Master Actuariat de Dauphine

# Mémoire présenté devant l'Université Paris Dauphine

# pour l'obtention du diplôme du Master Actuariat

# et l'admission à l'Institut des Actuaires

**le ________16 /11 / 2011_________**

Par : **Gaëtan GUILLOTIN**

Titre: **Analyse des contrats d'assurance vie diversifiés**

**au regard de la Directive Solvabilité 2**

Confidentialité : ☐NON☐ OUI (Durée : ☐1 an ☐2 ans)

*Les signataires s'engagent à respecter la confidentialité indiquée ci-dessus*

*Membre présent du jury de l'Institut des Actuaires :*

*Signature :*

*Entreprise : Mazars*

*Nom :*

*Signature :*

*Directeur de mémoire en entreprise :*

*Nom :*

*Signature :*

*Membres présents du jury du Master Actuariat de Dauphine :*

***Autorisation de publication et de mise en ligne sur un site de diffusion de documents actuariels*** *(après expiration de l'éventuel délai de confidentialité)*

*Signature du responsable entreprise :*

*Secrétariat :*

*Bibliothèque :*

*Signature du candidat :*

**Université Paris-Dauphine,** Place du Maréchal de Lattre de Tassigny, 75775 PARIS Cedex 16

# Résumé

**Mots-clés** : contrat euro-diversifié, provision de diversification, Solvabilité 2, Best Estimate, SCR, CPPI

La loi Fillon du 21 août 2003 sur la réforme des retraites puis la loi Breton en 2005 sur la confiance et la modernisation de l'économie ont permis l'introduction des « contrats diversifiés » sur le marché français de l'assurance vie. Ce nouveau type de contrat de groupe est une solution intermédiaire entre les rendements faibles des contrats en euros et le risque élevé des contrats libellés en unités de compte. En concurrence avec les contrats multi-supports, le contrat diversifié se différencie principalement par le cantonnement des actifs, leur valorisation en valeur de marché et la création d'une nouvelle provision, la « provision de diversification ». La prime est répartie parmi deux provisions : si le mécanisme de la provision mathématique permet de garantir à l'assuré un certain capital au terme du contrat, la provision de diversification a quant à elle un rôle dynamique, destiné à absorber les fluctuations des actifs. Elle est détenue par les adhérents qui détiennent un droit individualisé sous forme de parts : à la souscription, l'assureur ne s'engage que sur le nombre de parts et non sur leur valeur. Le partage des risques entre l'assureur et l'assuré est donc plus équitable. Il est important de noter que le capital n'est pas garanti à tout moment, seulement au terme du contrat, ce qui laisse une plus grande liberté à l'assureur. La détention d'actions est alors favorisée, ce qui constitue l'un des intérêts principaux de ces contrats, et permet d'offrir une espérance de rentabilité plus importante que dans un contrat en euro classique. Ceci est d'autant plus vrai que les actifs des fonds diversifiés sont cantonnés, les bénéfices sont alors acquis au produit.

Pour ces diverses raisons, ces contrats diversifiés connaissent depuis peu un succès commercial non négligeable. Toutefois, l'enjeu de mobilisation de fonds propres pour la commercialisation des contrats d'assurance Vie diversifiés reste à analyser au regard du prochain cadre réglementaire, Solvabilité 2. Pour faire face à leurs engagements et couvrir les risques liés aux contrats, les assureurs devront d'une part constituer une provision « Best Estimate » et d'autre part disposer d'une exigence de capital, le « Solvency Capital Requirement ».

Afin de réaliser cette étude, nous avons mis en place un modèle Actif-Passif propre à ce type de contrat. Nous avons utilisé entre autre la gestion CPPI (Constant Proportion Portfolio Insurance) pour déterminer l'allocation d'actifs et nous avons eu recours au stochastique pour modéliser la courbe des taux et le rendement des actions.

Les résultats obtenus confirment que le contrat diversifié est un contrat prometteur qui concilie aussi bien les attentes des assurés que celles des assureurs. L'adhérent bénéficie à la fois d'un capital garanti au terme du contrat et d'une espérance de rendement attrayante, l'investissement en actions étant adapté aux placements à long terme. L'assureur peut envisager une rémunération très intéressante à travers les chargements sur le montant des primes versées ou sur la performance de

la gestion financière par exemple. De plus, les risques actif/passif de l'assureur sont fortement diminués. En effet, l'assureur ne portant pas tout le risque, ce type de contrat possède une capacité énorme d'absorption des pertes à travers l'ajustement de la PB future : la provision de diversification permet d'absorber les fluctuations de l'actif. Le SCR est alors nettement réduit de par ce mécanisme.

Enfin, au vue de l'immensité et de la relative nouveauté du sujet, nous avons également cherché à faire une ouverture sur l'ORSA et le pilier 2 de la directive Solvabilité 2, afin de renforcer la gestion des risques et d'approfondir l'étude du profil de risque particulier de notre société.

# Abstract

**Key words**: diversified contract, technical provision for diversification, Solvency II, Best Estimate, Solvency Capital Requirement, CPPI

The Fillon Law of August 21st, 2003 on the pension reform and the Breton Law in 2005 on the confidence and the modernization of the economy allowed the introduction of "diversified contracts" on the French life insurance market. This new type of contract is an intermediate solution between the low returns on classic contracts and the high risk of contracts denominated in units of account. In competition with multi-supports contracts, the diversified contract differs mainly by the stationing of assets, their valuation in market value and the creation of a new reserve, the "technical provision for diversification". The premium is distributed among two reserves: if the mechanism of the mathematical provision guarantees the insured party a certain capital at the end of the contract, the technical provision for diversification has a dynamic role, intended to absorb the fluctuations of the assets. It is held by the members who hold an individualized right in the form of shares: at the subscription, the insurer makes a commitment only on the number of shares and not on their value. The sharing of the risks between the insurer and the insurant is thus fairer. It is important to note that the capital is not guaranteed at any time, only at the end of the contract, which leaves the insurer more freedom. Investment on the stock market can thus be favored, which constitutes one of the main interests of these contracts, and offers a greater hope of profitability compared to traditional contracts. This is true all the more as the assets of the diversified funds are confined, the profits cannot be shared upon another contract.

For these various reasons, these diversified contracts have recently had a significant commercial success. However, the stake in mobilization of the insurer's own funds for the commercialization of diversified life insurance contracts has yet to be clearly examined under the principles of the next framework directive, Solvency II. To honor their commitments and cover the risks linked to the contracts, the insurers will have to establish on one hand a "Best Estimate" provision and on the other hand possess a capital requirement, the "Solvency Capital Requirement".

In order to carry out this study, we set up an Asset-Liability model appropriate for this type of contract. We used amongst others the CPPI management (Constant Proportion Portfolio Insurance) to determine the allocation of assets and stochastic models were used in order to obtain the yield rates and the returns on the equity market.

The results we obtained confirm that the diversified contract is a promising contract which reconciles as well the expectations of the insured party as those of the insurers. The member benefits at the same time from a guaranteed capital at the end of the contract and a relatively high expected profit, the investment in the stock market being adapted to the long-term investments. The insurer can has much to gain through the taxes on the amount of gross premiums or on the performance of the

financial investments. Furthermore, the asset/liability risks of the insurer are strongly decreased. Indeed, since the insurer does not carry all the risk, this type of contract possesses an enormous capacity of absorption of the losses through the adjustment of future profit-sharing: the provision for diversification can absorb the fluctuations of the assets. The SCR is thus sharply reduced due to this mechanism.

Finally, the vastness and the relative novelty of the subject led us to finish on an opening to the ORSA and the second pillar of the directive Solvency 2, to strengthen the risk management and deepen the study of the particular risk profile of our company.

# Note de synthèse

**Mots-clés** : contrat euro-diversifié, provision de diversification, Solvabilité 2, Best Estimate, SCR, CPPI

La loi Fillon du 21 août 2003 sur la réforme des retraites puis la loi Breton en 2005 sur la confiance et la modernisation de l'économie ont permis l'introduction des « contrats diversifiés » sur le marché français de l'assurance vie. Ce nouveau type de contrat de groupe est une solution intermédiaire entre les rendements faibles des contrats en euros et le risque élevé des contrats libellés en unités de compte. En concurrence avec les contrats multi-supports, le contrat diversifié se différencie principalement par le cantonnement des actifs, leur valorisation en valeur de marché et la création d'une nouvelle provision, la « provision de diversification ». La prime est répartie parmi deux provisions : si le mécanisme de la provision mathématique permet de garantir à l'assuré un certain capital au terme du contrat, la provision de diversification a quant à elle un rôle dynamique, destiné à absorber les fluctuations des actifs. Elle est détenue par les adhérents qui détiennent un droit individualisé sous forme de parts : à la souscription, l'assureur ne s'engage que sur le nombre de parts et non sur leur valeur (seulement 5% de la valeur initiale de la part est garantie, ce qui représente un engagement peu significatif). Le partage des risques entre l'assureur et l'assuré est donc plus équitable. Il est important de noter que le capital n'est pas garanti à tout moment, seulement au terme du contrat, ce qui laisse une plus grande liberté à l'assureur. La détention d'actions est alors favorisée, ce qui constitue l'un des intérêts principaux de ces contrats, et permet d'offrir une espérance de rentabilité plus importante que dans un contrat en euro classique. Ceci est d'autant plus vrai que les actifs des fonds diversifiés sont cantonnés, les bénéfices sont alors acquis au produit.

Pour ces diverses raisons, ces contrats diversifiés connaissent depuis peu un succès commercial non négligeable. Toutefois, l'enjeu de mobilisation de fonds propres pour la commercialisation des contrats d'assurance Vie diversifiés reste cependant à analyser au regard du prochain cadre réglementaire, Solvabilité 2. L'objectif de cette directive, initiée par la Commission Européenne, est avant tout de renforcer la protection des assurés et l'harmonisation entre les systèmes de solvabilité. Son entrée en vigueur est prévue entre 2013 et 2014 et les assureurs travaillent actuellement sur de nouveaux outils permettant de s'adapter à cette future règlementation. Pour faire face à leurs engagements et couvrir les risques liés aux contrats, ils doivent d'une part constituer une provision « Best Estimate » et d'autre part disposer d'une exigence de capital, le « Solvency Capital Requirement ».

Etant un sujet au cœur de l'actualité, nous avons voulu étudier au cours de ce mémoire l'impact de Solvabilité 2, sur les contrats diversifiés en particulier, car nous considérons que ces contrats ont de l'avenir dans le monde de l'assurance vie. Pour réaliser cette étude, nous avons mis en place un modèle Actif-Passif propre à ce type de contrat. En effet, la performance financière de l'actif influence directement la revalorisation des contrats à travers la participation aux bénéfices et le comportement de rachat des assurés : il est impossible en assurance vie de dissocier le passif de l'actif. L'assureur a trois possibilités quant à l'attribution des participations aux bénéfices : il peut revaloriser soit la provision mathématique, soit le nombre de parts de provision de diversification, soit la valeur de la part de provision de diversification. La dernière possibilité a été retenue au cours de ce mémoire.

Nous avons cherché à construire notre modèle de façon à répondre au mieux aux caractéristiques d'un contrat diversifié et à la réalité du marché.

Au niveau de l'actif, nous avons considéré que le portefeuille est globalement décomposé en deux entre l'actif sans risque et l'actif risqué. Pour déterminer l'allocation d'actifs, nous avons eu recours à la gestion CPPI (Constant Proportion Portfolio Insurance). Il s'agit d'une stratégie dynamique de gestion qui allie tant la croissance que la protection du capital investi. Le gérant ajuste de façon régulière l'exposition aux actifs risqués et non risqués dans le but de protéger le capital garanti à l'échéance, tout en maximisant les gains. Nous allons expliquer quelques notions essentielles à la compréhension de la gestion CPPI :

Le « plancher » est la valeur minimum du portefeuille et dans le cas du contrat diversifié, il représente le montant des engagements de l'assureur, soit la somme de la provision mathématique et du montant minimal de la provision de diversification.

Le « coussin » représente la partie des actifs du fonds pouvant être mis en risque sans que soit remis en cause le niveau de la protection, il permet donc de déterminer la performance du portefeuille. Le coussin est évalué par la différence entre la valeur du portefeuille et le montant du plancher. Dans le cas du contrat diversifié, il représente la provision de diversification, diminuée de son montant minimal.

En fonction du risque toléré par l'investisseur et de la conjecture financière, le gérant définit un « coefficient multiplicateur ». Le produit du coussin et de ce coefficient multiplicateur permet de déterminer le montant qui sera investi dans les actifs risqués, le reste étant investi en actif sans risque. Plus le multiplicateur est élevé, plus le risque et la volatilité sont élevés. En effet, le gain sera plus important en cas de hausse des actifs risqués mais en contrepartie, en cas de krach du marché, la valeur du portefeuille peut subir des pertes conséquentes.

Si l'on suppose que le portefeuille est réajusté en temps continu, le mécanisme de cette gestion de portefeuille est alors efficace. Soit l'exposition aux risques porte ses fruits soit le cours de l'actif risqué baisse, le coussin tend alors vers zéro, mais la valeur du portefeuille reste tout de même supérieure au plancher. Cependant, en pratique, une vision continue n'est pas applicable, et les cours de l'actif risqué peuvent chuter brutalement à tout moment. Le gestionnaire n'a alors pas le temps de réagir et la valeur du portefeuille peut se retrouver en position critique. La provision de diversification permet d'absorber une part signifiante des pertes, au détriment de l'assuré. Toutefois, si le montant de la provision de diversification a atteint sa valeur minimale, la chute de l'actif est alors trop importante et l'assureur se retrouve dans l'obligation de faire un appel aux fonds propres.

Nous considérons que le portefeuille est ensuite entièrement investi en actif non risqué, sa valeur ne pouvant profiter d'aucune hausse de l'actif risqué.

Pour nous permettre de mieux étudier l'évolution d'un contrat diversifié selon les différents scénarios envisageables, nous avons eu recours à des modèles stochastiques. La modélisation de la courbe des taux a été faite à l'aide du modèle de Hull & White. En 1990, Hull et White ont mis en place un modèle sans arbitrage donnant la dynamique des taux courts. Une structure par terme des taux d'intérêts peut ensuite en être déduite. Dans notre modèle, ces courbes de taux obtenus nous permettent de déterminer les taux des obligations zéro-coupon et les facteurs d'actualisation.

Pour la modélisation des rendements des actions, un modèle à sauts, le modèle de Merton, a été retenu. Ce modèle permet d'améliorer certaines limites du modèle de Black & Scholes. En effet, l'ajout de sauts log-normaux au modèle de Black & Scholes permet à la fois de rendre les trajectoires non continues et d'obtenir des queues de distribution plus épaisses. Le risque de l'assureur d'être contraint d'effectuer un appel au fonds propres est alors mieux modélisé. Ce modèle semple plus cohérent avec la logique de Solvabilité 2, qui cherche justement à analyser ces évènements extrêmes afin de diminuer la probabilité de ruine.

Au niveau du passif, à chaque exercice, nous calculons le montant des provisions. La provision mathématique est égale à la valeur actuelle probable du capital garanti au terme du contrat. La provision de diversification quant à elle est initialement déterminée comme la différence entre la prime nette et la provision mathématique. Ensuite, à chaque date ultérieure, le modèle établit un compte de participation aux résultats commun à l'ensemble des adhérents qui permet de connaître la revalorisation de la provision de diversification. Ce compte est composé en recettes du montant des primes versées et de la performance de la gestion financière, y compris les plus ou moins-value latentes, et en dépenses, les chargements et l'écart actuariel correspondant à la variation de la provision mathématique.

Dans le compte de résultat de l'assureur, on retrouve en produits, le montant des primes et la performance totale de la gestion financière et en charges, la variation des provisions, les prestations, les frais et les appels aux fonds propres. La rémunération de l'assureur se fait sur la différence entre d'un côté les chargements et de l'autre, les frais et les appels aux fonds propres.

Notre modèle nous permet donc de constituer le bilan de l'assureur à chaque exercice selon l'évolution des différents paramètres pris en compte. En effectuant un grand nombre de simulations, nous pouvons ensuite étudier l'impact de Solvabilité 2 sur notre modèle. Pour le calcul du Best Estimate, à chaque simulation, nous déterminons la valeur actuelle des flux futurs à payer par l'assureur, soit les prestations et les frais. Le Best Estimate est la moyenne de ces valeurs selon les différents scénarios. Nous considérons que l'assureur paie des frais sur le montant de primes, la performance de la gestion financière et la gestion annuelle, et que les prestations sont dues à un rachat ou un décès, ou versées au terme du contrat. Les taux de rachat sont déterministes, ce qui représente une limite à notre modèle. Une modélisation plus complète du rachat serait une piste intéressante à explorer afin d'approfondir notre étude.

Afin de déterminer le montant de SCR, nous avons calculé l'exigence de capital relatif à certains modules de risque, le risque de souscription vie, le risque de marché et le risque opérationnel. Pour le risque de souscription vie, nous avons pris en compte le risque de mortalité, le risque de rachat, le risque de dépenses et le risque catastrophe. Pour ce type de contrat, le rendement financier étant en moyenne intéressant selon les différents scénarios, l'assureur souhaite bénéficier de cette performance à travers les chargements. Un décès ou un rachat ne l'avantage donc pas. En effet, en cas de décès ou de rachat, l'assureur doit tout de même payer une prestation dont le montant est égal à l'épargne constituée (soit la somme de la provision mathématique et de la provision de diversification). La rémunération est alors moins intéressante (l'assureur ne pourra bénéficier des chargements futurs) et l'actualisation se faisant sur une période plus courte, le Best Estimate augmente. Un chargement de capital est alors requis pour faire face à ces risques. Etant donné que les taux de mortalité, de rachat et de frais sont relativement faibles, l'exigence de capital relatif au module de risque de souscription est toutefois peu significative par rapport au risque de marché.

Dans notre modèle, le risque de marché est décomposé en quatre : le risque de taux, le risque action, le risque de concentration et le risque lié à la prime d'illiquidité. Contrairement à de nombreux contrats d'assurance vie, nous remarquons que le chargement en capital est nécessaire pour se couvrir face à un risque de baisse des taux et non une hausse des taux. Certes, une baisse des taux entraîne une hausse de la valeur de marché du portefeuille obligataire mais l'investissement en actif sans risque n'est pas majoritaire selon les hypothèses de notre modèle, ce sont les actions qui sont les plus représentées. L'impact de la baisse des taux sur l'actif est alors moins fort que son impact sur le passif.

Comme nous avons pu le voir, un contrat euro-diversifié favorise l'investissement en actions. Le sous-module relatif au risque action a donc un impact très important sur le montant de SCR. Ce chargement en capital représente justement le chargement le plus important parmi tous les sous-modules de risque. Le portefeuille étant majoritairement investi en actions, une chute instantanée de 49% de l'ensemble des actions a un impact très important.

Toutefois, ce type de contrat a une capacité énorme d'absorption des pertes à travers l'ajustement de la PB future. Si nous nous focalisons sur le risque action, en vision brute d'effet d'absorption de la PB future, l'assureur ne peut absorber les pertes et se retrouve dans une position critique, obligé d'effectuer un appel aux fonds propres pour détenir un montant suffisant d'actifs en face des provisions.

En vision nette, l'assureur n'est pas dans l'obligation immédiate de faire un appel aux fonds propres. Le choc est fortement absorbé à travers une diminution de la provision de diversification durant le premier exercice. De plus, le montant investi en actif risqué est fortement réduit, limitant la performance financière et l'attribution de participation aux bénéfices sur les exercices suivants. Ceci entraîne une baisse conséquente du Best Estimate et une diminution importante de l'exigence de capital.

Notre modèle nous a donc permis d'en déduire des résultats satisfaisants quant au succès potentiel des contrats diversifiés sur le marché de l'assurance vie. En prenant en compte les différentes interactions entre l'actif et le passif, nous avons pu établir un bilan prudentiel et proposer une modélisation avancée du Best Estimate. Les résultats confirment que le contrat diversifié est un contrat prometteur qui concilie aussi bien les attentes des assurés que celles des assureurs. L'adhérent bénéficie à la fois d'un capital garanti au terme du contrat et d'une espérance de rendement attrayante, l'investissement en actions étant adapté aux placements à long terme. L'assureur quant à lui peut envisager une rémunération très intéressante à travers les chargements sur le montant des primes versées ou sur la performance de la gestion financière par exemple. De plus, les risques actif/passif de l'assureur sont fortement diminués. En effet, l'assureur ne portant pas tout le risque, ce type de contrat possède une capacité importante d'absorption des pertes à travers l'ajustement de la PB future : la provision de diversification permet d'absorber les fluctuations défavorables de l'actif. Le Solvency Capital Requirement est alors nettement réduit de par ce mécanisme.

De nombreux assureurs craignent que sous la nouvelle règlementation leur niveau de solvabilité soit fortement pénalisé par leur exposition en actions et envisage même une modification de leur allocation d'actifs. Le mécanisme du contrat diversifié semble pourtant avoir trouvé un équilibre fort intéressant en rendant complémentaires un investissement important en actions et un partage équitable des risques entre l'assuré et l'assureur.

Enfin, au vue de l'immensité et de la relative nouveauté du sujet, nous avons également cherché à faire une ouverture sur l'ORSA et le pilier 2 de la directive Solvabilité 2, afin de renforcer la gestion des risques. Nous nous sommes interrogés sur la pertinence du choix de la Value-at-Risk comme mesure de risque dans le calcul du SCR et sur le choix de se limiter à un horizon d'un an. De plus, nous avons fait une proposition d'architecture d'un modèle interne partiel qui permettrait d'approfondir l'étude du profil de risque particulier de notre société et potentiellement de diminuer l'exigence de capital.

# Synthesis

**Key words**: diversified contract, technical provision for diversification, Solvency II, Best Estimate, Solvency Capital Requirement, CPPI

The Fillon Law of August 21st, 2003 on the pension reform and the Breton Law in 2005 on the confidence and the modernization of the economy allowed the introduction of “diversified contracts" on the French life insurance market. This new type of contract is an intermediate solution between the low returns on classic contracts and the high risk of contracts denominated in units of account. In competition with multi-supports contracts, the diversified contract differs mainly by the stationing of assets, their valuation in market value and the creation of a new reserve, the “technical provision for diversification”. The premium is distributed among two reserves: if the mechanism of the mathematical provision guarantees the insured party a certain capital at the end of the contract, the technical provision for diversification has a dynamic role, intended to absorb the fluctuations of the assets. It is held by the members who hold an individualized right in the form of shares: at the subscription, the insurer makes a commitment only on the number of shares and not on their value. The sharing of the risks between the insurer and the insurant is thus fairer. It is important to note that the capital is not guaranteed at any time, only at the end of the contract, which leaves the insurer more freedom. Investment on the stock market can thus be favored, which constitutes one of the main interests of these contracts, and offers a greater hope of profitability compared to traditional contracts. This is true all the more as the assets of the diversified funds are confined, the profits cannot be shared upon another contract.

For these various reasons, these diversified contracts have recently had a significant commercial success. However, the stake in mobilization of the insurer’s own funds for the commercialization of diversified life insurance contracts has yet to be clearly examined under the principles of the next framework directive, Solvency II. The objective of this directive, introduced by the European Commission, is above all to strengthen the protection of the insured parties and the harmonization between the systems of solvency. Its launch date is planned between 2013 and 2014 and the insurers are currently working on new tools to adapt to it. To honor their commitments and cover the risks linked to the contracts, the insurers will have to establish on one hand a "Best Estimate" provision and on the other hand possess a capital requirement, the "Solvency Capital Requirement".

Being a subject in the heart of the current events, we wanted to study through this report the impact of Solvency 2, particularly on diversified contracts, because we consider that these contracts have a promising future in the life insurance market. In order to carry out this study, we set up an Asset-Liability model appropriate for this type of contract. Indeed, the financial performance of the asset influences directly the revalorization of contracts through the profit-sharing, and the insurants’ tendency to surrender their contract: it is impossible in life insurance to separate the liabilities from the assets. The insurer has three possibilities as for the allocation of profit-sharing: he can revaluate either the mathematical provision, the number of shares of the provision for diversification, or the value of a share of the provision for diversification. The last possibility was considered throughout this report.

We tried to build our model so as to answer at best the characteristics of a diversified contract and the reality of the market.

At regards to the assets, we considered that the portfolio is globally decomposed into two between the risk-free assets and the risk assets. To determine the allocation of assets, we used the CPPI management (Constant Proportion Portfolio Insurance). It is a dynamic strategy of management which allies both the growth and the protection of the invested capital. The investor regularly adjusts the exposition of the risk assets and the risk-free assets with the aim of protecting the capital guaranteed at the end of the contract, while maximizing the profits. We are going to explain some essential notions to the understanding of the CPPI management:

The "floor" is the minimum value of the portfolio and in the case of the diversified contracts. It represents the current value of the commitments of the insurer, which corresponds to the sum of the mathematical provisions and the minimal amount of the provision for diversification.

The "cushion" represents the part of the assets of the fund which can be put in risk without the level of the protection being questioned, it thus allows us to determine the performance of the portfolio. The cushion is estimated by the difference between the value of the portfolio and the amount of the floor. In the case of the diversified contracts, it represents the provision for diversification, decreased by its minimal amount.

Depending on the risk tolerated by the investor and the evolution of the market, the investor defines a “multiplier coefficient”. The product of the cushion and this multiplier allows the investor to determine the amount which will be invested in the risk assets, the rest being invested in risk-free assets. The higher the multiplier, the higher the risk and volatility. Indeed, the profits will be more important if the risk assets increase but in return, in the scenario of a market crash, the value of the portfolio can undergo consequent losses.

If we suppose that the portfolio is readjusted at continuous time, the mechanism of this management of portfolio is then effective. Either the exposure to risks carries its fruits or the price of the risk asset drops, the cushion aims then towards zero, but the value of the portfolio remains superior to the floor. However, in practice, a continuous vision is not applicable, and the prices of the risk asset can drop brutally at any time. The investor in this case does not have time to react and the value of the portfolio can end up in a critical position. The provision for diversification absorbs a significant part of the losses, to the detriment of the insured party. However, if the amount of the provision for diversification reaches its minimal value, the drop of the asset is then too important and the insurer ends up having to use his own funds to compensate this loss. We consider that the portfolio is then completely invested in risk-free assets, its value can no longer profit from any raise of the risk asset.

To allow us to better study the evolution of a diversified contract according to the various possible scenarios, we used stochastic models. The modeling of the yield rates was created through the model of Hull and White. In 1990, Hull and White set up a model without arbitration giving the dynamic to the short rates. In our model, the obtained rates allow us to determine the rates of the zero-coupon bonds and the discounting factors used to calculate current values.

For the modeling of the returns on the equity market, a jump-based model, the model of Merton, was retained. This model improves certain limits of the model of Black and Scholes. Indeed, the addition of log-normal jumps in the model of Black and Scholes allows at the same time to return non continuous trajectories and to obtain more thick tails of distribution. The risk of the insurer to be forced to use his own funds in order to compensate the losses is then better modeled. This model seams more coherent with the logic of Solvency II, which tries to analyze these extreme events to decrease the probability of insolvency.

In regards to the liabilities, in every exercise, we calculate the amount of provisions. The mathematical provision is equal to the likely current value of the capital guaranteed at the end of the contract. The provision for diversification is initially determined as the difference between the net premium and the mathematical provision. Then, at every later date, the model establishes a profit-sharing common to all the members, which allows us to know the revalorization of the provision for diversification. In this account, on one side we find the amount of premiums and the performance of the financial management, and on the other, the amount of fees paid by the insurants and the variation of the mathematical provision.

In the income statement of the insurer, we have on one hand the amount of the premiums and the total performance of the financial management, and on the other, the variation of provisions, the benefits paid to the insurants, the expenses and the eventual use of own funds to compensate certain losses. The insurer’s gain is made on the difference between the fees paid by the insurants, and the expenses and use of own funds paid by the insurer.

Our model thus allows us to constitute the balance sheet of the insurer in every exercise according to the evolution of the various parameters taken into account. By making a large number of simulations, we can then study the impact of Solvency 2 on our model. For the calculation of Best Estimate, in every simulation, we determine the current value of the future flows that the insurer will pay, which corresponds to the benefits and expenses. The Best Estimate is the average of these values according to the various scenarios. We consider that the insurer pays expenses on the amount of premiums, the performance of the financial management and the annual management, and that the benefits are due to the surrender of a contract or a death, or paid at the end of the contract. The surrender rates are determinist, which represents a limit to our model. A more complete modeling of the surrender rates would be an interesting subject to deepen our study.

To determine the amount of SCR, we calculated the requirement of capital concerning certain modules of risk, the life subscription risk, the market risk and the operational risk. For the life subscription risk, we took into account the mortality risk, the lapse risk, the risk of an increase of expenses and the catastrophe risk sub-module. For this type of contract, the average financial return is attractive according to the various scenarios, the insurer thus wishes to benefit from this performance through the fees. Any premature loss of contract thus does not favor him. Indeed, in the event of death or surrender, the insurer has to pay a benefit, equal to the established savings (which corresponds to the sum of the mathematical provisions and the provision for diversification). The insurer's gain is then less interesting (the insurer cannot benefit from future fees) and the discounting factors has a smaller impact due to the shorter period, the Best Estimate thus increases. A capital requirement is then required to face these risks. Given that the rates of mortality, surrender and expenses are relatively low, the capital requirement concerning the module of risk of subscription is however relatively insignificant compared to the market risk.

In our model, the market risk is decomposed into four: the interest rate risk, the equity risk, the concentration risk and the illiquidity premium risk. Contrary to numerous life insurance contracts, we notice that the capital requirement is necessary to cover itself in front of a risk of decline of the rates and not an increase of the rates. Certainly, a decline of the rates entails an increase of the market value of the bond portfolio but the investment in risk-free asset is not in majority according to the hypotheses of our model, it is the stock shares which are most represented. The impact of the decline of the rates on the asset is then less strong than its impact on the liabilities.

As we have seen, a euro-diversified contract favors the investment in the equity market. The sub-module concerning the equity risk thus has a very important impact on the amount of SCR. This capital requirement is the highest among all the sub-modules of risk. The portfolio being mainly invested in shares, an immediate fall of 49 % of all the shares has a very important impact.

However, this type of contract has an enormous capacity of absorption of the losses through the adjustment of the future profit-sharing. If we focus on the equity risk and we do not consider the contract's capacity to absorb the losses through the adjustment of the future profit-sharing, the insurer ends up in a critical position, forced to use his own funds to compensate the losses and to hold a sufficient amount of assets in front of the provisions.

When we consider the contract's capacity to absorb the losses through the adjustment of the future profit-sharing, the insurer is not in the immediate obligation to use his own funds. The shock is strongly absorbed through a decrease of the provision for diversification during the first exercise. Furthermore, the amount invested in risk asset is strongly reduced, limiting the financial performance and the allocation of profit-sharing on the following exercises. This entails a consequent decline of the Best Estimate and an important decrease of the capital requirement.

Our model thus allowed us to deduct satisfactory results as for the potential success of diversified contracts on the market of life insurance. By taking into account the various interactions between the asset and the liabilities, we were able to establish a prudential balance sheet and propose an advanced modeling of the Best Estimate. The results confirm that the diversified contract is a promising contract which reconciles as well the expectations of the insurants as those of the insurers. The member benefits at the same time from a guaranteed capital at the end of the contract and a relatively high expected profit, the investment in the stock market being adapted to the long-term investments. The insurer has much to gain through the taxes on the amount of gross premiums or on the performance of the financial investments. Furthermore, the asset/liability risks of the insurer are strongly decreased. Indeed, since the insurer does not carry all the risk, this type of contract possesses an enormous capacity of absorption of the losses through the adjustment of future profit-sharing: the provision for diversification can absorb the fluctuations of the assets. The SCR is thus sharply reduced due to this mechanism.

Numerous insurers are afraid that under the new rules their level of solvency will be strongly penalized by their exposure in equity shares and actually are considering a modification of their allocation of assets. The mechanism of the diversified contract nevertheless seems to have found a very interesting balance by making complementary an important investment in the equity market and a fair division of the risks between the insured party and the insurer.

Finally, the vastness and the relative novelty of the subject led us to finish on an opening on ORSA and the second pillar of the directive Solvency 2, in order to strengthen the risk management. We analyzed the relevance of the choice of the Value-at-Risk as the risk measure in the calculation of the SCR and the choice of a horizon of one year. Furthermore, we made a proposition on the architecture of a partial internal model which would allow the deepening of the study of the particular risk profile of our company and potentially decrease the Solvency Capital Requirement.

# Remerciements

Je tiens avant tout à remercier toute l'équipe de Mazars Actuariat pour leur accueil, leur disponibilité et leur bonne humeur et je suis honoré que cette collaboration se prolonge.

Je remercie en particulier Frank Boukobza pour m'avoir proposé ce sujet fort intéressant. Son implication et ses conseils avisés, tout au long du déroulement du stage, ont grandement contribué à l'accomplissement de ce mémoire.

Enfin, je tiens à remercier tout le corps professoral de l'Université Paris Dauphine.

# Sommaire

# Introduction

L’assurance vie est de plus en plus présente dans le patrimoine des français. Elle est même qualifiée dans les médias comme « l’épargne préférée des français », avec des encours de plus de 1000 milliards d’euros. Mais ce véhicule d’épargne reste peu investi en actions (30% en 2008). Ce phénomène est dû aux contraintes de gestion que l’on retrouve dans les contrats en euros. De plus, la directive Solvabilité 2 apportera de nouvelles contraintes avec les pénalités sur les actions que l’on retrouve dans le QIS5. La garantie de capital associée à ces contrats ne favorise pas l’investissement en actif risqué et pousse les investisseurs à privilégier les obligations. En effet, les assurés ayant la possibilité de racheter leur contrat à tout moment et la garantie devant jouer à tout instant, les assureurs se retrouvent donc dans l’obligation de se protéger contre les risques de taux ou les risques de marché, et d’être en mesure de faire face à leurs engagements à tout moment : leur prise de risque est par conséquence fortement limitée.

Or des études prouvent (voir Barberis, « Investing for the long run when returns are predictable », Journal of finance) que sur des placements à long terme, l’investissement en actions pourrait être fortement adaptée. Il est évident que sur le court terme, la volatilité immédiate des actions représente un risque certain mais au cours du temps, on remarque un comportement de retour à la moyenne : les actions sont pressenties dans cette étude comme des actifs résilients, plus adaptées à un objectif de placement à long terme.

Les assureurs cherchent donc à construire des contrats d’assurance vie dans cette optique de favoriser l’investissement en actions. Les assurés ont par exemple la possibilité de souscrire un contrat en unités de compte ou un contrat multi-supports. Mais le problème est que dans un contrat en UC, les rôles sont inversés et c’est à présent l’assuré qui porte tout le risque, l’assureur s’engage uniquement sur le nombre d’unités de compte et non sur leurs valeurs qui sont soumises aux fluctuations des marchés financiers.

Le monde de l’assurance vie continue donc à évoluer petit à petit et l’innovation des contrats proposés ne cesse de se développer pour répondre au mieux aux attentes des assurés. Entre le rendement plus faible des contrats en euros et le risque trop élevé des contrats en unités de compte, comment trouver le juste milieu ?

Une solution mise en place a été la commercialisation de contrats « euro-diversifiés ».

Ces contrats diversifiés connaissent depuis peu un succès commercial non négligeable. Toutefois, l’enjeu de mobilisation de fonds propres pour la commercialisation des contrats d’assurance Vie diversifiés reste cependant à analyser au regard du prochain cadre réglementaire, Solvabilité 2.Etant un sujet au cœur de l’actualité, nous avons voulu étudier au cours de ce mémoire l’impact de cette nouvelle directive sur les contrats diversifiés en particulier, car nous considérons que ces contrats ont un avenir prometteur dans le monde de l'assurance vie.

Etant en concurrence avec les contrats multi-supports, nous consacrerons la première partie de notre mémoire à expliquer le fonctionnement de ce type de contrat et en quoi il se distingue. Nous verrons que le partage des risques entre l'assureur et l'assuré est plus équitable et permet de favoriser l'investissement en actions.

Notre deuxième partie nous permettra de faire un point sur Solvabilité 1, le cadre réglementaire actuel, d'en montrer ses limites et le besoin d'évoluer et de mettre en place un nouveau projet, Solvabilité 2. Nous étudierons les principes fondamentaux de cette directive, dont le besoin d'une part de constituer une provision « Best Estimate » et d'autre part de disposer d'une exigence de capital, le « Solvency Capital Requirement ».

Ensuite, nous expliquerons le modèle stochastique que nous avons mis en place pour représenter au mieux le fonctionnement d'un contrat diversifié et les interactions entre l'actif et le passif.

Une fois le modèle en place, nous pourrons étudier les résultats obtenus. Nous déterminerons un bilan prudentiel en proposant une modélisation avancée pour le calcul du Best Estimate et nous calculerons le SCR à l'aide la formule standard.

Enfin, au vue de l'immensité et de la relative nouveauté du sujet, nous ferons également une ouverture sur l'ORSA et le pilier 2 de la directive Solvabilité 2, afin de renforcer la gestion des risques et d'approfondir l'étude du profil de risque particulier d'une société commercialisant les contrats diversifiés.

