

UNIVERSITÉ PARIS DAUPHINE

Département MIDO¹

MASTER MIDO

MENTION MMD²

SPÉCIALITÉ ACTUARIAT

Année Universitaire : 2009-2010

Mémoire d'Actuariat présenté en novembre 2010 devant l'Université Paris Dauphine et l'Institut des Actuaire

Par : Guillaume GERBER

Tuteur : Arnaud COHEN

Sujet : Allocation d'actifs sous Solvabilité 2 : cas de l'assurance vie épargne

Entreprise d'accueil : ALTIA

Durée : 6 mois

NON CONFIDENTIEL

JURY

Membres du Jury

Fonctions / Entreprise

¹ MIDO : Mathématiques, Informatique, Décision, Organisation

² MMD : Mathématiques, Modélisation, Décision

SOMMAIRE

REMERCIEMENTS _____	1
RESUME _____	2
ABSTRACT _____	3
INTRODUCTION _____	4
1 L'ASSURANCE VIE, SOLVABILITE 2 ET LA PROBLEMATIQUE DE L'ALLOCATION D'ACTIFS SOUS LA FUTURE REGLEMENTATION _____	5
L'assurance vie	5
1.1.1 Définition générale	5
1.1.2 L'assurance vie épargne	5
1.1.3 L'option de rachat	6
1.1.4 Les chargements de gestion	6
Solvabilité 2, son premier pilier et le OIS 5.....	7
La problématique de l'allocation d'actif dans ce nouveau contexte réglementaire	9
2 LE BILAN PRUDENTIEL EN ASSURANCE VIE SELON OCTOBRE 2010 _____	10
Les différents éléments du bilan prudentiel solva 2	10
Le Best Estimate et le cas particulier de la vie	12
2.1.1 Définition selon la directive cadre	12
2.1.2 Particularite du Best Estimate en assurance-vie et incidence sur sa méthode de calcul	13
La marge pour risque	15
2.1.3 Le Best Estimate garanti (BEG)	16
Le SCR 18	
2.1.4 Bilan économique	18
2.1.5 Définition	19
2.1.6 L'approche par modèle interne	21

2.1.7	La formule standard	22
2.1.8	La méthode bottom-up	22
2.1.9	Calcul des capitaux élémentaires	24
2.1.10	Agrégation des capitaux élémentaires	25
2.1.11	Prise en compte de l'effet d'absorption de la PB future	25
3	PRESENTATION DE L'OUTIL DE CALCUL DU BEST ESTIMATE	28
	Fonctionnement de l'outil qui calcule le Best Estimate	28
	Hypothèses inhérentes aux spécifications techniques	31
3.1.1	Hypothèses concernant l'actif	31
3.1.2	Hypothèses concernant le passif	31
	Hypothèses simplificatrices spécifiques à l'outil	31
3.1.3	Principales hypothèses simplificatrices liées l'actif	31
3.1.4	Principales hypothèses simplificatrices liées au passif	32
	Le générateur de scénarios économiques	33
3.1.5	Le modèle de taux	33
3.1.6	Les modèles actions et immobilier	34
	Modélisation des actifs dans le modèle ALM	34
3.1.7	La modélisation de la courbe des taux	34
3.1.8	La modélisation des obligations à taux fixe	35
3.1.9	Modélisation des actions et de l'immobilier	37
3.1.10	Modélisation du monétaire	37
	Modélisation des passifs	38
	Le modèle actif-passif	39
	Etape 1 : vieillissement des passifs	41
	Etape 2 : vieillissement des actifs	41
	Etape 3 : Extériorisation de plus-values latentes	42
	Etape 4 : Cessions d'actifs	42

Etape 5 : Réallocation de la trésorerie	42
Etape 6 : Calcul des taux servis.....	42
Etape 7 : Calcul de la PRE, du Bilan comptable et du compte de résultat	45
4 ETUDE DE SENSIBILITES DU BEST ESTIMATE ET DU SCR _____	46
4.1.1 Le contexte et les hypothèses de base de notre étude	46
4.1.2 Les scénarios stochastiques	49
4.1.3 Etude de la convergence de la méthode de Monte-Carlo	50
étude de la sensibilité du Best Estimate aux options et garanties et à l'allocation d'actifs ..	53
4.1.4 Sensibilité au TMG	53
4.1.5 Effet de l'option de rachat sur le Best Estimate	54
4.1.6 Sensibilité du Best Estimate à la structure de l'actif de l'assureur	56
Sensibilité du SCR à l'allocation d'actif.....	58
4.1.7 Le risque de taux	58
4.1.8 Les risques « action » ou « immobilier »	61
4.1.9 Calcul du SCR de marché en net	62
4.1.10 Résultats et Analyses	63
5 CONCLUSION _____	71
6 BIBLIOGRAPHIE _____	73

REMERCIEMENTS

Je tiens tout d'abord à remercier M. Arnaud COHEN, directeur général d'ALTIA, de m'avoir permis de faire ce stage et de m'avoir fait confiance pour travailler sur ce sujet d'actualité difficile mais aussi, et surtout, très formateur pour un stagiaire en actuariat.

Je remercie également l'ensemble des collègues qui ont travaillé avec moi sur ce sujet et qui m'ont permis d'avancer dans ma réflexion et ma compréhension. Je pense en particulier à Aude SERVIER, Jiaxin GUO, David GRAIZ, Stéphane FURDERER, Jean-Baptiste ANTALIK et Caroline RIGOURD.

Je souhaite également témoigner ma gratitude à l'égard de mes professeurs, Mme Imen BEN TAHAR, responsable du Master 1 de Dauphine, et M. Christian HESS, responsable du Master 2 d'Actuariat, pour m'avoir accepté dans leurs formations respectives en dépit de mon parcours atypique et de m'avoir donné ainsi la chance de commencer une nouvelle carrière professionnelle dans un domaine passionnant.

Enfin, je remercie profondément mes parents ainsi que mon épouse pour m'avoir soutenu et supporté pendant ces deux années de reconversion qui n'ont pas été de tout repos pour eux.

RESUME

En cette période du QIS 5, la presse se fait régulièrement l'écho des inquiétudes des compagnies d'assurance face à la mise en place du nouveau cadre prudentielle Solvabilité 2. Les assureurs craignent en effet que, sous la future réglementation, leur niveau de solvabilité soit fortement pénalisé par leur exposition en actions, au point que certains d'entre eux commencent déjà à modifier la structure de leurs placements.

L'objectif de ce mémoire est de montrer, dans le cadre de l'assurance vie épargne, en quoi les provisions techniques et les fonds propres selon Solvabilité 2 sont sensibles à l'allocation d'actifs.

Nous présentons d'abord les bases de Solvabilité 2, en nous intéressant plus particulièrement à ses aspects quantitatifs : nous montrons les spécificités du calcul du Best Estimate en assurance vie et présentons la méthode standard de calcul du capital cible SCR. A l'aide de l'outil de calcul du Best Estimate que nous avons développé, nous faisons ensuite des études de sensibilité sur un exemple simplifié de manière à illustrer l'effet de l'allocation d'actifs sur le Best Estimate et sur le capital de solvabilité requis au titre du risque de marché.

ABSTRACT

Media are regularly the echo of the anxiety that insurance companies are facing with the implementation of the new prudential frame of Solvency II. The insurers are afraid that under influence of the new legislation their solvency level will be highly penalized by their equity exposure. As well as some of them begin to modify the structure of their investments.

The goal of this report is to show in which way the technical provision and the equity according to Solvency II, in life insurance saving, are sensitive to asset allocation.

First of all, we will introduce the basis of Solvency II and more particularly the quantitative aspects. We explain the specificity of Best Estimate calculation in life insurance and present the standard methodology of calculation of Solvency Capital Requirement. With the help of the Best Estimate calculation tool that we have developed, we then study this sensitivities based on a simplified example in order to illustrate the effect of asset allocation on Best Estimate and Capital Charge for the market risk.

INTRODUCTION

Près de la moitié des français possède un contrat d'assurance vie. Les assureurs vie ont ainsi à gérer plus de 1 600 milliards d'euros d'encours soit environ 85% du PIB de la France. De façon à protéger l'épargne de tous ces assurés, le régulateur a pour rôle de veiller à ce que les assureurs restent toujours suffisamment solides et prudents au regard des risques qu'elles supportent.

Nous allons nous intéresser dans ce mémoire à la nouvelle réglementation du secteur de l'assurance vie appelée Solvabilité 2 qui est en train de se mettre en place au niveau européen et qui deviendra effective fin 2012 et nous chercherons à étudier les impacts qu'elle risque d'avoir sur les sociétés pratiquant de l'assurance-vie, notamment sur leur allocation d'actifs.

Dans un premier temps, nous présenterons les principaux concepts qui serviront de bases à ce mémoire, à savoir l'assurance vie, les fondements de Solvabilité 2 et la problématique de l'allocation d'actifs qui risque de se poser avec l'arrivée de Solvabilité 2.

Ensuite, nous nous intéresserons de manière plus approfondie aux aspects quantitatifs de Solvabilité 2 en décrivant les différents éléments du bilan prudentiel. Nous définirons le nouveau mode de calcul des provisions techniques ainsi que la formule standard qui permet de calculer le capital de solvabilité requis SCR.

Dans la troisième partie, nous présenterons l'outil que nous avons développé et qui permet de calculer le Best Estimate d'une compagnie d'assurance pratiquant de l'assurance vie épargne. Nous verrons en quoi les spécificités de l'assurance vie nécessite l'utilisation d'un modèle actif-passif et le recours à une méthode de type Monte-Carlo.

La dernière partie est consacrée à des études de sensibilités sur un exemple simplifié. Dans un premier temps, nous étudierons la sensibilité du Best Estimate à différents paramètres clés que sont le taux minimum garanti, le comportement de rachat des assurés et l'allocation d'actifs. Enfin, nous analyserons comment les actions peuvent influencer sur le capital de solvabilité requis au titre du risque de marché.

1 L'ASSURANCE VIE, SOLVABILITE 2 ET LA PROBLEMATIQUE DE L'ALLOCATION D'ACTIFS SOUS LA FUTURE REGLEMENTATION

Dans cette première partie, nous allons d'abord définir l'assurance vie telle qu'on la connaît en France. Nous présenterons ensuite brièvement les fondements et les objectifs de Solvabilité 2, ses aspects quantitatifs étant étudiés de manière plus approfondie dans les chapitres suivants. Enfin, nous poserons le problème de l'allocation d'actifs des assureurs qui risque d'être modifiée en profondeur par Solvabilité 2.

L'ASSURANCE VIE

1.1.1 DEFINITION GENERALE

Un contrat d'assurance-vie est un contrat qui garantit, moyennant le paiement d'une prime, le versement d'une somme d'argent en cas de survenance d'un événement lié à la vie de l'assuré. On distingue essentiellement deux types de garantie :

- La garantie en cas de vie : il s'agit d'un contrat qui assure le versement d'un capital ou d'une rente à un bénéficiaire (le plus souvent l'assuré lui-même) dans le cas où l'assuré est en vie à la fin du contrat ;
- La garantie en cas de décès : il s'agit d'un contrat qui assure le versement d'un capital ou d'une rente à un bénéficiaire (désigné dans le contrat) en cas de décès de l'assuré.

1.1.2 L'ASSURANCE VIE EPARGNE

Si l'assurance en cas de décès se rencontre souvent puisqu'elle est obligatoire quand on souscrit un emprunt immobilier, l'assurance en cas de vie pure n'existe pratiquement pas en France.

Ce qu'on appelle communément « assurance-vie » en France est en fait un contrat qui contient à la fois une garantie en cas de décès et une garantie en cas de vie. C'est ce qui en fait un contrat d'épargne presque classique, avec la seule particularité que l'échéance du contrat est aléatoire et dépend de la durée de vie de l'assuré.

Il existe essentiellement deux types de contrats d' « assurance-vie » en France :

- Les contrats en euros purs dans lesquels l'épargne est investie exclusivement sur un fonds en euros,
- Les contrats multi-supports dans lesquels l'épargne est investie à la fois dans un fonds euros et dans des unités de compte (UC).

Les primes investies sur le fonds euros sont garanties par l'assureur : l'épargne ne peut pas diminuer, celle-ci est revalorisée chaque année d'un rendement composé d'un taux minimum garanti (TMG) et d'une participation aux bénéfices (PB).

La participation aux bénéfices correspond à la partie des bénéfices réalisés par l'assureur pendant l'année et qui sont reversés aux assurés. La réglementation impose à l'assureur de reverser un minimum de 85% des bénéfices financiers qu'elle réalise avec l'épargne des assurés. En pratique, la pression de la concurrence fait que les assureurs reversent souvent bien plus que l'exigence réglementaire. D'ailleurs les contrats contiennent souvent une clause qui garantit un taux de participation aux bénéfices supérieur à 85%.

A noter que l'assureur dispose d'une certaine liberté pour distribuer cette participation aux bénéfices puisqu'il a le choix de l'attribuer aux clients qu'il souhaite et qu'il a la possibilité de ne pas incorporer l'intégralité de son montant immédiatement aux provisions mathématiques (PM). Il dispose en effet d'un délai de huit ans pour le faire. Dans cet intervalle, l'assureur peut provisionner tout ou partie de ce montant dû au assurés dans un compte appelé Provision pour Participation aux Bénéfices (PPB) ou Provision pour Participation aux Excédents (PPE).

Les UC correspondent à des supports d'investissement qui peuvent être très divers : fonds actions, fonds immobilier, fonds obligataire, etc. L'assuré peut choisir les UC dans lesquels ses versements seront investis. Contrairement au cas du support euros, l'assureur ne garantit pas le montant de l'épargne mais seulement le nombre d'UC, de sorte que le risque est complètement supporté par l'assuré.

Dans le cadre de ce mémoire, nous nous intéresserons exclusivement à la partie « euros » des contrats.

1.1.3 L'OPTION DE RACHAT

La plupart du temps les assurés disposent d'une option de rachat leur permettant de récupérer à tout moment leur épargne et ce, sans pénalité. Nous verrons que cette option constitue un élément important que l'assureur se doit de prendre en compte lorsqu'il évalue ses provisions techniques.

1.1.4 LES CHARGEMENTS DE GESTION

De manière à couvrir ses frais et à s'assurer une certaine marge sur la gestion des contrats l'assureur prélève annuellement un certain pourcentage de l'encours de chaque contrat. Ce taux de chargement qui vient en diminution du taux de revalorisation est défini dans le contrat.

SOLVABILITE 2, SON PREMIER PILIER ET LE QIS 5

La réforme Solvabilité 2, qui est en chantier depuis quelques années et qui doit entrer en vigueur fin 2012, est une réforme de la réglementation européenne du monde de l'assurance qui a pour objectif d'harmoniser et d'améliorer l'évaluation et le contrôle des risques des sociétés d'assurance de toute l'Europe.

Solvabilité 2 repose sur 3 piliers :

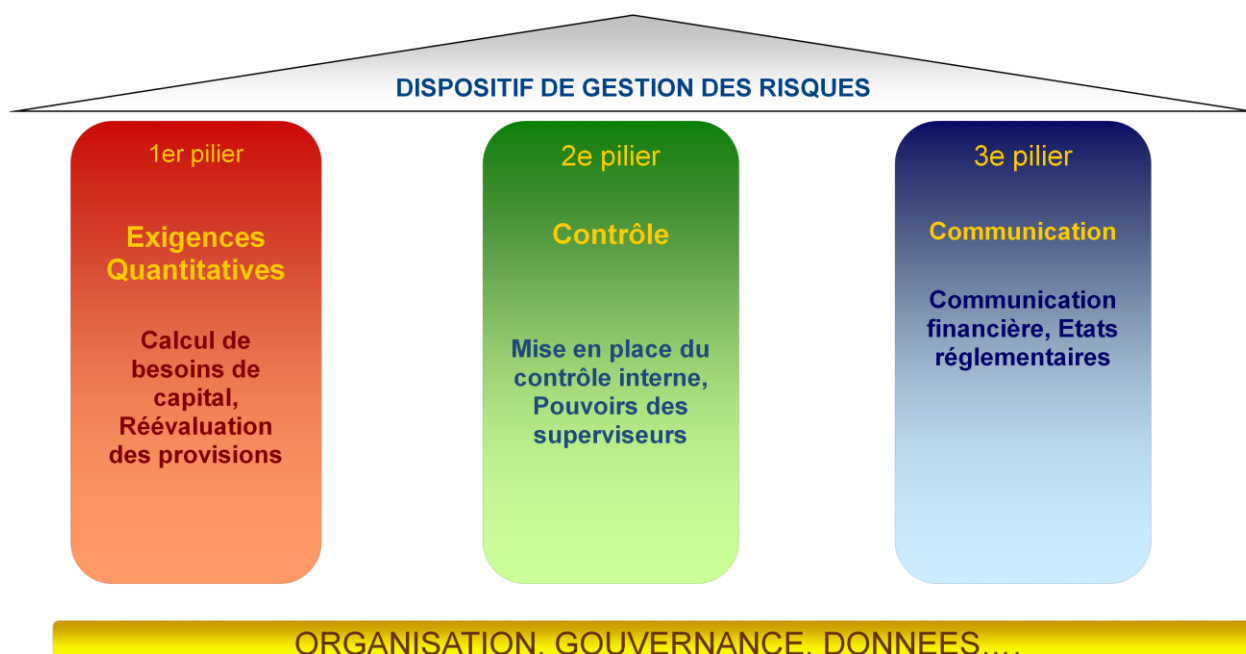


Figure 1- Solvabilité 2 : un projet qui repose sur trois piliers

- **Pilier 1** : Ce pilier a pour objectif de définir les normes quantitatives de calcul des provisions techniques et des fonds propres. Ces niveaux réglementaires sont définis pour les fonds propres : le MCR et le SCR :
 - le MCR représente le niveau minimum de fonds propres en dessous duquel l'intervention de l'autorité de contrôle sera automatique ;
 - le SCR représente le capital cible nécessaire pour absorber le choc provoqué par un risque majeur (par exemple : un sinistre exceptionnel, un choc sur les actifs...).
- **Pilier 2** : Ce deuxième pilier a pour objectif de fixer des normes qualitatives de suivi des risques en interne aux sociétés et comment l'autorité de contrôle doit exercer ses pouvoirs de surveillance dans ce contexte.
- **Pilier 3** : Le troisième pilier a pour objectif de définir l'ensemble des informations détaillées auquel le public aura accès, d'une part, et auquel les

autorités de contrôle pourront avoir accès pour exercer leur pouvoir de surveillance, d'autre part.

Au niveau quantitatif qui nous intéressera dans ce mémoire, la grande révolution apportée par Solvabilité 2 et que nous étudierons dans les chapitres suivants réside dans le fait que le calcul des provisions techniques et des exigences de fonds propres sont effectués en tenant compte des risques spécifiques de chaque assureur. En particulier, Solvabilité 2 prend en compte le risque d'investissement, ce que ne faisait pas Solvabilité 1.

La directive cadre qui définit les grands principes de Solvabilité 2 est entrée en vigueur en 2009. Actuellement nous nous trouvons dans la phase de définition de la façon dont ces grands principes seront mis en œuvre.

En particulier, le CEIOPS travaille, au niveau du pilier 1, à définir les méthodes et les paramètres (appelés spécifications techniques) qui seront utilisés pour calculer les différents postes du bilan selon Solvabilité 2 et les exigences en matières de fonds propres. De façon à tester ses avancées dans ce domaine, le CEIOPS lance des études quantitatives d'impact (QIS pour « Quantitative Impact Studies ») en demandant aux organismes d'assurance européens d'appliquer à leur propre cas les dernières spécifications techniques qu'il publie à l'occasion de ces QIS. Les résultats obtenus permettent alors au CEIOPS de mesurer les impacts quantitatifs « grandeur nature » et d'affiner encore les règles et les paramètres de calcul qui deviendront définitifs fin 2012.

Le QIS 5 constitue la dernière de ces études d'impact. Celle-ci a débuté en août 2010 et doit s'achever en octobre-novembre 2010, les résultats quantitatifs obtenus par les assureurs étant envoyés aux organismes de contrôle fin octobre pour les entreprises solo et mi-novembre pour les groupes.

Il s'agit donc de l'une des dernières occasions pour les assureurs de tester leur méthode de calcul et d'évaluer leurs provisions techniques et leur niveau de solvabilité selon Solvabilité 2, sachant que fin 2012 la nouvelle réglementation s'appliquera. Le QIS 5 représente également la dernière étape pour le régulateur dans le processus de calibrage de sa formule de calcul des exigences de fonds propres.

LA PROBLEMATIQUE DE L'ALLOCATION D'ACTIF DANS CE NOUVEAU CONTEXTE RÉGLEMENTAIRE

Le changement radical d'approche amené par Solvabilité 2 risque de bouleverser la façon dont les assureurs vont allouer leur actif.

En effet, le QIS 4 a mis en lumière le fait que les actions chargent fortement le SCR. A cause de cela et de façon à garantir sa solvabilité sous la future réglementation, certaines sociétés d'assurance envisagent déjà de réduire fortement leur exposition en actifs volatils comme les actions en se tournant vers des actifs qui seront moins pénalisés par la nouvelle réglementation (obligations et immobilier) et qui leur demandera de mobiliser moins de fonds propres au titre du SCR.

La structure des placements des sociétés vie, de capitalisation et mixtes

(valeur de bilan, répartition en %)

	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
Obligations et OPCVM à revenu fixe	67,5	68,5	71,1	71,3	70,5	68,9	66,0	66,2	70,5	69,9
Actions et OPCVM à revenu variable	26,6	25,6	23,2	22,8	23,8	26,2	29,0	29,2	24,4	25,5
Immobilier	3,4	3,4	3,4	3,2	3,0	2,9	2,8	2,7	2,9	2,8
Prêts	1,3	1,4	1,3	1,5	1,2	1,0	1,0	0,9	1,0	0,6
Autres actifs	1,2	1,1	1,0	1,2	1,5	1,0	1,2	1,0	1,2	1,2
Total	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0

Figure 2- Allocation d'actifs des assureurs vie (Source : rapport annuel de la FFSA 2009)

Un exemple de l'effet que pourrait avoir Solvabilité 2 sur la structure des placements des sociétés d'assurance est donné par les Etats-Unis.

En effet, les principes de Solvabilité 2 sont fortement inspirés de l'actuelle réglementation prudentielle américaine et pourraient théoriquement conduire les assureurs européens à adapter leur allocation d'actif de la même manière que les assureurs américains ont dû le faire au moment du passage aux nouvelles règles.

Les exigences minimales de fonds propres aux Etats-Unis sont elles-aussi déterminées sur la base des risques encourus par les sociétés d'assurances, et tout comme Solvabilité 2 envisage de le faire, la réglementation américaine pénalise fortement les actifs volatils si bien que les assureurs vie américains allouent aujourd'hui seulement entre 0 et 3% de leur actif en actions.

Le principal danger pour les assureurs européens de devoir se détourner ainsi des placements en actions est de réduire leur rendement à long terme avec la conséquence d'une moindre revalorisation de l'épargne de leurs clients et le risque de voir ces derniers de se tourner vers d'autres produits d'épargne.

2 LE BILAN PRUDENTIEL EN ASSURANCE VIE SELON OCTOBRE 2010

Nous allons présenter dans cette partie les deux éléments les plus importants qui composent le bilan prudentiel selon solvabilité 2 à savoir les provisions techniques (Best Estimate + Marge pour risque) et les exigences quantitatives (SCR). Pour cela je me suis basé sur les dernières spécifications techniques qui sont sorties à l'occasion du lancement du QIS 5. Mais avant cela nous allons mettre en lumière les spécificités du nouveau bilan prudentiel et les évolutions par rapport à l'ancien.

