

**Mémoire présenté le :**

**pour l'obtention du Diplôme Universitaire d'actuariat de l'ISFA  
et l'admission à l'Institut des Actuaires**

Par : Julien BECKEL

Titre : Optimisation du risque de taux pour un portefeuille d'assurance vie à l'aide  
de méthodes numériques

Confidentialité :  NON  OUI (Durée :  1 an  2 ans)

*Les signataires s'engagent à respecter la confidentialité indiquée ci-dessus*

*Membre présents du jury de l'Institut  
des Actuaires*

signature

*Entreprise :*

*Nom : Swiss Life*

*Signature :*

*Directeur de mémoire en entreprise :*

*Nom : Thomas DEBAIS*

*Signature :*

*Invité :*

*Nom :*

*Signature :*

*Autorisation de publication et de mise  
en ligne sur un site de diffusion de  
documents actuariels (après expiration  
de l'éventuel délai de confidentialité)*

Signature du responsable entreprise

Signature du candidat



## Synthèse

**Mots clés :** Risque de taux, optimisation, gestion actif-passif, Solvabilité II, assurance vie, instruments dérivés, GLM, XGBoost, modélisation ALM, ratio de solvabilité, robustesse

Depuis la crise financière de 2008 qui a engendré la crise des dettes souveraines européennes et par conséquent les politiques monétaires accommodantes, le marché de l'assurance vie se trouve dans une situation inédite de taux d'intérêts bas voir négatif. La solvabilité ainsi que la richesse des assureurs vie ont ainsi été impactées défavorablement par ces baisses continues des taux d'intérêts et des rendements obligataires. La mise en place de la directive européenne Solvabilité II à partir de janvier 2016 a pour but de renforcer les capitaux propres que les assureurs doivent posséder mais aussi d'améliorer la mesure et la gestion des risques induit par l'activité d'assurance. Cette réglementation a notamment poussé les assureurs vie à modéliser de manière plus précise leur bilan et notamment les interactions entre l'actif et le passif de l'assureur.

Un des risques auxquels les assureurs sont confrontés est le risque de taux d'intérêts au sens large d'un désadossement entre l'actif et le passif de l'assureur, autrement dit, l'adéquation entre les flux de l'actif et les flux engendrés par le passif est dégradée. Ce mémoire s'intéressera à la mesure et l'optimisation de ce risque à l'aide de méthodes numériques.

L'optimisation de risque de taux d'intérêts se fera en utilisant des produits dérivés de taux. Nous devons déterminer les caractéristiques d'une combinaison faite à partir de ces produits dérivés et permettant d'optimiser différentes métriques tels que le ratio de solvabilité. Pour ce faire, nous allons mettre en place une méthode s'articulant en deux grandes étapes. La première étape consistera à construire une base de données avec comme variables d'entrées les caractéristiques des instruments que l'on souhaite utiliser pour notre modèle et comme variable à expliquer les différentes métriques retenues. Des modèles d'apprentissages statistiques GLM et *Extreme Gradient Boosting* (XGBoost) seront ensuite ajustés puis optimisés sur cette base de données. Nous verrons que les modèles XGBoost ressortiront comme plus performant que les GLM. La deuxième étape s'appuiera sur le modèle d'apprentissage sélectionné et utilisera le pouvoir de prédiction sur une nouvelle base de données contenant l'intégralité des combinaisons que l'on souhaite tester. Nous verrons comment les deux combinaisons déterminées permettent d'optimiser les quatre métriques retenues.

Nous évaluerons ensuite la robustesse d'une des deux combinaisons à des chocs économiques. Nous mesurerons également l'impact de la couverture sur certaines grandeurs, telles que le gap de duration ou la convexité du passif de la compagnie étudiée, utilisées lorsqu'un assureur décide de mesurer son exposition au risque de taux.

Ce mémoire se terminera par une prise de recul quant à la méthode employée tout au long des parties I et II. Nous verrons les avantages apportés par cette méthode mais également le cadre dans lequel le modèle a été implémenté et donc les limites engendrées par ce cadre d'application.

## Abstract

**Mots clés :** Interest rate risk, optimization, asset and liability management Solvency II, life insurance, derivatives instruments, GLM, XGBoost, ALM modeling, solvency ratio, robustness

Since the financial crisis of 2008, which led to the European sovereign debt crisis and consequently to accommodative monetary policies, the life insurance market has been in an unprecedented situation of low or even negative interest rates. These continuous falls in interest rates and therefore bond yields have been negative for the solvency and the wealth of life insurers. The implementation of the European Solvency II directive in January 2016 aims to strengthen the equity capital that insurers must own, but also to improve the measure and management of risks induced by the insurance activity. Especially, this regulation led life insurers to model their balance sheet more accurately, for instance the interactions between the insurer's assets and liabilities.

One of the risks that insurers have to deal with is interest rate risk in the broad sense of a mismatch between the insurer's assets and liabilities, i.e. impairment of assets and liabilities cash flow matching. This thesis will focus on the measurement and optimization of this risk using numerical methods.

We will use interest rate derivatives to optimize interest rate risk. We will have to determine the characteristics of a combination made from these derivatives and allowing us to optimize different metrics such as the solvency ratio. To do this, we will implement a method split in two main steps. The first step will consist in building a database with input variables, which will be the characteristics of the instruments we wish to use for our model and as a variable to explain, the different metrics retained. Then, we will adjust and optimize some statistical learning models (GLM and Extreme Gradient Boosting) on this database. We will see that the XGBoost models will stand out as more efficient than the GLM models. The second step will use the selected learning model and the predictive power on a new database containing all the combinations we want to test. We will see how the two determined combinations allow us to optimize the four selected metrics.

Then, we will evaluate the robustness of one of the two combinations to economic shocks. We will also measure the impact of hedging on certain quantities, such as the duration gap or liability convexity, used when an insurer decides to measure its exposure to interest rate risk.

This dissertation will conclude by taking a step back from the methodology used throughout Parts I and II. We will look at the advantages of this method but also at the framework in which the model has been implemented and therefore the limits generated by this framework.

## Remerciements

Je remercie chaleureusement Thomas DEBAIS, mon tuteur de mémoire, de m'avoir guidé et conseillé tout au long de la réalisation de ce mémoire. Je le remercie pour ses conseils avisés ainsi que pour les connaissances qu'il m'a transmises.

Ma gratitude va également à l'ensemble de l'équipe ALM de Swiss Life pour m'avoir aidé et conseillé tout au long de ce mémoire. Je les remercie pour leurs précieuses explications ainsi que pour le temps qu'ils m'ont offert.

Je remercie Yahia SALHI, mon tuteur académique au sein de l'ISFA, pour ses conseils et ses remarques pertinentes tout au long de l'élaboration de ce mémoire.

Mes remerciements vont également au directeur des risques de la société Swiss Life France, Vladislav GRIGOROV, pour son accueil au sein de la compagnie ainsi que sa confiance dans la réalisation de mon mémoire.

Je tiens également à remercier mes proches pour leur soutien et leurs encouragements.

# Table des matières

Synthèse .....	3
Abstract .....	4
Remerciements .....	5
Liste des acronymes .....	8
Introduction.....	9
Chapitre 1 : Présentation générale de l'assurance vie et de son cadre réglementaire .....	11
1.1    Présentation de l'assurance vie et du risque de taux .....	12
1.1.1 Introduction à l'assurance vie .....	12
1.1.2 Les interactions actif-passif .....	13
1.1.3 Le désadossement actif-passif .....	13
1.2    Présentation du contexte réglementaire Solvabilité II.....	14
1.2.1 Passage de Solvabilité I à Solvabilité II .....	14
1.2.2 Les piliers de Solvabilité II.....	15
1.2.3 Focus sur le pilier I de Solvabilité II .....	16
1.2.4 Calcul du SCR avec la formule standard .....	18
1.2.5 Zoom sur le calcul du SCR de marché.....	23
1.2.6 Revue de Solvabilité II concernant les risques de marché .....	30
1.3    Présentation du modèle ALM.....	31
1.3.1 Entreprise étudiée .....	31
1.3.2 Les options et garanties financières .....	32
1.3.3 Le modèle ALM utilisé .....	33
Chapitre 2 : Modèle d'optimisation de la couverture du risque de taux d'intérêts .....	40
2.1    Présentation des instruments de couverture .....	42
2.1.1 Présentation et pricing des instruments de taux à disposition.....	42
2.1.2 Etude quantitative de la couverture actuelle.....	46
2.1.3 Une première approche actif-actif .....	49
2.2    Construction de la base de données issues du modèle ALM .....	51
2.2.1 Construction des portefeuilles de couverture .....	51
2.2.2 Choix des métriques à utiliser pour notre critère d'optimisation.....	52
2.3    Mise en place des modèles d'apprentissage statistiques .....	54
2.3.1 Généralités sur les modèles d'apprentissage envisagés .....	54
2.3.2 Préparation de la base de données.....	57

2.3.3 Mise en place des modèles d'apprentissage statistique.....	59
Chapitre 3 : Optimisation de la couverture à l'aide du modèle d'apprentissage statistique .....	65
3.1 Recherche d'une combinaison optimale grâce au modèle XGBoost .....	66
3.1.1 Présentation de la base utilisée .....	67
3.1.2 Résultats des modèles XGBoost par variables à prédire.....	68
3.1.3 Conclusion quant à l'optimalité.....	71
3.2 Robustesse de la nouvelle couverture utilisée.....	76
3.2.1 Choc de marché.....	76
3.2.2 Evaluation du gap de duration pondéré.....	79
3.2.3 Evaluation de la convexité.....	81
3.2.4 Evolution dans le temps de l'efficience de la nouvelle couverture.....	82
3.2.5 Synthèse et évaluation de la méthode utilisée .....	85
Conclusion .....	87
Bibliographie.....	89
Table des illustrations.....	90
Annexes .....	92
Annexe A : Courbe des taux swap 31/12/2018.....	92
Annexe B : Détail du pricing d'un swap forward.....	93
Annexe C : Détail du pricing d'un swaption .....	94

## Liste des acronymes

Acronymes	Signification
PPB	Provision pour Participation aux Bénéfices
TME	Taux Moyen d'Emprunt
TMG	Taux Minimum Garanti
PB	Participation aux Bénéfices
SII	Solvabilité II
SCR	Solvency Capital Requirement
MCR	Minimum Capital Requirement
ORSA	Own Risk and Solvency Assesment
BGS	Besoin Global de Solvabilité
ACPR	Autorité de Contrôle Prudentiel et de Résolution
AMSB	Organe d'Administration, de Gestion ou de Contrôle
BE	Best Estimate
QIS	Questionnaire d'Informations
VA	Volatility Adjustment
RM	Risk Margin
Coc	Cost of Capital
VaR	Value At Risk
FP	Fonds Propres
EIOPA	European Insurance and Occupational Pension Authority
BSCR	Basic Solvency Capital Requirement
IDA	Impôt Différé Actif
IDP	Impôt Différé Passif
BEG	Best Estimate Garanti
FDB	Future Discretionary Benefits
NAV	Net Asset Value
EEE	Espace Economique Européen
OCDE	Organisme de Coopération et de Développement Economique
OEEC	Organisme Externe d'Evaluation du Crédit
ALM	Asset and Liability Management
UC	Unité de Compte
ONC	Orientations Nationales Complémentaires
SAA	Strategic Asset Allocation
OTC	Over The Counter
OAT	Obligation Assimilable du Trésor
PVFP	Present Value of Future Profits
GLM	Generalized Linear Models
XGBoost	Extreme Gradient Boosting
EQM	Erreur Quadratique Moyenne

## Introduction

L'activité de l'assurance vie est intimement liée aux marchés financiers étant donné son objectif principal qui est de constituer une épargne à long terme. Pour être viable et rester concurrentiel, l'assureur se doit d'être plus rentable que les produits d'épargne bancaire (livret A, PEL, ...) et de pouvoir proposer différents profils de risque à l'épargnant. Selon le support sur lequel investit l'assuré (contrat en euro ou unités de compte), l'assureur devra revaloriser à un taux minimum l'épargne de l'assuré et partager une partie de son bénéfice financier. Ce taux dépend du contrat de l'assuré mais aussi du rendement financier de l'assureur. Les fluctuations des marchés financiers impactent donc directement l'assureur et ces effets sont répercutés sur l'assuré et influent sur son comportement.

Depuis la crise des dettes souveraines européennes et la politique monétaire accommodante de la Banque Centrale Européenne en réponse à cette crise, les taux n'ont fait que baisser depuis près d'une décennie. Les portefeuilles des assureurs étant constitués majoritairement de produits à taux fixe (obligations souveraines et d'entreprise), ils ont vu leur rendement financier diminué. Dans un premier temps, cette baisse a été compensée par de bonnes performances sur les marchés action et immobilier, ou par les revenus d'anciennes obligations à rendement plus élevé encore en portefeuille. Cependant, avec un contexte de taux bas qui semble perdurer, on observe aujourd'hui des rendements financiers en baisse chez les assureurs et donc des taux servis en baisse. Les assureurs pourraient être tentés de se tourner vers des classes d'actifs plus rentables, telles que les actions ou l'immobilier. Néanmoins, avec la directive Européenne Solvabilité II rentrée en vigueur en 2016, une telle augmentation du rendement des actifs signifierait une augmentation des risques et donc des besoins supplémentaires en fonds propres.

Il existe donc de fortes interactions entre l'actif et le passif de l'assureur. Une des priorités de l'assureur est de maintenir dans le temps une adéquation de son actif à son passif en termes de flux et de duration. L'assureur peut ainsi se trouver dans une position inconfortable en cas de hausse des taux par exemple. En effet, la valeur de son portefeuille d'obligation diminuera et il devra réaliser des moins-values latentes pour pouvoir faire face à ses engagements. Ainsi, dans cette situation, la valeur de son actif a diminué alors que son engagement restera inchangé : on parle alors de désadossement actif-passif.

De ce fait, l'assureur se doit d'anticiper les potentiels mouvements de taux à venir et mettre en place des stratégies pour se couvrir contre ce risque de désadossement. L'assureur dispose de différents instruments financiers pour mettre en place une couverture du risque de taux. Les produits les plus utilisés actuellement sur le marché sont des produits dérivés comme les swaptions, les caps ou les floors ainsi que des produits futurs tels que les bonds forward ou les swaps forward.

Dans la première partie de ce mémoire, nous étudierons les particularités de l'assurance vie ainsi que la réglementation Solvabilité II. Nous passerons également en revue les différents instruments de couverture du risque de taux utilisés au sein de la compagnie Swiss Life.

La seconde partie sera dédiée dans un premier temps à la mesure de l'efficacité de la couverture du risque de taux (au sens d'un désadossement actif-passif) actuellement projetée dans le logiciel de modélisation stochastique utilisé par la compagnie (Prophet). Dans un second temps, nous utiliserons différents modèles d'apprentissage statistiques nous permettant par la suite de chercher la meilleure couverture du risque de taux. Pour ce faire, nous définirons plusieurs critères d'optimisation qui seront basés sur des indicateurs calculés en sortie du modèle.

Dans la dernière partie, nous déterminerons la ou les combinaisons optimales à l'aide du modèle mis en place dans la partie II. Nous testerons ensuite la robustesse de notre modèle à différents chocs de marché. Nous étudierons également la déformation temporelle du modèle en réalisant des calculs de solvabilité à différentes dates.

## Chapitre 1 : Présentation générale de l'assurance vie et de son cadre réglementaire

## 1.1 Présentation de l'assurance vie et du risque de taux

### 1.1.1 Introduction à l'assurance vie

L'activité d'assurance est caractérisée par l'inversion du cycle de production. En effet, l'entreprise vend un contrat d'assurance en échange d'une prime mais ne connaîtra « le coût de revient » que dans le futur lorsque le ou les sinistres afférents au contrat seront déclarés puis payés. L'assurance dispose donc d'un actif cohérent face aux engagements pris envers ses assurés.

Contrairement aux autres types d'assurance (dommage, santé ...), l'assurance vie se distingue par la durée de vie de ses contrats puisque ceux-ci ont une durée moyenne d'environ 10 ans. En effet, par définition l'assurance vie a pour but de constituer une épargne à long terme pour l'assuré. De plus, la fiscalité avantageuse qui s'applique après 8 ans rallonge inévitablement la durée de vie des contrats. Ainsi il se passe en moyenne 10 ans entre le versement de la première prime et le paiement de la prestation. L'assureur se doit donc de constituer des provisions pour pouvoir faire face en permanence à ses engagements et doit par conséquent placer ces provisions sur les marchés financiers.

En assurance vie, la bonne gestion des placements sur les marchés financiers et immobiliers est primordiale étant donné la réglementation de l'assurance vie. En effet, sur les contrats du fonds euros, l'assureur garantit un taux minimum de revalorisation de l'épargne investie. On parle ici d'effet « cliquet ». Celui-ci est encadré par la réglementation pour éviter de garantir un taux trop élevé et accroître ses parts de marché mais aussi le risque de ne pas pouvoir honorer ses engagements. Actuellement la réglementation impose la formule suivante pour l'assurance vie :

$$TMG = \max(3.5\%, 60\% * TME^1)$$

avec TME : le taux moyen d'emprunt des 6 derniers mois

Toutefois les pratiques usuelles de marché sont plutôt de l'ordre d'un TMG situé autour de 0%, cohérent avec le contexte du niveau de taux actuel.

Le deuxième élément qui structure l'activité de l'assurance vie est la participation aux bénéfices. Le but est de faire partager les bénéfices financiers et techniques de l'assureur avec l'assuré. La réglementation impose aux assureurs de reverser au moins 85% du bénéfice financier, 90% du bénéfice technique si positif (100% sinon) et 100% du solde de réassurance. Cette participation réglementaire s'applique globalement, l'assureur peut ainsi choisir de donner plus de participation à certains contrats. On parlera alors de participation aux bénéfices discrétionnaires au sens où c'est l'assureur qui décidera à quels contrats sera affectée cette participation. La participation aux bénéfices n'est cependant pas obligatoirement reversée entièrement aux assurés et peut être provisionnée. Cette provision est appelée PPB (Provision pour Participation aux bénéfices). La réglementation impose néanmoins que la participation au bénéfice provisionnée soit entièrement allouée après 8 ans. De plus, la PPB ne peut être utilisée pour financer le TMG. L'objectif de cette provision est de pouvoir lisser le résultat et réduire la volatilité des taux servis aux assurés. En effet, lors des bonnes années, l'assureur pourra provisionner une partie de son résultat financier et le servir dans le futur lors d'une moins

---

<sup>1</sup> Au 31/12/18, le TME valait 0.74%

bonne année et ainsi limiter la fluctuation de son taux servi. Depuis le 31/12/2019, les assureurs ont la possibilité d'intégrer une partie de la PPB dans le montant des fonds propres éligibles en couverture du capital réglementaire.

Le troisième élément est l'option de rachat partiel ou complet du contrat d'assurance vie. L'assuré peut retirer l'intégralité ou une partie de son capital est cela à tout moment. Cependant, il peut y avoir certaines pénalités appliquées pour les rachats intervenant avant 8 ans d'ancienneté du contrat. De plus, l'assuré ne possèdera pas d'avantage fiscal sur les plus-values réalisées au sein de son contrat. D'assurance vie. Concernant la fiscalité, l'assuré pourra opter entre le prélèvement forfaitaire unique (« flat tax ») de 30% et le barème progressif de l'impôt sur le revenu.

Ces trois notions présentées brièvement seront détaillées dans la suite du mémoire notamment pour dans la présentation du modèle de gestion actif-passif utilisé pour ce mémoire.

### 1.1.2 Les interactions actif-passif

Ainsi, ces trois éléments décrits précédemment, qu'on appelle des options et garanties engendrent une interaction entre l'actif et le passif de l'assurance. En effet, l'actif a un impact direct sur le passif puisque le rendement financier des actifs de l'assureur va venir directement impacter le passif par le biais du TMG et de la participation aux bénéfices. De plus, l'option de rachat va impacter l'actif puisque si l'assuré décide de racheter son contrat, l'assureur devra vendre de l'actif s'il n'a pas la trésorerie disponible. L'assureur est alors exposé à un risque de liquidité. Cette vente d'actif peut éventuellement se traduire par une réalisation de moins-value latente et donc faire baisser le rendement financier. Cela va venir impacter le passif également.

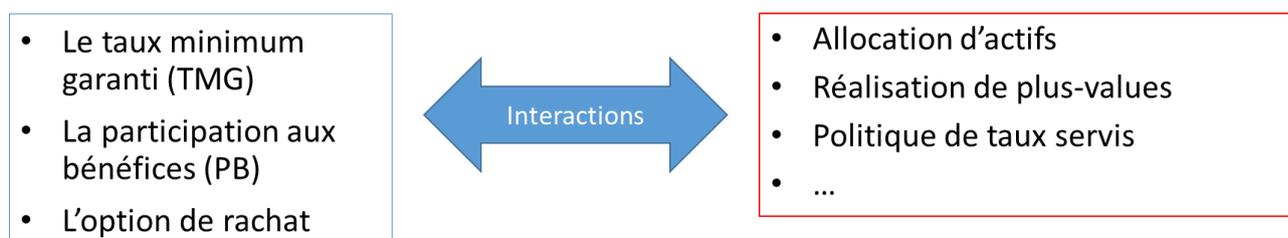


Figure 1 : Résumé des interactions actif-passif

### 1.1.3 Le désadossement actif-passif

On a vu précédemment que sur les contrats de type « euro », l'assureur garantit le capital investi ainsi que les revalorisations successives de l'épargne. De plus, grâce à la clause de rachat, il garantit également la liquidité des contrats en permanence. Ainsi, l'assureur se doit de prendre en compte tous ces éléments lorsqu'il constitue son portefeuille. Il investit donc majoritairement dans des produits de taux fixes (obligations souveraines et d'entreprise) de bonne qualité qui lui permettront avec une probabilité élevée de faire face à ses engagements tout en dégageant un

rendement attractif. Cependant, la valeur de marché de son actif évolue dans le temps, notamment suite aux mouvements sur les taux d'intérêts. On peut alors observer un désadossement entre la valeur de son portefeuille et la valeur de ses engagements : si les taux augmentent, l'assuré va être poussé à chercher des investissements plus rémunérateurs et sera donc tenté de racheter son contrat. Ainsi l'assureur sera obligé de vendre des obligations en moins-values latentes (suite à la hausse de taux) mais son engagement envers les assurés restera inchangé. On parle alors de désadossement actif-passif.

## 1.2 Présentation du contexte réglementaire Solvabilité II

### 1.2.1 Passage de Solvabilité I à Solvabilité II

A partir de 2002, les assureurs ont été soumis à la réglementation Solvabilité I. Celle-ci fixe des exigences de solvabilité que les assureurs se doivent de respecter en permanence. De plus, ces sociétés d'assurance ont l'obligation d'instaurer un environnement de contrôle.

La réglementation Solvabilité I se décompose en 3 piliers :

- Des provisions techniques suffisantes.
- Des provisions techniques représentées par des actifs d'un montant équivalent et d'une certaine qualité.
- Une marge de solvabilité suffisante.

Cette réglementation avait l'avantage d'être simple à mettre en œuvre notamment pour le calcul de la marge de solvabilité. De plus, il était possible de comparer facilement les résultats des calculs entre les différentes compagnies d'assurance. Néanmoins, cette réglementation présentait des inconvénients. En effet, le bilan de l'assureur ne se basait pas sur une approche cohérente avec le marché. De plus, la diversification ainsi que les interactions entre l'actif et le passif étaient négligées. Un des plus gros inconvénients était l'absence de prise en compte des risques liés aux investissements sur les marchés financiers ainsi que la non prise en compte du coût des options et garanties.

C'est donc dans la continuité de Solvabilité I et en vue de palier aux différentes lacunes mais aussi d'harmoniser le cadre réglementaire européen que la directive Européenne Solvabilité II a été élaborée. Celle-ci est entrée en vigueur le 1<sup>er</sup> janvier 2016. Son objectif est de déterminer et mesurer l'ampleur des risques encourus par chaque société d'assurance et évaluer si la situation financière de l'assureur lui permet de faire face à ses risques. La directive a également pour but d'inciter les entreprises d'assurance à optimiser leur gestion des risques ainsi que son pilotage. La directive Européenne permettra également aux autorités de contrôles de chaque pays Européen de disposer d'outils pour évaluer la solvabilité des sociétés d'assurance.

## 1.2.2 Les piliers de Solvabilité II

Solvabilité II, dans la lignée de la norme prudentielle bancaire Bâle II, est structurée en 3 piliers :

- **Exigences quantitatives** : le pilier I se décompose en 4 grandes parties
  - Le calcul des provisions techniques en vision « *Best Estimate* » ;
  - Le passage du bilan prudentiel en vision « économique » contrairement à la vision comptable utilisée dans Solvabilité I ;
  - Des exigences de capital réglementaire : le SCR (*Solvency Capital Requirement*) et le MCR (*Minimum Capital Requirement*).
  - Principes en matière d'allocation et d'exigence des actifs
  
- **Exigences qualitatives** : le pilier II définit les règles qualitatives d'une gestion des risques efficace et prudentielle et permet de faciliter les contrôles, tant interne qu'externe. De plus, ce pilier vient renforcer le système de gouvernance qui a pour double objectif transparence et efficacité, garanti notamment par une documentation interne sur les différentes procédures de la compagnie. Cette accentuation de la gouvernance s'accompagne également par la mise en place de quatre fonctions clés :
  - Fonction de gestion des risques
  - Fonction de conformité
  - Fonction actuarielle
  - Fonction d'audit interne

Par ailleurs, l'entreprise d'assurance devra effectuer chaque année un processus appelé ORSA (*Own Risk and Solvency Assessment*). L'objectif de l'ORSA est d'évaluer, sous certaines hypothèses choisies par l'entreprise, la solvabilité de la compagnie sur un horizon supérieur à 1 an. Il comporte 3 évaluations définies dans l'article R.354-3 (article 45 de la directive Solvabilité II):

- L'évaluation du Besoin Global de Solvabilité (BGS) ;
- L'évaluation du respect permanent des obligations réglementaires concernant la couverture du SCR, du MCR et des exigences concernant les provisions techniques ;
- L'évaluation de l'écart entre le profil de risque de l'entreprise et les hypothèses qui sous-tendent le capital de solvabilité requis.

Ce processus est suivi d'un rapport qui est remis à l'ACPR (Autorité de Contrôle Prudentiel et de Résolution) ainsi qu'à l'AMSB (organe d'administration, de gestion ou de contrôle) qui permet d'apporter des informations sur le profil de risque ainsi que sur la solvabilité de la compagnie.

- **Transparence et reporting** : le troisième pilier de Solvabilité II a pour objectif de définir le format de l'information que la compagnie devra transmettre au régulateur ainsi qu'au public. Il fixe également la transparence de l'information concernant l'activité de l'entreprise.

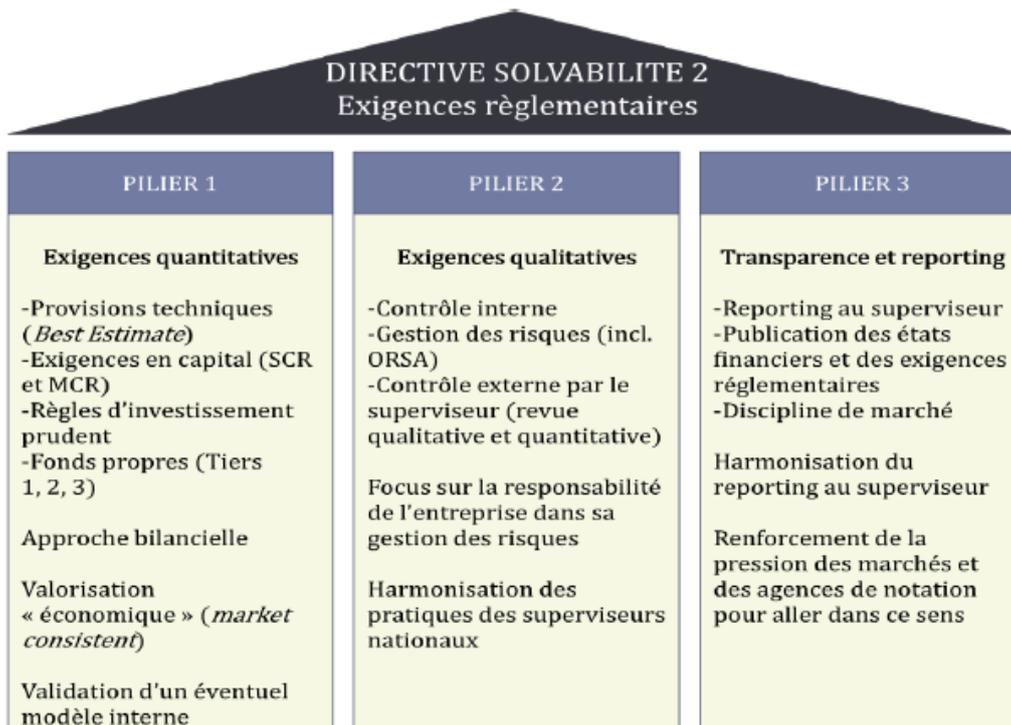


Figure 2: synthèse des 3 piliers de Solvabilité

### 1.2.3 Focus sur le pilier I de Solvabilité II

Le pilier I a pour but de décrire les normes de valorisation de l'actif et du passif du bilan de l'assureur, le calcul des fonds propres « économiques » ainsi que les exigences réglementaires en fonds propres.

- Passage d'une vision comptable à une vision économique

Avec solvabilité I, le bilan de l'assureur était évalué en vision comptable. Cela signifie que les actifs étaient comptabilisés à leur valeur d'achat (« *Book Value* »). L'évaluation des passifs passait par des provisions techniques suffisantes, c'est-à-dire évaluées à l'aide d'hypothèses prudentes. On comptabilisait également au passif une exigence de marge qui était un coussin de sécurité utilisé pour absorber d'éventuelles pertes suite à une sinistralité exceptionnelle ou des variations économiques défavorables.

