

EURO-INSTITUT D'ACTUARIAT

Mémoire de fin d'études présenté par

Corine BENOIT

Promotion 2000

**ASSURANCES
EMPRUNTEURS :
LOIS DE MAINTIEN EN
CHOMAGE ET
EN ARRET DE TRAVAIL**

CONFIDENTIEL

Précédé d'un rapport relatif au stage de fin d'études, effectué au sein
du cabinet Joël Winter et Associés.

Maître de stage : Norbert GAUTRON

RAPPORT DE STAGE

J'ai effectué mon stage de fin d'études au sein du cabinet de conseil en actuariat Joël WINTER et Associés-Actuaires (JWA-Actuaires), à Paris, de juillet à décembre 1999.

A. Présentation de l'entreprise

JWA-Actuaires est une société anonyme, dont le siège social est situé à Paris. Il existe deux autres sites, Lyon et Bruxelles. De plus, le cabinet se développe actuellement vers la Chine. Environ quarante collaborateurs (actuaires, développeurs informatiques et secrétaires) travaillent dans l'entreprise.

Le président et fondateur du cabinet est Joël WINTER. Il est entouré de quatre associés, dont mon maître de stage : Norbert GAUTRON.

Le cabinet est le premier cabinet français d'actuariat-conseil, spécialisé dans le conseil en assurance, retraite et prévoyance.

1. Son activité

Elle consiste au travers de missions ponctuelles ou de plus longue durée, à répondre aux questions et aux besoins des clients. Ces derniers sont des sociétés industrielles et commerciales, des organismes privés ou d'Etat, des institutionnels (compagnies d'assurance, institutions de prévoyance, mutuelles).

L'activité du cabinet se décompose en trois registres complémentaires :

- stratégie,
- pilotage et accompagnement,
- ingénierie actuarielle.

Le registre de "stratégie" consiste à fournir un conseil de direction sur des sujets ponctuels ou récurrents. La réflexion technique et actuarielle permet de peser et de quantifier les enjeux financiers et d'exprimer les objectifs de l'entreprise cliente en termes concrets. Les consultants assistent les dirigeants et les responsables d'entreprises dans leurs projets de réforme, d'optimisation ou de gestion de crises spontanées.

Le registre "pilotage" consiste en l'élaboration de procédures d'accompagnement et de tableaux de bord. A travers la mise en place de procédures adaptées et éventuellement la formation d'équipes, les consultants accompagnent les responsables d'entreprises pour leur donner les moyens de piloter, au mieux de leurs intérêts, les différents engagements pris en matière de protection sociale.

Au travers du registre "ingénierie actuarielle", et au-delà du conseil stratégique et du pilotage, le cabinet a développé un certain nombre de logiciels et de services permettant d'optimiser les interventions en matière de calculs actuariels.

2. Les domaines d'intervention

Les domaines d'intervention du cabinet sont :

- la prévoyance : tarification, provision, assurance des emprunteurs, suivi des résultats techniques et de la sinistralité,
- la retraite : tarification, provision, gestion de régime, détermination et comptabilisation du passif social,
- l'assurance-vie : création de compagnie, réglementation, solvabilité, audit de provisions mathématiques,
- la valorisation de compagnies et gestion Actif/Passif (Embedded Value et Asset and Liabilities Management) : allocation stratégique, adossement Actif/Passif,
- l'assurance non-vie : automobile (tarification et provisionnement), assurance construction.

B. Déroulement du stage

Ce rapport de stage étant limité à quelques pages, il m'est difficile de développer tous les aspects de mon stage. La suite donne cependant une idée assez synthétique des différents travaux qui m'ont été demandés.

Mon stage a comporté deux parties. La première partie, qui a été la plus importante, a consisté en la participation à des missions. La recherche de documents sur divers sujets intéressants le cabinet représente la deuxième partie de mon stage.

1. Les missions

J'ai été intégrée à l'équipe de consultants et j'ai participé au déroulement de certaines missions dont mon maître de stage était responsable.

Afin de mieux comprendre ce qu'est une mission, on peut schématiser son déroulement de la façon suivante :

1. Expression d'un besoin par le prospect
2. Remise d'une proposition au prospect : elle représente les besoins du client, les moyens mis en œuvre par JWA-Actuaires pour y répondre, les délais, le budget, et éventuellement prévoit des réunions avec le client en cours de mission. Cette proposition est rédigée par le responsable de la mission.
3. Acceptation de la proposition et validation de la planification par le client
4. Réalisation de la mission en interne
5. Validation des résultats avec le client
6. Clôture de la mission

J'ai participé à la quatrième étape du déroulement des missions, c'est-à-dire à la réalisation de la mission en interne.

Concrètement, cela s'est traduit par l'élaboration de calculs, la participation à des réunions de travail et l'élaboration de documents remis au client et représentant l'ensemble des résultats de notre étude.

Ce travail nécessitait l'utilisation de logiciels classiques, tels que Word, Excel et Access. Ce dernier est utilisé pour effectuer des extractions et des statistiques descriptives sur des bases de données comportant de très nombreuses lignes. Certains résultats nécessitaient l'utilisation de logiciels internes. Les deux que j'ai pu ainsi découvrir et utiliser sont Image (pour projeter des résultats sur plusieurs années) et Diag'Pm (pour calculer des provisions mathématiques).

Au cours de ces missions, j'ai pu aborder les sujets suivants :

- ✓ l'assurance dépendance des personnes âgées : étude de l'évolution d'une population et mise en place de comptes d'exploitation prévisionnels simplifiés,
- ✓ les traités de réassurance : vérification du respect des clauses contractuelles entre la cédante et le réassureur,
- ✓ les garanties Décès, Incapacité, Invalidité et Chômage dans le cadre des contrats emprunteurs : statistiques descriptives, analyse des comptes de résultats et du provisionnement, construction de lois de maintien en chômage et en arrêt de travail.

2. Les recherches d'informations sur des sujets actuariels

En parallèle de ces missions, mon maître de stage m'a demandé d'effectuer des recherches dans différents domaines sur lesquels le cabinet souhaite avoir une connaissance plus approfondie. Ceci m'a permis d'aborder encore d'autres sujets, mais dans une optique différente de celle rencontrée lors d'une mission. En effet, il ne s'agissait pas ici d'effectuer un travail précis demandé par le client et réalisé en équipe, mais plutôt de faire un travail de documentation et de synthèse. Les résumés ainsi réalisés étaient à usage purement interne.

J'ai effectué mes recherches d'informations sur Internet, dans des mémoires empruntés à la "Maison des actuaires", ainsi que dans les livres et revues de la bibliothèque du cabinet.

Les différents sujets que j'ai ainsi pu aborder sont :

- ✓ l'attribution de performances,
- ✓ les obligations foncières,
- ✓ les indices boursiers, dont les indices Morgan Stanley Capital Investment (MSCI),
- ✓ la prévoyance en France,
- ✓ des recherches générales sur le chômage en France.

C. Conclusion

Après plusieurs emplois d'étudiant et un stage de trois mois en première année, ce stage au cabinet JWA-Actuaires a été ma première intégration de longue durée dans une entreprise et une équipe de travail.

Sur le plan personnel, les apports de ce stage sont nombreux.

Avant tout, il m'a permis de mieux connaître le conseil en actuariat. J'ai réalisé mon bureau d'études, en deuxième année, en collaboration avec JWA-Actuaires. Cela m'a permis d'avoir une première approche de ce domaine de l'actuariat. De tous les domaines dans lesquels les actuaires travaillent, le conseil est celui que je trouve le plus intéressant car il permet de traiter des sujets divers en actuariat et de participer à la réalisation entière d'une mission.

J'ai pu apprendre à inscrire mon travail dans celui plus global de toute une équipe et à le mettre en phase avec l'activité des autres consultants participant à la mission.

J'ai également appris à présenter mes résultats, soit oralement aux membres du cabinet avec lesquels je travaillais, soit par écrit en rédigeant des documents, à usage interne ou destiné au client.

Les différents travaux qui m'ont été demandés m'ont permis d'aborder de nombreux sujets actuariels. Ceci m'a apporté de nombreuses connaissances sur les divers domaines abordés.

J'ai aussi pu approfondir mes connaissances sur des logiciels tels que Excel et Word. J'ai découvert Access, ainsi que les logiciels internes au cabinet.

Le choix de réaliser mon stage au sein du cabinet JWA-Actuaires avait également été guidé par le fait que Norbert GAUTRON m'avait proposé de m'aider à choisir un sujet de mémoire et de me suivre dans la réalisation de celui-ci.

De nombreuses missions sur lesquelles j'ai travaillé portaient sur les assurances liées aux contrats emprunteurs. C'est la raison pour laquelle nous avons choisi de faire porter ce mémoire sur les garanties d'assurance proposées lors de l'octroi d'un crédit et plus particulièrement sur les garanties Chômage et Incapacité-Invalidité.

Les résultats numériques présentés dans ce mémoire reposent sur des informations extraites de bases de données de plusieurs banques. C'est la raison pour laquelle ce mémoire est confidentiel.

Mémoire de fin d'études

***ASSURANCES DES
EMPRUNTEURS :
LOIS DE MAINTIEN
EN CHOMAGE ET EN
ARRET DE TRAVAIL***

Je tiens à remercier tous ceux qui m'ont apporté leur aide dans la réalisation de ce mémoire par leurs conseils, leurs réponses à mes questions et le temps qu'ils y ont consacré.

Norbert,

Je tiens de plus à te remercier pour tes cours d'été actuariels et de m'avoir fait profiter de ton expérience de notre métier.

Corine

RESUME

Les organismes prêteurs souhaitent développer leur activité, c'est-à-dire augmenter leur encours de crédit. Cependant, il est nécessaire qu'ils limitent et maîtrisent les risques de non-remboursement. C'est dans ce cadre de recherche de sécurité que les assureurs ont proposé aux établissements de crédit de souscrire des contrats visant à couvrir certains risques liés à la personne de leurs débiteurs. Les garanties proposées concernent le décès, l'incapacité de travail, suite à une maladie ou à un accident de travail, et la perte d'emploi.

Ces assurances, appelées assurances emprunteurs ou contrats emprunteurs, prennent de plus en plus d'ampleur. C'est une des raisons pour lesquelles ce mémoire porte sur l'étude de ces garanties.

La première partie présente le cadre général de ces assurances, c'est-à-dire leur définition, leur fonctionnement et la réglementation qui leur est applicable.

La deuxième partie expose quelques études préliminaires. Le but de celles-ci est de répondre à certaines questions couramment posées, et d'exposer quelques spécificités des assurances liées aux contrats emprunteurs.

Ensuite, nous étudierons de façon plus approfondie la garantie chômage. Nous établirons des lois de maintien en chômage ainsi que des intervalles de confiance pour les taux de sortie. Les méthodes théoriques utilisées sont classiques (élaboration de la loi brute en utilisant l'estimateur de Kaplan-Meier et lissage de la loi par la méthode de Makeham). L'apport de ce mémoire réside dans les applications numériques effectuées qui sont basées sur des données réelles et récentes.

La dernière partie porte sur la garantie incapacité-invalidité. Nous établirons également des lois de maintien en utilisant des données récentes. Nous appliquerons ensuite ces lois au calcul du provisionnement.

Mots clés : Assurance, Emprunteur, Chômage, Arrêt de travail, Loi de maintien

ABSTRACT

Banks want to develop their activity, which means they want to increase their volume of loans. However, they have to limit and to master the risk of non-refunding. In this search for security, insurance companies have proposed to insure banks against some risks linked to their debtors. These guarantees concern disease, industrial disablement, following an illness or an industrial injury, and unemployment.

These insurances, called « borrower insurances », have become widespread. That is one of the reasons why this thesis analyses these guarantees.

The first part presents the frame of these insurances : definition, functioning and regulation.

The second part exhibits some preliminaries studies, with the intent to answer questions regularly asked and to explain some specific cases.

Then, we analyse more the guarantee « Unemployment ». We will establish « laws of maintenance » with « confidence interval ». Theoretical methods are usual (Kaplan-Meier estimated and Makeham model). The advantage of this thesis is the fact that numerical applications are carried out with recent and real figures.

The last part focuses on the guarantee of industrial disablement. Laws of maintenance will be developed and used to calculate factors of provision.

Key words : Insurance, Borrower, Unemployment, Industrial disablement, Law of maintenance

SOMMAIRE

I. PRÉSENTATION DU SUJET **1**

A. DÉFINITION ET NÉCESSITÉ DES ASSURANCES LIÉES AUX CONTRATS EMPRUNTEURS	2
1. DÉFINITION	2
2. NÉCESSITÉ	2
B. FONCTIONNEMENT GÉNÉRAL DES ASSURANCES LIÉES AUX CONTRATS EMPRUNTEURS	3
1. LE MONTAGE DE L'OPÉRATION D'ASSURANCE	3
2. RENSEIGNEMENTS CONCERNANT LES EMPRUNTEURS	4
3. CONDITIONS CONTRACTUELLES ENTRE L'ASSUREUR ET L'ORGANISME PRÊTEUR	5
C. RISQUES COUVERTS	6
1. LA GARANTIE DÉCÈS	6
2. LA GARANTIE INVALIDITÉ	6
3. LA GARANTIE INCAPACITÉ	7
4. LA GARANTIE CHÔMAGE	7
D. RÉGLEMENTATION APPLICABLE	8
1. CODE DES ASSURANCES	8
2. CODE DE LA CONSOMMATION	8
3. RÉGLEMENTATION COMPLÉMENTAIRE	10

II. QUELQUES ÉTUDES PRÉLIMINAIRES **14**

A. INFLUENCE DU TAUX DE L'EMPRUNT	15
1. INFLUENCE DU TAUX DE L'EMPRUNT SUR LE CAPITAL RESTANT DÛ	15
2. INFLUENCE DU TAUX DE L'EMPRUNT SUR LES SINISTRES PROBABLES	16
3. VALEUR D'ÉQUILIBRE DU TAUX DE COTISATION	19
B. PROVISION POUR RISQUES CROISSANTS	21
1. DÉFINITION	21
2. CALCUL	22
3. EXEMPLES NUMÉRIQUES	23
C. PÉNALITÉS DE REMBOURSEMENT ANTICIPÉ	26
1. MÉTHODE FORFAITAIRE	26
2. MÉTHODE ACTUARIELLE	27
3. CHOIX ENTRE MÉTHODE FORFAITAIRE ET MÉTHODE ACTUARIELLE	29
D. SÉLECTION MÉDICALE	30

III. ÉTUDE DE LA GARANTIE CHÔMAGE **31**

A. GARANTIE CHÔMAGE PROPOSÉE DANS LES CONTRATS EMPRUNTEURS	32
1. DÉFINITION DU CHÔMAGE AU SENS DU CONTRAT	32
2. LES CLAUSES CLASSIQUES	32
B. CADRE DE L'ÉTUDE	36
1. CONTEXTE	36
2. OBJECTIF	40
C. LOI DE MAINTIEN	40
1. PRÉSENTATION GÉNÉRALE	40

2.ELABORATION DE LA LOI DE MAINTIEN : MÉTHODE NON PARAMÉTRIQUE	43
3.LISSAGE DE LA LOI PAR UNE MÉTHODE PARAMÉTRIQUE	53
4.INTERVALLE DE CONFIANCE POUR LES TAUX DE SORTIE	60
D.CALCUL DE LA PROVISION POUR SINISTRES À PAYER	73
1.DÉFINITION	73
2.PROVISION POUR SINISTRES CONNUS	73
3.PROVISION POUR SINISTRES NON ENCORE CONNUS	79

IV. GARANTIE ARRET DE TRAVAIL **80**

A.PRÉSENTATION DE LA GARANTIE INCAPACITÉ/INVALIDITÉ	81
1.LES CLAUSES CLASSIQUEMENT RENCONTRÉES	81
2.LE BUREAU COMMUN DES ASSURANCES COLLECTIVES	82
B.LOI DE MAINTIEN	83
1.DONNÉES COMPLÈTES ET DONNÉES INCOMPLÈTES	83
2.LOI DE MAINTIEN BRUTE	84
3.LISSAGE DE LA LOI PAR UNE MÉTHODE PARAMÉTRIQUE	85
4.COMPARAISON DE LA LOI OBTENUE AVEC CELLE DU BCAC	86
5.INTERVALLE DE CONFIANCE POUR LES TAUX DE SORTIE	86
C.PROVISIONNEMENT	86
1.MÉTHODE DE CALCUL	87
2.RÉSULTATS	88

CONCLUSION

ANNEXES

I. PRESENTATION DU **SUJET**

L'objectif de cette partie est, tout d'abord, de définir les assurances liées aux contrats emprunteurs. Ensuite, nous présenterons leur fonctionnement général en décrivant les liens qu'il peut exister entre les différentes parties qui sont l'emprunteur, l'établissement prêteur et l'assureur. Les différents risques couverts seront ensuite décrits. Enfin, nous aborderons le cadre réglementaire dans lequel évoluent ces assurances.

L'assureur peut être une entreprise régie par le Code des assurances, une institution régie par le Code de la sécurité sociale ou une mutuelle régie par le Code de la mutualité.

Nous nous limiterons à exposer les caractéristiques des garanties proposées par les entreprises d'assurance régie par le Code des assurances et leur cadre réglementaire, car elles dominent actuellement le marché de l'assurance collective des emprunteurs.

A. Définition et nécessité des assurances liées aux contrats emprunteurs

1. Définition

"Les contrats d'assurance des emprunteurs sont des contrats souscrits par les établissements de crédit auprès d'une compagnie d'assurance pour couvrir les risques liés à la personne de leurs débiteurs."¹

Les risques couverts sont :

- ✓ le chômage ou perte d'emploi,
- ✓ l'arrêt de travail (regroupant l'incapacité temporaire et l'invalidité permanente),
- ✓ le décès et l'invalidité absolue définitive.

En cas de survenance du sinistre assuré, l'assureur prend, sous certaines conditions, le relais de l'emprunteur en remboursant les échéances du prêt à l'établissement prêteur.

Une des caractéristiques de ces assurances est d'être limitée dans le temps : elle débute et se termine en même temps que le crédit sous-jacent qui lui a donné naissance. Ainsi, l'engagement de l'assureur est toujours nul lorsque le prêt est totalement amorti, même si le sinistre n'est pas terminé.

2. Nécessité

Le marché des assurances liées aux emprunts est apparu au cours de la seconde moitié du 19^{ème} siècle. Mais il a surtout évolué depuis la deuxième guerre mondiale. Ceci résulte d'une évolution du comportement des consommateurs et des établissements de crédit.

D'une part, les consommateurs souhaitent faire de plus en plus appel au crédit pour financer leurs achats immobiliers ou leurs achats de biens de consommation. Cependant, certains hésitent car leur salaire représente souvent leur seule ressource. Un événement causant une baisse de salaire pourrait faire apparaître d'importantes difficultés les empêchant de respecter leurs engagements financiers.

D'autre part, les établissements de crédit souhaitent augmenter leur activité, mais veulent également limiter et maîtriser le risque de non remboursement.

Un des outils à leur disposition est représenté par les sûretés traditionnelles, telle l'hypothèque dans le cadre de prêt immobilier. Cependant, l'évolution du marché du crédit, marqué par une augmentation des situations de surendettement des particuliers a révélé la relative inefficacité de ces sûretés. Ceci est dû aux fortes contraintes lors de leur constitution et à leur coût élevé, qui alourdit celui du crédit. De plus, la procédure de réalisation est fastidieuse, et ne permet pas toujours au créancier de récupérer en totalité les sommes encore dues. De plus, ces sûretés n'ont de valeur qu'en fonction de leur rang d'inscription. Or l'établissement de crédit se trouve

¹ Cette définition est extraite de "Normes et Réglementations comptables", Béfec /Price-Waterhouse, Editions L'Argus

la plupart du temps en concours avec d'autres créanciers, munis de privilèges, qui priment sur les autres garanties et notamment l'hypothèque.

Les assureurs ont répondu aux inquiétudes à la fois des organismes prêteurs et des emprunteurs, en proposant des assurances liées à certains risques qui peuvent entraîner la baisse des revenus d'un ménage.

On comprend donc pourquoi ce type d'assurance joue un rôle très important sur le marché des emprunts : il répond à la fois au besoin de sécurité de l'emprunteur et de l'organisme prêteur.

Les chiffres suivants montrent bien l'importance de ce type d'assurance, en FRANCE. L'assurance des emprunteurs représente environ 20 milliards de francs en cotisations, ce qui représente environ 3% du chiffre d'affaires des assurances de personnes. Les trois quarts de ces assurances concernent des prêts immobiliers et un quart concernent des prêts à la consommation. Le montant des capitaux garantis dépassent les 2 000 milliards de francs.

B. Fonctionnement général des assurances liées aux contrats emprunteurs

1. Le montage de l'opération d'assurance

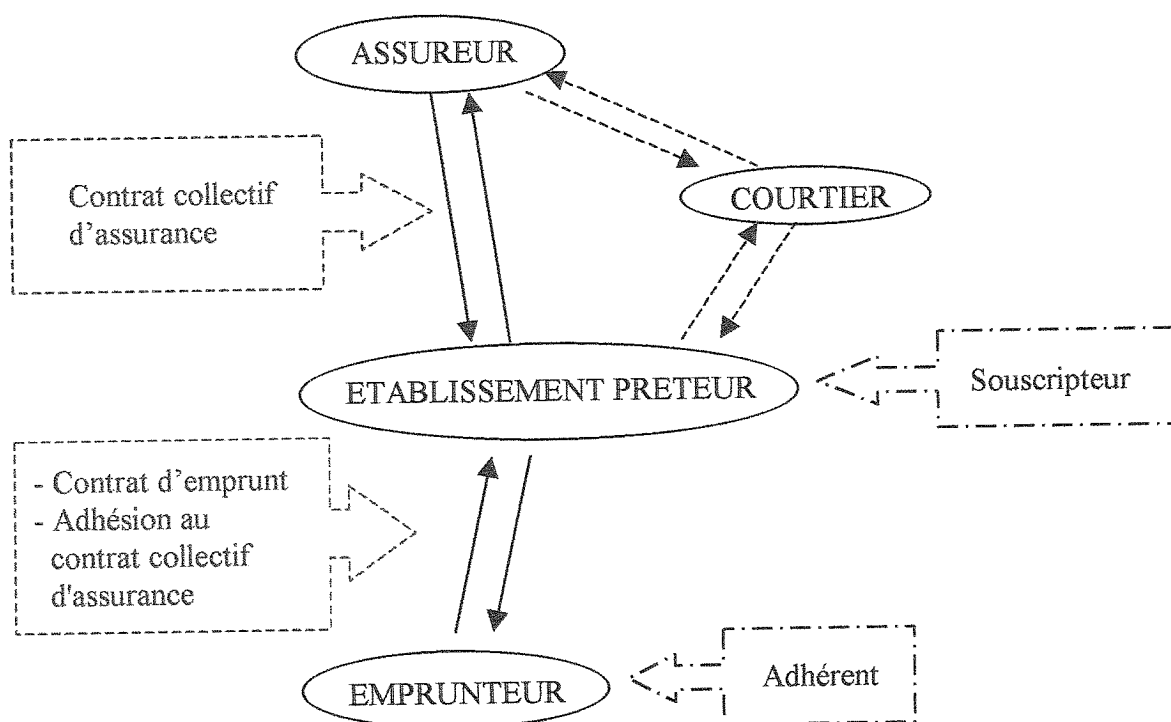
Le montage de l'opération d'assurance peut se décomposer en deux étapes :

- ↳ L'organisme prêteur souscrit un contrat d'assurance de groupe auprès d'une compagnie d'assurance. L'organisme prêteur est encore appelé " souscripteur ".
- ↳ L'établissement de crédit propose ensuite aux emprunteurs, au moment de leur demande de crédit, de souscrire à ce contrat de groupe. L'emprunteur est encore appelé " adhérent "

Parfois, un courtier joue le rôle d'intermédiaire entre l'assureur et l'organisme prêteur.

En général, les contrats entre l'assureur et le prêteur ont une durée de 1 an et sont reconductibles par tacite reconduction. Chacune des parties peut cependant mettre fin au contrat à tout moment en respectant un délai de préavis. Des clauses doivent être prévues afin que le changement éventuel d'assureur n'ait aucune conséquence négative pour l'emprunteur.

Le montage de l'assurance peut être résumé par le schéma suivant :



2. Renseignements concernant les emprunteurs

Lors de la signature du contrat avec l'organisme prêteur, l'assureur ne connaît pas avec précision les caractéristiques de la population qu'il va assurer, car les emprunts ne sont pas encore souscrits. Ainsi, l'assureur ne connaît pas l'âge, le sexe, la catégorie socioprofessionnelle, le capital emprunté pour chaque assuré. Ceci peut poser de nombreux problèmes, par exemple si les données moyennes choisies pour calculer le tarif ne sont pas représentatives des données réelles².

Toutes les informations concernant l'emprunteur (date de naissance, sexe, catégorie socioprofessionnelle, capital emprunté, mensualité...) sont recueillies par l'organisme prêteur au moment de la souscription du contrat de crédit. Ces renseignements sont ensuite portés à la connaissance de l'assureur seulement pour les assurés sinistrés au moment de la survenance du sinistre, c'est-à-dire au moment de l'arrêt de travail, du décès ou de l'entrée en chômage. Ce fonctionnement implique donc que l'assureur ne possède aucune information sur l'encours sain des assurés, c'est-à-dire sur les assurés n'ayant connu aucun sinistre.

² Dans le cadre d'un contrat de groupe, les primes payées sont égales pour tous les assurés et ne dépendent pas de l'âge ou du sexe de l'assuré par exemple.

3. Conditions contractuelles entre l'assureur et l'organisme prêteur

Le contrat signé entre l'assureur et l'organisme prêteur doit comporter certaines clauses fixant les modalités de fonctionnement de l'assurance. Par exemple, les conditions de versement des prestations et des cotisations doivent être précisées.

(1) Les cotisations

Les cotisations peuvent être exprimées en fonction du capital restant dû ou du capital initial. Elles sont collectées par l'établissement prêteur auprès des adhérents puis reversées à l'assureur. Ces cotisations peuvent être considérées comme faible au regard de l'étendue des garanties. Ce moindre taux de cotisation est dû à une gestion simplifiée de ces contrats d'assurance. Pour les garanties décès, invalidité absolue définitive et arrêt de travail, il est à noter que les taux de cotisations sont fixés dans le contrat pour toute la durée du prêt. En revanche, pour la garantie chômage, il peut évoluer au cours du prêt.

(2) Rémunération de l'organisme prêteur et risque couru

Cette rémunération est composée de deux parties. La première est un pourcentage des primes encaissées. La deuxième est une participation aux bénéfices du contrat. Ces bénéfices sont calculés après constitution par l'assureur des provisions techniques réglementaires suivantes :

- ✓ Provision pour sinistres à payer : elle représente l'engagement de l'assureur envers les assurés connaissant un sinistre à la date de calcul,
- ✓ Provision pour risques croissants : elle est égale à la différence des valeurs actuelles probables des engagements futurs de l'assureur et de l'assuré³,
- ✓ Provision pour égalisation : elle est calculée seulement pour les garanties décès, arrêt de travail et invalidité absolue et définitive. Elle permet de faire face aux fluctuations de sinistralité. Cette provision présente deux particularités : sous certaines conditions elle est exonérée d'impôts ; en cas de changement d'assureur elle est transférée au nouvel assureur car elle représente un droit de créance du souscripteur puisqu'elle est prélevée sur les résultats positifs du contrat.

Ce mécanisme de rémunération de l'organisme prêteur implique que les pertes sont totalement supportées par l'assureur.

³ Cette provision sera étudiée plus en détail dans la partie 2.

C. Risques couverts

Chronologiquement, les premiers risques couverts ont été le décès et l'arrêt de travail. Puis le chômage a été garanti, à partir de 1976.

Dans les années 90, les organismes prêteurs ont souhaité que les garanties soient élargies à d'autres événements susceptibles de compromettre le remboursement de l'emprunt, comme par exemple des difficultés familiales, tel un divorce. Les assureurs ont refusé de mettre en place de nouvelles garanties couvrant ce type de risque. Leur argument est double : d'une part, il ne présente pas par hypothèse le caractère aléatoire fondant toute opération d'assurance, puisqu'il dépend de la volonté de l'assuré et d'autre part, il y a de forts risques de fraude.

Nous allons examiner succinctement les garanties proposées.

1. La garantie Décès

L'assureur garantit toutes les causes de décès, sauf exclusions légales et conventionnelles. En cas de réalisation du sinistre, c'est-à-dire le décès de l'assuré, l'assureur se substitue à l'emprunteur pour rembourser par anticipation le capital restant dû au jour du décès.

Il faut cependant noter que les décès causés par un suicide sont parfois exclus par les assureurs. Ces derniers s'appuient sur l'article L 132.7 du Code des Assurances, qui affirme que l'assurance en cas de décès est de nul effet si l'assuré se donne volontairement et consciemment la mort au cours des deux premières années du contrat. La jurisprudence est abondante sur ce sujet et il est souvent assez difficile pour les assureurs de prouver que l'assuré s'est suicidé de manière consciente.

2. La garantie Invalidité

La notion d'invalidité est définie différemment selon la compagnie d'assurance, en fonction de l'appréciation technique du risque, de la démarche commerciale et des besoins de l'assuré. De façon générale, il existe deux types d'invalidité, auxquels correspondent des prestations différentes :

➤ invalidité permanente et totale (ou invalidité absolue et définitive) : de nombreux contrats prévoient le versement des mêmes prestations qu'en cas de décès. Dans la plupart des contrats d'assurance, un individu est considéré en invalidité permanente et totale s'il perçoit une pension de troisième catégorie de la sécurité sociale, ce qui implique le recours à une tierce personne pour les activités de la vie courante.

➤ invalidité permanente et partielle : les contrats prévoient la prise en charge par l'assureur des échéances du prêt au fur et à mesure de leur exigence. Cette prise en charge n'est pas toujours intégrale et est souvent proportionnelle au taux d'invalidité reconnu à l'assuré.

Nous avons vu que les compagnies d'assurance utilisent leur propre définition de l'invalidité. Celle-ci peut être différente de celle de la sécurité sociale. Cependant, elle s'en inspire. Il est donc intéressant de citer ici la définition de l'invalidité utilisée par la sécurité sociale.

La sécurité sociale répartit les invalides en trois catégories. Les invalides de la première catégorie sont capables d'exercer une activité rémunérée, les invalides de la deuxième catégorie sont absolument incapables d'exercer une activité rémunérée quelconque et les invalides de la troisième catégorie ne peuvent exercer les actes courants de la vie sans l'aide d'une tierce personne.

3. La garantie Incapacité

Cette garantie couvre l'emprunteur en cas de maladie ou d'accident l'empêchant temporairement de se livrer à une activité rémunérée. Sous certaines conditions, en cas de réalisation du sinistre, l'assureur se substitue à l'emprunteur pour régler les échéances du prêt au fur et à mesure de leur exigibilité. Souvent les contrats prévoient que l'arrêt de travail doit être total, c'est-à-dire que si l'assuré reprend, même de façon partielle son activité, la prise en charge de l'assureur cesse. De plus, l'assureur intervient seulement après un délai de franchise⁴. Si l'assuré connaît plusieurs périodes d'incapacité au cours du même prêt, la garantie peut être mise en place plusieurs fois. Nous reviendrons sur cette garantie dans la quatrième partie de ce mémoire.

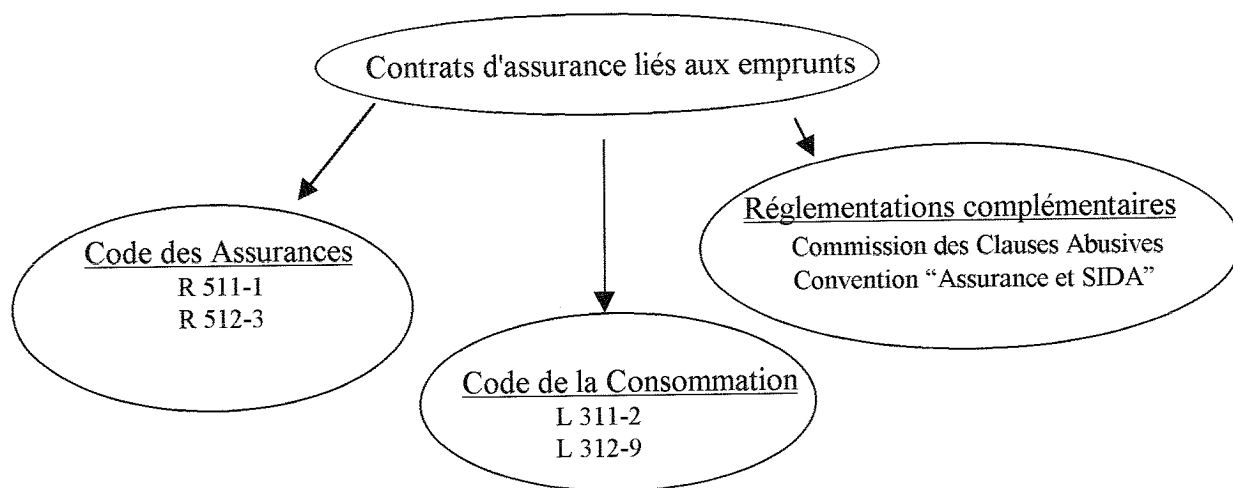
4. La garantie Chômage

Le fonctionnement est similaire à celui de la garantie incapacité. En cas de chômage de l'assuré, l'assureur rembourse sous certaines conditions les échéances dues. Cependant, la durée de versement des prestations est limitée contractuellement. Cette garantie sera étudiée plus en profondeur dans la troisième partie de ce mémoire.

⁴ Le délai de franchise représente la durée minimale du sinistre pour que celui-ci puisse ouvrir droit aux prestations. Ainsi, si le délai de franchise est de trois mois et que l'arrêt de travail dure seulement deux mois, l'assuré recevra aucune prestation.

Cette notion sera reprise plus en profondeur dans la troisième partie du mémoire.

D. Réglementation applicable



1. Code des Assurances

Les contrats d'assurance de groupes emprunteurs sont soumis en principe aux mêmes dispositions que les contrats d'assurance collective. Cependant, du fait de leur objet particulier, ils obéissent sur certains points à un régime qui leur est propre.

Selon l'article R 511-1 du Code des Assurances, les personnes autorisées à présenter des opérations d'assurance sont les salariés et mandataires des sociétés d'assurance, les courtiers et les agents généraux. Ceci implique que les établissements de crédit ne devraient pas avoir a priori la possibilité de proposer à leurs clients des contrats d'assurance. Cependant, par dérogation, l'article R 512-3 du Code des Assurances autorise les établissements de crédit à présenter à leurs clients le contrat d'assurance qu'ils ont préalablement souscrit.

2. Code de la Consommation

a) Information de l'emprunteur

Pour les prêts à la consommation, l'article L311-2 du Code de la Consommation reprend l'article 5 de la loi n° 78-22 du 10 janvier 1978 relative à l'information et à la protection des consommateurs. Cet article prévoit que lorsque l'offre préalable est assortie d'une proposition d'assurance, une notice doit être remise à l'emprunteur. Cette notice doit comporter les extraits des conditions générales de l'assurance le concernant, notamment les nom et adresse de l'assureur, la durée du contrat d'assurance, les risques qui sont couverts et ceux qui sont exclus.

Pour les prêts immobiliers, l'article L 312-9 du Code de la Consommation reprend l'article 6 de la loi n° 79-59 du 13 juillet 1979 relative à l'information et à la protection des emprunteurs dans le domaine de l'immobilier. Cet article dispose que, lorsqu'une assurance est proposée ou imposée, une notice énumérant les risques garantis et précisant toutes les modalités de mise en jeu de l'assurance doit être annexée au contrat de prêt.

Il prévoit également que toute modification apportée ultérieurement à la définition des risques garantis ou aux modalités de la mise en jeu de l'assurance est inopposable à l'emprunteur qui n'y a pas donné son accord.

Il est important de noter que cette dernière disposition est très différente de celle retenue par le droit commun de l'assurance collective. En effet, l'article L140-4 du Code des Assurances autorise les modifications contractuelles sous réserve que le souscripteur en ait informé les adhérents par écrit, ces derniers ayant alors la possibilité de dénoncer leur adhésion en cas de désaccord.

b) Acceptation par l'assureur

La demande d'adhésion formulée par l'emprunteur doit être acceptée par l'assureur pour devenir effective. En effet, le groupe assuré n'étant pas connu au moment de la souscription du contrat avec l'établissement de crédit, l'assureur se réserve le droit d'accepter ou de refuser un adhérent en fonction d'un certain nombre d'éléments déterminés⁵. L'article L 312-9-3 prévoit le cas où la demande de l'emprunteur est rejetée, dans le cadre d'un prêt immobilier. En cas de refus de l'assureur, l'emprunteur a la possibilité de demander l'annulation du contrat de prêt, sans qu'aucun frais ni pénalités ne lui soient demandés. Il s'agit d'une faculté que l'emprunteur n'est pas forcé d'exercer. Dans le cas où l'emprunteur ne l'exerce pas, l'organisme prêteur se voit privé d'une garantie importante. C'est la raison pour laquelle les établissements de crédit insèrent généralement dans leur contrat de prêt une clause visant à leur permettre de révoquer leur offre dans l'hypothèse où l'assureur refuserait sa garantie.

c) Paiement et défaut de paiement des cotisations

Le droit commun de l'assurance collective s'applique.

Ainsi, c'est à l'établissement de crédit qu'il appartient de s'acquitter des cotisations auprès de l'assureur. Les cotisations sont tout de même supportées par les emprunteurs auprès desquels l'organisme prêteur effectue la collecte des sommes qu'il reverse ensuite à l'assureur. Généralement, la cotisation de l'assurance est payée mensuellement au même moment que l'échéance du prêt. Le Code de la Consommation prévoit cependant que l'emprunteur soit informé des sommes dues au titre de l'assurance (article L 311-10 pour les prêts à la consommation et article L 312-8 pour les prêts immobiliers).