# Partie 1 :
# Présentation du contrat euro-diversifié

# Chapitre 1. Historique

L’apparition des premiers contrats diversifiés se fait suite à la loi Fillon du 21 août 2003. Portant sur la réforme des retraites, le gouvernement français se soucie du besoin d’une retraite complémentaire et incite donc la population à s’y intéresser en mettant en place les Plan d’Epargne Retraite Populaire (PERP). Ce produit d’épargne permet d’avoir une retraite à cotisations définies, liquidée sous forme de rentes viagères.

Le décret du 22 avril 2004 propose une dérive à ce produit, appelé « PERP euro diversifié ».Son but est évidemment d’être plus adapté à la préparation de la retraite. Pour y parvenir, une nouvelle provision a été créée, dite « de diversification ». Cette provision est associée à la provision mathématique et permet de contrôler les fluctuations de l’actif et donc d’avoir une plus grande souplesse quant à la gestion du portefeuille d’actifs. L’investissement en actions y est donc plus favorisé.

En 2005, la loi Breton, portant sur la confiance et la modernisation de l’économie, et le décret du 26 juillet 2006, étendent l’usage de ces contrats diversifiés au marché de l’assurance vie.

Nous allons à présent étudier en détail le fonctionnement d’un contrat euro-diversifié.

# Chapitre 2. Fonctionnement

## Section 2.1. Définition du contrat euro-diversifié

Un contrat euro-diversifié est un contrat groupe ouvert (ou un contrat lié à la cessation d'activité professionnelle, sous agrément d'Institutions de Retraite Professionnelle - IRP) se situant entre un contrat en euro et un contrat en UC. C'est un contrat qui se caractérise principalement par la création d'un fond « diversifié », dans lequel une provision de diversification dynamise les performances du support. Tout en garantissant un certain capital au terme (assuré par le mécanisme de la provision mathématique), une prise de risque sur le marché financier permet donc d'espérer une rentabilité supérieure par rapport à un contrat en euros classique. A noter qu'une liquidation en rente peut éventuellement remplacer le capital garanti. En concurrence avec de nombreux contrats multi-supports, le contrat diversifié présente une particularité importante quant à l'engagement pris sur le capital garanti: le capital n'est pas garanti à tout moment mais seulement au terme du contrat, ce qui laisse une plus grande liberté à l'assureur, et favorise dans une certaine mesure la détention d'actions. L'espérance de gain est donc plus importante. Ceci est d'autant plus vrai que les actifs des fonds diversifiés sont cantonnés, les bénéfices sont alors acquis au produit.

Dans un même contrat, les cotisations de l'assuré peuvent aussi être affectées à l'acquisition de droits individuels relatifs à des engagements exprimés en unité de compte (article R 142-2). La comptabilité est alors faite séparément de celle du canton du contrat diversifié. Nous étudierons le fond diversifié dans la suite de ce mémoire, le fonctionnement des engagements en UC ne présentant aucune particularité par rapport à un contrat en unités de compte classique.

Le terme de l'engagement peut être prorogé à l'initiative de l'assuré par avenant à l'adhésion et pour les contrats liés à la cessation d'activité professionnelle, le terme peut éventuellement être avancé, avant la date de départ en retraite.

Il est important de noter aussi que le niveau de garantie dépend des clauses des contrats et des choix des adhérents. La garantie de capital peut être totale (égale à la prime nette investie), partielle ou même nulle. Eventuellement, le taux garanti peut être non nul.

Les contrats euro-diversifiés peuvent être séparés en deux groupes :

- **Le contrat diversifié actuariel** : L'assuré choisit un terme et se voit garantir au terme du contrat un certain pourcentage de la prime nette investie au terme (qui peut être revalorisée à un taux minimum garanti). Ce contrat se rapproche plus d'un contrat à capitaux différés mais diffère par son dynamisme et ses méthodes de revalorisation. L'assureur a donc l'obligation de faire face à cet engagement en constituant une provision mathématique, calculée par actualisation.

  Une certaine réglementation est à respecter :

  - le taux d'actualisation ne peut être supérieur à 75% du TME (taux moyen des emprunts de l'Etat français) sans pouvoir dépasser au-delà de huit ans, le plus bas des deux taux suivants : 3,5% ou 60% du TME (A-142-1 du code des Assurances)

  - les tables de mortalité doivent être homologuées ou certifiées (A-335-1 du code des Assurances)

- Une variante à ce type de contrat existe, **le contrat diversifié contractuel** : L'assuré a la possibilité de répartir sa prime nette entre la provision mathématique et la provision de diversification. La garantie du capital est cette fois-ci due à tout moment par l'assureur. Le taux technique utilisé pour le calcul de la provision mathématique est donc nul et comme ci-dessus, les tables de mortalités doivent être homologuées ou certifiées. On se rapproche plus d'un contrat à multi-supports mais sa gestion est pilotée : toute la gestion du contrat est effectuée par l'assureur.

Nous nous intéresserons principalement au contrat diversifié actuariel dans la suite de ce mémoire.

## Section 2.2. Les Provisions Techniques

Le fond diversifié se caractérise principalement par la présence de deux provisions au passif :

### *2.2.1. La Provision Mathématique*

La provision mathématique (PM) a pour rôle d'assurer la garantie du capital à terme. Le calcul de son montant se fait selon des tables de mortalité (homologuées ou certifiées) et par rapport à la date d'échéance du contrat (ou la date de liquidation lorsqu'il s'agit d'un contrat à rentes). Le taux technique n'est pas forcément égal au taux garanti dans le contrat (par dérogation à l'article A-331-1-1 du Code des Assurances) ce qui permet de provisionner avec un taux supérieur à celui du tarif. Ce dernier point s'avère primordial, car la provision mathématique est alors inférieure à la prime nette, permettant un accroissement de la provision de diversification. Le taux technique peut aussi varier d'un exercice à l'autre, la provision mathématique peut donc subir des variations à la hausse comme à la baisse.

### *2.2.2. La Provision de Diversification*

Introduite par l'Article R.331-3 du code des Assurances, la provision de diversification (PD) a un rôle dynamique et elle est destinée à absorber les fluctuations des actifs. En cas de baisse des marchés financiers, elle permet d'absorber les chocs subis par l'actif et en cas de hausse, c'est un moteur de croissance entraînant une augmentation des rendements. On peut parler de réserve de lissage. Mathématiquement, sa valeur initiale correspond tout simplement à la différence entre les montants de la prime nette et de la provision mathématique. La provision de diversification est détenue par les adhérents qui détiennent un droit individualisé sous forme de parts : à la souscription, l'assureur ne s'engage que sur le nombre de parts et non sur leur valeur, ce qui ressemble au fonctionnement d'un contrat en unités de compte. Pour obtenir la valeur de la part de PD, il suffit de diviser le montant global de cette provision par le nombre total de parts.

Au niveau de la part de provision de diversification, l'assureur est tout de même dans l'obligation de garantir une valeur minimale (article R. 142-5), pour éviter la disparition de cette provision. Cette garantie est assurée par un mécanisme d'appel aux fonds propres qui est effectué dès lors que les actifs ne sont pas en mesure de couvrir les engagements (article A. 132-5-3). Quel que soit la date d'adhésion au contrat, le montant de la garantie minimale doit être identique pour chaque assuré. Elle doit être au minimum égale à 5% de la valeur initiale de la part, lors de la création du contrat collectif. Cette garantie a été mise en place dans l'objectif de rassurer les assurés plus averses au risque et les encourager à investir en parts de provision de diversification. Ceci représente donc un engagement supplémentaire pour l'assureur même si celui-ci est nettement moins contraignant que l'engagement pris par rapport à la provision mathématique.

On a donc :

$$\boxed{Valeur\ minimale\ de\ la\ PD = 5\% * Valeur\ de\ la\ part\ de\ PD\ en\ 0\ * nombre\ de\ parts\ de\ PD}$$

Il est intéressant de noter que l'adhérent peut avoir la possibilité d'investir entièrement son épargne en part de provision de diversification. Dans ce cas, on parle de « fond interne » et l'assureur n'est pas dans l'obligation de garantir une valeur minimale.

Plusieurs paramètres sont à prendre en compte pour comprendre l'évolution du montant total de cette provision. Elle peut augmenter en fonction des cotisations versées et des participations aux résultats (nous étudierons ce point plus en détail dans la suite). Inversement, sa diminution s'explique à travers l'imputation des pertes et de frais, des prélèvements par rapport aux prestations servies et des conversions de parts en provision mathématique.

D'autres provisions interviennent aussi : la provision globale de gestion, et la provision pour frais d'acquisition reportés mais celles-ci ne seront pas étudiées au cours du mémoire car elles ne présentent pas de particularités par rapport à des contrats classiques.

### 2.2.3. Calcul des Provisions

Etudions les différentes étapes permettant de calculer les provisions initiales. Nous prenons le cas d'un contrat diversifié actuariel.

1. Nous recevons le montant de la prime et nous calculons sa valeur nette de chargement.

2. Nous déterminons le capital garanti au terme en fonction du pourcentage $\boldsymbol{x}$ garantie de la prime nette, le taux du tarif et le terme n choisi, fixé à la souscription.

$$\boxed{\boldsymbol{Capital\ garanti} = \boldsymbol{x}\% * \boldsymbol{Prime\ nette} * (\mathbf{1} + \boldsymbol{taux\ garanti})^{\boldsymbol{n}}}$$

3. En actualisant ce dernier montant à partir du taux technique, nous obtenons le montant de la provision mathématique.

$$\boxed{\boldsymbol{PM}(\mathbf{0}) = \frac{\boldsymbol{l_{x+n}}}{\boldsymbol{l_x}} * \frac{\boldsymbol{Capital\ garanti}}{(\mathbf{1} + \boldsymbol{taux\ technique})^{\boldsymbol{n}}}}$$

Où $l_x$ est le nombre de personnes d'âge x sur la table de mortalité utilisée

$\frac{l_{x+n}}{l_x}$ représente la probabilité qu'un individu d'âge x soit encore vivant dans n années.

4. Enfin, nous déterminons le montant de la prime affectée à la provision de diversification, en calculant la différence entre la prime nette et la provision mathématique.

$$\boxed{\boldsymbol{PD}(\mathbf{0}) = \boldsymbol{Prime\ nette} - \boldsymbol{PM}(\mathbf{0})}$$

Voici un schéma résumant ces étapes :

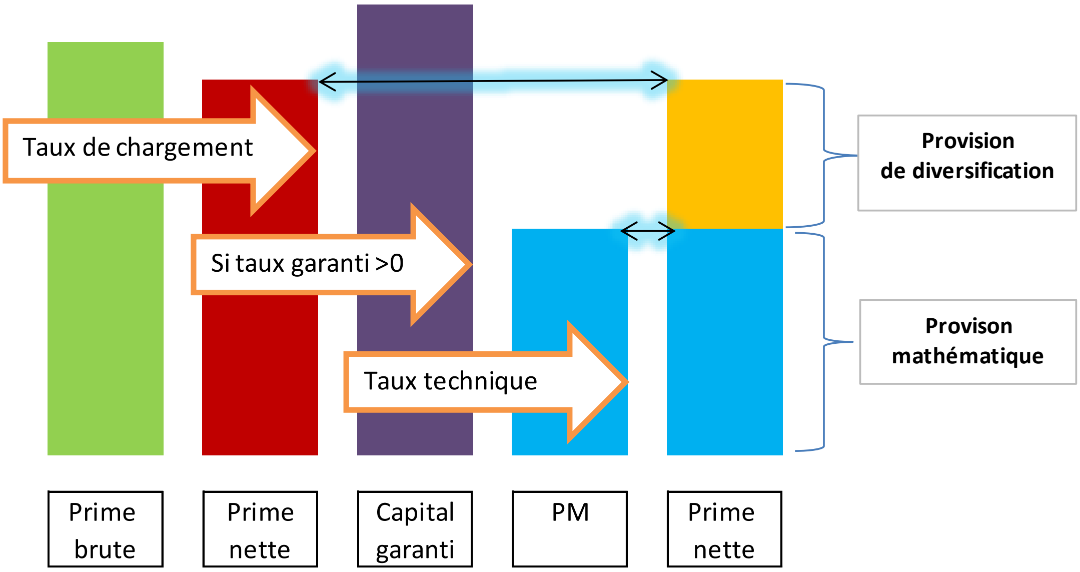



**Figure 1 : Calcul des provisions**

### *2.2.4. Possibilité de conversion ou de transfert*

L'assuré a la possibilité, lorsque le contrat le permet, de convertir des parts de provision de diversification en provision mathématique (article R-142-6). La valeur de ces parts vient s'ajouter alors au montant des provisions mathématiques. Au moment de la conversion, la valeur de la part peut être modifiée. Il faut alors réévaluer la garantie minimale en la multipliant par le rapport entre la nouvelle valeur de la part et l'ancienne.

Des parts d'unités de compte peuvent aussi être converties en parts de provision de diversification (article R-142-10-V).

Dans le même esprit que l'amendement Fourgous, l'assuré peut demander le transfert de la provision mathématique de son contrat d'épargne classique vers un contrat diversifié (proposé par le même assureur), sans qu'il y ait perte d'antériorité fiscale.

## Section 2.3. Comptabilité

### 2.3.1. Cantonnement

Une autre particularité très importante de ce contrat est le cantonnement des actifs, c'est-à-dire qu'une comptabilité propre à ce contrat est nécessaire. Les actifs et les provisions techniques, mise à part la provision globale de gestion, doivent donc être inscrits dans le bilan de cette nouvelle comptabilité. Ceci est un point très important car les assurés peuvent en tirer un réel avantage. En effet, une comptabilité propre au produit signifie aussi un compte de participation aux résultats propre au produit : les bénéfices (ou les pertes !) ne peuvent donc pas être répartis parmi les différents contrats proposés par l'assureur. A travers le fonctionnement de la provision de diversification et le cantonnement des actifs, l'assuré peut alors espérer un rendement supérieur à celui d'un contrat classique.

### 2.3.2. Comptabilisation des actifs en valeur de marché

De plus, les actifs sont comptabilisés en valeur de réalisation (fair value). Ceci peut expliquer le caractère volatil du compte de participation aux résultats pour les contrats euro-diversifiés. Cette innovation s'inscrit bien dans le cadre de la réforme Solvabilité II que nous étudierons dans la suite.

Plusieurs provisions disparaissent donc dans ce type de contrat. La réserve de capitalisation, la provision pour participation aux excédents et la provision pour risque d'exigibilité n'existent plus de par la comptabilisation en valeur de marché des actifs et la mise en place de la provision de diversification qui permet d'absorber les fluctuations de l'actif.

Nous pouvons faire une comparaison simple des bilans d'un support en euro classique et d'un support euro-diversifié.

**Bilan d'un fond en euro classique**

| Actif | Passif |
|---|---|
| Actifs en valeur historique | Réserve de capitalisation |
| | Provision pour risque d'exigibilité |
| | Provision pour participation aux excédents |
| | Provision mathématique |

**Bilan d'un fond euro-diversifié**

| Actif | Passif |
|---|---|
| Actifs en valeur de marché | Provision de diversification |
| | Provision mathématique |

**Figure 2 : Comparaison des bilans d'un contrat classique et d'un contrat euro-diversifié**

##### 2.3.3. Marge de solvabilité – Directive Solvabilité 1

L'exigence de marge de solvabilité pour les provisions mathématiques ne diffère pas de celle d'un contrat en euro, soit de 4% du montant de ces provisions.

Quant à la provision de diversification, la marge à constituer est toujours de 4% sur la part garantie. Mais sur la part non garantie, la marge de solvabilité est de 1%, ce qui présente un certain avantage par rapport à un contrat en euro classique, le besoin en fonds propres étant moins important.

## Section 2.4. L'actif du fond diversifié

Comme nous avons pu le voir, la comptabilisation de l'actif du fond diversifié est faite en valeur de marché. De plus, cet actif peut être composé des mêmes instruments financiers admis en représentation des contrats en unité de compte. Il peut fortement investi  en actions, ce qui est un réel avantage par rapport aux fonds en euro classique. Toutefois, la liste de support est restreinte et la règlementation impose une proportion faible d'investissement dans les actifs les plus risqués et une interdiction de détention en direct d'instruments financiers à terme.

Pour les contrats ne prévoyant pas une garantie intégrale au terme, la valeur au bilan des actifs suivants ne peut pas excéder 10% du total du canton (article R-142-14) :

- Actions non cotées, titres Mutuelles ou institutions de Prévoyance
- Parts de fonds communs de placement à risque (FCPR), fonds communs de placement dans l'innovation (FCPI) ou fonds d'investissement de proximité (FIP)
- Parts ou actions d'organismes de placement collectifs en valeur mobilière ARIA 1 et 2
- Parts ou actions d'organismes de placement collectifs en valeur mobilières divers

Et la valeur au bilan des actifs mentionnés ci-après ne peut excéder 30% du total du canton :

- Parts ou actions d'organismes de placement collectifs en valeur mobilières ARIA 3
- Sociétés immobilières ou foncières, OPCI

L'assureur bénéfice d'une grande liberté quant à la gestion de cet actif. Tout d'abord, l'actif étant cantonné, sa gestion est faite indépendamment des autres portefeuilles de l'assureur. De plus, la proportion entre classes d'actifs n'est pas dépendante de la répartition des investissements au passif entre la provision mathématique et la provision de diversification.  Ce point s'avère primordial. En effet, l'actif n'est pas divisé en deux, avec d'un côté les actifs non risqués en représentation de la provision mathématique et de l'autre, les actifs risqués en représentation de la provision de diversification : l'actif est commun. Suivant l'évolution du marché financier, l'assureur peut alors décider d'investir comme il le souhaite, à condition évidemment de respecter les règlementations mises en place.

## Section 2.5. Participation aux résultats

Le contrat euro-diversifié présente une nouvelle particularité quant à l'attribution de la participation aux résultats.

Dans un contrat d'assurance vie classique (à l'exception principalement des contrats en unités de compte), les bases règlementaires de provisionnement étant particulièrement prudentes, ceci implique en moyenne des bénéfices techniques et financiers probables, à partager avec les assurés. La règlementation définit un niveau minimum de participation aux bénéfices et des clauses contractuelles peuvent accroître ce montant.

Le principe de base du calcul du minimum règlementaire est le suivant :

**Compte technique**

90% du bénéfice technique
ou 100% de la perte technique

+

**Compte financier**

85% du bénéfice financier
ou 0% de la perte financière

**Minimum règlementaire**
**de Participation aux Bénéfices**

**Figure 3 : Calcul du minimum règlementaire de participation aux bénéfices**

On remarque que l'assureur est le seul responsable d'une perte financière et doit en assumer les répercussions. Les assurés ne sont pas fautifs d'un investissement non rentable de sa part et ne peuvent donc pas en être pénalisés.

Pour les contrats euro-diversifiés, le mécanisme n'est pas le même. Un compte de participation aux résultats commun à l'ensemble des adhérents est établi au moins à chaque échéance trimestrielle.

Ce compte se décompose ainsi (Article A331-4) :

| |
|---|
| **Recettes** |
| (+) Le montant des primes versées |
| (+) Les produits nets des placements |
| (+) La variation des plus ou moins-values latentes des actifs du contrat |
| (+) Les éventuelles rétrocessions de commission |
| |
| **Dépenses** |
| (-) Les charges des prestations versées aux adhérents |
| (-) Les charges des provisions techniques y compris celles d'écarts actuariels des PM, avant attribution de PB |
| (-) Les chargements |
| (-) Le cas échéant, le solde débiteur net de déduction de l'exercice précédent |

**Tableau 1 : Compte de participation aux résultats commun à l'ensemble des adhérents**

L'engagement majeur de l'assureur est le capital garanti au terme du contrat, assuré par la provision mathématique mais ce qui dynamise le fonds diversifié c'est le mécanisme de la provision de diversification. Tout comme dans un contrat en unités de compte, l'assureur ne s'engage pas sur la valeur d'une part de provision de diversification, il ne garantit qu'une valeur minimum de la part : l'assuré porte principalement le risque. A la différence d'un contrat d'assurance vie classique, si les produits nets des placements sont négatifs ou si l'actif a réalisé une moins-value latente au cours de l'exercice, ces pertes sont donc tout de même imputées sur ce compte de participation aux résultats. Son solde peut alors être créditeur tout comme il peut être débiteur.

Les trois possibilités d'attribution des bénéfices techniques et financiers sont décrites ci-dessous (une combinaison des trois est aussi possible) :

### *2.5.1. La revalorisation de la Provision Mathématique*

Premièrement, la revalorisation doit être identique pour tous les assurés et elle ne peut être effectuée que dans le cas où le compte de participations aux résultats est positif. Revaloriser cette provision revient à augmenter les engagements de l'assureur. Dans le but de favoriser l'investissement en actions, la législation impose donc une nouvelle condition : la provision de diversification doit être à un niveau jugé suffisant.

Le niveau de la provision de diversification est jugé suffisant lorsque :

- Le montant de la provision de diversification est supérieur à une fois et demie la différence entre le montant de la PM si le taux d'actualisation retenu est nul et le montant de la PM réellement calculé.

- Le montant de la provision de diversification, diminué de la garantie minimale de la valeur de la part, est supérieur à un pourcentage (10%), fixé par arrêté du ministre chargé de l'économie, du montant des PM.

Si ces contraintes sont satisfaites, la provision mathématique est alors revalorisée, sinon c'est la valeur des parts de provision de diversification qui est revalorisée.

A la date t+1, on a alors :

$$PD_{t+1} = PD_t$$

$$PM_{t+1} = PM_{t+1}(avant\ revalorisation) + Valeur\ du\ compte\ de\ PB$$

### 2.5.2. La revalorisation de la Provision de Diversification en valeur de parts

La revalorisation peut être effectuée quel que soit le montant du compte de participation aux résultats, qu'il soit créditeur ou débiteur.

A noter que lorsque ce compte est débiteur, le solde est affecté à la provision de diversification, sans que la valeur de celle-ci puisse être inférieure à la valeur minimale garantie. Au-delà, un appel aux fonds propres est nécessaire. L'assureur a la possibilité de compenser cette perte en reportant ce montant en dépense du compte de participation aux résultats de l'échéance suivante ou de considérer que ce montant est acquis aux adhérents, ce qui peut être un atout commercial.

$$PD_{t+1} = PD_t + Valeur\ du\ compte\ de\ PB$$

$$Nombre\ de\ parts\ de\ PD = Nombre\ de\ parts\ en\ t = \frac{PD_t}{Valeur\ de\ la\ part\ de\ PD\ en\ t}$$

$$Valeur\ de\ la\ part\ de\ PD\ en\ t+1 = \frac{PD_{t+1}}{Nombre\ de\ parts}$$

### 2.5.3. La revalorisation par création de nouvelles parts de PD

Le nombre de parts détenus par les assurés augmente sans modification quant à la valeur de la part. Il n'y a pas de règles précises sur l'affection des nouvelles parts entre les assurés.

$$PD_{t+1} = PD_t + Valeur\ du\ compte\ de\ PB$$

$$Valeur\ de\ la\ part\ de\ PD\ en\ t+1 = Valeur\ de\ la\ part\ en\ t$$

$$Nombre\ de\ parts\ de\ PD\ en\ t+1 = \frac{PD_{t+1}}{Valeur\ de\ la\ part\ de\ PD\ en\ t+1}$$

$$Valeur\ minimale\ de\ la\ PD = 5\% * Valeur\ de\ la\ part\ de\ PD\ en\ 0 * nombre\ de\ parts\ de\ PD\ en\ t+1$$

## Section 2.6. Rémunération de l'assureur

D'après l'article R-142-10, l'assureur peut prélever sur :

- les cotisations versées et les montants transférés ou rachetés
- les montants résultant de conversions à l'initiative de l'adhérent entre les droits exprimés en euros et ceux exprimés en unités de compte
- le montant des droits individuels des participants
- le solde du compte de participation aux résultats, dans des conditions fixées par arrêté du ministre chargé de l'économie : l'assureur est dans le droit de conserver jusqu'à 15% du montant du compte de participation aux résultats (dans le cas où le solde est créditeur)
- les prestations versées
- les performances de gestion financière du contrat
- une combinaison de ces éléments ; toutefois, ne peuvent être appliqués de façon combinée les prélèvements sur le solde du compte de participation aux résultats et sur les performances de gestion financière du contrat

## Section 2.7. Rachat

### *2.7.1. Valeur de rachat*

La valeur de rachat est égale au montant des droits individuels, c'est-à-dire la somme du montant de la provision mathématique et de la provision de diversification. Le montant de la provision de diversification s'obtient en multipliant le nombre de parts par la valeur de la part. Une pénalité de rachat peut être prélevée (elle ne peut pas dépasser 5% de la provision mathématique du contrat).

### *2.7.2. Contrat non rachetable*

L'assureur a la possibilité d'interdire le rachat pendant une durée de dix ans maximum (article R. 142-8). Ce point est un atout considérable pour l'assureur. En effet, cette option offre une plus grande liberté dans la gestion de l'assureur, l'épargne étant bloquée sur une durée considérable, une vision sur le long terme et l'investissement en actions sont donc favorisés.

Les contrats euro-diversifiés sont soumis au cadre fiscal classique de l'assurance vie. Toutefois, l'absence de rachat temporaire semblait être une opportunité intéressante à ce niveau pour attirer les épargnants. La question de leur déclaration à l'ISF faisait débat puisque l'article 885 F du Code Général des Impôts distingue les contrats rachetables (soumis à l'ISF) des contrats non rachetables (non soumis à l'ISF).L'instruction du 12 janvier 2010 a mis fin au débat et l'administration fiscale a considéré qu' « une indisponibilité temporaire n'a pas pour effet de rendre le contrat non imposable à l'ISF ». La valeur du contrat correspondant à la créance qui figure dans le patrimoine du souscripteur est donc finalement imposable à l'ISF. L'indisponibilité de l'épargne, sans contrepartie fiscale, représente une limite quant au succès commercial de ce contrat.

## Section 2.8. Mise en œuvre du dispositif de gestion opérationnelle

La mise en œuvre d'un tel contrat est assez complexe et coûteux. De nouvelles règles de gestion et de nouveaux types de provisionnement étant introduites, le système d'information doit s'y adapter. L'introduction de la provision de diversification oblige donc l'assureur à développer ses outils informatiques pour pouvoir intégrer les différentes méthodes de revalorisation et les conversions potentielles de parts de provision de diversification en provision mathématique (ou inversement).

La gestion de l’actif demande elle aussi une forte évolution de l’organisation. L’établissement d’une valeur liquidative périodique, la gestion des investissements qui doit permettre de faire face aux engagements (sur le capital garanti et sur la valeur minimale de la part de provision de diversification) et une communication financière fortement règlementée demandent beaucoup de travail.

Nous allons à présent pouvoir étudier la directive Solvabilité 2 pour décliner ces principes au contrat euro-diversifié.

# Partie 2 : La directive Solvabilité 2

L'assurance a un rôle prépondérant dans l'économie. Sa particularité est l'inversion du cycle de production : le prix du contrat est fixé avant que la prestation ne soit éventuellement servie. Ceci a de nombreuses conséquences :

- Au niveau technique, l'assureur ne connaissant pas exactement le montant de ses engagements envers les assurés, il en résulte une incertitude du résultat futur.

- Au niveau financier, l'inversion du cycle engendre un avantage de trésorerie, mais également un montant de placements très élevé, dans le but d'augmenter les revenus.

- Au niveau comptable, l'activité d'assurance génère un passif important, représentant l'engagement envers les assurés, et l'actif doit alors montrer comment l'entreprise gère les fonds reçus et comment elle pourra honorer ses engagements.

Cette inversion du cycle de production nécessite donc la mise en place d'une règlementation précise pour garantir la solvabilité des compagnies d'assurance, soit la capacité à faire face aux engagements pris vis-à-vis des bénéficiaires des contrats, même en cas de frais et de pertes imprévus. La protection des assurés en est l'objectif principal.

Actuellement, le monde de l'assurance doit s'adapter à une nouvelle réforme, Solvabilité 2, qui cherche à uniformiser les règles prudentielles à l'échelle européenne. La proposition de directive a été adoptée et devrait entrer en vigueur à partir de 2013.

Avant d'aborder en détail cette réforme, revenons sur le contexte actuel, pour comprendre les limites de la directive en vigueur actuellement, Solvabilité 1, et la nécessité d'y apporter une évolution.

# Chapitre 3. Solvabilité 1

Le principe de solvabilité est apparu en Europe par l'introduction de l'exigence de marge de solvabilité en assurance non-vie qui a découlé de la directive européenne du 24 juillet 1973. En 1979, cette règlementation a été étendue à l'assurance vie. La directive du 5 mars 2002, Solvabilité 1, a permis de développer ces premières règles mises en place.

Cette réforme repose sur trois principes :

- Des provisions techniques suffisantes
- Une règlementation sur la couverture des engagements par des actifs
- L'exigence de marge de solvabilité

Ces trois principes (à ne pas confondre avec les trois piliers de Solvabilité 2) sont primordiaux car il ne suffit pas d'évaluer correctement les engagements, il faut aussi avoir en représentation des actifs sûrs, liquides et rentables, mais aussi détenir plus d'actifs réels que de dettes et d'engagements pour permettre de rester solvable même en cas de perte future. Chaque année, un rapport de solvabilité doit être rédigé afin de permettre le contrôle de ces différents points (article L332-2-2).

Il a donc été imposé aux compagnies d'assurance de prévoir dans leur situation financière un « matelas de sécurité », la marge de solvabilité, dont l'évaluation dépend de leur activité, afin de faire face aux situations anormales de sinistralité. Ce matelas est représenté par le montant des éléments constitutifs. Les éléments constitutifs éligibles sont définis dans l'article R334-11, il s'agit essentiellement des fonds propres de l'entreprise (mais on peut également retenir sous condition des emprunts subordonnés, des plus-values latentes ou des bénéfices futurs). Le risque de diminution de la marge de solvabilité se traduit principalement à travers les risques de marché pouvant provoquer une dépréciation de l'actif, les risques opérationnels et les risques de souscription (une mauvaise estimation des coûts futurs pouvant entraîner des montants de provisions insuffisants).

L'exigence de marge de solvabilité est le capital minimum que doit détenir l'assureur pour pouvoir continuer à exercer l'activité d'assurance. Cet élément doit être couvert par les fonds propres. Le ratio entre le montant des fonds propres et l'exigence de marge de solvabilité s'appelle le taux de couverture de la marge. Si ce ratio est inférieur à 1, les autorités de contrôle sont alors obligées d'intervenir. Elles ont pour premier rôle de définir un plan de restructuration de la compagnie mais si la situation est jugée trop critique, le retrait d'agrément est alors envisageable.

Dans le cas d'un contrat d'assurance vie, l'exigence de marge de solvabilité (EMS) est égale à la somme de :

- 4% des provisions mathématiques, multiplié par le taux de réassurance dans la limite de 85%, sauf pour les produits en unités de compte (en dehors des produits à garantie plancher) : on ne prend que 1% des provisions mathématiques car le risque est porté principalement par l'assuré

- 0.3% des capitaux sous risques (correspondant au risque décès garanti net des provisions mathématiques), multiplié par le taux de réassurance dans la limite de 50%,
  sauf pour les temporaires décès de durée inférieure à 3 ans, le taux est alors de 0.1% et pour les temporaires décès de durée entre 3 et 5 ans : on utilise un taux de 0.15%

$$\boxed{\begin{aligned} EMS_{vie} &= (4\%\ PM_{hors\ UC} + 1\%\ PM_{UC}) * \max(85\%; taux\ réass) \\ &+ \big((0.1\%\ \text{à}\ 0.3\%)\ Capitaux\ Sous\ Risques\big) * \max\,(50\%; taux\ réass) \end{aligned}}$$

La réforme Solvabilité 1 présente de nombreux avantages et a démontré son efficacité dans le passé. En effet, on constate par exemple sur le calcul de l'exigence de marge de solvabilité que l'on a des formules à facteurs (factor bond approach), ce qui rend son utilisation simple et peu coûteux. De plus, les résultats sont ensuite facilement comparables au niveau national.

Pourtant, de nombreux reproches ont été faits.

Les inconvénients au niveau quantitatif sont:

- La prudence de tarification et de provisionnement est pénalisée. En effet dans le calcul de l'exigence de marge de solvabilité, l'augmentation des provisions entraîne un accroissement de cette exigence. Cet inconvénient peut avoir de lourdes conséquences en encourageant indirectement un manque de prudence chez les assureurs.
- Les mêmes règles de gestion d'actifs sont appliquées pour toutes les activités.
- Cette réforme a une vision rétrospective : on estime l'incertitude du futur en s'appuyant sur les données historiques.
- Le profil de risque de chaque assureur n'est pas pris en compte : tous les risques ne sont pas forcément étudiés, la réassurance n'est que partiellement considérée et la diversification des risques n'est pas prise en compte.

Les inconvénients au niveau qualitatif sont:

- Un manque de surveillance sur le contrôle interne, qui a tout de même été amélioré en 2006 suite au décret n°2006-287 du 13 Mars, obligeant les entreprises à «  mettre en place un dispositif permanent de contrôle interne ».
- A l'international, certains systèmes, comme le Swiss Solvency Test, ont remis en cause la pertinence de Solvabilité 1.
- Les normes comptables US-GAAP et IAS-IFRS, utilisées comme référence, ne sont pas compatibles avec Solvabilité 1.
- Un manque d'homogénéité entre les différents pays est ressenti.

Suite à ces différentes critiques, il était donc temps de réagir et ces réflexions ont abouti à la directive Solvabilité 2.

# Chapitre 4. Solvabilité 2

## Section 4.1. Objectifs

Le 22 avril 2009, le parlement européen a voté la directive Solvabilité 2. La commission européenne se justifie par une « volonté de développer un nouveau système de solvabilité pour toutes les entreprises d'assurance vie, non-vie et de réassurance, que tous les états-membres (UE et EEE) seront en mesure d'appliquer de façon harmonisée, robuste et pérenne, sans engendrer de perturbation des marchés ».

Le renforcement de l'intégration du marché européen et de la compétitivité des assureurs est un enjeu considérable. Ceci permettrait d'accroître la concurrence entre assureurs en Europe et les assurés pourraient alors en tirer un réel bénéfice. Pour y parvenir, une harmonisation des normes et des pratiques prudentielles en Europe et entre secteurs va être mis en place, aboutissant à une convergence internationale avec par exemple les normes IFRS (International Financial Reporting Standards) au niveau comptable.

De plus, la directive cherche à accorder une plus grande liberté aux assureurs. Ils vont pouvoir établir une gestion des risques plus spécifique à leur profil, ce qui pourra être développée à travers des modèles internes. En contrepartie, la protection des assurés étant toujours l'objectif principal, le dialogue prudentiel avec les autorités de contrôle sera renforcé. L'assureur doit être capable de leur fournir des outils permettant de mieux apprécier la solvabilité des entreprises en se basant non plus sur une vision rétrospective mais prospective.

La directive Solvabilité 2 a aussi comme objectif de mieux « légiférer » (Better Regulation Agenda). En effet, la règlementation doit être plus flexible, proportionnée et fondée sur les principes d'un document unique. Cette réforme est basée sur des grands principes plutôt que des règles de calculs simplistes comme pour l'exigence de marge de solvabilité dans Solvabilité 1, ce qui accentue la liberté de l'assureur mais aussi la complexité de la mise en œuvre de ce nouveau projet.

## Section 4.2. Les acteurs de la directive

Présentons les différents acteurs participant à l'élaboration de Solvabilité 2 :

- La Commission Européenne
  Elle a pour rôle de rédiger la directive et piloter le projet, en collaboration avec les états membres. Son travail est législatif.

- EIOPA (European Insurance and Occupational Pensions Authority)
  Au niveau technique, la Commission Européenne consulte l'EIOPA. Ce comité regroupe les autorités de surveillance des états membres (en France, il s'agit de l'ACP, l'Autorité de Contrôle Prudentiel). Son rôle est consultatif. Cinq études quantitatives d'impact ont été menées successivement depuis 2006 par l'EIOPA afin d'évaluer les répercussions quantitatives du futur système de solvabilité, et notamment pour mesurer l'impact des nouvelles règles sur l'évaluation des postes du bilan prudentiel et le calcul des exigences en capital réglementaire. Notons que la cinquième étude menée sera la dernière : le QIS5 regroupe la version définitive de calcul de la formule standard. Entre les différents QIS, l'EIOPA lance des vagues de consultations (« Consultations Papers »).

- Les professionnels de l'assurance
  Les retours de ces professionnels sur les «Consultation Papers » permettent de faire un bilan avec les différents acteurs du marché de l'assurance et d'en proposer les évolutions nécessaires.

## Section 4.3. Processus Lamfalussy

Le processus Lamfalussy a d'abord été élaboré dans le secteur financier. C'est une approche à quatre niveaux que l'Union Européenne souhaite développer pour harmoniser les législations nationales et ainsi construire un véritable marché intérieur dans le domaine financier. La directive Solvabilité 2 va permettre d'étendre le champ d'application de ce processus à l'assurance.

- 1er niveau : Elaboration de la Directive Cadre
  Suite à une proposition de directive de la Commission Européenne, le Conseil et le Parlement adoptent un texte législatif livrant les principes directeurs de la future règlementation en donnant des axes de mise en œuvre.

