties d'arrêt de travail, la fonction de vraisemblance dans le cas d'existence ou d'absence de censure et de troncature est identique.

Le but de la démarche, est d'estimer  $Q_{c_x}(k)$ , le taux de sortie de l'état d'incapacité dans la classe d'âge, à la date  $t_k$  afin d'estimer ensuite la fonction de survie suivante :

$$S_{c_x}(t) = \prod_{k, t_k < t} (1 - Q_{c_x}(k))$$

$Q_{c_x}(k)$  est estimé par la méthode du maximum de vraisemblance :

La fonction de vraisemblance s'écrit

$$L(Q_{c_x}) = \prod_{k=0}^{t_{\max}} \binom{N(k)}{A(k)} \times Q_{c_x}^{A(k)} \times (1 - Q_{c_x})^{N(k) - A(k)}$$

Trouver le maximum de  $L$  revient à trouver le maximum de  $\ln L$  (car la fonction logarithme est croissante) et donc à trouver la solution de l'équation :

$$\frac{\partial \ln L(Q_{c_x})}{\partial Q_{c_x}} = 0 = \frac{A(k)}{Q_{c_x}(k)} - \frac{N(k) - A(k)}{1 - Q_{c_x}(k)}$$

L'estimateur vaut donc  $\hat{Q}_{c_x}(k) = \frac{A(k)}{N(k)}$

Ainsi,  $\hat{S}_{c_x}(t) = \prod_{k, t_k < t < t_{\max}} \left(1 - \frac{A(k)}{N(k)}\right)$

Où A et N dépendent de la classe d'âge dans laquelle la fonction de survie est estimée.

**Remarque 1 :** s'il n'y a ni censure ni troncature, la courbe de Kaplan Meier est la fonction de répartition empirique.

**Remarque 2 :** L'écriture de l'estimation de  $S_{c_x}$  est inchangée s'il n'y a ni censure ni troncature ; dans ce cas, juste les valeurs des N(k) sont modifiées.

**Remarque 3 :** S'il n'y a que des censures, la fonction de survie ainsi estimée est « plus haute » que s'il n'y a ni censure ni troncature ; ce qui signifie donc que ne pas considérer les censures sous estime la loi de survie.

**Remarque 4 :** La méthode de Kaplan Meier présentée ci-avant, a été développée dans un cadre monodimensionnel : taux de sortie par âge à un instant donné. Des travaux relatifs à l'estimation de Kaplan Meier en dimension deux ont été menés (taux par âge à plusieurs dates). Néanmoins, l'estimation des taux bruts âge par âge par Kaplan Meier reste la méthode la plus robuste.

## B.II. 4 : Propriétés de l'Estimateur de Kaplan Meier

### Espérance :

$$E[\hat{S}_{c_x}(t)] = E\left[\prod_{k, t_k < t < t_{\max}} \left(1 - \frac{A(k)}{N(k)}\right)\right] \approx \prod_{k, t_k < t < t_{\max}} (1 - E[\hat{Q}_{c_x}(k)]) = \prod_{k, t_k < t < t_{\max}} (1 - Q_{c_x}(k)) = S_{c_x}(t)$$

Il s'agit donc d'un estimateur de la fonction de survie.

On remarque l'utilisation du signe «  $\approx$  » car l'espérance d'un produit n'est égal au produit des espérances que si les variables aléatoires sont indépendantes. Cependant le produit ne l'est pas forcément (quelques éléments d'explication sont décrits ci-après).

En réalité,

$$E[\hat{S}_{c_x}(t)] = S_{c_x}(t) + \text{biais}$$

Dans l'étude de l'estimateur de Kaplan-Meier, de nombreux auteurs se sont efforcés à calculer son biais. On trouve un premier résultat dans Gill (1980) où l'auteur montre, qu'à moins qu'aucune observation ne soit censurée, l'estimateur de Kaplan-Meier a un biais négatif, c'est à dire que :  $E[\hat{F}_{c_x}(t) - F_{c_x}(t)] \leq 0$  et donc, appliqué à la fonction de survie,  $E[\hat{S}_{c_x}(t) - S_{c_x}(t)] \geq 0$ . Ce qui signifie que l'estimateur de la fonction de survie est légèrement supérieur à la fonction de survie (biaisé positivement) :

$$E[\hat{S}_{c_x}(t)] \geq S_{c_x}(t)$$

Flemming et Harrington donne en 1991 une expression explicite de ce biais qui adapté à la notation présente donne :

$$E[\hat{S}_{c_x}(t) - S_{c_x}(t)] = E\left[1_{t_k < t} \times \frac{\hat{S}_{c_x}(t_k)}{S_{c_x}(t_k)} \times (S_{c_x}(t_k) - S_{c_x}(t))\right]$$

De la formule on déduit les caractéristiques suivantes :

- Pour tout  $t < t_k$ , ou si la dernière information n'est pas censurée ( $\hat{S}_{c_x}(t_k) = 0$ ), l'estimateur est sans biais
- Sinon  $S$  étant décroissante, on retrouve un biais positif et ce biais est d'autant plus grand que l'on a de données censurées : en effet, plus l'écart entre  $t_k$  et  $t$  est important, plus la différence  $S_{c_x}(t_k) - S_{c_x}(t)$  est grande
- L'estimateur est cependant asymptotiquement gaussien, convergent et est asymptotiquement non biaisé (le biais tend vers 0).

Mathématiquement cela signifie que :

$$\lim E[\hat{S}_{c_x}(t)] = S_{c_x}(t)$$

Les démonstrations des assertions ci-dessus sont assez complexes. Pour avoir des informations plus développées sur les propriétés de l'estimateur de Kaplan Meier, un lecteur avec un bagage mathématiques pourra prendre en référence la thèse d'Olivier Lopez : « Réduction de dimension en présence de données censurées » (Décembre 2007 – N° d'ordre: 3640, présentée devant l'université de Rennes, notamment dans la partie 1 de la thèse)

### Variance :

Une estimation de la variance est donnée par la formule de Greenwood

$$\hat{V}[\hat{S}_{c_x}(t)] = (\hat{S}_{c_x}(t))^2 \sum_{k, t_k < t < t_{\max}} \frac{A(k)}{N(k)[N(k) - A(k)]}$$

Elle est obtenue en utilisant l'approximation suivante :

$$\text{Var}[\log(\hat{S}_{c_x}(t))] \approx \sum_{k, t_k < t < t_{\max}} \frac{A(k)}{N(k)[N(k) - A(k)]}$$

$$\text{Comme } \log(\hat{S}_{c_x}(t)) = \sum_{k, t_k < t < t_{\max}} \log(1 - \hat{Q}_{c_x}(k)),$$

On utilise la méthode (delta méthode) qui consiste à dire que si  $f$  est une fonction et  $X$  un variable aléatoire approximativement égale à

$$\mu + \sigma Z, \text{ où } \sigma \text{ est petit, et } Z \text{ est centré réduit}$$

alors on a

$$\text{Var}(f(X)) = \text{Var}(f(\mu) + \sigma Z f'(\mu)) = \sigma^2 f'(\mu);$$

Ainsi, en prenant  $f = \log$

$$\text{Var}[\log(\hat{S}_{c_x}(t))] \approx \text{Var}[\hat{S}_{c_x}(t)] \times \left( \frac{1}{\hat{S}_{c_x}(t)} \right)^2$$

$$\text{Or } \text{Var}[\log(\hat{S}_{c_x}(t))] \approx \sum_{k, t_k < t < t_{\max}} \frac{A(k)}{N(k)[N(k) - A(k)]}$$

D'où

$$\hat{V}[\hat{S}_{c_x}(t)] = (\hat{S}_{c_x}(t))^2 \sum_{k, t_k < t < t_{\max}} \frac{A(k)}{N(k)[N(k) - A(k)]}$$

### ***B.III : Construire les tables de Maintien en Incapacité***

Dans ce paragraphe sont détaillées les étapes permettant d'aboutir à la loi de maintien d'expérience à partir des données initiales.

#### **B.III.1 : Table d'expérience :**

Dans le cadre de notre étude, il faut, pour chaque instant  $k < t_{\max}$  et pour chaque classe d'âge donnée  $c_x$ , obtenir :

- Le nombre de troncatures  $T_{c_x}(k)$
- le nombre de sorties  $A_{c_x}(k)$ ,
- le nombre de censures  $C_{c_x}(k)$
- l'effectif sous risque  $N_{c_x}(k)$  pour chaque classe d'âge  $c_x$  et chaque durée.

L'estimation de la fonction de survie par classe d'âge a été effectuée avec des pas d'un jour.

Nous avons déterminé 4 classes d'âges pour lesquelles nous construisons des lois de maintien en incapacité temporaire :

1. de 17 à 30 ans,  
il y a 4379 sinistrés dans cette tranche d'âge  
95% des effectifs sont utilisés à entre le 3<sup>ème</sup> et le 159<sup>ème</sup> jour
2. de 31 à 40 ans,  
il y a 4253 sinistrés dans cette tranche d'âge  
95% des effectifs sont utilisés à entre le 3<sup>ème</sup> et le 152<sup>ème</sup> jour
3. de 41 à 50 ans,  
il y a 4158 sinistrés dans cette tranche d'âge  
95% des effectifs sont utilisés à entre le 3<sup>ème</sup> et le 174<sup>ème</sup> jour
4. de 51 à 70 ans.  
il y a 3783 sinistrés dans cette tranche d'âge  
95% des effectifs sont utilisés à entre le 3<sup>ème</sup> et le 236<sup>ème</sup> jour

#### **B.III.2 : Résultats d'expériences et premières conclusions**

Nous appliquerons la méthode sur les 177 premiers taux lissés.

Au-delà du 180<sup>ème</sup> jour d'incapacité, nous prendrons les taux de sortie de la table du BCAC qui seront plus réalistes puisqu'ils ont été construits sur un échantillon plus grand que celui dont nous disposons pour notre étude.

### B.III.3 : Loi de maintien en incapacité pour tous les âges :

#### Hypothèses :

**Données disponibles :** arrêts de travail pour cause de maladie survenus du 1<sup>er</sup> Janvier 2008 au 14 Décembre 2011.

**Franchise :** absolue de 3 jours, concernant les non cadres rattachés à la CCN.

**Période d'observation :** du 1<sup>er</sup> Janvier 2008 au 30 Juin 2011 (Ceci pour respecter la nécessité, pour les besoins de l'estimateur de Kaplan Meier, d'avoir l'ensemble de l'échantillon étudié. En effet, nous rappelons qu'il existe, dans les clauses des contrats de Prévoyance collective d'Allianz, un délai de déclaration de deux mois. Nous avons préféré, vu le faible nombre de sinistres survenus au-delà de cette date et enregistrés dans notre base, prendre 6 mois de recul pour être sûr d'avoir la totalité de l'information sur notre échantillon d'étude).

#### Résultats :

Ci-dessous la courbe des taux de sortie (nous ne représentons ici que les taux de sortie bruts pour les jours de 0 à 900, pour pouvoir observer le pic des premiers jours ; les taux correspondants aux jours de 901 à 1095 oscillent entre 0 et 1).

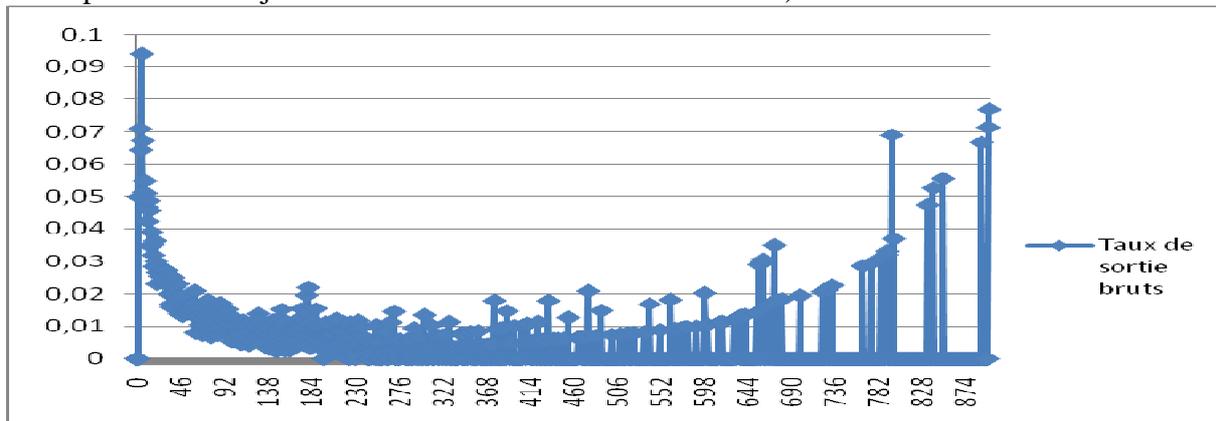


Figure B.12 : Courbe des taux bruts de sortie de l'état d'incapacité temporaire pour l'ensemble de la population, sur une période de 900 jours

Voici un zoom sur les taux bruts de sortie de l'état d'incapacité pour cause de maladie pendant la période des 30 premiers jours :

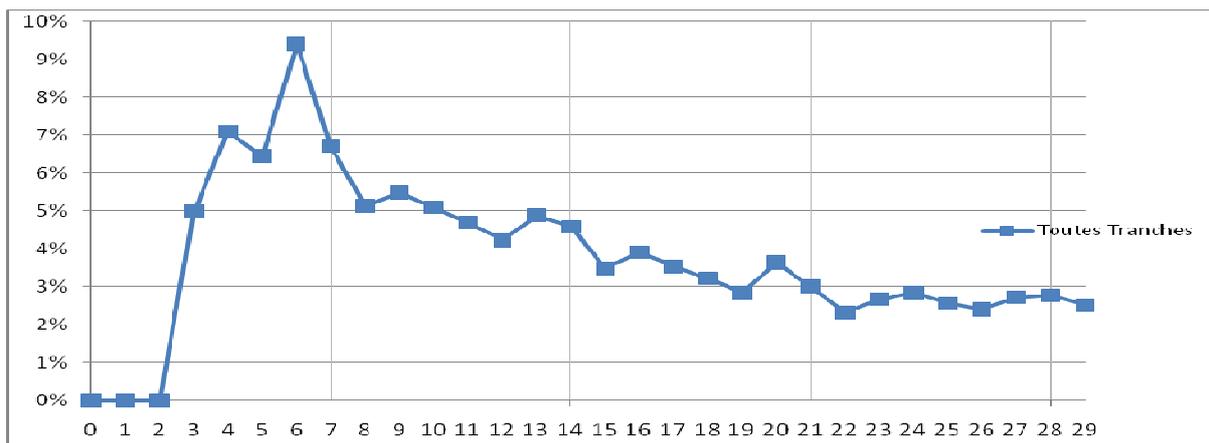


Figure B.13 : Courbe des taux bruts de sortie de l'état d'incapacité temporaire pour l'ensemble de la population, sur une période de 30 jours

**Commentaires :**

Ce graphique nous montre que les taux de sortie de l'état d'incapacité pour raison de maladie, pendant les trois premiers jours sont nuls. Ceci est parfaitement compréhensible du fait que les assurés sont en période de franchise et que l'assureur n'a pas encore connaissance de leur état.

Nous observons un premier pic des taux de sortie au jour 6 (qui correspond en fait au 7<sup>ème</sup> jour d'arrêt puisque nous commençons le comptage à partir du jour 0). Ceci est en adéquation avec le nombre important d'arrêts de travail pour maladie survenus le lundi et se terminant le dimanche suivant. Les pics des jours 13 et 20 peuvent s'expliquer par le même phénomène.

Le pic du jour 6 indique qu'il y a plus de chances de sortir de l'état d'incapacité que d'en sortir les jours suivants. Cette observation est spécifique aux premiers jours d'arrêt que nous ne pouvons observer dans les tables mensuelles du BCAC où la probabilité de sortir de l'état d'incapacité diminue en fonction de l'ancienneté en incapacité.

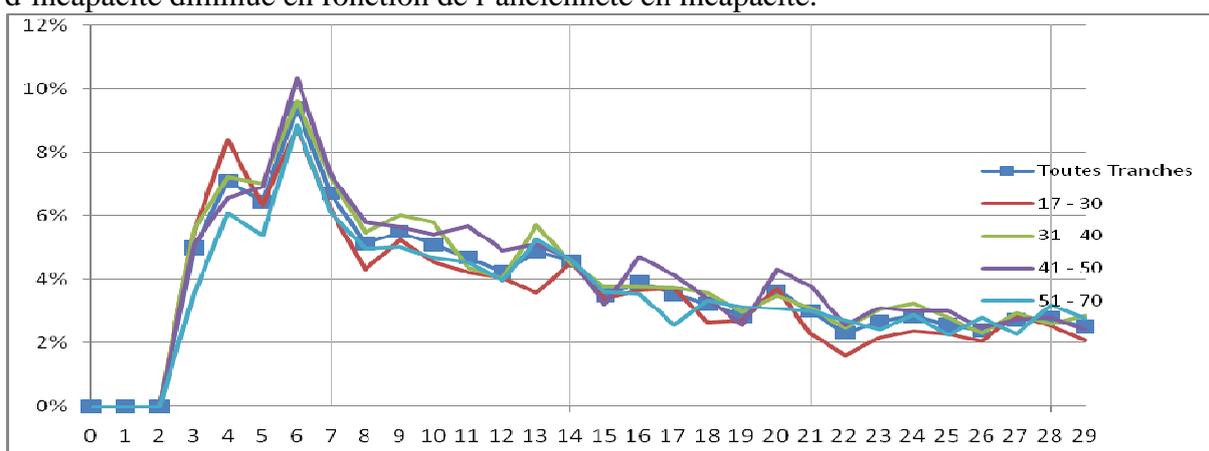


Figure B.13 : Comparaison des courbes des taux bruts de sortie de l'état d'incapacité temporaire pour toutes les tranches d'âge et pour l'ensemble de la population sur une période de 30 jours

Nous observons le même phénomène sur les différentes tranches d'âge que nous avons modélisées.