LES DIFFERENTS ELEMENTS DU BILAN PRUDENTIEL SOLVA 2

Pour bien comprendre le changement de philosophie que propose le futur environnement prudentiel, il est éclairant de comparer le bilan selon la nouvelle norme solvabilité 2 avec celui de solvabilité 1 encore actuellement en vigueur :

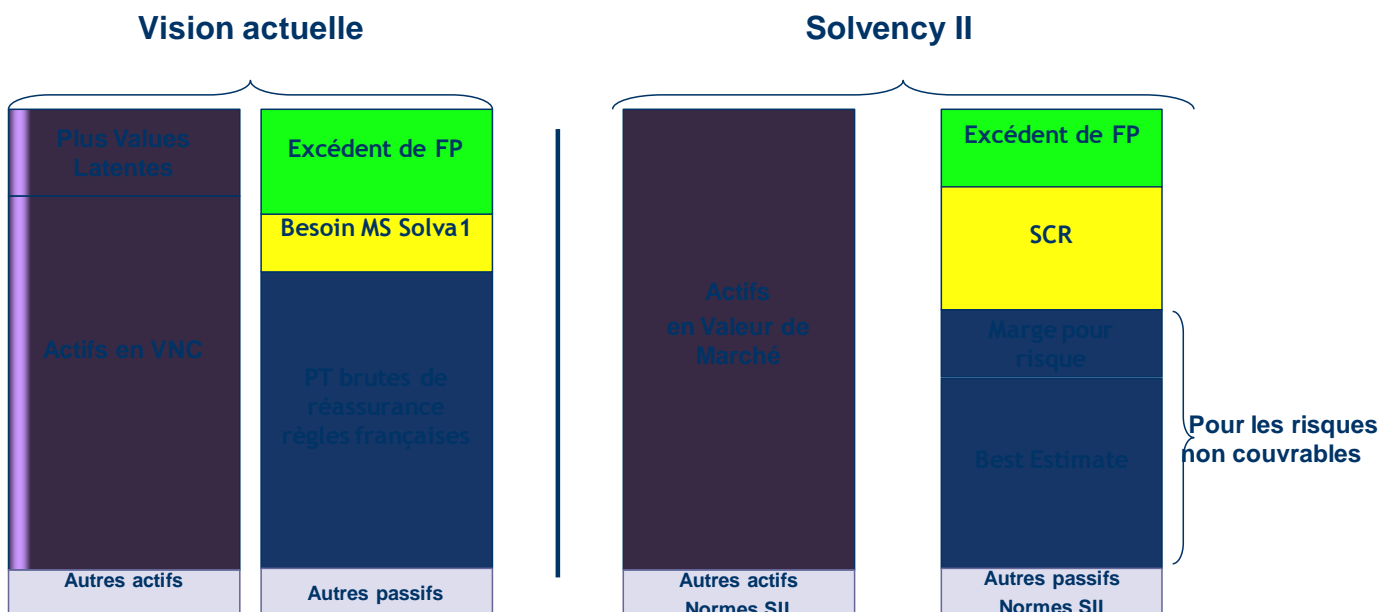


Figure 3. Comparaison entre le bilan Solvabilité 1 et le bilan Solvabilité 2

On peut constater que dans Solvabilité 2, on abandonne complètement la vision comptable qui existe dans Solvabilité 1. Sous Solvabilité 2, les actifs sont uniquement évalués en valeur de marché. De même, les provisions techniques y sont évaluées selon une approche économique. Les provisions techniques sont en fait calculées comme la somme de deux composantes :

- Le Best Estimate de la valeur des engagements d'assurance,
- Une marge pour risque.

Par rapport au régime Solvabilité 1, au sein duquel il peut y avoir de fortes différences au niveau des méthodes de calcul des provisions techniques utilisées par les différents assureurs en raison du flou existant sur les règles imposées dans ce domaine, la vision économique des provisions techniques dans Solvabilité 2 est sensée permettre une meilleure harmonisation.

Enfin, concernant le niveau minimal de capital que l'assureur doit détenir en plus des provisions techniques pour couvrir ses risques (le matelas de sécurité en cas d'événement exceptionnel), là aussi l'approche Solvabilité 2 rompt radicalement avec l'approche Solvabilité 1.

Sous Solvabilité 1, l'exigence de marge de solvabilité est calculée de façon simpliste et forfaitaire. Ainsi par exemple, dans le cas de l'assurance-vie épargne/retraite en euros purs qui nous intéresse, l'exigence de marge sous Solvabilité 1 correspond simplement à 4% des provisions mathématiquement et ce, indépendamment des garanties accordés aux assurés (comme le TMG par exemple), des types de placements effectués et des risques qui y sont liés.

Au contraire Solvabilité 2, introduit avec le SCR (le capital de solvabilité requis) une approche qui vise à s'adapter au profil de risque spécifique de chaque société d'assurance. Ainsi, le SCR est calculé via l'estimation de l'impact sur les fonds propres de la survenance possible de chacun des risques auxquels la société est effectivement soumise.

LE BEST ESTIMATE ET LE CAS PARTICULIER DE LA VIE

Dans cette partie nous allons définir la notion de Best Estimate et nous verrons ce que les spécificités de l'assurance vie impliquent pour son calcul :

- l'utilisation d'un modèle actif-passif pour prendre en compte les interactions entre l'actif et le passif,
- une approche stochastique pour intégrer la valeur temps des options et garanties des contrats.

2.1.1 DEFINITION SELON LA DIRECTIVE CADRE

Le Best Estimate (noté BE) est défini dans la directive cadre comme la moyenne pondérée par leur probabilité des flux de trésorerie futurs, compte tenu de la valeur temporelle de l'argent (valeur actuelle attendue des flux de trésorerie futurs), estimée sur la base de la courbe des taux sans risque pertinents.

Sous forme mathématique, cela peut s'écrire :

$$BE = E^{Q \otimes P} \left[\sum_{u \geq 1} \delta_u \times L_u \right]$$

avec :

- Q : la probabilité risque neutre (probabilité d'un monde dans lequel tous les actifs ont pour rendement moyen le taux sans risque),
- P : probabilité réelle qui s'applique à la durée de vie des assurés,
- δ_u : le facteur d'actualisation qui s'exprime en fonction du taux sans risque instantané r :

$$\delta_u = e^{-\int_0^u r_h \cdot dh}$$

- L_u : les flux de passif (prestations, primes contractuelles, décès, rachat, frais...) intervenant à l'instant u .

2.1.2 PARTICULARITE DU BEST ESTIMATE EN ASSURANCE-VIE ET INCIDENCE SUR SA METHODE DE CALCUL

(a) Nécessité d'utiliser un modèle ALM pour calculer le Best Estimate en vie

Contrairement à l'assurance non-vie où le rendement financier de l'actif n'a pas d'influence sur le passif et sur les prestations versées, l'une des spécificités de l'assurance vie réside dans le lien étroit qui existe entre :

- la performance financière constatée à l'actif,
- la revalorisation des contrats par le biais de la participation aux bénéfices,
- et le comportement de rachat des assurés.

Le calcul du Best Estimate en vie requiert ainsi l'utilisation d'un modèle actif-passif ou ALM (pour Asset & Liability Management) permettant de modéliser ces interactions qui existent entre l'actif et le passif de l'assureur.

Nous présenterons au chapitre 3 notre propre modèle ALM qui nous permettra de projeter dans le temps l'actif et le passif d'une compagnie d'assurance-vie.

(b) Nécessité d'une approche stochastique en vie

Comme nous l'avons vu dans le chapitre 1, la plupart des contrats d'assurance vie contient des options et des garanties :

- Taux minimum garanti associé au mécanisme de participation aux bénéfices,
- Option de rachat.

Or celles-ci représentent un coût pour l'assureur. En effet, chacune de ces options et garanties induit une différence entre les risques respectivement portés par l'assureur et par l'assuré et ce en défaveur de l'assureur :

1. Dans le cas du TMG :

Comme expliqué dans la première partie, le TMG correspond au taux minimum de revalorisation annuelle des provisions mathématiques. Il peut être défini contractuellement et être valable pour tout ou partie de la durée du contrat.

Le risque encouru par l'assureur est lié à la dissymétrie du partage des produits financiers entre l'assureur et l'assuré selon les scénarios : la totalité des pertes liées au service du TMG est supportée par l'assureur alors que les gains sont en grande partie reversés aux assurés par le biais de la participation aux bénéfices.

Cette garantie peut s'interpréter en termes d'instruments financiers comme une sorte de « floor » puisque qu'elle assure un taux de revalorisation minimal, le TMG, tout en permettant de bénéficier du taux de rendement de l'actif de l'assureur lorsque celui-ci est supérieur au TMG.

2. Dans le cas de l'option de rachat :

Le risque principal qui pèse sur l'assureur survient lorsque les taux ont monté et que l'assureur n'a pas servi un taux de PB suffisant en comparaison des taux offerts par ailleurs sur le marché. Les assurés sont alors incités à exercer le droit dont ils disposent de racheter leur contrat. De façon à payer ces rachats, l'assureur va alors être obligé de réaliser des ventes d'obligations qui, compte tenu de la hausse des taux, risquent de se traduire par la réalisation de moins-values obligataires.

Pour modéliser ce comportement opportuniste des assurés, l'approche généralement adoptée consiste à décomposer le comportement de rachat des assurés en deux parties :

- Le rachat structurel : c'est le rachat dû au fait que les assurés ont besoin de liquidités,
- Le rachat conjoncturel : c'est le rachat induit par le comportement des assurés en réponse à l'écart constaté entre le taux qu'ils se sont vu servir par l'assureur et les taux offerts sur marché.

Pour le QIS 5, l'Autorité de Contrôle Prudentiel (ACP) impose aux participants des restrictions quant à la fonction à utiliser dans le cas de modéliser le taux de rachat conjoncturel.

Nous verrons, dans la dernière partie de ce mémoire, l'impact qu'a cette fonction sur le coût de cette option de rachat et sur le Best Estimate.

En termes d'options financières classiques l'option de rachat est à rapprocher d'un put, l'assuré détenant le droit de vendre un actif dont la valeur est garantie contractuellement.

De façon à intégrer dans l'évaluation du Best Estimate le coût des options et garanties contenues implicitement dans les contrats, il est recommandé par l'Autorité de Contrôle Prudentiel d'utiliser une méthode de type Monte-Carlo. Dans le cas contraire, si l'assureur utilise une méthode déterministe, il sera de toute façon obligé d'expliquer au régulateur comment il a calculé le coût de ses options et garanties. Etant donné qu'il n'existe pas a priori de formule fermée permettant de calculer l'ensemble des options et garanties contenues dans les contrats, c'est l'approche stochastique de l'évaluation du Best Estimate qui a été adoptée dans ce mémoire.

LA MARGE POUR RISQUE

Dans Solvabilité 2 les provisions techniques sont évaluées à la valeur de transfert du portefeuille d'assurance, c'est-à-dire au montant qu'un assureur s'attend à recevoir en contrepartie de la reprise du portefeuille d'assurance.

Dans le cas où les risques sont couvrables (hedgeables), les provisions techniques correspondent au prix de la couverture financière permettant de construire une stratégie d'investissement dans des instruments financiers observables et liquides qui répliquent parfaitement les flux d'assurance. Un exemple de risque couvrable est le cas des contrats en UC sans garantie plancher où l'assureur ne fait que placer l'argent confié par l'assuré dans les titres définis dans le contrat puis revendre ces titres et donner la contre-valeur en euros à l'assuré à l'échéance ou au moment du rachat du contrat.

Dans le cas contraire, lorsque les risques ne sont pas couvrables, la provision technique est la somme du best estimate et de la marge pour risque. C'est le cas par exemple pour les contrats en euros, pour lesquels il est impossible de mettre en place une stratégie financière qui permette de répliquer exactement les flux futurs.

Nous avons vu précédemment que le best estimate est égal à la moyenne des flux futurs actualisés générés par le portefeuille en run-off. Le Best Estimate suffit donc en moyenne à l'assureur pour payer les flux futurs induits par le portefeuille d'assurance. Cependant le passif ne trouverait pas preneur au prix du seul Best Estimate.

La marge de risque correspond au montant que l'on doit ajouter au Best Estimate pour qu'un autre assureur accepte de reprendre le passif. Il s'agit du montant qui sert à dédommager le repreneur d'avoir à immobiliser du capital pour supporter les engagements d'assurance qu'il va récupérer, et ce, jusqu'à leur extinction. Les capitaux à immobiliser tout au long de la durée de vie restante du passif correspondent aux SCRs futurs générés par les engagements d'assurance si bien que la marge pour risque (RM pour Risk Margin en anglais) peut être définie par la formule suivante :

$$RM = E^{Q \otimes P} \left[COC \times \sum_{u \geq 0} \delta_{u+1} \times SCR_u \right]$$

Le coût du capital COC étant fixé à 6%.

En moyenne, le Best Estimate doit ainsi permettre de payer les prestations et les frais, tandis que la marge pour risque pourra être consommée de manière à garantir un rendement de 6%, en plus du taux sans risque à ceux qui financent l'activité en apportant les fonds propres nécessaires à la couverture du SCR année après année.

La principale difficulté du calcul de la marge pour risque provient de la nécessité de savoir évaluer les SCRs futurs. Dans le cadre de ce mémoire, nous n'étudierons pas

cette problématique, mais nous nous contenterons de nous intéresser à la partie Best Estimate des provisions techniques.

LE BEST ESTIMATE GARANTI (BEG)

Comme nous l'avons vu dans la première partie, les contrats d'assurance vie sont revalorisés d'un rendement (taux servi) qui se décompose en deux parties :

- Le TMG,
- Le taux de participation aux bénéfices (qui dépend du rendement financier de l'actif du canton euro de la société d'assurance).

De manière à voir ce qui relève dans le Best Estimate de la partie garantie d'une part et ce qui relève de la PB discrétionnaire d'autre part, il est demandé par le superviseur de le ventiler en deux parties :

- Le BEG ou Best Estimate Garanti, correspondant aux provisions destinées à couvrir l'engagement contractuel de TMG,
- Un montant correspondant aux participations aux bénéfices futurs (appelé FDB pour Future Discretionary Benefits).

Les ONC du QIS 5 publiées par l'ACP proposent une méthode permettant d'estimer ce BEG. Celle-ci se déroule en quatre étapes et nécessite d'avoir effectué auparavant le calcul du Best Estimate :

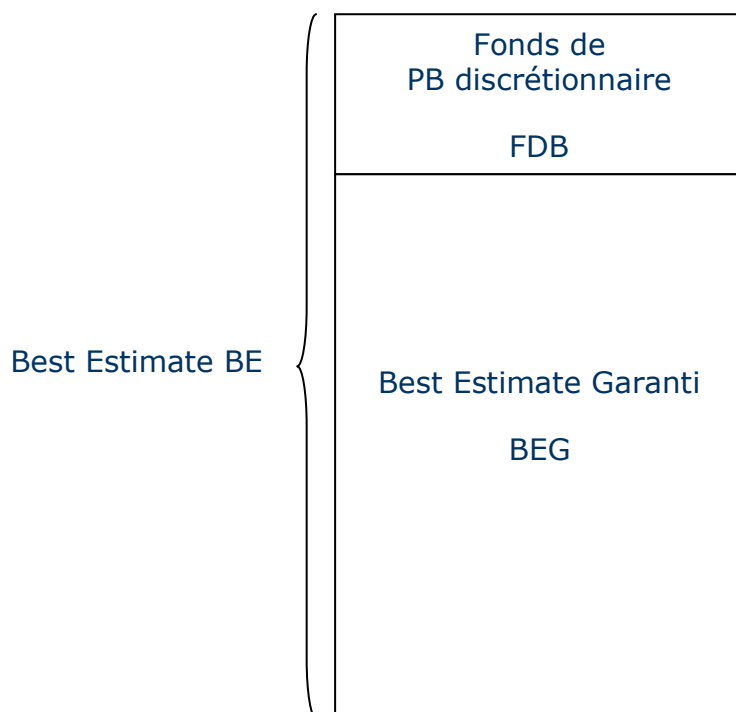
«

- **Phase 1** : extraction de la chronique des prestations : pour chaque scénario simulé, il convient d'enregistrer pour chaque pas de projection le pourcentage de l'épargne qui est versé aux bénéficiaires (décès, rachats structurels, rachats dynamiques...) ; il doit en résulter une matrice pour laquelle une ligne correspond à un scénario et une colonne à un pas de projection ;
- **Phase 2** : calcul de la partie garantie de ces prestations : pour chaque scénario, la chronique de prestations doit être appliquée à la valeur garantie. Cette valeur garantie est calculée à chaque instant selon les hypothèses suivantes :
 - a. L'épargne acquise à la date d'évaluation est revalorisée au taux technique.
 - b. Au sein de la PPB en stock à la date de calcul, la part ne pouvant pas être utilisée pour servir un éventuel TMG est incorporée à l'épargne acquise 8 ans après sa constitution.
 - c. L'épargne est diminuée annuellement des chargements contractuels éventuels.

- **Phase 3** : actualisation des flux garantis : les flux de trésorerie ainsi obtenus dans chaque scénario doivent être actualisés à l'aide des taux d'actualisation propres à chaque scénario ;
- **Phase 4** : calcul du BEG : le BEG est égal à la moyenne des valeurs obtenues sur chacun de ces scénarios.

»

Ensuite la FDB se déduit en calculant la différence entre le Best Estimate et le Best Estimate Garanti :



LE SCR

Le SCR correspond au capital économique de Solvabilité 2. C'est le montant de fonds propres dont doit disposer la compagnie pour être considérée par le régulateur comme suffisamment solide pour garantir sa solvabilité. De manière à pouvoir le définir, nous allons d'abord introduire le concept de bilan économique.

2.1.3 BILAN ECONOMIQUE

Solvabilité 2 repose sur une vision économique. A chaque date t , on peut définir le bilan économique de la compagnie d'assurance de la façon suivante :

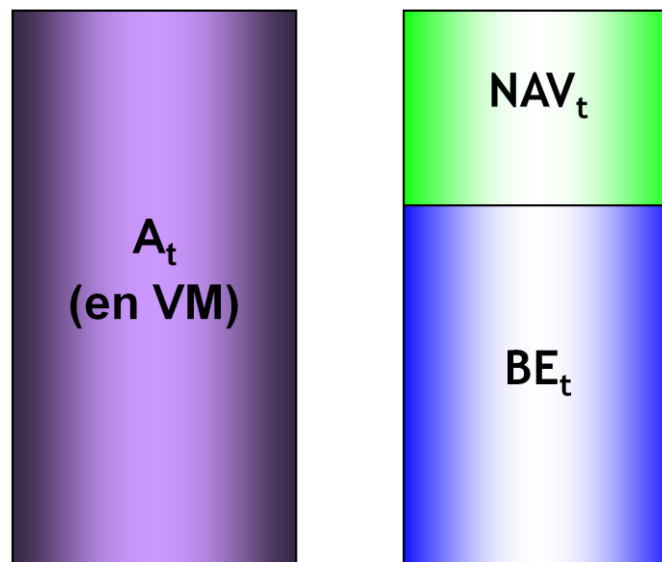


Figure 4 - Bilan économique

Avec les notations suivantes :

- A_t : l'actif de l'assureur en valeur de marché,
- BE_t : le Best Estimate soit la valeur économique des passifs,
- NAV_t (Net Asset Value) : les fonds propres économiques qui sont définis en utilisant l'équation d'équilibre du bilan :

$$NAV_t = A_t - BE_t$$

La valeur de chacun de ces postes du bilan correspond à l'espérance sous la probabilité risque neutre des flux futurs correspondants actualisés.

Ainsi, tout comme le Best Estimate correspond à la valeur actuelle probable des flux générés par les passifs, les fonds propres sont définis comme la valeur actuelle probable des résultats futurs :

$$NAV_0 = E^{Q \otimes P} \left[\sum_{u \geq 1} \delta_u \times R_u \right]$$

avec :

- Q : la probabilité risque neutre (probabilité d'un monde dans lequel tous les actifs ont pour rendement moyen le taux sans risque),
- P : probabilité réelle qui s'applique à la durée de vie des assurés,
- δ_u : le facteur d'actualisation qui s'exprime en fonction du taux sans risque instantané r :

$$\delta_u = e^{-\int_0^u r_h \cdot dh}$$

- R_u : le résultat dégagé par la compagnie et qui intervient à l'instant u .

2.1.4 DEFINITION

Le SCR est le montant de fonds propres économiques dont doit disposer la compagnie d'assurance pour être sûr à 99,5% de ne pas être ruiné dans 1 an. Autrement dit, il s'agit des fonds propres nécessaires à la compagnie pour absorber les pertes sur un horizon d'un an et ce pour un niveau de confiance de 99,5%.

Mathématiquement, on peut définir le SCR comme le montant de fonds propre minimal dont doit disposer la compagnie pour satisfaire la contrainte :

$$P(NAV_1 < 0) \leq 0,5$$

Où P est la probabilité du monde réel.

On peut montrer que :

$$SCR = NAV_0 - P(0,1) \times q_{0,5\%}(NAV_1)$$

où :

- NAV_0 : fonds propres économiques aujourd'hui en $t = 0$ (déterministe)

- NAV_1 : fonds propres économiques en $t = 1$ (variable aléatoire)
- $P(0,1)$: est le prix d'un zéro-coupon 1 an (qui joue le rôle de facteur d'actualisation ici)
- $q_{0,5\%}(NAV_1)$: le quantile 0,5% de la distribution des fonds propres économiques NAV_1 .

De sorte que le SCR peut être vu comme la variation de la NAV qui correspond à la pire possible sur un an au seuil de risque 0,5% ou bien la VaR (Value at Risk) à 99,5% de la perte en fonds propres économiques à horizon d'un an :

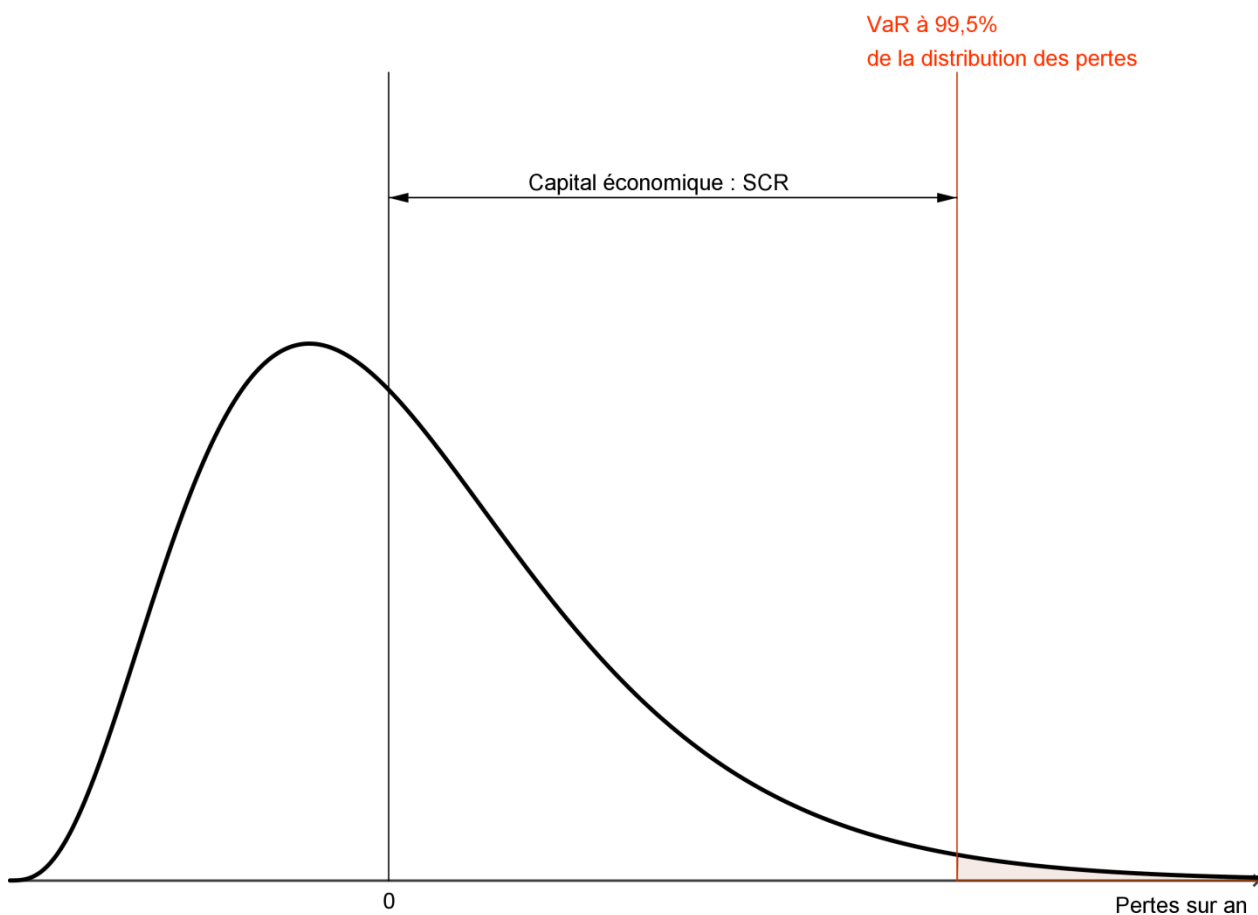


Figure 5 - Calcul du SCR à partir de la distribution des pertes à un an

2.1.5 L'APPROCHE PAR MODELE INTERNE

L'approche la plus naturelle pour le calcul du SCR est l'approche par modèle interne.