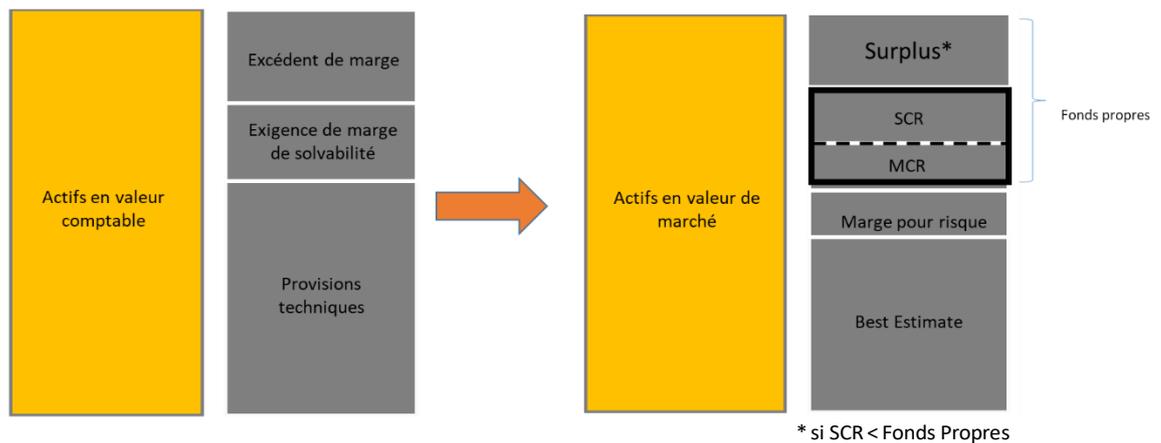


Figure 3 : Passage du bilan comptable au bilan économique

- Valorisation de l'actif

Contrairement au référentiel Solvabilité I, dans Solvabilité II les actifs sont comptabilisés en valeur de marché (« *Market Value* »). Cela signifie qu'on prend en compte l'évolution de l'actif depuis son achat en comptabilisant une plus-value ou moins-value latente à l'actif, ce qui permet d'avoir une vision plus réelle et actuelle du bilan de l'assureur. Sous Solvabilité I, les plus-values latentes ne sont pas constatées. En revanche les moins-values latentes peuvent être constatées à l'aide de provision comme la provision pour dépréciation durable ou encore la provision pour risque d'exigibilité.

- Valorisation du passif

Solvabilité II retient une approche dite « *Best Estimate* » concernant la valorisation des passifs. On retiendra comme définition du *Best Estimate* (BE) celle énoncée dans le paragraphe TS.II.A.10 des spécifications techniques du QIS4 : « La moyenne pondérée en fonction de leur probabilité des futurs flux de trésorerie compte tenu de la valeur temporelle de l'argent, laquelle est estimée sur la base de la courbe des taux sans risque pertinente. » Le BE doit être calculé brut de réassurance et doit être réalisé en « *Run off* » c'est-à-dire en ne considérant pas de nouveau business. Néanmoins, Solvabilité II introduit la notion de frontière des contrats. Cela permet de prendre en compte dans le calcul du BE, les primes ayant une garantie. Pour l'assurance vie, on inclura les primes relatives à des contrats avec des TMG supérieur à 0,5%. Pour l'assurance non-vie, la frontière des contrats est de 1 an, c'est-à-dire qu'on projette les primes sur une seule année. La directive européenne stipule que le calcul repose sur des informations actuelles et crédibles. De plus, les hypothèses doivent être réalistes. Pour procéder au calcul du BE, la compagnie d'assurance doit identifier tous les encaissements et décaissements relatifs à ses engagements (primes contractuelles, prestations, frais...) et mesurer les probabilités de survenance de ces événements. Concernant la courbe de taux à utiliser, celle-ci est fournie chaque mois par l'EIOPA (European Insurance and Occupational Pensions Authority) le superviseur européen de l'assurance. L'assureur peut choisir d'utiliser une mesure contra-cyclique appelé « *Volatility Adjustment* » (VA) qui permet de compenser la volatilité des spreads. En France, l'utilisation du VA n'est pas soumis à l'autorisation du régulateur national contrairement à d'autres pays. La VA s'ajoute à la courbe de taux. On peut noter la décorrélation entre la volatilité des spreads obtenue pour le calcul de la VA et la volatilité réelle observée du portefeuille. Par exemple, on peut observer une hausse de la VA, due aux *spreads* italiens comme ce fût le cas en 2018, alors que sur un portefeuille ne contenant

pas d'obligations italiennes, on n'observera par exemple pas de hausse des *spreads*. L'assureur profitera alors d'une hausse de la VA sans pour autant être pénalisé par une hausse des *spreads*. Une revue de la formule standard est en cours et devrait tenter de corriger la surcompensation.

On peut écrire mathématiquement l'expression du BE :

$$BE = \mathbb{E}^{\mathbb{Q} \otimes \mathbb{P}} \left[ \sum_{t \geq 1} \delta_t \times L_t \right]$$

avec :

- $\mathbb{Q}$  : la probabilité risque-neutre
- $\mathbb{P}$  : la probabilité monde réelle
- $\delta_t$  : le facteur d'actualisation à l'instant t
- $L_t$  : les flux de trésorerie à l'instant t

Par ailleurs, Solvabilité II prévoit que les provisions techniques soient évaluées à la valeur de transfert du portefeuille d'assurance, c'est-à-dire au montant auquel un assureur s'attendrait recevoir s'il reprenait ce portefeuille. Le but est d'intégrer notamment le coût de l'incertitude des calculs du *Best Estimate*. Il faut donc ajouter au BE ce qu'on appelle la marge pour risque. On peut voir la marge pour risque comme le montant qu'il faudrait pour dédommager le reprenneur du portefeuille d'avoir immobiliser du capital pour écouler entièrement les engagements d'assurance. Les capitaux à immobiliser correspondent aux futurs SCR induit par les engagements d'assurance. On peut la traduire mathématiquement par la formule suivante :

$$RM = \mathbb{E}^{\mathbb{Q} \otimes \mathbb{P}} \left[ CoC \times \sum_{t \geq 1} \delta_{t+1} \times SCR_t \right]$$

avec :

- CoC : le coût du capital fixé à 6%
  - $SCR_t$  : le capital de solvabilité requis à l'instant t
- Calcul des fonds propres économiques

Les fonds propres sont obtenus comme la différence entre l'actif et le passif du bilan prudentiel de l'assureur. Ce sont dans les fonds propres que sont inclus les deux exigences réglementaires de capital : le SCR et le MCR. La part des fonds propres qui dépasse le SCR est appelé le surplus.

#### 1.2.4 Calcul du SCR avec la formule standard

- Définition du SCR

Le SCR (Solvency Capital Requirement) représente le montant de fonds propres nécessaire pour pouvoir faire face à des pertes exceptionnelles à 1 an avec une probabilité de 99.5%. Cela correspond donc à une Value-at-Risk (VaR) à un niveau de confiance de 99.5% des fonds propres d'une compagnie

d'assurance ou de réassurance. En d'autres termes, c'est le montant à détenir pour pouvoir supporter une ruine tous les 200 ans.

La VaR est définie comme un quantile d'ordre alpha d'une variable aléatoire X :

$$VaR_{\alpha}(X) = \inf\{x \in \mathbb{R} \mid \mathbb{P}(X \leq x) \geq \alpha\}$$

où :

- $\alpha$  est le niveau de confiance de la VaR (il vaut 99.5% dans Solvabilité II)
- X est une variable aléatoire

On peut donc définir mathématiquement le SCR à partir de la définition de la VaR comme :

$$SCR = FP_0 - P(0,1) \times VaR_{0.5\%}(FP_1)$$

où :

- $FP_0$  : représente les fonds propres économiques détenus en  $t = 0$  ;
- $FP_1$  : représente les fonds propres économiques détenus en  $t = 1$  (c'est une variable aléatoire) ;
- $P(0,1)$  : le prix en  $t = 0$  d'un zéro-coupon de maturité 1 an ;
- $VaR_{0.5\%}(FP_1)$  : c'est la VaR à 0.5% de fonds propres économiques en  $t = 1$ .

Cette mesure de risque choisi par l'EIOPA présente certains avantages :

- Elle permet de quantifier la queue de distribution de la variable qui nous intéresse (cependant nous n'avons pas l'information sur la partie après notre niveau de confiance  $\alpha$ ).
- Le calcul d'un quantile est plutôt facile à mettre en œuvre et son implémentation se fait aisément.

- L'approche modulaire de la formule standard

Pour calculer son SCR, une compagnie d'assurance a le choix entre mettre en place un modèle interne ou utiliser la formule standard proposé par l'EIOPA.

Le modèle interne consiste à évaluer les différentes VaR en fonction de ses propres risques auxquels l'assureur est réellement soumis. Il pourra ainsi avoir plus de liberté et prendre en compte des facteurs qui ne seraient pas utilisés avec la formule standard. Ce modèle interne, une fois développé, devra être approuver par l'ACPR pour être utilisé ensuite. Toutefois, un calcul en utilisant la formule standard est requis.

Si l'assureur décide ne pas mettre en place un modèle interne, il devra utiliser la formule standard prévu par l'EIOPA. Les différents calculs de la formule standard sont présentés de manière précise dans les Actes Délégués. Pour chaque risque à mesurer, l'EIOPA a donc calibré des chocs à la hausse et à la baisse à appliquer au bilan de l'assureur en  $t = 0$ . Ils ont été calibrés pour correspondre

à une VaR à 99.5% à horizon 1 an. Tous ces chocs seront ensuite agrégés à l'aide de différentes matrices de corrélation.

La formule standard proposé par l'EIOPA définit 6 grands modules :

- Marché
- Souscription santé
- Défaut
- Souscription vie
- Souscription non-vie
- Intangible

Les modules de marché, santé, vie et non-vie sont également découpés en sous-modules. La figure ci-dessous résume cette approche modulaire :

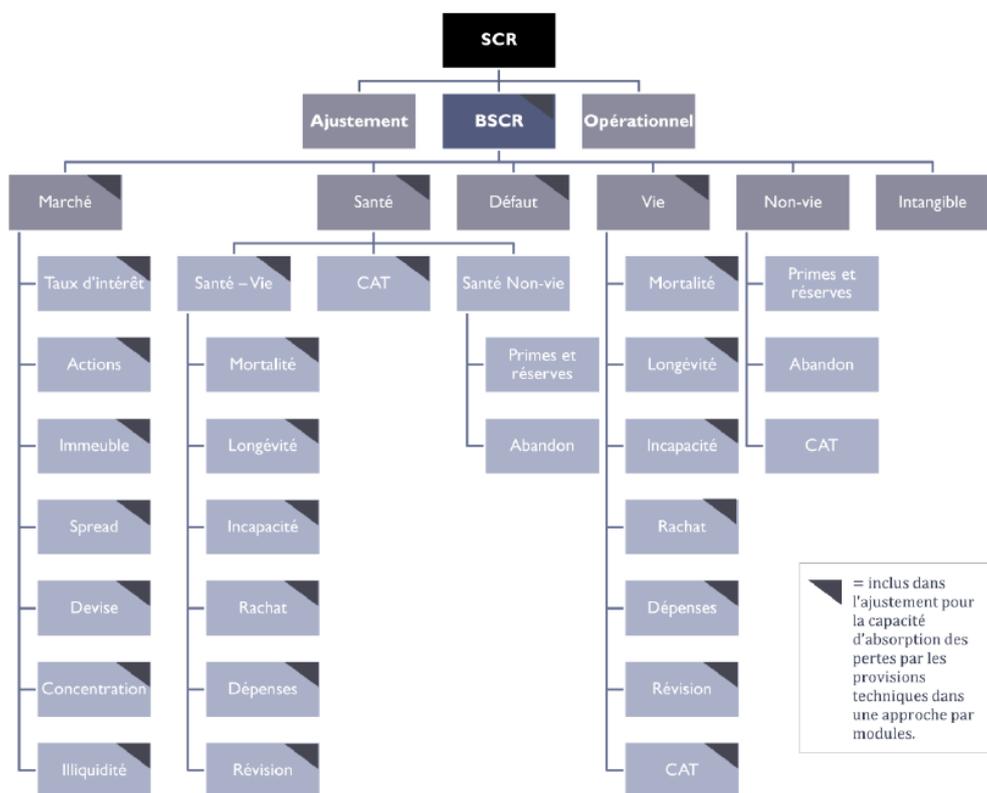


Figure 4 : Synthèse des modules de la formule standard

Le but est donc de calculer les SCR de chacun de ses sous-modules et ensuite les agréger grâce à une matrice de corrélation fournie pour chaque module par l'EIOPA : c'est l'agrégation intra-modulaire. Une fois que l'on a le SCR de chacun des modules, il faut encore agréger les modules entre eux via une autre matrice de corrélation fournie également par l'EIOPA. On obtient finalement le BSCR (*Basic Solvency Capital Requirement*).

La formule utilisée pour l'agrégation est la suivante :

$$SCR \text{ agrégé} = \sqrt{\sum_{i,j} Corr_{i,j} \times SCR_i \times SCR_j}$$

avec :

- $Corr_{i,j}$  : le coefficient de corrélation entre les SCR i et j
- $SCR_i$  : le montant de SCR pour le risque i

Une fois le BSCR obtenu, il reste encore deux étapes pour parvenir au SCR final. En effet, il faut encore calculer les absorptions par les provisions techniques et par les impôts différés ainsi que le risque opérationnel.

La formule finale du SCR donnée par l'EIOPA est la suivante :

$$SCR = BSCR - Adj + SCR_{op}$$

Avec  $Adj = Adj TP + Adj DT$  qui sera détaillé ci-dessous.

- Absorption par les provisions techniques et par les impôts différés

La directive solvabilité II prévoit deux façons différentes d'absorber les chocs de SCR, c'est-à-dire réduire le montant de capitaux réglementaires pour un certain risque. Ces deux possibilités sont l'absorption par les impôts différés et l'absorption par les provisions techniques.

- L'absorption par les impôts différés

La possibilité de réduire son montant de SCR grâce aux impôts différés s'explique par le fait qu'après un choc bicentenaire, l'assureur verra son bilan impacté négativement et payera donc moins d'impôt dans le futur. L'effet d'absorption correspond donc à la variation du montant d'impôts différés qui résulterait de la perte du montant du SCR. L'EIOPA distingue deux composantes dans l'ajustement par les impôts différés :

- L'impôt différé actif net d'impôt différé passif résultant de la vision économique du bilan
- L'impôt différé actif sur déficit reportable appelé aussi impôt différé notionnel. C'est le montant d'impôt recouvrable par l'assureur à la suite d'un choc d'un montant équivalent au SCR. L'assureur devra démontrer la recouvrabilité de cet impôt dans le futur pour pouvoir être intégré dans l'ajustement par les impôts différés.

La formule utilisée pour déterminer le montant d'absorption par les impôts différés est la suivante :

$$Adj DT = \min(ID \text{ provenant du bilan S2} + IDA \text{ notionnel} ; SCR_{post-imp\hat{o}t})$$

où :

- IDA notionnel est le montant recouvrable après un choc bicentenaire.
- $SCR_{post-imp\hat{o}t}$  est le montant de SCR auquel on a appliqué un taux d'impôt.

- L'absorption par les provisions techniques

Le deuxième levier d'absorption provient des provisions techniques. Il n'est cependant présent que pour des activités où une participation aux bénéfices existe c'est-à-dire principalement les activités d'assurance vie à travers la participation aux bénéfices discrétionnaires. On retrouve aussi ce mécanisme de participation aux bénéfices pour les activités de santé similaires à la vie. L'idée sous-jacente est qu'après un choc bicentenaire, l'assureur versera une participation aux bénéfices discrétionnaire moindre que dans une situation normale. L'assureur transfère donc une partie de ses pertes aux assurés via le mécanisme de participation aux bénéfices.

Pour calculer cette absorption par les provisions techniques, l'assureur se doit de calculer un BSCR dit brut d'effet d'absorption de la participation aux bénéfices future et un BSCR net de PB future (noté nBSCR).

On peut voir le Best Estimate en assurance vie comme la somme de deux composantes :

- Le Best Estimate Garanti (BEG) qui correspond à l'engagement de l'assureur sur les taux minimums garantis (incluant la prime de départ)
- La Future Discretionary Benefits (FDB) qui est l'engagement de l'assureur sur la participation aux bénéfices qui vient s'ajouter au TMG.

Pour calculer les différents SCR bruts, il faut calculer le SCR sans mécanisme de participations aux bénéfices cela revient donc à revaloriser les contrats aux taux minimums garantis.

Ainsi, pour calculer les différents SCR bruts, on a besoin d'établir le bilan économique central et le bilan choqué c'est-à-dire calculer les *Net Asset Value* (NAV).

La NAV est calculée comme la différence entre l'actif et le passif en valeur économique de l'assureur. On note  $NAV_0 = A_0 - BE_0$  et  $NAV_{choqué\ brut} = A_{choqué} - BEG_{choqué}$

Le calcul pour obtenir le SCR brut pour un risque  $i$  est le suivant :

$$SCR_i = NAV_0 - NAV_{choqué\ brut}$$

Pour le calcul des SCR nets, il faut cette fois-ci les calculer avec le mécanisme de participations aux bénéfices. En notant  $NAV_{choqué\ net} = A_{choqué} - BE_{choqué}$ , le calcul du SCR net pour le risque  $i$  est le suivant :

$$SCR_i = NAV_0 - NAV_{choqué\ net}$$

Une fois tous les SCR bruts et nets calculés, on calcule les BSCR et nBSCR en agrégeant chacun des risques. Les matrices de corrélations sont les mêmes pour le brut et le net.

L'ajustement par les provisions techniques est calculé en effectuant la différence entre le BSCR et le nBSCR. Cependant, l'absorption ne peut pas non plus dépasser la participation aux bénéfices futurs discrétionnaires, c'est pourquoi la formule retenue dans les actes délégués est celle-ci :

$$Adj\ TP = \min(BSCR - nBSCR; FDB)$$

$$\text{avec } FDB = BE_0 - BEG_0$$

- Minimum Capital Requirement (MCR)

Le MCR est une autre exigence de capital réglementaire requis par Solvabilité II. La directive Européenne qualifie le MCR comme étant le niveau de fonds propres en dessous duquel les intérêts des preneurs se verraient sérieusement menacés si l'entreprise était autorisée à poursuivre son activité. Si la compagnie d'assurance ou de réassurance descendait en dessous de ce seuil, elle se verrait retirer son agrément par l'autorité de contrôle.

Les actes délégués détaillent la méthode de calcul du MCR. Celle-ci repose sur 3 composantes : l'AMCR, le  $MCR_{linear}$  et le  $MCR_{combined}$ .

- L'AMCR représente le seuil plancher absolu pour le MCR. Ce seuil est de EUR 2 m en assurance vie et EUR 1 m en assurance non vie.
- Le  $MCR_{linear}$  se calcule comme cela :

$$MCR_{linear} = MCR_{linear l} + MCR_{linear nl}$$

Où :

- $MCR_{linear l}$  est le MCR linéaire issue de l'activité vie
- $MCR_{linear nl}$  est le MCR linéaire issue de l'activité non vie.

Ces MCR linéaires sont le résultat d'un calcul linéaire de variables telles que les primes ou les provisions techniques multipliés par des facteurs.

- Le  $MCR_{combined}$  est donné par la formule qui suit :

$$MCR_{combined} = \min(\max(MCR_{linear}; 0.25 \times SCR); 0.45 \times SCR)$$

Finalement, la formule qui permet d'obtenir le MCR est :

$$MCR = \max(MCR_{combined}; AMCR)$$

- Couverture du SCR et MCR

Le SCR et le MCR sont des niveaux de fonds propres économiques, ils font donc partie intégrante des fonds propres. Cependant, ils ne peuvent pas être couverts par n'importe quelle classe de fonds propres. On rappelle que les fonds propres sont divisés en 3 « Tiers », classés selon leur qualité.

Concernant le SCR, il est couvert par au moins 50% de fonds propres Tier 1 et moins de 15% de fonds propres Tier 3.

Pour le MCR, il doit être couvert par au moins 80% de fonds propres Tier 1 et le reste en fonds propres Tier 2 et seulement de fonds propres de base (les fonds propres auxiliaires ne sont pas autorisés en couverture du MCR).

Ces contraintes de couverture du SCR et du MCR sont aussi appelées « test de fongibilité ».

### 1.2.5 Zoom sur le calcul du SCR de marché

Le SCR de marché est le capital qu'il faut détenir pour pouvoir faire face à la fluctuation du niveau des prix ou des volatilités du marché. Celui-ci concerne toutes les classes d'actifs que les assureurs sont susceptibles de posséder. Comme expliqué précédemment dans le mémoire, un assureur vie est amené à posséder un actif très important et cohérent avec ses passifs. Cela se constate d'ailleurs dans le module de risque de marché puisqu'il représente le poste le plus important de SCR.

Le SCR de marché est divisé en différents risques :

- Taux d'intérêt
- Action
- Immobilier
- Spread
- Devise
- Concentration

- SCR taux d'intérêts

L'objectif de ce module est de quantifier le besoin en capital nécessaire pour faire face à l'impact d'une évolution de la structure de la courbe de taux. Le choc de taux se fait à la hausse et à la baisse et on retiendra naturellement celui qui conduit à l'exigence en fonds propres la plus élevée.

La courbe des taux est impactée à chaque maturité avec des chocs calibrés. A noter que ces chocs répondent à deux règles actuellement : les taux négatifs ne sont pas impactés pour le choc à la baisse et le choc minimum pour le choc à la hausse est de 100 bps (point de base correspondant à 0,01%).

Maturité	Choc downwards	Choc upwards
1	75,0%	70,0%
2	65,0%	70,0%
3	56,0%	64,0%
4	50,0%	59,0%
5	46,0%	55,0%
6	42,0%	52,0%
7	39,0%	49,0%
8	36,0%	47,0%
9	33,0%	44,0%
10	31,0%	42,0%
11	30,0%	39,0%
12	29,0%	37,0%
13	28,0%	35,0%
14	28,0%	34,0%
15	27,0%	33,0%
16	28,0%	31,0%
17	28,0%	30,0%
18	28,0%	29,0%
19	29,0%	27,0%
20	29,0%	26,0%
90	20,0%	20,0%

Figure 5 : résumé des chocs de taux à la hausse et à la baisse

Pour les maturités situées entre 20 et 90 ans, il faut effectuer une interpolation linéaire pour calculer le choc à appliquer.

Les actifs impactés sont tous les instruments sensibles à la courbe des taux tels que les obligations, OPCVM (Organisme de Placement collectif en valeurs mobilières) obligataire, produits dérivés de taux et *swaps*.

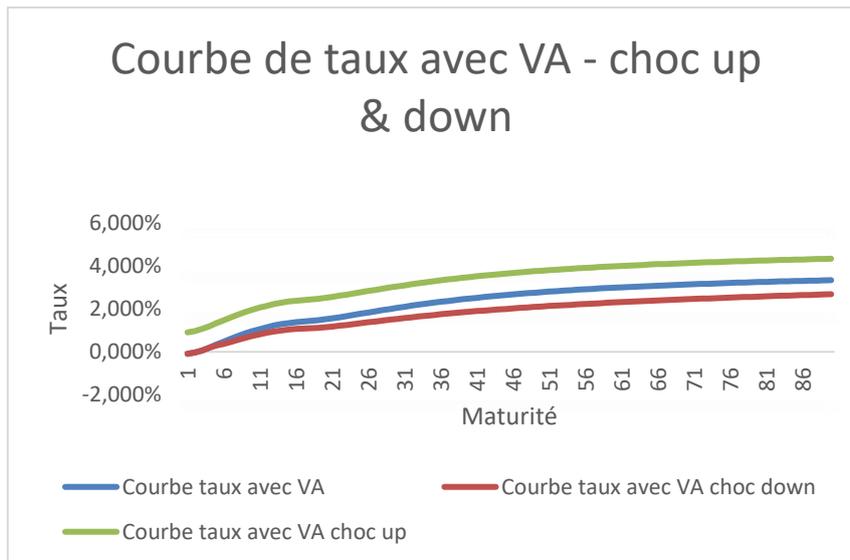


Figure 6: Courbe des taux choqués au 31/12/18

- SCR action

Le risque action mesure l'impact d'un changement dans le niveau du prix ou de la volatilité du marché des actions sur le bilan de l'assureur. Pour calculer le risque action, l'assureur doit appliquer à chaque actif un choc qui dépend du type d'actif. Les Actes Délégués définissent deux types d'action :

- Les actions « types 1 » : ce sont les actions cotées dans un pays membre de l'EEE (Espace Economique Européen) ou dans l'OCDE (Organisme de Coopération et de Développement Economique). Le choc retenu pour ces actions est de 39% + Ajustement Symétrique (celui-ci sera détaillé juste après) .
- Les actions « types 2 » : il s'agit des actions cotées dans les pays qui ne sont pas membre de l'EEE ou l'OCDE, des actions non cotées, des positions de fonds non transparisées ainsi que les actifs qui ne sont choqués dans aucun des autres modules du risque de marché. Le choc pour ces actifs cités est de 49% + Ajustement Symétrique

Concernant les actifs de types « infrastructures », l'EIOPA prévoit un choc de 30% + 77% × (Ajustement symétrique) Le 77% étant le rapport entre 30% et 39%.

Par ailleurs, il existe un choc réduit à 22% qui concerne les participations stratégiques de « type 1 », de « type 2 » ainsi que les investissements d'infrastructures.

Ces chocs (hormis celui appliqué aux participations stratégiques) sont ajustés par ce qu'on appelle l'ajustement symétrique (appelé aussi « Dampener »). C'est une mesure contra-cyclique, c'est-à-dire qu'elle vise à effacer les comportements cycliques consistant à gérer son portefeuille selon le cycle du marché. Celui-ci est publié tous les mois par l'EIOPA<sup>2</sup>. Le calcul de l'ajustement symétrique est basé sur un indice d'un portefeuille diversifié d'actions qui est représentatif des actions détenues par les compagnies d'assurance et de réassurance du marché européen. Son calcul est le suivant :

<sup>2</sup> Au 31/12/18 l'ajustement symétrique valait -6.34%.

$$SA = \frac{1}{2} \left( \frac{CI - AI}{AI} - 8\% \right)$$

avec :

- CI : le niveau courant de l'indice du cours des actions
- AI : représente la moyenne pondérée des niveaux quotidiens de l'indice du cours des actions au cours des 3 dernières années.

La mécanique du « *Dampener* » consiste donc à diminuer et devenir négatif quand les actions chutent et venir atténuer le choc actions. Il y a exactement l'effet inverse lorsque le marché des actions est à un niveau haut. Il y a un effet de latence dû à la moyenne mobile utilisée dans la formule du « *Dampener* ». A noter que l'ajustement symétrique est toujours compris dans l'intervalle [-10% ; 10%].

- SCR immobilier

Le risque immobilier mesure l'impact sur le bilan de l'assureur d'une variation de la valeur de marché de l'immobilier. La formule standard retient un choc de 25% à appliquer aux actifs immobiliers. Pour les actifs immobiliers détenus de façon indirecte (SCI ou OCPI), l'approche par transparence est obligatoire.

- *SCR Spread*

Le risque de *spread* mesure la sensibilité des postes du bilan de l'assureur aux variations des niveaux ou des volatilités des *spreads* de crédits par rapport à la courbe des taux sans risque. L'objectif est de quantifier pour l'assureur son exposition au risque de détérioration de la qualité de crédit l'émetteur ainsi qu'au risque d'écart des rendements. Les catégories d'actifs concernées sont les obligations, les prêts, les positions de titrisations ainsi que les dérivés de crédit.

Le SCR de *spread* se calcule d'après cette formule :

$$SCR_{spread} = SCR_{obligations} + SCR_{titrisation} + SCR_{DC}$$

où :

- $SCR_{obligations}$  représente l'exigence de capital au titre du risque de *spread* sur les obligations et les prêts.
- $SCR_{titrisation}$  représente l'exigence de capital au titre du risque de *spread* sur les positions titrisées.
- $SCR_{DC}$  représente l'exigence de capital au titre du risque de *spread* sur les dérivés de crédit.

- Obligations et les prêts

Pour les obligations et les prêts, les actes délégués proposent d'appliquer un facteur de stress noté  $stress_i$ . Celui-ci est fonction de la durée ainsi que de son échelon de qualité de crédit. L'échelon de crédit doit être divulgué par un Organisme Externe d'Évaluation du Crédit (OEEC) Les valeurs de ces facteurs de stress sont résumées dans le tableau ci-dessous.

Échelon de qualité de crédit		0		1		2		3		4		5 et 6	
Duration ( <i>dur</i> )	$stress_i$	$a_i$	$b_i$										
Jusqu'à 5 ans	$b_i \cdot dur_i$	—	0,9 %	—	1,1 %	—	1,4 %	—	2,5 %	—	4,5 %	—	7,5 %
Supérieure à 5 et inférieure ou égale à 10 ans	$a_i + b_i \cdot (dur_i - 5)$	4,5 %	0,5 %	5,5 %	0,6 %	7,0 %	0,7 %	12,5 %	1,5 %	22,5 %	2,5 %	37,5 %	4,2 %
Supérieure à 10 et inférieure ou égale à 15 ans	$a_i + b_i \cdot (dur_i - 10)$	7,0 %	0,5 %	8,4 %	0,5 %	10,5 %	0,5 %	20,0 %	1,0 %	35,0 %	1,8 %	58,5 %	0,5 %
Duration ( <i>dur</i> )	$stress_i$	$a_i$	$b_i$										
Supérieure à 15 et inférieure ou égale à 20 ans	$a_i + b_i \cdot (dur_i - 15)$	9,5 %	0,5 %	10,9 %	0,5 %	13,0 %	0,5 %	25,0 %	1,0 %	44,0 %	0,5 %	61,0 %	0,5 %
Plus de 20 ans	$\min[a_i + b_i \cdot (dur_i - 20); 1]$	12,0 %	0,5 %	13,4 %	0,5 %	15,5 %	0,5 %	30,0 %	0,5 %	46,5 %	0,5 %	63,5 %	0,5 %

Figure 7 : Tableau des chocs de *spreads*

- Positions de titrisation

Concernant les positions de titrisation, les Actes Délégués retiennent trois catégories qui sont les positions de titrisation de type 1, de type 2 et les positions de retitrisation. Les positions de type 1 sont celles dont l'échelon de crédit attribué à la position est supérieur ou égal à 3. De plus, la position doit être cotée sur un marché réglementé d'un pays membre de l'EEE ou de l'OCDE. Les positions de type 2 sont toutes celles qui ne peuvent être classées en type 1. Les facteurs de stress associés pour ces positions sont de la forme :

$$stress_i = \min(b_i \times dur_i; 1)$$

où :

- $dur_i$  est la durée modifiée de la position (exprimée en année)
- $b_i$  facteur dépendant de l'échelon de crédit de la position.

