École Nationale de la Statistique et de l'Administration Économique

Mémoire présenté devant l'ENSAE

pour l'obtention du diplôme

de la filière Actuariat

et l'admission à l'Institut des Actuaires

le _____

Par : Bernard Finas et Sébastien Gilles

Titre: **La gestion indicielle du risque climatique**

Application à l'énergie éolienne

Confidentialité : ☐ NON ☐ OUI (Durée : ☐ 1 an ☐ 2 ans)

Les signataires s'engagent à respecter la confidentialité indiquée ci-dessus

Membre présent du jury de l'Institut des Actuaires signature

Membres présents du jury de la filière

Entreprise :

Nom : *AON Global Risk Consulting*

Signature :

Directeur de mémoire en entreprise :

Nom : Julien Renaud

Signature :

Invité :

Nom :

Signature :

Autorisation de publication et de mise en ligne sur un site de diffusion de documents actuariels *(après expiration de l'éventuel délai de confidentialité)*

Signature du responsable entreprise

Signature du candidat

Secrétariat :

Bibliothèque :

3, avenue Pierre Larousse, 92245 Malakoff cedex, France

ENSAE ParisTech
Promotion 2011
Bernard FINAS & Sébastien GILLES

GROUPE DE TRAVAIL

La gestion indicielle du risque climatique

Application à l'énergie éolienne

Voie de spécialisation	:	Actuariat
Responsable de la voie	:	Donatien HAINAUT
Encadrant	:	Julien RENAUD
Dates du GT	:	Novembre 2010 - Juin 2011
Adresse de l'organisme	:	AON Global Risk Consulting 420, rue d'Estienne d'Orves Colombes

Résumé

L'objet de ce mémoire est l'étude de la gestion indicielle du risque climatique et son application à des produits de garantie de revenu pour des fermes éoliennes contre le risque de vent.

Pour ce faire, nous commencerons par détailler le contexte en présentant d'une part le marché des dérivés climatiques et d'autre part le marché éolien. Nous conclurons alors quant à la nécessité du recours à un indice pour préserver le revenu des fermes éoliennes de l'aléa lié au vent.

Nous proposerons ensuite des méthodes de construction de l'indice en nous arrêtant spécifiquement sur les difficultés inhérentes aux données.

Enfin, nous traiterons des produits utilisés en considérant leurs caractéristiques et les méthodes de tarification suivant que le preneur de risque bénéficie ou non d'effets de diversification.

Remerciements :

Nous adressons nos plus profonds remerciements à M. Julien RENAUD, directeur associé d'AON Global Risk Consulting pour l'encadrement de ce mémoire et sa disponibilité. Nous lui sommes particulièrement reconnaisants de nous avoir fait partager son enthousiasme pour les dérivés climatiques. Sans son expérience et ses précieux conseils, ce mémoire n'aurait pas pu voir le jour.

Table des matières

I Introduction Générale **6**

1 Présentation du marché des dérivés climatiques **7**
1.1 Le risque climatique 7
1.1.1 Le changement climatique 7
1.1.2 La météo-sensibilité 7
1.1.3 Le risque climatique 8
1.1.4 Les contrats d'assurance classiques 9
1.1.5 Les obligations-catastrophe ou « Cat-Bonds » 9
1.2 Les dérivés climatiques 10
1.2.1 Définition 10
1.2.2 Exemples simples 11
1.2.3 Intérêts des dérivés climatiques 11
1.2.4 Le cadre réglementaire 11
1.2.5 Bref historique 13
1.2.6 Organisation du marché 14
1.3 Les différents acteurs du marché 15
1.3.1 Les utilisateurs finaux ou « end-users » 15
1.3.2 Les banques, les assureurs et les réassureurs 16
1.3.3 Les courtiers ou brokers 16
1.3.4 Les fonds de gestion alternative 16
1.3.5 Les fournisseurs de données météorologiques et d'indices climatiques 17
1.4 L'aide au développement et la microassurance 17
1.5 Le risque de base 18

2 Présentation du marché éolien **20**
2.1 Généralités et naissance de l'éolienne 20
2.1.1 Le vent 20
2.1.2 L'énergie éolienne 20
2.2 Une énergie en plein essor 21
2.3 Des incertitudes qui rendent l'accès au financement délicat 22
2.3.1 Le prix de revente de l'électricité éolienne 22
2.3.2 La quantité d'électricité produite 23

3 Méthode de mesure de la production d'électricité **25**
3.1 Le compteur électrique placé au niveau du raccordement de l'éolienne au réseau 25
3.2 La mise en place d'un anémomètre 25

3.3 La construction d'un indice 26
3.4 Bilan 27

II Construction d'un indice 28

4 Fonctionnement d'une éolienne 29
4.1 Description générale 29
4.2 Présentation des principes physiques 30
4.2.1 Puissance récupérable 30
4.2.2 Des impératifs de sécurité 31
4.2.3 Un démarrage contraint 31
4.3 La courbe de puissance 31

5 Présentation des données 33
5.1 Les différentes catégories de données météorologiques 33
5.2 Les données disponibles sur Internet 33
5.3 Les données de vitesse du vent 34

6 Difficultés liées aux données 36
6.1 Dossier 1 36
6.2 Dossier 2 36
6.3 Trois limites principales 37
6.3.1 L'altitude 37
6.3.2 La fréquence des données 37
6.3.3 La largeur de la maille 37

7 Solutions 39
7.1 Problèmes liés à l'altitude 39
7.1.1 Méthode déterministe 39
7.1.2 Méthode statistique 41
7.2 Bilan des deux approches. 46
7.3 Problèmes de localisation 46
7.4 Problème de l'espacement des mesures 47

8 Exemple de construction d'un indice pour une ferme éolienne 50
8.1 Données disponibles 50
8.1.1 Les données NCAR 50
8.1.2 L'étude préalable à l'implantation 50
8.2 Démarche 50
8.3 Résultats 51
8.4 Modélisation gaussienne 53
8.4.1 Le test de Shapiro-Wilk 53
8.4.2 Analyse de l'incertitude autour de l'estimation de la moyenne et de l'écart-type 53
8.5 Test de la présence d'une tendance 54

III Propositions de couverture **57**

9 Présentation des produits dérivés **58**
9.1 Généralités . . . 58
9.2 Put . . . 58
9.3 Swap . . . 59
9.4 Collar . . . 59

10 Présentation des techniques de tarification et de valorisation **62**
10.1 Techniques issues du monde de l'assurance . . . 62
10.1.1 Principe de la prime pure . . . 62
10.1.2 Principe de la variance . . . 62
10.1.3 Principe de l'écart-type . . . 63
10.1.4 Autres principes . . . 63
10.2 Techniques issues du monde de la finance de marché . . . 63
10.2.1 Hypothèses sur le marché . . . 63
10.2.2 Description du marché . . . 64
10.2.3 Probabilité risque neutre . . . 65
10.2.4 Théorème de Girsanov . . . 65
10.2.5 Prix d'une stratégie autofinançante . . . 66
10.2.6 Réplicabilité . . . 66
10.2.7 Prix du Call . . . 66
10.2.8 Prix du Put . . . 67

11 Cas d'une ferme éolienne **68**
11.1 Introduction . . . 68
11.1.1 Cadre de travail . . . 68
11.1.2 Choix du modèle . . . 69
11.2 Tarification du put . . . 70
11.2.1 Évaluation de la prime pure . . . 70
11.2.2 Évaluation du chargement . . . 70
11.2.3 Correspondances . . . 71
11.3 Tarification du swap . . . 72
11.3.1 Évaluation des flux . . . 72
11.3.2 Évaluation des chargements . . . 72
11.3.3 Correspondances . . . 72
11.4 Tarification du collar . . . 72
11.5 Avantages et inconvénients des solutions proposées - Bilan . . . 75
11.6 Comparaison avec l'existant sur le marché . . . 76

12 Cas d'un portefeuille éolien **77**
12.1 Cadre juridique . . . 77
12.2 Problème d'adéquation des montants versés . . . 78
12.3 Cas du put . . . 79
12.4 Cas du swap . . . 79
12.5 Cas du collar . . . 80
12.6 Reprise de la comparaison avec l'existant . . . 80

13 Intérêt du développement d'un marché coté **82**
13.1 Gestion statique versus gestion dynamique 82
13.1.1 La gestion statique ou l'art de la diversification 82
13.1.2 La gestion dynamique ou l'art de la réplication 83
13.2 Prix d'arbitrage d'un dérivé climatique 83
13.3 Vers un marché du vent ? 85
13.3.1 Intérêt 85
13.3.2 Freins au développement 85

14 Bilan de l'étude **86**

A Quelques résultats sur la loi de Weibull **87**

B Éléments de mathématiques financières **89**

C Quelques fonctions R **94**
C.1 Lecture des fichiers NetCdf 94
C.2 Calcul de l'indice 94

D Adéquation de l'indice à un modèle gaussien **96**

E Données utilisées pour la tarification **97**
E.1 Valeurs des indices 97
E.2 Calculs pour le put 98
E.3 Calculs pour le swap 99
E.4 Calculs pour le collar "classique" 100
E.5 Calculs pour le Collar "modifié" 101

Première partie

Introduction Générale

Chapitre 1

Présentation du marché des dérivés climatiques

1.1 Le risque climatique

1.1.1 Le changement climatique

Définition I.1 (Climat) *Le climat correspond à la distribution statistique des conditions atmosphériques dans une région donnée pendant une période de temps donnée. Les données utilisées sont principalement la température, le niveau des précipitations, l'ensoleillement et la vitesse du vent.*

La prise de conscience du changement climatique a amené les climatologues et les économistes à mieux comprendre l'influence du climat sur l'activité économique de l'homme. Nombre d'états et d'entreprises se posent désormais la question du caractère durable de leur développement vis-à-vis de cette incertitude qui pèse sur le climat. En outre, les scientifiques s'accordent aujourd'hui pour expliquer l'augmentation du nombre de phénomènes météorologiques extrêmes survenus ces dernières années par le réchauffement climatique. Ainsi, le changement climatique est double : d'une part, il entraîne un déplacement des conditions météorologiques moyennes et, d'autre part, il s'accompagne d'une augmentation de la variabilité de ces conditions météorologiques.

1.1.2 La météo-sensibilité

Face aux inquiétudes liées au changement climatique, de nombreux scientifiques se sont penchés sur les relations entre environnement et économie. Plus récemment, des études ont cherché à analyser avec précision la dépendance des différents secteurs économiques à la variabilité des conditions météorologiques. Il s'agit alors de mesurer la sensibilité d'une activité économique à des phénomènes météorologiques non exceptionnels ainsi qu'à des fluctuations chroniques des variables météorologiques. On estime à plus de 20 % la part de l'économie mondiale qui dépend directement des conditions météorologiques. Bien entendu, tous les secteurs et tous les pays ne sont pas exposés de la même façon. Dans une récente étude (cf. [Wea08]), WeatherBill montre que l'agriculture et l'industrie minière font parties des secteurs les plus dépendants de la météo. L'étude propose également un classement des pays en fonction de leur

météo-sensibilité. À la première place de ce classement, on trouve le Brésil, géant agricole marqué par un climat tropical. L'article rappelle, à titre d'anecdote que les gelées de 1975 avaient été responsables d'une diminution de 70 % de la production de café.

Sans prétendre à l'exhaustivité, citons quelques exemples de secteurs météosensibles. De façon évidente, le secteur de l'énergie est l'un des plus sujets aux aléas de la météo : la demande énergétique s'explique en grande partie par les besoins en chauffage l'hiver et en climatisation l'été. Ainsi une baisse de $1°C$ de la température au mois de janvier entraîne une demande supplémentaire de 2100MW soit une augmentation d'environ 5%. Le secteur de l'agriculture est bien entendu extrêmement dépendant des conditions météorologiques. Selon les cultures et les saisons, un agriculteur souhaitera avoir plus ou moins de soleil ou de pluie. Les conditions météorologiques auront une importance décisive sur l'abondance et la qualité de la récolte. Le secteur du tourisme appréciera de disposer de neige en hiver, ou de soleil et de chaleur en été. Le secteur du bâtiment privilégiera une douceur tout au long de l'année pour limiter le nombre de jours d'intempéries pour ses salariés. Quant au secteur du textile, si l'hiver est trop doux, les ventes de vêtements chauds chuteront.

1.1.3 Le risque climatique

On parlera de risque météorologique lorsque les conditions météorologiques peuvent affecter négativement une activité. Par abus de langage, on emploiera également l'expression « risque climatique » qui serait, en toute rigueur, à réserver aux situations où le risque est lié à la variabilité du climat. Ainsi, on dira que la vente de glaces l'été, par exemple, est une activité fortement exposée au risque climatique, non pas parce qu'une période de refroidissement climatique pourrait mettre en péril cette activité dans les prochaines décennies, mais simplement parce qu'un été moins chaud et plus gris que la normale fera chuter les ventes. En réalité, les évolutions potentielles du climat envisagées par le Groupe d'Experts Intergouvernemental sur l'Évolution du Climat (GIEC) sont toutes assez favorables aux vendeurs de glace. Ces derniers ne semblent donc pas exposés au risque climatique mais uniquement au risque météorologique. Néanmoins, nous avons vu qu'une des tendances climatiques actuelles était l'augmentation de la variabilité météorologique. Par conséquent, la vente de glace n'est pas tout-à-fait immunisée contre le risque climatique si l'on considère l'augmentation du risque météorologique comme un risque climatique.

Comparé aux autres sources de risque économique, le risque climatique présente de nombreuses spécificités :

Tout d'abord, notons qu'il n'est pas possible de contrôler le niveau des variables climatiques alors qu'il est possible d'agir sur la plupart des autres facteurs de risque clés de l'économie. Ainsi, les banques centrales fixent le niveau de leur taux directeur. En outre, lors de la gestion de la crise financière de 2008, les banques centrales ne se sont pas contentées de fixer les taux directeurs et sont parfois directement venues soutenir le cours de leur monnaie sur les marchés financiers (Dernière intervention en date : soutien de la BCE à l'euro face au yen dans les jours d'affolement qui ont suivi le tremblement de terre au Japon en mars 2011). Pour le climat, il est bien entendu impossible d'imaginer une autorité qui relèverait le niveau des températures lorsque des gelées tardives menacent les futures récoltes ou lorsqu'un aéroport est prisonnier d'un épais manteau neigeux.

Ensuite, il s'agit d'un risque localisé géographiquement. Comparons par exemple le risque météo au risque de change dans la zone euro pour le secteur de la construction. Une baisse de l'euro par rapport aux autres devises et notamment par rapport au dollar

va entraîner une hausse du coût des matières premières qui affectera la rentabilité de tous les projets signés en euros. La météo aura, quant à elle, un impact beaucoup plus local, retardant ici et là l'avancement de tel ou tel chantier.

Enfin le risque météo est essentiellement un risque de volume plutôt qu'un risque de prix. Que ce soit pour la production d'électricité éolienne, la gestion d'un terrain de camping ou la distribution d'articles textiles, les conditions de vent, de température ou de pluviométrie affectent des volumes : volume de la production dans le premier cas et volumes de vente dans les deux autres.

1.1.4 Les contrats d'assurance classiques

Il existe bien entendu des contrats d'assurance classiques pour couvrir les dommages causés par des conditions météorologiques exceptionnelles.

L'assurance multirisques habitation, par exemple, comprend obligatoirement une garantie « tempête » et une garantie « catastrophe naturelle ». La garantie tempête couvre non seulement les effets du vent (tempête, ouragan, cyclone), mais aussi les dommages causés par la pluie, la neige ou la grêle. La garantie catastrophes naturelles, détaillée à l'article 125-1 du Code des assurances, couvre en particulier les avalanches, les inondations et les sécheresses. La notion de catastrophe naturelle reste toutefois subjective et demeure à l'appréciation des pouvoirs publics. L'assurance catastrophe naturelle n'intervient que dans les zones délimitées et pour les intempéries définies par arrêté interministériel.

Les assurances agricoles proposent également des couvertures contre les aléas climatiques. Ainsi, une garantie gel de printemps existe depuis 1984 pour les vignes du Beaujolais. Une garantie tempête est disponible depuis 1994 pour les cultures de tournesol, de maïs et de colza. (c.f.[MAH98])

Ces contrats d'assurance ne sont toutefois généralement pas satisfaisants du point de vue de l'assureur. Pour les événements climatiques extrêmes, dont la fréquence de survenance est faible mais la gravité élevée, l'assureur est souvent confronté au problème de la diversification de son portefeuille. Pour le résoudre, l'assureur peut choisir de céder ses risques de catastrophe à un réassureur ou à un groupe d'investisseurs via une émission obligataire ad-hoc. Dans le cas des événements climatiques non-catastrophiques, dont la fréquence est élevée mais la gravité faible, la logique indemnitaire des contrats classiques pose le problème de l'aléa moral et génère d'importants frais de gestion.

1.1.5 Les obligations-catastrophe ou « Cat-Bonds »

C'est en 1992, suite au passage de l'ouragan Andrew, l'un des trois plus violents à avoir frappé les Etats-Unis au cours du vingtième siècle, que les réassureurs prennent conscience du danger que représentait pour eux le fait de porter seuls les risques de catastrophes. L'ampleur financière de la catastrophe (26,5 milliards de dollars de dégâts dont près de 20 indemnisés, un record à l'époque) les amène à développer des solutions permettant de transférer une partie du risque sur les marchés.

De façon schématique, un Cat-Bond fonctionne de la manière suivante : des investisseurs achètent les titres de dette d'un assureur ou d'un réassureur et, reçoivent en échange, des intérêts et des primes de risque de la part de l'assureur. En général, pour des raisons fiscales, la structuration d'un Cat-Bond passe par la création d'une entité ad-hoc, appelée SPV (Special Purpose Vehicle). Le SPV offre à l'assureur ou au réassureur, une couverture de réassurance et émet simultanément les obligations. Le SPV

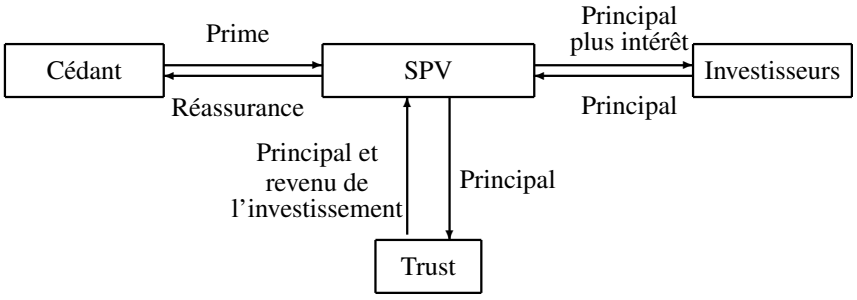


FIGURE 1.1 – Schéma illustrant le foctionnement d'un Cat-Bond.

reçoit donc, d'une part, les primes versées régulièrement par l'assureur ou le réassureur qui a cédé son risque, et, d'autre part, le produit de l'émission obligataire, c'est-à-dire, le capital apporté par les investisseurs qui ont souscrit à l'émission. Les fonds du SPV sont déposés dans un Trust qui les investit dans des titres sûrs (Obligations Assimilables du Trésor par exemple) à titre de collatéral. Le SPV rémunère les investisseurs à un taux très intéressant, bien plus élevé que le LIBOR puisqu'il tient compte des primes reçues. Si la catastrophe ne survient pas, l'investisseur récupèrera son capital à l'échéance de l'obligation et aura bénéficié d'un rendement élevé correspondant au risque endossé. Si la catastrophe survient, une partie ou la totalité des fonds déposés dans le Trust servira à effectuer les paiements à l'assureur ou au réassureur qui a cédé son risque. Le schéma de la Figure 1.1 illustre le fonctionnement d'un Cat-Bond. Il est tiré de [EC98]. Pour plus de détails sur la structuration des obligations-catastrophes, on pourra se reporter à [Mar04] ou encore à [Cha02].

1.2 Les dérivés climatiques

1.2.1 Définition

Un dérivé climatique est un instrument financier dont la valeur/et ou les « cash-flows » dépendent de l'occurence d'événements météorologiques, facilement mesurables, authentifiables par un tiers indépendant, et suffisamment transparents pour jouer le rôle de sous-jacent d'un contrat financier. Typiquement, le lieu est clairement identifié et la mesure est fournie par des sources indépendantes et dignes de foi. L'événement météorologique sous-jacent peut être considéré comme non catastrophique.

Ainsi, un dérivé climatique standard est un contrat défini par les éléments suivants :

1. La période du contrat : une date de début et une date de fin.
2. Une station météorologique
3. Une variable climatique, mesurée à la station sur la période du contrat.
4. Un indice qui agrège d'une certaine façon la variable climatique sur la période du contrat.

5. Pour certains contrats, une prime versée par l'acheteur au vendeur au début du contrat.

1.2.2 Exemples simples

Les dérivés climatiques les plus échangés concernent des contrats sur des sous-jacents liés à la température. Les deux plus célèbres sont le « Heating Degree Day »(HDD) et le « Cooling Degree Day »(CDD).

Le HDD est défini, pour un jour donné, comme la différence entre la température de référence, $18°C$, et la température moyenne observée ce jour là. De façon similaire le CDD est défini comme la différence entre la moyenne observée un jour donné et la température de référence.

$$HDD = (18°C - T)^+$$

$$CDD = (T - 18°C)^+$$

Les HDDs sont utilisés en hiver pour mesurer la demande en énergie nécessaire au chauffage tandis que les CDDs sont utilisés en été pour mesurer la demande en énergie nécessaire à la climatisation. Plus le HDD est élevé, plus la température est froide. De la même façon, plus le CDD est élevé et plus la température est chaude.

À partir de ces sous-jacents, les contrats les plus souvent retenus sont du type swap, put ou call (avec des caps).

1.2.3 Intérêts des dérivés climatiques

Pour de nombreuses activités, la couverture du risque météorologique à l'aide de dérivés climatiques permet de réduire significativement la volatilité de leur résultat annuel. Or la réduction de la volatilité du résultat d'une entreprise est très recherchée. Tout d'abord, une faible volatilité du résultat permet de réduire le risque de faillite et, par conséquent, permet d'emprunter avec des taux d'intérêt réduits. Ensuite, pour une entreprise cotée, une faible volatilité du résultat se traduit généralement par une faible volatilité du cours de l'action et donc une meilleure valorisation boursière.

1.2.4 Le cadre réglementaire

Du fait de leur développement relativement récent et de leur position intermédiaire entre contrats d'assurance et contrats financiers, les dérivés climatiques ne disposent pas encore d'un cadre réglementaire spécifique clair et universel.

La principale difficulté réside dans la classification du contrat dérivé météorologique. S'il s'agit d'un contrat d'assurance, le traitement comptable sera défini par la norme IFRS 4 tandis que s'il s'agit d'un instrument financier, le mode de comptabilisation à appliquer sera celui de la norme IAS 39.

Ainsi, la norme comptable international IAS 39 stipule dans son Appendice : « *Certains contrats imposent un paiement fondé sur des variables climatiques, géologiques, ou d'autres variables physiques (ceux qui reposent sur des variables climatiques sont parfois qualifiés de «dérivés climatiques»). Si ces contrats ne sont pas dans le champ d'application d'IFRS 4, ils sont dans le champ d'application de la présente norme* ». D'après la norme IFRS 4, sont des contrats d'assurance les « *swaps d'assurance et*

autres contrats qui imposent un paiement sur la base de changements de variables climatiques, géologiques ou d'autres variables physiques ***spécifiques à une des parties au contrat*** ». En revanche, les « *contrats qui imposent un paiement sur la base d'une variable climatique, géologique ou autre variable physique qui* ***n'est pas spécifique à une des parties au contrat*** *(communément décrite en tant que dérivé climatique)* » ne sont pas des contrats d'assurance.

Lorsque le dérivé climatique sera considéré comme un un instrument financier, il devra être comptabilisé en juste valeur (ou « fair value »).

Définition I.2 *La juste valeur est le montant pour lequel un actif pourrait être échangé ou un passif éteint entre parties bien informées, consentantes et agissant dans des conditions de concurrence normale.*

Plus précisément, on distingue 3 méthodes de valorisation à la juste valeur ou « niveaux », selon la qualité de l'information fournie par le marché :

- Le Niveau 1 s'applique à la valorisation d'instruments financiers cotés sur un marché actif. L'évaluation se fait alors au prix du marché. On parle de valorisation « mark to market »
- Le Niveau 2 s'applique à la valorisation d'instruments financiers pour lesquels le marché est illiquide. Dans ce cas, les entités doivent recourir le plus possible aux données observables sur le marché. La valorisation se fait à partir d'un modèle dont la valeur des paramètres est observée dans le marché. On parle de valorisation « mark to model »
- Le niveau 3 s'applique à la valorisation d'instruments financiers pour lesquels d'une part, il n'existe pas de prix de marché fiable (comme au niveau 2) et d'autre part, aucun paramètre observable sur le marché ne permet une réévaluation. La valorisation se fait alors à partir d'un modèle interne et l'entité est tenue de documenter l'absence de cotation sur un marché actif et l'insuffisance des données observables sur les marchés.

Pour la plupart des dérivés climatiques échangés de gré à gré, dont les paiements sont indexés sur des indices climatiques (température, précipitations, vent…) dont le niveau futur est non observable et dont il est impossible d'obtenir une prévision scientifique, la valorisation se fait donc au niveau 3.

Dans le cadre d'une mission commandée par le ministère de l'économie en 2009 portant sur le rôle des normes comptables dans la crise financière de 2008, Didier Marteau et Pascal Morand s'interrogent sur la pertinence d'une valorisation en fair value pour les positions prises sur des marchés incomplets comme celui des dérivés climatiques et plaident pour une réduction du périmètre d'application de prix de modèle sur ces marchés. [1]

1. Normes comptables et crise financière. Propositions pour une réforme du système de régulation comptable : *« La température mensuelle d'une ville donnée est aujourd'hui traitée sur les marchés organisés (Chicago Mercantile Exchange), où elle est cotée à terme et sous forme d'option. Imaginons, dans un portefeuille, un contrat à terme sur la température Paris août 2015, négocié de gré à gré et coté à l'origine 22 C. Quelle valorisation comptable lui affecter et quelles sont les modalités de la validation par les cabinets d'audit ? Le prix à terme de la température ne peut évidemment pas être dupliqué, comme celui d'une action ou d'une matière première sous certaines conditions de stockage, par un achat comptant de température et son portage jusqu'à l'échéance... L'évaluation par le prix d'un portefeuille d'« arbitrage » est évidemment impossible ! La réponse ne peut non plus être produite par la communauté scientifique météorologique, incapable en l'état des connaissances actuelles, de produire une estimation sur un horizon aussi éloigné. Quel crédit alors donner à une valorisation comptable différente du prix « d'entrée » ? Si la position sur la température n'a pas été prise dans une logique de trading, mais d'investissement (alternatif) ou de couverture, il paraît dénué de tout fondement économique de proposer une valorisation en fair value.*

1.2.5 Bref historique

La Weather Risk Management Association (WRMA) commande chaque année une étude du marché des dérivés climatiques à PriceWaterHouseCoopers. L'étude consiste à collecter auprès des membres de la WRMA une description détaillée des différents contrats signés (date de début du contrat, date de fin du contrat, type de sous-jacent, montant du notionnel). L'entreprise sondée est également amenée à indiquer son secteur d'activité et à préciser la représentation des différents secteurs d'activité au sein de ses contreparties. Les résultats de ces enquêtes sont ensuite présentés aux membres de l'association au cours d'une conférence annuelle. Nous retraçons ci-dessous les principales étapes de développement du marché des dérivés climatiques.

Le premier dérivé climatique a été signé en 1997 aux Etats-Unis entre deux grands acteurs de l'énergie. Des événements climatiques liés à El Nino ont marqué les deux premiers hivers de ce nouveau marché. Les distributeurs de gaz cherchaient alors à se couvrir contre des hivers trop doux. Les preneurs de risque étaient principalement des compagnies d'assurance qui avaient, pour la plupart, choisi de conserver la totalité du risque. Le premier hiver « El Nino » fut très défavorable aux assureurs. Les températures furent particulièrement douces et, de surcroît, évoluaient dans le même sens sur l'ensemble des Etats-Unis, détruisant les efforts de diversification géographique des preneurs de risque. Cette expérience douloureuse les a naturellement conduits à changer d'approche et à adopter une gestion dynamique du risque inspirée des pratiques de la finance de marché et plus particulièrement du trading de matières premières. Ainsi, les entreprises du secteur énergétique, à travers leurs filliales de trading prirent une place prépondérante sur le marché. Enron, notamment à travers sa plate-forme de négociation en ligne Enron Online, animait le marché en proposant plusieurs produits dérivés sur la température.

La crise énergétique qui secoua les États-Unis en 2001 plongea la Californie dans le noir à plusieurs reprises, entraina un grand nombre de faillites dans le secteur des services aux collectivités (« utilities »), et précipita la chute du géant Enron en le plaçant sur les bans des accusés et en conduisant les pouvoirs publics à s'intéresser à ses comptes sociaux. Lorsque Enron se déclare en faillite en décembre 2001, nombreux sont ceux qui anticipent une chute brutale des volumes sur le marché des dérivés climatiques. Il n'en fut rien et l'on observa même, au contraire, une forte augmentation du nombre de transactions liée au développement rapide du marché organisés du Chicago Mercantile Exchange (CME). Le CME, principale bourse des matières premières proposait, depuis 1999, des contrats de dérivés météorologiques standardisés. En outre, après la faillite d'Enron, les « weather traders » d'Enron essaimèrent dans les banques, les assurances et les « hedge funds », recréant ici et là avec plus ou moins de bonheur, des « weather desks » . Ils portèrent ainsi la culture de la gestion du risque climatique bien au delà des salles de marché des grands groupes d'énergie.

Jusqu'en 2006 le marché des dérivés climatiques connaît une forte croissance. Les volumes explosent, les contrats se diversifient et le marché atteint rapidement le Japon et l'Europe. Depuis, le marché des dérivés climatiques semble avoir souffert de la crise financière et de l'aversion des investisseurs pour les produits difficiles à évaluer. Le nombre de contrats négociés sur le Chicago Mercantile Exchange a ainsi diminué de plus de 40 % entre l'exercice 2005/2006 et l'exercice 2008/2009. La Figure 1.2 montre l'essor remarquable du marché des dérivés climatiques jusqu'en 2006 et le léger dé-

La question peut aussi se poser si la position a été prise dans une logique de trading, sur un marché organisé avec des prix publics. Se pose dans ce cas la question de la légitimité des prix cotés, la liquidité sur les contrats climatiques restant en règle générale faible. »

clin qui s'ensuit tandis que la Figure 1.3 montre la répartition des différents types de contrats climatiques négociés de gré à gré au cours de la période 2000/2009.

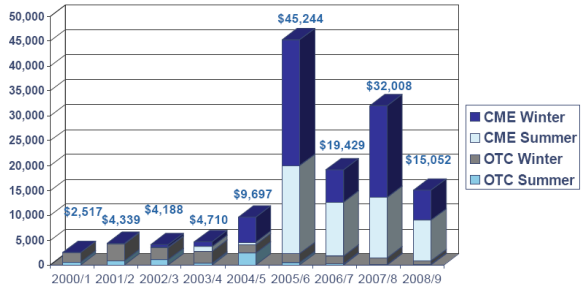


FIGURE 1.2 – Evolution du nombre de contrats négociés sur le marché des dérivés climatique d'après Weather risk derivative survey 2009.

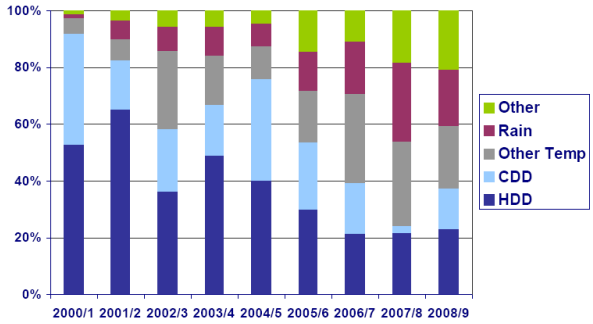


FIGURE 1.3 – Répartitions des types de contrats climatiques en fonction de la variable météo sous-jacente d'après Weather risk derivative survey 2009.

1.2.6 Organisation du marché

Le marché des produits climatiques ou « Weather Market » est organisé comme tout autre marché financier. En amont le marché primaire fait se rencontrer les acheteurs, c'est-à-dire les entreprises s'assurant contre le risque climatique, les « end-users », et les vendeurs, c'est-à-dire essentiellement des assureurs, des réassureurs, ou des banques. Sur ce marché primaire, les vendeurs proposent des contrats très structurés afin de répondre au mieux aux besoins des utilisateurs finaux. En aval, sur le marché secondaire, les vendeurs de couvertures négocient entre eux des contrats standardisés qui leur permettent de gérer dynamiquement leurs portefeuilles climatiques.

Cette division entre marché primaire et marché secondaire se retrouve dans la division du marché des dérivés climatiques entre le marché de gré à gré et les marchés réglementés. Les « end-users » achètent des produits sur-mesure sur le marché de gré à gré et les vendeurs de protection gèrent le risque à l'aide des contrats standardisés disponibles sur les marchés réglementés.

Il est important de noter que le marché des dérivés climatiques offre une certaine sécurité à ses intervenants dans la mesure où les données météorologiques sont déter-

minées par des organismes indépendants (Météo-France par l'intermédiaire de Metnext par exemple en France ou encore la National Weather Service aux Etats-Unis). Il n'y a aucune source de contestation possible et aucune possibilité de manipulation du sous-jacent contrairement au marché action par exemple. [2]

Le marché de gré à gré Sur le marché de gré à gré ou O.T.C. (Over The Counter) on trouve essentiellement des produits sur-mesure, dédiés à la couverture des risques météorologiques spécifiques à telle ou telle entreprise. L'élaboration de la couverture passe souvent par un courtier spécialisé. Ce marché est caractérisé par un manque de liquidité et un risque de crédit important. Le manque de liquidité de ce marché provient non seulement des problèmes posés par une réglementation confuse, du manque de modèle efficace d'évaluation des produits et de la complexité des données météorologiques mais aussi de la nature même de ces produits dérivés. Pauline Barrieu souligne ainsi dans sa thèse ([BAR02]) que les dérivés climatiques sont bien souvent perçus, par leurs acheteurs, non pas comme des outils de spéculation, mais plutôt comme de véritables contrats d'assurance, qu'il convient de conserver jusqu'à l'échéance. La logique du marché OTC se rapproche donc davantage d'une logique d'assurance que d'une logique financière classique, ce qui explique le peu de liquidité.

Les marchés organisés Le Chicago Mercantile Exchange (CME) est le principal marché organisé permettant de traiter des dérivés climatiques. En Europe, Euronext-Life a suspendu ses activités sur les dérivés climatiques en 2004. L'offre du CME se compose de contrats futures et d'options sur ces futures. Ces contrats se réfèrent pour la plupart à des indices cumulatifs de Heating Degree Days (HDD) et de Cooling Degree Days (CDD) pour la plupart des grandes villes des États-Unis, ainsi que pour quelques villes du Canada, d'Europe, d'Australie et du Japon. Le CME propose également des contrats sur les cumuls de précipitation (pluie et neige). Le marché réglementé du CME présente un double avantage, d'une part il assure une certaine transparence (Les prix sont disponibles gratuitement sur Internet) et d'autre part, il élimine le risque de crédit (La chambre de compensation procéde à des appels de marge quotidiens afin de pouvoir se substituer à toute contrepartie qui ferait faillite).

1.3 Les différents acteurs du marché

1.3.1 Les utilisateurs finaux ou « end-users »

Les utilisateurs finaux se composent essentiellement de grands producteurs d'énergie qui cherchent à couvrir le risque de volume. Ces derniers ont joué un rôle clé sur le marché des dérivés climatiques. L'innovation de grands groupes comme Entergy-Koch, Aquila ou encore, jusqu'en 2001, Enron a été pendant longtemps le principal moteur de ce marché. Plus généralement, les entreprises météo-sensibles sont des acheteurs-types : une station de sports d'hiver cherchera à se couvrir contre le manque de neige tandis qu'un producteur de bière cherchera à se prémunir d'un été trop frais. Si au départ, seules les entreprises du secteur de l'énergie ont cherché à couvrir les risques climatiques, la démarche séduit aujourd'hui bien au-delà du secteur de l'énergie et un nombre toujours croissant d'entreprises météo-sensibles intègrent désormais la gestion

2. En Mars 2011, l'AMF lançait ainsi une enquête sur Euro Disney, dont le titre avait pris plus de 100% en deux semaines, et évoquait une possible manipulation de cours par une société de trading algorithmique.

du risque climatique dans leur politique de pilotage des risques. Ainsi, les industries du loisir, de l'agro-alimentaire, des transports, etc, sont aujourd'hui représentées sur le marché des dérivés climatiques. Aux entreprises qui cherchent à couvrir le risque climatique qui pèse sur leur activité viennent se greffer, de manière plus anecdotique, des entreprises qui souhaitent mettre en place des campagnes publicitaires originales : une chaîne de campings a ainsi proposé une garantie soleil incluse dans le prix de la réservation à ses clients. Enfin, les collectivités locales peuvent également se montrer intéressées par des produits concernant l'enneigement et le déblaiement des voies publiques.