### B.III.4 : Lissage de Whittaker-Henderson

La méthode de Whittaker-Henderson est une méthode de lissage non paramétrique.

Elle caractérise les données en combinant un critère de fidélité et un critère de régularité, l'un au détriment de l'autre. Le but est donc de minimiser la somme de ces deux critères pour obtenir le lissage des données afin d'obtenir le meilleur compromis « fidélité / régularité ».

En appliquant le lissage de Whittaker Henderson aux données ici exploitées :

- . V est toujours le vecteur lissé
- . U est le vecteur des taux bruts  $Q_{c_x}(k)$
- . W, n, h et z sont choisis selon la précision souhaitée sachant que plus h est grand, plus la régularité est favorisée au détriment de la fidélité.

#### Fidélité :

La fidélité à la courbe initiale se mesure en calculant l'erreur F suivante :

$$F = \sum_{i=1..n} w_i (v_i - u_i)^2$$

Il s'agit un critère pondéré des moindres carrés ordinaires qui s'interprète simplement mathématiquement : il s'agit d'avoir une « distance minimale » par rapport à la courbe brute.

- . i est l'indice les données brutes à lisser;
- . n est le nombre de données brutes à lisser;
- .  $w_i$  est le poids donné au respect de la donnée i. Le choix des pondérations permet généralement, sur la série des taux bruts, de corriger les effets des effectifs aux différents âges. La pondération peut être, par exemple, égale à l'effectif à l'ancienneté x rapporté à l'effectif de l'ensemble des anciennetés.

- .  $v_i$  est la donnée lissée;
- .  $u_i$  est la donnée brute à lisser.

#### Régularité :

La régularité se mesure par le critère :  $S = \sum_{i=1..n-z} (\Delta^z v_i)^2$  où

- .  $\Delta^z v_i$  est l'opérateur différence composé z fois;

$$\text{Par définition } \begin{cases} \Delta v_i = v_{i+1} - v_i \\ \Delta^z (v_i) = \underbrace{\Delta(\Delta(\dots(\Delta(v_i))))}_{z \text{ compositions}} \end{cases}$$

$$\text{Pour } z = 2, \Delta^2 v_i = \Delta(\Delta(v_i)) = \Delta(v_{i+1} - v_i) = (v_{i+2} - v_{i+1}) - (v_{i+1} - v_i) = v_{i+2} - 2v_{i+1} + v_i$$

On démontre par récurrence, en annexe 4, que  $\Delta^k v_i = \Delta(\Delta^{k-1}(v_i)) = \sum_{j=0..k} \binom{k}{j} (-1)^{k-j} v_{k+j}$ .

On pose  $M = F + h S$ , pour une valeur de  $h$ , poids relatif de  $S$  positif ou nul.

Si  $h = 0$ ,  $M = F$ , il n'y a ainsi aucun lissage. Il est ainsi normal que  $M$  soit la courbe la plus fidèle à elle-même.

On peut également poser  $\beta = \frac{1}{1+h}$ , et dans ce cas  $0 < \beta \leq 1$  et on peut ainsi étudier :

$$M' = \beta F + (1 - \beta)S = \beta M, \beta > 0 \text{ car minimiser } M \text{ est équivalent à minimiser } M'.$$

Remarque :  $\frac{(1-\beta)}{\beta} = h$

Dans le cas où, comme dans le cas de l'arrêt de travail, le lissage peut être effectué tant sur les âges (horizontal) (dans le cas ici présent, les classes d'âge) que sur la durée de maintien (vertical), la fonction à minimiser est de la forme :

$$M = (1 - \alpha - \beta)F + \alpha S_v + \beta S_h$$

Où  $S_h$  est la dimension horizontale et  $S_v$ , la dimension verticale.

Ce lissage à deux dimensions n'est pas effectué dans cette étude.

Pour minimiser  $M$ , il faut alors résoudre l'équation  $\frac{\partial M}{\partial v_i} = 0$

Il s'agit alors d'un problème d'optimisation qui se résout matriciellement.

Pour cela, on considère :

- .  $V$ , le vecteur colonne lissé à déterminer de dimension  $(1 ; n)$
- .  $U$ , le vecteur colonne des données brutes à lisser de dimension  $(1 ; n)$
- .  $W$  la matrice diagonale des poids de dimension  $(n ; n)$
- .  $\Delta^z V$  le vecteur colonne de dimension  $(1 ; n - z)$  contenant les  $\Delta^z v_i$

$$V = \begin{pmatrix} v_1 \\ \dots \\ v_n \end{pmatrix}; U = \begin{pmatrix} u_1 \\ \dots \\ u_n \end{pmatrix}; W = \begin{pmatrix} w_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & w_2 & \dots & 0 \\ \dots & 0 & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 0 & w_n \end{pmatrix}; \Delta^z V = \begin{pmatrix} \Delta v_1 \\ \dots \\ \Delta v_{n-z} \end{pmatrix}$$

Tout en sachant que  $\Delta^z V$  doit être explicitement calculé :

Comme  $\Delta^k v_i = \Delta(\Delta^{k-1}(v_i)) = \sum_{j=0 \dots k} \binom{k}{j} (-1)^{k-j} v_{i+j}$  où  $\binom{k}{j} = \frac{k!}{j!(k-j)!}$

Alors  $\Delta^z V = K_z \cdot V$  où  $K_z$  est la matrice de dimension  $(n - z) \times n$

$$K_z = \begin{pmatrix} \binom{z}{0} & -\binom{z}{1} & \dots & (-1)^{z-j} \binom{z}{j} & \dots & \binom{z}{z} & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \binom{z}{0} & -\binom{z}{1} & \dots & \dots & -\binom{z}{z-1} & \binom{z}{z} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & \binom{z}{0} & -\binom{z}{1} & \dots & (-1)^{z-j} \binom{z}{j} & \dots & \dots & \binom{z}{z} & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & \binom{z}{0} & \dots & \dots & \dots & \dots & -\binom{z}{z-1} & \binom{z}{z} \end{pmatrix}$$

En considérant ces hypothèses, et la notation  ${}^tV$ , la transposée de la matrice  $V$ .

$$F = {}^t(V - U) \times W \times (V - U) \text{ et } S = {}^t(\Delta^z V) \times \Delta^z V$$

M devient alors

$$M = \underbrace{{}^t(V - U) \times W \times (V - U)}_F + h \underbrace{({}^t(\Delta^z V) \times \Delta^z V)}_S = {}^t(V - U) \times W \times (V - U) + h \times {}^tV \times {}^tK_z \times K_z \times V$$

$M = {}^tV \cdot W \cdot V - 2 \times {}^tV \cdot W \cdot U + {}^tU \cdot W \cdot U + h \times {}^tV \cdot {}^tK_z \cdot K_z \cdot V$  en développant l'expression précédente.

En dérivant l'expression ci-dessus par rapport à  $V$ , on obtient :

$$\frac{\partial M}{\partial V} = 2 \times W \cdot V - 2 \times W \cdot U + \frac{\partial({}^tU \cdot W \cdot U)}{\partial V} + 2h \times {}^tK_z \cdot K_z \cdot V$$

Il faut donc résoudre  $\frac{\partial M}{\partial V} = 0$ , avec comme vecteur à déterminer  $V$  ;

On obtient  $(W + h \times {}^tK_z \cdot K_z) \cdot V = W \cdot U$

L'équation n'a de solution que si  $W + h \times {}^tK_z \cdot K_z$  est inversible,

Dans ce cas  $V = (W + h \times {}^tK_z \cdot K_z)^{-1} \cdot W \cdot U$

### Conclusion des calculs :

Nous avons testé plusieurs valeurs des paramètres de lissage de Whittaker-Henderson pour  $z = 3$  (comme conseillé dans plusieurs documents) et des valeurs de  $h$  allant de 1 à 100.

Les valeurs lissées obtenues ne semblent pas refléter la réalité à cause des sauts du début de la période de maintien en incapacité. Le test du Khi-Deux semble rejeter l'hypothèse que notre lissage est en adéquation avec les données brutes. Les valeurs des premiers jours d'arrêt génèrent des écarts importants qui, mis bout à bout, dépassent la valeur critique du test du Khi Deux aux degrés de liberté correspondants.

Nous pouvons noter que cette loi est une combinaison de deux lois. La première loi est une loi qui passe par les points qui entourent les pics et qui pourra être lissée avec la méthode de Whittaker Henderson, et une deuxième loi qui vient ajouter, tous les 7 jours, un taux qui sera décroissant avec le temps. Ceci pourra faire l'objet d'une autre étude pour estimer l'impact de cette deuxième loi de taux complémentaires tous les 7 jours.

Pour continuer notre analyse, nous choisirons de garder les valeurs brutes obtenues avec la méthode de Kaplan-Meier.

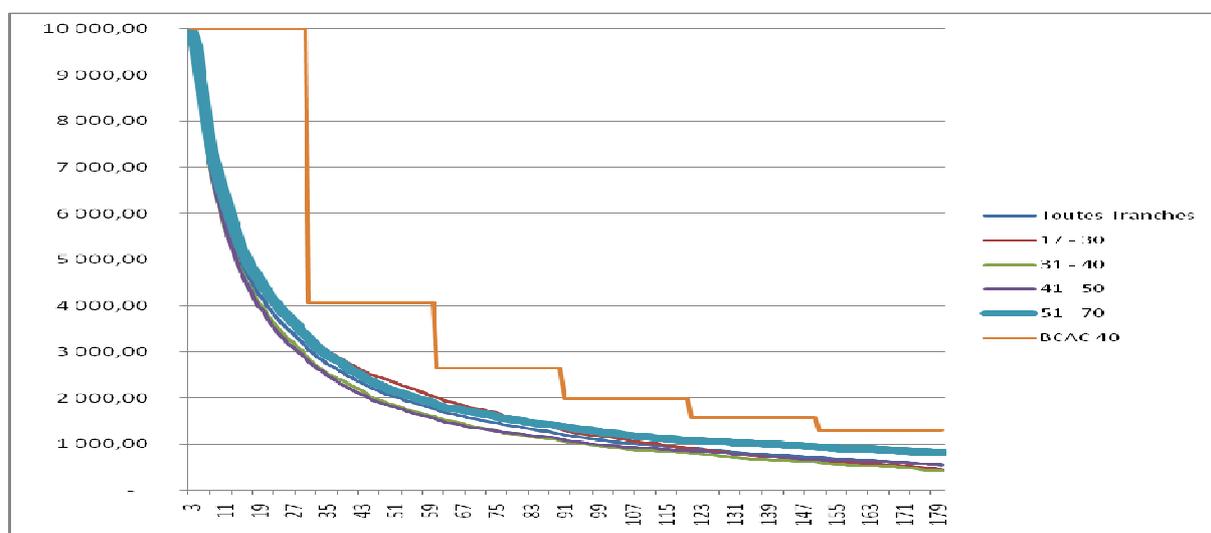
## PARTIE C : Etudes comparatives avec les tables réglementaires et impact sur le provisionnement

Maintenant que nous avons obtenu notre loi de maintien en incapacité temporaire, nous pouvons évaluer un certain nombre de critères et de valeurs avec la loi du BCAC et cette nouvelle loi brute sur les 6 premiers mois afin de les comparer.

### *C.I : Tendances des courbes réglementaires et expérimentales.*

#### **C.I.1 : Comparaison entre la loi théorique et la loi d'expérience**

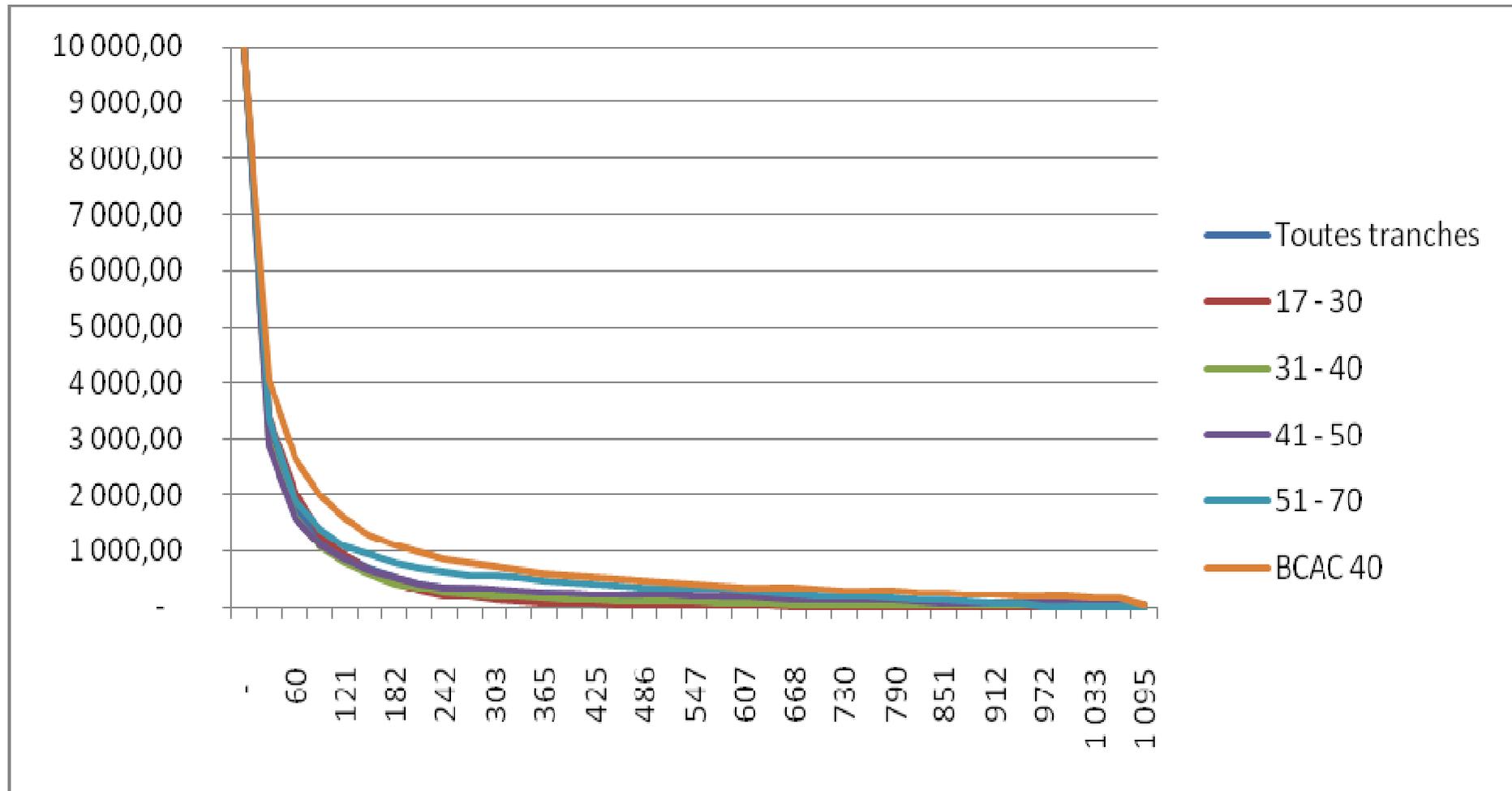
Pour pouvoir évaluer l'avantage tiré de l'utilisation de la nouvelle loi d'expérience obtenue par la méthode de Kaplan Meier, nous pourrions comparer les graphiques représentant le nombre de personnes présentant le risque d'incapacité au début de chaque mois d'ancienneté (puisque la table du BCAC est mensuelle) pour la loi du BCAC à l'âge de 40 ans (moyenne des âges de survenance des sinistrés de notre étude) et pour la loi obtenue. Nous pouvons aussi évaluer les espérances résiduelles sur la durée maximale du maintien en incapacité (à savoir sur une durée de 3 ans, sur une durée d'un an et sur une durée de six mois). Au premier abord, la comparaison entre les courbes de loi de maintien donne :



**Figure C.1.1 :** Lois de maintien expérimentales pour toutes les tranches d'âges et pour certains segments d'âges comparé à la loi du BCAC pour l'âge 40 ans sur les 180 premiers jours

**Analyse :** La précision se constate naturellement : une courbe « lissée » (quotidienne) est comparée à une courbe en escalier (mensuelle). La courbe « toute tranche » (âge moyen 40,2 ans) montre que les sinistrés sortent plus vite que par la courbe du BCAC

**C.I.1.1 : Loi théorique et la loi d'expérience**



*Figure C.1.2 : Lois de maintien expérimentales pour toutes les tranches d'âges et pour certains segments d'âges comparées à la loi du BCAC pour l'âge 40 ans*

### C.I.1.2 : Espérances Résiduelles

Nous rappelons que les provisions des sinistres en cours de service correspondent à la valeur actuelle probable de l'engagement de l'assureur (prestation à servir).