A noter que pour les positions ne possédant pas d'échelon de crédit, le facteur de stress associé est de 100%.

- Dérivés de crédit

L'exigence de capital pour les positions de dérivés de crédit correspond au maximum des exigences de capital entre :

- La perte de fonds propres résultant d'une augmentation soudaine de l'écart de crédit des instruments sous-jacents aux dérivés de crédit.

- La perte en fonds propres résultant d'une diminution soudaine de 75% de l'écart de crédit des instruments sous-jacents aux dérivés de crédit.

- SCR devise

Le risque de devise mesure l'impact sur le bilan de l'assureur d'une appréciation ou d'une dépréciation des monnaies auxquelles il est exposé. Tous les actifs de l'assureur sont concernés. Le choc prévu par les Actes Délégués est de 25%. Il est à appliquer à la valeur de la monnaie étrangère. Ce choc est calculé à la hausse et à la baisse.

- SCR concentration

Le SCR de concentration mesure le risque supporté par l'assureur du fait soit d'un manque de diversification de son portefeuille d'actif soit d'une exposition excessive à un seul émetteur. Le calcul du risque de concentration de marché se fait sur la base des expositions sur signatures uniques. Cela signifie que les expositions sur des entreprises appartenant au même groupe sont considérées comme une seule exposition. De même, des biens immobiliers situés dans un même bâtiment seront considérés comme un seul bien immobilier.

Il faut tout d'abord calculer la surexposition noté  $XS_i$  :

$$XS_i = \max(0, E_i - CT_i \times Assets)$$

où :

- $E_i$  : l'exposition nette au risque de défaut de l'entité i.
- $Assets$  : somme des valeurs de marché des actifs.
- $CT_i$  : le seuil relatif d'exposition en excès qui est fonction de la moyenne pondérée des échelons de crédit des expositions.

Puis, il faut déterminer le coût individuel de chaque exposition noté  $Conc_i$  :

$$Conc_i = XS_i \times g_i$$

Avec  $g_i$  le facteur de risque pour concentration de risque de marché qui dépend de la moyenne pondérée de l'échelon de crédit sur la signature i.

Finalement, on obtient le SCR de concentration :

$$SCR_{conc} = \sqrt{\sum_i Conc_i^2}$$

- Agrégation des risques

Pour obtenir le SCR de marché final, les différents sous-modules exposés précédemment sont agrégés à l'aide d'une matrice de corrélation qui est de la forme suivante :

	Taux d'intérêt	Actions	Immobilier	Spread	Change	Concentration
Taux d'intérêt	100%	A	A	A	25%	0%
Actions	A	100%	75%	75%	25%	0%
Immobilier	A	75%	100%	50%	25%	0%
Spread	A	75%	50%	100%	25%	0%
Change	25%	25%	25%	25%	100%	0%
Concentration	0%	0%	0%	0%	0%	100%

Figure 8 : Matrice de corrélation pour le risque de marché

Le paramètre A dépend du SCR de taux d'intérêt. Si le choc retenu est le choc à la hausse, le paramètre A sera égal à 0. Dans le cas contraire, il vaudra 50%.

## 1.2.6 Revue de Solvabilité II concernant les risques de marché

- Choc de taux

Dans l'univers de taux bas actuel, l'EIOPA souhaite revoir le calcul du SCR de taux dans le cadre de la formule standard. En effet, aujourd'hui le choc à la baisse est assez faible puisque les taux négatifs ne sont pas choqués. De plus, comme le choc est linéaire c'est-à-dire de la forme :  $taux\ stressé = taux\ actuel \times a$ , le choc est faible. L'EIOPA suggère donc de modifier la formule du risque de taux. A ce stade, il est proposé dans la revue 2018, un choc de la forme  $taux\ stressé = a \times (taux\ actuel + b) - b$  :

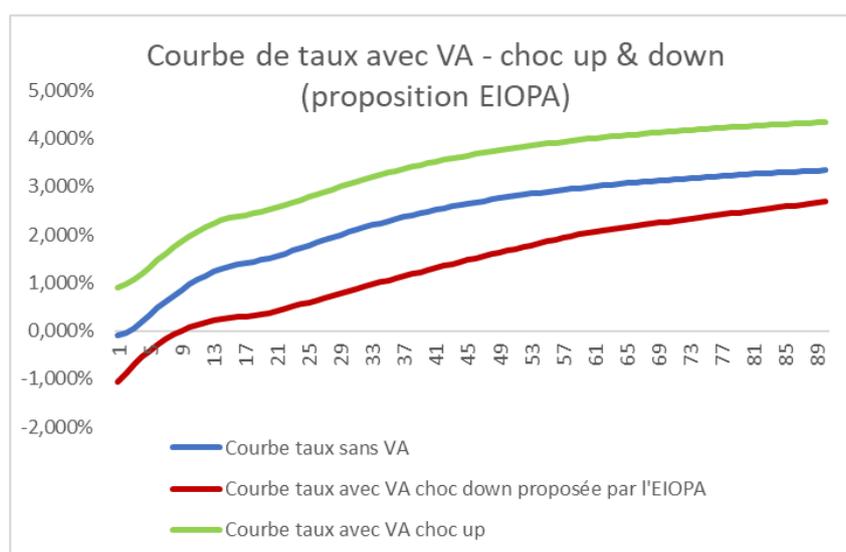


Figure 9: Courbe de taux choqués (proposition EIOPA)

Cette nouvelle forme de calcul pourrait avoir des conséquences très négatives pour les assureurs vie européens, avec des baisses de ratio de solvabilité très fortes. Selon une étude de Sia Partners, l'impact serait d'environ 14 points de solvabilité pour les assureurs européens et de 20 points de solvabilité pour le marché français. A la base prévue dans la revue de Solvabilité II de 2018, la Commission Européenne a finalement décidé de reporter cette mesure à 2020 dans le cadre de la revue générale de Solvabilité II.

- Actions et dettes non cotées

La revue de 2018 de Solvabilité II introduit une nouvelle sous-classe d'actions appelée « de long terme » dans l'optique de baisser le coût en capital des actions non cotées notamment et de faciliter le financement de l'économie. Cette nouvelle classe bénéficiera, comme les participations stratégiques, d'un choc de 22%. Tous les investissements en action actuelles sont potentiellement éligibles (actions type 1, type 2, non cotées, infrastructures...). Les conditions pour pouvoir profiter de ce choc amoindri sont :

- Horizon d'investissement d'au moins 5 ans
- Capacité de l'assureur à détenir ces titres et à ne pas les céder en cas de situation de stress sur les marchés financiers
- Gouvernance du processus d'investissement
- Robustesse de la gestion actif-passif

De même, la revue porte aussi sur un allègement du coût en capital pour les obligations non cotées sous certaines conditions avec la possibilité d'attribuer un échelon de crédit lorsque celui-ci n'est pas disponible.

## 1.3 Présentation du modèle ALM

### 1.3.1 Entreprise étudiée

Dans le cadre de ce mémoire, nous étudierons une compagnie d'assurance vie proposant trois types de produits d'assurance :

- Des produits d'épargne classique offrant des possibilités de rachat au cours du contrat ainsi qu'une sortie en capital ou en rentes à l'âge de la retraite.
- Des produits de retraite définis aux articles 39, 82 et 83 du Code Général des Impôts ou par la loi Madelin. Il n'y a pas de possibilité de rachat au cours de la vie du contrat cependant ces contrats peuvent être transférés vers une autre compagnie d'assurance.
- Des garanties prévoyance en cas de maladie ou de décès. Ces contrats représentent une part assez faible du portefeuille de cette compagnie.

Les produits d'épargne ou de retraite proposés peuvent être « monosupport » ou « multisupport ». Un contrat « monosupport » ou encore appelé « en euros » est investi sur un fonds en euros, tandis qu'un contrat « multisupport » sera réparti entre un fond en euros et des supports en

unités de compte (UC). Sur un fonds en euros, le risque est supporté par l'assureur. En effet, il va gérer directement l'argent pour le compte de ses assurés. Le capital est donc garanti et celui-ci est capitalisé sur la base du TMG et de la participation aux bénéfices (PB). Les fonds euros sont principalement investis en obligations d'Etats et d'entreprise de bonne qualité. A l'inverse, sur les unités de compte, le risque sera pris par l'assuré. L'assureur garantit uniquement le nombre de parts sur le fonds UC mais pas leur valeur de marché. Les UC peuvent être investies en obligations, actions ou encore dans des parts d'OPCVM. Le souscripteur d'un contrat « multisupport » peut donc, au travers des UC, opter pour des supports potentiellement plus performants que le fond en euros proposé mais avec une part de risque plus grande et donc un risque de perte en capital.

La répartition des primes de notre compagnie d'assurance vie fictive est la suivante :

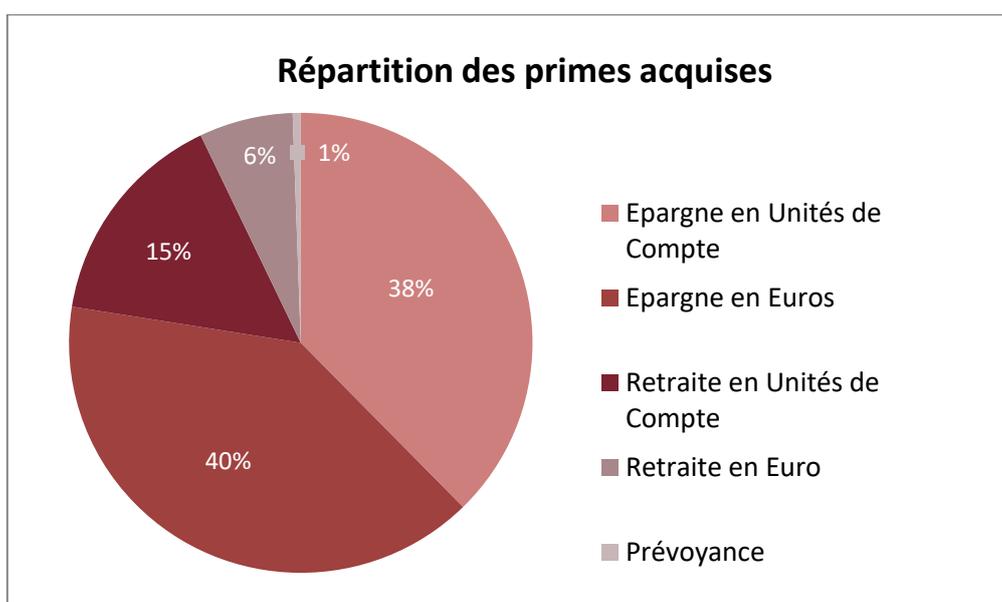


Figure 10 : Répartition des primes par catégorie de contrat

### 1.3.2 Les options et garanties financières

Suite aux différents contrats proposés, notre portefeuille d'assurance contient des options et des garanties financières :

- Le taux minimum garanti

Il s'agit du taux minimum auquel l'assureur s'engage à revaloriser les fonds euros d'un contrat d'assurance vie.

- La participation aux bénéfices contractuelle

L'assureur peut inclure, en plus du TMG, une clause de participation aux bénéfices. Cette clause engage l'assureur à reverser à l'assuré une part de son bénéfice technique et financier.

- La participation aux bénéfices minimum réglementaire

Celle-ci a déjà été défini au début de ce mémoire.

- La participation aux bénéfices additionnelle discrétionnaire

Il s'agit d'une participation aux bénéfices qui vient s'ajouter à la participation aux bénéfices réglementaire. Elle a pour but notamment de rendre plus attractifs certains produits commercialisés par la compagnie d'assurance. Cette participation sera donc différente selon le produit d'assurance mais aussi selon les conditions de marché, la concurrence et les contraintes de rentabilité de la compagnie.

- L'option de rachat

Pour les contrats d'assurance vie, le versement des prestations se fait à la date de décès de l'assuré. Néanmoins, les contrats d'assurance vie incorporent une option de rachat qui permet à l'assuré de pouvoir récupérer tout ou partie de son capital avant le terme de son contrat.

- L'option d'arbitrage (de l'Euro vers l'UC et inversement)

Pour les contrats « multisupports », cela correspond à la possibilité d'effectuer des arbitrages et de transférer du capital entre le support euros et les unités de compte.

### 1.3.3 Le modèle ALM utilisé

Le modèle ALM qui sera utilisé dans toute la suite du mémoire est celui utilisé au sein de Swiss Life France. Nous allons d'écrire rapidement les grandes lignes de ce modèle.

Le modèle ALM utilisé actuellement au sein de Swiss Life France est développé sous le logiciel « Prophet ». C'est un outil de projection prospectif utilisé pour générer les flux futurs de trésorerie ainsi que de matérialiser les interactions entre l'actif et le passif sur une durée de projection définie. Pour que le modèle soit adapté au profil de l'entreprise, des décisions futures de gestion ont été implémentées. Elles concernent le comportement des assurés, les contraintes de participations aux bénéfices et la stratégie d'allocation d'actif.

- Modélisation du comportement des assurés

La modélisation du comportement des assurés repose essentiellement sur deux composantes qui sont la loi de rachat et les arbitrages entre l'euro et les UC.

- Modélisation des rachats

La modélisation des rachats passe par la distinction entre les rachats structurels et les rachats dynamiques. Les rachats structurels sont ceux que l'on observe de manière répétée dans le temps. En effet, selon le besoin de liquidité du client, celui-ci effectuera des rachats partiels au cours de la vie de son contrat. En revanche, les rachats dynamiques dépendent des fluctuations des marchés financiers

et notamment de la baisse ou la hausse des taux d'intérêts, des informations financières que l'assuré reçoit des taux servis.

La loi utilisée pour les rachats structurels est une loi d'expérience qui sera calibrée à l'aide des données historiques que la compagnie a observé sur son portefeuille. Tous les contrats sont concernés par les rachats structurels, même les contrats retraite. En effet, le fait que les garanties de ces contrats puissent être transférées vers un autre assureur constitue un rachat. On remarque que cette loi dépend de la fiscalité de l'épargne puisqu'on observe un pic de rachat au bout de 8 ans, qui correspond à la durée à partir de laquelle les contraintes fiscales sont allégées.

La loi concernant les rachats dynamiques repose sur une distinction faite entre les différents produits proposés ainsi que sur le taux servi aux assurés sur le fond euros.

La modélisation de la loi de rachat est en accord avec le corridor proposé dans les Orientations Nationales Complémentaires (ONC).

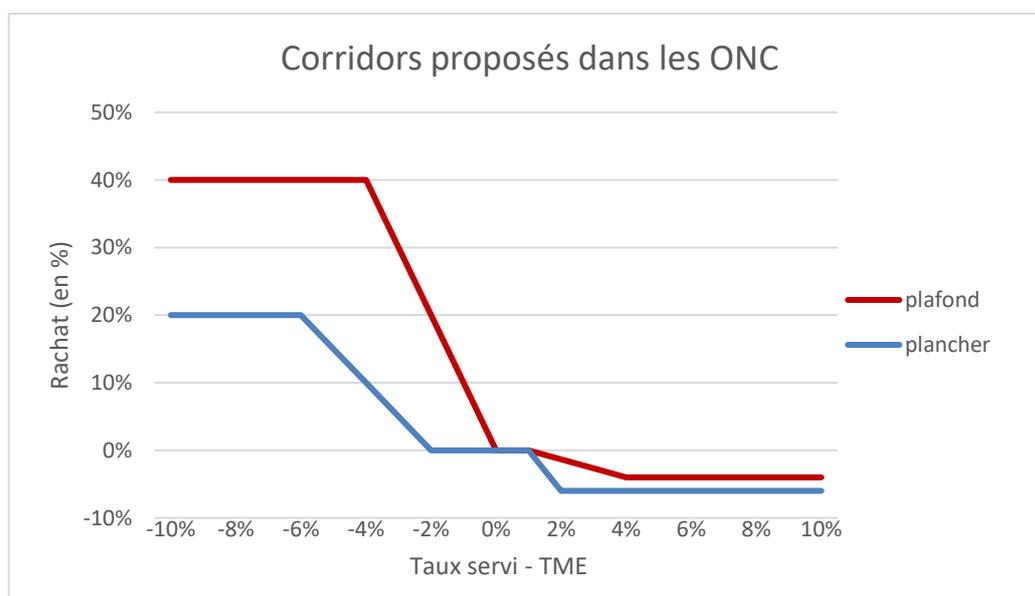


Figure 11 : Corridors des rachats dynamiques (ONC)

○ Modélisation des arbitrages euros-UC

Pour les contrats « multisupports », nous avons vu que l'assuré peut répartir comme il le souhaite son capital entre le fond euros et les supports UC tout au long du contrat. Ces arbitrages sont modélisés de façon dynamique. En effet, ils dépendent d'une part de la performance des supports UC et d'autre part du taux servi de l'année précédente.

• Modélisation des différentes participations aux bénéfices

Un des mécanismes fondamentaux qui est présent pour les supports en euros est celui de la participation aux bénéfices. Il est ainsi essentiel que le modèle soit capable de calculer cette participation aux bénéfices en respectant les contraintes contractuelles et réglementaires mais aussi

une éventuelle participation discrétionnaire. Le modèle devra également gérer le roulement de la Provision pour Participation Excédentaire (PPB) et la restitution au bout de 8 ans.

- Stratégie d'allocation d'actifs

Suite à l'entrée en vigueur de la directive Solvabilité II, la compagnie d'assurance doit déterminer le meilleur équilibre entre rendement et risque et cela passe nécessairement par une allocation d'actifs adaptés. Pour y parvenir, l'assureur définit ce qu'on appelle une Stratégie d'Allocation d'Actifs (SAA). Il va définir, pour chaque classe d'actif, un certain pourcentage du portefeuille total que devra détenir l'assureur. Cette stratégie est implémentée dans le modèle actuel cependant celle-ci n'est pas dynamique lors de la projection du bilan. Pour chaque classe d'actif, des bornes minimales et maximales sont définies et les différentes classes d'actif doivent respecter ces bornes à chaque pas de projection.

- Le Gap de duration

Etant donné la forte proportion de produit de taux présent dans le portefeuille des assureurs, il est nécessaire d'avoir au sein du modèle ALM une règle de gestion du gap de duration entre les actifs et les passifs de la compagnie d'assurance. On retient comme définition de la duration celle énoncée par Macaulay en 1938. Elle énonce que la duration est la durée moyenne des flux pondérée par leur valeur actuelle :

$$Duration = \frac{\sum_{i=1}^n t_i \times \frac{F_i}{(1+r)^{t_i}}}{\sum_{i=1}^n \frac{F_i}{(1+r)^{t_i}}}$$

où :

- $F_i$  est le flux  $i$
- $r$  est le taux actuariel
- $t_i$  est la date de versement du flux  $i$
- $n$  est le nombre total d'annuités

On définit le gap de duration comme la différence entre la duration du passif et de l'actif :

$$Gap \text{ de duration} = D_P - D_A$$

Néanmoins, cette définition ne permet pas un pilotage satisfaisant du gap de duration. En effet, ici la duration du passif ne prend pas en compte les fonds propres. La compagnie préférera utiliser une autre formule plus économique, appelé le gap de duration pondéré. Le gap de duration pondéré est défini comme la différence entre la duration du passif et la duration de l'actif pondéré par le rapport de la valeur de marché de l'actif sur celle du passif.

$$Gap \text{ de duration}_{pondéré} = D_P - \frac{MV_{actif}}{MV_{passif}} \times D_A$$

Lorsque le gap de duration pondéré est positif, cela signifie que si les taux d'intérêts augmentent, le passif va diminuer plus vite que l'actif et donc que la NAV va augmenter. La richesse de la compagnie va donc croître. Inversement, si le gap de duration est négatif, lorsque les taux augmentent, la richesse de la compagnie diminue. Une bonne gestion du gap de duration conduira à avoir un gap de duration pondérée proche de 0 dans le but de diminuer au maximum la volatilité de la richesse de la compagnie. Dans le modèle ALM, cette gestion dynamique se traduira par des investissements cohérents avec l'évolution des taux.

Néanmoins, un assureur vie ne peut couvrir son risque lié aux taux d'intérêts uniquement grâce à une bonne gestion de son gap de duration pondérée. Il doit également prendre en compte la convexité engendrée par la structure de son passif.

- Convexité

La duration permet de calculer de manière assez précise la variation du prix d'un échéancier de flux suite à une petite variation des taux d'intérêts. Cependant, la duration se révèle moins efficace dès lors que le mouvement du taux d'intérêts est important. C'est pourquoi il est nécessaire d'introduire la notion de convexité qui permet de prendre en compte la relation convexe entre le prix et le rendement de notre échéancier de flux. En reprenant les notations utilisées pour le gap de duration, la formule de la convexité peut s'écrire comme :

$$C = \frac{1}{P} \times \frac{d^2P}{dr^2}$$

Ou encore :

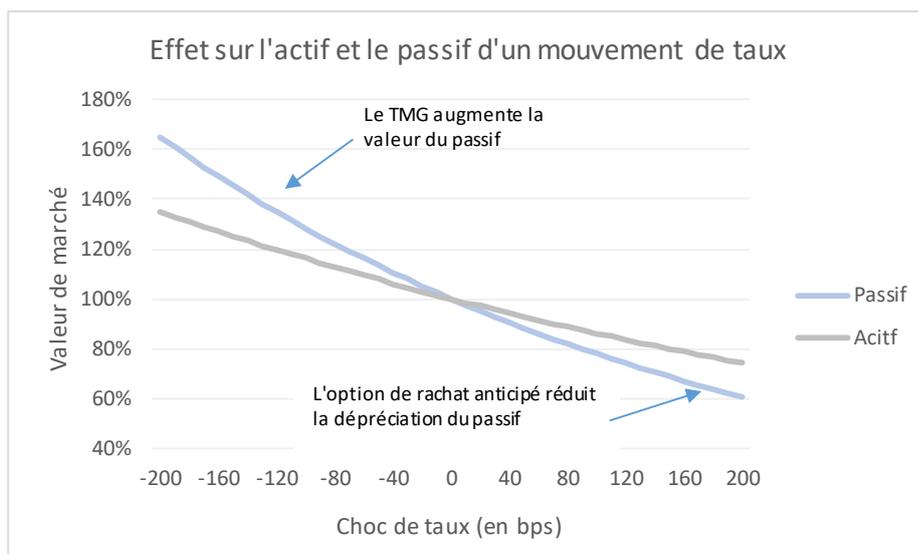
$$C = \frac{1}{P} \times \sum_{t=1}^n \frac{t(t+1)F_t}{(1+r)^2}$$

Avec :

$$P = \sum_{t=1}^n \frac{F_t}{(1+r)^t}$$

La convexité du passif économique d'un assureur vie est créée par les options et garanties financières évoquées plus haut. Cela signifie qu'à duration égale, le passif et l'actif de l'assureur n'évolueront pas de la même manière. Si les taux d'intérêts baissent, le passif de l'assureur s'appréciera davantage que l'actif. En effet, le TMG présent dans les contrats d'assurance vie peut se voir comme une option sur taux d'intérêts appelé « *floor* » détenue par l'assuré. Cette option prendra ainsi de la valeur dès lors que les taux baisseront. L'actif s'appréciera donc moins vite que le passif de l'assureur ce qui engendrera une baisse de la richesse de l'assureur. Si les taux d'intérêts augmentent, le passif de l'assureur se dépréciera moins vite que l'actif. Ceci est expliqué par l'option de rachat possédée par l'assuré. En cas de hausse soudaine des taux l'assuré pourra ainsi racheter son contrat ce qui aura pour effet une diminution moindre du passif de l'assureur comparé à la diminution de l'actif pour la même hausse de taux.

Le graphique suivant illustre l'effet de convexité expliqué ci-dessus :



**Figure 12: Illustration de la convexité du passif**

### **Synthèse de l'approche qui sera étudiée dans les parties II et III.**

L'objectif des deux dernières parties de ce mémoire est d'optimiser la couverture du bilan de notre compagnie d'assurance contre une baisse des taux d'intérêts à l'aide de portefeuilles d'instruments dérivés de taux. L'idée principale pour réussir cette optimisation est donc de trouver la ou les combinaisons d'instruments optimales par rapport à une métrique qu'on aura préalablement définie et justifiée. Pour ce faire, il faudra tester un nombre important de combinaisons différentes si l'on veut optimiser correctement notre couverture. Il sera donc nécessaire de calculer la ou les métriques choisies pour chacune des combinaisons envisagées. Cela représente une mise en œuvre très lourde et un temps de calcul extrêmement long selon le nombre de combinaisons. Nous allons détailler ci-dessous une méthode permettant de tester un grand nombre de combinaisons avec un temps de calcul et de mise en œuvre plus raisonnable. Cette méthode se décompose en deux grandes étapes.

La première étape consiste à choisir un nombre de combinaisons limité puis d'effectuer les calculs des métriques choisies pour chacune de ces combinaisons. Cela permet de constituer une base de données avec des variables explicatives et des variables à expliquer (que nous détaillerons dans la suite de ce mémoire). Les variables explicatives seront les caractéristiques de nos instruments financiers et les variables à expliquer seront les métriques envisagées. Puis, nous mettrons en place plusieurs modèles d'apprentissage statistiques et nous choisirons naturellement le plus pertinent.

La seconde étape consiste à utiliser le pouvoir prédictif de notre modèle pour tester toutes les combinaisons de portefeuilles que nous envisagions au début. Le modèle nous prédira ainsi un ou plusieurs optimaux. Il nous suffira alors de tester réellement cette ou ces combinaison(s) dans notre modèle ALM et de recalculer les différentes métriques. Il restera alors à conclure quant à la combinaison optimale selon la métrique retenue.

Le schéma ci-dessous résume l'approche envisagée :

## Etape 1

### 1) Constitution de la base de données

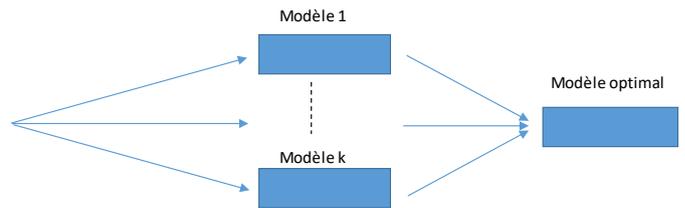
	Caractéristiques instruments				Métriques calculées	
Combinaison 1						
Combinaison 2						
⋮						
Combinaison n*						

variables explicatives
variables à expliquer

\*n le nombre de combinaisons envisagées

### 2) Mise en place de modèles d'apprentissage statistique

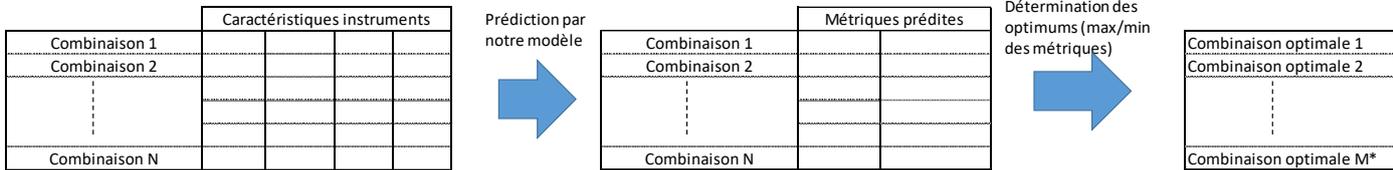
	Caractéristiques instruments				Métriques calculées	
Combinaison 1						
Combinaison 2						
⋮						
Combinaison n*						



\*k le nombre de modèles testés

## Etape 2

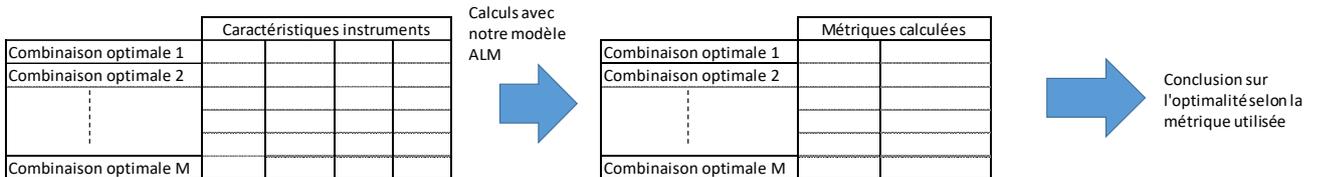
### 1) Recherche de ou des optimums à l'aide de notre modèle optimal



\*N le nombre de combinaisons totale

\*M : le nombre d'optimums

### 2) Injection des optimums dans le modèle ALM de notre compagnie



## Chapitre 2 : Modèle d'optimisation de la couverture du risque de taux d'intérêts

## Présentation générale de l'approche envisagée

L'objectif de cette seconde partie sera d'élaborer un modèle permettant l'optimisation de la couverture du risque de taux, au sens d'un désadossement actif-passif, actuellement utilisée par la compagnie d'assurance étudiée. Cela nécessitera donc de trouver des combinaisons d'instruments dérivés de taux permettant de non seulement réduire le gap de durée de notre compagnie d'assurance mais aussi de réduire la convexité inhérente à l'activité d'assurance vie (avec la présence d'options et garanties au passif). On précise que l'ensemble de l'étude est fait au 31/12/2018. On utilisera donc les données de marché ainsi que la situation dans laquelle se trouvait la compagnie étudiée au 31/12/2018. Une fois ce modèle mis en place, nous l'utiliserons dans la partie III dans le but de trouver le ou les meilleures couvertures du risque de taux. Cette deuxième partie se décomposera en trois sous-parties.

