Groupe de Travail - Mémoire d'Actuariat

Ecole Nationale de la Statistique et de l'Administration Economique

Construction d'un modèle général pour les interactions actif/passif d'un contrat d'épargne

Fabien PERUS et **Hinarii PICHEVIN**

Promotion 2011

Sous la direction de Frédéric PLANCHET et Marc JUILLARD (Winter & Associés)

2010-2011

Groupe de Travail - Note de synthèse

Construction d'un modèle général pour les interactions actif/passif d'un contrat d'épargne

Fabien PERUS & Hinarii PICHEVIN

La crise bancaire de ces dernières années n'a pas atténué, loin de là, la demande des particuliers pour les produits d'assurance-vie, notamment en raison des conditions fiscales avantageuses que ceux-ci continuent souvent à proposer. Par ailleurs, la modification du cadre réglementaire et le passage de Solvabilité I à Solvabilité II dès 2013 ont très vite posé la question de l'évolution de la gestion des sociétés d'assurances. Dans ce cadre, nous nous sommes penchés sur la gestion actif/passif d'une société d'assurance proposant un type de contrat unique, les contrats d'épargne en euros. Si cela demeure une simplification, il n'en reste pas moins que cela ne restreint pas la portée du sujet. En effet, les modèles développés dans notre mémoire sont, moyennant quelques modifications, adaptables à d'autres types de produits d'assurance.

L'enjeu des sociétés d'assurances proposant ce type de contrat est la modélisation du comportement de leurs assurés, d'une part, et d'autre part, de proposer un taux de revalorisation des contrats qui soit à la fois attractif (pour attirer des assurés), supérieur ou égal au niveau réglementaire mais surtout à la « portée » de la société d'assurance ; celle-ci doit évidemment être à même de reverser à ses assurés à tout moment le capital investi par ses assurés et revalorisé année après année. D'où la nécessité d'une gestion actif/passif la plus fine possible.

Il s'agit, en effet, d'adosser les flux probables futurs sortants (le capital revalorisé repris par les assurés au terme du contrat ou par rachat au cours du contrat), c'est-à-dire la dette probable de l'assureur envers les assurés, à des actifs de bonne qualité et rentables.

Dans ce cadre, nous nous sommes posé la question suivante : *dans quelle mesure une modélisation avancée du taux de revalorisation des contrats d'épargne en fonction du taux de rendement des actifs, des provisions (essentiellement les provisions mathématiques et les provisions pour participation aux bénéfices, qui constituent la dette probable de l'assureur envers les assurés) et de leur historique permet-elle une gestion actif/passif qui soit à la fois en accord avec l'évolution rélle du marché, efficace et auto-suffisante ? Cette modélisation, si elle est plus fidèle, reste-elle suffisamment simple et maniable pour permettre un audit aisé par le régulateur ?*

Nous avons, pour répondre à cette problématique, construit deux modèles d'interaction actif/passif.

Le premier modèle mis en œuvre est un modèle simplifié faisant abstraction des contraintes réglementaires et comptables. En effet, le taux de revalorisation y a été construit comme une moyenne mobile dans le temps, sur une période de longueur choisie par l'assureur, du taux de rendement des actifs. Ce modèle permet de déterminer un système d'équations fermé régissant le calcul du *best estimate* c'est-à-dire de l'estimation, en moyenne, du capital que l'assureur doit mobiliser au regard de ses engagements et du taux de rachat des contrats pour la période allant de l'initiation du contrat à la maturité de celui-ci.

Nous avons simulé ce modèle pour 1000 trajectoires, chaque trajectoire consistant en un scénario économique futur possible. Dans un premier temps, la simulation de la partie « actif » de notre modèle a été mise en œuvre. Nous avons pu remarquer que la volatilité, que ce soit des valeurs de marché des actifs ou bien du taux de rendement de ceux-ci, augmente dans le temps autour d'une moyenne constante ou présentant une légère tendance haussière. Quant au taux de revalorisation, construit comme une moyenne mobile du taux de rendement des actifs, nous avons constaté le même type de profil, avec cependant une stabilité plus importante lorsque l'on augmente la longueur de la période de lissage de 3 à 6 ans.

Dans un second temps, nous avons simulé le passif, c'est-à-dire la dette probable des assureurs à l'égard de leurs assurés. Pour ce faire, le choix de la fonction décrivant les taux de rachat de contrats par les assurés a été primordiale. Nous avons supposé qu'avant 8 ans, le taux de rachat était de 6% et qu'après 8 ans ce taux augmentait et devenait de 20%. La fonction de survie des contrats, i.e. le taux de contrats encore présents dans le portefeuille, a pu être explicitée. Celle-ci joue un grand rôle dans la détermination du *best estimate*, car elle caractérise le comportement des assurés. A partir de cette fonction de survie, et compte tenu du fait que nous avons simulé le taux de revalorisation des contrats, nous avons pu observer le profil temporel des provisions mathématiques. il s'agit du capital investi par les assurés, revalorisé, et sur lequel on a appliqué la fonction de survie afin d'observer l'évolution de la dette probable de la société d'assurances. Ce profil est, de façon logique, similaire à celui de la fonction de survie. On a également introduit une implémentation basique d'un fonds de participation aux bénéfices (qui réglementairement oblige l'assureur à reverser une certaine proportion des bénéfices qu'il réalise à l'aide de l'argent des assurés à ceux-ci). Dans notre modèle, on considère que ce fonds est redistribué uniquement à la fin de la période d'observation. De ce modèle, on peut tirer les enseignements suivants : la modification de la longueur de la période de lissage pour obtenir le taux de revalorisation n'a que peu modifié le profil de ces provisions mathématiques, et le taux de survie des contrats semble avoir un caractère prégnant par rapport à l'impact du taux de revalorisation.

Enfin, il nous a été possible de fournir une expression du *best estimate* et d'observer sa distribution sur les 1000 trajectoires. En ayant fixé un capital constitutif, qui correspond simplement au capital investi par les assurés, de 100, nous parvenons à un *best estimate* de 131 ce qui peut sembler élevé. En effet, cela implique qu'en dépit d'une moyenne du taux de rendement des actifs positive pour 1000 simulations, l'assureur doit tout de même mobiliser 130 unités de capital alors que 100 unités ont été investies dans des actifs. On se doit tout de même de souligner qu'un calcul de *best estimate* aboutissant à une valeur supérieure à 100% du capital investi par les assurés est un cas observé dans la pratique. En outre, on pourrait également avancer que la simplicité du modèle pourrait être à l'origine d'un *best estimate* aussi important.

Dans ce premier modèle, simplifié, nous avons donc considéré les règles comptables comme une « boîte noire » dont l'effet se traduit par un lissage du taux de rendement de marché. C'est pourquoi nous avons introduit un second modèle dont l'objectif est d'ouvrir cette boîte noire et d'observer ses effets en termes de gestion actif/passif en temps continu.

Le second modèle théorique mis en œuvre est également un modèle en temps continu, prenant en compte de façon relativement fine les contraintes comptables et réglementaires. Nous avons tenté de construire un modèle permettant de boucler les provisions mathématiques et le taux de revalorisation des contrats avec les différents revenus (en particulier les revenus financiers issus des investissements et désinvestissements inhérents au paiement des flux, notamment dus aux rachats de contrats par les assurés), et avec les provisions réglementaires. Nous sommes parvenus à une formule explicite permettant de mettre en œuvre cette boucle.

Toutefois, ce modèle alternatif, plus détaillé et complexe, pose un problème majeur. En effet, l'équation différentielle liant les provisions mathématiques aux divers revenus et provisions réglementaires dépend de la configuration du portefeuille d'actifs dans laquelle nous nous trouvons (plus ou moins-values latentes). Cela implique que l'on peut avoir dans le temps, selon la dynamique des actifs, des sauts dans les coefficients régissant cette équation. En outre, la structure de cette équation se traduit par la présence d'un terme non-linéaire, lequel peut suivre trois régimes distincts. Ainsi, les solutions de cette équation peuvent être multiples (en dépit du fait que certaines peuvent s'éliminent grâce aux contraintes sur les régimes non-linéaires). Nous avons envisagé plusieurs possibilités pour pallier ce problème ; elles sont complexes à mettre en œuvre, à comparer et à vérifier (du fait notamment du nombre potentiellement élevé de trajectoires et de périodes, qui complique la vérification). Ces possibilités proposées permettent d'envisager un avenir pour ce modèle et sont en ceci intéressantes, mais constituent en tant que telles un sujet d'étude complexe et complet.

Par conséquent, si le modèle détaillé est évidemment plus pertinent dans le sens où il prend en considération l'ensemble des contraintes réglementaires et comptables, il n'en reste pas moins que sa mise en œuvre effective n'est pas aisée. Dans une perspective d'efficacité et d'audit aisé par le régulateur, et au stade où en est l'étude du modèle détaillé, l'efficacité et la simplicité d'implémentation du modèle simplifié, en dépit de ses nombreuses limites, est donc à considérer sérieusement.

Actuarial Thesis - Abstract

Building a General Model for Assets and Liabilities Interactions in a Life Insurance Contract

Fabien PERUS & Hinarii PICHEVIN

Demand for life insurance products, which was already rather strong, has grown in recent years, probably due to its value of "shelter" considering the recent financial crisis. Besides, both the modification of the regulatory framework and the transition from Solvency I to Solvency II in 2013 have raised the issue of the insurance companies' management. In this context, we focused on the Asset Liability Management (ALM) of an insurance company, offering a unique type of contracts : savings contracts in euros. For sure, it is a simplification. Nevertheless, the scope of the topic is not restrained : the models developed in this report can be used for other types of products, with some transformations.

For the insurers proposing such contracts, what is at stake is on one hand, to model policyholders' behavior, and on the other hand to offer a revaluation rate for the contracts which has to be both competitive and larger than the regulatory level but furthermore reachable for the insurer namely the insurance society must be able to give back the revaluated capital invested by the policyholders. Hence a necessary accurate ALM.

Indeed, the purpose is to lean the probable outgoing flows (the revaluated capital paid back to the policyholders by the end of the contract or during the contract because the policyholders have the possibility to redeem their contracts), that is to say the probable debt of the insurers to the policyholders (liabilities), on profitable and good quality assets.

In this framework, we asked ourselves the following question : *to what extent can an accurate modeling of the savings contracts' revaluation rate as a fonction of the rate of return on assets, of the actuarial/policy reserves of the contract, of the provision for bonuses and rebates (i.e. the insurers' debt to the policyholders) and of their history enable an efficient and auto-sufficient ALM, fitting the real market evolution ? If this modeling is more accurate, does it still remain simple and handy in the perspective of an audit by the regulator ?*

We tried to answer these questions by building two models of interaction between assets and liabilities.