Celle-ci peut se résumer en trois étapes :

- On fait P (par exemple 10 000) simulations primaires en monde réel.
- On estime le quantile 0,5%, qu'on notera $q_{0,5\%}(NAV_1)$, de la distribution des fonds propres économiques NAV_1 en $t = 1$.

Par exemple si on a fait 10 000 simulations primaires $q_{0,5\%}(\widehat{NAV}_1)$ est la 50ième pire valeur de l'échantillon $(NAV_1^i)_{i=1,\dots,10000}$.

- On en déduit alors l'estimation :

$$\widehat{SCR} = NAV_0 - P(0,1) \times q_{0,5\%}(\widehat{NAV}_1)$$

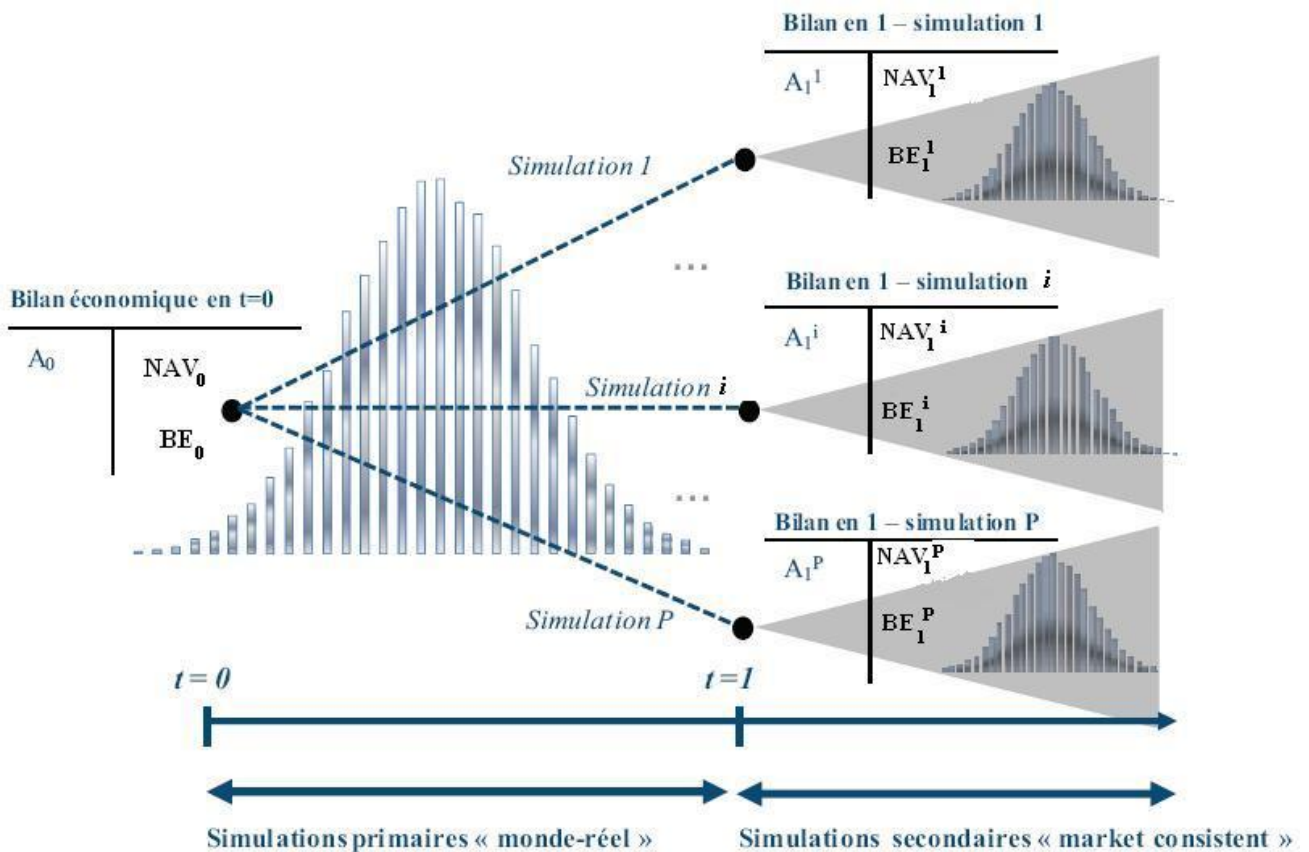


Figure 6 - Calcul du SCR par modèle interne, figure issue de (Devineau & Loisel, Construction d'un algorithme d'accélération de la méthode des « simulations dans les simulations » pour le calcul du capital économique Solvabilité II, juin 2009)

Dans chaque simulation réelle, il est nécessaire de calculer le Best Estimate en $t = 1$ avec une méthode stochastique. L'approche par modèle interne requiert ainsi de faire du « stochastique dans le stochastique » ce qui en fait une méthode très lourde à mettre en œuvre et très consommatrice en temps calcul. Si bien que ce type de méthode n'est envisagé et développé que par les très grandes compagnies qui ont de gros moyens.

En vertu du principe de proportionnalité, les petites sociétés d'assurance ont la possibilité de calculer leur SCR selon une formule standard plus simple à mettre en œuvre et dont la version actuelle est définie dans les spécifications techniques du QIS 5. C'est cette approche que nous allons décrire dans la section suivante et que nous utiliserons pour effectuer nos calculs de SCR.

2.1.6 LA FORMULE STANDARD

Selon les spécifications techniques du QIS 5 qui décrivent la méthode de la formule standard, le SCR est basé sur la formule suivante :

$$SCR = BSCR - Adj. + SCR_{op}$$

où :

- $BSCR$: SCR de base
- $Adj.$: ajustement au titre des propriétés d'absorption du risque des futures PB et des impôts différés
- SCR_{op} : exigence de capital au titre du risque opérationnel

Dans ce mémoire nous ne traiterons pas le cas du risque opérationnel dont le SCR est déterminé de manière forfaitaire en fonction des provisions mathématiques et des primes. Nous n'étudierons pas non plus l'ajustement au titre des propriétés d'absorption des impôts différés.

Nous allons commencer par décrire la méthode de calcul du BSCR.

2.1.7 LA METHODE BOTTOM-UP

Le BSCR est basé sur une approche appelée bottom-up (ou approche modulaire). Son calcul est divisé en modules de risque, eux-mêmes subdivisés en sous-modules :

- On calcule d'abord l'exigence de capital au titre de chacun des différents risques « élémentaires ».

- Ensuite on agrège ces capitaux élémentaires via des matrices de corrélation pour obtenir les SCR relatifs aux différents modules de risque.
- Enfin on agrège toujours via une matrice de corrélation ces SCR relatifs aux modules de risque pour obtenir le SCR global : le BSCR.

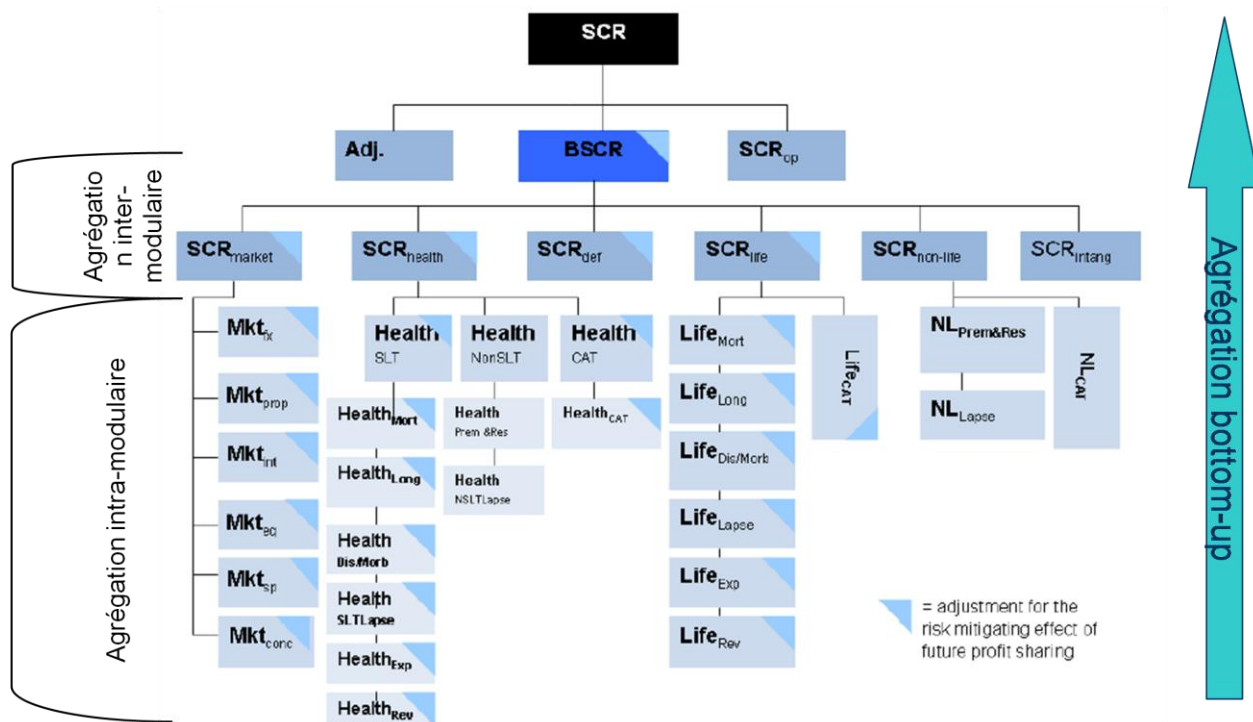


Figure 7 - Approche bottom-up pour le calcul du BSCR

Ainsi, par exemple, le capital de solvabilité relatif au module de risque de marché est noté SCR_{market} et est déterminé à partir des capitaux de solvabilité élémentaires suivants :

- Mkt_{int} : le capital requis au titre du risque de taux d'intérêt
- Mkt_{eq} : le capital requis au titre du risque action
- Mkt_{sp} : le capital requis au titre du risque de spread
- ...

Dans le cadre de l'assurance vie, les risques à prendre en compte sont les risques de marché et de souscription, le capital de solvabilité associé au risque de souscription étant noté SCR_{Life} .

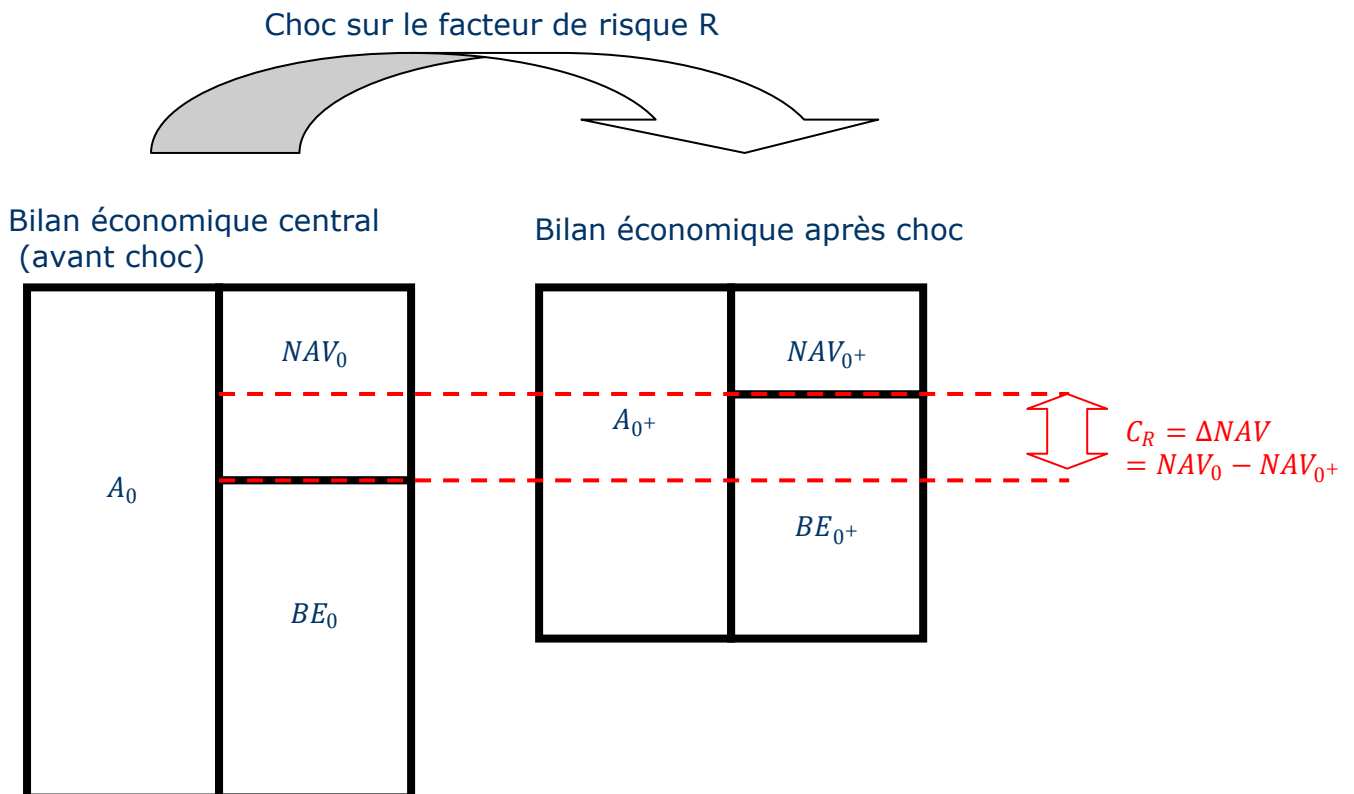
2.1.8 CALCUL DES CAPITAUX ELEMENTAIRES

L'exigence de capital C_R requis au titre d'un facteur de risque élémentaire R est calculée comme la variation du niveau des fonds propres économiques (ΔNAV) constatée suite à un choc instantané sur le facteur R au niveau de risque 0,5% :

$$C_R = \Delta NAV = NAV_0 - NAV_{0+} = (A_0 - BE_0) - (A_{0+} - BE_{0+})$$

Où :

- A_0 : valeur de marché de l'actif à la date d'évaluation
- BE_0 : Best Estimate calculé à la date d'évaluation (cas central)
- A_{0+} : valeur de marché de l'actif après un choc instantané sur le facteur de risque R au niveau de risque 0,5%
- BE_{0+} : Best Estimate calculé après choc instantané sur le facteur de risque R au niveau de risque 0,5%



2.1.9 AGREGATION DES CAPITAUX ELEMENTAIRES

Chaque exigence de capital C_R au titre d'un risque élémentaire R est calculée au niveau de risque 0,5%. Mais à ce niveau de risque 0,5%, les risques élémentaires ne surviendront « jamais » simultanément chacun selon un choc correspondant au niveau de risque de 0,5%.

Pour tenir compte de cela, on ne somme pas directement tous les capitaux élémentaires, mais on les agrège via des matrices de corrélation qui sont représentatives du niveau de diversification entre les différents risques élémentaires.

Si on note C_{R_i} le capital requis au titre du risque i et si on note C le capital requis global, résultat de l'agrégation des C_{R_i} , on a :

$$C = \sqrt{\sum_{i,j} \rho_{i,j} \times C_{R_i} \times C_{R_j}} \leq \sum_i C_{R_i}$$

où $\rho_{i,j}$ correspond à la corrélation entre les risques i et j .

D'où un bénéfice de diversification.

Ainsi par exemple, si on regarde uniquement le module de marché en ne considérant que les risques action, de taux et de spread, et si on suppose que la compagnie est plus sensible à la baisse qu'à la hausse des taux, on a d'après les spécifications du QIS 5 :

$$SCR_{market} = \sqrt{\begin{matrix} [Mkt_{int} & Mkt_{eq} & Mkt_{sp}] & \begin{bmatrix} 1 & 0,5 & 0,5 \\ 0,5 & 1 & 0,75 \\ 0,5 & 0,75 & 1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} Mkt_{int} \\ Mkt_{eq} \\ Mkt_{sp} \end{bmatrix} \end{matrix}}$$

2.1.10 PRISE EN COMPTE DE L'EFFET D'ABSORPTION DE LA PB FUTURE

Rappelons la formule de base du SCR :

$$SCR = BSCR - Adj. + SCROP$$

Dans cette section nous allons préciser la manière dont nous allons calculer le BSCR et nous allons présenter une méthode permettant de calculer le terme Adj. qui mesure l'effet de mitigation de la PB future.

Dans le cas où un choc survient, l'assureur est théoriquement en mesure d'adapter la PB qu'il va servir par la suite à ses assurés afin « d'absorber » ce choc. Pour prendre en compte ces propriétés d'absorption des risques des PB futures et en quantifier l'effet, on calcule les SCR selon deux hypothèses :

- « brut » d'effet d'absorption de la PB future : on fait l'hypothèse que l'assureur ne peut pas réviser ses hypothèses de taux de PB futurs en cas de survenance du choc considéré. Dans le cadre du calcul du Best Estimate après choc, cela revient à supposer qu'au niveau des projections, l'assureur sert exactement les mêmes séquences de taux de PB que dans le cas non choqué (scénario central).
- « net » d'effet d'absorption de la PB future : on fait l'hypothèse que l'assureur peut adapter ses taux de PB futurs de manière à absorber un éventuel choc (comme dans la réalité). Pour indiquer qu'une exigence de capital est « nette » d'effet d'absorption de la PB future, on rajoute un « petit n » devant (par exemple $nSCR_{market}$ ou $nSCR_{life}$). Sinon il est en « brut ».

Dans le cadre du calcul du BSCR, les capitaux élémentaires sont calculés « bruts » d'effet d'absorption de la PB future.

Le nBSCR (SCR global net) peut être calculé selon la même méthode modulaire que le BSCR, avec les mêmes matrices de corrélation, mais en utilisant cette fois-ci les capitaux élémentaires « en net ».

En fait, le modèle actif-passif, que nous présenterons dans le chapitre suivant, a été développé de façon à simuler le fonctionnement « réel » de la compagnie. Autrement dit, dans le modèle, il est prévu que l'assureur adapte ses taux de PB à sa production financière et au taux du marché. Le modèle actif-passif est donc adapté pour calculer le Best Estimate et donc le SCR en « net ».

De façon à pouvoir calculer les SCR en « brut », on utilise les résultats « nets » en suivant la méthode décrite dans cet extrait des spécifications techniques du QIS 5 :

"In the calculation of the net SCR for each (sub-)module, undertakings are calculating a stressed balance sheet and comparing it to the unstressed balance sheet that was used to calculate own funds. Therefore, for each (sub-)module undertakings can derive the best estimate value of the technical provisions relating only to future discretionary benefits from both balance sheets. The change in these provisions measures the impact of the risk mitigation. For each sub-module, this difference should be added to the net SCR used to derive the gross SCR."

Pour calculer les SCR_i "bruts" requis au titre des différents risques élémentaire i , on procède ainsi de la façon suivante :

- On établit d'abord le bilan économique à la date d'évaluation, soit A_0 , BE_0 et $NAV_0 = A_0 - BE_0$, ainsi que le Best Estimate Garanti BEG_0 et le fonds de PB discrétionnaire : $FDB_0 = BE_0 - BEG_0$.

- Pour chaque risque élémentaire i , on calcule de même les éléments du bilan économique et le fonds de PB discrétionnaire après choc instantané sur le facteur de risque i , le Best Estimate étant calculé « en net » : A_{0+}^i , BE_{0+}^i , NAV_{0+}^i et FDB_{0+}^i .
- On en déduit le SCR relatif à chaque risque i en « net » :

$$nSCR_i = NAV_0 - NAV_{0+}^i$$

- Le SCR relatif au risque i en brut est alors obtenu par :

$$SCR_i = nSCR_i + (FDB_0 - FDB_{0+}^i)$$

Le BSCR et nBSCR pouvant ensuite être obtenus en agrégeant les capitaux élémentaires à l'aide des matrices de corrélation définies dans les spécifications techniques.

Le terme d'ajustement au titre des propriétés d'absorption du risque des futures PB Adj. ne pouvant dépasser le fonds de PB discrétionnaire, il est donné par :

$$Adj. = -\min(0; BSCR - nBSCR; FDB)$$

En définitive, on peut remarquer que le capital économique de l'assureur issu de la formule :

$$SCR = BSCR - Adj. + SCR_{op}$$

tient compte des propriétés d'absorption de la PB future et correspond donc à un SCR « net ».

3 PRESENTATION DE L'OUTIL DE CALCUL DU BEST ESTIMATE

Dans cette partie, nous allons présenter la mise en œuvre du calcul du Best Estimate d'une société d'assurance pratiquant de l'assurance vie épargne et retraite.

Nous présenterons d'abord l'outil que j'ai contribué à développer lors de mon stage, lequel a pour vocation l'estimation du Best Estimate en assurance-vie selon une approche stochastique.

Nous détaillerons son fonctionnement, les différentes modélisations qui ont été mises en œuvre et les choix de simplification que nous avons effectués.

FONCTIONNEMENT DE L'OUTIL QUI CALCULE LE BEST ESTIMATE

Nous avons vu précédemment que le Best Estimate était défini comme l'espérance sous la probabilité risque-neutre des flux du passif actualisés. L'absence de formule fermée permettant de calculer le coût des options et garanties financières incluses dans les contrats conduit à utiliser une méthode de type Monte-Carlo pour estimer cette espérance.

L'outil est en fait basé sur un modèle Actif-Passif qui prend en entrée des milliers de scénarios économiques stochastiques risque-neutres (des taux, des actions et de l'immobilier). Le long de chacun de ces scénarios économiques, le modèle ALM projette l'actif et le passif de la société d'assurance (jusqu'à extinction des passifs) en simulant les interactions actif/passif, et en déterminant les flux du passif.