1.3.2 Les banques, les assureurs et les réassureurs

Les banques ont l'habitude de proposer à leurs clients des produits de couvertures pour les risques financiers auxquels ces derniers sont exposés : change, taux, matières premières, etc... L'identification du risque climatique et la structuration d'instruments de couverture adaptés peut donc apparaître comme une extension naturelle de cette activité. NATIXIS en France possède ainsi une équipe spécialisée capable de proposer des dérivés climatiques à ses clients. De même, les compagnies d'assurance spécialisées dans la gestion des risques des entreprises, comme AXA Corporate Solutions peuvent intégrer des assurances climatiques à des contrats d'assurance multi-risques. Enfin, les réassureurs, qui disposent de fonds propres importants et qui possédent déjà une culture des risques catastrophiques liés au climat semblent être les mieux placés pour gérer les risques climatiques des grands industriels. Ainsi, Swiss Re, Partner Re, Munich Re, Zurich Re ou encore Hannover Re ont largement participé à l'essor du marché des dérivés climatiques.

1.3.3 Les courtiers ou brokers

Les courtiers ou brokers constituent le principal moteur du marché des dérivés climatiques. Intermédiaires entre les utilisateurs finaux et les preneurs de risque (réassureurs, fonds de gestion), ils initient les premiers à la gestion du risque climatique et les seconds à la gestion alternative. Ils aident les entreprises à identifier leur vulnérabilité aux conditions météorologiques et leur proposent des couvertures climatiques sur-mesure. Ils travaillent ensuite avec les investisseurs pour déterminer quels types de risques ces derniers peuvent conserver en portefeuille ou transférer sur le marché secondaire. Aujourd'hui, le marché est animé à la fois par les grands noms du courtage comme AON, ICAP mais aussi par des cabinets plus spécialisés comme Speedwell Weather Derivatives à Londres, WeatherBill aux Etats-Unis ou encore Celsius Pro en Suisse.

1.3.4 Les fonds de gestion alternative

Les fonds de gestion alternative jouent un rôle de premier plan sur le marché des dérivés climatiques. La logique de ces fonds est opposée à celle de la gestion traditionnelle qui cherche à « battre » un indice de référence : la gestion alternative cherche à offrir une performance décorrélée de celles des indices traditionnels. Or, les dérivés climatiques ont des rendements décorrélés des principaux indices. Les variations journalières du $CAC40$, par exemple, sont indépendantes de l'évolution des indices de température en France. Si certaines entreprises qui le composent sont météo-sensibles,

la diversification de l'indice fait se compenser entre elles les diverses influences individuelles. En revanche, il est possible, du fait de la présence statistiquement significative du facteur climatique dans l'explication des rendements de nombreuses actions, de construire des portefeuilles climatiques et de créer ainsi un « green alpha », i.e. une capacité à obtenir des performances supérieures à celles de la moyenne du marché vias des investissements, en partie du moins, dans des dérivés climatiques. On se référera notamment à l'ouvrage de Didier Marteau ([Mar04]) pour plus de précision sur les méthodes de construction de portefeuilles climatiques à partir d'un panier d'actions. Parce qu'ils disposent d'équipes spécialisées et parce qu'ils ont la possibilité d'investir dans des actifs très variés, les fonds alternatifs sont les mieux à même de porter du risque climatique et donc de répondre à la demande des courtiers à la recherche de vendeurs de protection pour leurs clients exposés aux aléas climatiques. Parmi les différents fonds présents sur le marché des dérivés climatiques on retiendra Nephila Capital auquel est adossé le courtier WeatherBill mais également Pentelia Capital, filiale commune de Natixis et White Mountains Insurance domiciliée aux Bermudes ou encore Coriolis Capital, structure basée à Londres issue de la Société Générale.

Les assureurs ne sont donc pas les seuls acteurs à accepter des risques climatiques. Toutefois, nous nous autoriserons dans la suite de ce mémoire, par abus de langage, à employer le terme « assureur » plutôt que l'expression plus générique « preneur de risque ».

1.3.5 Les fournisseurs de données météorologiques et d'indices climatiques

Tout dérivé climatique est un produit indiciel. Sa valeur et les flux d'argent qui lui sont attachés sont déterminés par un indice météorologique. Ainsi la présence d'un tiers extérieur et indépendant est indispensable. Ce tiers de confiance pourra être garant de la qualité des données servant à construire l'indice (dans ce cas, la relation permettant de calculer l'indice à partir des données devra être clairement spécifiée dans le contrat) ou garant de l'indice lui-même. En France, METNEXT, co-entreprise née de l'association de Météo-France et de NYSE-Euronext propose ainsi des indices météorologiques adaptés aux différents secteurs météo-sensibles. La Garantie Soleil proposée par AON, par exemple, s'appuie sur un indice d'ensoleillement élaboré par METNEXT. Le CME a, quant à lui, noué des partenariats avec MDA EarthSat, entreprise spécialisée dans la commercialisation des observations satellitaires et SpeedWell Weather Derivatives, fournisseur de données et courtier spécialisé dont le siège se trouve à Londres.

1.4 L'aide au développement et la microassurance

Les dérivés climatiques peuvent également participer à la lutte contre la faim dans le monde et au développement économique des pays les moins avancés.

Dans de nombreux pays en voie de développement, l'agriculture représente la principale source de revenu des habitants. Les incertitudes liées au climat fragilisent les petits exploitants d'autant plus qu'elles leur rendent l'accès au crédit plus difficile. Le risque climatique représente donc une entrave au développement.

Afin de réduire l'effet néfaste de la variabilité du climat sur la croissance des pays en voie de développement, la Banque Mondiale, par l'intermédiaire du groupe de gestion des risques agricoles (« Agricultural Risk Management Team », anciennement « International Force on Commodity Risk Management » ou CRM), a mis en place

plusieurs projets dans le monde visant à transférer le risque agricole en recourant aux dérivés climatiques.

L'Inde a été un des premiers pays à accueillir ce type de projet. Un programme pilote de micro-assurance climatique y a été développé avec succès. On en trouvera une présentation détaillée dans (A primer on weather derivatives, Barrieu). Lancé par la Banque Mondiale en 2003 aux côtés de BASIX, une institution de micro-crédit indienne créée en 1996, et ICICI Lombard, une compagnie d'assurance basée à Mumbai et Swiss Re, le programme BASIX propose à des petits agriculteurs possédant à peine un hectare de terre, un contrat d'assurance sécheresse développé par le CRM et ICICI Lombard. Le portefeuille de contrats est assuré par ICICI Lombard qui lui-même se réassure auprès de Swiss Re. Le contrat est en fait un dérivé climatique dont l'indice, basé sur la pluviométrie, a été soigneusement calculé avec l'aide d'agriculteurs et de biologistes afin de représenter l'impact réel de la pluie sur la croissance des plantes. En cas de déficit pluviométrique, l'indemnisation se déclenche automatiquement.

Depuis le succès de ce programme en Inde, de nombreux projets ont vu le jour un peu partout dans le monde. Ils visent tous à une croissance inclusive : ils cherchent à faire émerger la croissance par la base puis à en faire profiter l'ensemble de la population par un flux de bas en haut et sont donc ouvertement orientés en faveur des plus pauvres. Les modèles de partenariats public-privé sur lesquels ils reposent constituent une grande force : les programmes lancés avec l'aide de fonds publics et humanitaires peuvent ensuite être poursuivis sans apports extérieurs supplémentaires. L'utilisation des dérivés climatiques dans les contrats de micro-assurance conduit à une indemnisation forfaitaire des assurés, l'indemnité se déduisant simplement de l'indice climatique qui sert de sous-jacent au contrat. Cela permet d'abaisser les coûts par rapport à un programme d'assurance traditionnel et de dédommager rapidement les agriculteurs. Les dérivés climatiques présentent néanmoins une limite liée à l'écart existant entre le risque réel de l'agriculteur et celui représenté par l'indice. Ce risque de base peut être réduit par l'installation de stations météorologiques mais cela a évidemment un coût.

Pour une présentation détaillée des différents programmes d'assurance agricole, on se reportera aux publications de l'IFAD (International Fund for Agricultural Develpement) « The potential for Scale and Sustainability in Weather-Based Index Insurance » (Mars 2010), de l'IRI « Index insurance and climate risk : Prospects for development and disaster management », ou encore de Swiss Re« Microinsurance-risk protection for 4 billion people ».

1.5 Le risque de base

Dans la mesure où les paiements versés dans le cadre d'un contrat dérivé climatique sont par définition déterminés par l'indice sous-jacent et non pas par le montant réel de la perte financière, il existe souvent un écart entre l'indemnisation versée par l'assureur et le coût du sinistre subi par l'assuré. Le risque que l'indemnisation ne compense pas exactement le coût du sinistre est appelé « risque de base ». Le principal élément qui permet d'expliquer ce risque de base est le problème de la localisation géographique de l'activité que l'on veut couvrir. On ne connait pas, en général, les conditions météorologiques du site et, pour pallier ce manque, on utilise les relevés des stations météorologiques voisines. Or ces dernières sont parfois trop éloignées pour expliquer convenablement les conditions météorologiques du site considéré. Le problème de la localisation se posera avec plus ou moins d'acuité selon la variable météorologique considérée. Ainsi, il faudra, par exemple, être particulièrement vigilant pour les

contrats sur le niveau des précipitations dans la mesure où les précipitations sont souvent très localisées. Un autre élément qui peut expliquer le risque de base est le risque de modèle. La sensibilité de telle ou telle activité est parfois évidente mais difficile à évaluer. Des étapes de modélisation statistiques sont donc nécessaires et doivent être menées avec la plus grande rigueur afin que l'indice retenu dans le contrat explique au mieux la variabilité des revenus de l'activité couverte.

Le risque de base constitue le frein majeur au développement des dérivés climatiques dans la mesure où la décision de souscrire ou non à un dérivé climatique résulte d'un arbitrage entre le prix du contrat et le risque de base qui lui est associé. Les contrats standards proposés par le CME font l'objet de nombreux échanges et sont donc plutôt bon marché mais ces contrats reposent sur quelques grands indices standards comme la température à Paris ou à New York et présentent donc, sauf cas exceptionnels, un risque de base élevé pour les utilisateurs finaux. Au contraire, les contrats sur-mesure minimisent le risque de base mais nécessitent des études préalables, sont moins liquides et sont donc plus chers.

Bilan 1 *Le développement récent du marché des dérivés climatiques semble apporter des outils appropriés à la gestion du risque de vent pour les producteurs d'énergie éolienne. Toutefois, afin de pouvoir proposer des dérivés climatiques permettant de répondre au problème spécifique de la garantie des revenus des fermes éolienne, nous allons d'abord effectuer un point sur la situation du marché de l'éolien.*

Chapitre 2

Présentation du marché éolien

2.1 Généralités et naissance de l'éolienne

2.1.1 Le vent

Par définition, le vent est le mouvement d'une atmosphère. Il naît d'une part de la rotation de la Terre et d'autre part de l'inégale répartition de l'énergie solaire à la surface de la Terre. En effet, les rayons du soleil sont normaux à la surface de la terre au niveau de l'équateur alors qu'ils lui sont parallèles au niveau des pôles.

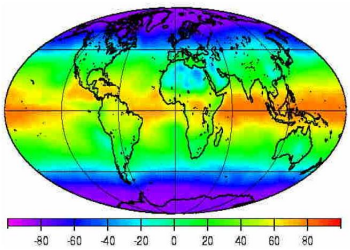


FIGURE 2.1 – Bilan radiatif au sommet de l'atmosphère en $W.m^{-2}$

2.1.2 L'énergie éolienne

On définit l'énergie éolienne comme l'énergie tirée du vent par l'intermédiaire d'un aérogénérateur. Historiquement, l'énergie éolienne était récupérée sous forme de travail mécanique : les moulins à vent sont apparus il y a plus de 2000 ans – on trouve des traces de leur utilisation en Perse en 600 av. JC - et des éoliennes sont utilisées depuis l'Antiquité pour assurer un pompage d'eau, par exemple pour abreuver du bétail. Par contre, l'emploi d'une éolienne en tant qu'aérogénérateur, c'est-à-dire pour transformer l'énergie cinétique du vent en électricité est un concept beaucoup plus récent. La première expérience de ce type a été menée par C. Frusch en 1888 et si une éolienne a bien été exploitée en France de 1955 à 1963, le stade du prototype d'une puissance de 880 kW n'a alors pas été dépassé.

FIGURE 2.2 – Éolienne BEST-Romani à Nogent-le-Roi (Eure-et-Loir) 1955-1966.

2.2 Une énergie en plein essor

Le développement de l'électricité éolienne a été entravé jusqu'au début des années 1990 par des facteurs techniques, économiques et politiques.

Sur le plan technique, la puissance des éoliennes a été considérablement augmentée puisque les premières éoliennes de 10MW devraient être mises en service dès cette année et que le standard est désormais de 2MW, soit une puissance deux fois et demie supérieure à celle développée par le prototype BEST-Romani. Un autre point est lié à l'adéquation du dimensionnement et des caractéristiques du réseau de transport et de distribution d'électricité à la production des éoliennes. De fait, celle-ci est marquée par son irrégularité et son imprévisibilité. L'adaptation du réseau ne pouvait se faire sans une volonté politique forte. Celle-ci n'était que peu présente dans les années 1960 lorsque le pétrole était disponible en quantité à des prix peu élevés. Mais les chocs pétroliers, conjugués à la prise de conscience des caractères limités et polluants des ressources en énergies carbonées et des conséquences de long terme liées au traitement des déchets générés par la filière nucléaire ont provoqué un changement en la matière. Ainsi, l'Union européenne s'est fixée pour objectif de produire à l'horizon 2020 20% de son électricité à partir d'énergies renouvelables propres et sûres. L'énergie éolienne figure bien sûr au premier rang de celles-ci.

Comme les concurrents directs de l'éolien n'ont pas atteint le même degré de maturité et souffrent encore de coûts de revient très supérieurs – c'est notamment le cas de l'énergie photovoltaïque -, l'éolien a pu bénéficier ces dernières années d'un essor considérable.

La puissance éolienne installée dans le monde a cru à un rythme annuel compris entre 20 et 25% sur la décennie 2001 – 2010 et la WWEA [1] anticipe une poursuite de cette tendance pour l'année 2011.

1. World Wind Energy Association

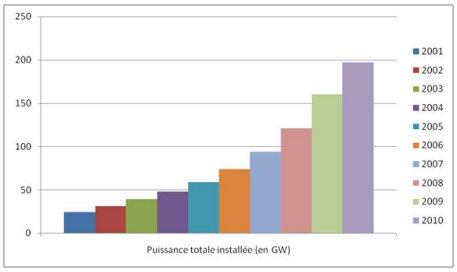


FIGURE 2.3 – Source : WWEA – World Wide Energy Report – 2010

2.3 Des incertitudes qui rendent l'accès au financement délicat

Si l'énergie éolienne connaît une période de forte croissance, l'éolien n'en demeure pas moins un secteur qui comprend des incertitudes considérables, tant d'un point de vue technique que financier et légal.

Sur le plan technique, en plus de l'usure « classique » des matériaux, un soin tout particulier doit être apporté aux mécanismes de sécurité qui empêchent une éolienne de tourner en cas de vent fort (plus de 25 m/s) car un dysfonctionnement des mécanismes en question peut provoquer un emballement du dispositif susceptible, comme au Danemark en mars 2008 [2] , de conduire à la destruction complète et définitive de l'aérogénérateur. Sur ce sujet, des contrats « classiques » d'assurance-dommage peuvent être proposés, tant pour couvrir les risques de catastrophes qu'une éventuelle indisponibilité du réseau. Mais, cela ne constitue pas l'objet du présent mémoire.

Sur le plan financier, les incertitudes portent sur deux points principaux :

– Le prix de vente de l'électricité éolienne ;
– La quantité d'électricité produite.

2.3.1 Le prix de revente de l'électricité éolienne

Au sujet du prix de vente de l'électricité éolienne, les propriétaires disposent de deux options : soit ils revendent l'électricité produite au prix du marché soit ils bénéficient du tarif réglementé. Les prix du marché peuvent être très élevés lors des pics de consommation (jusqu'à 3000 € le MWh), mais ces pics ont une durée relativement limitée (de l'ordre de quelques heures au maximum) et le propriétaire n'a aucune garantie que son éolienne produira à ces moments précis. De plus, en moyenne, les prix de marché sont faibles (43,01 € le MWh en moyenne en France en 2009). Pour permettre aux propriétaires d'éoliennes d'une part de bénéficier de tarifs incitatifs et d'autre part de sécuriser le prix de vente de leur électricité, quel que soit son moment de production, la possibilité de faire jouer une obligation d'achat auprès des distributeurs a été mise en place par la loi $n°$2000-108 du 10 février 2000. L'arrêté du 17 novembre 2008 fixe les conditions du rachat : concernant l'éolien terrestre les contrats sont souscrits pour une durée de 15 ans avec un tarif de 8,2 c€/kWh [3] au cours des 10 premières années, puis entre 2,8 et 8,2 c€/kWh pendant 5 ans selon les sites. Pour l'éolien en mer, les

2. On pourra visionner une vidéo de l'accident à l'adresse suivante http ://www.koreus.com/video/eolienne-detruite-vent.html
3. données 2008

contrats sont souscrits pour 20 ans, le tarif est fixé à 13 c€/kWh pendant 10 ans, puis entre 3 et 13 c€/kWh pendant 10 ans selon les sites. Ce tarif est indexé sur l'inflation. Sa valeur pour 2009 est de 8,56 c€/kWh.

Remarque 1 *Ces tarifs sont susceptibles d'évoluer, notamment pour empêcher la formation de bulles spéculatives liées à une chute brutale des coûts de production, comme cela a pu être observé à la fin de l'année 2009 dans le domaine de l'énergie photovoltaïque. Toutefois, une éventuelle baisse des tarifs ne s'applique qu'aux contrats à venir, les éoliennes déjà en service continuent à bénéficier du tarif prévu initialement et ce jusqu'à l'échéance du contrat.*

Les avantages exposés ci-dessus ont conduit les propriétaires d'éoliennes à privilégier le recours à l'obligation d'achat – sous réserve bien sûr, que leurs aérogénérateurs soient reliés au réseau -.

2.3.2 La quantité d'électricité produite

Comme nous l'expliquerons dans la section liée au fonctionnement d'une éolienne, l'énergie produite à un instant t par une éolienne est une fonction déterministe – mais non linéaire – de la vitesse instantanée du vent. Pour déterminer cette fonction, une étude préalable a lieu avant l'implantation de l'éolienne sur le site envisagé pour celle-ci afin de récolter ou de construire un maximum de données pertinentes. La mise en place d'un mât et d'anémomètres tant à l'altitude prévue pour l'éolienne qu'à l'altitude canonique des stations météorologiques (10m) permet l'obtention directe de données sur site pendant la période d'observation et l'inférence de données sur longue période (de 30 à 50 ans) à partir des données des stations les plus proches et de la comparaison entre les données collectées sur zone et celles fournies par les stations les plus proches durant la période d'observation. (cf. Partie II, construction d'un indice) La production annuelle totale est donc directement fonction de la distribution des vitesses instantanées et fait l'objet de variations importantes (de l'ordre de 20%) d'une année sur l'autre qui ne peuvent être anticipées (cf.8.5 Test de présence d'une tendance). Les mauvaises années peuvent donc se succéder les unes aux autres. Cela ne constitue pas une difficulté insurmontable si on effectue un raisonnement à long terme sur toute la durée du contrat passé avec EDF (cf. Partie III, Propositions de couverture), mais les promoteurs de projets éoliens ont recours aux banques pour obtenir une partie de leurs financements. De manière à limiter le risque de défaut du propriétaire de l'éolienne qui est très marqué les premières années puisqu'il n'a pas encore eu la possibilité de se constituer un « matelas de sécurité » à partir des années fastes, les banques refusent de prendre en compte comme revenu de l'éolienne le revenu correspondant à la production médiane ou P50 [4] telle que déterminée à partir des études préalables à l'implantation. Elles n'acceptent de financer que le P75 [5]

Bilan 2 *L'objet de ce mémoire est donc l'étude complète des solutions qui permettent à un producteur d'électricité éolienne de se voir garantir le P50 et donc d'obtenir un financement bancaire.*

Pour cela, un prérequis est de s'accorder sur la méthode de mesure du revenu tiré de la ferme éolienne et plus précisément de la part de ce revenu liée à l'aléa sur le vent.

4. c'est-à-dire le niveau de la production, qui, historiquement, est atteinte dans 50% des cas
5. c'est-à-dire le niveau de la production de l'éolienne, qui historiquement est atteint dans 75% des cas

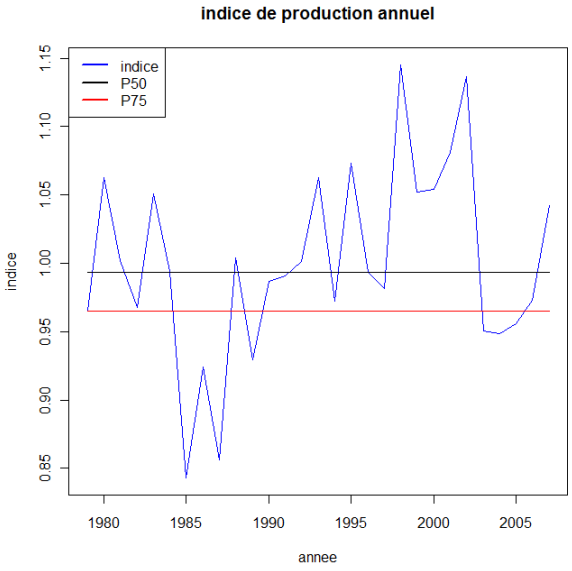


FIGURE 2.4 – Illustration sur un exemple de projet d'implantation d'éolienne dans la région Centre - projections des productions normalisées sur 30 ans - l'indice 100 correspond au P50, la droite rouge correspond au P75

Chapitre 3

Méthode de mesure de la production d'électricité

Pour déterminer le montant des versements effectués par l'assureur et par le propriétaire d'éolienne, il est nécessaire de disposer d'un moyen de mesurer la production d'électricité de l'éolienne dans le cadre de sa garantie de revenu. Cette mesure doit vérifier plusieurs caractéristiques essentielles :

- Elle doit être fiable ;
- Elle ne doit pas être soumise à l'influence des deux parties ;
- Elle doit permettre d'assurer une couverture de l'aléa de production d'énergie lié au vent et de cet aléa seulement (et non, par exemple, à un entretien défaillant du réseau).

3.1 Le compteur électrique placé au niveau du raccordement de l'éolienne au réseau

En première approche, c'est la solution la plus naturelle ; le relevé annuel peut en être confié soit au distributeur d'électricité, soit au gestionnaire du réseau, ce qui garantit d'une part l'indépendance et d'autre part la fiabilité des mesures. Toutefois, cette solution ne peut être retenue car elle assure, non seulement la couverture de l'aléa de vent, mais également celle de tous les dysfonctionnements de l'éolienne. Au vu des caractéristiques des produits proposés dans la partie III qui garantissent un revenu minimal, le producteur n'aurait plus intérêt à assurer le bon entretien de ses aérogénérateurs, ce qui conduirait à des pannes et des baisses de production qui resteraient à la charge de l'assureur. On fait face ici à une forme d'aléa moral : en comparaison avec la situation où il supportait seul les pertes liées aux pannes de son éolienne, l'assuré, étant couvert contre les pertes en question, accepte de prendre un risque élevé (en n'entretenant pas ses installations), ce qui, par ailleurs, lui fait faire des économies.

3.2 La mise en place d'un anémomètre

Pour éliminer l'aléa moral, une solution envisageable pourrait être d'installer un anémomètre. Si l'anémomètre est installé sur l'éolienne à l'altitude des pales, cela génère deux difficultés quant à la question de la fiabilité des mesures :

– Dans l'exemple que nous présenterons au chapitre 8, les anémomètres installés à l'altitude envisagée pour l'éolienne dans l'étude préalable à l'implantation ont été soumis à une surtension, ce qui a nécessité leur remplacement ;
– Si l'anémomètre est fixé sur l'éolienne même, il faudra nécessairement effectuer des corrections pour tenir compte des turbulences générées par le fonctionnement de l'éolienne.

Ces deux difficultés disparaissent dès lors que l'anémomètre de référence est fixé à une altitude de 10m. Dans ce cas, il est nécessaire de disposer des coefficients d'interpolation pour permettre de passer des vitesses de vent à l'altitude de 10m à celles à l'altitude de l'éolienne. Mais, ces coefficients ont pu être estimés lors de l'étude préalable à l'implantation.

Par contre, le problème du risque de fraude à l'assurance reste entier dans la mesure où l'anémomètre est situé directement au niveau de l'éolienne. Le propriétaire pourrait donc être tenté de modifier les réglages de manière à aboutir à une sous-évaluation de sa production. Cette solution ne peut donc pas non plus être retenue sauf à disposer de garanties de sécurité suffisantes ce qui serait coûteux.

3.3 La construction d'un indice

Les solutions fondées sur des mesures directes ne pouvant, comme cela a été montré précédemment, être retenues, on considère désormais la méthode reposant sur la construction d'un indice. C'est cette méthode qui est employée par les principaux intervenants sur ce marché (cabinets de courtage comme AON ou Marsh, réassureurs comme Partner RE, spécialistes des dérivés climatiques comme Weather Bill)

Un tel indice doit reposer sur des données incontestables fournies par un organisme indépendant des deux parties : c'est le cas de Météo France ou du NCAR. Il est constitué à partir de relevés de vitesses de vent, ce qui permet de ne pas tenir compte d'éventuelles pannes qui limiteraient la production de l'éolienne par ailleurs. Le coût d'obtention des données ne doit pas constituer un obstacle à la mise en place de la couverture, ce qui exclut le calcul de l'indice à partir de données de vitesses instantanées.

Exemple 1 *une donnée de vent est revendue 4 c€HT par Météo France : l'utilisation des données de vitesse instantanées (une vitesse toute les 10mn sur un historique de 30 ans) occasionne donc un surcoût de* $30 * 0,04 * 6 * 24 * 365 = 63000$*€environ, ce qui correspond à 1/3 de la production annuelle moyenne d'une éolienne de 2MW. De tels coûts sont bien trop élevés au regard des objectifs des couvertures envisagées.*

L'indice reposera donc sur les données de vitesses moyennes journalières (ou éventuellement sur les vitesses moyennes au cours des six dernières heures pour certaines des données du NCAR, qui présentent, en outre, l'avantage d'être gratuites). La question majeure qui se pose alors est celle de la fiabilité des prévisions, autrement dit de l'adéquation entre les prévisions de l'indice et les variations de la production théorique qui auraient du être effectivement constatées.

Remarque 2 *Il n'est pas fondamental que l'indice reflète la production exacte de l'éolienne puisque le propriétaire de l'éolienne achète une «quantité d'indice» en fonction du revenu qu'il souhaite se faire garantir ; par contre, ses variations doivent suivre fidèlement celles de la production de l'éolienne.*

Remarque 3 *L'indice calculé reflète, non pas la production réelle de l'éolienne, mais la production théorique si la courbe de puissance (cf. 4.3) restait valable toute la durée du contrat.*

Remarque 4 *Un indice proposé sera spécifique à chaque ferme éolienne ; il est donc important de dégager une méthode de construction d'un indice de manière à pouvoir proposer aisément et dans des délais limités des solutions aux entrepreneurs d'éolien.*

3.4 Bilan

Méthode proposée	compteur	anémomètre	Indice
Absence d'influence des deux parties sur les données collectées	oui	Non si l'anémomètre est directement fixé sur l'éolienne	oui
Couverture de l'aléa de production lié au vent et de cet aléa seulement	Non	oui	oui
Fiabilité des données transmises – adéquation à la production théorique	Oui –sous réserve d'absence de pannes	Non en raison des risques de surtension si l'anémomètre est fixé directement sur l'éolienne -Requiert une transposition si l'anémomètre est placé à une altitude de 10 m	Doit être démontrée

Bilan 3 *On choisira donc d'évaluer la production d'électricité d'éolienne à partir d'un indice. L'objectif de la partie suivante est de présenter une méthode de construction d'un indice suffisamment fiable pour servir de base à des propositions de produits d'assurance. Ceux-ci devront être construits de manière à prendre en compte l'écart –inéluctable mais quantifié – entre production donnée par l'indice et production théorique attendue. Dans cette perspective, nous commencerons par traiter des caractéristiques d'une éolienne, avant de nous consacrer aux données, leurs qualités et leurs insuffisances. Nous conclurons avec un exemple d'application de la démarche sur un projet réel*

Deuxième partie

Construction d’un indice

Chapitre 4

Fonctionnement d'une éolienne

4.1 Description générale

Nous allons ici présenter brièvement le fonctionnement des aérogénérateurs les plus courants à axe horizontal.

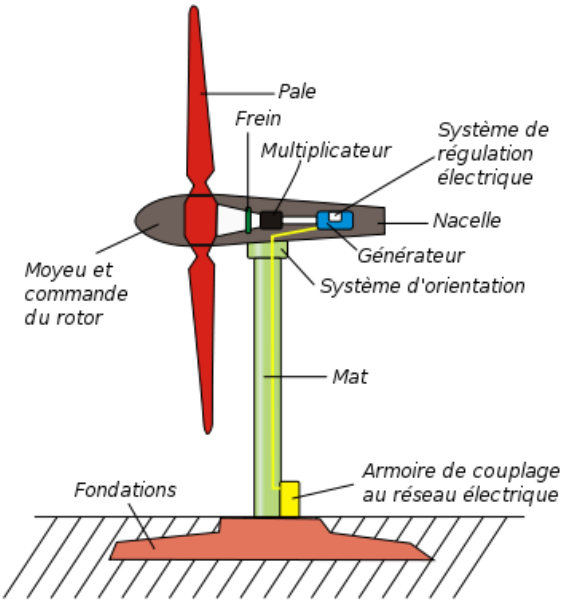


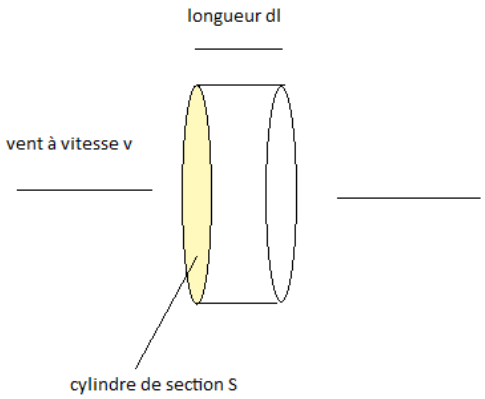
FIGURE 4.1 – Schéma général d'une éolienne à axe horizontal (Source : Wikipédia)

Le vent provoque la rotation du rotor. Le rotor est composé de plusieurs pales dont le nombre varie : un nombre élevé de pales permet de diminuer la nuisance sonore due à l'éolienne alors qu'un nombre limité permet d'obtenir un meilleur rendement ; c'est pourquoi les éoliennes terrestres comportent généralement trois pales et les éoliennes en mer, qui sont soumises à des règles moins strictes en matière de niveau sonore n'en comportent que deux. Le rotor est fixé à la nacelle : celle-ci est fixée au sommet du

mât et on y trouve les éléments tant mécaniques (frein, multiplicateur) qu'électriques (système de régulation, générateur) assurant la bonne marche de l'éolienne. Enfin, le mât a pour fonction d'amener le rotor à l'altitude adéquate pour profiter au mieux de l'énergie éolienne disponible.

4.2 Présentation des principes physiques

4.2.1 Puissance récupérable



On considère que les pales d'une éolienne balaient une section S. Pendant un intervalle de temps dt, l'énergie maximale que peut récupérer l'éolienne est donc majorée par l'énergie cinétique du flux d'air ayant traversé cette section. En notant v la vitesse du vent (supposée constante pendant dt), on a :

$$dE_c = \frac{1}{2}\, dm \cdot\ v^2$$

Or

$$dm = \rho\, dV = \rho\, S.dl = \rho\, S.v.dt$$

donc on en déduit

$$dE_c = \frac{1}{2}\rho\, Sv^3 dt$$

Donc la puissance maximale que peut extraire l'éolienne est

$$P_{max} = \frac{1}{2}\, \rho\, Sv^3$$

Mais, en pratique, une éolienne ne peut jamais récupérer cette puissance maximale, en effet, il faudrait pour cela que le flux d'air sortant ait une énergie cinétique nulle donc une vitesse nulle !

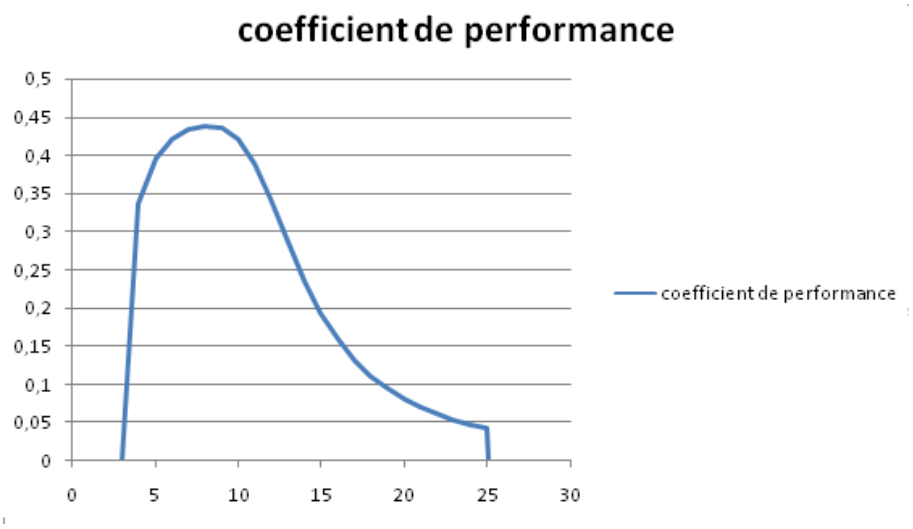
Betz [1] a obtenu une majoration plus fine de la puissance maximale produite par une éolienne :

$$P_{max} \leq \frac{8}{27}\rho\, Sv^3 (loide Betz)$$

1. cf. Windenergie und ihre Ausnutzung durch Windmühlen, A. Betz, 1926.

Toutefois, il ne s'agit, là encore que d'un rendement maximal théorique ; la forme générale de la puissance récupérée est donc du type $P_{rec} = \frac{1}{2}\rho\, Sv^3.C_p(v)$ où C_p est un coefficient de performance qui varie en fonction de la vitesse du vent (inférieur à 16/27 d'après la loi de Betz)

Exemple 2 *valeur du coefficient de performance pour une éolienne Vestas V80/2,0MW/105.1dBA.*



Le coefficient de performance ne dépasse jamais 0,44, ce qui correspond à environ 26% de pertes par rapport au coefficient de Betz.

4.2.2 Des impératifs de sécurité

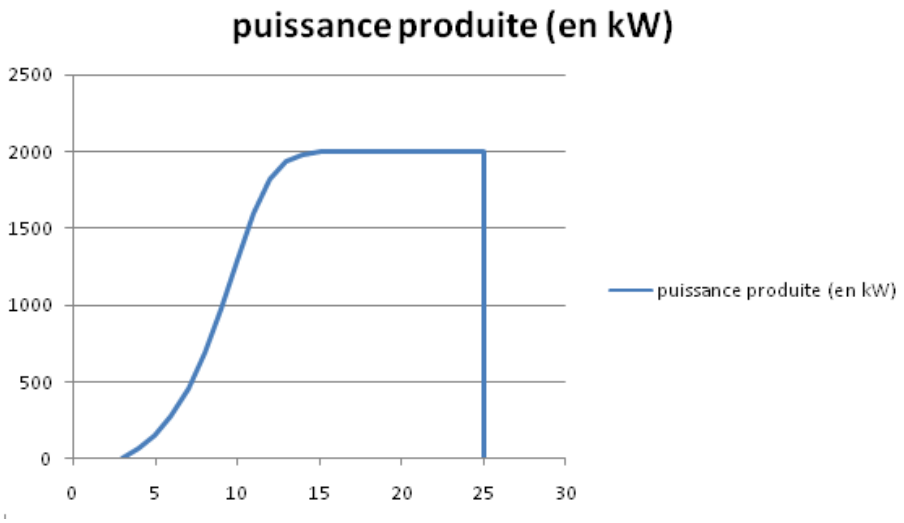
Du fait des contraintes mécaniques qui s'exercent sur les pales, il est nécessaire de bloquer le fonctionnement de l'éolienne en cas de vent fort ; la limite a été fixée à 25m/s, ce qui correspond à 90 km/h. Cela explique une puissance produite (et donc un coefficient de performance) nulle au-delà de 25m/s.