The first implemented model is a simplified model, ignoring regulatory and accounting constraints. Indeed, the revaluation rate has been built on the idea of a smoothing of the rate of return on assets on a period of time chosen by the insurer. This model

enables the determination of a closed system of equations governing the computation of the *best estimate*, namely the assessment, on average, of the capital the insurer has to raise in front of his commitments and the redemption rate of the contracts from the beginning to the maturity of the contract.

This model has been simulated for 1000 paths, each path being a probable future economic scenario.

To begin with, the assets' simulation has been implemented. The increase of volatility of both the evolution of market values and the rate of return on assets, between the different paths around a relatively constant value or with a slight upward trend median has been noticed. As for the revaluation rate, built as a mobile average of the rate of return on assets, we found the same type of profile. However, a more important stability when increasing the length of the smoothing period from 3 to 6 years has to be underlined.

Secondly, the simulation of the liabilities namely the probable debt of the insurers to their policyholders has been done. The determination of the function describing the redemption rate of the contracts by the policyholders was a first step. We made the assumption that the redemption behavior of the policyholders is not the same before and after the 8^{th} year : before this date, the redemption rate was supposed to be 6% and after 20%. The contracts' survival function, i.e. the rate of contracts that remain in the portfolio, has been determined. This survival function is very important for the *best estimate* computation, because it characterizes the policyholders' behavior. With this survival function and the revaluation rate evaluated before, we were able to examine the actuarial reserves' profile, that is to say the invested capital, which has been revaluated and on which we applied the survival function, in order to observe the evolution of the probable insurer's debt. This profile is very similar to the one of the survival function. Our model has also allowed us to examine the evolution of the provision for bonuses and rebates. Changing the length of the smoothing period has not, according to our observations, led to any crucial modification in the actuarial reserves' profile. The survival rate of the contracts seems to have a pregnant impact compared to the impact of the revaluation rate.

Finally, we have been able to give an expression of the best estimate as well as its distribution for 1000 paths. We made the assumption that the capital invested by the policyholders is valued at 100. For this value, we have computed the mean value of the best estimate, which is equal to 131. That can seem to be very high. Indeed, it implies that despite a positive median of the rate of return on assets for 1000 paths, the insurer must mobilize 130 units of capital when 100 units were invested. However, this can be due to the assets' important volatility. Moreover, we have to underline the fact that the computation of a best estimate resulting in a value greater than 100% of the invested capital is a case that can be met in practice. Besides, it could be argued that the simplicity of the model is the cause of this high best estimate.

In this first simplified model, we have considered accounting rules as a black box, whose effect is reflected by a smoothing of the market rate of return. That is the reason why we introduced a second model, whose aim is to open this black box and examine its effects on ALM in continuous time.

The second theoretical model implemented is also a continuous one, but it takes into account regulatory and accounting constraints. We tried to build a model implementing a looping of the actuarial reserves and the revaluation rate of the contracts with the different earnings, financial earnings from the investments and divestments (e.g. the ones inherent to the flows' payment due to contracts' redemptions for example), and the regulatory reserves. We managed to give an explicit formula in order to describe this loop.

Nevertheless, this alternate model, more complex and detailed, puts at stake a major issue. Indeed, the differential equation linking the actuarial reserves and the various earnings and regulatory reserves depends on the configuration of the assets' portfolio we are considering (unrealized capital gains or unrealized capital losses). This implies that we can have, depending on the assets' dynamics, jumps in the coefficients of this equation. Moreover, the structure of this equation implies that we can get more than one solution. We have considered several possibilities to overcome this issue. Nevertheless, they are complex to implement, to compare and to check (especially because the number of paths, as well as the number of periods, are large). These proposals are interesting and could constitute, on their own, a complete and complex research topic. medskip

As a consequence, if the detailed model is more accurate in the sense that it takes into account the whole regulatory and accounting constraints, its effective implementation is nevertheless not easy. In a perspective of efficiency and easy audit by the regulator, and considering the detailed model as it is now, we cannot but recommend the use of this simplified model for its efficiency, its simplicity, and this in spite of its limits.

Remerciements

Nous souhaiterions avant tout adresser à Monsieur Frédéric PLANCHET et Monsieur Marc JUILLARD nos remerciements pour nous avoir proposé ce sujet de mémoire, pour leur aide, leurs conseils et leur soutien tout au long de cette année.

Nous remercions également l'ensemble de nos professeurs à l'Ecole Nationale de la Statistique et de l'Administration Economique pour la qualité de leurs enseignements.

Nous sommes en particulier reconnaissants à Monsieur Donatien HAINAUT d'avoir pris le temps de répondre à nos diverses interrogations.

Enfin, nous remercions la Bibliothèque de l'ENSAE pour avoir gracieusement mis à notre disposition des parties importantes de notre bibliographie.

Sommaire

Introduction **15**

1 Le cadre général **17**
1.1 Le cadre réglementaire . . . 17
1.1.1 Solvabilité II et le calcul *best estimate* des provisions techniques . 17
1.1.2 Enseignement de QIS 5 et intérêt des générateurs de scénarios économiques . . . 20
1.2 Evolution de la modélisation et de la gestion actif/passif . . . 21
1.3 Le cadre de notre mémoire . . . 22

2 Modélisation de l'actif et du passif d'un contrat d'épargne en euros **25**
2.1 Evolution économique du marché . . . 25
2.1.1 Taux d'intérêt . . . 25
2.1.2 Actualisation . . . 27
2.2 Actif . . . 27
2.2.1 Portefeuille obligataire . . . 27
2.2.2 Portefeuille actions . . . 28
2.2.3 Portefeuille immobilier . . . 29
2.2.4 Portefeuille monétaire . . . 29
2.2.5 Intérêt de l'introduction de corrélations . . . 29
2.3 Passif . . . 30
2.3.1 Fonction de hasard . . . 30
2.3.2 Provisions mathématiques . . . 32
2.3.3 Frais . . . 33
Frais de prestations . . . 33
Frais de gestion des placements . . . 34
Frais de gestion des contrats . . . 34
2.3.4 Chargements . . . 34
Chargements d'acquisition . . . 34
Chargements de gestion des placements . . . 34
2.3.5 Calcul du *best estimate* du passif . . . 35

3 Modèle actif/passif **37**
3.1 La gestion actif-passif . . . 37
3.1.1 La gestion actif-passif en pratique . . . 37
3.1.2 La gestion actif-passif simplifiée . . . 40

3.2 Un modèle simplifié d'interaction actif-passif 42
3.2.1 Détermination du taux de rendement instantané des actifs 42
Détermination du taux de rendement des obligations 42
Détermination du taux de rendement des actions 43
Détermination du taux de rendement de l'actif immobilier 43
Détermination du taux de rendement du portefeuille monétaire . . 44
Détermination du taux de rendement des actifs 44
3.2.2 Détermination du taux servi 44
Taux de revalorisation théorique et taux de revalorisation effectif . 44
Fonds de participation aux bénéfices et calcul du *best estimate* . . 45
3.2.3 Logigramme du processus 48
3.3 Un modèle plus complexe d'interaction actif-passif 48
3.3.1 Produits financiers 50
Revenus des placements de l'actif 50
Valeur comptable des actifs et traitement des obligations 50
3.3.2 Provisions financières 51
Réserve de Capitalisation 51
Provision pour Dépréciation Durable (Art. R332-19) 52
Provision pour Risque d'Exigibilité 53
3.3.3 Investissement / Désinvestissement 54
Règle de rebalancement de l'actif 54
Investissement/désinvestissement 54
Provision pour participation aux bénéfices 58
3.3.4 Logigramme du processus 65

4 Mise en œuvre des deux modèles, évaluation 67
4.1 Gestion de l'actif 67
4.1.1 Discrétisation des processus d'évolution des actifs 67
Simulation de la courbe des taux courts 67
Simulation des trajectoires d'actions et d'actifs immobiliers 68
4.1.2 Décomposition de Cholesky 69
Application à notre modèle 70
4.1.3 Résultats de la simulation pour le modèle simplifié : 1000 trajectoires 71
Evolution des valeurs de marché et comptables des actifs 72
Taux de rendement des actifs 74
Taux servi, $\lambda = 3$ 74
Taux servi, $\lambda = 6$ 76
4.2 Simulation du passif 79
4.2.1 Fonction de survie 79
4.2.2 Simulation des provisions mathématiques et du fonds de participation aux bénéfices dans le modèle simplifié 81
Evolution des provisions mathématiques et du fonds de participation aux bénéfices, $\lambda = 3$ 81
Evolution des provisions mathématiques et du fonds de participation aux bénéfices, $\lambda = 6$ 82

4.2.3 Estimation du *best estimate* 82
Estimation du *best estimate*, $\lambda = 3$ 82
Estimation du *best estimate*, $\lambda = 6$ 83
4.3 Interaction actif-passif dans le modèle détaillé 83
4.3.1 Résolution du système régissant le comportement des PM en temps discret 83
4.3.2 Discussion 86

Conclusion **89**

Annexes **95**

Introduction

Afin de piloter la gestion des ses actifs et de son passif, une compagnie d'assurances doit développer des modèles pour décrire cette gestion et les interactions entre les différents postes : il s'agit des problématiques étudiées par l'*ALM* (*Asset Liability Management*). Dans ce cadre, il convient tout d'abord de décrire les différentes trajectoires possibles de l'actif (dépendant des scénarios économiques mis en œuvre), puis l'évolution des provisions techniques liées au passif du bilan de la société d'assurance. Ces sujets sont déjà étudiés de façon extensive dans de nombreux travaux (notamment Planchet et coll. (2009) ; Parfait (2008)). La partie d'intérêt majeur sera, pour nous, la construction d'un modèle d'interaction actif/passif prenant en compte les spécificités du bilan Vie d'un assureur diffusant un contrat d'épargne en euros. En particulier, la question de la gestion des provisions pour dépréciation durable et pour risque d'exigibilité ainsi que de la réserve de capitalisation se posera. Le but est de modéliser finement les actions du *management* visant à piloter le taux de rendement comptable du portefeuille d'actifs ou à simplifier le déroulement d'études internes.

Dans ce cadre, nous avons choisi de nous poser la question suivante : *dans quelle mesure une modélisation avancée du taux de revalorisation des contrats d'épargne en fonction du taux de rendement des actifs, des provisions (provisions mathématiques et participation aux bénéfices) et de leur historique permet-elle une gestion actif/passif en accord avec l'évolution réelle du marché, efficace et auto-suffisante ? Cette modélisation, si elle est plus fidèle, reste-t-elle suffisamment simple et maniable pour permettre un audit aisé par le régulateur ?*

Dans un premier temps, nous cherchons à construire un modèle théorique simplifié cohérent et facilement adaptable à différents types de contrats. Il convient de préciser au passage que nous avons en effet pris l'exemple d'un contrat en euros mais que notre modèle pourrait s'étendre à des catégories plus générales de contrats. A partir des contraintes imposées par la réglementation comptable et prudentielle actuelle, mais également celle à venir (Solvabilité II), nous avons tout d'abord élaboré un modèle en temps continu. Celui-ci nous permet d'observer plus aisément les mouvements des différentes provisions, même s'il s'agit dans une certaine mesure d'un artifice mathématique, moins en accord avec la réalité qu'un modèle discret (notamment sur le *timing* des obligations, ou par rapport aux contraintes annuelles d'inventaire). Nous nous attacherons par la suite à la modélisation du taux servi aux assurés en fonction de divers paramètres et de la dynamique de certaines provisions, enjeu majeur dans la construction d'un modèle viable, et étape permettant de « boucler » ce modèle *benchmark*. La simplicité de ce premier modèle devrait permettre d'exprimer le taux servi de façon endogène.