En cas de défaut de paiement, l'assureur est en droit d'opposer individuellement et directement à l'assuré son absence de paiement pour lui refuser le versement des prestations.

⁵ Il s'agit principalement d'un questionnaire médical que l'assuré doit remplir au moment de sa demande d'adhésion. Ce point sera décrit plus en détail dans la deuxième partie du mémoire.

3. Réglementation complémentaire

a) La Commission des Clauses Abusives

Cette commission a été créée en janvier 1979. Son but est d'inciter les professionnels à réviser leur comportement contractuel et d'informer les consommateurs de leurs droits. Cette commission rend des recommandations, qui ne sont donc pas des contraintes.

Cependant, la loi NEIERTZ sur la protection des consommateurs tend à renforcer l'habitude des tribunaux à se référer aux recommandations de cette commission.

La recommandation n° 90-01 s'intéresse aux contrats d'assurance liés aux emprunts (crédits à la consommation et crédits immobiliers). Elle est établie à partir, entre autre, du Code des Assurances et de la jurisprudence de la Cour de Cassation.

(1) Information de l'emprunteur

Cette recommandation insiste sur l'obligation de conseil de l'établissement prêteur, en précisant que la jurisprudence de la Cour de Cassation met à la charge de l'établissement prêteur une obligation spécifique de conseil et d'information. Le non respect de cette recommandation expose le souscripteur à devenir par sa faute son propre assureur.

Pour tout ce qui concerne la présentation et la modification des contrats, la recommandation souligne :

- la nécessité de prévoir plusieurs emplacements pour la signature de la demande d'offre de crédit, pour la demande d'adhésion au contrat d'assurance, pour la signature de la déclaration de bonne santé et proscrit l'utilisation d'une seule case à cocher,
- la nécessité de communiquer des documents lisibles (la recommandation proscrit l'emploi de caractères trop pâles ou trop petits),
- que seule la notice remise à l'emprunteur peut lui être opposable du fait, qu'au moment de sa demande d'adhésion, il n'a pas connaissance du contrat passé entre l'établissement prêteur et l'assureur. Ainsi, et conformément au droit commun de l'assurance collective, une clause qui prévoirait que " la présente notice reproduit aussi fidèlement que possible les dispositions essentielles du contrat, qui seul fait loi entre les parties " serait considérée comme inopérante et sans portée.

(2) Clauses contractuelles

La recommandation souligne qu'aucune modification apportée au contrat (taux ou conditions) ne peut être opposable à l'assuré sauf dans le cas où ce dernier aurait donné son accord. Ainsi, l'article L 312-9 du Code de la Consommation, cité précédemment et qui expose le principe de l'inopposabilité des modifications contractuelles dans le cadre des contrats visant à couvrir les prêts immobiliers, est étendu aux contrats visant à garantir les crédits à la consommation.

Cette disposition ne devrait pas concerner les crédits revolving et la garantie chômage facultative pour lesquels il est prévu, sur la demande d'adhésion et dans la notice, que les taux de cotisation, voire les garanties, pourraient être modifiés en fonction des résultats enregistrés, l'assuré ayant toujours la possibilité de résilier son contrat.

Dans le cadre de la garantie incapacité temporaire de travail, la recommandation met en garde les assureurs contre l'insertion dans les contrats de délais de franchise de trop longue durée. En effet, selon les statistiques de la Caisse Nationale d'Assurance Maladie, la durée moyenne des arrêts de travail est de quinze jours, compte tenu d'un délai de franchise de trois mois. Dès lors, si la période de franchise est trop longue, la garantie de l'assureur risque d'être dénuée de toute substance. Conscients de cette difficulté, de nombreux assureurs réduisent la portée de cette clause en prévoyant que la prise en charge éventuelle aura un effet rétroactif et qu'il ne sera pas appliqué de nouvelle franchise en cas de rechute dans un délai donné, deux mois par exemple.

(3) Acceptation par l'assureur

La demande d'assurance, une fois remplie par l'emprunteur, est transmise par l'organisme prêteur à l'assureur. Cependant, la commission des Clauses Abusives recommande de rappeler aux emprunteurs qu'ils ont la possibilité de transmettre directement à l'assureur les renseignements d'ordre confidentiel.

La réglementation concernant les déclarations faites par le futur assuré a été modifiée en 1989. Avant cette date, le futur adhérent était obligé de déclarer exactement, lors de la conclusion du contrat, "toutes les circonstances connues de lui" permettant à l'assureur d'apprécier les risques qu'il prend à sa charge. Ceci obligeait le futur adhérent à déclarer tout ce qu'il connaissait sur son état de santé, sa profession et la manière dont elle est exercée, son mode de vie, les sports qu'il pratique, etc.

La formule "toutes les circonstances connues de lui" de l'ancien article L 113-2 du Code des Assurances a été abrogée par la Loi 89-1014 du 31 décembre 1989. L'assuré a désormais pour seule obligation "de répondre exactement aux questions posées par l'assureur".

Nous avons vu qu'en matière de prêts immobiliers, l'article L 312-9-3 du Code de la Consommation, prévoit que le contrat de prêt peut être résolu sans aucun frais ni pénalité par l'emprunteur en cas de refus de l'assurance. Bien qu'aucune disposition similaire ne soit prévue en matière de prêts à la consommation, la Commission des Clauses Abusives recommande que le même droit de résolution soit applicable.

(4) Modification de la durée du prêt

→ Allongement de la durée :

En cas de difficultés financières empêchant l'emprunteur de respecter l'échéancier initialement prévu, la période d'amortissement du prêt peut être allongée. Lorsque le contrat d'assurance ne prévoit pas cette hypothèse, la question se pose de savoir à quel moment cesse la garantie. Deux réponses sont possibles. On peut soit considérer que l'assurance prend fin à la date initialement prévue, soit que la durée de la garantie doit coïncider avec la période réelle du prêt sans tenir compte du fait que le remboursement ait lieu après la date fixée par le contrat.

La recommandation n°90-01 de la Commission des Clauses Abusives considère que la durée du contrat d'assurance doit être la même que celle du contrat de prêt. Ceci est conforme au but poursuivi par l'assurance, qui est de tout mettre en œuvre pour garantir la bonne fin du prêt.

→ Réduction de la durée :

En cas de difficultés de remboursement des échéances, le prêteur peut prononcer la déchéance du prêt et demander ainsi à l'emprunteur de rembourser immédiatement le capital restant dû. Si l'emprunteur connaît une période d'incapacité, d'invalidité, de chômage ou décède avant la date initialement prévue pour la fin du prêt, et sauf précision contraire dans le contrat, l'assuré ou ses héritiers peuvent faire jouer la garantie de l'assureur⁶.

b) La convention " Assurance et SIDA "

Les assureurs ont la possibilité de demander à un assuré potentiel de passer des examens médicaux, afin de mieux connaître le risque qu'il présente et de limiter les risques dits aggravés. Cependant, une convention a été conclue en septembre 1991 entre les pouvoirs publics et les assureurs pour encadrer et limiter l'usage de test de dépistage de l'anticorps positif du virus du SIDA. Son but est d'éviter que les personnes atteintes de séropositivité ne soient systématiquement exclues du bénéfice de l'assurance de personnes. Cette convention s'applique seulement aux prêts immobiliers. Elle a émis diverses recommandations de portée générale et adopté des règles spécifiques pour les contrats souscrits en garantie d'emprunts immobiliers. Une extension visant à permettre la couverture des prêts à la consommation était à l'étude, mais ce projet semble abandonné.

(1) Dispositions générales de la convention

La convention n'oblige pas les assureurs à garantir les personnes atteintes du virus du SIDA, mais elle limite les moyens dont ils disposent pour apprécier ce risque.

D'une part, les seules questions autorisées sont : Avez-vous subi ou non un test de dépistage de la séropositivité ? Si oui, indiquez le résultat du test et sa date ; Avez-vous eu une infection consécutive d'une immuno-déficience acquise ? Toutes les autres questions relatives à la vie privée et en particulier à la sexualité sont interdites.

D'autre part, les assureurs ne peuvent recourir au test de dépistage, au moment de la souscription, que si les capitaux garantis ou les informations recueillies dans le questionnaire de santé le justifient. En revanche, le seuil des sommes assurées à partir duquel un test peut être demandé reste à la libre appréciation de l'assureur. Lorsqu'un test de dépistage est demandé, plusieurs conditions doivent être respectées : l'assuré doit être d'accord, le test doit être prescrit par un médecin et doit être intégré dans un examen médical complet. Dans l'hypothèse où une compagnie d'assurance a sollicité un test de dépistage et accepté le proposant, elle ne peut, au moment du sinistre et sous réserve de fraude, contester sa garantie au motif que le décès est directement lié à une immunodéficience acquise.

⁶ Ceci n'a pas fait l'objet d'une recommandation de la Commission des Clauses Abusives, mais d'une décision de la première chambre civile de la Cour de Cassation le 18 janvier 1999.

(2) Dispositions spécifiques aux contrats garantissant des emprunts

Les assureurs ont l'obligation d'accorder aux personnes séropositives une couverture contre le risque décès, en garantie d'emprunts d'une durée supérieure à 5 ans et contractés auprès d'établissements bancaires pour l'acquisition d'un logement ou de locaux et matériels professionnels. Cependant, la durée du contrat peut être limitée à 10 ans et le montant de la garantie peut être plafonné à un million de francs.

Il est à noter que les assureurs ne peuvent tirer aucun profit des primes versées au titre de ces contrats. La prime technique doit en effet être calculée de manière à équilibrer exactement le risque estimé. Tout excédant constaté doit être reversé à la collectivité des assurés du contrat, les pertes restant à la charge de l'assureur.

II. QUELQUES

ETUDES

PRELIMINAIRES

Afin de mieux connaître le domaine très précis des assurances liées aux contrats emprunteurs, nous allons tenter de répondre à certaines questions couramment soulevées et aborder certaines spécificités de ce type d'assurance.

Nous allons tout d'abord étudier l'influence du taux de l'emprunt sur le taux de cotisation permettant à l'assureur d'atteindre l'équilibre technique, dans le cadre de la garantie Décès et Invalidité Absolue Définitive, lorsque le taux de cotisation est exprimé en fonction du capital initial.

Dans le cadre des contrats collectifs emprunteurs, il existe une provision liée au fait que la cotisation versée sur une période n'est pas toujours égale au montant du risque probable sur cette même période. Cette provision, appelée provision pour risques croissants, peut être très importante en montant. Nous la décrirons en détail.

Puis nous aborderons deux questions : celle des pénalités de remboursement anticipé et celle de la nécessité de pratiquer une sélection médicale afin d'éviter les risques dits aggravés et de faire supporter par tout le groupe des assurés une sursinistralité due seulement à quelques individus.

A. Influence du taux de l'emprunt

La garantie Décès et Invalidité Absolue et Définitive (ou invalidité permanente et totale) prévoit le remboursement du capital restant dû au moment du décès ou de l'entrée en Invalidité Absolue et Définitive de l'assuré. Or le capital restant dû dépend du taux de l'emprunt.

Nous avons donc cherché à mesurer l'influence du taux de l'emprunt sur l'engagement de l'assureur.

En raison de cette dépendance des engagements de l'assureur du taux de l'emprunt, il semble intéressant de calculer le taux de cotisation permettant d'atteindre l'équilibre technique en fonction du taux de l'emprunt. Nous nous sommes limités au cas où le taux de cotisation s'applique au capital initial.

1. Influence du taux de l'emprunt sur le capital restant dû

Considérons le cas suivant :

- ✓ durée de l'emprunt : 15 ans,
- ✓ capital emprunté : 100 Francs,
- ✓ échéance mensuelle constante :

Rappelons la formule de calcul de l'échéance constante.

En notant :

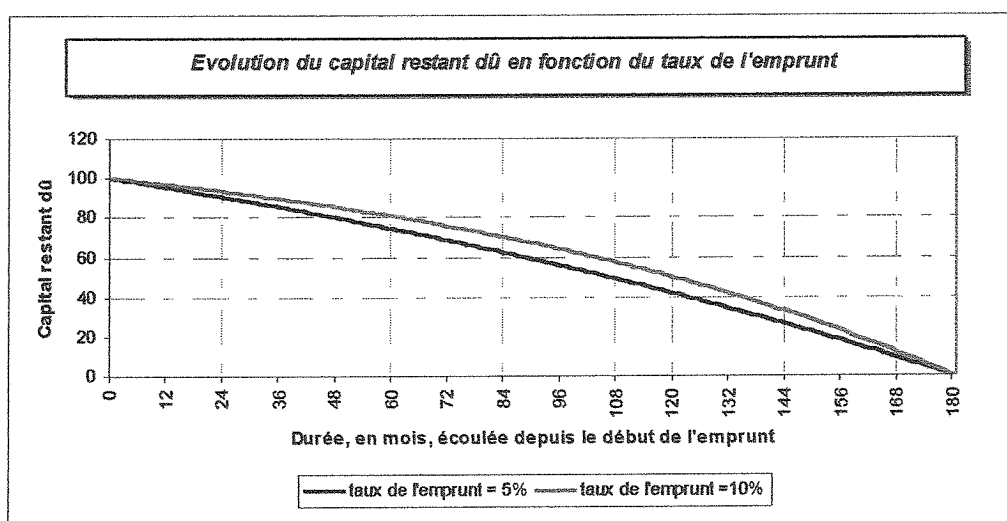
- a mensualité constante,
- C capital emprunté,
- t taux d'emprunt mensuel,
- n durée en mois de l'emprunt,

on a :

$$a = \frac{C \times t}{1 - (1 + t)^{-n}}$$

On obtient donc, pour un taux d'emprunt de 5% : $a_{5\%} = 0,785$ F,
et pour un taux d'emprunt de 10% : $a_{10\%} = 1,048$ F,

- ✓ il n'y a pas de chargements⁷.



⁷ Le terme « chargement » représente les frais de dossier, les frais de gestion, et les frais d'acquisition.

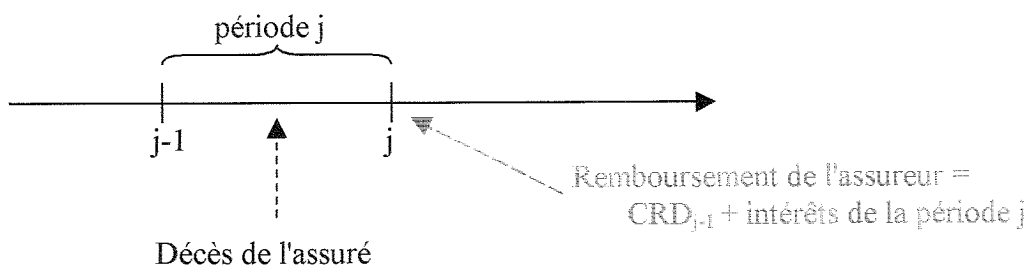
Commentaire :

Ainsi, si le décès survient 84 mois après le début du prêt, l'engagement de l'assureur est de 62.27 % du capital initial si le taux de l'emprunt est de 5 % et à 70.14 % du capital initial si le taux de l'emprunt est de 10 %. Cet exemple simple illustre bien le fait que l'engagement de l'assureur diminue d'autant plus vite que le taux de l'emprunt est faible.

Note : Dans la suite de cette partie, nous présentons tous les calculs dans le cadre de la garantie décès. Ces calculs s'appliquent de la même façon à la garantie invalidité absolue définitive.

2. Influence du taux de l'emprunt sur les sinistres probables

Les sinistres probables représentent les engagements de l'assureur tout au long du prêt. L'engagement de l'assureur à la fin de la période j est de rembourser le capital restant dû à la fin de la période $(j-1)$ (noté CRD_{j-1}) ainsi que les intérêts sur la période j si l'assuré décède au cours de la période j .



Nous supposons que les prestations sont versées par l'assureur en fin de période. De même, les cotisations d'assurance sont versées en même temps que les échéances du prêt en fin de période.

Les notations utilisées sont :

- SP_j sinistre probable à la fin de la période j ,
- x âge de l'assuré à la souscription,
- l_j effectif vivant à l'âge j selon la table de mortalité mensualisée utilisée⁸,
- q_j taux de mortalité à l'âge j selon la table de mortalité utilisée,
- CRD_j capital restant dû à la fin de la période j .

Alors,

$$\forall j \in [1, n],$$

$$SP_j = P[\text{Décès entre l'âge } (x + j - 1) \text{ et l'âge } (x + j) \mid \text{assuré vivant en } x] \times (CRD_{j-1} + t \times CRD_{j-1})$$

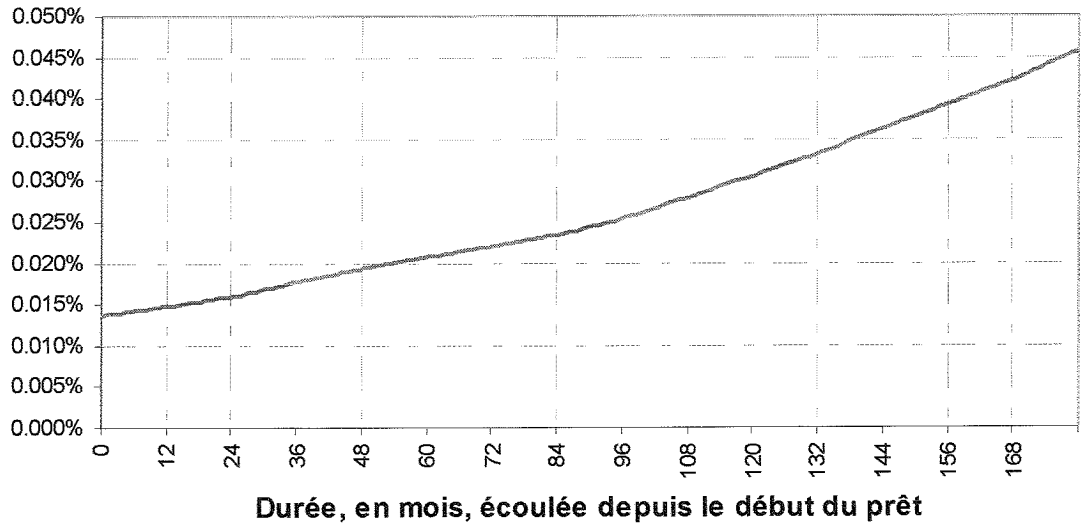
D'où

$$SP_j = \frac{l_{x+j-1}}{l_x} \times q_{x+j} \times (1 + t) \times CRD_{j-1}$$

⁸ La table que nous avons utilisée a été établie à partir des tables TD 88/90 et TV 88/90, en appliquant un abattement sur les taux de mortalité.

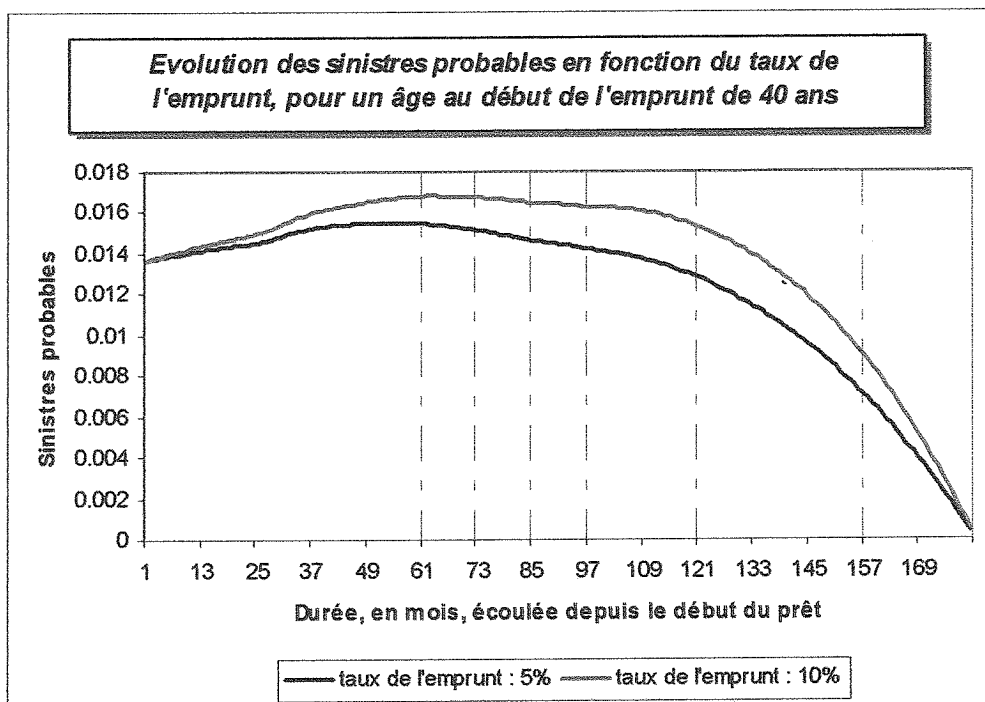
La table de mortalité annuelle utilisée et la méthode de mensualisation des taux de mortalité sont présentées en Annexe 1.

**Probabilité de décès à l'âge $(x+j)$ sachant que l'assuré est vivant à l'âge x ,
pour $x = 40$ ans**



Durée écoulée (en mois) depuis le début du prêt	Probabilité de décès mensuelle sachant que l'emprunteur est vivant à 40 ans	Probabilité de décès annuelle sachant que l'emprunteur est vivant à 40 ans
0	0.014%	0.164%
12	0.015%	0.178%
24	0.016%	0.192%
36	0.018%	0.214%
48	0.019%	0.232%
60	0.021%	0.249%
72	0.022%	0.265%
84	0.023%	0.281%
96	0.025%	0.305%
108	0.028%	0.336%
120	0.031%	0.368%
132	0.033%	0.401%
144	0.036%	0.437%
156	0.039%	0.473%
168	0.042%	0.508%
180	0.046%	0.548%

Le graphe suivant présente l'influence du taux de l'emprunt sur l'évolution des sinistres probables.



Durée écoulée (en mois) depuis le début du prêt	Sinistres probables pour un taux d'emprunt de		Ecart relatif
	5%	10%	
1	0.014	0.014	0%
13	0.014	0.014	2%
25	0.014	0.015	3%
37	0.015	0.016	5%
49	0.015	0.016	6%
61	0.015	0.017	8%
73	0.015	0.017	10%
85	0.015	0.016	11%
97	0.014	0.016	13%
109	0.014	0.016	15%
121	0.013	0.015	16%
133	0.011	0.014	18%
145	0.010	0.012	20%
157	0.007	0.009	21%
169	0.004	0.005	23%
180	0.000	0.000	25%

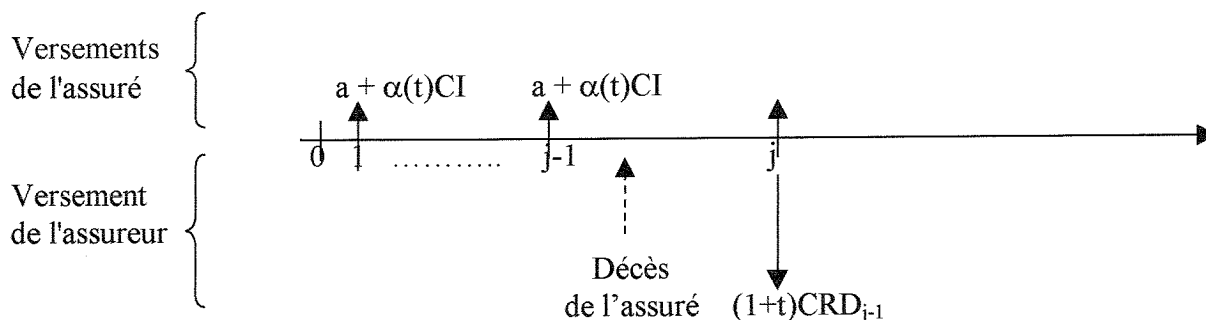
Commentaires :

- ↳ Ainsi, les sinistres probables augmentent en début de prêt sous l'effet du vieillissement puis diminuent en raison de la diminution rapide du capital restant dû en fin de prêt.
- ↳ Ce graphe et ce tableau mettent bien en évidence le fait que le montant des sinistres probables est plus élevé lorsque le taux de l'emprunt est plus élevé.

3. Valeur d'équilibre du taux de cotisation

Nous allons maintenant calculer, en fonction du taux de l'emprunt, la valeur $\alpha(t)$ du taux de cotisation pour la garantie Décès et Invalidité Absolue Définitive, exprimée en pourcentage du capital initial permettant d'obtenir l'équilibre technique.

Pour calculer la valeur de $\alpha(t)$, on égalise les valeurs actuelles probables des cotisations perçues et des prestations versées.



On a donc, en notant i le taux technique de l'assurance :

$$\sum_{j=1}^n P[\text{verser la cotisation}] \times \text{montant de la cotisation} \times (1+i)^{-j} = \sum_{j=1}^n SP_j \times (1+i)^{-j}$$

En notant :

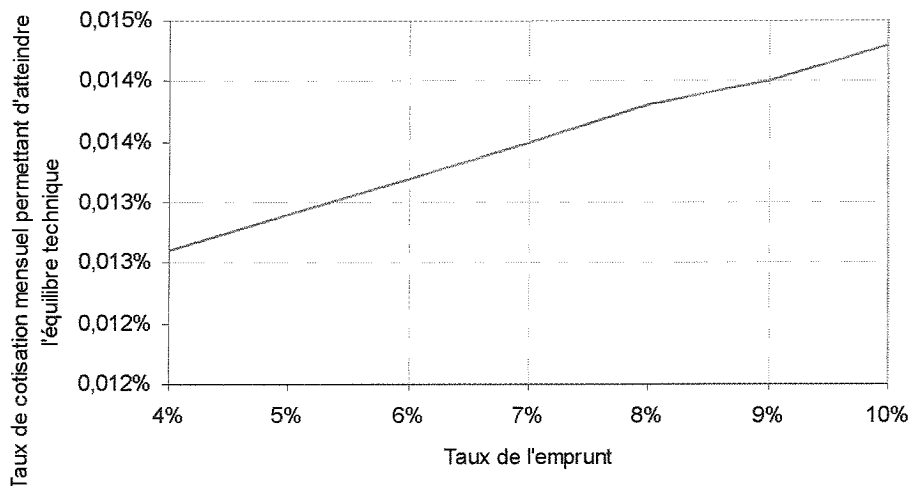
- $\alpha(t)$ taux de cotisation exprimé en fonction du capital initial,
- CI capital initial,
- SP_j sinistre probable à la fin du mois j ,
- n durée de l'emprunt en mois,

On obtient :

$$\sum_{j=1}^n \frac{1_{x+j}}{1_x} \times \alpha(t) \times CI \times (1+i)^{-j} = \sum_{j=1}^n \frac{1_{x+j-1}}{1_x} \times q_{x+j} \times (1+t) \times CRD_{j-1} \times (1+i)^{-j}$$

Le tableau et le graphe suivants présentent les valeurs mensuelles et annuelles de $\alpha(t)$, pour différentes valeurs du taux de l'emprunt, pour un assuré de 40 ans au début de l'emprunt, et avec un taux technique annuel de 2.5%.

Valeur mensuelle du taux de cotisation permettant d'obtenir l'équilibre technique, pour un assuré de 40 ans au début du prêt



Taux de l'emprunt	Valeur de α		En base 100	
	mensuelle	annuelle	mensuelle	annuelle
4%	0.013%	0.151%	100	100
5%	0.013%	0.155%	102	102
6%	0.013%	0.158%	105	105
7%	0.014%	0.162%	107	107
8%	0.014%	0.165%	110	110
9%	0.014%	0.169%	111	112
10%	0.014%	0.172%	113	114

Conclusion :

↳ Ce tableau met en évidence le fait que plus le taux de l'emprunt est élevé, plus la valeur du taux de cotisation $\alpha(t)$ est élevée.

↳ L'étude précédente montre que, dans le cadre de la garantie Décès et Invalidité Absolue Définitive lorsque le taux de cotisation est exprimé en fonction du capital initial, les assureurs devraient pratiquer des taux de cotisation dépendant du taux de l'emprunt.

On peut élargir ce résultat à tous les paramètres influençant la valeur des sinistres probables, tels que l'âge de l'assuré, la durée du prêt par exemple.

Cette étude met donc en évidence l'inconvénient que cela peut représenter pour l'assureur de ne pas connaître avec précision les caractéristiques de la population qu'il va assurer.

↳ Cette étude permet de discuter le taux de cotisation actuellement pratiqué par les assurances. Le taux annuel pour la garantie décès est actuellement de l'ordre de 0,27% à 0,30% du capital initial. Une partie de ce taux, généralement 40%, est destinée à couvrir les frais de gestion. Ainsi, le taux annuel net destiné à couvrir le risque est donc compris entre 0,16% et 0,18%.

Le tableau précédent montre donc, que dans le cas où l'individu est âgé de 40 ans au début de l'emprunt, le taux de cotisation pratiqué correspond à un taux de l'emprunt supérieur à 7%. Les taux d'emprunt actuellement pratiqués sont inférieurs. L'étude précédente met donc en évidence une source de marge naturelle pour les assureurs, qui est de pratiquer un taux de cotisation supérieur à celui correspondant au taux de l'emprunt.

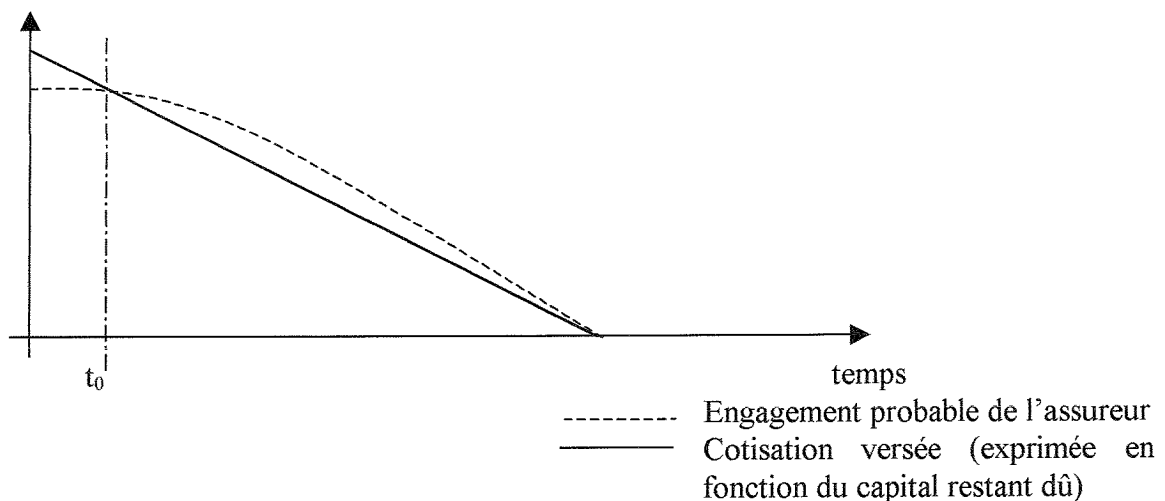
B. Provision pour risques croissants

1. Définition

L'article R331-6 du Code des Assurances décrit la provision pour risques croissants comme étant une " **provision pouvant être exigée pour les opérations d'assurance, contre les risques de maladie et d'invalidité et égale à la différence entre des valeurs actuelles des engagements respectivement pris par l'assureur et les assurés** ". Pour le risque décès, cette provision est implicitement assimilée à une provision mathématique rencontrée dans un contrat d'assurance vie classique.

La principale particularité de cette provision est qu'il s'agit d'une provision de primes et pas d'une provision pour sinistres.

De façon générale, le montant d'une cotisation est calculé de telle sorte qu'à l'origine la somme des engagements futurs probables de l'assuré égale la somme des engagements futurs probables de l'assureur. Cependant, la cotisation payée au titre d'une année ne correspond pas toujours à la prime de risque relative à cette même année, c'est-à-dire l'engagement annuel probable de l'assureur. L'assureur doit donc passer une provision matérialisant cet écart.



Avant la date t_0 , l'engagement de l'assureur est donc inférieur au montant de la cotisation versée, et après cette date, l'engagement de l'assureur est supérieur au montant de la cotisation versée. Avant t_0 , l'assureur devra donc constituer une provision, appelée provision pour risques croissants, et reprendre sur cette provision après t_0 .

Dans le cadre des contrats de groupe, le nom de cette provision vient du fait que le risque représenté par l'assuré croît, en raison de l'augmentation de l'âge.

2. Calcul

Comme dans le paragraphe précédent nous supposons que les cotisations⁹ et les prestations sont payées à terme échu.

En notant i le taux technique de l'assureur, le montant de la provision pour risques croissants à la fin de la période j est l'écart entre les deux quantités suivantes, où VAP est utilisée comme abréviation de Valeur Actuelle Probable :

VAP {engagements futurs de l'assureur}

$$= \sum_{k=1}^{n-j} \text{Sinistres probables à la fin de la période } (j+k) \times (1+i)^{-k}$$

VAP {engagements futurs de l'assuré}

$$= \sum_{k=1}^{n-j} \text{Montant de la cotisation payée à la fin de la période } (j+k) \times P[\text{verser cette cotisation}] \times (1+i)^{-k}$$

↳ Montant de la cotisation : Soit c_k le montant de la cotisation versé à la fin de la période k . c_k peut être calculé :

- *en fonction du capital initial* :

Soient α le taux de cotisation en pourcentage du capital initial,
CI le Capital Initial,

on a

$$c_k = \alpha \times CI$$

Remarque : dans ce cas, la cotisation est constante

- *en fonction du capital restant dû* :

Soient β le taux de cotisation en pourcentage du capital restant dû,
 n la durée du prêt en mois,
 t le taux mensuel de l'emprunt,
 CRD_k le Capital Restant Dû à la fin de la période k ,

on a

$$c_k = \beta \times CRD_k \\ = \beta \times \left(\frac{CI}{1 - (1+t)^{-n}} \left(1 - (1+t)^{-(n-k)} \right) \right)$$

⁹ Nous rappelons que les cotisations d'assurance sont payées avec les échéances du prêt en fin de période.

↳ Probabilité de payer la cotisation, à la fin de la période (j+k) :

Soient x l'âge de l'assuré au début de l'emprunt,
 l_k le nombre d'individus d'âge k vivants, d'après la table de mortalité utilisée¹⁰,
 nous avons vu que :

$$P[\text{verser la cotisation à la fin de la période } (k+j)] = \frac{l_{x+k+j}}{l_{x+j}}$$

↳ Sinistres probables, à la fin de la période k :

Dans le cadre de la garantie Décès,
 soient SP_{k+j} le Sinistre Probable à la fin de la période $(k+j)$,
 q_k le taux de mortalité à l'âge k selon la même table de mortalité utilisée,

nous avons vu que :

$$SP_{k+j} = \frac{l_{x+j+k-1}}{l_{x+j}} \times q_{x+j+k} \times (1+t) \times CRD_{j+k-1}$$

Notons $PPRC_j$ le montant de la Provision Pour Risques Croissants à la fin de la période j .
 On obtient donc :

- si la cotisation est calculée en fonction du capital initial :

$$PPRC_j = \sum_{k=1}^{n-j} \frac{l_{x+j+k-1}}{l_{x+j}} \times q_{x+j+k} \times (1+t) \times CRD_{j+k-1} \times (1+i)^{-k} - \sum_{k=1}^{n-j} \alpha \times CI \times \frac{l_{x+j+k}}{l_{x+j}} \times (1+i)^{-k}$$

- si la cotisation est calculée en fonction du capital restant dû :

$$PPRC_j = \sum_{k=1}^{n-j} \frac{l_{x+j+k-1}}{l_{x+j}} \times q_{x+j+k} \times (1+t) \times CRD_{j+k-1} \times (1+i)^{-k} - \sum_{k=1}^{n-j} \beta \times CRD_{j+k} \times \frac{l_{x+j+k}}{l_{x+j}} \times (1+i)^{-k}$$

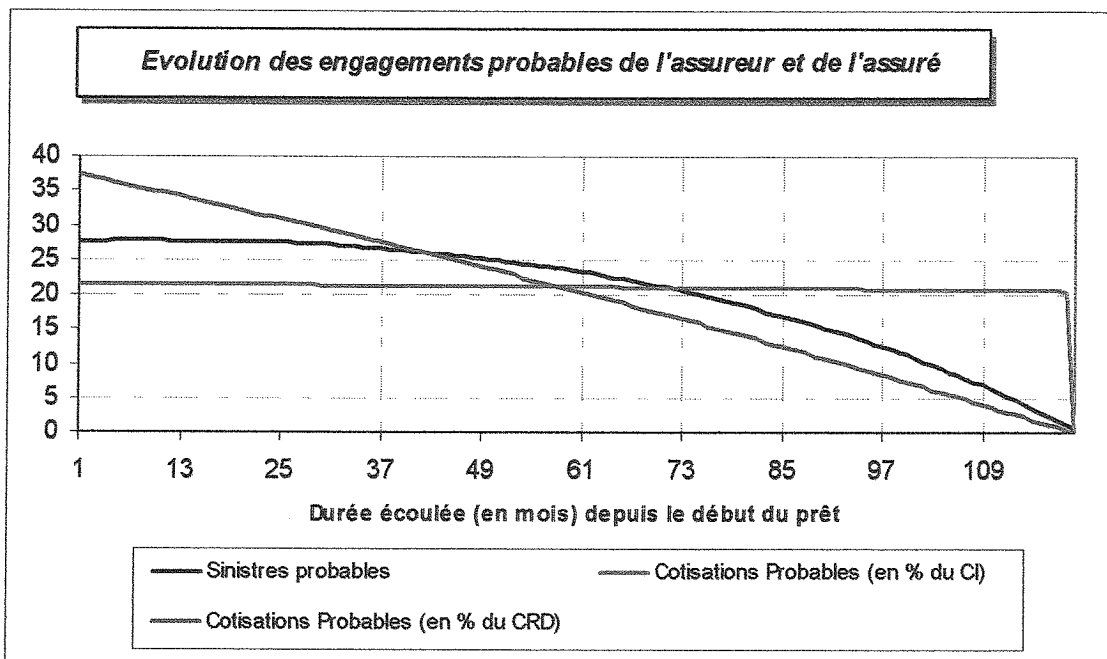
La dotation, ou la reprise, de provision est l'écart entre le montant de la provision de la période et celui enregistré à la fin de la période précédente.