Le coefficient de provisionnement pour un individu entré en incapacité à l'âge  $x$ , et présent dans l'état depuis  $y$  mois, représente le montant de la provision mathématique pour un individu sinistré pour lequel est prévu le versement d'un euro de rente mensuelle.

$$\text{Coef}_{-PM_{INC}}(x, y) = \sum_{k=y+1}^{36} \frac{L_{INC}(x, k)}{L_{INC}(x, y)} \times \left( \frac{1}{1+i} \right)^{\frac{k-y}{12}}$$

Nous rappelons que le BCAC préconise de considérer la moyenne de deux flux, l'un versé en début de période et l'autre versé en fin de période. Nous avons l'égalité ci-dessous :

$$\text{Coef}_{-PM_{INC}^{BCAC}}(x, y) = \frac{1}{2} \frac{\sum_{k=y}^{35} L_{INC}(x, k) v^{\frac{k-y}{12}} + L_{INC}(x, k+1) v^{\frac{k+1-y}{12}}}{L_{INC}(x, y)}$$

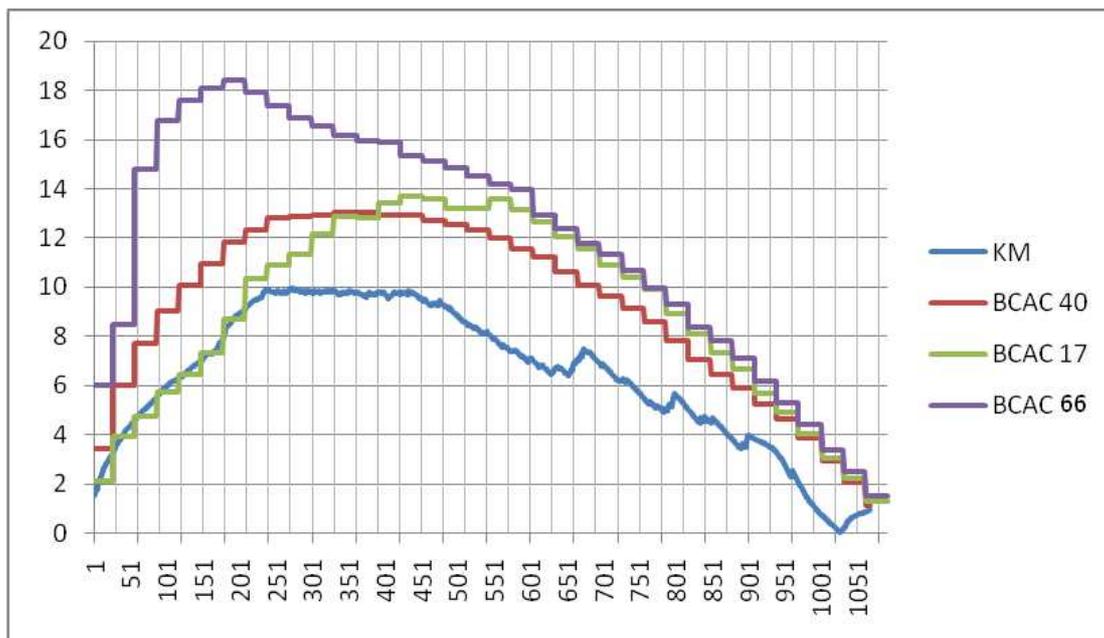
Or, du fait du pas quotidien de notre table de maintien, nous évaluerons nos provisions avec la première formule.

L'espérance résiduelle correspond au calcul de ce coefficient avec un taux technique nul, ce qui permet de neutraliser théoriquement l'effet du taux technique, tout en n'occultant pas qu'à un taux technique donné, les relations d'ordre entre les coefficients comparés sont inchangées.

$${}^0E(x, y) = \sum_{k=y+1}^{36} \frac{L_{INC}(x, k)}{L_{INC}(x, y)}$$

Cette partie consiste en la comparaison des courbes de loi de maintien et les coefficients de provisionnement en incapacité. L'impact sera donc évalué sur l'incapacité ; les probabilités de passage entre l'incapacité et l'invalidité sont considérées comme inchangées, c'est à dire que les engagements d'invalidité et d'invalidité en attente sont les mêmes que ceux évalués avec la loi du BCAC.

Ces Provisions Mathématiques (à taux technique nulle ou positif selon les indications) sont bien évaluées avec les âges réels.



**Figure C.2 :** Espérances résiduelles sur 3 années de la loi expérimentale (KM) et des lois du BCAC pour les âges 17 ans, 40 ans et 66 ans.

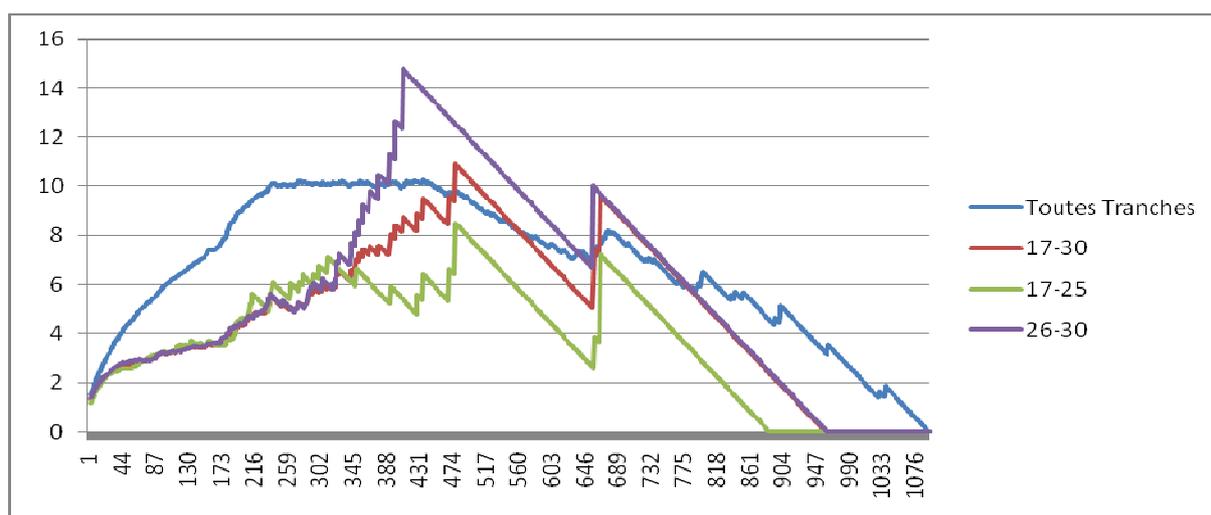
**Remarque :** en cas d'évaluation avec taux d'actualisation, les courbes avec taux sont « en dessous » des courbes à taux technique égal à 0

Notamment si on note  $E^i(x, y) = \sum_{k=y+1}^{36} \frac{L_{INC}(x, k)}{L_{INC}(x, y)} \left( \frac{1}{1+i} \right)^{k-y} = Coef\_PM_{INC}(x, y)[i]$ ,

le coefficient de provisionnement à taux technique  $i$ , alors :

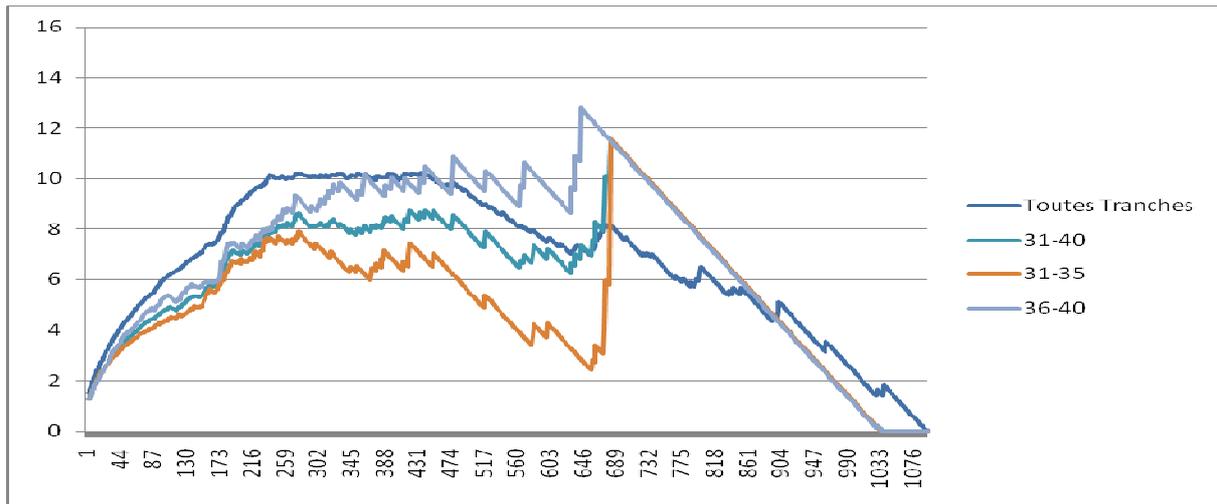
$$\forall 0 < i_1 \leq i_2, E^{i_2}(x, y) \leq E^{i_1}(x, y) < E^0(x, y)$$

C'est à dire que le coefficient de provisionnement est décroissant en  $i$ .



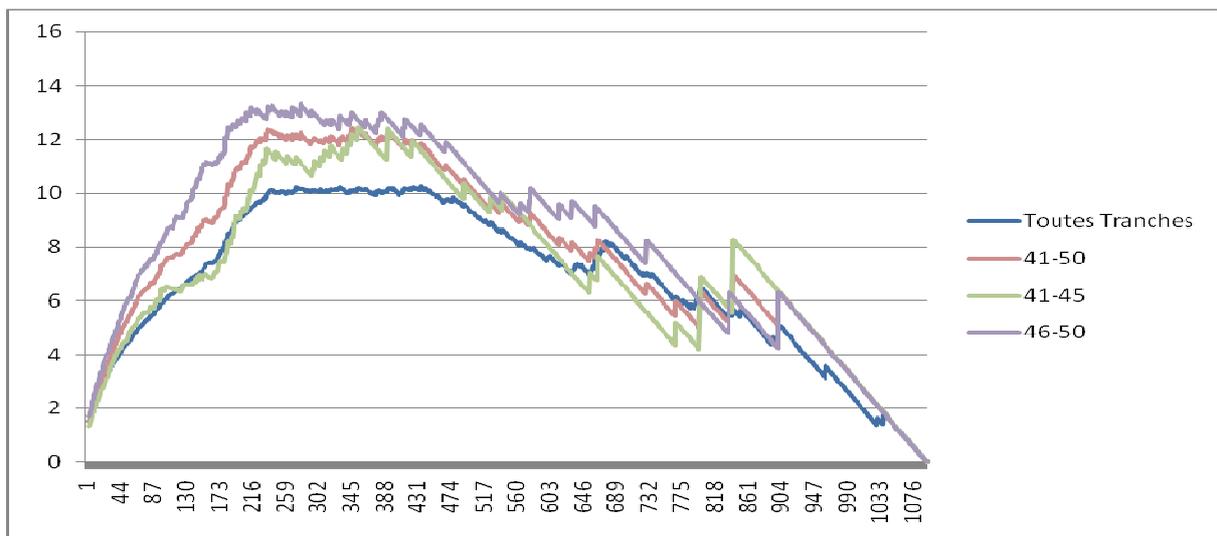
**Figure C.3 :** Espérances résiduelles sur 3 années de la loi expérimentale (KM) pour les tranches d'âge entre 17 et 30 ans.

**Remarque :** On remarque des pics brusques sur les tranches d'âges définies vers les 400<sup>ème</sup> et 700<sup>ème</sup> journées d'incapacité, or quand ces tranches d'âges sont consolidées (entre 17 et 62 ans), les irrégularités tendent à disparaître.



**Figure C.4 :** Espérances résiduelles sur 3 années de la loi expérimentale (KM) pour les tranches d'âge entre 31 et 40 ans.

**Remarque :** les mêmes pics brusques sur les tranches d'âges définis vers la 700<sup>ème</sup> journée d'incapacité sont observés, les pics vers la 400<sup>ème</sup> journée sont largement atténués



**Figure C.5 :** Espérances résiduelles sur 3 années de la loi expérimentale (KM) pour les tranches d'âge entre 41 et 50 ans.

**Remarque :** les pics sont globalement atténués par rapport aux deux courbes précédentes

**Analyse :** nous rappelons que créer des tranches d'âge répartit le nombre d'observations totale dans chaque classe ce qui a pour effet diminuer la robustesse du modèle. Les pics s'expliquent donc par le nombre insuffisant d'observation. Par conséquent, tenter de construire une loi de maintien sur 365 jours est aberrant.

Le tableau ci-dessus révèle la quantité d'observations utilisées pour construire la loi de maintien au bout d'un an et deux ans.

Dans l'hypothèse la plus optimiste, une centaine d'observation sont disponibles pour modéliser une loi de maintien entre le 180<sup>ème</sup> et le 365 jours. Nous décidons donc de diminuer la période de construction de la table

classe	95% atteints à	Effectif utilisé au		Effectif total
		365 <sup>ème</sup> jour	730 <sup>ème</sup> jour	
17-30 ans	159j	4355	4376	4379
		99,45%	99,93%	
31-40 ans	152j	4204	4246	4253
		98,85%	99,84%	
41-50 ans	174j	4081	4135	4158
		98,15%	99,45%	
51-70 ans	236j	3663	3755	3783
		96,83%	99,26%	

Figure C3.4.5 - bis : Quantité de donnée utilisée.

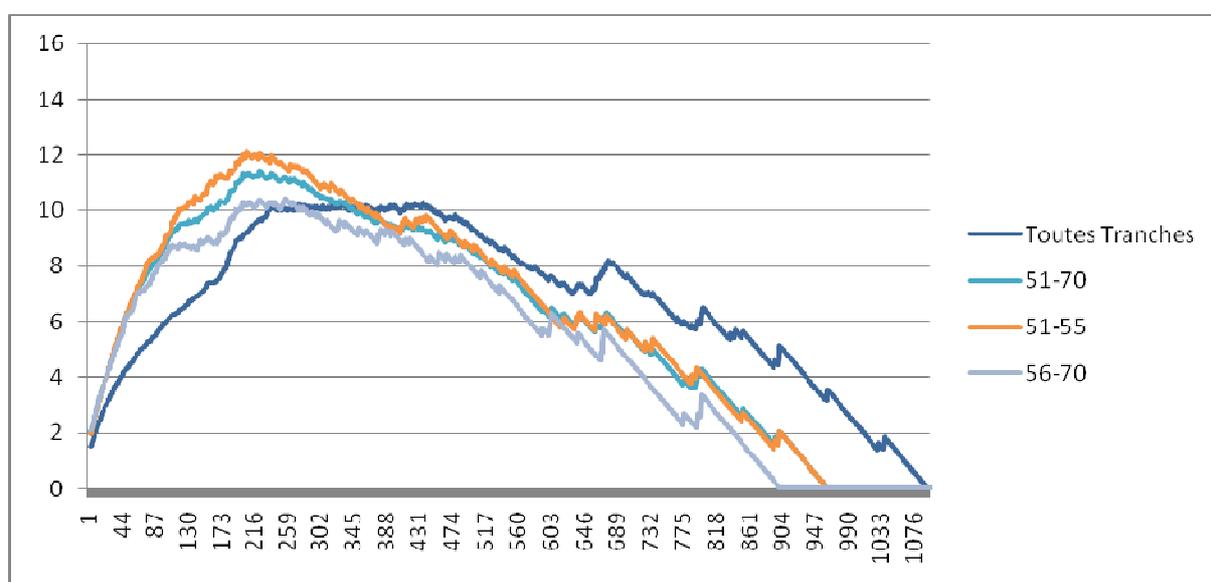


Figure C.6 : Espérances résiduelles sur 3 années de la loi expérimentale (KM) pour les tranches d'âge entre 51 et 70 ans.

### Conclusion de l'observation sur trois ans à partir de notre base

Les graphiques ci-dessus, qui présentent les espérances résiduelles sur 3 années de durée, pour les tranches d'âge étudiées, semblent montrer des irrégularités en termes de provisionnement au-delà de 300 - 400 jours. Cela est dû au fait qu'au-delà du 180<sup>ème</sup> jour d'arrêt, il ne nous reste que 5% de l'échantillon d'étude (3% entre 180 et 365 jours).

C'est pourquoi, nous recalculons les espérances résiduelles sur les 180 premiers jours.

### C.I.1.3 : Loi de maintien 180 jours et raccord BCAC

Comme vu ci-dessus, le manque de données à partir du 180<sup>ème</sup> jour engendre un manque de précision. A cette date nous décidons donc dans un premier temps, d'étudier la pertinence de ne considérer que 180 jours de données (pour 95% de l'effectif de la base) ; ensuite de raccorder au BCAC à partir du 181<sup>ème</sup> jour.

Le raccord s'effectue avec la formule suivante :

Jusqu'au 180<sup>ème</sup> jour, on utilise l'estimateur de Kaplan Meier pour déterminer les taux de sortie et donc l'effectif de sinistré restant au 180<sup>ème</sup> jour (qui correspond donc au 6<sup>ème</sup> mois).

A partir du 181<sup>ème</sup> jour on utilise les taux de sortie du BCAC et donc construisons mensuellement à partir du 6<sup>ème</sup> mois.

Nous restons donc prudents à partir du 181<sup>ème</sup> jour.