A partir de ces flux du passif et des coefficients d'actualisation issus des scénarios économiques fournis par l'ESG, le Best Estimate est alors estimé de la façon suivante :

$$BE = E^{Q \otimes P} \left[\sum_{u \geq 1} \delta_u \times L_u \right] \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sum_{u \geq 1} \delta_u^i \times L_u^i$$

où :

- N : nombre de scénarios stochastiques risque-neutres de l'évolution des actifs
- δ_u^i : facteur d'actualisation en 0 d'un flux intervenant en u , dans le scénario i
- L_u^i : somme des flux de passif intervenant à l'instant u dans le scénario i

Les flux du passif qui sont considérés dans le calcul du Best Estimate étant :

- Les primes périodiques ou programmées,
- Les rachats,

-
- Les décès,
 - Les frais de l'assureur au titre de la gestion des contrats et des placements,
 - Les contributions sociales prélevées au niveau des contrats en euros purs,
 - La PM et la PPB que doit reverser l'assureur à la fin de la projection.

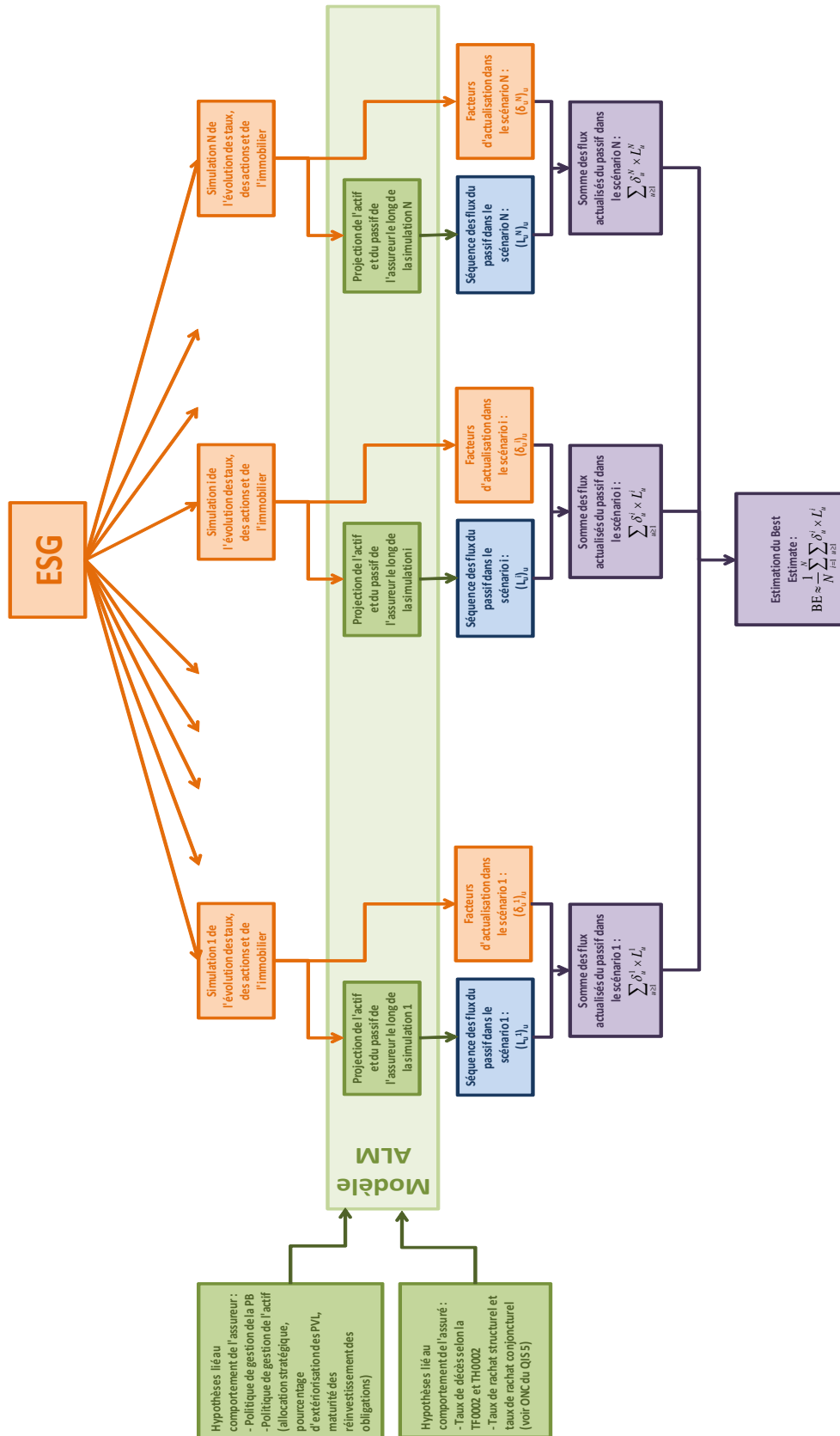


Figure 8 - Schéma de fonctionnement de l'outil de calcul du Best Estimate

HYPOTHESES INHERENTES AUX SPECIFICATIONS TECHNIQUES

Le calcul du Best Estimate est basé sur un certain nombre d'hypothèses théoriques qui sont définies dans les spécifications techniques.

3.1.1 HYPOTHESES CONCERNANT L'ACTIF

- Les actifs sont projetés dans un monde risque-neutre. Chaque simulation générée par l'ESG est une réalisation de l'évolution, jusqu'à l'horizon de projection, de l'ensemble des actifs dans ce monde.
- Ce monde risque-neutre doit refléter les conditions de marché à la date de valorisation du Best Estimate (Market consistency). Les modèles de diffusion des actifs sont ainsi calibrés sur la base de la courbe des taux et des volatilités implicites d'instruments financiers constatées sur le marché à la date de valorisation. Les corrélations entre les actifs sont calibrées à partir de données historiques.
- Au sein de chacune des poches d'actifs (monétaire, actions globales, actions autres et immobilier), tous les titres sont supposés évoluer exactement de la même manière avec un β égal à 1.

3.1.2 HYPOTHESES CONCERNANT LE PASSIF

- La société d'assurance est supposée fonctionner en run-off, c'est-à-dire sans production future.
- Seules les primes futures qui correspondent à l'engagement de l'assuré dans le cadre du contrat sont prises en compte dans les projections.
- Les projections sont faites sous l'hypothèse qu'il n'y a pas de réassurance.

HYPOTHESES SIMPLICATRICES SPECIFIQUES A L'OUTIL

De manière à limiter la quantité de calcul et la complexité du modèle, il a été fait le choix d'effectuer un certain nombre de simplifications et d'approximations.

3.1.3 PRINCIPALES HYPOTHESES SIMPLICATRICES LIEES L'ACTIF

- Les actifs sont supposés infiniment divisibles.
- Le marché est supposé liquide, c'est-à-dire qu'il est possible d'acheter ou de vendre ses actifs à tout instant.
- L'assureur achète ses actifs sans coût de transaction.

-
- Seuls les six types d'actifs suivants sont modélisés :
 - Les actions globales,
 - Les actions autres,
 - Le monétaire,
 - L'immobilier,
 - Les obligations à taux fixe
 - L'assureur est supposé garder la même allocation du portefeuille tout au long de la projection. Autrement dit, à la fin de chaque année, la répartition des six types d'actifs dans le portefeuille sera toujours la même que celle de départ.
 - Le réinvestissement en obligations se fait uniquement dans des obligations possédant des caractéristiques définies au départ, à savoir qu'elles sont sans risque, au pair, avec une certaine maturité.

3.1.4 PRINCIPALES HYPOTHESES SIMPLIFICATRICES LIEES AU PASSIF

- Seuls les principaux éléments du bilan sont modélisés. De nombreux autres ne le sont pas comme la PGG (Provision globale de gestion) et la PAF (Provision pour Aléas Financiers) par exemple,
- La mortalité des assurés est supposée déterministe : le taux de mortalité est celui de la table « TH0002 » pour les hommes et « TF0002 » pour les femmes. Cette hypothèse de taux de décès déterministe revient à supposer une mutualisation parfaite au niveau des décès et que la mortalité des assurés suit effectivement cette table.
- Le taux de rachat conjoncturel des différentes générations est supposé être une fonction déterministe de l'écart entre le taux servi par l'assureur et le taux du marché (taux 10 ans). Les ONC du QIS 5 encadrent la manière de modéliser ce taux de rachat conjoncturel.
- Les contrats sont regroupés en groupes homogènes : model points.
- Les frais sont supposés versés à la fin de l'année. Ceux-ci sont estimés à partir d'un taux de frais de gestion qui s'applique à la provision mathématique de clôture de l'année N-1.
- Les chargements sur encours sont calculés à partir d'un taux de chargement sur encours appliqué à la provision mathématique de clôture de l'année N-1.
- Les sinistres tels que les décès et les rachats, qui donnent lieu à un versement de prestations, ont lieu en fin d'année.

LE GÉNÉRATEUR DE SCÉNARIOS ÉCONOMIQUES

Le générateur de scénarios économiques (ESG), qui est extérieur à l'outil de calcul du Best Estimate, permet de disposer de simulations stochastiques de l'évolution annuel de :

- La courbe des taux,
- De l'indice des actions globales,
- De l'indice des actions autres,
- De l'indice de l'immobilier,
- Du rendement annuel du monétaire.

Ces simulations ont la propriété d'être :

- Risque-neutres : le rendement moyen, sur l'ensemble des simulations, de chacun des actifs est égal au taux sans risque.
- Market Consistent : ces simulations stochastiques doivent refléter les conditions de marché à la date considérée. Autrement dit, lorsqu'on les utilise au travers d'une méthode de Monte Carlo pour pricer des instruments financiers on doit retrouver les prix constatés sur le marché.

3.1.5 LE MODELE DE TAUX

Le modèle de taux est basé sur un modèle gaussien dans lequel la dynamique du taux court est du type :

$$dr_t = \theta_t \cdot dt + \sigma_t \cdot dW_t^r$$

où $(W_t)_{t \geq 0}$ est un mouvement brownien et où le drift θ_t et la volatilité σ_t sont des fonctions déterministes du temps.

La volatilité est calibrée de manière à retrouver le prix des caps Euribor 3 mois, à la monnaie, de durée 1 an et de maturité 1 à 20 ans. Le cap est un instrument financier permettant de garantir un plafond sur un certain taux révisable et ce pour une certaine période. Il est assimilable à une succession de Call et il est possible de l'évaluer, dans le modèle considéré, grâce à une formule de type Black.

Au-delà de 20 ans il n'existe pas d'instrument liquide sur taux qui permette de calibrer les volatilités. Aussi, pour les volatilités supérieures à 20 ans, il est fait l'hypothèse que σ_t décroît de manière exponentielle :

$$\sigma_t = \sigma_0 \cdot e^{-at}$$

Le coefficient a étant estimé à l'aide d'une régression sur les volatilités déterminées à partir des prix des caps.

Le drift est ensuite déterminé de manière à retrouver le prix des zéro-coupons en 0.

Enfin les taux forward un an à une date donnée dans un scénario donné sont considérés comme égaux aux taux un an futurs du scénario considéré. Ceci permet de reconstituer à toute date et dans chaque scénario l'ensemble de la courbe des taux.

3.1.6 LES MODELES ACTIONS ET IMMOBILIER

Le modèle utilisé pour diffuser les actions et l'immobilier est de type log-normal avec une volatilité constante. Ainsi par exemple, l'indice action suit la dynamique suivante :

$$\frac{dS_t}{S_t} = r_t \cdot dt + \sigma^S \cdot dW_t^S$$

En suivant les instructions des ONC de l'ACP pour le QIS 5, le coefficient de volatilité σ^S est calibré de manière à retrouver le prix du Call sur CAC 40 de maturité 1 an, à la monnaie. Le coefficient de volatilité de l'immobilier est calibré sur les volatilités historiques.

Les corrélations entre les différents actifs sont supposées nulles.

MODELISATION DES ACTIFS DANS LE MODELE ALM

3.1.7 LA MODELISATION DE LA COURBE DES TAUX

On notera dans la suite $R(t, T)$ le taux zéro-coupon, valable en t , de maturité T .

Dans l'outil, pour une année donnée, la courbe des taux est modélisée par un vecteur qui contient les taux zéro-coupon de maturités 1 an, 2 ans, 3 ans,...

Ainsi, par exemple, la courbe des taux initiale est définie par le vecteur $(R(0, T))_{T=1,2,\dots}$

Le taux ZC de maturité quelconque t , t étant compris entre les entiers n et $n+1$, est ensuite interpolé via la relation :

$$(1 + R(0, t))^t = (1 + R(0, n))^n (1 + F(0, n, n + 1))^{t-n}$$

où $F(0, n, n + 1)$ désigne le taux forward, vu de 0, valable entre n et $n+1$:

$$F(0, n, n + 1) = \frac{(1 + R(0, n + 1))^{n+1}}{(1 + R(0, n))^n} - 1$$

3.1.8 LA MODELISATION DES OBLIGATIONS A TAUX FIXE

(a) **Caractéristiques**

Les obligations à taux fixes sont caractérisées dans l'outil par les éléments suivants :

- La maturité de l'obligation, notée T
- Le nominal égal à la valeur de remboursement, noté N
- Le taux de coupon (ou taux nominal), noté τ
- La valeur d'achat pied de coupons hors surcote/décote, notée VA
- Le stock de surcote/décote déjà amorti, noté S/D
- Le stock de coupon couru, noté CC
- Le spread, noté s , dont nous donnerons la définition dans la suite
- La notation de l'émetteur ou rating (qui sert pour le calcul du choc de spread)

D'autre part, il est fait l'hypothèse que la périodicité des coupons est toujours annuelle.

(b) **Valeur comptable**

Chaque année de projection, la valeur comptable de chacune des obligations à taux fixe est recalculée en actualisant les flux restants au taux actuariel à l'achat (noté a) de façon à amortir au niveau du bilan la différence entre la valeur d'achat et la valeur de remboursement tout au long de la durée de vie de l'obligation :

$$VC = \sum_{t=t_1}^T \frac{\tau \times N}{(1+a)^t} + \frac{N}{(1+a)^T}$$

En plus de cette valeur comptable, on recalcule chaque année le coupon couru et le stock de surcote/décote.

(c) Valeur de marché et prise en compte du risque de crédit

Concernant le risque de crédit et sa prise en compte dans la valeur de marché d'une obligation risquée par l'intermédiaire du spread, nous avons adopté une approche multiplicative du spread. Etant donnée une obligation à taux fixe risquée dont on a la valeur de marché VM en 0, on définit le spread comme l'unique valeur s vérifiant la relation :

$$VM = \sum_{t=t_1}^T \frac{\tau \times N}{[(1 + R(0, t)) \times (1 + s)]^t} + \frac{N}{[(1 + R(0, T)) \times (1 + s)]^T}$$

Pour une obligation donnée, ce spread est ainsi calculé une seule fois à l'initialisation. Ensuite, au cours de la projection dans le temps de l'obligation risquée, on fait l'hypothèse simplificatrice que ce spread reste constant tout au long de sa durée de vie.

Si l'on projette les obligations risquées en supposant qu'aucun défaut n'est possible (i.e. les coupons et le remboursement sont toujours payés), on ne prend pas en compte la probabilité de défaut associée à l'obligation qui est intégrée dans sa valeur de marché via le spread. De façon à « corriger » cela, et à ne pas surestimer les flux futurs engendrés par l'obligation, on fait l'hypothèse qu'à chaque échéance de coupon, l'obligation subit un « taux de défaut » de sorte que la VM anticipée de l'obligation à chaque échéance future, vue d'aujourd'hui, coïncide avec la VM d'aujourd'hui.

Le coefficient de défaut d , s'appliquant chaque année à l'obligation de spread s et défini par :

$$d = \frac{1}{1 + s}$$

convient pour cela.

En effet, pour toute échéance $U \in \{t_1, t_2, \dots, T\}$, on a :

$$VM = \underbrace{\sum_{t=t_1}^U \frac{d^t \times \tau \times N}{(1 + R(0, t))^t}}_{\substack{\text{Coupons détachés} \\ \text{en } t=t_1, t=t_2, \dots, t=U \\ \text{actualisés}}} + \frac{1}{(1 + R(0, U))^U} \times \left[\underbrace{\sum_{t>U}^T \frac{d^t \times \tau \times N}{(1 + F(0, U, t))^{t-U}} + \frac{d^U \times N}{(1 + F(0, U, T))^{T-U}}}_{\text{Valeur anticipée de l'obligation en } t=U, \text{ vu d'aujourd'hui}} \right]$$

où $F(0, u, t)$ est le taux forward, vu de 0, entre u et t .

Enfin si un flux de coupon intervient en milieu d'année, on fait l'hypothèse que celui-ci est réinvesti au monétaire.

3.1.9 MODELISATION DES ACTIONS ET DE L'IMMOBILIER

Les actions et l'immobilier sont modélisés de manière identique. En adéquation avec le QIS 5, les actions sont regroupées en deux classes séparées :

- les actions globales,
- les actions autres.

Chacune de ces classes d'actifs est caractérisée par les éléments suivants :

- la valeur de marché,
- la valeur comptable qui correspond à la valeur d'achat,
- le taux de dividende/loyer qui est supposé rester fixe tout le long de la projection.

A chaque date de projection, la valeur de marché et les dividendes/loyers sont calculés :

- $VM_{\text{action}}(31/12/N) = VM_{\text{action}}(31/12/N-1) \times (1 + \text{Taux de revalorisation des actions}(N)) \times (1 - \text{Taux dividende})$.
- $\text{Dividendes}(31/12/N) = VM_{\text{action}}(31/12/N-1) \times (1 + \text{Taux de revalorisation des actions}(N)) \times \text{Taux dividende}$.

3.1.10 MODELISATION DU MONETAIRE

Le monétaire est quant à lui uniquement caractérisé par sa valeur de marché et sa valeur comptable. Chaque année la valeur de marché est recalculée en fonction du taux de revalorisation du monétaire et la valeur comptable correspond à la valeur historique.

Dans le cas où l'actif de l'assureur est négatif, ce qui correspond au cas où l'assureur a dû emprunter de l'argent, l'assureur paie des intérêts au taux de revalorisation du monétaire.

MODELISATION DES PASSIFS

Comme nous l'évoquions précédemment, seuls les principaux éléments apparaissant au passif du bilan sont modélisés :

- Le capital,
- La réserve de capitalisation, qu'on notera par la RK, qui est une réserve alimentée par les plus-values réalisées sur les cessions d'obligations et reprise symétriquement uniquement en cas de réalisation de moins-values sur ce type d'actifs,
- La PRE (Provision pour Risque d'Exigibilité), qui est une provision qui doit être passée lorsque l'ensemble des actifs non obligataires (ici le monétaire, les actions et l'immobilier) est en moins-value latente par rapport à leur prix d'acquisition,
- Le détail de la PPB (par millésime de 0 à 7 ans d'ancienneté),
- Au niveau des provisions mathématiques, les différents passifs en portefeuille sont regroupés en model points (groupes homogènes de contrats). Chaque model point étant défini par :
 - Sa PM,
 - L'âge moyen au sein du model point,
 - Le sexe,
 - Le taux minimum garanti ou taux technique du contrat,
 - La durée résiduelle de ce taux minimum garanti,
 - Le taux de chargements sur encours,
 - Le taux de PB contractuel.

LE MODELE ACTIF-PASSIF

Le long de chacun des milliers de scénarios économiques, le modèle ALM projette dans le temps l'actif et le passif de l'assureur et permet de déterminer les flux.

Chaque année N de la projection, étant donné le scénario économique fourni par le générateur de scénario économique pour cette année-là (performance des actions, de l'immobilier et courbe des taux au 31/12/N), le modèle ALM procède en 7 étapes pour vieillir d'un an la compagnie, calculer sa nouvelle situation au 31/12/N et calculer les flux :

- Etape 1 : Vieillessement du passif
- Etape 2 : Vieillessement de l'actif
- Etape 3 : Calcul des encaissements et des décaissements de la trésorerie
- Etape 4 : Réallocation des actifs
- Etape 5 : Calcul des taux de PB servis
- Etape 6 : Calcul de la PRE, du compte de résultats et du bilan en norme Solvabilité 1

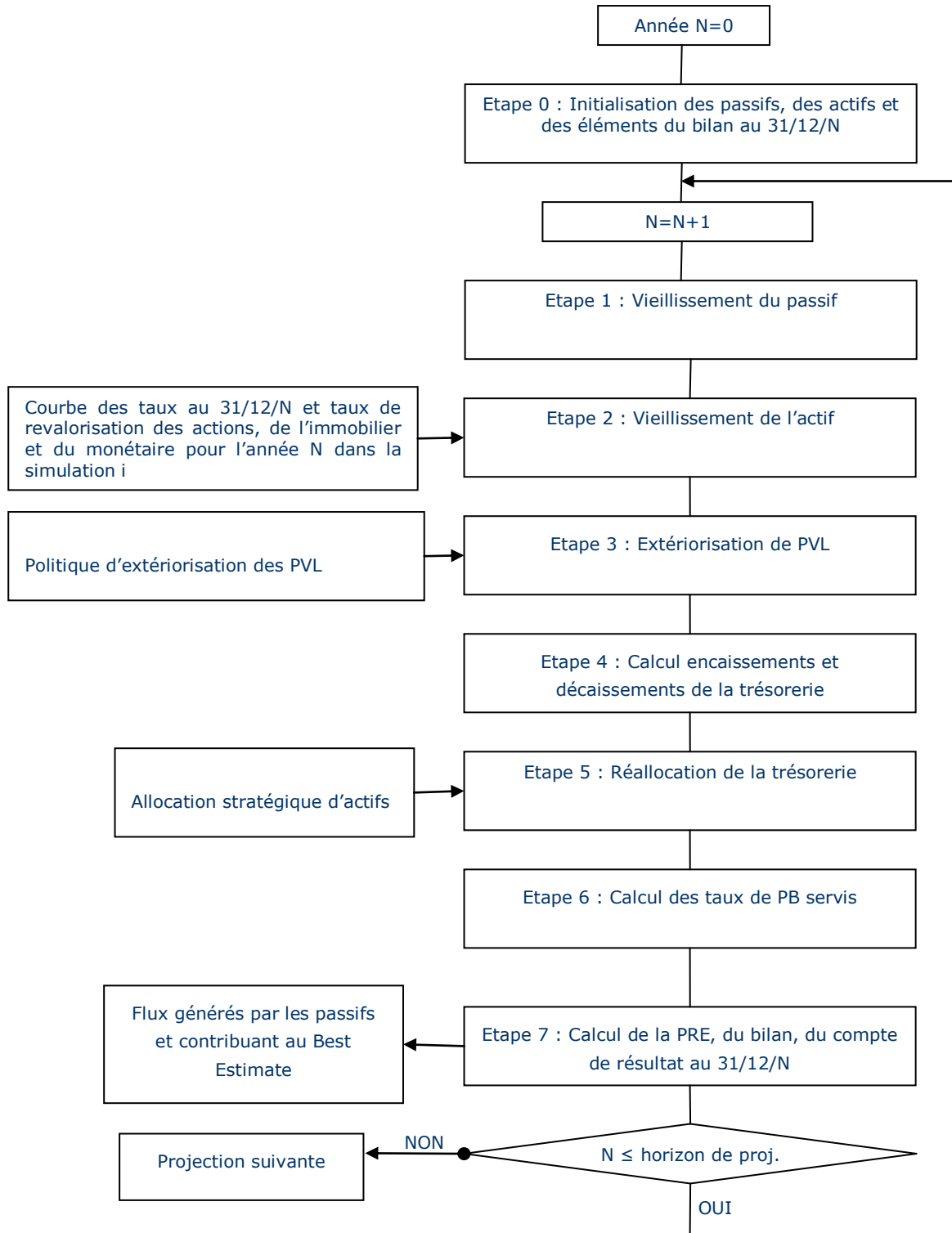


Figure 9 - Schéma de fonctionnement du modèle actif-passif

ETAPE 1 : VIEILLISSEMENT DES PASSIFS

Dans cette étape, on calcule les prestations et les frais intervenant au cours de l'année N et ce au niveau de chaque model point.