3. Exemples numériques

Considérons l'emprunt suivant :

- ✓ durée : 10 ans,
- ✓ taux d'intérêt : 5%,
- ✓ capital emprunté : 100 000 Francs,
- ✓ taux annuel de cotisation :
 - en pourcentage du capital restant dû : 0,45%,
 - en pourcentage du capital initial : 0,26%,
- ✓ taux technique : 2,5%,
- ✓ âge de l'assuré au début de l'emprunt : 50 ans.

¹⁰ Nous avons utilisé la même loi que dans le paragraphe précédent.

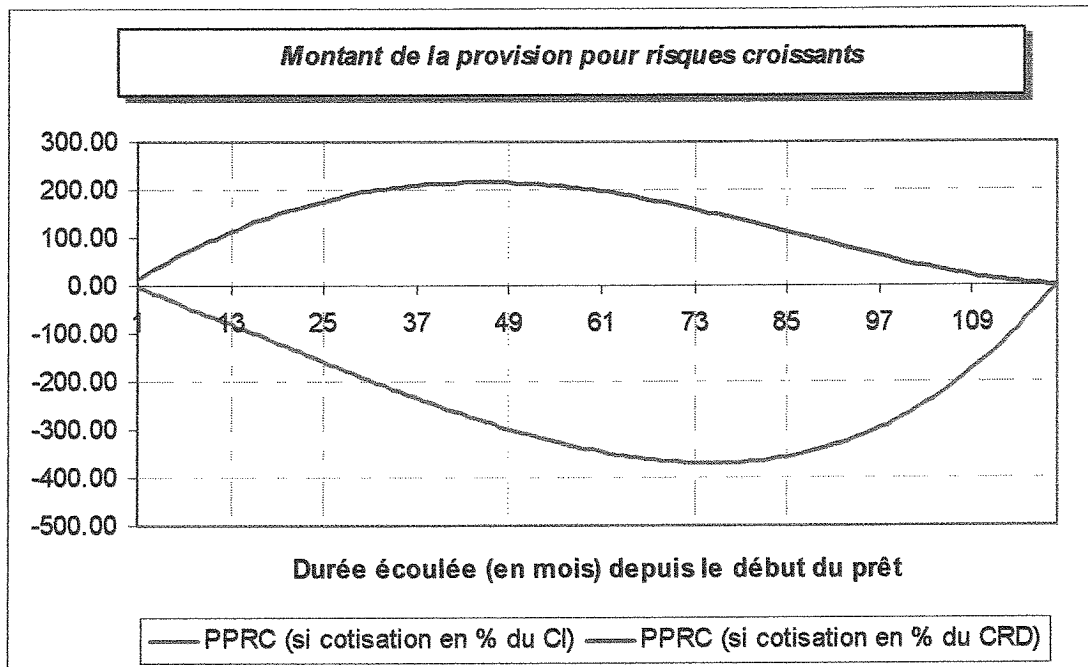


Commentaires :

↳ Lorsque la cotisation est calculée en fonction du capital restant dû, l'engagement probable de l'assuré est supérieur à l'engagement probable de l'assureur sur les premières années. L'assureur devra donc constituer une provision pendant ces années, et ensuite puiser dans cette provision.

↳ Lorsque la cotisation est calculée en fonction du capital initial, le graphe précédent montre que dès les premières années, l'engagement probable de l'assuré est inférieur à l'engagement probable de l'assureur. Dans ce cas, l'assureur pourrait constituer une provision négative. Mais par principe de prudence, l'assureur ne comptabilise pas une provision négative, car elle est assimilée à une créance.

Le graphe suivant présente le montant de la provision pour risques croissants.



Commentaires :

↳ Lorsque la cotisation est calculée en fonction du capital restant dû, on constate bien que la provision pour risques croissants augmente sur les premières années, puis diminue.

↳ Lorsque la cotisation est calculée en fonction du capital initial, la provision pour risques croissants est négative.

Lorsque la cotisation est calculée en fonction du capital initial, on peut constater qu'il existe rarement une provision pour risques croissants positive. Cette provision peut être positive dans le cas où le taux de l'emprunt est élevé et la durée du prêt longue.

Remarques :

↳ La provision pour risques croissants est calculée également pour la garantie Incapacité-Invalidité. Ce calcul nécessite de faire une hypothèse sur le taux d'entrée en incapacité ou en invalidité. Aucune étude n'a jamais réellement été réalisée sur ce sujet. Les compagnies d'assurance retiennent donc souvent un taux d'entrée de 35% ou de 20%. Ce taux est identique pour tous les assurés et ne dépend pas de l'âge ni du sexe par exemple. Les assureurs utilisent ensuite des études sur la durée de maintien en Incapacité et en Invalidité afin d'estimer l'engagement futur de l'assureur. Il s'agit principalement des études du Bureau Commun des Assurances Collectives, sur lesquelles nous reviendrons dans la dernière partie de ce mémoire.

↳ Nous avons vu, Partie II-A, que l'assureur ne dispose d'aucunes informations sur l'encours sain des emprunteurs. C'est la raison pour laquelle les compagnies doivent mettre en place des modèles afin d'évaluer la provision pour risques croissants.

C. Pénalités de remboursement anticipé

Avant la fin du prêt, l'emprunteur peut souhaiter rembourser en totalité par anticipation le capital restant dû. Dans ce cas là, le prêteur perd la partie des intérêts que l'emprunteur aurait dû payer sur la période restant à courir jusqu'à la fin initialement prévue. Il demande donc souvent à l'emprunteur de rembourser une somme supérieure au capital restant dû. Le surplus est appelé "pénalités de remboursement anticipé".

On suppose que le remboursement anticipé a lieu en fin de période. On souhaite calculer le montant demandé à l'emprunteur pour solder son emprunt, en plus de la mensualité normalement due.

Les pénalités de remboursement peuvent être calculées en utilisant une méthode forfaitaire ou une méthode actuarielle.

1. Méthode forfaitaire

a) Calcul

Soit $P_f(j)$ le montant des pénalités calculé par la méthode forfaitaire pour un remboursement anticipé intervenant à la fin de la période j .

$P_f(j)$ est exprimé en pourcentage du capital restant dû.

On a donc, en notant CRD_j le capital restant dû à la fin de la période j et χ le pourcentage de pénalités,

$$P_f(j) = \chi \times CRD_j$$

On a vu que

$$\forall j \in [0; n], CRD_j = \frac{C}{1 - (1+t)^{-n}} \times (1 - (1+t)^{-(n-j)})$$

où C est le capital emprunté,

t est le taux d'intérêt mensuel,

n est la durée de l'emprunt.

Donc

$$P_f(j) = \chi \times \frac{C}{1 - (1+t)^{-n}} \times (1 - (1+t)^{-(n-j)})$$

Le montant remboursé déterminé par la méthode forfaitaire, noté $R_f(j)$, par l'emprunteur qui rembourse par anticipation son prêt à la fin de la période j est donc :

$$\begin{aligned} R_f(j) &= CRD_j + P_f(j) \\ &= (1 + \chi) \times CRD_j \end{aligned}$$

b) Application numérique

Considérons l'emprunt suivant :

$C = 100$ Francs,

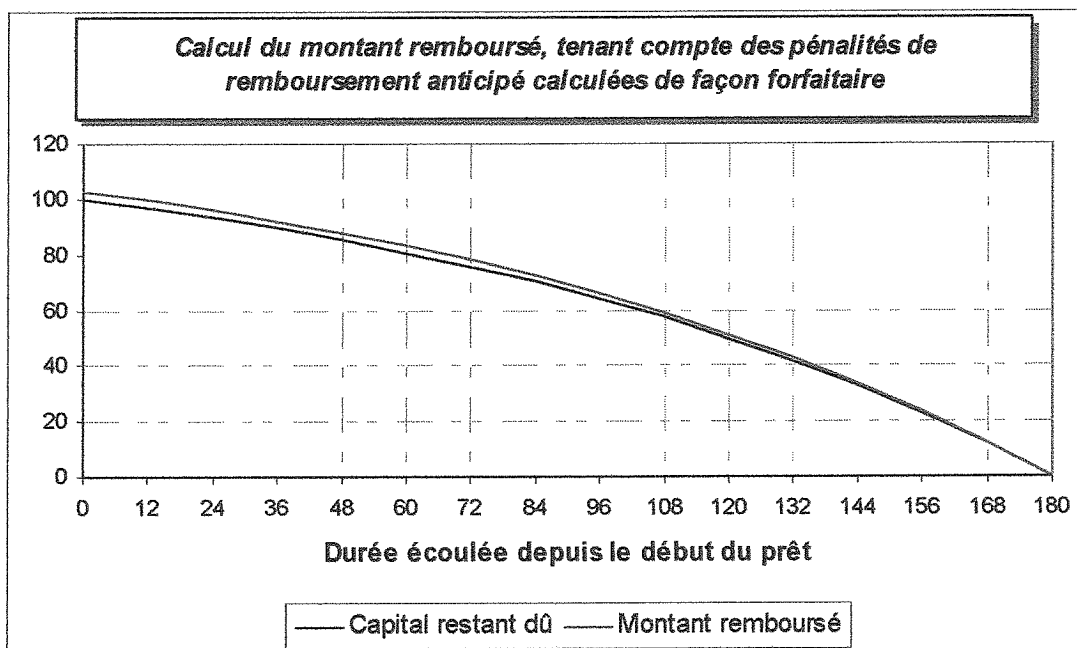
$t = 0.80\%$ (ce qui correspond à un taux annuel de 10%),

$n = 180$ mois,

l'échéance mensuelle constante est : $a = 1.05$ Francs,

$\chi = 3\%$. C'est la valeur retenue par la quasi-totalité des établissements prêteurs.

Le graphe présente le capital restant dû et le montant remboursé par l'emprunteur en fonction de la date à laquelle intervient le remboursement.



Commentaires :

↳ Ce graphe illustre bien le fait que le montant remboursé est supérieur au capital restant dû.

↳ Le montant des pénalités remboursé est égal à l'écart entre les deux courbes.

2. Méthode actuarielle

a) Calcul

Cette méthode est basée sur la valeur de marché de l'emprunt.

Soit $R_a(j)$ le montant remboursé calculé par la méthode actuarielle pour un remboursement anticipé intervenant à la fin de la période j .

Soient t_m la valeur du taux de marché mensuel¹¹,
 a l'échéance constante.

¹¹ Nous appelons taux de marché le taux d'emprunt proposé par les établissements prêteurs à la date du remboursement anticipé.

L'établissement prêteur demande à l'emprunteur de rembourser la valeur de marché de l'emprunt.

Donc,

$$R_a(j) = \sum_{k=1}^{n-j} \frac{a}{(1+t_m)^k}$$

$$R_a(j) = \frac{a}{t_m} \times \left(1 - (1+t_m)^{-(n-j)}\right)$$

On peut calculer de façon indirecte le montant des pénalités de remboursement anticipé calculé par la méthode actuarielle, noté $P_a(j)$ de façon indirecte :

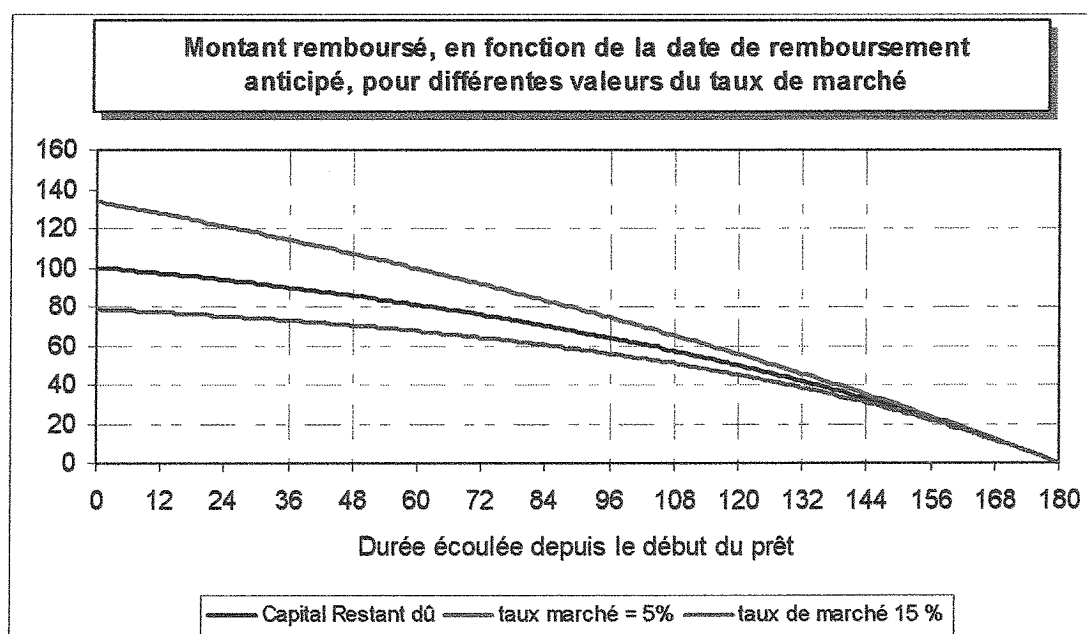
$$P_a(j) = R_a(j) - CRD_j$$

La différence fondamentale entre les deux méthodes est la suivante : dans le cadre de la méthode actuarielle, le montant remboursé dépend de la valeur des taux en vigueur sur le marché, qui évoluent tout au long du prêt. Ainsi, il serait plus explicite de noter $R_a(t_m, j)$ le montant remboursé calculé à l'aide de la méthode actuarielle.

b) Application numérique

Les valeurs numériques de l'exemple précédent sont reprises.

Le graphe suivant présente l'évolution du montant remboursé en fonction de la date à laquelle intervient le remboursement anticipé, pour différentes valeurs du taux de marché.



Commentaires :

↳ Plus le taux de marché diminue, plus la valeur de marché de l'emprunt augmente.

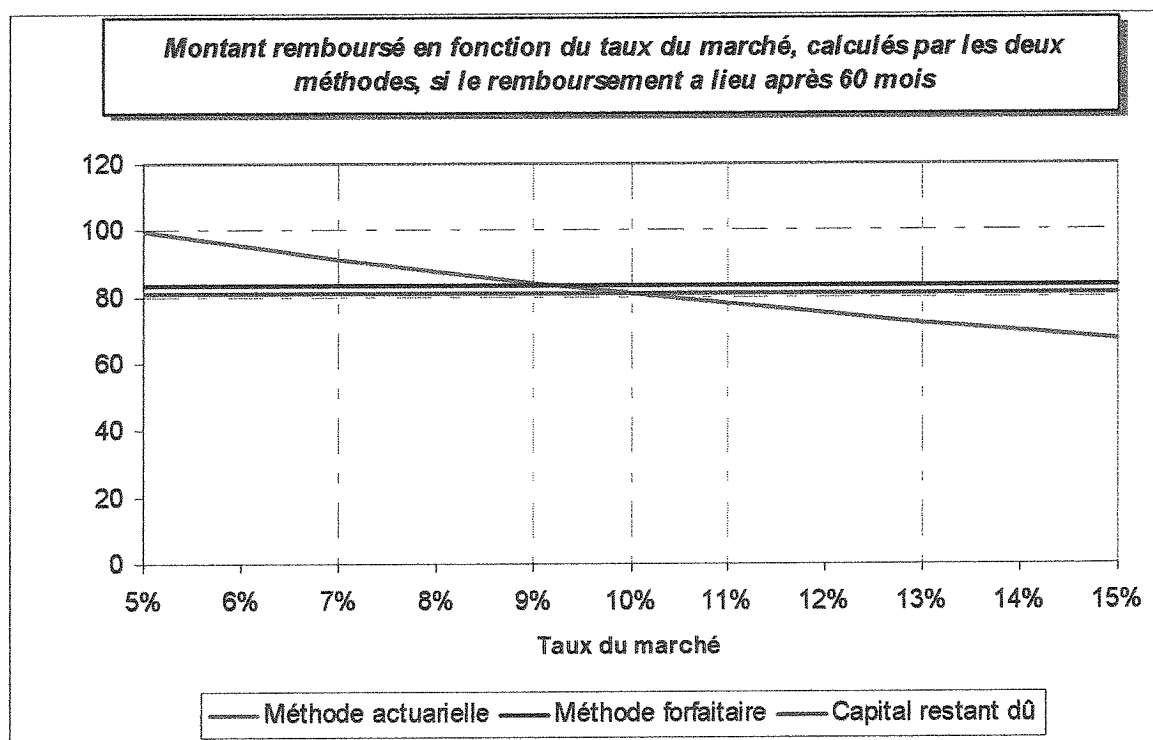
↳ Si le taux de marché est 10%, alors le montant remboursé est égal au capital restant dû.

Remarque : la méthode actuarielle suppose que, après le remboursement du prêt par anticipation, le taux de marché reste constant.

3. Choix entre méthode forfaitaire et méthode actuarielle

Nous avons vu que le montant remboursé calculé par la méthode actuarielle dépend du taux de marché.

Le graphe suivant présente la valeur du montant remboursé calculée par les deux méthodes en fonction du taux de marché dans le cas où le remboursement intervient après 60 mois.



Commentaires :

↳ Le graphe précédent montre qu'en cas de hausse des taux : $R_f(j) > R_a(j)$ et en cas de baisse des taux : $R_a(j) > R_f(j)$.

↳ De nombreuses banques utilisent la méthode forfaitaire, plus aisée à mettre en œuvre. Ceci entraîne donc une perte en cas de baisse des taux. En effet, si le taux baisse à 5%, et que le remboursement a lieu après 60 mois, le montant remboursé avec la méthode forfaitaire est 83,21 francs, alors que la valeur de marché de l'emprunt est de 99,35 francs.

La méthode qui devrait être utilisée est la méthode actuarielle car elle donne une image plus fidèle de la réalité.

D. Sélection médicale

Les assureurs considèrent les contrats liés aux assurances des emprunteurs comme des contrats de groupe à adhésion facultative.

Il existe deux types de contrats collectifs : ceux à adhésion facultative et ceux à adhésion obligatoire. Dans le deuxième type de contrats, l'assureur assure tout un groupe d'individu, (par exemple, l'ensemble des salariés d'une entreprise sans exception). Il n'y a donc pas de risque d'antisélection¹².

En revanche, dans les contrats à adhésion facultative, seuls les individus qui le désirent peuvent adhérer. Il existe donc ici un risque d'antisélection. Pour lutter contre ce risque, les assureurs ont la possibilité de refuser d'admettre certains individus dans le contrat grâce à la sélection médicale.

Le niveau de contrôle médical est fixé par chaque compagnie en fonction de l'âge de l'emprunteur, du capital emprunté et des garanties. Selon les cas, l'assureur peut demander :

- ✓ un questionnaire médical, rempli par l'assuré lui même ou son médecin traitant,
- ✓ un rapport médical rempli par le médecin traitant,
- ✓ des examens complémentaires, effectués par un centre médical lié à l'assurance.

Il est à noter que l'assureur ne peut utiliser les résultats de tests génétiques et que la Fédération Française des Sociétés d'Assurance (FFSA) a renouvelé en mars 1999 pour cinq ans l'engagement pris en 1994 de ne pas recourir à de tels tests.

En fonction des résultats, le médecin conseil de l'assurance, peut, dans le respect du secret médical, prendre trois décisions :

- ✓ accepter d'assurer l'individu sans conditions,
- ✓ accepter d'assurer l'individu en échange d'une surprime pour le risque Décès et une diminution des garanties pour la garantie Arrêt de Travail,
- ✓ refuser d'assurer l'individu.

Les assureurs cherchent cependant à limiter le nombre de personnes à qui est refusé le bénéfice de l'assurance. Deux dispositions ont été prises dans ce sens.

La première est l'étude de statistiques qui tiennent compte des progrès effectifs et potentiels de la science médicale et qui permettent une tarification rationnelle des risques aggravés.

La deuxième disposition permet aux personnes présentant un risque aggravé d'adhérer au contrat d'assurance de groupe souscrit par un établissement de crédit, pour garantir leurs emprunts immobiliers. En effet, une convention de type réassurance a été signée en juillet 1985 entre le Bureau Commun des Assurances Collectives (BCAC) et la Société Commerciale de Réassurance (SCOR). Les entreprises qui assurent les emprunts immobiliers ont ainsi la possibilité de réassurer auprès de la SCOR les risques dont le taux d'aggravation dépasse celui de leur plafond d'intervention, dans la limite de huit fois le taux de mortalité moyen statistique.

¹² Le risque d'antisélection repose sur l'asymétrie d'informations entre l'assureur et l'assuré, en faveur de l'assuré. En effet, on considère que les individus connaissent mieux le risque qu'ils représentent que les assureurs. Ainsi seuls les individus qui estiment représenter un risque vont souhaiter adhérer à la garantie.

III. ETUDE DE LA **GARANTIE** **CHOMAGE**

La garantie Chômage est la première garantie rencontrée dans le portefeuille de sinistres que nous avons étudié.

Nous allons tout d'abord décrire la garantie chômage généralement proposée dans les contrats d'assurances liés aux emprunts.

Après la présentation du cadre de notre étude pratique, nous traiterons de façon théorique l'élaboration de loi de maintien en chômage. Cette loi permet de suivre l'évolution d'une population de chômeurs aux cours du temps. L'étude théorique comporte les étapes suivantes : élaboration de la loi de maintien brute par une méthode non paramétrique, lissage de la loi obtenue par une méthode paramétrique, calcul d'un intervalle de confiance pour les taux de sortie.

Nous appliquerons ensuite les lois de maintien obtenues au calcul de la provision pour sinistres à payer.

Chaque étape de l'étude théorique sera suivie d'une application pratique. Celle-ci utilisera une base de données regroupant les sinistres survenus pour la garantie chômage concernant des prêts accordés par plusieurs banques françaises entre 1989 et 1997. Les données disponibles ont permis d'établir des lois de maintien sur 12 mois et sur 18 mois, en fonction de l'âge de l'assuré à la survenance du sinistre, en fonction de l'année de survenance du sinistre.

Pour des raisons de confidentialité, il nous est impossible de donner plus de précisions sur ces données.

A. Garantie Chômage proposée dans les contrats emprunteurs

L'assurance chômage des emprunteurs est née en France en 1976. Les assureurs ont longtemps refusé de couvrir ce risque, prétextant qu'il est trop imprévisible et lié à la conjoncture économique.

Les raisons suivantes ont ensuite poussé les assureurs à accepter ce risque :

- ✓ l'existence de statistiques nationales,
- ✓ la présélection des emprunteurs pour l'octroi de crédit permet d'être face à une population dont la sinistralité est inférieure à celle de la population nationale,
- ✓ les contrats sont très précis concernant les risques couverts et les engagements de l'assureur, ce qui permet de limiter et de maîtriser ces derniers.

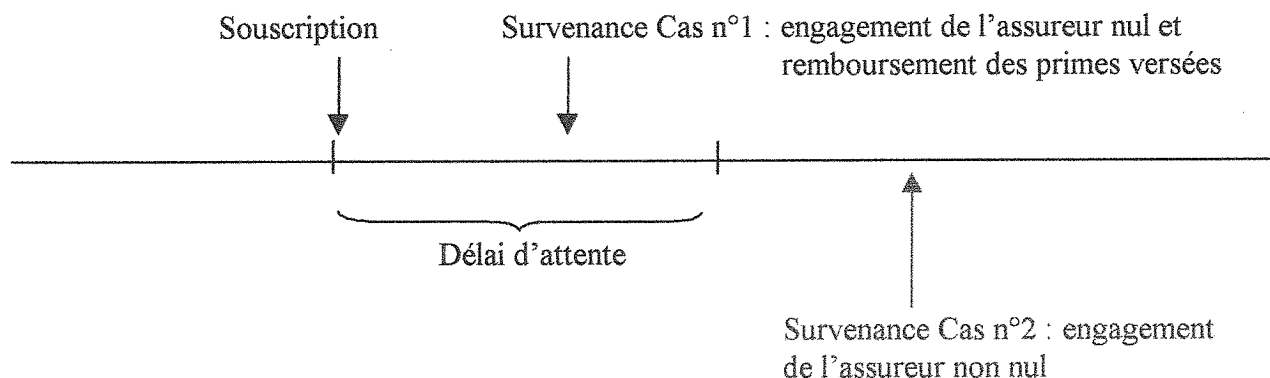
1. Définition du chômage au sens du contrat

De façon générale, les contrats considèrent qu'un assuré est au chômage lorsqu'il est licencié et perçoit des allocations de l'ASSociation pour l'Emploi Dans l'Industrie et le Commerce (A.S.S.E.D.I.C.) ou toutes allocations équivalentes.

2. Les clauses classiques

a) Délai d'attente

La garantie prend effet seulement à la fin de ce délai. Ainsi, si le chômage survient pendant ce délai, l'engagement de l'assureur est nul et il n'y a donc pas de prise en charge des mensualités. Dans ce cas, l'assureur rembourse généralement les primes versées par l'assuré. Ce délai, généralement de 3 ou 6 mois, permet à l'assureur de lutter contre l'antiselection¹³. Ce délai est aussi appelé délai de carence.

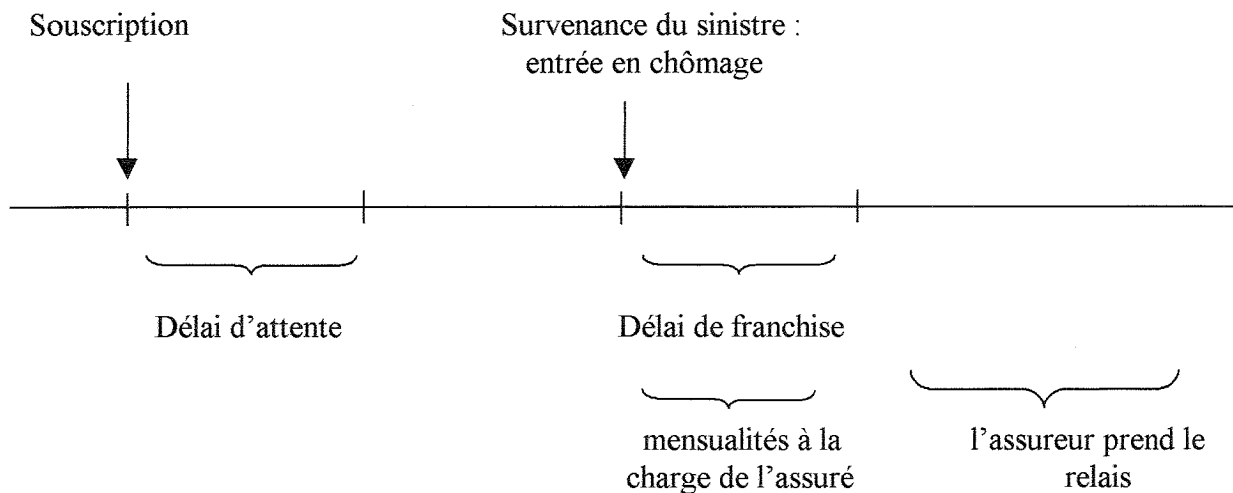


¹³ Ce délai permet aux assureurs, en cas de réalisation du risque, de ne pas indemniser les assurés qui auraient souscrit à la garantie chômage car ils pensaient représenter un risque important à très court terme.

b) Délai de franchise

Lorsque le sinistre survient, après le délai d'attente, la garantie prend effet seulement à la fin du délai de franchise. C'est-à-dire que les engagements de l'assureur sont nuls si le sinistre a une durée inférieure au délai de franchise.

Le délai de franchise est généralement de 90 jours de chômage total et continu. Ceci signifie que les trois premières mensualités sont à la charge de l'assuré et que l'assureur prend le relais à partir de la quatrième mensualité.



c) Durée d'indemnisation

Celle-ci est généralement limitée de trois façons :

- ✓ limitation du nombre de périodes indépendantes de chômage indemnisables :
Un assuré peut connaître plusieurs périodes de chômage séparées par des périodes d'activité. L'assureur peut donc être amené à prendre en charge un même assuré plusieurs fois au titre de périodes de chômage différentes. L'assureur limite contractuellement le nombre de périodes qu'il prendra en charge.
- ✓ limitation du nombre de mensualités indemnisables par période de chômage :
Au cours d'une période de chômage, l'assureur limite contractuellement le nombre de mensualités qu'il prendra en charge. Une fois ce nombre atteint, les mensualités sont de nouveau à la charge de l'assuré, même si celui-ci n'a pas repris une activité professionnelle.
- ✓ limitation du nombre total de mensualités indemnisables au titre de toutes les périodes de chômage :
De même que l'assureur limite le nombre de mensualités indemnisables au titre d'une période de chômage, il limite le nombre de mensualités qu'il indemnifera au total pour toutes les périodes de chômage.

Remarques :

- ↪ Ces différentes limites dépendent du type de prêt (par exemple de sa durée).
- ↪ Ces limites sont attachées à un prêt et pas à un assuré.
- ↪ A chaque nouvelle période d'indemnisation, le délai de franchise doit être appliqué. Cependant, de nombreux contrats prévoient que si la reprise est de courte durée, les deux périodes n'en forment qu'une (la deuxième période est alors considérée comme étant une suite de la première période) et le délai de franchise ne s'applique pas à la deuxième période. La durée prévue entre deux périodes pour qu'elles n'en forment qu'une est généralement de deux mois. L'objectif de cette mesure est de ne pas pénaliser les chômeurs dans leur recherche d'emploi, dans une conjoncture économique difficile. En effet, l'application d'un nouveau délai de franchise pourrait dissuader les chômeurs d'accepter un emploi qui sera peut-être de courte durée.

d) Montant d'indemnisation

Dans la plupart des contrats, l'assureur prend en charge 100% de la mensualité, diminuée le cas échéant des Allocations Pour le Logement pour les prêts immobiliers.

Le montant de la mensualité pouvant être pris en charge est plafonné contractuellement.

Dans certains contrats, différentes options de remboursement sont proposées à l'emprunteur ; chaque niveau de remboursement étant associé à une prime différente.

Dans tous les cas, l'indemnité de l'assureur ne peut faire bénéficier l'assuré au chômage d'un revenu supérieur à celui qu'il percevait pendant qu'il était en activité.

e) Cessation des garanties et des prestations

Les garanties cessent généralement dans les cas suivants :

- ✓ départ à la retraite ou en préretraite,
- ✓ atteinte de la limite d'âge,
- ✓ atteinte d'une des deux limites d'indemnisation suivantes :
 - nombre maximum de périodes indépendantes indemnifiables atteint,
 - nombre maximum de mensualités indemnifiables au total atteint,
- ✓ prêt totalement amorti.

Les prestations cessent généralement dans les cas suivants :

- ✓ reprise d'une activité rémunérée,
- ✓ fin du versement des allocations chômage par l'A.S.S.E.D.I.C. ou un organisme équivalent,
- ✓ mise à la retraite ou en préretraite, ou en incapacité totale de travail,
- ✓ atteinte de la limite d'âge,
- ✓ atteinte d'une des limites de durée d'indemnisation,
- ✓ prêt totalement amorti.

f) Les exclusions

Lorsque le chômage ou la fin de l'exercice de l'activité salariée résulte de certaines causes, l'assureur prévoit dans le contrat que son engagement est nul. Parmi ces causes, se trouvent, par exemple, une fin de Contrat à Durée Déterminée, un licenciement sans prise en charge par l'A.S.S.E.D.I.C., un chômage partiel¹⁴, un licenciement pour faute grave, une rupture du contrat de travail à la suite d'une maladie ou d'une invalidité.

g) Prestations complémentaires

Si de nombreux assureurs offrent seulement une prestation en espèces, on peut souligner le fait que certains assureurs essaient de proposer également des prestations en nature. Celles-ci se matérialisent par une aide apportée aux chômeurs dans leur recherche d'un emploi.

Le versement de prestations par l'assureur est conditionné par le fait que l'assuré perçoive une indemnisation de l'A.S.S.E.D.I.C.. Il nous a donc semblé intéressant de présenter les conditions et les durées de versement des allocations par l'A.S.S.E.D.I.C. Cette présentation est faite en Annexe 2.

¹⁴ Les salariés qui, tout en restant liés à leur employeur par un contrat de travail, subissent une perte de salaire imputable soit à la fermeture temporaire de l'établissement qui les emploie, soit à la réduction de l'horaire de travail habituellement pratiqué en deçà de 39 heures, sont considérés comme des chômeurs partiels.

B. Cadre de l'étude

1. Contexte

a) Présentation

Notre étude porte sur une base de données de 38 000 sinistres survenus entre 1989 et 1997. Nous appelons " sinistre " une entrée en chômage pour un assuré et pour un prêt. Ainsi, un même assuré ayant plusieurs prêts correspondra à autant de sinistres différents. Ces sinistres auront la même date de survenance, qui correspond à la date d'entrée en chômage de l'assuré, mais pourront avoir des périodes d'indemnisation différentes (si un prêt se termine avant les autres par exemple). Dans la base utilisée, 8% des sinistres sont encore en cours d'indemnisation à la fin de la période d'observations. Les autres sont clos pour différentes causes, sur lesquelles nous reviendrons.

b) Données disponibles

Les sinistres concernent plusieurs types de prêts :

- ✓ prêt de type 1,
- ✓ prêt de type 2.

La distinction entre les deux types de prêt est faite par la durée de l'emprunt.

Pour chaque sinistre, nous disposons des données suivantes :

- ✓ nom de l'assuré,
- ✓ date de naissance de l'assuré,
- ✓ date de début du prêt,
- ✓ date de survenance du sinistre,
- ✓ nombre de mensualités indemnisées par l'assureur,
- ✓ montant total réglé,
- ✓ un code état. Il permet de savoir si le sinistre est encore en cours d'indemnisation ou si il est clos et donne le motif de clôture.

Les motifs de clôture sont :

- ✓ reprise d'activité,
- ✓ atteinte d'une des limites d'indemnisation,
- ✓ longue durée sans nouvelle,
- ✓ fin de prêt.

La base de données dont nous disposons ne fait pas apparaître les sinistres dont la durée a été inférieure au délai de franchise ni les sinistres pour lesquels le délai de franchise n'est pas encore terminé à la date d'observation, ni les sinistres pour lesquels l'indemnisation a été refusée.

De plus, cette base de données ne fournit aucun renseignement sur le prêt, c'est-à-dire le capital, la durée, le taux de l'emprunt.

c) Caractéristiques de la garantie chômage

Le tableau suivant présente les caractéristiques de l'assurance chômage que l'établissement de crédit a souscrit auprès d'une compagnie d'assurance, et propose à ses clients contractant un emprunt.

Type de prêt	délai de carence	délai de franchise	Limites d'indemnisation		
			nombre de mensualités indemnissables sur une période	nombre de périodes indemnissables	nombre de mensualités indemnissables au total
Type 1	6 mois	90 jours de chômage total et continu	12	5	24
Type 2			18	5	36

d) Statistiques descriptives sur le fichier Sinistre

Nous avons calculé quelques statistiques descriptives sur la base de données, c'est-à-dire sur le portefeuille d'emprunteurs au chômage et percevant une indemnisation de l'assureur..

➤ nombre de sinistres

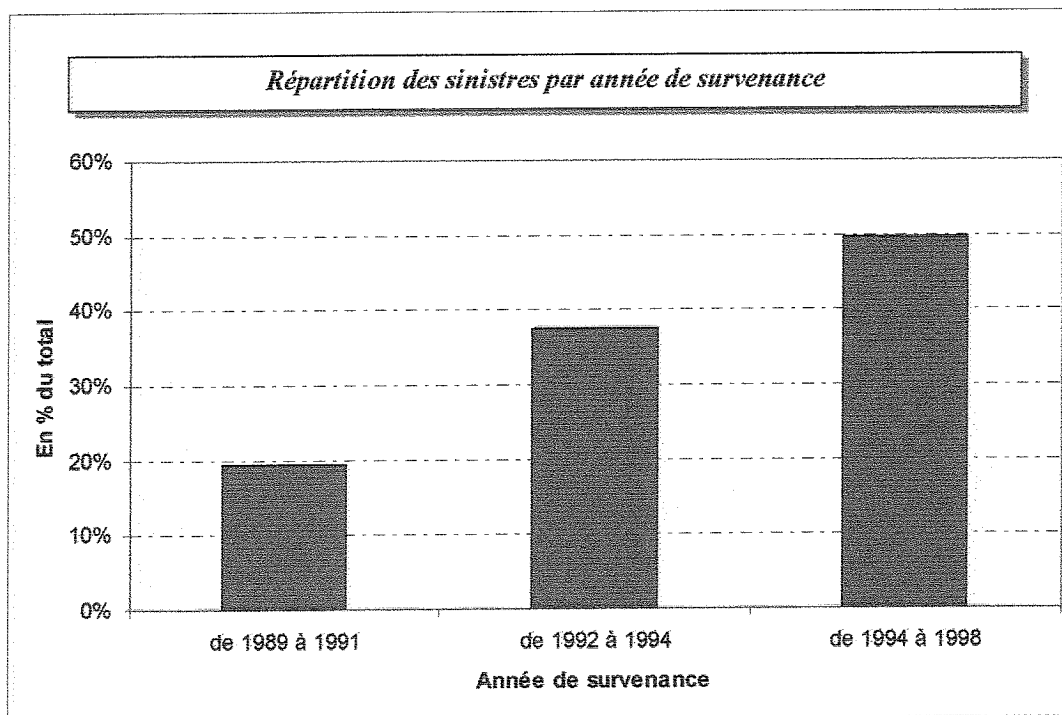
Type de prêt	Délai de carence	Nombre de sinistres	En % du total
Type 1	6 mois	14 000	37%
Type 2		24 000	63%
TOTAL		38 000	100%

➤ répartition des dossiers en fonction du motif de clôture

Motif de clôture	En % du total
Reprise d'activité	10%
Atteinte d'une limite d'indemnisation	30%
Longue durée sans nouvelle	45%
Fin de prêt	7%
Encore en cours	8%
TOTAL	100%

➤ Répartition des sinistres par année de survenance

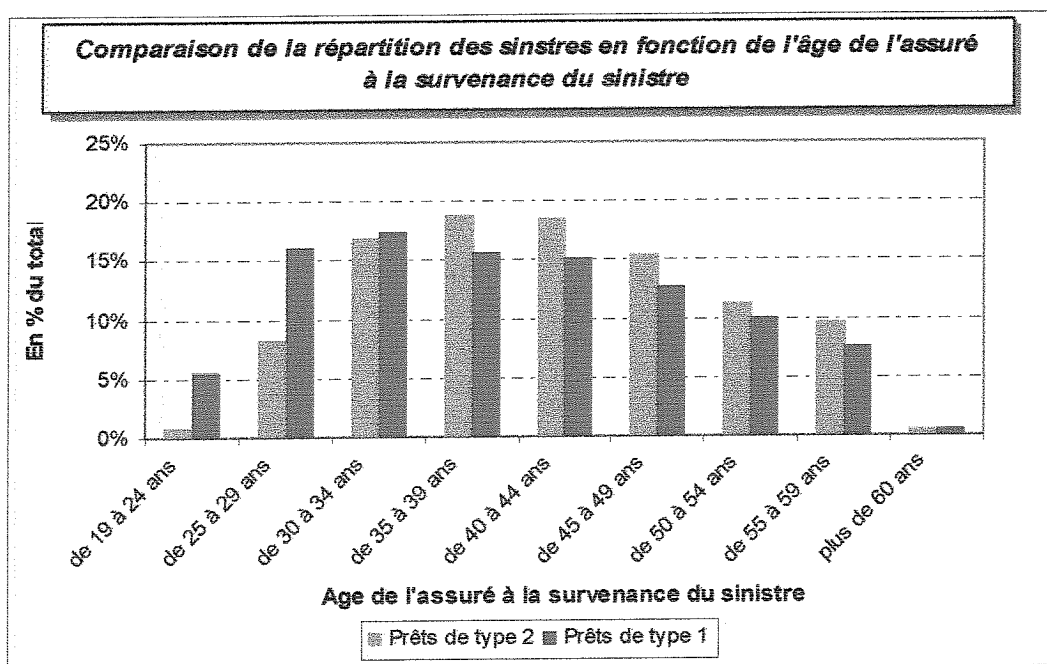
Le graphe suivant présente la répartition des sinistres en fonction de l'année de survenance, pour tous les sinistres.