- 2ème niveau : Elaboration des mesures d'exécutions

La Commission sollicite l'avis des autorités de régulation des Etats membres pour la rédaction des mesures d'exécution. L'EIOPA lance des consultations et fait une proposition à la Commission, qui entérine les mesures.

- 3ème niveau : Recommandations en vue d'une application convergente
  Les autorités de régulation nationales coordonnent leurs travaux afin d'harmoniser l'application de la Directive et de limiter la divergence entre les règlementations des états membres.

- 4ème niveau : Contrôle de l'application
  La Commission Européenne vérifie la conformité des règlementations nationales et intervient en cas d'infraction.

## Section 4.4. Une architecture à trois piliers

S'inspirant de la réforme « Bâle II » sur la surveillance prudentielle du secteur bancaire, Solvabilité 2 se construit autour de trois piliers :

- 1er pilier : Exigences quantitatives
  Les actifs et les passifs sont évalués en valeur de marché et le calcul du montant minimum de fonds propres doit être compatible avec les risques propres à la compagnie d'assurance.

- 2ème pilier : Exigences qualitatives
  Ce pilier permettra à l'autorité de contrôle d'évaluer le contrôle interne, la gestion des risques et la gouvernance d'entreprise.

- 3ème pilier : La discipline de marché
  Le 3ème pilier concerne les publications des entreprises d'assurance vis-à-vis des investisseurs, des autorités de marché et des assurés.

### *4.4.1. Le pilier 1 : les exigences quantitatives*

#### *a. Les actifs et les passifs en valeur de marché*

Solvabilité 2 veut adopter une approche économique, cohérente avec la norme IFRS. Elle est fondée sur la valeur économique, la « juste valeur ».

Les actifs doivent être évalués à leur valeur de cession (la valeur pour laquelle ils pourraient être échangés lors d'une transaction conclue dans des conditions de concurrence normale), et non à leur valeur historique comme en comptabilité française (French GAAP), et les passifs sont évalués à leur valeur de transfert.

Alors que l'évaluation en valeur de marché de la majorité des actifs ne présente pas de difficultés particulières, on ne peut pas en dire de même des passifs.

- La méthode « mark to market » concerne les engagements « hedgeable », c'est-à-dire les passifs dont les cash flows peuvent être répliqués parfaitement par un instrument financier (comme les engagements en unités de compte par exemple). Cette méthode est toutefois rarement utilisée, la plupart des engagements d'assurance n'étant pas réplicables.

- La méthode « mark to model » concerne les engagements « non hedgeable » : lorsque le passif n'est pas réplicable, la valeur de marché du passif est alors égale à la somme de la Marge de Risque et du Best Estimate, que nous étudierons plus précisément dans la suite.

Pour l'étude du fonds diversifié, la méthode « mark to model » sera utilisée.

- Le **Best Estimate** est « la moyenne pondérée en fonction de leur probabilité des futurs flux de trésorerie compte tenu de la valeur temporelle de l'argent, laquelle est estimée sur la base de la courbe des taux sans risque pertinente ».

  Il représente donc la valeur actuelle probable des flux futurs. Il faut utiliser des informations et des hypothèses réalistes et fixer un horizon de projection suffisamment lointain pour tenir compte de tous les flux significatifs.

- La directive stipule que la **Marge de Risque** est « calculée de manière à garantir que la valeur des provisions techniques soit équivalente au montant dont les entreprises d'assurance et de réassurance auraient besoin pour reprendre et honorer des engagements d'assurance et de réassurance ».

  Cette marge doit permettre de couvrir les risques provenant de l'écoulement des passifs en run-off (les affaires nouvelles ne sont pas pris en compte). Le QIS propose une approche économique, dans laquelle le montant de marge de risque correspond au coût d'immobilisation du capital d'un repreneur du risque dans le scénario de run-off préalablement défini.

### *b. Les exigences de capital règlementaire*

En cas de scénarios défavorables, Solvabilité 2 exige un montant minimum des fonds propres, en plus du montant des provisions, permettant d'assurer un faible risque de faillite. Cette exigence se décompose en deux niveaux : le Minimum Capital Requirement et le Solvency Capital Requirement.

**Le Minimum Capital Requirement (MCR)**

Le MCR représente le montant minimum des fonds propres à posséder pour exercer une activité d'assurance. Si ce montant n'est pas respecté, les autorités de contrôle réagiront, et le retrait d'agrément sera alors envisageable.

Le MCR doit se situer entre 25% et 45% du SCR et dans le cas précis de l'assurance vie, un plancher de 3 200 000 euros doit être respecté.

**Le Solvency Capital Requirement (SCR)**

Le SCR est le capital cible nécessaire pour absorber le choc provoqué par un risque majeur. Il représente la Value at Risk à 99,5% sur un horizon d'un an : c'est-à-dire que dans 99,5% des scénarios, l'assureur sera en mesure de faire face à ses engagements.

A la différence de l'exigence de marge de solvabilité dans la réforme Solvabilité 1, le calcul du SCR se fait en fonction du profil de risque propre à chaque entreprise d'assurance. Ce calcul peut être fait soit selon la formule standard proposée dans le QIS 5 soit en ayant recours à un modèle interne. Solvabilité 2 offre donc une réelle possibilité aux assureurs quant au pilotage de leurs risques.

Les différentes notions abordées dans cette section seront étudiées plus en détail dans la suite du mémoire.

Pour terminer sur ce premier pilier, voici une comparaison entre un bilan Solvabilité 1 et un bilan Solvabilité 2 :

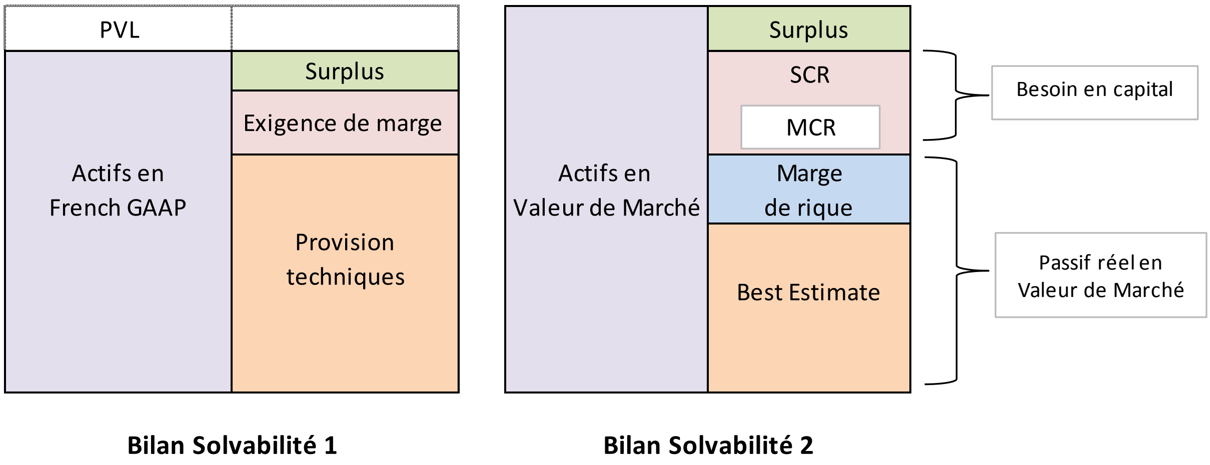



**Figure 4 : Comparaison d'un bilan Solvabilité 1 et d'un bilan Solvabilité 2**

### *4.4.2. Le pilier 2 : les exigences qualitatives*

Ce pilier doit permettre aux autorités de contrôle d'évaluer le contrôle interne, la gestion des risques et la gouvernance d'entreprise. Suite à cette supervision, un capital add-on, un capital de solvabilité supplémentaire, peut être demandé si le risk management et le contrôle interne de l'entreprise ne s'avèrent pas suffisamment adéquats au profil de risque.

L'article 45 de la réforme Solvabilité 2 définit les principales missions que doit remplir l'ORSA (Own Risk and Solvency Assessment), en dessinant le cadre du contrôle de solvabilité. Selon l'EIOPA, l'ORSA peut se définir comme « l'ensemble des processus et des procédures utilisés pour identifier, évaluer, contrôler, gérer et rendre compte des risques à court terme et à long terme de l'entreprise et à déterminer les fonds propres nécessaires pour satisfaire le besoin global de solvabilité à tout moment ».

Il s'agit donc d'une innovation essentielle de la nouvelle réglementation prudentielle, tant par ses résultants que son processus : il s'agit pour l'entreprise de démontrer sa capacité à apprécier et à maitriser ses risques, tout en restant cohérent avec son niveau de tolérance au risque et sa stratégie commerciale.

L'ORSA consiste en une série de procédures documentées et dont les résultats sont présentés périodiquement sous forme de rapports par l'assureur, avec pour objectif de renforcer le dispositif et la culture de gestion des risques de celui-ci. A ce titre, il est introduit au sein du Pilier 2 et constitue la clef de voute de Solvabilité 2, liant les exigences quantitatives du pilier 1 et les dispositions organisationnelles du pilier 2, en invitant les compagnies à renforcer leur culture de gestion des risques à tous les niveaux de décision de la compagnie.

### *4.4.3. Le pilier 3 : la discipline de marché*

Le troisième pilier n'entre pas dans le sujet de ce mémoire et ne sera donc que brièvement étudié dans les paragraphes suivants.

Ce pilier concerne les publications des entreprises d'assurance vis-à-vis des investisseurs, des autorités de marché et des assurés. L'accessibilité et la transparence de l'information produite, ainsi que son harmonisation au niveau européen sont les points fondamentaux.

Deux rapports sont à fournir :

- SFCR (Solvency and Financial Condition Report)
  Chaque année ce rapport doit être publié dans le but de renforcer la discipline de marché et il est destiné aux actionnaires et au public.

- RTS (Reporting to Supervisors)
  Ce rapport est transmis aux autorités de contrôle qui l'étudient pour vérifier les calculs d'exigence de capital règlementaire.

Le schéma suivant permet de résumer les trois piliers que nous venons d'étudier :

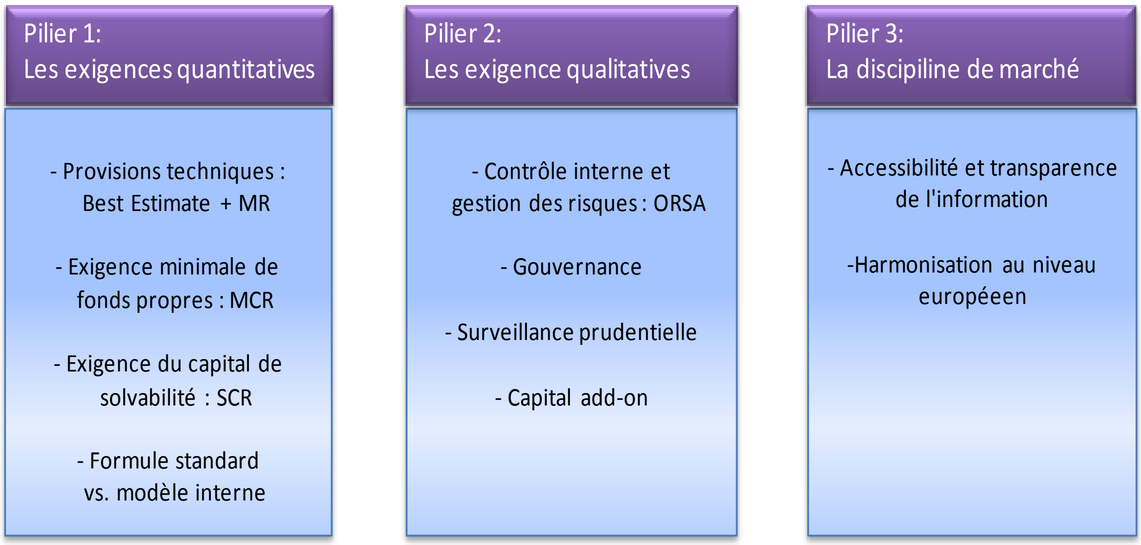



**Figure 5 : Les trois piliers de Solvabilité 2**

Pour terminer cette partie, nous allons montrer le calendrier des étapes successives à réaliser afin de préparer l'entrée en vigueur de la directive Solvabilité 2 initialement prévue en 2013, mais peut être repoussée en 2014. Les dates sont en négociation et sont donc toutefois susceptibles d'être modifiées.

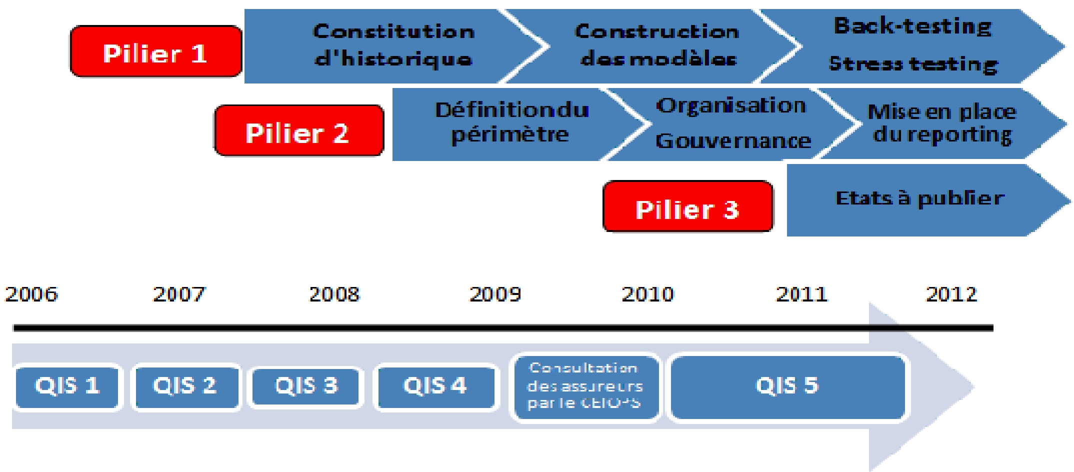



**Figure 6 : Calendrier de la Directive Solvabilité 2**

# Partie 3 : La construction du modèle

Revenons au cas particulier des contrats euro-diversifiés et entrons au cœur du sujet de ce mémoire, qui est l'analyse de ces contrats au regard de la directive Solvabilité 2.

Les calculs que nous effectuerons dans le cadre du premier pilier de cette directive ne peuvent se faire sans l'utilisation d'un modèle ALM (Asset & Liability Management). En effet, l'assurance vie se caractérise par l'impossibilité de dissocier le passif de l'actif contrairement à l'assurance non-vie. La performance financière de l'actif influence directement la revalorisation des contrats (à travers la participation aux bénéfices) et le comportement de rachat des assurés.

Nous avons donc cherché à construire un modèle nous permettant d'étudier ces interactions et d'analyser l'évolution de l'actif et du passif au cours du temps. Le recours aux techniques stochastiques nous permettra d'observer l'impact des différents scénarios et d'identifier les risques spécifiques au contrat euro-diversifié.

# Chapitre 5. Les paramètres du modèle et les hypothèses utilisées

Pour établir notre modèle, nous avons utilisé des données fictives en essayant à travers la documentation obtenue de refléter au mieux la réalité. Nous considérons que la souscription des adhérents se fait à l'instant 0 et nous étudions le portefeuille en un unique agrégat. En effet, nous prenons en paramètre la totalité des primes et en considérant l'âge moyen des assurés, nous pouvons modéliser la projection du bilan et du compte de résultat de l'assureur.

Le modèle que nous avons développé est très simple à manier. En effet, l'utilisateur se voit proposer une liste de paramètres et il peut ainsi les modifier comme il le souhaite, lui permettant d'étudier l'impact de ces changements sur l'évolution des flux d'actifs et de passifs.

Les paramètres sont les suivants :

- La durée du contrat
- Le montant des primes
- Le capital garanti au terme du contrat
- Le taux de chargement et de frais sur les montants versés
- Le taux de chargement et de frais sur la gestion annuelle
- Le taux de chargement et de frais sur la performance de la gestion financière
- Les taux de rachat
- Les taux de mortalité
- L'âge moyen des assurés
- Le coefficient multiplicateur utilisé dans la gestion CPPI (voir la sous-partie suivante)

Plusieurs hypothèses ont été retenues dans le but de faciliter la prise en main du modèle :

Au niveau de l'actif :

- Le marché est supposé liquide : il est possible d'acheter ou de vendre ses actifs à tout instant.
- L'actif en représentation des provisions est décomposé simplement en deux : l'actif sans risque, représenté par des obligations zéro-coupon et l'actif risqué, représenté par un portefeuille d'actions globales.

Au niveau du passif :

- La mortalité des assurés est déterministe. Nous avons utilisé la table « TH 00-02 vie» corrigée en leur appliquant des décalages d'âge. Cette table nous a semblé la plus adéquate car elle est utilisée pour le provisionnement des engagements en cas de vie avec sortie en capital
- La possibilité de sortie en rente n'est pas prise en compte dans notre modèle.
- Les taux de rachat annuels sont entrés manuellement par l'utilisateur.
- Les frais et les chargements sont comptabilisés en fin d'année. Les taux de chargement que nous appliquons sont en moyenne ceux que l'on retrouve dans les notices d'information des contrats euro-diversifiés.
- Les sinistres (les décès et les rachats), qui donnent lieu à un versement de prestations, ont lieu en fin d'année.

Nous avons donc supposé que l'actif en représentation des provisions est décomposé simplement en deux :

- l'actif sans risque, représenté par des obligations zéro-coupon. Nous utiliserons un modèle Hull & White à un facteur pour obtenir la courbe des taux.

- l'actif risqué dont les rendements seront obtenus à l'aide d'un modèle à sauts, le modèle de Merton.

Avant d'étudier le fonctionnement de ces modèles stochastiques, il est important de comprendre le mécanisme que nous avons appliqué quant à l'allocation d'actifs.

# Chapitre 6. L’allocation d’actifs : la gestion CPPI

## Section 6.1. Mécanisme de la gestion CPPI

Pour déterminer l’allocation d’actifs, nous avons eu recours à la gestion CPPI (Constant Proportion Portfolio Insurance). Il s’agit d’une stratégie dynamique de gestion qui allie tant la croissance que la protection du capital investi via un portefeuille composé d’actifs risqués et non risqués. Le gérant ajuste de façon régulière l’exposition aux actifs risqués et non risqués dans le but de protéger le capital garanti à l’échéance tout en maximisant ses gains.

Le « **plancher** » représente la valeur minimum du portefeuille et croît au taux sans risque afin d’atteindre la valeur garantie au terme du contrat.

Le « **coussin** » représente la partie des actifs du fonds pouvant être mis en risque sans que soit remis en cause le niveau de la protection, il permet donc de déterminer la performance du portefeuille. Le coussin est évalué par la différence entre la valeur V du portefeuille et le montant du plancher.

En fonction du risque toléré par l’investisseur et de la conjecture financière, le gérant définit un « **coefficient multiplicateur** ». Ce coefficient est constant et sert à déterminer le montant qui sera investi dans les actifs risqués. Plus le multiplicateur est élevé, plus le risque et la volatilité sont élevés. En effet, le gain sera plus important en cas de hausse des actifs risqués (AR) mais en contrepartie, en cas de krach du marché, la valeur du portefeuille peut subir des pertes conséquentes. Si celle-ci atteint la valeur du plancher, le portefeuille sera alors entièrement investi en actifs sans risque (ASR).

A noter que le montant investi en actif risqué ne peut être supérieur à la valeur du portefeuille.

Si l’on suppose que le portefeuille est réajusté en temps continu, le mécanisme de cette gestion de portefeuille est alors simple et efficace. Soit l’exposition aux risques porte ses fruits soit quand le cours de l’actif risqué baisse, le coussin tend vers zéro, mais la valeur du portefeuille reste tout de même supérieure au plancher.

Avant chaque réallocation, en fonction des rendements des actifs de l’exercice précédent, on peut déterminer la valeur du portefeuille et en déduire le nouveau montant du coussin.

Le schéma suivant est alors appliqué:

$$\boldsymbol{Coussin = V - Plancher}$$

$$\boldsymbol{AR} = \begin{cases} \boldsymbol{m * Coussin}, & si\ m * Coussin\ \leq V \\ \boldsymbol{V}, & sinon \end{cases}$$

$$\boldsymbol{ASR = V - AR}$$

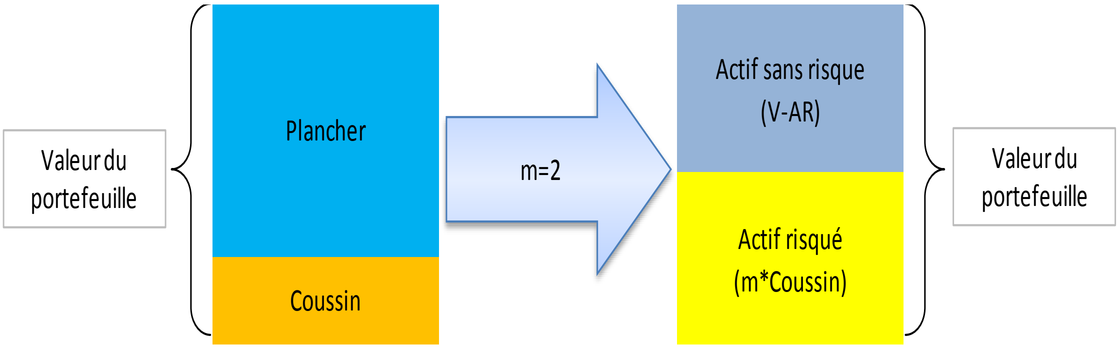



**Figure 7 : Le mécanisme de la gestion CPPI**

## Section 6.2. Exemple

Faisons un exemple. Voici les hypothèses utilisées :

- Investissement : 100 €
- Garantie au terme du contrat : 100% de l'investissement initial
- Durée : T = 10 ans
- Taux sans risque : r = 3% (supposé constant)
- Multiplicateur = 3

**Initialisation**

Le gestionnaire établit d'abord le capital garanti au terme du contrat, soit la valeur du plancher à la date finale, $P_T$. Il calcule ensuite le montant du plancher à la date initiale, c'est-à-dire la valeur actuelle de la garantie.

On obtient : $P_0 = \frac{P_T}{(1+r)^T} = 74{,}4$ €

Ce montant est investi dans une obligation zéro-coupon au taux r, donnant à maturité le montant garanti $P_T$.

Il en résulte alors un coussin initial : $C_0 = V_0 - P_0 = 25{,}6$ €

Le coefficient multiplicateur qui sert de « levier » nous permet d'en déduire les montants investis en actif risqué et en actif sans risque :

$AR_0 = m * C_0 = 76{,}8$ €

$ASR_0 = V_0 - AR_0 = 23{,}2$ €

**Gestion du portefeuille**

On suppose que la réallocation se fait annuellement. Nous avons choisi cette hypothèse pour de raisons de simplicité mais nous admettons que c'est une hypothèse forte qui ne reflète pas forcément la réalité, la réallocation étant plus régulière en général. Elle permet tout de même de mieux étudier l'impact d'un choc de forte amplitude sur la gestion CPPI.

A chaque date t, la valeur du plancher représente toujours la valeur actuelle du capital garanti : $P_t = \frac{P_T}{(1+r)^{T-t}}$

Pour déterminer la réallocation, le gestionnaire adopte le comportement suivant : Il calcule la valeur du portefeuille à l'instant t en fonction des rendements des actifs de l'exercice précédent et :

- Si $V_t > P_t$, il applique le même mécanisme qu'à la date initiale. Il calcule le montant du coussin, $C_t = V_t - P_t, t \in [0;T]$ et en déduit l'exposition aux risques : $AR_t = m * C_t$ (à condition que ce montant soit inférieur à la valeur du portefeuille)

- Par contre, si $V_t \leq P_t$, le portefeuille est alors entièrement investi en actif sans risque.

**Scénario en cas de hausse de l'actif risqué**

Supposons que l'actif risqué ait augmenté de 10% au bout d'un an et l'actif sans risque a quant à lui augmenté de 3%, soit le taux sans risque, supposé constant dans cet exemple.

Avant la réallocation, on obtient donc :

L'actif risqué est égal à 76,8*(1+10%) = 84,5 € et l'actif sans risque à 23,2*(1+3%) = 23,9 €.

On en déduit : $V_1 = AR_1^{avant\ réallocation} + ASR_1^{avant\ réallocation} = 108{,}4\ €$

Le gestionnaire applique ensuite le mécanisme décrit ci-dessus :

- Le plancher a augmenté de 3% : $P_1 = \frac{P_T}{(1+r)^{T-1}} = 76{,}6\ €$

- Le coussin vaut : $C_1 = V_1 - P_1 = 31{,}8\ €$

- L'investissement en actif risqué est de : $AR_1 = m * C_1 = 95{,}4\ € > AR_0$

- Le montant à investir en actif sans risque est : $ASR_1 = V_1 - AR_1 = 13\ € < ASR_0$

On remarque que dans ce scénario de hausse, l'investissement en actif risqué augmente. L'évolution du marché lui étant favorable jusqu'à présent, le gestionnaire souhaite toujours bénéficier de cette tendance et par conséquent, il accroît son exposition aux risques.

**Scénario en cas de baisse de l'actif risqué**

Supposons cette fois que l'actif risqué ait baissé de 10%.

Avant la réallocation, on obtient donc :

L'actif risqué est égal à 76,8*(1-10%) = 69,1 € et l'actif sans risque à 23,2*(1+3%) = 23,9 €.

On en déduit : $V_1 = AR_1^{avant\ réallocation} + ASR_1^{avant\ réallocation} = 93\ €$

Le gestionnaire applique ensuite le mécanisme décrit ci-dessus :

- Le plancher a augmenté de 3% : $P_1 = \frac{P_T}{(1+r)^{T-1}} = 76{,}6\ €$

- Le coussin vaut : $C_1 = V_1 - P_1 = 16{,}4\ €$

- L'investissement en actif risqué est de : $AR_1 = m * C_1 = 49{,}2\ € < AR_0$

- Le montant à investir en actif sans risque est :$ASR_1 = V_1 - AR_1 = 43{,}8\,€ > ASR_0$

Dans ce scénario de baisse de l'actif risqué, on remarque que l'investissement en actif risqué diminue. Le gestionnaire réduit son exposition aux risques, il ne mise pas sur une remontée du cours de l'action et préfère protéger le capital garanti.

La gestion CPPI entraîne des comportements pro-cycliques. En effet, le gestionnaire réagit en suivant l'évolution du marché : dès lors que le rendement de l'actif risqué est supérieur au taux sans risque, il accroît son exposition aux risques et inversement si ce n'est pas le cas, sa prise de risque diminue.

## Section 6.3. Importance du choix du coefficient multiplicateur

Pour illustrer l'importance du choix du coefficient multiplicateur et son impact sur l'évolution d'un portefeuille CPPI au cours du temps, nous avons utilisé dans un premier temps le cours mensuel du CAC40 sur 4 ans (du 01/07 au 01/11) en utilisant des hypothèses similaires à l'exemple précédent.

- Investissement : 100 €
- Garantie au terme du contrat : 100% de l'investissement initial
- Durée : T = 4 ans
- Taux sans risque : r = 3% (supposé constant)

Voici les résultats obtenus avec un coefficient multiplicateur de 1 puis de 5 :

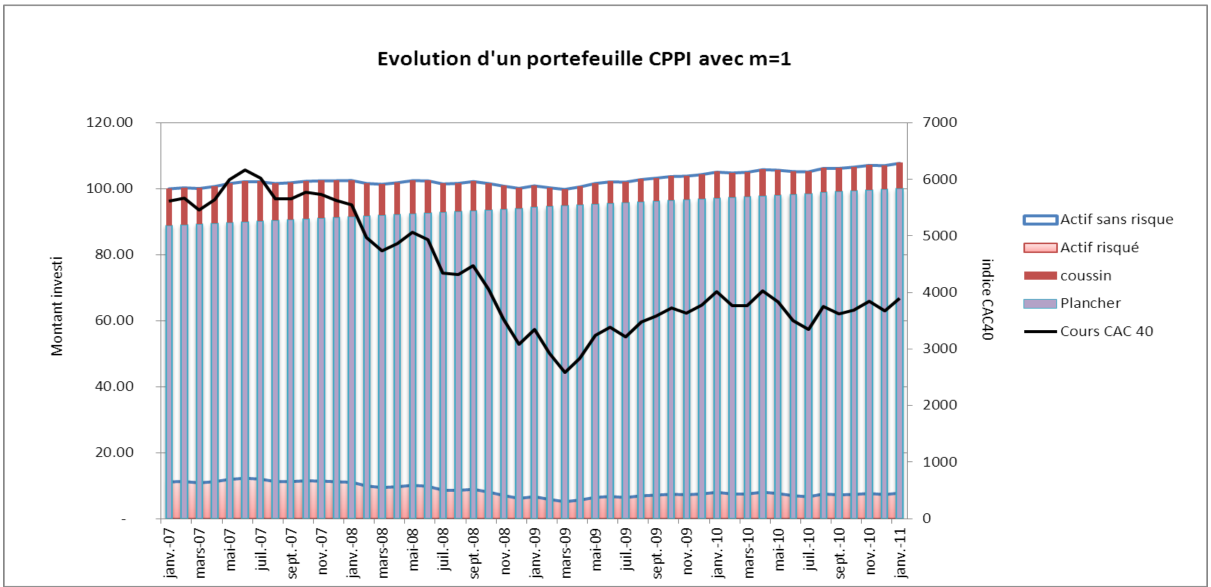



**Figure 8 : Evolution d'un portefeuille CCPI en scénario de baisse, avec un multiplicateur faible**

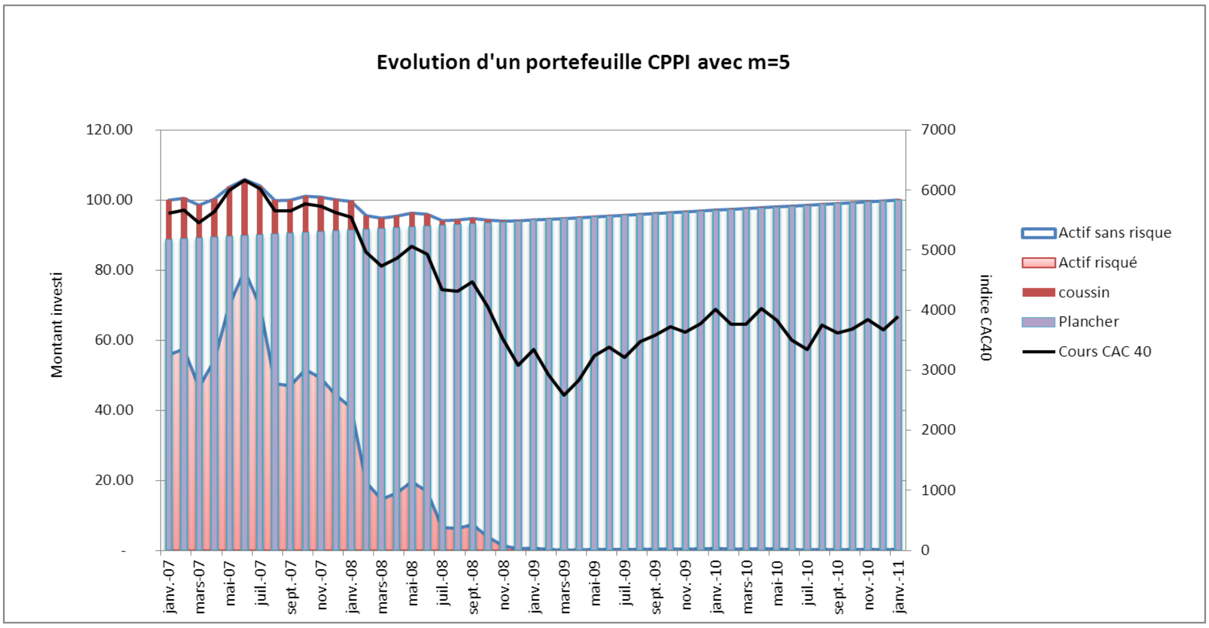



**Figure 9 : Evolution d'un portefeuille CCPI en scénario de baisse, avec un multiplicateur élevé**

Les histogrammes empilés montrent la répartition de la valeur du portefeuille entre le plancher et le coussin, alors que la répartition entre l'actif risqué et l'actif non risqué s'observe à travers l'utilisation d'aires empilées, l'aire rouge représentant l'actif risqué.

On remarque que le choix du multiplicateur impacte fortement la volatilité du portefeuille.

Dans le premier cas, en prenant un multiplicateur de 1, le plancher est alors entièrement investi en actif sans risque et le coussin en actif risqué. Ce montant en actif risqué reste faible et l'évolution du portefeuille est plutôt stable.

Dans le deuxième cas, avec un coefficient multiplicateur très élevé, l'investissement en actif risqué varie énormément en peu de temps. Il représente initialement 45% du portefeuille, monte jusqu'à 75% après une légère hausse du CAC40 mais disparaît ensuite suite aux fluctuations défavorables de l'action. Le portefeuille est alors entièrement investi en actif sans risque jusqu'au terme du contrat.

Il est important de noter que l'inverse du multiplicateur représente la perte maximum que peut subir l'actif risqué sans que le coussin disparaisse et que la valeur du portefeuille descende sous le montant du plancher.

Ici, le cours de l'action diminue globalement. A l'inverse si l'action augmente fortement, nous obtenons :

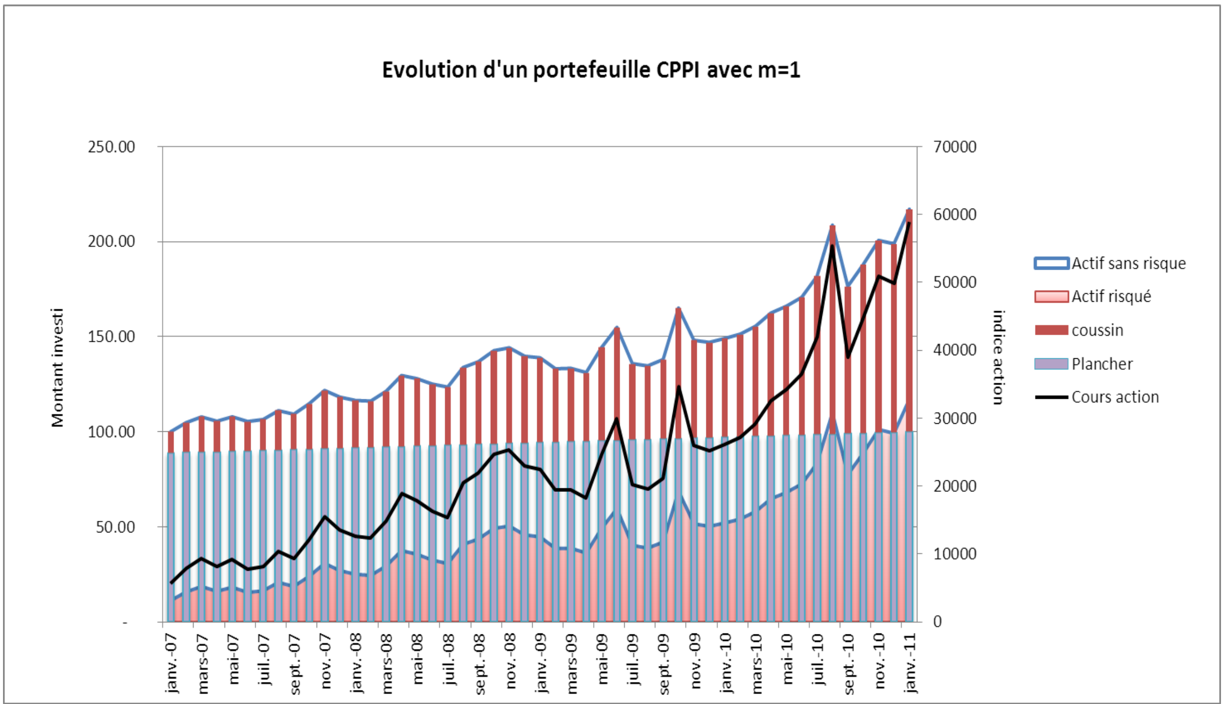



**Figure 10 : Evolution d'un portefeuille CCPI en scénario de hausse, avec un multiplicateur faible**

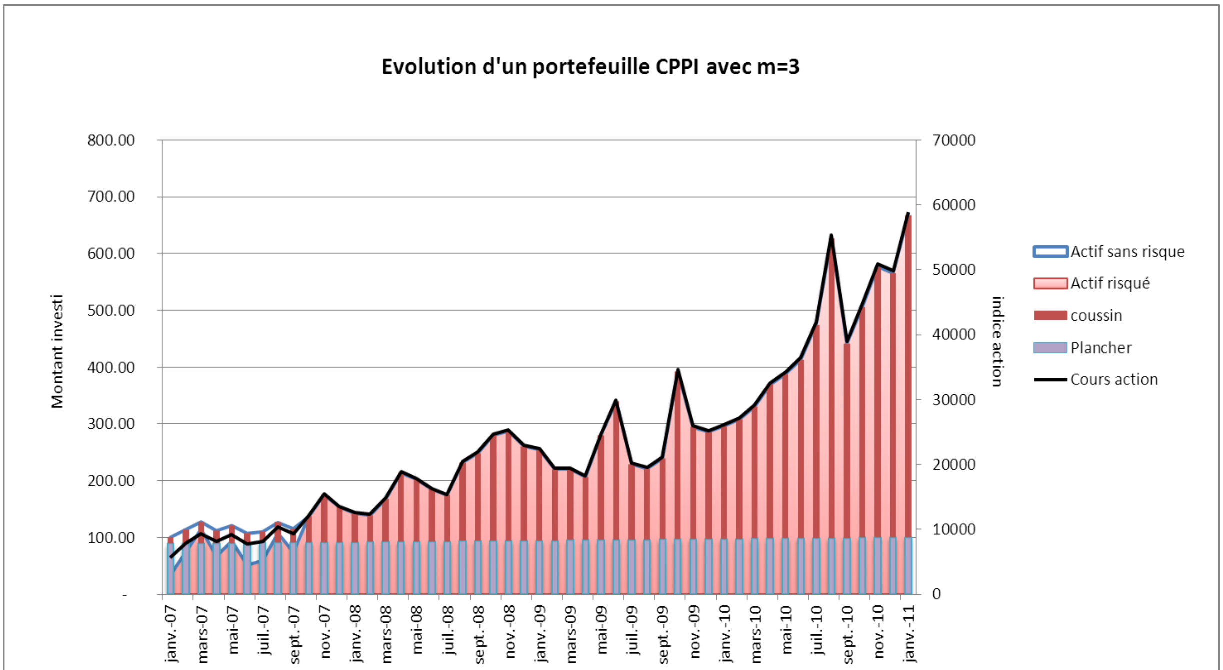



**Figure 11 : Evolution d'un portefeuille CCPI en scénario de hausse, avec un multiplicateur élevé**

Nous avons utilisé cette fois des rendements stochastiques pour obtenir des scénarios extrêmes, certes peu réalistes parfois, mais nous permettant de mettre en valeur l'impact du choix du multiplicateur. Ici le cours de l'action subit une forte augmentation au cours du temps.