Le taux de rachat est décomposé en un taux de rachat structurel et un taux de rachat conjoncturel fonction du spread entre le taux servi de l'année N-1 et le taux du marché (considéré dans l'outil comme étant le taux 10 ans au 31/12/N).

Les taux de décès correspondent à ceux des tables de mortalité TF0002 et TH0002.

On fait l'hypothèse que les prestations interviennent en fin d'année. Les prestations (décès et rachats) sont revalorisées au taux servi de l'année N-1 diminué d'un pourcentage à définir.

Les frais de gestion (charges pour l'assureur) sont proportionnels à la PM de clôture de l'année N-1.

Les chargements sur encours prélevés par l'assureur sont également proportionnels à la PM de clôture de l'année N-1.

Enfin, on détermine le montant de la PPB qui doit être libérée cette année-là (partie de la PPB d'ancienneté 8 ans).

ETAPE 2 : VIEILLISSEMENT DES ACTIFS

On recalcule les valeurs de marché des actions (globales et autres), de l'immobilier, du monétaire en fonction de leurs taux de revalorisation respectifs et on détermine les dividendes et les loyers perçus au titre de l'année.

Pour chaque obligation à taux fixe :

- On applique un taux de défaut au nominal ainsi qu'au flux générés (coupon et éventuel remboursement) pour tenir compte de la probabilité de défaut incluse dans la valeur de marché de l'obligation.
- On calcule le coupon tombé et, si l'obligation est arrivée à maturité durant l'année, le remboursement. D'autre part, si ces flux interviennent en cours d'année, ceux-ci sont supposés être placés et capitalisés au monétaire jusqu'à la date d'inventaire à la fin de l'année.
- On recalcule la valeur de marché de l'obligation à la date d'inventaire (en actualisant ses flux futurs par l'intermédiaire de la courbe des taux spot et en tenant compte de son spread),
- En actualisant les flux restants au taux actuariel à l'achat et en calculant le coupon couru, on en déduit la VNC (hors coupon couru) et l'amortissement de surcote/décote.

ETAPE 3 : EXTERIORISATION DE PLUS-VALUES LATENTES

Dans cette étape, on extériorise un certain pourcentage des plus-values latentes (PVL) au niveau des actions, de l'immobilier et du monétaire. Ces plus-values réalisées viendront s'ajouter aux produits financiers de l'année.

ETAPE 4 : CESSIONS D'ACTIFS

Pour calculer le solde de trésorerie, on calcule la différence entre les encaissements financiers et les décaissements de l'assureur (prestations et frais).

Si le solde est négatif, l'assureur doit dégager des liquidités en vendant des actifs :

- on commence par regarder si le monétaire suffit,
- si cela ne suffit pas, on regarde si en vendant des actions et des obligations on y arrive,
- si cela ne suffit toujours pas, on vend de l'immobilier,
- enfin si cela reste insuffisant, on effectue un emprunt (au taux monétaire).

Si l'assureur a procédé à des cessions d'obligations à taux fixe :

- les plus-values réalisées sont passées en réserve de capitalisation,
- les moins-values réalisées donnent lieu à reprise sur la réserve de capitalisation. Après épuisement de la réserve de capitalisation, l'impact financier passe dans les charges.

ETAPE 5 : REALLOCATION DE LA TRESORERIE

Si la valeur de marché de notre actif est positive, on réalloue la trésorerie et on effectue des cessions/réallocations au niveau des différents actifs du portefeuille de manière à obtenir un portefeuille dont la répartition correspond à l'allocation stratégique définie au départ.

ETAPE 6 : CALCUL DES TAUX SERVIS

L'objectif de cette étape est de calculer les taux de PB que l'assureur va servir aux assurés au regard des produits financiers réalisés, des contraintes règlementaires et contractuelles et des taux du marché. En effet, si l'assureur sert un taux plus faible que le taux attendu par ses assurés, il s'expose au risque de voir ses assurés racheter leur contrat pour replacer leur argent à un taux plus avantageux.

- Le premier élément de participation aux bénéfices, que l'assureur se doit d'incorporer aux provisions mathématiques, est la composante de la PPE arrivée à maturité.

- On calcule ensuite pour chacun des modèles points un taux de PB cible (au-delà du TMG) adapté au taux du marché et éventuellement au taux de PB servi l'année précédente. Par exemple :

$$\text{Taux cible} = \max(\max(\text{Tx } 10 \text{ ans}; \text{Tx } 1 \text{ an}) - \text{Tx de chargement sur encours} - \text{TMG}; 0)$$

- A partir de ces taux cibles on calcule un montant cible global dont l'assureur doit disposer pour servir ces taux de PB cibles.
- Ensuite, on calcule l'ensemble des produits financiers que l'assureur a réalisés durant l'année (dividendes, loyers, coupons détachés, convergence des obligations, intérêts des emprunts, plus ou moins-values réalisés, impact financier des MV obligataires non absorbées par la réserve de capitalisation) et on en déduit la part de ces produits financiers qui revient contractuellement aux assurés :

$$\begin{aligned} & \text{Réserve de prod. fi. pour les assurés} \\ &= \frac{PM_{N-1} + PPE_{N-1} + RK_{N-1}}{\text{Passif total}_{N-1}} \times \text{Prod. fi.} \times \text{Taux de PB contractuel} \\ & \quad - \text{chargements sur encours} \end{aligned}$$

- On calcule également les engagements de taux minimum garanti de l'assureur au titre de l'année écoulée, à savoir les intérêts techniques noté IT (revalorisation des PM au TMG) et le montant correspondant aux TMG inclus dans les prestations.

Ensuite on suit la procédure décrite par le diagramme suivant :

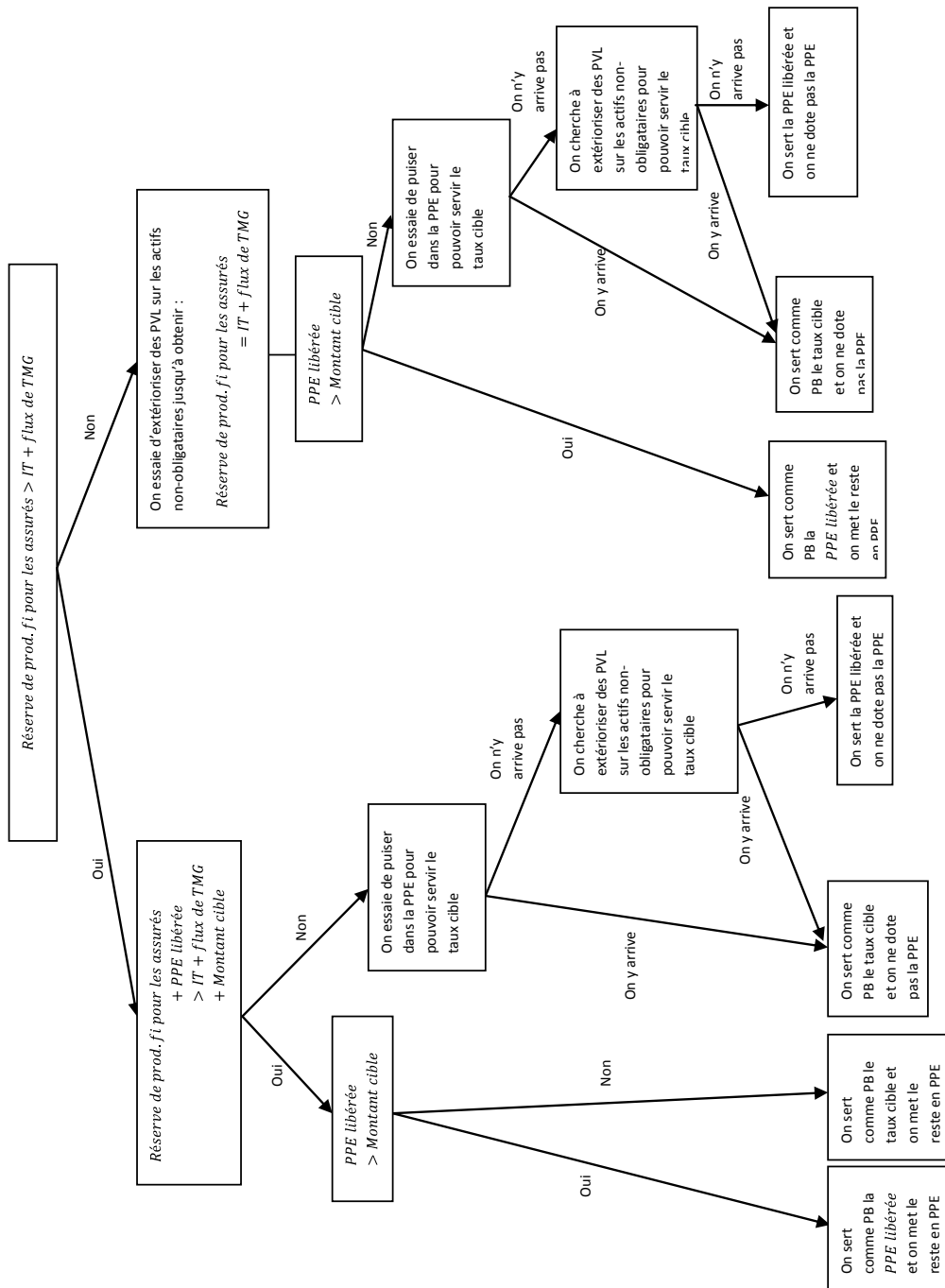


Figure 10 - Schéma de fonctionnement de l'étape qui calcule le taux servi

ETAPE 7 : CALCUL DE LA PRE, DU BILAN COMPTABLE ET DU COMPTE DE RESULTAT

En fonction des moins-value latentes (MVL) sur les actifs non-obligataires, on recalcule la PRE (dotation par tiers chaque année).

On calcule les différents éléments du bilan de clôture de l'exercice de l'année N en revalorisant notamment la PM du taux servi déterminé à l'étape précédente.

On établit le compte de résultat.

On calcule les flux actualisés de l'année N qui contribuent au Best Estimate :

- Les prestations,
- les frais,
- les contributions sociales,
- La PPE restante en fin de projection.

4 ETUDE DE SENSIBILITES DU BEST ESTIMATE ET DU SCR

Dans cette dernière partie, nous allons utiliser notre outil pour effectuer des études de sensibilités du Best Estimate et du SCR sur un exemple de société d'assurance vie.

Nous chercherons plus particulièrement à observer:

- l'impact de la garantie de TMG et de l'option de rachat sur le Best Estimate,
- la sensibilité du Best Estimate et surtout du SCR à l'allocation d'actifs et plus particulièrement à l'investissement en actions.

LE CONTEXTE ET LES HYPOTHESES DE BASE DE NOTRE ETUDE

Nous nous plaçons à la date du 31/12/2009, dans le cadre d'une compagnie d'assurance vie ayant un portefeuille de passifs de 100 M€ d'encours, composé d'un unique groupe homogène d'assurés partageant les mêmes caractéristiques suivantes :

- 55 ans,
- Une probabilité de décès suivant la table TH0002,
- le même contrat d'assurance vie avec les clauses et caractéristiques suivantes :
 - une clause de participation au bénéfice de 95% des produits financiers, i.e. 95% des produits financiers réalisés en face de la PM, de la PPB et de la réserve de capitalisation revient à l'assuré,
 - un taux de chargement sur encours de 0,50% : chaque année l'assureur prélève 0,50% sur la provision mathématique de chaque assuré,
 - un TMG net de 2% : la PM est revalorisée chaque année au taux minimum de 2%,
 - le contrat possède une option de rachat qui permet à l'assuré de récupérer, sans pénalité, à la fin de chaque année, sa provision mathématique. Tout comme dans le cas du décès, l'année du rachat, la PM est revalorisée au titre de l'année écoulée du maximum entre le TMG et 50% du taux servi l'année précédente.
 - il est viager : lors du décès de l'assuré, la provision mathématique est reversée en fin d'année au bénéficiaire, et ce, sans pénalité et avec une revalorisation qui correspond au maximum entre le TMG et 50% du taux servi l'année précédente.
- le groupe d'assurés a pour comportement de rachat :
 - un taux de rachat structurel de 2%,
 - un taux de rachat conjoncturel qui suit la fonction suivante et qui passe « au milieu » du tunnel de rachat conjoncturel défini dans les ONC du QIS 5 :

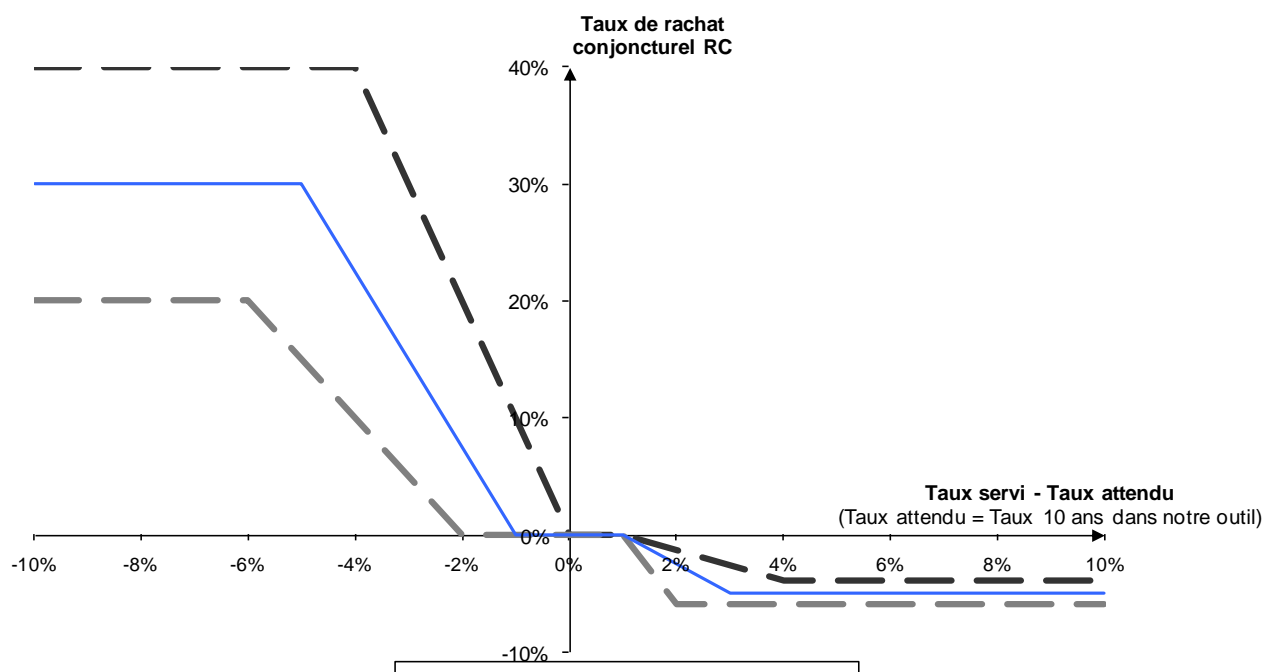


Figure 11 - Fonction de rachat préconisée par l'ACP pour le QIS 5

La gestion de ces contrats coûte à la société des frais qui s'élèvent à 0,20% de la provision mathématique d'ouverture.

Par soucis de simplification, nous nous sommes placés dans le cas d'une société pratiquant une mono-activité avec une TMG élevé de 2% de façon à étudier cette garantie. Etant données ces caractéristiques, on peut déjà prévoir qu'il ne s'agira pas d'une activité rentable.

L'actif de la société est composé des placements suivants :

Répartition des actifs	Valeur nette comptable	Valeur de marché	VM en%
Actions globales	10 500 000,00	10 500 000,00	10,00%
Monétaire	5 250 000,00	5 250 000,00	5,00%
Immobilier	5 250 000,00	5 250 000,00	5,00%
Obligations taux fixe	84 000 000,00	84 000 000,00	80,00%
Total	105 000 000,00	105 000 000,00	100,00%

A noter que ce portefeuille d'actif présente donc la particularité de ne pas avoir de plus ou moins-values latentes.

On suppose également que la société ne possède que des actions « globales » c'est-à-dire, au sens solvabilité 2, des actions cotées dans un pays de l'OCDE.

Le portefeuille obligataire est composé de 15 obligations à taux fixe toutes au pair avec des maturités allant de 1 à 15 ans et avec les caractéristiques suivantes :

Numéro	Date d'échéance	Taux nominal	Nominal	Valeur d'achat pied de coupons, hors surcote/décote	Stock de surcote /décote déjà amorti	Stock de coupon couru	Valeur de marché	Rating	spread
1	31/12/2010	1,21%	5,6 M€	5,6 M€	-	-	5,6 M€	AA	0%
2	31/12/2011	1,78%	5,6 M€	5,6 M€	-	-	5,6 M€	AA	0%
3	31/12/2012	2,18%	5,6 M€	5,6 M€	-	-	5,6 M€	AA	0%
4	31/12/2013	2,48%	5,6 M€	5,6 M€	-	-	5,6 M€	AA	0%
5	31/12/2014	2,72%	5,6 M€	5,6 M€	-	-	5,6 M€	AA	0%
6	31/12/2015	2,92%	5,6 M€	5,6 M€	-	-	5,6 M€	AA	0%
7	31/12/2016	3,10%	5,6 M€	5,6 M€	-	-	5,6 M€	AA	0%
8	31/12/2017	3,25%	5,6 M€	5,6 M€	-	-	5,6 M€	AA	0%
9	31/12/2018	3,38%	5,6 M€	5,6 M€	-	-	5,6 M€	AA	0%
10	31/12/2019	3,50%	5,6 M€	5,6 M€	-	-	5,6 M€	AA	0%
11	31/12/2020	3,60%	5,6 M€	5,6 M€	-	-	5,6 M€	AA	0%
12	31/12/2021	3,69%	5,6 M€	5,6 M€	-	-	5,6 M€	AA	0%
13	31/12/2022	3,76%	5,6 M€	5,6 M€	-	-	5,6 M€	AA	0%
14	31/12/2023	3,82%	5,6 M€	5,6 M€	-	-	5,6 M€	AA	0%
15	31/12/2024	3,86%	5,6 M€	5,6 M€	-	-	5,6 M€	AA	0%

VNC totale du portefeuille obligataire = 84,0 M€

VM totale du portefeuille obligataire = 84,0 M€

Le bilan initial de la compagnie se présente de la façon suivante :

BILAN			
Actif		Passif	
Placements		Fonds Propres	5 000 000,00
	<i>Obligations</i>	<i>dont Capital</i>	4 000 000,00
	<i>Actions</i>	<i>dont réserve de capitalisation</i>	1 000 000,00
	<i>Monétaire</i>	Passif subordonnés	-
	<i>Immobilier</i>	Total Provisions	100 000 000,00
		<i>dont PPE</i>	-
		<i>dont PM</i>	100 000 000,00
		<i>dont PRE</i>	-
Compte de régularisation		Compte de régularisation	
	<i>coupon couru</i>	<i>Surcote</i>	-
	<i>Décote</i>		-
TOTAL		TOTAL	105 000 000,00
	105 000 000,00		105 000 000,00

A noter donc qu'il n'y a pas de provisions pour participation aux bénéfices à l'origine, ni de provisions pour risque d'exigibilité.

Concernant sa politique de gestion financière, on fait l'hypothèse que l'assureur va extérioriser chaque année 100% de ses plus values latentes sur monétaire et 20% de ses plus-values latentes sur actions et immobilier.

On fait également l'hypothèse que les actions et l'immobilier servent 1% de dividendes (ou loyers) chaque année.

On fait l'hypothèse que, dans le futur, l'assureur va toujours réalloué son portefeuille de manière à garder la même structure d'actif que celle de départ et que lors des réallocations en obligations, la société investira toujours dans des obligations à taux fixe, avec remboursement au pair et de maturité 10 ans.

Enfin, on fait l'hypothèse qu'il n'y a pas d'impôt.

LES SCENARIOS STOCHASTIQUES

Le modèle de diffusion des actifs est calibré de manière à refléter les conditions de marché au 31/12/2009.

La courbe des taux considérée est celle fournie pour le QIS 5 :

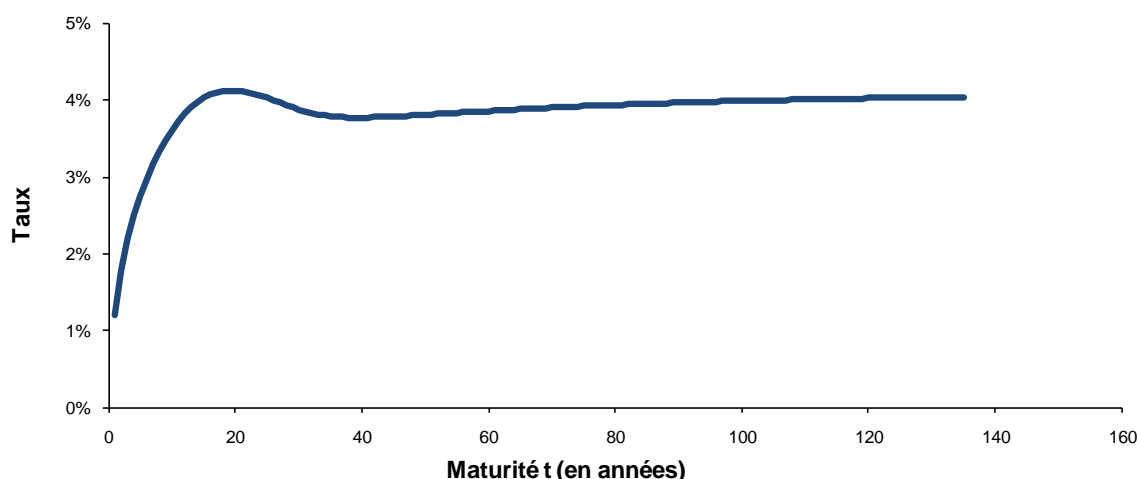


Figure 12 - Courbe des taux utilisée pour le QIS 5

N'ayant pas analysé la problématique de la prime d'illiquidité dans ce mémoire, nous avons fait le choix de retenir la courbe des taux sans prime d'illiquidité.

ETUDE DE LA CONVERGENCE DE LA METHODE DE MONTE-CARLO

Pour pouvoir choisir le nombre de simulations Monte-Carlo et contrôler la précision de notre estimation du Best Estimate, nous avons réalisé une étude de convergence.

Pour cela nous avons tracé un graphe de convergence à la fois pour l'estimateur du BE mais aussi pour la moyenne de l'ensemble des flux actualisés qui doit converger vers la valeur de marché de départ.

En effet, on a la relation suivante :

$$VM_0 = BE_0 + NAV_0 = E^{Q \otimes P} \left[\sum_{u \geq 1} \delta_u \times L_u \right] + E^{Q \otimes P} \left[\sum_{u \geq 1} \delta_u \times R_u \right]$$

Où les L_u correspondent aux flux associés au best estimate (les frais, les prestations, la PM et la PPE en fin de projection) et les R_u correspondent aux flux de résultats de l'assureur (ce qui correspond en fait au flux final pour l'assureur dans notre cas, chaque résultat annuel étant recapitalisé).