Dans un second temps, nous développons un modèle alternatif faisant figurer de façon explicite différentes provisions inhérentes au bilan d'un assureur-vie. Ce modèle, plus fin mais également plus complexe à mettre en œuvre, aboutira à une équation différentielle permettant à nouveau de décrire un taux de revalorisation endogène pour les contrats. Cependant, on verra que son implémentation peut révéler des difficultés techniques majeures. Dans cette perspective, il se verra comparé au modèle simplifié.

Les deux modèles sont donc décrits d'un point de vue purement mathématique, puis implémentés dans le but de les évaluer et de les comparer tant d'un point de vue qualitatif que quantitatif.

Chapitre 1

Le cadre général

1.1 Le cadre réglementaire

1.1.1 Solvabilité II et le calcul *best estimate* des provisions techniques

Solvabilité II est une directive qui vise à harmoniser dès 2013 les règles de solvabilité imposées aux assureurs de l'Union Européenne. Il s'agit donc d'un standard de marché visant à mieux mesurer et gérer les risques, qui s'intègre dans une volonté de la Commission Européenne d'accroître la compétitivité et l'intégration de l'industrie européenne de l'assurance, avec des impacts forts en termes de stratégie, de gouvernance, d'investissements, de produits, etc. Le passage de Solvabilité I à Solvabilité II reflète la volonté de créer un marché européen de l'assurance intégré, de mieux représenter les risques portés par les assureurs (via des exigences en capital calculées plus « justement ») et de placer la gestion des risques au cœur de la gouvernance des assureurs.

Le projet Solvabilité II a été adopté par la Commission Européenne dès le 10 juillet 2007 (Adoption du projet de Directive Cadre par la Commission Européenne) et en 2009 par le Parlement Européen. Parallèlement à ces adoptions, différentes études quantitatives d'impact (QIS) d'une telle directive ont été réalisées, et ce avant même l'adoption de la Directive Cadre :

- QIS 1 (CEIOPS, 2006a) : Evaluation du *best estimate* des provisions techniques.
- QIS 2 (CEIOPS, 2006b) : Première approche pour la détermination des exigences en capital et étude des aspects relatifs aux éléments éligibles à la couverture des exigences.
- QIS 3 (CEIOPS, 2006c) : Etude des problématiques relatives aux groupes d'assurances d'un point de vue quantitatif.
- QIS 4 (Institut des Actuaires, 2008) : Simulation du passage de Solvabilité I à Solvabilité II et examen de ses conséquences, en particulier collecte de renseignements quant aux impacts quantitatifs de Solvabilité II sur le bilan des assureurs et vérification de l'adéquation des spécifications techniques développées par le CEIOPS (*Committee of European Insurance and Occupational Pensions Supervisors* – devenu l'EIOPA *European Insurance and Occupational Pension Authority* depuis le 1^{er} janvier 2011) aux principes définis dans la directive (alors en cours d'élaboration), avant la collecte des données quantitatives et qualitatives sur les différentes

options évaluées dans le cadre de l'analyse d'impact sur les futures mesures d'exécution.
- QIS 5 (Autorité de contrôle prudentiel, 2011) : Elle présente une structure semblable à celle de QIS 4 mais propose un *focus* sur les risques de marché (taux d'intérêt, actions, immobilier, credit-spread, devise, concentration, risque de liquidité) et notamment la corrélation entre ces différents risques. En outre, cette étude met l'accent sur le principe du *" substance over form"*, qui recommande que la nature économique plutôt que la forme légale de l'investissement détermine son traitement.

Ces études d'impact visent donc à préparer et à analyser le passage de Solvabilité I à Solvabilité II. L'aboutissement de telles études devrait être, avant le passage effectif à Solvabilité II, le contrôle de la transposition de Solvabilité II dans les législations nationales.

La directive Solvabilité II est fondée sur trois piliers :

1. **Exigences Quantitatives** : évaluation des actifs et des passifs, provisions techniques, fonds propres, capital de solvabilité requis (SCR), minimum de capital requis (MCR), règles d'investissement.
2. **Gouvernance et Contrôle** : autorités de contrôle, *"Own Risk and Solvency Assessment"* (ORSA), système de gouvernance et contrôle des groupes sont autant de sujets traités dans ce pilier.
3. **Transparence** : contrôle et développement des informations à destination du marché et inhérentes aux autorités de contrôle.

Dans le cadre de notre mémoire, nous nous concentrerons principalement sur le pilier 1 de Solvabilité II, à savoir les exigences quantitatives. Celles-ci ont un impact non négligeable sur le bilan d'un assureur (Autorité de contrôle prudentiel, 2011). En effet, Solvabilité II donne une vision plus économique du bilan dans la mesure où les actifs et les passifs des entreprises d'assurance doivent être évalués à leur **juste valeur** : « Montant pour lequel un actif (ou un passif) peut être échangé (ou réglé) entre deux parties informées et consentantes, dans des conditions normales de concurrence. » Par ailleurs, aucun ajustement visant à prendre en compte la qualité de crédit propre à l'entreprise considérée n'est autorisé dans le cadre de l'évaluation des passifs.

Les exigences financières quantitatives sont fondées sur 3 niveaux :

1. Provisions techniques : calcul fondé sur une approche économique i.e. *best estimate* et marge de prudence (« coût du capital »).
2. MCR : capital minimum requis.
3. SCR : véritable exigence à respecter, il correspond au capital nécessaire pour ne pas être en ruine à horizon de 1 an avec une probabilité de 99,5%. Cette probabilité peut poser problème dans son interprétation. En effet, si l'on se place du point de vue de l'assureur, avec pour hypothèse (discutable) que les exercices sont indépendants, le contrôle de la probabilité de ruine à 0,5% équivaut à une faillite tous les deux siècles. Si on se positionne du point de vue de la place, et en supposant les sociétés d'assurance indépendantes (hypothèse également discutable, notamment

avec l'exemple des catastrophes naturelles et d'un risque financier affectent les assureurs de façon concomitante) puis en appliquant la loi des grands nombres, le niveau de 0,5% correspond à une faillite de 0,5% des assureurs de la place chaque année soit environ 200 assureurs. Cela ne correspond pas au niveau observé dans la réalité, d'où le caractère éventuellement contraignant de ce niveau. Enfin, il est nécessaire de souligner que le niveau de 0,5% intègre le risque intrinsèque c'est-à-dire propre à chaque compagnie d'assurance et le risque systématique c'est-à-dire subi de manière concomitante par les sociétés d'assurance. Par conséquent, l'interprétation se situe entre « la place fait faillite une fois tous les 200 ans » (si omission du risque intrinsèque) et « un organisme sur 200 fait faillite chaque année » (si omission du risque systématique). La pondération des différents risques de ruine n'étant pas évidente (notamment dans un contexte de crise), on peut constater que l'interprétation du niveau 0,5% pour le calcul du SCR n'est pas chose aisée (Planchet et Leroy, 2010).

Par ailleurs, le SCR peut être majoré d'un capital *add-on* à discrétion des autorités de contrôle (risques, gouvernance).

Dans ce cadre, les assureurs doivent adapter, modifier leurs investissements et engagements ainsi que leur *management*, notamment en termes de politique de provisionnement, en prenant en compte les nouvelles règles imposées. En effet, Solvabilité II donne une importance élargie à la valorisation des flux futurs et insiste sur l'importance de la maîtrise de la valeur « financière » (actifs représentatifs), des clauses de participation aux bénéfices et des taux garantis. Dans notre mémoire, nous nous sommes focalisés sur un produit particulier, le contrat d'épargne en euros. Nous allons tenter de décrire une dynamique actif/passif permettant à l'assureur, dans le cadre de Solvabilité II, de calculer le *best estimate* des provisions techniques, de déterminer le taux servi ainsi que la participation aux bénéfices versée aux assurés.

Il nous semble maintenant nécessaire de revenir sur les méthodes de calcul du *Solvency Capital Requirement*. Celui-ci peut être calculé par une formule standard ou bien par un modèle interne. Lors de QIS 2, de nombreuses questions ont été soulevées à l'égard du calcul de cette formule standard et son lien avec la réserve de participation aux bénéfices (Bailly et Jourdrin, 2007). Si Solvabilité I ne reconnaissait pas le fait que cette réserve permet de diminuer les exigences de solvabilité, dans la mesure où il s'agissait d'un système rétrospectif, la nouvelle directive (prospective) tend à l'admettre. Est donc mise en avant une capacité d'absorption (notamment des chocs) de la part de la réserve de participation aux bénéfices. Dans cette optique, les assureurs ont avancé le fait que le besoin en capital devrait être évalué après la prise en compte de cette capacité d'absorption d'une partie des chocs dans les pires scénarios : cette partie « coussin » a été appelée le « k-facteur ». Celui-ci a été testé par le CEIOPS (sur le calcul du SCR), mais la calibration (dépendant des conditions légales ou contractuelles des clauses de participation aux bénéfices, des actions du *management* dans les scénarios extrêmes, des attentes des assurés en termes de participation aux bénéfices, etc.) et les résultats de ces tests n'ont pas été parfaitement concluants. Des propositions alternatives, sur lesquelles nous ne reviendrons pas, ont été émises. Néanmoins, dans notre modèle simplifié de gestion actif/passif nous allons introduire un fonds de participation aux bénéfices possédant cette capacité d'absorption, ainsi nous prendrons en considération les enseignements des études quantitatives.

1.1.2 Enseignement de QIS 5 et intérêt des générateurs de scénarios économiques

La cinquième étude quantitative d'impact a permis de proposer une méthodologie dans le calcul du *best estimate* d'un contrat d'épargne en euros. Elle a notamment mis en avant les différents postes des engagements des assureurs :

- les provisions destinées à couvrir l'engagement contractuel de taux minimum garanti (TMG) de revalorisation de l'épargne ou de la rente,
- les provisions destinées au respect de la contrainte réglementaire de participation aux bénéfices (PB),
- les provisions destinées au respect d'une clause de PB contractuelle,
- les provisions destinées à la participation aux bénéfices purement discrétionnaire au-delà des autres seuils,
- la provision pour participation aux bénéfices (PPB) déjà constituée à la date d'inventaire.