Avec un multiplicateur égal à 1, le portefeuille bénéficie de cette hausse à travers l'accroissement progressif du coussin mais à chaque date, le gestionnaire investit tout de même entièrement le montant du plancher en actif sans risque.

Avec un multiplicateur égal à 3, la totalité du portefeuille est rapidement investie en actif risqué. Les profits sont alors beaucoup plus importants et la valeur finale du portefeuille est environ trois fois supérieure à celle obtenue avec un multiplicateur de 1.

Ces illustrations nous permettent de montrer l'importance du choix du coefficient multiplicateur. Un compromis doit être trouvé entre le risque et la rentabilité espérée, l'optimum dépendant de la fonction d'utilité de l'investisseur.

Ce choix est d'autant plus important que la gestion CPPI n'est pas sans faille et présente deux risques majeurs : le risque de dépassement et le risque de monétisation.

## Section 6.4. Risques associés à la gestion CPPI

**Risque de dépassement – « Gap Risk »**

La théorie de la gestion CPPI, qui permet de maintenir à tout moment la valeur du portefeuille au-dessus du montant du plancher, ne peut fonctionner qu'avec une vision continue.

En cas de baisse continue de l'actif risqué, le gestionnaire peut réajuster le portefeuille, tout en protégeant à chaque instant le capital garanti au terme du contrat. En effet, le montant investi sur l'actif risqué étant proportionnel au coussin, celui-ci devient nul en cas d'annulation du coussin, et l'investissement ne se fait alors qu'en actif non risqué. Sa valeur au terme du contrat sera alors égale au capital garanti et il n'y a donc à aucun moment le risque de se retrouver en dessous du montant du plancher.

Cependant, en pratique, une vision continue n'est pas applicable, et les cours de l'actif risqué peuvent chuter brutalement à tout moment. Le gestionnaire n'a alors pas le temps de réagir et la valeur du portefeuille se retrouve en position critique, en dessous du plancher. Le portefeuille étant ensuite entièrement investi en actif non risqué, sa valeur ne profitera d'aucune hausse de l'actif risqué et ne pourra jamais atteindre le montant du capital garanti.

Il est important de noter qu'une forte chute a un impact plus important que plusieurs sauts baissiers d'amplitude plus faible, l'exposition aux risques ne pouvant être réduite à temps. Un portefeuille dont la performance est fortement corrélée à celle d'un même émetteur, à tendance à subir de tels chocs plus fréquemment qu'un fonds diversifié. L'effet de la diversification permet de réduire la volatilité et par conséquence le risque de dépassement.

Nous avons pu voir à travers les dernières crises financières que de tels scénarios de krach boursier peuvent intervenir à tout moment, le risque de dépassement est donc un risque majeur à prendre en compte dans la gestion CPPI. Le modèle à saut que nous avons choisi pour modéliser l'actif risqué et que nous allons étudier dans la suite, le modèle de Merton, nous permet de mieux prendre en compte ce phénomène.

Le choix du multiplicateur a aussi toute son importance. Supposée constante pendant la vie du portefeuille, sa valeur devrait être assez élevée pour espérer une rentabilité intéressante mais devrait être tout de même limitée afin de réduire le « gap risk ».

Le graphique ci-après illustre le « gap risk ».

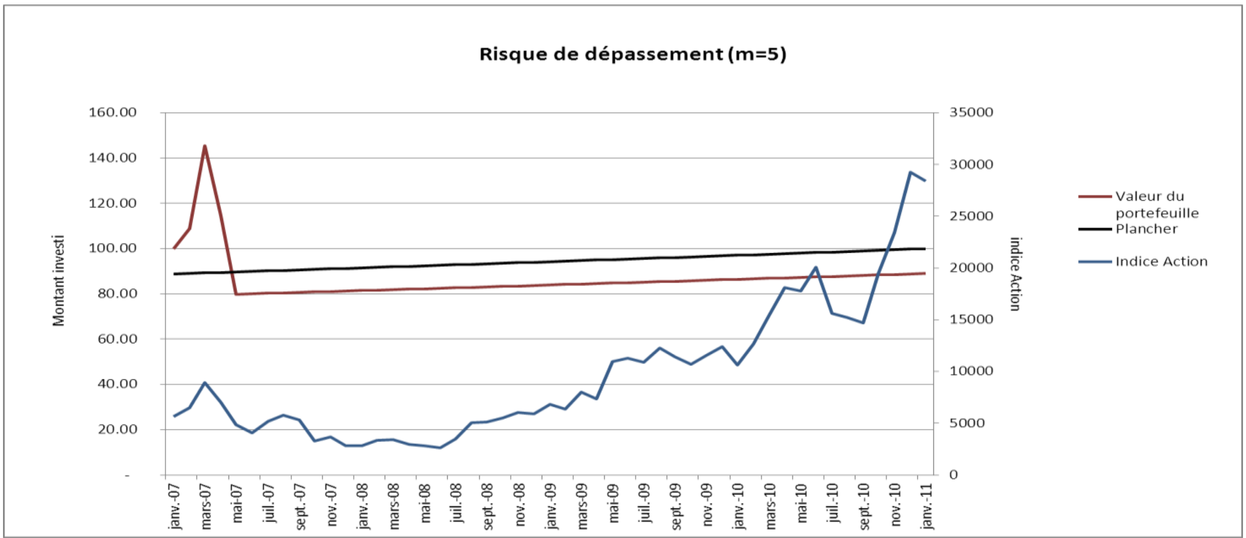



**Figure 12 : Le « Gap Risk » associé aux portefeuilles CPPI**

Nous avons pris un multiplicateur élevé sur un scénario stochastique pour mieux illustrer ce phénomène. L'actif risqué subit une chute de plus de 20% entre deux intervalles de temps. Le portefeuille étant fortement placé en actif risqué, sa valeur se retrouve sous le plancher et il est alors entièrement investi en actif sans risque. Le capital garanti ne sera jamais atteint et le portefeuille ne pourra bénéficier des fortes hausses de l'actif risqué jusqu'au terme du contrat.

**Risque de monétisation**

Le risque de monétisation est associé aux scénarios dans lesquels une baisse de l'actif risqué entraîne rapidement l'annulation du coussin. Le portefeuille devient alors un portefeuille sans risque, dont la valeur est égale au plancher jusqu'au terme du contrat. On dit qu'il est « locked in » ou désactivé. La protection du capital garanti sera assurée mais la performance de la gestion CPPI ne pourra pas bénéficier d'une hausse de l'actif risqué (seuls les intérêts reçus pourront y être investis).

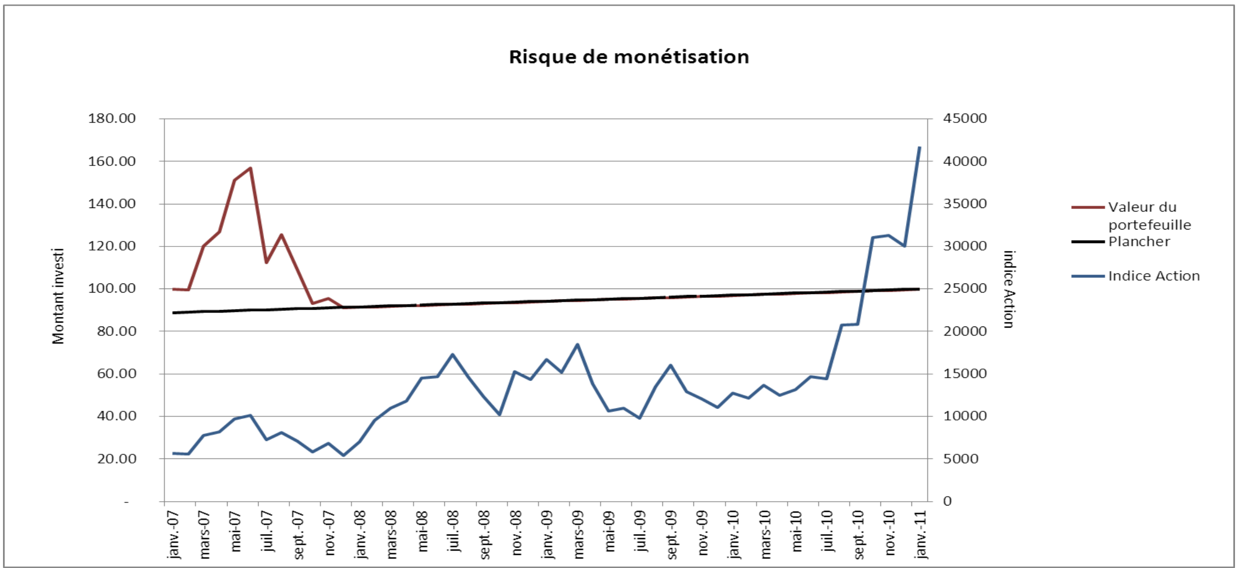



**Figure 13 : Le risque de monétisation associé aux portefeuilles CPPI**

Nous avons utilisé à nouveau un multiplicateur égal à 5, la sensibilité du portefeuille par rapport aux fluctuations de l'actif risqué est donc très forte et une chute de celui-ci provoque l'annulation du coussin. Jusqu'au terme du contrat, la rentabilité du portefeuille ne pourra qu'être le taux sans risque : la valeur finale du portefeuille permettra d'atteindre le capital garanti mais aucun bénéfice ne peut être fait sur les hausses futures de l'actif risqué.

## Section 6.5. Application au contrat euro-diversifié

Rappelons que dans un fonds euro-diversifié, le passif réel (hors fonds propres) est composé de deux provisions techniques : la provision mathématique, qui représente la valeur actuelle probable du capital garanti au terme du contrat, et la provision de diversification.

La provision de diversification quant à elle, dynamise le fonds et permet d'absorber les fluctuations des actifs. Elle est détenue par les adhérents qui détiennent un droit individualisé sous forme de parts : à la souscription, l'assureur ne s'engage que sur le nombre de parts et non sur leur valeur. L'assureur est tout de même dans l'obligation de garantir une valeur minimale de la part pour éviter la disparition de cette provision. Cette garantie est assurée par un mécanisme d'appel aux fonds propres qui est effectué dès lors que les actifs ne sont pas en mesure de couvrir les engagements, et elle est égale à :

$$Valeur\ minimale\ de\ la\ PD = 5\% * Valeur\ de\ la\ part\ de\ PD\ en\ 0\ * nombre\ de\ parts\ de\ PD$$

Cette garantie représente toutefois un engagement faible, elle est beaucoup moins contraignante que celle de la provision mathématique.

A la fin de chaque exercice, un compte de résultat commun à l'ensemble des adhérents est établi. Dans notre modèle, ceci se fait annuellement. Le solde de ce compte peut être créditeur comme débiteur et nous supposons que l'attribution de ces participations aux bénéfices techniques et financiers se fait à travers la revalorisation de la part de provision de diversification.

Pour appliquer la gestion CPPI au contrat euro-diversifié, nous devons tout d'abord définir le plancher. Le plancher représente les engagements de l'assureur, c'est-à-dire la somme de la provision mathématique et de la valeur minimale de la provision de diversification.

On a alors, après t périodes :

$$\boldsymbol{Total\ provisions\ (t) = PM(t) + PD(t)}$$

$$\boldsymbol{Plancher(t) = PM(t) + Valeur\ min\ de\ la\ PD\ (t)}$$

$$\boldsymbol{Coussin(t) = Total\ des\ provisions\ (t) - Plancher(t) = PD(t) - Valeur\ min\ de\ la\ PD(t)}$$

$$\boldsymbol{AR(t)} = \begin{cases} \boldsymbol{m * Coussin(t)}, & si\ m * \boldsymbol{Coussin(t)\ \leq Total\ des\ provisions\ (t)} \\ \boldsymbol{Total\ des\ provisions\ (t)}, & sinon \end{cases}$$

$$\boldsymbol{ASR(t) = Total\ des\ provisions\ (t) - AR(t)}$$

On suppose que l'actif en représentation des fonds propres est géré indépendamment de la technique CPPI, il est investi quant à lui entièrement en actif sans risque. La dernière formule permet donc de calculer seulement le montant de l'actif sans risque en représentation des provisions et non le montant total qui sera utilisé comme assiette de calcul des SCR Marché.

A noter que PD(t) représente le montant de la provision de diversification au bout de t périodes, <u>après</u> appel aux fonds propres, le cas échéant.

$$\boldsymbol{PD}(\boldsymbol{t}) = \begin{cases} \boldsymbol{PD}(\boldsymbol{t}-\mathbf{1}) + \boldsymbol{PB}(\boldsymbol{t}) \quad , & si\ PD(\boldsymbol{t}-\mathbf{1}) + \boldsymbol{PB}(\boldsymbol{t}) > \boldsymbol{Valeur\ min\ de\ la\ PD}(\mathbf{t}) \\ \boldsymbol{Valeur\ min\ de\ la\ PD}(\mathbf{t}), & sinon \end{cases}$$

où PB(t) représente le solde du compte de participation aux bénéfices commun à l'ensemble des adhérents obtenu pour la t-ème période.

Le montant d'appel aux fonds propres pour la t-ème période vaut donc :

$$\boldsymbol{Appel\ aux\ fonds\ propres}(\boldsymbol{t}) = \begin{cases} \mathbf{0} \quad , & si\ PD(\boldsymbol{t}-\mathbf{1}) + \boldsymbol{PB}(\boldsymbol{t}) > M\boldsymbol{in\ de\ la\ PD}(\mathbf{t}) \\ \boldsymbol{Valeur\ min\ de\ la\ PD}(\mathbf{t}) - (\boldsymbol{PD}(\boldsymbol{t}-\mathbf{1}) + \boldsymbol{PB}(\boldsymbol{t})), & sinon \end{cases}$$

Dans notre modèle, on considère que dès lors qu'un appel aux fonds propres est nécessaire, l'investissement de l'actif se fera ensuite entièrement en actif sans risque.

Faisons un exemple simple pour illustrer ce mécanisme. On suppose l'absence de frais et de chargements et on ne prend ni en compte le montant des fonds propres, ni l'âge des assurés ni l'engagement pris sur la valeur minimale de la part de provision de diversification (qui est très faible par rapport à la provision mathématique).

Le plancher est égal à la provision mathématique et le coussin à la provision de diversification.

Le solde du compte de participation aux bénéfices est alors composé simplement en recettes des plus (ou moins) value latentes des actifs au cours de l'exercice et en dépenses des écarts actuariels dus à la variation de la provision mathématique.

Hypothèses :

- Durée du contrat : T = 10 ans
- Montant des primes uniques nettes à la souscription du contrat : 100
- Capital garanti au terme du contrat : 90 % de l'investissement initial, soit 90
- Le taux sans risque est constant et vaut 2%
- Le coefficient multiplicateur m est égal à 3
- La valeur de la part de provision de diversification est égale à 1

Pour le montant des provisions mathématiques, on obtient :

$$PM(0) = \frac{Capital\ garanti}{(1+R(0,T))^{T}} = \frac{90}{(1+2\%)^{10}} = 73{,}83$$

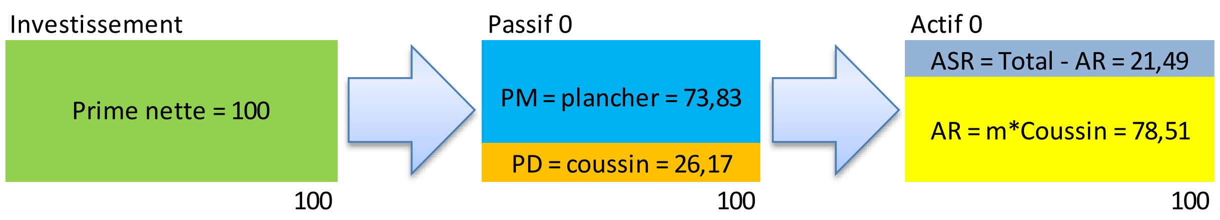
$$PM(1) = \frac{Capital\ garanti}{(1+R(1,T))^{T-1}} = \frac{90}{(1+2\%)^{9}} = 75{,}31$$

R(t,T) étant le taux à l'instant t, de maturité T-t, il est fixé à 2% dans cet exemple.

L'écart actuariel représentant la variation de la provision mathématique est donc égal à 1,48 (=75,31-73,83).

Attention : Le taux sans risque dans cet exemple étant constant, la provision mathématique ne peut alors qu'augmenter car on actualise sur une période de moins. Or en réalité, cet écart actuariel peut être négatif, le taux sans risque pouvant varier à la hausse.

A la date 0, on peut schématiser le mécanisme de la gestion CPPI ainsi :




Il y a donc 26,17 parts de provision de diversification (car la valeur d'une part est égale à 1).

Notons Rdt AR (1) le rendement de l'actif risqué au cours de la première année.

Avant la réallocation des actifs, on a :

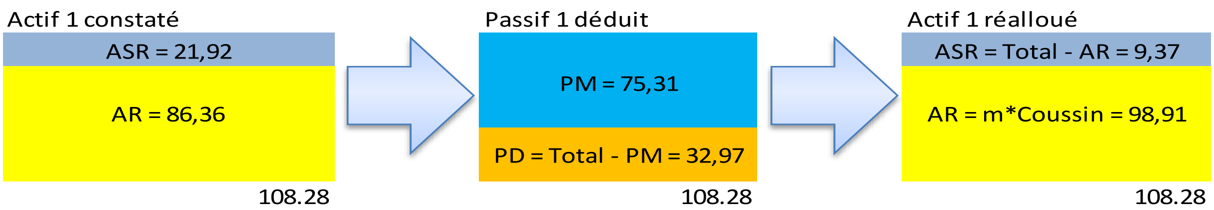
$$ASR(1) = ASR(0) * (1 + taux\ sans\ risque)$$

$$AR(1) = AR(0) * (1 + Rdt\ AR(1))$$

Les plus ou moins-value latentes des actifs au cours de cet exercice correspondent à la différence entre l'actif à la clôture et l'actif à l'ouverture.

Considérons à présent trois scénarios :

**1[er] scénario** : L'actif risqué augmente de 10% la première année




Comme nous l'avons vu dans les paragraphes précédents, le rendement de l'actif risqué étant supérieur au taux sans risque, la réallocation suit cette tendance et l'investissement en actif risqué devient plus important.

L'actif total a augmenté de 8,28 (=108,28-100) et la provision mathématique de 1,48 (=75,31-73,83). Pour comprendre l'accroissement de la provision de diversification, nous pouvons utiliser l'illustration suivante :

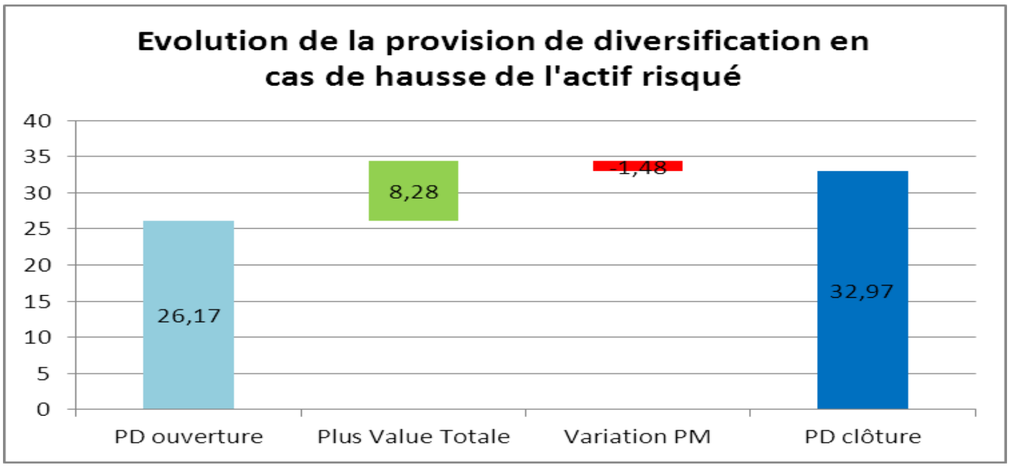
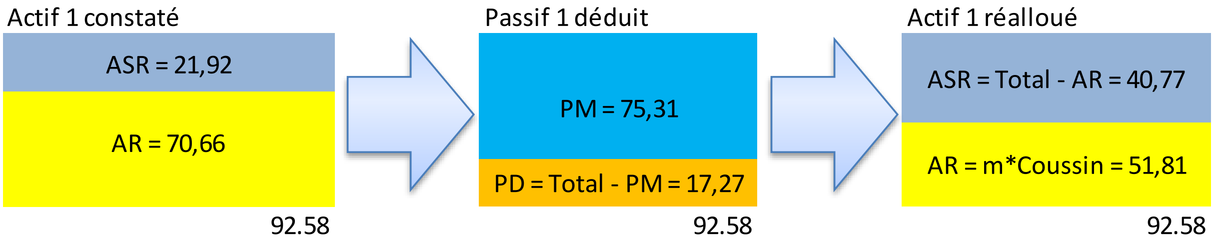



**Figure 14 : Evolution de la provision de diversification en cas de hausse de l'actif risqué**

Pour déterminer la nouvelle valeur de la part de provision de diversification, il suffit de diviser le montant de la provision par le nombre de parts. On obtient 1,26 (=32,97/26,17).

**2ème scénario** : L'actif risqué diminue de 10% la première année




Le rendement de l'actif risqué étant négatif, le montant de la provision de diversification, soit le coussin, s'affaiblit et l'investissement en actif risqué diminue par conséquence.

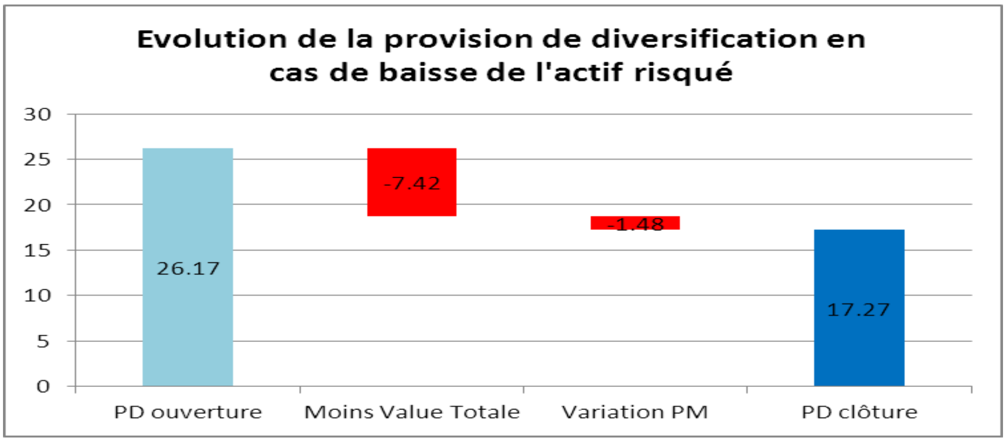
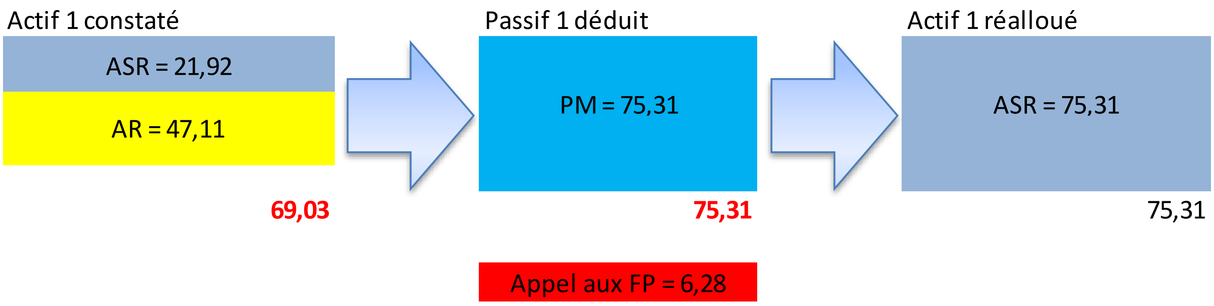



**Figure 15 : Evolution de la provision de diversification en cas de baisse de l'actif risqué**

**3ème scénario** : L'actif risqué diminue de 40% la première année



Dans ce scénario, l'actif risqué subit un choc de grande amplitude. Le portefeuille étant investi à près de 80% dans cet actif, les conséquences sont fortes. En effet, le montant de l'actif en représentation des provisions se retrouve inférieur aux engagements de l'assureur. Ce montant n'est que de 69,03 alors que les engagements de l'assureur, représentés par la provision mathématique, sont de 75,31. La provision de diversification ne pouvant évidemment pas être négative, l'assureur est alors dans une position délicate et se retrouve dans l'obligation de faire un appel aux fonds propres pour compenser cette chute de l'actif. L'investissement se fera ensuite entièrement en actif sans risque jusqu'au terme du contrat et ne pourra bénéficier de la performance de l'actif risqué.

L'illustration suivante résume les différentes étapes entraînant l'appel aux fonds propres :

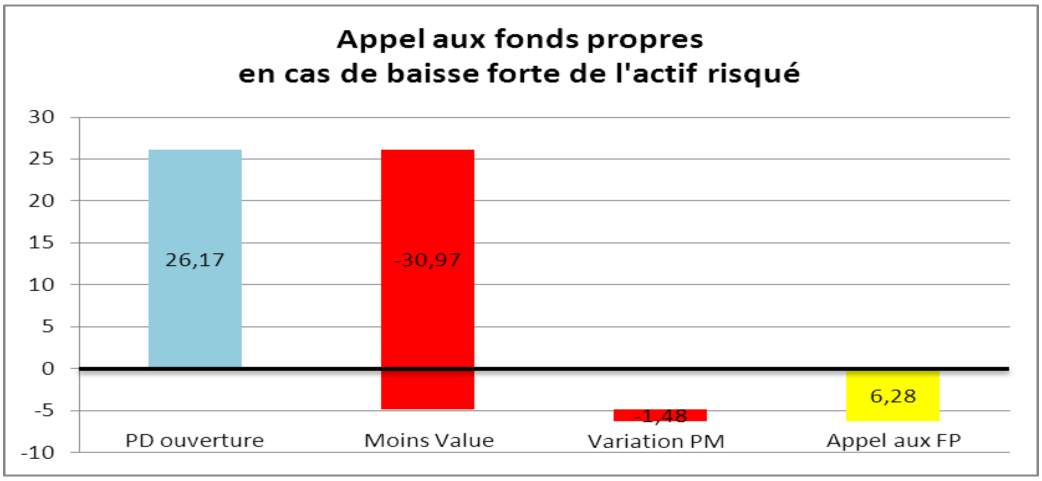



**Figure 16 : Appel aux fonds propres en cas de baisse forte de l'actif risqué**

Rappelons, qu'en réalité, l'appel aux fonds propres serait légèrement supérieur si nous avions pris en compte la garantie de la valeur minimale de la part de provision de diversification. Dans cet exemple, à la souscription du contrat, il y a 26,17 parts de provision de diversification, la valeur de chacune étant de 1. L'assureur garantit que la valeur de la part ne peut être inférieure à 0,05. Les sorties et les affaires nouvelles n'étant pas pris en compte, le nombre de parts de provision de diversification ne varie pas et le montant minimum de la provision de diversification reste constant et vaut 1,31 (=26,17*0,05). Nous avons considéré que ce montant était négligeable ici par rapport au montant de la provision mathématique, dans le but de simplifier l'exemple.

Après avoir évoqué le mécanisme de l'allocation d'actifs utilisé dans notre modèle, nous pouvons à présent étudier le générateur de scénarios économiques qui nous permet entre autre de modéliser l'évolution future des actifs.

# Chapitre 7. Le générateur de scénarios économiques

## Section 7.1. Modélisation de la courbe des taux d'intérêt

### 7.1.1. *Le modèle Hull & White*

En 1990, Hull et White ont mis en place un modèle sans arbitrage donnant la dynamique des taux courts. Une structure par terme des taux d'intérêts peut ensuite en être déduite.

La dynamique des taux courts est donnée par l'équation différentielle stochastique suivante :

$$\boxed{\boldsymbol{dr(t) = \big(\theta(t) - ar(t)\big)dt + \sigma dW_t}}$$

Ou encore :

$$\boxed{\boldsymbol{dr(t) = a\left(\frac{\theta(t)}{a} - r(t)\right)dt + \sigma dW_t}}$$

Où a et $\sigma$ sont les paramètres constants du modèle, calibrés sur la courbe des taux observée aujourd'hui, W est un mouvement brownien standard.

Le terme en dt s'interprète classiquement comme un retour à la moyenne représenté par $\frac{\theta(t)}{a}$ avec une vitesse de retour à la moyenne $a$.

$\theta(t)$ est une fonction déterministe qui s'exprime en fonction des paramètres du modèle et de la courbe des taux utilisée :

$$\theta(t) = \frac{\partial}{\partial t} f(0,t) + af(0,t) + \frac{\sigma^2}{2a}\left(1 - e^{-2at}\right)$$

f(0,t) étant le taux forward instantané vu à la date 0 pour un horizon t, pris en « input » dans le modèle

**Simulation du taux court :**

En utilisant un pas de simulation constant$\Delta$, l'équation différentielle stochastique du taux court peut être résolue par l'approximation suivante :

$$\boldsymbol{r_{\Delta(n+1)} \approx e^{-a\Delta} * r_{\Delta n} + f\big(0, \Delta(n+1)\big) - e^{-a\Delta} * f(0, \Delta n) + \sigma * \sqrt{\frac{1 - e^{-2a\Delta}}{2a}} * N(0,1)}$$

**Les prix des zéros coupons :**

$$\boldsymbol{P(t,T) = e^{A(t,T) - B(t,T) r(t)}}$$

Où :$B(t,T) = \frac{1}{a} * (1 - e^{-a(T-t)})$

$$A(t,T) = \ln\left(\frac{P(0,T)}{P(0,t)}\right) + B(t,T) f(0,t) - \frac{\sigma^2}{4a} B^2(t,T)(1 - e^{-2at})$$

**La structure par terme des taux d'intérêt :**

$$\boldsymbol{R(t,T) = \frac{B(t,T) r(t) - A(t,T)}{T - t}}$$

R(t,T) étant le taux à l'instant t, de maturité T-t.

Un des principaux défauts du modèle de Hull & White est la possibilité d'avoir des valeurs du taux court négatives, dû au caractère gaussien de sa dynamique. Ceci ne représente pas la réalité.

Pour faire face à ce problème, nous avons décidé, comme de nombreux acteurs du marché, à corriger les taux négatifs par une valeur nulle. L'impact est négligeable au vu du faible nombre de scénarios concernés.

### 7.1.2. Calibrage du modèle et introduction de la prime d'illiquidité

Le modèle de Hull & White nécessite plusieurs « inputs » : la courbe zéro-coupon observée sur le marché à la date d'évaluation et les deux paramètres que nous devons calibrer a et$\sigma$, qui représentent respectivement la vitesse de retour à la moyenne et la volatilité du taux court.

Pour le calibrage de ce modèle, nous avons utilisé un outil créé par *Mazars Actuariat.*

L'objectif de l'outil développé est de minimiser les écarts entre les prix de swaptions obtenus à l'aide de l'inversion de la formule de Black et les prix des même swaptions calculés à travers le modèle de Hull & White. Les variables utilisées dans cette optimisation sont les deux paramètres a et$\sigma$ du modèle de Hull & White et les contraintes sont leurs bornes inférieure et supérieure.

Cet outil utilise l'algorithme d'optimisation de Nelder et Mead  permettant de minimiser une fonction dans un espace à plusieurs dimensions.

Les résultats sont les suivants :

$$\boldsymbol{a = 4.28}\%$$

$$\boldsymbol{\sigma = 1.05}\%$$

Pour effectuer le calibrage, nous avons utilisé les volatilités implicites ATM (At-the-money) des swaptions(au 03/01/2011) obtenues à l'aide de Bloomberg (fournisseur de données de marché) et la courbe des taux fournie par l'EIOPC au 31/12/2010 avec une prime d'illiquidité de 75%.

En effet, dans la dernière étude d'impact lancée, le régulateur considère qu'il est nécessaire de retenir une prime d'illiquidité lors de l'actualisation des flux de trésorerie du passif. Cette prime vient s'ajouter au taux sans risque. Quatre courbes des taux sont fournies par l'EIOPC en fonction du niveau retenu pour la prime d'illiquidité (0%, 50%, 75% ou 100%).

Ceci permet de tenir compte par exemple de la différence entre la valeur de marché d'une OAT (Obligation Assimilable du Trésor) et celle d'un contrat d'assurance :

- Les marchés relatifs aux obligations d'Etat étant fortement liquides, un investisseur achetant une OAT acquiert à la fois le droit de recevoir des intérêts mais aussi la capacité de pouvoir vendre son obligation aisément.

- Un contrat d'assurance se distinguant par son impossibilité de vente à un tiers et la présence de contraintes relatives au remboursement (impossibilité à court terme ou présence de pénalités), un investisseur achetant un contrat d'assurance n'acquiert que le droit aux intérêts.

La valeur de marché du contrat d'assurance doit donc être inférieure à celle de l'OAT et pour ce faire, doit être calculée via l'application d'un taux sans risque augmenté d'une prime d'illiquidité.

L'instauration d'une prime d'illiquidité conduit à réduire notamment le montant du Best Estimate. De plus, par souci de cohérence, elle doit de même alors être retenue lors de la projection du taux sans risque.

Les « Technical Specifications » du QIS5 précisent les conditions à remplir afin de connaître la prime d'illiquidité à retenir :

« Pour l'exercice QIS5, les participants doivent identifier les passifs qui pourraient être actualisés avec le taux sans risque comprenant une prime d'illiquidité à 100% en démontrant qu'ils respectent les conditions suivantes :

- Les seuls risques de souscription afférents à ces contrats sont les risques de longévité et de frais ;
- L'organisme ne supporte aucun risque dans le cas d'un transfert ou d'un rachat du contrat ;
- Les primes sont déjà encaissées et aucun flux entrant de trésorerie n'est pris en compte dans les provisions techniques du contrat.

Pour l'exercice QIS5, les participants doivent identifier les passifs qui pourraient être actualisés avec le taux sans risque comprenant une prime d'illiquidité à 75% comme les suivants :

- Des contrats d'assurance-vie avec participation aux bénéfices autres que ceux mentionnés précédemment.

Tous les passifs non mentionnés dans les catégories précédentes doivent être actualisés avec la courbe des taux sans risque incluant une prime d'illiquidité de 50%. »

Dans le cas particulier d'un contrat euro-diversifié, comme nous allons le voir dans la suite, les risques de souscription peuvent concerner aussi les risques de mortalité, de rachat ou de catastrophe. Ce contrat n'est donc pas concerné par une prime d'illiquidité à 100%.

La prime d'illiquidité retenue est alors de 75%. En effet, un contrat euro-diversifié est un contrat d'assurance vie caractérisé entre autre par son mécanisme d'attribution de participation aux bénéfices. La condition permettant d'actualiser les passifs avec le taux sans risque comprenant une prime d'illiquidité de 75% est donc satisfaite.