Pour pouvoir continuer à étudier par classe d'âge tout en restant prudent, on pourrait procéder de la manière suivante :

- on évalue dans chaque classe d'âge l'effectif correspondant à chaque âge.
- pour chaque âge donné on prend la décroissance du BCAC correspondante
- on évalue donc le nouveau  $L(x,y)$

**Exemple :** pour la classe d'âge  $a_1$ - $a_2$  ans

Dans la classe ainsi définie, on a par extension:

$$L_{INC}(a_1, y) = L_{INC}(a_1 + 1, y) = \dots = L_{INC}(a_2, y), \text{ on note donc } L_{INC}(a_1 \rightarrow a_2, y)$$

Si on note  $L^j_{INC}(a_1 \rightarrow a_2, y)$ , l'effectif restant au  $y$  - ème jour, (l'indice «  $j$  » précisant le caractère journalier du coefficient) et  $L^m_{INC}(a_1 \rightarrow a_2, y)$  l'effectif restant au  $y$  - ème mois (l'indice «  $m$  » précisant le caractère mensuel du coefficient), alors :

$$L^j_{INC}(a_1 \rightarrow a_2, 180) = L^m_{INC}(a_1 \rightarrow a_2, 6)$$

On considère l'effectif de chaque âge :

Age	effectif	Qx(BCAC)
$a_1$	$n_{a_1}$	$q_{a_1}$
$a_1 + 1$	$n_{a_1+1}$	$q_{a_1+1}$
...	...	...
$a_2$	$n_{a_2}$	$q_{a_2}$

On évalue donc le nombre de sorties de la manière suivante à l'âge  $a_1 \leq a \leq a_2$

$$D^m_{INC}(a, y) = L^m_{INC}(a, y) \times q_a$$

On a donc le nombre de sortie moyen mensuel pour notre loi :

$$D^m_{INC}(a_1 \rightarrow a_2, y) = \frac{\sum_{a_1 \leq a \leq a_2} n_a \times L^m_{INC}(a, y) \times q_a}{\sum_{a_1 \leq a \leq a_2} n_a}$$

Or,  $\forall a, L_{INC}(a_1, y) = L_{INC}(a_1 \rightarrow a_2 + 1, y) = cste$

$$D^m_{INC}(a_1 \rightarrow a_2, y) = L^m_{INC}(a_1 \rightarrow a_2, y) \times \frac{\sum_{a_1 \leq a \leq a_2} n_a \times q_a}{\sum_{a_1 \leq a \leq a_2} n_a} = L^m_{INC}(a_1 \rightarrow a_2, y) \times q_{a_1 \rightarrow a_2}$$

**Remarque :** cette méthode reste prudente pour la population présente mais est totalement dépendante de la population utilisée. Ainsi si un provisionnement doit être effectué sur une population atypique, le provisionnement ne sera pas prudent.

Cependant la méthode peut être adaptée à chaque population en calculant le  $\overline{q_{a_1 \rightarrow a_2}}$  lié à la population étudiée. Cette méthode doit cependant être mise en œuvre pour chaque population. Le traitement est donc lourd d'autant qu'il y aura autant de loi de maintien que de populations étudiées.

Une autre méthode consiste à prendre plus simplement le coefficient  $q_{a_2}$ , qui correspond au coefficient BCAC de l'âge maximal de la tranche d'âge considérée. Cependant les boni réalisés seront moindres sur les tables avec tranche d'âge. Quant à la table consolidée, tous âges confondus, prendre  $q_{62}$  est trop restricteur.

Dans notre cas, reconstituer la table de maintien est un artifice. Notre but est plus simplement d'obtenir des coefficients de provisionnement.

Comme les méthodes précédentes impliquent d'effectuer des hypothèses jouant sur la précision ou sur le caractère prudent du provisionnement, nous avons donc décidé de se détacher de cette méthode et de raisonner sur les coefficients de provisionnement construits à partir de notre table d'expérience sur les 6 premiers mois et le provisionnement BCAC ensuite

Ainsi, en repartant de la formule théorique :

$${}^0E(x, y) = \frac{\sum_{k=y+1}^{36} L_{INC}(x, k)}{\sum_{k=y+1}^{36} L_{INC}(x, y)} = \begin{cases} \frac{\sum_{k=y+1}^6 L_{INC}(x, k)}{\sum_{k=y+1}^6 L_{INC}(x, y)} + \frac{\sum_{k=7}^{36} L_{INC}(x, k)}{\sum_{k=7}^{36} L_{INC}(x, y)}, & \text{si } y \leq 5 \\ \frac{\sum_{k=y+1}^{36} L_{INC}(x, k)}{\sum_{k=y+1}^{36} L_{INC}(x, y)}, & \text{sinon} \end{cases}$$

Donc en actualisant :

- il n'y a pas d'impact pour un arrêt supérieur à 6 mois
- sinon l'impact est sur la partie 0 à 6 mois

On considère par convention que l'indice-exposant « j » signifie « journalier », l'indice exposant « m », signifie « mensuel ». Ainsi les paramètres associés sont exprimés dans l'unité de temps définis par ces indice-exposants. En considérant le taux technique  $i$

$${}_{y \rightarrow 180} \text{Coef}_{-PM_{INC}}(x, y)_{\text{exp}}^j = \sum_{k=y+1}^{180} \frac{L_{INC}^j(x, k)}{L_{INC}^j(x, y)} \left( \frac{1}{1+i} \right)^{\frac{k-y}{365,25}}$$

Pour transformer en coefficient mensuel  ${}_{y \rightarrow 6} \text{Coef}_{-PM_{INC}}(x, y)_{\text{exp}}^m = \frac{\text{Coef}_{-PM_{INC}}(x, y)_{\text{exp}}^j}{\frac{365,25}{12}}$

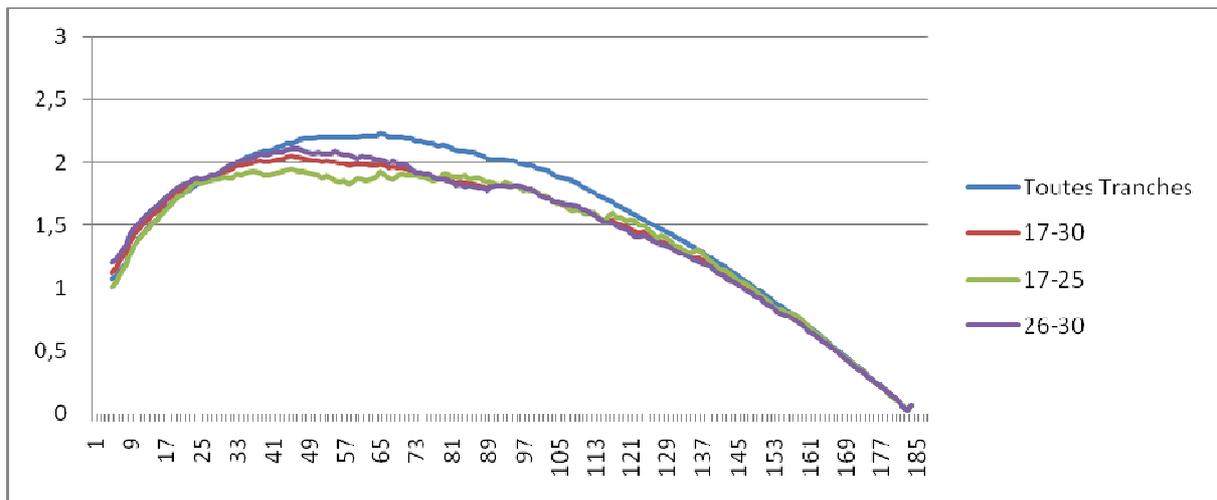
Pour simplifier on part sur une base mensuelle de 30 jours.

Ainsi la comparaison pour un individu provisionné à t pour un arrêt inférieur à 6 mois, par rapport au provisionnement BCAC est :

(NB : le pas de  $u$  est quotidien, celui de  $y$  est mensuel. On pose  $y = \text{ent}[(u - 1)/30]$ ,  $u \geq 3$ )

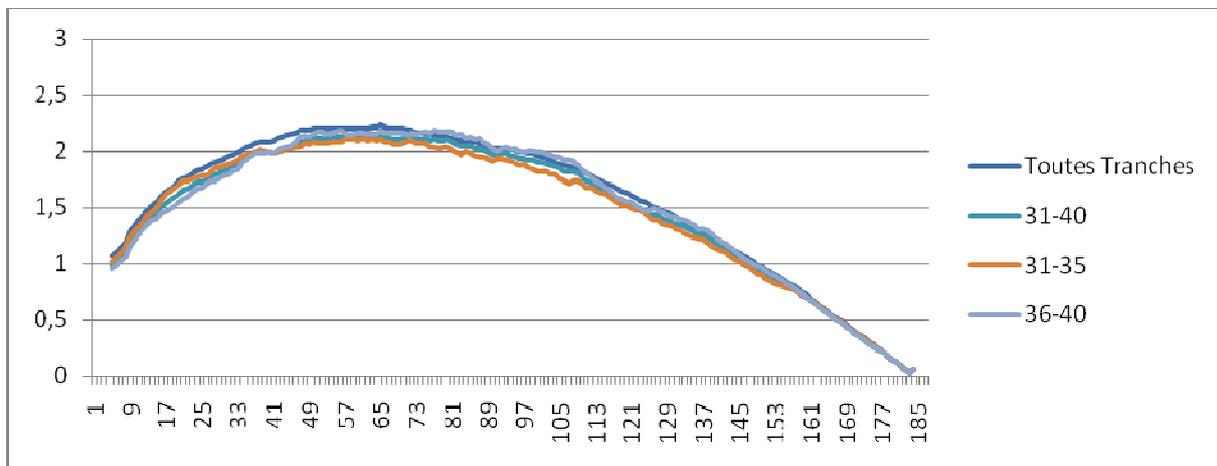
$$\Delta = \begin{cases} \frac{u \rightarrow 180 | \text{Coef}_{-PM_{INC}}(x, y)_{\text{exp}}^m - \sum_{k=y+1}^6 \frac{L_{INC}(x, k)}{L_{INC}(x, y)} \left( \frac{1}{1+i} \right)^{\frac{k-y}{12}}}{\sum_{k=y+1}^6 \frac{L_{INC}(x, k)}{L_{INC}(x, y)} \left( \frac{1}{1+i} \right)^{\frac{k-y}{12}}}, & \text{si } u \leq 180 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Par ailleurs, pour les graphiques nous avons comparé les espérances résiduelles. Etant donné nous souhaitons valoriser les gains réalisés sur les 6 premiers mois d'un provisionnement quotidien, nous conserverons cette méthode.

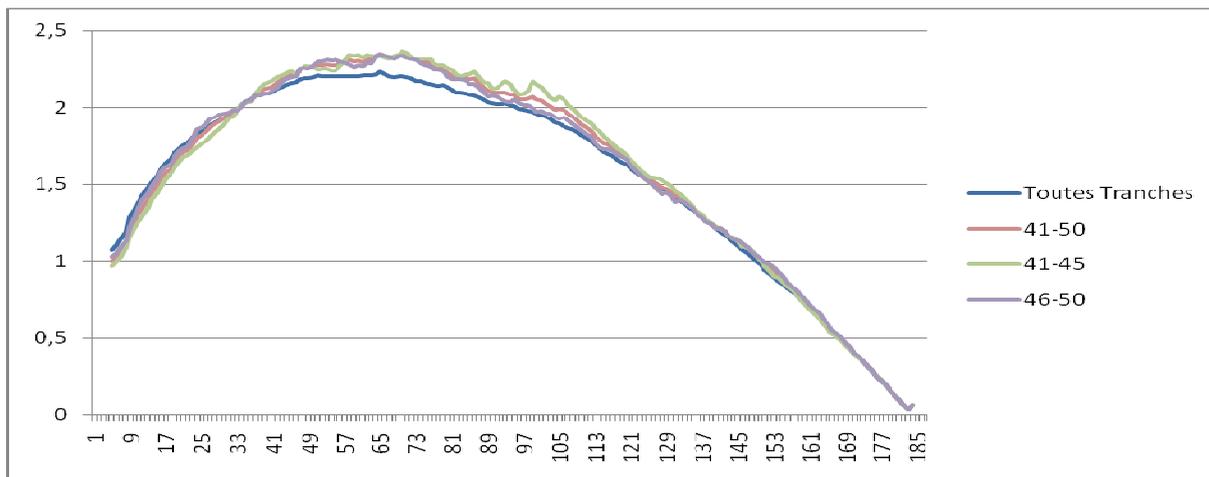


**Figure C.7 :** Espérances résiduelles sur 6 mois de la loi expérimentale (KM) pour les tranches d'âge entre 17 et 30 ans.

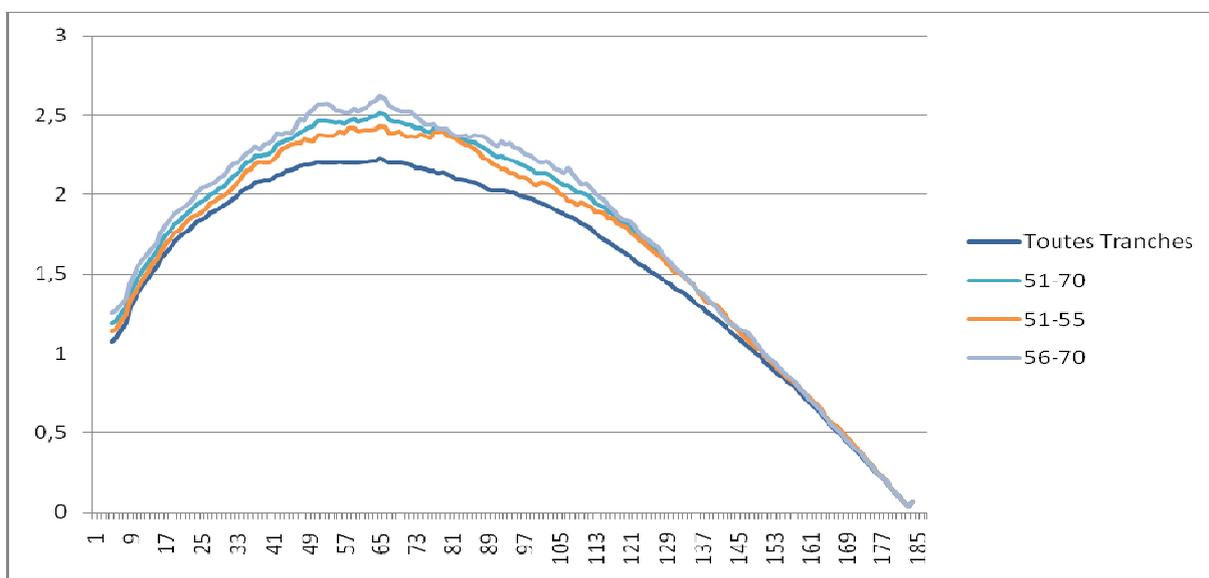
**Remarque :** Il s'agit de l'espérance résiduelle à rajouter à  $E(x, y)_{BCAC} = \sum_{k=7}^{36} \frac{L_{INC}(x, k)}{L_{INC}(x, y)}$  pour obtenir l'espérance résiduelle réelle de maintien en incapacité



**Figure C.8 :** Espérances résiduelles sur 6 mois de la loi expérimentale (KM) pour les tranches d'âge entre 31 et 40 ans.



**Figure C.9 :** *Espérances résiduelles sur 6 mois de la loi expérimentale (KM) pour les tranches d'âge entre 41 et 50 ans.*



**Figure C.10 :** *Espérances résiduelles sur 6 mois de la loi expérimentale (KM) pour les tranches d'âge entre 51 et 70 ans.*

Grâce à ces différents graphiques des espérances résiduelles, et aux résultats obtenus au début de cette partie, nous constatons que nos effectifs ne nous permettent pas d'établir des lois de maintien en incapacité temporaire sur 1095 jours mais donne des résultats cohérents sur une durée de 180 jours. Ainsi, et pour compléter l'analyse par tranches d'âge, il faudra penser à se raccorder à la table du BCAC.

**Analyse :** Sur 180 jours, il y a suffisamment de données pour obtenir des espérances résiduelles (et donc des coefficients de provisionnement) intéressantes. La méthode explicitée ci-dessus permet d'avoir directement pour un assuré la comparaison au BCAC.

Nous allons donc comparer au BCAC pour un assuré ou une population d'assurés dans le paragraphe ci-après.

## C.II : Comparaison au BCAC

Dans un premier temps, nous allons pouvoir évaluer l'écart entre les espérances résiduelles d'expérience depuis la date d'arrêt de travail jusqu'à 6 mois et le coefficient BCAC correspondant. Ensuite, nous évaluerons le gain de provisions sur cette période avant d'effectuer le test sur un portefeuille de prévoyance collectives. Pour le dernier cas, nous prendrons les sinistres de la base de données et calculerons les provisions d'incapacité en date du 31 décembre 2010.

### C.II.1 : Comparaison de 0 à 6 mois pour un assuré

Dans cette partie nous effectuerons la comparaison à la formule « classique » de l'espérance résiduelle étant donné que nous savons comparer l'engagement de l'assureur « classique » et l'engagement de l'assureur selon la méthode BCAC (cf. A.II.2.2). Les comparaisons seront ainsi simplifiées.