Conformément aux dispositions des spécifications techniques du QIS 5 (point TP.2.87), ces engagements doivent être ventilés en deux parties :

1. une partie garantie du *best estimate* (appelé le *Best Estimate* Garanti ou BEG)
2. une partie incluant les participations aux bénéfices futurs (appelé *Future Discretionary Benefits* ou FDB).

Afin d'estimer les flux futurs et donc calculer le *best estimate*, les spécifications techniques de QIS 5 précisent qu'il est nécessaire de tenir compte des hypothèses de rachat et/ou de mortalité, de l'évolution future de la PPB, des revalorisations de l'épargne ou du capital constitutif prenant en compte, en plus du TMG et des contraintes de participation aux bénéfices (réglementaires et contractuelles), toutes les revalorisations discrétionnaires, les frais et chargements futurs. L'actualisation de ces flux futurs donne le *best estimate* recherché total.

Au-delà du calcul du *best estimate* total, il s'agit également de calculer le *best estimate* garanti (BEG). Ce calcul se fonde également sur des simulations de scénarios économiques mais peut s'avérer complexe. QIS 5 propose une méthodologie en quatre étapes permettant de calculer ce BEG :

1. Pour chaque scénario simulé, enregistrement, pour chaque pas de projection, du pourcentage de l'épargne versé aux bénéficiaires (décès, rachats structurels, rachats dynamiques...) ;
2. Calcul de la partie garantie de ces prestations. Cette valeur garantie est calculée à chaque instant selon les hypothèses suivantes :
   - L'épargne acquise à la date d'évaluation est revalorisée au taux technique.
   - Au sein de la PPB en stock à la date de calcul, la part n'étant pas utilisée pour servir un éventuel taux minimum garanti est incorporée à l'épargne acquise 8 ans après sa constitution.

– L'épargne est diminuée annuellement des chargements contractuels éventuels.

3. Actualisation des flux garantis : les flux inhérents à chaque scénario économique doivent être actualisés à l'aide des taux d'actualisation développés pour chacun des scénarios.
4. Calcul du BEG : le BEG est égal à la moyenne des valeurs obtenues sur chacun de ces scénarios.

Enfin, on peut en déduire les Future Discretionary Benefits qui sont égaux à la différence entre le *best estimate* total et le *best estimate* garanti.

Comme nous pouvons le constater, les différentes études d'impact et en particulier QIS 5 ont mis l'accent sur un principe de gestion actif/passif efficace. En effet, le calcul *best estimate* des flux futurs est primordial et l'interaction de ce passif avec les placements réalisés par l'assureur est la clef de détermination du taux servi par les assureurs. Or, le taux servi constitue, pour les émetteurs de contrats d'épargne en euros, une variable stratégique tant d'un point de vue concurrentiel (concurrence sur le marché des assurances, possibilité de rachat des contrats) que d'un point de vue financier (en effet, vouloir servir un rendement élevé peut impacter le résultat et les fonds propres de l'assureur).

Par conséquent, cette logique de gestion précise d'un module actif/passif, fondée non seulement sur une volonté de rendement mais également sur un cadre réglementaire strict, ne se contentera pas des concepts simples de la gestion actif/passif à savoir :

– les *gaps* de liquidité (suivi de la trésorerie générée dans le temps par les stocks actuels, sans prise en compte des réinvestissements),
– les *gaps* de taux (comparaison des durées de taux garantis du passif avec la durée des obligations à taux fixes).

Ces concepts simples sont nécessaires mais ne prennent que peu en compte les aspects comptables et les comportements des assurés (par exemple en ce qui concerne les rachats). D'où l'introduction de simulations prenant en compte les caractéristiques des actifs du portefeuille considéré mais également la politique d'allocation d'actifs, les règles comptables et contractuelles et la modélisation des lois de comportement des assurés.

Il s'avère donc nécessaire d'avoir recours aux générateurs de scénarios économiques, lesquels permettent d'envisager une gestion actif/passif efficace par l'intermédiaire de la projection de différentes trajectoires des actifs mais également du passif (le comportement des assurés est modélisé par une loi probabiliste de rachat/mortalité, en pratique il s'agit de la partie la plus délicate à modéliser dans la mesure où il convient d'anticiper le comportement des assurés dans des conditions de marché très différentes).

1.2 Evolution de la modélisation et de la gestion actif/passif

Nous venons de préciser l'intérêt des générateurs de scénarios économiques et donc des modèles d'allocations d'actifs et de gestion actif/passif se fondant sur des scénarios stochastiques. Cependant, ces modèles de gestion ont été précédés d'outils moins élaborés. Dans la mesure où ces modèles se traitent sous la probabilité historique et que nous nous intéresserons au comportement risque neutre de l'actif pour calculer le *best estimate*, nous nous contenterons d'en faire un bref historique (Burger, 1999).

En premier lieu, les modèles de type moyenne-variance « à la Markowitz » adaptés à l'assurance (modèles de Wise ou de Wilkie) permettent de déterminer une allocation optimale des actifs en fonction des engagements futurs probables (d'où une gestion actif/passif) tout en maximisant le rendement à un horizon donné et en minimisant le risque de perte. En outre, ces modèles ont permis d'intégrer certaines contraintes contractuelles et réglementaires inhérentes aux produits d'assurance-vie (e.g. le taux technique). Néanmoins, la prise en compte de telles contraintes demeure très limitée dans ce cadre. De surcroît, les lois probabilistes employées sont critiquables. S'il s'agit d'une première approche intéressante, il convient de la compléter.

Vinrent ensuite les modèles de première génération d'adossement par les flux. Les flux d'actifs sont projetés sur la base d'un scénario économique « moyen ». Les flux du passif sont projetés de façon indépendante de l'actif et sans tenir compte de l'évolution des taux servis, enjeu pourtant crucial. Les projections sont faites sur une base statique (i.e. on suppose qu'il n'y a pas de nouveaux investissements). Si ces modèles donnent des informations en termes de « *gaps* de trésorerie » et sont donc utiles pour la planification de la stratégie d'investissement, ils sont toutefois limités. Nous pouvons mettre en avant une limite qui a d'ailleurs déjà été soulignée : l'évolution des taux servis n'y est pas prise en compte. Cela constitue un obstacle majeur notamment pour le type de contrat que nous traitons à savoir le contrat d'épargne en euros. L'utilisation d'un tel modèle pour la gestion actif/passif de contrats d'épargne ne semble donc pas adéquate.

Les modèles de deuxième génération ont cherché à pallier cette carence en développant des modules faisant interagir actif et passif. Ces modèles constituent une extension des modèles de première génération et se fondent sur des scénarios économiques déterministes. L'idée était donc de mesurer les conséquences d'impacts déterministes notamment sur le bilan et sur le compte de résultat. Cependant, les scénarios exploités sont déterministes.

Les modèles de troisième génération ont pallié ce défaut en introduisant le concept de scénarios économiques stochastiques. Ces modèles génèrent une large gamme de scénarios économiques selon une certaine probabilité. Ces modèles ont tendance à être de plus en plus employés et notamment, comme déjà avancé, dans le cadre de Solvabilité II et de l'évaluation *best estimate* des provisions. La nécessité des générateurs de scénarios économiques pour une modélisation efficace des interactions actif/passif a donc stimulé la production théorique pour aboutir à un modèle manipulable et d'intérêt.

1.3 Le cadre de notre mémoire

Nous allons présenter deux modèles de revalorisation des contrats d'épargne en euros d'un portefeuille particulier : le premier modèle présentera un taux servi moyenne mobile du rendement de l'actif et le second modèle, plus fin, prendra en compte les différentes provisions dans la détermination du taux servi. Si le calcul de ce taux servi se situe dans le cadre de Solvabilité I, il n'en reste pas moins que nous intégrons des générateurs de scénarios économiques de rendement d'actifs. Pour chacun des scénarios nous estimerons les flux probables que nous actualiserons. La somme des valeurs obtenues constituera le *best estimate* sur une trajectoire. Nous utiliserons donc l'espérance actualisée des prestations associées à chaque trajectoire (sous probabilité risque neutre). Il s'agit donc d'une espérance empirique qui se trouve modifiée si la trajectoire subit des transformations.

Ainsi, si le modèle *ALM* est typiquement « Solvabilité I », le calcul du *best estimate* se fait dans le cadre de Solvabilité II.

Chapitre 2

Modélisation de l'actif et du passif d'un contrat d'épargne en euros

Afin de gérer de façon efficace les provisions inhérentes à un portefeuille de contrats d'épargne en euros, il convient tout d'abord de décrire les produits employés à l'actif et les processus suivis ainsi que les engagements envers les assurés représentés par le passif.

2.1 Evolution économique du marché

Dans cette section, nous nous intéresserons à la description de la dynamique du taux d'intérêt ainsi que du taux d'actualisation.

2.1.1 Taux d'intérêt

Soit $P(t,T)$ le prix d'une obligation zéro-coupon. A partir de ce prix, il nous est possible d'obtenir :

- le taux de rendement (continu) : $R_c(t,T) = -\frac{1}{T-t}\log(P(t,T))$
- le taux de rendement discret : $R(t,T) = P(t,T)^{\frac{1}{T-t}} - 1$
- le taux sans risque instantané : $r(t) = \lim_{T \to t} R_c(t,T)$
- le taux à terme (taux *forward*) instantané : $f(t,T) = -\frac{\partial}{\partial T}\log(P(t,T))$. Celui-ci représente le taux d'intérêt sans risque pour un prêt contracté en t, débutant à T pour une période infinitésimale.

Nous pouvons déduire des relations précédentes :

$$P(t,T) = \exp\left(-\int_t^T f(t,s)ds\right)$$

et $r(t) = f(t,t)$.

Cette modélisation est nécessaire pour la suite, car elle nous permet de décrire la dynamique du portefeuille obligataire ainsi que celle du portefeuille monétaire mais également de déduire le taux d'actualisation.

Le cadre général retenu est celui défini par Heath, Jarrow et Morton (Heath et coll., 1990). Ho et Lee (Ho et Lee, 1986) puis Hull et White (Hull et White, 1990) ont introduit respectivement un modèle discret et continu en accord avec les observations empiriques sur la courbe des taux de marché. Cette démarche a été poursuivie par Heath et coll. (1990) dont l'objectif a été de fournir un cadre théorique solide et flexible. L'avantage majeur de cette approche est qu'elle permet de fournir une description analytique pour toute la courbe des taux, et pas seulement les taux courts. Nous avons retenu le modèle de Hull et White (1990), en modélisant les taux par un processus de Vasiček généralisé. Celui-ci fournit l'équation différentielle suivante pour décrire l'évolution des taux :

$$df(t,T) = \mu(t,T)dt + \sigma(t,T)d\tilde{W}_t$$

$\tilde{W}_t$ ayant la dynamique d'un brownien sous la probabilité risque-neutre. Dans le cas du modèle de Hull and White, on écrit : $\sigma(t,T) = \sigma_{taux}\exp(-k(T-t))$, avec k représentant la vitesse de convergence vers 0.