➤ Répartition des sinistres en fonction de l'âge de l'assuré à la survenance du sinistre

Nous avons étudié séparément les sinistres relatifs à des prêts de type 1, et les sinistres relatifs à des prêts de type 2.

Les résultats sont présentés sur le graphe suivant. En abscisse, on peut lire l'âge de l'assuré à la survenance du sinistre (regroupé par tranche d'âge) et en ordonnée, la proportion des individus pour lesquels l'âge à la survenance est situé dans une tranche d'âge donnée.



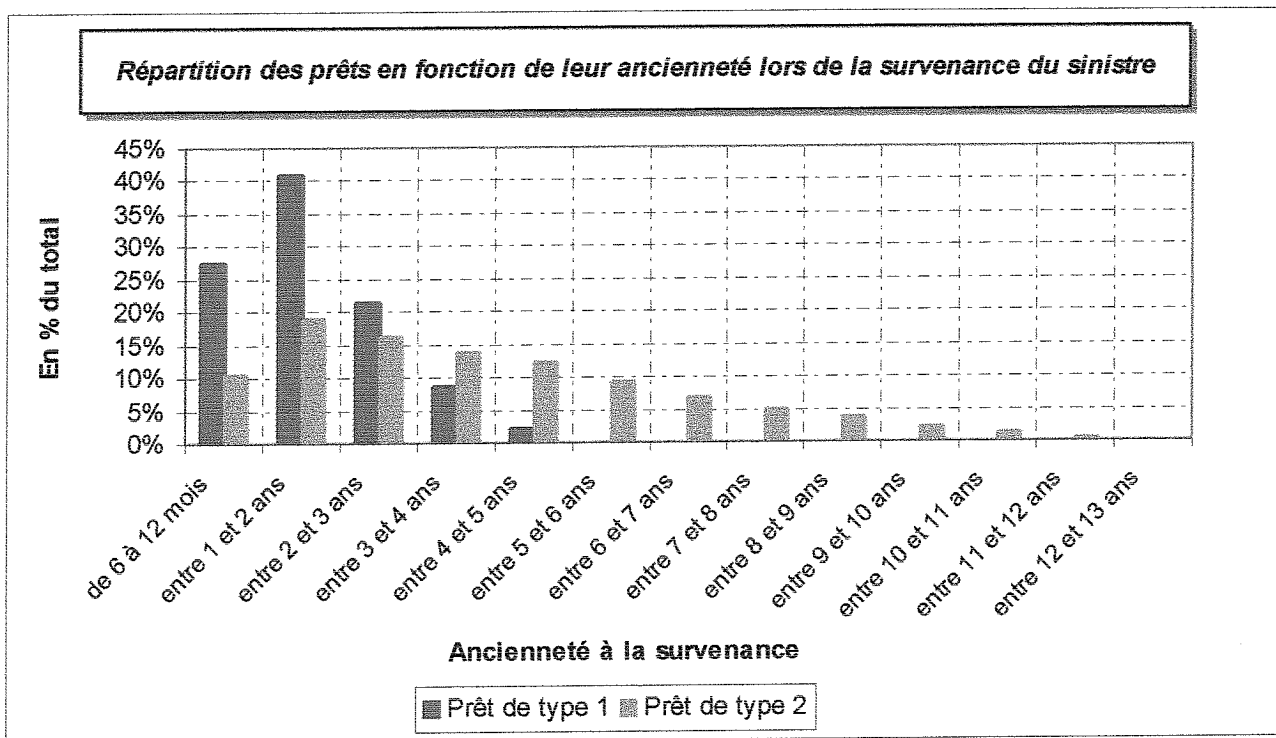
Commentaires :

↳ Age moyen de l'assuré à la survenance du sinistre :

- ✓ pour les prêts de type 1 : 38,8 ans
- ✓ pour les prêts de type 2 : 41,3 ans

↳ De façon générale, l'âge des assurés à la survenance du sinistre ayant un prêt de type 1 est inférieur à l'âge à la survenance des assurés ayant un prêt de type 2. Ceci est dû au fait que, les prêts de type 2, le plus longs, sont souscrits par des personnes plus âgées que celles qui souscrivent des prêts de type 1, les plus courts.

➤ répartition des prêts en fonction de l'ancienneté du prêt à la survenance du sinistre



Commentaires :

↳ Ancienneté moyenne à la survenance du sinistre :

- ✓ pour les prêts de type 1 : 21 mois,
- ✓ pour les prêts de type 2 : 45 mois.

↳ L'ancienneté à la survenance est toujours supérieure à 6 mois car les prêts ayant connus un sinistre avant la fin du délai de carence, qui est de 6 mois, ne sont pas reportés dans la base de données.

2. Objectif

A partir des données disponibles, nous souhaitons établir une loi de maintien en chômage.

Une loi de maintien est une table qui permet de suivre l'évolution sur la durée f d'une population déterminée fictive.

Afin de suivre dans le temps une population, il peut être intéressant d'établir plusieurs lois de maintien, en fonction de différents paramètres.

En effet, différents facteurs peuvent influencer la durée de maintien en chômage. On peut citer par exemple, l'âge à la survenance du sinistre, le sexe, l'année de survenance, la région d'habitation ou la catégorie socioprofessionnelle.

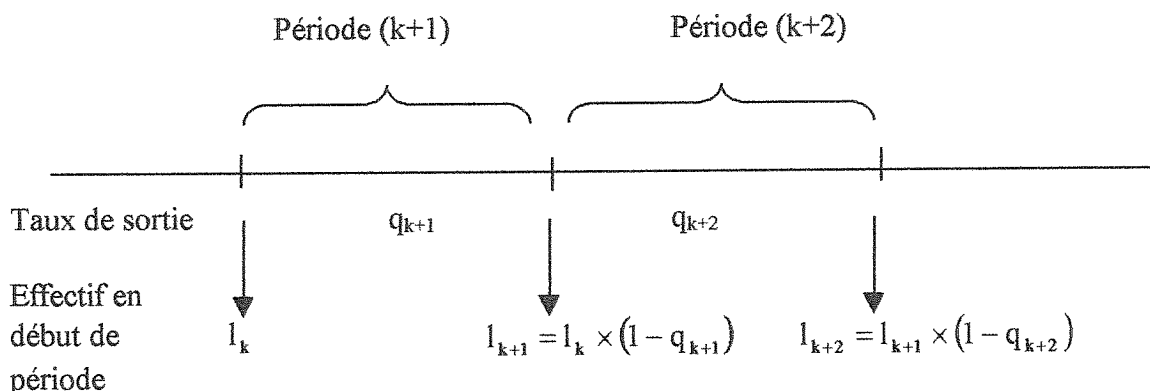
Les données disponibles ne nous permettent pas d'établir des lois de maintien en fonction de tous les facteurs précédemment cités, mais seulement en fonction de l'âge à la survenance et de l'année de survenance.

C. Loi de maintien

1. Présentation générale

a) Principe d'élaboration d'une loi de maintien

La première étape de l'élaboration d'une loi de maintien est le calcul des taux de sortie pour chaque période. Ces taux sont calculés sur les observations réelles. Ils sont ensuite appliqués à une population fictive composée de 100 000 individus à l'instant 0, et on obtient ainsi en cascade le nombre d'individus présents à chaque début de période.



De façon générale, une loi de maintien se présente de la façon suivante :

<i>Période</i>	<i>Taux de sortie</i>	<i>Effectif en début de période</i>
1	q_1	$l_0 = 100\ 000$
2	q_2	l_1
3	q_3	l_2
4	q_4	
.....		
.....		
f	q_f	l_{f-1}
f+1	s.o.	$l_f=0$

s.o. : sans objet

$l_f = 0$ signifie que l'on a observé la population composée de 100 000 individus à $t=0$ jusqu'à son extinction.

b) Données complètes, données tronquées à gauche, censurées à droite

Nous avons observé, sur une longue période dans le temps, les versements de l'assureur aux emprunteurs connaissant une période de chômage. On peut distinguer deux catégories de sinistres¹⁵ :

- ↳ Catégorie 1 : sinistres pour lesquels la durée de chômage a été totalement observée,
- ↳ Catégorie 2 : sinistres pour lesquels la durée de chômage a été partiellement observée.

Remarque importante : Les sinistres de la catégorie 2 ne donnent pas une information aussi complète que les sinistres de la catégorie 1. En effet, pour les sinistres de la catégorie 1 on connaît avec exactitude la durée du chômage alors que pour les sinistres de la catégorie 2 on connaît seulement un minorant de cette durée. Cependant, l'information donnée par les sinistres de la catégorie 2 ne doit pas être négligée. C'est la raison pour laquelle il est important de mettre en place une méthode d'élaboration de loi de maintien permettant d'en tenir compte.

Chaque sinistre est classé dans une des deux catégories en fonction du motif ayant entraîné la fin de l'indemnisation.

Catégorie 1 : sinistres pour lesquels la durée de chômage a été totalement observée :

- sinistres pour lesquels l'indemnisation a pris fin suite à une reprise d'activité,
- sinistres pour lesquels l'assuré n'a pas donné de nouvelles depuis plus de 6 mois et n'ayant pas encore atteint une des limites d'indemnisation.

¹⁵ Nous rappelons qu'un sinistre est une période de chômage pour un assuré.

Dans ce cas, on peut légitimement penser que l'assuré a repris une activité salariée, car dans le cas contraire il fournirait les justificatifs prouvant qu'il est toujours au chômage, ce qui lui permettrait d'être indemnisé,

- sinistres pour lesquels l'indemnisation a pris fin car l'assuré a atteint l'âge de la retraite ou est déclaré être en incapacité de travail.

Les sinistres faisant partie de cette catégorie sont encore appelés **données complètes**. La fin d'indemnisation de ces sinistres correspond à une réelle sortie du chômage.

Catégorie 2 : sinistres pour lesquels la durée de chômage a été partiellement observée :

De façon théorique, on peut distinguer deux cas :

→ les observations tronquées à gauche :

Pour ces chômeurs, la période de chômage n'est pas observée dès son début. C'est le cas des sinistres :

- en cours à l'instant de début d'observation pour lesquels la date d'entrée en chômage est connue,
- qui ont une franchise avant le début de l'indemnisation.

Dans notre étude, nous considérerons que la seule source d'observations tronquées à gauche est la période de franchise. En effet, le fichier de données dont nous disposons ne fournit aucune information sur les sinistres en cours d'indemnisation à la date de début d'observation. Ainsi, toutes les observations de l'échantillon sont tronquées à gauche. De plus, la durée de troncage n'est pas, ici, aléatoire et est égale à la durée du délai de franchise.

Note : les sinistres de la catégorie 1 sont également des données tronquées à gauche du fait du délai de franchise. Le terme " données complètes " s'attache au fait que la date de sortie de chômage est connue avec certitude.

→ les observations censurées à droite :

Pour ces chômeurs, un événement, aléatoire ou non, est intervenu et a interrompu l'observation. Cette interruption peut être due :

- à la fin de la période d'observation,
- à une sortie du chômage au sens du contrat qui ne correspond pas à une réelle sortie du chômage.

La seule information disponible est alors : la durée de chômage est au moins égale à c , où c désigne la période écoulée entre l'entrée en chômage et la réalisation de l'événement provoquant la censure.

Dans notre étude, les sinistres suivants sont des données censurées à droite :

- sinistres pour lesquels l'indemnisation a pris fin suite à la fin du prêt. Si un assuré a été indemnisé 2 mensualités avant la fin de son prêt, sa

période de chômage réelle est supérieure à 2 mois, sans qu'on puisse exactement connaître cette durée,

- sinistres pour lesquels l'indemnisation a pris fin car une des limites d'indemnisation a été atteinte. Un assuré ayant reçu le nombre maximum d'indemnisations n'a plus droit à indemnisation ; alors que sa période de chômage n'est pas terminée. Là encore, on ne peut connaître la durée exacte de chômage,
- sinistres pour lesquels l'assuré n'a pas donné de nouvelles depuis plus de six mois et ayant atteint une des limites d'indemnisations. La quasi-totalité de ces assurés étaient sûrement encore au chômage à la fin de l'indemnisation, mais sachant qu'ils n'ont plus droit à indemnisation, ils ne donnent plus de nouvelles à l'assureur,
- sinistres encore en cours d'indemnisation au moment de la fin de l'observation.

2. Elaboration de la loi de maintien : méthode non paramétrique

L'approche non paramétrique répond à la volonté de ne faire aucune hypothèse sur la forme analytique de la loi de maintien. La méthode utilisée a été mise en place par KAPLAN et MEIER en 1958.

Nous allons expliquer cette méthode tout d'abord dans le cas simplifié où il y a seulement des données complètes, puis dans le cas où il y a à la fois des données complètes et des données incomplètes.

a) Données complètes

(1) Généralités

On note n le nombre de données complètes dans le fichier. n est donc le nombre de sinistres de la catégorie 1. Pour chacune de ces données, on connaît la date de survenance de sinistre et la date de fin de sinistre. On connaît donc exactement la durée de chômage.

L'ensemble de ces durées peut être interprété comme la valeur observée d'un vecteur aléatoire (Y_1, \dots, Y_n) dont les composantes sont supposées *indépendantes et de même loi*. Ceci signifie que la sortie du chômage d'un individu est indépendante de la sortie du chômage des autres individus et que tous les individus suivent la même loi de sortie du chômage.

Dans notre étude, la variable Y est discrète. Ceci signifie que le temps est découpé en intervalles $[0, t_1[; [t_1, t_2[; \dots ; [t_{f-1}, t_f[$ où t_f représente la durée de maintien en chômage maximale observée dans l'échantillon. On convient que $Y=t_i$ quand la sortie du chômage intervient sur l'intervalle $[t_{i-1}, t_i[$. Cette modélisation a été utilisée car, dans notre étude pratique, les sorties ont été comptabilisées à intervalles réguliers et non pas de façon continue.

Dans ce cas, la variable Y est déterminée par une suite de probabilité $\{s_i, \sum s_i = 1\}$, correspondant à la suite $\{t_i, i \in [1, f]\}$, des valeurs possibles pour la variable Y . Ceci se traduit par : $P[Y = t_i] = s_i$.

(2) Détermination de la loi commune

On estime la loi commune suivie par la variable aléatoire représentant la durée de maintien par la méthode du maximum de vraisemblance.

L'estimateur du maximum de vraisemblance de la loi commune du vecteur (Y_1, \dots, Y_n) est la loi, si elle existe, qui rend la plus probable la valeur observée (y_1, \dots, y_n) du vecteur aléatoire (c'est-à-dire l'observation de l'échantillon).

Si on autorise comme estimateurs possibles toutes les lois à support dans 3^+ , la loi estimateur du maximum de vraisemblance doit "charger" uniquement les valeurs y_i .

La fonction à maximiser est donc égale à la probabilité d'observer le vecteur (y_1, \dots, y_n) . Cette probabilité, appelée vraisemblance, a pour expression :

$$\begin{aligned} L_{(y_1, \dots, y_n)}(s_1, \dots, s_n) &= P\left[(Y_1, \dots, Y_n) = (y_1, \dots, y_n)\right] \\ &= P[Y_1 = y_1, \dots, Y_n = y_n] \\ &= \prod_{i=1}^n P[Y_i = y_i] \end{aligned}$$

(car les observations sont supposées indépendantes)

$$L_{(y_1, \dots, y_n)}(s_1, \dots, s_n) = \prod_{i=1}^n s_{i_k} \quad \text{avec } i_k = j \text{ si } y_k = t_j$$

Après regroupement, on obtient :

$$L_{(y_1, \dots, y_n)}(s_1, \dots, s_n) = \prod_{j=1}^f s_j^{n_j} \quad \text{avec } n_j = \text{Card}\{k, y_k = t_j\}$$

L'estimateur du maximum de vraisemblance de la suite $\{s_i, i \in [1, f]\}$ est la solution du système suivant :

$$(S) \quad \begin{cases} \max \prod_{j=1}^f s_j^{n_j} \\ \text{sous la contrainte } \sum_{i=1}^f s_i = 1 \end{cases}$$

Ce système est équivalent au système suivant :

$$(S) \begin{cases} \max \ln \left(\prod_{j=1}^f s_j^{n_j} \right) \\ \text{sous la contrainte } \sum_{i=1}^f s_i = 1 \end{cases}$$

$$\ln \left(\prod_{j=1}^f s_j^{n_j} \right) = \sum_{j=1}^{f-1} n_j \ln(s_j) + n_f \times \ln \left(1 - \sum_{j=1}^{f-1} s_j \right)$$

Pour trouver la solution de ce système, on annule toutes les dérivées partielles par rapport à s_j .

$$\frac{\partial \left(\ln \left(\prod_{j=1}^f s_j^{n_j} \right) \right)}{\partial s_j} = \frac{n_j}{s_j} - \frac{n_f}{s_f}$$

$$\left(\forall s \in [1, f], \frac{\partial \left(\ln \left(\prod_{j=1}^f s_j^{n_j} \right) \right)}{\partial s_j} = 0 \right) \Leftrightarrow \left(\forall s \in [1, f], \frac{n_j}{s_j} = \frac{n_f}{s_f} \right)$$

$$\Leftrightarrow \left(\forall j \in [1, f], s_j = \frac{n_j}{n_f} \times s_f \right)$$

$$\text{Or : } \sum_{j=1}^f s_j = 1 = \sum_{j=1}^f n_j \times \frac{s_f}{n_f}$$

$$\text{Donc } \frac{s_f}{n_f} = \frac{1}{n}$$

D'où

$$\hat{s}_j = \frac{n_j}{n} \text{ avec } n_j = \text{Card} \{k, y_k = t_j\}$$

b) Données tronquées à gauche et données censurées à droite

(1) Données tronquées à gauche

Soit E la durée de troncature, c'est-à-dire la durée écoulée entre la date d'entrée en chômage et le début de l'observation effective du chômage. La loi de la durée de maintien est égale à la loi de Y présentée dans le cas de données non censurées, conditionnée par l'événement $Y \geq E$.

Dans le cas de notre étude, nous avons souligné le fait que la troncature à gauche n'a rien d'aléatoire car elle a lieu pour toutes les observations et, pour toutes les observations la durée de troncature est la même (égale à la durée du délai de franchise). Nous considérons donc que notre échantillon comporte seulement des données censurées à droite.

Conséquence importante : Les lois de maintien que nous allons établir débiteront donc à la fin du délai de franchise, et ne fourniront aucun renseignement sur le maintien en chômage sur une durée inférieure au délai de franchise.

(2) Données censurées à droite

On note C_i , la durée de censure pour l'individu i , c'est-à-dire la durée écoulée entre la date de survenance du sinistre et la date de sortie du chômage pour l'individu i . Cette durée est calculée pour chaque individu de la catégorie 2. Ceci signifie que pour cet individu la seule information dont nous disposons est : la durée en chômage est supérieure à C_i .

On note T_i , la durée en chômage pour un individu i de la catégorie 1. Pour cet individu, la durée en chômage est donc parfaitement connue et égale à T_i .

Pour un individu i , de la catégorie 1 ou 2, la durée du sinistre est égale à $\min(T_i, C_i)$. On émet l'hypothèse essentielle que *les variables aléatoires T et C sont indépendantes*.

On observe la population composée initialement de n individus en chômage sur une durée totale t_f . On note t_k , pour $k \in [1, f]$ les durées possibles de chômage, que la sortie ait lieu suite à une censure ou à une sortie standard¹⁶.

Dans notre étude, l'intervalle entre deux dates d'observations de la population est de 1 mois. Pour les prêts de type 1 : $f = 12$ et pour les prêts de type 2 : $f = 18$.

On note :

- Cen_k le nombre de sortie par censure après une durée en chômage de k mois,
- $Stan_k$ le nombre de sortie standard après une durée en chômage de k mois,
- n_k la taille de la population en t_k juste après les sorties standards et par censure.

$$n_0 = n$$

$$n_k = n_{k-1} - Cen_k - Stan_k$$

¹⁶ On parle de sortie standard pour les sinistres de la catégorie 1.

On note φ_k la probabilité pour qu'un individu au chômage depuis t_k mois sorte du chômage avant d'atteindre une ancienneté de t_{k+1} mois,
 $S(t) = \prod_{t_k < t} (1 - \varphi_k)$ la probabilité pour qu'un individu ait une durée de chômage supérieure à t mois.

Les observations C_{n_k} et S_{tan_k} , $k \in [1, f]$ ont pour fonction de vraisemblance :

$$L = \prod_{k=1}^f C_{S_{tan_k}}^{n_k} \times \varphi_k^{S_{tan_k}} \times (1 - \varphi_k)^{n_k - S_{tan_k}}$$

Afin de maximiser L , on maximise $\ln(L)$:

$$\ln(L) = \sum_{k=1}^f \ln \left(C_{S_{tan_k}}^{n_k} \times \varphi_k^{S_{tan_k}} \times (1 - \varphi_k)^{n_k - S_{tan_k}} \right)$$

On annule les dérivées partielles de $\ln(L)$:

$$\begin{aligned} \forall k \in [1, f], \frac{\partial(\ln(L))}{\partial \varphi_k} = 0 &\Leftrightarrow \frac{S_{tan_k}}{\varphi_k} - \frac{n_k - S_{tan_k}}{1 - \varphi_k} = 0 \\ &\Leftrightarrow \varphi_k = \frac{S_{tan_k}}{n_k} \end{aligned}$$

Remarque : n_k dépend de cen_j pour j entre 1 et $(k-1)$. Cette formule met donc en évidence le fait que l'information apportée par les sinistres de la catégorie 2 est bien prise en compte.

Donc,

$$\begin{aligned} \varphi_k &= \frac{S_{tan_k}}{n_k} \text{ avec } n_k = \text{effectif sous risque au début de la période } k \\ S(t) &= \prod_{t_k < t} \left(1 - \frac{S_{tan_k}}{n_k} \right) \text{ pour } t < t_f \end{aligned}$$

Note : Une présentation plus "intuitive" du calcul des taux de sortie est faite en Annexe 3.

c) Application à notre étude

Nous avons vu que la durée maximale de l'indemnisation dépend de la nature du prêt. Nous avons donc établi deux types de loi de maintien :

- pour les prêts de type 2 ($f = 18$),
- pour les prêts de type 1 ($f = 12$).

De plus, pour chacune des deux durées maximales d'indemnisation par période de chômage, c'est-à-dire 12 mois pour les prêts de type 1 et 18 mois pour les prêts de type 2, nous avons établi plusieurs lois de maintien :

- ✓ une loi, dite " générale " et utilisant tous les sinistres,
- ✓ des lois de maintien par année de survenance. Pour établir ces lois, les sinistres ont été regroupés par année de survenance,
- ✓ des lois de maintien en fonction de l'âge de l'assuré à la date de survenance du sinistre.

Dans chacun de ces cas, Cen_k et $Stan_k$ ont été calculés pour $k \in [1,12]$ pour les prêts de type 1 et $k \in [1,18]$ pour les prêts de type 2.

φ_k est le taux de sortie pour une ancienneté en chômage de k mois. Nous avons ensuite appliqué ces taux à une population de 100 000 individus en $t=0$. Nous rappelons que t est pris égal à 0 au lendemain de la fin du délai de franchise.

Les lois de maintien obtenues grâce à la méthode non paramétrique de Kaplan-Meier sont dites " brutes ", par opposition aux lois de maintien " lissées " que nous obtiendrons par la méthode paramétrique dans le chapitre suivant.

Les tableaux suivants présentent les taux de sortie bruts et les lois de maintien brutes qui en découlent, pour les différentes lois cités précédemment.

Avertissement : Afin de respecter la confidentialité des données que j'ai utilisées, les résultats numériques qui sont présentés dans ce mémoire ont été volontairement modifiés. Cependant, les ordres de grandeur ont été conservés et les conclusions sont inchangées.

(1) Lois de maintien générales

(a) Prêts de type 1

Taux de sortie bruts et loi de maintien brute pour tous les sinistres, prêts de type 1

	Ancienneté en chômage (en mois)				
	0	3	6	9	12
Taux	2,5%	3,3%	3,7%	4,2%	0,2%
Effectif	100 000	91 576	82 742	73 662	66 888

(b) Prêts de type 2

Taux de sortie bruts et loi de maintien brute pour tous les sinistres, prêts de type 2

	Ancienneté en chômage (en mois)						
	0	3	6	9	12	15	18
Taux	2,5%	3,1%	3,0%	3,5%	3,8%	3,8%	0,4%
Effectif	100 000	91 859	83 523	75 653	67 504	60 235	55 291

Commentaires :

- ↳ L'ancienneté est calculée en mois à partir de la fin du délai de franchise.
- ↳ L'effectif est le nombre d'individus encore en chômage en début de période parmi les 100 000 individus au chômage en $t=0$. Ainsi, pour les prêts de type 1, sur 100 000 individus présents au départ, 91 576 sont encore au chômage au début du troisième mois.
- ↳ Le nombre d'individus connaissant une période de chômage supérieure à 12 mois est plus important chez les individus ayant souscrit un prêt de type 2 que chez ceux ayant souscrit un prêt de type 1 (66 888 pour les prêts de type 1 et 67 504 pour les prêts de type 2).
De façon générale, on peut remarquer que les individus ayant souscrit un prêt de type 2 sortent moins rapidement du chômage que ceux ayant souscrit un prêt de type 1.
- ↳ Lors de la présentation générale des lois de maintien, nous avons vu que $I_f = 0$. Ici, ce n'est pas le cas car nous ne disposons d'aucune information concernant la période de chômage si celle-ci dépasse le nombre maximum de mensualités indemnisables. Ainsi, au-delà de 12 mois pour les prêts de type 1 et 18 mois pour les prêts de type 2, nous ne pouvons fournir aucun renseignement sur l'évolution de la population de chômeurs. La seule information dont nous disposons est : pour les prêts de type 1, 66 888 individus connaissent une période de chômage supérieure à 12 mois ; et pour les prêts de type 2, 55 291 individus connaissent une période de chômage supérieure à 18 mois.

↳ Le taux de sortie au cours du dernier mois est beaucoup plus faible que le taux de sortie des autres mois. Dans le cadre des prêts de type 1, l'explication est la suivante :

$$q_{12} = \frac{S \tan_{12}}{\text{Effectif encore en chômage au début du dernier mois}}$$

$$\text{donc } q_{12} = \frac{S \tan_{12}}{S \tan_{12} + \text{Cen}_{12}}$$

Dans la base de donnée, on peut constater que Cen_{12} est très important. Ceci est dû au fait que de nombreux sinistres connaissent une sortie par censure après 12 mois car ils ont atteint une des limites contractuelles d'indemnisation. De plus, on remarque que Stan_{12} est faible. Ce sont les raisons pour lesquelles q_{12} est plus faible que les autres taux de sortie.

Cette remarque peut être faite pour toutes les lois de maintien qui vont être établies, tant pour les prêts de type 1 que pour les prêts de type 2.

(2) Lois de maintien par année de survenance

Nous avons établi des lois de maintien pour chaque année de survenance entre 1989 et 1997. Les tableaux suivants présentent quelques résultats.

(a) Prêts de type 1

Taux de sortie bruts et lois de maintien brutes, en fonction de l'année de survenance, prêts de type 1

Année de survenance		Ancienneté en chômage (en mois)				
		0	3	6	9	12
1989	Taux	0,5%	2,3%	4,6%	5,7%	0,1%
	Effectif	100 000	92 283	78 441	64 442	49 167
1991	Taux	3,0%	4,6%	6,4%	6,2%	0,3%
	Effectif	100 000	89 140	77 299	64 124	55 372
1994	Taux	3,2%	3,3%	3,8%	4,4%	0,1%
	Effectif	100 000	89 576	79 883	70 107	63 614
1997	Taux	3,0%	3,0%	3,0%	2,7%	0,1%
	Effectif	100 000	91 491	83 865	77 967	74 401

(b) Prêts de type 2

Taux de sortie bruts et lois de maintien brutes, en fonction de l'année de survenance, prêts de type 2

Année de survenance		Ancienneté en chômage (en mois)						
		0	3	6	9	12	15	18
1989	Taux	3,8%	4,1%	5,0%	6,0%	6,8%	7,7%	0,1%
	Effectif	100 000	87 979	77 174	65 656	51 392	41 757	33 745
1991	Taux	2,8%	3,6%	3,9%	4,6%	4,4%	4,4%	0,7%
	Effectif	100 000	90 143	80 862	71 832	62 424	54 352	49 109
1994	Taux	3,2%	3,3%	3,4%	4,1%	5,0%	5,2%	0,3%
	Effectif	100 000	89 594	80 037	71 317	62 138	53 543	48 414
1997	Taux	2,6%	3,2%	2,2%	1,8%	2,2%	1,9%	0,8%
	Effectif	100 000	92 484	83 415	77 776	73 534	69 339	66 354

Commentaires :

- ↳ L'élaboration des lois de maintien après regroupement des sinistres par année de survenance permet de procéder à une analyse plus fine d'une population de chômeurs. Ainsi, on peut remarquer que plus l'année de survenance est récente, plus la période de chômage est longue. Ainsi, pour les prêts de type 1, 49% des individus pour lesquels le sinistre est survenu en 1989 connaissent une période de chômage supérieure à 12 mois contre 74% pour ceux survenus en 1997.

Pour les prêts de type 2, 34% des individus pour lesquels le sinistre est survenu en 1989 connaissent une période de chômage supérieure à 18 mois, contre 66% pour ceux survenus en 1997.

(3) Lois de maintien en fonction de l'âge de l'assuré à la survenance

(a) Prêts de type 1

Taux de sortie bruts et lois de maintien brutes, en fonction de l'âge de l'assuré à la survenance, prêts de type 1

Age à la survenance		Ancienneté en chômage (en mois)				
		0	3	6	9	12
entre 20 et 29 ans	Taux	4,1%	5,1%	6,7%	7,0%	0,3%
	Effectif	100 000	87 029	74 098	60 798	51 985
entre 30 et 39 ans	Taux	3,2%	4,6%	4,7%	5,3%	0,4%
	Effectif	100 000	89 201	77 532	66 423	58 530
entre 40 et 49 ans	Taux	2,7%	3,6%	3,7%	4,9%	0,3%
	Effectif	100 000	90 482	80 974	71 337	63 529
entre 50 et 59 ans	Taux	2,1%	2,2%	2,7%	2,9%	0,2%
	Effectif	100 000	94 179	88 043	81 198	76 000

(b) Prêts de type 2

Taux de sortie bruts et lois de maintien brutes, en fonction de l'âge de l'assuré à la survenance, prêts de type 2

Age à la survenance		Ancienneté en chômage (en mois)						
		0	3	6	9	12	15	18
entre 20 et 29 ans	Taux	3,4%	4,2%	4,7%	4,8%	6,1%	5,8%	0,5%
	Effectif	100 000	88 952	78 058	67 884	57 404	47 770	41 553
entre 30 et 39 ans	Taux	3,7%	4,3%	4,3%	4,7%	5,6%	5,5%	0,5%
	Effectif	100 000	88 679	77 631	67 249	56 986	47 836	42 420
entre 40 et 49 ans	Taux	3,0%	3,8%	3,7%	4,4%	4,5%	5,1%	0,5%
	Effectif	100 000	89 783	79 427	70 192	60 657	52 833	47 177
entre 50 et 59 ans	Taux	1,7%	2,2%	2,0%	2,7%	2,8%	2,7%	0,2%
	Effectif	100 000	94 434	88 258	82 249	76 064	70 410	66 143

Commentaires :

- ↳ Comme les lois de maintien par année de survenance, ces lois permettent d'avoir une approche plus fine de l'évolution d'une population de chômeurs en fonction de l'âge de chaque assuré à la survenance du sinistre.
- ↳ Ces tableaux permettent d'affirmer que la sortie du chômage est d'autant plus rapide que l'assuré est jeune à la date d'entrée en chômage.

Ainsi, pour les prêts de type 1, 52% des individus pour lesquels le sinistre est survenu entre 20 et 29 ans connaissent une période de chômage supérieure à 12 mois contre 76% des individus pour lesquels le sinistre est survenu entre 50 et 59 ans.

Pour les prêts de type 2, 42% des individus pour lesquels le sinistre est survenu entre 20 et 29 ans connaissent une période de chômage supérieure à 18 mois, contre 66% des individus pour lesquels le sinistre est survenu entre 50 et 59 ans.

3. Lissage de la loi par une méthode paramétrique

On cherche à remplacer la loi de maintien brute obtenue grâce à l'estimateur non paramétrique de KAPLAN-MEIER par une loi déterminée grâce à un modèle paramétrique. L'utilisation d'un tel modèle permet de caractériser la loi de maintien avec peu de paramètres.

a) Modèle utilisé

Plusieurs modèles paramétriques sont couramment rencontrés.

Le modèle de Gompertz (1825) modélise le taux de mortalité à l'âge x de la façon suivante :

$$\mu_x = -\frac{d(l_x)/dx}{l_x} = b \times c^x$$

avec μ_x taux de mortalité à l'âge x ,

l_x nombre de personnes vivantes à l'âge x , selon la loi ajustée,
pour un nombre d'individus fixé à la naissance,

b et c sont deux paramètres à estimer.

Makeham a ensuite amélioré ce modèle de la façon suivante :

$$\mu_x = -\frac{d(l_x)/dx}{l_x} = a + b \times c^x$$

où a représente le décès accidentel, et b et c le décès dû au vieillissement.

Les deux modèles précédents calculent le taux de mortalité en fonction de l'âge. Nous allons utiliser le modèle de Makeham pour calculer les taux de sortie du chômage en fonction de l'ancienneté en chômage.

Le modèle devient donc :

$$\mu_n = -\frac{d(l_n)/d_n}{l_n} = a + b \times c^n$$

avec l_n effectif au chômage, selon la loi ajustée, ayant une ancienneté n , pour un effectif fixé à l'instant 0.

Les taux de sortie ainsi obtenus sont appelés taux lissés et la loi de maintien qui en découle est appelée loi de maintien lissée.

b) Détermination des paramètres du modèle

On a donc :

$$I_n = I_0 \times \exp\left(-\int_0^n \mu_t dt\right)$$
$$= I_0 \times \exp\left(-a \times n - \frac{b}{\ln c} \times (c^n - 1)\right) \quad \text{pour } n \geq 0$$

On définit :

Le taux de sortie pour la période n selon la loi lissée : $q_n = 1 - \frac{I_{n+1}}{I_n}$

Le taux de survie pour la période n , selon la loi lissée : $p_n = 1 - q_n$

Le taux de sortie pour la période n , selon la loi brute : $Q_n =$ taux calculé par la méthode de KAPLAN-MEIER

Le taux de survie pour la période n , selon la loi brute : $P_n = 1 - Q_n$

$$\text{On a : } \ln(p_n) = \ln\left(\frac{I_{n+1}}{I_n}\right) = -a - \frac{b}{\ln c} \times c^n \times (c - 1)$$

Si les observations des taux mensuels de survie sont proches des p_n , on peut supposer que :

$$\ln(P_n) \approx \ln(p_n)$$

La suite de la méthode est développée dans le cas de l'ajustement de la loi de maintien sur 12 mois. Cette méthode s'adapte de la même façon à la loi de maintien sur 18 mois.

On partage les 12 mois de l'intervalle d'ajustement en trois parts égales :

- de 0 à 3 mois,
- de 4 à 7 mois,
- de 8 à 11 mois.

La durée en mois représente ici la durée écoulée depuis la fin du délai de franchise.

On pose :

$$\left\{ \begin{array}{l} A_0 = \sum_{n=0}^3 \ln(P_n) \\ A_4 = \sum_{n=4}^7 \ln(P_n) \\ A_8 = \sum_{n=8}^{11} \ln(P_n) \end{array} \right. \quad (\text{E})$$

A_0 , A_4 et A_8 sont calculés à partir des taux de survie bruts, donc calculés par la méthode de Kaplan-Meier.