En premier lieu, nous présenterons les différentes caractéristiques d'évaluation des instruments financiers à notre disposition. Nous réaliserons également une étude quantitative de la couverture actuelle.

La deuxième sous-partie décrira deux approches simplifiées basées uniquement sur les caractéristiques des instruments financiers et sur les conditions économiques.

La troisième sous-partie sera consacrée à la construction de notre modèle d'optimisation du risque de taux. L'idée est de s'appuyer sur le modèle de projection stochastique du bilan implémenté sous Prophet présenté précédemment. Pour ce faire, il faudra définir une ou plusieurs métriques pertinentes calculées par notre modèle ALM que nous souhaitons optimiser. Nous allons ensuite constituer un nombre important de portefeuilles construits avec les instruments financiers présentés précédemment en faisant varier les caractéristiques des différents instruments. De plus, nous fixerons certaines contraintes de coûts et d'exposition pour que celles-ci soient comparables. Puis pour chaque combinaison, nous procéderons aux calculs des différentes métriques choisies. Nous pourrions ensuite mettre en place un modèle d'apprentissage statistique et l'optimiser en vue de pouvoir l'utiliser dans la partie III sur un nombre de portefeuille beaucoup plus important et de déterminer le ou les optimums au sens de la métrique retenue. Par ailleurs, comme mentionné précédemment (partie revue 2018 du risque de taux), l'EIOPA envisage la revue de la formule de SCR taux. Il m'a paru donc pertinent de réaliser deux modèles différents : l'un utilisant la formule actuelle du choc de taux et l'autre utilisant une proposition de la nouvelle formule du risque de taux.

Les données et exemples chiffrés sont inspirés des données réelles de l'entité vie de Swiss Life France mais déformés pour préserver la confidentialité. Toutefois, les déformations réalisées sont telles qu'elles ne remettent pas en cause la hiérarchie des résultats.

## 2.1 Présentation des instruments de couverture

A la clôture du 31/12/2018, notre compagnie d'assurance utilisait trois types d'instruments financiers en vue de protéger son bilan contre les fluctuations des taux d'intérêts à la baisse. La couverture actuelle est composée de :

- *Swaptions* receveurs (européens)
- Positions longues sur des *swaps* (receveurs) *forward*
- Positions longues sur des *bonds forward*

En terme de répartition des nominaux de ces différents instruments, les *bonds* et *swaps forward* sont prépondérants en comparaison aux *swaptions* qui représentent une part plus anecdotique dans le portefeuille de couverture.

A noter que les *swaps forward* ont été conclus en « cash settlement » et les *bonds forward* en « physical settlement ». Ces deux notions vont être définies dans la section ci-dessous.

### 2.1.1 Présentation et pricing des instruments de taux à disposition

Nous allons maintenant présenter en détail les trois instruments présentés précédemment. Nous verrons également comment calculer le prix de ces différents instruments.

L'évaluation des différents produits dérivés qui va être présentée nécessite une courbe des taux sans risque. La courbe des taux qui sera utilisée est la courbe des taux *Swap* au 31/12/18. Celle-ci est fournie en annexe à titre indicatif.

On utilisera les notations suivantes :

- $R(t, T)$  : le taux spot à utiliser pour une opération entre  $t$  et  $T$ , aussi appelé le taux de zéro-coupon de maturité  $T$ .
- $P(t, T) = \frac{1}{1+R(t,T)(T-t)}$  : le prix en  $t$  du zéro-coupon de maturité  $T$  en convention simple.
- $F(t, S, T) = \frac{1}{T-S} \left[ \frac{P(t,S)}{P(t,T)} - 1 \right]$  : le taux forward en  $t$  pour une opération future entre les dates  $S$  et  $T$ .

#### Rappel sur les contrats forward et sur les options

- Contrat forward

Un contrat forward (contrat à terme en français) est un contrat de gré à gré entre deux entités. Les deux parties du contrat vont se mettre d'accord sur les conditions d'échange d'un actif dans le futur. Elles vont donc déterminer le prix auquel se fera l'achat/vente de l'actif ainsi que la date à laquelle l'échange se fera. La partie qui s'engage à acheter l'actif a une position longue et celle qui s'engage à vendre a une position courte. Contrairement aux futures où les contrats sont standardisés, le contrat se négocie OTC (Over The Counter) c'est-à-dire de gré à gré. Les termes du contrat sont donc entièrement décidés par les deux parties. Les contrats forward offrent donc l'avantage d'être très flexibles et de pouvoir répondre à un besoin précis. Cependant, il existe un risque de contrepartie,

dans le sens où au terme du contrat, une des deux parties peut être dans l'incapacité d'honorer son engagement. En effet, contrairement aux contrats futures, il n'y a pas de chambre de compensation qui permet d'atténuer ce risque.

A l'échéance du contrat, le règlement peut se faire de deux façons : « physical settlement » ou « cash settlement ».

- « physical settlement » : l'actif sous-jacent est échangé entre les deux parties du contrat. La partie qui vend échange donc l'actif sous-jacent au prix convenu à la partie qui achète.
- « cash settlement » : l'actif sous-jacent n'est pas échangé directement. Il y a uniquement un versement d'un différentiel de valeur entre le prix fixé dans le contrat et le prix actuel de l'actif sous-jacent à la maturité du contrat.

- Options

L'achat d'une option donne à son détenteur le droit, mais non l'obligation, d'acheter ou de vendre une quantité d'un actif sous-jacent à un prix déterminé à l'avance, appelé aussi « strike ». L'acheteur de l'option verse une prime, qui rémunère le risque pris par le vendeur de l'option. De plus, les options peuvent être de différents types notamment « européennes » ou « américaines ». Une option dite « européenne » s'exerce uniquement à la date de maturité de l'option alors qu'une option « américaine » peut s'exercer tout au long de la vie du contrat.

L'achat ou la vente d'options peut se faire sur les marchés réglementés et dans ce cas-là, les caractéristiques (échéances, strike...) sont standardisées. Cela peut également se faire sur les marchés de gré à gré. De même que les contrats forward, ceux-ci sont plus flexibles mais il y a un risque de défaut de la contrepartie plus important que dans les marchés réglementés.

- Swaps forward

- Définitions et caractéristiques

Un contrat swap forward est un contrat conclu entre deux entités permettant d'entrer dans un swap à une date future T. Les caractéristiques du swap sous-jacent sont définies lorsque le contrat est conclu. Dans la majorité des cas, le taux fixe échangé dans le swap sous-jacent est choisi de telle sorte qu'il n'y ait pas d'échange de flux lors de la conclusion du contrat.

On dira que le swap sous-jacent est payeur lorsque le détenteur paye un flux fixe, appelée aussi jambe fixe, et reçoit en contrepartie un flux variable, aussi dénommée jambe variable. A l'inverse, on parlera de swap receveur lorsque le détenteur paye la jambe variable et reçoit la jambe fixe.

Notations :

- N : le notionnel du contrat
- T : la date d'échéance du contrat (date à laquelle le swap est livré)

- $\tau = \{T_1, \dots, T_n\}$  l'échéancier de flux du swap sous-jacent
- $K$  : le taux fixe du swap sous-jacent

- Evaluation du prix d'un swap forward payeur à l'achat

Le principe du pricing à l'achat est de déterminer le strike  $K$ , c'est-à-dire ici, le taux fixe  $K$  qui sera échangé, pour que la valeur du contrat à l'achat soit 0. Le prix du contrat swap forward à une date  $t$  est égal à la valeur actualisée de la différence des flux futurs échangés entre les deux parties. Il faudra donc déterminer les différents flux qui seront échangés par les deux parties, puis actualiser ces flux et trouver le taux fixe  $K$  qui permet l'égalisation des flux actualisés et ainsi la nullité de la valeur du contrat.

Les flux échangés pour un contrat forward payeur en  $T_i$  :

- La jambe fixe payée par le détenteur :  $NK\tau_i$
- La jambe variable reçue par le détenteur :  $NR(T_{i-1}, T_i)\tau_i$

où :  $\tau_i = T_i - T_{i-1}$

En notant,  $\pi^P(t, N, K, T, \tau)$  le prix à une date  $t$  d'un swap forward payeur, on a :

$$\pi^P(t, N, K, T, \tau) = N[ P(t, T) - P(t, T_n) - K \sum_{i=1}^n P(t, T_i)\tau_i ]$$

Le taux  $K$  à utiliser pour qu'il n'y ait pas d'échange de flux lors de la conclusion du contrat à une date  $t$ , c'est-à-dire que  $\pi^P(t, N, K, T, \tau) = 0$  est noté  $S(t, T, \tau)$  :

$$S(t, T, \tau) = \frac{P(t, T) - P(t, T_n)}{\sum_{i=1}^n P(t, T_i)\tau_i}$$

Ce taux est appelé le taux swap forward associé à l'échéancier de flux  $\tau$ .

- Bond forward
  - Définition et caractéristiques

Un contrat bond forward est un contrat conclu entre deux parties et qui permet à son détenteur d'acheter à un prix fixé (appelée prix à terme ou « forward price ») une obligation à une date future  $T$ . Les caractéristiques de l'obligation sous-jacente sont définies lorsque le contrat est conclu. On connaît notamment le nominal, le taux de coupon et la fréquence de coupon. Il faut donc que la maturité de l'obligation sous-jacente soit supérieure à la maturité du contrat forward. De même que pour un contrat swap forward, dans la plupart des cas, le prix à terme est calculé de telle sorte qu'il n'y ait pas d'échange de flux lors de la conclusion du contrat.

- Evaluation du prix d'un bond forward

La méthode que nous allons présenter pour calculer le prix à terme de l'obligation est légèrement simplifiée par rapport à la méthode réellement utilisée pour évaluer le prix d'un contrat à terme sur obligation. Notamment, nous ne prendrons pas en compte les intérêts courus de l'obligation sous-jacente au moment de calculer sa valeur à l'échéance du forward. Cela signifie qu'on suppose que l'échange à la maturité se fait au même moment que le paiement du coupon de l'obligation sous-jacente. C'est une hypothèse simplificatrice qui ne remet pas en cause les conclusions de l'étude. La valeur en  $t$  du bond forward est égale à la différence entre la valeur actualisée du flux payés par l'acheteur (la valeur à l'instant  $t$  de l'obligation sous-jacente) et celui du vendeur (le prix fixé à l'achat).

Notons :

- $T$  : la maturité du forward
- $N$  : le nominal de l'obligation
- $c$  : le taux de coupon
- $K$  : le prix à terme (qui est un pourcentage de  $N$ )
- $\tau = \{T_1, \dots, T_n\}$  l'échéancier de flux de l'obligation avec  $\tau_i = T_i - T_{i-1}$

A l'échéance du bond forward, le vendeur devra donc vendre au prix  $N \times K$  l'obligation sous-jacente. Ainsi en  $T$ , l'acheteur payera  $N \times K$  pour recevoir une obligation dont la valeur de marché sera  $V_T$ .

Avec  $V_T = \sum_{i=1}^n c \cdot N \cdot P(T, T_i) \cdot \tau_i + N \cdot P(T, T_n)$

On note  $PV^P(t)$  le flux payé par l'acheteur en  $T$  vu d'une date  $t$  fixée et  $PV^R(t)$  le flux reçu par l'acheteur en  $T$  vu de  $t$ .

$$\begin{cases} PV^P(t) = N \cdot K \cdot P(t, T) \\ PV^R(t) = \sum_{i=1}^n c \cdot N \cdot P(t, T_i) \cdot \tau_i + N \cdot P(t, T_n) \end{cases}$$

Pour qu'il n'y ait pas d'échange de flux en date de conclusion du contrat, il suffit donc de trouver  $K$  tel que  $PV^P(t) = PV^R(t)$

On trouve finalement que :

$$K = \frac{\sum_{i=1}^n c \cdot P(t, T_i) \cdot \tau_i + P(t, T_n)}{P(t, T)}$$

La courbe des taux à utiliser pour actualiser n'est pas la courbe des taux swap utilisée précédemment pour les swaps forward ou les swaptions. En effet, on va utiliser la courbe des taux de l'obligation sous-jacente. Par exemple, si l'obligation livrée à l'échéance est une OAT (Obligation Assimilable du Trésor), nous utiliserons la courbe des taux OAT.

- Swaptions
  - Définition et caractéristiques

Un swaption est un instrument dérivé de taux. Il donne le droit à son acheteur mais pas l'obligation de rentrer à l'échéance dans un swap dont les caractéristiques ont été définies lors de la conclusion

du contrat. On parlera de swaption payeur lorsque le swap sous-jacent sera un swap payeur et de swaption receveur lorsque le swap sous-jacent sera un swap receveur.

- Evaluation du prix d'un swaption

Le principe du calcul du prix d'un swaption est le même que celui utilisé pour un call ou un put. Nous allons donc déterminer la fonction « pay-off » actualisée de l'option puis calculer l'espérance de celle-ci sous la probabilité risque neutre.

On reprend les mêmes notations que précédemment.

Notons  $PO^p(t, N, K, T, \tau)$  la fonction pay-off d'un swaption payeur vu à une date  $t$ . On a :

$$PO^p(t, N, K, T, \tau) = N \cdot P(t, T) \sum_{i=1}^n \tau_i \cdot P(T, T_i) (S(T, \tau) - K)^+$$

En supposant l'absence d'opportunité d'arbitrage, et en notant  $Sw^p(N, K, T, \tau)$  le prix d'un swaption payeur à une date  $t$  fixée est l'espérance sous la probabilité risque neutre du pay-off actualisé :

$$Sw^p(t, N, K, T, \tau) = N \cdot P(t, T) \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[ \sum_{i=1}^n \tau_i P(T, T_i) (S(T, \tau) - K)^+ \mid \mathcal{F}_t \right]$$

En effectuant un changement de probabilité et en utilisant un modèle de Black, on peut arriver à une formule fermée pour le prix d'un swaption. Celle-ci introduit la volatilité  $\sigma$  du taux swap forward associé au swap sous-jacent :

$$Sw^p(t, N, K, T, \tau) = N \sum_{i=1}^n \tau_i P(t, T_i) (S(t, T, \tau) \mathcal{N}(d_1) - K \mathcal{N}(d_2))$$

avec :

- $d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S(t, T, \tau)}{K}\right) + \frac{1}{2}\sigma^2(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}$
- $d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T-t}$
- $\mathcal{N}(\cdot)$  : la fonction de répartition d'une loi normale centrée réduite

On obtient de la même façon le prix d'un swaption receveur à une date  $t$  :

$$Sw^R(t, N, K, T, \tau) = N \sum_{i=1}^n \tau_i P(t, T_i) (-S(t, T, \tau) \mathcal{N}(-d_1) - K \mathcal{N}(-d_2))$$

## 2.1.2 Etude quantitative de la couverture actuelle

La couverture actuellement utilisée par la compagnie étudiée est composée de trois types d'instruments dérivés de taux :

- Bonds forward
- Swaps forward
- Swaptions

Les caractéristiques des instruments reflètent l'appétence au risque de la compagnie d'assurance étudiée au moment de l'achat de ces produits financiers.

Tout d'abord, j'ai cherché à quantifier l'effet de la couverture actuelle sur les variables importantes. Pour ce faire, j'ai supprimé les couvertures en supposant que la couverture était vendue en réalisant les plus ou moins-values latentes des instruments et que nous réinvestissions le montant de valeur comptable vendu de manière proportionnelle dans les autres classes d'actifs. Ainsi, la cohérence entre l'actif et le passif est respectée dans le modèle ALM et les résultats sont plus comparables entre eux. Le calcul d'un ratio de solvabilité a été réalisé avec et sans la couverture. Par mesure de simplification, seul le risque de marché a été recalculé. Les SCR dits techniques n'ont pas été recalculés puisque les couvertures financières ont un impact limité sur ces types de risque. Egalement, l'effet sur le risque de contrepartie a été considéré du deuxième ordre dans l'étude. Le calcul du ratio a été réalisé de deux manières différentes : avec le choc de taux actuel et avec la nouvelle proposition de choc de taux (voir partie 1.2.6). Le nouveau choc de taux a été estimé au 31/12/18 et est équivalent à un choc parallèle de la courbe de taux SII de 120 bps de taux à la baisse (voir annexe pour l'estimation en terme de PVFP (Present Value of Future Profit)).

Les deux tableaux ci-dessous contiennent les variables recalculées les plus pertinentes :

en EUR m	Couverture actuel - choc actuel	Sans couverture - choc actuel	Delta
Ratio SII	123%	110%	12%
PVFP	1 267,82	1 223,36	44,46
SCR	1 398,26	1 515,38	-117,12
nSCR market	1 374,88	1 486,06	-111,19
Net Interest rate risk (down)	119,93	176,96	-57,04
Net Equity risk	414,27	431,76	-17,49
Net Property risk	445,09	515,89	-70,80
Net Spread risk	509,21	507,08	2,13
Net Currency risk	261,59	264,56	-2,97

Figure 13: Impact couverture - choc actuel

en EUR m	Couverture actuel - nouveau choc	Sans couverture - nouveau choc	Delta
Ratio SII	115%	98%	18%
PVFP	1 267,82	1 223,36	44,46
SCR	1 484,97	1 706,02	-221,06
nSCR market	1 467,08	1 686,68	-219,60
Net Interest rate risk (down)	259,40	462,80	-203,40
Net Equity risk	414,27	431,76	-17,49
Net Property risk	445,09	515,89	-70,80
Net Spread risk	509,21	507,08	2,13
Net Currency risk	261,59	264,56	-2,97

Figure 14: Impact couverture - nouveau choc

On observe que la couverture actuelle du risque de taux a impact positif non négligeable sur la solvabilité de notre entreprise. Dans les deux cas, la solvabilité se trouve renforcée avec la couverture actuelle. Le nouveau choc de taux impacte uniquement le risque de taux. Par conséquent, les autres risques présents dans le module de marché ne sont pas impactés. De même, la PVFP reste identique puisqu'elle est calculée sans qu'aucun choc ne soit appliqué. Comme évoqué précédemment, la couverture du risque de taux n'est pas utilisée uniquement pour diminuer le SCR de taux. Le risque de taux est plus global, c'est un risque de désadossement entre l'actif et le passif. Ainsi d'autres risques de marché, notamment action et immobilier, en bénéficient. Néanmoins, il faut mentionner que ces effets sont également renforcés par des effets propres au modèle ALM. En effet, l'évolution au sein du modèle de l'allocation stratégique d'actif ainsi que l'application de futures décisions de gestion viennent amplifier ces effets.

On remarque également une hausse de la PVFP (Present Value of Future Profit) qui correspond à la valeur actualisée des résultats futurs. Cette hausse est en partie expliquée par des effets passifs, tels que les rachats dynamiques, atténués lors de scénarios défavorables en terme de taux d'intérêts. En effet, les revenus fournis par la couverture lors d'une trajectoire défavorable en terme de taux d'intérêts permettent de maintenir un niveau de taux de rendement de l'actif suffisamment élevé pour payer les prestations sans faire appel aux fonds propres. Cela permet alors de maintenir un niveau suffisant en terme de taux servis et ainsi d'éviter le déclenchement de rachats dynamiques. Si l'on s'intéresse à l'effet de la couverture sur le SCR taux, on observe que celle-ci permet une diminution conséquente du risque de taux. Ceci est expliqué par les effets mentionnés ci-dessus mais également par le gain en valeur de marché de notre couverture en début de projection suite au choc de taux. L'efficacité de la couverture est encore plus marquée si l'on regarde le risque de taux calculé avec la nouvelle formule. Elle permet de quasiment diviser par deux le risque de taux. Cette baisse du SCR taux a un effet très positif sur le ratio de solvabilité de notre compagnie suite à la structure de corrélation utilisée spécifiquement pour le choc de taux à la baisse dans la formule standard.

Nous venons de voir l'effet global de notre couverture du risque de taux. Néanmoins, celle-ci étant composée de différents instruments, le calcul précédent ne permet pas dissocier l'effet de chacun des instruments. Nous allons par conséquent étudier et estimer l'effet de chacun des trois instruments utilisés dans cette couverture. Le but est de nous donner une première idée du comportement et des impacts de ces instruments sur la solvabilité de notre compagnie. Pour ce faire, nous avons recalculé un ratio de solvabilité en ne gardant qu'un seul des trois types d'instrument de taux. Les calculs ont donc été effectués successivement avec uniquement les bonds forwards, les swaps forwards et enfin les swaptions. Etant donné que les montants de nominal n'étaient pas comparables entre les trois catégories d'instruments, des sensibilités à 1 million de nominal ont été calculées. Le tableau ci-dessous détaille ces résultats :

en EUR m	Bond fwd - choc actuel	Swap fwd - choc actuel	Swaption - choc actuel
Ratio SII	0,00894%	0,01185%	0,00080%
PVFP	0,0199	0,0541	0,0031
SCR	-0,0996	-0,1086	-0,0082
nSCR market	-0,1021	-0,0963	-0,0071
Net Interest rate risk (down)	-0,0606	-0,0409	-0,0146
Net Equity risk	-0,0202	-0,0235	-0,0002
Net Property risk	-0,0641	-0,0455	0,0028
Net Spread risk	0,0117	-0,0057	0,0009
Net Currency risk	-0,0018	-0,0118	-0,0011
Net Concentration risk	0,0000	0,0000	0,0000

Figure 15 : Sensibilité à 1m € de nominal

Les résultats présentés ci-dessus ne sont bien sûr qu'une approximation et qu'un exemple illustratif. En effet, au sein de chacune des catégories d'instruments utilisées, les instruments utilisés ont des caractéristiques différentes. Par exemple, pour les bonds forward, la date de maturité ou bien encore le coupon de l'obligation sous-jacente sont différents pour chacun des instruments. Néanmoins, cette approche permet de quantifier l'effet global de chacune des catégories d'instruments et de pouvoir comparer ces trois catégories.

On en déduit ainsi que, selon cette approche, les swaps forwards semblent être les instruments les plus efficaces en terme de ratio de solvabilité. Les bonds forwards semblent être aussi assez efficaces alors que les swaptions semblent avoir un impact plus limité sur la solvabilité. De même, si l'on regarde l'effet sur la PVFP, les swaps forwards s'avère être à nouveau plus efficaces. Néanmoins, si l'on s'intéresse au choc de taux d'intérêts à la baisse, on remarque que les bonds forwards sont plus efficaces que les swaps forwards. Les swaptions ont également un impact non négligeable sur le montant du SCR taux.

Ainsi, cette approche permet de mieux appréhender les impacts de ces différents instruments. De plus, on peut en déduire que selon la métrique choisie, la composition du portefeuille optimale pourra être différente.

### 2.1.3 Une première approche actif-actif

Dans le but de nous donner une meilleure compréhension des instruments utilisés et leurs impacts, nous allons aborder une approche dite « actif-actif » sur trois combinaisons de portefeuilles. Nous entendons par approche « actif-actif » une approche ne prenant pas en compte les interactions entre l'actif et le passif de la compagnie. L'objectif est de regarder l'espérance de gain d'une couverture lorsque les conditions économiques changent, notamment les taux d'intérêts. Nous allons détailler deux approches différentes : la première aura pour but de regarder uniquement la différence de valeur de marché engendrée par un mouvement sur la courbe des taux swaps équivalent un choc de SCR taux. La deuxième approche sera une approche plus « économique » dans le sens où nous regarderons le gain de ces trois combinaisons au sein des scénarios économiques à date utilisés dans notre modèle stochastique. Pour cela, nous regarderons les flux entrant et sortant de nos combinaisons et ces flux seront calculés sur un ensemble de trajectoire de taux d'intérêts.

Les trois combinaisons étudiées sont chacune constituées d'un bond forward, d'un swap forward et d'une swaption receveuse. Les trois tableaux ci-dessous récapitulent les caractéristiques des différents instruments pour chaque combinaison :

BOND FORWARD				
en EUR m	Maturité fwd	Maturité bond sous-jacent	Coupon obligation sous-jacente	Notionnel bond fwd
Combinaison 1	31/12/2019	31/12/2039	3,50%	500,00
Combinaison 2	31/12/2023	31/12/2043	3,50%	1 000,00
Combinaison 3	31/12/2019	31/12/2039	5,00%	500,00

SWAP FORWARD			
en EUR m	Maturité fwd	Maturité swap-sous-jacent	Notionnel swap fwd
Combinaison 1	31/12/2019	31/12/2039	1 000,00
Combinaison 2	31/12/2023	31/12/2043	500,00
Combinaison 3	31/12/2019	31/12/2039	1 000,00

SWAPTION RECEVEUSE			
en EUR m	Date d'optionnalité du swaption	Strike swaption	Notionnel swaption
Combinaison 1	31/12/2039	1,25%	839,13
Combinaison 2	31/12/2039	1,88%	164,72
Combinaison 3	31/12/2039	2,50%	77,99

Figure 16: Caractéristiques des trois combinaisons étudiées

#### ❖ Première approche

La première approche consiste à regarder l'impact d'un choc de taux de 120 bps à la baisse sur la valeur de marché de nos instruments immédiatement après leur achat. C'est un choc parallèle de la courbe de taux sur la partie liquide ainsi que sur la partie non liquide, ce qui signifie qu'on impacte de manière identique chacune des maturités de notre courbe de taux.

Le tableau ci-dessous résume l'impact sur nos trois combinaisons suite à un choc de taux parallèle :

en EUR m	Gain bond fwd	Gain swap forward	Gain swaption	Total
Combinaison 1	131,28	237,15	156,80	525,23
Combinaison 2	244,49	118,57	39,12	402,18
Combinaison 3	146,37	237,15	20,28	403,80

Figure 17: Résultat première approche

Les différences de gains montrent ici directement les différences de durée entre ces trois combinaisons. On peut déduire que la première combinaison a la durée la plus élevée, ce qui est recherché lorsqu'on veut se couvrir des taux à la baisse. En effet, dans un contexte où le passif a une durée plus élevée que celle de l'actif, l'objectif est d'augmenter la durée de l'actif afin de réduire le gap de durée pondéré de la compagnie d'assurance. A l'inverse, en cas de hausse des taux d'intérêts, cette couverture engendrera un gain de fonds propres de l'entité d'assurance moins élevée que les deux autres combinaisons puisque le gap de durée sera moins ouvert.

#### ❖ Deuxième approche dite « économique »

La deuxième approche consiste à utiliser un jeu de scénarios économiques choqués et d'en déduire une espérance de gain de chacune des trois combinaisons. En effet, nous allons utiliser les trajectoires de taux d'intérêts de nos scénarios économiques et calculer les différents flux de nos instruments. Cette approche permet d'avoir une vision plus économique et donc d'être plus proche de ce qu'il se passera dans la réalité, ce que le modèle tente de refléter.

en EUR m	Gain bond fwd	Gain swap forward	Gain swaption	Total
Combinaison 1	107,46	108,52	72,46	288,44
Combinaison 2	145,83	54,26	24,95	225,05
Combinaison 3	117,06	62,85	14,10	194,00

Figure 18: Résultat deuxième approche

Pour obtenir ces résultats, nous avons calculé tous les flux payés et reçus de chacun des instruments en s'appuyant sur nos trajectoires de taux d'intérêts. Les gains affichés dans ce tableau sont des gains actualisés au taux sans risque. On observe ici que les swaps forward semblent être moins efficace en vision « économique » comparé à la première méthode d'évaluation. La même remarque peut être formulée concernant les swaptions. Les bonds forward restent efficaces.

On observe donc qu'en vision économique les bonds forward semblent être les plus efficaces si l'on regarde leur espérance de gain au sein de nos scénarios économiques utilisés dans le modèle de projection actif-passif.

## 2.2 Construction de la base de données issues du modèle ALM

La première partie ci-dessus nous a permis de mieux cerner les différents instruments à notre disposition. Cela nous aidera à constituer de manière plus efficace notre base de données en choisissant les caractéristiques des instruments de manière efficace. Ces différentes études nous permettront également d'avoir une meilleure vision et une meilleure compréhension des métriques à notre disposition. L'analyse des résultats de notre modèle pourra également s'appuyer sur les résultats présentés ci-dessus.

### 2.2.1 Construction des portefeuilles de couverture

Nous allons présenter ici l'ensemble des portefeuilles que nous souhaitons utiliser pour nos modèles d'apprentissage statistiques. Il a fallu donc décider, pour chacune des caractéristiques de nos instruments, dans quels intervalles nous allons les faire varier. La difficulté ici est d'avoir un nombre raisonnable de combinaisons possibles tout en couvrant la plus grande diversité dans les caractéristiques. En effet, plus nous faisons varier les caractéristiques et notre périmètre pour déduire l'optimal sera grand mais plus le nombre de combinaisons à tester sera grand.