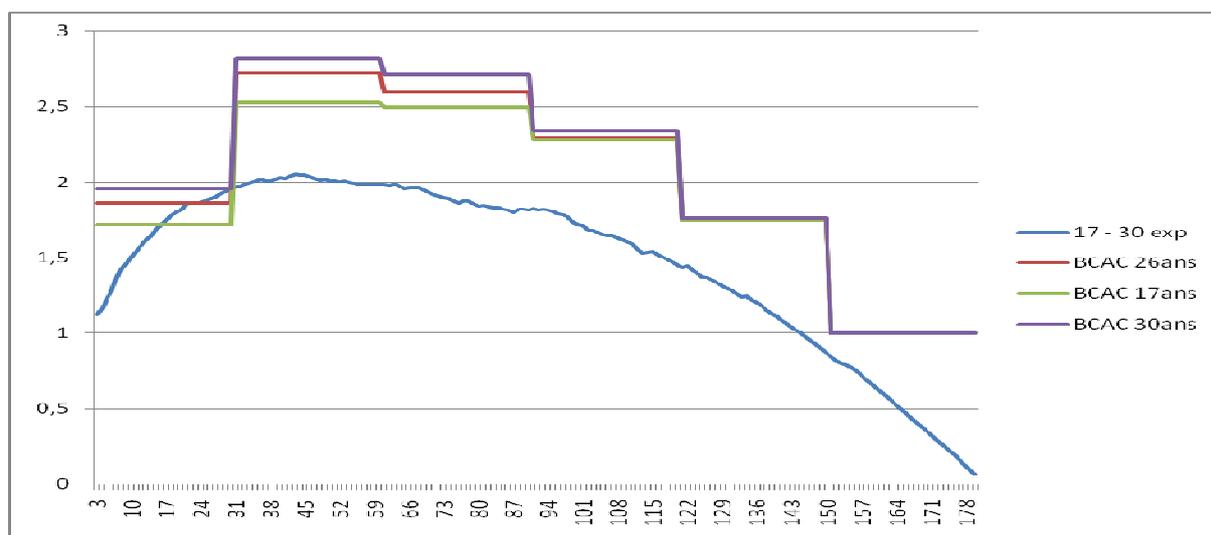


Figure C.11 : Espérances résiduelles sur 6 mois de la loi expérimentale (KM) et BCAC pour les tranches d'âge entre 17 et 30 ans

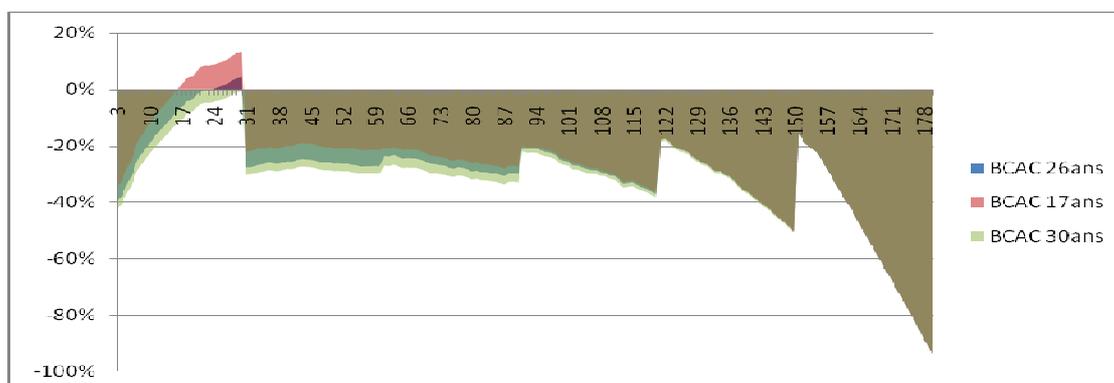


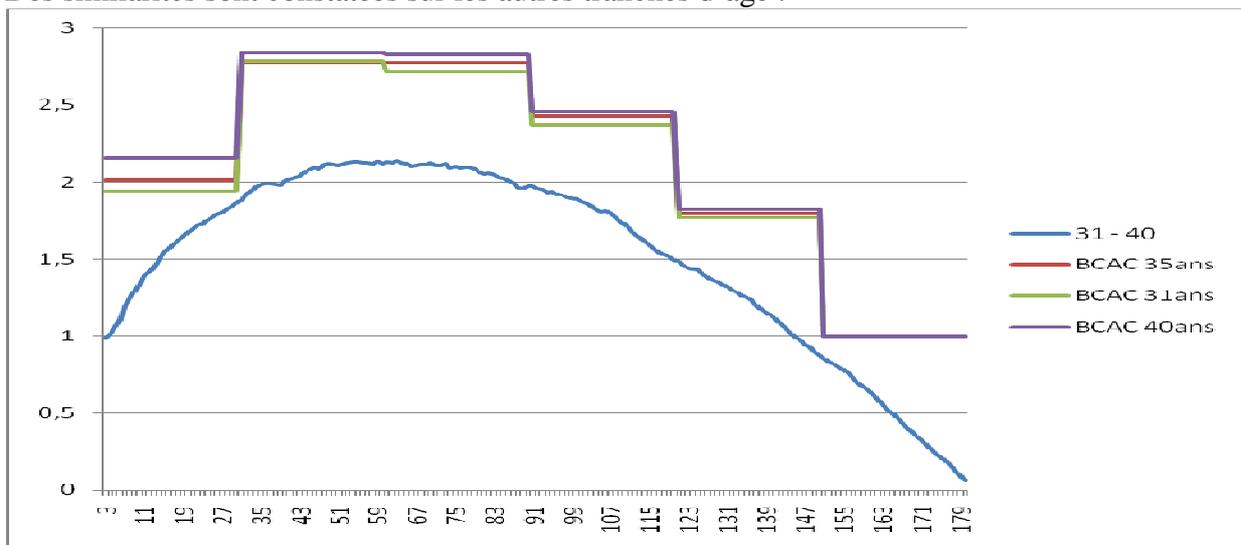
Figure C.11bis : Ecart entre les espérances résiduelles d'expérience et BCAC

**Analyse :** Les coefficients journaliers sont transformés en coefficients mensuels pour être comparés au BCAC, on constate donc que sur la période entre 0 et 180 jours :

- on compare une fonction « lisse » à une fonction en escalier
- on compare des coefficients par classe d'âge à des coefficients du BCAC donnés âge par âge, nous avons donc retenu l'âge de début de classe, l'âge de fin ainsi que l'âge moyen de la population étudiée.
- Mis à part entre 15 et 30 jours d'arrêt où la table d'expérience est plus prudente que le BCAC, pour le reste, une réelle plus value est dégagée.

Le provisionnement qui sera retenu sera donc plus adapté par rapport au BCAC, notamment si les arrêts de 0 à 6 mois sont nombreux, ce qui est typique de ces risques.

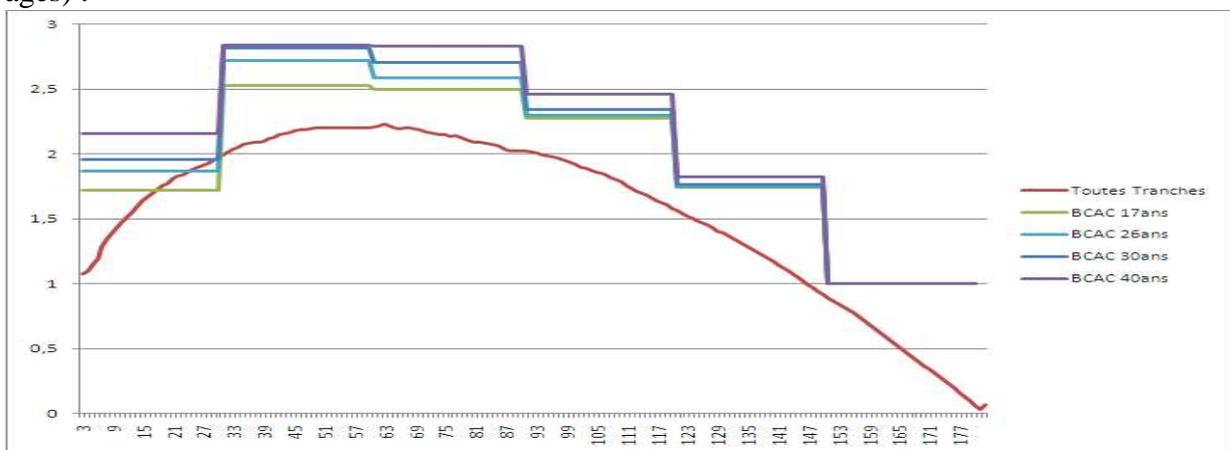
Des similarités sont constatées sur les autres tranches d'âge :



*Figure C.12 : Espérances résiduelles sur 6 mois de la loi expérimentale (KM) et BCAC pour les tranches d'âge entre 31 et 40 ans*

A la différence que le BCAC ne coupe jamais la courbe d'expérience ; par conséquent les résultats d'expérience sur les tranches d'âge dégagent du bonus en toutes circonstances.

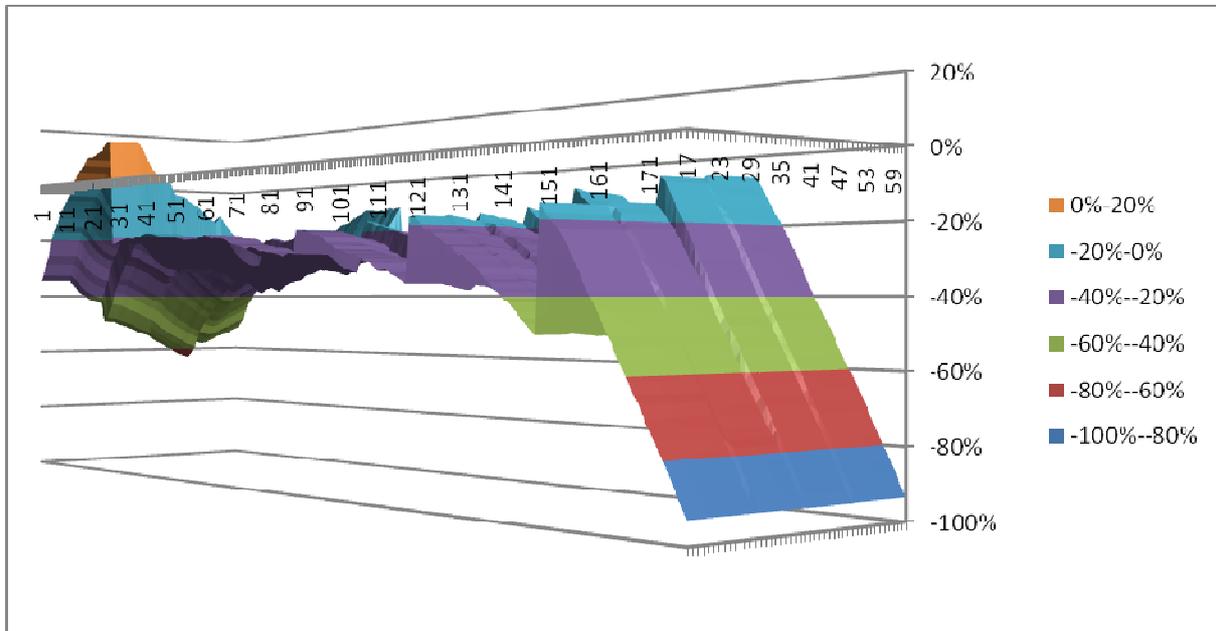
Par rapport à la table consolidée toute tranche d'âge confondues et le BCAC (pour différents âges) :



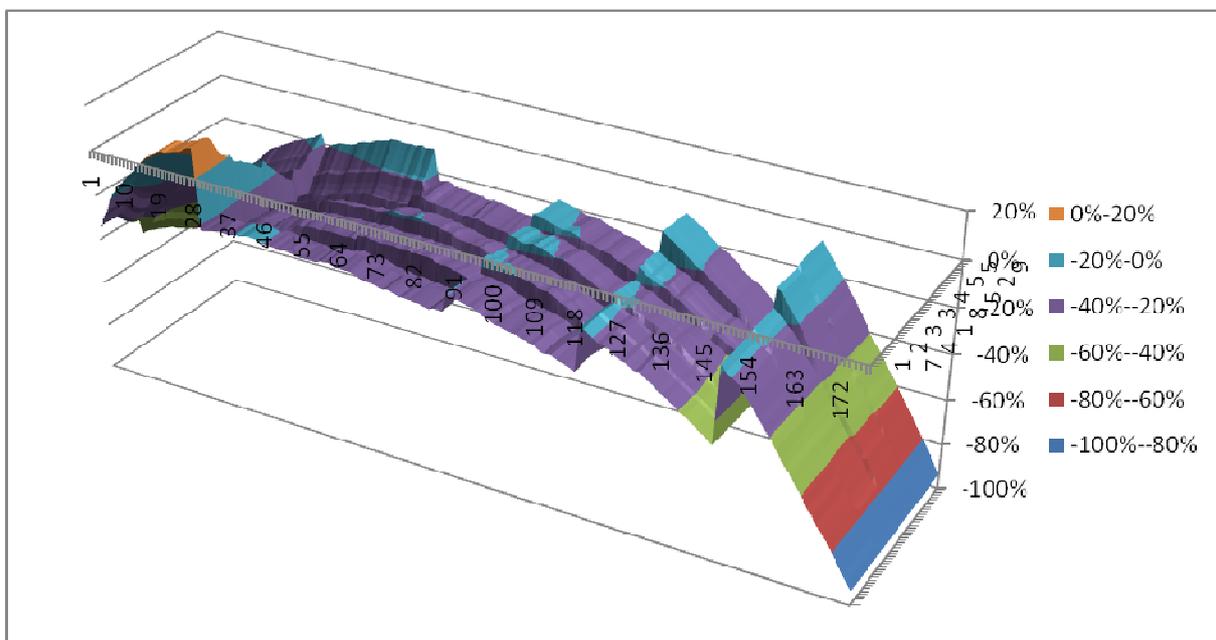
*Figure C.12 : Espérances résiduelles sur 6 mois de la loi expérimentale toute tranche par rapport au BCAC*

**Analyse :** A l'âge de 30 ans, le BCAC est toujours au dessus de la courbe d'expérience ; sauf pour le 30<sup>ème</sup> jour avec un écart entre les deux de 0,87%. La marge de tolérance étant raisonnable, des résultats ci-dessus on peut conclure qu'il est possible de :

- distinguer la classe 17-30 ans sur le premier mois, où la courbe d'expérience est plus prudente que le BCAC lorsque l'assuré est en arrêt depuis 15 à 30 jours
- considérer la table consolidée ou la table par classe d'âge sinon.



**Figure C.12bis :** *Espérances résiduelles sur 6 mois de la loi expérimentale toutes tranches par rapport au BCAC, âge par âge*



**Figure C.12ter :** *Espérances résiduelles sur 6 mois de la loi expérimentale toutes tranches par rapport au BCAC, âge par âge – autre vue*

Ces graphes illustrent l'analyse précédente.  
 Nous allons désormais évaluer l'écart sur un portefeuille d'assurance.

## C.II.2 : Application à un portefeuille d'assurances collectives

Au 31 décembre 2010, le taux d'actualisation à prendre en compte est évalué à 2.20%.

Dans notre base, nous avons dénombré 702 arrêts de travail en cours à la date du 31 décembre 2010, 749 à la date du 31 Mars 2011, 747 au 30 Juin 2011

Pour simplifier les calculs, nous avons supposé que les sinistrés peuvent tous bénéficier d'une rente de 10 000 Euros par an.

### Impact sur les provisions d'incapacité :

Date	31/12/2010	31/03/2011	30/06/2011
Taux d'actualisation	2,20%	2,55%	2,55%
Rente annuelle	10 000	10 000	10 000
Ancienneté moyenne (jours)	169	129	136
PM BCAC	5 056 178	4 758 928	4 576 025
PM table expérimentale	3 375 076	3 063 264	2 958 864
Gain de PM	1 674 928	1 695 664	1 617 161
Gain de PM en %	33%	35%	35%

*Tableau C.16 : Evaluation des provisions d'incapacité à verser après chaque date d'inventaire au titre des sinistres en cours à cette date et sur une durée de 1 095 jours.*

**Analyse :** Nous avons comparé le BCAC à notre loi de maintien sur 1095 jours. Elle a été effectuée à titre d'information, sachant que la table sur 1095 jours n'est pas pertinente. Néanmoins dans le cadre d'une base « sinistrés » plus étoffée, l'impact pourrait être de cet ordre de grandeur et nécessite donc une étude approfondie dans le cas où des données seraient disponibles.

Date	31/12/2010	31/03/2011	30/06/2011
Taux d'actualisation	2,20%	2,55%	2,55%
Rente annuelle	10 000	10 000	10 000
Ancienneté moyenne (jours)	169	129	136
PM BCAC	912 083	1 049 402	969 717
PM table expérimentale	735 026	810 075	750 171
Gain de PM	177 057	239 327	219 546
Gain de PM en %	19%	23%	23%

*Tableau C.17 : Evaluation des provisions d'incapacité à chaque date d'inventaire au titre des sinistres en cours à cette date pour un maintien jusqu'au 180<sup>ème</sup> jour*

**Analyse :** Sous hypothèse de population « classique » (Non spécifique) nous pouvons constater que du bonus de PM est réalisé sur ces provisions. Si la population est jeune et que les arrêts sont inférieurs à 1 mois, l'effet inverse sera observé.

Date	31/12/2010	31/03/2011	30/06/2011
<b>Taux d'actualisation</b>	2,20%	2,55%	2,55%
<b>Rente annuelle</b>	10 000	10 000	10 000
<b>Ancienneté moyenne (jours)</b>	169	129	136
<b>PM BCAC</b>	3 113 255	2 914 141	3 050 899
<b>PM table expérimentale</b>	2 936 198	2 674 814	2 831 353
<b>Gain de PM</b>	177 057	239 327	219 546
<b>Gain de PM en %</b>	5,70%	8,20%	7,20%

*Tableau C.18 : Evaluation des provisions d'incapacité à chaque date d'inventaire au titre des sinistres en cours à cette date pour un maintien jusqu'au 1095<sup>ème</sup> jour pour la population sinistrée depuis maximum 180 jours.*

**Analyse :** Le bonus finalement réalisé sur les PM aura d'autant plus d'impact globalement que le nombre de sinistres recensés inférieurs à 180 jours sont importants. Normalement dans ce type de risque de franchises 3 jours, cela devrait se produire de manière non négligeable. Cependant dans cette analyse doit entrer en compte les risques opérationnels : délais de déclaration, délais de traitement, recensement et reporting des arrêts par le délégataire. Ce risque influence fortement la loi d'entrée en incapacité *observée* : en effet, les sinistres recensés dans la base sont effectivement les sinistres déclarés par le délégataire. Un certain nombre de sinistres aura pu être occulté : les sinistres non déclarés, les sinistres terminés avant que le délégataire ne les déclare.