D'autre part, les équations (E) donne :

$$\begin{cases} A_0 = -4 \times a - \frac{b}{\ln c} \times (c^4 - 1) \\ A_4 = -4 \times a - \frac{b}{\ln c} \times c^4 \times (c^4 - 1) \\ A_8 = -4 \times a - \frac{b}{\ln c} \times c^8 \times (c^4 - 1) \end{cases}$$

Les paramètres a, b et c peuvent donc être calculés de la façon suivante :

$$\begin{aligned} c^4 &= \frac{A_4 - A_8}{A_0 - A_4} \\ b &= \frac{\ln c}{(c^4 - 1)^2} \times (A_0 - A_4) \\ a &= -\frac{1}{4} \times \left(A_0 + \frac{b}{\ln c} \times (c^4 - 1) \right) \end{aligned}$$

c) Test de validation de l'ajustement

Après la détermination des paramètres de la loi de Makeham, nous devons effectuer un test de validation de l'ajustement. Le test utilisé permet de vérifier que les écarts entre les taux observés et les taux ajustés sont bien expliqués par le hasard et non par une déformation systématique.

On cherche donc à tester l'hypothèse H_0 : " l'ajustement est bon, valable " contre H_1 : " l'ajustement n'est pas bon ".

En notant,

Q_i taux de sortie brut pour la période i,

q_i taux de sortie calculé par la méthode de Makeham pour la période i.

on calcule

$$S = \sum_{i=1}^n \frac{(Q_i - q_i)^2}{q_i}$$

S est une statistique qui suit une loi du χ^2 à (n-3-1) degrés de liberté, car on a estimé 3 paramètres (a, b, c).

Soit X_0 le quantile à 97,5% de la loi du χ^2 à (n-4) degrés de liberté.

Règle de décision : Si $S > X_0$ on rejette H_0 ,
Si $S \leq X_0$ on admet H_0 .

Test de l'ajustement sur la loi de maintien sur 12 mois

Le quantile à 97,5% de la loi du χ^2 à 8 degrés de liberté est : 2,18

Test de l'ajustement sur la loi de maintien sur 18 mois

Le quantile à 97,5% de la loi du χ^2 à 14 degrés de liberté est : 5,63

d) Application à notre étude

Lors du calcul des taux de sortie bruts, nous avons vu que pour toutes les lois de maintien brutes, le taux de sortie au cours de la dernière période est très faible par rapport aux autres taux. Nous avons donc écarté ce taux avant d'estimer les paramètres de Makeham.

(1) Prêts de type 1

Nous avons donc utilisé seulement les taux de sortie sur les 9 premiers mois. La méthode présentée précédemment s'adapte donc de la façon suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} A_0 = \sum_{n=0}^2 \ln(P_n) \\ A_3 = \sum_{n=3}^5 \ln(P_n) \\ A_6 = \sum_{n=6}^8 \ln(P_n) \end{array} \right.$$

donc

$$\left\{ \begin{array}{l} c^3 = \frac{A_3 - A_6}{A_0 - A_3} \\ b = \frac{\ln c}{(c^3 - 1)^2} \times (A_0 - A_3) \\ a = -\frac{1}{3} \times \left(A_0 + \frac{b}{\ln c} \times (c^3 - 1) \right) \end{array} \right.$$

et pour tout $k \in [1,12]$, on calcule le taux lissé de sortie sur la période k de la façon suivante :

$$q_k = a + b \times c^k$$

A partir de ces taux lissés, on obtient la loi de maintien lissée.

(2) Prêts de type 2

Pour déterminer les paramètres du modèle de Makeham, nous avons utilisé ici les taux de sortie sur les 15 premiers mois. La méthode devient donc :

$$\begin{cases} A_0 = \sum_{n=0}^4 \ln(P_n) \\ A_5 = \sum_{n=5}^9 \ln(P_n) \\ A_{10} = \sum_{n=10}^{14} \ln(P_n) \end{cases}$$

donc,

$$\begin{cases} c^5 = \frac{A_5 - A_{10}}{A_0 - A_5} \\ b = \frac{\ln c}{(c^5 - 1)^2} \times (A_0 - A_5) \\ a = -\frac{1}{5} \times \left(A_0 + \frac{b}{\ln c} \times (c^5 - 1) \right) \end{cases}$$

et pour tout $k \in [1, 18]$, on calcule le taux lissé de sortie sur la période k de la façon suivante :

$$q_k = a + b \times c^k$$

A partir de ces taux lissés, on obtient la loi de maintien lissée.

(3) Résultats

(a) Lois de maintien générales

(i) Prêts de type 1

Taux de sortie lissés et loi de maintien lissée pour tous les sinistres, prêts de type 1

	Ancienneté en chômage (en mois)					Validité de l'ajustement
	0	3	6	9	12	
Taux	2,9%	3,3%	3,8%	4,3%	4,7%	S = 0,04
Effectif	100 000	91 254	82 105	72 728	63 318	

Comme pour les taux de sortie bruts et lois de maintien brutes, l'ancienneté est calculée à partir de la fin du délai de franchise.

L'effectif est le nombre d'individus encore en chômage en début de période parmi les 100 000 individus au chômage en $t=0$.

L'ajustement est valable car $S < X_0 = 2,18$.

(ii) Prêts de type 2

**Taux de sortie lissés et loi de maintien lissée pour tous les sinistres,
prêts de type 2**

	Ancienneté en chômage (en mois)							Validité de l'ajustement
	0	3	6	9	12	15	18	
Taux	2,9%	3,1%	3,3%	3,5%	3,9%	4,4%	4,8%	S = 0,04
Effectif	100 000	91 432	83 141	75 057	67 119	59 275	51 491	

L'ajustement est valable car $S < X_0 = 5,63$.

(b) Lois de maintien par année de survenance

(i) Prêts de type 1

Taux de sortie lissés et lois de maintien lissées, en fonction de l'année de survenance, prêts de type 1

Année de survenance		Ancienneté en chômage (en mois)					Validité de l'ajustement
		0	3	6	9	12	
1989	Taux	2,1%	5,2%	6,5%	7,0%	7,2%	S = 0,04
	Effectif	100 000	90 324	75 770	61 608	49 443	
1991	Taux	3,7%	4,6%	5,9%	8,1%	10,2%	S = 0,32
	Effectif	100 000	88 598	76 085	62 096	46 602	
1994	Taux	3,7%	3,8%	4,2%	5,6%	8,4%	S = 0,11
	Effectif	100 000	89 355	79 391	69 102	55 765	
1997	Taux	3,0%	2,9%	2,6%	1,8%	0,5%	S = 0,15
	Effectif	100 000	91 418	83 956	78 116	75 412	

Pour chaque année de survenance, y compris celles non présentées ici, l'ajustement est valable car $S < X_0 = 2,18$.

(ii) Prêts de type 2

Taux de sortie lissés et lois de maintien lissées, en fonction de l'année de survenance, prêts de type 2

Année de survenance		Ancienneté en chômage (en mois)							Validité de l'ajustement
		0	3	6	9	12	15	18	
1989	Taux	4,3%	4,6%	5,0%	6,0%	8,1%	12,2%	17,2%	S = 0,24
	Effectif	100 000	87 411	75 685	64 257	52 374	39 181	24 370	
1991	Taux	3,3%	3,7%	4,0%	4,4%	4,7%	5,0%	5,2%	S = 0,05
	Effectif	100 000	90 092	80 258	70 715	61 640	53 167	45 390	
1994	Taux	3,7%	3,7%	3,9%	4,2%	5,0%	7,0%	9,9%	S = 0,12
	Effectif	100 000	89 358	79 674	70 645	61 765	52 104	40 082	
1997	Taux	3,3%	2,8%	2,4%	2,1%	1,9%	1,7%	1,7%	S = 0,02
	Effectif	100 000	91 000	83 972	78 304	73 602	69 599	66 114	

Pour chaque année de survenance, y compris celles non présentées ici, l'ajustement est valable car $S < X_0 = 5,63$.

(c) *Lois de maintien en fonction de l'âge de l'assuré à la survenance*

(i) Prêts de type 1

Taux de sortie lissés et lois de maintien lissées, en fonction de l'âge de l'assuré à la survenance, prêts de type 1

Age à la survenance		Ancienneté en chômage (en mois)					Validité de l'ajustement
		0	3	6	9	12	
entre 20 et 29 ans	Taux	2,6%	4,9%	6,1%	6,6%	6,8%	S = 0,03
	Effectif	100 000	89 930	76 208	62 777	51 024	
entre 30 et 39 ans	Taux	1,9%	4,5%	4,8%	4,8%	4,8%	S = 0,03
	Effectif	100 000	90 675	78 654	67 936	58 655	
entre 40 et 49 ans	Taux	3,3%	3,6%	4,1%	4,8%	5,4%	S = 0,04
	Effectif	100 000	90 182	80 350	70 360	60 098	
entre 50 et 59 ans	Taux	2,0%	2,2%	2,6%	3,3%	4,1%	S = 0,03
	Effectif	100 000	94 033	87 685	80 520	71 875	

Pour tous les âges à la survenance, l'ajustement est valable car $S < X_0 = 2,18$.

(ii) Prêts de type 2

Taux de sortie lissés et lois de maintien lissées, en fonction de l'âge de l'assuré à la survenance, prêts de type 2

Age à la survenance		Ancienneté en chômage (en mois)							Validité de l'ajustement
		0	3	6	9	12	15	18	
entre 20 et 29 ans	Taux	3,9%	4,2%	4,6%	5,2%	6,2%	7,7%	9,2%	S = 0,01
	Effectif	100 000	88 459	77 536	66 984	56 552	46 030	35 334	
entre 30 et 39 ans	Taux	4,1%	4,3%	4,6%	5,1%	6,0%	7,3%	8,5%	S = 0,09
	Effectif	100 000	88 069	76 968	66 456	56 288	46 240	36 175	
entre 40 et 49 ans	Taux	3,7%	3,9%	4,1%	4,4%	4,8%	5,4%	5,9%	S = 0,06
	Effectif	100 000	89 060	78 884	69 341	60 306	51 675	43 367	
entre 50 et 59 ans	Taux	1,8%	2,2%	2,4%	2,5%	2,6%	2,6%	2,6%	S = 0,03
	Effectif	100 000	94 213	87 815	81 466	75 420	69 760	64 500	

Pour tous les âges à la survenance, l'ajustement est valable car $S < X_0 = 5,63$.

(c) *Lois de maintien en fonction de l'âge de l'assuré à la survenance*

(i) Prêts de type 1

Taux de sortie lissés et lois de maintien lissées, en fonction de l'âge de l'assuré à la survenance, prêts de type 1

Age à la survenance		Ancienneté en chômage (en mois)					Validité de l'ajustement
		0	3	6	9	12	
entre 20 et 29 ans	Taux	2,6%	4,9%	6,1%	6,6%	6,8%	S = 0,03
	Effectif	100 000	89 930	76 208	62 777	51 024	
entre 30 et 39 ans	Taux	1,9%	4,5%	4,8%	4,8%	4,8%	S = 0,03
	Effectif	100 000	90 675	78 654	67 936	58 655	
entre 40 et 49 ans	Taux	3,3%	3,6%	4,1%	4,8%	5,4%	S = 0,04
	Effectif	100 000	90 182	80 350	70 360	60 098	
entre 50 et 59 ans	Taux	2,0%	2,2%	2,6%	3,3%	4,1%	S = 0,03
	Effectif	100 000	94 033	87 685	80 520	71 875	

Pour tous les âges à la survenance, l'ajustement est valable car $S < X_0 = 2,18$.

(ii) Prêts de type 2

Taux de sortie lissés et lois de maintien lissées, en fonction de l'âge de l'assuré à la survenance, prêts de type 2

Age à la survenance		Ancienneté en chômage (en mois)						Validité de l'ajustement	
		0	3	6	9	12	15		18
entre 20 et 29 ans	Taux	3,9%	4,2%	4,6%	5,2%	6,2%	7,7%	9,2%	S = 0,01
	Effectif	100 000	88 459	77 536	66 984	56 552	46 030	35 334	
entre 30 et 39 ans	Taux	4,1%	4,3%	4,6%	5,1%	6,0%	7,3%	8,5%	S = 0,09
	Effectif	100 000	88 069	76 968	66 456	56 288	46 240	36 175	
entre 40 et 49 ans	Taux	3,7%	3,9%	4,1%	4,4%	4,8%	5,4%	5,9%	S = 0,06
	Effectif	100 000	89 060	78 884	69 341	60 306	51 675	43 367	
entre 50 et 59 ans	Taux	1,8%	2,2%	2,4%	2,5%	2,6%	2,6%	2,6%	S = 0,03
	Effectif	100 000	94 213	87 815	81 466	75 420	69 760	64 500	

Pour tous les âges à la survenance, l'ajustement est valable car $S < X_0 = 5,63$.

4. Intervalle de confiance pour les taux de sortie

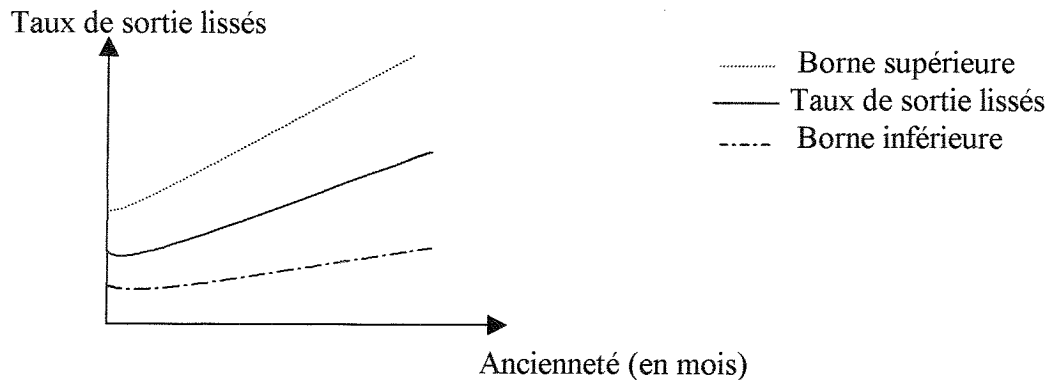
a) Définition

Dans les parties précédentes, nous avons calculé une estimation ponctuelle des taux de sortie de chômage en fonction de l'ancienneté. Ceci signifie que pour chaque valeur de k , nous avons calculé c_k tel que $q_k = c_k$, où q_k est le taux de sortie pour une ancienneté en chômage de k mois, après la fin du délai de franchise.

Il peut être intéressant, et plus réaliste, de déterminer a_k et b_k tels que, pour chaque valeur de k , $a_k < q_k < b_k$. L'intervalle $[a_k, b_k]$ permet de donner une estimation par intervalle, on parle alors d'intervalle de confiance. Cet intervalle est associé à une probabilité α , appelée seuil de confiance, telle que

$$\forall k, P[a_k < q_k < b_k] = 1 - \alpha$$

Cet intervalle de confiance va permettre de construire un graphique ayant la forme suivante :



b) Estimateur empirique du taux de sortie théorique

Pour toute ancienneté k , $k \in [1; f]$, on définit :

$$D_k = \sum_{i=1}^{I_k} X_i$$

avec I_k effectif en chômage au début de la période k selon la loi de maintien lissée,

X_i indicateur attaché à chaque individu

$$X_i = \begin{cases} 1 & \text{si l'individu sort du chômage pendant} \\ & \text{la période } k \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

$\hat{Q}_k = \frac{D_k}{I_k}$ est un estimateur empirique de q_k .

Pour chaque individu, X_i est une variable aléatoire qui suit une loi de Bernoulli de paramètre q_k .

Les variables aléatoires X_i , pour $i \in [1; l_k]$, sont indépendantes, car la sortie du chômage ou le maintien en chômage d'un individu de la population sont indépendants de la sortie du chômage ou du maintien des autres individus.

Propriété : Si B_i , pour $i \in [1, n]$, sont des variables aléatoires indépendantes et suivent une loi de Bernoulli de même paramètre p , alors la variable aléatoire S définie par

$$S = \sum_{i=1}^n B_i \text{ suit une loi binomiale de paramètres } (n, p) \text{ et}$$

$$\begin{cases} E(S) = np \\ \text{Var}(S) = np(1-p) \end{cases}$$

Donc D_k suit une loi binomiale de paramètres (l_k, q_k) .

$$\Rightarrow \begin{cases} E(D_k) = l_k \times q_k \\ \text{Var}(D_k) = l_k \times q_k \times (1 - q_k) \end{cases}$$

$$\begin{cases} E(\hat{Q}_k) = \frac{E(D_k)}{l_k} = q_k & (\text{donc } \hat{Q}_k \text{ est un estimateur sans biais de } q_k) \\ \text{Var}(\hat{Q}_k) = \text{Var}\left(\frac{D_k}{l_k}\right) = \frac{\text{Var}(D_k)}{l_k^2} = \frac{q_k \times (1 - q_k)}{l_k} \end{cases}$$

Nous appliquons le théorème central limite.

Théorème central limite : Soit (Y_n) une suite de variables aléatoires de même loi, d'espérance μ et d'écart-type σ . Alors :

$$\frac{1}{\sqrt{n}} \left(\frac{\sum_{i=1}^n Y_i - n\mu}{\sigma} \right) \xrightarrow{L} N(0,1)$$

où $N(0,1)$ représente la loi normale centrée, réduite.

Nous appliquons le théorème aux variables aléatoires X_i , $i \in [1, l_k]$ qui suivent une même loi de Bernoulli de paramètre q_k avec :

$$E(X_i) = q_k$$

$$\text{Var}(X_i) = q_k \times (1 - q_k)$$

L'application du théorème donne :

$$\frac{1}{\sqrt{l_k}} \left(\frac{\sum_{i=1}^{l_k} X_i - l_k \times q_k}{\sqrt{q_k \times (1 - q_k)}} \right) \xrightarrow{L} N(0,1)$$

$$\Rightarrow \frac{D_k - E(D_k)}{\sqrt{\text{Var}(D_k)}} \xrightarrow{L} N(0;1)$$

$$\Rightarrow \frac{\hat{Q}_k \times I_k - q_k \times I_k}{\sqrt{I_k \times q_k \times (1 - q_k)}} \xrightarrow{L} N(0;1)$$

c) Détermination des bornes de l'intervalle de confiance

On cherche t tel que, pour une valeur de α donnée, $P[-t < N(0;1) < t] = 1 - \alpha$ (2)

Soit Φ la fonction de répartition de la loi normale centrée, réduite.

$$(2) \Leftrightarrow \Phi(t) - \Phi(-t) = 1 - \alpha$$

$$\text{Or } \Phi(-t) = 1 - \Phi(t)$$

$$\text{Donc } t = \Phi^{-1}\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right) \quad (3)$$

Exemple : pour $\alpha = 5\%$, $t = 1.96$

$$(2) \text{ et } (3) \Rightarrow P\left[-\Phi^{-1}\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right) < N(0;1) < \Phi^{-1}\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right)\right] = 1 - \alpha \quad (4)$$

$$(1) \text{ et } (4) \Rightarrow P\left[-\Phi^{-1}\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right) < \frac{\hat{Q}_k - q_k}{\sqrt{\frac{q_k \times (1 - q_k)}{I_k}}} < \Phi^{-1}\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right)\right] = 1 - \alpha$$

Pour $q_k \in [q_{k1}, q_{k2}]$ l'inégalité est vérifiée, avec :

$$q_{k1} = \frac{2 \times \hat{Q}_k + \frac{\beta}{I_k} - \frac{\left(\beta \times \left(4 \times \hat{Q}_k \times \left(1 - \hat{Q}_k \right) + \frac{\beta}{I_k} \right) \right)^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{I_k}}}{2 \times \left(1 + \frac{\beta}{I_k} \right)}$$

$$q_{k2} = \frac{2 \times \hat{Q}_k + \frac{\beta}{I_k} + \frac{\left(\beta \times \left(4 \times \hat{Q}_k \times \left(1 - \hat{Q}_k \right) + \frac{\beta}{I_k} \right) \right)^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{I_k}}}{2 \times \left(1 + \frac{\beta}{I_k} \right)}$$

avec $\beta = \left(\Phi^{-1} \left(1 - \frac{\alpha}{2} \right) \right)^2$

q_{k1} et q_{k2} sont donc les bornes de l'intervalle de confiance.

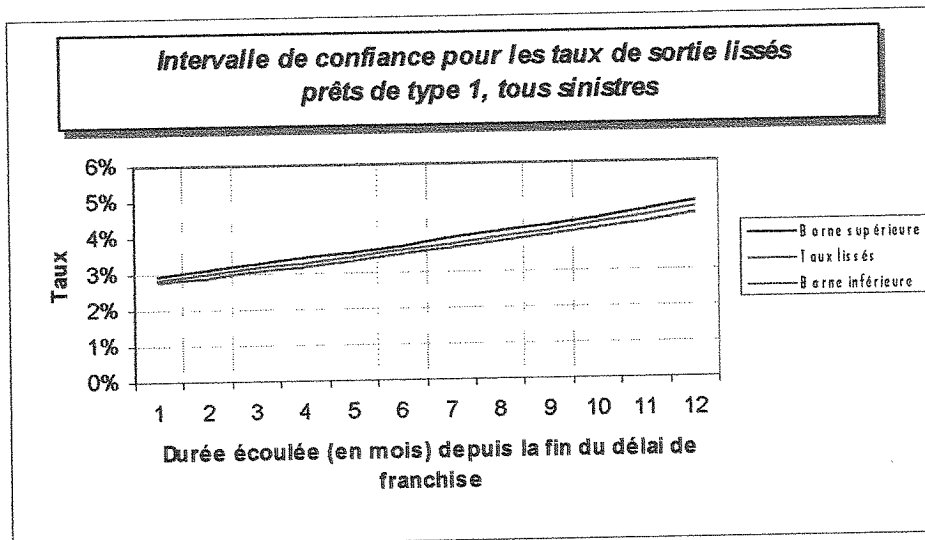
Les détails des calculs permettant de parvenir à ce résultat sont présentés en Annexe 4.

d) Application à notre étude

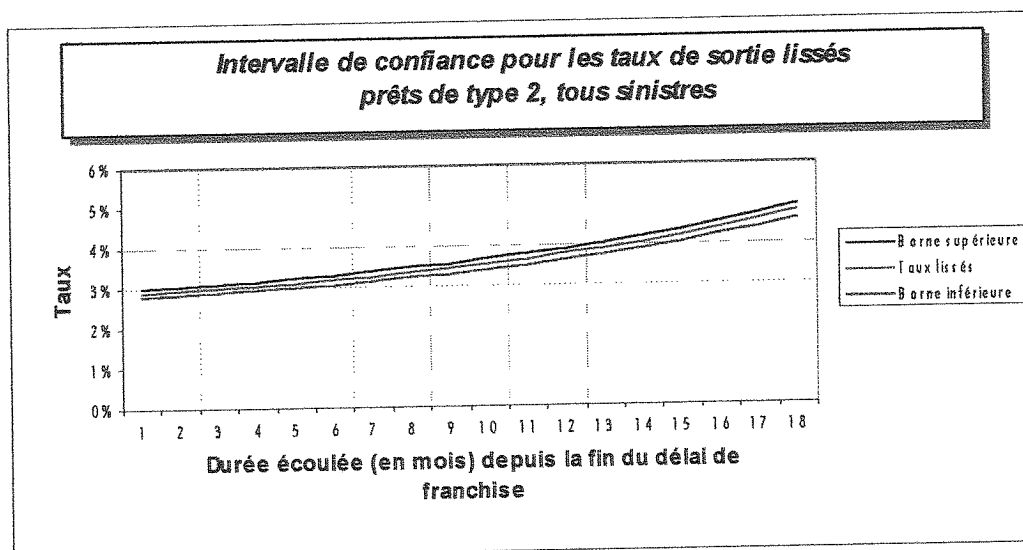
Dans les pages suivantes, les résultats sont présentés sous forme de graphes. Des tableaux donnant les valeurs numériques des taux de sortie lissés ainsi que leur intervalle de confiance respectif sont présentés en Annexe 5.

(1) Intervalle de confiance pour les taux de sortie calculés sur tous les sinistres

(a) Prêts de type 1.

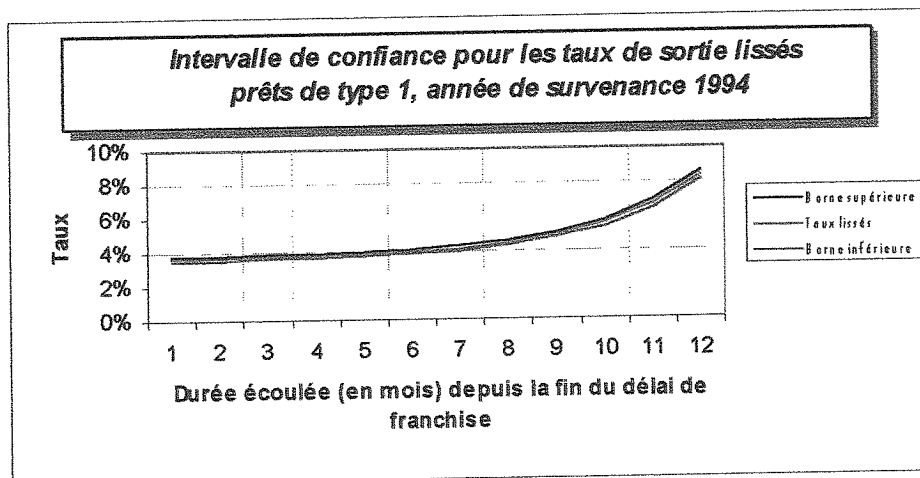
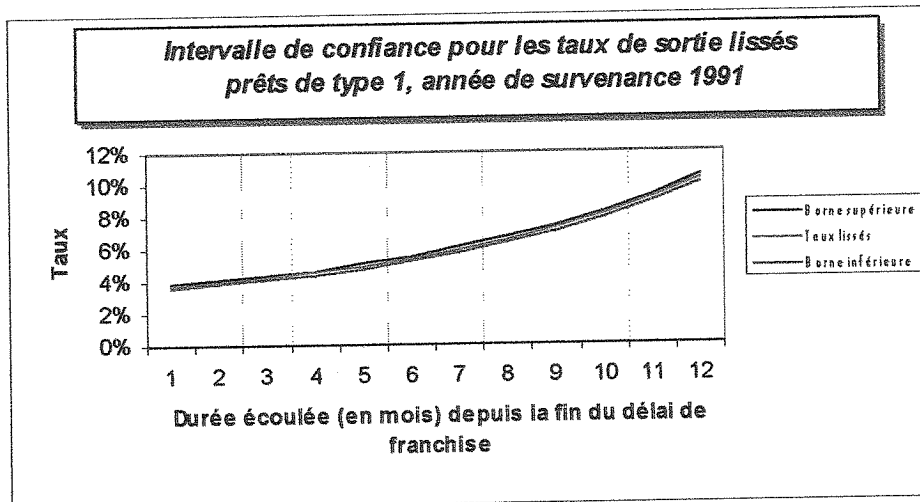
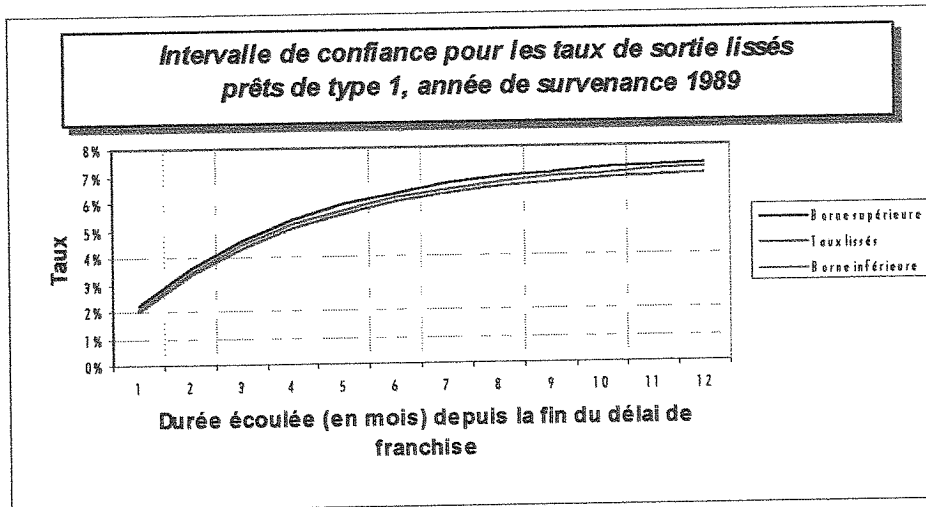


(b) Prêts de type 2.

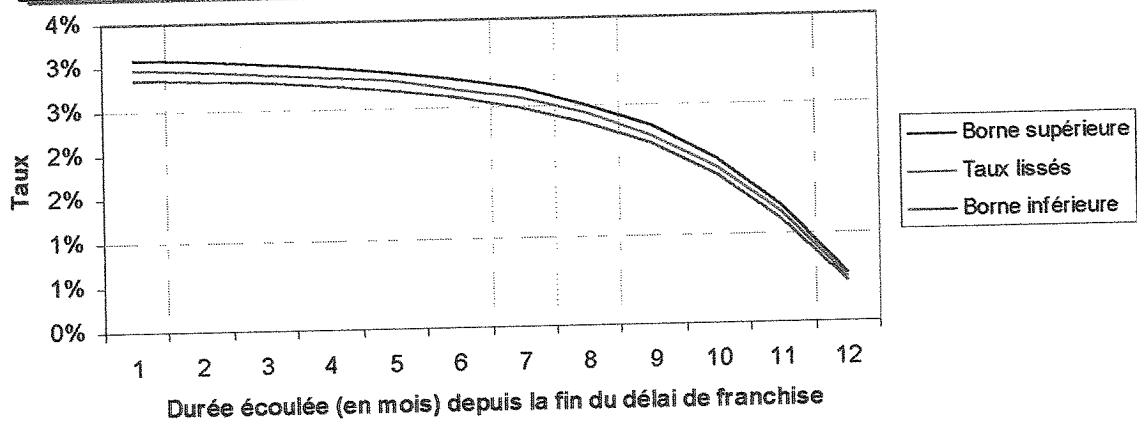


(2) Intervalle de confiance pour les taux de sortie calculés par année de survenance

(a) Prêts de type 1

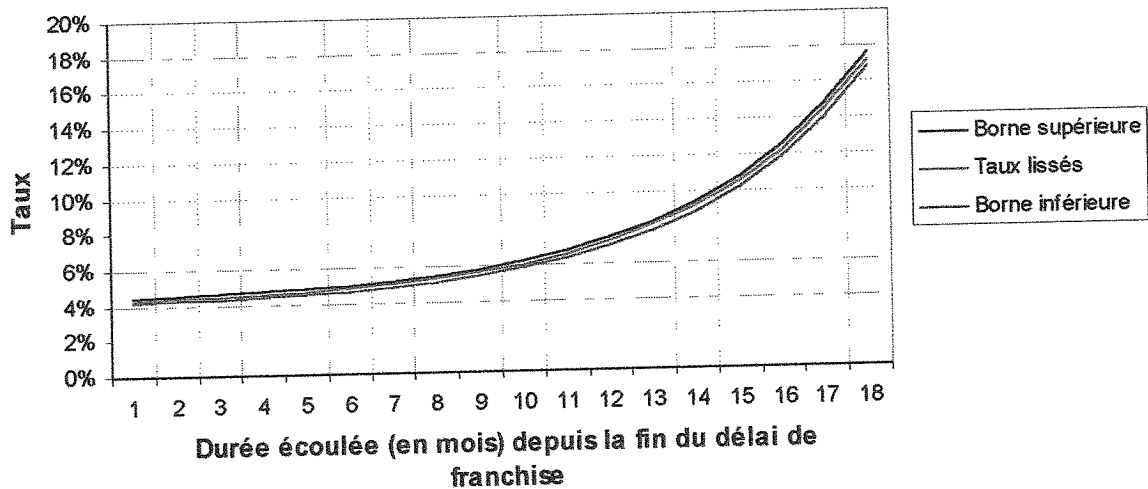


**Intervalle de confiance pour les taux de sortie lissés
prêts de type 1, année de survenance 1997**

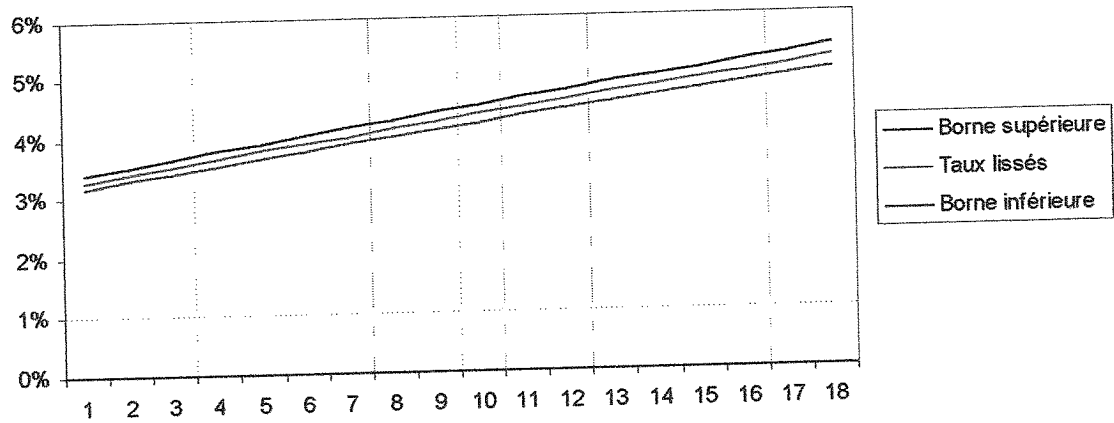


(b) Prêts de type 2

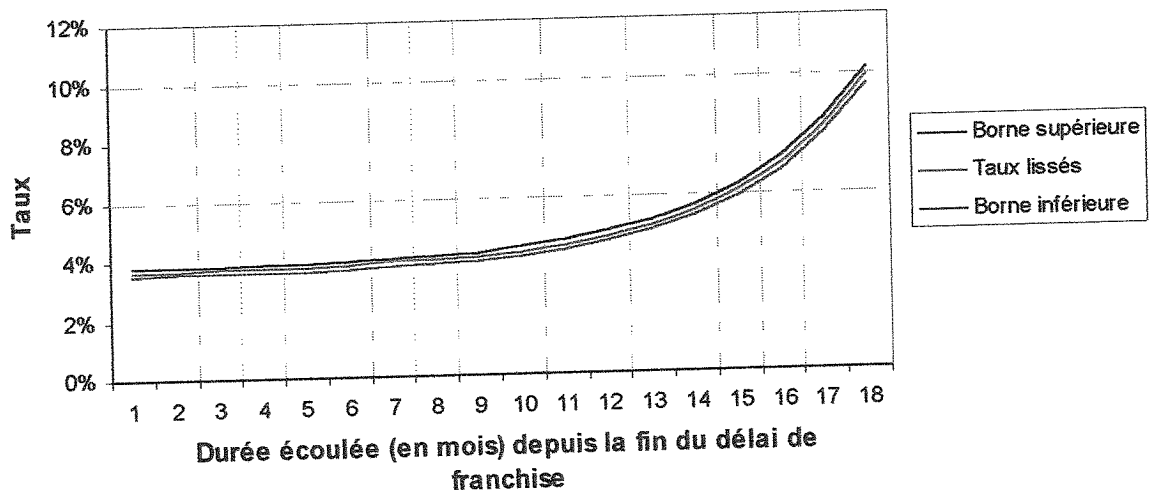
**Intervalles de confiance pour les taux de sortie lissés
prêts de type 2, année de survenance 1989**



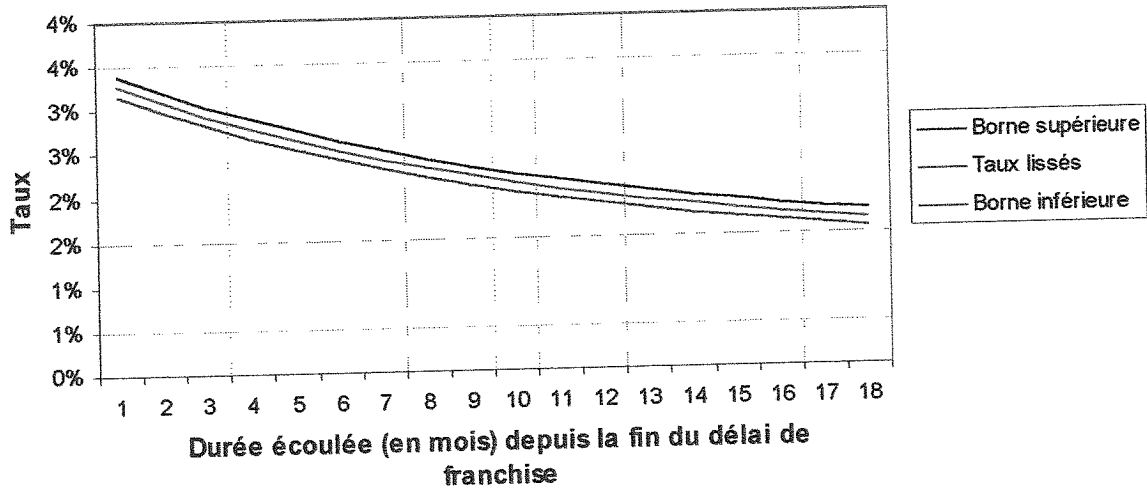
**Intervalles de confiance pour les taux de sortie lissés
prêts de type 2, année de survenance 1991**



**Intervalles de confiance pour les taux de sortie lissés
prêts de type 2, année de survenance 1994**



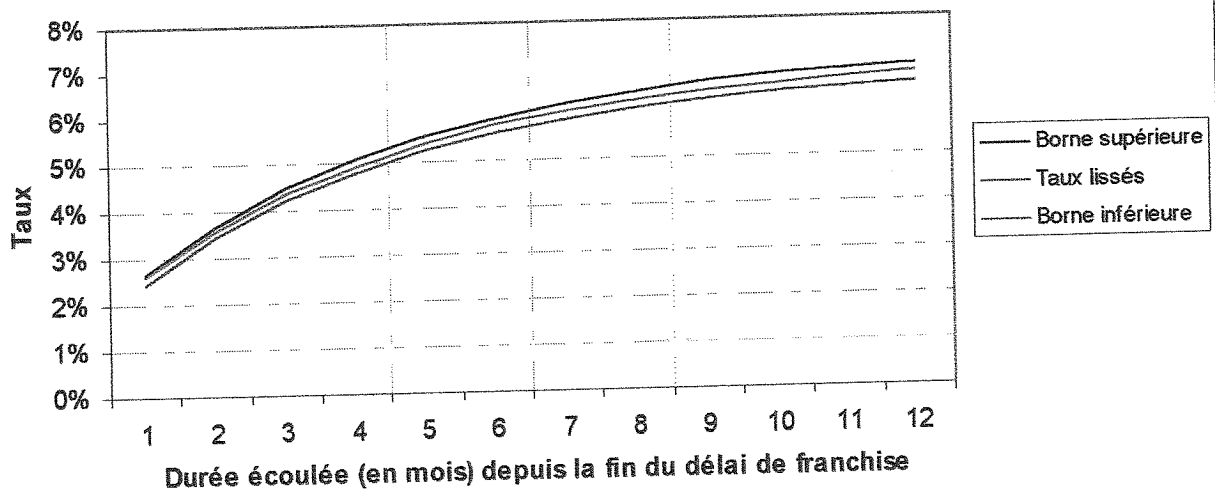
**Intervalles de confiance pour les taux de sortie lissés
prêts de type 2, année de survenance 1997**



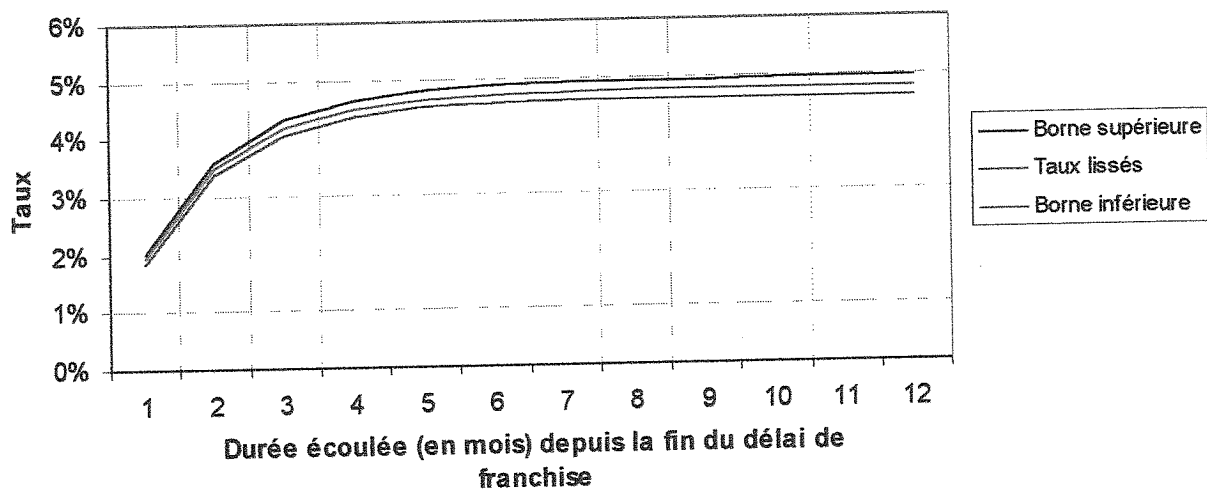
(3) Intervalle de confiance pour les taux de sortie calculés en fonction de l'âge à la survenance

(a) Prêts de type 1.