Par ailleurs, dans le but de rendre les résultats de chaque combinaison comparable, deux contraintes ont été implémentées. La première concerne le montant total de notionnel pour les bonds et les swaps forward. Ainsi la somme des notionnels des bonds et swaps forwards sera égale à EUR 1 500 m. La deuxième contrainte touchera au prix d'achat des swaptions receveuses. Le prix des

swaptions sera de EUR 15 m. Comme expliqué précédemment, le prix d'un swaption est basé sur plusieurs grandeurs, par souci de simplification la variable d'ajustement pour arriver au prix fixé initialement de EUR 15 m sera le notionnel. Cela signifie qu'une fois les caractéristiques du swaptions connues, il suffit de trouver le bon montant de notionnel pour obtenir le prix d'achat souhaité. Pour chaque caractéristique, un intervalle dans lequel la caractéristique évoluera ainsi qu'un pas de variation a été défini. Les intervalles sont les suivants :

	Valeur testées
<b>Bond forward</b>	
Bond forward	[2019,2024]
Maturité obligation sous-jacente	20 ans
Coupon obligation sous-jacente	[2% ; 3,5% ; 5%]
Notionnel bond forward	[0 ; 500M ; 1 000M ; 1 500M]
<b>Swap forward</b>	
Maturité forward	[2019,2024]
Maturité swap sous-jacent	20 ans
Notionnel swap forward	[0 ; 500M ; 1 000M ; 1 500M]
<b>Swaption</b>	
Durée optionalité	[2019,2024]
Maturité swap sous-jacent	20 ans
Strike	[1,25% ; 1,875% ; 2,5% ]

Figure 19: Choix des intervalles des différentes caractéristiques

- « Maturité forward » : correspond à la date de dénouement du contrat future ;
- « Maturité obligation sous-jacente » : correspond à la maturité résiduelle de l'obligation échangée au terme du contrat ;
- « Coupon obligation sous-jacente » : correspond au coupon de l'obligation échangée au terme du contrat ;
- « Notionnel bond forward » : correspond au montant de nominal de l'obligation sous-jacente ;
- « Maturité swap sous-jacent » : correspond à la maturité du swap de taux dans lequel les deux parties concernées entreront au terme du contrat ;
- « Notionnel swap forward » : correspond au montant de nominal du swap sous-jacent ;
- « Durée optionalité » : correspond à la date à laquelle l'acheteur du swaption pourra décider d'entrer ou non dans le swap sous-jacent ;
- « Strike » : correspond au taux fixe qui sera échangé durant le swap

Ce choix des différents intervalles et pas de variations en appliquant les contraintes évoquées amène à un total de 230 combinaisons à tester.

## 2.2.2 Choix des métriques à utiliser pour notre critère d'optimisation

Comme mentionnée précédemment, la métrique doit pouvoir être calculée grâce aux sorties de notre modèle ALM. De plus, celle-ci doit aussi être sensible au changement de l'actif et notamment aux changements dans les instruments dérivés de taux. C'est pourquoi, nous avons choisi les métriques les plus pertinentes qui sont détaillées ci-dessous.

- Le ratio de solvabilité

La première métrique qui sera retenue est naturellement le ratio de solvabilité de l'entité. En effet, il s'agit d'un des indicateurs les plus regardés et qui reflète le mieux la solvabilité de la compagnie. Il paraît donc cohérent de vouloir optimiser une stratégie de couverture en se basant sur le ratio de solvabilité. Cette mesure possède l'avantage de pouvoir capter les effets de la couverture tant sur les fonds propres que sur le capital de solvabilité réglementaire.

- La PVFP

Une deuxième métrique qui pourra être envisagée est la PVFP. C'est une grandeur qui représente la somme actualisée des profits futures. Elle fait partie des fonds propres économiques de la compagnie.

$$PVFP = \sum_{i=1}^n \frac{R_i}{(1+r)^i}$$

où :

- $R_i$  est le résultat de l'année  $i$  ;
- $n$  est le nombre d'année de projection au sein du modèle ALM ;
- $r$  : le taux d'intérêts sans risque

Il peut s'avérer intéressant d'optimiser cette métrique si on l'on souhaite maximiser les fonds propres de notre compagnie dans la mesure où elle représente la richesse future de l'assureur. De plus, cette grandeur permet de déterminer la valeur des affaires en stock au sens de la métrique SII.

- Le SCR (net d'absorption par les provisions techniques) appelé nSCR

Une troisième métrique qui pourra être également utilisée est le SCR. Cette grandeur permet de capter le gain en capital réglementaire de la couverture dans le choc de taux à la baisse mais également sur les autres risques. En effet, comme mentionné en début de mémoire, cette couverture a pour objectif de se protéger contre le risque d'un désadossement actif-passif. La couverture a donc un effet non seulement dans le scénario de choc de taux à la baisse mais également sur les autres risques de marché. Pour rappel, les SCR dits techniques ne sont pas recalculés et le risque de contrepartie est considéré comme de deuxième ordre.

- Le SCR taux (net d'absorption par les provisions techniques) nSCR taux

Une quatrième métrique envisageable est le SCR de taux qui est une des composantes du SCR. Elle pourra être particulièrement pertinente pour mesurer l'effet des swaptions. En effet, les swaptions se révèlent efficace dans des scénarios adverses de taux alors que dans des scénarios moins adverses, l'option sera potentiellement moins exercée et son impact deviendra a fortiori moindre.

## 2.3 Mise en place des modèles d'apprentissage statistiques

### 2.3.1 Généralités sur les modèles d'apprentissage envisagés

Nous allons présenter ici brièvement les deux modèles d'apprentissage statistiques que nous souhaitons tester sur notre base de données. Nous étudierons un modèle linéaire généralisé, un modèle linéaire pénalisé et un modèle XGBoost.

- Modèle linéaire généralisé (GLM)

Le modèle linéaire généralisé correspond à la généralisation des modèles linéaires. Celle-ci permet le lien entre le modèle linéaire et la variable à expliquer à l'aide d'une fonction qu'on appelle la fonction lien. Pour rappel un modèle linéaire peut s'écrire sous la forme matricielle suivante :

$$Y_{n \times 1} = X_{n \times p} \beta_{p \times 1} + \mathcal{E}_{n \times 1}$$

Où :

- Y est le vecteur aléatoire représentant la variable à expliquer ;
- X est la matrice comprenant les variables explicatives du modèle. Celles-ci sont connues et donc déterministes contrairement à Y ;
- $\beta$  est le vecteur contenant les paramètres du modèle. Ils sont inconnus et doivent donc être estimés
- $\mathcal{E}$  est le vecteur d'erreur du modèle. Ces erreurs sont aléatoires et inconnues

Les paramètres contenus dans le vecteur  $\beta$  sont estimés en minimisant l'erreur quadratique :

$$\hat{\beta} = \operatorname{argmin} \|Y - X\beta\|^2, \text{ où } \beta \in \mathbb{R}^p$$

Concernant le modèle généralisé, on peut dire qu'une variable Y relève d'un modèle généralisé si :

- Il existe une fonction lien  $g$  strictement monotone de  $\mathbb{R}$  dans  $\mathbb{R}$  et des coefficients  $(\alpha_0, \dots, \alpha_n)$  tels que :

$$g(E(Y)) = \alpha_0 + \sum_{i=1}^n \alpha_i X_i$$

avec les mêmes notations que précédemment pour X et Y

- La loi de probabilité de Y appartient à la famille exponentielle

On rappelle que si Y est une variable aléatoire, alors la loi de probabilité de Y appartient à la famille exponentielle si et seulement si elle peut se mettre sous la forme :

$$f(y; \theta; \varphi) = \exp \left\{ \frac{y\theta - b(\theta)}{a(\varphi)} + c(y; \varphi) \right\}$$

Avec :

- a une fonction définie sur  $\mathbb{R}$  (non nulle) ;
- b une fonction dérivable deux fois, définie sur  $\mathbb{R}$  ;
- c une fonction définie sur  $\mathbb{R}^2$
- $\theta$  le paramètre de la moyenne
- $\varphi$  le paramètre de dispersion

Il existe plusieurs lois qui font parties de la famille exponentielle. Les plus connues et les plus utilisées sont les lois Gaussiennes, Bernoulli, Binomiales et Poissons. Le tableau suivant résume les valeurs des paramètres de la famille exponentielle pour chacune des lois mentionnées :

	$\theta$	$a(\varphi)$	$b(\theta)$	$\varphi$	$c(y; \varphi)$
Gaussienne : $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$	$\mu$	$\varphi$	$\frac{\theta^2}{2}$	$\sigma^2$	$-\frac{1}{2}(\frac{y^2}{\sigma^2} + \log(2\pi\sigma^2))$
Bernoulli : $B(p)$	$\log(\frac{p}{1-p})$	1	$\log(1 + \exp(\theta))$	1	0
Binomiale : $B(n, p)$	$\log(\frac{p}{1-p})$	1	$n \log(1 + \exp(\theta))$	1	$\log\binom{n}{y}$
Poisson : $\mathcal{P}(\lambda)$	$\log(\lambda)$	1	$\exp(\theta)$	1	$-\log(y!)$

Figure 20: Paramètres des familles exponentielles

En plus de la loi exponentielle que la variable de sortie doit suivre, les GLM introduisent la notion de fonctions « lien ». Contrairement aux modèles linéaires, les valeurs du prédicteur linéaire sont obtenues en transformant préalablement les valeurs observées par la fonction de lien. En d'autres termes, les coefficients sont estimés après la transformation de la variable réponse par la fonction lien.

Toutes les lois de la famille exponentielle possèdent une fonction lien spécifique appelé « fonction de lien canonique » qui permet de relier l'espérance  $\mu$  au paramètre canonique  $\theta$ .

	Fonction lien	Lien
Gaussienne	$\theta = \mu$	Identité
Bernoulli	$\theta = \log(\mu)$	Log
Binomiale	$\theta = \log(\frac{\mu}{1-\mu})$	Logit
Poisson	$\theta = \frac{1}{\mu}$	Inverse

Figure 21: Fonction lien des familles exponentielles

Il existe également d'autres lois appartenant à la famille exponentielle. C'est le cas notamment des lois Quasipoisson, Gamma et Gaussienne Inverse. Ces trois lois seront utilisées dans la suite de ce mémoire lors de la mise en place des modèles GLM.

L'estimation du vecteur de paramètre  $(\alpha_0, \dots, \alpha_n)$  se fait à l'aide d'une maximisation du maximum de vraisemblance. Quant au choix de la distribution retenue pour le modèle linéaire généralisé, celui-ci se fait en observant et en analysant les données de notre variable à expliquer.

Les modèles GLM sont le plus souvent appréciés pour leur robustesse mais également pour leur facilité de mise en œuvre et d'interprétation. De plus, l'estimation des paramètres ne demandent pas des ressources informatiques trop importantes.

- Régression Gradient Boosting et Extreme Gradient Boosting

### Principe du tree boosting

La méthode de *tree boosting* est basé sur l'agrégation d'arbres de décision. Elle diffère des méthodes de *Random Forest* dans le sens où la génération des arbres se fait en série. Le principe du *tree boosting* est de générer plusieurs arbres liés entre eux sur notre jeu de données. En effet, à chaque itération, le *tree boosting* va calculer les classifications prévues et affecter des pondérations inversement proportionnelles à l'exactitude de la classification des observations. En d'autres termes, l'algorithme va affecter des pondérations plus fortes aux observations difficiles à classer et des pondérations plus faibles pour les observations faciles à classer. Ainsi l'algorithme va générer une séquence de modèles de classifications et chaque modèle successif sera meilleure dans la classification des observations qui étaient mal classées par l'arbre de décision précédent.

### Le Gradient Boosting

Le *Gradient Boosting* s'appuie sur un algorithme de descente du gradient (méthode utilisée pour l'optimisation de fonction non linéaire) pour minimiser la fonction de perte lorsque les arbres sont générés.

En notant  $T_b$  l'arbre généré à l'étape  $b$ , on écrit  $f_b$  le modèle à l'étape  $b$  :

$$f_b = \sum_{i=1}^b T_i$$

On note  $E$  la fonction de perte du modèle. On choisit ici comme fonction de perte la fonction des moindres carrés.

$$E = \sum_{k=1}^n \frac{(Y_k - f(X_k))^2}{2}$$

Le gradient de  $E$  par rapport à  $f(X_k)$  est :

$$\frac{\partial E}{\partial f(X_k)} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \frac{\partial (Y_i - f(X_k))^2}{\partial f(X_i)} = f(X_k) - Y_i$$

L'algorithme s'exécute en suivant les étapes décrites ci-dessous :

- On construit le premier arbre de décision  $T_1$ . Le résidu de la valeur observée  $Y_k$  est  $\varepsilon_1 = Y_k - f_1(X_k)$
- Puis, en notant  $B$  le nombre d'itérations totales, on va effectuer pour  $b = 2, \dots, B$ , les étapes ci-dessous.

On construit l'arbre  $T_b$  qui prédit le résidu de l'étape précédente afin de combler les manques de l'arbre précédent à savoir l'arbre  $T_{b-1}$ . A l'étape  $b$ , le modèle construit est donc le suivant :

$$f_b(X) = T_{b-1}(X) + T_b(X)$$

On en déduit donc l'arbre à l'étape  $b$  :

$$T_b(X_k) = (Y_k - f_{b-1}(X)) + (f_b(X) - Y_k)$$

Le résidu vaut alors :

$$\varepsilon_b = Y_k - f_b(X_k) = -\frac{\partial E}{\partial f_b(X_k)}$$

### Extreme Gradient Boosting

L'algorithme XGBoost est une adaptation de l'algorithme du *Gradient Boosting* présenté ci-dessus. L'algorithme XGBoost ne sera pas détaillé dans la suite de ce mémoire.

L'avantage du XGBoost est qu'il est plus performant qu'un bon nombre de modèle. De plus, il supporte bien différentes fonctions de coût et il décèle bien les interactions non-linéaires entre les variables explicatives. Néanmoins, le temps d'apprentissage est assez long comparé à d'autres modèles comme les modèles GLM.

### 2.3.2 Préparation de la base de données

Avant de commencer à mettre en place nos modèles, nous présentons avoir un résumé statistique de nos quatre variables à expliquer. Les deux tableaux suivants donnent un résumé statistique de nos variables explicatives :

Choc actuel				
Nom de la variables à expliquer	Minimum	Moyenne	Médiane	Maximum
SII ratio	110%	139%	137%	162%
nSCRtaux	62 188 358	91 690 044	90 596 735	171 616 023
PVFP	1 221 325 701	1 330 694 486	1 333 637 632	1 383 033 621
nSCR	1 128 180 060	1 283 021 891	1 294 550 280	1 515 115 571

Figure 22: Statistiques des variables à expliquer (choc actuel)

Nouveau choc				
Nom de la variables à expliquer	Minimum	Moyenne	Médiane	Maximum
SII ratio	98%	135%	133%	161%
nSCRtaux	91 796 441	161 919 783	155 802 357	446 682 692
PVFP	1 221 325 701	1 330 694 486	1 333 637 632	1 383 033 621
nSCR	1 134 535 408	1 325 266 253	1 330 943 359	1 697 488 352

Figure 23: Statistiques des variables à expliquer (nouveau choc)

De plus, les distributions statistiques de chacune des quatre variables à expliquer ont été créées et représentées sous forme d'histogrammes :

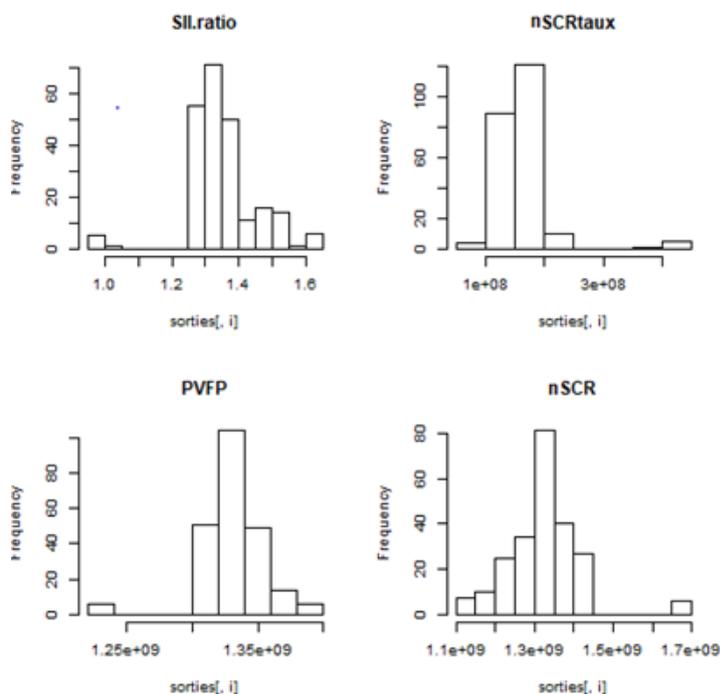


Figure 24: Histogramme des variables à expliquer

En vue d'éviter le sur-apprentissage, de pouvoir tester la précision et la robustesse de notre modèle, la base de données sera divisée en deux parties : une base d'apprentissage et une base de validation.

- La base d'apprentissage : elle sera constituée de 80% de notre base de données initiale. Elle comportera toutes les variables explicatives et à expliquer. C'est sur cette base de données que les modèles feront leur apprentissage.
- La base de validation : elle sera constituée de 20% de notre base de données initiale. Celle-ci en revanche ne comportera uniquement les variables explicatives et le but sera de prédire les variables à expliquer et ainsi d'évaluer la fiabilité du modèle.

A noter qu'une validation croisée sera utilisée sur la base de données d'apprentissage. Cela signifie que nous allons diviser notre base d'apprentissage en  $k$  échantillons de même taille. Puis nous ajusterons le modèle sur  $k$  des  $(k-1)$  échantillons et nous utiliserons le  $k^{\text{ème}}$  échantillon pour la validation du modèle. On répète cette opération  $k$  fois en choisissant comme échantillon de validation un échantillon n'ayant pas encore été utilisé. Une fois l'opération répétée  $k$  fois, nous calculons l'erreur de prédiction en faisant la moyenne des  $k$  erreurs obtenues. Nous avons choisi de procéder à une validation croisée en choisissant  $k=5$ .

Avant de commencer à tester les modèles GLM et XGBoost sur notre base de données, nous voulions nous arrêter sur un point concernant les variables « Notionnel bond forward » et « Notionnel swap forward ». En effet, étant donnée la contrainte sur le montant de notionnel total voulu pour les bonds et les swaps forward, ces deux variables risquent d’être assez corrélées et éventuellement venir diminuer le pouvoir explicatif de nos modèles. Ainsi nous allons tester les modèles sur deux bases différentes : l’une possédant les deux variables « Notionnel bond forward » et « Notionnel swap forward » et l’autre ne possédant que la variable « Notionnel bond forward ». Nous choisirons donc le modèle minimisant l’erreur (la mesure d’erreur retenue sera présentée juste après).

### 2.3.3 Mise en place des modèles d’apprentissage statistique

Dans le but de pouvoir comparer et ensuite de sélectionner le meilleur modèle, nous définissons une mesure d’erreur. Celle-ci sera utilisée pour calculer l’erreur entre les valeurs « réelles » et les valeurs « prédites » par le modèle étudié. Nous avons choisi comme mesure l’erreur quadratique moyenne (EQM) qui est une mesure classiquement utilisée dans les problèmes d’optimisation :

$$EQM = \sum_{i=1}^n \frac{(\hat{y}_i - y_i)^2}{n}$$

Cette mesure a le mérite d’augmenter les écarts à la moyenne contrairement à la valeur absolue. Avant de commencer à étudier séparément les modèles GLM et XGBoost, nous voulions trancher le point évoqué précédemment concernant les variables « notionnels ». Pour y répondre, nous avons constitué deux bases distinctes. L’une ne possédant que la variable « Notionnel bond forward » (base A) et l’autre possédant les deux variables « Notionnel bond forward » et « Notionnel swap forward » (base B). Nous avons mis en place un GLM et un XGBoost sur chacune de ces deux bases de données et cela pour les quatre variables à expliquer. Le tableau suivant présente les résultats.

en EUR m	RMSE			
GLM	SII ratio	nSCR taux	PVFP	nSCR
Base A	7,63%	19,96	15,82	64,04
Base B	6,73%	14,67	11,51	55,76

Figure 25: Mesure d'erreur du GLM

en EUR m	RMSE			
XGBoost	SII ratio	nSCR taux	PVFP	nSCR
Base A	1,53%	6,70	4,02	12,27
Base B	0,67%	3,05	2,82	6,00

Figure 26 : Mesure d'erreur du XGBoost

Au vu des résultats, il a donc été décidé d’utiliser la base de données contenant les deux variables « Notionnel bond forward » et « Notionnel swap forward ». En effet, malgré une corrélation

entre ces deux variables, le modèle semble mieux s'ajuster lorsque celles-ci sont intégrées à la base de données. Désormais, tous les résultats des modèles seront basés sur cette base de données.

La démarche a été faite sur la formule du nouveau choc de taux. Néanmoins, les résultats étaient très similaires pour la formule du choc de taux actuel et aboutissaient à la même conclusion quant à au choix de la base de données à utiliser.

#### ❖ Modèle GLM

La méthode retenue pour choisir notre modèle GLM le plus pertinent est la suivante : nous allons ajuster les quatre GLM suivant sur notre base d'apprentissage. Une *cross-validation* ( $k = 5$ ) sera utilisé pour calculer l'erreur d'ajustement sur notre base d'apprentissage.

	Famille exponentielle	Fonction lien
GLM 1	Gaussienne	log
GLM 2	Gamma	inverse
GLM 3	quasipoisson	log
GLM 4	Gausienne inverse	1/mu^2

Figure 27: Tableau des GLM étudiés

Nous regarderons ensuite pour chacun des modèles l'erreur d'apprentissage calculée à l'issue de la cross-validation. Nous réaliserons ensuite une prédiction sur la base de validation à l'aide des modèles créés puis nous calculerons l'EQM (définie précédemment) de cette prédiction. Nous pourrons ensuite conclure quant au modèle le plus pertinent.

Nous faisons le choix ici de ne pas optimiser les modèles par des méthodes « Top-Down » ou « Bottom-up ». Ces méthodes sont utilisées pour trouver le nombre optimal de variables explicatives à garder dans notre modèle GLM. Par exemple, la méthode « Top-Down » consiste à partir du modèle avec toutes les variables explicatives puis enlever une variable à chaque étape et comparer chacun des modèles à l'aide d'un critère. Le plus souvent, on a recours au critère AIC (« Akaike information criterion »). L'approche « Bottom-up » utilise le même principe mais en partant cette fois-ci de la base de données contenant une seule variable explicative. Les variables sont ajoutées à chaque étape.

#### ○ Variable SII.ratio

Le tableau ci-dessous regroupe les résultats des quatre GLM testés ainsi qu'une comparaison entre la moyenne des ratios SII dans la base d'apprentissage et la moyenne des valeurs ajustées par le modèle :

	SII.ratio			
	GLM 1	GLM 2	GLM 3	GLM 4
RMSE apprentissage	4,257%	4,246%	4,257%	4,235%
RMSE validation	4,968%	4,944%	4,953%	4,937%

	GLM 1	GLM 2	GLM 3	GLM 4
Moyenne SII ratio apprentissage	134,90%	134,90%	134,90%	134,90%
Moyenne SII ratio modèle	134,89%	134,90%	134,90%	134,90%

Au vu des résultats des quatre modèles étudiés, nous allons choisir le **GLM 4** pour la variable « SII ratio ». En effet, le GLM4 possède la plus petite erreur quadratique moyenne, tant sur la base d'apprentissage que sur la base de validation.

- Variable nSCR taux

Le tableau ci-dessous regroupe les résultats des quatre GLM testés ainsi qu'une comparaison entre la moyenne des SCR de taux net d'absorption par les passifs dans la base d'apprentissage et la moyenne des valeurs ajustées par le modèle :

	NSCRtaux			
	GLM 1	GLM 2	GLM 3	GLM 4
RMSE apprentissage	7,370%	7,838%	7,363%	9,001%
RMSE validation	8,771%	9,360%	8,942%	9,894%

en EUR m	GLM 1	GLM 2	GLM 3	GLM 4
Moyenne SII ratio apprentissage	161,86	161,86	161,86	161,86
Moyenne SII ratio modèle	161,91	161,86	161,86	161,94

Au vu des résultats des quatre modèles étudiés, nous allons choisir le **GLM 1** pour la variable « nSCR taux ». En effet, le GLM1 possède la plus petite erreur quadratique moyenne, tant sur la base d'apprentissage que sur la base de validation.

- Variable PVFP

Le tableau ci-dessous regroupe les résultats des quatre GLM testés ainsi qu'une comparaison entre la moyenne des PVFP dans la base d'apprentissage et la moyenne des valeurs ajustées par le modèle :

	PVFP			
	GLM 1	GLM 2	GLM 3	GLM 4
RMSE apprentissage	0,796%	0,795%	0,796%	0,795%
RMSE validation	0,853%	0,853%	0,853%	0,853%

en EUR m	GLM 1	GLM 2	GLM 3	GLM 4
Moyenne SII ratio apprentissage	1 330,72	1 330,72	1 330,72	1 330,72
Moyenne SII ratio modèle	1 330,72	1 330,72	1 330,72	1 330,88

Au vu des résultats des quatre modèles étudiés, nous allons choisir le **GLM 4** pour la variable « PVFP ». Même si le GLM 2 possède l'erreur quadratique moyenne la plus petite sur la base d'apprentissage, nous préférons choisir le GLM4 qui possède une meilleure EQM sur la base de validation.

- Variable nSCR

Le tableau ci-dessous regroupe les résultats des quatre GLM testés ainsi qu'une comparaison entre la moyenne des SCR nets dans la base d'apprentissage et la moyenne des valeurs ajustées par le modèle :

	nSCR			
	GLM 1	GLM 2	GLM 3	GLM 4
RMSE apprentissage	3,629%	3,636%	3,630%	3,634%
RMSE validation	4,227%	4,243%	4,236%	4,224%

en EUR m	GLM 1	GLM 2	GLM 3	GLM 4
Moyenne SII ratio apprentissage	1 324,64	1 324,64	1 324,64	1 324,64
Moyenne SII ratio modèle	1 324,65	1 324,64	1 324,64	1 327,92

Au vu des résultats des quatre modèles étudiés, nous allons choisir le **GLM 1** pour la variable « nSCR ». En effet, le GLM1 possède la plus petite erreur quadratique moyenne, tant sur la base d'apprentissage que sur la base de validation.

### Synthèse des modèles retenus

Ainsi, pour chacune des variables à prédire, nous avons sélectionné le meilleur modèle au sens de l'erreur quadratique moyenne. Voici un résumé du modèle retenu pour chaque variable à expliquer :

Variable à expliquer	Modèle retenu
SII ratio	GLM 4
nSCRtaux	GLM 1
PVFP	GLM 4
nSCRtaux	GLM 1

Figure 28: Synthèse du choix du GLM

Ce sont donc ces quatre modèles qui seront ensuite comparés avec les modèles XGBoost pour trouver le modèle optimal pour chacune des quatre variables. Les modèles GLM retenus sont les modèles gaussiens et gaussiens inverses.

Les résultats présentés ci-dessus ont été réalisés avec la formule du nouveau choc de taux actuellement proposée par l'EIOPA. Néanmoins, les résultats et les conclusions sont identiques pour les modèles basés sur la base de données produite à partir du choc de taux actuel.

#### ❖ Modèle XGBoost

Nous allons désormais présenter la mise en place des modèles XGBoost sur notre base de données. De même que pour les GLM précédent, l'implémentation des modèles XGBoost s'est faite sur R à l'aide du package « xgboost » et « caret ». Avant de commencer, nous présentons les différents paramètres de la fonction « *xgboost* » implémentée dans le logiciel R que l'on peut optimiser au sein d'un algorithme XGBoost.

- « nround » : nombre d'itérations de boosting à effectuer. La longueur d'exécution est croissante avec ce paramètre ;

- « Max\_depth » : profondeur d'arbre maximal. Plus ce paramètre est élevé plus il y a un risque de sur-apprentissage. A l'inverse, une valeur trop faible de ce paramètre peut générer un risque de sous-apprentissage ;
- « colsample\_by\_tree » : pourcentage des colonnes pris pour construire un arbre ;
- « eta » : c'est le taux d'apprentissage. Ce paramètre contrôle la vitesse de convergence lors de la descente du gradient fonctionnelle ;
- « gamma » : c'est le montant minimal de diminution de la fonction *loss* pour prendre la décision de partitionner une feuille ;

Pour optimiser nos modèles XGBoost, il a été choisi de tester plusieurs modèles XGBoost en faisant varier les paramètres mentionnés ci-dessus. Nous avons ainsi déterminé des intervalles dans lesquels chacun des paramètres vont varier. Nous testerons ainsi toutes les combinaisons découlant de ce découpage de valeur. Le tableau ci-dessous résume le choix de ces intervalles :

	Valeurs testées
nround	[50 ; 100 ; 150]
max_depth	[1 ; 2 ; 3 ; 5 ; 10]
colsample_by_tree	[0,5 ; 0,7 ; 0,9]
eta	[0,2 ; 0,3 ; 0,4]
gamma	0
min_child_weight	1
subsample	[0,75 ; 1]

Figure 29 : valeurs des paramètres XGBoost à tester

Ce découpage des paramètres implique donc de faire tourner 135 XGBoost (paramétrés à l'aide du tableau ci-dessus) pour chaque variable à expliquer. On retiendra naturellement le modèle minimisant la RMSE. Le tableau ci-dessous indique la liste des paramètres optimaux, au sens de l'erreur quadratique moyenne, pour chacune des variables à prédire :

	nround	max_depth	eta	colsample_by_tree	gamma	min_child_weight	sumsample
SII.ratio	50	3	0,2	0,9	0	1	1
nSCR taux	150	2	0,4	0,9	0	1	1
PVFP	100	3	0,4	0,9	0	1	1
nSCR	100	3	0,2	0,5	0	1	1

Figure 30: Synthèse des paramètres optimaux

Les résultats pour les quatre variables à prédire sont présentés dans le tableau suivant :

en EUR m	RMSE apprentissage	RMSE validation
SII.ratio	1,02%	0,45%
nSCR taux	4,14%	2,43%
PVFP	0,29%	0,22%
nSCRtaux	0,97%	0,47%

Figure 31: Résultats XGBoost

## Conclusion quant au choix des modèles

Nous avons désormais tous les éléments pour décider du modèle à retenir pour chacune des variables à prédire. Voici les résultats regroupés en un seul tableau :

	GLM		XGBoost		Modèle retenu
	RMSE apprentissage	RMSE validation	RMSE apprentissage	RMSE validation	
SII.ratio	4,24%	4,94%	1,02%	0,45%	XGBoost
nSCRtaux	7,37%	8,77%	4,14%	2,43%	XGBoost
PVFP	0,80%	0,85%	0,29%	0,22%	XGBoost
nSCRtaux	3,63%	0,85%	0,97%	0,47%	XGBoost

Figure 32 : Synthèse du choix du modèle final

Ainsi pour nos quatre variables, le choix retenu a été le modèle **XGBoost**. En effet, pour chacune des variables à prédire, le modèle XGBoost possède l'erreur quadratique moyenne la plus faible.