## CONCLUSION ET PROLONGEMENTS

Nous venons d'étudier le risque de maintien en incapacité temporaire suite à une maladie pour une population rattachée à la convention collective nationale de l'hospitalisation privée à but lucratif (IDCC 2264).

La population et son assurance sont caractérisées par :

- des franchises de 3 jours
- une population essentiellement féminine (84%)
- des taux de sorties élevés et notamment une durée de maintien dans l'état d'incapacité plus courte que par les tables réglementaires.

L'étude met en exergue les spécificités du risque justifiant la création d'une loi de maintien d'expérience permettant de sortir un bonus de provisions.

En effet, pour construire cette table, nous avons utilisé l'estimateur de Kaplan Meier qui permet la modélisation de la « courbe de survie » (maintien en incapacité temporaire) brute avec un pas quotidien.

Nous avons pu remarquer que la courbe de sortie des taux bruts présente une double caractéristique :

- Des taux de sortie de l'état d'incapacité qui augmente pendant les premiers jours, contrairement aux taux de sortie bruts pour des lois mensuelles,
- des pics de saisonnalité tous les 7 jours.

D'ailleurs, le lissage avec la méthode de Whittaker-Henderson, à cause de ces pics, s'est avéré peu concluant. En effet, le test du Khi-Deux rejetait systématiquement l'hypothèse d'adéquation des deux courbes brute et lissée.

La loi de maintien sur 6 mois met en exergue une spécificité pour les populations jeunes (de 17 à 30 ans) pour lesquelles la loi d'expérience est plus prudente que le BCAC pour les arrêts de 15 jours à 30 jours. Sinon la loi d'expérience sur les 6 premiers mois dégage systématiquement du bonus.

Outre ces résultats techniques issus de simulations sur les populations étudiées, il reste la problématique de la délégation de gestion qui crée des risques opérationnels forts. Nous avons notamment remarqué que dans les provisions d'inventaires calculées, les dates de mise à jour de réception de l'information faisait penser que des provisions étaient calculées à tort pour certaines personnes qui pouvaient ne plus être présentes dans le calcul des provisions (la date de la mise à jour laissant à penser que l'individu a de grandes chances – selon la loi de maintien construite dans ce mémoire - d'être sorti de l'état d'incapacité au moment du calcul trimestriel des provisions).

La réception et le temps de traitement de l'information sont donc, dans ce type de risques, d'une importance considérable dont la quantification et la maîtrise qui pourrait faire l'objet d'une étude dans un futur mémoire.

# BIBLIOGRAPHIE ET REFERENCES

## ***REFERENCES :***

- . FFSA, Données clés 2011 : Les assurances de personnes.
- . FFSA, Les contrats collectifs d'assurances de personnes en 2009 (paru le 14/02/2011)
- . [www.souffrance-et-travail.com](http://www.souffrance-et-travail.com)
- . BCAC [1993], Note sur le provisionnement en arrêt de travail.
- . [www.wikipédia.fr](http://www.wikipédia.fr)
- . <http://www.actuarielles.com/i-documentation2.html>
- . <http://www.argusdelassurance.com/social/prevoyanceprovisionner-le-deces-des-personnes-en-incapacite-invaliditeun-recent-article-insere-dans-la-loi-evin-concernant-les-personnes-en-incapacite-invalidite-vient-ajouter-une-strate.11448>
- . CIDES : Absences au travail pour des raisons de santé dans l'économie sociale – Synthèse sur l'étude menée sur les arrêts de travail des salariés assurés en prévoyance collective par Chorum – Avril 2011.
- . ANACT : L'absentéisme : Outils et méthodes pour agir.
- . AUBIN – A. ROLLAND – Lignes directrices de la construction des lois de maintien en incapacité et en invalidité – Institut des Actuaires – Novembre 2010  
Documents de la CNAMTS et EPAS

## ***BIBLIOGRAPHIE :***

- . Mémoire d'actuariat : G. AGOPOME (2007) Mise à jour de lois de maintien d'expérience en incapacité et invalidité - Modélisation des rechutes
- . Mémoire d'actuariat : C. MOSSE (2007) Construction d'un indicateur de maintien en arrêt de travail - apport de la simulation des arrêts de travail à la tarification et à la décision
- . Mémoire d'actuariat : P. WINTER (2005) Ajustement bidimensionnel des lois de maintien
- . Mémoire d'actuariat : R. LIM : Provisionnement en arrêt de travail et impact de la réforme des retraites
- . Mémoire d'actuariat : A. GAUMET (2001) Construction de tables d'expérience pour l'entrée et le maintien en incapacité
- . Mémoire d'actuariat : O. CLEMENT (2003) Elaboration d'une table d'expérience comparaison de méthodes de lissage analytique et d'ajustement statistique
- . Mémoire d'actuariat : T. REYNAUD (2011) : Analyse du risque de mortalité par la construction de tables d'expérience sur des populations spécifiques en réponses aux exigences de Solvabilité II.
- . Thèse de mathématique : O. BOUAZIZ (2009) : Utilisation de modèles à direction révélatrice unique pour les modèles de durée
- . Thèse de mathématique : O LOPEZ (2007) : « Réduction de dimension en présence de données censurées » N° d'ordre: 3640, présentée devant l'université de Rennes

- . Cours : P. SAINT PIERRE, Introduction à l'analyse des durées de survie, Université Pierre et Marie Curie.
- . F. PLANCHET, P. THEROND : Modèles de Durée – Applications actuarielles - ECONOMICA
- . G.SAPORTA (1990) : Probabilités, analyse de données et statistiques. Technip
- . P. PETAUTON – M. FROMENTEAU (2012) : Théorie et pratique de l'assurance vie – 4<sup>ème</sup> édition, Dunod
- . A. TOSETTI, T. BEHAR, M. FROMENTEAU, S. MENART (2004) : Assurance – Comptabilité – Réglementation – Actuariat, Economica
- . F.PLANCHET et J. WINTER : les provisions techniques des contrats de prévoyance collective, 2006, Economica
- . Cours : [http://www.proba.jussieu.fr/users/lma/SITE\\_AGREG/File\\_Simulation.pdf](http://www.proba.jussieu.fr/users/lma/SITE_AGREG/File_Simulation.pdf), Université Paris VII. Préparation `à l'Agrégation. (François Delarue)
- . Cours : « Modèle pour des durées de survie » de Catherine Huber

# ANNEXES

## ANNEXE 1 : Articles de lois cités dans ce document

### . Code de la Sécurité sociale

- **Article L311-2**

*Sont affiliées obligatoirement aux assurances sociales du régime général, quel que soit leur âge et même si elles sont titulaires d'une pension, toutes les personnes quelle que soit leur nationalité, de l'un ou de l'autre sexe, salariées ou travaillant à quelque titre ou en quelque lieu que ce soit, pour un ou plusieurs employeurs et quels que soient le montant et la nature de leur rémunération, la forme, la nature ou la validité de leur contrat.*

- **Article L 321-1**

L'assurance maladie comporte :

1°) La couverture des frais de médecine générale et spéciale, des frais de soins et de prothèses dentaires, des frais pharmaceutiques et d'appareils, des frais d'examens de biologie médicale, y compris la couverture des frais relatifs aux actes d'investigation individuels, des frais d'hospitalisation et de traitement dans des établissements de soins, de réadaptation fonctionnelle et de rééducation ou d'éducation professionnelle, ainsi que des frais d'interventions chirurgicales nécessaires pour l'assuré et les membres de sa famille, au sens fixé par l'article L. 313-3, y compris la couverture des médicaments, produits et objets contraceptifs et des frais d'examens de biologie médicale ordonnés en vue de prescriptions contraceptives ;

2°) La couverture des frais de transport de l'assuré ou des ayants droit se trouvant dans l'obligation de se déplacer pour recevoir les soins ou subir les examens appropriés à leur état ainsi que pour se soumettre à un contrôle prescrit en application de la législation de Sécurité sociale, selon les règles définies par les articles L. 162-4-1 et L. 322-5 et dans les conditions et limites tenant compte de l'état du malade et du coût du transport fixées par décret en Conseil d'Etat ;

3°) La couverture, sur décision de la commission mentionnée à l'article L. 146-9 du code de l'action sociale et des familles, des frais d'hébergement et de traitement des enfants ou adolescents handicapés dans les établissements mentionnés au 2° et au 12° du I de l'article L. 312-1 du même code ainsi que celle des frais de traitement concourant à leur éducation dispensée en dehors de ces établissements, à l'exception de la partie de ces frais incombant à l'Etat en application des articles L. 112-1 à L. 112-4, L. 123-4-2, L. 351-1 à L. 351-3 et L. 352-1 du code de l'éducation ;

4°) La couverture des frais de soins et d'hospitalisation afférents à l'interruption volontaire de grossesse effectuée dans les conditions prévues à la section I du chapitre III bis du titre Ier du livre II du code de la santé publique ;

5°) L'octroi d'indemnités journalières à l'assuré qui se trouve dans l'incapacité physique constatée par le médecin traitant, selon les règles définies par l'article L. 162-4-1, de continuer ou de reprendre le travail ; l'incapacité peut être également constatée, dans les mêmes conditions, par la sage-femme dans la limite de sa compétence professionnelle et pour une durée fixée par décret ; toutefois, les arrêts de travail prescrits à l'occasion d'une cure thermale ne donnent pas lieu à indemnité journalière, sauf lorsque la situation de l'intéressé le justifie suivant des conditions fixées par décret.

6°) La couverture des frais relatifs aux actes et traitements à visée préventive réalisés dans le cadre des programmes mentionnés à l'article L. 1411-6 du code de la santé publique, et notamment des frais relatifs aux examens de dépistage et aux consultations de prévention effectués au titre des programmes prévus par l'article L. 1411-2 du même code ainsi que des frais afférents aux vaccinations dont la liste est fixée par arrêté des ministres chargés de la santé et de la Sécurité sociale ;

7°) (Abrogé) ;

8°) (Abrogé) ;

9°) La couverture des frais relatifs à l'examen de prévention bucco-dentaire mentionné à l'article L. 2132-2-1 du code de la santé publique

- **Article L.433-1**

La journée de travail au cours de laquelle l'accident s'est produit, quel que soit le mode de paiement du salaire, est intégralement à la charge de l'employeur.

Une indemnité journalière est payée à la victime par la caisse primaire, à partir du premier jour qui suit l'arrêt du travail consécutif à l'accident sans distinction entre les jours ouvrables et les dimanches et jours fériés, pendant toute la période d'incapacité de travail qui précède soit la guérison complète, soit la consolidation de la blessure ou le décès ainsi que dans le cas de rechute ou d'aggravation prévu à l'article L. 443-2.

L'indemnité journalière est servie en tout ou partie en cas de reprise d'un travail léger autorisé par le médecin traitant, si cette reprise est reconnue par le médecin-conseil de la caisse primaire comme de nature à favoriser la guérison ou la consolidation de la blessure. La reprise d'un travail à temps complet ne fait pas obstacle au versement ultérieur de cette indemnité en cas de travail léger autorisé postérieurement par le médecin traitant, dans les mêmes conditions. Le montant total de l'indemnité servie et du salaire ne peut dépasser le salaire normal des travailleurs de la même catégorie professionnelle ou, s'il est plus élevé, le salaire sur lequel a été calculée l'indemnité journalière. En cas de dépassement, l'indemnité est réduite en conséquence.

L'article L. 323-3-1 est applicable aux arrêts de travail résultant d'un accident de travail ou d'une maladie professionnelle.

L'indemnité journalière peut être rétablie pendant le délai mentionné à l'article L. 1226-11 du code du travail lorsque la victime ne peut percevoir aucune rémunération liée à son activité salariée. Le versement de l'indemnité cesse dès que l'employeur procède au reclassement dans l'entreprise du salarié inapte ou le licencie. Lorsque le salarié bénéficie d'une rente, celle-ci s'impute sur l'indemnité journalière. Un décret détermine les conditions d'application du présent alinéa.

Le droit à l'indemnité journalière est ouvert dans les conditions définies à l'article L. 323-6

- **Article L242-1**

« Les contributions des employeurs au financement de prestations complémentaires de prévoyance mentionnées au huitième alinéa de l'article L. 242-1 sont exclues de l'assiette des cotisations de Sécurité sociale propre à chaque assuré, pour une fraction n'excédant pas un montant égal à la somme de 6 % du montant du plafond de la Sécurité sociale et de 1,5 % de la rémunération soumise à cotisations de Sécurité sociale en application de l'Article L. 242-1, déduction faite de la part des contributions des employeurs destinées au financement de prestations complémentaires de retraite et de prévoyance soumise à cotisations de Sécurité sociale, sans que le total ainsi obtenu puisse excéder 12 % du montant du plafond de la Sécurité sociale. »

- **Article D242-1**

I. - Les contributions des employeurs au financement d'opérations de retraite mentionnées au septième alinéa de l'article L. 242-1 sont exclues de l'assiette des cotisations de Sécurité sociale propre à chaque assuré, pour une fraction n'excédant pas la plus élevée des deux valeurs suivantes :

a) 5 % du montant du plafond de la Sécurité sociale ;

b) 5 % de la rémunération soumise à cotisations de Sécurité sociale en application de l'article L. 242-1, déduction faite de la part des contributions des employeurs destinées au financement de prestations complémentaires de retraite et de prévoyance soumise à cotisations de Sécurité sociale, la rémunération ainsi calculée étant retenue jusqu'à concurrence de cinq fois le montant du plafond de la Sécurité sociale.

Les contributions des employeurs au financement de prestations complémentaires de prévoyance mentionnées au huitième alinéa de l'article L. 242-1 sont exclues de l'assiette des cotisations de Sécurité sociale propre à chaque assuré, pour une fraction n'excédant pas un montant égal à la somme de 6 % du montant du plafond de la Sécurité sociale et de 1,5 % de la rémunération soumise à cotisations de Sécurité sociale en application de l'article L. 242-1, déduction faite de la part des contributions des employeurs destinées au financement de prestations complémentaires de retraite et de prévoyance soumise à cotisations de Sécurité sociale, sans que le total ainsi obtenu puisse excéder 12 % du montant du plafond de la Sécurité sociale.

II. - Les opérations de retraite mentionnées au septième alinéa de l'article L. 242-1 sont celles organisées par des contrats d'assurance souscrits par un ou plusieurs employeurs ou par tout groupe d'employeurs auprès d'entreprises relevant du code des assurances, d'institutions de prévoyance régies par le titre III du livre IX du présent code ou d'organismes mutualistes relevant du livre II du code de la mutualité au profit d'une ou plusieurs catégories objectives de salariés. La contribution de l'employeur est fixée à un taux uniforme pour chacune de ces catégories.

Ces contrats ont pour objet l'acquisition et la jouissance de droits viagers personnels payables à l'assuré au plus tôt à compter de la date de liquidation de sa pension dans un régime obligatoire d'assurance vieillesse ou à l'âge fixé en application de l'article L. 351-1 du présent code soit par l'acquisition d'une rente viagère différée, soit par la constitution d'une épargne qui sera obligatoirement convertie en rente viagère, soit dans le cadre d'une opération régie par l'article L. 441-1 du code des assurances, par l'article L. 932-24 du présent code ou par l'article L. 222-1 du code de la mutualité.

Ces contrats peuvent prévoir des garanties complémentaires en cas de décès de l'adhérent avant ou après la date de mise en service de la rente viagère, ainsi qu'en cas d'invalidité ou d'incapacité.

Les contrats relevant du présent article ne peuvent faire l'objet de rachats même partiels, sauf dans les cas prévus aux troisième, quatrième et cinquième alinéas de l'article L. 132-23 du code des assurances et de l'article L. 223-22 du code de la mutualité.

Le contrat prévoit, au bénéfice du participant qui n'est plus tenu d'y adhérer, une faculté de transfert vers un autre contrat respectant les règles définies en application du septième alinéa de l'article L. 242-1 ou vers un plan d'épargne retraite populaire défini à l'article L. 144-2 du code des assurances. La notice d'information mentionnée aux articles L. 140-4 (1) du code des assurances, L. 221-6 du code de la mutualité et L. 932-6 du présent code précise cette faculté et en détaille les modalités d'exercice.

Entrent également dans le champ des opérations de retraite mentionnées au septième alinéa de l'article L. 242-1 du présent code les régimes de retraite à prestations définies, institués avant le 1er janvier 2005 et n'entrant pas dans le champ d'application de l'article L. 137-11 du présent code, à condition qu'ils n'acceptent plus de nouveaux adhérents à compter du 30 juin 2008.