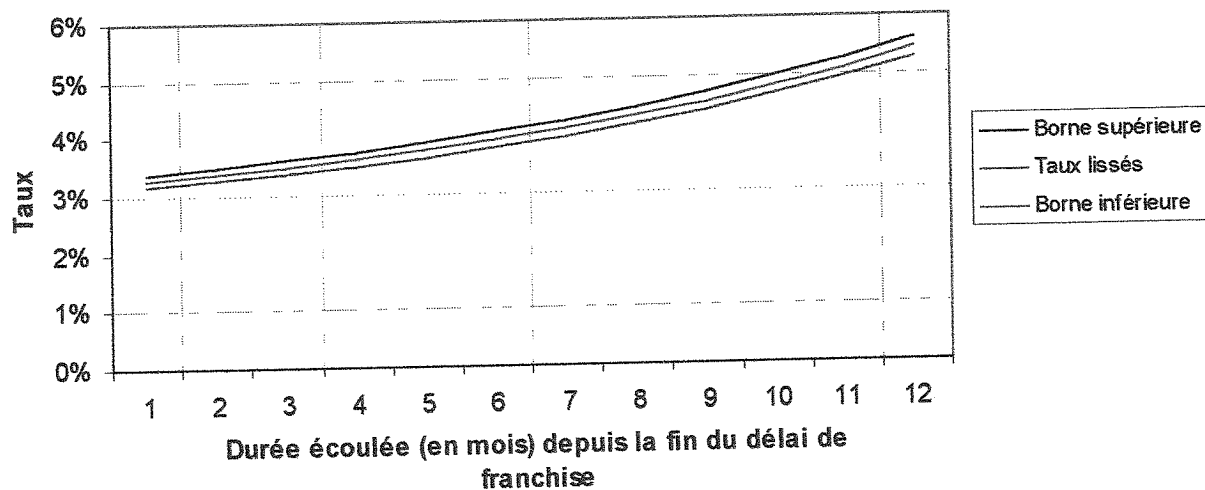
**Intervalles de confiance pour les taux de sortie lissés
prêts de type 1, âge à la survenance entre 20 et 29 ans**



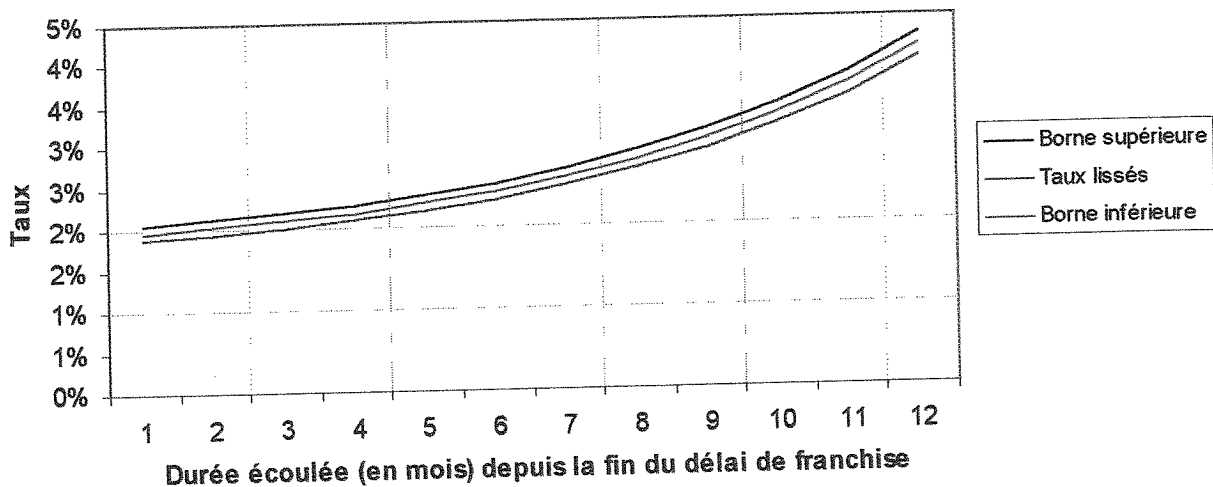
*Intervalle de confiance pour les taux de sortie lissés
prêts de type 1, âge à la survenance entre 30 et 39 ans*



*Intervalle de confiance pour les taux de sortie lissés
prêts de type 1, âge à la survenance entre 40 et 49 ans*

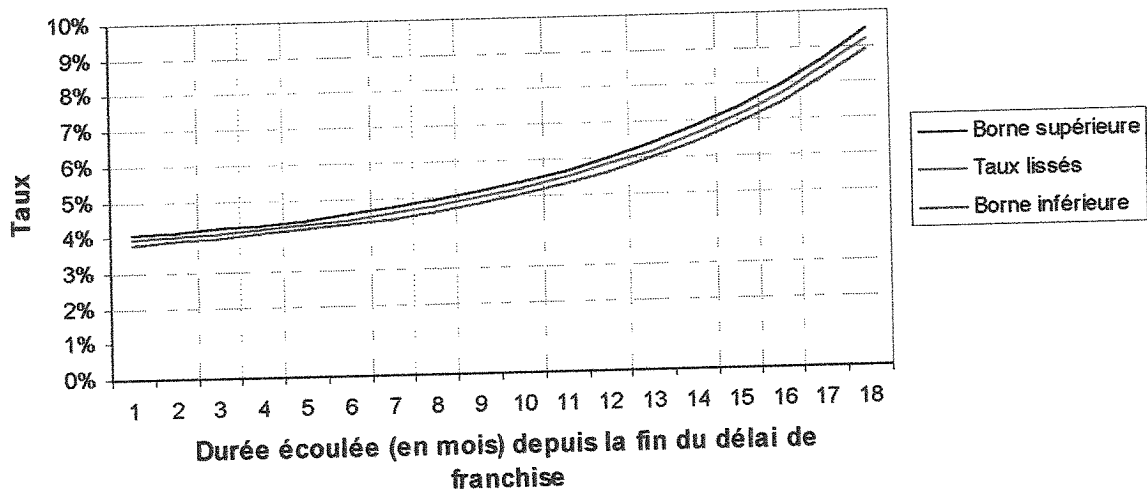


**Intervalle de confiance pour les taux de sortie lissés
prêts de type 1, âge à la survenance entre 50 et 59 ans**

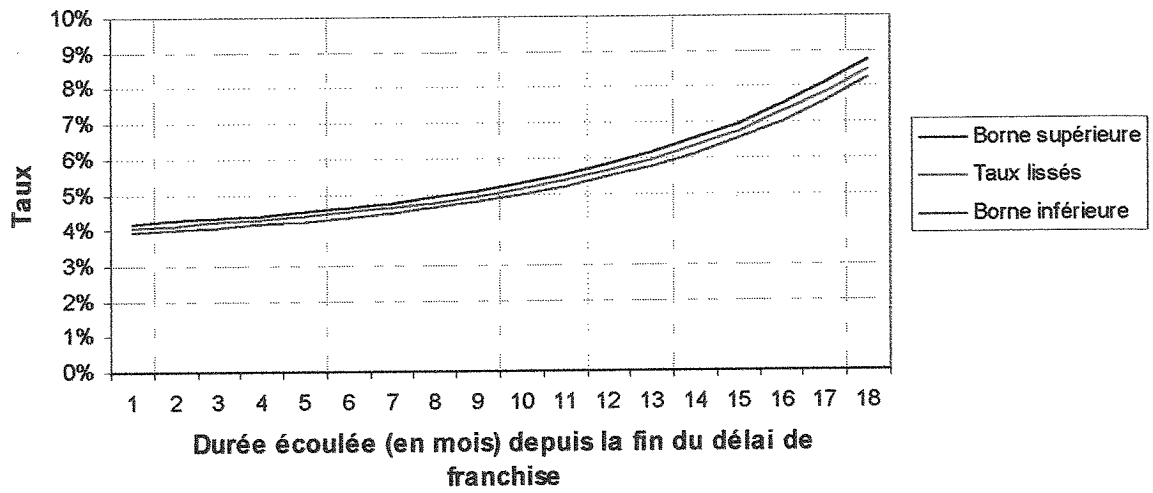


(b) Prêts de type 2.

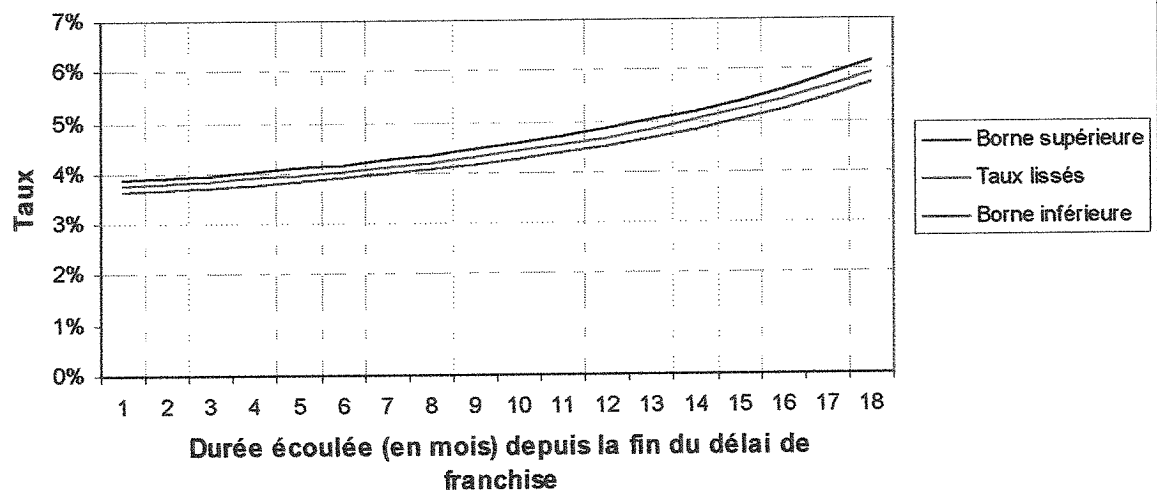
**Intervalle de confiance pour les taux de sortie lissés
prêts de type 2, âge à la survenance entre 20 et 29 ans**



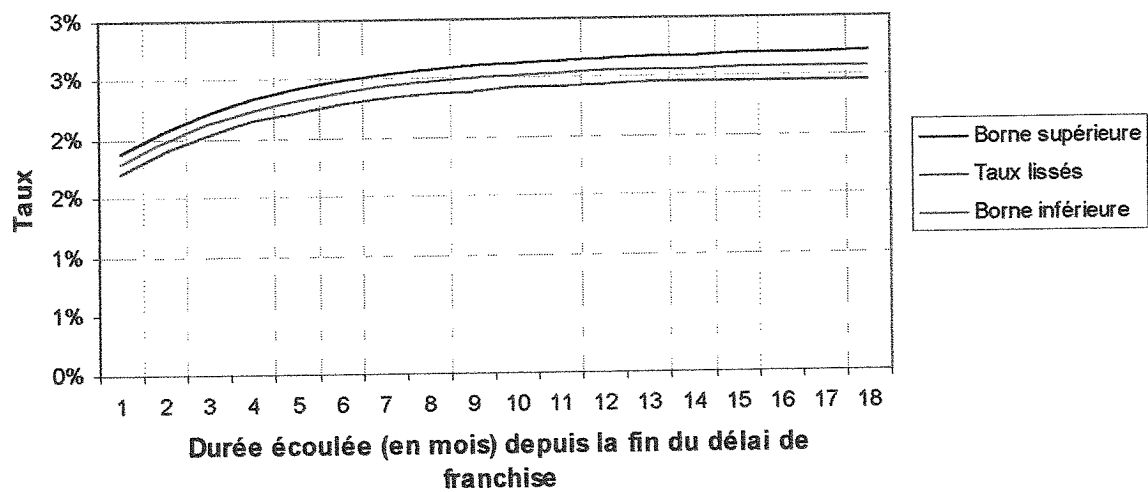
**Intervalle de confiance pour les taux de sortie lissés
prêts de type 2, âge à la survenance entre 30 et 39 ans**



**Intervalle de confiance pour les taux de sortie lissés
prêts de type 2, âge à la survenance entre 40 et 49 ans**



**Intervalles de confiance pour les taux de sortie lissés
prêts de type 2, âge à la survenance entre 50 et 59 ans**



D. Calcul de la provision pour sinistres à payer

1. Définition

Outre l'étude de l'évolution d'une population donnée, les lois de maintien permettent de calculer le montant de la provision pour sinistres à payer. Cette provision représente l'engagement futur de l'assureur envers les assurés connaissant un sinistre à la date d'évaluation de cette provision.

Cette provision se décompose en deux parties :

- provision pour sinistres connus : elle représente l'engagement futur de l'assureur concernant les sinistres survenus et dont l'assureur à connaissance,
- provision pour sinistres inconnus : elle représente les engagements futurs de l'assureur concernant les sinistres survenus et dont l'assureur n'a pas encore connaissance. Il s'agit par exemple des sinistres survenus en fin d'année et que l'assuré n'a pas encore eu le temps de déclarer à l'assureur.

Nous avons élaboré une loi de maintien seulement pour les sinistres ayant dépassé le délai de franchise. Ainsi, les coefficients de provisionnement ont été calculés seulement pour les sinistres ayant dépassé le délai de franchise.

2. Provision pour sinistres connus

a) Définition

Pour chaque individu i en chômage à la date t , cette provision dépend de l'ancienneté en chômage.

En notant

- $p_{i,a}$ montant de la provision pour sinistres à payer correspondant à l'individu i ayant une ancienneté en chômage a ,
- m montant de la mensualité, supposée constante,
- c_a coefficient de provisionnement pour un individu ayant une ancienneté en chômage a ,

$$p_{i,a} = m \times c_a$$

Les coefficients de provisionnement sont calculés dans le paragraphe suivant à partir des lois de maintien.

A la date t , le montant global de la provision pour sinistres à payer correspondant aux sinistres connus est noté $PSAP_t$ et est égal à :

$$PSAP_t = \sum_{i=1}^{e_t} p_{i,a}$$

où e_t est le nombre d'individus au chômage à la date t

b) Calcul des coefficients de provisionnement

(1) Principe d'indemnisation

A la fin d'une période, on indemnise les individus qui sont encore au chômage à la fin de cette période.

(2) Méthode de calcul

Soit i le taux technique mensuel de l'assureur.

$c_a = \sum$ Pr obabilité actualisée de verser une indemnisation

$$\begin{aligned} c_a &= P[\text{ancienneté} \geq a + 1 | \text{ancienneté} \geq a] \times (1+i)^{-1} \\ &+ \dots \\ &+ P[\text{ancienneté} \geq a + k | \text{ancienneté} \geq a] \times (1+i)^{-k} \\ &+ \dots \\ &+ P[\text{ancienneté} \geq d_m | \text{ancienneté} \geq a] \times (1+i)^{-(d_m-a)} \end{aligned}$$

d_m est la durée maximale possible.

Dans la majorité des cas, $d_m=f$, c'est-à-dire que l'indemnisation sera au plus tard stoppée quand le nombre maximum de mensualités indemnissables par période de chômage sera atteint.

Dans une petite partie des cas, l'indemnisation sera stoppée soit car le prêt sera totalement amorti soit car le nombre maximum de mensualités indemnissables sur toutes les périodes sera atteint, avant d'avoir atteint le nombre maximum d'indemnisation sur une période. Dans le portefeuille étudié, ce dernier cas représente environ 10% des dossiers. Ce faible pourcentage est dû au fait que la période maximale d'indemnisation possible est beaucoup plus courte que la durée du prêt.

On a donc :

$$c_a = \sum_{k=1}^{d_m-a} \frac{l_{a+k}}{l_a} \times (1+i)^{-k}$$

c) Application à notre étude

Comme dans les parties précédentes, l'ancienneté en chômage est calculée en mois à partir de la fin du délai de franchise.

Les coefficients de provisionnement sont calculés à partir des lois de maintien lissées.

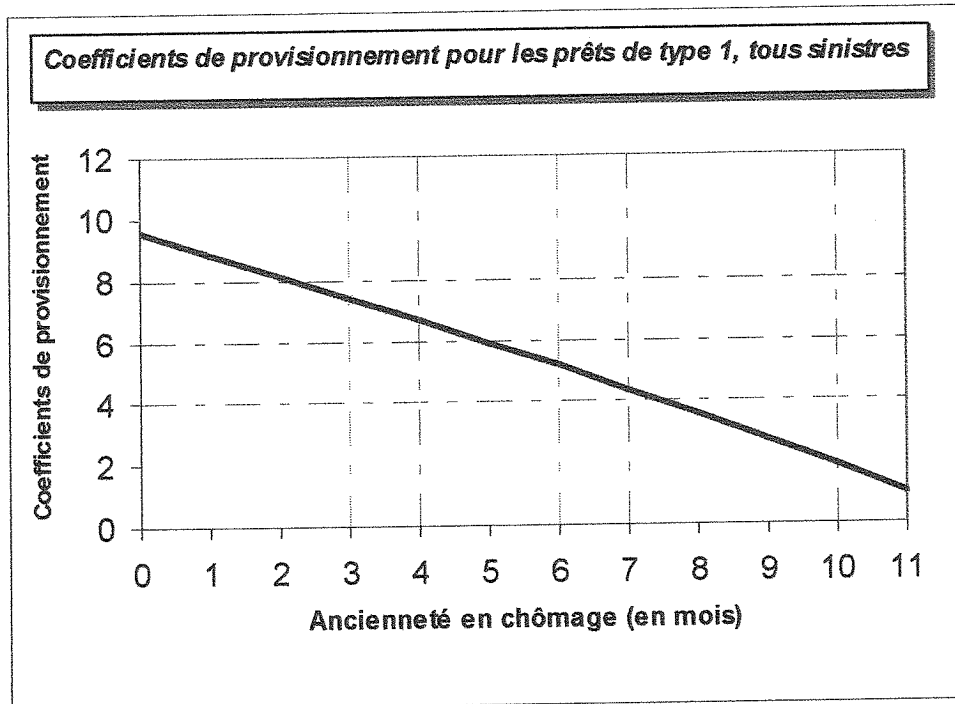
Le taux technique annuel utilisé est 0%¹⁷.

Tous les coefficients ont été calculés en supposant que $d_m=12$ pour les prêts de type 1 et $d_m=18$ pour les prêts de type 2.

¹⁷ Ce taux a ici peu d'importance compte tenu de la faible durée.

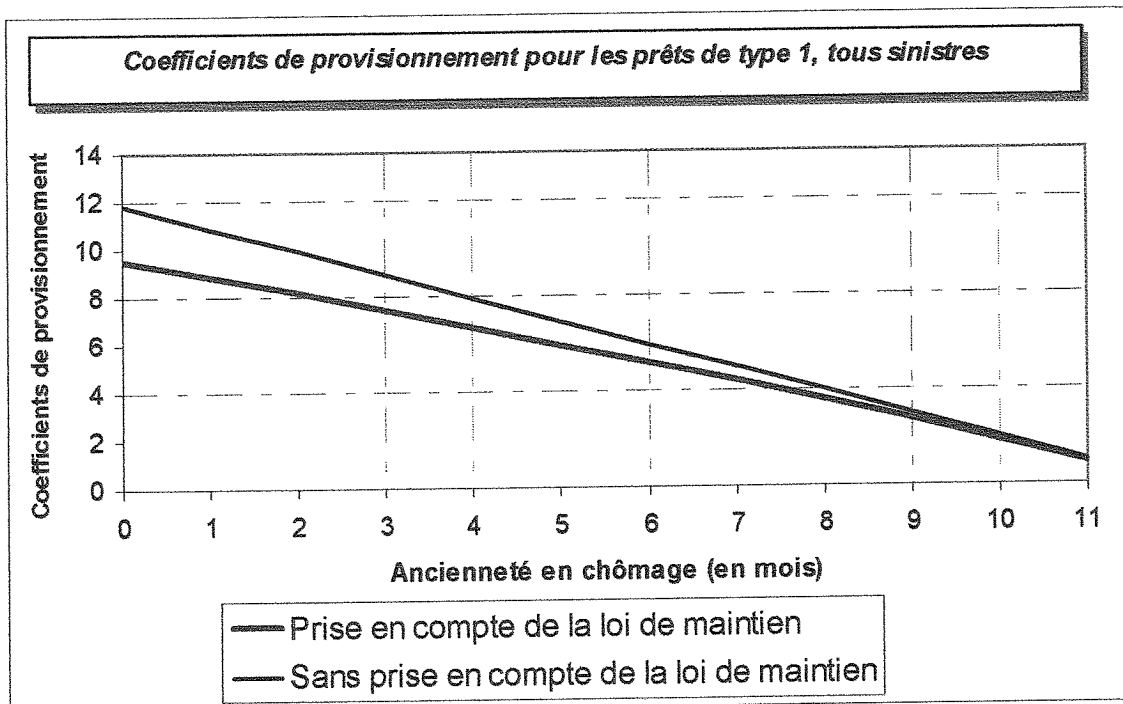
(1) Tous sinistres

(a) Prêts de type 1.

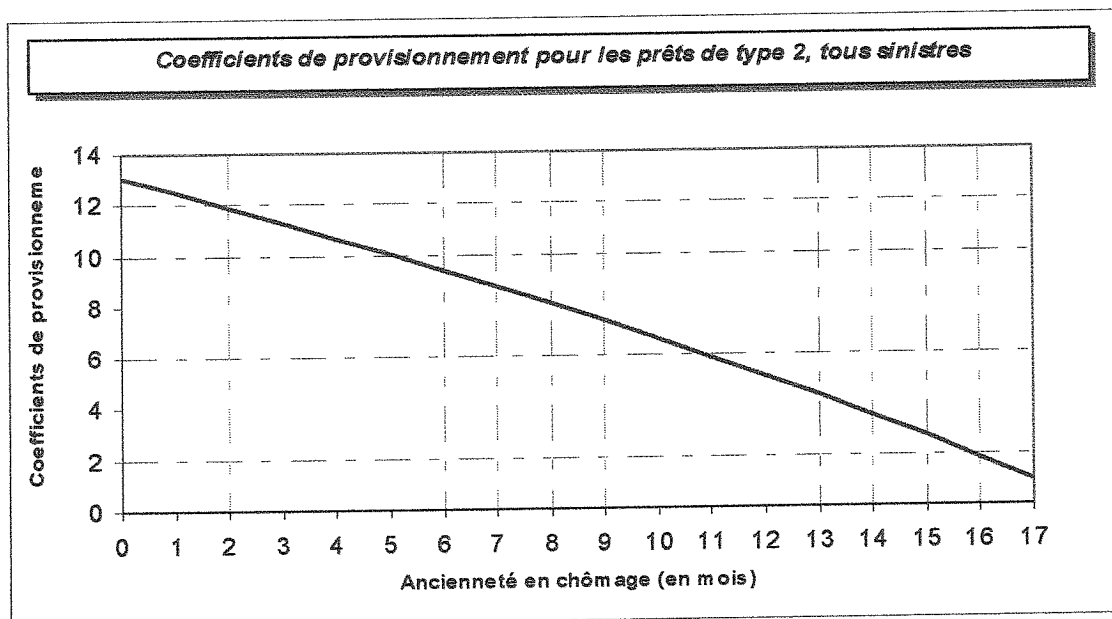


Commentaires :

- ↳ D'après ce graphe, pour un individu ayant une ancienneté de 0 mois en chômage, c'est-à-dire juste après la fin du délai de franchise, l'assureur doit provisionner un montant égal à environ 9,5 fois la mensualité, pour une durée maximale de 12 mois. Ceci correspond au montant probable actualisé que devra verser l'assureur à cet individu tout au long de la période de chômage de cet individu.
- ↳ On peut remarquer que plus l'ancienneté en chômage est grande, plus le coefficient de provisionnement est faible. Ceci est dû à la combinaison de deux facteurs :
- plus l'ancienneté est grande, moins l'assureur devra encore verser de mensualités. En d'autres termes, plus l'ancienneté est grande, plus on se rapproche du nombre maximum de mensualités indemnifiables.
 - Le nombre de personnes à qui l'assureur devra verser une indemnité diminue. On peut qualifier ce facteur d'effet de sortie.
- ↳ Certains assureurs provisionne la totalité de la durée résiduelle, sans tenir compte de l'effet de sortie, c'est-à-dire sans tenir compte de la loi de maintien. Le graphe suivant illustre le surprovisionnement auquel cela conduit.



(b) Prêts de type 2

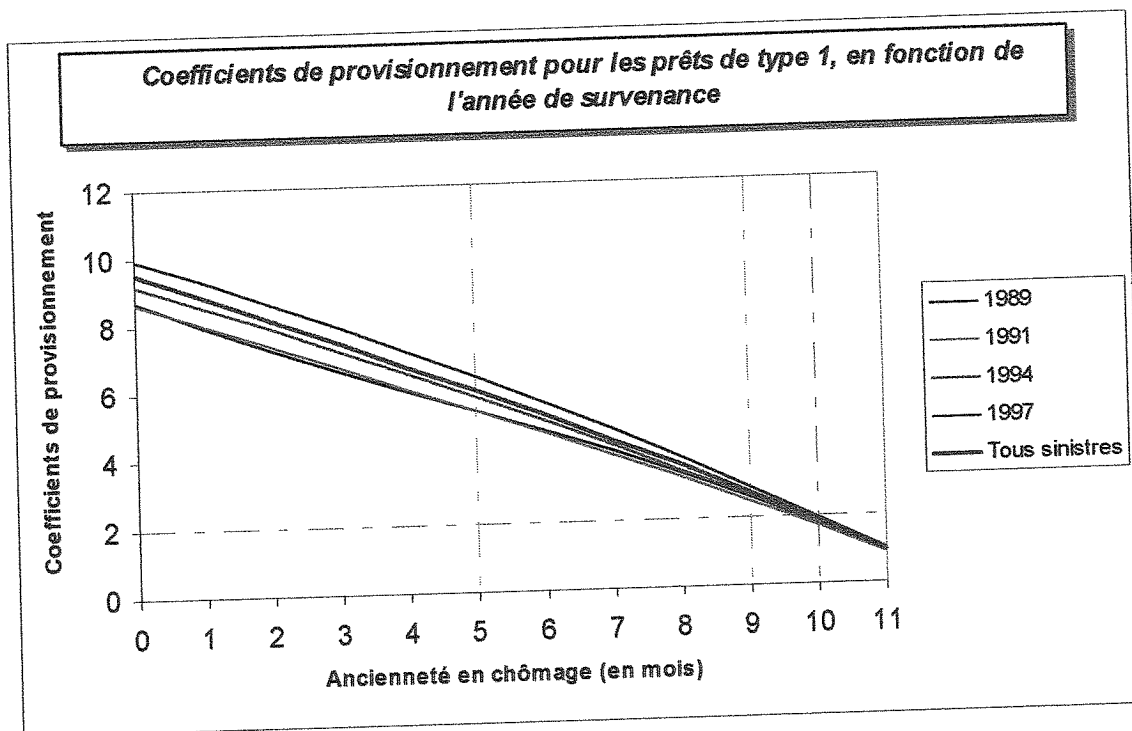


Commentaires :

- ↳ Dans le cadre des prêts de type 2, l'assureur devra provisionner un montant égal à environ 13 fois la mensualité pour un assuré ayant 0 mois d'ancienneté en chômage. Ce chiffre est supérieur à celui trouvé dans le cadre de prêts de type 1 car ici l'engagement de l'assureur est plus important.
- ↳ Comme pour les prêts de type 1, on peut remarquer que le coefficient de provisionnement diminue quand l'ancienneté en chômage augmente.

(2) Coefficients de provisionnement en fonction de l'année de survenance

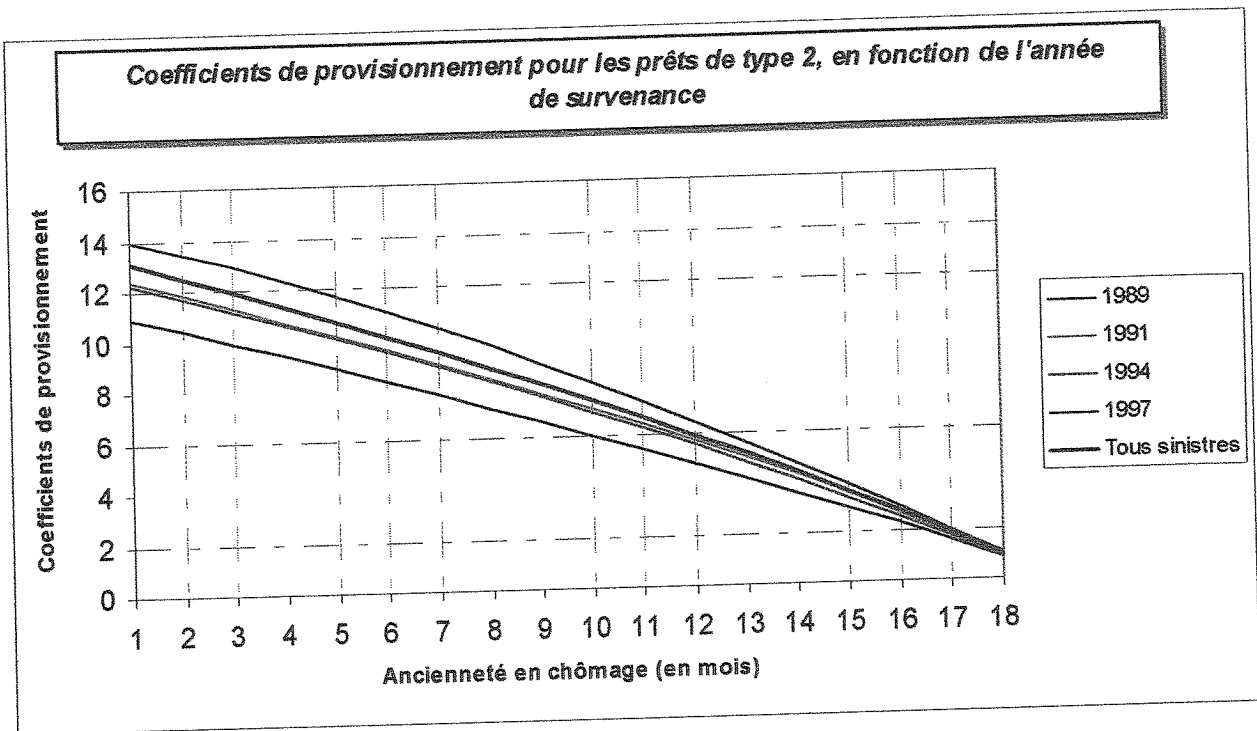
(a) Prêts de type 1.



Commentaires :

- ↳ L'utilisation de coefficients de provisionnement calculés en fonction de l'année de survenance permet de calculer une provision qui est plus représentative du portefeuille de sinistres.
- ↳ Plus l'année de survenance est récente, plus le coefficient de provisionnement est élevé. Ceci est bien en accord avec ce qui a été remarqué sur les lois de maintien, c'est-à-dire que plus l'année de survenance est récente, plus la période de chômage est longue et plus l'effet de sortie est faible.

(b) Prêts de type 2.

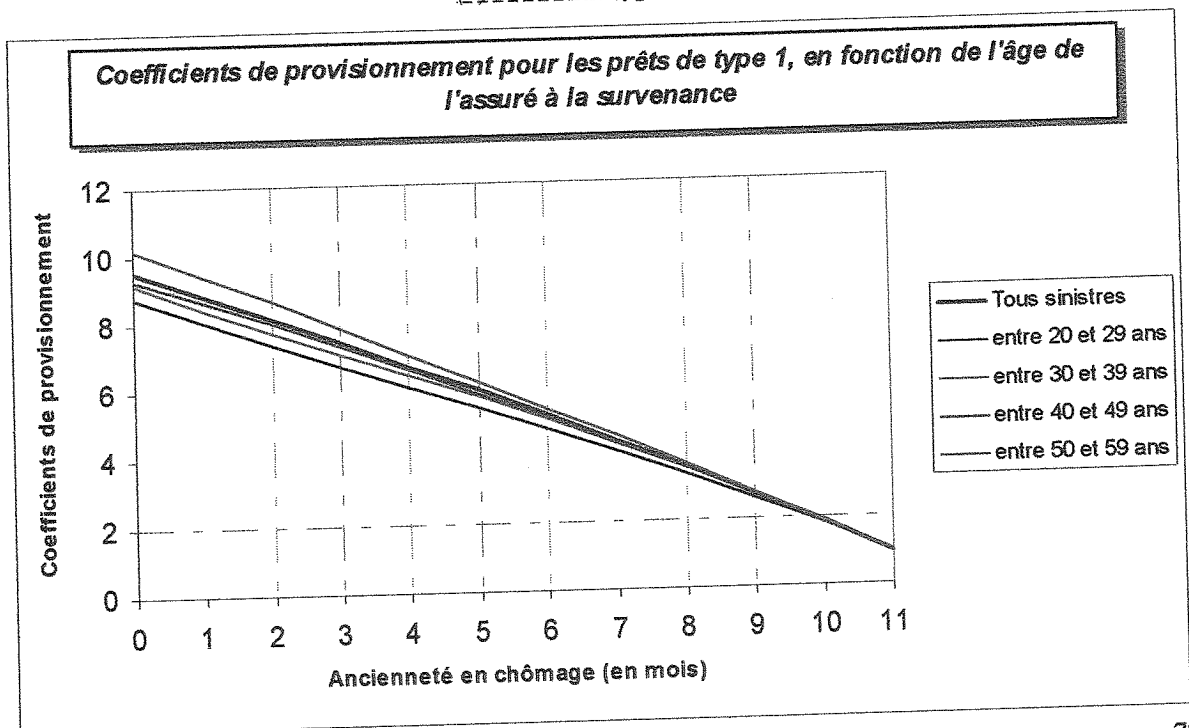


Commentaire :

On peut faire les mêmes remarques que dans le cadre des prêts de type 1.