Nous pouvons vérifier la fiabilité du calibrage en comparant la courbe des taux fournie par l'EIOPA et la courbe des taux en 0 obtenu par le modèle de Hull & White :

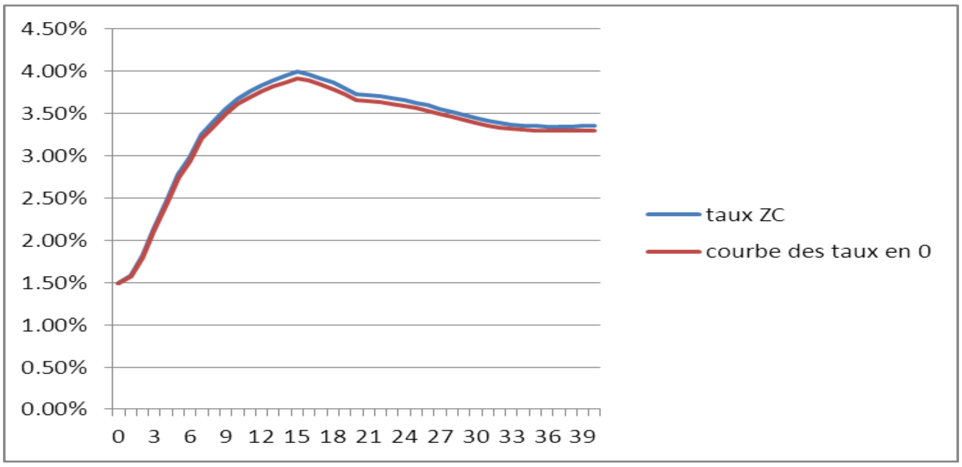



**Figure 17 : Calibrage du modèle de Hull & White**

## Section 7.2. Modélisation des rendements des actions

Il est important de comprendre l'univers de projection dans lequel on se place. Deux univers existent : l'univers « risque neutre » et l'univers « monde réel ».

Lorsque l'on se place dans un univers « risque neutre », nous sommes dans une logique d'évaluation. Tous les actifs ont une performance moyenne égale au taux sans risque : les investisseurs sont supposés neutres au risque.

En univers « monde réel », l'objectif est que les simulations produites reflètent le plus fidèlement possible la réalité. Pour cela, les modèles sont calibrés sur les données historiques. On peut donc parler de projection en probabilité historique.

Le théorème de Girsanov nous permet d'établir un lien entre ces deux types de projection : la projection en probabilité historique se caractérise par l'ajout d'une prime de risque dans la dérive des processus. En effet, si un investisseur prend le risque d'investir dans des actions plutôt que dans des obligations sans risque, il est logique qu'en contrepartie la rentabilité attendue soit plus élevée.

### 7.2.1. Le modèle de Merton

Le modèle de Merton que nous avons utilisé pour modéliser les rentabilités des actions est une généralisation du modèle de Black & Scholes auquel on y rajoute des sauts log-normaux. Pour mieux comprendre l'intérêt du modèle choisi, nous devons tout d'abord évoquer le modèle de Black & Scholes et ses limites.

Le modèle de Black & Scholes est une référence pour la modélisation des actifs risqués sur le marché de la finance et de l'assurance. Le concept fondamental a été de mettre en rapport le prix implicite de l'option et les variations de prix de l'actif sous-jacent. Les cours de l'action sont représentés par un mouvement brownien.

Ce modèle utilise pourtant une hypothèse forte : la continuité des trajectoires. Or nous avons pu observer dans le temps, que cette hypothèse ne reflète pas toujours la réalité du marché. En effet, les cours d'une action peuvent chuter ou monter brutalement à tout moment.

De plus, nous pouvons remarquer le manque d'épaisseur des queues de distribution obtenus d'un modèle de Black & Scholes, dû à l'utilisation de la loi normale. Les évènements les plus rares ne sont donc que faiblement représentés. Ceci peut contredire la logique de Solvabilité 2 qui, à travers le calcul du SCR, cherche à diminuer la probabilité de ruine de l'entreprise d'assurance. Le SCR étant la Value at Risk à 99,5% sur un horizon d'un an, le modèle de Black & Scholes ne semble pas le mieux adapté pour modéliser les scénarios extrêmes qui déterminent le montant de ce capital requis.

Le modèle de Merton propose une amélioration à ces limites. En effet, l'ajout de sauts log-normaux permet à la fois de rendre les trajectoires non continues et d'obtenir des queues de distribution plus épaisses.

### 7.2.2. Projection en probabilité historique

Etudions à présent le modèle de Merton dans un environnement historique.

Nous supposons que le prix de l'actif risqué, $S_t$ , présente des sauts $P_1,\dots,P_j$ à des instants aléatoires $T_1,\dots,T_j$ qui sont les instants de saut modélisés par un processus de Poisson. Entre deux instants de sauts, l'actif suit le modèle de Black & Scholes.

On a alors :

- Sur les intervalles de temps $[T_j , T_{j+1}[$ :

$$\frac{dS_t}{S_t} = \mu dt + \sigma dW_t$$

$$S_t = S_0 * \exp\left(\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)t + \sigma W_t\right)$$

-A l'instant $T_j$ l'actif subit un saut d'amplitude $U_j$

$$S_{T_j} = (1 + U_j)S_{T_j-}$$

La dynamique du rendement de $S_t$ est donc la suivante :

$$\boxed{\boldsymbol{\frac{dS_t}{S_t} = \mu dt + \sigma dW_t + \sum_i U_i dN_t(\lambda) = \mu dt + \sigma dW_t + \sum_i (Y_i - 1) dN_t(\lambda)}}$$

$\mu$ est la rentabilité attendue de l'actif, $\sigma$ la volatilité et W un mouvement brownien.

$N=(N_t)_{t>0}$ est un processus de Poisson homogène d'intensité $\lambda$, $N_t$ représentant le nombre de sauts survenus avant l'instant t.

$Y_i$ est le taux d'accroissement de $S_{T_j-}$ lié au saut avec :

$$Y_i = \begin{cases} 1\ si\ N_t = 0 \\ (1 + U_i)\ sinon \end{cases}$$

On suppose que Y suit une loi log-normale de moyenne 0 et de variance $\delta^2$.

Les processus W, N et Y sont mutuellement indépendants.

En utilisant un raisonnement par récurrence, on obtient :

$$S_t = S_0 * \exp\left(\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)t + \sigma W_t\right) * \prod_{i=1}^{N_t} Y_i$$

On pose $X_i = \ln(Y_i)$ et on a alors $X_i \sim N(0,\delta^2)$ et :

$$\boxed{\boldsymbol{S_t = S_0 * \exp\left(\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)t + \sigma W_t + \sum_{i=1}^{N_t} X_i\right)}}$$

Les sauts sont donc symétriques et de moyenne nulle ce qui permet de comparer facilement son utilité par rapport au modèle de Black & Scholes (BS) classique.

Pour effectuer cette comparaison, nous égalisons les espérances et les volatilités des deux modèles.

On a donc : $\mu_{BS} = \mu$ et $\sigma^2_{BS} = \sigma^2 + \lambda\delta^2$

Le graphe suivant nous permet de vérifier que les queues de distributions obtenues avec le Modèle de Merton sont plus épaisses :

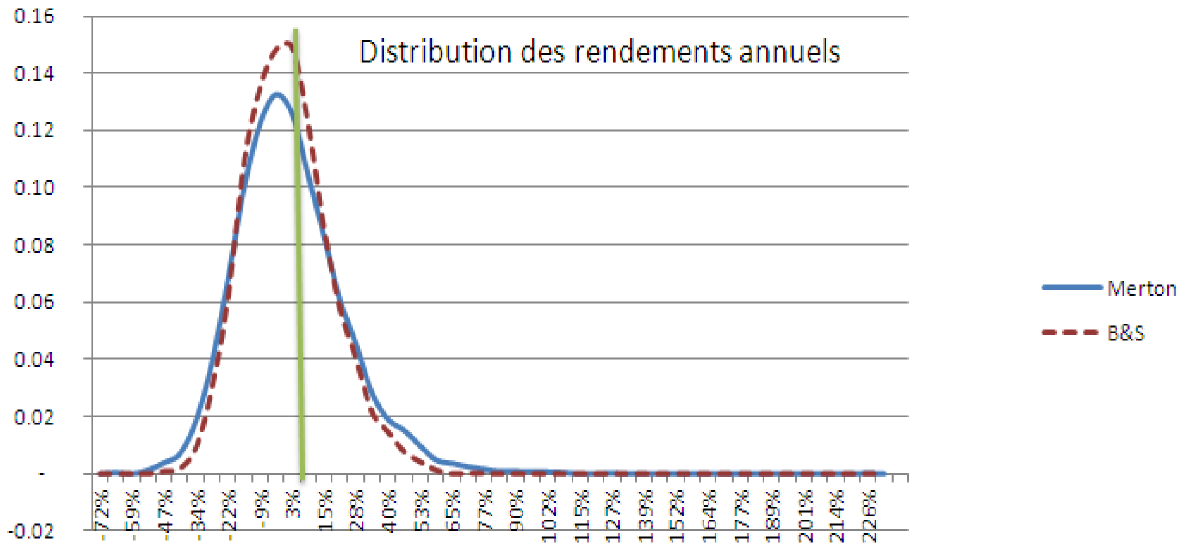



**Figure 18 : Comparaison de la distribution d'un modèle Merton et d'un modèle Black & Scholes**

Les rendements annuels s'expriment de la manière suivante :

$$\boldsymbol{R_{t+1} = \frac{S_{t+1} - S_t}{S_t} = \exp\left(\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right) + \sigma N(0,1) + \sum_{i=N_t}^{N_{t+1}} X_i\right) - 1}$$

## Calibrage

Dans le modèle de Merton, deux paramètres sont à calibrer : le rendement attendu de l'action et la volatilité historique de l'action.

Comme nous l'avons précisé au début de cette partie, la projection de l'actif en probabilité historique se caractérise par l'ajout d'une prime de risque dans la rentabilité attendue. Cette rentabilité est donc la somme du taux sans risque et de la prime de risque. En effet, l'investisseur espère un rendement plus élevé en investissant dans un actif risqué. La prime de risque est une mesure du gain additionnel attendu par un investisseur pour récompenser sa prise de position risquée.

Notre portefeuille d'actifs risqués est diversifié et répartie parmi plusieurs émetteurs. Globalement, nous considérons qu'il suit la tendance du CAC 40, nous avons alors utilisé dans notre modèle la prime de risque de l'indice France à la date d'évaluation du 03/01/2011, obtenue grâce au logiciel Bloomberg. Cette prime est calculée selon une série de projections basées sur des hypothèses de taux de croissance sur les cinq prochaines années et de ratios de dividendes par action. La valeur retenue est de 9,1%.

Quant à la volatilité historique, nous avons pris la volatilité historique du CAC 40 sur une période d'un an à la même date du 03/01/2011. Elle est de 23,3% (source Bloomberg).

### *7.2.3. Projection en probabilité risque-neutre*

Nous avons donc choisi le modèle de Hull & White et le modèle de Merton pour modéliser les dynamiques des actions et des taux sans risque.

$$dr(t) = \big(\theta(t) - ar(t)\big)dt + \sigma dW_t^{(1)}$$

$$\frac{dS_t}{S_t} = \mu dt + \sigma dW_t + \sum_i (Y_i - 1)dN_t(\lambda)$$

Or la dynamique des taux courts s'exprime dans un univers risque-neutre alors que la dynamique de l'actif risqué se situe dans un univers historique. Ceci pose problème car pour le calcul du Best Estimate, les différents scénarios doivent être générés dans un univers risque neutre car l'actif et le passif doivent être projetés sans arbitrage.

Nous devons donc appliquer le théorème de Girsanov qui permet d'effectuer le passage de la probabilité historique à la probabilité risque-neutre. En effet, d'après ce théorème, il existe une mesure de probabilité $\mathbb{Q}$ , dite risque-neutre, telle que sous $\mathbb{Q}$,

$$\boxed{\boldsymbol{\frac{dS_t}{S_t} = r_t dt + \sigma dW_t^{(2)} + \sum_i (Y_i - 1)dN_t(\lambda)}}$$

où $W_t^{(2)}$un mouvement brownien sous $\mathbb{Q}$.

Les deux mouvements browniens $W_t^{(1)}$et$W_t^{(2)}$sont corrélés. La factorisation de Cholesky nous permet de les exprimer en fonction de deux mouvements browniens indépendants, $B^{(1)}$ et $B^{(2)}$ :

$$W_t^{(1)} = B_t^{(1)}$$

$$W_t^{(2)} = \rho B_t^{(1)} + \sqrt{1-\rho^2} B_t^{(2)}$$

où $\rho$ est le coefficient de corrélation entre $W_t^{(1)}$ et $W_t^{(2)}$

**Estimation du coefficient de corrélation**

Rappelons tout d'abord la définition d'un coefficient de corrélation.

<u>Définition</u> : Soit X et Y deux variables aléatoires. Le coefficient de corrélation entre X et Y est égal à :

$$\boldsymbol{\rho(X,Y) = \frac{cov(X,Y)}{\sigma_X * \sigma_Y} = \frac{E(XY) - E(X)E(Y)}{\sigma_X * \sigma_Y}}$$

Pour estimer ce coefficient, nous avons décidé d'utiliser les performances journalières du CAC 40 et le niveau journalier du taux Euribor 12 mois sur une période de 10 ans (du 02/01/2001 au 03/01/2011).

Voici leur évolution au cours du temps :

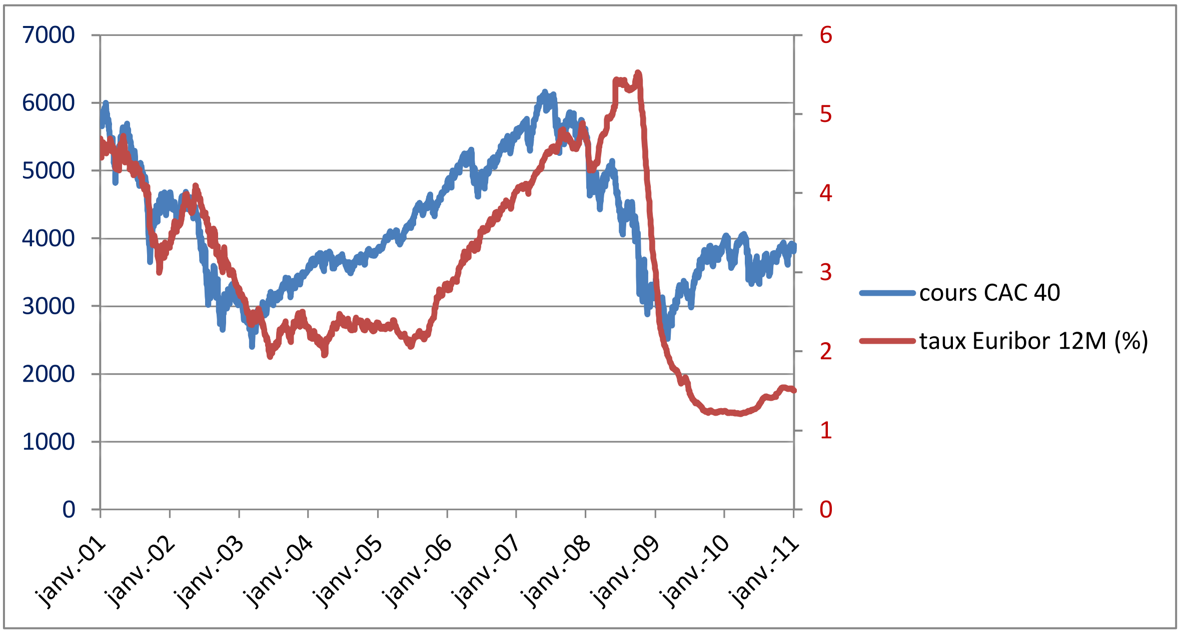



**Figure 19 : Comparaison de l'évolution du taux Euribor 12 mois et du cours du CAC 40**

Ensuite nous avons obtenu empiriquement ce coefficient de corrélation en utilisant la formule ci-dessus, X représentant les rendements journaliers de l'action (CAC 40) et Y représentant l'évolution journalière du taux (Euribor 12M).

$$\rho = \frac{\sum(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum(x_i - \bar{x})^2}\sqrt{\sum(y_i - \bar{y})^2}} = 13.13\%$$

# Chapitre 8. Le modèle ALM

## Section 8.1. Modélisation de l'actif

### *8.1.1. Modélisation des obligations*

Pour modéliser l'investissement effectué en actif sans risque, c'est-à-dire en obligations zéro coupon, nous avons décidé d'appliquer la méthode suivante :

Soit T la durée du contrat.

- A la date initiale, la gestion CPPI nous permet de calculer le montant à investir en actif sans risque. L'assureur achète alors un certain nombre d'obligations zéro-coupon au taux R(0,T), le taux à l'instant 0 de maturité T, tel que la valeur de marché de ces obligations soit égale au montant à investir.

- A une date t, la gestion CPPI nous permet à nouveau de déterminer le montant à investir en actif sans risque.

  - Si ce montant est supérieur à la valeur de marché du portefeuille obligataire (c'est-à-dire à la somme des valeurs de marché des obligations achetées aux dates précédentes), alors l'assureur achète un certain nombre d'obligations zéro-coupon au taux R(t,T), tel que la valeur de marché de ce portefeuille soit égale au montant à investir. On rappelle que R(t,T) représente le taux à l'instant t de maturité T-t, simulé par le modèle de Hull & White.

  - Dans le cas contraire, l'assureur vend alors certaines obligations de telle sorte que la valeur de marché de son portefeuille total d'obligations soit égale au montant à investir. La règle FIFO (First In, First Out), qui consiste à vendre en priorité les premiers titres achetés, a été appliquée.

Le calcul des valeurs de marché se fait de la manière suivante :

Supposons qu'à une date i, l'assureur achète des obligations zéro-coupon au taux R(i,T) pour un montant noté $ASR^i$. L'assureur recevra alors à la date T, un montant égal à : $ASR^i * (1 + R(i,T))^{T-i}$.

A une date t>i, la valeur de marché de ces obligations achetées à la date i est égale à :

$$\frac{ASR^{i} * (1 + R(i,T))^{T-i}}{(1 + R(t,T))^{T-t}}$$

### 8.1.2. Modélisation des actions

La valeur de marché des actions est revalorisée annuellement au taux de rendement simulé pour la période concernée.

Tout comme pour les obligations zéro-coupon, à chaque date nous comparons la valeur de marché des actions au montant à investir en actif risqué obtenu à travers la gestion CPPI. Si la valeur de marché est supérieure au montant à investir, l'assureur vend une partie de ses actions pour compenser cet écart et inversement si la valeur de marché est inférieure, l'assureur investit plus dans l'action pour combler l'écart.

## Section 8.2. Modélisation des provisions

### 8.2.1. Modélisation de la provision mathématique

La provision mathématique représente le montant des engagements de l'assureur envers ses assurés. Dans le cas du contrat euro-diversifié, elle a pour rôle d'assurer le capital garanti au terme du contrat. On rappelle que le capital garanti est un certain pourcentage du montant des primes nettes, éventuellement revalorisé à un taux garanti défini dans le contrat.

A chaque date, on recalcule le montant de la provision mathématique en fonction du taux simulé par le modèle de Hull & White et de la table de mortalité utilisée.

$$PM(t) = \frac{l_{x+T}}{l_{x+t}} * \frac{Capital\ garanti}{(1 + R(t,T))^{T-t}}$$

Le taux appliqué n'étant pas constant, la provision mathématique peut varier à la hausse comme à la baisse d'une année à l'autre.

### *8.2.2. Modélisation de la provision de diversification*

A la date initiale, le montant de la provision de diversification est la différence entre les montants des primes nettes et la provision mathématique.

Ensuite, à chaque date ultérieure, nous établissons un compte de participation aux résultats commun à l'ensemble des adhérents qui permet de connaître la revalorisation de la provision de diversification. En effet, nous avons supposé que l'attribution des participations aux bénéfices se fait à travers une revalorisation de la part de provision de diversification.

Ce compte se présente ainsi :

| **Compte de participation aux résultats** |
|---|
| |
| Primes brutes versées (+) |
| La performance de la gestion financière (+) |
| Variation de la provision mathématique (-) |
| Les chargements sur les primes versées (-) |
| Les chargements sur la performance de la gestion financière (-) |
| Les chargements de gestion annuelle (-) |
| |
| **Solde du compte de participation aux résultats** |

**Tableau 2 : Compte de participation aux résultats utilisé dans notre modèle**

Les taux de chargement que nous appliquons sont en moyenne ceux que l'on retrouve dans les notices d'information des contrats euro-diversifiés.

- Le taux de chargement sur les primes versées est de 4%.
- Le taux de chargement sur la gestion annuelle est égal à 1% de la provision mathématique (on prend la moyenne de la provision mathématique à l'ouverture et à la clôture).
- Le taux de chargement sur la performance de la gestion financière est de 5% dans le cas où cette performance a été positive. A noter que le montant de la performance de la gestion financière pour ce compte ne prend pas en compte la performance de l'actif en représentation des fonds propres.

En cas de solde débiteur, comme nous l'avons expliqué dans la partie concernant la gestion CPPI, il faut tout de même vérifier que le nouveau montant de la provision de diversification est supérieur à sa valeur minimum. Si ce n'est pas le cas, un appel aux fonds propres est automatiquement déclenché pour combler ce manque.

$$PD(t) = \begin{cases} PD(t-1) + PB(t) \quad , & si\ PD(t-1) + PB(t) > Valeur\ min\ de\ la\ PD(\mathrm{t}) \\ Valeur\ min\ de\ la\ PD(\mathrm{t}), & sinon \end{cases}$$

où PB(t) représente le solde du compte de participation aux bénéfices obtenu pour la t-ème période.

## Section 8.3. Modélisation du compte de résultat

Le compte de résultat permet de déterminer le résultat de l'assureur année par année, par différence des produits et des charges.

| |
|---|
| **Compte de résultat** |
| |
| **Produits (+)** |
| Primes brutes |
| La performance totale de la gesiton financière |
| **Charges (-)** |
| Variation des provisions |
| Prestations dus au rachat |
| Prestations dus à la mortalité |
| Prestations versées au terme du contrat |
| Frais sur les primes versées |
| Frais sur la performance de la gestion financière |
| Frais sur la gestion annuelle |
| Appel aux fonds propres |
| |
| **Résultat de l'exercice** |

**Tableau 3 : Compte de résultat de notre modèle**

La performance de la gestion financière correspond à la somme de la performance financière de l'actif en représentation des provisions et de l'actif en représentation des fonds propres.

Les prestations versées avant la fin du contrat sont découlent soit d'un rachat soit d'un décès. Dans les deux cas, l'assureur doit alors payer une prestation dont le montant est égal à l'épargne constituée pour l'adhérent concerné. L'épargne constituée sur un support diversifié correspond à la somme de la provision mathématique et de la provision de diversification (qui est équivalent à la contre-valeur en euros à la date de valorisation de la part de provision de diversification, multipliée par le nombre de parts inscrit au contrat).

On ne fait pas d'étude au cas par cas en différenciant l'investissement de chaque adhérent, on analyse l'évolution du fonds sur sa totalité en utilisant l'âge moyen des adhérents. On peut alors considérer que chaque adhérent a investi la même somme.

La rémunération de l'assureur se fait à travers la différence entre les chargements et les frais. On ne considère pas que les chargements sont totalement acquis à l'assureur, il doit tout de même payer de son côté un certain nombre de frais chaque année :

- Le taux de frais sur les montants de primes versées (frais d'acquisition, frais d'encaissement, frais de gestion) est de 2%
- Le taux de frais sur la gestion annuelle est de 0.5% de la provision mathématique (on prend la moyenne de la provision mathématique à l'ouverture et à la clôture)
- Le taux de frais sur la performance de la gestion financière (correspondant aux coûts de transaction, de l'analyse financière…) est de 2%.

Comme nous avons pu le voir, en cas de forte baisse de l'actif, un appel aux fonds propres peut aussi diminuer la rémunération de l'assureur.

# Partie 4 : Les résultats obtenus

Nous avons évoqué dans la dernière partie le fonctionnement de notre modèle, nous permettant de projeter les interactions entre l'actif et le passif au cours du temps. Nous allons à présent pouvoir nous intéresser aux résultats obtenus pour le calcul du Best Estimate et du SCR.

# Chapitre 9. Calcul du Best Estimate

## Section 9.1. Méthode de calcul

Rappelons tout d'abord que le Best Estimate est « la moyenne pondérée en fonction de leur probabilité des futurs flux de trésorerie compte tenu de la valeur temporelle de l'argent, laquelle est estimée sur la base de la courbe des taux sans risque pertinente ».Il représente donc la valeur actuelle probable des flux futurs à payer par l'assureur.

$$\boldsymbol{Best\ Estimate} = \sum_{t=1}^{T} \frac{\boldsymbol{Flux_t}}{(\mathbf{1} + \boldsymbol{R}(\mathbf{0}, \boldsymbol{t}))^{\boldsymbol{t}}}$$

Où :

- $Flux_t$ est le flux probable de l'année t à payer par l'assureur
- R(0,t) est le taux sans risque de maturité t
- T est l'horizon de projection (c'est-à-dire la durée du contrat dans notre cas)

Le montant obtenu pour le Best Estimate nous permettra d'en déduire la NAV (Net Asset Value), soit les fonds propres économiques :

$$\boldsymbol{NAV_0} = \boldsymbol{A_0} - \boldsymbol{BE_0}$$

Où $A_0$représente la valeur de marché de l'actif à l'origine

Le bilan économique peut alors représenté par le schéma suivant :

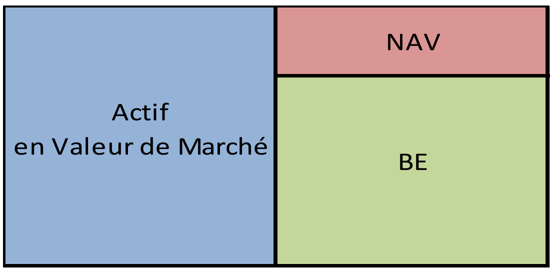



**Figure 20 : Bilan économique sous Solvabilité 2**

Plusieurs méthodes peuvent être utilisées pour calculer le Best Estimate mais dans les contrats d'assurance vie, le recours au stochastique est généralement préféré aux méthodes déterministes.

Nous utilisons la méthode de Monte-Carlo pour estimer sa valeur. Cette méthode consiste à réaliser un nombre important de simulations afin de créer des échantillons aléatoires pour chacun des flux probables.

Les scénarios du modèle étant indépendants et identiquement distribués, on obtient d'après la loi faible des grands nombres:

$$\boldsymbol{Best\ Estimate} = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \sum_{t=1}^{T} \frac{Flux_t^i}{(1+R(0,t))^t} = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} BE^i$$

Où :

- N est le nombre de simulations
- $Flux_t^i$ est le flux de l'année t pour le scénario i
- $BE^i = \sum_{t=1}^{T} \frac{Flux_t^i}{(1+R(0,t))^t}$ est la valeur actuelle des flux futurs selon le scénario i

Les flux pris en compte dans le calcul du Best Estimate sont :

- Les prestations versées (y compris les revalorisations)
- Les frais payés par l'assureur

Nous avons fait l'hypothèse que les rachats et les décès n'interviennent qu'en cas de fin d'année, on considère alors qu'il n'y a pas de rachats ou de décès la dernière année du contrat, le contrat arrivant à terme.

On a alors :

$$Flux_t^i = Presta\ DC_t^i + Presta\ Rachat_t^i + Frais_t^i, \qquad pour\ t < T$$

$$Flux_T^i = Presta\ _T^i + Frais_T^i$$

Où :

- $Presta\ DC_t^i$ correspond aux prestations versées suite aux décès survenus pour l'année t et le scénario i
- $Presta\ Rachat_t^i$ correspond aux prestations versées suite aux rachats survenus pour l'année t et le scénario i
- $Presta\ _T^i$ correspond aux prestations versées au terme du contrat
- $Frais_t^i$ correspond aux frais versés par l'assureur pour l'année t et le scénario i.

## Section 9.2. Présentation de l'outil de calcul du Best Estimate

Après avoir expliqué la construction de notre modèle et la méthode de calcul du Best Estimate, nous pouvons à présent exposer l'architecture de notre outil qui à l'aide du générateur de scénarios économiques (ESG) nous permet d'obtenir le montant de Best Estimate. Cette architecture est représentée à travers le schéma de la page suivante.

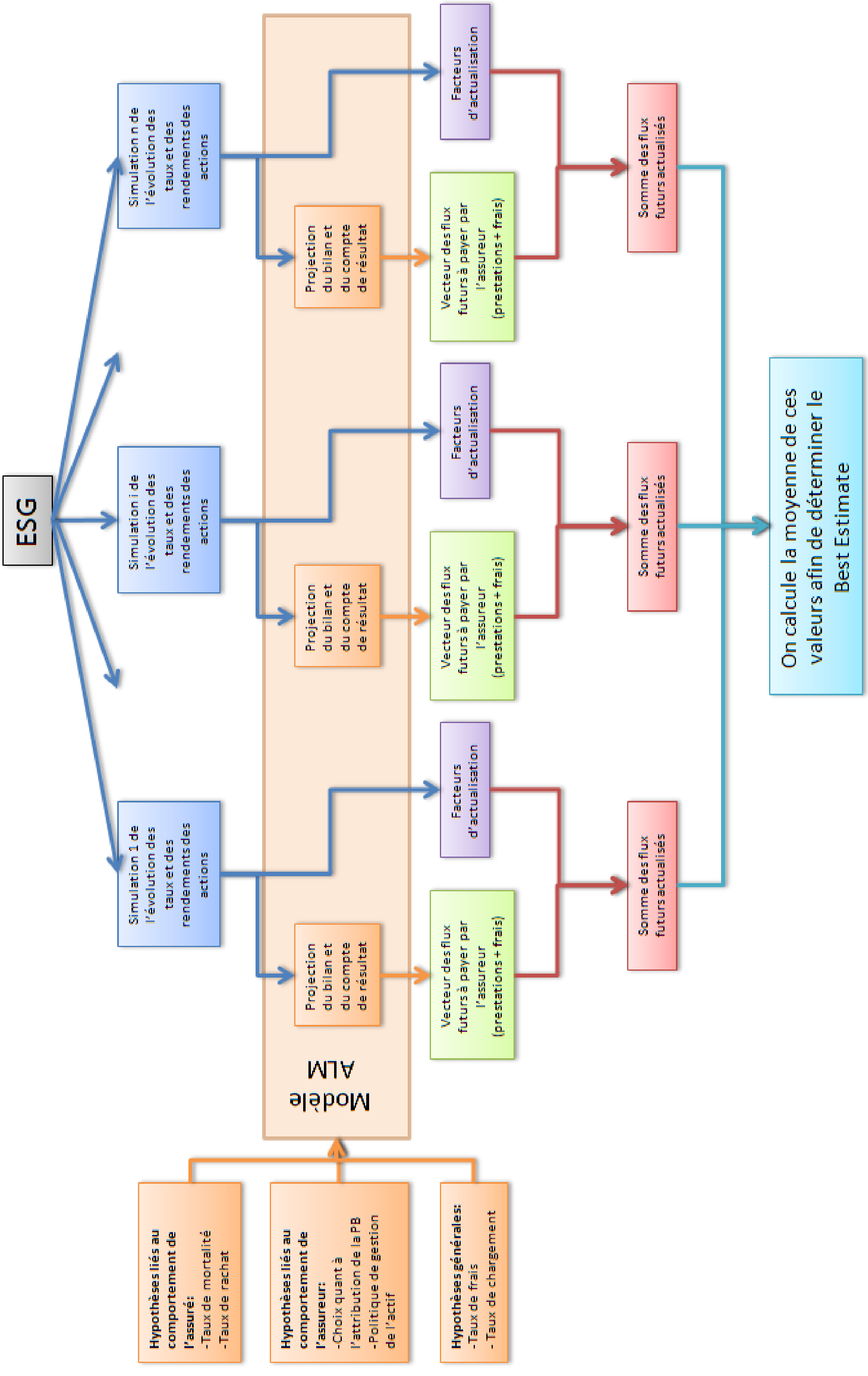



**Figure 21 : Architecture de l'outil de calcul du Best Estimate**

## Section 9.3. Hypothèses

Nous avons cherché à retenir des hypothèses réalistes pour modéliser l'évolution d'un contrat euro-diversifié. Nous supposons que l'âge moyen de nos adhérents est de 50 ans et ils investissent dans un contrat euro-diversifié sur 15 ans dans l'objectif d'améliorer financièrement leur départ en retraite.

Les hypothèses suivantes ont été utilisées pour obtenir les résultats que nous allons étudier :

| | |
|---|---|
| Date d'évaluation | 31 décembre 2010 |
| Durée du contrat (en années) | 15 |
| Taux de chargement sur les montants versés | 4% |
| Taux de frais sur les montants versés | 2% |
| Taux de chargement de gestion | 1% |
| Taux de frais de gestion | 0,5% |
| Taux de chargement sur la performance de la gestion financière | 5% |
| Taux de frais sur la performance de la gestion financière | 3% |
| Prime unique nette | 10 000 000 |
| Capital garanti au terme | 90% |
| Montant initial de fonds propres | 1 000 000 |
| Taux de rachat | 1,5% |
| Age moyen | 50 |
| Table de mortalité | TH 00-02 |
| Coefficient multiplicateur (CPPI) | 1,5 |

**Tableau 4 : Tableau résumant les hypothèses utilisées**

Il est important de noter que notre portefeuille d'actifs est fortement investi en actions.

En effet, nous obtenons :

$$PM(0) = \frac{l_{x+T}}{l_x} * \frac{Capital\ garanti}{\left(1 + R(0,T)\right)^T} = 4\ 900\ 987$$

$$PD(0) = Total\ primes\ nettes - PM(0) = 5\ 099\ 013$$

$$AR(0) = m * Coussin(0) = m * 95\% * PD(0) = 7\ 266\ 094$$

$$ASR(0) = \left(Total\ primes\ nettes - AR(0)\right) + Montant\ initial\ de\ FP = 3\ 733\ 906$$

Le portefeuille d'actifs est investi à 66% en actions ! Ce contrat euro-diversifié se différencie donc d'un contrat d'assurance vie plus classique, dans lequel le portefeuille obligataire est souvent majoritaire.

## Section 9.4. Convergence

Nous avons pu voir que le Best Estimate est approximativement égal à une moyenne empirique en utilisant la méthode de Monte-Carlo. Nous avons fait une étude pour savoir combien de simulations sont nécessaires pour obtenir une convergence et considérer que le résultat est stable.

Le graphe suivant nous montre la valeur du Best Estimate selon le nombre de simulations :

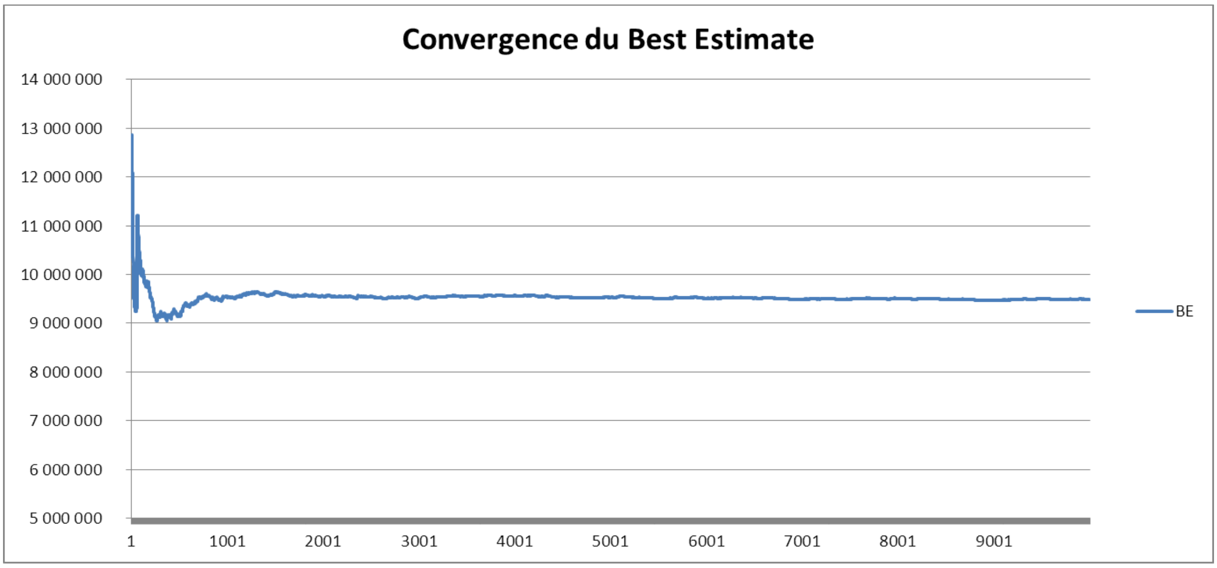



**Figure 22 : Convergence du Best Estimate**

On peut remarquer la convergence relativement rapide de la courbe. On supposera que 2 000 simulations seront suffisantes pour assurer la fiabilité du Best Estimate obtenu, ce qui nous permettra d'améliorer le temps de calcul.