Les résultats sont identiques concernant la base de données établie à partir du choc de taux actuel. Le modèle XGBoost est le plus pertinent pour les quatre variables.

Ainsi, les modèles sont maintenant déterminés et vont pouvoir être utilisés dans la partie III en vue d'être utilisés comme outil de prédiction sur une base de données importante. Le but étant de regarder s'il existe un autre optimal en dehors de la base de données utilisée jusqu'ici.

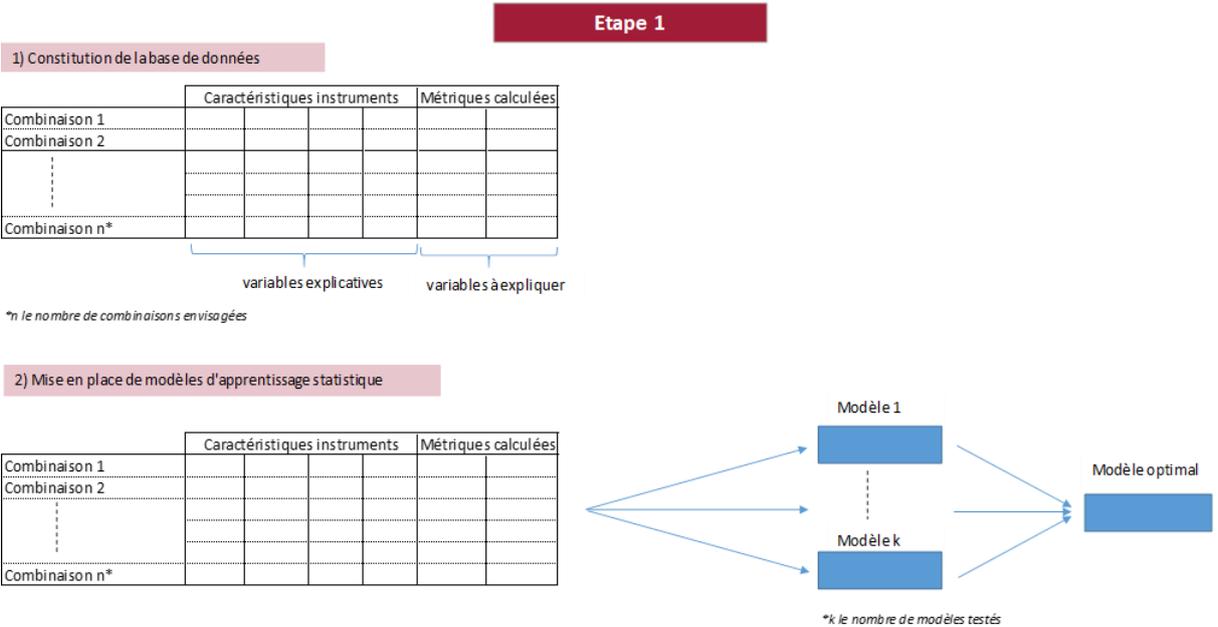
## Chapitre 3 : Optimisation de la couverture à l'aide du modèle d'apprentissage statistique

Les données et exemples chiffrés sont inspirés des données réelles de l'entité vie de Swiss Life France mais déformés pour préserver la confidentialité. Toutefois, les déformations réalisées sont telles qu'elles ne remettent pas en cause la hiérarchie des résultats.

### 3.1 Recherche d'une combinaison optimale grâce au modèle XGBoost

L'objectif de la partie précédente était de tester un nombre raisonnable de couvertures en vue de constituer une base de données à l'aide du modèle de projection stochastique. Puis, différents modèles d'apprentissage statistique ont été testés sur cette base de données et cela pour chacune des quatre variables à prédire choisies. Ces modèles ont ensuite été optimisés et comparés dans le but de choisir le modèle ayant le pouvoir prédictif le plus grand. Nous avons désormais à disposition un modèle XGBoost pour chacune des variables à prédire.

Le schéma suivant illustre la méthode décrite ci-dessus :



Désormais, il nous reste à utiliser le pouvoir prédictif de nos modèles pour tester toutes les combinaisons de portefeuilles que nous envisagions initialement. Les modèles nous prédiront ainsi un ou plusieurs optimaux. Une fois ce ou ces optimaux déterminés, nous les testerons réellement dans notre modèle ALM en recalculant les différentes métriques. Il restera alors à conclure quant à la combinaison optimale selon la métrique retenue. Cela nous permettra également de mesurer la performance du modèle d'apprentissage statistique.

Le schéma ci-dessous résume la démarche qui va être utilisée dans la suite de cette partie :

## Etape 2

### 1) Recherche de ou des optimums à l'aide de notre modèle optimal

	Caractéristiques instruments			
Combinaison 1				
Combinaison 2				
⋮				
Combinaison N				

Prédiction par  
notre modèle



	Métriques prédites			
Combinaison 1				
Combinaison 2				
⋮				
Combinaison N				

Détermination des  
optimums (max/min  
des métriques)



Combinaison optimale 1
Combinaison optimale 2
⋮
Combinaison optimale M*

\*N le nombre de combinaisons totale

### 2) Injection des optimums dans le modèle ALM de notre compagnie

	Caractéristiques instruments			
Combinaison optimale 1				
Combinaison optimale 2				
⋮				
Combinaison optimale M				

Calculs avec  
notre modèle  
ALM



	Métriques calculées			
Combinaison optimale 1				
Combinaison optimale 2				
⋮				
Combinaison optimale M				



Conclusion sur  
l'optimalité selon la  
métrique utilisée

\*M : le nombre d'optimums

### 3.1.1 Présentation de la base utilisée

Comme évoqué ci-dessus, nous allons construire un nombre important de combinaisons différentes. Nous procéderons de la même façon que dans la partie II, c'est-à-dire que nous définirons des intervalles et des pas de variations pour chacun des paramètres de nos trois instruments dérivés. Globalement, les bornes des intervalles choisies seront semblables à celles utilisées précédemment, en revanche les pas de variations seront plus resserrés d'où un nombre plus important de calculs. Nous utiliserons la puissance calculatoire et la facilité de calcul de notre modèle pour utiliser des bornes de variation plus grandes, notamment pour les coupons des bonds forwards et les strikes des swaptions. Dans la partie précédente, en raison de contraintes opérationnelles, nous avons balayé largement ces intervalles de variations en vue de calibrer notre modèle. Dans un second temps, nous allons utiliser la puissance de calcul et la rapidité d'exécution de nos modèles statistiques pour prédire la valeur des métriques sur l'ensemble des combinaisons. Le tableau ci-dessous résume le choix des intervalles et des pas de variations qui seront utilisés par la suite :

Valeur testées	Intervalle	Pas de variation
<b>Bond forward</b>		
Bond forward	[2019,2024]	1
Maturité obligation sous-jacente	20 ans	-
Coupon obligation sous-jacente	[1% ; 5%]	0,50%
Notionnel	[0 ; 1 500M]	100M
<b>Swap forward</b>		
Maturité forward	[2019,2024]	1
Maturité swap sous-jacent	20 ans	-
Notionnel	[0 ; 1 500M]	100M
<b>Swaption</b>		
Durée optionalité	[2019,2024]	1
Maturité swap sous-jacent	20 ans	-
Strike	[1% ; 3% ]	0,50%

Figure 33: Synthèse des caractéristiques utilisées

Comme évoqué précédemment, les bornes des intervalles sont très semblables à celles choisies dans la base de données utilisée pour la calibration de nos modèles d'apprentissage statistiques. En ajustant notre modèle sur notre base de données d'apprentissage, le modèle a ainsi capté le maximum des interactions actif-passif induites par les caractéristiques de ces instruments. Néanmoins, étant donné la complexité de la modélisation de ces interactions actif-passif au sein du modèle ALM, nous avons opté pour des combinaisons comparables en termes de caractéristiques. Comme évoqué ci-dessus, seuls deux intervalles de variation ont été légèrement agrandis. En effet, si l'on décide de tester des combinaisons avec des caractéristiques trop éloignées de celles de la base d'apprentissage, cela pourrait conduire notre modèle statistique à des erreurs de prédiction importantes.

Au total, nous allons tester un grand nombre de combinaisons différentes (supérieur à 100 000 combinaisons) et cela pour chacune des quatre variables à prédire. Nous effectuerons cette démarche en utilisant les modèles calibrés avec la nouvelle formule du choc de taux proposée par l'EIOPA ainsi qu'avec la formule actuelle.

### 3.1.2 Résultats des modèles XGBoost par variables à prédire

Nous allons présenter les résultats prédits par nos modèles pour chacune des variables. Dans un premier temps, nous exposerons les résultats obtenus à l'aide des modèles calibrés avec la nouvelle formule du SCR taux puis dans un second temps, les résultats obtenus par les modèles calibrés avec la formule actuelle du choc de taux d'intérêt. Les résultats obtenus pour la variable PVFP seront naturellement identiques pour les deux formules du SCR taux. En effet, la PVFP est calculée sur le scénario dit « central » qui ne comporte aucun choc. Les prédictions seront donc identiques que l'on utilise le modèle basé sur le nouveau SCR taux ou sur le SCR actuel.

## Résultats des modèles XGBoost – nouvelle formule du SCR taux

- SII ratio

Pour trouver les combinaisons optimales au sens de la métrique du ratio SII, il a été choisi naturellement les combinaisons maximisant celle-ci. Nous avons sélectionné 13 combinaisons optimales parmi celles prédites par le modèle XGBoost. Celles-ci ont été choisies de manière à représenter les combinaisons les plus discriminantes en termes de caractéristiques. Ces combinaisons sont résumées dans le tableau suivant :

Bond forward			Swap forward		Swaption		SII ratio
Maturité	Coupon sous-jacent	Notionnel	Maturité	Notionnel	Optionalité	Strike	
2019	5,00%	1 500,00	0	0,00	2021	1,00%	161,01%
2019	5,00%	1 500,00	0	0,00	2022	1,00%	
2019	5,00%	1 500,00	0	0,00	2023	1,00%	
2020	5,00%	1 500,00	0	0,00	2023	1,00%	
2020	5,00%	1 500,00	0	0,00	2024	1,00%	
2019	5,00%	1 500,00	0	0,00	2021	1,50%	
2020	5,00%	1 500,00	0	0,00	2021	1,50%	
2020	5,00%	1 500,00	0	0,00	2022	1,50%	
2019	5,00%	1 500,00	0	0,00	2023	1,50%	
2019	5,00%	1 500,00	0	0,00	2024	1,50%	
2020	5,00%	1 500,00	0	0,00	2024	1,50%	

Figure 34 : Combinaisons optimales SII ratio (en EUR m)

Il ressort des prédictions que les swaps forwards n'apparaissent pas a priori comme efficaces au sens de cette métrique. En revanche, les bonds forwards ainsi que les swaptions semblent être plus efficaces. La maturité du bond forward efficace qui semble ressortir est plutôt une maturité faible (1 ou 2 ans). Concernant le swaption, un strike assez faible semble a priori efficace. Il en résulte également que la durée d'optionalité n'aurait que peu d'impact dans la recherche de l'optimalité. A titre d'exemple et pour avoir une idée des montants des nominaux utilisés pour les swaptions, le montant de nominal utilisé pour un swaption de strike 1,50% et de période d'optionalité de 3 ans est de EUR 295m.

- nSCR taux

Concernant la métrique nSCR taux, nous avons sélectionné 13 combinaisons optimales parmi celles prédites par le modèle XGBoost. Celles-ci ont été choisies de manière à représenter les combinaisons les plus discriminantes. Ces combinaisons sont résumées dans le tableau suivant :

Bond forward			Swap forward		Swaption		nSCRtaux
Maturité	Coupon sous-jacent	Notionnel	Maturité	Notionnel	Optionalité	Strike	
2019	5,00%	1 400,00	2022	100,00	2019	1,00%	81,88
2020	5,00%	1 300,00	2024	200,00	2019	1,00%	
2020	5,00%	1 400,00	2024	100,00	2019	1,00%	
2019	5,00%	1 400,00	2022	100,00	2020	1,00%	
2020	5,00%	1 400,00	2022	100,00	2020	1,00%	
2019	5,00%	1 400,00	2024	100,00	2020	1,00%	
2019	5,00%	1 300,00	2022	200,00	2019	1,50%	
2020	5,00%	1 400,00	2022	100,00	2019	1,50%	
2019	5,00%	1 300,00	2024	200,00	2019	1,50%	
2020	5,00%	1 400,00	2024	100,00	2019	1,50%	
2020	5,00%	1 300,00	2022	200,00	2020	1,50%	
2019	5,00%	1 300,00	2024	200,00	2020	1,50%	
2020	5,00%	1 300,00	2024	200,00	2020	1,50%	

Figure 35 : Combinaisons optimales nSCR taux (en EUR m)

Contrairement à la métrique nSCR taux, les trois instruments dérivés ressortent comme efficaces au sens de cette métrique. On remarque tout de même que le nominal de bond forward est largement supérieur à celui du swap forward. Le bond forward semble donc plus efficace que le swap forward. D'un point de vue des caractéristiques du bond forward et du swaption, celles-ci sont très similaires que pour la métrique SII ratio, à l'exception de la période d'optionalité du swaption qui est légèrement raccourcie. Concernant le swap forward, une maturité plus longue que le bond forward (supérieur ou égal à 2022) semble être efficace.

- PVFP

Concernant la métrique PVFP, nous avons sélectionné 9 combinaisons optimales parmi celles prédites par le modèle XGBoost. Celles-ci ont été choisies de manière à représenter les combinaisons les plus discriminantes. Ces combinaisons sont résumées dans le tableau suivant :

Bond forward			Swap forward		Swaption		PVFP
Maturité	Coupon sous-jacent	Notionnel	Maturité	Notionnel	Optionalité	Strike	
2019	5,00%	1 300,00	2019	200,00	2021	2,00%	1384,72
2019	5,00%	1 400,00	2019	100,00	2021	2,00%	
2019	5,00%	1 400,00	2020	100,00	2021	2,00%	
2019	5,00%	1 300,00	2019	200,00	2022	2,00%	
2019	5,00%	1 400,00	2019	100,00	2022	2,00%	
2019	5,00%	1 300,00	2019	200,00	2023	2,00%	
2019	5,00%	1 400,00	2019	100,00	2023	2,00%	
2019	5,00%	1 400,00	2020	100,00	2023	2,00%	
2019	5,00%	1 300,00	2019	200,00	2024	2,00%	

Figure 36: Combinaisons optimales PVFP (en EUR m)

Comme pour la métrique PVFP, les trois instruments ressortent comme efficaces par notre modèle XGBoost. Le bond forward possède des caractéristiques très similaires à celles observées précédemment. En revanche, la maturité du swap forward efficace semblent être plus courte que

pour la métrique nSCR taux. Concernant le swaption, on retrouve une période d’optionnalité semblable à celle trouvée pour la métrique SII ratio. Néanmoins, le strike qui ressort comme efficient est plus élevé puisqu’il est de 2%.

- nSCR

Concernant la métrique PVFP, nous avons sélectionné 8 combinaisons optimales parmi celles prédites par le modèle XGBoost. Celles-ci ont été choisies de manière à représenter les combinaisons les plus discriminantes. Ces combinaisons sont résumées dans le tableau suivant :

Bond forward			Swap forward		Swaption		nSCR
Maturité	Coupon sous-jacent	Notionnel	Maturité	Notionnel	Optionnalité	Strike	
2019	5,00%	1 500,00	0	0,00	2019	1,00%	1137,18
2020	5,00%	1 500,00	0	0,00	2019	1,00%	
2019	5,00%	1 500,00	0	0,00	2020	1,00%	
2020	5,00%	1 500,00	0	0,00	2020	1,00%	
2019	5,00%	1 500,00	0	0,00	2019	1,50%	
2020	5,00%	1 500,00	0	0,00	2019	1,50%	
2019	5,00%	1 500,00	0	0,00	2020	1,50%	
2020	5,00%	1 500,00	0	0,00	2020	1,50%	

Figure 37 : Combinaisons optimales nSCR (en EUR m)

On remarque ici des combinaisons très similaires à celles trouvées pour la métrique SII ratio. Le seul élément qui varie entre les deux est la période d’optionnalité du swaption. Elle est légèrement plus courte, pour être comprise entre 1 et 2 ans.

Pour chacun des modèles, plusieurs combinaisons optimales ont été trouvées. Cela résulte de la taille relativement modeste de notre base d’apprentissage comparée à la nouvelle base que nous avons testé, les modèles XGBoost ont donc trouvé plusieurs combinaisons correspondant à un optimum identique.

### Résultats des modèles – formule actuelle du SCR taux

Les résultats des modèles XGBoost calibrés avec la formule actuelle du risque de taux étant quasiment identiques quant aux caractéristiques des optimums à l’exception de la métrique nSCR taux, ceux-ci ne seront pas abordés dans cette partie. Ceci montre que la façon de choquer la courbe de taux d’intérêts n’impacte que peu la composition de la couverture optimale à utiliser.

### 3.1.3 Conclusion quant à l’optimalité

Nous avons désormais sélectionné toutes les combinaisons optimales au sens de chacune des quatre métriques. Afin de conclure de façon plus précise quant à l’optimalité, nous allons recalculer proprement et de manière complète à partir du modèle ALM les différentes métriques pour chacune des combinaisons retenues. Nous déterminerons dans un premier temps la combinaison optimale pour chaque métrique. Puis nous confronterons les résultats entre chaque métrique dans le but de trouver

la combinaison optimale pour chaque métrique. En effet, nous verrons par la suite qu'une combinaison pour une métrique peut être optimale pour d'autres métriques.

### Résultats par métrique – nouvelle formule du SCR taux

Nous allons maintenant présenter les résultats des optimums réels pour chacune des quatre métriques. Les combinaisons sont classées par ordre d'optimalité, ce qui signifie que la première combinaison affichée est la combinaison optimale pour la métrique en question.

- SII ratio

Le tableau ci-dessous regroupe les combinaisons optimales pour la métrique SII ratio ainsi que le ratio SII recalculé complètement dans le modèle ALM. La prédiction du ratio SII obtenu par le modèle XGBoost a également été rajouté tout à droite :

Bond forward			Swap forward		Swaption		SII ratio recalculé	SII ratio prédit
Maturité	Coupon sous-jacent	Notionnel	Maturité	Notionnel	Optionalité	Strike		
2019	5,00%	1 500,00	0	0,00	2021	1,00%	162,15%	161,01%
2019	5,00%	1 500,00	0	0,00	2022	1,00%	162,14%	
2019	5,00%	1 500,00	0	0,00	2023	1,00%	161,90%	
2020	5,00%	1 500,00	0	0,00	2023	1,00%	160,97%	
2020	5,00%	1 500,00	0	0,00	2024	1,00%	160,93%	
2019	5,00%	1 500,00	0	0,00	2021	1,50%	160,88%	
2020	5,00%	1 500,00	0	0,00	2021	1,50%	151,58%	
2020	5,00%	1 500,00	0	0,00	2022	1,50%	151,50%	
2019	5,00%	1 500,00	0	0,00	2023	1,50%	150,83%	
2019	5,00%	1 500,00	0	0,00	2024	1,50%	150,83%	
2020	5,00%	1 500,00	0	0,00	2024	1,50%	150,81%	

Figure 38 : Sorties des résultats du modèle ALM – SII ratio

On constate que le modèle s'ajuste bien pour une grande partie des combinaisons simulées puisque la prédiction est assez proche des valeurs recalculées par le modèle ALM de la compagnie d'assurance. On note que les maturités les plus lointaines au niveau du swaption sont celles dont les estimations sont les plus éloignées de la réalité. Cela résulte principalement de la difficulté de modéliser à travers des apprentissages statistiques le comportement des assurés à travers de simples sensis. Concernant les caractéristiques de la combinaison optimale pour cette métrique, on voit ici que la maturité la plus courte (c'est-à-dire 1 an) pour le bond forward et un coupon élevé (5%) ressortent comme optimales. Le swaption optimale possède donc un strike faible comparé aux strikes testés et une durée d'optionalité de 3 ans.

- nSCR taux

Le tableau ci-dessous regroupe les combinaisons optimales pour la métrique nSCR taux ainsi que le nSCR taux recalculé complètement dans le modèle ALM. La prédiction du nSCR taux obtenu par le modèle XGBoost a également été rajoutée tout à droite :

Bond forward			Swap forward		Swaption		nSCR taux recalculé	nSCRtaux
Maturité	Coupon sous-jacent	Notionnel	Maturité	Notionnel	Optionalité	Strike		
2019	5,00%	1 400,00	2022	100,00	2019	1,00%	95,04	81,88
2020	5,00%	1 300,00	2024	200,00	2019	1,00%	98,58	
2020	5,00%	1 400,00	2024	100,00	2019	1,00%	102,37	
2019	5,00%	1 400,00	2022	100,00	2020	1,00%	107,84	
2020	5,00%	1 400,00	2022	100,00	2020	1,00%	109,19	
2019	5,00%	1 400,00	2024	100,00	2020	1,00%	112,95	
2019	5,00%	1 300,00	2022	200,00	2019	1,50%	113,23	
2020	5,00%	1 400,00	2022	100,00	2019	1,50%	116,31	
2019	5,00%	1 300,00	2024	200,00	2019	1,50%	122,29	
2020	5,00%	1 400,00	2024	100,00	2019	1,50%	127,57	
2020	5,00%	1 300,00	2022	200,00	2020	1,50%	166,75	
2019	5,00%	1 300,00	2024	200,00	2020	1,50%	182,52	
2020	5,00%	1 300,00	2024	200,00	2020	1,50%	191,85	

Figure 39 : Sorties des résultats du modèle ALM – nSCR taux

Le modèle XGBoost utilisé pour la métrique nSCR taux semble moins bien s’ajuster que le modèle précédent avec notamment une surestimation du nSCR taux de notre modèle XGBoost. En effet, si l’on compare la prédiction et les valeurs recalculées, il y a des erreurs de prédiction plus importantes. Les combinaisons ayant une swaption avec un strike plus élevé semblent moins bien s’ajuster. Cela s’explique notamment par la manière dont les nominaux de swaptions ont été calculés. En effet, dans notre modèle les swaptions avec un strike plus faible auront un nominal plus important car leur prime exprimée en pourcentage du nominal sera plus faible. Ainsi, lors d’un scénario de baisse des taux, la swaption sera donc exercée et l’assiette appliquée au taux fixe sera plus importante et donc plus bénéfique pour notre compagnie d’assurance. Concernant les caractéristiques de la combinaison optimale du nSCR taux, on observe des caractéristiques du bond forward similaires à celles de la métrique SII ratio. Concernant le swaption, on retrouve un strike identique que précédemment mais une période d’optionalité plus courte. Ce raccourcissement de la période d’optionalité par rapport à la métrique SII ratio peut s’expliquer par deux phénomènes. Le premier étant qu’une swaption avec une optionalité plus courte est plus sensible à une baisse des taux et donc sera plus favorable lors d’un scénario de baisse des taux. Le second phénomène résulte du lissage sur la période d’optionalité du coût de la prime du swaption. Une optionalité plus courte ne permet de pas lisser le coût de la prime et vient impacter négativement la richesse de l’assureur. C’est pourquoi celle-ci est plus grande pour la métrique SII ratio. Quant au swap forward, il ressort une maturité optimale de 3 ans.

- PVFP

Le tableau ci-dessous regroupe les combinaisons optimales pour la métrique PVFP taux ainsi que la PVFP recalculée complètement dans le modèle ALM. La prédiction de la PVFP obtenue par le modèle XGBoost a également été rajoutée tout à droite :

Bond forward			Swap forward		Swaption		PVFP recalculé	PVFP
Maturité	Coupon sous-jacent	Notionnel	Maturité	Notionnel	Optionalité	Strike		
2019	5,00%	1 300,00	2019	200,00	2021	2,00%	1379,88	1384,72
2019	5,00%	1 400,00	2019	100,00	2021	2,00%	1379,76	
2019	5,00%	1 400,00	2020	100,00	2021	2,00%	1379,73	
2019	5,00%	1 300,00	2019	200,00	2022	2,00%	1379,37	
2019	5,00%	1 400,00	2019	100,00	2022	2,00%	1379,35	
2019	5,00%	1 300,00	2019	200,00	2023	2,00%	1376,64	
2019	5,00%	1 400,00	2019	100,00	2023	2,00%	1376,59	
2019	5,00%	1 400,00	2020	100,00	2023	2,00%	1376,50	
2019	5,00%	1 300,00	2019	200,00	2024	2,00%	1376,46	

Figure 40: Sorties des résultats du modèle ALM – PVFP

On constate ici que le modèle s’ajuste bien puisque la prédiction est assez proche des valeurs recalculées par le modèle ALM de la compagnie d’assurance. Notre modèle XGBoost ne surestime que très légèrement la PVFP réelle. La combinaison qui ressort comme optimale possède un bond forward similaire aux deux métriques précédentes. Cependant la répartition des nominales entre bond et swap forward est légèrement différente, avec une proportion de swap forward supérieure à celle trouvée pour la métrique nSCR taux. Il semble donc que le swap forward ressort comme plus efficient lors de l’optimisation de la PVFP. La maturité du swap forward est également plus courte et elle ressort à 1 an. Concernant le swaption, la période d’optionalité optimale qui ressort est de 3 ans avec un strike cette fois-ci plus élevé que celui observé pour les deux métriques précédentes. Cela provient du fait que la PVFP se calcule dans le scénario dit « central ». Dans ce scénario, il n’y a pas de choc de taux à la baisse et donc dans ce cas-là, la swaption ne s’exercerait que rarement pour des scénarios économiques très défavorables en terme de taux d’intérêts. Ainsi, il est nécessaire d’avoir un strike assez élevé pour avoir un impact significatif sur la PVFP. Concernant la période d’optionalité, on observe le même phénomène expliqué précédemment sur le lissage de la prime sur plusieurs années qui vient impacter positivement la PVFP.

- nSCR

Le tableau ci-dessous regroupe les combinaisons optimales pour la métrique nSCR ainsi que le nSCR recalculé complètement dans le modèle ALM. La prédiction du nSCR obtenu par le modèle XGBoost a également été rajoutée tout à droite :

Bond forward			Swap forward		Swaption		nSCR recalculé	nSCR
Maturité	Coupon sous-jacent	Notionnel	Maturité	Notionnel	Optionalité	Strike		
2019	5,00%	1 500,00	0	0,00	2019	1,00%	1131,59	1137,18
2020	5,00%	1 500,00	0	0,00	2019	1,00%	1135,14	
2019	5,00%	1 500,00	0	0,00	2020	1,00%	1136,48	
2020	5,00%	1 500,00	0	0,00	2020	1,00%	1178,42	
2019	5,00%	1 500,00	0	0,00	2019	1,50%	1211,48	
2020	5,00%	1 500,00	0	0,00	2019	1,50%	1213,03	
2019	5,00%	1 500,00	0	0,00	2020	1,50%	1214,37	
2020	5,00%	1 500,00	0	0,00	2020	1,50%	1255,30	

Figure 41 : Sorties des résultats du modèle ALM – nSCR

A l’instar des métriques SII ratio et PVFP, le modèle XGBoost s’ajuste bien sur les valeurs recalculées par le modèle ALM avec des erreurs de prédictions relativement faibles. Le modèle surestime légèrement notre métrique nSCR. Concernant les caractéristiques des instruments

optimaux, on observe ici qu’elles sont très proches de celles trouvées pour la métrique SII ratio. Notre analyse sera donc similaire à celle décrite précédemment pour ces deux métriques. La seule différence concerne la durée d’optionnalité du swaption qui est raccourcie à 1 an pour les mêmes raisons que pour la métrique nSCR taux.