(3) Coefficients de provisionnement en fonction de l'âge de l'assuré à la survenance

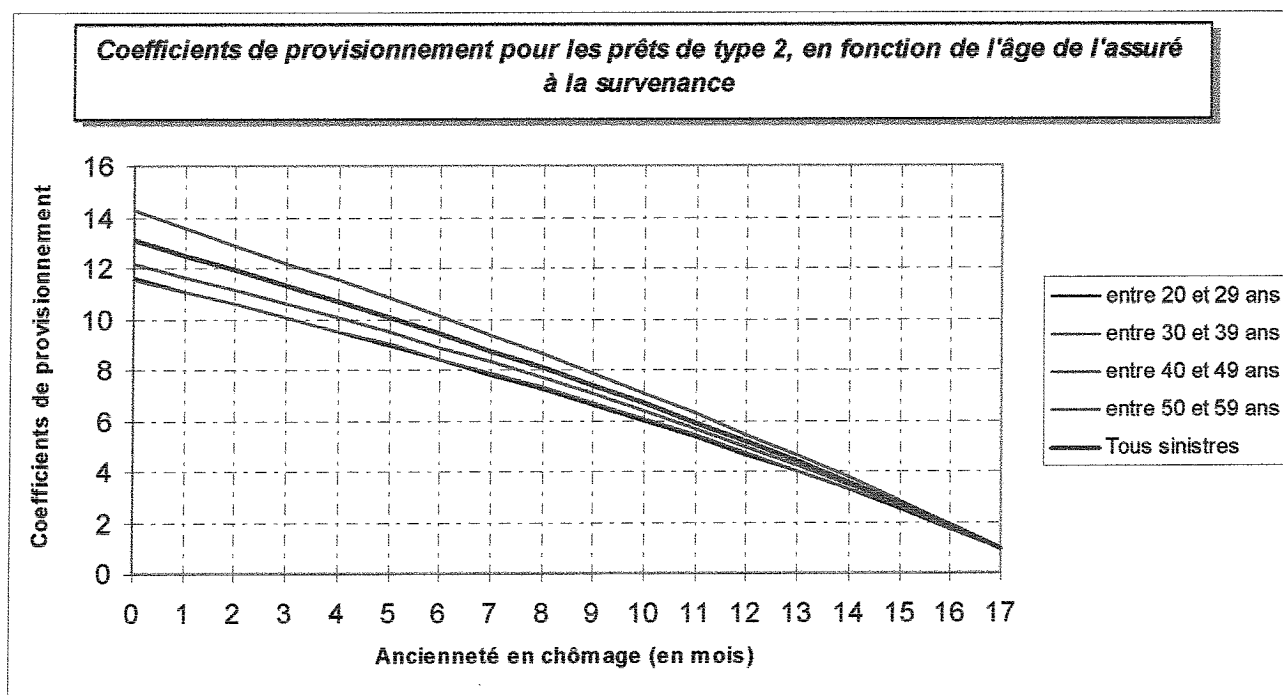
(a) Prêts de type 1.



Commentaires :

- ↪ Comme pour les coefficients calculés en fonction de l'année de survenance, l'utilisation des coefficients calculés en fonction de l'âge de l'assuré à la survenance permet d'obtenir une provision plus représentative de la réalité du portefeuille de sinistres.
- ↪ On peut remarquer que plus l'âge à la survenance est élevé, plus les coefficients de provisionnement sont élevés. Ceci est lié au fait que plus l'âge à la survenance est élevé, plus la période de chômage est longue. Donc plus l'âge à la survenance est élevé, plus l'effet de sortie est plus faible.

(b) Prêts de type 2



Commentaire :

On peut faire les mêmes remarques que dans le cadre des prêts de type 1.

3. Provision pour sinistres non encore connus

Ces sinistres sont encore appelés "sinistres tardifs" ou sinistres IBNR (Incured But Not Reported).

Le calcul de cette provision est basé sur l'étude des cadences de règlement ou du rapport Sinistres à Primes, et n'utilise pas les lois de maintien.

IV. GARANTIE **ARRET DE** **TRAVAIL**

Les garanties incapacité de travail et invalidité représentent les autres garanties proposées dans le contrat que nous avons étudié. Ces deux garanties ont été regroupées sous la garantie Arrêt de Travail.

Nous allons tout d'abord présenter les clauses classiquement rencontrées dans les contrats proposant ces garanties et exposer les travaux du Bureau Commun des Assurances Collectives. Ensuite, nous exposerons la loi de maintien établie. La méthode est la même que celle utilisée dans le cadre de la garantie Chômage.

Puis nous appliquerons cette loi au calcul des coefficients de provisionnement.

A. Présentation de la garantie Incapacité/Invalidité

Dans la première partie, nous avons vu que trois notions sont à distinguer :

- l'incapacité temporaire totale de travail,
- l'invalidité,
- l'invalidité absolue définitive.

1. Les clauses classiquement rencontrées

a) Le contrôle médical

Nous avons vu que l'adhésion des emprunteurs est soumise à des formalités médicales. Celles-ci peuvent prendre la forme d'une simple déclaration de bonne santé, d'un questionnaire médical ou d'une visite médicale, selon l'âge de l'emprunteur et les montants empruntés. De plus, lorsqu'une indemnisation est versée à un emprunteur, l'assureur se réserve le droit de contrôler l'état de santé de cet emprunteur.

b) Les délais de carence et de franchise

Comme pour la garantie chômage, le versement des prestations est soumis aux délais de carence et de franchise, qui ont été définis précédemment.

c) L'incapacité temporaire totale de travail

Elle est généralement définie comme l'incapacité résultant d'une maladie ou d'un accident, constatée médicalement et empêchant l'assuré de poursuivre son travail ou d'exercer une activité quelconque. L'assureur prend en charge les mensualités au-delà du délai de franchise. Les prestations sont versées jusqu'à la réalisation du premier des trois événements suivants :

- ✓ le prêt est totalement amorti,
- ✓ les prestations ont été versées pendant trois ans,
- ✓ l'assuré est reconnu en invalidité au cours des trois premières années.

Dans les deux derniers cas, les prestations d'incapacité cessent au profit des prestations en invalidité¹⁸. Le montant des prestations est parfois limité contractuellement.

d) L'invalidité

Les prestations versées sont souvent proportionnelles au taux d'invalidité reconnu à l'assuré. Ce taux est généralement déterminé à partir de l'invalidité fonctionnelle et de l'invalidité professionnelle. L'invalidité fonctionnelle représente l'invalidité physique. L'invalidité professionnelle permet de prendre en compte la gêne apportée par une invalidité physique à l'exercice d'une certaine profession.

¹⁸ On peut noter ici une différence fondamentale avec la garantie chômage. Dans le cadre des garanties incapacité-invalidité, la durée de versement des prestations n'est pas limitée contractuellement.

e) Risques exclus pour les garanties incapacité temporaire et invalidité permanente

Les garanties ne s'appliquent pas si l'arrêt de travail à pour cause :

- ✓ un accident ou une maladie causé intentionnellement par l'assuré ou résultant d'une tentative de suicide,
- ✓ une guerre,
- ✓ une maternité.

f) L'invalidité absolue définitive

Lorsqu'un assuré est reconnu en invalidité absolue définitive, l'assureur rembourse par anticipation le capital restant dû à la date d'entrée en invalidité absolue définitive.

Cependant, l'invalidité absolue définitive résultant des faits suivants n'est pas garantie :

- ✓ guerre,
- ✓ aggravation d'une invalidité partielle existant à la date de souscription,
- ✓ fait intentionnel de l'assuré,
- ✓ usage de stupéfiants à des fins autres que médicales.

2. Le Bureau Commun des Assurances Collectives

A deux reprises, le Bureau Commun de Assurances Collectives (BCAC) à fournir des lois de maintien en incapacité et en invalidité, ainsi que des coefficients de provisionnement. Ces barèmes ont été proposés au Pouvoir Public et ont été la base d'arrêtés obligeant les compagnies d'assurance à les utiliser pour effectuer leurs calculs de provisions.

a) « Ancien BCAC »

Les lois dites de l'ancien BCAC ont été établies en 1968. La définition de l'incapacité utilisée était la suivante : lors de la première année de l'arrêt de travail, les assurés étaient considérés en incapacité. Puis à la fin de la première année, les assurés passaient tous de l'état d'incapacité à l'état d'invalidité. Le classement en incapacité ou en invalidité était donc indépendant du classement de la sécurité sociale.

Le BCAC a établi des lois de maintien en incapacité, en invalidité ainsi que des coefficients de provisionnement pour rente en cours en incapacité et en invalidité.

b) « Nouveau BCAC »

Les barèmes du BCAC ont été mis à jour en 1996. Le classement en incapacité ou en invalidité est celui de la sécurité sociale. Ainsi, au cours des trois premières années de l'arrêt de travail, l'assuré est considéré en incapacité, sauf si un médecin de la sécurité sociale le déclare en invalidité. Tous les assurés encore en arrêt de travail au bout de trois ans sont considérés automatiquement en invalidité, comme le fait la sécurité sociale.

Le BCAC a donc établi trois tables :

- ✓ table de maintien en incapacité (de 0 à 36 mois),
- ✓ table de maintien en invalidité (au-delà de 36 mois),
- ✓ table de passage de l'incapacité à l'invalidité (de 0 à 36 mois).

Le BCAC a également établi trois types de coefficients de provisionnement servant au calcul :

- ✓ d'une provision correspondant aux prestations d'incapacité,

- ✓ d'une provision dite de «rente en attente » relatives aux rentes d'invalidité susceptibles d'intervenir ultérieurement au titre des sinistres d'incapacité en cours à la date du calcul de cette provision,
- ✓ d'une provision correspondant aux prestations d'invalidité.

Remarques :

↳ Pour le calcul du provisionnement dans le cadre des contrats emprunteurs, il est vivement conseillé aux compagnies d'assurance utiliser les lois de l'ancien BCAC.

↳ Les compagnies d'assurance peuvent utiliser une table d'expérience si celle-ci est certifiée par un actuaire indépendant.

↳ Le montant provisionné grâce aux lois du nouveau BCAC est supérieur de 15 à 20% au montant provisionné grâce aux lois de l'ancien BCAC, sur une population de salariés. Sur une population d'emprunteurs, l'écart est réduit à 10% environ.

B. Loi de maintien

Nous avons établi une loi de maintien en arrêt de travail à partir d'une base de données représentant les portefeuilles de plusieurs banques françaises. La méthode est la même que pour les lois de maintien en chômage. Le délai de franchise est également de trois mois.

1. Données complètes et données incomplètes

De la même façon, nous avons séparé les sinistres en deux catégories en fonction du motif ayant entraîné la fin de l'indemnisation.

Catégorie 1 : sinistres pour lesquels la durée d'incapacité a été totalement observée :

- ❑ sinistres pour lesquels l'indemnisation a pris fin car l'assuré a repris une activité professionnelle ou a été déclaré apte à le faire,
- ❑ sinistres pour lesquels l'assuré a atteint l'âge de la retraite,
- ❑ sinistres pour lesquels l'assuré est décédé ou a été déclaré en invalidité absolue définitive,
- ❑ sinistres pour lesquels l'assuré n'a pas donné de nouvelles depuis plus de six mois.

Catégorie 2 : sinistres pour lesquels la durée d'incapacité n'a pas été totalement observée :

- ❑ sinistre pour lesquels l'indemnisation a pris fin suite à la fin du prêt.

2. Loi de maintien brute

Les données dont nous disposons ne nous ont pas permis d'établir une loi de maintien en incapacité, puis une loi de maintien en invalidité. Nous avons donc étudié une loi de maintien arrêt de travail, qui regroupe l'incapacité et l'invalidité.

Pour les mêmes raisons, il ne nous a pas été possible d'établir des lois de maintien en fonction de l'âge à la survenance, ni en fonction de l'année de survenance. Nous avons donc seulement établi une loi de maintien générale.

Dans le cadre de la garantie Arrêt de travail, il n'est pas nécessaire de faire la distinction entre les prêts de type 1 et les prêts de type 2 car les prestations sont les mêmes pour tous les prêts.

Le tableau suivant présente les taux de sortie bruts et la loi de maintien brute qui en découle, déterminée à partir de l'estimateur de KAPLAN-MEIER.

<i>Taux de sortie bruts et loi de maintien brute</i>		
<i>Ancienneté en arrêt de travail (en mois)</i>	<i>Taux de sortie</i>	<i>Effectif présent en début de période</i>
3	3.50%	10 000
4	6.32%	9 650
5	9.00%	9 040
6	9.00%	8 226
7	7.48%	7 486
8	8.15%	6 926
9	7.97%	6 361
10	6.37%	5 855
11	8.38%	5 482
12	6.96%	5 022
24	3.69%	2 703
36	3.81%	1 796
48	3.89%	1 236
60	3.17%	883
72	5.03%	598
84	1.25%	452
96	8.33%	388
108	0.00%	183

Commentaire :

Ainsi, lorsque le délai de franchise est de trois mois, la durée en arrêt de travail dépasse 12 mois pour 50% des individus.

3. Lissage de la loi par une méthode paramétrique

Nous avons ensuite lissé les taux de sortie bruts et la loi de maintien brute obtenus. Pour cela, nous avons adapté la méthode de Makeham en utilisant 78 données.

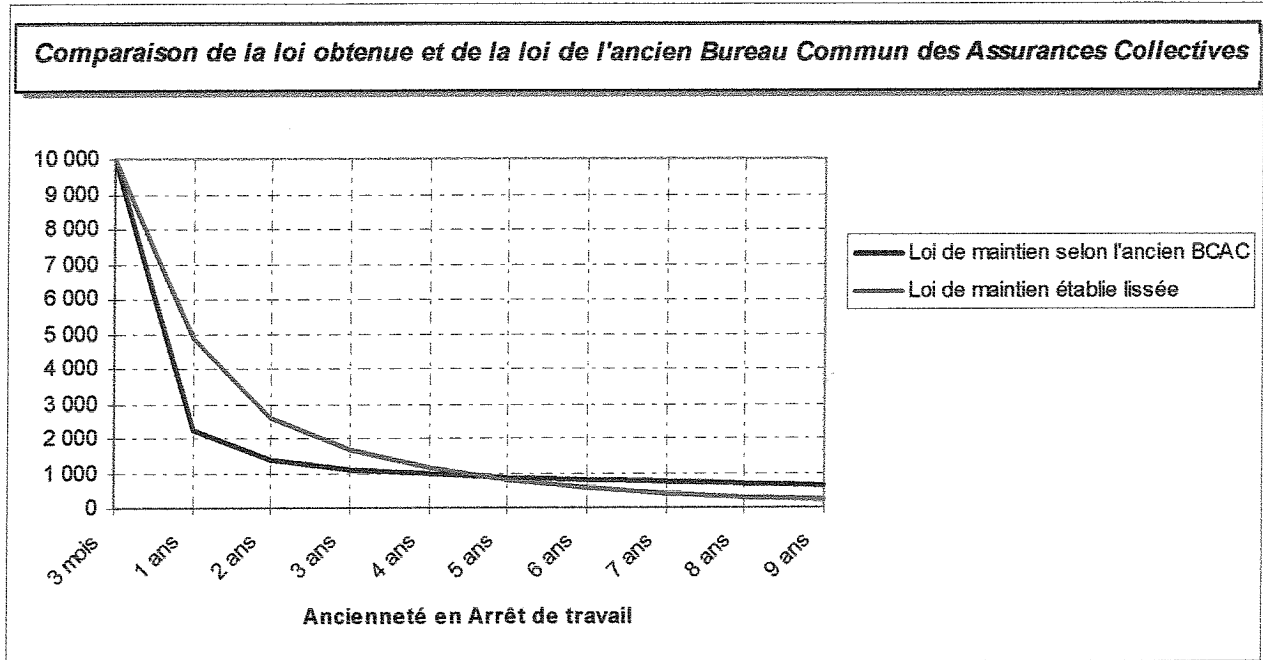
Le tableau suivant présente les résultats.

<i>Taux de sortie lissés et loi de maintien lissée</i>		
<i>Ancienneté en arrêt de travail (en mois)</i>	<i>Taux de sortie</i>	<i>Effectif présent en début de période</i>
3	9.08%	10 000
4	8.66%	9 092
5	8.28%	8 305
6	7.92%	7 617
7	7.58%	7 014
8	7.26%	6 483
9	6.96%	6 012
10	6.68%	5 593
11	6.42%	5 219
12	6.18%	4 884
24	4.21%	2 588
36	3.32%	1 637
48	2.91%	1 121
60	2.73%	796
72	2.64%	574
84	2.60%	417
96	2.59%	305
108	2.58%	223

Nous avons utilisé 78 valeurs pour lisser les taux de sortie bruts. Le quantile à 97,5% de la loi du Khi-2 à 74 degrés de liberté est 52,10. La valeur de S est 0,30. L'ajustement est donc valable.

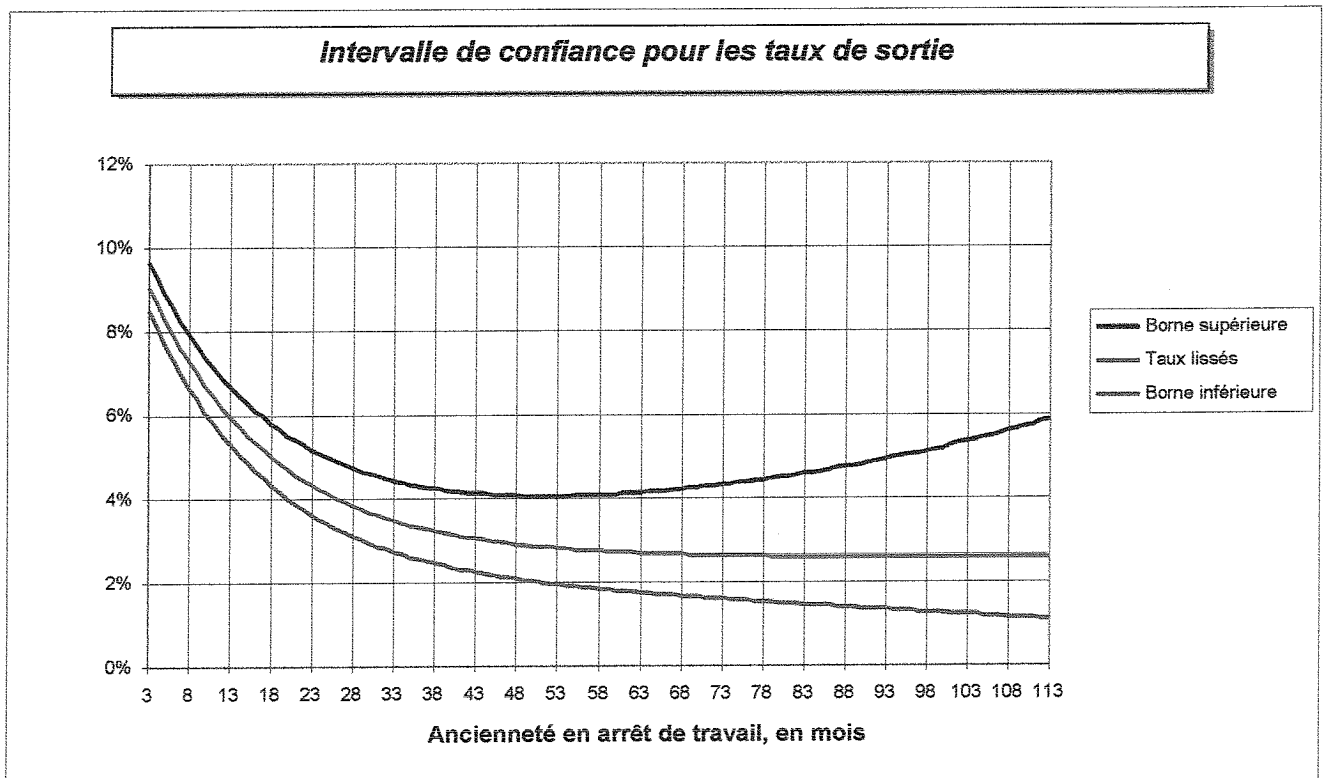
4. Comparaison de la loi obtenue avec celle du BCAC

Nous avons comparé la loi obtenue à l'ancienne loi mise en place par le Bureau Commun des Assurances Collectives.



5. Intervalle de confiance pour les taux de sortie

De même que pour les taux de sortie en chômage, nous avons calculé un intervalle de confiance pour les taux de sortie en arrêt de travail.



C. Provisionnement

La loi de maintien est utilisée pour calculer des coefficients de provisionnement en fonction de l'ancienneté en arrêt de travail et en fonction de la durée restante maximale possible.

Dans le cadre de la garantie Arrêt de travail, nous avons vu que la durée de versement des prestations n'est pas limitée. C'est la raison pour laquelle le pourcentage de sinistres pour lesquels l'indemnisation cesse suite à l'arrivée au terme du prêt est important.

Cette durée restante maximale possible a donc plus d'impact dans le cadre de la garantie Arrêt de travail que dans le cadre de la garantie Chômage.

1. Méthode de calcul

Pour une ancienneté en arrêt de travail a et une durée maximale restante d , nous calculons :

- la probabilité $P_{a,j}$ que la durée résiduelle soit égale à j , pour $j \in [1, d]$:

$$\text{pour } j \in [1, d - 1] \quad P_{a,j} = \frac{l_{a+j} - l_{a+j+1}}{l_a}$$

$$\text{et } P_{a,d} = \frac{l_{a+d}}{l_a}$$

où l_k est le nombre d'individus encore en arrêt de travail au début de la période k , parmi un effectif fixé en $t=0$.

- le coefficient $c_{a,j}$ attaché à cette durée résiduelle j :

$$c_{a,j} = \sum_{k=1}^j v^k$$

$$\text{où } v = \frac{1}{1+i}, \quad i \text{ étant le taux technique}$$

On devra donc provisionner

- ✓ le montant $c_{a,j} \times m$ avec une probabilité $P_{a,j}$ pour une ancienneté en arrêt de travail a et pour $j \in [1, d - 1]$,
- ✓ le montant $c_{a,d} \times m$ avec une probabilité $P_{a,d}$ pour une ancienneté en arrêt de travail a et pour une durée résiduelle égale à la durée restante maximale.

A partir du calcul de ces probabilités et de ces coefficients, on peut calculer l'espérance et l'écart-type des coefficients $c_{a,d}$:

$$\checkmark \text{ l'espérance : } E(c_{a,d}) = \sum_{j=1}^d P_{a,j} \times c_{a,j},$$

$$\checkmark \text{ l'écart-type : } \sigma(c_{a,d}) = \sqrt{\sum_{j=1}^d P_{a,j} \times c_{a,j}^2 - E(c_{a,d})^2}.$$

2. Résultats

Pour une ancienneté en arrêt de travail et une durée restante possible maximale, nous avons calculé l'espérance et l'écart-type des coefficients de provisionnement. Ces calculs ont d'abord été effectués en utilisant l'ancienne loi établie par le BCAC puis en utilisant la loi lissée établie à partir du portefeuille étudiée.

Le taux technique annuel est 2,5%.

Hypothèses :	
Taux technique	2,5%
Loi de maintien utilisée	Ancien BCAC (1)

Ancienneté en arrêt de travail	Durée résiduelle maximale		
	5 ans	9 ans	12 ans
1 an	Espérance = 2,1 Ecart-type = 2,1	Espérance = 3,1 Ecart-type = 3,4	Espérance = 3,7 Ecart-type = 4,3
3 ans	Espérance = 3,5 Ecart-type = 1,7	Espérance = 5,3 Ecart-type = 3,1	Espérance = 6,2 Ecart-type = 4,0
5 ans	Espérance = 3,8 Ecart-type = 1,4	Espérance = 5,9 Ecart-type = 2,8	Espérance = 7,0 Ecart-type = 3,7

(1) loi de maintien en incapacité et en invalidité combinée, avec un délai de franchise de 3 mois

La loi que nous avons établi est une loi de maintien sur 9 ans.

Hypothèses :	
Taux technique	2,5%
Loi de maintien utilisée	Loi établie

Ancienneté en arrêt de travail	Durée résiduelle maximale		
	1 an	3 ans	4 ans
2 ans	Espérance = 0,6 Ecart-type = 0,4	Espérance = 1,3 Ecart-type = 1,2	Espérance = 1,7 Ecart-type = 1,6
3 ans	Espérance = 0,7 Ecart-type = 0,4	Espérance = 1,5 Ecart-type = 1,4	Espérance = 1,7 Ecart-type = 1,5
5 ans	Espérance = 0,7 Ecart-type = 0,4	Espérance = 1,6 Ecart-type = 1,2	Espérance = 1,8 Ecart-type = 1,5

Les lois de maintien établies par le Bureau Commun des Assurances Collectives sont présentées en Annexe 6.

CONCLUSION

Dans le cadre de la garantie chômage, il n'existe pas de lois de maintien établies par un organisme que la réglementation pousse à utiliser, comme c'est le cas pour les tables de mortalité et les lois de maintien en arrêt de travail. Il est donc important pour chaque assureur offrant une garantie chômage d'établir des lois de maintien afin de mieux connaître ses engagements probables et de calculer une provision qui soit la plus représentative possible de ceux-ci. Les données dont j'ai pu me servir m'ont donné la possibilité d'établir des lois de maintien selon plusieurs critères. J'aurais cependant souhaité pouvoir approfondir mes travaux en calculant des lois de maintien par catégorie socioprofessionnelle ou par région de résidence par exemple. De plus, les données basées sur la population saine, c'est-à-dire celle n'ayant connu aucun sinistre, m'auraient permis de calculer des taux d'entrée en chômage.

Les lois de maintien utilisent des données relativement récentes. Cependant, la garantie chômage est fortement liée à la conjoncture économique. Ces lois doivent donc être recalculées régulièrement. Ceci explique peut être en partie pourquoi il n'y a pas de lois de maintien en chômage certifiées.

On peut retenir les conclusions principales de l'étude menée dans ce mémoire sur la garantie chômage.

Elle a permis de montrer que plus l'assuré est jeune à la date de la survenance du sinistre, plus la durée de chômage est courte. D'autre part, plus l'année de survenance est ancienne, plus la période de chômage est courte. Ces conclusions sont proches de celles tirées par des organismes étudiant le chômage au niveau de la population française en entier.

Pour 67% des individus ayant souscrit un prêt de type 1, et connaissant une période de chômage au cours de celui-ci, cette période dépasse 12 mois. Dans le cadre des prêts de type 2, pour 55% des individus connaissant une période de chômage au cours du prêt, celle-ci dépasse 18 mois.

Enfin, le coefficient de provisionnement à la fin du délai de franchise est proche de 9 pour les prêts de type 1 et de 13 pour les prêts de type 2.

Dans le cadre de la garantie arrêt de travail, nous avons établi une loi de maintien générale. Cependant, faute de données assez précises, je n'ai pas pu mener une étude aussi fine que dans le cadre de la garantie chômage. Une prochaine étape serait de l'effectuer.

On peut retenir que la loi que nous avons établie conduit à une durée de maintien en arrêt de travail supérieure à celle donnée par les lois du Bureau Commun des Assurances Collectives. D'après la loi que nous avons établie, 50% des individus ont une durée en arrêt de travail qui dépasse 12 mois, si le délai de franchise est de 3 mois.

Dans ce mémoire, nous avons appliqué les lois de maintien au calcul des coefficients de provisionnement. Il existe d'autres utilisations de ces lois, comme par exemple la mise en place de comptes d'exploitation prévisionnels, ce qui pourrait être une suite à ce mémoire.

BIBLIOGRAPHIE

Mémoires d'actuariat

- Jérôme NEBOUT « La gestion technique des risques incapacité et invalidité. Modèle d'évaluation du coût des risques incapacité et invalidité. Construction d'une table de tarification » (EURIA 1996)
- Isabelle KATKOFF et Françoise RANSAC « Lois de maintien et provisions Arrêt de Travail dans les contrats collectifs d'emprunteurs » (CEA 1994)
- Dominique FOUCART « L'assurance chômage dans les assurances de groupe » (CNAM 1993)
- Arnaud LHERBIERE « Estimation du taux d'entrée en arrêt de travail » (ISUP 1997)
(en ce qui concerne le modèle de Makeham)
- Erwan ABIVEN « Modélisation du calcul de la provision pour risques croissants sur la garantie décès d'un contrat emprunteur » (EURIA 1999)
(en ce qui concerne la définition de la provision pour risques croissants)
- Aberharim JANANI « Construction d'une table d'expérience sur une population adhérente à un régime de retraite marocain » (ISUP 1999)
(en ce qui concerne les intervalles de confiance)

Ouvrages

- Code des Assurances (ARGUS 1999)
- Lamy Protection Sociale (LAMY 1999)
- Lamy Assurances (LAMY 1999)
- «Normes et réglementations comptables»; Collection Assurance-Vie, Comptabilité, Gestion, Finance ; Béfec/Price Waterhouse ; Edition l'Argus
- « Barème Social Périodique », Liaison sociale, Editions trimestrielles de juillet 1992 à décembre 1999
- Pierre PETAUTON « Théorie et pratique de l'assurance-vie », 2° Edition, DUNOD, 1996
(en ce qui concerne les tables de mortalité, l'estimateur de Kaplan-Meier et le modèle de Makeham)
- Gilbert SAPORTA « Probabilités, analyse de données et statistiques », Edition Technip, 1990
(en ce qui concerne les tests de validité d'ajustement, les lois de Bernouilli et les lois binomiales, les intervalles de confiance, le théorème central limite)

Articles et publications

- Notes du séminaire organisé par l'ISFA : « Tables de maintien en Incapacité/Invalidité », présentée par D.SERANT, janvier 1995
- Dossier juridique et technique de l'Argus : « Lien entre l'assurance et le prêt », Cahier 2 n° 6674 du 25 février 2000, pages III et VII
- Argus : « La CNP conclu un accord original avec le Crédit Immobilier de France », 20 mars 1998, page 12.
- Dictionnaire Permanent Assurances, Editions législatives, mise à jour 2000. (article concernant les contrats emprunteurs, G.CROSET)

ANNEXES

Annexe 1 : Table de mortalité utilisée

Annexe 2 : Allocations chômage versées par l'A.S.S.E.D.I.C.

Annexe 3 : Estimateur de Kaplan-Meier

Annexe 4 : Calcul des bornes de l'intervalle de confiance

Annexe 5 : Intervalle de confiance : tableaux numériques

Annexe 6 : Lois de maintien en incapacité et en invalidité calculées
par le Bureau Commun des Assurances Collectives

***TABLE DE
MORTALITE
UTILISEE***

A. Table de mortalité annuelle

La table TD 88/90 est la table de mortalité construite par l'Institut National de la Statistique et des Etudes Economiques (INSEE) à partir de l'observation de la population masculine française entre 1988 et 1990.

La table TV 88/90 est la table de mortalité construite par l'INSEE à partir de l'observation de la population féminine française sur la même période.

Notons

- $q_x^{TD88/90}$ le taux de mortalité selon la table TD 88/90 d'un individu d'âge x ,
- $q_x^{TV88/90}$ le taux de mortalité selon la table TV 88/90 d'un individu d'âge x ,
- $q_x^{utilisé}$ le taux de mortalité que nous avons utilisé pour un individu d'âge x .

Le taux de mortalité utilisé est obtenu de la façon suivante :

$$q_x^{utilisé} = 80\% \cdot (50\% \cdot q_x^{TD88/90} + 50\% \cdot q_x^{TV88/90})$$

Remarques :

- ↪ L'abattement de 20% permet de tenir compte :
 - ✓ de l'allongement de la durée de vie depuis 1988,
 - ✓ des spécificités de la population d'emprunteurs observée par rapport à la population ayant servie de base à la construction des tables de mortalité TD 88/90 et TV 88/90. En effet, les emprunteurs sont en grande partie des cadres, dont la durée de vie est généralement plus longue que celle de l'ensemble de la population.
- ↪ Ce calcul du taux de mortalité utilisé suppose que l'échantillon est composé d'autant d'hommes que de femmes.

Les taux de mortalité annuels selon les tables TD 88/90, TV 88/90 et ceux utilisés sont présentés dans le tableau suivant, ainsi que la table de mortalité annuelle utilisée qui découle des taux de mortalité utilisés.

Age	q _x			l _x calculés à partir de la table utilisée
	TD 88/90	TV 88/90	Taux utilisés	
0	0.87%	0.65%	0.61%	100 000
1	0.07%	0.06%	0.05%	99 392
2	0.05%	0.03%	0.03%	99 340
3	0.03%	0.03%	0.02%	99 308
4	0.03%	0.02%	0.02%	99 285
5	0.03%	0.02%	0.02%	99 265
6	0.02%	0.02%	0.02%	99 246
7	0.02%	0.02%	0.01%	99 229
8	0.02%	0.02%	0.01%	99 214
9	0.02%	0.02%	0.01%	99 200
10	0.02%	0.02%	0.02%	99 185
11	0.02%	0.02%	0.01%	99 170
12	0.02%	0.02%	0.01%	99 155
13	0.03%	0.02%	0.02%	99 140
14	0.03%	0.02%	0.02%	99 122
15	0.05%	0.02%	0.03%	99 101
16	0.06%	0.03%	0.04%	99 073
17	0.09%	0.03%	0.05%	99 037
18	0.12%	0.04%	0.06%	98 989
19	0.13%	0.04%	0.07%	98 926
20	0.14%	0.05%	0.08%	98 857
21	0.15%	0.05%	0.08%	98 782
22	0.16%	0.04%	0.08%	98 704
23	0.16%	0.05%	0.08%	98 623
24	0.16%	0.05%	0.08%	98 543
25	0.15%	0.05%	0.08%	98 462
26	0.16%	0.05%	0.08%	98 381
27	0.16%	0.06%	0.08%	98 299
28	0.16%	0.05%	0.09%	98 215
29	0.16%	0.06%	0.09%	98 132
30	0.17%	0.06%	0.09%	98 045
31	0.17%	0.06%	0.10%	97 955
32	0.18%	0.07%	0.10%	97 862
33	0.19%	0.07%	0.11%	97 766
34	0.20%	0.08%	0.11%	97 662
35	0.21%	0.09%	0.12%	97 552
36	0.22%	0.09%	0.13%	97 435
37	0.24%	0.10%	0.13%	97 312
38	0.25%	0.11%	0.14%	97 180
39	0.26%	0.12%	0.15%	97 041
40	0.28%	0.12%	0.16%	96 893
41	0.31%	0.13%	0.18%	96 734
42	0.33%	0.15%	0.19%	96 562
43	0.38%	0.16%	0.22%	96 376
44	0.41%	0.18%	0.23%	96 169
45	0.44%	0.19%	0.25%	95 944
46	0.47%	0.20%	0.27%	95 702
47	0.50%	0.21%	0.29%	95 445
48	0.55%	0.23%	0.31%	95 172
49	0.61%	0.25%	0.34%	94 876
50	0.67%	0.28%	0.38%	94 550
51	0.73%	0.30%	0.41%	94 193
52	0.80%	0.33%	0.45%	93 804
53	0.88%	0.35%	0.49%	93 380
54	0.96%	0.36%	0.53%	92 922
55	1.06%	0.39%	0.58%	92 429

Annexe 1 : table de mortalité utilisée

Age	q _x			I _x calculés à partir de la table utilisée
	TD 88/90	TV 88/90	Taux utilisés	
56	1.14%	0.43%	0.63%	91 893
57	1.23%	0.46%	0.68%	91 316
58	1.34%	0.50%	0.74%	90 699
59	1.44%	0.53%	0.79%	90 030
60	1.57%	0.57%	0.86%	89 318
61	1.69%	0.62%	0.92%	88 554
62	1.81%	0.67%	0.99%	87 736
63	1.94%	0.73%	1.07%	86 865
64	2.06%	0.79%	1.14%	85 937
65	2.20%	0.85%	1.22%	84 956
66	2.34%	0.93%	1.31%	83 920
67	2.53%	1.03%	1.42%	82 825
68	2.74%	1.15%	1.55%	81 646
69	2.97%	1.27%	1.69%	80 378
70	3.21%	1.41%	1.85%	79 018
71	3.55%	1.58%	2.05%	77 559
72	3.87%	1.77%	2.26%	75 966
73	4.24%	1.99%	2.49%	74 251
74	4.61%	2.25%	2.74%	72 401
75	5.08%	2.55%	3.05%	70 415
76	5.55%	2.87%	3.37%	68 267
77	6.15%	3.27%	3.77%	65 968
78	6.80%	3.73%	4.21%	63 484
79	7.49%	4.30%	4.71%	60 808
80	8.24%	4.91%	5.26%	57 941
81	9.23%	5.62%	5.94%	54 894
82	10.14%	6.45%	6.64%	51 635
83	11.15%	7.30%	7.38%	48 208
84	12.26%	8.24%	8.20%	44 650
85	13.41%	9.31%	9.09%	40 990
86	14.61%	10.42%	10.01%	37 264
87	16.09%	11.65%	11.10%	33 533
88	17.75%	13.08%	12.33%	29 811
89	19.23%	14.63%	13.55%	26 136
90	20.78%	16.31%	14.84%	22 595
91	22.52%	18.09%	16.24%	19 243
92	24.52%	19.92%	17.78%	16 117
93	26.18%	21.68%	19.15%	13 252
94	27.90%	23.67%	20.63%	10 715
95	29.37%	25.39%	21.90%	8 504
96	31.80%	27.72%	23.81%	6 641
97	33.63%	29.28%	25.17%	5 060
98	38.78%	29.46%	27.30%	3 787
99	41.94%	32.28%	29.69%	2 753
100	44.87%	35.02%	31.96%	1 936
101	47.59%	37.67%	34.10%	1 317
102	51.32%	40.23%	36.62%	868
103	54.05%	42.74%	38.72%	550
104	58.82%	44.88%	41.48%	337
105	71.43%	47.79%	47.69%	197
106	100.00%	49.15%	59.66%	103
107	100.00%	53.33%	61.33%	42
108	100.00%	57.14%	62.86%	16
109	100.00%	66.67%	66.67%	6
110	100.00%	100.00%	80.00%	2

Annexe 1 : table de mortalité utilisée

Comparaison des taux de mortalité d'après plusieurs tables de mortalité

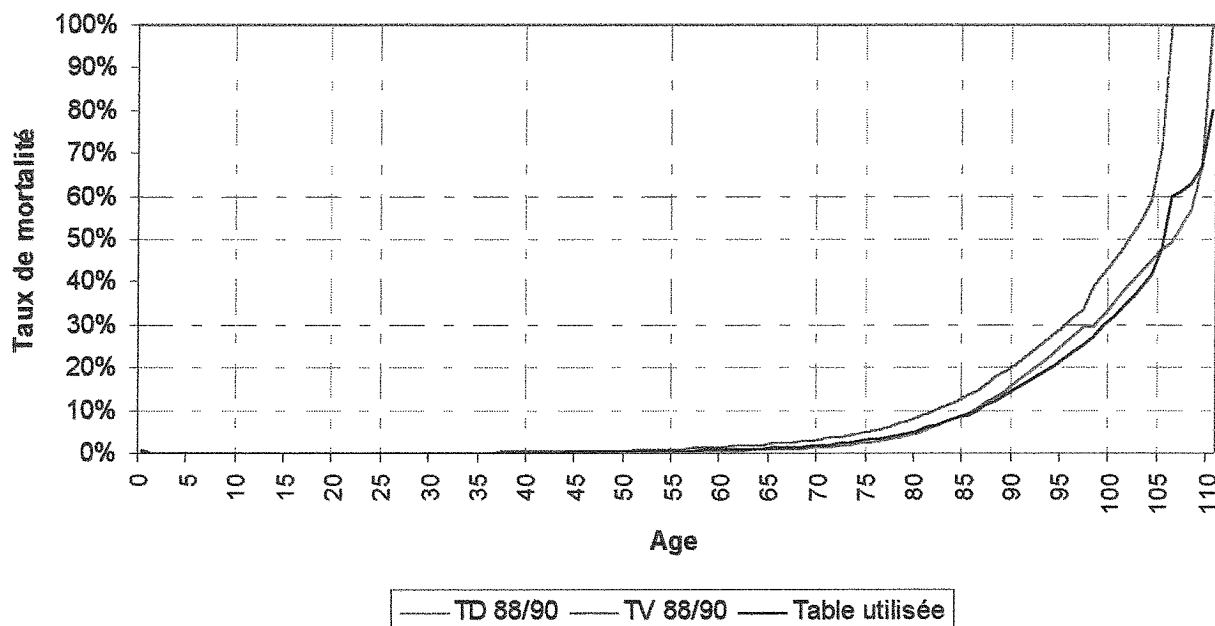
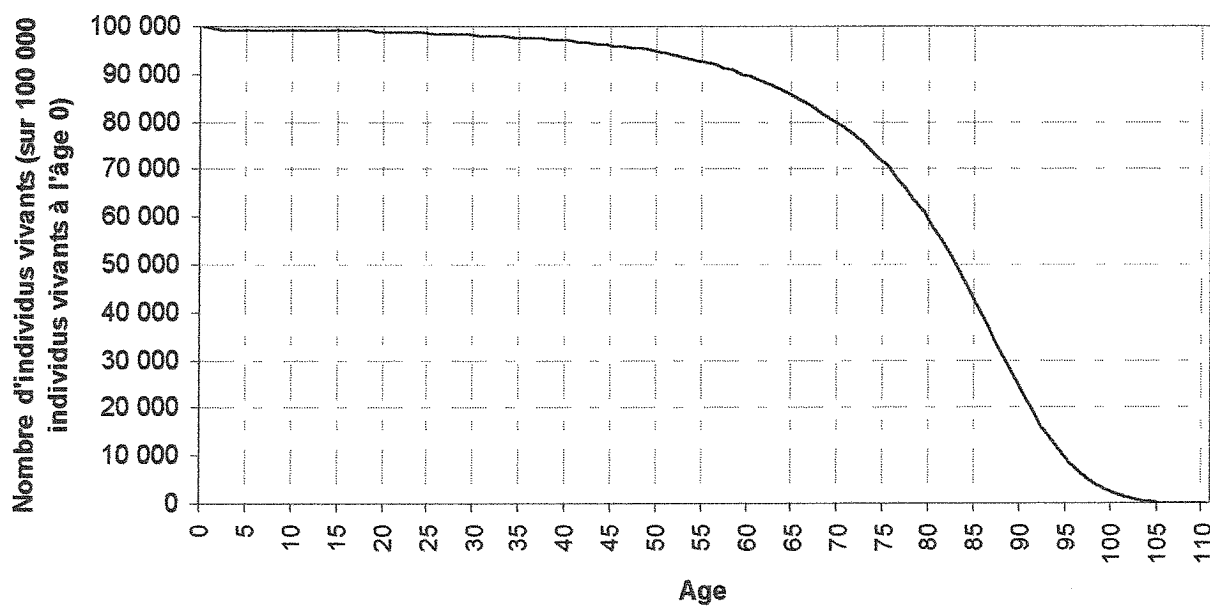


Table de mortalité utilisée



B. Taux de mortalité mensuels

Soient q_x^{an} le taux de mortalité annuel d'un individu d'âge x ,

$q_x^{mensuel}$ le taux de mortalité mensuel d'un individu dont la partie entière de l'âge est x .