## Section 9.5. Correction de la NAV et du Best Estimate

Pour garantir le bon fonctionnement du modèle, on doit s'assurer que la totalité de la richesse créée est rationalisée. D'une année à l'autre, la variation du bilan en vision économique doit pouvoir être rationalisée à partir :

- des flux entrants et sortants
- du résultat de l'exercice
- des plus ou moins-values latentes

Le « leak proof test » (le test de consommation des actifs) permet de vérifier ce point. A chaque pas de projection, on actualise l'ensemble des flux (primes, prestations, frais), le passif restant en fin d'exercice (comme s'il était liquidé à 100%), le résultat de l'exercice et les plus ou moins-values latentes en fin d'exercice. Le taux utilisé pour l'actualisation est le taux de rendement de l'actif et le montant obtenu doit être égal à la valeur de marché initiale des placements financiers. Ce test a été effectué avec réussite dans notre modèle.

Cela n'empêche pas un certain biais que nous cherchons à corriger. La NAV (Net Asset Value), qui représente les fonds propres économiques, est calculée initialement comme la différence entre la valeur de marché de l'actif et le Best Estimate. Or nous pouvons remarquer qu'en calculant la valeur moyenne de la totalité des flux (c'est-à-dire les flux sortants utilisés dans le calcul du BE et les flux entrants correspondant aux résultats obtenus lors de chaque exercice sans déduction d'impôts), actualisés au taux sans risque, on ne retrouve pas exactement la valeur de marché de l'actif à la date initiale. A noter que nous  comme nous pouvons le constater sur ce graphe :

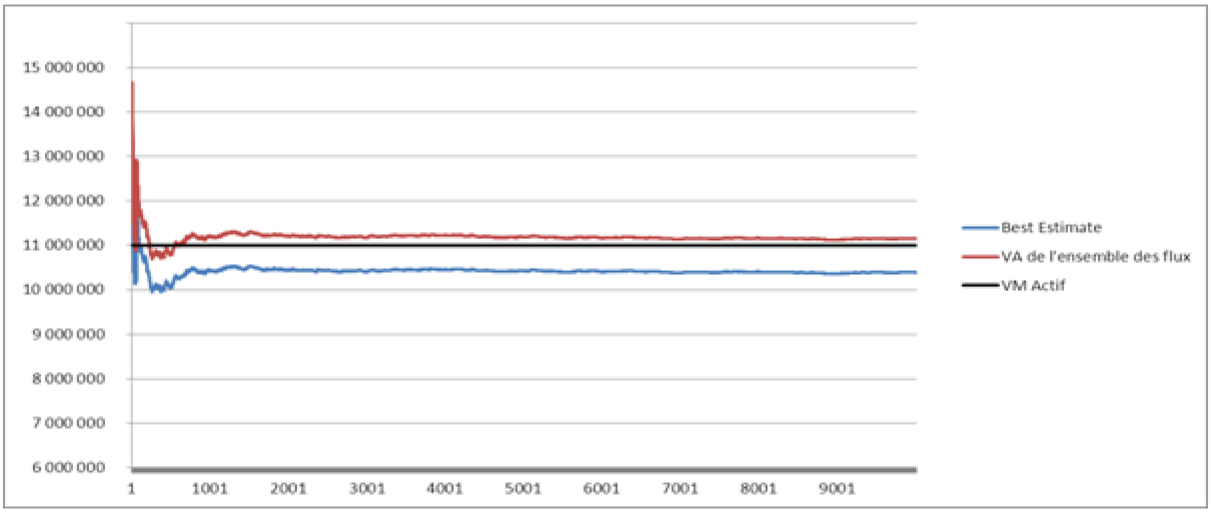



**Figure 23 : Convergence de la valeur actuelle de l'ensemble des flux**

On remarque bien un léger écart entre la valeur actuelle de l'ensemble des flux et la valeur de marché de l'actif à l'instant initial. Nous considérons qu'un écart inférieur à 2% assure tout de même la fiabilité de nos résultats.

En calculant la NAV comme la différence entre la valeur de marché de l'actif et le Best Estimate obtenu, on fait donc porter toute la différence entre la valeur de marché de l'actif et l'ensemble des flux actualisés au taux sans risque sur la NAV. Le montant de la NAV étant nettement inférieur au Best Estimate, ce calcul nous paraît imprécis. Il serait plus logique de partager cet écart entre la NAV et le Best Estimate afin d'éviter d'obtenir une valeur de la NAV sensiblement biaisée.

Nous proposons la correction suivante :

Soit A la valeur de marché de l'actif à l'origine.

Soit Ɛ l'écart entre l'ensemble des flux actualisés au taux sans risque et la valeur de marché de l'actif à l'instant 0.
Nous partageons cet écart entre le Best Estimate et la NAV :

$$\boldsymbol{BE\ corrig\acute{e}} = \boldsymbol{BE} * \frac{\boldsymbol{A}}{\boldsymbol{A} + \mathcal{E}}$$

$$\boldsymbol{NAV\ corrig\acute{e}e} = (\boldsymbol{A} + \mathcal{E} - \boldsymbol{BE}) * \frac{\boldsymbol{A}}{\boldsymbol{A} + \mathcal{E}} = \boldsymbol{A} - \boldsymbol{BE} * \frac{\boldsymbol{A}}{\boldsymbol{A} + \mathcal{E}}$$

On retrouve bien :

$A = BE\ corrig\acute{e} + NAV\ corrig\acute{e}e$

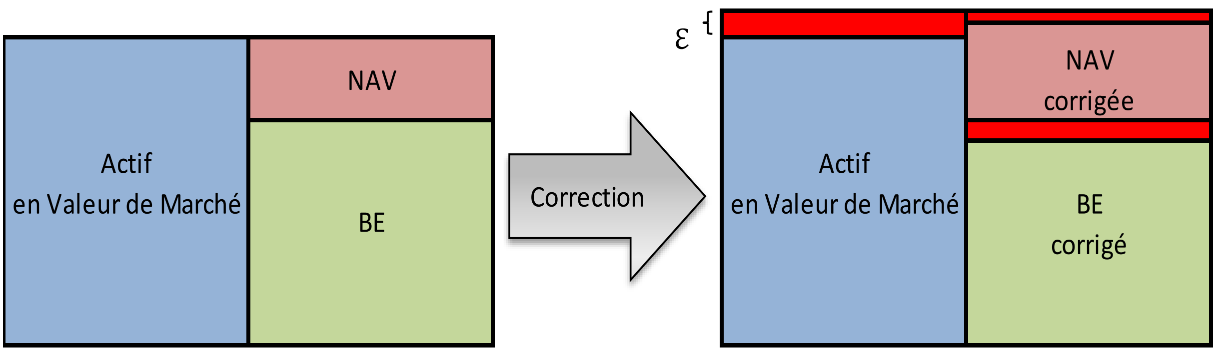



**Figure 24 : Correction de la NAV et du Best Estimate**

## Section 9.6. Résultats obtenus

Nous avons utilisé les résultats obtenus sur 2 000 simulations.

L'ensemble des flux futurs actualisés est égal à 11 051 700 alors que la valeur de marché de l'actif est de 11 000 000.

Les résultats obtenus avec et sans correction de la NAV sont présentés dans le tableau suivant :

| | Sans Correction | Avec Correction | Ecart en % |
|---|---|---|---|
| BE | 9 342 073 | 9 298 371 | 0% |
| NAV | 1 657 927 | 1 701 629 | 3% |

**Tableau 5 : Impact de la correction de la NAV**

Nous remarquons que l'impact de la correction sur la valeur du Best Estimate reste relativement faible alors que la valeur de la NAV est sensiblement modifiée. Nous retiendrons ces valeurs corrigées dans la suite.

On obtient le bilan suivant :

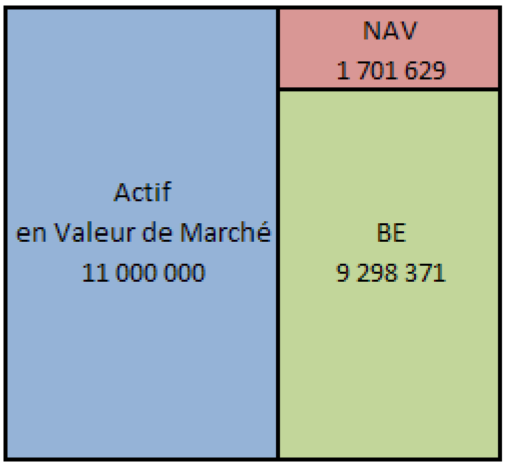



**Figure 25 : Bilan économique de notre contrat**

# Chapitre 10. Calcul du SCR

## Section 10.1. Définition

Le Solvency Capital Requirement (SCR) est le montant de fonds propres dont doit disposer la compagnie d'assurance afin d'être considérée par les régulateurs comme suffisamment solide pour garantir sa solvabilité. Il représente la Value at Risk (VaR) à 99,5% sur un horizon d'un an. Autrement dit, dans 99,5% des scénarios, la compagnie sera en mesure d'absorber ses pertes et d'honorer ses engagements si elle dispose de ce montant en fonds propres.

La VaR est définie par :

$$\boldsymbol{VaR_{\alpha}(X) = -inf\{x \in \mathbb{R} : P(X \leq x) \geq 1 - \alpha\}}$$

Où $\alpha$ est le niveau de confiance et X est une variable aléatoire représentant les résultats d'une compagnie.

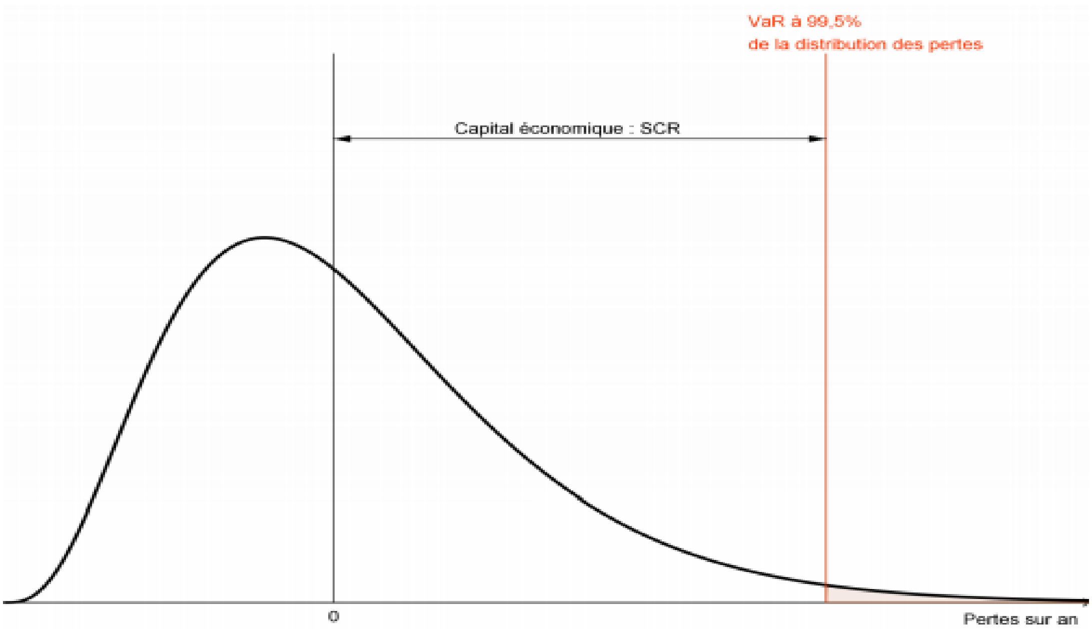



**Figure 26 : Calcul du SCR à partir de la distribution des pertes à un an**

## Section 10.2. La formule standard et l'approche modulaire

Pour le calcul du SCR, les spécifications techniques du QIS 5 nous donnent la formule suivante :

$$\boldsymbol{SCR = BSCR + Adj. + SCR_{op}}$$

Où :

- BSCR est le SCR de base
- Adj. correspond à l'ajustement pour les effets d'absorption des pertes provenant de la participation aux bénéfices futurs (Adj PB) et des impôts différés. L'ajustement lié aux impôts différés ne sera pas pris en compte dans la suite.
- $SCR_{op}$ est l'exigence de capital requis pour couvrir le risque opérationnel

Nous utiliserons l'approche modulaire proposée par le QIS 5.

A la différence de l'exigence de marge de solvabilité dans la réforme Solvabilité 1, le SCR est déterminé en fonction du profil de risque propre à chaque entreprise d'assurance. En effet, le calcul du BSCR est divisé en modules de risque, eux-mêmes divisés en sous-modules. L'approche utilisée est dite de « bas en haut » :

- On calcule d'abord l'exigence de capital pour chacun des risques « élémentaires ».
- Ensuite ces exigences partielles sont alors combinées, pas à pas : les résultats de chacun des sous-risques d'un module sont agrégés, via les matrices de corrélation fournies par le QIS 5, pour obtenir le SCR relatif au module de risque. On parle d'agrégation « intra-modulaire ».
- Puis à leur tour, les résultats de ces modules sont agrégés pour obtenir le montant global, le BSCR. On parle d'agrégation « inter-modulaire ».

A chacun des niveaux d'agrégation, des effets dits de diversification sont pris en compte à travers l'utilisation des matrices de corrélation. Le concept sous-jacent est que tous les risques ne surviennent pas simultanément. L'exigence de capital totale peut donc être inférieure à la somme des exigences partielles.

Voici les différents risques pris en compte dans notre étude pour le calcul du SCR :

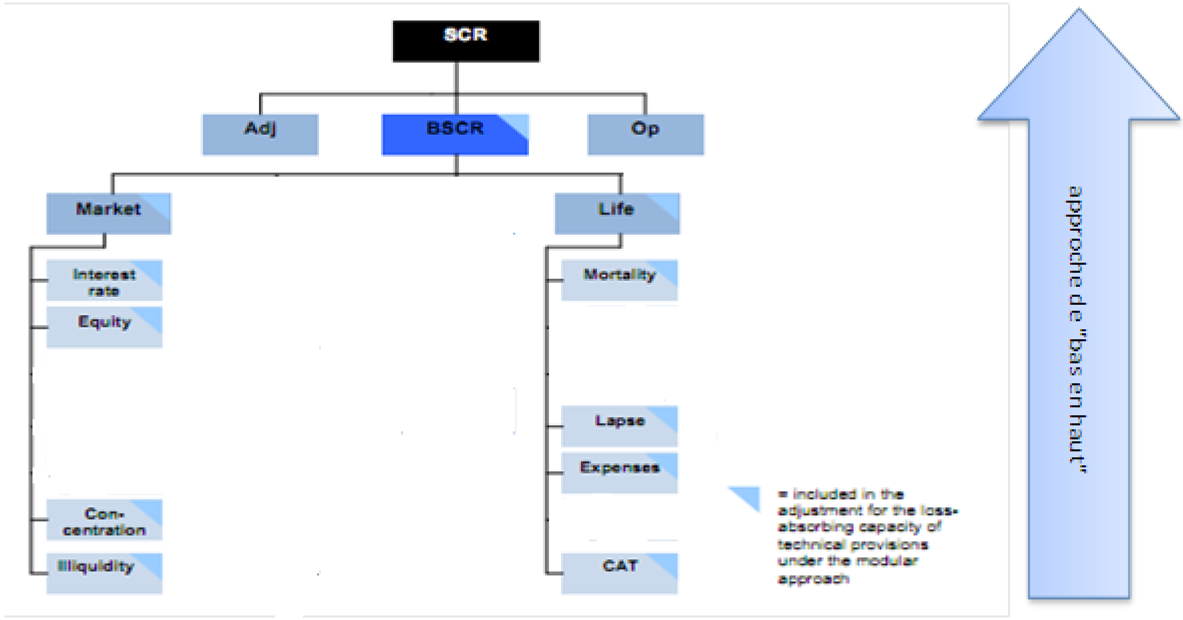



**Figure 27 : Risques pris en compte dans notre étude**

Par exemple, pour un contrat d'assurance vie, l'exigence de capital requis pour se couvrir contre le risque de souscription se note $SCR_{Life}$ et sera calculé dans notre modèle par agrégation des exigences partielles suivantes:

- $Life_{mortalité}$ : l'exigence de capital requis au titre du risque de mortalité
- $Life_{rachat}$ : l'exigence de capital requis au titre du risque de rachat
- $Life_{frais}$ : l'exigence de capital requis au titre du risque de frais
- $Life_{CAT}$ : l'exigence de capital requis au titre du risque de catastrophe

Certains sous-modules de risques ne seront pas pris en compte. Par exemple, au vue de la construction de notre modèle, l'assureur n'est pas exposé au risque de longévité car nous n'avons modélisé la possibilité de l'adhérent de choisir une sortie en rente viagère. Ceci représente donc une limite à notre modèle. Dans le cas d'une sortie en rente, le risque de longévité serait plus important que le risque de mortalité.

Dans notre étude d'un contrat euro-diversifié, nous prendrons en compte le risque de souscription et le risque de marché, l'exigence de capital requis pour se couvrir contre ce dernier risque étant notée$SCR_{Market}$ .

## Section 10.3. Prise en compte de l'effet d'absorption de la PB future

Pour le calcul du BSCR, on suppose que la PB future reste inchangée après choc par rapport à son estimation dans le Best Estimate du scénario central. Or l'assureur peut prendre en compte la réduction de la PB future en réaction au choc envisagé afin d'absorber en partie les pertes dues à ce choc. En effet, l'assureur ne porte pas tout le risque. En cas de baisse de l'actif par exemple, la PB, étant dépendante de la performance financière de l'actif, diminue au détriment de l'assuré, et permet à l'assureur d'absorber une partie des pertes. Les résultats obtenus sont alors « nets » d'effet d'absorption de la PB future.

Pour obtenir le nBSCR, soit le SCR basique net de l'effet d'absorption de la PB future, nous pouvons à nouveau le calculer selon l'approche modulaire étudiée ci-dessus, en utilisant les mêmes matrices de corrélation. L'exigence de capital, en net, pour un module de risque i, est noté $nSCR_i$.

Cet effet d'atténuation des risques est pris en compte dans la formule standard et permet de diminuer le montant de SCR.L'ajustement correspondant est défini ainsi :

$$\boxed{\boldsymbol{Adj = -\min\left(BSCR - nBSCR; FDB\right)}}$$

Où FDB (Future Discretionary Benefits) représente la PB moyenne prise en compte dans le calcul du Best Estimate en scénario central.

Nous avons pu voir dans la partie précédente que notre modèle a été construit en prenant en compte les interactions entre l'actif et le passif, de manière à simuler efficacement le fonctionnement d'un contrat euro-diversifié. L'attribution de la participation aux bénéfices s'adapte en fonction de l'évolution des différents postes comptables. Notre modèle est donc adapté pour calculer les exigences en capital « nettes » d'effet d'absorption de la PB future.

Pour calculer les exigences en capital brutes d'effet d'absorption de la PB future, nous imposons au modèle d'effectuer les mêmes revalorisations que celles du scénario central. En comparant les deux résultats obtenus, nous allons pouvoir étudier l'impact de ce mécanisme d'absorption des pertes sur la mobilisation des fonds propres nécessaire à la commercialisation des contrats diversifiés.

## Section 10.4. Calcul de l'exigence de capital pour un sous-module de risque

L'exigence de capital $EC_X$, associée à un sous-module de risque X, est calculée comme la variation du niveau des fonds propres économiques suite à un choc sur ce sous-module. L'ampleur de ce choc, donnée dans le QIS 5, a été calibrée de telle sorte à respecter la mesure de risque adoptée par la directive Solvabilité 2, à savoir la VaR à 99,5%.

$$\boldsymbol{EC_X = \Delta NAV = NAV_0 - NAV_0^C = (A_0 - BE_0) - (A_0^C - BE_0^C)}$$

Où :

- $NAV_0^C$ est le montant de fonds propres économiques à l'origine après choc
- $A_0^C$ est la valeur de marché à l'origine après choc
- $BE_0^C$ est le montant du Best Estimate obtenu après choc

Ce calcul peut être schématisé de la manière suivante :

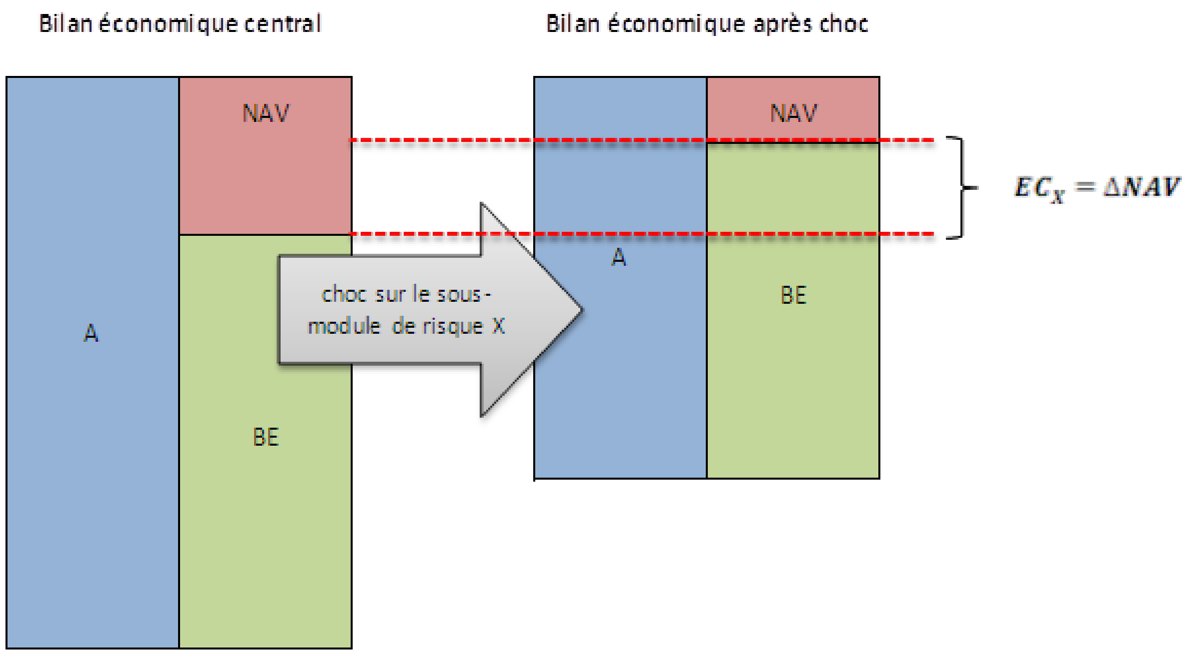



**Figure 28 : Calcul de l'exigence de capital pour un sous-module de risque**

## Section 10.5. Le risque de souscription vie

Ce module est constitué afin de déterminer le besoin en capital soulevé par les risques résultants de la souscription de contrats d'assurance vie. Dans le cadre de notre mémoire, il est décomposé en plusieurs risques : le risque de mortalité, le risque de rachat, le risque de frais et le risque de catastrophe.

Pour chacun de ces sous-modules, nous allons étudier l'impact d'un choc sur les fonds propres économiques. Dans le cas du risque de souscription, ces chocs n'ont d'impact que sur les passifs et non sur la valeur de marché de l'actif à l'instant 0. L'exigence de capital pour le sous-module de risque X est alors déterminée en calculant la variation du Best Estimate.

$$\boxed{Life_X = \Delta NAV = BE_0^C - BE_0}$$

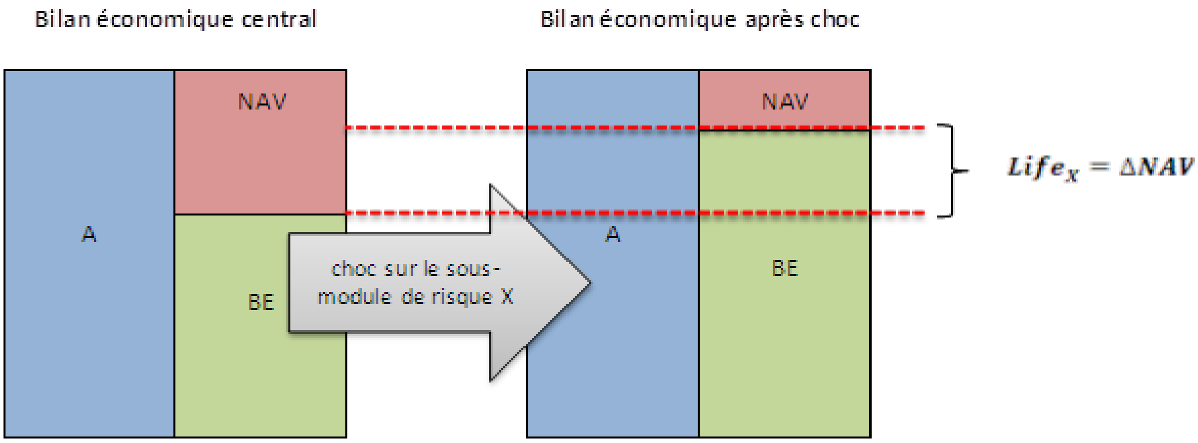



**Figure 29 : Calcul de l'exigence de capital pour un sous-module du risque de souscription**

### *10.5.1. Le risque de mortalité*

Ce risque provient de l'incertitude sur la probabilité de décès de l'assuré et concerne tous les contrats d'assurance vie garantissant des prestations en cas de décès. Le risque est une augmentation des prestations futures en cas de hausse des taux de mortalité. L'estimation de cette mortalité n'est pas évidente, les tables de mortalité auxquels les assureurs ont recours peuvent par exemple ne pas être représentatifs de la population assurée (phénomène d'anti-sélection).

L'approche de la formule standard vise à évaluer l'impact d'un scénario d'augmentation de la mortalité sur le montant de fonds propres économiques. L'exigence de capital associée au risque de mortalité est définie ainsi :

$$Life_{mort} = (\Delta NAV / Choc\ de\ mortalit\acute{e})$$

Où le choc de mortalité est une augmentation permanente des taux de mortalité de 15% pour chaque âge.

On obtient les résultats suivants, bruts puis nets d'effet d'absorption de la PB future :

| Scénario | Best Estimate | Actif initial en VM | Net Asset Value | ΔNAV brut |
|---|---|---|---|---|
| central | 9 298 371 | 11 000 000 | 1 701 629 | - |
| choc mortalité | 9 307 504 | 11 000 000 | 1 692 496 | 9 133 |

| Scénario | Best Estimate | Actif initial en VM | Net Asset Value | ΔNAV net |
|---|---|---|---|---|
| central | 9 298 371 | 11 000 000 | 1 701 629 | - |
| choc mortalité | 9 302 229 | 11 000 000 | 1 697 771 | 3 858 |

**Tableau 6 : Exigence de capital relatif au risque de mortalité**

On a donc $\begin{cases} Life_{mort} = \mathbf{9\ 133} \\ nLife_{mort} = \mathbf{3\ 858} \end{cases}$

Pour ce type de contrat, le rendement financier étant en moyenne intéressant selon les différents scénarios, l'assureur souhaite bénéficier de cette performance à travers les chargements, un décès ne l'avantage donc pas. En effet, en cas de décès, l'assureur doit tout de même payer une prestation dont le montant est égal à l'épargne constituée (soit la somme de la provision mathématique et de la provision de diversification). La rémunération est alors moins intéressante (l'assureur ne pourra bénéficier des chargements futurs) et l'actualisation se faisant sur une période plus courte, le Best Estimate augmente. Un chargement de capital est alors requis pour faire face au risque de mortalité.

Dans cette étude, ce risque est toutefois d'une faible ampleur et s'explique car la probabilité de décéder dans l'année étant très faible, une augmentation de 15% de celle-ci impacte peu le montant de fonds propres économiques.

### *10.5.2. Le risque de rachat (lapse)*

Le risque de rachat provient de l'incertitude liée aux rachats, aux résiliations, ou aux cessations de paiement de primes.

Les spécifications techniques du QIS5 précisent que les impacts d'un choc haussier, d'un choc baissier et d'un choc de rachat massif doivent être étudiés pour déterminer l'exigence de capital au titre du risque de rachat.

$$\boldsymbol{Life_{lapse} = \max\,(Lapse_{down}; Lapse_{up}; Lapse_{mass})}$$

Où :

- $Lapse_{down}$ est le capital requis au titre du risque d'une baisse permanente des taux de rachat.
- $Lapse_{up}$ est le capital requis au titre du risque d'une hausse permanente des taux de rachat.
- $Lapse_{mass}$ est le capital requis au titre du risque de rachat massif mais ne doit être calculé que dans le cas où la valeur de rachat est supérieure au montant de provisions, ce qui n'est pas le cas pour les contrats euro-diversifiés.

Ces montants sont calculés de la manière suivante :

$$Lapse_{down} = (\Delta NAV / Choc\ rachat\ \text{à}\ la\ baisse\ )$$

$$Lapse_{up} = (\Delta NAV / Choc\ rachat\ \text{à}\ la\ hausse\ )$$

L'intensité des chocs est détaillée dans le tableau suivant qui résume les résultats obtenus :

| Scénario | | Intensité du choc | Best Estimate | Actif initial en VM | Net Asset Value | ΔNAV brut |
|---|---|---|---|---|---|---|
| central | | - | 9 298 371 | 11 000 000 | 1 701 629 | - |
| choc rachat | à la baisse | max(50%R;R-20%) | 9 202 905 | 11 000 000 | 1 797 095 | -95 466 |
| | à la hausse | min(150%R;100%) | 9 393 554 | 11 000 000 | 1 606 446 | 95 183 |

| Scénario | | Intensité du choc | Best Estimate | Actif initial en VM | Net Asset Value | ΔNAV net |
|---|---|---|---|---|---|---|
| central | | - | 9 298 371 | 11 000 000 | 1 701 629 | - |
| choc rachat | à la baisse | max(50%R;R-20%) | 9 255 387 | 11 000 000 | 1 744 613 | -42 984 |
| | à la hausse | min(150%R;100%) | 9 338 804 | 11 000 000 | 1 661 196 | 40 433 |

**Tableau 7 : Exigence de capital relatif au risque de rachat**

On a donc $\begin{cases} \boldsymbol{Life_{lapse} = 95\ 183} \\ \boldsymbol{nLife_{lapse} = 40\ 433} \end{cases}$

Un rachat a un impact similaire à celui d'un décès. En effet, dans les deux cas, l'assureur est dans l'obligation de régler une prestation égale au montant de l'épargne constituée. Nous pouvons donc faire le même raisonnement et conclure que l'assureur craint une augmentation des rachats due à une baisse de la rémunération (l'assureur ne bénéficiant de chargements futurs sur la performance financière) et une hausse du Best Estimate (l'actualisation se faisant sur une période plus courte).

Le chargement en capital pour faire face au risque d'une hausse des rachats est plus significatif que dans le cas du risque de mortalité car le nombre de rachats est supérieur au nombre de décès.

Nous pouvons aussi observer l'importance du mécanisme d'absorption de la PB future. Si le nombre de rachats augmente, le montant total de l'actif subit une chute. En cas de rendement positif de l'actif dans la suite, les plus-values réalisées sont alors moins importants. La PB, de par sa dépendance à la performance financière du fonds, diminue et permet à l'assureur d'absorber une perte conséquente des pertes.

### 10.5.3. Le risque de dépenses (expenses)

Le risque de dépenses résulte de l'augmentation des frais liés aux contrats d'assurance.

L'exigence de capital au titre du risque de dépenses est définie ainsi :

$$\boldsymbol{Life_{exp}} = (\Delta \boldsymbol{NAV} / \boldsymbol{Choc\ d\acute{e}penses})$$

Où le choc correspond à une hausse de 10% des dépenses futures par rapport aux anticipations utilisées dans le calcul du Best Estimate et à une augmentation de 1% par an du taux d'inflation des dépenses par rapport aux anticipations mais qui n'est pas pris en compte dans notre modèle.

On obtient :

| Scénario | Best Estimate | Actif initial en VM | Net Asset Value | ΔNAV brut |
|---|---|---|---|---|
| central | 9 298 371 | 11 000 000 | 1 701 629 | - |
| choc dépenses | 9 371 139 | 11 000 000 | 1 628 861 | 72 768 |

| Scénario | Best Estimate | Actif initial en VM | Net Asset Value | ΔNAV net |
|---|---|---|---|---|
| central | 9 298 371 | 11 000 000 | 1 701 629 | - |
| choc dépenses | 9 371 139 | 11 000 000 | 1 628 861 | 72 768 |

**Tableau 8 : Exigence de capital relatif au risque de dépenses**

On a donc $\begin{cases} \boldsymbol{Life_{exp} = 72\ 768} \\ \boldsymbol{nLife_{exp} = 72\ 768} \end{cases}$

Tout assureur est confronté à ce risque, une hausse des frais ne peut lui être bénéfique ! La valeur des flux futurs à payer augmente et accroît le Best Estimate. Un chargement de capital associé au risque de dépenses est donc requis et représente le chargement le plus important du module de risque de souscription.

On remarque que le chargement en capital est le même qu'il soit brut ou net. Ceci s'explique car dans notre étude, les montants de frais n'ont aucune influence sur l'attribution de la participation aux bénéfices, ils ne concernent que les charges du compte de résultat. Les taux de chargement étant fixés contractuellement, une hausse inattendue des frais n'implique pas une augmentation des chargements en compensation : l'assureur ne peut absorber ces pertes.

### 10.5.4. Le risque de catastrophe

Le risque de catastrophe en vie représente le risque que des évènements extrêmes tels qu'une explosion nucléaire ou une pandémie se réalisent. Ce type de risque n'est pas suffisamment pris en compte dans les autres sous-modules du risque de souscription vie. Tous les contrats garantissant des prestations en cas de décès sont concernés.

$$\boldsymbol{Life_{CAT}} = (\Delta \boldsymbol{NAV}/\boldsymbol{Choc\ catastrophe})$$

Où le choc correspond à une hausse de 0,15% du taux de mortalité de la première année.

On obtient :

| Scénario | Best Estimate | Actif initial en VM | Net Asset Value | ΔNAV brut |
|---|---|---|---|---|
| central | 9 298 371 | 11 000 000 | 1 701 629 | - |
| choc catastrophe | 9 300 908 | 11 000 000 | 1 699 092 | 2 537 |

| Scénario | Best Estimate | Actif initial en VM | Net Asset Value | ΔNAV net |
|---|---|---|---|---|
| central | 9 298 371 | 11 000 000 | 1 701 629 | - |
| choc catastrophe | 9 299 706 | 11 000 000 | 1 700 294 | 1 335 |

**Tableau 9 : Exigence de capital relatif au risque catastrophe**

On a donc $\begin{cases} \boldsymbol{Life_{CAT}} = \mathbf{2\ 537} \\ \boldsymbol{nLife_{CAT}} = \mathbf{1\ 335} \end{cases}$

L'impact de ce risque est similaire à celui du risque de mortalité ou de rachat. Une hausse de la mortalité la première année n'est pas bénéfique pour l'assureur. Sa rémunération sera plus faible car il ne pourra bénéficier de chargements futurs sur la performance financière et le Best Estimate augmente, l'actualisation se faisant sur une période plus courte. L'impact est toutefois très faible.

### 10.5.5. Calcul de l'exigence de capital pour le risque de souscription vie

Nous avons calculé l'exigence de capital requise pour chaque sous-module du risque de souscription vie. Ces résultats peuvent à présent être agrégés, via la matrice de corrélation fournie par le QIS 5, pour obtenir le SCR relatif au module de risque de souscription vie.

$$\boldsymbol{SCR_{life}} = \sqrt{\sum\nolimits_{r*c} \boldsymbol{CorrLife_{r*c}} * \boldsymbol{Life_r} * \boldsymbol{Life_c}}$$

Où :

- $CorrLife_{r*c}$ est le coefficient de corrélation entre les sous-modules r et c.
- $Life_r$ est l'exigence de capital requise au titre du sous-module de risque r.
- $Life_c$ est l'exigence de capital requise au titre du sous-module de risque c.

De même :

$$\boldsymbol{nSCR_{life}} = \sqrt{\sum\nolimits_{r*c} \boldsymbol{CorrLife_{r*c}} * \boldsymbol{nLife_r} * \boldsymbol{nLife_c}}$$

Les sous-modules sont agrégés selon la même matrice de corrélation dans les deux cas.

| **CorrLife** | Mortalité | Longévité | Rachat | Dépenses | Catastrophe |
|---|---|---|---|---|---|
| Mortalité | 1 | | | | |
| Longévité | -0.25 | 1 | | | |
| Rachat | 0 | 0.25 | 1 | | |
| Dépenses | 0.25 | 0.25 | 0.5 | 1 | |
| Catastrophe | 0.25 | 0 | 0.25 | 0.25 | 1 |

**Tableau 10 : Matrice de corrélation pour le risque de souscription vie**

On obtient :

$$\begin{cases} SCR_{Life} = 134\,858 \\ nSCR_{Life} = 92\,343 \end{cases}$$

L'utilisation de la matrice de corrélation permet de tenir compte des effets de diversification, le concept étant que tous les risques ne surviennent pas simultanément. L'exigence de capital pour le risque de souscription vie est donc inférieure à la somme des exigences partielles. La diversification permet une économie de capital de 33% en vision brute et de 28% en vision nette.