Donc on a, en vertu de la loi des grands nombres :

$$\widehat{BE}_0 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sum_{u \geq 1} \delta_u^i \times L_u^i \xrightarrow{\text{p.s quand } N \rightarrow +\infty} BE_0$$

$$\widehat{NAV}_0 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sum_{u \geq 1} \delta_u^i \times R_u^i \xrightarrow{\text{p.s quand } N \rightarrow +\infty} NAV_0$$

$$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sum_{u \geq 1} \delta_u^i \times (L_u^i + R_u^i) \xrightarrow{\text{p.s quand } N \rightarrow +\infty} VM_0$$

Le graphique suivant présente les évolutions de ces moyennes empiriques obtenues dans le cadre de notre exemple en fonction du nombre de simulations effectuées N :

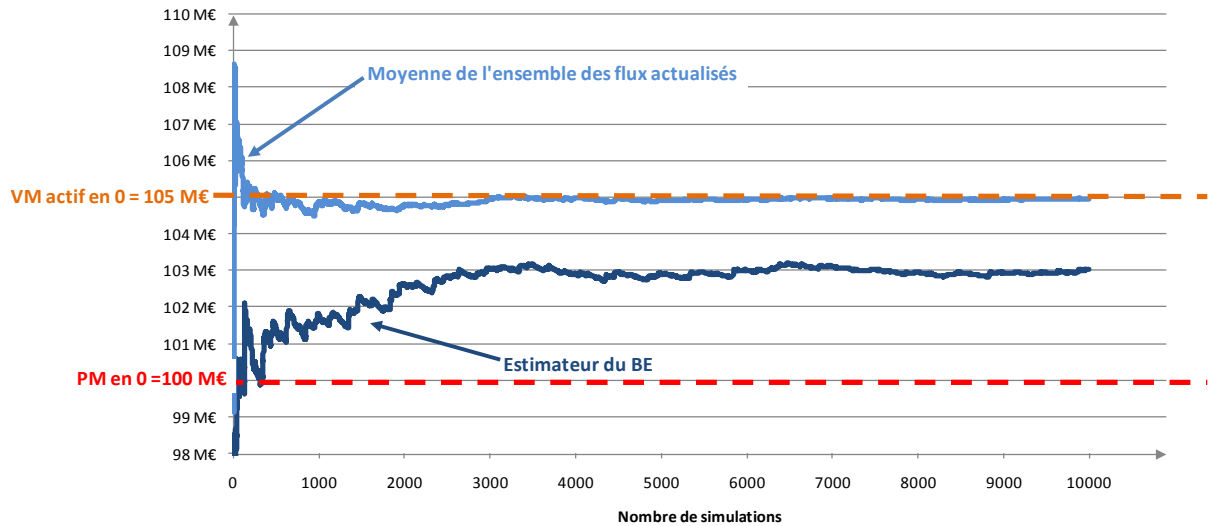


Figure 13 - Graphe de convergence du BE et de la moyenne de la somme des flux actualisés

On constate que la moyenne de la somme de l'ensemble des flux actualisés converge assez rapidement vers la valeur de marché des actifs VM_0 qui est de 105 M€.

Le graphe de convergence de l'estimateur du Best Estimate est moins stable et la convergence semble plus lente. Aussi, nous avons choisi de retenir pour la suite un nombre de simulations de $N=10\ 000$.

Avec ce choix, si on fait l'hypothèse que nos réalisations sont indépendantes, équidistribuées et de carré intégrables, on obtient, pour notre BE, un intervalle de confiance à 95% asymptotique donné par :

$$\left[\widehat{BE}_0 - 2 \times \frac{\widehat{\sigma}}{\sqrt{N}}; \widehat{BE}_0 + 2 \times \frac{\widehat{\sigma}}{\sqrt{N}} \right]$$

Où :

$$\widehat{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\widehat{BE}_0^i - \widehat{BE}_0)^2}, \text{ avec } \widehat{BE}_0^i = \sum_{u \geq 1} \delta_u^i \times L_u^i.$$

Numériquement, dans notre exemple, on obtient l'intervalle de confiance suivant pour le Best Estimate :

$$103,06 \text{ M€} \pm 0,45 \text{ M€}$$

De la même manière, on obtient un intervalle de confiance pour l'espérance de la l'ensemble des flux actualisés de :

$$104,95 \text{ M€} \pm 0,21 \text{ M€}$$

On peut constater qu'il contient la valeur de marché initiale des actifs de 105 M€.

Si on retient comme Best Estimate la valeur de 103,06 M€ on obtient, pour notre société, les bilans comptable et économique suivants :

Bilan comptable :

ACTIF	PASSIF
Placements : 105 M€	Capital : 4 M€ Réserve de capi. : 1 M€
	PM : 100 M€

Bilan économique :

ACTIF	PASSIF
Placements : 105 M€	NAV : 1,94 M€
	BE : 103,06 M€

A noter que nous nous sommes placés dans un cas particulier où la société a un actif dont la valeur comptable est égale à la valeur de marché, ce qui explique que les deux bilans ci-dessus présentent le même montant à l'actif.

Enfin on peut constater que la provision Best Estimate est nettement supérieure à la PM. Nous verrons dans la section suivante que c'est le fait d'un TMG élevé dans le cadre d'une activité mono-support.

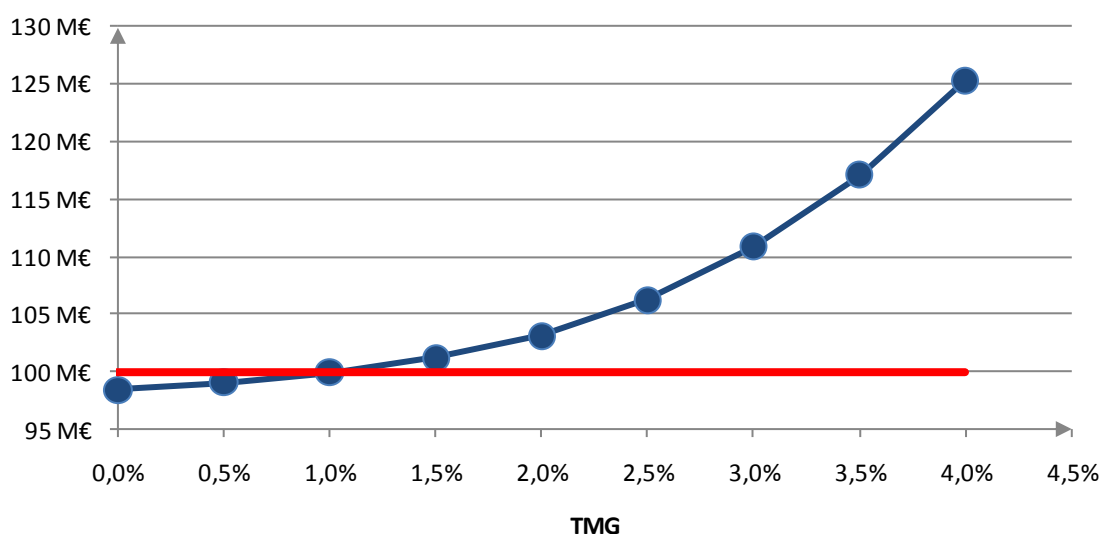
ETUDE DE LA SENSIBILITE DU BEST ESTIMATE AUX OPTIONS ET GARANTIES ET A L'ALLOCATION D'ACTIFS

Nous avons vu à la section 2 que les options et garanties implicites contenues dans les contrats d'assurance vie représentaient un coût pour l'assureur qui doit se retrouver dans le BE. Pour étudier plus précisément l'effet de ces options et garanties sur le BE, nous avons effectué différents tests de sensibilité.

4.1.1 SENSIBILITE AU TMG

Le tableau et le graphique suivant présentent, dans notre exemple de base, l'effet marginal du TMG sur le Best Estimate :

TMG	0,0%	0,5%	1,0%	1,5%	2,0%	2,5%	3,0%	3,5%	4,0%
BE ₀	98,39 M€	99,01 M€	99,89 M€	101,18 M€	103,06 M€	106,19 M€	110,83 M€	117,11 M€	125,29 M€



Si on augmente le TMG, les scénarios stochastiques économiques défavorables dans lesquels le rendement de l'actif est inférieur au TMG seront plus nombreux, avec pour conséquence, des pertes supérieures pour l'assureur qui doit honorer cette garantie.

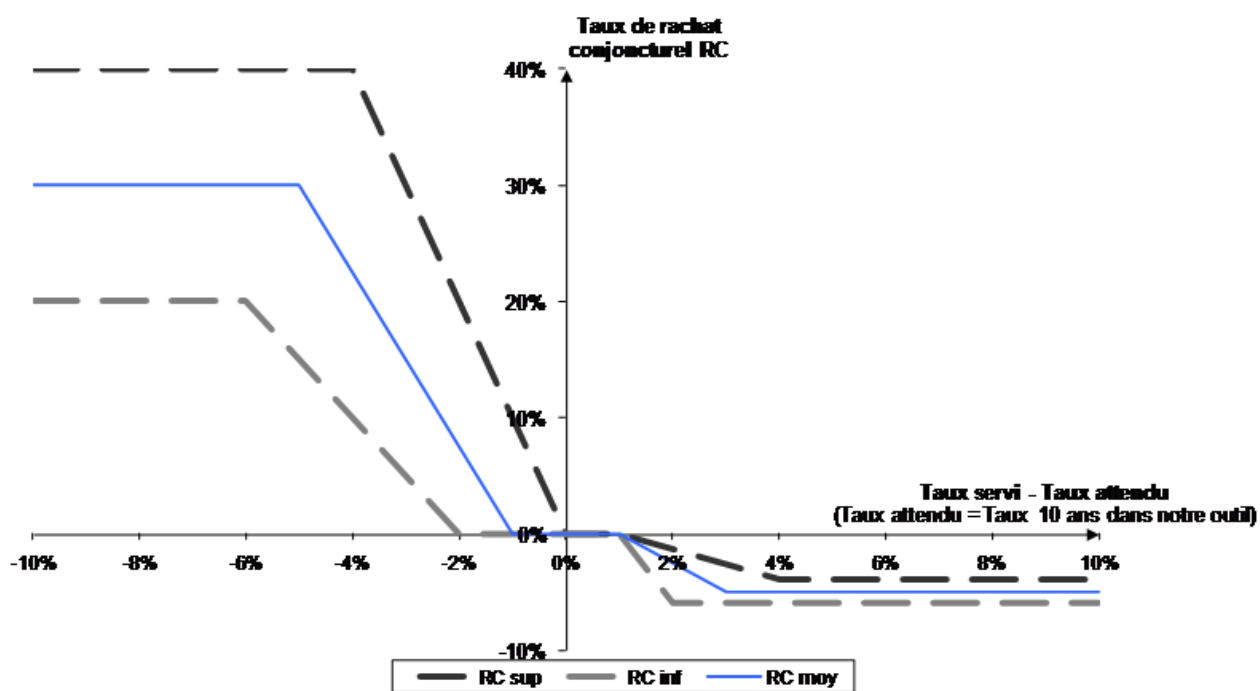
On peut voir ainsi, sur le graphique, le Best Estimate augmenter avec le TMG selon une courbe qui peut paraître quadratique ou exponentielle. Ceci permet de comprendre pourquoi la plupart des contrats d'assurance vie proposés aujourd'hui ont des taux minimum garantis nuls sur la durée de vie du contrat et pourquoi, sur les anciens contrats avec des TMG qui peuvent atteindre les 4,5%, les assureurs cherchent absolument à faire signer des avenants...

4.1.2 EFFET DE L'OPTION DE RACHAT SUR LE BEST ESTIMATE

De manière à mesurer l'impact des rachats conjoncturels, nous avons calculé le Best Estimate en testant différentes fonctions de rachat conjoncturelles du type de celles préconisées par l'ACP dans ses ONC du QIS 5.

Nous avons effectué quatre calculs :

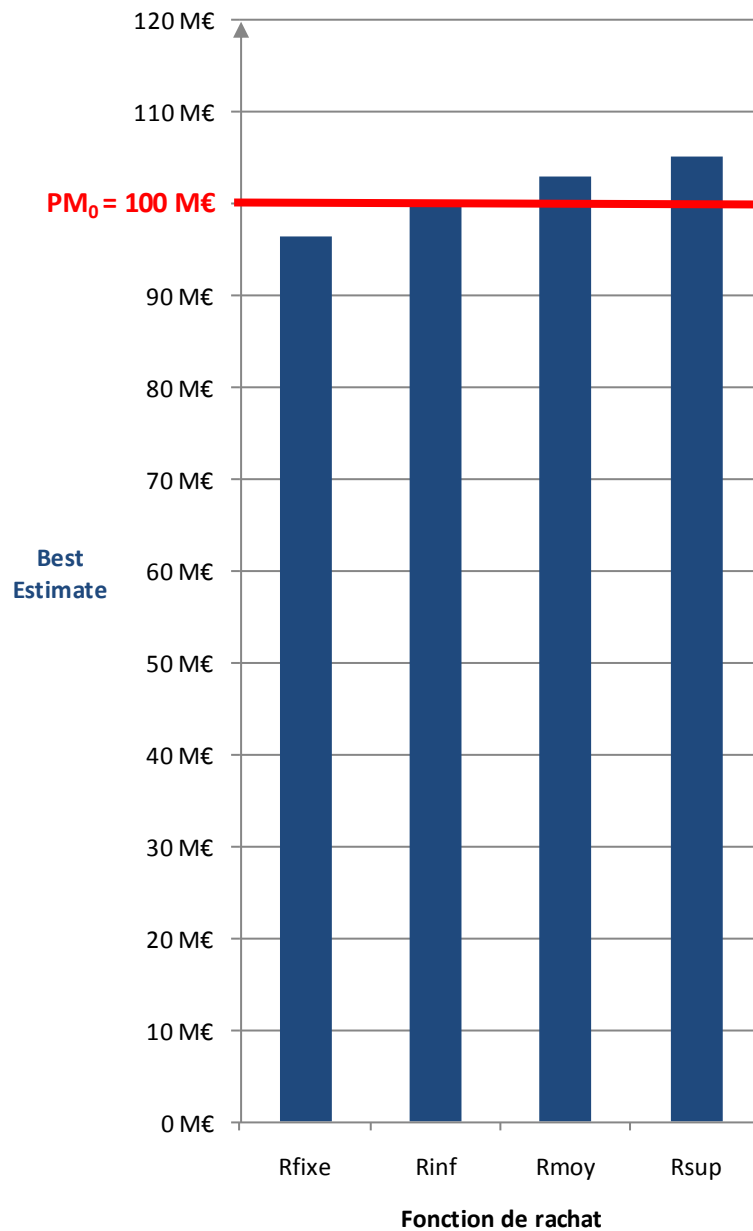
- Sans composante de rachats conjoncturels, avec uniquement la composante structurelle de 2%. On notera cette fonction R_{fixe} .
- Avec la composante structurelle de 2% plus une composante conjoncturelle notée RC (pour rachats conjoncturels) selon les trois fonctions suivantes du type « ONC QIS 5 de l'ACP » déjà vues précédemment :



On notera R_{inf} , R_{moy} et R_{sup} les trois fonctions de rachats dynamiques ainsi obtenues.

Voici les résultats :

Fonction de rachat	R_{fixe}	R_{inf}	R_{moy}	R_{sup}
Best Estimate	96,43 M€	100,32 M€	103,06 M€	105,23 M€



On voit ici que l'option de rachat peut représenter un coût non négligeable pour l'assureur et qu'il augmente comme prévu avec la sévérité de la fonction de rachat conjoncturelle.

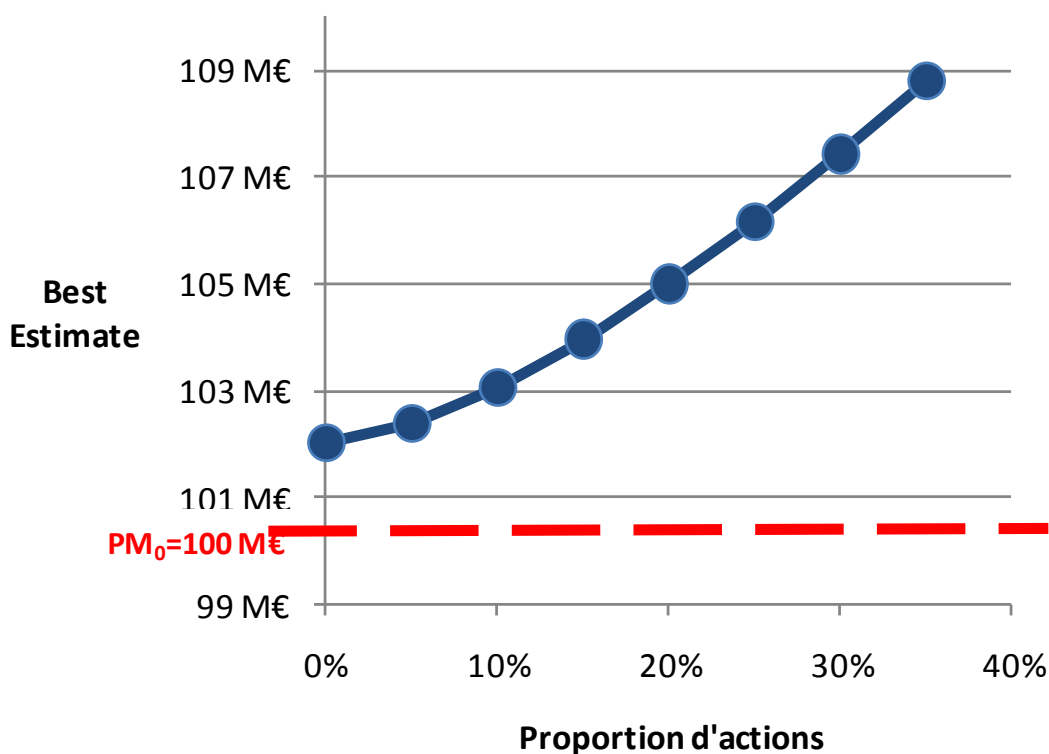
4.1.3 SENSIBILITE DU BEST ESTIMATE A LA STRUCTURE DE L'ACTIF DE L'ASSUREUR

Pour mesurer la sensibilité du Best Estimate à l'allocation de l'actif, nous avons modifié la structure de l'actif par rapport à celle de base :

- En faisant varier d'abord la part investie en action avec la partie obligataire, sans toucher au monétaire et à l'immobilier,
- Puis en faisant varier la part investie en immobilier avec la partie obligataire, sans toucher au monétaire et aux actions.

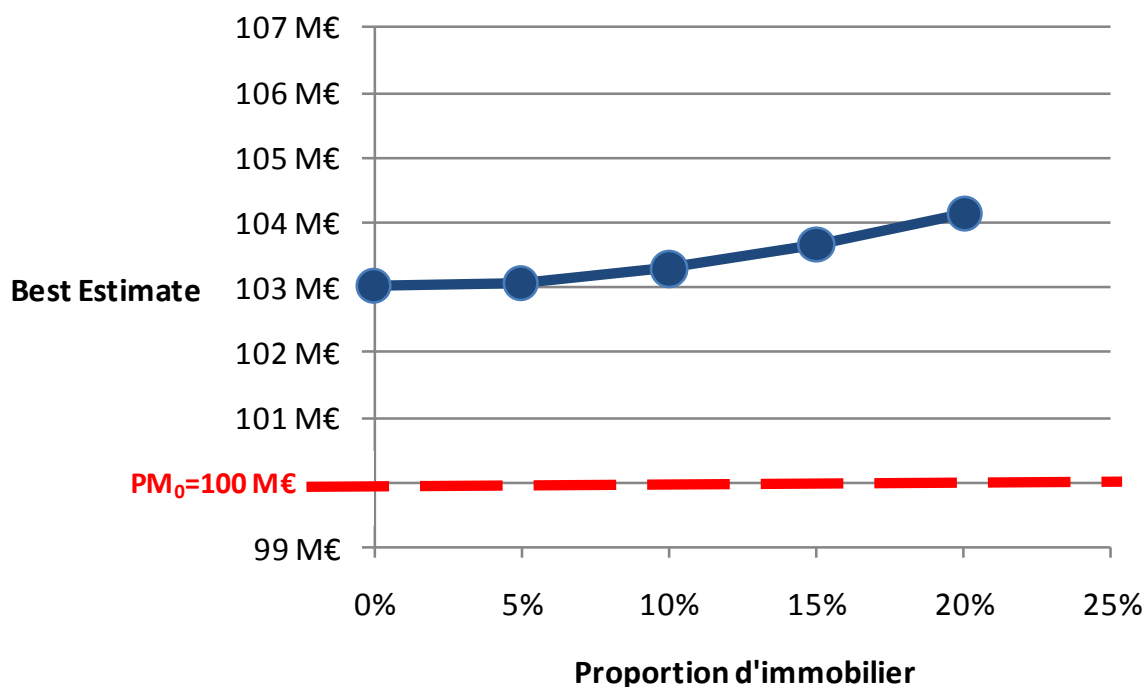
Voici les résultats obtenus lorsqu'on fait varier la part des actions dans la structure d'actifs de l'assureur (nous avons colorié en jaune l'allocation de base) :

Allocation d'actifs	Actions	0%	5%	10%	15%	20%	25%	30%	35%
	Monétaire		5%	5%	5%	5%	5%	5%	5%
Immobilier		5%	5%	5%	5%	5%	5%	5%	5%
Obligations à taux fixe		90%	85%	80%	75%	70%	65%	60%	55%
Best Estimate		102,0 M€	102,4 M€	103,1 M€	104,0 M€	105,0 M€	106,2 M€	107,4 M€	108,8 M€



Et voici les résultats obtenus en faisant varier la partie « immobilier » :

Allocation d'actifs	Actions	10%	10%	10%	10%	10%
	Monétaire	5%	5%	5%	5%	5%
	Immobilier	0%	5%	10%	15%	20%
	Obligations à taux fixe	85%	80%	75%	70%	65%
	Best Estimate	103,0 M€	103,1 M€	103,3 M€	103,7 M€	104,1 M€



Le rendement des actions est plus volatil que celui de l'immobilier, qui est lui-même plus volatil que celui des obligations. On voit donc que le Best Estimate augmente avec la volatilité de l'actif dans lequel on investit. Ceci peut s'expliquer par le fait que le coût des options et garanties croît avec la volatilité du sous-jacent qui est ici l'actif de la société d'assurance. On constate donc, qu'au niveau des provisions techniques d'assurance vie, les assureurs sont incités à diminuer leur exposition en actions de manière à limiter leur provision Best Estimate et à ne pas trop entamer leurs fonds propres.

SENSIBILITE DU SCR A L'ALLOCATION D'ACTIF

Nous avons vu au premier chapitre que les exigences de fonds propres sous Solvabilité 1 ne prenaient pas en compte la structure de l'actif de l'assureur et les risques associées. Solvabilité 2 corrige cela en requérant des capitaux au titre du risque de marché, qui tiennent compte de l'allocation d'actifs de la société d'assurance.

Pour analyser cela, nous avons calculé le SCR de marché « net » en faisant varier l'allocation du portefeuille d'actifs de notre société d'assurance.

Mais avant de voir les résultats obtenus, nous allons décrire qualitativement les risques pris en compte dans notre calcul pour le SCR de marché et la définition des exigences de capitaux associés dans Solvabilité 2.

4.1.4 LE RISQUE DE TAUX

Il s'agit du risque lié à la variation des taux d'intérêt sur le marché obligataire.