On a :

$$q_x^{mensuel} = 1 - (1 - q_x^{an})^{1/12}$$

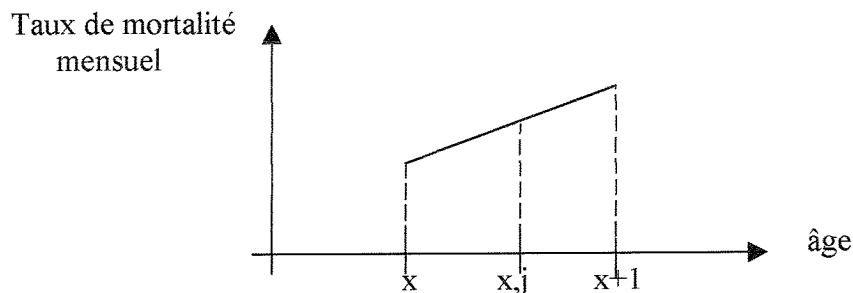
Soit $q_{x,j}^{mensuel}$ le taux de mortalité mensuel d'un individu âgé de x ans et j mois.

Note : $q_{x,0}^{mensuel} = q_x^{mensuel}$

On a :

$$q_{x,j}^{mensuel} = q_x^{mensuel} + \frac{j}{12} \times (q_{x+1}^{mensuel} - q_x^{mensuel})$$

Ce mode de calcul signifie que l'on passe de façon linéaire d'un taux de mortalité mensuel correspondant à l'âge x au taux de mortalité mensuel correspondant à l'âge $(x+1)$.



***ALLOCATIONS
CHOMAGE
VERSEES PAR
L'A.S.S.E.D.I.C.***

L'indemnisation de l'assureur est conditionnée par le fait que l'assuré perçoive des allocations de l'ASSociation pour l'Emploi Dans l'Industrie et le Commerce (A.S.S.E.D.I.C.) ou d'un organisme équivalent.

Ainsi, si le chômage ne donne pas droit à une indemnisation par l'A.S.S.E.D.I.C., ou par un organisme équivalent, ou si le versement de ces allocations cesse pour une autre raison que la reprise d'une activité, l'engagement de l'assureur est nul.

Pour cette raison, il est important de connaître le mécanisme d'indemnisation de l'A.S.S.E.D.I.C.. Nous nous sommes intéressés aux conditions d'attribution de l'allocation, et à celles de fin de versement, ainsi qu'à la durée de versement de l'allocation.

En cas de chômage total, le régime d'indemnisation de l'A.S.S.E.D.I.C. comporte, depuis le 01/04/1984 :

↳ un régime d'assurance chômage, financé par les cotisations des employeurs et des salariés,

↳ un régime de solidarité alimenté par une subvention de l'état et par la contribution de solidarité à la charge des agents du secteur public.

A. Le régime d'assurance chômage

Ce régime permet aux salariés involontairement privés d'emploi et justifiant d'une durée minimale d'affiliation de bénéficier d'un revenu de remplacement.

1. Conditions d'attribution

L'A.S.S.E.D.I.C. verse une allocation suite à :

- un licenciement (économique ou ordinaire),
- une fin de contrat à durée déterminée,
- une démission pour un motif reconnu légitime par l'A.S.S.E.D.I.C.¹.

Pour percevoir une allocation, il faut être inscrit comme demandeur d'emploi, physiquement apte et âgé de moins de 60 ans.

2. Fin du service de l'allocation

Le versement de l'allocation cesse le jour où l'intéressé :

- retrouve une activité professionnelle (sauf maintien dans les conditions fixées par la commission paritaire de l'A.S.S.E.D.I.C., en cas d'activité à temps réduit),
- est admis à suivre une action de formation,

¹ Ces motifs sont le changement de domicile pour suivre son conjoint, la fin d'un contrat emploi solidarité ou d'un contrat d'orientation, le non paiement de salaire, la démission suite à un acte délictueux, la démission au cours d'une période d'essai, la démission suite à un départ volontaire dans le cadre d'une procédure de licenciement économique.

- est pris ou susceptible d'être pris en charge par la Sécurité Sociale et perçoit ou pourrait percevoir des prestations en espèces d'assurances maladies, maternité, accident du travail et maladies professionnelles,
- est exclu du revenu de remplacement,
- cesse de remplir la condition d'âge,
- est admis à bénéficier de l'allocation parentale d'éducation,
- cesse de résider sur le territoire français.

3. Durée de versement de l'allocation

Le régime d'assurance chômage a été fortement modifié le 31 juillet 1992.

Avant cette date, l'allocation se décomposait en une allocation de base et en une allocation de fin de droits.

A partir de cette date, l'allocation comporte seulement une allocation unique et dégressive.

a) Avant le 31 juillet 1992

Les chômeurs pouvaient percevoir successivement deux types d'allocations différentes :

- allocation de base (AB),
- allocation de fin de droits (AFD) avec des prolongations individuelles possibles.

Les durées de versement de ces deux types d'allocations dépendaient de la durée d'affiliation au régime et de l'âge. Les deux tableaux suivants présentent les durées d'indemnisation en vigueur au 31 juillet 1992.

→ *Allocation de base (AB)*

<i>Durée préalable d'affiliation au régime et âge</i>	<i>Durée d'attribution de l'allocation de base</i>	
	<i>Durée de droit</i>	<i>Prolongation possible</i>
3 mois dans les 12 derniers mois	3 mois	
6 mois dans les 12 derniers mois : - moins de 50 ans - 50 ans et plus	8 mois 9 mois	2 mois 6 mois
12 mois dans les 24 derniers mois ou 6 mois dans les 12 derniers mois si 10 ans d'affiliation dans les 15 dernières années : - moins de 50 ans - 50 ans et plus	14 mois 18 mois	5 mois 15 mois
24 mois dans les 36 derniers mois - de 50 à 55 ans - plus de 55 ans	21 mois 27 mois	12 mois 18 mois

→ Allocation de fin de droit (AFD)

Durée préalable d'affiliation au régime et âge	Allocation de fin de droits (AFD)		Durée maximale (Toutes allocations)
	Durée de droit	Prolongation possible	
6 mois dans les 12 derniers mois : - moins de 50 ans - 50 ans et plus	6 mois 9 mois	1 mois 3 mois	15 mois 21 mois
12 mois dans les 24 derniers mois ou 6 mois dans les 12 derniers mois si 10 ans d'affiliation dans les 15 dernières années : - moins de 50 ans - 50 ans et plus	12 mois 15 mois	4 mois 9 mois	30 mois 45 mois
24 mois dans les 36 derniers mois : - de 50 à 55 ans - plus de 55 ans	15 mois 18 mois	9 mois 9 mois	45 mois 60 mois

b) A partir du 31 juillet 1992

Pour les fins de contrat postérieures à cette date, l'allocation unique et dégressive (AUD) se substitue à l'allocation de base (AB) et à l'allocation de fin de droits (AFD).

La durée d'affiliation préalable, en combinaison avec l'âge de l'assuré, permet de calculer la durée d'indemnisation.

La période pendant laquelle la personne perçoit l'allocation unique dégressive se décompose en deux sous-périodes :

- versement de l'allocation à taux normal,
- versement de l'allocation à un taux dégressif, diminuant par palier.

Les durées d'indemnisation ont évolué depuis 1992. Le tableau suivant présente les durées d'indemnisation actuellement en vigueur. Elles sont inchangées depuis le 01 janvier 1997.

<i>Durée d'affiliation</i>	<i>Durée d'indemnisation</i>			<i>Durée totale d'indemnisation</i>
	<i>taux normal</i>	<i>taux dégressif (par période de 6 mois)</i>		
		<i>durée</i>	<i>dégressivité</i>	
4 mois au cours des 8 derniers mois	4 mois			4 mois
6 mois au cours des 12 derniers mois	4 mois	3 mois	-15%	7 mois
8 mois au cours de 12 derniers mois				
- moins de 50 ans	4 mois	11 mois	-17%	15 mois
- 50 ans et plus	7 mois	14 mois	-15%	21 mois
14 mois au cours des 24 derniers mois				
- moins de 50 ans	9 mois	21 mois	-17%	30 mois
- 50 ans et plus	15 mois	30 mois	-15%	45 mois
27 mois au cours des 36 derniers mois				
- de 50 à 54 ans	20 mois	25 mois	-15%	45 mois
- 55 ans et plus	27 mois	33 mois	-8%	60 mois

Exemple de dégressivité :

Un chômeur âgé de moins de 50 ans, qui a cotisé 14 mois au cours des 24 derniers mois sera indemnisé de la façon suivante :

- durant les 9 premiers mois : indemnisation à taux normal,
- puis tous les 6 mois pendant 21 mois : l'allocation sera diminuée de 17%.

B. Le régime de solidarité

Ce régime est financé par le fonds de solidarité qui perçoit la contribution de solidarité à la charge des agents du secteur public et, le cas échéant, une subvention de l'état. Le régime de solidarité comporte :

- ♦ l'allocation d'insertion,
- ♦ l'allocation de solidarité.

L'allocation d'insertion est destinée à certaines catégories de demandeurs d'emploi qui n'ont pu acquérir un droit d'indemnisation supérieur à 3 mois au titre de l'assurance chômage. La durée d'attribution est de 1 an maximum.

L'allocation de solidarité est attribuée à certains chômeurs de longue durée qui ont épuisé leurs allocations d'assurance. Cette allocation est versée par période de 6 mois, pour une durée indéterminée.

ESTIMATEUR DE KAPLAN-MEIER

La partie 3 présente une approche très théorique de l'estimateur de Kaplan-Meier. Nous allons présenter ici une approche plus intuitive.

A. Calcul du taux de sortie : cas des données complètes

Dans un premier temps, nous allons mettre en place cette méthode dans le cas simplifié où il y a seulement des données complètes.

A partir des données disponibles, on construit le tableau suivant :

Ancienneté en mois	Effectif
= 1	e_1
= 2	e_2
...	...
...	...
= n-1	e_{n-1}
= n	e_n
	E

L'effectif e_i est le nombre d'individus pour lequel la durée de chômage est égale à i mois.

A partir de ce tableau, on peut construire le tableau suivant :

Périodes	Effectif présent en début de période
0	E
1	$E - e_1$
2	$E - e_1 - e_2$
n-1	$E - e_1 - e_2 - \dots - e_{n-1}$
n	$E - e_1 - e_2 - \dots - e_{n-1} - e_n$

Effectif de fin période = Effectif de début de période $(1 - \text{taux de sortie de la période})$

En notant q_i le taux de sortie de la période i , on a :

$$E - e_1 = E \times (1 - q_1) \Rightarrow q_1 = \frac{e_1}{E}$$

$$E - e_1 - e_2 = (E - e_1) \times (1 - q_2) \Rightarrow q_2 = \frac{e_2}{E - e_1}$$

De façon générale, on a donc :

$$\forall k \in [1; n] \quad q_k = \frac{e_k}{E - \sum_{i=1}^{k-1} e_i}$$

A partir de la détermination de ces taux de sortie, on peut établir la loi de maintien.

On a :

$$l_0 = 1000$$

$$l_1 = l_0 \times (1 - q_1)$$

....

$$l_n = l_{n-1} \times (1 - q_n)$$

B. Calcul du taux de sortie : cas des données complètes et des données incomplètes

Après l'étude du cas simplifié dans lequel il y a seulement des données complètes, nous allons maintenant étudier le cas où il y a à la fois des données complètes et incomplètes.

On construit les deux tableaux suivants :

Données complètes :

<i>Ancienneté en mois</i>	<i>Effectif</i>
= 1	e_1
= 2	e_2
...	...
...	...
= n-1	e_{n-1}
= n	e_n
	<hr/>
	E

Données incomplètes :

<i>Ancienneté en mois</i>	<i>Effectif</i>
≥ 1	t_1
≥ 2	t_2
...	...
...	...
$\geq n-1$	t_{n-1}
$\geq n$	t_n
	<hr/>
	T

Avec :

- e_i le nombre d'individus pour lequel la durée de chômage est égale à i mois,
- t_i le nombre d'individus pour lesquels la durée de chômage est supérieure à i mois.

Méthode :

On cherche à répartir les effectifs t_i de la façon suivante :

- partie de cet effectif pour lequel la durée de chômage est exactement i ,
- partie de cet effectif pour lequel la durée de chômage est exactement $(i+1)$,
- partie de cet effectif pour lequel la durée de chômage est exactement $(i+2)$,
-
- partie de cet effectif pour lequel la durée de chômage est exactement n ,
- partie de cet effectif pour lequel la durée de chômage est strictement supérieure à n .

Afin de faire cette répartition, on remplace les taux de sortie par leur estimateur.

Les taux de sortie sont ensuite calculés en utilisant la formule suivante :

$$q_i : \text{taux de sortie de la période } i$$
$$q_i = \frac{\text{Effectif total pour lequel la durée vaut exactement } i}{\text{Effectif sous risque au début de la période}}$$

Afin de simplifier les notations, le calcul de q_i est effectué dans le cas d'une loi de maintien sur trois mois, puis nous le généraliserons.

1. Répartition des données tronquées

t_1 = effectif pour lequel la durée est supérieure à 1

t_1 est décomposé en t_{11} , t_{12} , t_{13} et t_{1s} de la façon suivante :

t_{11} = effectif parmi t_1 pour lequel la durée vaut exactement 1,

t_{12} = effectif parmi t_1 pour lequel la durée vaut exactement 2,

t_{13} = effectif parmi t_1 pour lequel la durée vaut exactement 3,

t_{1s} = effectif parmi t_1 pour lequel la durée est supérieure strictement à 3.

$$t_{11} = t_1 q_1$$

$$t_{12} = t_1 (1 - q_1) q_2$$

$$t_{13} = t_1 (1 - q_1) (1 - q_2) q_3$$

$$t_{1s} = t_1 - t_{11} - t_{12} - t_{13}$$

t_2 = effectif pour lequel la durée est supérieure à 2

t_2 est décomposé en t_{22} , t_{23} et t_{2s} de la façon suivante :

t_{22} = effectif parmi t_2 pour lequel la durée vaut exactement 2,

t_{23} = effectif parmi t_2 pour lequel la durée vaut exactement 3,

t_{2s} = effectif parmi t_2 pour lequel la durée est supérieure strictement à 3.

$$t_{22} = t_2 q_2$$

$$t_{23} = t_2 (1 - q_2) q_3$$

$$t_{2s} = t_2 - t_{22} - t_{23}$$

t_3 = effectif pour lequel la durée est supérieure à 3

t_3 est décomposé en t_{33} et t_{3s} de la façon suivante :

t_{33} = effectif parmi t_3 pour lequel la durée vaut exactement 3,

t_{3s} = effectif parmi t_3 pour lequel la durée est supérieure strictement à 3.

$$t_{33} = t_3 \cdot q_3$$

$$t_{3s} = t_3 - t_{33}$$

2. Calcul de l'effectif total pour lequel la durée de chômage vaut exactement i , pour $i \in [1,3]$

Effectif pour lequel la durée vaut exactement 1 :

$$d_1 = e_1 + t_{11}$$

Effectif pour lequel la durée vaut exactement 2 :

$$d_2 = e_2 + t_{12} + t_{22}$$

Effectif pour lequel la durée vaut exactement 3 :

$$d_3 = e_3 + t_{13} + t_{23} + t_{33}$$

Effectif pour lequel la durée est strictement supérieure à 3 :

$$d_s = t_{1s} + t_{2s} + t_{3s}$$

3. Calcul de l'effectif sous risque

Effectif sous risque à $t = 0$: $E + T$

Effectif sous risque à la fin de la première période :

$$E + T - (e_1 + t_{11})$$

Effectif sous risque à la fin de la seconde période :

$$E + T - (e_1 + t_{11} + t_{12}) - (e_2 + t_{22})$$

Effectif sous risque à la fin de la troisième période :

$$E + T - (e_1 + t_{11} + t_{12} + t_{13}) - (e_2 + t_{22} + t_{23}) - (e_3 + t_{33})$$

4. Calcul des taux de sortie

$$q_1 = \frac{e_1 + t_{11}}{E + T}$$

$$q_2 = \frac{e_2 + t_{12} + t_{22}}{E + T - (e_1 + t_{11})}$$

$$q_3 = \frac{e_3 + t_{13} + t_{23} + t_{33}}{E + T - (e_1 + t_{11} + t_{12}) - (e_2 + t_{22})}$$

$$q_s = \frac{t_{1s} + t_{2s} + t_{3s}}{E + T - (e_1 + t_{11} + t_{12} + t_{13}) - (e_2 + t_{22} + t_{23}) - (e_3 + t_{33})}$$

et en remplaçant les t_{ij} par leur expression en fonction des taux de sortie, on obtient :

$$\left\{ \begin{array}{l} q_1 = \frac{e_1}{E + T - t_1} \\ q_2 = \frac{e_2}{E + T - e_1 - t_1 - t_2} \\ q_3 = \frac{e_3}{E + T - e_1 - e_2 - t_1 - t_2 - t_3} \end{array} \right.$$

5. Généralisation

On peut généraliser la méthode développée ci-dessus au cas de l'élaboration d'une loi de maintien sur une durée supérieure à 3 mois.

On obtient :

Taux de sortie de la période k ,

$$\forall k \in [1, n]$$
$$q_k = \frac{e_k}{E + T - \sum_{i=1}^{k-1} e_i - \sum_{i=1}^k t_i}$$

Note : on peut remarquer que cette formule est légèrement différente de celle obtenue dans la partie 3 du mémoire. Ceci est dû à une convention différente sur le moment de sortie des sinistres censurés.

***CALCULS DES
BORNES DE
L'INTERVALLE
DE CONFIANCE***

Dans le chapitre sur les intervalles de confiance, nous avons vu que l'intervalle de confiance est déterminé à partir de l'équation suivante :

$$P \left[-\Phi^{-1} \left(1 - \frac{\alpha}{2} \right) < \frac{\hat{Q}_k - q_k}{\sqrt{\frac{q_k \times (1 - q_k)}{l_k}}} < \Phi^{-1} \left(1 - \frac{\alpha}{2} \right) \right] = 1 - \alpha$$

où :

Φ est la fonction de répartition de la loi normale,

\hat{Q}_k est le taux de sortie empirique au cours du mois k,

l_k est l'effectif en chômage au début de la période k.

On cherche donc l'intervalle dans lequel le taux de sortie, q_k , doit varier afin que l'inégalité suivante soit vérifiée :

$$-\Phi^{-1} \left(1 - \frac{\alpha}{2} \right) < \frac{\hat{Q}_k - q_k}{\sqrt{\frac{q_k \times (1 - q_k)}{l_k}}} < \Phi^{-1} \left(1 - \frac{\alpha}{2} \right) \quad (1)$$

Les bornes de l'intervalle vérifient :

$$\frac{|\hat{Q}_k - q_k|}{\sqrt{\frac{q_k \times (1 - q_k)}{l_k}}} = \Phi^{-1} \left(1 - \frac{\alpha}{2} \right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{(\hat{Q}_k - q_k)^2}{\frac{q_k \times (1 - q_k)}{l_k}} = \left(\Phi^{-1} \left(1 - \frac{\alpha}{2} \right) \right)^2$$

$$\Leftrightarrow q_k^2 \times \left(1 + \frac{\left(\Phi^{-1} \left(1 - \frac{\alpha}{2} \right) \right)^2}{l_k} \right) - q_k \times \left(2 \times \hat{Q}_k + \frac{1}{l_k} \times \left(\Phi^{-1} \left(1 - \frac{\alpha}{2} \right) \right)^2 \right) + \left(\hat{Q}_k \right)^2 = 0 \quad (2)$$

(2) est une équation du second degré en q_k .

On note $\beta = \left(\Phi^{-1} \left(1 - \frac{\alpha}{2} \right) \right)^2$

Le discriminant de cette équation est :

$$\Delta = \left(2 \times \hat{Q}_k + \frac{\beta}{l_k} \right)^2 - 4 \times \hat{Q}_k^2 \times \left(1 + \frac{\beta}{l_k} \right)$$

$$\Delta = \frac{\beta}{l_k} \times \left[4 \times \hat{Q}_k \times \left(1 - \hat{Q}_k \right) + \frac{\beta}{l_k} \right]$$

$$\beta = \left(\Phi^{-1} \left(1 - \frac{\alpha}{2} \right) \right)^2 \text{ donc } \beta \geq 0;$$

l_k est l'effectif présent en début de période, donc $l_k \geq 0$;

\hat{Q}_k est le taux de sortie empirique donc $\hat{Q}_k \in [0,1]$

donc $\Delta \geq 0$

donc les racines de (2) sont :

$$q_{k2} = \frac{- \left(-2 \times \hat{Q}_k - \frac{\left(\Phi^{-1} \left(1 - \frac{\alpha}{2} \right) \right)^2}{l_k} \right) + \sqrt{\Delta}}{2 \times \left(1 + \frac{\left(\Phi^{-1} \left(1 - \frac{\alpha}{2} \right) \right)^2}{l_k} \right)}$$

$$\text{et } q_{k1} = \frac{- \left(-2 \times \hat{Q}_k - \frac{\left(\Phi^{-1} \left(1 - \frac{\alpha}{2} \right) \right)^2}{l_k} \right) - \sqrt{\Delta}}{2 \times \left(1 + \frac{\left(\Phi^{-1} \left(1 - \frac{\alpha}{2} \right) \right)^2}{l_k} \right)}$$

$$\text{Et pour } q_k \in [q_{k1}, q_{k2}] \quad \frac{|\hat{Q}_k - q_k|}{\sqrt{\frac{q_k(1-q_k)}{l_k}}} \leq \Phi^{-1} \left(1 - \frac{\alpha}{2} \right).$$

Donc pour $q_k \in [q_{k1}, q_{k2}]$, l'inéquation (1) est vérifiée.

***INTERVALLE DE
CONFIANCE :
TABLEAUX
NUMERIQUES***

A. Lois de maintien générales

1. Prêts de type 1

*Intervalles de confiance pour les taux de sortie lissés
prêts de type 1, tous sinistres*

		Ancienneté en chômage				
		0	3	6	9	12
Taux de sortie	Borne inférieure	2,76%	3,19%	3,66%	4,18%	4,55%
	Taux lissés	2,86%	3,30%	3,79%	4,32%	4,71%
	Borne supérieure	2,97%	3,42%	3,92%	4,47%	4,87%

2. Prêts de type 2

*Intervalles de confiance pour les taux de sortie lissés
prêts de type 2, tous sinistres*

		Ancienneté en chômage						
		0	3	6	9	12	15	18
Taux de sortie	Borne inférieure	2,8%	2,9%	3,1%	3,4%	3,8%	4,2%	4,6%
	Taux lissés	2,9%	3,1%	3,3%	3,5%	3,9%	4,4%	4,8%
	Borne supérieure	3,0%	3,2%	3,4%	3,7%	4,1%	4,6%	5,0%

B. Lois de maintien par année de survenance

1. Prêts de type 1

*Intervalles de confiance pour les taux de sortie lissés
prêts de type 1, année de survenance 1989*

		Ancienneté en chômage				
		0	3	6	9	12
Taux de sortie	Borne inférieure	2,0%	5,0%	6,3%	6,8%	6,9%
	Taux lissés	2,1%	5,2%	6,5%	7,0%	7,2%
	Borne supérieure	2,2%	5,3%	6,6%	7,2%	7,4%

*Intervalles de confiance pour les taux de sortie lissés
prêts de type 1, année de survenance 1991*

		Ancienneté en chômage				
		0	3	6	9	12
Taux de sortie	Borne inférieure	3,6%	4,4%	5,7%	7,9%	10,0%
	Taux lissés	3,7%	4,6%	5,9%	8,1%	10,2%
	Borne supérieure	3,8%	4,7%	6,1%	8,3%	10,5%

**Intervalles de confiance pour les taux de sortie lissés
prêts de type 1, année de survenance 1994**

		Ancienneté en chômage				
		0	3	6	9	12
Taux de sortie	Borne inférieure	3,5%	3,6%	4,0%	5,5%	8,1%
	Taux lissés	3,7%	3,8%	4,2%	5,6%	8,4%
	Borne supérieure	3,8%	3,9%	4,3%	5,8%	8,6%

**Intervalles de confiance pour les taux de sortie lissés
prêts de type 1, année de survenance 1997**

		Ancienneté en chômage				
		0	3	6	9	12
Taux de sortie	Borne inférieure	2,9%	2,8%	2,5%	1,7%	0,4%
	Taux lissés	3,0%	2,9%	2,6%	1,8%	0,5%
	Borne supérieure	3,1%	3,0%	2,7%	1,9%	0,5%

2. Prêts de type 2

**Intervalles de confiance pour les taux de sortie lissés
prêts de type 2, année de survenance 1989**

		Ancienneté en chômage						
		0	3	6	9	12	15	18
Taux de sortie	Borne inférieure	4,2%	4,4%	4,9%	5,8%	7,8%	11,9%	16,8%
	Taux lissés	4,3%	4,6%	5,0%	6,0%	8,1%	12,2%	17,2%
	Borne supérieure	4,4%	4,7%	5,2%	6,2%	8,3%	12,5%	17,7%

**Intervalles de confiance pour les taux de sortie lissés
prêts de type 2, année de survenance 1991**

		Ancienneté en chômage						
		0	3	6	9	12	15	18
Taux de sortie	Borne inférieure	3,2%	3,5%	3,9%	4,2%	4,5%	4,8%	5,0%
	Taux lissés	3,3%	3,7%	4,0%	4,4%	4,7%	5,0%	5,2%
	Borne supérieure	3,4%	3,8%	4,2%	4,5%	4,9%	5,2%	5,4%

**Intervalles de confiance pour les taux de sortie lissés
prêts de type 2, année de survenance 1994**

		Ancienneté en chômage						
		0	3	6	9	12	15	18
Taux de sortie	Borne inférieure	3,6%	3,6%	3,7%	4,0%	4,8%	6,8%	9,6%
	Taux lissés	3,7%	3,7%	3,9%	4,2%	5,0%	7,0%	9,9%
	Borne supérieure	3,8%	3,8%	4,0%	4,3%	5,1%	7,2%	10,2%

**Intervalles de confiance pour les taux de sortie lissés
prêts de type 2, année de survenance 1997**

		Ancienneté en chômage						
		0	3	6	9	12	15	18
Taux de sortie	Borne inférieure	3,2%	2,7%	2,3%	2,0%	1,8%	1,6%	1,6%
	Taux lissés	3,3%	2,8%	2,4%	2,1%	1,9%	1,7%	1,7%
	Borne supérieure	3,4%	2,9%	2,5%	2,2%	2,0%	1,8%	1,8%

C. Lois de maintien en fonction de l'âge de l'assuré à la survenance

1. Prêts de type 1

**Intervalles de confiance pour les taux de sortie lissés
prêts de type 1, âge à la survenance entre 20 et 29 ans**

		Ancienneté en chômage				
		0	3	6	9	12
Taux de sortie	Borne inférieure	2,4%	4,8%	5,9%	6,4%	6,6%
	Taux lissés	2,6%	4,9%	6,1%	6,6%	6,8%
	Borne supérieure	2,6%	5,1%	6,2%	6,8%	7,0%

**Intervalles de confiance pour les taux de sortie lissés
prêts de type 1, âge à la survenance entre 30 et 39 ans**

		Ancienneté en chômage				
		0	3	6	9	12
Taux de sortie	Borne inférieure	1,9%	4,4%	4,6%	4,6%	4,6%
	Taux lissés	1,9%	4,5%	4,8%	4,8%	4,8%
	Borne supérieure	2,0%	4,6%	4,9%	4,9%	5,0%

*Intervalles de confiance pour les taux de sortie lissés
prêts de type 1, âge à la survenance entre 40 et 49 ans*

		Ancienneté en chômage				
		0	3	6	9	12
Taux de sortie	Borne inférieure	3,2%	3,5%	4,0%	4,7%	5,3%
	Taux lissés	3,3%	3,6%	4,1%	4,8%	5,4%
	Borne supérieure	3,4%	3,7%	4,3%	5,0%	5,6%

*Intervalles de confiance pour les taux de sortie lissés
prêts de type 1, âge à la survenance entre 50 et 59 ans*

		Ancienneté en chômage				
		0	3	6	9	12
Taux de sortie	Borne inférieure	1,9%	2,1%	2,5%	3,2%	4,0%
	Taux lissés	2,0%	2,2%	2,6%	3,3%	4,1%
	Borne supérieure	2,1%	2,3%	2,7%	3,5%	4,3%

2. Prêts de type 2

*Intervalles de confiance pour les taux de sortie lissés
prêts de type 2, âge à la survenance entre 20 et 29 ans*

		Ancienneté en chômage						
		0	3	6	9	12	15	18
Taux de sortie	Borne inférieure	3,8%	4,1%	4,4%	5,0%	6,0%	7,5%	8,9%
	Taux lissés	3,9%	4,2%	4,6%	5,2%	6,2%	7,7%	9,2%
	Borne supérieure	4,1%	4,3%	4,7%	5,4%	6,4%	8,0%	9,5%

*Intervalles de confiance pour les taux de sortie lissés
prêts de type 2, âge à la survenance entre 30 et 39 ans*

		Ancienneté en chômage						
		0	3	6	9	12	15	18
Taux de sortie	Borne inférieure	4,0%	4,2%	4,5%	5,0%	5,8%	7,0%	8,2%
	Taux lissés	4,1%	4,3%	4,6%	5,1%	6,0%	7,3%	8,5%
	Borne supérieure	4,2%	4,4%	4,8%	5,3%	6,2%	7,5%	8,8%

**Intervalles de confiance pour les taux de sortie lissés
prêts de type 2, âge à la survenance entre 40 et 49 ans**

		Ancienneté en chômage						
		0	3	6	9	12	15	18
Taux de sortie	Borne inférieure	3,6%	3,8%	4,0%	4,3%	4,7%	5,2%	5,7%
	Taux lissés	3,7%	3,9%	4,1%	4,4%	4,8%	5,4%	5,9%
	Borne supérieure	3,9%	4,0%	4,3%	4,6%	5,0%	5,6%	6,2%

**Intervalles de confiance pour les taux de sortie lissés
prêts de type 2, âge à la survenance entre 50 et 59 ans**

		Ancienneté en chômage						
		0	3	6	9	12	15	18
Taux de sortie	Borne inférieure	1,7%	2,1%	2,3%	2,4%	2,5%	2,5%	2,5%
	Taux lissés	1,8%	2,2%	2,4%	2,5%	2,6%	2,6%	2,6%
	Borne supérieure	1,9%	2,3%	2,5%	2,6%	2,7%	2,7%	2,7%

***LOIS DE MAINTIEN
ETABLIES PAR LE
BUREAU COMMUN
DES ASSURANCES
COLLECTIVES***

Les lois suivantes sont les lois établies par l'ancien Bureau Commun des Assurances Collectives

A. Loi de maintien en incapacité

**Loi de maintien en incapacité
selon l'ancien BCAC**

Ancienneté en Arrêt de Travail (en mois)	Effectif en début de période
0	10 000
1	2 014
2	739
3	388
4	254
5	191
6	155
7	133
8	118
9	107
10	98
11	92
12	86

B. Loi de maintien en invalidité

**Loi de maintien en invalidité
selon l'ancien BCAC
(âge à la survenance : 50 ans)**

Ancienneté en Arrêt de travail (en année)	Effectif en début de période	Ancienneté en Arrêt de travail (en année)	Effectif en début de période
1	1 000	16	191
2	625	17	179
3	490	18	168
4	427	19	158
5	388	20	149
6	358	21	140
7	336	22	131
8	314	23	123
9	295	24	116
10	277	25	109
11	260	26	103
12	245	27	97
13	230	28	91
14	216	29	85
15	203	30	80

C. Loi de maintien en incapacité et en invalidité combinée

**Loi de maintien en incapacité et en invalidité
combinée selon l'ancien BCAC
(pas de délai de franchise)**

Ancienneté en Arrêt de travail (en année)	Effectif en début de période	Ancienneté en Arrêt de travail (en année)	Effectif en début de période
0	10 000	15	17
1	86	16	16
2	54	17	15
3	42	18	14
4	37	19	14
5	33	20	13
6	31	21	12
7	29	22	11
8	27	23	11
9	25	24	10
10	24	25	9
11	22	26	9
12	21	27	8
13	20	28	8
14	19	29	7

**D. Loi de maintien en incapacité et en invalidité combinée, avec un délai
de franchise de 3 mois**

**Loi de maintien en incapacité et en invalidité
combinée selon l'ancien BCAC
(délai de franchise = 3 mois)**

Ancienneté en Arrêt de travail	Effectif en début de période	Ancienneté en Arrêt de travail	Effectif en début de période
3 mois	10 000	15 ans	438
1 an	2 216	16 ans	412
2 ans	1 392	17 ans	387
3 ans	1 082	18 ans	361
4 ans	954	19 ans	361
5 ans	851	20 ans	335
6 ans	799	21 ans	309
7 ans	747	22 ans	284
8 ans	696	23 ans	284
9 ans	644	24 ans	258
10 ans	619	25 ans	232
11 ans	567	26 ans	232
12 ans	541	27 ans	206
13 ans	515	28 ans	206
14 ans	490	29 ans	180