Les schémas suivants montrent la décomposition obtenue pour le SCR relatif au risque de souscription vie :

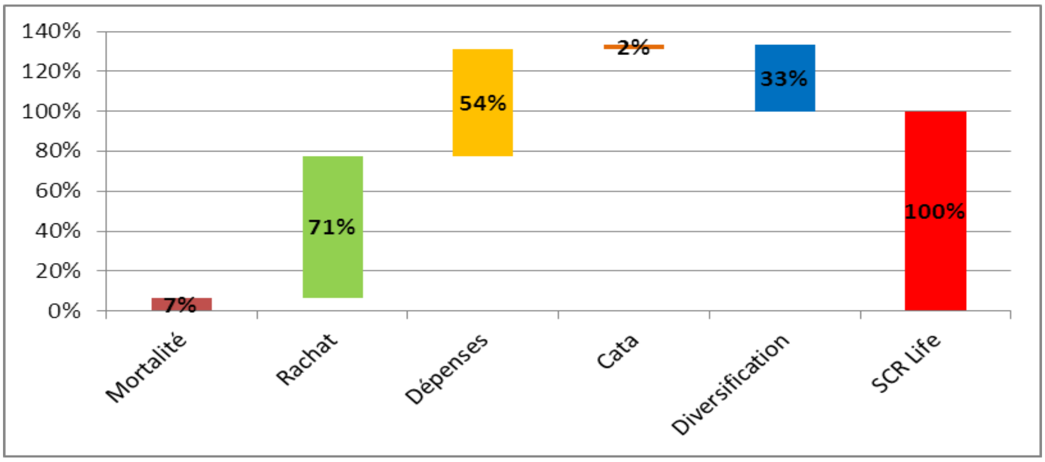



**Figure 30 : Décomposition du SCR Life**

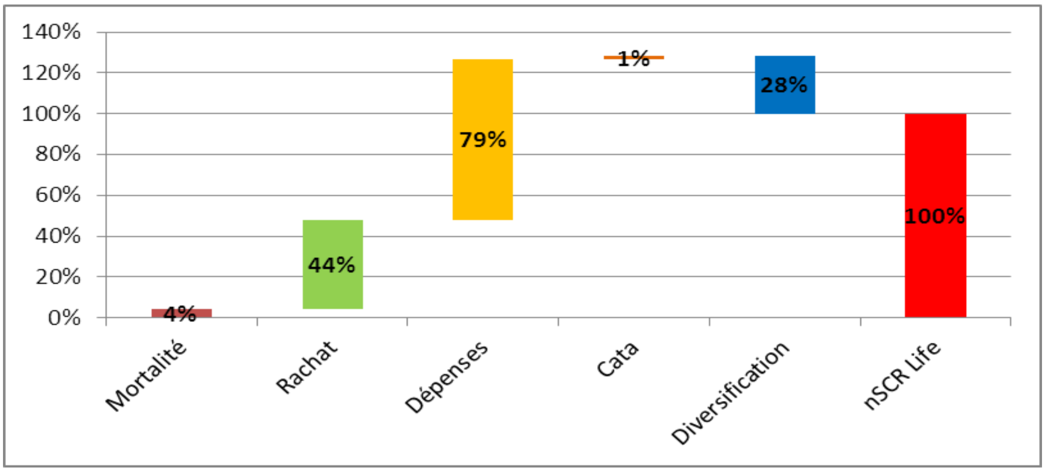



**Figure 31 : Décomposition du nSCR Life**

## Section 10.6. Le risque de marché

Le risque de marché est le risque de perte qui peut résulter des fluctuations des prix des instruments financiers. Tout comme le risque de souscription, le risque de marché est décomposé en plusieurs sous-modules. Nous nous focaliserons au cours de ce mémoire sur le risque de taux d'intérêt, le risque action, le risque de concentration et le risque prime d'illiquidité.

### *10.6.1. Le risque de taux d'intérêt*

Le risque de taux d'intérêt existe pour tous les actifs et les passifs dont la valeur est sensible aux variations de la courbe de taux d'intérêt.

Pour obtenir la charge en capital requise pour se couvrir face à ce risque, il faut étudier l'impact d'un choc haussier et d'un choc baissier sur le montant des fonds propres économiques.

$$\boldsymbol{Mkt_{int} = \max(0; Mkt_{int}^{up}; Mkt_{int}^{down})}$$

Où :

- $Mkt_{int}^{up}$ est la variation des fonds propres économiques suite à une hausse de la courbe de taux d'intérêt
- $Mkt_{int}^{down}$ est la variation des fonds propres économiques suite à une baisse de la courbe de taux d'intérêt

Le graphe suivant illustre ces différentes courbes :

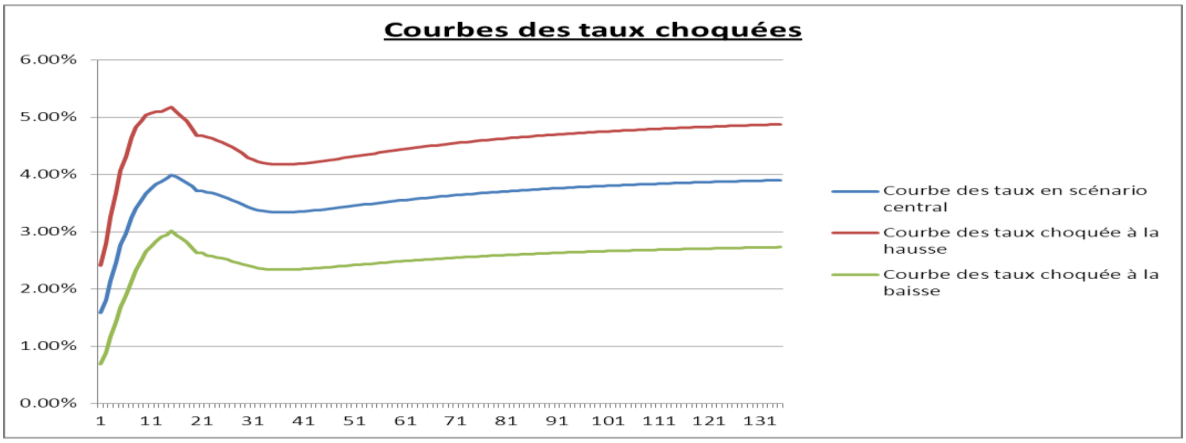



**Figure 32 : Courbes des taux choquées**

Pour prendre en compte ces chocs, nous effectuons à nouveau le calibrage nécessaire pour le modèle de Hull & White.

Nous avons utilisé les paramètres suivants :

| Paramètres Hull & White | Scénario central | Choc à la hausse | Choc à la baisse |
|---|---|---|---|
| **a** | 4.28% | 4.44% | 3.71% |
| **σ** | 1.05% | 1.28% | 0.93% |

**Tableau 11 : Paramètres du modèle de Hull & White selon les chocs**

Le tableau suivant permet d'étudier l'impact des deux chocs sur les fonds propres économiques :

| Scénario | | Best Estimate | Actif initial en VM | Net Asset Value | ΔNAV brut |
|---|---|---|---|---|---|
| central | | 9 298 371 | 11 000 000 | 1 701 629 | - |
| choc taux | à la baisse | 10 452 231 | 11 563 602 | 1 111 371 | 590 258 |
| | à la hausse | 8 115 684 | 10 457 396 | 2 341 712 | -640 083 |

| Scénario | | Best Estimate | Actif initial en VM | Net Asset Value | ΔNAV net |
|---|---|---|---|---|---|
| central | | 9 298 371 | 11 000 000 | 1 701 629 | - |
| choc taux | à la baisse | 10 334 565 | 11 563 602 | 1 229 037 | 472 592 |
| | à la hausse | 8 238 524 | 10 457 396 | 2 218 872 | -517 243 |

**Tableau 12 : Exigence de capital relatif au risque de taux d'intérêt**

On a donc $\begin{cases} \boldsymbol{Mkt_{int} = 590\ 258} \\ \boldsymbol{nMkt_{int} = 472\ 592} \end{cases}$

Contrairement à de nombreux contrats d'assurance vie, nous remarquons que le chargement en capital est nécessaire pour se couvrir face à un risque de baisse des taux et non une hausse des taux. Certes, une baisse des taux entraîne une hausse de la valeur de marché du portefeuille obligataire mais l'investissement en actif sans risque n'est pas majoritaire. Rappelons que 66% du portefeuille est investi en actions. L'impact de la baisse des taux sur l'actif est alors moins fort que son impact sur le passif. En effet, les facteurs d'actualisation étant plus importants suite à ce choc, le Best Estimate accroît considérablement, ce qui entraîne une baisse des fonds propres économiques.

Etant donné qu'une baisse des taux n'est pas contrariant à tous les niveaux, l'effet d'absorption de la PB future est réduit. En vision brute d'effet d'absorption de PB future, l'assureur est contraint de servir les mêmes montants de participation aux résultats malgré le choc survenu. En vision nette, l'assureur a la possibilité d'absorber une partie de ses pertes en diminuant l'attribution de participation aux résultats. Or nous avons vu par exemple qu'une baisse des taux entraîne une hausse de la valeur de marché du portefeuille obligataire. La performance financière augmente donc et le montant de PB lié à cette performance, en net, est alors supérieur au montant brut. L'assureur est donc « contraint » en vision brute à servir un montant de participation aux résultats inférieur au montant net, ce qui est contradictoire. Ceci explique l'impact moins important de l'effet d'absorption de la PB future par rapport à d'autres sous-modules comme le risque action que nous allons étudier à présent.

### 10.6.2. Le risque action (equity)

Le risque action est le risque de perte de valeur du portefeuille d'actif suite à une baisse du cours des actions détenues. En effet, une compagnie d'assurance investit dans des actions en espérant améliorer leur performance financière mais le caractère volatil des rendements des actions peut entraîner des pertes importantes.

Les spécifications techniques du QIS5 séparent les actions en deux catégories :

- Catégorie 1 : les actions « globales ». Il s'agit des actions cotées dans les pays de l'EEE (Espace Economique Européen) et de l'OCDE (Organisation de Coopération et de Développement Economique)

- Catégorie 2 : les « autres » actions. Ce sont les actions cotées uniquement sur les marchés émergents, les actions non cotées, les fonds spéculatifs, et tout autre investissement non pris en compte autre part dans le module de risque de marché.

L'exigence de capital pour se couvrir contre une chute des actions de la catégorie i est :

$$\boldsymbol{Mkt^{i}_{equity}} = \mathbf{max}\ (\Delta \boldsymbol{NAV}/\boldsymbol{Choc\ action}; \mathbf{0})$$

Le choc action, fourni par l'EIOPA, est évolutif et dépend de l'état du marché. Le choc central est de 39% pour les actions de la première catégorie et de 49% pour les autres. Ensuite, il est tenu compte chaque année d'un effet d'ajustement symétrique, censé refléter l'état du marché actuel, l'effet Dampener. Concrètement, on compare l'état actuel du marché actions avec la moyenne mobile des trois dernières années, le benchmark de référence étant l'indice MSCI World. Cet ajustement ne pourra toutefois pas excéder 10% que ce soit à la hausse ou à la baisse.

Ainsi les chocs actions pour le calcul du SCR à la fin 2009 étaient respectivement de 30% et 40% (effet Dampener de -9%), tandis que ceux retenus pour l'exercice 2010 sont de 49% et de 59% (effet Dampener de +10%). L'état du marché a donc une influence non négligeable sur la pénalisation règlementaire à retenir.

L'exigence de capital totale au titre du risque action, $Mkt_{equity}$ , est obtenu en agrégeant les deux montants obtenus. La corrélation entre les risques calculés pour les deux catégories d'actions est de 0,75.

Dans notre cas, nous avons considéré que la poche actions était entièrement investie sur des actions « globales », nous ne prenons pas en compte la catégorie 2. Le choc à appliquer sur le portefeuille d'actions est alors de 49%.

On obtient :

| Scénario | Best Estimate | Actif initial en VM | Net Asset Value | ΔNAV brut |
|---|---|---|---|---|
| central | 9 298 371 | 11 000 000 | 1 701 629 | - |
| choc action | 9 256 999 | 7 439 614 | -1 817 385 | 3 519 014 |

| Scénario | Best Estimate | Actif initial en VM | Net Asset Value | ΔNAV net |
|---|---|---|---|---|
| central | 9 298 371 | 11 000 000 | 1 701 629 | - |
| choc action | 6 670 729 | 7 439 614 | 768 885 | 932 744 |

**Tableau 13 : Exigence de capital relatif au risque action**

On a donc $\begin{cases} \boldsymbol{Mkt_{equity} = 3\ 519\ 014} \\ \boldsymbol{nMkt_{equity} = 932\ 744} \end{cases}$

Comme nous avons pu le voir, un contrat euro-diversifié favorise l'investissement en actions. Ce sous-module a donc un impact énorme sur le montant de SCR. Le chargement en capital associé au risque action représente justement le chargement le plus important parmi tous les sous-modules de risque.

Ce sous-module nous permet aussi de souligner l'importance de l'effet d'absorption de la PB future. Le portefeuille étant majoritairement investi en actions, une chute instantanée de 49% de l'ensemble des actions a un impact très négatif.

En vision brute, l'assureur, ne pouvant absorber les pertes à travers une diminution du montant de participation aux bénéfices à attribuer, se retrouve dans une position critique et doit faire un appel aux fonds propres pour détenir un montant suffisant d'actifs en face des provisions.

En vision nette, l'assureur n'est pas dans l'obligation immédiate de faire un appel aux fonds propres. En effet, comme nous l'avons vu dans la partie concernant la gestion CPPI, pour que la valeur du portefeuille devienne inférieure au plancher, l'intensité du choc doit être supérieure à l'inverse du multiplicateur, soit 67%, ce qui n'est pas le cas ici. Le choc est donc partiellement absorbé à travers une forte diminution de la provision de diversification durant le premier exercice. De plus, le montant investi en actif risqué est fortement réduit, limitant la performance financière et l'attribution de participation aux bénéfices sur les exercices suivants. Ceci entraîne une baisse conséquente du Best Estimate. Toutefois, un tel choc ne peut être sans répercussion pour l'assureur. L'impact sur le Best Estimate est moins important que l'impact sur la valeur de marché de l'actif et une forte exigence de capital est requise pour faire face au risque action.

### *10.6.3. Le risque de concentration*

Le risque de concentration vient du fait que la volatilité d'un portefeuille augmente avec sa concentration. Lorsqu'un assureur détient une quantité importante de titres d'un même émetteur, ou dans une même zone géographique, ou dans un même domaine d'activité, il s'expose à un risque de concentration. La diversification du portefeuille permet de diminuer le risque de perte de valeur du portefeuille d'actif.

Dans le QIS5, le risque de concentration se limite au risque que l'allocation du portefeuille auprès d'un même émetteur soit trop importante. En cas de défaillance de cet émetteur, la valeur du portefeuille peut alors subir des pertes conséquentes.

Le calcul du besoin en capital associé à ce risque se fait en quatre étapes :

- Il faut d'abord regrouper les actifs par émetteur (les sociétés d'un même groupe sont considérées comme un même émetteur). On note $E_i$ l'exposition du portefeuille à une contrepartie i.

- Le risque de concentration existe lorsque le taux d'exposition à la contrepartie i est supérieur à un certain seuil. Ce seuil dépend de la notation de la contrepartie i.
  L'exposition excessive est notée $XS_i$ :

$$XS_i = \max\left(0; \frac{E_i}{Actif_{xl}} - CT\right)$$

  Où $Actif_{xl}$ est le montant des actifs concernés par ce sous-module et CT est le seuil de concentration (concentration threshold)

- Le calcul du besoin en capital pour le risque de concentration par émetteur est déterminé à partir du scénario suivant :

$$Conc_i = (\Delta NAV / Choc\ sur\ le\ niveau\ de\ concentration)$$

Le choc sur le niveau de concentration pour l'émetteur i est défini par $XS_i * g_i$ dont la valeur dépend de la notation de la contrepartie i. Nous retrouvons dans le QIS5 le tableau suivant :

| $rating_i$ | CT | Niveau de qualité de crédit "Credit Quality Step" | $g_i$ |
|---|---|---|---|
| AAA | 3% | 1A | 0,12 |
| AA | 3% | 1B | 0,12 |
| A | 3% | 2 | 0,21 |
| BBB | 1,5% | 3 | 0,27 |
| BB ou moins | 1,50% | 4-6 | 0,73 |

- L'exigence de capital au titre du risque de concentration est ensuite calculée en supposant que la corrélation est nulle entre les risques calculés pour chaque émetteur :

$$\boldsymbol{Mkt_{conc} = \sqrt{\sum_i Conc_i^2}}$$

Dans notre étude, la poche actions est répartie parmi de nombreux émetteurs pour répondre au mieux aux caractéristiques d'un fonds diversifié. Toutefois, l'exposition du portefeuille à trois émetteurs est trop importante et présente donc un risque :

| Action | Rating | XSi |
|---|---|---|
| Emetteur 1 | AAA | 7% |
| Emetteur 2 | AAA | 8% |
| Emetteur 3 | AA | 6% |

**Tableau 14 : Exposition du portefeuille à certains émetteurs**

On obtient : $\begin{cases} \boldsymbol{Mkt_{conc} = 298\,907} \\ \boldsymbol{nMkt_{conc} = 84\,264} \end{cases}$

Tout comme pour le risque action, nous remarquons que la modification de la PB future permet d'absorber une part conséquente des pertes.

### 10.6.4. Le risque prime d'illiquidité (illiquidity premium)

Comme nous l'avons vu dans la partie sur la modélisation de la courbe des taux d'intérêt, le QIS 5 a apporté une nouveauté quant à la prise en compte d'une prime d'illiquidité dans la courbe des taux. Elle est définie comme le taux à ajouter au taux sans risque pour l'évaluation des obligations dont le remboursement n'est pas possible à court terme ou sans pénalité. La prime d'illiquidité augmente donc le taux d'actualisation utilisé dans le calcul du Best Estimate et permet de diminuer la valeur de cette provision. En contrepartie, les spécifications techniques du QIS5 introduit une exigence de capital lié au risque de baisse du niveau de prime d'illiquidité. Le choc retenu est une baisse de 65% de cette prime. L'actif initial n'est pas impacté par un choc sur la prime d'illiquidité.

$$\boldsymbol{Mkt_{ip}} = \max\left(\Delta \boldsymbol{NAV} / \boldsymbol{Choc\ sur\ la\ prime\ d'illiquidit}\text{é}; \mathbf{0}\right)$$

On obtient :

| Scénario | Best Estimate | Actif initial en VM | Net Asset Value | ΔNAV |
|---|---|---|---|---|
| central | 9 298 371 | 11 000 000 | 1 701 629 | - |
| choc illiquidité | 9 504 661 | 11 000 000 | 1 495 339 | 206 290 |

**Tableau 15 : Exigence de capital relatif au risque prime d'illiquidité**

On a donc $\begin{cases} \boldsymbol{Mkt_{ip}} = \mathbf{206\ 290} \\ \boldsymbol{nMkt_{ip}} = \mathbf{206\ 290} \end{cases}$

Cette nouveauté proposée par le QIS 5 d'introduire une prime d'illiquidité a donc un impact considérable à la fois sur le Best Estimate et le montant de SCR.

Le choc n'impacte que les facteurs d'actualisation utilisés pour le calcul du Best Estimate et n'influence pas l'attribution de participation aux bénéfices : il n'y a pas d'effet d'absorption de la PB future pour ce sous-module.

### 10.6.5. Calcul de l'exigence de capital pour le risque de marché

Nous avons calculé l'exigence de capital requise pour les différents sous-modules pris en compte du risque de marché. Ces résultats peuvent à présent être agrégés, via les matrices de corrélation fournies par le QIS 5, pour obtenir le SCR relatif au module de risque de marché. Deux matrices de corrélation sont fournies, dépendant du choix d'un choc de taux à la hausse ou à la baisse.

$$SCR_{mkt} = \max\left(\frac{\sqrt{\sum_{r*c} CorrMktUp_{r*c} * Mkt_{up,r} * Mkt_{up,c}\,;}}{\sqrt{\sum_{r*c} CorrMktDown_{r*c} * Mkt_{down,r} * Mkt_{down,c}}}\right)$$

$$nSCR_{mkt} = \max\left(\frac{\sqrt{\sum_{r*c} CorrMktUp_{r*c} * nMkt_{up,r} * nMkt_{up,c}\,;}}{\sqrt{\sum_{r*c} CorrMktDown_{r*c} * nMkt_{down,r} * nMkt_{down,c}}}\right)$$

Dans notre cas, nous avons pu voir que l'assureur doit faire face à un risque de baisse des taux et non à une hausse.

Les sous-modules sont alors agrégés selon la même matrice de corrélation dans les deux cas.

| **CorrMktDown** | Intérêt | Action | Concentration | Prime d'illiquidité |
|---|---|---|---|---|
| Intérêt | 1 | | | |
| Action | 0.5 | 1 | | |
| Concentration | 0 | 0 | 1 | |
| Prime d'illiquidité | 0 | 0 | 0 | 1 |

**Tableau 16 : Matrice de corrélation pour le risque de marché**

On obtient :

$$\begin{cases} SCR_{mkt} = 3\,728\,583 \\ nSCR_{mkt} = 1\,167\,654 \end{cases}$$

L'utilisation de la matrice de corrélation permet de tenir compte des effets de diversification, le concept étant que tous les risques ne surviennent pas simultanément. L'exigence de capital pour le risque de marché est donc inférieure à la somme des exigences partielles. La diversification permet une économie de capital de 24% en vision brute et de 45% en vision nette.

Les schémas suivants montrent la décomposition obtenue pour le SCR relatif au risque de marché :

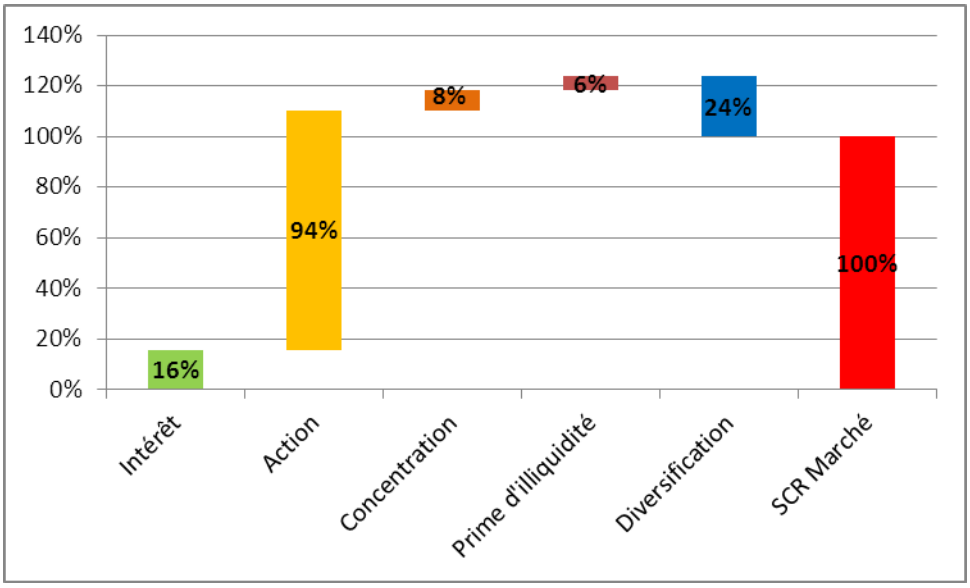



**Figure 33 : Décomposition du SCR Marché**

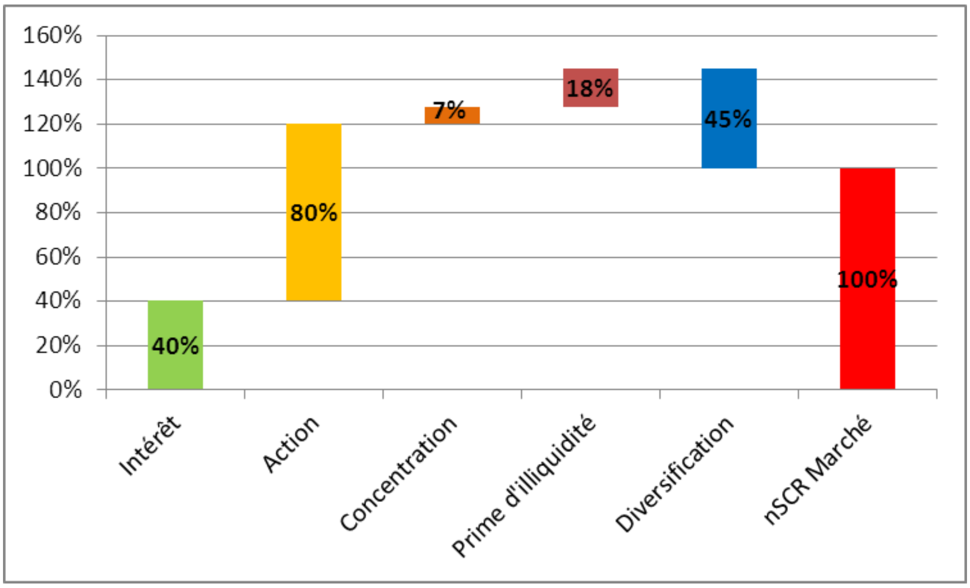



**Figure 34 : Décomposition du nSCR Marché**

## Section 10.7. Agrégation des modules de risques

Maintenant que nous avons calculé le chargement en capital requis pour nos deux modules de risques, nous pouvons à présent obtenir par agrégation le nBSCR, soit le SCR basique net de l'effet d'absorption de la PB future.

La matrice de corrélation a utilisé est la suivante :

| **Corr** | Marché | Vie |
|---|---|---|
| Marché | 1.00 | - |
| Vie | 0.25 | 1.00 |

**Tableau 17 : Matrice de corrélation pour l'agrégation des modules de risque**

On obtient :

$$\boxed{\begin{cases} \boldsymbol{BSCR = 3\ 747\ 829} \\ \boldsymbol{nBSCR = 1\ 182\ 751} \end{cases}}$$

## Section 10.8. SCR opérationnel

Le risque opérationnel est le risque de pertes dues à une inadéquation ou à une défaillance des procédures de la compagnie (analyse ou contrôle absent ou incomplet, procédure non sécurisée), de son personnel (erreur, malveillance ou fraude), des systèmes internes (panne de l'informatique) ou à des risques externes (inondation, incendie).

Un SCR opérationnel doit être calculé pour se couvrir contre ce risque. La formule que l'on retrouve dans le QIS5 est la suivante :

$$\boxed{\boldsymbol{SCR_{op} = \min(30\% * BSCR; Op) + 25\% * Exp_{ul}}}$$

Où :

- Op représente la charge du risque opérationnel pour tous les contrats à l'exception des contrats d'assurance vie où le risque est porté entièrement par l'assuré.
- $Exp_{ul}$ est le montant des dépenses durant les 12 derniers mois pour les contrats en UC et ne nous concerne donc pas.

De plus, on a :

$$Op = \max\left(Op_{premiums}\ ;\ Op_{provisions}\right)$$

Notre étude ne concernant ni les contrats en UC, ni les contrats non-vie, et considérant que l'assureur ne reçoit pas de primes (premiums) les années précédant la souscription du contrat, cette formule peut alors être simplifiée.

On obtient :

$$Op = Op_{premiums} = 8\% * Earn_{life}$$

Où $Earn_{life}$ est le montant, brut de réassurance, de primes acquises durant les 12 derniers mois pour l'activité vie.

On peut ensuite en conclure :

$$SCR_{op} = \min(30\% * BSCR; 8\% * Earn_{life}) = 800\ 000$$

Ce montant nous paraît toutefois trop important et non conforme aux résultats du marché. Nous considérons que le risque opérationnel ne présente pas de particularités par rapport à un contrat d'assurance classique et nous avons donc décidé d'utiliser les résultats moyens des compagnies d'assurance en Europe. Ces résultats peuvent être retrouvés dans le « EIOPA Report on the fifth Quantitative Impact Study for Solvency II ».

Le tableau suivant résume la décomposition du SCR pour les entités européennes :

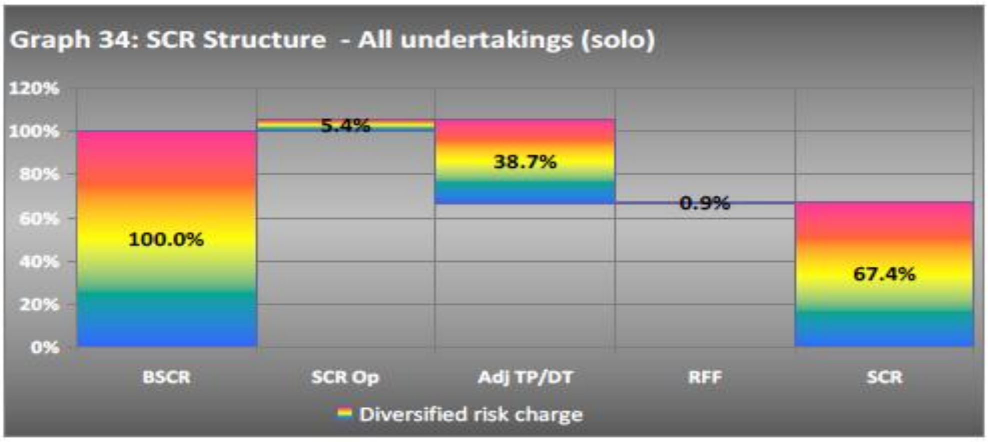



**Figure 35 : La structure du SCR – Rapport Final sur le QIS 5**

Le SCR Opérationnel représente en moyenne 5,4% du BSCR, on a donc retenu la valeur suivante :

$$\boldsymbol{SCR_{op} = 5,4\% * BSCR = 202\ 383}$$

## Section 10.9. Calcul du SCR

Nous pouvons à présent déterminer le montant total de capital requis, le SCR. Rappelons que :

$$SCR = BSCR + Adj. + SCR_{op}$$

Nous avons considéré que :

$$Adj. = -(BSCR - nBSCR)$$

On en déduit alors :

$$\boxed{\boldsymbol{SCR = 1\ 385\ 133}}$$

Le graphe suivant montre la décomposition du SCR dans notre étude :

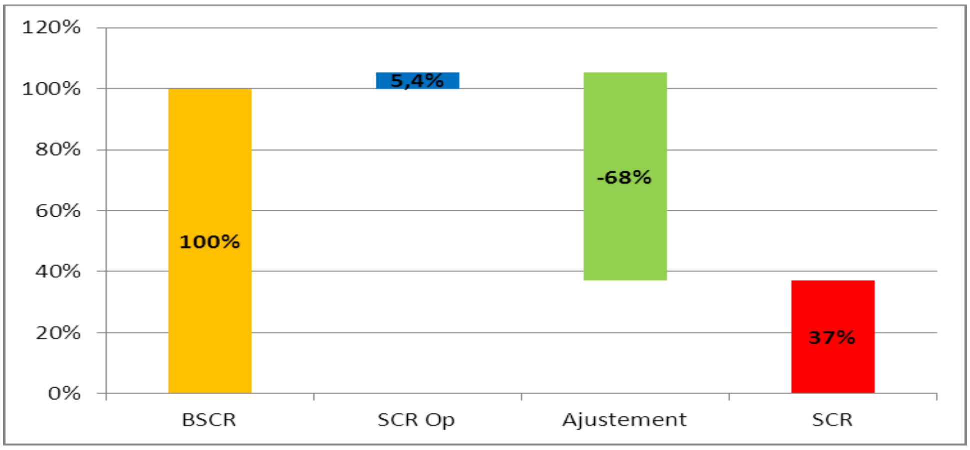



**Figure 36 : La décomposition du SCR dans notre étude**

Le montant d'ajustement peut paraître excessif mais nous considérons que ce résultat est cohérent pour ce type de contrat. Nous avons justement voulu mettre en avant cette particularité. Le portefeuille étant majoritairement investi en actions, les risques de chute de la valeur du portefeuille sont élevés. D'autre part, l'assureur ne porte pas tout le risque, la capacité d'absorption des pertes par la PB future est alors énorme. En effet, l'engagement majeur de l'assureur envers l'adhérent est le capital garanti au terme du contrat, représenté par la provision mathématique. Or avec nos hypothèses initiales, la provision mathématique ne représente que 49% et la provision de diversification représente 51% du passif, hors fonds propres. Au niveau de la provision de diversification, l'engagement de l'assureur, comme nous avons pu le voir, est très faible. L'adhérent est donc contraint de porter une grande partie du risque, expliquant la forte capacité d'absorption des pertes de notre contrat euro-diversifié.

## Section 10.10. Ratio de solvabilité

Deux indicateurs peuvent particulièrement intéresser la compagnie et ses parties prenantes : le ratio de solvabilité et le ratio de rentabilité que nous étudierons dans le paragraphe suivant.

Le ratio de solvabilité permet à la compagnie de se situer par rapport aux exigences réglementaires de capital et est défini par :

$$\boldsymbol{Ratio\ de\ solvabilit\text{é}} = \frac{\boldsymbol{fonds\ propres\ \text{é}conomiques}}{\boldsymbol{SCR}}$$

Dans notre étude, nous obtenons :

$$\boldsymbol{Ratio\ de\ solvabilit\text{é}} = \mathbf{123}\%$$

Notre ratio de solvabilité est inférieur à ce que l'on peut observer sur le marché. En effet, le rapport final sur le QIS 5 nous donne un ratio de solvabilité moyen de 165%.

Notons tout de même que nous avons fait l'hypothèse que le montant de fonds propres initial était de 1 000 000, soit 10% des primes nettes. Le résultat du ratio n'est donc pas forcément représentatif de la réalité, il suffirait de détenir initialement un montant de fonds propres plus important pour augmenter ce ratio.

## Section 10.11. Ratio de rentabilité

Le ratio de rentabilité donne des indications sur la création de richesse et constitue un bon indicateur du couple rendement/risque et est défini par :

$$\boldsymbol{Ratio\ de\ rentabilit\text{é}} = \frac{\boldsymbol{r\text{é}sultat\ \text{é}conomique}}{\boldsymbol{SCR}}$$

Ce ratio est plus significatif que le ratio de solvabilité dans le cas de notre étude, l'impact de notre hypothèse quant au montant de fonds propres initial étant moins fort.

Nous effectuons un calcul similaire à celui du Best Estimate pour déterminer notre résultat économique. A chaque simulation, nous calculons la valeur actuelle des flux futurs correspondant aux résultats de chaque exercice, puis nous déterminons la moyenne de ces valeurs sur l'ensemble des scénarios.

Nous avons obtenu :

$$\boldsymbol{Ratio\ de\ rentabilit}\text{é} = \frac{\mathbf{492\ 167}}{\mathbf{1\ 385\ 133}} = \mathbf{36}\%$$

# Partie 5 : Etudes complémentaires

Le risque action étant le plus significatif, nous avons voulu réaliser des études complémentaires permettant de mieux analyser l'impact des rendements des actions dans un contrat euro-diversifié. De plus, nous terminerons sur une proposition d'architecture d'un modèle interne partiel permettant de calculer l'exigence de capital relatif au risque de marché.

# Chapitre 11. Sensibilité du Best Estimate au rendement de l’actif risqué

Pour déterminer le montant du Best Estimate, nous avons calculé pour chaque scénario la valeur actuelle des flux futurs à payer par l’assureur. Nous allons étudier l’évolution de cette valeur actuelle selon le rendement annuel moyen des différents scénarios.

Rappelons tout d’abord que le rendement annuel moyen est obtenu avec la formule suivante :

$$\prod_{i=1}^{T}(1+R_i) = (1+RM)^T$$

$$\Leftrightarrow RM = \left(\prod_{i=1}^{T}(1+R_i)\right)^{\frac{1}{T}} - 1$$

Où :

- T est l’horizon de projection
- $R_i$ est le rendement de l’actif risqué la i-ème année
- RM est le rendement annuel moyen correspondant

Le graphe suivant permet d’illustrer l’impact de ce rendement moyen sur la valeur actuelle des flux futurs à payer par l’assureur :

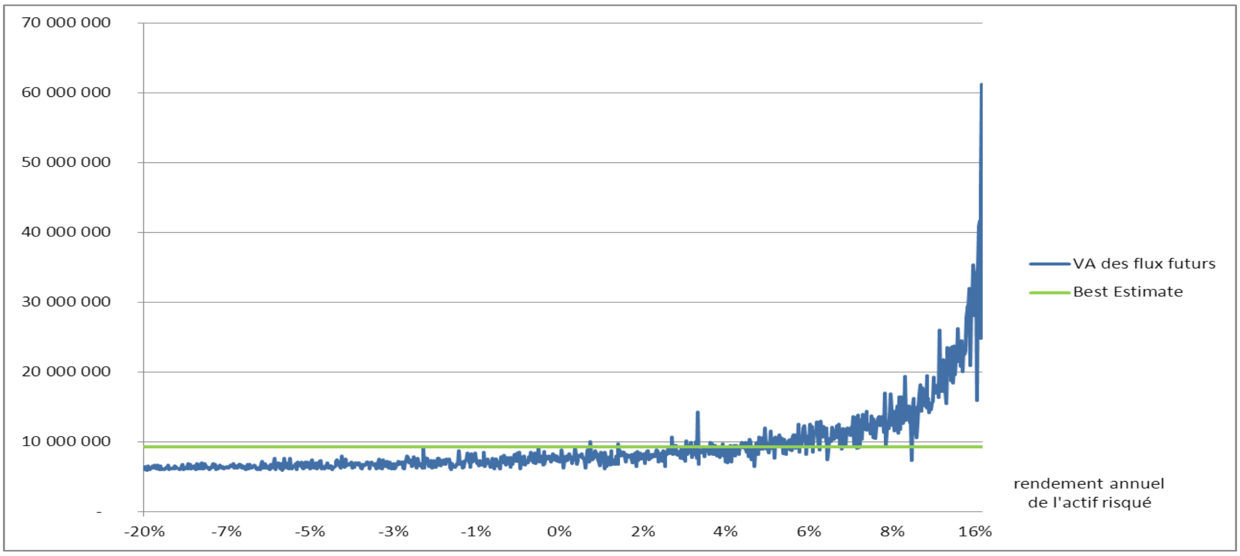



**Figure 37 : Sensibilité du Best Estimate au rendement de l’actif risqué**

Nous remarquons que la valeur actuelle des flux futurs est fortement dépendante du rendement de l'actif risqué. Plus le rendement est important, plus la valeur actuelle est élevée (il y a tout de même des exceptions dues à l'évolution de la courbe des taux par exemple).