4.2.3 Un démarrage contraint

Une vitesse du vent minimale est nécessaire pour lancer la rotation du rotor. Suivant les modèles, cette vitesse, appelée vitesse de démarrage est comprise entre 2 et 5m/s. En-dessous de cette vitesse, la puissance et le coefficient de performance sont nuls.

4.3 La courbe de puissance

La production d'énergie par une éolienne peut être résumée au travers d'une courbe de puissance qui indique la puissance produite par l'éolienne en fonction de la vitesse du vent. La courbe de puissance est une donnée publique qui est fournie par le fabricant. Nous présentons ci-dessous à titre d'exemple la courbe de puissance des éoliennes envisagées dans le cadre du projet situé dans la région Centre que nous détaillerons par la suite. Il s'agit du modèle Vestas V80 d'une puissance nominale de 2MW.



Remarque 5 *la courbe de puissance est localement convexe pour les petites vitesses (en-dessous de 10m/s) et devient localement concave entre 10 et 25 m/s. Il s'ensuit que l'utilisation des vitesses moyennes en lieu et place des vitesses instantanées conduit à une sous-estimation de la production pour les vitesses faibles et à une surestimation pour les vitesses élevées.*

Chapitre 5

Présentation des données

5.1 Les différentes catégories de données météorologiques

On distingue trois grandes catégories de données météorologiques. Le lecteur pourra se référer à l'ouvrage [Mar04] de Didier MARTEAU pour plus de détails :

1. les données synoptiques : Ce sont les valeurs relevées en temps réel au niveau de la station. Leur publication ne fait l'objet d'aucune vérification et d'aucun ajustement.
2. les données climatiques : Ce sont des données officielles, certifiées par les bureaux nationaux de météorologie. Il s'agit des données synoptiques retraitées de manière à éliminer les valeurs aberrantes.
3. les données reconstruites Il s'agit des données historiques corrigées de l'effet des changements d'instruments utilisés pour les mesures et des changements de localisation de la station. Ces données sont en général calculées par des entreprises privées à l'aide de données synoptiques, de données climatiques et de méta-données, c'est-à-dire d'informations sur la localisation, l'instrumentation et l'environnement de la station. [1]

5.2 Les données disponibles sur Internet

De manière générale, les données sont gratuites aux Etats-Unis et payantes en Europe. Pour cette raison, les données que l'on utilisera dans notre étude proviendront principalement des grands organismes de météorologie américains. Parmi les grandes institutions de météorologie américaines, on trouve la NOAA (National Oceanic and Atmospheric Administration). Une des branches de la NOAA est la NWS (National Weather Service). La NWS possède elle-même un certain nombre de centres de prévisions, les National Centers for Environmental Prediction (NCEP) dont le (NCEP Central Operations) qui fait tourner les modèles et donne les prévisions. L'institut NCAR (National Center for Atmospheric Research) constitue également un acteur de poids dans la recherche météorologique aux Etats-Unis. On notera toutefois que le projet européen ECA&D (European Climate Assessment & Dataset) qui a pour objectif d'étudier le climat et les changements climatiques avec une attention particulière pour

1. On pourra se référer à [ACB] pour une présentation détaillées des techniques de reconstruction des données météorologiques.

les événements climatiques extrêmes propose également des données gratuites sur son site internet.

On retiendra principalement les trois sources suivantes :

1. Données reconstruites NCEP. On y trouve les données issues des deux grands projets NCEP : Le premier projet, NCEP/NCAR Reanalysis I offre des historiques pour une maille planétaire plutôt grossière depuis 1948 jusqu'à aujourd'hui. À partir d'un modèle défini à l'avance et d'observations climatiques de sources très diverses, le projet a reconstruit les séries météorologiques pour chacun des noeuds de cette maille. Le second projet, NCEP/DOE Reanalysis II utilise un modèle amélioré et fournit les données sur une maille plus fine pour la période 1979-2010.
2. Données historiques journalières dans le monde. GSOD « Global Summary of the day ». On y trouve les relevés des principales variables météorologiques pour un grand nombre de stations météorologiques sur une période qui dépend de la station considérée.
3. Données historiques journalières en Europe. ECA&D. On y trouve les relevés des principales variables météorologiques pour un grand nombre de stations météorologiques européennes sur une période qui dépend de la station considérée.

5.3 Les données de vitesse du vent

La vitesse du vent désigne la vitesse de déplacement horizontal de l'air. Sa valeur numérique subit des variations très fréquentes et parfois de forte amplitude : elle oscille sans cesse autour d'une valeur moyenne, animée par une succession rapide de chutes de vitesse et de rafales. Par conséquent, la donnée d'une mesure instantanée à un instant unique, isolé n'est absolument pas représentative. Du fait de son importante variabilité, La vitesse du vent doit être appréhendée de trois points de vue différents [2] :

celui de la vitesse instantanée du vent . *La vitesse instantanée du vent correspond à une approche purement cinématique de la vitesse, s'appuyant sur des représentations quasi infinitésimales de l'espace (le point) et du temps (l'instant). Elle est fournie pratiquement sur un site donné par chacune des mesures qu'y effectue l'anémomètre au cours de très brefs intervalles de temps successifs (une fois toutes les demi-secondes, par exemple) ;*

celui de la vitesse moyenne du vent. *La vitesse moyenne du vent correspond à la moyenne arithmétique sur un long intervalle de temps (10 minutes, par exemple) des nombreuses vitesses instantanées du vent mesurées sur le site durant cet intervalle. Seule une telle valeur numérique directement calculée par l'anémomètre permet de passer d'une définition simplement cinématique à une définition utilisable en mécanique des fluides : le vent y devient l'une des propriétés quantitatives d'une parcelle d'air correspondant à une certaine échelle spatio-temporelle, dépendante de la densité du réseau de mesure ou de prévision du vent et de la fréquence des mesures ou des prévisions qui y sont effectuées ;*

celui de la vitesse maximale du vent. *La vitesse maximale du vent est mesurée dans le même intervalle de temps que la vitesse moyenne dont nous venons de parler : elle fournit la plus élevée des vitesses de pointe atteintes par les rafales ayant pu être*

2. la partie qui suit est tirée du site de Météo France

enregistrées durant cet intervalle ; son intérêt est d'autant plus grand qu'elle donne une idée concrète du degré de turbulence du vent, des actions que son souffle est capable de susciter et donc, parfois, des dégâts qui peuvent en résulter (les actions que produit le vent, en effet, dépendent souvent moins de sa vitesse moyenne que de la brutalité de ses rafales, lesquelles, il est vrai, ont tendance à croître en intensité avec sa force). Rappelons à ce sujet qu'une rafale, pour être enregistrée comme telle, doit excéder certains seuils minimaux d'écart à la vitesse moyenne et de durée : selon la définition de l'Organisation météorologique mondiale, les rafales de vent doivent être d'au moins 15 nœuds (28 km/h) supérieures à la vitesse moyenne du vent pendant une période d'au moins une minute.

Chapitre 6

Difficultés liées aux données

Les données gratuites fournies par le NCAR dans le cadre du programme NCAR/ Reanalysis 1 sont principalement de deux types :

1. celles qui fournissent la vitesse du vent à l'altitude de 10m au-dessus du sol ;
2. celles qui fournissent la vitesse du vent à des niveaux de pression prédéfinis.

6.1 Dossier 1

Origine Il s'agit de données NCAR c'est-à-dire de données reconstruites par le projet NCEP/NCAR Reanalysis project.

Format Les données sont fournies au format NetCDF (Network Common Data Form). Il s'agit d'un format de données « auto-documenté », indépendant de l'architecture matérielle qui permet la création, l'accès et le partage de données scientifiques stockées sous la forme de tableaux. Il s'agit d'un format ouvert développé par l'UCAR (University Corporation for Atmospheric Research).

Variables Le fichier contient les valeurs moyennes journalières des composantes Est/Ouest (U-wind) et Nord/Sud (V-wind) de la vitesse du vent à l'altitude $h = 10m$. Ces valeurs sont exprimées en $m.s^{-1}$.

Dimensions Les valeurs des variables sont données en fonction de plusieurs paramètres ou « dimensions » : la *longitude*, la *latitude* et la *date*. Pour la longitude et la latitude, les données sont disponibles sur les nœuds de la *grille gaussienne* $T62$: les longitudes sont régulièrement espacées par pas de $1.875°$ tandis que les latitudes sont espacées d'environ $1.9°$ ce qui forme une maille de 192×94 nœuds. Pour la date, les données sont disponibles tous les jours de 1979 à 2007.

Conclusion Ce dossier nous donne accés aux vitesses de vent à $h = 10m$, sur 30 ans, une fois par jour en 18048 points.

6.2 Dossier 2

Origine NCAR

Format NetCDF

Variables Le fichier contient les valeurs des composantes Est/Ouest (U-wind) et Nord/Sud (V-wind) de la vitesse du vent exprimées en $m.s^{-1}$

Dimensions Les données sont disponibles sur les 144×73 nœuds d'une grille globale régulière $2.5° \times 2.5°$ et pour 17 altitudes différentes, repérées par leur niveau de pression exprimé en millibars. Les données sont disponibles 4 fois par jour de 1948 à 2010.

Conclusion Ce dossier nous donne accès aux vitesses de vent à 17 niveaux de pression différents, sur 63 ans, quatre fois par jour en 10512 points.

6.3 Trois limites principales

6.3.1 L'altitude

1. Les données fonction de l'altitude sont fournies pour une altitude de 10m alors que l'altitude des éoliennes est comprise entre 70 et 150m. Il est donc nécessaire de disposer de méthodes pour transposer les vitesses du vent à 10 m en vitesses du vent à l'altitude envisagée pour l'éolienne ;
2. les données fonction de la pression sont fournies pour des niveaux de pression qui correspondent à des altitudes qui peuvent être très éloignées de l'altitude du lieu où l'implantation de l'éolienne est envisagée : ainsi les deux premières vitesses de vent données par le NCAR correspondent à des pressions de 1000 et 925 mbar, soit des altitudes respectives de 112 et 772m. Pour un point situé à une altitude intermédiaire (ex : 400m), ces données sont, soit purement théoriques (1000mbar), soit difficilement exploitables (925mbar)

6.3.2 La fréquence des données

La production électrique d'une éolienne est proportionnelle au cube de la vitesse. Par conséquent, la connaisance de la distribution des vitesses moyennes journalières est insufisante pour avoir une bonne idée de la production annuelle moyenne et de sa variabilité. En effet considérons une journée où le vent souffle à $20m/s$ jusqu'à midi et à $0m/s$ de midi à minuit. La moyenne du cube de la vitesse est donc de $4000m^3.s^{-3}$. Si l'on ne dispose que des données de vitesses moyennes journalières et que l'on fait l'hypothèse que, pour une journée donnée, le vent souffle en permanence à la vitesse moyenne, on obtient, sous les mêmes hypothèses, $1000m^3.s^{-3}$. Si l'on ne dispose que des vitesses moyennes journalières, on ne pourra, sans quelques connaissances supplémentaires sur la distribution des vitesses au cours de la journée, expliquer qu'une très faible partie de la variabilité de la production d'électricité éolienne. Le produit de couverture du risque de vent sera donc d'autant plus efficace et intéressant que l'on disposera de données infra-journalières. [1]. De plus, la courbe de puissance d'une éolienne est tout sauf linéaire donc la méconnaissance de la réalité de la distribution des vitesses au-delà de la moyenne peut conduire à une grande variabilité de l'estimation de la production annuelle, en particulier pour les sites les mieux exposés, qui bénéficient de vent dont la vitesse moyenne est supérieure à $10m/s$ (cf. figure 6.1)

6.3.3 La largeur de la maille

A propos des données du NCAR, les mailles utilisées diffèrent suivant le type des données considérées ; de plus, elles sont toutes deux très larges, avec, par exemple, un

1. cf le chapitre 13 de Weather Derivatives Valuation de Stephen Jewson et Anders Brix, [Jew05]

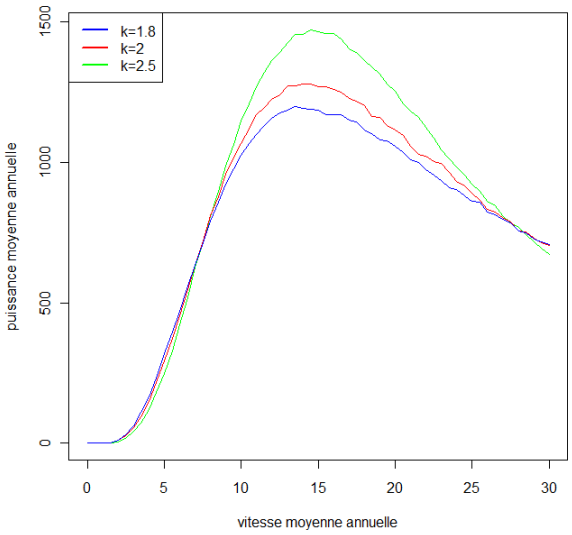


FIGURE 6.1 – Exemple de variation de la puissance produite par une éolienne en fonction de la vitesse moyenne dans le cas où la distribution des fréquences des vents suit trois lois de Weibull de facteurs de forme différents

total de 18048 points pour la Terre entière dans le cas de la maille liée à l'altitude, ce qui conduit, dans des zones comme la France métropolitaine à un espacement des points de l'ordre de 200 km

Bilan 4 *Pour remédier aux points précédents, l'investisseur réalise une étude préalable à l'implantation au cours de laquelle sont effectuées des mesures sur le site envisagé en y installant un mât à l'altitude voulue ; toutefois, les mesures obtenues fournissent un historique de quelques mois là où 30 années constituent la norme pour un assureur.*

Chapitre 7

Solutions

7.1 Problèmes liés à l'altitude

7.1.1 Méthode déterministe

Présentation théorique

Une première façon de procéder pour transformer des données de vent mesurées à $h = 10m$ en données de vent à $h = 100m$ est d'appliquer à chacune des données une fonction particulière, déterminée par les caractéristiques topographiques du lieu considéré et la classe de stabilité atmosphérique de la période temporelle concernée. Par exemple, en terrain plat, la variation de vitesse v en fonction de la hauteur h au-dessus du sol peut être représentée par la relation :

$$\frac{v_{h_2}}{v_{h_1}} = \left(\frac{h_2}{h_1}\right)^{\alpha} \tag{7.1}$$

où α est un coefficient caractéristique du lieu dont l'ordre de grandeur est par exemple 0,13 en mer et 0,3 en ville.

Exemple d'application

Localisation Nous avons choisi comme exemple d'application un point commun aux deux mailles des données NCAR correspondant aux coordonnées 20N, 330E. L'intérêt de ce point est l'homogénéité parfaite du terrain l'environnant : il est situé en pleine mer. Nous disposons [1] donc d'une estimation théorique pour la valeur de α : 0,13. En outre, il n'y a aucune ambiguité sur l'altitude du point (0m), ce qui permet d'estimer à $112m$ au-dessus du niveau du point l'altitude des données de vitesses de vent correspondant à la pression de 1000mbar.

Indices obtenus Pour confirmer cette procédure, on va calculer les indices de production annuelle de deux manières : d'une part, à partir des vitesses connues à $112m$ (Indice I_0) et d'autre part à partir des vitesses à $10m$ interpolées à l'aide de l'équation (7.1) et du coefficient $\alpha = 0,13$ (Indice I_1).

1. voir par exemple [MARar]

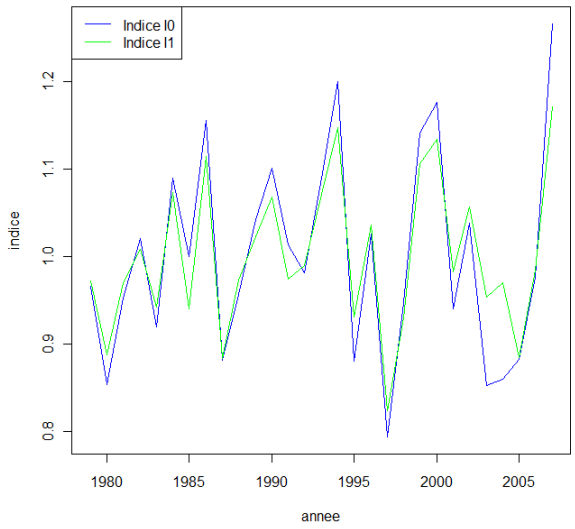


FIGURE 7.1 – Comparaison de la prédiction déterministe avec les résultats « réels »

Premiers résultats de cette méthode On constate sur la Figure 7.1 que les variations de l'indice obtenu par la méthode déterministe I_1 épousent assez fidèlement celles de l'indice de référence I_0. Plus précisément, on obtient un coefficient de corrélation de 0,95 entre les deux indices et la régression de I_0 sur I_1 montre que ce dernier permet d'expliquer plus de 90% de la variance de l'indice de référence, I_0.

Toutefois, si l'on s'intéresse à la puissance moyenne produite, on observe que la méthode déterministe conduit à une sur-estimation d'environ 50% de la puissance de référence (En moyenne, sur les 29 années considérées, 0.29MW contre 0.2MW par MW installé). Cela provient du fait que le point considéré est localisé en un lieu où la rugosité du terrain est particulièrement faible.

Adéquation du modèle Pour tenter d'améliorer l'adéquation de l'indice I_1 obtenu à l'aide de la méthode déterministe à l'indice I_0 de référence, on va tester la validité de la relation (7.1).

Pour ce faire, on réalise une régression linéaire[2] de $log(v_{112})$ sur $log(v_{10})$. On obtient un coefficent proche de 1 (0.95) avec un R^2 de 0.79. Il ne paraît donc pas déraisonnable de modéliser le profil vertical des vitesses par une relation du type (7.1).

Vérifions désormais la valeur théorique du coefficent α. Pour ce faire, nous cherchons α qui minimise la quantité

$$\left(\frac{log(v_{h_2}) - log(v_{h_1})}{log(h_2) - log(h_1)} - \alpha\right)^2$$

On obtient un coefficient α égal à 0.049, donc beaucoup plus petit que celui choisi précedemment. En outre, la constante α explique 93% de la variance de $(log(v_{112}) -$

2. Les données à 112m au point considéré sont disponibles 4 fois par jour. Pour les besoins de notre régression, nous nous sommes ramenés à des vitesses moyennes journalières.

$log(v_{10}))/(log(112) - log(10))$. La figure 7.2 illustre la relation entre les vitesses de vent à 10m et à 112m utilisée dans la méthode déterministe pour $\alpha = 0.049$.

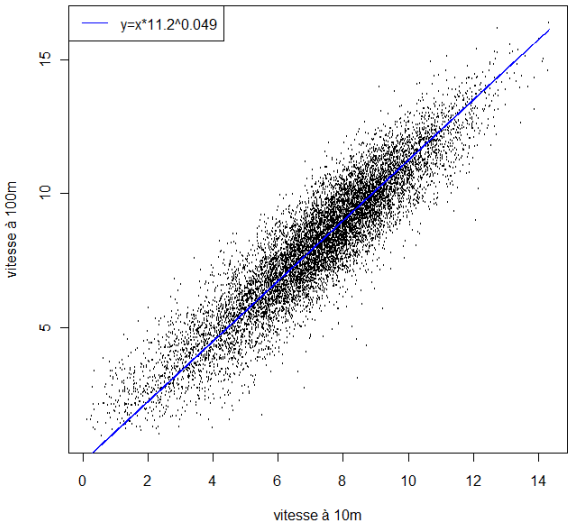


FIGURE 7.2 – Le modèle déterministe avec $\alpha = 0.049$

L'indice I_1 obtenu avec la nouvelle valeur de α reflète encore mieux la variabilité de l'indice normalisé et surtout, prédit des puissances moyennes désormais très proches de celles de référence ($196.8\ kW$ contre $196.6\ kW$ par MW installé). Nous présentons sur la figure 7.3 l'indice de référence ainsi que les deux indices obtenus à l'aide de la méthode déterministe. On s'aperçoit que l'indice I_1 avec $\alpha = 0.049$ colle mieux à l'indice de référence. La corrélation est légérement supérieure à celle obtenue avec $\alpha = 0.13$: on trouve 0.96. En termes d'analyse de variance, le nouvel indice I_1 explique désormais 92% de la variance de l'indice de référence.

7.1.2 Méthode statistique

Remarque 6 *Les résultats numériques et graphiques présentés dans cette section ont été obtenus à partir du point utilisé dans la section précédente.*

Généralités

La description statistique du vent utilisée afin de mesurer le potentiel éolien d'un site consiste généralement en une rose des vents et un histogramme. La rose des vents permet de mettre en évidence les directions privilégiées dans lesquelles souffle le vent sur le site. L'histogramme des vitesses représente pour chaque tranche de vitesse la fréquence historique associée. Cette distribution des vitesses est fréquemment décrite par une loi de Weibull

Remarque 7 *Dans la mesure où les modèles d'éoliennes les plus récents sont capables de pivoter sur leur axe de manière à ce que le plan de l'hélice soit perpendiculaire à*

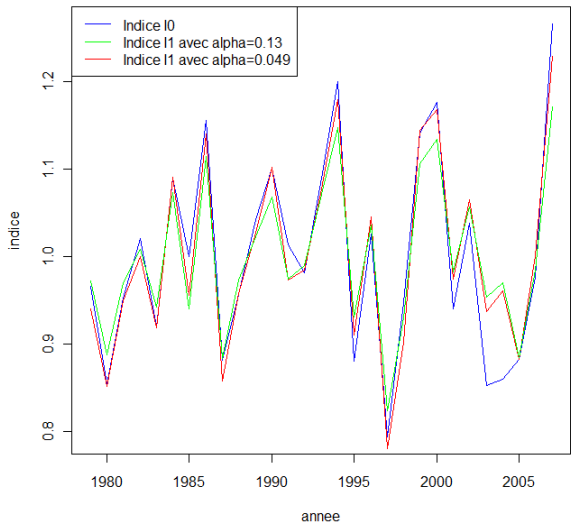


FIGURE 7.3 – Comparaison de la prédiction déterministe avec les résultats « réels »

la direction du vent, la rose des vents a perdu de son importance dans le cadre de l'analyse de la production d'électricité par une éolienne.

Loi de Weibull

Définition II.1 *La loi de Weibull W est une loi de probabilité continue à support dans $\mathbb{R}_+$ qui se caractérise par deux paramètres : un facteur d'échelle, noté λ et un facteur de forme, noté k.*

Sa densité est donnée par

$$f_{\lambda,k}(x) = \frac{k}{\lambda} \cdot \left(\frac{x}{\lambda}\right)^{k-1} \cdot exp\left(-\left(\frac{x}{\lambda}\right)^{k}\right)$$

Proposition II.1 *L'espérance d'une variable aléatoire distribuée suivant $W(\lambda, k)$ vérifie la relation suivante*

$$\mu = \lambda\Gamma\left(1 + \frac{1}{k}\right)$$

avec $\Gamma(x) := \int_0^{+\infty} t^{x-1} exp(-t)\, dt$ pour tout $x > 0$.

La preuve de ce résultat figure en annexe.

Corollaire II.1 *La connaissance de l'espérance d'une loi de Weibull et de l'un de ses deux paramètres fournit le troisième paramètre et donc une connaissance complète de la loi.*

Présentation de la méthode

Nous avons vu précédemment que la distribution des fréquences de vent sur une année, une saison ou un mois, en un lieu donné peut être résumée par les deux paramètres d'une loi de Weibull : un facteur d'échelle et un facteur de forme. [3]

De manière formelle, pour un ensemble de dates E judicieusement choisi, et une hauteur h donnée, on a :

$$\exists \lambda_E,\, k_E \quad | \quad \forall x \geq 0,\; \frac{1}{card\,(E)} \sum_{n \in E} \mathbf{1}_{V_n^h \leq x} \approx \int_0^x f_{\lambda_E, k_E}(u) du$$

où V_n^h désigne la vitesse du vent à la hauteur h relevée à la date n et f_{λ_E, k_E} la densité d'une loi de Weibull de facteur d'échelle λ_E et de facteur de forme k_E.

Autrement dit, la loi de la variable aléatoire qui consiste à tirer une date t de l'ensemble E au hasard (selon une loi uniforme) puis à prendre la valeur de la vitesse du vent à cette date t suit une loi de Weibull :

$$V_U^h \sim W\,(\lambda_E, k_E)$$

avec,

$$U \sim \mathbb{U}_E$$

Cela nous conduit à une nouvelle méthode pour relier la vitesse au sol à la vitesse en altitude consistant à relier les paramètres de la distribution des vitesses à 10m à ceux de la distribution des vitesses à 100m. C'est le choix de N. KASBADJI MERZOUK dans sa thèse Évaluation du gisement énergétique éolien - contribution à la détermination du profil vertical de la vitesse du vent en Algérie : On se fixe un ensemble E de dates. On suppose que les vitesses journalières moyennes pour $h = 10m$ ont des fréquences empiriques correspondant à une distribution de Weibull de paramètres $(\lambda_{10},\, k_{10})$. Alors, les vitesses journalières moyennes pour h auront des fréqences empiriques correspondant à une distribution de Weibull de paramètres $(\lambda_h,\, k_h)$ vérifiant les équations.

$$\begin{cases} k_h = k_{10} \cdot \left(1 + b \cdot log\left(\frac{h}{10}\right)\right) \\ \lambda_h = \lambda_{10} \cdot \left(\frac{h}{10}\right)^n \\ \text{avec } n = a + b \cdot log\,(\lambda_{10}) \end{cases} \tag{7.2}$$

où a et b sont des constantes déterminées expérimentalement.

Adéquation de la distribution des fréquences de vent à une loi de Weibull

On travaille ici avec le même point que celui utilisé à la section précédente et on va effectuer deux types de tests :

- l'adéquation de la distribution des fréquences des vitesses de vent à une loi de Weibull pour l'altitude d'une station météorologique (typiquement 10m) et celle d'une éolienne (typiquement 100m) ;
- l'adéquation de l'indice reflétant la production d'électricité de l'éolienne calculée à partir de la distribution de Weibull inférée à partir des données à 112m à l'indice reflétant la production de l'éolienne calculée directement à partir des données à 112m.

3. cf. Wind Speeds Statistics de G. Solari

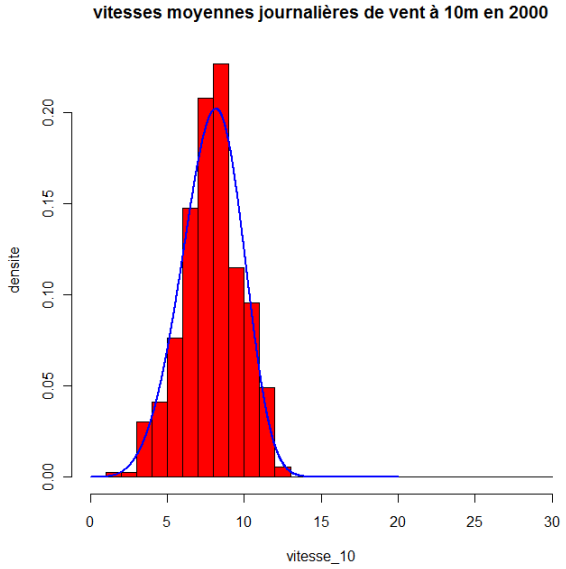


FIGURE 7.4 – Adéquation de la distribution des fréquences des vitesses de vent à l'altitude de 10m avec une loi de Weibull - résultat du test de Kolmogorov-Smirnov D = 0.0408, p-value = 0.5762

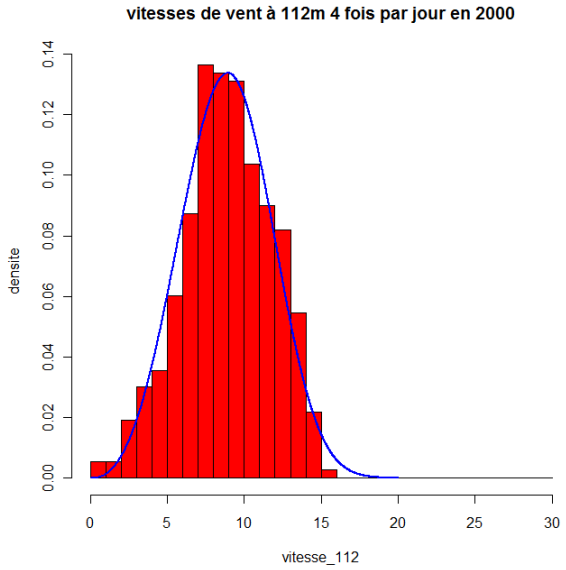


FIGURE 7.5 – Adéquation de la distribution des fréquences des vitesses de vent à l'altitude de 112m avec une loi de Weibull - résultat du test de Kolmogorov-Smirnov D = 0.0432, p-value = 0.5029

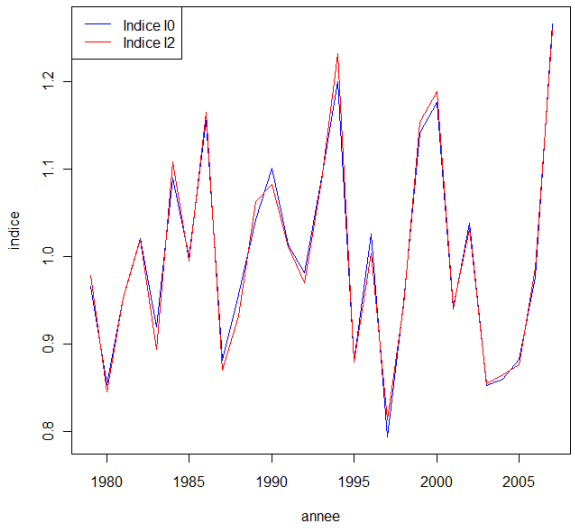


FIGURE 7.6 – Comparaison de l'indice reflétant la production de l'éolienne obtenu d'une part avec les vitesses de vent à 112m et d'autre part avec la distribution de Weibull inférée à partir des vitesses de vent à 112m

Résultats de la méthode d'interpolation des coefficients de forme et d'échelle

Pour tester la validité de cette méthode, on procède de la manière suivante :

- pour 30 années, on détermine d'une part $\left(\lambda_{h_1}^n, k_{h_1}^n\right)$ et d'autre part $\left(\lambda_{h_2}^n, k_{h_2}^n\right)$;
- on trouve b comme

$$b =_{x\in\mathbb{R}} \sum_n \left(\frac{\frac{k_{h_2}^n}{k_{h_1}^n} - 1}{log(h_2) - log(h_1)} - x \right)^2$$

- on trouve a vérifiant

$$a =_{x\in\mathbb{R}} \sum_n \left(\frac{log(\lambda_{h_2}) - log(\lambda_{h_1})}{log(h_2) - log(h_1)} - b \cdot log\left(\frac{h_2}{h_1}\right) - x \right)^2$$

- Pour chacune des distributions à l'altitude h_1, on effectue la transposition des coefficients de forme et d'échelle à l'altitude h_2 et on compare l'indice de production obtenu à l'indice de référence.

Nous avons tracé sur la figure 7.7 les indices I_0 et I_1 (avec $\alpha = 0.049$), ainsi que l'indice I_3, construit à partir d'une estimation à 10m des paramètres de la loi de Weibull et d'une transposition à 112m de ces paramètres à l'aide des équations (7.2). On constate que la méthode statistique donne sensiblement les mêmes résultats que la méthode déterministe. Les indices I_1 et I_3 sont en effet très proches. On notera en particulier que ces deux indices reproduisent fidèlement les variations de l'indice de référence I_0 sauf pour les années 2003 et 2004. L'indice I_3 présente une corrélation de 0.95 avec l'indice de référence et en explique 91% de la variance. On retombe donc

sensiblement sur les mêmes performances que celles obtenues avec l'indice I_1. Néanmoins, la méthode de construction de l'indice I_3 conduit à une légère sous-estimation de la puissance moyenne (193 kW contre 196.6 kW par MW installé).

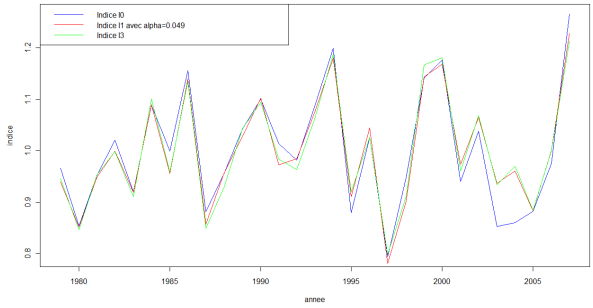


FIGURE 7.7 – Comparaison de l'indice reflétant la production de l'éolienne obtenu d'une part avec les vitesses de vent à 112m et d'autre part avec la distribution de Weibull inférée à partir des vitesses de vent à 10m

7.2 Bilan des deux approches.

Nous avons étudié deux réponses possibles au problème de l'altitude des données. La première, déterministe, propose de transformer chaque vitesse à $10m$ en une vitesse à l'altitude h correspondant à l'emplacement de la nacelle de l'éolienne. La seconde, statistique, propose de résumer l'information contenue dans la série des vitesses de vent sur une année par les deux paramètres d'une loi de Weibull et fournit une formule permettant de déduire les paramètres de la distribution des vitesses à la hauteur de la nacelle à partir des paramètres à $10m$. Pour mesurer la pertinence de chaque approche, nous avons comparé les estimations de la puissance moyenne annuelle produite par l'éolienne obtenues à l'aide de chacune des deux méthodes avec la puissance moyenne annuelle produite dite de référence, correspondant à la puissance prédite par la donnée des vitesses à l'altitude de la nacelle. Pour cela, nous nous sommes placés en un point géographique où nous disposions à la fois des vitesses de vent à 10 m et à 112m (hauteur qui correspond approximativement à la hauteur d'une nacelle d'éolienne). Les résultats obtenus montrent que les deux approches permettent de retrouver avec une assez grande précision la puissance de référence et surtout de reproduire les variations de l'indice décrivant l'évolution de cette puissance au cours des 29 années de notre historique.

7.3 Problèmes de localisation

La localisation des stations météo ou des points au sujet desquels le NCAR diffuse des vitesses de vent peut poser problème : ils peuvent être éloignés (plus de 100km pour les points NCAR) du site envisagé pour la construction de l'éolienne et, dans le cas de terrains non homogènes, peuvent fournir des informations non pertinentes car biaisées du fait de la structure du terrain. C'est pourquoi, on s'imposera d'une part, de ne travailler qu'avec le point NCAR le plus proche et d'autre part de vérifier les

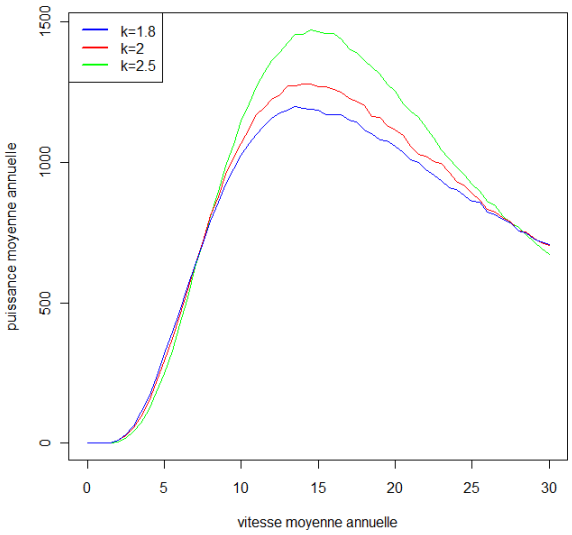


FIGURE 7.8 – exemple de variation de la puissance produite par une éolienne en fonction de la vitesse moyenne dans le cas où la distribution des fréquences des vents suit trois lois de Weibull de facteurs de forme différents

caractéristiques physiques des différents lieux où sont effectuées les mesures à partir desquelles les indices seront construits.