## Résultat au global – nouvelle formule du SCR taux

Nous venons de déterminer pour chacune des métriques la combinaison optimale mais sans croiser les résultats avec les autres métriques. En effet, nous allons voir que des combinaisons optimales testées pour une métrique peuvent être également optimales pour d’autres métriques. Ainsi, nous constaterons que 2 des 13 combinaisons prédites par le modèle XGBoost pour la métrique SII ratio optimiseront nos trois métriques restantes. Le tableau ci-dessous permet de se rendre compte de ce phénomène, à savoir que la métrique SII ratio optimise d’autres métriques :

in EUR m	Bond forward			Swap forward		Swaption		SII ratio	nSCR taux	PVFP	nSCR
	Maturité	Coupon sous-jacent	Notionnel	Maturité	Notionnel	Optionnalité	Strike				
SII ratio	2019	5,00%	1 500,00	0	0,00	2021	1,00%	162,15%	85,69	1 382,01	1 127,99
nSCR taux	2019	5,00%	1 400,00	2022	100,00	2020	1,00%	159,35%	95,04	1 376,79	1 144,48
PVFP	2019	5,00%	1 400,00	2019	100,00	2022	2,00%	159,03%	108,84	1 379,88	1 148,76
nSCR	2019	5,00%	1 500,00	0	0,00	2020	1,00%	161,52%	90,48	1 380,80	1 131,59

Figure 42 : Synthèse optimums finaux par métrique

On observe ici que la combinaison obtenue pour la métrique SII ratio vient également optimiser les trois autres métriques. Nous allons aller encore plus loin et regarder si parmi toutes les combinaisons que nous avons recalculé à l’aide du modèle ALM, il n’y a pas un optimum qui n’aurait pas été détecté. En effet, il est n’est pas impossible qu’une combinaison qui n’était pas optimale pour une métrique soit en réalité un optimale pour une autre métrique. Il s’avère qu’effectivement, il y a bien une combinaison qui n’avait pas été détectée comme optimale. Il s’agit d’une combinaison obtenue à l’aide du modèle calibré sur la métrique SII ratio et qui vient optimiser la PVFP. Finalement, les quatre combinaisons optimales définitives sont représentées dans le tableau suivant :

in EUR m	Bond forward			Swap forward		Swaption		SII ratio	nSCR taux	PVFP	nSCR	Modèle utilisée
	Maturité	Coupon sous-jacent	Notionnel	Maturité	Notionnel	Optionnalité	Strike					
SII ratio	2019	5,00%	1 500,00	0	0,00	2021	1,00%	162,15%	85,69	1 382,01	1 127,99	SII ratio
nSCR taux	2019	5,00%	1 500,00	0	0,00	2021	1,00%	162,15%	85,69	1 382,01	1 127,99	SII ratio
PVFP	2020	5,00%	1 500,00	0	0,00	2024	1,00%	151,50%	102,95	1 386,77	1 210,38	SII ratio
nSCR	2019	5,00%	1 500,00	0	0,00	2021	1,00%	162,15%	85,69	1 382,01	1 127,99	SII ratio

Figure 43 : Synthèse des optimums globaux

Ainsi, nous avons trouvé les différentes combinaisons des instruments dérivés de taux qui permettent d’optimiser chacune des métriques étudiées. Ces résultats nous permettent aussi de voir que le modèle basé sur la métrique « SII ratio » est le modèle s’approchant le plus du modèle ALM utilisée par la compagnie d’assurance étudiée. Il n’est pas étonnant que le modèle SII ratio ressorte comme le modèle le plus pertinent. En effet, le calcul du ratio SII se fait à partir, notamment, des trois autres métriques. Ainsi optimiser la PVFP, le nSCR ou le nSCR taux revient in fine à optimiser le ratio de solvabilité.

Si l’on s’intéresse maintenant à l’impact sur la solvabilité de la combinaison optimale (SII ratio, nSCR taux, nSCR), on observe qu’elle permet de passer d’un ratio de solvabilité de 115% avec la couverture actuelle à 162%. Cette augmentation est notamment dûe à la hausse de la PVFP (qui vient

augmenter les fonds propres SII) mais également à la baisse du SCR. Cette baisse du SCR est expliquée d'une part par un meilleur adossement actif-passif au sein du modèle ALM mais également une sensibilité moins grande à des mouvements de taux à la baisse. Ce phénomène sera étudié dans la section suivante. La deuxième combinaison optimisant la PVFP permet un gain de près de EUR 120m comparée à la couverture actuelle. En revanche, le gain de ratio de solvabilité est moindre que la combinaison précédente suite à un SCR taux plus élevé. Cela s'explique par la maturité plus grande du bond forward et de la swaption receveuse et donc une sensibilité moindre à la baisse des taux. En d'autres termes, en cas de baisse des taux, la valeur de marché du bond forward et de la swaption s'appréciera moins lorsque la maturité est grande. Il faut également mettre en face de ces gains en solvabilité, le coût de la couverture venant de l'achat des swaptions (EUR 15m pour rappel). Nous verrons également par la suite que la couverture optimale rendra la hausse des taux moins favorable pour notre compagnie d'assurance.

### Résultats – formule actuelle du SCR taux

Les résultats concernant la formule actuelle du SCR taux sont très similaires puisque, comme évoqué précédemment, les combinaisons sont identiques. Ainsi, seul le montant de SCR taux va différer par rapport aux résultats ci-dessus. Le tableau suivant résume les résultats :

in EUR m	Bond forward			Swap forward		Swaption		SII ratio	nSCR taux	PVFP	nSCR	Modèle utilisée
	Maturité	Coupon sous-jacent	Notionnel	Maturité	Notionnel	Optionalité	Strike					
SII ratio	2019	5,00%	1 500,00	0	0,00	2021	1,00%	162,46%	81,84	1 382,01	1 125,79	SII ratio
nSCR taux	2023	5,00%	1 500,00	0	0,00	2024	1,00%	141,01%	61,70	1 349,90	1 274,29	nSCR taux
PVFP	2020	5,00%	1 500,00	0	0,00	2024	1,00%	153,15%	80,41	1 386,77	1 197,37	SII ratio
nSCR	2019	5,00%	1 500,00	0	0,00	2021	1,00%	162,46%	81,84	1 382,01	1 125,79	SII ratio

Les conclusions énoncées précédemment s'appliquent également aux résultats issus de la formule actuelle du choc de taux. A noter tout de même que le modèle nSCR taux semble être cette fois-ci plus pertinent que le modèle SII ratio lorsque l'on souhaite optimiser le SCR taux.

## 3.2 Robustesse de la nouvelle couverture utilisée

Le but de cette seconde partie est d'étudier la combinaison optimale trouvée précédemment grâce à notre modèle calibré à l'aide de la métrique « SII ratio ». Nous allons analyser l'impact de cette combinaison dans différents contextes économiques et nous observerons également quelques notions tel que le gap de duration ou la convexité, évoquées dans la fin de la partie 1.

Ainsi, nous allons dans un premier temps analyser quel est l'impact de différents chocs économiques sur le bilan de la compagnie d'assurance étudiée. Nous comparerons ces impacts avec les résultats obtenus avec la couverture initiale ainsi que sans qu'aucune couverture de taux ne soit utilisée. Puis, nous évaluerons le gap de duration pondéré ainsi que la convexité de la compagnie d'assurance en regardant l'impact de la couverture optimale par rapport à la couverture initiale et par rapport à une absence de couverture. Enfin, nous évaluerons l'impact de la couverture optimale à des dates différentes et donc dans des environnements économiques différents notamment en terme de niveau de taux d'intérêts.

### 3.2.1 Choc de marché

Nous allons ici réaliser quatre chocs de marché :

- Choc action : 30% de baisse sur l'ensemble du portefeuille action de la compagnie d'assurance. L'effet des couvertures action est pris en compte ;
- Choc de taux d'intérêt à la baisse : -20 bps de baisse de la courbe des taux sans risque. Ce choc sera un choc parallèle de la courbe des taux ;
- Choc de taux d'intérêt à la hausse : +20 bps de hausse de la courbe des taux sans risque. De même, celui-ci sera un choc parallèle ;
- Choc immobilier : 10% de baisse sur l'ensemble du portefeuille immobilier de la compagnie ;

Pour chacun de ces chocs, nous recalculerons les éléments permettant d'aboutir à un ratio de solvabilité en maintenant les approximations détaillées dans la partie précédente.

Tous les SCR exprimés par la suite sont nets d'absorptions par les provisions techniques. De plus, les colonnes « Central » désignent les résultats issus de l'environnement non stressé, c'est-à-dire qu'aucun choc n'est appliqué. Il s'agira donc de la référence pour pouvoir comparer le bilan de la compagnie d'assurance étudiée après un choc de marché. Le SCR de taux sera calculé à l'aide de la nouvelle formule proposée par l'EIOPA.

- Choc action -30%

Le tableau ci-dessous regroupe les éléments du bilan de la compagnie d'assurance avant et après un choc action de -30%. Nous avons réalisé ces calculs dans 3 situations distinctes : sans utiliser de couverture de taux, en utilisant la couverture actuelle et enfin en utilisant la couverture optimale déterminée précédemment.

en EUR m	Sans couverture			Couverture actuelle			Couverture optimale		
	Central	Equity -30%	Variation	Central	Equity -30%	Variation	Central	Equity -30%	Variation
Ratio SII	98%	75%	-23%	115%	92%	-23%	162%	128%	-35%
PVFP	1223,36	967,10	-256,26	1267,82	1037,47	-230,35	1382,01	1221,00	-161,01
SCR	1706,02	1877,58	171,56	1484,97	1611,53	126,56	1127,99	1307,81	179,82
nSCR marché	1686,68	1767,98	81,31	1467,08	1505,30	38,23	1131,05	1255,51	124,46
SCR taux (baisse)	462,80	481,09	18,28	259,40	240,72	-18,68	85,69	56,28	-29,41
SCR action	431,76	336,10	-95,66	414,27	322,46	-91,81	310,39	260,17	-50,22
SCR immobilier	515,89	578,83	62,94	445,09	482,14	37,05	324,86	445,59	120,74
SCR spread	507,08	577,74	70,66	509,21	585,93	76,72	514,37	573,39	59,01
SCR change	264,56	355,34	90,78	261,59	340,99	79,40	185,64	269,81	84,18

Figure 44: Sensibilité du bilan à un choc action -30%

Les résultats montrent que la couverture de taux permet de protéger la PVFP lors d'un scénario de baisse des marchés actions. Notre couverture permet de ne perdre seulement EUR 161m de PVFP alors que sans aucune couverture, la perte en PVFP serait de EUR 256m. Concernant le SCR taux, on remarque également un effet bénéfique de la couverture. La couverture optimale permet de diminuer le risque de taux lors d'un choc action alors que sans couverture, on observerait une hausse du risque de taux d'intérêts. Le risque action quant à lui diminue dans tous les cas car l'exposition action est moins importante que dans le « central » mais la diminution est plus forte lorsque la compagnie ne possède pas de couverture de taux. En effet, l'achat du bond forward se fait au détriment d'autres classes d'actifs comme les actions qui sont vendues en étant en moins-values latentes. Tout cela étant fait dans le respect des cibles d'allocations d'actifs. Les risques immobilier, spread et change sont dans tous les cas en augmentation lors d'un scénario de baisse des actions. Néanmoins, on observe que la hausse est moins importante sur la couverture actuelle que sur la couverture optimale. Finalement, on observe qu'un choc de 30% à la baisse sur les actions impacterait notre ratio de -35% avec la

couverture optimale alors que l'impact serait de -23% sans couverture. La couverture optimale induit donc plus de volatilité en cas de choc action. Toutefois, le point de départ étant bien plus haut, le résultat final demeure satisfaisant vis-à-vis du point de départ.

- Choc de taux d'intérêt -20 bps

Le tableau ci-dessous regroupe les éléments du bilan de la compagnie d'assurance avant et après un choc parallèle de 20 bps à la baisse de la courbe des taux sans risque.

en EUR m	Sans couverture			Couverture actuelle			Couverture optimale		
	Central	Taux -20bps	Variation	Central	Taux -20bps	Variation	Central	Taux -20bps	Variation
Ratio SII	98%	92%	-6%	115%	111%	-4%	162%	160%	-2%
PVFP	1 223,36	1186,70	-36,67	1267,82	1248,54	-19,28	1382,01	1379,07	-2,94
SCR	1 706,02	1783,96	77,94	1484,97	1523,95	38,99	1127,99	1140,05	12,06
nSCR marché	1 686,68	1753,28	66,60	1467,08	1499,62	32,54	1131,05	1141,46	10,42
SCR taux (baisse)	462,80	520,52	57,71	259,40	295,70	36,30	85,69	111,75	26,06
SCR action	431,76	436,67	4,91	414,27	411,43	-2,84	310,39	305,16	-5,23
SCR immobilier	515,89	527,67	11,78	445,09	448,95	3,86	324,86	322,91	-1,95
SCR spread	507,08	517,07	9,99	509,21	518,01	8,80	514,37	516,82	2,44
SCR change	264,56	266,87	2,31	261,59	260,09	-1,50	185,64	181,26	-4,37

Figure 45: Sensibilité du bilan à une baisse des taux 20 bps

Les impacts sur le ratio de solvabilité d'un choc parallèle de 20 bps de la courbe de taux montrent ici l'efficacité, en terme de réduction du risque, de la couverture optimale déterminée. En effet, la couverture optimale permet de limiter à une baisse de 2% du ratio solvabilité alors qu'elle serait de -6% sans couverture et de -4% avec la couverture actuelle. Cela est dû en partie par une baisse moins prononcée de la PVFP mais aussi par une hausse moins importante du SCR taux. Ces éléments sont notamment expliqués par une baisse du gap de duration pondéré lié à un rallongement de la duration de l'actif. Il y a aussi un effet lié à une convexité apportée par la nouvelle couverture utilisée (ce point sur la duration et la convexité sera abordé plus tard dans cette partie). Cela se traduit par une hausse de EUR 26m du risque de taux alors que sans aucune couverture, la hausse serait de EUR 57m. On retrouve des effets similaires mais moins importants sur les autres composantes du risque de marché.

- Choc taux d'intérêt +20 bps

Le tableau ci-dessous regroupe les éléments du bilan de la compagnie d'assurance avant et après un choc parallèle de 20 bps à la hausse de la courbe des taux sans risque :

en EUR m	Sans couverture			Couverture actuelle			Couverture optimale		
	Central	Taux +20bps	Variation	Central	Taux +20bps	Variation	Central	Taux +20bps	Variation
Ratio SII	98%	104%	6%	115%	119%	4%	162%	163%	1%
PVFP	1 223,36	1254,15	30,78	1267,82	1284,19	16,37	1382,01	1382,89	0,88
SCR	1 706,02	1630,93	-75,10	1484,97	1449,05	-35,92	1127,99	1120,21	-7,78
nSCR marché	1 686,68	1620,65	-66,03	1467,08	1436,56	-30,52	1131,05	1124,37	-6,68
SCR taux (baisse)	462,80	405,44	-57,36	259,40	223,39	-36,01	85,69	64,03	-21,66
SCR action	431,76	426,61	-5,16	414,27	417,28	3,00	310,39	315,34	4,95
SCR immobilier	515,89	503,46	-12,43	445,09	441,85	-3,24	324,86	328,56	3,70
SCR spread	507,08	497,39	-9,69	509,21	501,53	-7,67	514,37	511,54	-2,83
SCR change	264,56	262,63	-1,93	261,59	262,56	0,97	185,64	189,65	4,02

Figure 46 : Sensibilité du bilan à une hausse des taux 20 bps

A l'inverse du paragraphe précédent, l'effet d'une hausse des taux sur la solvabilité est globalement positif. On voit notamment une hausse de la PVFP et une baisse SCR ce qui conduit naturellement à une hausse du ratio de solvabilité. Néanmoins, on note que l'application de la

couverture optimale limite l'effet positif de cette hausse des taux sans risque comparé à une situation sans couverture. Le ratio de solvabilité n'augmente que de 1% avec la couverture optimale alors que sans couverture celui-ci augmenterait de 6%. Cela s'explique également par la baisse du gap de duration pondéré comme mentionné ci-dessus. On observe donc ici directement l'effet de notre couverture, notamment la hausse de la duration de l'actif. Le résultat est cohérent avec celui issu du choc de taux à la baisse. En effet, l'objectif étant de se prémunir contre une baisse des taux d'intérêts, la société profitera dans une moindre mesure des effets positifs en cas de remontée des taux.

- Choc immobilier -10%

Le tableau ci-dessous regroupe les éléments du bilan de la compagnie d'assurance avant et après un choc de -10% sur le portefeuille immobilier :

en EUR m	Sans couverture			Couverture actuelle			Couverture optimale		
	Central	Immobilier -10%	Variation	Central	Immobilier -10%	Variation	Central	Immobilier -10%	Variation
Ratio SII	98%	84%	-13%	115%	101%	-14%	162%	141%	-21%
PVFP	1 223,36	1108,58	-114,79	1267,82	1169,14	-98,68	1382,01	1315,30	-66,71
SCR	1 706,02	1841,33	135,31	1484,97	1593,86	108,89	1127,99	1245,95	117,96
nSCR marché	1 686,68	1784,96	98,28	1467,08	1544,29	77,21	1131,05	1231,05	100,01
SCR taux (baisse)	462,80	492,44	29,64	259,40	267,09	7,69	85,69	82,70	-3,00
SCR action	431,76	457,15	25,39	414,27	427,65	13,38	310,39	344,12	33,73
SCR immobilier	515,89	531,32	15,43	445,09	463,97	18,88	324,86	347,37	22,51
SCR spread	507,08	547,04	39,96	509,21	555,25	46,04	514,37	560,84	46,46
SCR change	264,56	282,84	18,28	261,59	273,50	11,91	185,64	213,27	27,63

Figure 47: Sensibilité du bilan à un choc immobilier de 10%

Dans une situation où l'immobilier perd 10%, on constate des effets similaires à ceux observés pour le choc action à -30%. La PVFP est en baisse mais celle-ci est moins importante en utilisant la couverture optimale que lorsque qu'aucune couverture n'est utilisée. De même, d'un point de vue SCR, on observe une hausse. La couverture optimale permet d'avoir un SCR taux en légère baisse alors que sans couverture, celui-ci augmente de près de EUR 30m. Toutes les autres composantes du risque de marché sont en hausse. Les variations sont, comme pour la sensibilité action, plus importantes avec la couverture optimale que lorsqu'aucune couverture n'est utilisée ou bien encore avec la couverture actuelle. Malgré une baisse de l'exposition immobilière de 10%, le SCR immobilier est en hausse. Cette hausse peut s'expliquer par des effets de modèle liés notamment au montant de plus-value immobilière qui est impacté négativement. Toutefois, le point de départ était bien plus haut, le résultat final demeure satisfaisant vis-à-vis du point de départ.

### 3.2.2 Evaluation du gap de duration pondéré

Nous allons étudier dans cette sous-partie l'évolution du gap de duration pondéré et notamment l'impact de la couverture du risque de taux d'intérêts sur celui-ci.

On rappelle que le gap de duration pondéré est un indicateur très regardé lorsqu'un assureur souhaite évaluer et optimiser son exposition au risque de taux. En effet, le gap de duration pondéré permet de quantifier la perte ou le gain de richesse suite à un mouvement relativement faible de la courbe des taux sans risque. Un assureur souhaitant réduire son exposition au risque de taux tentera de réduire son gap de duration pondéré pour avoir un gap de duration relativement proche de 0. Pour cela, en assurance vie, étant donné la duration assez longue des passifs, l'assureur essaiera de rallonger la duration de son actif pour ainsi réduire son gap de duration pondéré.

Pour pouvoir évaluer le gap de duration de la compagnie d'assurance étudiée, nous allons utiliser une estimation de celui-ci utilisant des sensibilités de la richesse de la compagnie à une hausse et une baisse de 20 bps de la courbe des taux sans risque. La formule utilisée est la suivante :

$$\text{Gap de duration pondéré}_{20 \text{ bps}} = \frac{100}{VM_{\text{passif}}} \times \frac{0.5 \times (NAV_{\text{Up } 20\text{bps}} - NAV_{\text{Down } 20\text{bps}})}{20_{\text{amplitude shock}}}$$

Où :

- $VM_{\text{passif}}$  : représente la valeur du passif en vision économique
- $NAV_{\text{Up } 20\text{bps}}$  : représente la valeur net de l'actif après une hausse de 20 bps de la courbe des taux
- $NAV_{\text{Down } 20\text{bps}}$  : représente la valeur net de l'actif après une baisse de 20 bps de la courbe des taux
- $20_{\text{amplitude shock}}$  : représente le choc de taux utilisé pour l'estimation (ici il vaut 20 bps)

Cette formule est pertinente pour avoir une vision économique du gap de duration. Toutefois, et naturellement vu la sensibilité utilisée (20 bps), elle ne capte pas les effets de non linéarité du passif pour des grandes variations de taux (de l'ordre de 100 bps).

Nous avons donc utilisé cette méthode pour estimer le gap de duration de la compagnie d'assurance dans 3 situations différentes : sans couverture de taux, avec la couverture actuelle de taux et enfin avec la couverture optimale déterminée précédemment. Le tableau ci-dessus regroupe les gap de durations pondéré estimés :

	Gap de duration pondéré estimé	Delta - sans couverture
Sans couverture	1,06	-
Couverture actuelle	0,79	-0,27
Couverture optimale	0,05	-1,01

Figure 48: Estimation gap de duration pondéré

On observe donc ici un réel effet des couvertures du risque de taux sur le gap de duration de notre compagnie d'assurance. La couverture actuelle permettait une réduction de l'ordre de 0,27 du gap de duration pondéré. La couverture optimale permet une diminution du gap de duration de l'ordre de 1,01. Ces diminutions sont directement liées au rallongement de la duration de l'actif induite par la présence des bonds forwards ainsi que des swaptions en ce qui concerne la couverture optimale.

Comme évoqué ci-dessus, le gap de duration pondéré permet de quantifier l'évolution de la richesse de l'assureur à de petites variations de la courbe des taux sans risque. Ainsi, pour évaluer une couverture de taux, il convient de ne pas se contenter de l'étude du gap de duration pondéré. Il faut également s'intéresser à l'impact de la couverture sur la convexité induite par la structure des passifs inhérente à l'activité d'assurance vie. C'est le but de la sous-section suivante.

### 3.2.3 Evaluation de la convexité

La convexité avait été abordée à la fin de la partie I et donc nous ne reviendrons pas en détail sur cette notion et son intérêt particulier dans le cadre de l'assurance vie. L'objectif est ici de montrer dans un premier comment nous allons pouvoir l'évaluer. Puis dans un second temps, nous analyserons l'impact de la couverture du risque de taux sur la convexité.

La convexité de notre compagnie d'assurance-vie reflète la sensibilité de la richesse de l'assureur à des mouvements de la courbe des taux sans risque. Pour représenter et évaluer cette convexité, nous avons réalisé une série de choc de taux parallèle de la courbe des taux. Ces chocs s'échelonnent entre -100 bps et +250 bps par pas de 50 bps. Pour chacun de ces mouvements de la courbe de taux, nous avons recalculé la PVFP. Comme précédemment, nous avons effectué ces calculs sans couverture, avec la couverture actuelle et avec la couverture optimale.

Le graphique ci-dessous regroupe les résultats des 3 convexités :

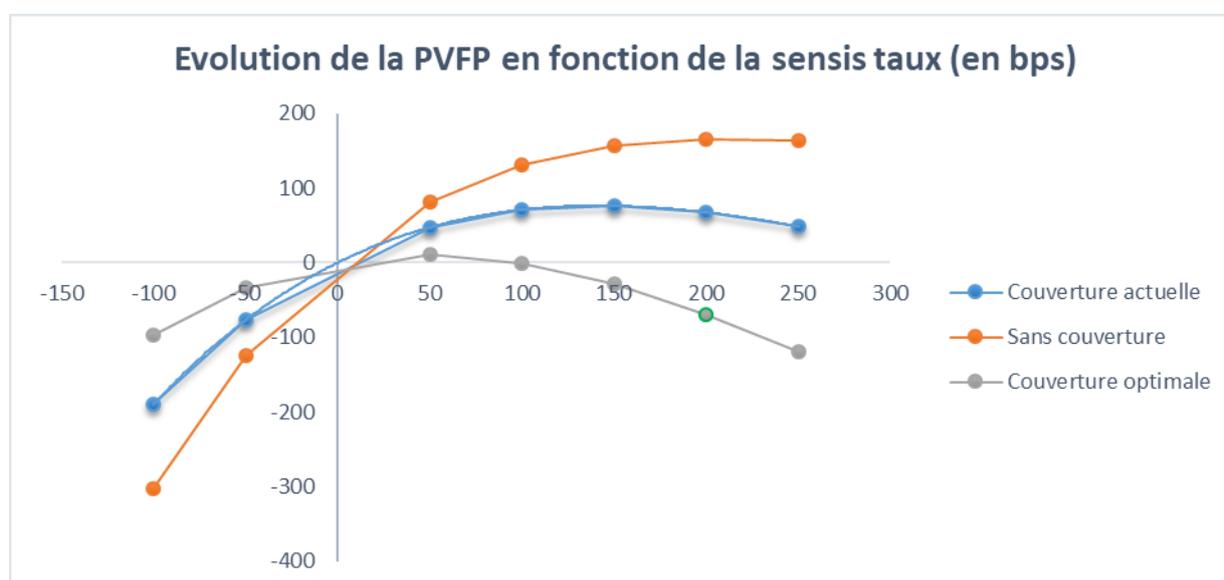


Figure 49 : Impact des couvertures sur la convexité

On observe ici que la convexité présente lorsque aucune couverture n'est utilisée est assez importante avec notamment de très forts impacts lors de baisse consécutive de taux d'intérêt.

Concernant les chocs à la baisse, on observe des effets très importants lorsqu'aucune couverture du risque de taux n'est utilisée. Pour une baisse de taux de 100 bps, la PVFP diminue de près de EUR 300m. Si l'on s'intéresse aux couvertures du risque de taux, on voit que les impacts sur la PVFP des baisses de 100 bps et 50 bps sont moindres que lorsqu'aucune couverture n'est utilisée. L'impact pour une baisse de 100 bps est de EUR 190m avec la couverture actuelle et de EUR 96m avec la couverture optimale. Ainsi on voit que la convexité présente « à gauche » c'est-à-dire lors de baisse des taux est fortement atténuée grâce à notre couverture optimale.

En revanche, concernant les hausses de taux, le fait d'utiliser notre couverture optimale nous pénalise en ce sens que la PVFP augmentera de manière moins importante que lorsqu'aucune couverture n'est appliquée. Il y a même une perte de PVFP pour les scénarios de fortes hausses des

taux d'intérêts (scénarios de hausse des taux supérieurs à 100 bps). Par exemple pour une hausse de 200 bps de la courbe des taux sans risque, le fait d'utiliser la couverture optimale engendre une perte de EUR 69m alors que sans couverture, la PVFP augmenterait de EUR 164m.

Ainsi, la couverture optimale implémentée remplit l'objectif fixé c'est-à-dire qu'elle réduit la volatilité de la richesse de l'assureur lors des scénarios de baisses des taux. L'assureur est désormais moins sensible et moins exposé à une baisse des taux d'intérêts. En revanche, il profitera de manière moindre d'une remontée des taux d'intérêts. Une solution pour pouvoir continuer de profiter de cette hausse tout en se protégeant à la baisse serait d'utiliser des instruments ayant des « pay-off » convexe comme les swaptions. Notre couverture optimale comprend des swaptions mais il pourrait être intéressant d'augmenter le nominal du swaption. Il faut tout de même garder en tête que les swaptions sont des instruments assez chers et donc les stratégies de couverture utilisant des swaptions sont complexes à mettre en place pour pouvoir avoir un réel impact sur la solvabilité tout en ayant à payer une prime raisonnable. Il existe d'ailleurs des stratégies consistant à financer des stratégies d'achat de swaption par la vente d'autres swaptions avec des caractéristiques différentes, notamment à un strike différent. L'exemple le plus connu est le « swaption spread » consistant à acheter et vendre une swaption payeuse pour financer l'achat d'une swaption receveuse.

### 3.2.4 Evolution dans le temps de l'efficience de la nouvelle couverture

Nous allons maintenant évaluer l'impact de notre couverture à des dates différentes. L'objectif de cette couverture étant de se protéger notamment contre une baisse des taux, nous avons donc choisi deux dates d'évaluations de façon à ce qu'il y ait une baisse des taux d'intérêts entre ces dates et le 31/12/2019. L'année 2019 a connu de très fortes baisses des taux d'intérêts, notamment un point bas en août 2019. Par conséquent les deux dates qui vont être étudiées seront le 30/06/2019 et le 31/08/2019.

- Calculs au 30/06/2019

Le tableau ci-dessous récapitule l'évolution des principaux indicateurs économiques ainsi que des mesures contra-cycliques entre le 31/12/2018 et le 30/06/2019 :

	31/12/2018	30/06/2019	Delta
Swap 10y	0,81%	0,18%	▼ -63 bp
OAT 10Y	0,71%	-0,01%	▼ -72 bp
BUND 10Y	0,24%	-0,33%	▼ -57 bp
Spread OAT 10Y vs Swap 10Y	-10,13	-18,36	▼ -8 bp
MSCI World Total Return	213,21	247,11	▲ 15,9%
Spread Europe 7Y vs Swap 7Y	49,73	26,56	▼ -23 bp
Volatility Adjustment	24 bp	9 bp	▼ -15 bp
Dampener	-6%	-2%	▲ 4,6%

Figure 50: Evolution des conditions de marchés au 30/06/2019

La principale donnée à retenir est la baisse du taux swap 10 ans de 63 bps entre les deux dates. Il y a également une baisse des spreads des obligations gouvernementales mais également des obligations d'entreprises. Cela se reflète dans le niveau de l'ajustement pour volatilité qui baisse de 15 bps entre les deux dates.

Pour rappel et pour pouvoir comparer aisément avec les résultats, le tableau ci-dessous regroupe les principaux éléments recalculés pour obtenir un ratio de solvabilité en date du 31/12/2018 :

en EUR m	Sans couverture	Couverture actuelle	Couverture optimale
Ratio SII	98%	115%	162%
PVFP	1 223,36	1 267,82	1 382,01
SCR	1 706,02	1 484,97	1 127,99
nSCR market	1 686,68	1 467,08	1 131,05
Net Interest rate risk (down)	462,80	259,40	85,69
Net Equity risk	431,76	414,27	310,39
Net Property risk	515,89	445,09	324,86
Net Spread risk	507,08	509,21	514,37
Net Currency risk	264,56	261,59	185,64

Figure 51: Fonds propres et SCR au 31/12/2018 selon la couverture utilisée

Le tableau suivant résume les principaux éléments recalculés pour obtenir le ratio de solvabilité 30/06/2019 :

en EUR m	Sans couverture	Couverture actuelle	Couverture optimale
Ratio SII	78%	104%	158%
PVFP	1 113,83	1 249,81	1 417,56
SCR	2 221,23	1 900,09	1 499,26
nSCR market	1 452,79	1 452,79	1 452,79
Net Interest rate risk (down)	659,94	404,71	159,53
Net Equity risk	544,42	484,97	368,31
Net Property risk	542,86	464,66	306,83
Net Spread risk	561,11	550,40	545,76
Net Currency risk	211,02	168,47	119,37

Figure 52: Fonds propres et SCR au 30/06/2019 selon la couverture utilisée

Si l'on s'intéresse uniquement au ratio de solvabilité au global sans comparer au 31/12/2019, nous observons un réel impact positif de la couverture optimale sur la solvabilité de la société d'assurance. Les remarques et les conclusions faites sur la couverture optimale ne change pas par rapport au 31/12/2018.