On peut distinguer essentiellement deux types de risques pour l'assureur :

(a) Le risque de baisse des taux (ou risque de réinvestissement)

Ce risque survient lorsque l'actif est plus court que le passif et que les taux d'intérêts baissent : lorsqu'une obligation arrive à échéance, si les taux ont baissé, l'assureur ne pourra pas réinvestir le nominal remboursé dans un placement aussi rentable que le précédent (pour un même niveau de risque). Il est alors possible dans certains cas que le taux de rendement de ses réinvestissements devienne inférieur au taux auquel il a garanti ses contrats qui courent encore. Ce risque est d'autant plus grand que la durée moyenne de détention des placements est inférieure à la durée des engagements. Dans le cas, comme dans notre exemple, où un contrat contient un TMG viager, le risque est donc très important pour l'assureur.

Dans solvabilité 2, l'exigence de capital au titre du risque de baisse des taux, noté Mkt_{int}^{Up} ($nMkt_{int}^{Up}$ en net), correspond à la perte en fonds propres économiques constatée suite à un choc instantané à la baisse de la courbe des taux (voir graphique ci-contre) :

$$Mkt_{int}^{Down} = \Delta NAV|up$$

(b) Le risque de hausse des taux (ou risque de liquidation)

Ce risque est essentiellement lié à l'option qui est donnée contractuellement à l'assuré de pouvoir racheter à tout moment son contrat et récupérer ainsi son épargne, le plus souvent sans pénalité. Si les taux montent brusquement et que le rendement financier de l'assureur ne lui permet pas de s'aligner sur ces taux de marché lorsqu'il doit revaloriser ses PM, les assurés vont avoir tendance à racheter leur contrat pour replacer leur épargne à un taux plus élevé. Pour payer ces rachats, l'assureur doit vendre des obligations avant leur échéance, qui compte tenu de la hausse des taux peuvent être en moins-values. La conséquence pour l'assureur est de devoir ainsi réaliser des moins-values obligataires. La réserve de capitalisation a pour vocation d'amortir ce type de choc. A l'inverse du risque de baisse des taux, le risque de hausse des taux résulte donc d'un actif trop « long » par rapport au passif.

Dans Solvabilité 2, l'exigence de capital au titre du risque de hausse des taux, noté Mkt_{int}^{Up} (nMktintDown en net), correspond à la perte en fonds propres économiques constatée suite à un choc instantané à la baisse de la courbe des taux (voir graphique ci-dessous) :

$$Mkt_{int}^{Up} = \Delta NAV|_{up}$$

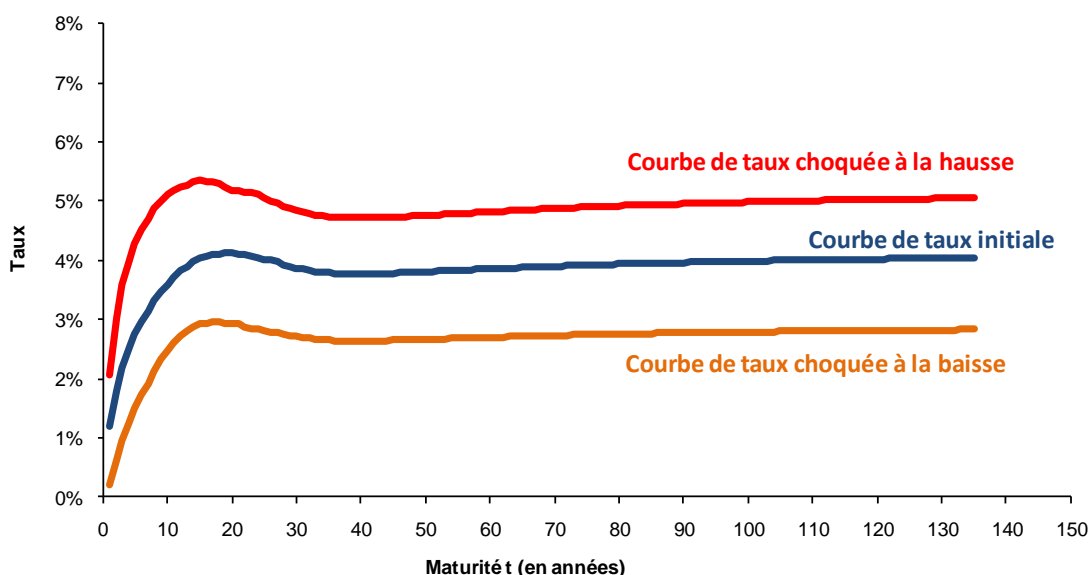


Figure 14 - Courbe des taux pour le QIS 5 choquée à la hausse et à la baisse

(c) Le risque de spread sur les obligations

Ce risque est lié à la solvabilité et à la notation des émetteurs d'obligations.

Si survient une défiance générale à l'égard de l'ensemble des émetteurs privés l'écart entre les taux des emprunts d'Etat et les taux des emprunts obligataires privés (spread) va augmenter avec pour conséquence pour l'assureur de voir la valeur de ses obligations corporates diminuer, et ce, d'autant plus fortement que la notation de l'émetteur est mauvaise.

Dans solvabilité 2, l'exigence de capital au titre du risque de hausse des taux, noté Mkt_{sp} ($nMkt_{sp}$ en net), est définie comme la perte en fonds propres économiques constatée suite à un choc instantané correspondant à une baisse de valeur des obligations corporate en portefeuille :

$$Mkt_{sp} = \max(\Delta NAV | spread\ shock; 0)$$

Le choc s'applique obligation par obligation et dépend de la notation de l'émetteur et de la durée de l'obligation. Les spécifications techniques donnent la formule suivante :

$$\sum_i MV_i \times duration_i \times F^{up}(rating_i)$$

Où :

- MV_i : valeur de marché de l'obligation i .
- $duration_i$: durée de l'obligation i (en fonction du rating de l'obligation cette durée est contrainte par des bornes : voir le tableau ci-dessous).
- $F^{up}(rating_i)$: fonction du rating de l'émetteur et qui est calibré de manière à représenter un choc correspondant à un niveau de risque de 0,05% suite à une augmentation du spread de l'obligation.

La fonction F^{up} et les bornes de la duration sont définies dans le tableau suivant :

Rating	Fup(rating)	Duration floor	Duration Cap
AAA	0,90%	1	36
AA	1,10%	1	29
A	1,40%	1	23
BBB	2,50%	1	13
BB	4,50%	1	10
B	7,50%	1	8
n.r	2,00%	1	12

L'effet du choc de spread sur notre portefeuille d'obligations est le suivant :

Date d'échéance	Taux nominal	Nominal	Valeur nette comptable	Valeur de marché	Rating	Spread avant choc	Choc spread = MV x duration x Fup(rating)	VM après choc spread	Spread après choc
31/12/2010	1,21%	5,60 M€	5,60 M€	5,60 M€	AA	0%	0,06 M€	5,54 M€	1,11%
31/12/2011	1,78%	5,60 M€	5,60 M€	5,60 M€	AA	0%	0,12 M€	5,48 M€	1,12%
31/12/2012	2,18%	5,60 M€	5,60 M€	5,60 M€	AA	0%	0,18 M€	5,42 M€	1,12%
31/12/2013	2,48%	5,60 M€	5,60 M€	5,60 M€	AA	0%	0,24 M€	5,36 M€	1,13%
31/12/2014	2,72%	5,60 M€	5,60 M€	5,60 M€	AA	0%	0,29 M€	5,31 M€	1,14%
31/12/2015	2,92%	5,60 M€	5,60 M€	5,60 M€	AA	0%	0,34 M€	5,26 M€	1,14%
31/12/2016	3,10%	5,60 M€	5,60 M€	5,60 M€	AA	0%	0,39 M€	5,21 M€	1,15%
31/12/2017	3,25%	5,60 M€	5,60 M€	5,60 M€	AA	0%	0,44 M€	5,16 M€	1,16%
31/12/2018	3,38%	5,60 M€	5,60 M€	5,60 M€	AA	0%	0,49 M€	5,11 M€	1,17%
31/12/2019	3,50%	5,60 M€	5,60 M€	5,60 M€	AA	0%	0,53 M€	5,07 M€	1,17%
31/12/2020	3,60%	5,60 M€	5,60 M€	5,60 M€	AA	0%	0,57 M€	5,03 M€	1,18%
31/12/2021	3,69%	5,60 M€	5,60 M€	5,60 M€	AA	0%	0,61 M€	4,99 M€	1,19%
31/12/2022	3,76%	5,60 M€	5,60 M€	5,60 M€	AA	0%	0,65 M€	4,95 M€	1,20%
31/12/2023	3,82%	5,60 M€	5,60 M€	5,60 M€	AA	0%	0,68 M€	4,92 M€	1,21%
31/12/2024	3,86%	5,60 M€	5,60 M€	5,60 M€	AA	0%	0,72 M€	4,88 M€	1,21%

Valeur de marché du portefeuille obligataire avant choc = 84,00 M€

Valeur de marché du portefeuille obligataire après choc = 77,68 M€

4.1.5 LES RISQUES « ACTION » OU « IMMOBILIER »

Le risque action (resp. le risque immobilier) est le risque de perte de valeur du portefeuille d'actif de l'assureur induit par la baisse du cours des actions (resp. des prix des actifs de type « immobilier ») détenues en portefeuille.

Dans solvabilité 2, l'exigence de capital au titre du risque « actions globales », noté $Mkt_{eq,global}$ ($nMkt_{eq,global}$ en net), est définie comme la perte en fonds propres économiques constatée suite à un choc instantané correspondant à une baisse de 30% des actions de type global :

$$Mkt_{eq,global} = \max(\Delta NAV | global \ equity \ shock; 0)$$

Quant à l'exigence de capital au titre du risque « immobilier », noté Mkt_{prop} ($nMkt_{prop}$ en net), elle est définie comme la perte en fonds propres économiques constatée suite à un choc instantané correspondant à une baisse de 25% des actifs de type « immobilier » :

$$Mkt_{prop} = \max(\Delta NAV | \text{property shock}; 0)$$

Dans le module du risque de marché défini dans le QIS 5, quatre autres risques sont pris en compte :

- Le risque « actions autres »,
- Le risque de change,
- Le risque de concentration,
- Le risque d'illiquidité.

Mais nous ne les traiteront pas dans le cadre de cette étude.

4.1.6 CALCUL DU SCR DE MARCHÉ EN NET

Selon les spécifications techniques du QIS 5, si l'on ne retient que les risques de taux, action, immobilier et spread, le SCR de marché de marché en net est donné par :

$$nSCR_{mkt} = \max(nSCR_{mkt}^{Up}; nSCR_{mkt}^{Down})$$

où $nSCR_{mkt}^{Up}$ l'exigence de capital au titre du risque de marché dans le cas d'une hausse des taux est obtenue par la formule d'agrégation des VaR suivante :

$$nSCR_{mkt}^{Up} = \sqrt{\begin{bmatrix} nMkt_{int}^{Up} & nMkt_{eq} & nMkt_{prop} & nMkt_{sp} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0,5 & 0,5 & 0,5 \\ 0,5 & 1 & 0,75 & 0,75 \\ 0,5 & 0,75 & 1 & 0,5 \\ 0,5 & 0,75 & 0,5 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} nMkt_{int}^{Up} \\ nMkt_{eq} \\ nMkt_{prop} \\ nMkt_{sp} \end{bmatrix}}$$

Alors que $nSCR_{mkt}^{Down}$ l'exigence de capital au titre du risque de marché dans le cas d'une baisse des taux est obtenue avec des corrélations différentes :

$$nSCR_{mkt}^{Down} = \sqrt{\begin{bmatrix} nMkt_{int}^{Down} & nMkt_{eq} & nMkt_{prop} & nMkt_{sp} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0,75 & 0,75 \\ 0 & 0,75 & 1 & 0,5 \\ 0 & 0,75 & 0,5 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} nMkt_{int}^{Down} \\ nMkt_{eq} \\ nMkt_{prop} \\ nMkt_{sp} \end{bmatrix}}$$

4.1.7 RESULTATS ET ANALYSES

Nous sommes partis de l'exemple de base en faisant varier la part investie en actions globales avec la partie obligataire. Les tableaux ci-dessous montrent, suivant la part investie en actions, l'effet des différents chocs instantanés sur les bilans économiques.

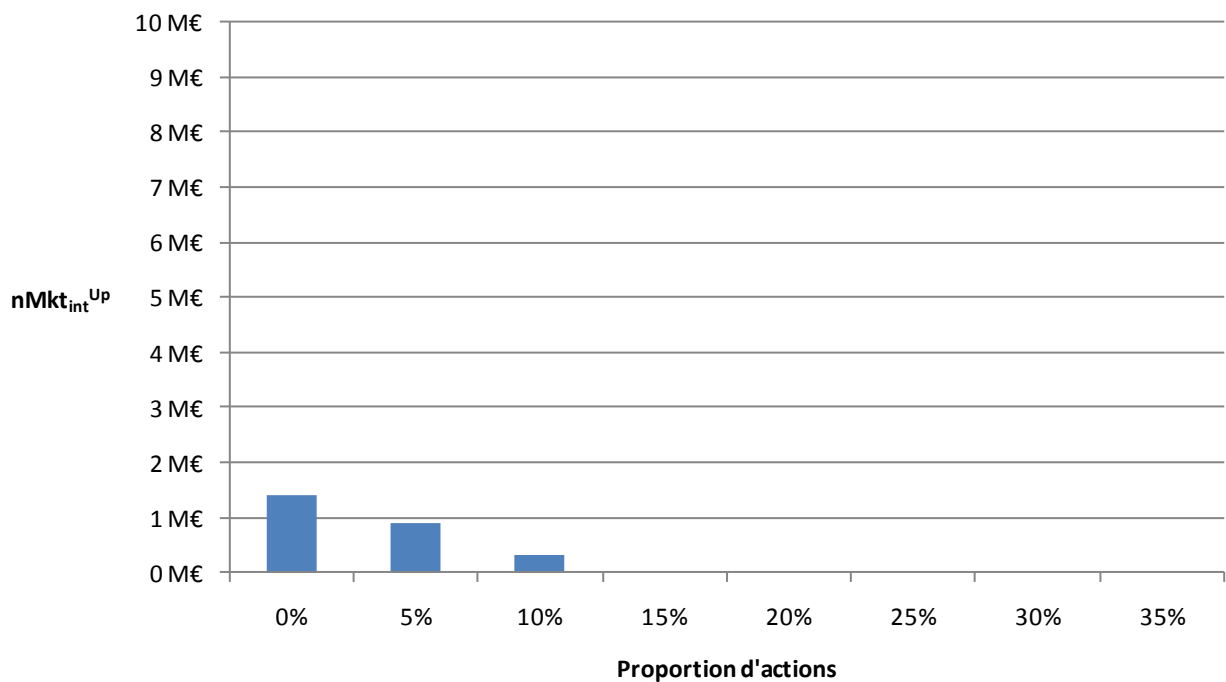
(a) Choc des taux à la hausse

Action globale	0,00%	5,00%	10,00%	15,00%	20,00%	25,00%	30,00%	35,00%
Monétaire	5,00%	5,00%	5,00%	5,00%	5,00%	5,00%	5,00%	5,00%
Immobilier	5,00%	5,00%	5,00%	5,00%	5,00%	5,00%	5,00%	5,00%
Obligation taux fixe	90,00%	85,00%	80,00%	75,00%	70,00%	65,00%	60,00%	55,00%
TOTAL	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%

VM ₀	105,0 M€	105,0 M€	105,0 M€	105,0 M€	105,0 M€	105,0 M€	105,0 M€	105,0 M€
BE ₀	101,7 M€	102,0 M€	102,6 M€	103,4 M€	104,4 M€	105,5 M€	106,7 M€	108,0 M€
NAV ₀	3,3 M€	3,0 M€	2,4 M€	1,6 M€	0,6 M€	-0,5 M€	-1,7 M€	-3,0 M€

VM ₀₊ après choc taux baisse	112,6 M€	112,2 M€	111,8 M€	111,3 M€	110,9 M€	110,5 M€	110,1 M€	109,7 M€
BE ₀₊ après choc taux baisse	113,7 M€	114,0 M€	114,8 M€	115,9 M€	117,2 M€	118,6 M€	120,1 M€	121,7 M€
NAV ₀₊ après choc taux baisse	-1,0 M€	-1,8 M€	-3,1 M€	-4,6 M€	-6,2 M€	-8,1 M€	-10,0 M€	-12,1 M€

$nMkt_{int}^{Down} = \max(\Delta NAV _{down}, 0)$	4,0 M€	4,5 M€	5,0 M€	5,6 M€	6,2 M€	6,9 M€	7,6 M€	8,3 M€
---	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------



Le choc à la hausse des taux impacte à la baisse la valeur de marché des obligations, ce qui se traduit par une baisse de la valeur de marché de l'actif global suite au choc.

Si on réduit la part investie en obligations au profit des actions, on voit que $nMkt_{int}^{Up}$ diminue, autrement dit on diminue l'exposition de la société au risque de hausse des taux. Ceci s'explique par le fait que ce risque est lié à la réalisation de moins-values obligataires.

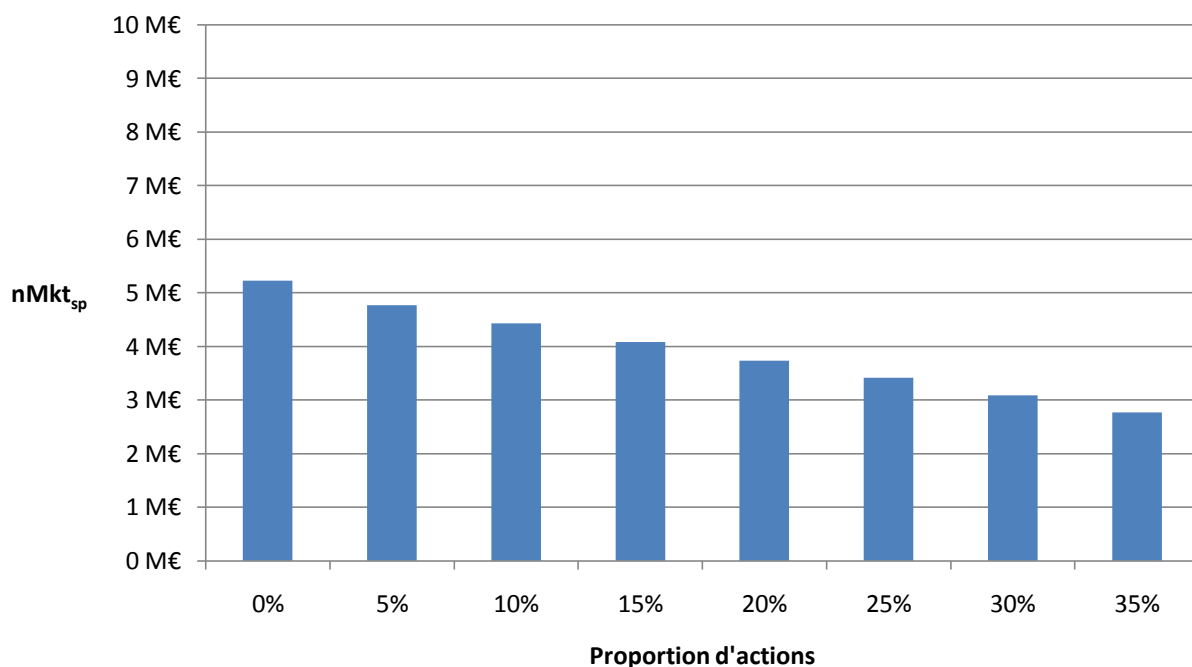
(b) Choc de spread

Action globale	0,00%	5,00%	10,00%	15,00%	20,00%	25,00%	30,00%	35,00%
Monétaire	5,00%	5,00%	5,00%	5,00%	5,00%	5,00%	5,00%	5,00%
Immobilier	5,00%	5,00%	5,00%	5,00%	5,00%	5,00%	5,00%	5,00%
Obligation taux fixe	90,00%	85,00%	80,00%	75,00%	70,00%	65,00%	60,00%	55,00%
TOTAL	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%

VM ₀	105,0 M€	105,0 M€	105,0 M€	105,0 M€	105,0 M€	105,0 M€	105,0 M€	105,0 M€
BE ₀	101,7 M€	102,0 M€	102,6 M€	103,4 M€	104,4 M€	105,5 M€	106,7 M€	108,0 M€
NAV ₀	3,3 M€	3,0 M€	2,4 M€	1,6 M€	0,6 M€	-0,5 M€	-1,7 M€	-3,0 M€

VM ₀₊ après choc spread	100,1 M€	100,4 M€	101,2 M€	102,1 M€	103,2 M€	104,4 M€	105,8 M€	107,2 M€
BE ₀₊ après choc spread	102,4 M€	102,6 M€	103,7 M€	105,1 M€	107,0 M€	109,0 M€	111,3 M€	113,8 M€
NAV ₀₊ après choc spread	-2,2 M€	-2,2 M€	-2,5 M€	-3,0 M€	-3,7 M€	-4,6 M€	-5,5 M€	-6,6 M€

$nMkt_{sp} = \max(\Delta NAV_{ spread\ shock; 0})$	5,2 M€	4,8 M€	4,4 M€	4,1 M€	3,7 M€	3,4 M€	3,1 M€	2,8 M€
--	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------



On constate que plus on investit en obligations, plus l'exigence de capital $nMkt_{sp}$ est importante, ce qui traduit le fait que le risque de spread affecte les obligations.

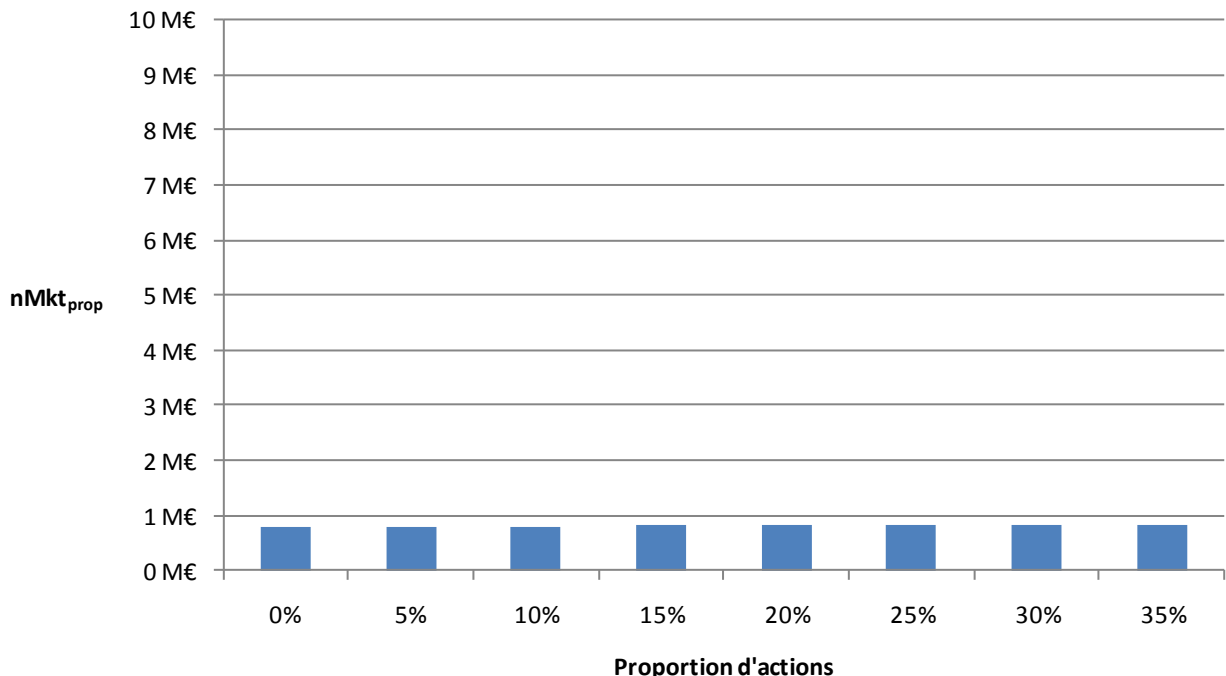
(c) Choc immobilier

Action globale	0,00%	5,00%	10,00%	15,00%	20,00%	25,00%	30,00%	35,00%
Monétaire	5,00%	5,00%	5,00%	5,00%	5,00%	5,00%	5,00%	5,00%
Immobilier	5,00%	5,00%	5,00%	5,00%	5,00%	5,00%	5,00%	5,00%
Obligation taux fixe	90,00%	85,00%	80,00%	75,00%	70,00%	65,00%	60,00%	55,00%
TOTAL	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%

VM_0	105,0 M€	105,0 M€	105,0 M€	105,0 M€	105,0 M€	105,0 M€	105,0 M€	105,0 M€
BE_0	101,7 M€	102,0 M€	102,6 M€	103,4 M€	104,4 M€	105,5 M€	106,7 M€	108,0 M€
NAV_0	3,3 M€	3,0 M€	2,4 M€	1,6 M€	0,6 M€	-0,5 M€	-1,7 M€	-3,0 M€

VM_{0+} après choc immobilier	103,7 M€	103,7 M€	103,7 M€	103,7 M€	103,7 M€	103,7 M€	103,7 M€	103,7 M€
BE_{0+} après choc immobilier	101,5 M€	101,9 M€	102,5 M€	103,5 M€	104,5 M€	105,7 M€	107,0 M€	108,3 M€
NAV_{0+} après choc immobilier	2,2 M€	1,8 M€	1,1 M€	0,2 M€	-0,8 M€	-2,0 M€	-3,3 M€	-4,6 M€

$nMkt_{prop} = \max(\Delta NAV _{property\ shock;0})$	0,8 M€	0,8 M€	0,8 M€	0,8 M€	0,8 M€	0,8 M€	0,8 M€	0,8 M€
---	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------



Le choc sur l'immobilier induit une perte en fonds propres économiques qui ne varie pas suivant les allocations choisies ici. Ceci s'explique par le fait que dans les différentes allocations testées, nous avons gardé constante à 5% la proportion investie dans cet actif.