7.4 Problème de l'espacement des mesures

Comme on le voit sur la Figure 7.8, la non-connaissance de données infra-journalières peut conduire à de graves erreurs d'estimation dans le cadre de fréquences de vent suivant des lois de Weibull pour des vitesses moyennes supérieures à $10m/s$. Or, si on connaît la vitesse moyenne (ce qui est systématiquement le cas), dans le cadre « usuel » (vitesse moyenne comprise entre 5 et 8 m/s), l'erreur faite sur l'estimation du paramètre de forme (au maximum de l'ordre de 10 %, cf. Remarque 8) dans le cadre des bornes généralement envisagées pour une distribution de fréquence de vent (i.e. l'intervalle $[1,8;2,8]$) est suffisament faible pour ne pas perturber irrémédiablement la valeur de l'indice. Le tableau 7.1 montre ainsi que l'erreur relative sur l'estimation de la puissance n'excède pas 4%.

vitesse (en $m.s^{-1}$)	6.0	6.2	6.4	6.6	6.8	7	7.2	7.4	7.6	7.8	8
erreur maximale (en %)	3.9	3.1	3.4	2.3	2.3	2.0	1.7	1.2	0.9	0.8	1.3

TABLE 7.1 – Incertitude liée à l'erreur d'estimation du facteur de forme

Remarque 8 *On peut vouloir évaluer l'ordre de grandeur de l'erreur commise sur le paramètre de forme en considérant les vitesses moyennes journalières au lieu des vitesses instantanées.*

Comme on ne dispose pas des vitesses instantanées, on pourrait être tenté d'en générer suivant une loi de Weibull. Pour ce faire, on fixe k le facteur de forme de la véritable loi de Weibull ; en fonction de la vitesse moyenne μ, on fournit la répartition des fréquences des vitesses d'une part en ayant réalisé n tirages et d'autre part en ayant regroupé les n tirages par groupe de ($6 \times 24 = 144$), chacun de ces groupes représentant les données d'une journée de mesures pour laquelle on effectue un relevé toutes les $10mn$. On effectue alors un test d'adéquation de la $2^{ème}$ distribution obtenue à une loi de Weibull et on compare son facteur de forme k' avec le k initial. Aprés avoir simulé N=1000 années de vitesses de vent relevées toutes les 10mn selon un bruit blanc fort où pour chaque date, la vitesse suit une loi de Weibull de paramètres $k = 2$ et $\mu = 6$, nous avons estimé pour chaque année un paramètre de forme et avons reproduit sur la Figure 7.9, la distribution obtenue. On observe que le facteur de forme estimé à partir des données journalières est très supérieur à celui utilisé pour la génération des données infra-journalières ($k' > 20 \gg 2 = k$). En outre, un test de Kolmogorov-Smirnov nous conduit à rejeter l'hypothèse selon laquelle les vitesses moyennes journalières suivent une loi de Weibull. En revanche, on peut vérifier, conformément aux prédiction du théorème de la limite centrale, que les vitessses moyennes journalières suivent approximativement une loi normale.

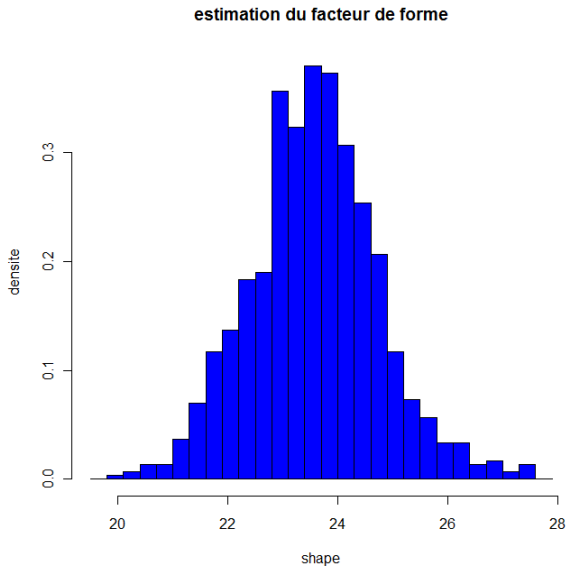


FIGURE 7.9 – Estimation du facteur de forme à partir des données journalières sous l'hypothèse que le processus des vitesses moyennes de vent sur 10mn suit un bruit blanc fort de Weibull

Ces résultats, qui contredisent les hypothèses vérifiées sur les données historiques de vitesses moyennes à $10\ m$ nous amènent à reconsidérer l'hypothèse d'un Bruit Blanc Fort de Weibull pour le processus des vitesses de vent prises au pas de temps $10mn$. L'analyse des auto-corrélations du processus des vitesses de vent quadri-journalières présentées sur la Figure 7.10 met ainsi en évidence une forte dépendance temporelle entre les vitesses de vents notamment au sein d'une même journée (retard inférieur à 3). Cette autocorrélation va nous permettre d'estimer la distribution des vitesses de

vent infra-journalières à partir de la distribution des vitesses moyennes journalières sans faire trop d'erreur. Par exemple, pour le point en mer considéré, l'erreur relative commise sur l'estimation du paramètre de forme selon que l'on travaille avec les vitesses moyennes journalières ou avec les vitesses 4 fois par jour est inférieure à 10 %. *En conséquence, l'erreur relative sur l'estimation de la puissance est inférieure à* 4 % *(cf Table 7.1).*

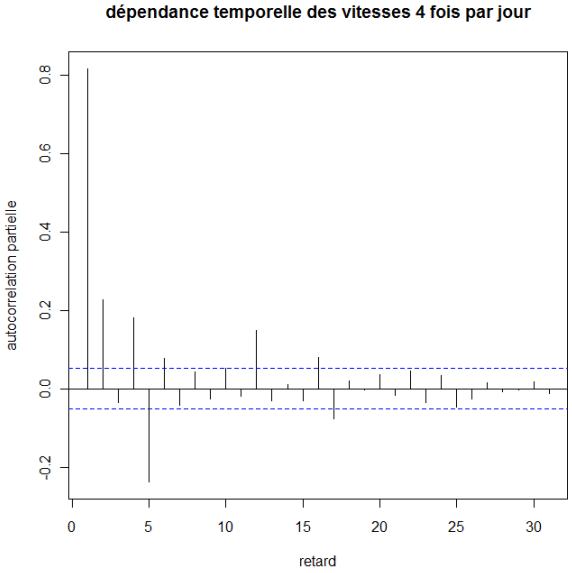


FIGURE 7.10 – autocorrélogramme des vitesses infra-journalières

Chapitre 8

Exemple de construction d'un indice pour une ferme éolienne

Nous présentons ici un cas d'application de notre méthode à partir d'un exemple réel : les données ont été obtenues dans le cadre d'un projet d'implantation d'une ferme éolienne dans la région Centre.

8.1 Données disponibles

8.1.1 Les données NCAR

On se référera aux section 6.1 et 6.2

8.1.2 L'étude préalable à l'implantation

Une étude approfondie quant au potentiel éolien du site a été menée par un cabinet spécialisé. Un mât provisoire a été monté et des mesures ont été réalisées sur le terrain durant une période significative (6 mois) à différentes altitudes, notamment l'altitude canonique des données météorologiques de vent, $10m$ et l'altitude de sommet du mât. Le cabinet a également obtenu des données sur 10 ans auprès d'une station météo locale. Cet étude a débouché sur la construction d'un indice qui servira de point de comparaison à nos propres résultats.

8.2 Démarche

- Obtenir des données de vitesses moyennes et de vitesses instantanées du vent sur le terrain sur une durée D de quelques mois avec un mât disposant de 2 capteurs :
  - Un à l'altitude H envisagée pour l'éolienne ;
  - Un à l'altitude de 10m ;
- A partir de là, deux méthodes sont envisageables
  1. on utilise directement comme point de référence un point NCAR suffisamment proche pour lequel on dispose de données de vent à une altitude adéquate (typiquement 80 ou 100m) [1]

1. Cette condition est de fait très restrictive : ce type de données requiert de travailler avec les données

2. il n'y a pas de tel point suffisamment proche, donc on est obligé de se rabattre sur un point pour lequel on ne dispose que des données à $10m$, ce qui est le cas dans l'exemple considéré

– Dans le premier cas,
  – pendant la durée D, on calcule les paramètres des lois de Weibull associées aux lois des fréquences de vitesses à l'altitude H au point NCAR et au niveau du site envisagé pour l'éolienne ; on infère une relation entre ces coefficients ;
  – à partir des lois de Weibull associées aux fréquences des vitesses moyennes journalières à H au point NCAR le plus proche et des coefficients déterminés à l'étape précédente, on en déduit les lois de Weibull associées aux fréquences des vitesses moyennes journalières à H sur le lieu prévu pour l'éolienne ;
  – on passe les lois obtenues au travers de la courbe de puissance pour obtenir l'indice.
– Dans le second cas,
  – A partir des données recueillies sur site, on infère les coefficients a et b décrits dans la méthode de M. KASBADJII MERZOUK ;
  – pour le point le plus proche du site envisagé -pour lequel on ne dispose que des données à $10m$ -, on calcule les paramètres $(\lambda_{10}, k_{10}$ des lois de Weibull associées aux fréquences des vitesses moyennes journalières ;
  – On transforme le paramètre de forme pour tenir compte de l'écart des vitesses moyennes de vent entre le point NCAR et le site éolien.

$$\lambda'_{10} = \mu \cdot \frac{\mu_{site,D}}{\mu_{station,D}} \cdot \frac{1}{\Gamma\left(1+\frac{1}{k}\right)}$$

  – A l'aide de (a, b), on passe de (λ'_{10}, k_{10}) à (λ'_H, k_H).
  – il n'y a plus qu'à faire passer les distributions obtenues au travers de la courbe de puissance pour obtenir l'indice recherché.

Remarque 9 *Une autre méthode envisageable consiste à appliquer directement la transformation définie par (a,b) à (λ_{10}, k_{10}) puis de modifier (λ'_H, k_H) pour adapter la distribution des fréquences des vitesses de vent au site éolien étudié. À titre de comparaison, nous avons testé cette méthode et faisons figurer les résultats obtenus dans la section suivante.*

8.3 Résultats

Comme le point NCAR le plus proche pour lequel nous disposons des données de vitesses de vent en fonction de la pression est situé aux coordonnées $(0° \ Nord, \ 47,5° \ Est)$, soit à 120 km du lieu envisagé pour l'implantation de la ferme éolienne et que son altitude[2] est de 105 m, la méthode $n°1$ n'est pas utilisable. Nous avons donc mis en oeuvre la méthode $n°2$ et la variante présentée dans la remarque.

Le rapport du bureau d'étude ayant analysé le potentiel éolien du site indique les valeurs du facteur de forme et du facteur d'échelle pour plusieurs altitudes différentes entre 30m et 100m. Nous avons donc pu déterminer la valeur des coefficients a et b

NCAR de vitesses du vent en fonction de la pression qui ne sont disponibles que pour des niveaux de pression correspondant à des altitudes données (112m pour 1000mBar, 772m pour 925mBar). En conséquence, pour des points dont l'altitude n'est, ni dans l'intervalle $[0; 30]$, ni dans l'intervalle $[620; 690]$, un autre retraitement des données serait nécessaire

2. source : http ://www.gpsvisualizer.com/elevation

qui permettent l'extrapolation verticale des paramètres de la distribution des vitesses de vent (voir l'équation 7.2). Les valeurs obtenues ($a = 0.43$ et $b = -0.13$) ne sont pas très éloignées de celles proposées par M. Merzouk ($0,3824$ et $-0,11607$) dans sa thèse (cf [MER06].

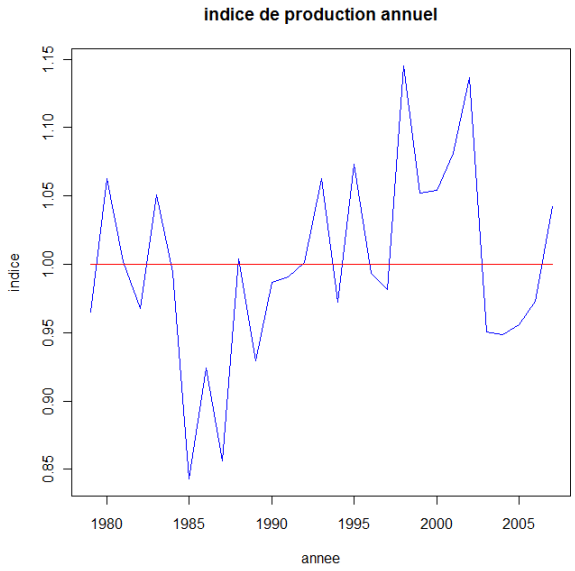


FIGURE 8.1 – variations de l'indice de production pour la ferme éolienne de la région Centre pour la période 1979-2007

Une première vérification concerne l'ordre de grandeur de la production annuelle d'électricité ainsi prédite. Le niveau 100 de l'indice correspond à une production annuelle de 193 k€ par MW installé. [3]

Une seconde vérification concerne la variabilité de l'indice : on observe des fluctuations de 15 % autour du P50, ce qui correspond à ce que reflètent les indices agrégés de production déjà existants en Allemagne et aux Pays-Bas.

Une troisième vérification consiste en la comparaison avec les résultats obtenus par le cabinet spécialisé lors de son étude préalable.

On observe des différences marquées qui peuvent s'expliquer par plusieurs causes :

1. un choix assumé par le cabinet de privilégier la corrélation avec les indices de production allemands et néerlandais au détriment de la prise en compte des spécificités locales ;
2. l'utilisation de données NCAR à 1000mBar en un point pour lequel les données en question ne sont pas pertinentes : en 47,5N, 0E, l'altitude est de 105 m, ce qui ne permet pas l'exploitation des données.

3. Le projet étudié consistait en l'implantation de 6 éoliennes. Du fait des interactions entre celles-ci, la production totale ne correspond pas à la somme des productions individuelles (cf. Remarque 15) - un coefficient d'efficacité, évalué à 0,944 a donc été appliqué à la production obtenue

FIGURE 8.2 – Indices agrégés de production pour l'Allemagne et les Pays-Bas

8.4 Modélisation gaussienne

8.4.1 Le test de Shapiro-Wilk

Pour tester la normalité de l'indice de production éolien au site considéré, nous pouvons utiliser le test de Shapiro-Wilk qui a l'avantage par rapport aux autres tests d'être particulièrement puissant pour les petits effectifs ($n < 50$). Or nous sommes précisément en présence d'un petit effectif puisque nous n'avons que 29 années d'historique. La statistique du test de Shapiro-Wilk s'écrit :

$$W = \frac{\left[\sum_{i=1}^{\left[\frac{n}{2}\right]} a_i \left(x_{(n-i+1)} - x_i\right)\right]^2}{\sum_{i=1}^{n} \left(x_i - \bar{x}\right)^2}$$

x_i correspond à la série des données triées dans l'ordre croissant, $\left[\frac{n}{2}\right]$ la partie entière de $\frac{n}{2}$ et les a_i sont des constantes tabulées.

La région critique correspondant à la zone de rejet de la normalité, s'écrit :

$$W < W_{crit}$$

Le seuil W_{crit} dépend du niveau α choisi et de l'effectif n de l'échantillon considéré. Pour $\alpha = 0.05$ et $n = 29$, on lit dans les tables $W_{crit} = 0.926$ [4].

Pour l'indice obtenu à la section précédente, nous obtenons une statistique de test de $W = 0.9686$, pour une $p - value$ de 0.5232, bien supérieure à 5% ce qui nous conduit à ne pas rejeter l'hypothèse de normalité de l'indice.

8.4.2 Analyse de l'incertitude autour de l'estimation de la moyenne et de l'écart-type

Compte-tenu de l'historique relativement restreint que l'on possède (29 années), nous avons cherché à mesurer l'incertitude associée à l'estimation des différents paramètres de la distribution de notre indice. Dans le cadre d'une modélisation gaussienne, notre indice sera entièrement déterminé par sa moyenne et son écart-type. Pour visualiser l'incertitude entourant l'estimation de ces deux paramètres, nous avons procédé à

4. cf. page internet de M. Ricco Rakotomalala : $http : //eric.univ - lyon2.fr/ ricco/cours/cours/Test_Normalite.pdf$

10000 rééchantillonnages bootstrap sur nos 29 valeurs historiques pour lesquels nous avons déterminé moyenne et écart-type (cf. Figure 8.3).

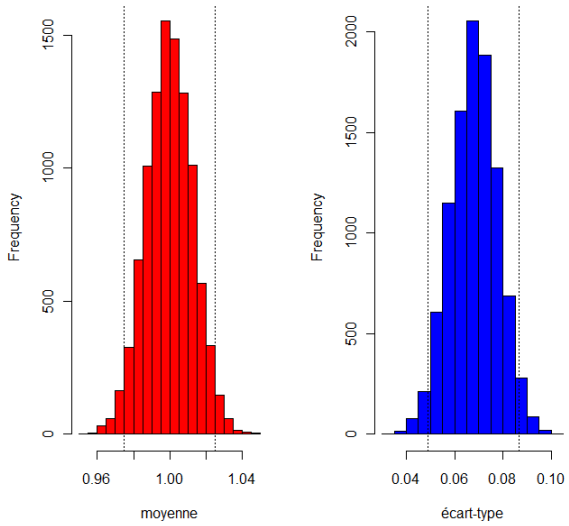


FIGURE 8.3 – Histogrammes des moyennes et écarts-types obtenus par reechantillonnage bootstrap

On observe que l'estimation de la moyenne de l'indice, 1, est relativement bonne puisque l'intervalle de confiance Bootstrap à 95% est de $[0.975, 1.025]$ mais que l'estimation de l'écart-type est beaucoup moins précise : on trouve 0.068 avec l'intervalle de confiance $[0.049, 0.087]$.

8.5 Test de la présence d'une tendance

L'existence d'une tendance est un point important à vérifier de manière à ce qu'une tendance sous-jacente à l'indice ne vienne pas provoquer à moyen terme une sous- ou sur-tarification. En l'absence de tendance, et sous l'hypothèse de normalité, l'indice de production éolien I, normalisé sur l'historique H, pourra être simplement décrit par un bruit blanc fort gaussien :

$$I_t = 1 + \sigma\epsilon_t$$

avec,

$$\epsilon_t \sim \mathcal{N}(0,1)\ i.i.d.$$

En revanche, si l'on suppose l'existence d'une tendance, l'indice I prendra la forme suivante :

$$I_t = \alpha + \beta t + \sigma\epsilon_t$$

avec :

$$1 = \alpha + \beta\frac{\sum_{t\in H} t}{Card(H)} \tag{8.1}$$

Sans rentrer dans le détail des produits de couverture qui seront présentés au chapitre 9, imaginons simplement un produit d'assurance qui contre une prime pure PP garantirait la valeur moyenne de l'indice, soit 1 pour l'indice de production normalisé. Supposons que cette prime ait été calculée sous l'hypothèse d'absence de tendance, on a alors :

$$\begin{aligned} PP &= \mathbb{E}\left[(1 - I_t)^+\right] \\ PP &= \mathbb{E}\left[(-\sigma\epsilon_t)^+\right] \end{aligned}$$

En l'absence de tendance, l'espérance de l'indemnisation que devra verser l'assureur à l'assuré vaut exactement la prime pure.

$$\mathbb{E}\left[Perte\right] = PP = \mathbb{E}\left[(-\sigma\epsilon_t)^+\right]$$

Or s'il existe en fait une tendance, la perte attendue pour la première année couverte t_{an1} vaut :

$$\mathbb{E}\left[Perte\right] = \mathbb{E}\left[(1 - \alpha - \beta t_{an1} - \sigma\epsilon_t)^+\right]$$

En particulier, puisque la fonction $x \mapsto x^+$ est croissante, l'assureur sous-tarifie le contrat lorsque :

$$1 - \alpha - \beta t_{an1} > 0$$

i.e., d'après la relation 8.1,

$$\beta\left(\frac{\sum_{t\in Card(H)} t}{Card(H)} - t_{an1}\right) > 0$$

Or puisque $\frac{\sum_{t\in Card(H)} t}{Card(H)} - t_{an1}$ est négatif, on obtient la condition :

$$\beta < 0$$

Ainsi, si l'indice possède une tendance négative, l'assureur sous-tarifie le contrat de couverture.

Pour le point étudié, nous avons pu vérifier à l'aide d'une régression linéaire l'absence de tendance statistiquement significative. Les résultats de cette régression sont présentés dans le Tableau 8.1

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(>|t|)	
(Intercept)	0.966847	0.026163	36.955	<2e-16	***
tendance	0.002210	0.001523	1.451	0.158	

TABLE 8.1 – Test de la présence d'une tendance

Bilan 5 *Nous avons présenté deux méthodes de construction d'indice permettant de refléter la variabilité du revenu d'une ferme éolienne liée à la variabilité des conditions de vent sur le site d'implantation. Les deux méthodes donnent des résultats satisfaisants. En outre, dans les deux cas, l'hypothèse d'adéquation de l'indice à une loi*

normale n'est pas rejetée. Enfin, nous avons montré que l' indice construit ne présente pas de tendance.

À partir de ces résultats nous allons pouvoir tarifer différentes propositions de couverture. Pour cela, nous présenterons tout d'abord les instruments financiers qu'elles mettent en jeu avant d'étudier la tarification des produits, suivant que le preneur de risque bénéficie ou non d'effets de diversification - géographique et temporelle notamment -. Enfin, nous examinerons la possibilité d'achat de ce type de couverture par l'intermédiaire d'un marché coté.

Troisième partie

Propositions de couverture

Chapitre 9

Présentation des produits dérivés

9.1 Généralités

Les définitions suivantes sont tirées du cours d'Instruments financiers, dispensé à l'ENSAE par M. Igor Toder.

Définition III.1 *un instrument financier est un droit de percevoir dans le futur des flux monétaires, certains ou aléatoires.*

Définition III.2 *Un produit dérivé (ou simplement "un dérivé") est un instrument financier dont la valeur (et le prix) dépend de celle d'un ou plusieurs autres produits (pas nécessairement financiers) qu'on appelle le(s) sous-jacent(s).*

Remarque 10 *ici, le sous-jacent considéré sera l'indice reflétant la production de l'éolienne.*

Définition III.3 *on distingue les produits dérivés optionnels, pour lesquels les cocontractants ont la possibilité, en fonction du comportement du sous-jacent de ne pas exécuter certaines clauses du contrat, des produits dérivés non optionnels pour lesquels toutes les clauses du contrat doivent être exécutées.*

9.2 Put

Définition III.4 *Un put européen est un produit dérivé optionnel pour lequel l'acheteur (l'assuré) acquiert le droit de vendre le sous-jacent à une date donnée appelée maturité.*

Ce type de produit permet à des producteurs de sécuriser le prix de vente de leur production pour ne pas dépendre des aléas du marché, dans le domaine de l'agriculture par exemple. Concernant le cas d'un indice de production éolienne, il s'agit pour le producteur, d'obtenir de l'assureur, en cas de sous-production, le versement de la différence entre sa production et le P50. Concrètement, si le niveau de l'indice est inférieur, à 100, l'assureur verse au producteur la différence. Le producteur bénéficie donc d'un niveau de revenu garanti en période de vaches maigres sans perdre pour autant le bénéfice des années de forte production. En contrepartie, le coût d'une telle option est élevé.

Remarque 11 *Pour limiter sa prise de risque et donc le coût de l'option, l'assureur peut imposer une limite supérieure au montant de ses remboursements. L'inconvénient pour l'assuré est qu'il n'est plus couvert que partiellement contre la survenance d'évènements extrêmes. De toute manière, au vu du montant nécessaire pour couvrir la prime pure, ce type de solution paraît peu adapté pour les propriétaires d'éoliennes soucieux d'obtenir un accès facilité à des sources de financement.*

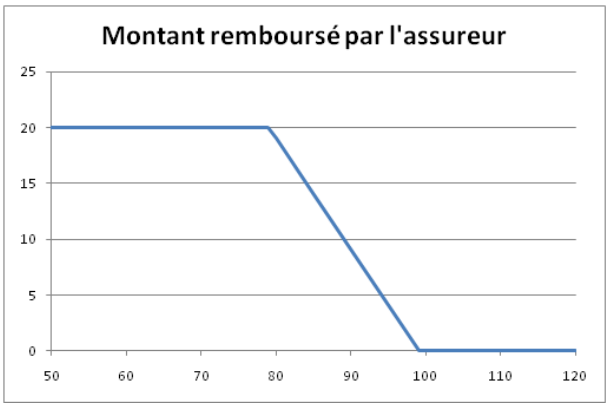


FIGURE 9.1 – Exemple de put de strike 100

9.3 Swap

Définition III.5 *Un swap est un produit dérivé non optionnel dans lequel deux contreparties s'engagent à échanger des flux donnés à des fréquences données et jusqu'à une maturité donnée.*

Dans le cas considéré, l'assureur s'engage à verser le montant de l'indice 100 qui correspond donc au P50, tandis que le propriétaire de l'éolienne verse chaque année la valeur calculée pour l'indice. Mais, par principe, le prix d'un swap à son entrée en vigueur est nul, donc pour se rémunérer, l'assureur verse un montant inférieur à 100 (99 par exemple), et la différence reflète sa marge. L'avantage du swap est qu'il sécurise les revenus de la ferme éolienne sans rien coûter à sa mise en service. En contrepartie naturelle et logique, le propriétaire perd les bénéfices des années fastes. Un autre inconvénient, plus gênant, est lié à l'absence d'adéquation parfaite entre la valeur de l'indice et la production réelle de l'éolienne. Ainsi, certaines années, la production de l'éolienne peut être légèrement inférieure au P50 (moins la marge de l'assureur) et, dans le même temps, la valeur mesurée pour l'indice peut être légèrement supérieure ; dans ce cas, le propriétaire, en plus d'un revenu plus faible qu'attendu, doit rémunérer l'assureur, ce qui paraît difficile à faire accepter. Le swap ne comporte donc pas de mécanisme de rréduction du risque de base.

9.4 Collar

Le collar est un produit dérivé qui présente des similitudes importantes avec le swap, à ceci près, qu'il n'est procédé à aucun échange dans le cas de fluctuations li-

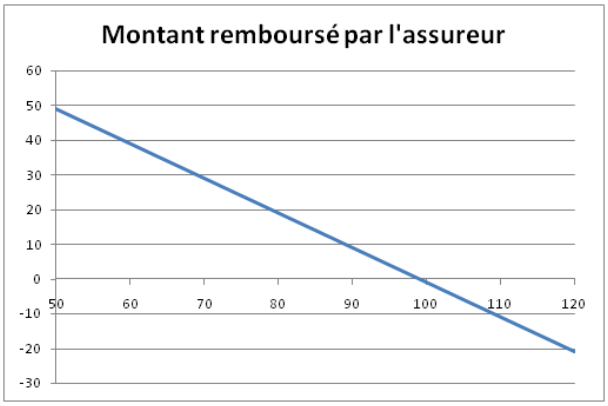


FIGURE 9.2 – Exemple de swap de strike 99 non capé

mitées de la valeur du sous-jacent autour du strike fixé. Ceci permet de limiter les conséquences du risque de base en évitant à l'assuré de verser une compensation au preneur de risque alors même que ses revenus n'ont pas atteint le niveau souhaité du fait de l'inadéquation entre l'indice calculé et les revenus réels de l'assuré.

Un collar peut se décomposer en l'achat d'un put et la vente d'un Call de strike strictement supérieur ; la différence entre l'indice 100 et la valeur moyenne des strikes des deux options composant le collar correspond à la rémunération de l'assureur : en effet, théoriquement, le prix de vente du Call est supérieur au prix d'achat du Put et c'est le preneur de risque qui devrait payer l'assuré au moment de la mise en place de la couverture.

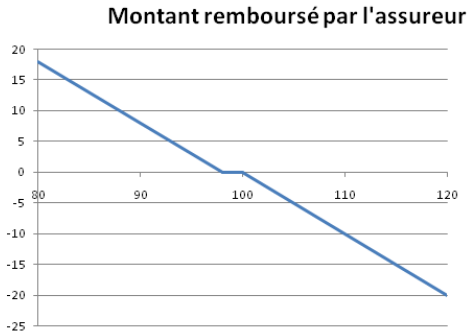


FIGURE 9.3 – Exemple de collar composé de l'achat d'un put de strike 98 et de la vente d'un call de strike 100

Remarque 12 *Dans les cas du swap et du collar, une limite peut être fixée, comme dans le cas du put, aux engagements respectifs de l'assuré et de l'assureur. Cela permet à l'assureur de limiter son engagement en cas de survenance d'évènements extrêmes (donc de limiter, par voie de conséquence, le montant des capitaux à mobiliser pour satisfaire les exigences réglementaires).*

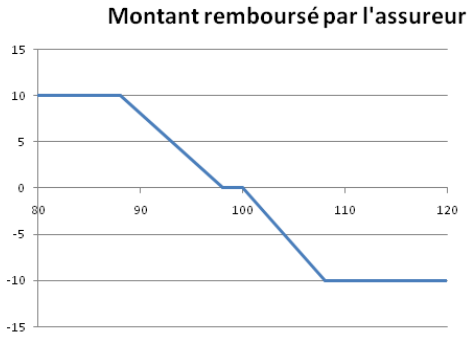


FIGURE 9.4 – Exemple : collar avec les mêmes paramètres que précédemment mais une limite supérieure aux flux fixée à 10 points d'indice.

Bilan 6 *Nous avons présenté ci-dessus les divers produits dérivés utilisés pour la mise en place des garanties de revenu pour les propriétaires de fermes éoliennes, en soulignant si elles aboutissaient, ou non, à une redistribution des bénéfices au preneur de risque lors des années fastes. Avant de passer à la détermination du prix des garanties, nous allons traiter des techniques de tarification à notre disposition, d'une part dans le cadre de produits d'assurance et d'autre part en supposant l'existence d'un marché coté qui vérifie les hypothèses du modèle de Black-Scholes.*

Chapitre 10

Présentation des techniques de tarification et de valorisation

10.1 Techniques issues du monde de l'assurance

Définition III.6 *Pour un risque donné, -ici, le risque de vent -, on quantifie l'impact du sinistre par une grandeur X -ici l'indice construit dans la partie précédente - et on note $I(x)$ l'indemnité versée par l'assureur lorsque la grandeur X prend la valeur x.*

Définition III.7 *On appelle prime pure la valeur $\mathbb{E}(I(X))$.*

Remarque 13 *Le montant de prime exigé par l'assureur ne peut être inférieur à la prime pure. Pour faire en sorte que l'assureur puisse faire face à ses obligations lors des années de forte sinistralité, il lui faut*

- *réaliser une tarification prudente ;*
- *disposer d'une marge de solvabilité.*

La suite de cette section est consacrée à la présentation des techniques permettant une tarification prudente.

10.1.1 Principe de la prime pure

Avec cette méthode, on applique un chargement sur la prime pure. On a donc

$$\Pi(X) = \mathbb{E}(I(X)) \cdot (1 + \lambda)$$

où le paramètre λ correspond au chargement

10.1.2 Principe de la variance

Avec cette méthode, on applique un chargement sur la variance. On a donc

$$\Pi(X) = \mathbb{E}(I(X)) + \lambda \cdot Var(I(X))$$

où le paramètre λ correspond au chargement

10.1.3 Principe de l'écart-type

Avec cette méthode, on applique un chargement sur l'écart-type. On a donc

$$\Pi(X) = \mathbb{E}(I(X)) + \lambda \cdot \sigma(I(X))$$

où le paramètre λ correspond au taux de chargement et σ désigne l'écart-type.

10.1.4 Autres principes

Il existe un certain nombre d'autres principes de tarification parmi lesquels les plus connus sont les principes d'Esscher, de la valeur moyenne, de Wang. Toutefois, au vu de la simplicité relative de la modélisation envisagée - adéquation de l'indice à une loi normale - et de l'absence de contrainte figée -réglementaire notamment - il ne paraît indispensable d'avoir recours à ces principes plus élaborés.

Bilan 7 *Dans la suite, nous présenterons les correspondances entre principes de la prime pure, de la variance et de l'écart-type.*

Remarque 14 *Un point très important est le niveau du chargement (i.e. la fixation du λ). De manière à pouvoir calculer des valeurs, nous avons décidé de fixer le chargement de manière à ce que la somme des flux du preneur de risque soit positive, à l'échéance du contrat, dans 65% des cas.*

10.2 Techniques issues du monde de la finance de marché

Dans cette section nous rappelons les fondements du **modèle de Black Scholes** [1]. Nous présentons ci-après le cheminement permettant d'évaluer le prix d'une option vanille européenne d'achat (call) ou de vente (put) à terme d'un actif financier et nous renvoyons le lecteur intéressé aux annexes pour le détail des démonstrations. Le schéma 10.1 illustre l'articulation des principales étapes de la démonstration. Notons que la plupart des options vanilles peuvent s'écrire comme un portefeuille de calls et de puts. Le fait de savoir évaluer le prix des calls et des puts permet d'évaluer le prix de la plupart des options vanilles. En particulier, on sera capable d'évaluer le prix d'un swap (achat d'un call et vente d'un put de mêmes caractéristiques) et le prix d'un collar (achat d'un call et vente d'un put de même maturité et de prix d'exercice inférieur).

10.2.1 Hypothèses sur le marché

1. Les actifs sont divisibles à l'infini
2. Le marché est liquide : on peut acheter ou vendre à tout instant
3. On peut emprunter et vendre à découvert
4. Les échanges ont lieu sans coûts de transaction
5. On peut emprunter et prêter au même taux constant r.
6. **Absence d'Opportunité d'Arbitrage, AOA** : Il n'existe pas de stratégie permettant d'obtenir, sans retrait ni ajout d'argent, une richesse positive non nulle presque sûrement, à partir d'un investisement initial nul.

1. Notre présentation s'appuie sur le cours Calcul Stochastique pour la finance dispensé par M. Romuald ELIE à l'ENSAE

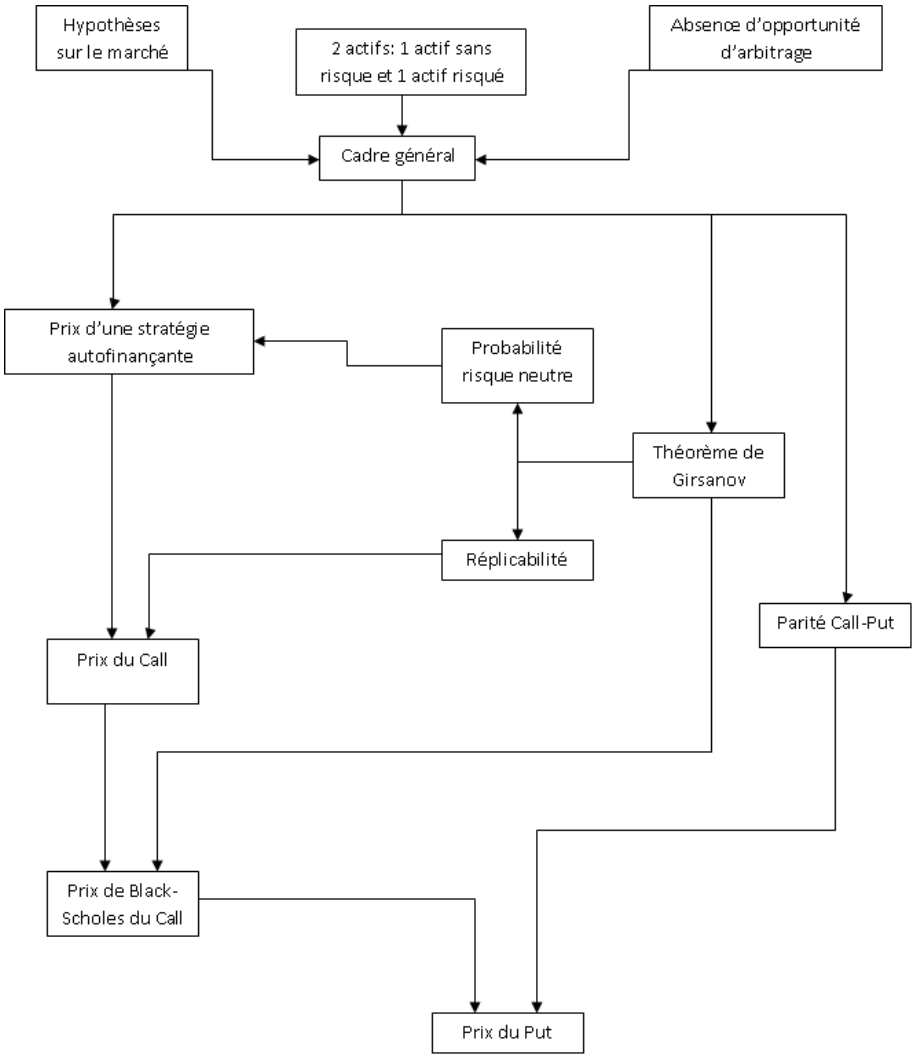


FIGURE 10.1 – Le modèle de Black-Scholes

10.2.2 Description du marché

On considére un marché constitué d'un actif sans risque S^0 et d'un actif risqué S sur la période $[0, T]$.