L'hypothèse d'absence d'opportunité d'arbitrage nous donne une condition sur μ : $\mu(t,T) = \sigma(t,T)\int_t^T \sigma(t,s)ds$.
On peut alors déduire la forme de $\mu(t,T)$:

$$\mu(t,T) = \frac{\sigma_{taux}^2}{k}(\exp(-k(T-t)) - \exp(-2k(T-t))$$

On en déduit alors la forme explicite de $f(t,T)$:

$$f(t,T) = f(0,T) - \frac{\sigma_{taux}^2}{k}(1-\exp(-k(T-t))^2 + \frac{\sigma_{taux}^2}{2k^2}(1-\exp(-kT))^2 + \sigma_{taux}\int_0^t \exp(-k(T-s))d\tilde{W}_s$$

Les relations précédemment énoncées nous permettent d'écrire :

$$r(t) = f(t,t) = f(0,t) + \frac{\sigma_{taux}^2}{2k^2}(1-\exp(-kt))^2 + \sigma_{taux}\int_0^t \exp(-k(t-s))d\tilde{W}_s$$

i.e. le taux court en t.

Doivent être fournis k, σ_{taux} ainsi que $f(0,t)\ \ t \geq 0$, sans lesquels il nous est impossible de déduire les valeurs des taux *forward* et court, nécessaires dans la modélisation de l'actif.

Les distributions suivies par f, r le taux sans risque instantané, et P le prix du zéro-coupon, sont alors :

$$\begin{aligned}
f(t,T) &\equiv \mathcal{N}\left(f(0,T) - \frac{\sigma^2}{2}K(T-t)^2 + \frac{\sigma^2}{2}K(T)^2, \exp(-2k(T-t))L(t)\right) \\
r(t) &\equiv \mathcal{N}\left(f(0,t) + \frac{\sigma^2}{2}K^2(t), L(t)\right) \\
P(t,T) &\equiv log\mathcal{N}\left(\log\left(\frac{P(0,T)}{P(0,t)}\right) - \frac{K^2(T-t)}{2}L(t) + \frac{\sigma^2}{2}K(T-t)K^2(t), K^2(T-t)L(t)\right)
\end{aligned}$$

avec $K(t) = \frac{1-\exp(-kt)}{k}$ et $L(t) = \frac{\sigma^2}{2k}(1-\exp(-2kt))$.

2.1.2 Actualisation

Nous avons précédemment modélisé le taux court $r(t)$. Celui-ci nous est utile dans cette section. En effet, modéliser le taux d'actualisation nécessite la modélisation du taux court. Le facteur d'actualisation est défini comme tel :
$\delta(t) = \exp(-\int_0^t r(u)du)$. En somme, $\delta(t)$ est le montant aléatoire qu'il faut placer au taux sans risque pour disposer d'un capital unitaire à la date t.

Il existe deux sources d'aléa, d'où deux espaces probabilisés filtrés :

- un risque financier $\Longrightarrow$ probabilité risque neutre
- un risque d'assurance $\Longrightarrow$ probabilité historique

D'où le *best estimate* d'un risque X (comportant deux risques sous-jacents à savoir un risque financier et un risque d'assurance) à la date t :

$$\nu(X(t)) = \mathbb{E}^{Q^f \otimes P^a}(\delta(t) \times X(t)) \tag{2.1}$$

avec $\delta(t)$ qui dépend de $r(t)$, processus modélisé sous la probabilité risque neutre.

Si X est un risque uniquement lié à l'assurance (i.e. indépendant du monde financier) :

$$\nu(X(t)) = \mathbb{E}^{Q^f \otimes P^a}(\delta(t) \times X(t)) = \mathbb{E}^{Q^f}(\delta(t)) \times \mathbb{E}^{P^a}(X(t)) = P(0,t) \times \mathbb{E}^{P^a}(X(t))$$

en effet seul le facteur d'actualisation dépend de la probabilité risque neutre, le reste n'étant pas financier.

2.2 Actif

Pour faire face aux engagements inhérents à un portefeuille de contrats d'épargne en euros, une compagnie d'assurance investit dans des actifs de différents types : obligations, actions, immobilier, monétaire. Dans cette section, nous allons décrire la dynamique que nous avons choisie pour décrire chacun de ces actifs.

Le risque de défaut des contreparties (des émetteurs d'obligations principalement dans le cas de compagnies d'assurance françaises) peut être négligé en première approche car les assureurs possèdent en majorité des obligations émises par les Etats de l'OCDE ou des entreprises publiques de ces mêmes Etats, qui sont réputées sans risque. Dans le cadre de Solvabilité I, des restrictions sur le nombre et la qualité des différents types d'actifs étaient imposées. Dans Solvabilité II, il n'y a pas de restrictions particulières ; cependant, l'utilisation d'actifs risqués augmenterait de façon importante le SCR des compagnies d'assurance. On peut donc gager que celles-ci intégreront ces contraintes (Kaltwasser et Lemoine, 2004).

2.2.1 Portefeuille obligataire

On s'intéresse ensuite à la description de la dynamique des obligations du portefeuille. En temps discret, en écrivant l'actualisation à partir des taux d'intérêt sans risque calculés plus haut, on déduit le prix à la date t d'une obligation de nominal N, fournissant des coupons cN, et de maturité T par :

$$O_t = \sum_{i=t+1}^{T} cNP(t,i) + NP(t,T)$$

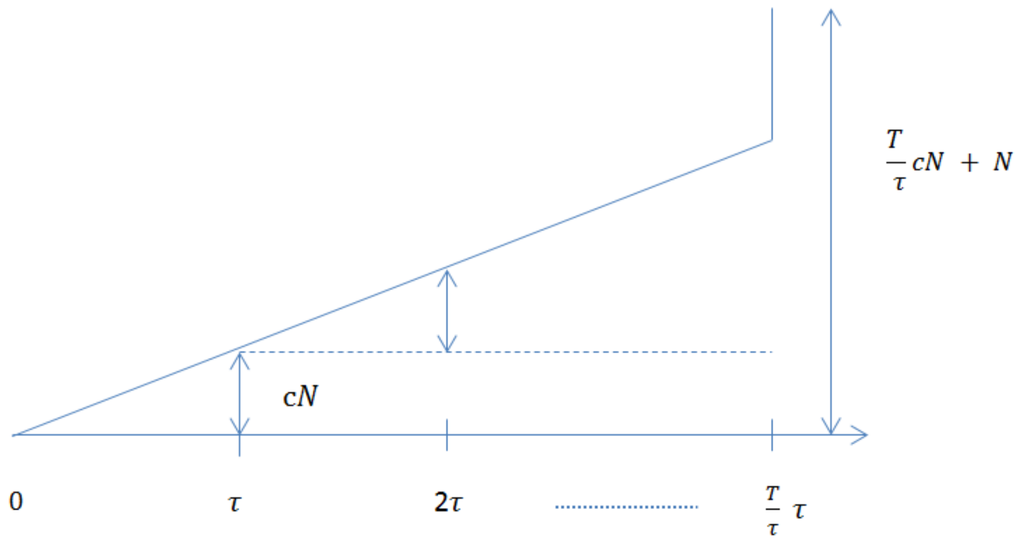


FIGURE 2.1 – Schéma des flux cumulés perçus par le détenteur d'une obligation de nominal N, versant des coupons cN, et de maturité T

Cependant, cette expression a pour inconvénient le fait de ne pas fournir une valeur continue au passage d'une période à l'autre, due aux phénomènes de détachement des coupons. De plus, dans le cadre de notre modèle, on veut envisager une modélisation en temps continu de ce type de produits.

On va donc introduire la durée τ d'une période entre deux détachements de coupons. Vu la forme des flux cumulés que perçoit le détenteur d'une telle obligation (Figure 2.1), la valeur en t de cette obligation sera (en supposant que la firme ne présente aucun risque de défaut) :

$$\begin{aligned} PV_t &= \mathbb{E}^{Q^f}\left[\int_t^T \frac{cN}{\tau}\exp(-\int_t^u r(v)dv)du + N\exp(-\int_t^T r(u)du)\right] \\ &= \mathbb{E}^{Q^f}\left[\frac{cN}{\tau}\int_t^T P(t,u)du + NP(t,T)\right] \end{aligned}$$

En rappelant que $P(t,u) = \exp(-\int_t^u r(v)dv)$.

De ce fait, on valorise une obligation en temps continu, en s'affranchissant au passage des distinctions entre valeurs plein coupon / pied de coupon.

2.2.2 Portefeuille actions

Le portefeuille actions est modélisé par un processus de Black-Scholes avec dividendes :

$$\frac{dS_t}{S_t} = (r(t) - d^A)dt + \sigma_A d\tilde{W}_t$$

avec $\tilde{W}_t$ un brownien standard.

2.2.3 Portefeuille immobilier

Il suit également un processus de Black-Scholes tenant compte du loyer :

$$\frac{dL_t}{L_t} = (r(t) - l^I)dt + \sigma_I d\tilde{W}_t$$

avec W_t un brownien standard.

2.2.4 Portefeuille monétaire

La courbe des taux courts ayant été décrite précédemment, il est aisé de modéliser la dynamique de la valeur de marché du portefeuille monétaire.

$$dVM_t^M = VM_t^M \exp(r(t))dt$$

2.2.5 Intérêt de l'introduction de corrélations

Nous avons présenté les processus décrivant les portefeuilles actions, immobilier, obligataire et monétaire. Dans cette section, nous nous focaliserons sur les portefeuilles actions, immobilier et obligataire lesquels peuvent présenter des niveaux de corrélation importants, leurs mouvements étant concomitants ou à tout le moins intimement liés.

Les études quantitatives QIS 2 et QIS 5 se sont penchées sur cette problématique. Elles ont tout d'abord permis d'identifier les composantes inhérentes aux risques de marché et ont montré qu'il existait des corrélations entre ces composantes et particulièrement entre les actifs de type action et l'immobilier et entre les actions et les taux d'intérêt. En outre, QIS 2 a insisté sur le fait que l'intensité de la corrélation entre les mouvements sur le marché des actions et les mouvements des taux d'intérêt peut dépendre du sens des mouvements des taux (à la hausse ou à la baisse).

Le projet QIS 5 a, quant à lui, modifié les coefficients de corrélation entre les différents risques de marché de la formule standard. A l'instar de QIS 2, QIS 5 propose une corrélation différente des risques de marché selon que l'on teste une hausse ou une baisse des taux : une corrélation nulle avec les actions et l'immobilier en cas de hausse des taux et une corrélation de 50% en cas de baisse des taux (Tassin, 2010).

Pour cette raison, nous intégrerons à notre modèle une matrice de corrélation entre les actions, les taux d'intérêt et l'immobilier.