<<\*\*\*>>

## ***Code des Assurances***

- **Article L 141-1 (le contrat d'assurance de groupe)**

« Est un contrat d'assurance de groupe le contrat souscrit par une personne morale ou un chef d'entreprise en vue de l'adhésion d'un ensemble de personnes répondant à des conditions définies au contrat, pour la couverture des risques dépendant de la durée de la vie humaine, des risques portant atteinte à l'intégrité physique de la personne ou liés à la maternité, des risques d'incapacité de travail ou d'invalidité ou du risque de chômage. »

- **Article R 331-6 du code des assurances**

Modifié par Décret n°2013-717 du 2 août 2013 - art. 1

Les provisions techniques correspondant aux autres opérations d'assurance sont les suivantes :

1° Provision mathématique des rentes : valeur actuelle des engagements de l'entreprise en ce qui concerne les rentes et accessoires de rentes mis à sa charge ;

2° Provision pour primes non acquises : provision, calculée selon les méthodes fixées par arrêté du ministre de l'économie, destinée à constater, pour l'ensemble des contrats en cours, la part des primes émises et des primes restant à émettre se rapportant à la période comprise entre la date de l'inventaire et la date de la prochaine échéance de prime ou, à défaut, du terme du contrat ;

2° bis Provision pour risques en cours : provision, calculée selon les méthodes fixées par arrêté du ministre de l'économie, destinée à couvrir, pour l'ensemble des contrats en cours, la charge des sinistres et des frais afférents aux contrats, pour la période s'écoulant entre la date de l'inventaire et la date de la première échéance de prime pouvant donner lieu à révision de la prime par l'assureur ou, à défaut, entre la date de l'inventaire et le terme du contrat, pour la part de ce coût qui n'est pas couverte par la provision pour primes non acquises ;

3° Réserve de capitalisation : réserve destinée à parer à la dépréciation des valeurs comprises dans l'actif de l'entreprise et à la diminution de leur revenu ;

4° Provision pour sinistres à payer : valeur estimative des dépenses en principal et en frais, tant internes qu'externes, nécessaires au règlement de tous les sinistres survenus et non payés, y compris les capitaux constitutifs des rentes non encore mises à la charge de l'entreprise ;

5° Provision pour risques croissants : provision pouvant être exigée, dans les conditions fixées par le décret prévu à l'avant-dernier alinéa de l'article R. 331-1, pour les opérations d'assurance contre les risques de maladie et d'invalidité et égale à la différence des valeurs actuelles des engagements respectivement pris par l'assureur et par les assurés ;

6° Provision pour égalisation :

a) Provision destinée à faire face aux charges exceptionnelles afférentes aux opérations garantissant les risques dus à des éléments naturels, le risque atomique, les risques de responsabilité civile dus à la pollution, les risques spatiaux, les risques liés au transport aérien, et les risques liés aux attentats et au terrorisme, et calculée dans les conditions fixées par l'article 2 de la loi n° 74-1114 du 27 décembre 1974, par le décret n° 75-768 du 13 août 1975, le décret n° 86-741 du 14 mai 1986 et l'article 39 quinquies G du code général des impôts. Toutefois, pour la détermination du bénéfice technique annuel pris en compte pour le calcul de la dotation annuelle de la provision pour les risques liés aux attentats et au terrorisme prévue à l'article 39 quinquies G du code général des impôts et pour la détermination de la limite du montant global de cette provision prévue à cet article, les primes pour attentat et terrorisme pour chacun des deux exercices 2001 et 2002 ne pourront excéder 3,75 % des primes émises au titre des dommages aux biens correspondant aux branches 8 et 9 de l'article R. 321-1 et agrégées dans les conditions définies à l'article A. 341-1 ;

b) Provision destinée à compenser en assurance-crédit la perte technique éventuelle apparaissant à la fin de l'exercice, et calculée dans les conditions fixées à l'article R. 331-33 ;

c) Provision destinée à faire face aux fluctuations de sinistralité afférentes aux opérations d'assurance de groupe contre les risques de dommages corporels ;

7° Provision pour risque d'exigibilité : provision destinée à faire face aux engagements dans le cas de moins-value de l'ensemble des actifs mentionnés à l'article R. 332-20, à l'exception des valeurs amortissables que l'entreprise d'assurance a la capacité et l'intention de détenir jusqu'à leur maturité. La provision à constituer est calculée dans les conditions définies au I de l'article R. 331-5-1

<<\*\*\*>>

• **Loi de mensualisation (10 décembre 1977), extrait**

ACCORD NATIONAL INTERPROFESSIONNEL DU 10 DECEMBRE 1977 SUR LA MENSUALISATION

(Annexé à l'article 1er de la loi n° 78-49 du 19 janvier 1978 <1>)

**PRÉAMBULE**

Article 1<sup>er</sup> : Bénéficiaires

Dans les entreprises ou les établissements relevant de branches professionnelles qui ne sont pas liées par un accord de mensualisation et où les ouvriers ne sont pas mensualisés en vertu d'une convention collective professionnelle, ceux-ci bénéficieront - à l'exclusion des travailleurs à domicile, des travailleurs saisonniers, des travailleurs intermittents et des travailleurs temporaires visés aux articles L. 124-4 et suivants du code du travail - des dispositions prévues par le présent accord.

Le personnel mensuel des entreprises ou établissements auxquels est applicable le présent accord ne pourra bénéficier, s'il n'est pas lié par une convention collective et s'il n'appartient pas aux catégories de travailleurs exclues par le premier alinéa, de conditions moins avantageuses que celles stipulées aux articles 3, 4, 5, 6 et 7 ci-après.

[...]

Article 7 : Maladie - Accidents

A compter du 1er juillet 1978, après trois ans d'ancienneté dans l'entreprise ou l'établissement, en cas d'absence au travail justifiée par l'incapacité résultant de maladie ou d'accident dûment constaté par certificat médical et contre-visite s'il y a lieu, les ouvriers visés à l'article 1er bénéficieront des dispositions suivantes, à condition :

- d'avoir justifié dans les quarante-huit heures de cette incapacité ;
- d'être pris en charge par la Sécurité sociale ;

- d'être soignés sur le territoire français ou dans l'un des autres pays de la Communauté économique européenne. Pendant trente jours, ils recevront 90 p. 100 de la rémunération brute qu'ils auraient gagnée s'ils avaient continué à travailler.

Pendant les trente jours suivants, ils recevront les deux tiers de cette même rémunération.

Ces temps d'indemnisation seront augmentés de dix jours par période entière de cinq ans d'ancienneté en sus de celle requise à l'alinéa 1er, sans que chacun d'eux puisse dépasser quatre-vingt-dix jours.

Lors de chaque arrêt de travail, les délais d'indemnisation commenceront à courir à compter du premier jour d'absence, si celle-ci est consécutive à un accident du travail ou à une maladie professionnelle - à l'exclusion des accidents de trajet - et à compter du onzième jour d'absence dans tous les autres cas.

Pour le calcul des indemnités dues au titre d'une période de paye, il sera tenu compte des indemnités déjà perçues par l'intéressé durant les douze mois antérieurs de telle sorte que, si plusieurs absences pour maladie ou accident ont été indemnisées au cours de ces douze mois, la durée totale d'indemnisation ne dépasse pas celle applicable en vertu des alinéas précédents.

Les garanties ci-dessus accordées s'entendent déduction faite des allocations que l'intéressé perçoit de la Sécurité sociale et des régimes complémentaires de prévoyance, mais en ne retenant, dans ce dernier cas, que la part des prestations résultant des versements de l'employeur. Lorsque les indemnités de la Sécurité sociale sont réduites du fait, par exemple, de l'hospitalisation ou d'une sanction de la caisse pour non-respect de son règlement intérieur, elles sont réputées être servies intégralement.

La rémunération à prendre en considération est celle correspondant à l'horaire pratiqué, pendant l'absence de l'intéressé, dans l'établissement ou partie d'établissement. Toutefois, si par suite de l'absence de l'intéressé l'horaire du personnel restant au travail devait être augmenté, cette augmentation ne serait pas prise en considération pour la fixation de la rémunération.

L'ancienneté prise en compte pour la détermination du droit à l'indemnisation s'apprécie au premier jour de l'absence.

Le régime établi par le présent article ne se cumule pas avec tout autre régime ayant le même objet.

(1) L'accord national interprofessionnel du 10 décembre 1977 sur la mensualisation, dans son texte annexé à la loi n° 78-49 du 19 janvier 1978 relative à la mensualisation et à la procédure conventionnelle, a été rendu applicable, à compter du 1er janvier 1989, aux salariés mentionnés à l'article 1144, alinéas 1° à 7°, 9° et 10° du code rural, par l'article 49-I de la loi n° 88-1202 du 30 décembre 1988 relative à l'adaptation de l'exploitation agricole à son environnement économique et social.

(2) En cas de chômage partiel ou de travail à temps partiel, ce nombre d'heures sera réduit proportionnellement par rapport à un horaire hebdomadaire de quarante heures.

- **Article 5 de l'accord national interprofessionnel du 11 janvier 2008.**

Article 5 : L'accès aux droits

Afin de faciliter l'accès à certains droits qui, en raison de leur nature et de l'impact de leur exercice sur le fonctionnement de l'entreprise, sont subordonnés à une condition d'ancienneté :

- toutes les périodes de travail accomplies dans la même entreprise dans le cadre d'un contrat de travail, sont prises en compte pour l'appréciation de l'ancienneté requise pour bénéficier des indemnités conventionnelles de maladie prévues par les accords de mensualisation ;
- dans la même perspective, la condition d'ancienneté de 3 ans pour bénéficier de l'indemnisation conventionnelle de la maladie, prévue à l'article 7 de l'accord national interprofessionnel sur la mensualisation de 10 décembre 1977 est ramenée à 1 an.

A cette occasion, le délai de franchise de 11 jours prévu par ce même article 7 est réduit à 7 jours.

- enfin, les branches professionnelles et les entreprises rechercheront les autres assouplissements susceptibles d'être apportés aux modalités de décompte de l'ancienneté, en fonction de la nature des droits qui en dépendent.

Dans ce cadre, les branches professionnelles examineront si, pour tout ou partie de certains droits, il est possible d'apprécier l'ancienneté des salariés dans la branche, en veillant à ne pas, de ce fait, générer des freins à la mobilité ou à l'embauche

- **Loi Evin (31 décembre 1989) (Article 4)**

Article 4 Modifié par LOI n°2013-504 du 14 juin 2013 - art. 1 (V)

Lorsque des salariés sont garantis collectivement, dans les conditions prévues à l'article 2 de la présente loi, en vue d'obtenir le remboursement ou l'indemnisation des frais occasionnés par une maladie, une maternité ou un accident, le contrat ou la convention doit prévoir, sans condition de période probatoire ni d'examen ou de questionnaire médicaux, les modalités et les conditions tarifaires des nouveaux contrats ou conventions par lesquels l'organisme maintient cette couverture :

1° Au profit des anciens salariés bénéficiaires d'une rente d'incapacité ou d'invalidité, d'une pension de retraite ou, s'ils sont privés d'emploi, d'un revenu de remplacement, sans condition de durée, sous réserve que les intéressés en fassent la demande dans les six mois qui suivent la rupture de leur contrat de travail ou, le cas échéant, dans les six mois suivant l'expiration de la période durant laquelle ils bénéficient à titre temporaire du maintien de ces garanties ;

2° Au profit des personnes garanties du chef de l'assuré décédé, pendant une durée minimale de douze mois à compter du décès, sous réserve que les intéressés en fassent la demande dans les six mois suivant le décès. Le nouveau contrat ou la nouvelle convention doit prévoir que la garantie prend effet, au plus tard, au lendemain de la demande.

Les tarifs applicables aux personnes visées par le présent article peuvent être supérieurs aux tarifs globaux applicables aux salariés actifs dans des conditions fixées par décret.

NOTA: Loi 89-1009 du 31 décembre 1989 art. 10 : les dispositions de l'article 4 sont d'ordre public et s'appliquent quelle que soit la loi qui régit le contrat.

<<\*\*\*>>

## ***Code Général des impôts***

- **Article 83**

les cotisations ou primes versées aux régimes de prévoyance complémentaire auxquels le salarié est affilié à titre obligatoire, à condition, lorsque ces cotisations ou primes financent des garanties portant sur le remboursement ou l'indemnisation de frais occasionnés par une maladie, une maternité ou un accident, que ces garanties respectent les conditions mentionnées à l'article L. 871-1 du code de la Sécurité sociale (contrats dits responsables).

Les cotisations ou les primes mentionnées à l'alinéa précédent sont déductibles dans la limite, y compris les versements de l'employeur, d'un montant égal à la somme de 7 % du montant annuel du plafond mentionné à l'article L.241-3 du code de la Sécurité sociale et de 3 % de la rémunération annuelle brute, sans que le total ainsi obtenu puisse excéder 3 % de huit fois le montant annuel du plafond précité. En cas d'excédent, celui-ci est ajouté à la rémunération.

<<\*\*\*>>

## **ANNEXE 2: Exemples de garanties de prévoyance collectives**

### **Capital en cas de décès ou de perte totale et irréversible d'autonomie**

En cas de décès de l'Assuré, il est versé au(x) bénéficiaire(s) (désigné(s)), un capital dont le montant est fixé aux Dispositions Particulières. Ce capital est versé par anticipation à l'Assuré lui-même en cas de perte totale et irréversible d'autonomie.

L'Assuré est réputé atteint d'une perte totale et irréversible d'autonomie, lorsqu'il remplit les conditions cumulatives suivantes :

- Il a été reconnu par l'assureur comme définitivement et totalement incapable d'exercer une profession quelconque et il doit avoir recours à l'assistance d'une tierce personne pour effectuer les actes ordinaires de la vie,
- il a reçu la notification par la Sécurité sociale de son classement en 3e catégorie d'invalides (invalides qui, étant absolument incapables d'exercer une profession, sont, en outre, dans l'obligation d'avoir recours à l'assistance d'une tierce personne pour effectuer les actes ordinaires de la vie), ou, en cas d'accident du travail ou de maladie professionnelle, de la reconnaissance d'une incapacité permanente...

### **Capital en cas de décès ou de perte totale et irréversible d'autonomie par suite d'accident**

Lorsque le décès de l'Assuré est consécutif à un accident, dont les définitions et conditions sont définies aux Dispositions Générales ou Particulières, un capital dont le montant est fixé aux Dispositions Particulières, est versé au(x) bénéficiaire(s) (désigné(s)).

### **Rente d'éducation**

En cas de décès de l'Assuré, il est versé à chacun des enfants qui étaient à sa charge définis aux Dispositions Générales, au moment du décès une rente temporaire dont la durée le montant annuel sont fixés et définis aux Dispositions Générales et/ou Particulières.

Elle est payée souvent par trimestre civil à terme échu, les premier et dernier paiements étant effectués au prorata temporis. Elle peut être éventuellement revalorisée et nécessite la constitution de provisions.

### **Rentes au conjoint**

Il peut s'agir de :

- Rente Viagère au conjoint

En cas de décès de l'Assuré marié, une rente à vie, dont le montant annuel est fixé aux Dispositions Particulières, est versée à son conjoint défini aux Dispositions Générales.

- Rente temporaire au conjoint

En cas de décès de l'Assuré marié (ou pacsé suivant les Dispositions Générales), une rente temporaire est versée à son conjoint s'il ne remplit pas les conditions requises pour bénéficier des pensions de réversion du régime de retraite complémentaire de l'Assuré décédé, régime de l'AGIRC (Association Générale des Institutions de Retraite des Cadres) ou de l'ARRCO (Association des Régimes de Retraites Complémentaires). Le montant et l'âge limites sont fixées aux Dispositions Générales ou Particulières

Il y a également d'autres types de garanties non détaillées dans cette annexe mais juste données à titre d'exemple :

- **Assurance en cas de décès du conjoint survivant**
- **Frais d'obsèques**

### ANNEXE 3 : Démonstration des assertions

. Assertion à démontrer : Paragraphe A-I.3.2 : *Démonstration 1*

$$P(X \geq F_0) < P\left\{\sum_{k=1}^n \Delta t_k = F_0\right\} \left(X \geq \sum_{k=1}^n \Delta t_k\right) \quad (\mathbf{E})$$

D'après la formule des probabilités totales

$$P(X \geq F_0) = P\left\{\sum_{k=1}^n \Delta t_k = F_0\right\} \left(X \geq \sum_{k=1}^n \Delta t_k\right) \times P\left(\sum_{k=1}^n \Delta t_k = F_0\right)$$

Montrer l'inégalité **(E)** revient à montrer que  $P\left(\sum_{k=1}^n \Delta t_k = F_0\right) \in ]0,1[$ .

Comme P est une probabilité, on a déjà par définition  $P\left(\sum_{k=1}^n \Delta t_k = F_0\right) \in [0,1]$ .

Ensuite  $F_0$  étant strictement positif par hypothèse, on peut trouver n durées réelles strictement positives vérifiant :  $0 < \Delta t_1 < \dots < \Delta t_k < \dots < \Delta t_n < F_0$  tels que  $\sum_{k=1}^n \Delta t_k = F_0$ .

Par exemple, en considérant toute suite de nombre  $0 < a_1 < \dots < a_k < \dots < a_n < F_0$ , on pose :  $\Delta t_1 = a_1$  ; pour k allant de 1 à n - 1,  $\Delta t_k = a_k - a_{k-1}$ , et  $\Delta t_n = F_0 - a_{n-1}$

On a alors  $\sum_{k=1}^n \Delta t_k = a_1 + (a_2 - a_1) + \dots + (a_k - a_{k-1}) + \dots + (a_{n-1} - a_{n-2}) + F_0 - a_{n-1} = F_0$

Et donc  $P\left(\sum_{k=1}^n \Delta t_k = F_0\right) > 0 \quad (\mathbf{1})$ ;

Par ailleurs, il existe une suite  $(\Delta t_n)$  telle que

$$\begin{cases} \sum_{k=1}^n \Delta t_k < F_0 & (\mathbf{H1}) \\ 0 < \Delta t_1 < \dots < \Delta t_k < \dots < \Delta t_n < F_0, n > 0 & (\mathbf{H2}) \end{cases},$$

Il suffit de prendre la suite  $(\Delta t_n)_{n \geq 3}$ , de k-ième terme  $\Delta t_k = \frac{k}{n+1} F_0$  ;

La suite  $(\Delta t_n)$  vérifie bien **(H2)** et  $\sum_{k=1}^n \Delta t_k = \sum_{k=1}^n \frac{k}{n+1} F_0 = \frac{F_0}{n+1} \sum_{k=1}^n k = \frac{n}{2} F_0$  et donc différent de  $F_0$  quand n supérieur ou égal à 3 et vérifie donc **(H1)**

Donc  $P\left(\sum_{k=1}^n \Delta t_k = F_0\right) < 1 \quad (\mathbf{2})$ ;

**(1)** et **(2)** impliquent donc  $P\left(\sum_{k=1}^n \Delta t_k = F_0\right) \in ]0,1[$  et donc l'inégalité **(E)**.