L'évolution du prix de l'actif sans risque est entièrement déterminée par le taux sans risque r.

$$\forall t \in [0, T],\ S_t^0 = e^{rt}$$

La dynamique de l'actif risqué est donnée par l'équation différentielle stochastique de Black-Scholes :

$$dS_t = S_t\left(\mu dt + \sigma dW_t\right)$$

L'espace probabilisé sous-jacent est noté $(\Omega, \mathscr{F}, \mathbb{P})$. L'ensemble des états du monde Ω est un sous-ensemble de $\mathbb{R}^+ \times]0, T]$. La probabilité historique $\mathbb{P}$ est la probabilité de survenance de chaque état du monde. On note, $\mathscr{F}_t$, la tribu représentant l'information

disponible à la date t : $\mathscr{F}_t = \sigma(S_r, r \leq t)$. Le processus W est un Mouvement Brownien sous $\mathbb{P}$. Le rendement de l'actif risqué S sur la période $[t, t+dt]$ se décompose en un terme déterministe μdt, proportionnel à dt et un terme aléatoire σdW_t suivant une loi normale centrée et d'écart-type proportionnel à $\sqrt{dt}$. μ est communément appelé « drift » ou terme de dérive. σ est la « volatilité » de l'actif risqué.

Pour déterminer le prix d'une option d'achat ou de vente à terme de l'actif risqué, nous allons dans un premier temps, après avoir défini la notion, déterminer la valeur à tout instant t de $[0, T]$ d'une stratégie de portefeuille simple autofinançant en fonction de sa valeur en T. En utilisant la propriété selon laquelle tout produit dérivé peut être répliqué par une stratégie de portefeuille simple autofinançant, on en déduira, par absence d'opportunité d'arbitrage, le prix d'une option.

Avant de définir la notion de stratégie de portefeuille simple autofinançant, nous avons besoin de définir la notion de probabilité risque neutre.

10.2.3 Probabilité risque neutre

Définition III.8 *Une probabilité risque neutre $\mathbb{Q}$ est une probabilité équivalente*[2] *à la probabilité historique $\mathbb{P}$ sous laquelle l'actif risqué réactualisé est un processus martingale, c'est-à-dire,*

$$\mathbb{E}^{\mathbb{Q}}\left[\mid \tilde{S}_t \mid\right] < \infty$$

$$\mathbb{E}^{\mathbb{Q}}\left[\tilde{S}_t | \mathscr{F}_r\right] = \tilde{S}_r$$

où $\tilde{S}_t = \frac{S_t}{S_t^0} = e^{-rt} S_t$ représente le prix réactualisé de l'actif risqué.

La formule d'Itô[3] permet de déterminer l'équation différentielle stochastique vérifiée par $\tilde{S}$:

$$\begin{aligned} d\tilde{S}_t &= \tfrac{1}{S_t^0} dS_t + S_t d\left(\tfrac{1}{S_t^0}\right) + d\langle S, \tfrac{1}{S^0}\rangle_t \\ &= \tilde{S}_t \left[(\mu - r)\, dt + \sigma dW_t\right] \\ &= \sigma \tilde{S}_t \left[\lambda dt + dW_t\right] \end{aligned}$$

où $\lambda := \frac{\mu - r}{\sigma}$ représente la prime de risque.

10.2.4 Théorème de Girsanov

Le théorème de Girsanov va nous permettre de trouver une mesure de probabilité sous laquelle le processus $\lambda t + W_t$ sera un Mouvement Brownien. Le processus $\tilde{S}_t$ sera alors une martingale sous cette mesure de probabilité. Il s'agira donc d'une probabilité risque neutre.

Proposition III.1 *Il existe une probabilité $\hat{\mathbb{P}}$ équivalente à la probabilité historique $\mathbb{P}$ définie sur $(\Omega, \mathscr{F}_T)$ par :*

$$\frac{d\hat{\mathbb{P}}}{d\mathbb{P}} \mid_{\mathscr{F}_T} := Z_T := e^{-\lambda W_T - \frac{\lambda^2}{2} T}$$

sous laquelle le processus $\hat{W}_t$ défini par $\hat{W}_t := W_t + \lambda t$ est un mouvement brownien sur $[0, T]$.

2. Deux probabilités sont dites équivalentes ssi elles chargent les mêmes ensembles
3. cf. Annexe B

10.2.5 Prix d'une stratégie autofinançante

Il nous est désormais possible d'introduire la notion de stratégie de portefeuille simple autofinançant :

Définition III.9 *Une stratégie de portefeuille simple autofinançante $X^{x,\phi}$ est la donnée d'un capital de départ x et d'une stratégie continue d'investissement dans l'actif risqué, soit un processus $\mathscr{F}$-adapté $(\phi_t)_{0\leq t\leq T}$ qui doit vérifier la condition d'intégrabilité :*

$$\mathbb{E}^{\hat{P}}\left[\int_0^T \mid \phi_s \tilde{S}_t \mid^2 dt\right] < \infty$$

La proposition suivante donne le prix d'une stratégie autofinançante :

Proposition III.2 *La probabilité $\hat{\mathbb{P}}$ construite précédemment est une probabilité risque neutre. La valeur en t de toute stratégie autofinançante (x, ϕ) de flux final $X_T^{x,\phi} = h_T$ est :*

$$X_t^{x,\phi} = e^{-r(T-t)}\mathbb{E}^{\hat{\mathbb{P}}}[h_T|\mathscr{F}_t]$$

10.2.6 Réplicabilité

Les deux propositions suivantes montrent qu'il est possible de répliquer un produit dérivé à l'aide d'une stratégie autofinançante :

Proposition III.3 *Considérons un produit dérivé de la forme $h(S_T)$. Alors il existe une fonction $v : [0, T] \times \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}$ telle que :*

$$v\left(t, S_t\right) := e^{-r(T-t)}\mathbb{E}^{\hat{\mathbb{P}}}\left[h\left(S_T\right)|\mathscr{F}_t\right]$$

Proposition III.4 *Si l'on suppose que $v \in C^{1,2}\left([0, T] \times \mathbb{R}^+\right)$, alors il existe une stratégie autofinançante (x, ϕ) qui duplique le produit dérivé, i.e. telle que $\forall t \in [0, T], X_t^{x,\phi} = v\left(t, S_t\right)$ et les quantités x et ϕ sont données par :*

$$x := e^{-rT}\mathbb{E}^{\hat{\mathbb{P}}}[h(S_T)] \quad \phi_t := \frac{\partial v}{\partial x}\left(t, S_t\right)$$

Sous l'hypothèse d'absence d'opportunité d'arbitrage, le prix en t du produit de flux final $h\left(S_T\right)$ est donc $v\left(t, S_t\right)$.

10.2.7 Prix du Call

Par conséquent, la valeur d'un call de prix d'exercice K et d'échéance T est donné par l'équation suivante.

$$C_t = e^{-r(T-t)}\mathbb{E}^{\hat{\mathbb{P}}}\left[\left(S_t - K\right)^+ |\mathscr{F}_t)\right]$$

Plus précisément, la proposition suivante montre qu'il existe une formule fermée permettant de calculer le prix d'un call.

Proposition III.5 (Formule de Black-Scholes pour le prix du Call) *Le prix d'un call de maturité T et de prix d'exercice K est :*

$$C_t = S_t\mathscr{N}(d_1) - Ke^{-r(T-t)}\mathscr{N}(d_2)$$

avec $\mathscr{N}$ la fonction de répartition d'une loi normale $\mathscr{N}(0, 1)$ et,

$$d_1 := \frac{ln(\frac{S_t}{K}) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}$$

$$d_2 := d_1 - \sigma\sqrt{T-t}$$

10.2.8 Prix du Put

Proposition III.6 (Parité Call-Put) *On considère un call et un put de mêmes caractéristiques : prix d'exercice K et échéance T, définis sur le sous-jacent S. En l'absence d'opportunité d'arbitrage le prix du call à l'instant t, C_t et relié à celui du put par la relation de parité call put :*

$$C_t - P_t = S_t - Ke^{-r(T-t)}$$

Le prix du put est donc donné par :

$$P_t = Ke^{-r(T-t)}\mathcal{N}(-d_2) - S_t\mathcal{N}(-d_1)$$

Bilan 8 *Nous avons détaillé les différentes technqiues de tarification des produits dérivés tant sur un marché coté qu'à partir de méthodes issues du monde des assurances. Nous allons maintenant appliquer ces méthodes pour tarifer les couvertures présentées au chapitre précédent, d'une part à partir de donées historiques (ou "burn analysis") et d'autre part à partir d'un modèle fondé sur l'hypothèse de l'adéquation de l'indice à une normale.*

Chapitre 11

Cas d'une ferme éolienne

11.1 Introduction

11.1.1 Cadre de travail

Dans ce chapitre, on considère la situation actuelle d'un marché qui en est à ses débuts donc pour lequel on ne dispose pas encore d'un portefeuille de contrats suffisamment important pour bénéficier des effets de taille et de diversification.

Nous avons appliqué notre méthode de construction d'un indice à un ensemble de 18 points situés en Europe continentale qui correspondent aux localisations des implantations du portefeuille éolien qui sera présenté dans le chapitre suivant et pour lesquels nous disposions de données détaillées.

Nous présenterons les trois produits dérivés (put, swap et collar) détaillés dans le chapitre 9. Pour chacune des 18 fermes et chaque produit dérivé, nous proposons deux méthodes de tarification : l'une à base des données historiques, l'autre en recourant à un modèle. Pour établir la tarification, nous avons fixé comme seuil le fait que le prener de risque soit gagnant à l'échéance du contrat dans 65% des cas. Nous avons indiqué, pour chaque jeu d'hypothèses la correspondance entre le tarif obtenu et le taux de chargement calculé par une des méthodes présentées au chapitre précédent.

Nous décrirons dans le corps du mémoire les principaux résultats et le lecteur trouvera les tableaux récapitulatifs détaillés en annexe.

Remarque 15 *Les avantages et inconvénients des propositions de couverture doivent être évalués à deux échelles de temps : d'une part l'année car c'est la durée de référence pour l'établissement du bilan et du résultat de l'entreprise d'assurance et d'autre part la durée totale du contrat - trois ans en général, cinq ans parfois - pour un jugement plus global.*

Remarque 16 *Il est important de préciser que la production d'électricité d'une ferme éolienne ne correspond pas à la somme des productions théoriques de chacune des éoliennes qui la composent. En effet, les turbulences générées par l'une des éoliennes peuvent modifier la vitesse du vent qui atteint l'aérogénérateur suivant. Un bon ordre de grandeur pour évaluer l'étendue des turbulences est de trois fois la longueur des pales de l'éolienne. Sur les modèles les plus récents, dont les pales mesurent entre 40 et 50m, cela implique que les turbulences doivent être prises en compte sur une distance*

allant jusqu'à 150m. En conséquence, il est nécessaire de mener une étude topographique [1] *de manière à optimiser l'agencement des éoliennes sur leur site d'installation et à comprendre l'influence des turbulences sur la production. Il sera possible, à partir de l'étude topographique de déterminer une courbe de puissance pour l'ensemble de la ferme qui sera alors prise comme référence pour la construction de l'indice.*

Remarque 17 *Si l'étude a été correctement réalisée, ceci permettra une meilleure adéquation entre la production d'électricité et l'indice construit, mais en cas d'erreur dans l'étude, les conséquences seront à la charge du seul assuré. Pour l'assureur, le changement de courbe de puissance ne modifie, ni la nature, ni l'ampleur du risque pris en charge.*

11.1.2 Choix du modèle

Présentation du modèle

L'hypothèse de base du modèle utilisé pour la tarification est que, pour chacun des sites considérés, les valeurs prises par l'indice suivent une loi normale $\mathcal{N}(\mu, \sigma)$. On commence donc, pour un point l donné, par estimer les paramètres à l'aide des relations suivantes :

$$\widehat{\mu_l} = \frac{1}{29} \sum_{i=1979}^{i=2007} I_{i,l}$$

$$\widehat{\sigma_l} = \sqrt{\frac{1}{29-1} \sum \left(I_{i,l} - \widehat{\mu_l}\right)^2}$$

où $I_{i,l}$ représente la valeur de l'indice à l'année i pour le point l.

Adéquation du modèle aux données

De la même manière que nous avons testé l'adéquation de l'indice à une loi normale au chapitre 8, nous vérifions ici la normalité des indices correspondants aux 18 emplacements géographiques considérés.

La moyenne des statistiques de test de Shapiro-Wilk est égale à 0.963, ce qui est bien supérieur à la valeur critique, $W_{crit} = 0,926$. La $p-valeur$ [2] la plus faible, 0.11, reste plus grande que 0.05 ce qui amène à ne pas rejeter l'hypothèse de normalité pour chacun de nos 18 indices.

Puisque la tarification va beaucoup s'appuyer sur les quantiles extrêmes de nos indices, nous proposons de vérifier plus précisément l'adéquation des quantiles à 14% ($P86$) et à 7% ($P93$). L'écart relatif entre quantile théorique et quantile empirique vaut environ 0.8% en moyenne pour le P86 et 1.4% pour le $P93$. L'erreur maximale observée sur l'ensemble des 18 sites est de 1.8% pour l'estimation du $P86$ et de 3.8% pour l'estimation du quantile à $P93$. Les résultats détaillés sont présentés en annexe.

1. Des logiciels dédiés à ce type de problème sont disponibles dans le commerce.
2. la p-valeur correspond au plus petit niveau pour lequel on rejette l'hypothèse nulle pour un niveau α donné. En termes d'interprétation une p-valeur supérieure à 0,10 indique en général que la suspicion quant à la validité de l'hypothèse nulle est faible.

11.2 Tarification du put

11.2.1 Évaluation de la prime pure

D'après les données historiques L'évaluation effectuée à partir des données historiques sur les 18 points considérés fournit une prime pure moyenne de $2,65\%$ avec un écart-type "géographique" sur la prime pure de $0,32\%$. Pour une localisation donnée, l'écart-type sur le montant des sinistres est de $3,77\%$ et l'écart-type de l'écart-type est de $0,46\%$.

D'après le modèle Sous l'hypothèse de $I \sim \mathcal{N}(\widehat{\mu}, \widehat{\sigma})$, on a, pour le put de strike 100 (ce qui correspond à $\widehat{\mu}$), en notant $\phi_{\mu,\sigma}$ la densité d'une loi normale de moyenne μ et d'écart-type σ,

$$\begin{aligned} PP(Put) &= \int_{-\infty}^{+\infty} max(\widehat{\mu} - x, 0) \cdot \phi_{\widehat{\mu},\widehat{\sigma}}(x)dx \\ &= \int_{-\infty}^{\widehat{\mu}} (\widehat{\mu} - x) \cdot \frac{1}{\widehat{\sigma}\sqrt{2\Pi}} e^{\frac{-(x-\widehat{\mu})^2}{2\widehat{\sigma}^2}} dx \\ &= \int_{0}^{+\infty} y \cdot \frac{1}{\widehat{\sigma}\sqrt{2\Pi}} e^{-\frac{y^2}{2\widehat{\sigma}^2}} dy \\ &= \left[-e^{-\frac{y^2}{2\widehat{\sigma}^2}} \cdot \frac{\widehat{\sigma}}{\sqrt{2\Pi}} \right]_0^{+\infty} = \frac{\widehat{\sigma}}{\sqrt{2\Pi}} \end{aligned}$$

L'utilisation du modèle fournit des résultats très comparables à ceux obtenus dans le cas de l'analyse sur données historiques ou "burn analysis" : la prime pure est en moyenne de $2,63\%$ du P50 et l'écart-type mesurant la variabilité géographique est de $0,28\%$.

Par ailleurs, si on compare la prime pure prédite par le modèle théorique avec celle fournie par les données historiques, on observe que le modèle théorique sous-estime légèrement la prime pure (2% en moyenne), mais que l'ampleur de cette sous-tarification reste limitée (jamais plus de $5,5\%$)

Remarque 18 *Évaluer les contrats sur trois ans ne modifie pas la prime pure de chacun des points donc les caractéristiques (moyenne, écart-type) restent identiques. Par contre, elle permet de diminuer l'écart-type sur le montant des primes versées à* $2,15\%$ *et l'écart-type de l'écart-type passe à* $0,35\%$*. Si l'on suppose que les valeurs de l'indice sont indépendantes et identiquement distribuées suivant une loi normale gaussienne, alors, asymptotiquement, l'écart-type de la distribution des moyennes sur 3 ans sera divisé par un facteur* $\sqrt{3} \approx 1,73$ *par rapport à celui de la distribution initiale. Or,* $3,77/2,15 \approx 1,75$

11.2.2 Évaluation du chargement

L'évaluation à partir des données historiques fournit un chargement moyen de $0,55\%$ de la valeur de l'indice avec un écart-type de $0,31\%$

On utilise le modèle pour évaluer la prime chargée à partir de simulations : on obtient une prime chargée de $3,14\%$ (avec un écart-type de $0,34\%$), ce qui est parfaitement comparable avec les $2,65 + 0,55 = 3,20\%$ obtenus avec les données historiques.

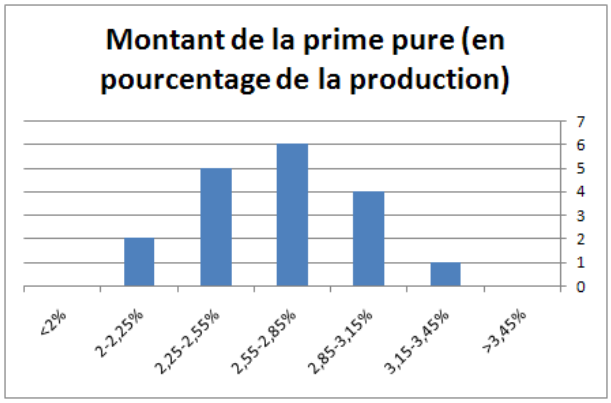


FIGURE 11.1 – Histogramme de la répartition des valeurs de la prime pure pour un put en pourcentage de l'indice pour les 18 localisations considérées

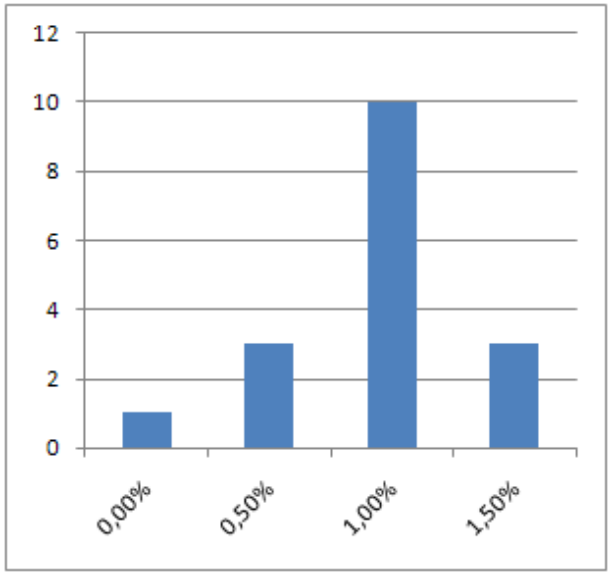


FIGURE 11.2 – Histogramme des fréquences de répartition des chargements du put en pourcentage de l'indice pour les 18 localisations étudiées

11.2.3 Correspondances

On trouvera ci-dessous une correspondance entre les résultats présentés précédemment et ceux fournis par les techniques assurantielles détaillées au chapitre précédent.

	prime pure	écart-type	variance
Taux de chargement	$15,78\%$	$22,48\%$	$10,35$

Remarque 19 *L'écart-type et la variance ici pris en compte sont ceux de la moyenne glissante des paiements générés par le put sur 3 ans*

11.3 Tarification du swap

Comme indiqué dans le chapitre précédent, on impose une limite au swap fixé au niveau 200 de l'indice (alors que le maximum historique rencontré pour l'indice sur l'ensemble des points correspond à une valeur de 125). On va donc assimiler le swap de strike 100 à la somme d'un put de strike 200 et d'un versement de $200 - 100 = 100$.

11.3.1 Évaluation des flux

La prime pure du put de strike 200 est de 100, ce qui est parfaitement compatible avec la propriété de coût nul à la mise en place du swap.

Sur un an L'écart-type moyen constaté sur le montant des primes versées pour une localisation donnée est de $6,48\%$ avec un écart-type de $0,70\%$.

Sur trois ans L'écart-type moyen constaté sur le montant des primes versées pour une localisation donnée est de $3,85\%$ avec un écart-type de $0,63\%$.

Remarque 20 *De manière complètement naturelle, l'écart-type constaté sur le montant des primes versées est plus élevé dans le cas du swap que dans celui du put. En effet,*

$$Var(Swap) = Var(X) = \mathbb{E}\left((\mathbb{E}(X) - X)^2\right)$$
$$\geq \mathbb{E}\left(\left((\mathbb{E}(X) - X)^+\right)^2\right) \geq \mathbb{E}\left(\left((\mathbb{E}(X) - X)^+\right)^2\right) - \mathbb{E}^2\left((\mathbb{E}(X) - X)^+\right)$$
$$= Var\left((\mathbb{E}(X) - X)^+\right) = Var(Put)$$

Remarque 21 *Comme dans la section précédente, on compare l'évolution des écarts-types entre le versement sur un an et la moyenne des versements sur 3 ans et on observe* $6,48/3,85 \approx 1,68$

11.3.2 Évaluation des chargements

Pour calculer le chargement, on considère la somme des paiements effectués sur 3 ans. Or, par hypothèse du modèle, chacun de ses paiements suit un loi normale et ces trois lois normales sont indépendantes et identiquement distribuées. Il s'ensuit que l'indice sur 3 ans suit une loi normale d'écart-type $\frac{\sigma}{\sqrt{3}}$. Par conséquent la prime chargée nécessaire pour atteindre le P65 sur 3 ans est de $0,39\sigma/\sqrt{3}$. L'application numérique effectuée point par point fournit une prime moyenne de $1,48\%$ avec un écart-type de $0,16\%$.

Si l'on s'en tient aux données historiques, on observe un chargement moyen de $1,31\%$ avec un écart-type de $0,64\%$.

11.3.3 Correspondances

11.4 Tarification du collar

En regardant les pay-offs respectifs d'un swap et d'un collar, on constate qu'un collar ressemble fort à un swap dont on aurait "gelé" les variations sur l'intervalle

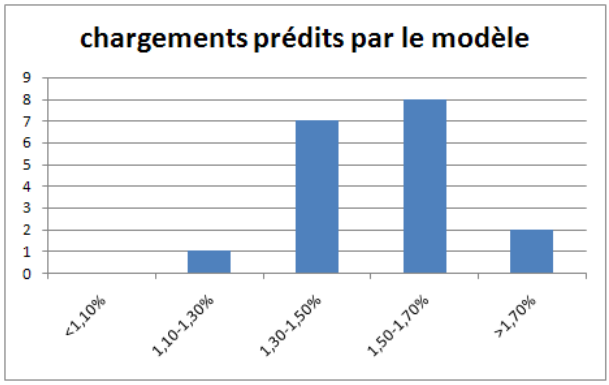


FIGURE 11.3 – Histogramme des fréquences de répartition des chargements prédits par le modèle dans le cas du swap en pourcentage de l'indice pour les 18 localisations étudiées

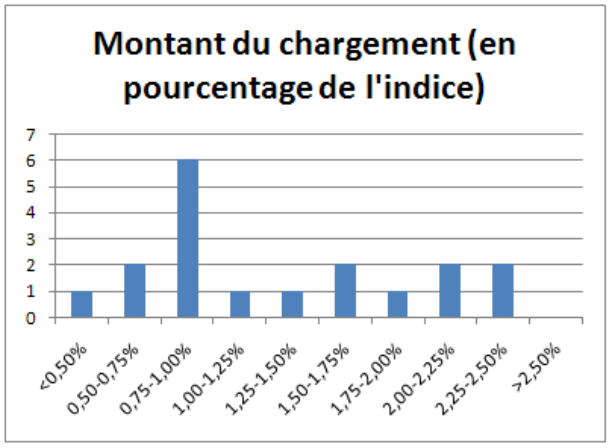


FIGURE 11.4 – Histogramme des fréquences de répartition des chargements calculés à partir des données historiques dans le cas du swap en pourcentage de l'indice pour les 18 localisations étudiées

	prime pure	écart-type	variance
Taux de chargement	sans objet	135%	$13,96$

compris entre les strikes respectifs S_P et S_C du put et du call qui composent le collar. On est donc amené naturellement à fixer $\frac{S_P+S_C}{2} = 100 - Chargement(Swap) \approx 0,985$ De manière à limiter l'exposition au risque de base, on choisit le strike du call de manière à ce que le client ne verse de l'argent au preneur de risque que si l'indice dépasse $100,5$. On a donc construit un collar composé d'un put de strike $96,5$ et d'un call de strike $100,5$.

L'évaluation sur données historiques fait alors apparaître de mauvaises surprises : le bénéfice moyen de l'assureur n'est pas de $1,5\%$, comme l'on pourrait s'y attendre, mais de seulement $1,10\%$

Ce résultat est confirmé par l'approche fondée sur le modèle.

L'origine de ce résultat est simple. Revenons à la modélisation : les valeurs prises par l'indice suivent une loi gaussienne, donc symétrique autour de 100 et telle que les densités les plus élevées sont situées autour de la valeur moyenne.

Si l'on compare maintenant les pay-offs du swap et du collar, avec le swap, le preneur de risque perd certes sur lorsque l'indice prend des valeurs inférieures à 98,5, mais il est gagnant dans les mêmes proportions lorsque l'indice prend des valeurs supérieures à 98,5 et comme la densité de probabilité est plus élevée sur I_2 que sur I_1, il est en moyenne gagnant

Pour être complétement rigoureux, on a

$$\forall x \geq 0, Payoff_{Swap}(I = 98,5 + x) - Payoff_{Collar}(I = 98,5 + x) =$$

$$-Payoff_{Swap}(I = 98,5 - x) + Payoff_{Collar}(I = 98,5 - x)$$

$$avec\ f_I(98,5 + x) \geq f_I(98,5 + x)$$

où f_I désigne la densité de la loi de l'indice.

En conséquence, il est plus onéreux pour un assureur de proposer un swap qu'un collar de même strike. Or le choix d'un collar correspond à de réels besoins économiques de la part de l'assuré qui souhaite notamment se protéger contre le risque de base.

Pour concilier ces contraintes, une alternative pourrait être de considérer une option formée d'un collar centré sur 100 avec des paliers à 99,5 et 100,5, ce qui permet de ne pas rompre la symétrie des distributions de gains et de pertes à laquelle l'assureur ajouterait ensuite sa marge (environ 1,5).

- l'assuré reste couvert contre le risque de base ;
- la bénéfice moyen du preneur de risque est garanti ;
- en cas de fort sinistre, la perte de l'assuré est de $0,5 + 1,5 = 2$ contre plus de 3 dans le cas du put et $100 - 96,5 = 3,5$ dans le cas du collar classique

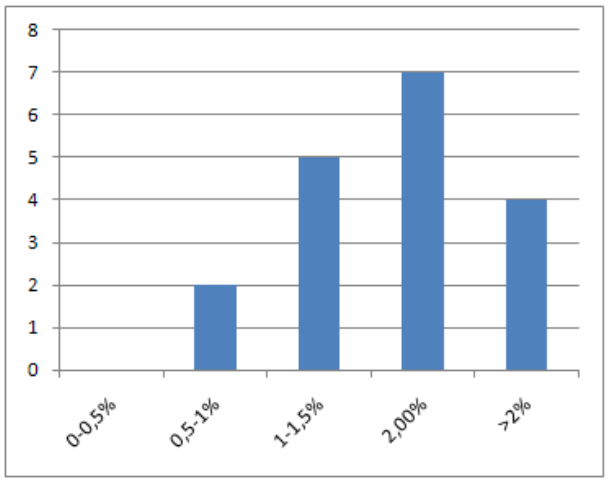


FIGURE 11.5 – Histogramme des valeurs obtenus pour le chargement du collar "modifié"

Le recours aux données historiques confirme l'adéquation de cette méthode : le montant moyen du chargement requis pour que le preneur de risque gagne dans 65% des cas est de $1,60\%$ avec un écart-type de $0,41\%$.

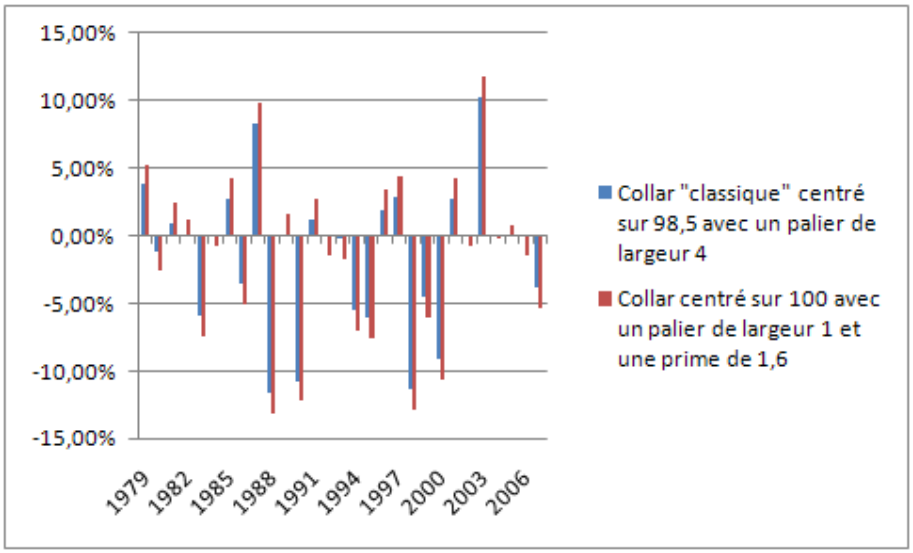


FIGURE 11.6 – Comparaison de pay-offs du collar “classique” et du collar modifié : l’indemnisation par le collar modifié se déclenche dès le seuil de 98 (et non 96,5) et reste supérieure de 1,5 points d’indice en cas de sinistre important

Pour mémoire, on donne ci-dessous la correspondance entre les taux de chargement pour différentes méthodes de tarification.

	prime pure	écart-type	variance
Taux de chargement	sans objet	$44,19\%$	$12,23$

11.5 Avantages et inconvénients des solutions proposées - Bilan

Le put permet à l’assuré de bénéficier d’une garantie de revenus efficace sans renoncer aux revenus élevés procurés par les meilleures années. L’inconvénient de ce type de couverture est qu’elle est nettement plus onéreuse que ses concurrentes (plus de 3% de la valeur de l’indice).

A contrario, le swap et le collar sont des solutions qui supposent d’accepter de rétrocéder au preneur de risque le produit des années fastes. L’avantage est que cela permet, surtout en considérant les contrats à une échéance de trois ans, de faire baisser significativement le montant des primes.

Le collar présente l’avantage sur le swap de permettre de tenir compte du risque de base et d’éviter ainsi d’imposer un versement à l’assuré alors même que ses revenus n’ont pas atteint le P50.

Toutefois, pour éviter d’avoir des paliers trop larges, une version légèrement modifiée du collar est préférable : au lieu de décaler les seuils pour rémunérer le preneur de risque, on conserve des paliers symétriques et proches du P50 et on impose ensuite l’équivalent d’une prime de manière uniforme.

11.6 Comparaison avec l'existant sur le marché

On prend comme exemple d'application le projet d'implantation d'éoliennes dans la région Centre pour lequel AON avait reçu des solutions d'assurance [3] via des prduits similaires à ceux présentés ci-dessous.

Pour pouvoir effectuer une comparaison, il faut calculer la prime commerciale (PC) ; pour cela on utilise la formule

$$PC = PP + Chargements\ techniques + Commission + frais + taxes$$

en sachant que la commission du courtier et les frais de l'assureur correspondent respectivement à 10% et à 15% de la prime hors taxes et que les taxes sur les produits d'assurance s'élèvent à 9%

De manière à donner un tour plus concret à la comparaison, nous présenterons les différentes couvertures, non pas en pourcentage de l'indice, mais en euros. Le projet consistait en l'implantation de 6 éoliennes de puissance 2MW chacune. Le P50 de la production annuelle est de 24,2 GWh, ce qui correspond, au tarif de rachat de 8,38c€/kWh (tarif en vigueur à la date de réalisation de l'étude) à 2,03 M€.

	Mémoire	réassureur	fonds d'investissement
Put	90'530€ 79'830€ pour un put capé à $7,85\%$	-	67'000€
Swap	37'750€ sur 3 ans 42'700€ sur 3 ans et sur modèle 33'250€ sur 5 ans et sur modèle	18'270€	30'000€
Collar "classique"	46'280€ sur 3 ans 33'990€ sur 5 ans et sur modèle	18'270€	-
Collar "amélioré"	46'180€ sur 3 ans 31'440€ sur 5 ans et sur modèle	-	-

Remarque 22 *Les produits cités dans le tableau n'ont pas des caractéristiques parfaitement identiques, ce qui complique la comparaison :*

- *le put proposé par le fonds d'investissement est en fait capé à $7,85\%$ de l'indice, ce qui en limite fortement l'intérêt pour le client. Dans notre modèle, un tel instrument aurait été évalué à 79'830€.*
- *Le swap et le collar proposés par le réassureur sont des contrats d'une durée de 5 ans et non de 3 ans.*
- *De manière générale, les produits proposés par le modèle sont plus onéreux que ceux offerts par les acteurs de marché. Une explication sur ce point peut provenir de l'absence de diversification géographique. Nous allons nous concentrer sur ce thème dans le chapitre suivant.*

3. les preneurs de risque qui avaient fait des offres étaient d'une part un réassureur et d'autre part un courtier adossé à un fonds d'investissement

Chapitre 12

Cas d'un portefeuille éolien

Nous présentons ici l'étude d'une proposition de couverture pour un portefeuille éolien composé de fermes éoliennes situées au niveau des 18 localisations considérées précédemment avec des pondérations correspondant à la puissance installée. On utilisera deux approches : l'approche historique dans laquelle on se contentera de sommer les différents indices pour obtenir un indice agrégé sur lequel on travaillera sans retraitement et l'approche modèle où on cherchera à modéliser cet indice agrégé, d'une part directement et d'autre part, à partir de chacun des indices "locaux" et de l'étude de leurs corrélations respectives.

12.1 Cadre juridique

L'intérêt d'étudier une couverture pour l'ensemble du portefeuille éolien d'un groupe est de bénéficier au maximum de l'effet de diversification géographique de manière à proposer les produits les plus compétitifs. Toutefois, cet objectif se heurte au fait que les différentes fermes qui composent le portefeuille sont autant d'entités juridiques indépendantes. Ainsi, en cas de défaut d'une des fermes éoliennes, les autres ne sont pas tenues d'assumer la charge des engagements souscrits par l'entité défaillante : il faut donc mettre en oeuvre une solution qui ne remette pas en cause l'indépendance juridique des fermes mais qui garantisse les revenus du preneur de risque.

Pour cela, on peut envisager le recours à une tierce partie chargée de mettre en place une assurance du risque de vent à l'échelle du groupe.

Les fermes éoliennes qui le souhaitent se signalent auprès de cette entité. Le preneur de risque détermine alors un indice associé à chacune de ces fermes et construit un indice agrégé.

La tierce partie s'accorde avec le preneur de risque quant au type de contrat et fait valider ce choix ainsi que les différents indices élaborés par les fermes.

A la fin de l'année, le versement du preneur de risque, a priori, est déterminé par l'évolution de l'indice agrégé ; les versements des fermes sont, eux, déterminés par leurs indices spécifiques.

Remarque 23 *Pour prendre en compte l'installation de nouvelles éoliennes, il suffit de leur associer un indice spécifique et d'intégrer ce dernier dans l'indice agrégé. On recalcule ensuite les caractéristiques du produit en conséquence. Cela ne pose, a priori, pas de difficultés, dans la mesure où l'effet de diversification géographique va conduire à la baisse des primes individuelles versées par les fermes.*

Remarque 24 *En cas de défaut d'une des fermes éoliennes, pour l'année en cours, l'engagement du preneur de risque est diminué du montant correspondant à la pondération de la ferme. Les autres fermes paient les montants initialement prévus. L'indice agrégé est recalculé pour servir de base nouvelle pour les années suivantes.*

12.2 Problème d'adéquation des montants versés

Ce modèle comporte, a priori, un inconvénient important : dans le cas général, il n'est pas garanti que la somme des versements effectués par les fermes égalise le versement de l'assureur.