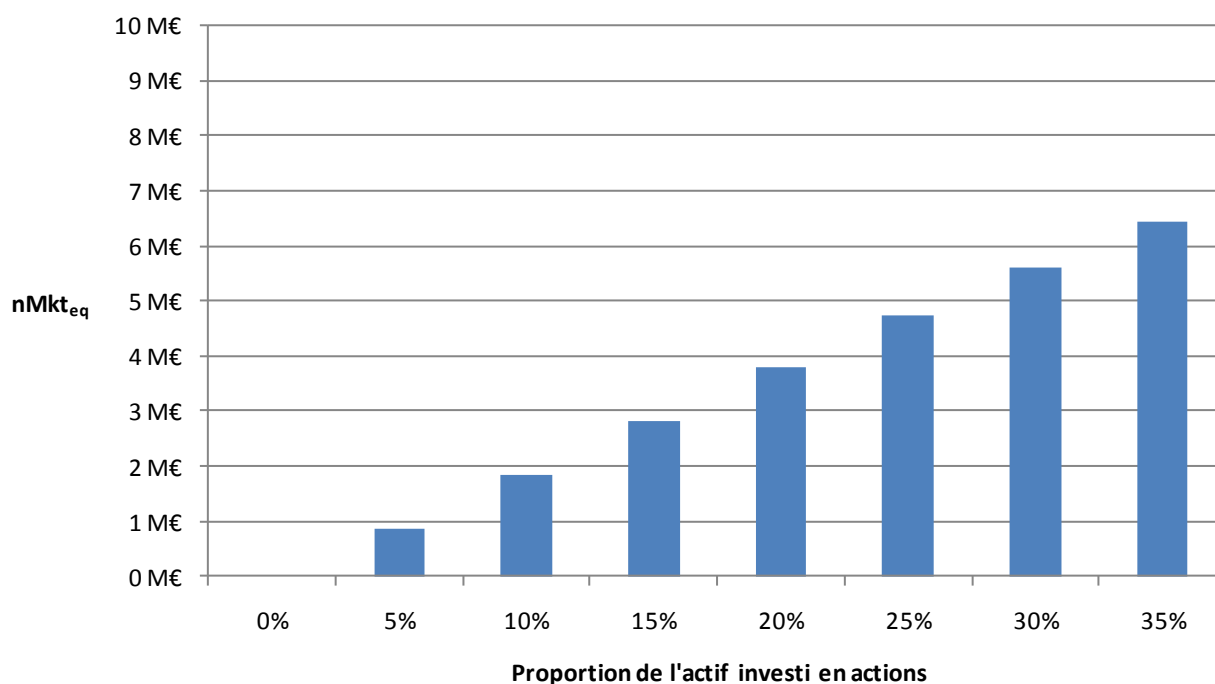
(d) Choc actions globales

Action globale	0,00%	5,00%	10,00%	15,00%	20,00%	25,00%	30,00%	35,00%
Monétaire	5,00%	5,00%	5,00%	5,00%	5,00%	5,00%	5,00%	5,00%
Immobilier	5,00%	5,00%	5,00%	5,00%	5,00%	5,00%	5,00%	5,00%
Obligation taux fixe	90,00%	85,00%	80,00%	75,00%	70,00%	65,00%	60,00%	55,00%
TOTAL	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%

VM ₀	105,0 M€	105,0 M€	105,0 M€	105,0 M€	105,0 M€	105,0 M€	105,0 M€	105,0 M€
BE ₀	101,7 M€	102,0 M€	102,6 M€	103,4 M€	104,4 M€	105,5 M€	106,7 M€	108,0 M€
NAV ₀	3,3 M€	3,0 M€	2,4 M€	1,6 M€	0,6 M€	-0,5 M€	-1,7 M€	-3,0 M€

VM ₀₊ après choc actions	105,0 M€	103,4 M€	101,9 M€	100,3 M€	98,7 M€	97,1 M€	95,6 M€	94,0 M€
BE ₀₊ après choc actions	102,0 M€	101,7 M€	101,7 M€	102,0 M€	102,5 M€	103,0 M€	103,6 M€	104,2 M€
NAV ₀₊ après choc actions	3,0 M€	1,8 M€	0,1 M€	-1,8 M€	-3,8 M€	-5,9 M€	-8,1 M€	-10,3 M€

$nMkt_{eq} = \max(\Delta NAV _{equity\ shock\ index\ Global})$	0,0 M€	0,9 M€	1,8 M€	2,8 M€	3,8 M€	4,7 M€	5,6 M€	6,5 M€
---	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------



Concernant le risque action, on voit que le fait d'augmenter l'investissement en actions en prenant sur la partie obligataire entraîne naturellement une hausse de l'exigence en capital au titre de ce risque.

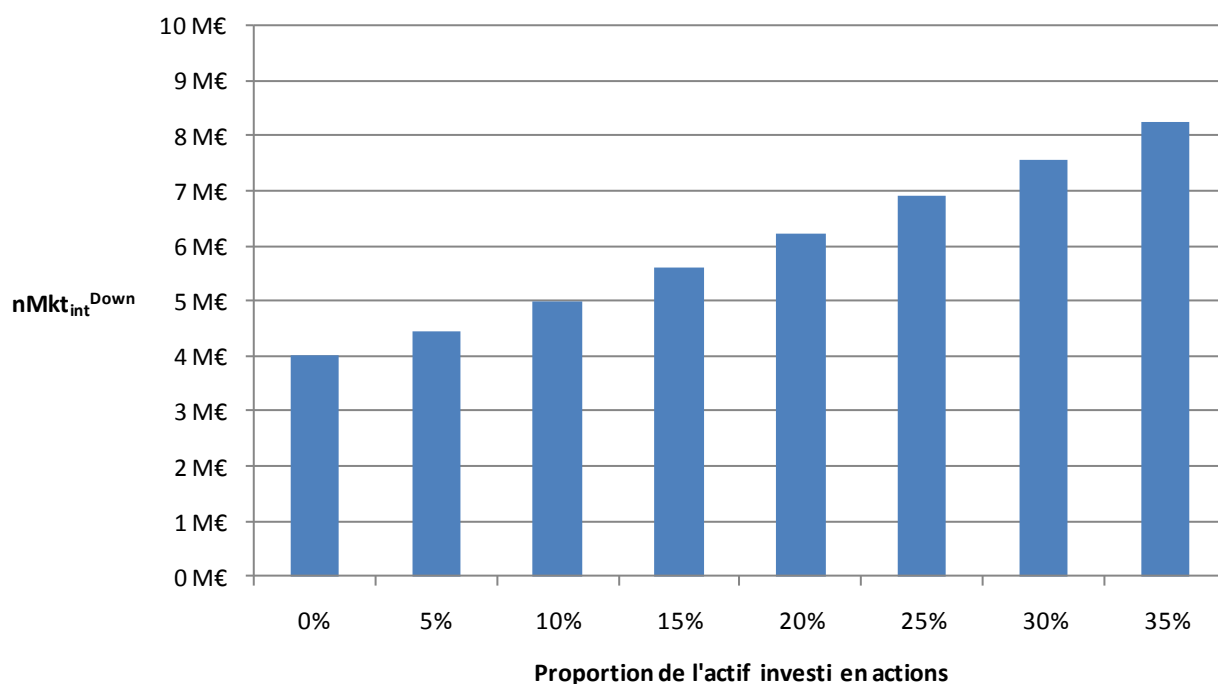
(e) Choc des taux à la baisse

Action globale	0,00%	5,00%	10,00%	15,00%	20,00%	25,00%	30,00%	35,00%
Monétaire	5,00%	5,00%	5,00%	5,00%	5,00%	5,00%	5,00%	5,00%
Immobilier	5,00%	5,00%	5,00%	5,00%	5,00%	5,00%	5,00%	5,00%
Obligation taux fixe	90,00%	85,00%	80,00%	75,00%	70,00%	65,00%	60,00%	55,00%
TOTAL	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%

VM ₀	105,0 M€	105,0 M€	105,0 M€	105,0 M€	105,0 M€	105,0 M€	105,0 M€	105,0 M€
BE ₀	101,7 M€	102,0 M€	102,6 M€	103,4 M€	104,4 M€	105,5 M€	106,7 M€	108,0 M€
NAV ₀	3,3 M€	3,0 M€	2,4 M€	1,6 M€	0,6 M€	-0,5 M€	-1,7 M€	-3,0 M€

VM ₀₊ après choc taux baisse	112,6 M€	112,2 M€	111,8 M€	111,3 M€	110,9 M€	110,5 M€	110,1 M€	109,7 M€
BE ₀₊ après choc taux baisse	113,7 M€	114,0 M€	114,8 M€	115,9 M€	117,2 M€	118,6 M€	120,1 M€	121,7 M€
NAV ₀₊ après choc taux baisse	-1,0 M€	-1,8 M€	-3,1 M€	-4,6 M€	-6,2 M€	-8,1 M€	-10,0 M€	-12,1 M€

nMkt _{int} ^{Down} = max(ΔNAV _{down} ; 0)	4,0 M€	4,5 M€	5,0 M€	5,6 M€	6,2 M€	6,9 M€	7,6 M€	8,3 M€
---	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------



On observe d'abord que le choc des taux à la baisse entraîne une hausse de la valeur de marché de l'actif. Ceci est dû au fait que la valeur de marché des obligations augmente quand les taux baissent.

Ensuite le risque de baisse des taux est lié au risque de réinvestissement. Les simulations étant risque-neutres, les actifs projetés dans le cadre du calcul du BE après choc ont un rendement moyen plus faible que dans le cas non choqué. Le TMG étant relativement élevé, les scénarios stochastiques dans lesquels l'assureur doit

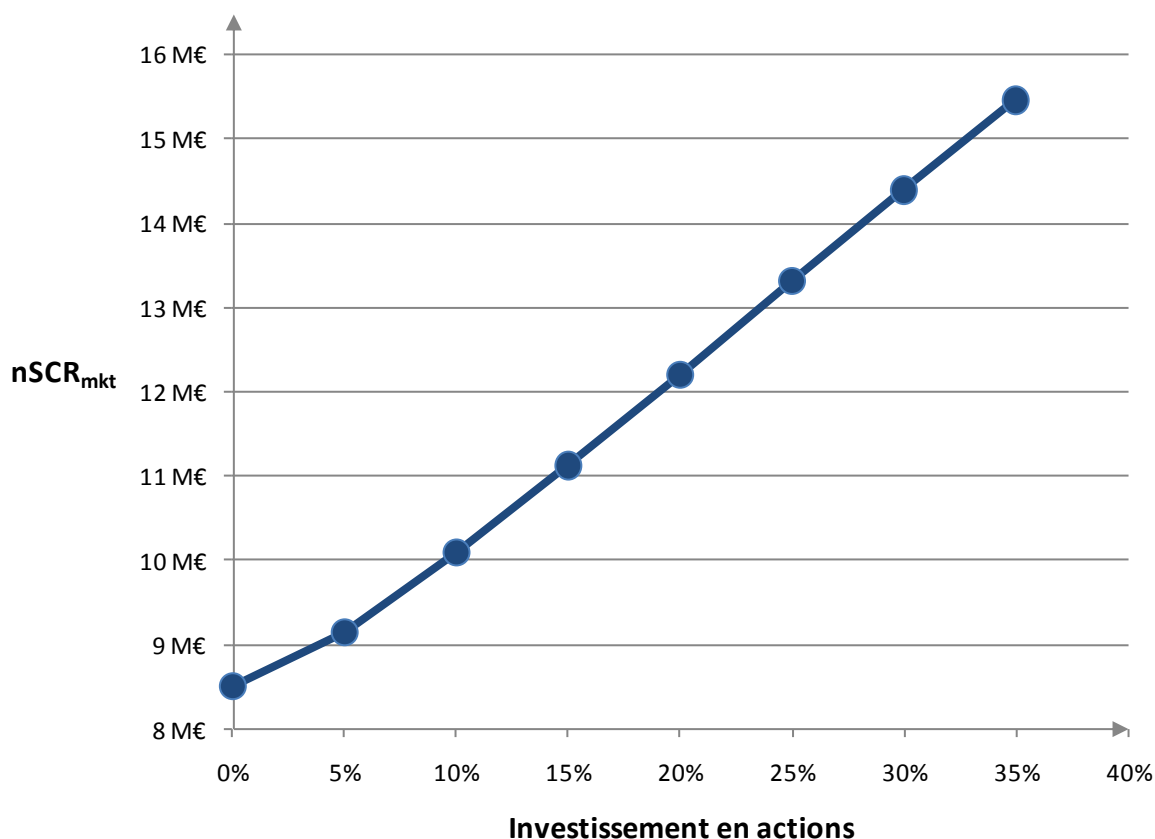
puiser dans ses fonds propres pour servir ce TMG dans le cas choqué sont donc plus nombreux et ont plus d'impact que dans le cas non choqué. Ceci permet d'expliquer l'effet négatif d'un choc à la baisse des taux sur la *NAV*. En augmentant la volatilité globale de l'actif, on accentue encore cet effet : l'exigence de capital augmente avec l'investissement en actions.

Enfin, on peut remarquer que $nMkt_{int}^{Down}$ est toujours nettement supérieure à $nMkt_{int}^{Up}$. On en déduit que la société est davantage exposée au risque de réinvestissement. Ceci s'explique encore une fois par le fait que le contrat offre un TMG viager à un taux relativement élevé de 2%.

(f) Sensibilité du SCR de marché à l'investissement en actions

Par agrégation des capitaux élémentaires obtenus précédemment, nous avons calculé les SCR de marché :

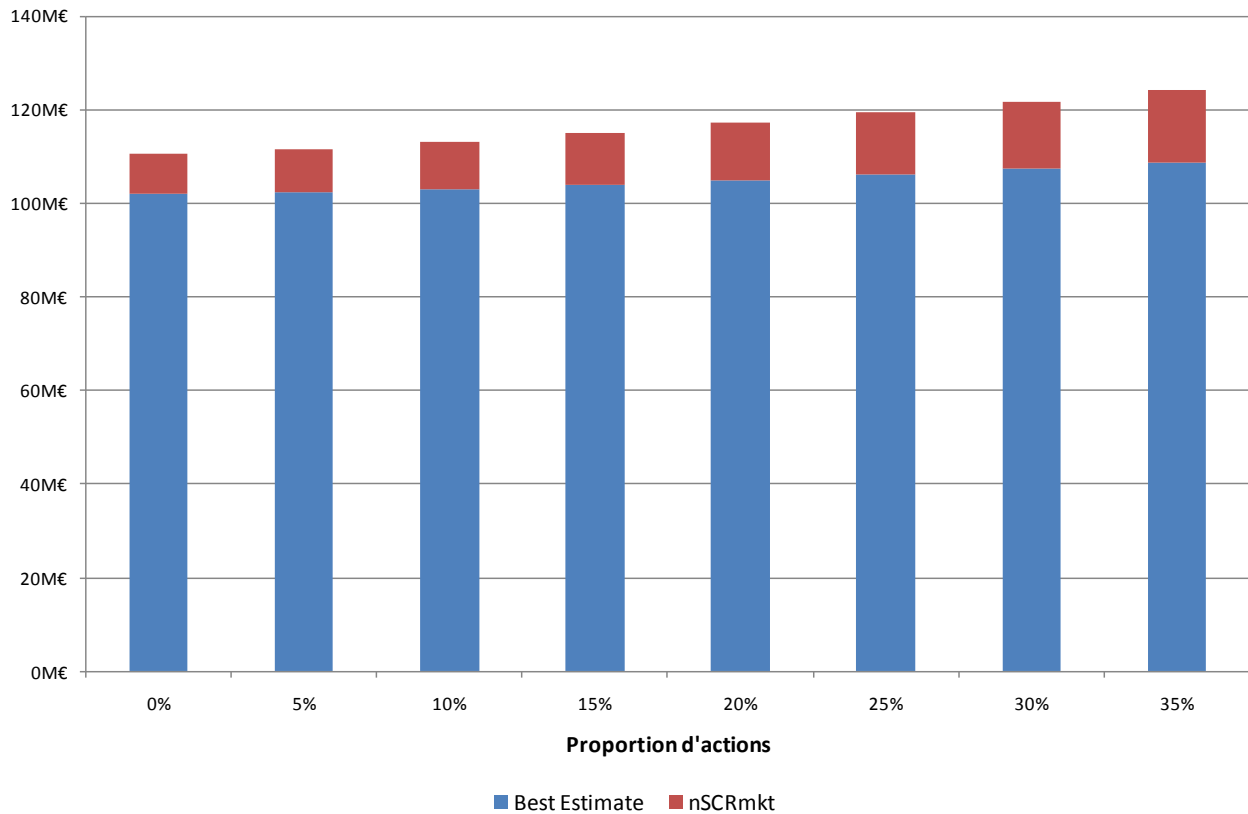
Action globale	0,00%	5,00%	10,00%	15,00%	20,00%	25,00%	30,00%	35,00%
Monétaire	5,00%	5,00%	5,00%	5,00%	5,00%	5,00%	5,00%	5,00%
Immobilier	5,00%	5,00%	5,00%	5,00%	5,00%	5,00%	5,00%	5,00%
Obligation taux fixe	90,00%	85,00%	80,00%	75,00%	70,00%	65,00%	60,00%	55,00%
$nSCR_{mkt}^{Down}$	8,5 M€	9,1 M€	10,1 M€	11,1 M€	12,2 M€	13,3 M€	14,4 M€	15,5 M€
$nSCR_{mkt}^{Up}$	5,8 M€	6,0 M€	6,4 M€	7,0 M€	7,6 M€	8,2 M€	8,8 M€	9,4 M€
$nSCR_{mkt} = \max(nSCR_{mkt}^{Down}; nSCR_{mkt}^{Up})$	8,5 M€	9,1 M€	10,1 M€	11,1 M€	12,2 M€	13,3 M€	14,4 M€	15,5 M€



Le SCR de marché retenu est à chaque fois celui correspondant au risque de baisse des taux. Ceci confirme le fait que la société est plus exposée à la baisse qu'à la hausse des taux.

Ensuite, on observe que le SCR de marché augmente lorsqu'on privilégie l'investissement en actions au détriment des obligations. On voit que cette augmentation est quasi linéaire : ainsi, lorsqu'on accroît l'allocation en action de 10 M€, cela augmente le SCR de marché de plus de 1 M€.

Pour terminer, nous avons réalisé un graphique représentant le $nSCR_{market}$ cumulé au Best Estimate en fonction de l'allocation en actions :



Ce graphique montre que, pour le cas de cette société, sous le régime de Solvabilité 2, le fait d'investir davantage en actions s'avère très coûteux en fonds propres puisque cela augmente à la fois la provision Best Estimate mais aussi la charge de capital $nSCR_{market}$.

5 CONCLUSION

Nous nous sommes intéressés dans ce mémoire à la réforme Solvabilité 2 dans le cadre de l'assurance vie épargne.

Nous avons vu qu'en raison des spécificités de l'assurance vie, à savoir :

- Le lien étroit entre l'actif et le passif de l'assureur
- Les options et garanties incluses dans les contrats

l'évaluation des provisions techniques sous la nouvelle réglementation requiert un modèle actif-passif et une approche stochastique permettant de prendre en compte les risques financiers particuliers à cette activité.

Grâce à l'outil de calcul du Best Estimate vie que j'ai contribué à faire évoluer tout au long de mon stage, nous avons pu analyser, sur un exemple simplifié, l'impact de la clause de taux minimum garantie et de l'option de rachat sur le Best Estimate et nous avons pu observer comment ces options et garanties pouvaient représenter un coût venant accroître le Best Estimate. Nous avons également pu voir en quoi l'investissement en actifs volatils comme les actions contribue également à gonfler le Best Estimate et à entamer ainsi les fonds propres de la société.

Pour étudier l'effet de la structure des placements sur le capital cible SCR, nous nous sommes intéressés à la sensibilité des capitaux requis au titre des risques de marché lorsqu'on fait varier l'investissement en actions. Comme nous le pressentions, nous avons pu constater que le fait d'investir en actions augmente également sensiblement la charge de capital.

Cet étude nous a permis finalement d'illustrer le phénomène que l'on observe aujourd'hui de tous ces assureurs qui prévoient de diminuer leur allocation en actions au profit d'autres actifs moins volatils de manière à :

- limiter leurs provisions techniques d'assurance vie pour préserver leurs fonds propres,
- réduire leur SCR pour s'assurer une marge de solvabilité suffisante sous la future réglementation.

Par ailleurs, une des difficultés essentielles pendant la rédaction de ce mémoire a été qu'il s'est déroulé en plein milieu du QIS 5. De fait, il a fallu concilier les développements et études approfondies à réaliser avec le calendrier du QIS 5 et l'achèvement de ce mémoire avec un calendrier plus serré.

Bien que l'essentiel ait été mis en avant, certaines parties pourront laisser sur sa faim le lecteur averti, mais de nombreux travaux complémentaires sont en cours et l'oral de la soutenance pourra être un lieu d'échanges plus complets sur les évolutions en cours.

6 BIBLIOGRAPHIE

Autorité de Contrôle Prudenciel. (2010). *Orientations Nationales Complémentaires pour le QIS 5*.

Committee of European Insurance and Occupational Pensions. (2010). *QIS 5 Technical Specifications*.

Devineau, L., & Loisel, S. (juin 2009). *Construction d'un algorithme d'accélération de la méthode des « simulations dans les simulations » pour le calcul du capital économique Solvabilité II*.

Devineau, L., & Loisel, S. (décembre 2009). *Risk aggregation in Solvency II: How to converge the approaches of the internal models and those of the standard formula?*

FFSA. (2009). *Rapport annuel 2009*.