En effet, le portefeuille étant majoritairement investi en actif risqué, si le rendement de celui-ci est élevé, la performance financière permet une forte revalorisation de la provision de diversification à travers l'attribution de la participation aux bénéfices. Les prestations à régler suite à un décès, un rachat ou la fin du contrat sont alors plus importantes car la valeur de ces prestations équivaut à l'épargne constituée, soit le montant des provisions.

De plus, nous avons considéré que l'assureur paie des frais sur le montant de la performance financière, une augmentation de cette dernière entraîne donc une hausse du montant des frais.

Les flux pris en compte dans le calcul du Best Estimate étant le montant des prestations et des frais, nous comprenons alors la forte dépendance de la valeur actuelle des flux futurs au rendement de l'actif risqué.

Comme nous pouvons l'observer sur le graphe, les variations de ces valeurs sont importantes. Ceci nous permet de rappeler l'importance d'un nombre de simulations suffisant pour obtenir un résultat fiable.

# Chapitre 12. Changement de métrique

Comme nous l'avons vu, la norme de solvabilité introduite par la nouvelle réforme définit, pour chaque risque identifié, le montant d'exigence de capital à constituer comme la Value-at-Risk à 99,5% sur un horizon d'un an. La simplicité de cette métrique est un réel atout pour l'adoption de la réforme par l'ensemble des acteurs du marché de l'assurance, mais ce choix est régulièrement remis en question.

La Value-at-Risk présente en effet deux lacunes importantes :

Premièrement, elle ne prend en compte l'épaisseur de la queue de distribution. Elle ne donne aucune information sur le montant des pertes au-delà de sa valeur.

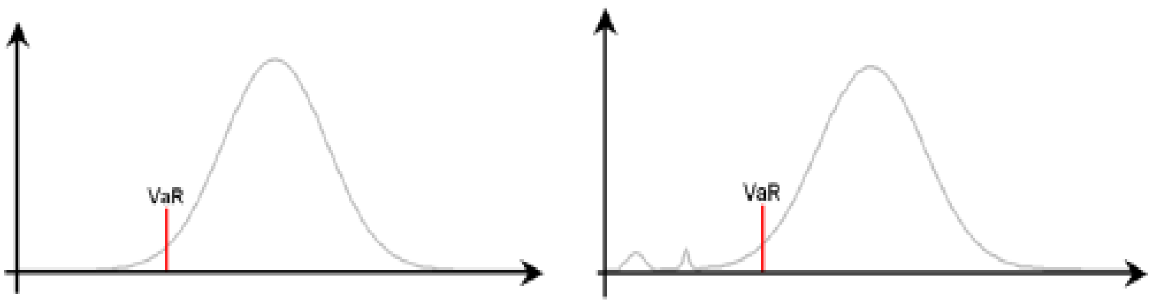



**Figure 38 : Les limites de la VaR**

Deuxièmement, la Value-at-Risk n'est pas une mesure de risque « cohérente ».

Les travaux de Artzner, Delbaen, Eber et Heath (1998) ont posé le socle de la théorie des mesures de risque. Ils proposent une caractérisation des mesures de risques dites « cohérentes » selon quatre propriétés fondamentales :

Soit deux variables aléatoires X et Y représentant chacune la valeur d'un portefeuille.

Une mesure de risque est dite cohérente si elle vérifie les propriétés suivantes :

1. **La monotonicité**
   On dit qu'une mesure de risque $\rho$ est monotone si :

$$X \leq Y \Rightarrow \rho(X) \geq \rho(Y)$$

   Si un portefeuille Y a une valeur au moins égale à un portefeuille X dans tous les états de marché, sa mesure de risque ne peut pas être plus grande que celle de X.

2. **L'homogénéité positive**
   On dit qu'une mesure de risque $\rho$ est positivement homogène si :

   $$\forall \lambda > 0, \rho(\lambda X) = \lambda \rho(X)$$

   Multiplier le risque d'un portefeuille par un scalaire revient à multiplier la mesure de risque par ce même scalaire.

3. **L'invariance par translation**
   On dit qu'une mesure de risque $\rho$ est invariante par translation si :

   $$\forall a \in \mathbb{R}, \rho(X + a) = \rho(X) - a$$

   La propriété d'invariance par translation signifie que l'addition (ou la soustraction) d'un montant $a$ au portefeuille initial et son investissement dans l'actif de référence décroît (ou accroît) la mesure de risque par le montant $a$. L'ajout de capital réduit le risque.

4. **La sous-additivité**
   On dit qu'une mesure de risque $\rho$ est sous-additive si :

   $$\rho(X + Y) \leq \rho(X) + \rho(Y)$$

   La mesure de risque de la somme de deux portefeuilles est inférieure à la somme des mesures de risque de ces deux portefeuilles.

Cette dernière propriété représente l'effet de la diversification : une société qui couvre deux risques ne nécessite pas davantage de capitaux que la somme de ceux obtenus pour deux entités distinctes se partageant ces deux risques. Or la Value-at-Risk ne vérifie pas la propriété de sous-additivité et ne peut donc être considérée comme une mesure de risque cohérente.

Faisons un contre-exemple pour démontrer que la Value-at-Risk n'est pas sous-additive.

Soit deux variables aléatoires X et Y qui modélisent les résultats de deux compagnies d'assurance. On considère qu'il n'existe que trois états du monde, équiprobables, notés $\omega_1$, $\omega_2$ et $\omega_3$. Le tableau suivant nous donne les résultats possibles :

| | X | Y | X+Y |
|---|---|---|---|
| $\omega_1$ | 20 | 20 | 40 |
| $\omega_2$ | 0 | -10 | -10 |
| $\omega_3$ | -10 | 0 | -10 |

Calculons la Value-at-Risk avec un niveau de confiance de 1/3.

Rappelons que pour un niveau de confiance $\alpha$, la VaR est définie par :

$$VaR_\alpha(X) = -inf\{x \in \mathbb{R} : P(X \leq x) \geq 1-\alpha\}$$

On obtient : $VaR_{1/3}(X) = 0$, $VaR_{1/3}(Y) = 0$ et $VaR_{1/3}(X+Y) = 10$

La fusion des deux compagnies n'apporte donc aucun bénéfice de diversification, au contraire la solvabilité est dégradée.

On peut donc se demander si le choix de la Value-at-Risk comme mesure de risque est pertinent.

Une solution alternative serait l'utilisation de la Value-at-Risk conditionnelle, ou Tail-VaR.

Pour un niveau de confiance $\alpha$, la Tail-VaR est définie par :

$$\boldsymbol{TVaR_\alpha(X) = E\big(-X/X \leq -VaR_\alpha(X)\big)}$$

Cette mesure de risque permet d'évaluer l'espérance des pertes au-delà de la VaR. Si la VaR ne s'intéresse qu'au montant de pertes en dessous duquel le résultat de la compagnie ne devrait pas descendre, la Tail-VaR nous donne l'espérance de cette perte dans le cas où cet évènement extrême surviendrait. La Tail-VaR est donc une mesure de risque plus prudente étant donné que les queues de distribution sont mieux prises en compte.

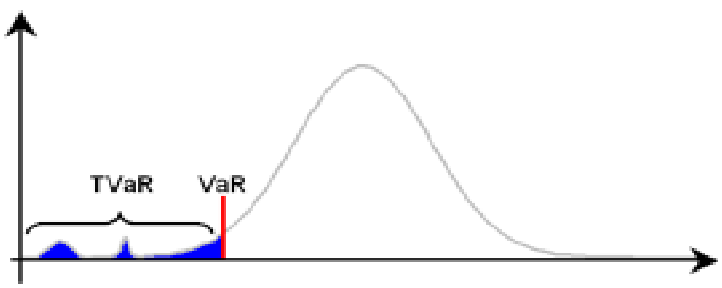



**Figure 39 : La Tail-VaR nous donne plus d'information sur les queues de distribution que la VaR**

De plus, la Tail-VaR est une mesure de risque cohérente et elle est donc plus apte à s'adapter au profil de risque de chaque compagnie, l'effet de diversification étant pris en compte.

Toutefois, il est important de noter qu'un changement de métrique par rapport au calcul du SCR implique nécessairement une nouvelle référence de chocs standards à appliquer pour les différents risques identifiés.

Nous allons étudier la possibilité d'utiliser la Tail-VaR pour déterminer le choc à appliquer quant au risque action.

Supposons que le rendement X de l'actif risqué suit une loi normale d'espérance $\mu$et de variance$\sigma$ :

$$X \sim N(\mu; \sigma^2)$$

Le choc que l'on retrouve dans les spécifications techniques du QIS5 sur les actions globales est de 49%, effet Dampener compris. Ce choc est calibré à une VaR à 99,5% sur un horizon d'un an.

La loi normale étant continue, nous pouvons écrire :

$$P\left(X \leq -VaR_{99,5\%}(X)\right) = 1 - 99,5\%$$

$$\Leftrightarrow P\left(\frac{X-\mu}{\sigma} \leq \frac{-VaR_{99,5\%}(X) - \mu}{\sigma}\right) = 0,5\%$$

Avec $\frac{X-\mu}{\sigma}$ qui suit une loi normale centrée réduite.

On peut alors en déduire :

$$\frac{-VaR_{99,5\%}(X) - \mu}{\sigma} = q_{0,5\%}$$

$$\Leftrightarrow \mu + q_{0,5\%} * \sigma = -VaR_{99,5\%}(X)$$

$q_{0,5\%}$étant le quantile à 0,5% d'une loi normale centrée réduite, égal à -2,575.

Comme nous savons que$VaR_{99,5\%}(X) = 49\%$, nous obtenons :

$$2,575 * \sigma - \mu = 49\%$$

Il est vrai qu'il existe une infinité de solutions à cette équation. Nous avons retenu des valeurs cohérentes avec les données du marché :

$$\mu = 12\% \text{ et } \sigma = 23,7\%$$

Maintenant que nous avons déterminé les paramètres de la loi normale, nous pouvons en déduire empiriquement la Tail-VaR correspondante à 99,5%.

Nous devons effectuer un grand nombre de simulations de la loi normale, 10 000 simulations dans notre cas, puis nous calculons la moyenne des 50 pires résultats qui représentent 0,5% de notre échantillon.

Nous obtenons :

$$\boldsymbol{TVaR_{99,5\%}(X) = 56\%}$$

En appliquant ce choc à notre modèle, les résultats sont les suivants :

| Scénario | Best Estimate | Actif initial en VM | Net Asset Value | ΔNAV brut |
|---|---|---|---|---|
| central | 9 298 371 | 11 000 000 | 1 701 629 | - |
| choc action | 9 253 324 | 6 930 987 | -2 322 337 | 4 023 966 |

| Scénario | Best Estimate | Actif initial en VM | Net Asset Value | ΔNAV net |
|---|---|---|---|---|
| central | 9 298 371 | 11 000 000 | 1 701 629 | - |
| choc action | 6 450 699 | 6 930 987 | 480 289 | 1 221 340 |

**Tableau 18 : Exigence de capital relatif au risque action, en utilisant la métrique Tail-VaR**

Les graphes suivants permettent de comparer ces valeurs avec ceux obtenues initialement avec le choc calibré à une VaR à 99,5% sur un horizon d'un an :

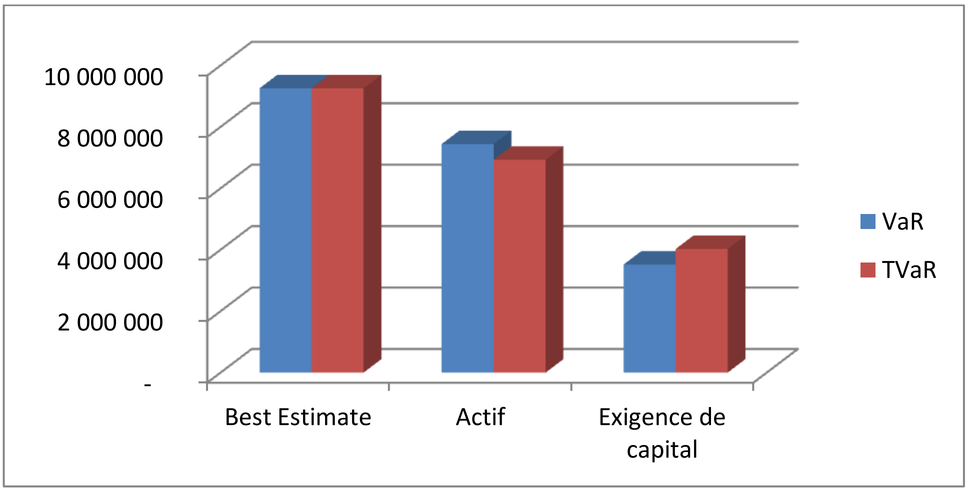



**Figure 40 : Comparaison des exigences de capital brutes selon la mesure de risque utilisée**

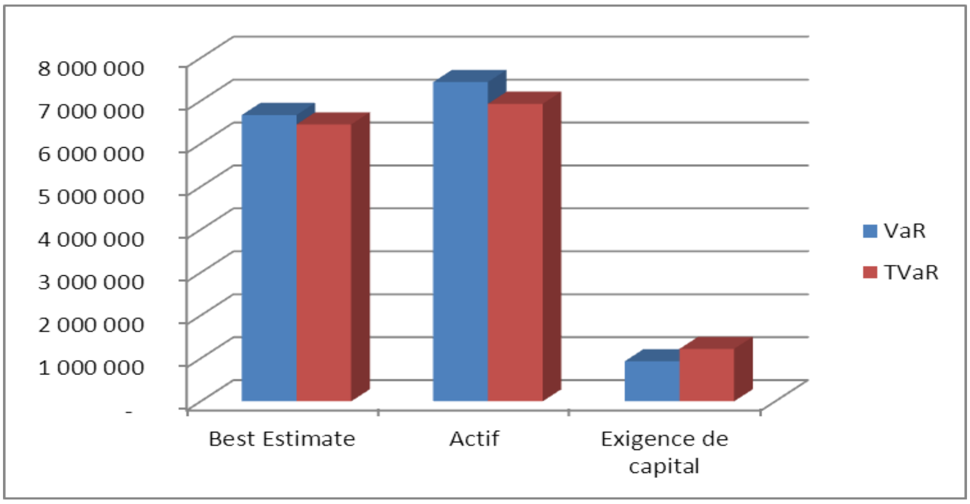



**Figure 41 : Comparaison des exigences de capital nettes selon la mesure de risque utilisée**

L'exigence de capital brut a augmenté de 14% et l'exigence nette subit une hausse de 31%. La différence peut s'expliquer à travers le mécanisme d'appel aux fonds propres. Un tel choc met l'assureur dans une position délicate, voire dans l'obligation d'effectuer des appels aux fonds propres. Ces pertes ne sont pas absorbées et le mécanisme d'absorption de la PB a alors un impact réduit.

# Chapitre 13. Changement d'horizon

Nous pouvons également réfléchir sur la pertinence du choix d'un horizon d'un an pour le calcul du SCR. Pourquoi se limiter à un an ?

Pour étudier ce cas tout de même complexe, nous avons fait une hypothèse simpliste en considérant que les paramètres de la loi normale restent constants.

Nous avons calculé la VaR et la Tail-VaR à 99,5% sur des horizons différents. Pour ce faire, nous avons effectué 10 000 simulations du rendement cumulé de notre actif risqué sur une certaine période T.

$$R_T^C = \left(\prod_{i=1}^{T}(1+R_i)\right) - 1$$

Où :

- $R_T^C$ est le rendement cumulé de l'actif
- $R_i$ est le rendement annuel pour la i-ème année et suit une loi normale $N(12\%; 23{,}7\%)$.

Les résultats obtenus sont précisés dans le tableau suivant :

| | 1 an | 2 ans | 3 ans | 4 ans |
|---|---|---|---|---|
| VaR | 49% | 57% | 75% | 93% |
| TVaR | 56% | 63% | 80% | 96% |

**Tableau 19 : Choc action selon l'horizon et la métrique**

Les graphes suivants montrent l'impact de ces chocs sur le montant de l'exigence de capital relatif au risque action, brut puis net d'effet d'absorption de la PB :

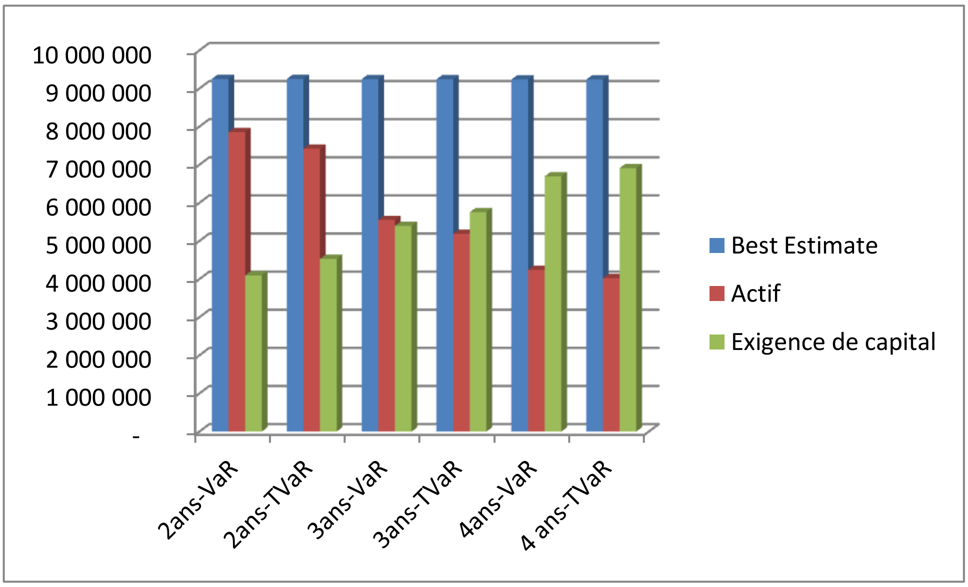



**Figure 42 : SCR Action brut selon l'horizon et la mesure de risque**

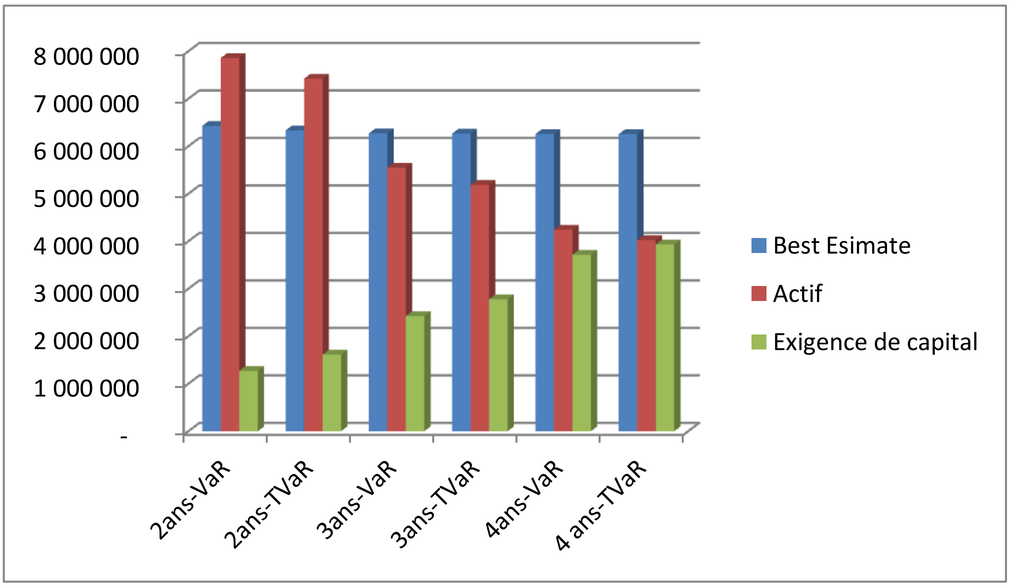



**Figure 43 : SCR Action net selon l'horizon et la mesure de risque**

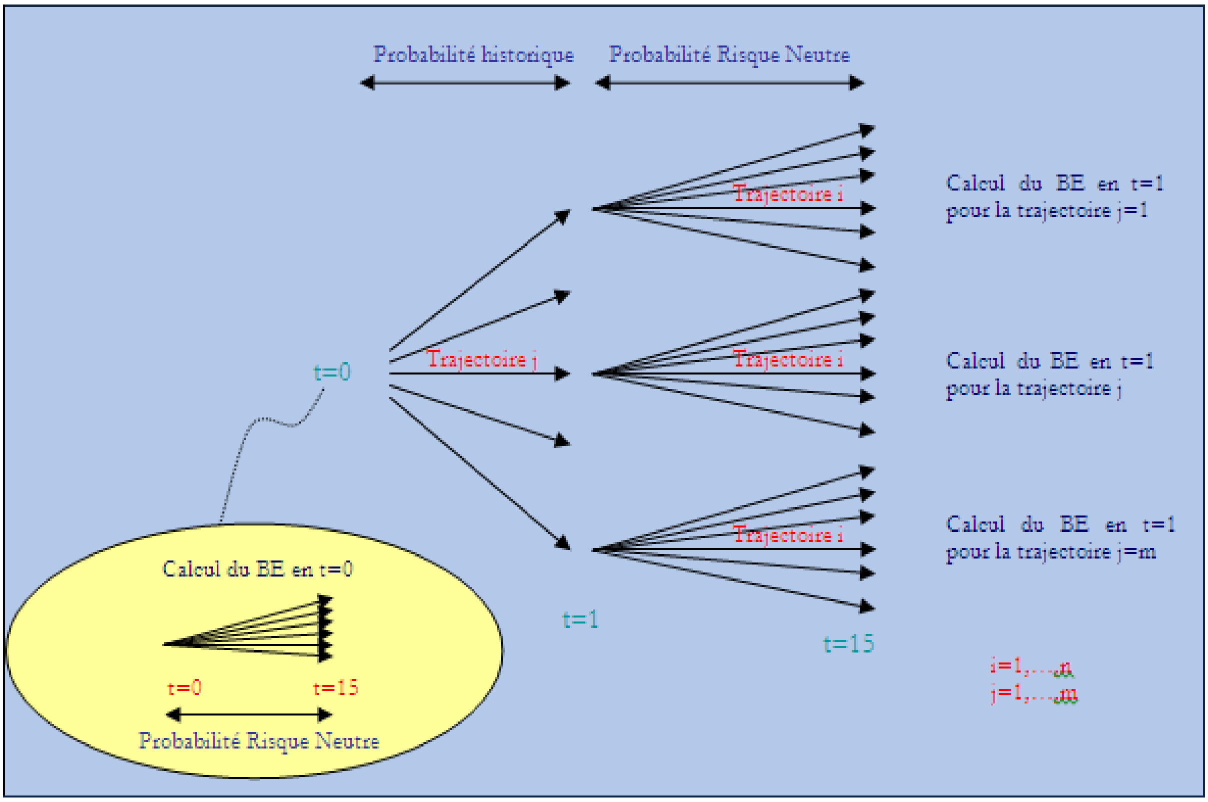
Pour calculer les exigences en capital brutes d'effet d'absorption de la PB future, nous imposons au modèle d'effectuer les mêmes revalorisations que celles du scénario central. Le Best Estimate varie donc peu selon les différents chocs. Par contre, le portefeuille étant fortement investi en actions, l'actif est très sensible à l'intensité de ces chocs. Une hausse de celle-ci entraîne alors une augmentation significative de l'exigence de capital.

Le deuxième graphe montre l'impact réduit de l'effet d'absorption des pertes par la PB future suite à de tels chocs. En effet, comme nous avons pu le voir auparavant, un choc dont l'intensité est supérieure à l'inverse du multiplicateur entraîne nécessairement un appel aux fonds propres. Ces pertes ne peuvent être absorbées et le portefeuille, étant entièrement investi en actif sans risque sur la suite, ne peut bénéficier des rendements futurs de l'actif risqué. L'exigence de capital augmente alors sensiblement.

# Chapitre 14. Modèle interne partiel

Nous avons aussi cherché à mettre en place l'architecture d'un modèle interne partiel permettant de calculer le SCR. Etant donné que les taux de rachat, de mortalité et de frais sont déterministes et que nous ne modélisons pas le risque opérationnel, nous avons considéré que les résultats obtenus seraient représentatifs du SCR Marché. Cette étude nous paraît intéressante, le SCR Marché étant le module de risque le plus significatif.

L'architecture du modèle peut être présenté comme ci-dessous :




En t=0, deux étapes doivent être effectués :

- Calcul du Best Estimate en 0
- Projection de m trajectoires du bilan en t=1

La première étape a déjà été réalisée dans les paragraphes précédents et consiste à obtenir la valeur actuelle moyenne des flux futurs à payer par l'assureur, selon les différents scénarios.

La deuxième étape consiste à effectuer m projections du bilan dans un an. Nous avons expliqué auparavant nos choix quant à la modélisation de ces projections. Il est important de noter que les projections cette fois se font en probabilité historique. En effet, rappelons que le SCR est défini comme la VaR à 99,5% de la loi suivie par la variation des fonds propres économiques entre t=0 et t=1 ($\Delta NAV = NAV_1 - NAV_0$). Dans une approche de mesure de risque, la projection doit se faire en probabilité historique car nous devons nous placer dans le « monde réel » dans lequel les évolutions du marché peuvent s'avérer très défavorables.

En t=1, le Best Estimate est calculé m fois, correspondant aux m projections du bilan dans un an. Le calcul se fait de manière identique à celui du Best Estimate en t=0. Pour la simulation j (j = 1, … , m) du bilan dans un an, nous projetons n fois le bilan annuellement jusqu'au terme du contrat, en calculant à chaque fois la valeur actuelle des flux futurs à payer par l'assureur. Le Best Estimate en t=1 pour la trajectoire j est alors la moyenne de ces valeurs actualisées. Ce calcul, conformément aux spécifications techniques du QIS5, se fait en probabilité risque-neutre.

Mathématiquement, le SCR correspond au montant de fonds propres minimal permettant de satisfaire la contrainte suivante :

$$\mathbb{P}(NAV_1 < 0) \leq 0{,}5\ \%$$

Où $\mathbb{P}$ est la probabilité historique qui permet de tenir compte de la prime de risque

On peut montrer que :

$$\boxed{\boldsymbol{SCR = NAV_0 - \frac{q_{0,5\%}(NAV_1)}{(1 + R(0,1))}}}$$

Où :

- $NAV_t$ correspond aux fonds propres économiques à la date t
- $R(0,1)$ est le taux sans risque un an
- $q_{0,5\%}(NAV_1)$ est le quantile 0,5% de la distribution des FP économiques dans 1 an $NAV_1$

La mise en place de ce modèle interne partiel permettrait potentiellement de diminuer le montant de SCR.

# Conclusion

Le monde de l'assurance ne cesse d'évoluer, que ce soit au niveau commercial ou règlementaire. La création des contrats diversifiés et la mise en place du nouveau cadre règlementaire, Solvabilité 2, en sont la preuve. Ces innovations entraînent une remise en question permanente de l'actuaire qui travaille régulièrement sur de nouveaux outils, afin de s'adapter aux évolutions quotidiennes de l'assurance.

Au cours de ce mémoire, nous avons voulu modéliser le fonctionnement des contrats diversifiés afin d'analyser l'enjeu de mobilisation de fonds propres pour la commercialisation de ces contrats au regard du projet Solvabilité 2.

Notre modèle nous a permis d'en déduire des résultats satisfaisants quant à leur succès potentiel sur le marché de l'assurance vie. En prenant en compte les différentes interactions entre l'actif et le passif, nous avons pu établir un bilan prudentiel et proposer une modélisation avancée du Best Estimate. Les résultats confirment que le contrat diversifié est un contrat prometteur qui concilie aussi bien les attentes des assurés que celles des assureurs. L'adhérent bénéficie à la fois d'un capital garanti au terme du contrat et d'une espérance de rendement attrayante, l'investissement en actions étant adapté aux placements à long terme. L'assureur quant à lui peut envisager une rémunération très intéressante à travers les chargements sur le montant des primes versées ou sur la performance de la gestion financière par exemple. De plus, les risques actif/passif de l'assureur sont fortement diminués. En effet, l'assureur ne portant pas tout le risque, ce type de contrat possède une capacité très intéressante d'absorption des pertes à travers l'ajustement de la PB future : la provision de diversification permet d'absorber les fluctuations défavorables de l'actif. Le Solvency Capital Requirement est alors nettement réduit de par ce mécanisme.

De nombreux assureurs craignent que sous la nouvelle règlementation leur niveau de solvabilité soit fortement pénalisé par leur exposition en actions et envisage même une modification de leur allocation d'actifs. Le mécanisme du contrat diversifié semble pourtant avoir trouvé un équilibre fort intéressant en rendant complémentaires un investissement important en actions et un partage équitable des risques entre l'assuré et l'assureur.

Cette étude peut toutefois encore être approfondie. Une modélisation des taux de rachat nous permettrait par exemple d'améliorer l'efficacité de notre modèle. De plus, à travers l'ORSA, Solvabilité 2 offre une réelle opportunité aux assureurs pour renforcer la culture la gestion des risques de l'entreprise. La mise en place d'un modèle interne comme nous le proposons dans la dernière partie permettrait de développer l'étude du profil de risque propre à chaque compagnie.

# Bibliographie


**Ouvrages**

- Barberis (2000) : *Investing for the long run when returns are predictable*, Journal of Finance
- Cont and Tankov (2004) : *Financial Modelling with Jump Processes*
- Hull (2005) : *Options, Futures and Other Derivatives*
- Merton (1976) : *Option pricing when underlying stock returns are discontinuous*, Journal of Financial Economics

**Publications**

- CEIOPS (15/04/2010) – *QIS 5 Calibration Paper*
- EIOPA (2011) –Report on the fifth Quantitative Impact Study for Solvency II
- European Commission (05/07/2010) –*QIS 5 Technical Specifications*

**Supports de cours**

- François CHAUMEL (2011) : *Théorie de l'assurance vie*
- Sandrine HENON (2011) : *Modèles de taux d'intérêt*
- Anne SERRA (2011) : *Gestion actif-passif*
- Alexandre STOJANOVIC (2011) : *Introduction à Solvabilité 2*

**Mémoires d'actuariat**

- Isabelle DEVINE (2008) : *Etude d'un contrat d'assurance-vie diversifié* - EURIA
- Guillaume GERBER (2010) : *Allocation d'actifs sous Solvabilité 2, cas de l'assurance vie épargne* - ALTIA
- Delphine LECREUX (2010) : *Le capital réglementaire issu de la formule standard, étude des dernières nouveautés du QIS 5* - OPTIMIND

# Table des illustrations

# Annexes

**<u>Annexe 1</u> : Liste des contrats diversifiés commercialisés sur le marché de l'assurance vie**

| Contrats | Nom du distributeur | Nom de l'assureur |
|---|---|---|
| **Acmn Horizon Patrimoine Diversifié** | Crédit Mutuel Nord Europe (CMNE) | Acmn Vie (Groupe Crédit Mutuel) |
| **Alégria** | Nortia S.A. | Antin Epargne Pension |
| **Auctalys Diversifié** | Sicavonline Vie | Axeria Vie |
| **Diverseo** | Antin Epargne Pension | Antin Epargne Pension |
| **Diverseo Patrimoine** | Antin Epargne Pension | Antin Epargne Pension |
| **Fipavie Diversifié** | Oddo Asset Management | Génération-Vie |
| **Galilee Fortune** | Financière Galilee | Axeria Vie |
| **Hedios Diversifié** | Hedios Patrimoine | Acmn Vie (Groupe Crédit Mutuel) |
| **Linxea Diversifié** | Linxea | Acmn Vie (Groupe Crédit Mutuel) |
| **Orelis Multistratégie Diversifié** | Orelis Finance | Antin Epargne Pension |
| **Patrimoine Privé** | April Patrimoine, Patrimoine Management & Associés | Axeria Vie |
| **Pierre de Lune** | Mondiale Partenaire (La) | Mondiale Partenaire (La) |
| **Plein Temps** | Aprep | Mondiale Partenaire (La) |
| **Private Capi** | Nortia S.A. | Axeria Vie |
| **Private Vie** | Nortia S.A. | Axeria Vie |
| **Skandia Archipel** | Skandia | La Pérennité |
| **SwissLife Strategic Diversifié** | Swiss Life | Swiss Life Assurance et Patrimoine |
| **Vie des Investisseurs du Palais (VIP)** | Agilis Gestion | Axeria Vie |

**<u>Annexe 2</u> : Courbes des taux fournies par l'EIOPC, fin 2010,**

**en fonction du niveau de la prime d'illiquidité**

| Maturité (en années) | PI 0% | PI 50% | PI 75% | PI 100% |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 1,19% | 1,45% | 1,59% | 1,72% |
| 2 | 1,41% | 1,68% | 1,81% | 1,94% |
| 3 | 1,75% | 2,01% | 2,14% | 2,28% |
| 4 | 2,06% | 2,33% | 2,46% | 2,59% |
| 5 | 2,38% | 2,64% | 2,77% | 2,91% |
| 6 | 2,58% | 2,84% | 2,97% | 3,11% |
| 7 | 2,85% | 3,11% | 3,25% | 3,38% |
| 8 | 3,01% | 3,28% | 3,41% | 3,54% |
| 9 | 3,15% | 3,42% | 3,55% | 3,68% |
| 10 | 3,27% | 3,54% | 3,67% | 3,80% |
| 11 | 3,36% | 3,63% | 3,76% | 3,89% |
| 12 | 3,43% | 3,69% | 3,83% | 3,96% |
| 13 | 3,49% | 3,75% | 3,88% | 4,02% |
| 14 | 3,54% | 3,81% | 3,94% | 4,07% |
| 15 | 3,59% | 3,86% | 3,99% | 4,12% |
| 16 | 3,64% | 3,85% | 3,96% | 4,06% |
| 17 | 3,67% | 3,83% | 3,91% | 3,99% |
| 18 | 3,70% | 3,81% | 3,86% | 3,91% |
| 19 | 3,71% | 3,77% | 3,79% | 3,82% |
| 20 | 3,72% | 3,72% | 3,72% | 3,72% |
| 21 | 3,71% | 3,71% | 3,71% | 3,71% |
| 22 | 3,70% | 3,70% | 3,70% | 3,70% |
| 23 | 3,68% | 3,68% | 3,68% | 3,68% |
| 24 | 3,65% | 3,65% | 3,65% | 3,65% |
| 25 | 3,62% | 3,62% | 3,62% | 3,62% |
| 26 | 3,59% | 3,59% | 3,59% | 3,59% |
| 27 | 3,55% | 3,55% | 3,55% | 3,55% |
| 28 | 3,52% | 3,52% | 3,52% | 3,52% |
| 29 | 3,48% | 3,48% | 3,48% | 3,48% |
| 30 | 3,44% | 3,44% | 3,44% | 3,44% |

<u>Annexe 3</u> : **Chocs à appliquer sur les taux pour le calcul du SCR Taux**

| Maturity *t* (years) | relative change $s^{up}(t)$ | relative change $s^{down}(t)$ |
|---|---|---|
| 0.25 | 70% | -75% |
| 0.5 | 70% | -75% |
| 1 | 70% | -75% |
| 2 | 70% | -65% |
| 3 | 64% | -56% |
| 4 | 59% | -50% |
| 5 | 55% | -46% |
| 6 | 52% | -42% |
| 7 | 49% | -39% |
| 8 | 47% | -36% |
| 9 | 44% | -33% |
| 10 | 42% | -31% |
| 11 | 39% | -30% |
| 12 | 37% | -29% |
| 13 | 35% | -28% |
| 14 | 34% | -28% |
| 15 | 33% | -27% |
| 16 | 31% | -28% |
| 17 | 30% | -28% |
| 18 | 29% | -28% |
| 19 | 27% | -29% |
| 20 | 26% | -29% |
| 21 | 26% | -29% |
| 22 | 26% | -30% |
| 23 | 26% | -30% |
| 24 | 26% | -30% |
| 25 | 26% | -30% |
| 30 | 25% | -30% |