\*\*\* Fin de la *Démonstration 1* \*\*\*

## ANNEXE 3 : Démonstration des assertions (suite 1)

### . Assertion à démontrer : Paragraphe A-I.3.2 : Démonstration 2

Si  $x \geq 0$ ,  $C_{T_F}(x) = E^{(X \in [x; T_F])}[X] \times R_i = (T_F - x) \times P(X \in [x; T_F]) \times R_i$ , la charge globale perçue par l'assuré de la part de l'assureur en cas de franchise  $F > 0$  dans les dispositions particulières et

Et si  $T_F > x > t > 0$ ,  $C_{T_F}(x, t) = \frac{P(X \in [x; T_F])}{P(X \in [t; T_F])} \times C_{T_F}(t)$ , la charge globale perçue par l'assuré de la

part de l'assureur en cas de franchise  $x$  rétroactive à la date  $t < x$  dans les dispositions particulières,  
Alors

$$C_{T_F}(x) < C_{T_F}(x, t) < C_{T_F}(t)$$

Vérifions dans un premier temps que la définition de :

$$T_F > x > t > 0, C_{T_F}(x, t) = \frac{P(X \in [x; T_F])}{P(X \in [t; T_F])} \times C_{T_F}(t)$$

Correspond bien à une franchise rétroactive :

$$\begin{aligned} T_F > x > t > 0, C_{T_F}(x, t) &= \frac{P(X \in [x; T_F])}{P(X \in [t; T_F])} \times C_{T_F}(t) \\ &= \frac{P(X \in [x; T_F])}{P(X \in [t; T_F])} \times (T_F - t) \times R_i \times P(X \in [t; T_F]) \\ &= P(X \in [x; T_F]) \times (T_F - t) \times R_i \end{aligned}$$

Ce qui correspond bien à la charge reçue par l'assuré passé un délai de franchise  $x$ , rétroactif à  $t$ .

Ensuite,

Par définition :

$$T_F > x > t > 0, P(X \in [x; T_F]) < P(X \in [t; T_F])$$

Et donc  $C(x, t) < C(t)$

L'autre partie se démontre en transformant la formule :

$$\begin{aligned} \frac{P(X \in [x; T_F])}{P(X \in [t; T_F])} \times C_{T_F}(t) &= P(X \in [x; T_F]) \times (T_F - t) \times R_i \\ &= P(X \in [x; T_F]) \times (T_F - x + x - t) \times R_i \\ &= C_{T_F}(x) + \underbrace{(x - t) \times R_i \times P(X \in [x; T_F])}_{>0} \end{aligned}$$

Et donc  $C(x) < C(x, t)$

\*\*\* Fin de la Démonstration 2 \*\*\*

## ANNEXE 3 : Démonstration des assertions (suite 2)

. Assertion à démontrer : Paragraphe B-II.1.1 : Démonstration 3

La fonction  $t \mapsto P(X_a > t)$ , appelée fonction de survie est notée  $S_a(t)$  et elle vérifie :

$$S_a(t) = 1 - F_a(t)$$

Ainsi, la durée de maintien entre la période  $t$  et la période  $t + u$ ,  $t > 0$  et  $u > 0$  est :

$$P^{(X_a > t)}(t < X_a < t + u) = 1 - \frac{S_a(t + u)}{S_a(t)}$$

Pour démontrer cette assertion, il est rappelé le théorème de Bayes

$$P^B(A) \times P(B) = P^A(B) \times P(A)$$

On a d'après le théorème de Bayes :

$$P^{(X_a > t)}(t < X_a < t + u) \times P(X_a > t) = \underbrace{P^{(t < X_a < t + u)}(X_a > t)}_{=1} \times P(t < X_a < t + u)$$

$$\begin{aligned} \text{Ainsi } P^{(X_a > t)}(t < X_a < t + u) &= \frac{P(t < X_a < t + u)}{P(X_a > t)} = \frac{F_a(t + u) - F_a(t)}{S_a(t)} \\ &= \frac{1 - S_a(t + u) - (1 - S_a(t))}{S_a(t)} \\ &= 1 - \frac{S_a(t + u)}{S_a(t)} \end{aligned}$$

\*\*\* Fin de la Démonstration 3 \*\*\*

. Assertion à démontrer : Paragraphe B-III.1.3 : Démonstration 4

$$\text{Si } \begin{cases} \Delta^k v_i = \Delta(\Delta^{k-1}(v_i)) \\ \text{et} \\ \Delta(v_i) = v_{i+1} - v_i \end{cases}, \text{ alors } \Delta^k v_i = \sum_{j=0 \dots k} \binom{k}{j} (-1)^{k-j} v_{i+j}$$

Pour  $k = 2$ ,  $\Delta^2 v_i = \Delta(\Delta(v_i)) = \Delta(v_{i+1} - v_i) = (v_{i+2} - v_{i+1}) - (v_{i+1} - v_i) = v_{i+2} - 2v_{i+1} + v_i$

$\Delta^2 v_i = \binom{2}{0} (-1)^2 v_i + \binom{2}{1} (-1)^{2-1} v_{i+1} + \binom{2}{2} (-1)^{2-2} v_{i+2}$ , l'assertion est vraie

On suppose que jusqu'à  $k > 2$ , on a  $\Delta^k v_i = \sum_{j=0 \dots k} \binom{k}{j} (-1)^{k-j} v_{i+j}$ . (Hypothèse de récurrence)

Au rang  $k+1$ ,  $\Delta^{k+1}v_i = \Delta(\Delta^k v_i)$

$$\begin{aligned}
 & \stackrel{\text{par Hypothèse de récurrence}}{=} \Delta \left( \sum_{j=0 \dots k} \binom{k}{j} (-1)^{k-j} v_{i+j} \right) \\
 & \stackrel{\text{par définition}}{=} \sum_{j=0 \dots k} \binom{k}{j} (-1)^{k-j} v_{i+j+1} - \sum_{j=0 \dots k} \binom{k}{j} (-1)^{k-j} v_{i+j} \\
 & = v_{i+k+1} - \binom{k}{1} v_{i+k} + \binom{k}{2} v_{i+k-1} + \dots + (-1)^k \binom{k}{k} v_{i+1} - \sum_{j=0 \dots k} \binom{k}{j} (-1)^{k-j} v_{i+j} \\
 & = v_{i+k+1} - \left[ \binom{k}{0} + \binom{k}{1} \right] v_{i+k} + \left[ \binom{k}{1} + \binom{k}{2} \right] v_{i+k-1} + \dots + (-1)^k \left[ \binom{k}{k-1} + \binom{k}{k} \right] v_{i+1} + (-1)^{k+1} v_i
 \end{aligned}$$

$$\text{Or } \left[ \binom{k}{j} + \binom{k}{j+1} \right] = \frac{k!}{j!(k-j)!} + \frac{k!}{(j+1)!(k-(j+1))!} = \frac{k!}{j!(k-j)!} \left[ 1 + \frac{k-j}{j+1} \right]$$

$$\left[ \binom{k}{j} + \binom{k}{j+1} \right] = \frac{k!}{j!(k-j)!} \left[ \frac{j+1+k-j}{j+1} \right] = \frac{(k+1)!}{(j+1)!((k+1)-(j+1))!} = \binom{k+1}{j+1}$$

Par changement de variable et réécriture dans une somme :

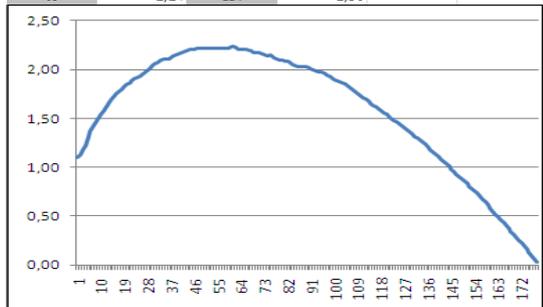
$$\Delta^{k+1}v_i = \sum_{j=0 \dots k+1} \binom{k+1}{j} (-1)^{k+1-j} v_{i+j}$$

## ANNEXE 4 : Liste des variables et modalités de la base brute

	Nom de la variable	Signification de la variable	Modalités possibles	Commentaires
Contrat	Extraction	Date d'extraction de la base	31/08/2012	
	Contrat	N° du contrat	Tous les numéros de contrat de la base	
	Effet	Date d'effet du contrat	Dates allant du 01/01/2002 au 26/01/2011	
	Date d'origine	Date d'origine du contrat	du 20/02/2004 au 18/5/11 avec des valeurs à vide signifiant "non renseigné"	
	Statut Contrat	Statut du contrat	ACTIF ; EXTINCT ; RESILIE	"ACTIF" signifie que le contrat est actif, "RESILIE" que le contrat est résilié, EXTINCT, que le contrat a été résilié pour cause "plus d'assuré"
	FRANCHISE	Le délai de franchise appliqué au contrat	3; 10; 15; 30; 45; 60; 63; 75; 90; 93; 105; 135; 150; 180; vide (= 0)	exprimé en nombre de jours de franchises
	TYPE FRANCHISE	Type de franchise	" " ; abs; cum	" " = non précisé; abs = "absolue" = franchise continue; "cum" = franchise cumulée
Assuré	Date Statut	Date de dernier statut du contrat connu	Dernière date de statut du contrat connu, du 1/1/02 au 31/12/12	
	Raison sociale	Raison sociale de l'entreprise *	Toutes les raisons sociales possibles en base	261 valeurs
	IDENTIFIANT	Identifiant du sinistré	Tous les identifiants rattachés aux sinistrés. Unique par sinistre	Il s'agit d'un identifiant du sinistre. Chaque ligne de la base a un identifiant unique.
Risque	Date Naissance	Date de naissance de l'assuré	toutes les dates de naissance possibles des sinistrés entre le 1/1/43 et le 31/12/87	
	Nature	Nature de l'arrêt de travail	ACC ; AT; ATJ ; INV1; INV2; INV3; MAL ; MAT ; MP; REVALO	Significations respectives : Accident; Accident du travail
	Etat	Statut de sinistre	" " ; "Clos"	Clos signifiant que l'arrêt est terminé, " " signifiant que l'arrêt est en cours
	Date Survenance	Date de la survenance du sinistre	toutes les dates possibles des arrêts de travail des sinistrés entre le 12/9/98 jusqu'au 9/12/11	
	Début dern période	Date de la première période d'indemnisation	Date à laquelle a eu lieu le premier paiement aux sinistrés du 23/6/04 au 20/12/11	
	Fin dern période	Date de la dernière période d'indemnisation	Dernier virement trimestriel du 20/12/04 au 31/12/11	
	Dern IJ/rente mens connue	Dernier montant d'indemnité journalière connu	Dernier montant d'indemnité journalière donné par la SS connu	
Hospi				Colonne totalement vide n'influençant pas dans l'étude

## ANNEXE 5 : Table consolidée de maintien sur 180 jours, Table des espérances sur table consolidée de maintien

Table de maintien quotidienne sur les 180 premiers jours						E(X) expérience 0 à 6 mois (qui s'ajoute à E7 BCAC = 11,48)					
0	10 000	71	1 533	142	758	3	1,10	64	2,22	125	1,48
1	10 000	72	1 512	143	752	4	1,13	65	2,21	126	1,46
2	10 000	73	1 494	144	747	5	1,18	66	2,21	127	1,44
3	10 000	74	1 478	145	738	6	1,22	67	2,21	128	1,42
4	9 501	75	1 458	146	735	7	1,31	68	2,21	129	1,39
5	8 826	76	1 443	147	731	8	1,37	69	2,20	130	1,38
6	8 258	77	1 417	148	722	9	1,41	70	2,19	131	1,36
7	7 482	78	1 403	149	721	10	1,46	71	2,18	132	1,34
8	6 980	79	1 391	150	715	11	1,50	72	2,17	133	1,32
9	6 622	80	1 382	151	709	12	1,54	73	2,17	134	1,30
10	6 258	81	1 363	152	701	13	1,57	74	2,16	135	1,27
11	5 939	82	1 343	153	693	14	1,62	75	2,15	136	1,25
12	5 661	83	1 327	154	685	15	1,66	76	2,14	137	1,23
13	5 421	84	1 309	155	675	16	1,69	77	2,15	138	1,20
14	5 156	85	1 297	156	668	17	1,73	78	2,14	139	1,18
15	4 920	86	1 287	157	664	18	1,75	79	2,12	140	1,16
16	4 749	87	1 277	158	663	19	1,78	80	2,10	141	1,13
17	4 563	88	1 261	159	659	20	1,80	81	2,10	142	1,11
18	4 402	89	1 243	160	655	21	1,83	82	2,10	143	1,08
19	4 260	90	1 221	161	652	22	1,85	83	2,09	144	1,06
20	4 139	91	1 201	162	648	23	1,86	84	2,08	145	1,04
21	3 989	92	1 189	163	647	24	1,88	85	2,07	146	1,01
22	3 869	93	1 172	164	644	25	1,90	86	2,05	147	0,98
23	3 779	94	1 163	165	638	26	1,92	87	2,04	148	0,96
24	3 678	95	1 148	166	632	27	1,93	88	2,03	149	0,93
25	3 574	96	1 134	167	629	28	1,95	89	2,03	150	0,90
26	3 482	97	1 117	168	624	29	1,97	90	2,03	151	0,88
27	3 399	98	1 108	169	620	30	1,99	91	2,03	152	0,85
28	3 307	99	1 096	170	614	31	2,01	92	2,02	153	0,83
29	3 215	100	1 085	171	607	32	2,03	93	2,01	154	0,81
30	3 134	101	1 074	172	601	33	2,06	94	2,00	155	0,78
31	3 050	102	1 068	173	595	34	2,07	95	1,99	156	0,76
32	2 967	103	1 054	174	587	35	2,09	96	1,98	157	0,73
33	2 886	104	1 044	175	578	36	2,10	97	1,98	158	0,70
34	2 820	105	1 033	176	573	37	2,11	98	1,96	159	0,67
35	2 747	106	1 020	177	570	38	2,11	99	1,95	160	0,64
36	2 692	107	1 011	178	566	39	2,12	100	1,93	161	0,61
37	2 646	108	1 003	179	559	40	2,14	101	1,92	162	0,58
38	2 604	109	994	180	551	41	2,15	102	1,90	163	0,55
39	2 551	110	987	passage table		42	2,16	103	1,89	164	0,52
40	2 487	111	982	mensuelle		43	2,17	104	1,87	165	0,49
41	2 437	112	978	7	485	44	2,18	105	1,86	166	0,46
42	2 383	113	972	8	428	45	2,20	106	1,85	167	0,43
43	2 338	114	960	9	393	46	2,20	107	1,83	168	0,40
44	2 293	115	950	10	361	47	2,20	108	1,82	169	0,37
45	2 240	116	946	11	331	48	2,21	109	1,80	170	0,34
46	2 201	117	937	12	305	49	2,22	110	1,78	171	0,31
47	2 170	118	927	13	284	50	2,22	111	1,75	172	0,28
48	2 131	119	919	14	262	51	2,22	112	1,73	173	0,25
49	2 090	120	916	15	246	52	2,21	113	1,71	174	0,22
50	2 062	121	908	16	230	53	2,21	114	1,69	175	0,19
51	2 032	122	899	17	215	54	2,22	115	1,68	176	0,16
52	2 003	123	894	18	203	55	2,21	116	1,65	177	0,13
53	1 972	124	884	19	193	56	2,21	117	1,64	178	0,10
54	1 942	125	875	20	182	57	2,21	118	1,62	179	0,07
55	1 915	126	867	21	175	58	2,21	119	1,60	180	0,03
56	1 886	127	858	22	167	59	2,22	120	1,57		
57	1 858	128	852	23	157	60	2,22	121	1,56		
58	1 832	129	846	24	148	61	2,22	122	1,54		
59	1 802	130	835	25	141	62	2,23	123	1,51		
60	1 775	131	825	26	137	63	2,24	124	1,50		
61	1 746	132	821	27	132						
62	1 716	133	814	28	124						
63	1 680	134	807	29	115						
64	1 667	135	799	30	107						
65	1 653	136	792	31	98						
66	1 631	137	786	32	92						
67	1 605	138	782	33	89						
68	1 580	139	774	34	86						
69	1 564	140	767	35	78						
70	1 545	141	765	36	11						



## LEXIQUE

**Assurances collectives** : il s'agit d'un système d'assurance ouvert à tous les membres d'une même collectivité. L'article L.141-1 du Code des Assurances stipule : « Est un contrat d'assurance de groupe le contrat souscrit par une personne morale ou un chef d'entreprise en vue de l'adhésion d'un ensemble de personnes répondant à des conditions définies au contrat, pour la couverture des risques dépendant de la durée de la vie humaine, des risques portant atteinte à l'intégrité physique de la personne ou liés à la maternité, des risques d'incapacité de travail ou d'invalidité ou du risque de chômage. Les adhérents doivent avoir un lien de même nature avec le souscripteur. »

**Incapacité de Travail** : De manière générale, l'incapacité est la réduction partielle ou totale pour une personne de la capacité d'accomplir son activité professionnelle suite à une maladie ou un accident, personnel ou professionnel

On peut distinguer :

. l'incapacité temporaire de travail, où la personne ne peut pas travailler pendant un certain temps limité, il s'agit de l'arrêt maladie du langage courant.

. l'incapacité permanente de travail, lorsque la personne ne peut plus travailler définitivement ou tout au moins ne peut plus exercer certaines fonctions du fait de son état de santé résultant d'un accident ou d'une maladie. On parle alors plus fréquemment d'invalidité.