Il nous a semblé intéressant de revenir, dans cette section, sur la particularité de l'actif immobilier qui constitue un actif alternatif de type « performance absolue » i.e. rendement courant élevé et stable et corrélation négative ou faible avec les actifs traditionnels à savoir actions et obligations (Schoeffer, 2007). De surcroît, cet actif possède des facteurs de risque très spécifiques par rapport à ceux qui affectent les actions et les obligations. Cela est dû au fait qu'il s'agit d'un marché de taille très importante qui possède donc une dynamique relativement propre. L'étude de Schoeffer (2007) a analysé le comportement croisé de l'immobilier et des obligations et a mis en évidence le pouvoir de diversification de l'immobilier. Si les actions sont positivement corrélées aux obligations, l'immobilier est négativement corrélé aux obligations, cet actif constitue donc un véhicule efficace de diversification et de diminution du risque de portefeuille. Dans cette étude, la corrélation entre l'immobilier et les obligations a été estimée à -20%, celle entre les actions et l'immobilier de 23% et celle entre les actions et les obligations de -41%. La corrélation négative entre l'immobilier et les obligations est due au décalage entre les cycles de prix de ces deux actifs. La hausse des taux d'intérêt est liée à une croissance économique dynamique de laquelle découle une tension sur les loyers. En début de cycle, une hausse du taux d'intérêt a pour effet une anticipation de la part des agents économiques d'une croissance des loyers et celle-ci est plus importante, et donc compense, que l'effet « augmentation du taux d'actualisation » des loyers.

On peut donc le constater, il est nécessaire d'introduire une matrice de corrélation pour prendre en compte les mouvements joints des actions, taux et immobilier.

Il convient de préciser que la corrélation est une mesure de dépendance parmi d'autres mais elle demeure la mesure de dépendance la plus utilisée pour les modèles gaussiens multivariés. Armel (2010) rappelle que si la corrélation est utilisée pour décrire une structure de dépendance lorsque la distribution jointe des variables est une gaussienne, il n'en reste pas moins qu'il s'agit d'une mesure pourvue de défaut (Embrechts et coll., 1999) :

- La corrélation linéaire n'est pas définie si la variance d'une des deux variables du couple étudié n'est pas finie. Cela peut constituer un problème important si la distribution d'une des variables est à queues épaisses, à l'instar des modèles décrivant le rendement des actions.
- Le coefficient de corrélation peut s'annuler alors que les deux variables étudiées sont effectivement dépendantes.
- Le coefficient de corrélation linéaire n'est pas une mesure de dépendance cohérente : elle n'est pas invariante sous transformations croissantes non linéaires.
- Le coefficient de corrélation est calculé à partir de la volatilité du couple étudié. On ne peut donc étudier la dépendance indépendamment de la volatilité.

Par conséquent, le coefficient de corrélation linéaire ne constitue pas une mesure de dépendance toujours parfaitement réaliste d'où une possible utilisation de la théorie de copules. Néanmoins, l'objet de ce mémoire n'étant pas la structure de dépendance des actifs étudiée notamment par Armel (2010), nous nous contenterons, lors de l'implémentation des modèles, du coefficient de corrélation linéaire tout en gardant en mémoire ses limites.

2.3 Passif

Le passif constitue les engagements pris à l'égard des assurés ayant contracté un contrat d'épargne en euros. Nous allons expliciter ces engagements inscrits au passif de la compagnie d'assurance.

2.3.1 Fonction de hasard

Dans un premier temps, il s'agit de définir les outils nécessaires à la modélisation du passif.

Un des postes principaux du passif est la provision mathématique qui par définition représente la différence entre la valeur actuelle des engagements pris par l'assureur et la valeur actuelle des engagements pris par l'assuré. Celle-ci est donc dépendante non seulement du temps, noté t (lié à la maturité résiduelle du ou des contrats) mais également de l'âge des assurés au moment de la souscription, que nous noterons x.

Afin d'écrire cette provision correctement, on a besoin de décrire le comportement de rachat des assurés, qui déterminera (grossièrement) le moment où l'on devra verser les prestations aux assurés. On peut en effet considérer que, dans les deux événements qui provoquent une fin de contrat avant sa maturité, le poids faible des décès fait qu'on peut les négliger par rapport aux rachats, ce qu'on fera dans toute la suite de ce travail.

Introduisons alors la notion de fonction de hasard. Elle représente la densité de probabilité de rachat d'un assuré entre u et $u + du$ sachant que son contrat est en vigueur en u :

$$\mu_u du = \mathbb{P}\left[u \leq X < u + du | X \geq u\right]$$

en notant X la variable aléatoire décrivant la durée de « vie » d'un contrat. Cette paramétrisation par le temps est pertinente dans la mesure où elle peut permettre de décrire des phénomènes connus tels la dérive de longévité. Si dans un souci de simplification, on les néglige alors on prendra simplement en compte le temps par le double biais de l'ancienneté du contrat t et de l'âge à la souscription x, qui seront considérés comme ayant l'un et l'autre une influence sur le taux de rachat. Par conséquent, la fonction de hasard s'écrira $\mu_{x,t}$ de façon très générale.

On peut relier la fonction de hasard à la fonction de survie par l'équation :

$$\mu_u = \frac{f_u}{S_u} = -\frac{S'_u}{S_u}$$

$$\mu_{x,t} = \frac{f_{x,t}}{S_{x,t}} = -\frac{S'_{x,t}}{S_{x,t}}$$

Ceci nous donne une équation différentielle du premier ordre, qui se résout en :

$$S_{x,t} = \exp(-M_{x,t})$$

avec $M_{x,t}$ baptisée fonction de hasard cumulative et définie à partir de $\mu_{x,t}$: $M_{x,t} = \int_0^t mu_{x,u} du$.

Si l'ancienneté du contrat t et l'âge à la date de la souscription x semblent avoir un impact sur le taux de rachat (nous rappelons que nous ignorons le facteur décès au regard du poids important des rachats), il n'en reste pas moins que l'âge possède un rôle secondaire par rapport à l'ancienneté du contrat. Ainsi, dans l'implémentation de nos modèles nous ne tiendrons compte que de l'ancienneté du contrat t. Dans cette optique la fonction de survie dépendra seulement du facteur ancienneté du contrat t et décrira la survie d'un contrat. Plusieurs modèles ont été proposés (Gompertz 1825, Makeham 1860 et 1889, Perk's 1931). Dans la réalité, on observe que le taux de rachat est faible avant 5 ans, augmente un peu entre 5 et 8, augmente fortement à 8 ans puis baisse ensuite. Nous avons utilisé deux lois exponentielles, la première pour l'intervalle de 0 à 8 ans et la seconde pour la période de 8 à 40 ans (maturité de nos contrats). On note θ l'instant auquel on change de comportement (et donc ici de loi exponentielle) :

$$f(x) = \frac{1}{K}(\lambda_1 \exp(-\lambda_1 x)\mathbb{1}_{0\leq x<\theta} + \lambda_2 \exp -\lambda_2 x \mathbb{1}_{x\geq\theta})$$

Avec $K = 1 - \exp(-\lambda_1\theta) + \exp(-\lambda_2\theta)$ la constante de normalisation. On peut donc exprimer la fonction de survie :

$$S_x = \frac{1}{K}\left[\exp(-\lambda_2 x)\mathbb{1}_{x\geq\theta} + (\exp(-\lambda_1 x) - \exp(-\lambda_1\theta) + \exp(-\lambda_2\theta))\mathbb{1}_{0\leq x<\theta}\right] \tag{2.2}$$

Et la fonction de hasard :

$$\mu_x = \frac{f(x)}{S_x} \tag{2.3}$$

$$= \frac{\lambda_1 \exp(-\lambda_1 x)\mathbb{1}_{0\leq x<\theta} + \lambda_2 \exp(-\lambda_2 x)\mathbb{1}_{x\geq\theta}}{(\exp(-\lambda_1 x) - \exp(-\lambda_1\theta) + \exp(-\lambda_2\theta))\mathbb{1}_{0\leq x<\theta} + \exp(-\lambda_2 x)\mathbb{1}_{x\geq\theta}} \tag{2.4}$$

Cette spécification nous donne non seulement une expression de la fonction de hasard mais également une expression explicite de la fonction de survie.

2.3.2 Provisions mathématiques

Comme précisé précédemment, les provisions mathématiques constituent le premier poste du passif en termes de volume. Elles représentent les engagements à l'égard des assurés, i.e. la dette probable envers les assurés. La réglementation prudentielle veut que ces engagements soient représentés à 100 % par des actifs de qualité.

Nous traitons un contrat d'épargne en euros pour lequel il n'y a pas de rachat conjoncturel ou total possible : seul le rachat structurel est envisagé. En outre, nous considérons que les assurés versent un capital constitutif à la création du contrat, puis ne font plus aucun versement. Enfin, les assurés sont caractérisés par leur âge à la souscription x, contractent tous à l'instant 0 et la maturité des contrats est T. Ces hypothèses simplificatrices, légitimes dans un travail qui ne porte pas essentiellement dessus, pourraient facilement être affaiblies ultérieurement.

Soit $PM(x,t)$ la provision mathématique liée à un contrat souscrit à l'âge x à la date t. A partir du moment où la provision mathématique constitue la dette probable envers les assurés elle se calcule à partir de l'initiation du contrat i.e. $t = 0$. Par conséquent, nous ne préciserons que la variable concernant l'instant final de calcul de la PM et qui correspond au t de $PM(x,t)$. Le capital constitutif versé par l'individu correspondant est donc égal à la provision mathématique : $CC_x = PM(x,0)$. L'idée est maintenant de modéliser l'évolution de cette provision mathématique puis de fournir le *best estimate* de cette provision mathématique (exigé par la nouvelle réglementation prudentielle).

De façon générale, la provision mathématique pour un contrat où l'assuré est d'âge x à la souscription, « vue à la date t » est donc :

$$PM(x,t) = PM(x,0) \times \exp\left(\int_0^t r_s(u) - \mu_{x,u} du\right)$$

Dans $\mu_{x,t}$, conformément à ce que l'on a fait précédemment, on ne prend en compte que le rachat (il serait très simple de prendre en compte la mortalité structurelle en ajoutant un taux de mortalité structurelle à μ_t). La provision mathématique peut également s'écrire :

$$PM(x,t) = CC_x \times S_{x,t} \times \exp\left(\int_0^t r_s(u)du\right)$$

en notant CC_x le capital constitutif apporté par l'assuré d'âge x lors de la souscription.