En effet, chacun des versements est calculé à partir d'un indice spécifique. Même si l'indice agrégé est la somme pondéré des indices spécifiques, suivant le produit choisi, on n'est pas certain que la somme des pay-offs spécifiques soit égale au pay-off agrégé.

Proposition III.7 *Si le pay-off est une fonction affine du sous-jacent, alors ce problème ne se pose pas.*

Démonstration 1 *On note λ_i la pondération affectée à la ferme d'indice i.*

$$\Sigma_i \left(\lambda_i \left(aX_i + b\right)\right) = a \cdot \Sigma_i \left(\lambda_i X_i\right) + b \cdot \Sigma_i \lambda_i$$

Or, comme $\Sigma_i \lambda_i = 1$, on retrouve bien

$$\Sigma_i \left(\lambda_i \left(aX_i + b\right)\right) = a \cdot \Sigma_i \left(\lambda_i X_i\right) + b$$

Corollaire III.1 *Le swap n'est pas concerné par ce type de difficulté.*

Proposition III.8 *Le collar*[1] *est concerné par ce problème, mais dans une mesure limitée : l'erreur commise est bornée par la taille du seuil.*

Démonstration 2 *Notons S_P, S_C et $\Delta S = S_C - S_P$, les strikes respectifs du put et du call qui composent le collar. Posons $U = \{i : X_i \leq S_P\}$ et $V = \{j : X_j \geq S_C\}$*

$$\mid \Sigma_i \left(\lambda_i \left(S - X_i\right)\right) - \Sigma_{i \in U} \left(\lambda_i \left(S_P - X_i\right)\right) - \Sigma_{i \in V} \left(\lambda_i \left(S_C - X_i\right)\right) \mid$$

$$= \mid \Sigma_{i \in U} \lambda_i \left(S - S_P\right) + \Sigma_{i \in V} \lambda_i \left(S - S_C\right) + \Sigma_{i \in (U \cup V)^c} \left(\lambda_i \left(S - X_i\right)\right) \mid$$

$$\leq \mid \Sigma_{i \in U} \lambda_i \left(S - S_P\right) \mid + \mid \Sigma_{i \in V} \lambda_i \left(S - S_P\right) \mid + \mid \Sigma_{i \in (U \cup V)^c} \left(\lambda_i \left(S - X_i\right)\right) \mid$$

$$\leq \mid \Sigma_{i \in U} \lambda_i \Delta S \mid + \mid \Sigma_{i \in V} \lambda_i \Delta S \mid + \mid \Sigma_{i \in (U \cup V)^c} \left(\lambda_i \Delta S\right) \mid = \Delta S$$

Remarque 25 *Le put est très fortement impacté par ce problème : à titre d'exemple, pour un portefeuille composé de 2 fermes de puissance identique, pour une année où*

1. dans sa version standard, comme dans sa version modifiée

l'une des fermes produit 120 et l'autre seulement 80, le versement déterminé par rapport à l'indice agrégé est de $\left(\frac{120+80}{2} - 100\right)^+ = 0$ *alors que la somme des versements attendus par les fermes est*

$$\frac{1}{2}\left((100-120)^+ + (100-80)^+\right) = 10$$

Pour faire face à cette difficulté, on va donc modéliser le vecteur des indices individuels par un vecteur gaussien. Pour cela, on estime la matrice des corrélations. On effectue ensuite des tirages de ce vecteur d'indices (que l'on pondère en fonction de l'importance respective de chacune des fermes). Pour chacun de ces tirages, on évalue la somme des pay-offs et on retient comme montant de référence le P65.

Bilan 9 *Dans le cas de produits dérivés dont le pay-off n'est pas une fonction affine du sous-jacent, on n'utilisera pas d'indice agrégé. Au contraire, on évaluera la somme des pay-offs générés par chacun des indices individuels pour fixer les flux du preneur de risque.*

Corollaire III.2 *Pour le collar et pour le Put, on présentera la prime chargée obtenue par la modélisation jointe du vecteur des indices et non par la modélisation de l'indice agrégé.*

12.3 Cas du put

La diversification, qu'elle soit géographique ou temporelle n'influence pas la prime pure : en tenant compte des pondérations respectives des fermes éoliennes, on obtient une prime pure de $2,68\%$.

Pour des contrats d'une durée de trois ans, l'utilisation de la modélisation par la loi jointe fournit une prime chargée de $2,98\%$ alors que les données historiques indiquent une prime chargée de $3,13\%$.

Le put ne tire donc aucun bénéfice de la diversification géographique et demeure une solution très onéreuse.

	prime pure	écart-type	variance
Taux de chargement	$32,40\%$	$34,90\%$	$23,18$

12.4 Cas du swap

La prime pure du swap est nulle par défnition.

Dans le cas du swap, en considérant les flux liés au contrat sur trois ans, on obtient une prime chargée de $0,6\%$, alors qu'en se limitant à des flux annuels, on trouve une prime chargée de $1,3\%$.

Avec la tarification à partir du modèle, Le chargement obtenu correspond à $0,39\sigma/\sqrt{3}$ comme dans la section précédente. L'application numérique fournit une valeur de $0,92\%$, ce qui est près d'une fois et demie plus grand que la valeur calculée en "burn analysis".

Ce résultat peut paraître déconcertant, mais l'analyse à partir des données historiques souffre du manque de données (un seul tirage de 27 moyennes sur 3 ans) et le chiffre avancé est instable : en prenant comme référence la 9^e plus mauvaise année (ce

qui correspond au P68,5), on calcule un chargement de $1,3\%$, soit un doublement de la prime (là où le modèle prévoit un chargement de $1,14\%$). On retiendra donc l'approche modèle, plus stable et, dans ce cas, également plus prudente.

	prime pure	écart-type	variance
Taux de chargement	sans objet	$24,48\%$	$10,16$

TABLE 12.1 – Correspondances entre les différents taux de chargement pour trois méthodes de tarification

12.5 Cas du collar

Pour les raisons exposées au chapitre précédent, on traite ici d'une version légèrement modifiée du collar dont le pay-off total est la somme d'un put de strike $99,5$, d'un call de strike $100,5$ et d'une prime calculée pour que le preneur de risque soit gagnant dans 65% des cas à horizon de 3 ans. Les résultats historiques fournissent un chargement de $0,39\%$

Pour des raisons similaires à celles présentées pour le swap, ce résultat diffère sensiblement de celui fourni par le modèle - chargement de $0,864\%$. Les résultats donnés par les données historiques sont très instables : le 9e plus grand sinistre (qui estime environ le P68,5) renvoie une valeur de $1,34\%$. C'est pourquoi, pour tarifer les produits, on utilisera de préférence le modèle.

Remarque 26 *Nous avons également évalué le cas du Collar "classique" d'après les données historiques : pour permettre au preneur de risque d'être gagnant dans* 65% *des cas dans les trois ans tout en éliminant le risque de base (donc en plaçant le seuil supérieur à 100,5), il faut placer le seuil inférieur à 98. L'équivalent de la prime versée est donc de* $100 - \frac{100,5+98}{2} = 0,75$

	prime pure	écart-type	variance
Taux de chargement	sans objet	$21,52\%$	$9,86$

12.6 Reprise de la comparaison avec l'existant

L'évaluation des produits avec les méthodes présentées fournit des prix légèrement inférieurs aux offres du fonds d'investissement.

Les tarifs proposés sont comparables à ceux du réassureur lorsqu'ils sont calculés à partir des seules données historiques. Toutefois, l'instabilité forte de ces résultats conduit à privilégier une approche par la modélisation qui a déjà fait ses preuves à l'échelle de la ferme éolienne et qui, elle, fournit des tarifs significativement (de 20 à 30 %) plus élevés que ceux du réassureur. Cependant, en alignant la durée du contrat sur celle des produits proposés par le réassureur (5 ans), on parvient à retrouver le prix du marché.

	Mémoire	réassureur	fonds d'investissement
Put	86'200€	-	67'000€
Swap	26'420€ sur 3 ans et sur modèle 17'060€ sur les données historiques 19'960€ sur cinq ans et sur modèle	18'270€	30'000€
Collar "classique"	28'900€ sur 3 ans et sur modèle 21'690€ sur les données historiques 20'250€ sur cinq ans et sur modèle	18'270€	-
Collar "amélioré"	24990€ sur 3 ans et sur modèle 13'600€ sur les données historiques 18'500€ sur cinq ans et sur modèle	- - -	- - -

Remarque 27 *Comme dans le chapitre précédent, le put proposé par le fonds d'investissement est un put capé à* $7,85\%$ *de l'indice. Toutefois, dans la mesure où la diversification géographique permet de réduire l'amplitude des variations, ce facteur ne modifie pas le prix du produit : seules deux années sur 30 auraient été impactées et ce, dans des proportions limitées (*$8,04\%$ *et* $9,42\%$*).*

Chapitre 13

Intérêt du développement d'un marché coté

Dans ce chapitre, nous nous interrogeons sur l'intérêt du développement d'un marché organisé qui proposerait des contrats de dérivés de vent standards s'appuyant sur des indices génériques. Quels pourraient être les avantages d'une gestion dynamique du risque inspirée du modèle de Black-Scholes par rapport à la gestion statique de l'assurance traditionnelle ? Comment la théorie financière de l'évaluation d'option peut-elle s'appliquer aux marchés des dérivés climatiques ? Autant de questions qui nous permettront de discuter des perspectives de développement du « marché du vent ».

13.1 Gestion statique versus gestion dynamique

13.1.1 La gestion statique ou l'art de la diversification

Si un assureur peut proposer à une entité de porter un risque, c'est parce que les conséquences de la réalisation de ce risque seront bien moindres pour lui que pour l'entité. Le coût de transfert du risque de l'assureur vers l'assuré sera d'ailleurs d'autant plus faible que l'impact de la réalisation du risque sur l'assureur sera réduit. Afin de diminuer l'impact du risque spécifique à une entité et de pouvoir ainsi lui proposer le tarif le plus compétitif, l'assureur va joindre ce risque à d'autres risques indépendants. L'indépendance des risques garantira alors, avec une probabilité élevée, que les dommages causés par la réalisation d'une partie des risques seront couverts par les primes collectées sur l'ensemble des risques souscrits, notamment ceux qui ne se seront pas réalisés. La valeur ajoutée de l'assureur ou plus généralement d'une entité qui souscrit des risques et les gère de façon statique réside dans sa capacité à diversifier les risques. Dans le cadre de la gestion statique du risque climatique, on distinguera principalement trois types de diversification :

- **Diversification temporelle** : le preneur de risque, qui a davantage de fonds propres que l'assuré, est capable de supporter des pertes relativement importantes une année, contrairement à l'assuré. La diversification temporelle suppose que la durée du contrat permette à l'assuré d'être bénéficiaire avec une grande probabilité à son terme.
- **Diversification géographique** : le preneur de risque va chercher à nouer des contrats avec des assurés situés à des emplacements géographiques très variés

et dont les risques sont les plus indépendants possibles. Il pourra ainsi diminuer la volatilité relative de son portefeuille de contrats en vertu de la loi des grands nombres.

– **Diversification financière**. Le gérant d'un fonds de gestion alternative peut accepter une position climatique avec une volatilité élevée sans que cela n'affecte négativement la Value-at-Risk [1] de son portefeuille à condition que la position climatique soit de taille limitée et indépendante de ses autres positions financières.

13.1.2 La gestion dynamique ou l'art de la réplication

En présence d'un marché coté, plutôt que de diversifier le risque souscrit, le preneur de risque peut chercher à se couvrir directement sur les marchés financiers. L'exemple le plus courant est celui du risque attaché à la vente d'options sur actions. Trouver un portefeuille de couverture revient à trouver une stratégie qui réplique le paiement final de l'option. Cette stratégie est nécessairement dynamique dans la mesure où le risque attaché à l'option dépend du prix du sous-jacent et évolue donc en fonction des fluctuations de ce dernier. Ainsi la valeur ajoutée du preneur de risque résidera ici dans sa capacité à répliquer le risque sur le marché.

13.2 Prix d'arbitrage d'un dérivé climatique

Les variables climatiques telles que la température ou le vent ne peuvent pas être cotées directement et on ne peut donc pas faire de parallèle entre les variables climatiques et les actions. Cependant, les dérivés climatiques peuvent être couverts dynamiquement à l'aide d'autres dérivés climatiques cotés. Ainsi, on peut appliquer les techniques d'évalution par absence d'opportunité d'arbitrage au « pricing » d'un dérivé climatique à condition qu'il existe un marché satisfaisant les hypothèses du modèle de Black-Scholes. En particulier la gestion dynamique du portefeuille de couverture nécessitant des opérations fréquentes d'achat et de vente, l'hypothèses de liquidité du marché est cruciale. À l'heure actuelle, seuls les swaps de température peuvent être considérés comme suffisamment liquides pour permettre une gestion dynamique de certains dérivés climatiques.

Dans la suite, on suppose qu'il existe un marché satisfaisant les hypothèses de la section 10.2.1 sur lequel un swap climatique est négocié. On pourra par exemple considérer qu'il s'agit d'un swap sur l'indice de vent construit précedemment pour une localisation donnée.

Remarquons tout d'abord qu'il est possible de parler de prix de swap, bien que par définition, son prix à son origination soit nul.

Définition III.10 *On appelle prix du swap le coût d'entrée S_t dans le contrat (de coût non nul) de paiement x à l'échéance.*

Si l'on note r le taux de rendement de l'actif sans risque et K le strike du swap, on a :

$$S_t = Ke^{r(t-T)} \tag{13.1}$$

1. La VaR ne niveau α à l'horizon T correspond au montant de pertes qui ne devrait pas être dépassé à l'horizon T qu'avec une probabilité α

Puisque l'on considère ici des swaps climatiques, K correspond à l'espérance de l'indice conditionnellement à l'ensemble de l'information disponible à la date t. On l'appelera désormais μ_t. Sous réserve que les différents participants du marché aient un égal accès aux données d'observation et de prévision, Stephen Jewson et Anders Brix montrent que les variations du processus μ_t peuvent être modélisées à l'aide d'un mouvement brownien [2] :

$$d\mu_t = \sigma dW_t$$

D'après l'équation 13.1, le prix du swap à l'instant t prend la forme suivante :

$$S_t = e^{r(t-T)}\mu_t$$

Et donc, d'après la formule d'Itô,

$$dS_t = rS_t dt + e^{r(t-T)}\sigma dW_t$$

Ainsi, le prix réactualisé du swap, $\tilde{S}_t = e^{-rt}S_t$ suit la dynamique suivante :

$$d\tilde{S}_t = e^{-rT}\sigma dW_t$$

On observe que le prix actualisé du swap est un mouvement brownien. Il s'agit donc d'une martingale sous la probabilité historique. Ainsi, contrairement au cas de la valorisation d'option sur action, nous n'avons pas besoin ici de procéder à un changement de mesure : la probabilité historique est risque neutre.

Le prix du swap est donc donné par :

$$S_t = e^{-r(T-t)}\sigma W_t + S_0 e^{rt}$$

Pour une option basée sur le même indice, le paiement final peut être vu comme une fonction de la valeur finale de l'indice, μ_T, qui est aussi égal au prix du swap en T. En notant h la fonction payoff de l'option, on montre que le prix de l'option, v_t est une fonction de t et de μ_t :

$$\begin{aligned}
v_t &= \mathbb{E}\left[e^{-rt}h(S_T)|\mathscr{F}_t\right] \\
&= \mathbb{E}\left[e^{-rt}h(\sigma W_T + S_0 e^{rT})|\mathscr{F}_t\right] \\
&= \mathbb{E}\left[e^{-rt}h\left(\sigma\left(W_T - W_t\right) + \sigma W_t + S_0 e^{rT}\right)|\mathscr{F}_t\right] \\
&= \mathbb{E}\left[e^{-rt}h\left(\sigma\left(W_T - W_t\right) + e^{-r(T-t)}S_t\right)|\mathscr{F}_t\right] \\
&= \mathbb{E}\left[e^{-rt}h\left(\sigma\left(W_T - W_t\right) + \mu_t\right)|\mathscr{F}_t\right] \\
&= v\left(t, \mu_t\right)
\end{aligned}$$

La dernière égalité provient du fait que μ_t est $\mathscr{F}_t$-mesurable et que l'accroissement $W_T - W_t$ du mouvement brownien W est indépendant de la tribu $\mathscr{F}_t$.

Ainsi, le « prix d'arbitrage » d'un dérivé climatique sur un indice climatique pour lequel un swap est coté sur un marché liquide s'obtient de la façon suivante. On observe

2. on renvoit le lecteur intéressé au chapitre 10 de [Jew05]

d'abord le strike du swap sur le marché. Cela permet de définir l'espérance de l'indice (conditionnellement à l'information disponible en t). On calcule ensuite l'espérance du paiement final de l'option à l'aide de l'espérance de l'indice. On actualise enfin l'espérance du paiement final pour obtenir le prix d'arbitrage.

13.3 Vers un marché du vent ?

13.3.1 Intérêt

Le premier avantage d'un marché coté est qu'il offre des prix plus intéressants que le marché de gré à gré. En effet, nous avons montré à la section précédente que le prix d'une option climatique sur un marché organisé est égal à l'espérance du paiement actualisé :

$$\begin{aligned} v_0 &= \mathbb{E}\left[e^{-rt}h\left(S_T\right)|\mathscr{F}_0\right] \\ &= \mathbb{E}\left[e^{-rt}h\left(S_T\right)\right] \end{aligned}$$

Autrement dit, le prix d'arbitrage d'un dérivé climatique est rigoureusement identique à la prime pure -actualisée- issue de l'évaluation actuarielle du contrat. Par conséquent, en présence d'un marché idéal, c'est-à-dire d'un marché qui satisfait les hypothèses de la section 10.2.1 le preneur de risque aura intérêt à adopter une approche dynamique de gestion de ses positions climatiques afin de pouvoir proposer les tarifs les plus compétitifs possibles. L'avantage pour les utilisateurs finaux est certain puisque ces derniers pourront se couvrir à moindre frais.

Le deuxième avantage majeur d'un marché coté permet en outre d'éliminer le risque de crédit puisque c'est l'organisateur du marché qui se substitue à toute contrepartie qui ferait faillite.

13.3.2 Freins au développement

Les hypothèses 10.2.1 qui nous ont permis d'obtenir le prix d'arbitrage d'un dérivé climatique ne sont pas réalistes. D'abord, les contrats échangés le sont par blocs et ne sont donc pas divisibles à l'infini. En outre, même les contrats les plus échangés sur le CME ne sont pas suffisamment liquides pour pouvoir négliger l'écart (ou « spread ») entre l'offre et la demande. Enfin, les échanges ont nécéssairement lieu avec des coûts de transaction de manière à rémunérer l'organisateur du marché et éventuellement le courtier qui en permet l'accès. La prise en compte de toutes ces imperfections entraîne bien entendu une augmentation significative du prix de la couverture.

De plus, comme nous l'avons signalé à la section 1.5, la problématique du risque de base se pose avec davantage d'acuité lorsque le risque est couvert à l'aide de contrats standardisés que lorsqu'il est couvert par un produit sur-mesure. En particulier, nous avons vu que la vitesse du vent dépend fortement de la localisation et les utilisateurs finaux de couvertures contre le risque de vent sont très dispersés géographiquement.

Chapitre 14

Bilan de l'étude

Pour se prémunir contre le risque de base, le propriétaire de la ferme éolienne a besoin de produits spécifiques. En conséquence, de tels produits ne peuvent être suffisamment liquides pour être échangés sur un marché coté. Les propositions de couverture doivent donc être tarifées avec des techniques assurantielles classiques. L'approche retenue a été d'imposer que le preneur de risque soit gagnant à échéance du contrat dans 65% des cas.

Trois types principaux de couverture ont été étudiés : les couvertures à base de put, de swap et de collar.

Les produits proposés pour un an pour une seule ferme éolienne le sont à des tarifs dissuasifs, ce qui impose de rechercher d'autres solutions, moins onéreuses et faisant appel à des effets de diversification, tant spatiaux que temporels.

À ce niveau, on constate que les couvertures à base de put ne bénéficient pas de ces effets et demeurent très chères : on restreint donc le choix aux produits à base de collar et de swap.

On note alors que le collar est préférable au swap dans la mesure où il prend en compte le risque de base. Toutefois, la version usuellement proposée du collar dans laquelle l'assureur se rémunère et décentrant vers la gauche la courbe du pay-off présente deux inconvénients majeurs : pour garantir le niveau de rémunération, elle nécessite un décalage vers la gauche plus important que pour le swap ; en conséquence, en cas de sinistre grave, la "franchise" restant à la charge de l'assuré est plus importante.

C'est pourquoi nous recommandons une version du collar dans laquelle le preneur de risque perçoit sa rémunération via un décalage vers le bas de la courbe de ses pay-offs. À niveau de rémunération égal, cela limite la largeur du palier.

En combinant le choix de ce produit avec des effets de diversifcation géographique et une durée de contrat de 5 ans, nous sommes parvenus à évaluer la couverture (chargements et taxes compris) pour une ferme éolienne de $12MW$ insérée dans le portefeuille éolien d'une grand producteur d'énergie à $18'500$ €, soit environ $0,9\%$ de la valeur de l'indice. Ce résultat est très proche d'offres disponibles sur le marché.

Annexe A

Quelques résultats sur la loi de Weibull

Proposition III.9 *L'espérance d'une variable aléatoire distribuée suivant* $W(\lambda, k)$ *vérifie la relation suivante*

$$\mu = \lambda\Gamma\left(1 + \frac{1}{k}\right)$$

avec $\Gamma(x) := \int_0^{+\infty} t^{x-1} exp(-t)\, dt$ *pour tout* $x > 0$.

Démonstration 3 *Rappelons tout d'abord que pour* $j > -1$ *et pour* $k > 0$*, les fonctions de la forme* $x \mapsto x^j \cdot exp(-x^k)$ *sont intégrables. Donc les lois de Weibull sont intégrables. On a alors*

$$\mu = \mathbb{E}(W(\lambda, k)) = \int_0^{+\infty} x \cdot f_{\lambda,k}(x) dx$$

$$\mu = \int_0^{+\infty} x \cdot \frac{k}{\lambda} \cdot \left(\frac{x}{\lambda}\right)^{k-1} \cdot exp\left(-\left(\frac{x}{\lambda}\right)^k\right) \cdot dx$$

$$\mu = \int_0^{+\infty} k \cdot \left(\frac{x}{\lambda}\right)^k \cdot exp\left(-\left(\frac{x}{k}\right)^k\right) \cdot dx$$

On effectue alors le changement de variables $y = \left(\frac{x}{\lambda}\right)^k$ *On a donc* $dy = \lambda^{-k} \cdot k \cdot x^{k-1} \cdot dx$ *Pour pouvoir réaliser ce changement de variables sans justification supplémentaire, il faut que* $x \mapsto \left(\frac{x}{\lambda}\right)$ *soit de classe* $\mathscr{C}^1$ *sur*$[0; +\infty[$*. C'est bien le cas si* $k \geq 1$*, mais ce n'est pas le cas en 0 pour* $k \in]0; 1[$*.. Dans cette dernière situation, on procède de la façon suivante : On fixe* $\epsilon > 0$*. On choisit* $\eta > 0$ *tel que*

$$\int_0^{\eta} k \cdot \left(\frac{x}{\lambda}\right)^k \cdot exp\left(-\left(\frac{x}{k}\right)^k\right) \cdot dx < \epsilon$$

On peut alors écrire

$$\int_0^{+\infty} k \left(\frac{x}{\lambda}\right)^k exp\left(-\left(\frac{x}{k}\right)^k\right) dx =$$

$$\int_0^{\eta} k \left(\frac{x}{\lambda}\right)^k exp\left(-\left(\frac{x}{k}\right)^k\right) dx + \int_{\eta}^{+\infty} k \left(\frac{x}{\lambda}\right)^k exp\left(-\left(\frac{x}{k}\right)^k\right) dx$$

et effectuer le changement de variables dans la deuxième partie de l'intégrale. On conclut en faisant tendre ϵ et donc η vers 0.

$$\mu = \int_0^{+\infty} k \cdot y \cdot exp(-y) \cdot \frac{\lambda^k}{k \cdot x^{k-1}} dy$$

$$= \lambda \cdot \int_0^{+\infty} y \cdot \frac{1}{y^{\frac{k-1}{k}}} \cdot exp(-y) dy$$

$$= \lambda \cdot \int_0^{+\infty} y^{\left(1+\frac{1}{k}\right)-1} \cdot exp(-y) dy$$

$$\mu = \lambda \cdot \Gamma\left(1 + \frac{1}{k}\right)$$

Annexe B

Éléments de mathématiques financières

Cette annexe est issue du cours d'Introduction aux mathématiques financières dispensé à l'ENSAE par M. Romuald ELIE.

Proposition III.10 (Théorème de Girsanov) *Il existe une probabilité $\hat{\mathbb{P}}$ équivalente à la probabilité historique $\mathbb{P}$ définie sur $(\Omega, \mathscr{F}_T)$ par :*

$$\frac{d\hat{\mathbb{P}}}{d\mathbb{P}} \mid_{\mathscr{F}_T} := Z_T := e^{-\lambda W_T - \frac{\lambda^2}{2}T}$$

sous laquelle le processus $\hat{W}_t$ défini par $\hat{W}_t := W_t + \lambda t$ est un mouvement brownien sur $[0, T]$.

Démonstration 4 *$\hat{W}$ est continu p.s. et $\hat{W}_0 = 0$, c'est donc un mouvement brownien sous $\widehat{P}$ sur $[0, T]$ si et seulement si pour tout n, pour tout $0 \leq t_1 \leq \ldots \leq t_n = T$, les v.a. $\hat{W}_{t_i} - \hat{W}_{t_{i-1}}$ sont indépendantes de loi $\mathscr{N}(0, t_i - t_{i-1})$. Ceci revient à montrer que pour tout $u_1, \ldots, u_n$ de $\mathbb{R}^n$, on a l'égalité entre fonction caractéristique :*

$$\mathbb{E}^{\hat{\mathbb{P}}}\left[e^{i\sum_{j=1}^n u_j\left(\hat{W}_{t_j} - \hat{W}_{t_{j-1}}\right)}\right] = \prod_{j=1}^n e^{-\frac{u_j^2}{2}(t_j - t_{j-1})}$$

Ceci se démontre de la manière suivante :

$$\begin{aligned}
\mathbb{E}^{\hat{\mathbb{P}}}\left[e^{i\sum_{j=1}^n u_j\left(\hat{W}_{t_j} - \hat{W}_{t_{j-1}}\right)}\right] &= \mathbb{E}^{\mathbb{P}}\left[\prod_{j=1}^n e^{iu_j\left[\left(W_{t_j} - W_{t_{j-1}}\right) + \lambda(t_j - t_{j-1})\right]} e^{-\lambda W_T - \frac{\lambda^2}{2}T}\right] \\
&= \mathbb{E}^{\mathbb{P}}\left[\prod_{j=1}^n e^{(iu_j - \lambda)\left(W_{t_j} - W_{t_{j-1}}\right) + \left(i\lambda u_j - \frac{\lambda^2}{2}\right)(t_j - t_{j-1})}\right] \\
&= \prod_{j=1}^n e^{\left(i\lambda u_j - \frac{\lambda^2}{2}\right)(t_j - t_{j-1})} \mathbb{E}^{\mathbb{P}}\left[e^{(iu_j - \lambda)\left(W_{t_j} - W_{t_{j-1}}\right)}\right] \\
&= \prod_{j=1}^n e^{\left(i\lambda u_j - \frac{\lambda^2}{2}\right)(t_j - t_{j-1})} e^{\frac{(iu_j - \lambda)^2}{2}(t_j - t_{j-1})} \\
&= \prod_{j=1}^n e^{-\frac{u_j^2}{2}(t_j - t_{j-1})}
\end{aligned}$$

Proposition III.11 (Prix d'une stratégie autofinançante) *La probabilité $\hat{\mathbb{P}}$ construite précédemment est une probabilité risque neutre. La valeur en t de toute stratégie autofinançante (x, ϕ) de flux final $X_T^{x,\phi} = h_T$ est :*

$$X_t^{x,\phi} = e^{-r(T-t)}\mathbb{E}^{\hat{\mathbb{P}}}[h_T|\mathscr{F}_t]$$

Démonstration 5 *Les dynamiques de $\tilde{S}$ et de $\tilde{X}_t^{x,\phi}$ sous $\hat{\mathbb{P}}$ sont données par :*

$$d\tilde{S}_t = \sigma\tilde{S}_t d\hat{W}_t \;\Rightarrow\; d\tilde{X}_t^{x,\phi} = \phi_t d\tilde{S}_t = \sigma\phi_t\tilde{S}_t d\hat{W}_t$$

Donc grâce aux conditions d'intégrabilité de ϕ, $\tilde{X}_t^{x,\phi}$ est une martingale sous $\hat{\mathbb{P}}$ et donc :

$$X_t^{x,\phi} = e^{rT}\tilde{X}_t^{x,\phi} = e^{rT}\mathbb{E}^{\hat{\mathbb{P}}}\left[\tilde{X}_t^{x,\phi}|\mathscr{F}_t\right] = e^{rT}\mathbb{E}^{\hat{\mathbb{P}}}\left[e^{-rT}X_t^{x,\phi}|\mathscr{F}_t\right] = e^{-r(T-t)}\mathbb{E}^{\hat{\mathbb{P}}}\left[h_T|\mathscr{F}_t\right]$$

Proposition III.12 *Considérons un produit dérivé de la forme $h(S_T)$. Alors il existe une fonction $v : [0,T] \times \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}$ telle que :*

$$v\left(t, S_t\right) := e^{-r(T-t)}\mathbb{E}^{\hat{P}}\left[h(S_T)|\mathscr{F}_t\right]$$

Démonstration 6 *Dans le modèle de Black-Scholes, la valeur du sous-jacent en t est :*

$$S_t = S_0 e^{\left(r-\frac{\sigma^2}{2}\right)t-\sigma W_t}$$

On en déduit que :

$$S_T = S_t e^{\left(r-\frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)-\sigma(W_T-W_t)}$$

Donc l'espérance conditionnelle se réécrit :

$$e^{-r(T-t)}\mathbb{E}^{\hat{P}}\left[h(S_T|\mathscr{F}_t)\right] = e^{-r(T-t)}\mathbb{E}^{\hat{P}}\left[h\left(S_t e^{\left(r-\frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)-\sigma(W_T-W_t)}\right)|\mathscr{F}_t)\right]$$

Or la variable aléatoire S_t est $\mathscr{F}_t$-mesurable et la variable aléatoire $W_T - W_t$ est indépendante de $\mathscr{F}_t$. On en déduit grâce aux propriétés des espérances conditionnelles que :

$$e^{-r(T-t)}\mathbb{E}^{\hat{P}}\left[h(S_T|\mathscr{F}_t)\right] = v\left(t, S_t\right)$$

avec la fonction v définie par :

$$v : (t,x) \mapsto e^{-r(T-t)}\mathbb{E}^{\hat{P}}\left[h\left(S_t e^{\left(r-\frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)-\sigma(W_T-W_t)}\right)\right]$$

Proposition III.13 (Réplicabilité d'un produit dérivé) *Si l'on suppose que $v \in C^{1,2}\left([0,T] \times \mathbb{R}^+\right)$, alors il existe une stratégie autofinançante (x, ϕ) qui duplique le produit dérivé, i.e. telle que $\forall t \in [0,T], X_t^{x,\phi} = v\left(t, S_t\right)$ et les quantités x et ϕ sont données par :*

$$x := e^{-rT}\mathbb{E}^{\hat{\mathbb{P}}}\left[h(S_T)\right] \quad \phi_t := \frac{\partial v}{\partial x}\left(t, S_t\right)$$

Sous l'hypothèse d'absence d'opportunité d'arbitrage, le prix en t du produit de flux final $h(S_T$ est donc $v\left(t, S_t\right)$.