Nous allons maintenant nous intéresser à l'évolution de l'impact des couvertures entre les deux dates. On remarque tout d'abord que la solvabilité de la compagnie d'assurance se détériore quelque soit la couverture utilisée entre les deux dates d'évaluation. Néanmoins, la dégradation du ratio de solvabilité est beaucoup plus accentuée lorsqu'aucune couverture n'est employée. On observe une

baisse de 20% du ratio de solvabilité dans le cas de non-couverture au risque de taux alors que la couverture actuelle limite à une baisse de 11% et la couverture optimale à une baisse de seulement 4% du ratio de solvabilité. Si l'on regarde plus en détail, les différents postes, on voit que la PVFP est largement en baisse (EUR -110m entre les deux dates) alors que la couverture optimale permet même une légère hausse de la PVFP (EUR 35m entre les deux dates). Cet effet s'explique directement par la baisse de la convexité observée plus haut dans la section. Concernant le SCR de taux, celui-ci est en très forte hausse entre les deux dates. Cette hausse est plus marquée lorsqu'aucune couverture n'est utilisée. En effet, le SCR taux augmente de presque EUR 200m et de près de EUR 150m avec la couverture actuelle. La couverture optimale quant à elle permet de limiter la hausse du SCR taux à environ EUR 75m. Encore une fois, ces effets sont en grande partie explicables par un gap de duration pondéré plus faible ainsi qu'une convexité réduite. Notre compagnie est moins sensible à une baisse des taux d'intérêts. Concernant les autres composantes du SCR marché, celles-ci sont dépendantes des évolutions des conditions économiques également. Le SCR action est en hausse suite à la performance action sur la période (+15,9%) et un effet « dampener » défavorable (+4,6%) induisant un choc action plus important. En revanche, on remarque que la hausse est moins prononcée avec la couverture optimale que sans couverture. Cela s'explique notamment par un meilleur adossement actif-passif au sein du modèle amené par les bonds forwards de notre couverture.

Ainsi, notre couverture optimale a démontré son efficacité dans un contexte de taux d'intérêts en baisse. Elle permet réellement de protéger le bilan de notre compagnie d'assurance tant en terme de richesse que de solvabilité.

- Calculs au 31/08/2019

Le tableau suivant résume les principaux éléments recalculés pour obtenir le ratio de solvabilité 30/06/2019 :

	31/12/2018	30/06/2019	Delta
Swap 10y	0,81%	-0,27%	▼ -108 bp
OAT 10Y	0,71%	-0,40%	▼ -111 bp
BUND 10Y	0,24%	-0,70%	▼ -94 bp
Spread OAT 10Y vs Swap 10Y	-10,13	-13,14	■ -3 bp
MSCI World Total Return	213,21	244,38	▲ 14,6%
Spread Europe 7Y vs Swap 7Y	49,73	27,99	▼ -22 bp
Volatility Adjustment	24 bp	10 bp	▼ -14 bp
Dampener	-6%	-3%	▲ 2,9%

Figure 53 : Evolution des conditions de marchés au 31/08/2019

La principale donnée à retenir est la baisse du taux swap 10 ans de 108 bps entre les deux dates, comparé à une baisse de 63 bps entre le 30/06/2019. Il y a également une baisse des spreads des obligations gouvernementales mais également des obligations d'entreprises. Cela se reflète dans le niveau de l'ajustement pour volatilité qui baisse de 14 bps entre les deux dates.

Le tableau suivant résume les principaux éléments de fonds propres et de SCR au 31/08/2019 :

en EUR m	Sans couverture	Couverture actuelle	Couverture optimale
Ratio SII	63%	91%	149%
PVFP	889,43	1 111,24	1 353,11
SCR	2 254,01	1 930,94	1 499,84
nSCR market	2 017,39	1 680,84	1 221,79
Net Interest rate risk (down)	731,60	418,44	135,11
Net Equity risk	509,53	460,46	353,96
Net Property risk	565,66	475,54	308,85
Net Spread risk	597,97	591,93	549,87
Net Currency risk	110,98	176,88	187,83

Figure 54: Fonds propres et SCR au 31/08/2019 selon la couverture utilisée

Nous observons globalement ici les mêmes effets qu'au 30/06/2019 mais avec des effets accentués étant donné la baisse encore plus grande des taux d'intérêts. La solvabilité se dégrade de près de 35% quand aucune couverture n'est utilisée. La couverture actuelle permet de limiter cette baisse à 24%. En utilisant la couverture optimale, on voit la solvabilité se dégrader de 14%. Concernant la PVFP, on retrouve les mêmes baisses mais plus fortes cette fois-ci. En revanche, la couverture optimale ne permet pas cette fois de préserver la PVFP puisque celle-ci se dégrade d'environ EUR 30m. Le SCR taux est en très forte augmentation et cela dans des proportions plus grande qu'au 30/06/2019. Néanmoins, si l'on s'intéresse à la couverture optimale, on voit que le SCR taux augmente mais cette augmentation est moindre comparée au 30/06/2019. Cela est expliqué en partie par la non-linéarité de notre couverture en terme de « pay-off » amenée essentiellement par la swaption. Concernant les autres composantes du SCR marché, celles-ci évoluent globalement comme au 30/06/2019 et nous ne trouvons pas pertinent de les commenter.

### 3.2.5 Synthèse et évaluation de la méthode utilisée

Pour clôturer cette dernière partie de ce mémoire, nous souhaitons prendre du recul et mettre en avant les avantages liés à la méthode développée mais également relever les limites de celle-ci.

La méthode utilisée et décrite tout au long de ce mémoire nous a permis de déterminer deux combinaisons optimales permettant d'optimiser les quatre métriques avec lesquelles nous souhaitons travailler. Un des avantages de cette méthode est la relative facilité pour calibrer nos modèles GLM et XGBoost sur notre base de données. En effet, la construction de la base de données et les modèles choisis ont été assez simples à construire et à optimiser. L'avantage principal de la méthode est la possibilité de tester un nombre très important de combinaisons différentes en vue de trouver l'optimum. En effet, en raison des contraintes opérationnelles et de temps de calcul, il était impossible pour nous de tester réellement dans le modèle toutes les combinaisons qui ont été testées dans le début de la partie 3. Le fait d'utiliser le pouvoir de prédiction d'un modèle XGBoost pour en déduire les optimums constitue le principal point fort de cette méthode. Un autre aspect important de cette celle-ci est qu'elle est adaptable à d'autres optimisations. En effet, on pourrait imaginer utiliser ce

même genre de méthode pour optimiser une couverture action par exemple. Les portefeuilles seraient cette fois-ci constitués de produits dérivés tels que des « Put ».

Cependant, la méthode présente également des limites. Celles-ci sont liées à la construction de la base de données utilisée pour calibrer les modèles GLM et XGBoost. En effet, la calibration et donc le pouvoir de prédiction est basé sur les données au 31/12/2018 et donc nos prédictions pourraient être assez sensibles à un changement des conditions économiques, de l'allocation stratégique d'actif ou bien encore du modèle ALM lui-même. Il faudra donc être prudent si l'on décide de réutiliser ce modèle pour réajuster la couverture lors d'un prochain exercice. C'est d'ailleurs une des raisons qui nous a amené à réaliser des sensibilités aux changements de conditions économiques. Un autre inconvénient de cette méthode est le temps d'élaboration de la base de données. Si l'on veut avoir une base de données assez robuste, cela exige de tester un nombre important de combinaisons dans notre modèle de projection stochastique, ce qui requiert un temps de calcul pouvant être assez long. En synthèse, notre méthode fonctionne correctement sur le périmètre qui a été défini mais il faudra porter une attention particulière si l'on souhaite réutiliser ce modèle à une date de clôture ultérieure.

Par ailleurs, au-delà des avantages et des limites, il existe certains axes d'amélioration de notre modèle. Le premier axe d'amélioration viserait à atténuer la limite évoqué ci-dessus sur la perte de pertinence du modèle lorsque les conditions ou le portefeuille de la compagnie change. Au lieu d'élaborer une base de données à une date précise, nous pourrions construire notre base de données sur plusieurs exercices précédents et construire un modèle pour chaque exercice. Une fois les différents modèles calibrés, il faudrait ensuite les agréger pour obtenir le modèle final permettant la détermination des optimums. Le second axe d'amélioration que nous souhaitons évoquer concerne les métriques d'optimisation. On s'est aperçu en étudiant la convexité et le gap de duration que la compagnie d'assurance était devenue beaucoup moins sensible à une baisse des taux. Mais, par la même occasion, elle profiterait moins d'une hausse des taux, voir même elle pouvait être pénalisée lors de hausses importantes des taux d'intérêts. L'idée ici serait de créer une nouvelle métrique reflétant cette sensibilité à la hausse des taux. Il faudrait ensuite réaliser une optimisation non plus à une variable mais à deux variables. Cette deuxième métrique aurait un rôle de contrainte dans le modèle pour éviter un rallongement trop important de la duration de l'actif.

## Conclusion

L'activité d'assurance vie implique une structure particulière du passif et engendre des interactions entre l'actif et le passif. Un assureur vie est donc exposé d'une part à un risque de désadossement actif-passif, c'est-à-dire que les flux de passif ne sont plus en adéquation avec les flux d'actif provenant du portefeuille de l'assureur. D'autre part, un assureur vie possède un passif ayant dans la plupart des cas une durée plus longue que son actif et il est donc sensible à une baisse des taux d'intérêts. La mise en place de la réglementation solvabilité II à partir de janvier 2016 a permis aux assureurs de quantifier ces risques à travers notamment le pilier I qui introduit les exigences de capital réglementaire (SCR et MCR). Ces exigences permettent ainsi à l'assureur de mesurer ses risques mais également de suivre et optimiser son exposition aux différents risques inhérents à son activité.

L'étude exposée dans ce mémoire avait pour objectif d'implémenter une méthode numérique permettant d'optimiser la couverture actuellement utilisée par la compagnie d'assurance étudiée pour couvrir le risque de taux. Pour couvrir ce risque, les assureurs ont usuellement recours à des instruments dérivés de taux tels que les futures ou les options sur taux. L'assureur devra bien évidemment choisir judicieusement les caractéristiques de ces instruments pour pouvoir gérer ce risque de taux de la manière la plus optimale et pouvoir ainsi par exemple réduire les capitaux réglementaires à immobiliser et donc améliorer sa solvabilité. Le mémoire a pour but de proposer une méthode numérique afin de déterminer les caractéristiques optimales de ces instruments financiers. Les instruments utilisés étaient les bonds forward, les swaps forwards et les swaptions receveuses.

La méthode proposée s'est articulée en deux grandes étapes. La première étape consistait à calibrer des modèles d'apprentissage statistiques sur une base de données en choisissant comme variables explicatives les caractéristiques des combinaisons d'instruments dérivés de taux que l'on souhaite tester. Les grandeurs telles que le ratio de solvabilité ou le SCR que l'on souhaitait optimiser ont été recalculées pour chaque combinaison à l'aide du modèle de projection stochastique utilisé par la compagnie étudiée. Ces grandeurs ont été utilisées comme variable à expliquer dans nos modèles. Puis, des modèles GLM et XGBoost ont été ajustés et optimisés sur cette base de données. Le meilleur modèle a ensuite été sélectionné à l'aide d'une mesure d'erreur couramment utilisée pour ces types de modèles d'apprentissage. La deuxième étape consistait à utiliser la puissance de calcul et le pouvoir prédictif du modèle sélectionné sur un nombre très important de combinaisons pour déterminer la combinaison optimale selon la métrique que l'on souhaitait optimiser.

Nous avons pu ainsi construire et optimiser quatre modèles d'apprentissage statistiques. Le pouvoir prédictif de ces modèles nous a permis de déterminer par la suite deux combinaisons optimisant les quatre métriques avec lesquelles nous travaillions. Les deux combinaisons possédaient des caractéristiques d'instruments assez similaires. Dans les deux cas, elles considéraient les swaps forward comme non efficaces. Ainsi, seuls les bonds forwards et les swaptions étaient présents dans ces combinaisons. Nous avons donc réussi à optimiser la couverture du risque de taux d'intérêts de la compagnie étudiée permettant de renforcer sensiblement sa solvabilité grâce à une baisse du SCR mais également une hausse de la PVFP et donc des fonds propres économiques.

La dernière partie de ce mémoire a permis une analyse plus approfondie de notre couverture optimale. Nous avons vu comment cette couverture réagissait à des chocs de marchés tel qu'un choc

action ou un choc de taux d'intérêts. Nous avons également évalué l'impact de la couverture optimale sur le gap de duration pondérée et sur la convexité de la compagnie. Il en ressort que la couverture a rendu la compagnie beaucoup moins sensible à une baisse des taux d'intérêts, notamment à des baisses soudaines et importantes. Néanmoins, étant donné la baisse du gap de duration amenée par cette nouvelle couverture, la compagnie profitera moins en terme de richesse et de solvabilité d'une hausse des taux d'intérêts. Nous avons également démontré l'efficacité de cette couverture à des changements économiques défavorables, notamment à des baisses de taux d'intérêts. En effet, les calculs effectués dans les conditions du 30/06/2019 et du 31/08/2019 ont permis de montrer l'efficacité de la couverture optimale, avec notamment une baisse limitée du ratio de solvabilité comparé à la couverture actuellement utilisée.

Finalement, la méthode employée dans ce mémoire nous a permis d'optimiser la couverture de taux d'intérêts de la compagnie étudiée à l'aide de techniques numériques. Cette méthode présente l'avantage d'avoir pu tester un très grand nombre de combinaisons d'instruments dérivés différentes et donc de maximiser nos chances de trouver la combinaison la plus optimale. Cela permet également à la compagnie de disposer d'un modèle lui permettant de réajuster sa couverture dans le futur. Néanmoins, la calibration de nos modèles XGBoost est assez sensible à des changements économiques ou de structure de portefeuille, il faudra par conséquent être prudent quant aux résultats données par le modèle si l'on souhaitait réajuster la couverture à une date ultérieure.

## Bibliographie

- Aubry, L. (2016). *Optimisation de stratégies de gestion actif-passif dynamiques*. Mémoire d'actuariat.
- Ben Lamine, A. (2008). *Recherche de la duration optimale - Optimisation par algorithme génétique*. Mémoire d'actuariat.
- Charchour, B. (2010). *Couverture contre la hausse des taux : mise en place d'un barbell dans un portefeuille d'assurance vie*. Mémoire d'actuariat.
- Commission Européenne. (2015). Règlement délégué (UE) 2015/35 de la Commission du 10 octobre 2014 complétant la directive 2009/138/CE du Parlement européen et du Conseil sur l'accès aux activités de l'assurance et de la réassurance et leur exercice (solvabilité II).
- Croix, J.-C. (2015). *Méta-modélisation par krigeage pour la mesure du risque de taux en ALM*. Mémoire d'actuariat.
- Della Vedova, C. (2018). *Introduction aux GLM*. Récupéré sur Statistique et logiciel r : <https://statistique-et-logiciel-r.com/introduction-aux-glm/>
- Elyès, J., Cvitanic, J., & Musiela, M. (2010). *Option Pricing, Interest Rates and Risk Management*.
- Faire tourner xgboost*. (s.d.). Récupéré sur data future: <https://datafuture.fr/post/faire-tourner-xgboost-sous-r/>
- Frapard, F. (2017). *Incidence d'une allocation d'actifs dynamique sur le pilotage d'une compagnie d'assurance vie soumise à deux référentiels Solvabilité II - Swiss Solvency Test*. Mémoire d'actuariat.
- Honegger, R., & Mathis, C. (s.d.). *Duration of life insurance liabilities and asset liability management*.
- Janel, A. (2018). *Intégration de l'ORSA dans le suivi continu de la solvabilité pour une compagnie d'assurance vie*. Mémoire d'actuariat.
- Jemli, H. (2019). *Etude du risque de rachat de produits d'épargne italiens par des données agrégées et individuelles*. Mémoire d'actuariat.
- Nissan, S. (2016). *Couverture du risque de hausse des taux en Assurance Vie*. Mémoire d'actuariat.
- Swiss Life Assurance et Patrimoine. (2016). *Documentation Solvabilité II*.

## Table des illustrations

FIGURE 1 : RESUME DES INTERACTIONS ACTIF-PASSIF .....	13
FIGURE 2 : SYNTHESE DES 3 PILIERS DE SOLVABILITE.....	16
FIGURE 3 : PASSAGE DU BILAN COMPTABLE AU BILAN ECONOMIQUE.....	17
FIGURE 4 : SYNTHESE DES MODULES DE LA FORMULE STANDARD .....	20
FIGURE 5 : RESUME DES CHOCS DE TAUX A LA HAUSSE ET A LA BAISS.....	25
FIGURE 6 : COURBE DES TAUX CHOQUES AU 31/12/18 .....	26
FIGURE 7 : TABLEAU DES CHOCS DE SPREADS .....	28
FIGURE 8 : MATRICE DE CORRELATION POUR LE RISQUE DE MARCHE.....	30
FIGURE 9 : COURBE DE TAUX CHOQUES (PROPOSITION EIOPA) .....	30
FIGURE 10 : REPARTION DES PRIMES PAR CATEGORIE DE CONTRAT.....	32
FIGURE 11 : CORRIDORS DES RACHATS DYNAMIQUES (ONC).....	34
FIGURE 12: ILLUSTRATION DE LA CONVEXITE DU PASSIF.....	37
FIGURE 13: IMPACT COUVERTURE - CHOC ACTUEL .....	47
FIGURE 14: IMPACT COUVERTURE - NOUVEAU CHOC.....	47
FIGURE 15 : SENSIBILITE A 1M € DE NOMINAL .....	49
FIGURE 16: CARACTERISTIQUES DES TROIS COMBINAISONS ETUDIEES .....	50
FIGURE 17: RESULTAT PREMIERE APPROCHE.....	50
FIGURE 18: RESULTAT DEUXIEME APPROCHE .....	51
FIGURE 19: CHOIX DES INTERVALLES DES DIFFERENTES CARACTERISTIQUES .....	52
FIGURE 20: PARAMETRES DES FAMILLES EXPONENTIELLES .....	55
FIGURE 21: FONCTION LIEN DES FAMILLES EXPONENTIELLES.....	55
FIGURE 22: STATISTIQUES DES VARIABLES A EXPLIQUER (CHOC ACTUEL).....	57
FIGURE 23: STATISTIQUES DES VARIABLES A EXPLIQUER (NOUVEAU CHOC).....	57
FIGURE 24: HISTOGRAMME DES VARIABLES A EXPLIQUER.....	58
FIGURE 25: MESURE D'ERREUR DU GLM .....	59
FIGURE 26 : MESURE D'ERREUR DU XGBOOST .....	59
FIGURE 27: TABLEAU DES GLM ETUDIES .....	60
FIGURE 28: SYNTHESE DU CHOIX DU GLM.....	62
FIGURE 29 : VALEURS DES PARAMETRES XGBOOST A TESTER .....	63
FIGURE 30: SYNTHESE DES PARAMETRES OPTIMAUX .....	63
FIGURE 31: RESULTATS XGBOOST .....	63
FIGURE 32 : SYNTHESE DU CHOIX DU MODELE FINAL .....	64
FIGURE 33: SYNTHESE DES CARACTERISTIQUES UTILISEES .....	68
FIGURE 34 : COMBINAISONS OPTIMALES SII RATIO (EN EUR M).....	69
FIGURE 35 : COMBINAISONS OPTIMALES NSCR TAUX (EN EUR M) .....	70
FIGURE 36: COMBINAISONS OPTIMALES PVFP (EN EUR M).....	70
FIGURE 37 : COMBINAISONS OPTIMALES NSCR (EN EUR M) .....	71
FIGURE 38 : SORTIES DES RESULTATS DU MODELE ALM – SII RATIO.....	72
FIGURE 39 : SORTIES DES RESULTATS DU MODELE ALM – NSCR TAUX .....	73
FIGURE 40: SORTIES DES RESULTATS DU MODELE ALM – PVFP .....	74
FIGURE 41 : SORTIES DES RESULTATS DU MODELE ALM – NSCR .....	74
FIGURE 42 : SYNTHESE OPTIMUMS FINAUX PAR METRIQUE.....	75
FIGURE 43 : SYNTHESE DES OPTIMUMS GLOBAUX .....	75
FIGURE 44: SENSIBILITE DU BILAN A UN CHOC ACTION -30% .....	77
FIGURE 45: SENSIBILITE DU BILAN A UNE BAISS DES TAUX 20 BPS .....	78
FIGURE 46 : SENSIBILITE DU BILAN A UNE HAUSSE DES TAUX 20 BPS.....	78

FIGURE 47: SENSIBILITE DU BILAN A UN CHOC IMMOBILIER DE 10% .....	79
FIGURE 48: ESTIMATION GAP DE DURATION PONDERE.....	80
FIGURE 49 : IMPACT DES COUVERTURES SUR LA CONVEXITE .....	81
FIGURE 50: EVOLUTION DES CONDITIONS DE MARCHES AU 30/06/2019 .....	82
FIGURE 51: FONDS PROPRES ET SCR AU 31/12/2018 SELON LA COUVERTURE UTILISEE.....	83
FIGURE 52: FONDS PROPRES ET SCR AU 30/06/2019 SELON LA COUVERTURE UTILISEE.....	83
FIGURE 53 : EVOLUTION DES CONDITIONS DE MARCHES AU 31/08/2019 .....	84
FIGURE 54: FONDS PROPRES ET SCR AU 31/08/2019 SELON LA COUVERTURE UTILISEE.....	85

## Annexes

### Annexe A : Courbe des taux swap 31/12/2018

Tenor	SWAP EUR IR	Tenor	SWAP EUR IR
0,5	-0,237%	13	1,026%
1	-0,233%	13,5	1,062%
1,5	-0,204%	14	1,098%
2	-0,175%	14,5	1,134%
2,5	-0,126%	15	1,170%
3	-0,077%	15,5	1,186%
3,5	-0,012%	16	1,201%
4	0,054%	16,5	1,217%
4,5	0,126%	17	1,233%
5	0,198%	17,5	1,248%
5,5	0,266%	18	1,264%
6	0,333%	18,5	1,280%
6,5	0,401%	19	1,295%
7	0,469%	19,5	1,311%
7,5	0,526%	20	1,327%
8	0,593%	20,5	1,331%
8,5	0,644%	21	1,336%
9	0,708%	21,5	1,341%
9,5	0,744%	22	1,345%
10	0,811%	22,5	1,350%
10,5	0,847%	23	1,354%
11	0,883%	23,5	1,359%
11,5	0,919%	24	1,364%
12	0,955%	24,5	1,368%
12,5	0,991%	25	1,373%

## Annexe B : Détail du pricing d'un swap forward

Notations :

- N : le notionnel du contrat
- T : la date d'échéance du contrat (date à laquelle le swap est livré)
- $\tau = \{T_1, \dots, T_n\}$  l'échéancier de flux du swap sous-jacent
- K : le taux fixe du swap sous-jacent

Les flux échangés pour un contrat forward payeur en  $T_i$  :

- La jambe fixe payée par le détenteur :  $NK\tau_i$
- La jambe variable reçue par le détenteur :  $NR(T_{i-1}, T_i)\tau_i$

où :  $\tau_i = T_i - T_{i-1}$

En notant,  $\pi^P(t, N, K, T, \tau)$  le prix à une date t d'un swap forward payeur, on a :

$$\pi^P(t, N, K, T, \tau) = N \left( \sum_{i=1}^n P(t, T_i) \cdot \tau_i \cdot F(t, T_{i-1}, T_i) - \sum_{i=1}^n P(t, T_i) \cdot \tau_i \cdot K \right)$$

Or, on sait que :

$$F(t, T_{i-1}, T_i) = \frac{1}{\tau_i} \left[ \frac{P(t, T_{i-1})}{P(t, T_i)} - 1 \right]$$

En remplaçant, on obtient :

$$\pi^P(t, N, K, T, \tau) = N \left( \sum_{i=1}^n (P(t, T_{i-1}) - P(t, T_i)) - \sum_{i=1}^n P(t, T_i) \cdot \tau_i \cdot K \right)$$

En remarquant que :

$$\sum_{i=1}^n (P(t, T_{i-1}) - P(t, T_i)) = P(t, T) - P(t, T_n)$$

On obtient finalement :

$$\pi^P(t, N, K, T, \tau) = N \cdot \left( P(t, T) - P(t, T_n) - \sum_{i=1}^n P(t, T_i) \cdot \tau_i \cdot K \right)$$

Le taux K à utiliser pour qu'il n'y ait pas d'échange de flux lors de la conclusion du contrat à une date t, c'est-à-dire quand  $\pi^P(t, N, K, T, \tau) = 0$  est noté  $S(t, T, \tau)$  :

$$S(t, T, \tau) = \frac{P(t, T) - P(t, T_n)}{\sum_{i=1}^n P(t, T_i) \tau_i}$$

## Annexe C : Détail du pricing d'un swaption

On reprend les mêmes notations que pour l'évaluation d'un swap forward.

Notons  $PO^p(t, N, K, T, \tau)$  la fonction pay-off d'un swaption payeur vu à une date  $t$ . On a :

$$PO^p(t, N, K, T, \tau) = N \cdot P(t, T) \left( \sum_{i=1}^n \tau_i \cdot P(T, T_i) (F(T, T_{i-1}, T_i) - K) \right)^+$$

Or, on sait que :

$$F(t, T_{i-1}, T_i) = \frac{1}{\tau_i} \left[ \frac{P(t, T_{i-1})}{P(t, T_i)} - 1 \right]$$

Donc, on obtient en remplaçant :

$$\begin{aligned} PO^p(t, N, K, T, \tau) &= N \cdot P(t, T) \left( \sum_{i=1}^n (P(T, T_{i-1}) - P(T, T_i)) - K \sum_{i=1}^n \tau_i \cdot P(T, T_i) \right)^+ \\ &= N \cdot P(t, T) \left( P(T, T) - P(T, T_n) - K \sum_{i=1}^n \tau_i \cdot P(T, T_i) \right)^+ \\ &= N \cdot P(t, T) \left( \sum_{i=1}^n \tau_i \cdot P(T, T_i) \cdot \frac{P(T, T) - P(T, T_n)}{\sum_{i=1}^n \tau_i \cdot P(T, T_i)} - K \sum_{i=1}^n \tau_i \cdot P(T, T_i) \right)^+ \end{aligned}$$

Or,  $\frac{P(T, T) - P(T, T_n)}{\sum_{i=1}^n \tau_i \cdot P(T, T_i)} = S(T, T, \tau)$  : le taux swap forward

Finalement :

$$PO^p(t, N, K, T, \tau) = N \cdot P(t, T) \sum_{i=1}^n \tau_i \cdot P(T, T_i) (S(T, T, \tau) - K)^+$$

Ainsi, on peut exprimer à l'aide de la probabilité risque neutre le prix du swaption  $Sw^p(t, N, K, T, \tau)$ :

$$Sw^p(t, N, K, T, \tau) = N \cdot P(t, T) \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[ \sum_{i=1}^n \tau_i P(T, T_i) (S(T, T, \tau) - K)^+ \mid \mathcal{F}_t \right] \quad (1)$$

On va maintenant effectuer un changement de numéraire.

On rappelle que si on considère un actif  $X$ , on peut introduire la mesure  $\mathbb{Q}^X$  associée à  $X$  et équivalente à  $\mathbb{Q}$  définie par sa dérivée de Radon-Nikodym :

$$\frac{d\mathbb{Q}^X}{d\mathbb{Q}} \Big|_{\mathcal{F}_t} = \frac{X_T}{X_t} P(t, T)$$

De plus, on peut montrer que si  $S$  est un actif traité alors le processus  $\frac{S_t}{X_t}$  est une martingale sous la mesure  $\mathbb{Q}^X$ .

On introduit donc la mesure associée au swap  $\mathbb{Q}^{Swap}$  avec :

$$Swap(t, T, T_n) = \sum_{i=1}^n \tau_i P(t, T_i)$$

On effectue ce changement dans (1) et on obtient :

$$Sw^p(t, N, K, T, \tau) = Swap(t, T, T_n) \cdot \mathbb{E}^{\mathbb{Q}^{Swap}} [(S(T, T, \tau) - K)^+ | \mathcal{F}_t]$$

En faisant les mêmes hypothèses que pour le modèle de Black-Scholes pour l'évaluation d'une option de type call ou put, on peut utiliser un modèle similaire. Dans ce modèle le sous-jacent sera le taux swap forward  $S(t, T, \tau)$ . On notera  $\sigma$  la volatilité du taux swap forward.

On suppose donc que  $S(t, T, \tau)$  a une dynamique log-normale sous la probabilité  $\mathbb{Q}^{Swap}$  :

$$dS(t, T, T_n) = \sigma \cdot S(t, T, T_n) dW_t^{\mathbb{Q}^{Swap}}$$

Finalement, on retrouve une formule similaire pour un call ou un put :

$$Sw^p(t, N, K, T, \tau) = N \sum_{i=1}^n \tau_i P(t, T_i) (S(t, T, \tau) \mathcal{N}(d_1) - K \mathcal{N}(d_2))$$

avec :

- $d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S(t, T, \tau)}{K}\right) + \frac{1}{2}\sigma^2(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}$
- $d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T-t}$
- $\mathcal{N}(\cdot)$  : la fonction de répartition d'une loi normale centrée réduite

On obtient de la même façon le prix d'un swaption receveur à une date  $t$  :

$$Sw^R(t, N, K, T, \tau) = N \sum_{i=1}^n \tau_i P(t, T_i) (-S(t, T, \tau) \mathcal{N}(-d_1) - K \mathcal{N}(-d_2))$$