Si nous considérons non plus un assuré mais le portefeuille d'assurés, alors la provision mathématique totale est :

$$PM(t) = \int PM(x,t)d\Pi(x)$$

avec $\Pi(x)$ la fonction de répartition des assurés dans le portefeuille en fonction de leur âge x. Il nous est par conséquent possible de fournir un *best estimate* des provisions mathématiques, conditionnellement à un état du monde financier F. Celui-ci correspond à la somme des prestations actualisées, c'est-à-dire :

$$BEL^F(x,T) = \int_0^T PM(x,t) \times \mu_{x,t} \times \delta(t)dt + \delta(T)PM(x,T)$$

Ainsi, le *best estimate* conditionnel des provisions mathématiques totales est le suivant :

$$BEL^F(T) = \int BEL^F(x,T)d\Pi(x)$$

Dans l'hypothèse où nous négligeons l'impact de l'âge des individus sur le comportement de rachat, la provision mathématique dépend uniquement de l'ancienneté du contrat t. Ainsi le portefeuille est composé de n individus possédant les mêmes caractéristiques liées à l'âge. Dans ce cadre, nous pouvons réécrire les équation précédentes de la façon suivante :

$$PM(t) = PM(0) \times \exp\left(\int_0^t r_S(u) - \mu_u(u)du\right)$$

avec $PM(0)$ le capital constitutif sur l'ensemble du portefeuille i.e. n fois le capital constitutif de l'individu représentatif (CC). On peut donc réécrire la provision mathématique globale :

$$PM(t) = n \times CC \times S_t \times \exp\left(\int_0^t r_S(u)du\right)$$

On peut donc déduire le *best estimate* conditionnel des provisions mathématiques totales :

$$BEL^F(T) = \int_0^T PM(t) \times \mu_t \times \delta(t)dt + \delta(T)PM(T)$$

2.3.3 Frais

Frais de prestations

Ils interviennent lorsqu'une prestation est versée à l'assuré c'est-à-dire à échéance ou lors d'un versement intermédiaire. Or, nous considérons un modèle pour lequel les versements intermédiaires n'ont lieu qu'en cas de rachat de l'assuré. Sinon, les versements sont effectués à échéance du contrat c'est-à-dire en T. Les frais de prestation dépendent de l'état du monde financier F. D'où les frais de prestations pour un contrat d'épargne en t :

$$\begin{aligned}\phi_P^F(t) &= \int_0^t t_{\phi_P} \times PM(x,u) \times \mu_{x,u} \times \delta(u)du \\ &+ PM(x,T) \times \delta(T) \times t_{\phi_P} \\ &= t_{\phi_P} \times BEL^F(x,T)\end{aligned}$$

Si on ne tient plus compte de l'âge de l'assuré comme facteur influençant le comportement de rachat, on peut réécrire les frais de prestations pour l'ensemble du portefeuille de contrats d'épargne :

$$\begin{aligned}\phi_P^F(t) &= \int_0^t t_{\phi_P} \times PM(u) \times \mu_u \times \delta(u)du \\ &+ PM(T) \times \delta(T) \times t_{\phi_P} \\ &= t_{\phi_P} \times BEL^F(T)\end{aligned}$$

Cette expression montre donc qu'il suffirait de charger le *best estimate* de t_{ϕ_P} % pour prendre en compte ces frais de prestation. Nous n'en tiendrons pas compte.

Frais de gestion des placements

Ces frais sont prélevés directement sur les produits financiers créés par la gestion de l'actif. Ceux-ci seront explicités dans la partie 3.3.3. Il suffira de défalquer le taux de participation sur résultats financiers de ce pourcentage afin d'intégrer les frais à la dynamique du taux servi.

Frais de gestion des contrats

Les seuls moments où la gestion interviendra pour les contrats seront l'échéance de celui-ci ou la sortie avant échéance de l'assuré (pas de flux intermédiaires). Par conséquent, on néglige ces frais devant les provisions mathématiques et les autres quantités en jeu.

2.3.4 Chargements

Chargements d'acquisition

On choisit de ne pas les prendre en compte explicitement mais de supposer que le capital constitutif $CC = PM(x,0)$ est net des chargements d'acquisition.

Chargements de gestion des placements

On choisit de ne pas les prendre en compte explicitement, mais de les intégrer au taux servi r_S. Cela permet, au lieu de considérer que l'on pourra servir des prestations brutes aux assurés, puis les charger d'un taux $t_{\kappa_{PL}}$, de leur servir directement des prestations nettes des chargements. Ainsi les divers taux servis calculés dans la suite de ce mémoire seront considérés comme étant nets de frais de gestion.

2.3.5 Calcul du *best estimate* du passif

La prime/cotisation est unique et correspond au capital constitutif versé par l'assuré à savoir : $PM(x,0)$ pour un contrat souscrit à l'âge x. Pour les besoins de l'implémentation, nous nous focaliserons sur le facteur ancienneté du contrat t et mettrons de côté l'âge de l'assuré. Par conséquent le *best estimate* du passif peut être exprimé en prenant en compte cette simplification. Dans un premier temps, on peut calculer le *best estimate* de l'ensemble du portefeuille avec la spécification de la fonction de survie choisie dans notre modèle. Ainsi, l'expression du *best estimate* pour l'ensemble du portefeuille est la suivante :

$$\begin{aligned}
BEL^F(T) &= \int_0^T PM(t) \times \mu_t \times \delta(t)dt + \delta(T)PM(T) \times \left(1 + \frac{Res(T)}{PM(T)}\right) \\
&= n \times CC \times \int_0^T S_t\mu_t \times \exp\left(\int_0^t r_S(u) - r(u)du\right) dt \\
&+ \; n \times CC \times S_T \times \exp\left(\int_0^T r_S(u) - r(u)du\right) \times \left(1 + \frac{Res(T)}{PM(T)}\right)
\end{aligned}$$

en notant n le nombre d'assurés dans le portefeuille.

En reprenant les expressions de μ_t et S_t :

$$S_x = \frac{1}{K}\left[\exp(-\lambda_2 x)\mathbb{1}_{x\geq\theta} + (\exp(-\lambda_1 x) - \exp(-\lambda_1\theta) + \exp(-\lambda_2\theta))\mathbb{1}_{0\leq x<\theta}\right]$$

avec $K = 1 - \exp(-\lambda_1\theta) + \exp(-\lambda_2\theta)$ la constante de normalisation.

On a alors :

$$\begin{aligned}
\mu_x &= \frac{f(x)}{S_x} \\
&= \frac{\lambda_1 \exp(-\lambda_1 x)\mathbb{1}_{0\leq x<\theta} + \lambda_2 \exp(-\lambda_2 x)\mathbb{1}_{x\geq\theta}}{(\exp(-\lambda_1 x) - \exp(-\lambda_1\theta) + \exp(-\lambda_2\theta))\mathbb{1}_{0\leq x<\theta} + \exp(-\lambda_2 x)\mathbb{1}_{x\geq\theta}}
\end{aligned}$$

Ainsi :

$$\begin{aligned}
BEL^F(T) &= n \times CC \times \left[\int_0^T \left(\frac{1}{K}(\exp(-\lambda_2 t)\mathbb{1}_{t\geq\theta} + (\exp(-\lambda_1 t) - \exp(-\lambda_1\theta) + \exp(-\lambda_2\theta))\mathbb{1}_{0\leq t<\theta})\right)\right. \\
&\times \left(\frac{\lambda_1 \exp(-\lambda_1 t)\mathbb{1}_{0\leq t<\theta} + \lambda_2 \exp(-\lambda_2 t)\mathbb{1}_{t\geq\theta}}{(\exp(-\lambda_1 t) - \exp(-\lambda_1\theta) + \exp(-\lambda_2\theta))\mathbb{1}_{0\leq t<\theta} + \exp(-\lambda_2 t)\mathbb{1}_{t\geq\theta}}\right) \\
&\times \exp\left(\int_0^t r_S(u) - r(u)du\right) dt \\
&+ \frac{1}{K}(\exp(-\lambda_2 T)\mathbb{1}_{T\geq\theta} + (\exp(-\lambda_1 T) - \exp(-\lambda_1\theta) + \exp(-\lambda_2\theta))\mathbb{1}_{0\leq T<\theta}) \\
&\times \left.\exp\left(\int_0^T r_S(t) - r(t)dt\right)\right]
\end{aligned}$$

Chapitre 3

Modèle actif/passif

Dans notre modèle, les actifs peuvent être sous forme d'actions, d'obligations, d'immobilier ou encore sous forme monétaire. Ils sont générateurs de revenus : dividendes, coupons et/ou valeur de remboursement, loyers et intérêts monétaires respectivement. Dans une perspective simplificatrice, on choisit de ne considérer qu'un seul actif (représentatif) par classe.

On suppose que le pourcentage de la valeur de chaque actif représentatif dans la valeur totale du portefeuille de placements reste constant.

Dans une perspective Solvabilité II, on considère le portefeuille en *run-off*. De plus, on néglige la réassurance et les impôts, et on ne considère qu'un type de produit (comme on l'a exposé dans la partie gestion du passif).

3.1 La gestion actif-passif

3.1.1 La gestion actif-passif en pratique

Une compagnie d'assurances émettant des contrats d'épargne en euros doit savoir gérer activement, efficacement et dans une logique prospective ses allocations d'actifs afin de pouvoir satisfaire à ses engagements envers les assurés, engagements réglementés et soumis à des contraintes contractuelles. Sont en jeu des problématiques telles que la maturité des titres au regard de la durée du contrat ou encore le taux minimum garanti de revalorisation des contrats d'épargne en euros, mais surtout l'évolution probable des actifs et des comportements des clients sur un horizon déterminé en fonction des variables sur lesquelles se fondent les anticipations (e.g. taux d'intérêt, développement commercial, concurrence, indicateurs macroéconomiques, etc.).

L'essor d'une telle gestion s'est effectué dans les années 1970 (notamment dans les institutions financières anglo-saxonnes) et a connu un renouveau à la suite de la crise de 2008 : de nouvelles normes et une meilleure gestion *ALM* sont désormais de rigueur. L'utilisation de générateurs de scénarios économique s'est avérée nécessaire afin de projeter de façon prudente et juste les flux de l'actif et du passif, l'objectif étant de maîtriser l'ensemble des risques inhérents aux contrats d'épargne : risque de mortalité, de rachat et de gestion du côté du passif et risques financiers (liquidité, contrepartie, risque de taux) pour l'actif. Les produits d'épargne se sont fortement développés, ce sont des produits pour lesquels le risque de taux est prépondérant (les options de rachat en sont les principales responsables). De surcroît, les contrats d'épargne en euros (et non en unités de compte) possèdent des garanties particulières prémunissant les assurés contre certains risques de marché comme par exemple une rémunération garantie *ex ante* par un rendement fixe ou un rendement minimum garanti assorti d'une participation aux bénéfices.