Démonstration 7 *Supposons que $v \in C^{1,2}([0,T]\times\mathbb{R}^+)$, et construisons le portefeuille de couverture. Considérons tout d'abord le processus défini sur $[0,T]$ par :*

$$U_t := e^{-rT} v(t,S_t) = \mathbb{E}^{\hat{\mathbb{P}}}\left[e^{-rT} h(S_T)|\mathscr{F}_t\right]$$

Par construction, ce processus est une martingale sous $\hat{\mathbb{P}}$, en effet, pour tout $s \leq t$:

$$\mathbb{E}^{\hat{\mathbb{P}}}[U_t|\mathscr{F}_s] = \mathbb{E}^{\hat{\mathbb{P}}}\left[\mathbb{E}^{\hat{\mathbb{P}}}\left[e^{-rT}h(S_T)|\mathscr{F}_t\right]|\mathscr{F}_s\right] = \mathbb{E}^{\hat{\mathbb{P}}}\left[e^{-rT}h(S_T)|\mathscr{F}_s\right] = U_s$$

Remarquons que l'on peut réécrire :

$$U_t = u(t,S_t) \quad \text{avec } u:(t,x)\mapsto e^{-rT}v\left(t,e^{rT}x\right)$$

Alors $u \in C^{1,2}([0,T]\times\mathbb{R}^+)$ et la formule d'Itô [1] nous donne :

$$\begin{aligned} dU_t &= u_x\left(t,\tilde{S}_t\right)d\tilde{S}_t + u_t\left(t,\tilde{S}_t\right)dt + \tfrac{1}{2}u_{xx}\left(t,\tilde{S}_t\right)d\langle\tilde{S}\rangle_t \\ &= \sigma\tilde{S}_t u_x\left(t,\tilde{S}_t\right)d\hat{W}_t + \left(u_t\left(t,\tilde{S}_t\right) + \tfrac{\sigma^2}{2}\tilde{S}_t^2 u_{xx}\left(t,\tilde{S}_t\right)\right)dt \end{aligned}$$

Le processus U est un processus d'Itô martingale donc sa partie en dt est nulle et l'on obtient finalement :

$$U_t = U_0 + \int_0^t u_x\left(r,\tilde{S}_r\right)d\tilde{S}_r$$

Considérons maintenant la stratégie de portefeuille donnée par :

$$x := U_0 = e^{-rT}\mathbb{E}^{\hat{\mathbb{P}}}[h(S_T)] \quad \text{et} \quad \phi_t := u_x\left(t,\tilde{S}_t\right) = v_x(t,S_t)$$

Par construction, U est une vraie martingale donc (x,ϕ) est une stratégie de portefeuille et grâce à la condition d'autofinancement, la valeur actualisée de ce portefeuille est :

$$\tilde{X}_t^{x,\phi} = x + \int_0^t \phi_r d\tilde{S}_r = U_0 + \int_0^t u_x\left(r,\tilde{S}_r\right)d\tilde{S}_r = U_t$$

Donc le portefeuille $X^{x,\phi}$, qui vérifie de bonnes conditions d'intégrabilité car U est une martingale, est bien un portefeuille de réplication car il vérifie :

$$X_t^{x,\phi} = e^{rT}U_t = v(t,S_t) = e^{-r(T-t)}\mathbb{E}^{\hat{P}}[h(S_T)|\mathscr{F}_t]$$

Proposition III.14 (Formule de Black-Scholes pour le prix du Call) *Le prix d'un call de maturité T et de prix d'exercice K est :*

$$C_t = S_t\mathscr{N}(d_1) - Ke^{-r(T-t)}\mathscr{N}(d_2)$$

avec $\mathscr{N}$ la fonction de répartition d'une loi normale $\mathscr{N}(0,1)$ et,

1. Pour X_t un processus d'Itô, avec $f \in \mathscr{C}^{1,2}([0;T]x\mathbb{R})$, on a

$$df(t,X_t) = f_t(t,X_t)dt + f_x(t,X_t)dX_t + \frac{1}{2}\cdot f_{t,t}(t,X_t)d\langle X\rangle_t$$

$$d_1 := \frac{ln(\frac{S_t}{K})+\left(r+\frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}$$

$$d_2 := d_1 - \sigma\sqrt{T-t}$$

Démonstration 8 *Nous avonc :*

$$\begin{aligned} C_t &= e^{-r(T-t)}\mathbb{E}^{\hat{P}}\left[(S_t-K)^+ |\mathscr{F}_t)\right] \\ &= e^{-r(T-t)}\mathbb{E}^{\hat{P}}\left[\left(S_t e^{\left(r-\frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)+\sigma\left(\hat{W}_T-\hat{W}_t\right)}-K\right)^+ |\mathscr{F}_t)\right] \end{aligned}$$

Donc, comme $C_t = v(t,S_t)$, nous avons,

$$\begin{aligned} v(t,S_t) &= e^{-r(T-t)}\mathbb{E}^{\hat{P}}\left[\left(S_t e^{\left(r-\frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)+\sigma\left(\hat{W}_T-\hat{W}_t\right)}-K\right)^+\right] \\ &= x\mathbb{E}^{\hat{P}}\left[e^{\sigma\left(\hat{W}_T-\hat{W}_t\right)-\frac{\sigma^2}{2}(T-t)}\mathbf{1}_{\mathscr{E}}\right] - Ke^{-r(T-t)}\hat{\mathbb{P}}(\mathscr{E}) \end{aligned}$$

Avec $\mathscr{E}$ la région d'exercice donnée par :

$$\begin{aligned} \mathscr{E} &= \left\{xe^{\left(r-\frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)+\sigma\left(\hat{W}_T-\hat{W}_t\right)} > K\right\} \\ &= \left\{\frac{\hat{W}_t-\hat{W}_T}{\sqrt{T-t}} < \frac{ln\left(\frac{x}{K}\right)+\left(r-\frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}\right\} \end{aligned}$$

On introduit aussi la probabilité $\mathbb{P}^\star$ équivalente à $\mathbb{P}$ définie par :

$$\frac{d\mathbb{P}^\star}{d\hat{\mathbb{P}}} \mid \mathscr{F}_T := Z_T = e^{\sigma\hat{W}_T-\frac{\sigma^2}{2}T}$$

Alors, comme $\mathscr{E}$ est un événement indépendant de $\mathscr{F}_t$, on a :

$$\mathbb{E}^{\hat{\mathbb{P}}}\left[\mathbf{1}_{\mathscr{E}}\frac{Z_T}{Z_t}\right] = \mathbb{E}^{\mathbb{P}*}\left[\mathbf{1}_{\mathscr{E}}\frac{1}{Z_t}\right] = \mathbb{E}^{\mathbb{P}*}\left[\mathbf{1}_{\mathscr{E}}\right]\mathbb{E}^{\mathbb{P}*}\left[\frac{1}{Z_t}\right] = \mathbb{P}^*(\mathscr{E})$$

Par conséquent, $v(t,x)$ se réécrit :

$$v(t,x) = x\mathbb{P}^*(\mathscr{E}) - Ke^{-r(T-t)}\hat{\mathbb{P}}(\mathscr{E})$$

D'après le théorème de Girsanov, le processus W^* défini par $W_t^* := \hat{W}_t - \sigma t$ est un mouvement brownien sous $\mathbb{P}^*$. Or $\mathscr{E}$ se réécrit :

$$\begin{aligned} \mathscr{E} &= \left\{\frac{\hat{W}_t-\hat{W}_T}{\sqrt{T-t}} < \frac{ln\left(\frac{x}{K}\right)+\left(r-\frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}\right\} \\ &= \left\{\frac{W_t^*-W_T^*}{\sqrt{T-t}} < \frac{ln\left(\frac{x}{K}\right)+\left(r+\frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}\right\} \end{aligned}$$

Donc, comme $\frac{\hat{W}_t-\hat{W}_T}{\sqrt{T-t}}$ et $\frac{W_t^*-W_T^*}{\sqrt{T-t}}$ suivent une loi normale centrée et réduite sous $\hat{\mathbb{P}}$ et $\mathbb{P}^*$ respectivement. Le prix du call se réécrit donc :

$$\begin{aligned} C_t &= v\left(t, S_t\right) \\ C_t &= S_t \mathcal{N}(d_1) - K e^{-r(T-t)} \end{aligned}$$

Proposition III.15 (Parité Call-Put) *On considère un call et un put de mêmes caractéristiques : prix d'exercice K et échéance T, définis sur le sous-jacent S. En l'absence d'opportunité d'arbitrage le prix du call à l'instant t, C_t et relié à celui du put par la relation de parité call put :*

$$C_t - P_t = S_t - K e^{-r(T-t)}$$

Démonstration 9 *Soit X le portefeuille constitué par l'achat d'un put de prix d'exercice K et d'échéance T sur le sous-jacent S, l'achat d'une unité de l'actif risqué S, la vente d'un call de mêmes caractéristiques que le put et la vente de Ke^{-rT} unités d'actifs non risqués S^0. La valeur de ce portefeuille à l'échéance T est :*

$$X_T = (K - S_T)^+ + S_T - (S_T - K)^+ - K = 0$$

L'hypothèse d'absence d'opportunité d'arbitrage implique alors que la valeur x de ce portefeuille en $t \leq T$ est nulle. On obtient donc la relation de parité call-put :

$$C_t - P_t = S_t - K e^{-r(T-t)}$$

Annexe C

Quelques fonctions R

C.1 Lecture des fichiers NetCdf

```
require('ncdf')

lecture_donnees=function(longitude, latitude, date_debut, date_fin, chemin_uwind, chemin_vwind){

        u_wind=c()
        v_wind=c()
        annee=c()

    for(i in date_debut:date_fin){

        u_repertoire=paste(chemin_uwind,i,".nc",sep="")
        v_repertoire=paste(chemin_vwind,i,".nc",sep="")

        uwnd.nc=open.ncdf(u_repertoire)
        vwnd.nc=open.ncdf(v_repertoire)

        u_wind_temp=get.var.ncdf( uwnd.nc , "uwnd", start=c(longitude,latitude,1,1), count=c(1,1,1,-1))
        v_wind_temp=get.var.ncdf( vwnd.nc , "vwnd", start=c(longitude,latitude,1,1), count=c(1,1,1,-1))

        u_wind = c(u_wind,u_wind_temp)
        v_wind = c(v_wind,v_wind_temp)

        annee=c(annee,rep(i,length(u_wind_temp)))

        close.ncdf(uwnd.nc)
        close.ncdf(vwnd.nc)
        }

    vitesse=sqrt(u_wind^2+v_wind^2)

    return(as.data.frame(list(annee=annee,u_wind=u_wind,
    v_wind=v_wind,vitesse=vitesse)))

}
```

C.2 Calcul de l'indice

```
require('ncdf')
require('MASS')

source('../fonction_puissance.R')
source('../calibration_weibull.R')
source('../changement_altitude.R')
source('../lecture_donnees.R')
```

```
indice=function(longitude_exacte,latitude_exacte,a,b,n,correction=FALSE,methode='deterministe'){

    #On dertermine le point de la maille le plus proche du point considéré
    uwnd2000.nc=open.ncdf('../uwnd.10m.gauss.2000.nc')
    x_lat = get.var.ncdf( uwnd2000.nc, "lat")
    x_lon = get.var.ncdf( uwnd2000.nc, "lon")
    close.ncdf(uwnd2000.nc)
    latitude=which(abs(x_lat-latitude_exacte)==min(abs(x_lat-latitude_exacte)))
    longitude=which(abs(x_lon-longitude_exacte)==min(abs(x_lon-longitude_exacte)))

    res_lecture=lecture_donnees(longitude,latitude,date_debut=1979,date_fin=2007)
    annee=res_lecture$annee
    vitesse=res_lecture$vitesse

    if(correction){
        vitesse_moyenne_periode_correction=mean(vitesse[anneeinc(1998:2007)])
    }
    else{
        vitesse_moyenne_periode_correction=-1
    }

    puissance_moyenne_annuelle=c()

    if(methode=='deterministe'){

        for(annee_temp in min(annee):max(annee)){
            vitesse_10_temp=vitesse[which(annee==annee_temp)]
            vitesse_100_temp=vitesse_10_temp*(10^n)
            moyenne_temp=mean(as.numeric(lapply(vitesse_100_temp,courbeDePuissance)))
            puissance_moyenne_annuelle=c(puissance_moyenne_annuelle,moyenne_temp)
        }
        indice_energie=puissance_moyenne_annuelle*365.25*24*0.936/2
        #en  kwH. Le coefficient 0.936 permet de tenir compte de la perte de 6.4
        #pourcents liée aux turbulences (pour une ferme de 6 éoliennes)
        #indice_energie correspond à l'énergie moyenne fournie par 1MW d'installation
        #éolienne en une année.

        indice_euros=indice_energie*0.0856
        #Prix de rachat de l'éolien onshore en 2009 : 0.0856 euros par kwH

        resultat=as.data.frame(list(annee=min(annee):max(annee),indice_energie=indice_energie,
        indice_euros=indice_euros,puissance_moyenne_annuelle=puissance_moyenne_annuelle))
    }

    else{

        for(annee_temp in min(annee):max(annee)){
            vitesse_temp=vitesse[which(annee==annee_temp)]

            #On estime les paramètres de la loi de Weibull à 10m
            parametres_weibull_bas=calibration_weibull(vitesse_temp,vitesse_moyenne_periode_dewi)
            shape_10=parametres_weibull_bas$shape
            scale_10=parametres_weibull_bas$scale

            #On estime les paramètres de la loi de Weibull à 100m
            parametres_weibull_haut=changement_altitude(shape_10,scale_10,hauteur_finale=100,a=a,b=b)
            shape=parametres_weibull_haut$shape
            scale=parametres_weibull_haut$scale

            vitesse_simulees=rweibull(10000,shape,scale)
            puissance_simulees=lapply(vitesse_simulees,courbeDePuissance)
            moyenne_temp=mean(as.numeric(puissance_simulees))

            puissance_moyenne_annuelle=c(puissance_moyenne_annuelle,moyenne_temp)
        }
        indice_energie=puissance_moyenne_annuelle*365.25*24*0.936/2
        indice_euros=indice_energie*0.0856

        resultat=as.data.frame(list(annee=min(annee):max(annee),indice_energie=indice_energie,
        indice_euros=indice_euros,puissance_moyenne_annuelle=puissance_moyenne_annuelle)) }

    return(resultat)
}
```

Annexe D

Adéquation de l'indice à un modèle gaussien

$P86_{th}$	$P86$	$ecart_{86}$	$P93_th$	$P93$	$ecart_{93}$
0.926	0.936	1.115	0.897	0.881	1.794
0.923	0.918	0.530	0.895	0.903	0.828
0.929	0.915	1.502	0.903	0.903	0.012
0.927	0.923	0.459	0.900	0.902	0.149
0.928	0.921	0.781	0.902	0.897	0.565
0.930	0.913	1.771	0.903	0.901	0.275
0.926	0.927	0.131	0.899	0.899	0.015
0.933	0.924	0.986	0.907	0.884	2.588
0.927	0.925	0.192	0.901	0.888	1.383
0.941	0.930	1.110	0.916	0.904	1.334
0.938	0.925	1.429	0.916	0.912	0.408
0.936	0.929	0.710	0.914	0.922	0.921
0.912	0.907	0.494	0.880	0.848	3.649
0.938	0.936	0.228	0.916	0.881	3.824
0.916	0.924	0.903	0.887	0.864	2.606
0.938	0.936	0.223	0.915	0.887	3.015
0.937	0.929	0.892	0.912	0.914	0.188
0.933	0.921	1.298	0.908	0.890	2.017

Annexe E

Données utilisées pour la tarification

E.1 Valeurs des indices

Valeur en € de l'indice	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1979	294209	230618	234155	232481	208120	226683	281257	235108	267160	348540	247232	267362	216275	306045	211428	305291	311881	298938
1980	322446	276662	275454	270598	242529	271285	305513	260047	286602	341315	270466	301024	194090	295043	194266	293617	335966	327487
1981	303403	253750	251928	252740	241422	256423	281890	251860	272314	328404	261320	284408	213726	277368	208601	272301	314616	313251
1982	307238	247667	251615	242578	213273	241998	273077	227010	253320	327733	246234	280567	187154	271907	187727	269532	285790	286059
1983	337624	268409	266953	270644	240001	264859	313628	255752	300949	361052	270291	304088	202173	278945	203166	281178	287564	298331
1984	313256	238996	240149	237339	215576	235034	302993	241263	284108	365846	258645	277063	206769	294436	208589	297851	294781	310908
1985	297531	236435	234179	233310	206695	234778	278898	214796	262225	313377	236556	283407	172045	265544	172796	266649	292139	276439
1986	330173	259173	266207	251209	221055	254198	298962	235038	289324	347171	252753	299091	170297	248086	173118	249018	297825	301827
1987	279657	224721	225811	221292	208574	222830	267120	220518	261151	319874	236281	282578	210398	296883	210361	300255	297247	300550
1988	355777	275617	271927	272131	239633	271121	333060	242870	307173	372858	263908	308238	197089	273043	192573	276201	313997	313523
1989	305937	230133	230687	227079	201579	227254	287068	214010	275498	341536	229796	279209	167042	250254	164858	252701	287752	265883
1990	353053	280054	281222	273681	224385	274915	330851	250239	313198	368831	266631	319872	184392	267299	184967	267575	299934	291559
1991	302257	236619	239874	240293	211679	240918	289403	233019	270370	344553	245131	302451	210754	304203	204472	300863	316711	307314
1992	318275	247391	248597	251032	224127	251618	313062	227869	296133	358181	248275	297771	192124	287795	191987	289533	312888	301010
1993	319485	256417	255720	256575	236332	256796	307690	255259	293197	360857	275406	309043	196209	276238	197777	274870	307407	302771
1994	336529	266574	265468	260667	225022	261772	313507	246201	296552	365139	263773	302010	182151	265890	184819	266690	303894	308259
1995	338318	265586	263024	260568	237456	261784	312395	253932	291594	360174	274199	307320	214647	286914	211200	289924	347730	324782
1996	300252	246089	248322	236222	201178	234459	275360	238977	248164	326552	261262	310436	218082	308373	217479	312341	349629	319288
1997	296957	235945	233566	230928	198507	229838	278662	224407	266641	333187	242543	304522	209788	305950	210751	310213	307929	280828
1998	355037	280708	282347	282507	239436	276955	333005	257072	313457	384377	280009	341301	197544	280157	203081	281551	330992	307816
1999	333308	280506	282202	271913	236776	271689	308444	267841	282605	348149	285781	322332	212563	283915	207226	283434	316233	325649
2000	348063	281380	277186	269826	232158	266349	310601	260335	281668	376256	272626	305632	195119	280311	190798	282748	312719	322169
2001	297515	257409	254469	251796	237267	253581	279181	266845	263896	322501	275440	304170	232436	307935	230639	306947	337716	348317
2002	313589	256295	259533	250256	228349	250110	287636	258922	263904	344245	277456	338233	201756	283154	205979	284706	343968	326676
2003	273710	233938	232766	232433	206579	229834	256581	233370	248457	308130	251152	284706	222369	295470	217593	300077	314650	327931
2004	311267	249591	257812	256658	226975	254470	304104	243463	285529	346908	254808	298610	224167	302423	226796	299571	320699	323755
2005	308420	238926	243119	240643	218140	243266	296901	229267	271673	344757	239684	277135	192420	277135	190706	281032	342680	326261
2006	317041	264888	262153	253443	229446	256771	277118	249250	258731	337941	266423	310270	194517	274965	191100	276494	309382	331975
2007	331220	271365	269586	273651	254047	275127	318482	251874	306924	357387	259705	310133	203653	291601	203934	287104	329335	338797
moyenne	317295	254892	255380	251879	224356	251611	297119	242980	279742	346753	259096	300448	200750	284044	199958	284837	314623	310633
écart-type	6,83%	6,92%	6,65%	6,64%	6,65%	6,60%	6,82%	6,23%	6,79%	5,54%	5,71%	5,85%	8,08%	5,73%	7,77%	5,75%	5,92%	6,16%
écart-type moyen	6,48%																	

E.2 Calculs pour le put

Montants versés (en pourcentage de l'indice)																		
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1979	7,28%	9,52%	8,31%	7,70%	7,24%	9,91%	5,34%	3,24%	4,50%	0,00%	4,58%	11,01%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,87%	3,76%
1980	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	1,57%	0,00%	0,00%	3,32%	0,00%	2,85%	0,00%	0,00%	0,00%
1981	4,38%	0,45%	1,35%	0,00%	0,00%	0,00%	5,13%	0,00%	2,66%	5,29%	0,00%	5,34%	0,00%	2,35%	0,00%	4,40%	0,00%	0,00%
1982	3,17%	2,83%	1,47%	3,69%	4,94%	3,82%	8,09%	6,57%	9,45%	5,49%	4,96%	6,62%	6,77%	4,27%	6,12%	5,37%	9,16%	7,91%
1983	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	1,80%	0,00%	1,28%	8,60%	3,96%
1984	1,27%	6,24%	5,96%	5,77%	3,91%	6,59%	0,00%	0,71%	0,00%	0,00%	0,17%	7,78%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	6,31%	0,00%
1985	6,23%	7,24%	8,30%	7,37%	7,87%	6,69%	6,13%	11,60%	6,26%	9,63%	8,70%	5,67%	14,30%	6,51%	13,58%	6,39%	7,15%	11,01%
1986	0,00%	0,00%	0,00%	0,27%	1,47%	0,00%	0,00%	3,27%	0,00%	0,00%	2,45%	0,45%	15,17%	12,66%	13,42%	12,58%	5,34%	2,83%
1987	11,86%	11,84%	11,58%	12,14%	7,03%	11,44%	10,10%	9,24%	6,65%	7,75%	8,81%	5,95%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	5,52%	3,25%
1988	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,05%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	1,82%	3,87%	3,69%	3,03%	0,20%	0,00%
1989	3,58%	9,71%	9,67%	9,85%	10,15%	9,68%	3,38%	11,92%	1,52%	1,50%	11,31%	7,07%	16,79%	11,90%	17,55%	11,28%	8,54%	14,41%
1990	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	8,15%	5,90%	7,50%	6,06%	4,67%	6,14%
1991	4,74%	7,17%	6,07%	4,60%	5,65%	4,25%	2,60%	4,10%	3,35%	0,63%	5,39%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	1,07%
1992	0,00%	2,94%	2,66%	0,34%	0,10%	0,00%	0,00%	6,22%	0,00%	0,00%	4,18%	0,89%	4,30%	0,00%	3,99%	0,00%	0,55%	3,10%
1993	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	2,26%	2,75%	1,09%	3,50%	2,29%	2,53%
1994	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	9,26%	6,39%	7,57%	6,37%	3,41%	0,76%
1995	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
1996	5,37%	3,45%	2,76%	6,22%	10,33%	6,82%	7,32%	1,65%	11,29%	5,83%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
1997	6,41%	7,43%	8,54%	8,32%	11,52%	8,65%	6,21%	7,64%	4,68%	3,91%	6,39%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	2,13%	9,59%
1998	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	1,60%	1,37%	0,00%	1,15%	0,00%	0,91%
1999	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,05%	0,00%	0,49%	0,00%	0,00%
2000	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	2,80%	1,31%	4,58%	0,73%	0,61%	0,00%
2001	6,23%	0,00%	0,36%	0,03%	0,00%	0,00%	6,04%	0,00%	5,66%	6,99%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
2002	1,17%	0,00%	0,00%	0,64%	0,00%	0,60%	3,19%	0,00%	5,66%	0,72%	0,00%	0,00%	0,00%	0,31%	0,00%	0,05%	0,00%	0,00%
2003	13,74%	8,22%	8,86%	7,72%	7,92%	8,65%	13,64%	3,95%	11,18%	11,14%	3,07%	5,24%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
2004	1,90%	2,08%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	1,66%	0,61%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
2005	2,80%	6,26%	4,80%	4,46%	2,77%	3,32%	0,07%	5,64%	2,88%	0,58%	7,49%	7,76%	4,15%	2,43%	4,63%	1,34%	0,00%	0,00%
2006	0,08%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	6,73%	0,00%	7,51%	2,54%	0,00%	0,00%	3,10%	3,20%	4,43%	2,93%	1,67%	0,00%
2007	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Montant moyen versé	2,77%	2,94%	2,78%	2,73%	2,79%	2,77%	2,90%	2,61%	2,87%	2,19%	2,38%	2,22%	3,23%	2,31%	3,14%	2,31%	2,31%	2,46%
moyenne des montants versés	2,65%			écart-type des montants versés				0,32%										

Montant moyen versé sur 3 ans (par année de départ)																		
1979	3,88%	3,32%	3,22%	2,57%	2,41%	3,30%	3,49%	1,08%	2,38%	2,29%	1,53%	5,45%	1,11%	0,78%	0,95%	1,47%	0,29%	1,25%
1980	2,52%	1,09%	0,94%	1,23%	1,65%	1,27%	4,41%	2,19%	4,03%	4,11%	1,65%	3,99%	3,36%	2,21%	€	3,26%	3,06%	2,64%
1981	2,52%	1,09%	0,94%	1,23%	1,65%	1,27%	4,41%	2,19%	4,03%	3,59%	1,65%	3,99%	2,26%	2,81%	2,04%	3,69%	5,92%	3,96%
1982	1,48%	3,02%	2,48%	3,16%	2,95%	3,47%	2,70%	2,43%	3,15%	1,83%	1,71%	4,80%	2,26%	2,02%	2,04%	2,22%	8,02%	3,96%
1983	2,50%	4,49%	4,76%	4,38%	3,93%	4,43%	2,04%	4,10%	2,09%	3,21%	2,96%	4,49%	4,77%	2,77%	4,53%	2,56%	7,35%	4,99%
1984	2,50%	4,49%	4,76%	4,47%	4,42%	4,43%	2,04%	5,19%	2,09%	3,21%	3,77%	4,64%	9,82%	6,39%	9,00%	6,32%	6,26%	4,61%
1985	6,03%	6,36%	6,63%	6,59%	5,46%	6,04%	5,41%	8,04%	4,30%	5,79%	6,65%	4,02%	9,82%	6,39%	9,00%	6,32%	6,00%	5,70%
1986	3,95%	3,95%	3,86%	4,14%	2,84%	3,81%	3,37%	4,19%	2,22%	2,58%	3,75%	2,13%	5,66%	5,51%	5,71%	5,20%	3,69%	2,03%
1987	5,15%	7,18%	7,08%	7,33%	5,73%	7,04%	4,49%	7,07%	2,72%	3,09%	6,70%	4,34%	6,20%	5,26%	7,08%	4,77%	4,75%	5,88%
1988	1,19%	3,24%	3,22%	3,28%	3,38%	3,23%	1,13%	3,99%	0,51%	0,50%	3,77%	2,36%	8,92%	7,22%	9,58%	6,79%	4,47%	6,85%
1989	2,77%	5,63%	5,25%	4,82%	5,27%	4,64%	1,99%	5,34%	1,62%	0,71%	5,57%	2,36%	8,31%	5,93%	8,35%	5,78%	4,40%	7,20%
1990	1,58%	3,37%	2,91%	1,65%	1,92%	1,42%	0,87%	3,44%	1,12%	0,21%	3,19%	0,30%	4,15%	1,97%	3,83%	2,02%	1,74%	3,44%
1991	1,58%	3,37%	2,91%	1,65%	1,92%	1,42%	0,87%	3,44%	1,12%	0,21%	3,19%	0,30%	2,19%	0,92%	1,69%	1,17%	0,95%	2,23%
1992	0,00%	0,98%	0,89%	0,11%	0,03%	0,00%	0,00%	2,07%	0,00%	0,00%	1,39%	0,30%	5,27%	3,05%	4,22%	3,29%	2,08%	2,13%
1993	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	3,84%	3,05%	2,89%	3,29%	1,90%	1,10%
1994	1,79%	1,15%	0,92%	2,07%	3,44%	2,27%	2,44%	0,55%	3,76%	1,94%	0,00%	0,00%	3,09%	2,13%	2,52%	2,12%	1,14%	0,25%
1995	3,93%	3,63%	3,77%	4,84%	7,28%	5,16%	4,51%	3,10%	5,32%	3,25%	2,13%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,71%	3,20%
1996	3,93%	3,63%	3,77%	4,84%	7,28%	5,16%	4,51%	3,10%	5,32%	3,25%	2,13%	0,00%	0,53%	0,46%	0,00%	0,38%	0,71%	3,50%
1997	2,14%	2,48%	2,85%	2,77%	3,84%	2,88%	2,07%	2,55%	1,56%	1,30%	2,13%	0,00%	0,53%	0,47%	0,00%	0,55%	0,71%	3,50%
1998	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	1,47%	0,91%	1,53%	0,79%	0,20%	0,30%
1999	2,08%	0,00%	0,12%	0,01%	0,00%	0,00%	2,01%	0,00%	1,89%	2,33%	0,00%	0,00%	0,93%	0,45%	1,53%	0,41%	0,20%	0,00%
2000	2,47%	0,00%	0,12%	0,23%	0,00%	0,20%	3,08%	0,00%	3,78%	2,57%	0,00%	0,00%	0,93%	0,54%	1,53%	0,26%	0,20%	0,00%
2001	7,05%	2,74%	3,07%	2,80%	2,64%	3,08%	7,62%	1,32%	7,50%	6,29%	1,02%	1,75%	0,00%	0,10%	0,00%	0,02%	0,00%	0,00%
2002	5,60%	3,43%	2,95%	2,79%	2,64%	3,08%	5,61%	1,32%	5,62%	3,95%	1,57%	1,95%	0,00%	0,10%	0,00%	0,02%	0,00%	0,00%
2003	6,14%	5,52%	4,55%	4,06%	3,56%	3,99%	4,57%	3,20%	4,69%	3,90%	4,07%	4,54%	1,38%	0,81%	1,54%	0,45%	0,00%	0,00%
2004	1,59%	2,78%	1,60%	1,49%	0,92%	1,11%	2,27%	1,88%	3,47%	1,04%	3,05%	2,79%	2,42%	1,88%	3,02%	1,42%	0,56%	0,00%
2005	0,96%	2,09%	1,60%	1,49%	0,92%	1,11%	2,27%	1,88%	3,47%	1,04%	2,50%	2,59%	2,42%	1,88%	3,02%	1,42%	0,56%	0,00%
écart-type	1,92%	1,97%	1,96%	2,01%	2,14%	2,00%	1,89%	2,06%	1,90%	1,73%	1,88%	1,95%	3,03%	2,22%	3,05%	2,18%	2,55%	2,31%
écart-type moyen			2,15%															

E.3 Calculs pour le swap

Flux sur un an																		
1979	-7,28%	-9,52%	-8,31%	-7,70%	-7,24%	-9,91%	-5,34%	-3,24%	-4,50%	0,52%	-4,58%	-11,01%	7,73%	7,75%	5,74%	7,18%	-0,87%	-3,76%
1980	1,62%	8,54%	7,86%	7,43%	8,10%	7,82%	2,83%	7,02%	2,45%	-1,57%	4,39%	0,19%	-3,32%	3,87%	-2,85%	3,08%	6,78%	5,43%
1981	-4,38%	-0,45%	-1,35%	0,34%	7,61%	1,91%	-5,13%	3,65%	-2,66%	-5,29%	0,86%	-5,34%	6,46%	-2,35%	4,32%	-4,40%	0,00%	0,84%
1982	-3,17%	-2,83%	-1,47%	-3,69%	-4,94%	-3,82%	-8,09%	-6,57%	-9,45%	-5,49%	-4,96%	-6,62%	-6,77%	-4,27%	-6,12%	-5,37%	-9,16%	-7,91%
1983	6,41%	5,30%	4,53%	7,45%	6,97%	5,27%	5,56%	5,26%	7,58%	4,12%	4,32%	1,21%	0,71%	-1,80%	1,60%	-1,28%	-8,60%	-3,96%
1984	-1,27%	-6,24%	-5,96%	-5,77%	-3,91%	-6,59%	1,98%	-0,71%	1,56%	5,51%	-0,17%	-7,78%	3,00%	3,66%	4,32%	4,57%	-6,31%	0,09%
1985	-6,23%	-7,24%	-8,30%	-7,37%	-7,87%	-6,69%	-6,13%	-11,60%	-6,26%	-9,63%	-8,70%	-5,67%	-14,30%	-6,51%	-13,58%	-6,39%	-7,15%	-11,01%
1986	4,06%	1,68%	4,24%	-0,27%	-1,47%	1,03%	0,62%	-3,27%	3,43%	0,12%	-2,45%	-0,45%	-15,17%	-12,66%	-13,42%	-12,58%	-5,34%	-2,83%
1987	-11,86%	-11,84%	-11,58%	-12,14%	-7,03%	-11,44%	-10,10%	-9,24%	-6,65%	-7,75%	-8,81%	-5,95%	4,81%	4,52%	5,20%	5,41%	-5,52%	-3,25%
1988	12,13%	8,13%	6,48%	8,04%	6,81%	7,75%	12,10%	-0,05%	9,81%	7,53%	1,86%	2,59%	-1,82%	-3,87%	-3,69%	-3,03%	-0,20%	0,93%
1989	-3,58%	-9,71%	-9,67%	-9,85%	-10,15%	-9,68%	-3,38%	-11,92%	-1,52%	-1,50%	-11,31%	-7,07%	-16,79%	-11,90%	-17,55%	-11,28%	-8,54%	-14,41%
1990	11,27%	9,87%	10,12%	8,66%	0,01%	9,26%	11,35%	2,99%	11,96%	6,37%	2,91%	6,47%	-8,15%	-5,90%	-7,50%	-6,06%	-4,67%	-6,14%
1991	-4,74%	-7,17%	-6,07%	-4,60%	-5,65%	-4,25%	-2,60%	-4,10%	-3,35%	-0,63%	-5,39%	0,67%	4,98%	7,10%	2,26%	5,63%	0,66%	-1,07%
1992	0,31%	-2,94%	-2,66%	-0,34%	-0,10%	0,00%	5,37%	-6,22%	5,86%	3,30%	-4,18%	-0,89%	-4,30%	1,32%	-3,99%	1,65%	-0,55%	-3,10%
1993	0,69%	0,60%	0,13%	1,86%	5,34%	2,06%	3,56%	5,05%	4,81%	4,07%	6,29%	2,86%	-2,26%	-2,75%	-1,09%	-3,50%	-2,29%	-2,53%
1994	6,06%	4,58%	3,95%	3,49%	0,30%	4,04%	5,52%	1,33%	6,01%	5,30%	1,81%	0,52%	-9,26%	-6,39%	-7,57%	-6,37%	-3,41%	-0,76%
1995	6,63%	4,20%	2,99%	3,45%	5,84%	4,04%	5,14%	4,51%	4,24%	3,87%	5,83%	2,29%	6,92%	1,01%	5,62%	1,79%	10,52%	4,55%
1996	-5,37%	-3,45%	-2,76%	-6,22%	-10,33%	-6,82%	-7,32%	-1,65%	-11,29%	-5,83%	0,84%	3,32%	8,63%	8,57%	8,76%	9,66%	11,13%	2,79%
1997	-6,41%	-7,43%	-8,54%	-8,32%	-11,52%	-8,65%	-6,21%	-7,64%	-4,68%	-3,91%	-6,39%	1,36%	4,50%	7,71%	5,40%	8,91%	-2,13%	-9,59%
1998	11,90%	10,13%	10,56%	12,16%	6,72%	10,07%	12,08%	5,80%	12,05%	10,85%	8,07%	13,60%	-1,60%	-1,37%	1,56%	-1,15%	5,20%	-0,91%
1999	5,05%	10,05%	10,50%	7,95%	5,54%	7,98%	3,81%	10,23%	1,02%	0,40%	10,30%	7,28%	5,88%	-0,05%	3,63%	-0,49%	0,51%	4,83%
2000	9,70%	10,39%	8,54%	7,13%	3,48%	5,86%	4,54%	7,14%	0,69%	8,51%	5,22%	1,73%	-2,80%	-1,31%	-4,58%	-0,73%	-0,61%	3,71%
2001	-6,23%	0,99%	-0,36%	-0,03%	5,75%	0,78%	-6,04%	9,82%	-5,66%	-6,99%	6,31%	1,24%	15,78%	8,41%	15,34%	7,76%	7,34%	12,13%
2002	-1,17%	0,55%	1,63%	-0,64%	1,78%	-0,60%	-3,19%	6,56%	-5,66%	-0,72%	7,09%	12,58%	0,50%	-0,31%	3,01%	-0,05%	9,33%	5,16%
2003	-13,74%	-8,22%	-8,86%	-7,72%	-7,92%	-8,65%	-13,64%	-3,95%	-11,18%	-11,14%	-3,07%	-5,24%	10,77%	4,02%	8,82%	5,35%	0,01%	5,57%
2004	-1,90%	-2,08%	0,95%	1,90%	1,17%	1,14%	2,35%	0,20%	2,07%	0,04%	-1,66%	-0,61%	11,66%	6,47%	13,42%	5,17%	1,93%	4,22%
2005	-2,80%	-6,26%	-4,80%	-4,46%	-2,77%	-3,32%	-0,07%	-5,64%	-2,88%	-0,58%	-7,49%	-7,76%	-4,15%	-2,43%	-4,63%	-1,34%	8,92%	5,03%
2006	-0,08%	3,92%	2,65%	0,62%	2,27%	2,05%	-6,73%	2,58%	-7,51%	-2,54%	2,83%	3,27%	-3,10%	-3,20%	-4,43%	-2,93%	-1,67%	6,87%
2007	4,39%	6,46%	5,56%	8,64%	13,23%	9,35%	7,19%	3,66%	9,72%	3,07%	0,24%	3,22%	1,45%	2,66%	1,99%	0,80%	4,68%	9,07%
écart-type	6,83%	6,92%	6,65%	6,64%	6,65%	6,60%	6,82%	6,23%	6,79%	5,54%	5,71%	5,85%	8,08%	5,73%	7,77%	5,75%	5,92%	6,16%
moyenne des écarts-types			6,48%		écart-type		0,70%											

Flux moyens sur trois ans																		
1979	-3,34%	-0,48%	-0,60%	0,02%	2,82%	-0,06%	-2,55%	2,48%	-1,57%	-2,11%	0,22%	-5,39%	3,63%	3,09%	2,40%	1,95%	1,97%	0,83%
1980	-1,97%	1,75%	1,68%	1,36%	3,59%	1,97%	-3,46%	1,37%	-3,22%	-4,11%	0,09%	-3,92%	-1,21%	-0,92%	-1,55%	-2,23%	-0,79%	-0,55%
1981	-0,38%	0,67%	0,57%	1,37%	3,21%	1,12%	-2,55%	0,78%	-1,51%	-2,22%	0,07%	-3,58%	0,13%	-2,81%	-0,06%	-3,69%	-5,92%	-3,68%
1982	0,65%	-1,26%	-0,97%	-0,67%	-0,63%	-1,71%	-0,19%	-0,67%	-0,10%	1,38%	-0,27%	-4,40%	-1,02%	-0,80%	-0,07%	-0,70%	-8,02%	-3,93%
1983	-0,36%	-2,72%	-3,24%	-1,90%	-1,60%	-2,67%	0,47%	-2,35%	0,96%	0,00%	-1,52%	-4,08%	-3,53%	-1,55%	-2,55%	-1,03%	-7,35%	-4,96%
1984	-1,15%	-3,93%	-3,34%	-4,47%	-4,42%	-4,08%	-1,18%	-5,19%	-0,43%	-1,33%	-3,77%	-4,64%	-8,82%	-5,17%	-7,56%	-4,80%	-6,26%	-4,58%
1985	-4,68%	-5,80%	-5,21%	-6,59%	-5,46%	-5,70%	-5,20%	-8,04%	-3,16%	-5,75%	-6,65%	-4,02%	-8,22%	-4,88%	-7,27%	-4,52%	-6,00%	-5,70%
1986	1,44%	-0,68%	-0,29%	-1,46%	-0,57%	-0,89%	0,87%	-4,19%	2,20%	-0,03%	-3,13%	-1,27%	-4,06%	-4,00%	-3,97%	-3,40%	-3,69%	-1,72%
1987	-1,10%	-4,47%	-4,92%	-4,65%	-3,46%	-4,45%	-0,46%	-7,07%	0,55%	-0,58%	-6,09%	-3,47%	-4,60%	-3,75%	-5,35%	-2,97%	-4,75%	-5,57%
1988	6,61%	2,76%	2,31%	2,28%	-1,11%	2,45%	6,69%	-2,99%	6,75%	4,13%	-2,18%	0,66%	-8,92%	-7,22%	-9,58%	-6,79%	-4,47%	-6,54%
1989	0,98%	-2,34%	-1,87%	-1,93%	-5,26%	-1,56%	1,79%	-4,34%	2,36%	1,41%	-4,60%	0,02%	-6,65%	-3,56%	-7,60%	-3,91%	-4,18%	-7,20%
1990	2,28%	-0,08%	0,46%	1,24%	-1,91%	1,67%	4,71%	-2,44%	4,82%	3,01%	-2,22%	2,08%	-2,49%	0,84%	-3,08%	0,40%	-1,52%	-3,44%
1991	-1,25%	-3,17%	-2,87%	-1,02%	-0,14%	-0,73%	2,11%	-1,75%	2,44%	2,24%	-1,09%	0,88%	-0,53%	1,89%	-0,94%	1,26%	-0,73%	-2,23%
1992	2,35%	0,75%	0,48%	1,67%	1,84%	2,03%	4,81%	0,05%	5,56%	4,22%	1,31%	0,83%	-5,27%	-2,61%	-4,22%	-2,74%	-2,08%	-2,13%
1993	4,46%	3,13%	2,36%	2,93%	3,82%	3,38%	4,74%	3,63%	5,02%	4,41%	4,64%	1,89%	-1,53%	-2,71%	-1,01%	-2,69%	1,61%	0,42%
1994	2,44%	1,78%	1,39%	0,24%	-1,40%	0,42%	1,11%	1,40%	-0,35%	1,12%	2,82%	2,04%	2,10%	1,06%	2,27%	1,69%	6,08%	2,19%
1995	-1,72%	-2,23%	-2,77%	-3,69%	-5,34%	-3,81%	-2,80%	-1,59%	-3,91%	-1,96%	0,09%	2,32%	6,69%	5,76%	6,59%	6,78%	6,51%	-0,75%
1996	0,04%	-0,25%	-0,25%	-0,79%	-5,04%	-1,80%	-0,49%	-1,16%	-1,31%	0,37%	0,84%	6,09%	3,85%	4,97%	5,24%	5,80%	4,73%	-2,57%
1997	3,51%	4,25%	4,17%	3,93%	0,25%	3,13%	3,23%	2,80%	2,80%	2,45%	3,99%	7,41%	2,93%	2,10%	3,53%	2,42%	1,20%	-1,89%
1998	8,88%	10,19%	9,87%	9,08%	5,25%	7,97%	6,81%	7,72%	4,59%	6,59%	7,86%	7,54%	0,49%	-0,91%	0,21%	-0,79%	1,70%	2,55%
1999	2,84%	7,14%	6,23%	5,02%	4,92%	4,87%	0,77%	9,07%	-1,32%	0,64%	7,28%	3,42%	6,29%	2,35%	4,80%	2,18%	2,42%	6,89%
2000	0,77%	3,98%	3,27%	2,15%	3,67%	2,01%	-1,56%	7,84%	-3,55%	0,26%	6,21%	5,18%	4,49%	2,26%	4,59%	2,33%	5,35%	7,00%
2001	-7,05%	-2,23%	-2,53%	-2,80%	-0,13%	-2,82%	-7,62%	4,14%	-7,50%	-6,29%	3,44%	2,86%	9,02%	4,04%	9,06%	4,36%	5,56%	7,62%
2002	-5,60%	-3,25%	-2,09%	-2,16%	-1,66%	-2,71%	-4,83%	0,94%	-4,93%	-3,94%	0,79%	2,24%	7,65%	3,39%	8,42%	3,49%	3,76%	4,99%
2003	-6,14%	-5,52%	-4,23%	-3,43%	-3,18%	-3,61%	-3,79%	-3,13%	-4,00%	-3,89%	-4,07%	-4,54%	6,09%	2,69%	5,87%	3,06%	3,62%	4,94%
2004	-1,59%	-1,47%	-0,40%	-0,65%	0,22%	-0,04%	-1,48%	-0,95%	-2,78%	-1,02%	-2,11%	-1,70%	1,47%	0,28%	1,45%	0,30%	3,06%	5,38%
2005	0,50%	1,37%	1,14%	1,60%	4,24%	2,69%	0,13%	0,20%	-0,23%	-0,02%	-1,48%	-0,42%	-1,94%	-0,99%	-2,36%	-1,16%	3,98%	6,99%
chargements théoriques			moyenne		1,48%		écart-type		0,16%									
	1,56%	1,58%	1,52%	1,52%	1,52%	1,51%	1,56%	1,43%	1,55%	1,27%	1,31%	1,34%	1,85%	1,31%	1,78%	1,32%	1,36%	1,41%
chargements			moyenne		1,31%		écart-type		0,64%									
	0,98%	0,75%	0,57%	1,36%	0,25%	1,67%	0,87%	0,94%	0,96%	1,12%	0,79%	2,04%	2,10%	1,89%	2,27%	1,69%	2,42%	0,83%

E.4 Calculs pour le collar “classique”

Collar centré sur 98,5 d'amplitude 2 -flux sur un an																		
1979	3,78%	6,02%	4,81%	4,20%	3,74%	6,41%	1,84%	0,00%	1,00%	-0,02%	1,08%	7,51%	-7,23%	-7,25%	-5,24%	-6,68%	0,00%	0,26%
1980	-1,12%	-8,04%	-7,36%	-6,93%	-7,60%	-7,32%	-2,33%	-6,52%	-1,95%	0,00%	-3,89%	0,00%	0,00%	-3,37%	0,00%	-2,58%	-6,28%	-4,93%
1981	0,88%	0,00%	0,00%	0,00%	-7,11%	-1,41%	1,63%	-3,15%	0,00%	1,79%	-0,36%	1,84%	-5,96%	0,00%	-3,82%	0,90%	0,00%	-0,34%
1982	0,00%	0,00%	0,00%	0,19%	1,44%	0,32%	4,59%	3,07%	5,95%	1,99%	1,46%	3,12%	3,27%	0,77%	2,62%	1,87%	5,66%	4,41%
1983	-5,91%	-4,80%	-4,03%	-6,95%	-6,47%	-4,77%	-5,06%	-4,76%	-7,08%	-3,62%	-3,82%	-0,71%	-0,21%	0,00%	-1,10%	0,00%	5,10%	0,46%
1984	0,00%	2,74%	2,46%	2,27%	0,41%	3,09%	-1,48%	0,00%	-1,06%	-5,01%	0,00%	4,28%	-2,50%	-3,16%	-3,82%	-4,07%	2,81%	0,00%
1985	2,73%	3,74%	4,80%	3,87%	4,37%	3,19%	2,63%	8,10%	2,76%	6,13%	5,20%	2,17%	10,80%	3,01%	10,08%	2,89%	3,65%	7,51%
1986	-3,56%	-1,18%	-3,74%	0,00%	0,00%	-0,53%	-0,12%	0,00%	-2,93%	0,00%	0,00%	0,00%	11,67%	9,16%	9,92%	9,08%	1,84%	0,00%
1987	8,36%	8,34%	8,08%	8,64%	3,53%	7,94%	6,60%	5,74%	3,15%	4,25%	5,31%	2,45%	-4,31%	-4,02%	-4,70%	-4,91%	2,02%	0,00%
1988	-11,63%	-7,63%	-5,98%	-7,54%	-6,31%	-7,25%	-11,60%	0,00%	-9,31%	-7,03%	-1,36%	-2,09%	0,00%	0,37%	0,19%	0,00%	0,00%	-0,43%
1989	0,08%	6,21%	6,17%	6,35%	6,65%	6,18%	0,00%	8,42%	0,00%	0,00%	7,81%	3,57%	13,29%	8,40%	14,05%	7,78%	5,04%	10,91%
1990	-10,77%	-9,37%	-9,62%	-8,16%	0,00%	-8,76%	-10,85%	-2,49%	-11,46%	-5,87%	-2,41%	-5,97%	4,65%	2,40%	4,00%	2,56%	1,17%	2,64%
1991	1,24%	3,67%	2,57%	1,10%	2,15%	0,75%	0,00%	0,60%	0,00%	0,00%	1,89%	-0,17%	-4,48%	-6,60%	-1,76%	-5,13%	-0,16%	0,00%
1992	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	-4,87%	2,72%	-5,36%	-2,80%	0,68%	0,00%	0,80%	-0,82%	0,49%	-1,15%	0,00%	0,00%
1993	-0,19%	-0,10%	0,00%	-1,36%	-4,84%	-1,56%	-3,06%	-4,55%	-4,31%	-3,57%	-5,79%	-2,36%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
1994	-5,56%	-4,08%	-3,45%	-2,99%	0,00%	-3,54%	-5,02%	-0,83%	-5,51%	-4,80%	-1,31%	-0,02%	5,76%	2,89%	4,07%	2,87%	0,00%	0,00%
1995	-6,13%	-3,70%	-2,49%	-2,95%	-5,34%	-3,54%	-4,64%	-4,01%	-3,74%	-3,37%	-5,33%	-1,79%	-6,42%	-0,51%	-5,12%	-1,29%	-10,02%	-4,05%
1996	1,87%	0,00%	0,00%	2,72%	6,83%	3,32%	3,82%	0,00%	7,79%	2,33%	-0,34%	-2,82%	-8,13%	-8,07%	-8,26%	-9,16%	-10,63%	-2,29%
1997	2,91%	3,93%	5,04%	4,82%	8,02%	5,15%	2,71%	4,14%	1,18%	0,41%	2,89%	-0,86%	-4,00%	-7,21%	-4,90%	-8,41%	0,00%	6,09%
1998	-11,40%	-9,63%	-10,06%	-11,66%	-6,22%	-9,57%	-11,58%	-5,30%	-11,55%	-10,35%	-7,57%	-13,10%	0,00%	0,00%	-1,06%	0,00%	-4,70%	0,00%
1999	-4,55%	-9,55%	-10,00%	-7,45%	-5,04%	-7,48%	-3,31%	-9,73%	-0,52%	0,00%	-9,80%	-6,78%	-5,38%	0,00%	-3,13%	0,00%	-0,01%	-4,33%
2000	-9,20%	-9,89%	-8,04%	-6,63%	-2,98%	-5,36%	-4,04%	-6,64%	-0,19%	-8,01%	-4,72%	-1,23%	0,00%	0,00%	1,08%	0,00%	0,00%	-3,21%
2001	2,73%	-0,49%	0,00%	0,00%	-5,25%	-0,28%	2,54%	-9,32%	2,16%	3,49%	-5,81%	-0,74%	-15,28%	-7,91%	-14,84%	-7,26%	-6,84%	-11,63%
2002	0,00%	-0,05%	-1,13%	0,00%	-1,28%	0,00%	0,00%	-6,06%	2,16%	0,00%	-6,59%	-12,08%	0,00%	0,00%	-2,51%	0,00%	-8,83%	-4,66%
2003	10,24%	4,72%	5,36%	4,22%	4,42%	5,15%	10,14%	0,45%	7,68%	7,64%	0,00%	1,74%	-10,27%	-3,52%	-8,32%	-4,85%	0,00%	-5,07%
2004	0,00%	0,00%	-0,45%	-1,40%	-0,67%	-0,64%	-1,85%	0,00%	-1,57%	0,00%	0,00%	0,00%	-11,16%	-5,97%	-12,92%	-4,67%	-1,43%	-3,72%
2005	0,00%	2,76%	1,30%	0,96%	0,00%	0,00%	0,00%	2,14%	0,00%	0,00%	3,99%	4,26%	0,65%	0,00%	1,13%	0,00%	-8,42%	-4,53%
2006	0,00%	-3,42%	-2,15%	-0,12%	-1,77%	-1,55%	3,23%	-2,08%	4,01%	0,00%	-2,33%	-2,77%	0,00%	0,00%	0,93%	0,00%	0,00%	-6,37%
2007	-3,89%	-5,96%	-5,06%	-8,14%	-12,73%	-8,85%	-6,69%	-3,16%	-9,22%	-2,57%	0,00%	-2,72%	-0,95%	-2,16%	-1,49%	-0,30%	-4,18%	-8,57%
moyenne	-1,35%	-1,23%	-1,14%	-1,14%	-1,10%	-1,07%	-1,27%	-1,15%	-1,31%	-1,00%	-1,07%	-0,87%	-1,22%	-1,16%	-1,19%	-1,12%	-1,18%	-1,10%
moyenne des versements			-1,15%		écart-type		0,11%											
écart-type	5,29%	5,26%	5,03%	5,03%	5,01%	4,95%	5,17%	4,61%	5,16%	4,07%	4,11%	4,43%	6,55%	4,25%	6,20%	4,26%	4,48%	4,67%
moyenne			4,92%		écart-type		0,67%											

Collar centré sur 98,5 d'amplitude 2 -flux sur trois ans																		
1979	1,18%	-0,67%	-0,85%	-0,91%	-3,66%	-0,77%	0,38%	-3,23%	-0,32%	0,59%	-1,06%	3,12%	-4,40%	-3,54%	-3,02%	-2,79%	-2,09%	-1,67%
1980	-0,08%	-2,68%	-2,45%	-2,25%	-4,42%	-2,80%	1,30%	-2,20%	1,33%	1,26%	-0,93%	1,65%	-0,90%	-0,87%	-0,40%	0,06%	-0,21%	-0,29%
1981	-1,68%	-1,60%	-1,34%	-2,25%	-4,05%	-1,95%	0,39%	-1,61%	-0,38%	0,05%	-0,90%	1,41%	-0,97%	0,26%	-0,77%	0,92%	3,59%	1,51%
1982	-1,97%	-0,69%	-0,52%	-1,49%	-1,54%	-0,45%	-0,65%	-0,56%	-0,73%	-2,21%	-0,79%	2,23%	0,19%	-0,80%	-0,77%	-0,73%	4,52%	1,62%
1983	-1,06%	0,56%	1,08%	-0,27%	-0,56%	0,50%	-1,30%	1,11%	-1,79%	-0,83%	0,46%	1,91%	2,70%	-0,05%	1,72%	-0,39%	3,85%	2,66%
1984	-0,28%	1,77%	1,18%	2,05%	1,60%	1,92%	0,35%	2,70%	-0,41%	0,37%	1,73%	2,15%	6,66%	3,00%	5,40%	2,63%	2,76%	2,50%
1985	2,51%	3,63%	3,05%	4,17%	2,64%	3,53%	3,04%	4,61%	0,99%	3,46%	3,50%	1,54%	6,05%	2,72%	5,10%	2,35%	2,50%	2,50%
1986	-2,27%	-0,16%	-0,55%	0,37%	-0,93%	0,05%	-1,71%	1,91%	-3,03%	-0,93%	1,32%	0,12%	2,45%	1,84%	1,80%	1,39%	1,29%	-0,14%
1987	-1,06%	2,31%	2,76%	2,48%	1,29%	2,29%	-1,67%	4,72%	-2,05%	-0,93%	3,92%	1,31%	3,00%	1,58%	3,18%	0,96%	2,35%	3,49%
1988	-7,44%	-3,60%	-3,14%	-3,12%	0,11%	-3,28%	-7,48%	1,98%	-6,92%	-4,30%	1,35%	-1,50%	5,98%	3,72%	6,08%	3,45%	2,07%	4,37%
1989	-3,15%	0,17%	-0,29%	-0,24%	2,93%	-0,61%	-3,62%	2,18%	-3,82%	-1,96%	2,43%	-0,85%	4,49%	1,40%	5,43%	1,74%	2,02%	4,52%
1990	-3,18%	-1,90%	-2,35%	-2,35%	0,72%	-2,67%	-5,24%	0,28%	-5,61%	-2,89%	0,05%	-2,04%	0,32%	-1,67%	0,91%	-1,24%	0,33%	0,88%
1991	0,35%	1,19%	0,86%	-0,09%	-0,90%	-0,27%	-2,64%	-0,41%	-3,22%	-2,12%	-1,08%	-0,84%	-1,23%	-2,47%	-0,42%	-2,09%	-0,05%	0,00%
1992	-1,92%	-1,39%	-1,15%	-1,45%	-1,61%	-1,70%	-4,31%	-0,89%	-5,06%	-3,72%	-2,14%	-0,79%	2,19%	0,69%	1,52%	0,57%	0,00%	0,00%
1993	-3,96%	-2,63%	-1,98%	-2,43%	-3,39%	-2,88%	-4,24%	-3,13%	-4,52%	-3,91%	-4,14%	-1,39%	-0,22%	0,79%	-0,35%	0,53%	-3,34%	-1,35%
1994	-3,27%	-2,59%	-1,98%	-1,07%	0,50%	-1,25%	-1,94%	-1,61%	-0,49%	-1,95%	-2,32%	-1,54%	-2,93%	-1,89%	-3,10%	-2,52%	-6,88%	-2,11%
1995	-0,45%	0,08%	0,85%	1,53%	3,17%	1,64%	0,63%	0,05%	1,74%	-0,21%	-0,93%	-1,82%	-6,19%	-5,26%	-6,09%	-6,28%	-6,88%	-0,08%
1996	-2,20%	-1,90%	-1,67%	-1,38%	2,88%	-0,37%	-1,68%	-0,39%	-0,86%	-2,54%	-1,67%	-5,59%	-4,05%	-5,09%	-4,74%	-5,86%	-5,11%	1,27%
1997	-4,34%	-5,08%	-5,01%	-4,77%	-1,08%	-3,97%	-4,06%	-3,63%	-3,63%	-3,31%	-4,83%	-6,91%	-3,13%	-2,40%	-3,03%	-2,80%	-1,57%	0,59%
1998	-8,38%	-9,69%	-9,37%	-8,58%	-4,75%	-7,47%	-6,31%	-7,22%	-4,09%	-6,12%	-7,36%	-7,04%	-1,79%	0,00%	-1,04%	0,00%	-1,57%	-2,52%
1999	-3,67%	-6,64%	-6,01%	-4,69%	-4,42%	-4,37%	-1,60%	-8,57%	0,48%	-1,50%	-6,78%	-2,92%	-6,89%	-2,64%	-5,63%	-2,42%	-2,28%	-6,39%
2000	-2,15%	-3,48%	-3,05%	-2,21%	-3,17%	-1,88%	-0,50%	-7,34%	1,38%	-1,50%	-5,71%	-4,68%	-5,09%	-2,64%	-5,42%	-2,42%	-5,22%	-6,50%
2001	4,32%	1,39%	1,41%	1,41%	-0,70%	1,62%	4,23%	-4,98%	4,00%	3,71%	-4,13%	-3,69%	-8,52%	-3,81%	-8,56%	-4,04%	-5,22%	-7,12%
2002	3,41%	1,56%	1,26%	0,94%	0,83%	1,51%	2,76%	-1,87%	2,76%	2,55%	-2,20%	-3,45%	-7,15%	-3,16%	-7,92%	-3,17%	-3,42%	-4,49%
2003	3,41%	2,49%	2,07%	1,26%	1,25%	1,51%	2,76%	0,87%	2,04%	2,55%	1,33%	2,00%	-6,93%	-3,16%	-6,70%	-3,17%	-3,28%	-4,44%
2004	0,00%	-0,22%	-0,43%	-0,19%	-0,81%	-0,73%	0,46%	0,02%	0,81%	0,00%	0,55%	0,50%	-3,51%	-1,99%	-3,62%	-1,56%	-3,28%	-4,88%
2005	-1,30%	-2,21%	-1,97%	-2,43%	-4,83%	-3,47%	-1,15%	-1,03%	-1,74%	-0,86%	0,55%	-0,41%	-0,10%	-0,72%	0,19%	-0,10%	-4,20%	-6,49%
moyenne	-1,43%	-1,18%	-1,10%	-1,04%	-0,85%	-0,98%	-1,25%	-1,05%	-1,23%	-1,01%	-1,10%	-1,02%	-1,11%	-0,97%	-1,12%	-1,00%	-1,09%	-0,84%
moyenne des versements moyens			-1,07%		écart-type		0,14%											

E.5 Calculs pour le Collar “modifié”

Collar modifié - flux sur un an																		
1979	6,78%	9,02%	7,81%	7,20%	6,74%	9,41%	4,84%	2,74%	4,00%	-0,02%	4,08%	10,51%	-7,23%	-7,25%	-5,24%	-6,68%	0,37%	3,26%
1980	-1,12%	-8,04%	-7,36%	-6,93%	-7,60%	-7,32%	-2,33%	-6,52%	-1,95%	1,07%	-3,89%	0,00%	2,82%	-3,37%	2,35%	-2,58%	-6,28%	-4,93%
1981	3,88%	0,00%	0,85%	0,00%	-7,11%	-1,41%	4,63%	-3,15%	2,16%	4,79%	-0,36%	4,84%	-5,96%	1,85%	-3,82%	3,90%	0,00%	-0,34%
1982	2,67%	2,33%	0,97%	3,19%	4,44%	3,32%	7,59%	6,07%	8,95%	4,99%	4,46%	6,12%	6,27%	3,77%	5,62%	4,87%	8,66%	7,41%
1983	-5,91%	-4,80%	-4,03%	-6,95%	-6,47%	-4,77%	-5,06%	-4,76%	-7,08%	-3,62%	-3,82%	-0,71%	-0,21%	1,30%	-1,10%	0,78%	8,10%	3,46%
1984	0,77%	5,74%	5,46%	5,27%	3,41%	6,09%	-1,48%	0,21%	-1,06%	-5,01%	0,00%	7,28%	-2,50%	-3,16%	-3,82%	-4,07%	5,81%	0,00%
1985	5,73%	6,74%	7,80%	6,87%	7,37%	6,19%	5,63%	11,10%	5,76%	9,13%	8,20%	5,17%	13,80%	6,01%	13,08%	5,89%	6,65%	10,51%
1986	-3,56%	-1,18%	-3,74%	0,00%	0,97%	-0,53%	-0,12%	2,77%	-2,93%	0,00%	1,95%	0,00%	14,67%	12,16%	12,92%	12,08%	4,84%	2,33%
1987	11,36%	11,34%	11,08%	11,64%	6,53%	10,94%	9,60%	8,74%	6,15%	7,25%	8,31%	5,45%	-4,31%	-4,02%	-4,70%	-4,91%	5,02%	2,75%
1988	-11,63%	-7,63%	-5,98%	-7,54%	-6,31%	-7,25%	-11,60%	0,00%	-9,31%	-7,03%	-1,36%	-2,09%	1,32%	3,37%	3,19%	2,53%	0,00%	-0,43%
1989	3,08%	9,21%	9,17%	9,35%	9,65%	9,18%	2,88%	11,42%	1,02%	1,00%	10,81%	6,57%	16,29%	11,40%	17,05%	10,78%	8,04%	13,91%
1990	-10,77%	-9,37%	-9,62%	-8,16%	0,00%	-8,76%	-10,85%	-2,49%	-11,46%	-5,87%	-2,41%	-5,97%	7,65%	5,40%	7,00%	5,56%	4,17%	5,64%
1991	4,24%	6,67%	5,57%	4,10%	5,15%	3,75%	2,10%	3,60%	2,85%	0,13%	4,89%	-0,17%	-4,48%	-6,60%	-1,76%	-5,13%	-0,16%	0,57%
1992	0,00%	2,44%	2,16%	0,00%	0,00%	0,00%	-4,87%	5,72%	-5,36%	-2,80%	3,68%	0,39%	3,80%	-0,82%	3,49%	-1,15%	0,05%	2,60%
1993	-0,19%	-0,10%	0,00%	-1,36%	-4,84%	-1,56%	-3,06%	-4,55%	-4,31%	-3,57%	-5,79%	-2,36%	1,76%	2,25%	0,59%	3,00%	1,79%	2,03%
1994	-5,56%	-4,08%	-3,45%	-2,99%	0,00%	-3,54%	-5,02%	-0,83%	-5,51%	-4,80%	-1,31%	-0,02%	8,76%	5,89%	7,07%	5,87%	2,91%	0,26%
1995	-6,13%	-3,70%	-2,49%	-2,95%	-5,34%	-3,54%	-4,64%	-4,01%	-3,74%	-3,37%	-5,33%	-1,79%	-6,42%	-0,51%	-5,12%	-1,29%	-10,02%	-4,05%
1996	4,87%	2,95%	2,26%	5,72%	9,83%	6,32%	6,82%	1,15%	10,79%	5,33%	-0,34%	-2,82%	-8,13%	-8,07%	-8,26%	-9,16%	-10,63%	-2,29%
1997	5,91%	6,93%	8,04%	7,82%	11,02%	8,15%	5,71%	7,14%	4,18%	3,41%	5,89%	-0,86%	-4,00%	-7,21%	-4,90%	-8,41%	1,63%	9,09%
1998	-11,40%	-9,63%	-10,06%	-11,66%	-6,22%	-9,57%	-11,58%	-5,30%	-11,55%	-10,35%	-7,57%	-13,10%	1,10%	0,87%	-1,06%	0,65%	-4,70%	0,41%
1999	-4,55%	-9,55%	-10,00%	-7,45%	-5,04%	-7,48%	-3,31%	-9,73%	-0,52%	0,00%	-9,80%	-6,78%	-5,38%	0,00%	-3,13%	0,00%	-0,01%	-4,33%
2000	-9,20%	-9,89%	-8,04%	-6,63%	-2,98%	-5,36%	-4,04%	-6,64%	-0,19%	-8,01%	-4,72%	-1,23%	2,30%	0,81%	4,08%	0,23%	0,11%	-3,21%
2001	5,73%	-0,49%	0,00%	0,00%	-5,25%	-0,28%	5,54%	-9,32%	5,16%	6,49%	-5,81%	-0,74%	-15,28%	-7,91%	-14,84%	-7,26%	-6,84%	-11,63%
2002	0,67%	-0,05%	-1,13%	0,14%	-1,28%	0,10%	2,69%	-6,06%	5,16%	0,22%	-6,59%	-12,08%	0,00%	0,00%	-2,51%	0,00%	-8,83%	-4,66%
2003	13,24%	7,72%	8,36%	7,22%	7,42%	8,15%	13,14%	3,45%	10,68%	10,64%	2,57%	4,74%	-10,27%	-3,52%	-8,32%	-4,85%	0,00%	-5,07%
2004	1,40%	1,58%	-0,45%	-1,40%	-0,67%	-0,64%	-1,85%	0,00%	-1,57%	0,00%	1,16%	0,11%	-11,16%	-5,97%	-12,92%	-4,67%	-1,43%	-3,72%
2005	2,30%	5,76%	4,30%	3,96%	2,27%	2,82%	0,00%	5,14%	2,38%	0,08%	6,99%	7,26%	3,65%	1,93%	4,13%	0,84%	-8,42%	-4,53%
2006	0,00%	-3,42%	-2,15%	-0,12%	-1,77%	-1,55%	6,23%	-2,08%	7,01%	2,04%	-2,33%	-2,77%	2,60%	2,70%	3,93%	2,43%	1,17%	-6,37%
2007	-3,89%	-5,96%	-5,06%	-8,14%	-12,73%	-8,85%	-6,69%	-3,16%	-9,22%	-2,57%	0,00%	-2,72%	-0,95%	-2,16%	-1,49%	-0,30%	-4,18%	-8,57%

Collar modifié - flux sur 3 ans																		
1979	3,18%	0,33%	0,43%	0,09%	-2,66%	0,23%	2,38%	-2,31%	1,40%	1,95%	-0,06%	5,12%	-3,46%	-2,92%	-2,24%	-1,79%	-1,97%	-0,67%
1980	1,81%	-1,90%	-1,84%	-1,25%	-3,42%	-1,80%	3,30%	-1,20%	3,05%	3,61%	0,07%	3,65%	1,04%	0,75%	1,38%	2,06%	0,79%	0,71%
1981	0,21%	-0,82%	-0,74%	-1,25%	-3,05%	-0,95%	2,39%	-0,61%	1,34%	2,05%	0,10%	3,41%	0,03%	2,31%	0,23%	3,19%	5,59%	3,51%
1982	-0,82%	1,09%	0,80%	0,51%	0,46%	1,55%	0,35%	0,51%	0,27%	-1,21%	0,21%	4,23%	1,19%	0,64%	0,23%	0,53%	7,52%	3,62%
1983	0,20%	2,56%	3,08%	1,73%	1,44%	2,50%	-0,30%	2,18%	-0,79%	0,17%	1,46%	3,91%	3,70%	1,38%	2,72%	0,87%	6,85%	4,66%
1984	0,98%	3,77%	3,18%	4,05%	3,92%	3,92%	1,35%	4,69%	0,59%	1,37%	3,38%	4,15%	8,66%	5,00%	7,40%	4,63%	5,76%	4,28%
1985	4,51%	5,63%	5,05%	6,17%	4,96%	5,53%	5,04%	7,54%	2,99%	5,46%	6,15%	3,54%	8,05%	4,72%	7,10%	4,35%	5,50%	5,20%
1986	-1,27%	0,84%	0,45%	1,37%	0,40%	1,05%	-0,71%	3,84%	-2,03%	0,07%	2,97%	1,12%	3,90%	3,84%	3,80%	3,23%	3,29%	1,55%
1987	0,94%	4,31%	4,76%	4,48%	3,29%	4,29%	0,29%	6,72%	-0,71%	0,41%	5,92%	3,31%	4,44%	3,58%	5,18%	2,80%	4,35%	5,41%
1988	-6,44%	-2,60%	-2,14%	-2,12%	1,11%	-2,28%	-6,52%	2,98%	-6,58%	-3,96%	2,35%	-0,50%	8,42%	6,72%	9,08%	6,29%	4,07%	6,37%
1989	-1,15%	2,17%	1,71%	1,76%	4,93%	1,39%	-1,96%	4,18%	-2,53%	-1,58%	4,43%	0,15%	6,49%	3,40%	7,43%	3,74%	4,02%	6,70%
1990	-2,18%	-0,09%	-0,63%	-1,35%	1,72%	-1,67%	-4,54%	2,28%	-4,66%	-2,84%	2,05%	-1,91%	2,32%	-0,67%	2,91%	-0,24%	1,35%	2,94%
1991	1,35%	3,00%	2,58%	0,91%	0,10%	0,73%	-1,94%	1,59%	-2,27%	-2,08%	0,92%	-0,71%	0,36%	-1,72%	0,77%	-1,09%	0,56%	1,73%
1992	-1,92%	-0,58%	-0,43%	-1,45%	-1,61%	-1,70%	-4,31%	0,11%	-5,06%	-3,72%	-1,14%	-0,66%	4,77%	2,44%	3,72%	2,57%	1,58%	1,63%
1993	-3,96%	-2,63%	-1,98%	-2,43%	-3,39%	-2,88%	-4,24%	-3,13%	-4,52%	-3,91%	-4,14%	-1,39%	1,37%	2,54%	0,85%	2,53%	-1,77%	-0,59%
1994	-2,27%	-1,61%	-1,23%	-0,07%	1,50%	-0,25%	-0,94%	-1,23%	0,51%	-0,95%	-2,32%	-1,54%	-1,93%	-0,89%	-2,10%	-1,52%	-5,91%	-2,03%
1995	1,55%	2,06%	2,60%	3,53%	5,17%	3,64%	2,63%	1,43%	3,74%	1,79%	0,07%	-1,82%	-6,19%	-5,26%	-6,09%	-6,28%	-6,34%	0,92%
1996	-0,20%	0,09%	0,08%	0,62%	4,88%	1,63%	0,32%	1,00%	1,14%	-0,54%	-0,67%	-5,59%	-3,68%	-4,80%	-4,74%	-5,64%	-4,57%	2,41%
1997	-3,34%	-4,08%	-4,01%	-3,77%	-0,08%	-2,97%	-3,06%	-2,63%	-2,63%	-2,31%	-3,83%	-6,91%	-2,76%	-2,11%	-3,03%	-2,59%	-1,03%	1,72%
1998	-8,38%	-9,69%	-9,37%	-8,58%	-4,75%	-7,47%	-6,31%	-7,22%	-4,09%	-6,12%	-7,36%	-7,04%	-0,66%	0,56%	-0,04%	0,30%	-1,54%	-2,38%
1999	-2,67%	-6,64%	-6,01%	-4,69%	-4,42%	-4,37%	-0,60%	-8,57%	1,48%	-0,50%	-6,78%	-2,92%	-6,12%	-2,37%	-4,63%	-2,34%	-2,25%	-6,39%
2000	-0,93%	-3,48%	-3,05%	-2,16%	-3,17%	-1,85%	1,40%	-7,34%	3,38%	-0,43%	-5,71%	-4,68%	-4,33%	-2,37%	-4,42%	-2,34%	-5,19%	-6,50%
2001	6,55%	2,39%	2,41%	2,45%	0,30%	2,66%	7,12%	-3,98%	7,00%	5,79%	-3,28%	-2,69%	-8,52%	-3,81%	-8,56%	-4,04%	-5,22%	-7,12%
2002	5,10%	3,08%	2,26%	1,99%	1,83%	2,54%	4,66%	-0,87%	4,76%	3,62%	-0,96%	-2,41%	-7,15%	-3,16%	-7,92%	-3,17%	-3,42%	-4,49%
2003	5,64%	5,02%	4,07%	3,26%	3,01%	3,45%	3,76%	2,87%	3,83%	3,57%	3,57%	4,04%	-5,93%	-2,52%	-5,70%	-2,90%	-3,28%	-4,44%
2004	1,23%	1,31%	0,57%	0,81%	-0,06%	0,21%	1,46%	1,02%	2,61%	0,71%	1,94%	1,53%	-1,64%	-0,45%	-1,62%	-0,47%	-2,89%	-4,88%
2005	-0,53%	-1,21%	-0,97%	-1,43%	-4,08%	-2,53%	-0,15%	-0,03%	0,06%	-0,15%	1,55%	0,59%	1,77%	0,82%	2,19%	0,99%	-3,81%	-6,49%

écart-type			écart-type moyen			3,61%												
	3,43%	3,52%	3,27%	3,11%	3,13%	3,00%	3,43%	3,98%	3,37%	2,92%	3,55%	3,56%	4,92%	3,18%	4,85%	3,23%	4,28%	4,31%

Chargements			moyenne			1,60%			écart-type			0,41%						
	0,98%	2,06%	1,71%	1,37%	1,50%	1,55%	1,40%	1,59%	1,40%	0,71%	1,55%	1,53%	1,77%	1,38%	2,19%	2,06%	1,58%	2,41%

Bibliographie

[ACB] David Whitehead Auguste C. Boissonnade, Lawrence J. Heitkemper. Weather data : Cleaning and enhancement. Technical report, Risk Management Solutions, Earth Satellite Corporation.

[AON09] Hedging wind risk of renewable production. AON, 2009.

[BAR02] Pauline BARRIEU. Produits dérivés météorologiques et environnement. PhD thesis, HEC, 2002.

[Cha02] Arthur Charpentier. La titrisation des risques catastrophes : les cat-bonds. FFSA, 2002.

[DV03] Emmanuel DUBREUIL and Pierre VENDE. Les couvertures indicielles en réassurance catastrophe prise en compte de la dépendance spatiale dans la tarification. Master's thesis, ESSEC ISUP, 2003.

[EC98] Richard R. Anderson Fouad Bendimerad Eduardo Canabarro, Markus Finkemeier. Analysing insurance linked securities. Technical report, Fixed Income Research, Goldman Sachs, 1998.

[Eol97] Energies éoliennes. ENSAM, 1997.

[HAM07] Hélène HAMISULTANE. Evaluation des dérivés climatiques sur degrés-jours. PhD thesis, Paris X, 2007.

[Jew05] Weather Derivative Valuation. Cambridge University Press, 2005.

[MAH98] Olivier MAHUL. Vers une redéfinition du rôle de l'assurance agricole dans la gestion des risques sur récoltes. Cahiers d'économie et de sociologie rurales, 1998.

[Mar04] La Gestion du Risque Climatique. Economica, 2004.

[MARar] Jean MARTIN. énergies éoliennes. Journal, Year.

[MER06] Nachida KASBADJI MERZOUK. Évaluation du gisement énergétique éolien. Contribution à la détermination du profil vertical de la vitesse du vent en Algérie. PhD thesis, Abou Bekr Belkaid de Tlemcen, 2006.

[MOR00] Michael MORENO. Riding the temp. Futures & Options World, 2000.

[Nor10] Normes comptables et crise financière. Propositions pour une réforme du système de régulation comptable. La Documentation française, 2010.

[OMM54] Possibilité d'utilisation de l'énergie éolienne, notamment répartition des vents et des sites favorables. Technical report, Organisation Météorologique Mondiale, 1954.

[RE08] MARSH & PARIS RE. Weather derivative solutions for wind farms financing in mexico. 2008.

[ROU03] Olivier ROUSTANT. Produits dérivés climatiques : aspects économétriques et financiers. PhD thesis, UNIVERSITÉ CLAUDE BERNARD LYON I , 2003.

[Wea08] Global weather sensitivity : A comparative study. Technical report, Weatherbill, Inc., 2008.

[Wil01] Wind Energy Handbook. John Wiley & sons limited, 2001.