Le responsable d'un portefeuille de contrats d'épargne se doit donc de définir une allocation d'actifs (part de chaque classe d'actifs, maturités des titres etc.) et de préciser une politique de dégagement des plus-values (politique de rémunération des contrats). Ces plus-values seront dégagées afin d'atteindre un rendement des actifs suffisant et ainsi satisfaire les conditions contractuelles et réglementaires de revalorisation des contrats mais également dans une logique de prise en compte de la forte compétitivité dans le secteur assurantiel. Les règles de désinvestissement sont nombreuses. Nous pouvons faire référence à la règle *First In First Out* c'est-à-dire les titres acquis en dernier lieu sont les premiers désinvestis ou au contraire la règle *Last In Last Out*. Le gérant financier mettra donc en application la stratégie précisée par le responsable de portefeuille en tâchant d'optimiser à la fois le timing et le choix des valeurs dans les limites de risque de contrepartie fixées. Le responsable d'un tel portefeuille devra donc :

- analyser les contraintes du passif i.e. la durée des contrats, les taux garantis, les options cachées des contrats (e.g. les rachats) ;
- piloter la gestion financière en définissant l'allocation d'actifs pour le portefeuille considéré i.e. parts des actions (et répartition zone euro/hors zone euro), de l'immobilier, du monétaire et structure des obligations ;
- calculer et piloter les résultats sous une approche financière (performance) mais également comptable et fiscale.

L'allocation d'actifs optimale, celle que nous supposerons effective à la date $t = 0$ de notre modèle, minimise le risque et maximise le rendement pour les clients et les fonds propres.

Ainsi, la gestion des actifs dans une compagnie d'assurance constitue un exercice délicat, les actifs choisis pour adosser les engagements doivent être les meilleurs du point de vue de l'arbitrage rentabilité/risque mais également au regard des contrats souscrits et des contraintes réglementaires. D'où une analyse poussée des engagements. Nous développons un modèle décrivant la gestion actif/passif d'un contrat d'épargne en euros. Les risques inhérents à ce type de contrats sont les suivants (Le Vallois et coll., 2003) :

- Risque de change (variations des cours des monnaies)
- Risque de signature (dégradation de la solvabilité de l'émetteur) : il couvre à la fois le risque propre à un émetteur particulier mais également le risque de *spread* c'est-à-dire l'écart entre les taux des emprunts d'Etat et le taux des emprunts obligataires privés est susceptible de varier et lorsqu'il augmente cela va de pair avec une modification de l'attitude des agents économiques à l'égard des émetteurs privés. Ce risque n'est pas modélisé dans le cadre de ce mémoire.

– Risques de taux : risques liés aux variations des taux d'intérêt sur le marché obligataire.

Les risques de taux peuvent être :

– un risque de réinvestissement (baisse des taux), c'est-à-dire une diminution du rendement des placements : lorsqu'un actif obligataire arrive à échéance mais que le contrat d'épargne « court » toujours, la compagnie d'assurance réinvestit le nominal remboursé mais sur un marché pour lequel les placements sont moins rentables ; cela peut conduire à un différentiel négatif entre le rendement de l'actif et le taux garanti aux assurés. Toutefois, certaines réserves financières permettent de pallier ce risque.
– un risque de liquidation (hausse des taux) c'est-à-dire le risque d'avoir à céder des obligations avant leur remboursement alors que celles-ci sont en moins-values par rapport à leur prix d'achat. Cela résulte d'une inadéquation en termes de maturité entre l'actif et le passif, l'actif étant dans ce cas plus long que le passif. Ce risque est lié aux rachats. En effet, si on observe une hausse des taux, il est attractif d'exercer l'option de rachat et dans ce cas la compagnie d'assurance devra vendre des actifs dont la valeur s'est dépréciée pour faire face à ces rachats anticipés.

L'organisation de la compagnie d'assurance se fait également autour de la problématique de gestion actif/passif (Le Vallois et coll., 2003). En effet, le processus de décision technique et financière doit prendre en compte la gestion actif/passif. Ainsi, pour un groupe de taille importante, des unités des gestion actif/passif sont créées et organisées comme suit :

– le comité actif/passif (également comité financier pour les compagnies d'assurance de taille plus restreinte) réunit les directions technique, des finances, de la comptabilité,
– le responsable de la gestion actif/passif, nommé parmi les membres du comité, peut (dans les entreprises de taille importante) être indépendant des directions opérationnelles,
– la cellule d'études actif/passif produit des études et fournit des informations au comité et au responsable de la gestion actif/passif.

Cette unité doit donc définir une politique financière et rédiger un cahier des charges de la gestion financière prenant en compte les problématiques de gestion actif/passif (placements autorisés, allocations d'actifs cibles).

Des modèles d'optimisation des placements ont donc été mis en place au sein des compagnies d'assurance. Nous avons déjà évoqué ce type de modèle dans une section antérieure (1.2) mais nous pouvons y revenir ici afin de préciser le cadre dans lequel nous allons nous placer pour le module actif/passif de ce mémoire. Pour ce faire, nous avons repris la classification proposée par Gautron et coll. (2003) :

Ainsi ces modèles permettent de :

– Définir une allocation stratégique d'actifs *ex ante*, en tenant compte des engagements à l'égard des assurés et de l'anticipation des rendements des actifs financiers à disposition de l'assureur. De tels modèles (Markowitz stochastiques adaptés à l'assurance) ont été brièvement décrits précédemment.

Objectif / Nature des simulations	Déterministe	Stochastique
Allocation stratégique	Sans objet	Modèles de type 1
Etude de l'adossement – Approche par les flux	Modèles de type 2	Modèles de type 3
Etude de l'adossement – Approche comptable	Modèles de type 4	Modèles de type 5

FIGURE 3.1 – Classification des différents types de modèles d'allocation d'actifs.

– Ou bien prendre en compte la dynamique actif/passif et leurs interactions en modifiant *ex post* l'allocation stratégique optimale choisie en $t = 0$. L'idée est de se fonder sur des indicateurs basiques (e.g. duration/maturité, sensibilité, convexité) et de mettre en place des scénarios prospectifs afin d'estimer les résultats futurs probables.

Dans le cadre des modèles développés, si nous étions amenés à faire de l'*ALM*, il serait opportun de faire référence au second type de modèles et plus particulièrement au modèle de type 5 dans la mesure où le cadre comptable est effectivement modélisé.

3.1.2 La gestion actif-passif simplifiée

Dans notre modèle, nous avons mis en place un modèle de gestion actif-passif permettant de déterminer un taux servi, net de frais de gestion, aux assurés en prenant en compte les contraintes réglementaires et contractuelles. La détermination de ce taux servi est issue de la modélisation des interactions de l'actif et du passif. Grâce à celui-ci il nous est possible d'obtenir un système fermé de gestion d'un portefeuille de contrats d'épargne en euros. Toutefois, nous avons été amenés à faire quelques simplifications par rapport aux modèles de gestion effectivement utilisés par les compagnies d'assurance.

Tout d'abord, nous avons écarté la possibilité de rachats conjoncturels ou totaux c'est-à-dire de rachats liés à un possible mécontentement des assurés quant à la revalorisation de leurs contrats. De ce fait, nous avons écarté la logique concurrentielle sous-jacente à la détermination du taux de revalorisation des contrats. L'objectif de notre mémoire n'étant pas de modéliser ce point particulier dans la détermination du taux servi, il ne nous a pas semblé primordial d'intégrer ce paramètre. Cette simplification est d'autant plus justifiable que nous nous plaçons dans une perspective de calcul du *best estimate* et non pas du SCR. En outre, nous nous sommes placés dans une logique simplificatrice mais il serait possible de prendre en considération et de se confronter à cette problématique. En revanche, les rachats structurels (avec possibilité d'intégration de la mortalité structurelle) ont été modélisés par un modèle, faisant appel à deux lois exponentielles, explicité dans la section 2.3.1.

La politique de participation aux bénéfices a également été simplifiée. Nous avons pour objectif de modéliser et d'analyser une gestion en temps continu d'un portefeuille de contrats d'épargne en euros. Par conséquent, il nous a semblé plus efficace de prendre en compte les versements inhérents à la participation aux bénéfices au terme du contrat.

Nous avons également supposé l'allocation-cible établie à la date $t = 0$ de notre modèle efficace et optimale. Le modèle développé ne cherche pas à établir l'allocation adossant l'actif au passif à initiation des contrats d'épargne en euros. Il s'agit d'une tâche délicate hors du périmètre de ce mémoire. En outre, l'allocation-cible établie à l'initiation des contrats est supposée maintenue constante dans notre modèle. Cela est tout à fait envisageable car il s'agit d'une règle de gestion qui pourrait être employée (même si elle semble être simplificatrice également). Afin de maintenir cette allocation constante, nous avons établi une règle de gestion arbitraire, qui consiste à vendre les actions en premier lieu (comme le marché des actions constitue un marché liquide, il s'agit d'une règle de facilité), cela n'étant pas primordial dans le contexte de notre modèle, dans la mesure où en termes de résultats cela semble secondaire (au regard de la finesse du modèle établi sur ce point). L'allocation-cible est donc optimale et nous la maintiendrons fixe. A cela nous pouvons opposer l'argument que nous travaillons en *run-off* et donc la duration diminue au cours du temps : on devrait par conséquent modifier l'allocation en fonction de cette diminution de la duration du portefeuille. Nous travaillons sur un portefeuille de contrats précis. Néanmoins, dans une perspective Solvabilité II où la poursuite et la continuité de l'activité de la compagnie d'assurance est mise au premier plan nous pouvons supposer que la structure du portefeuille ne sera pas modifiée. Ainsi, nous pouvons considérer acceptable de maintenir l'allocation-cible d'actifs fixe.

Par ailleurs, la durée des contrats et la maturité des actifs est également une problématique d'intérêt. En effet, un des problèmes majeurs de la gestion actif/passif d'un tel portefeuille est le *gap* de maturité entre l'actif et le passif. Les engagements pour les contrats d'épargne en euros sont généralement de long voire très long terme. La difficulté réside donc en la recherche d'actifs ayant une maturité élevée pour être adossés à ces engagements. Généralement, le marché ne propose par de tels actifs. Néanmoins, dans le cadre de ce mémoire, nous avons eu recours à deux simplifications :

- Les contrats d'épargne en euros sont tous initiés à la date $t = 0$ et le portefeuille est en *run off*.
- Les actifs adossés aux engagements ont tous même maturité que les contrats, le marché étant supposé capable de nous fournir de tels actifs en $t = 0$.

La maturité des contrats observée étant de l'ordre de 10 ans, cette simplification semble cohérente.

Si ces simplifications peuvent paraître réductrices, elles ne sont pas au cœur de notre mémoire. L'objectif de ce dernier étant de proposer et d'évaluer un modèle simple de gestion en temps continu d'un portefeuille de contrats d'épargne en euros, nous avons donc par la suite mis en œuvre ces simplifications et proposé deux modèles :

- Le premier modèle que nous allons proposer décrit un taux de revalorisation des contrats, net de frais de gestion, simplifié permettant de construire un système fermé de gestion d'un tel portefeuille.
- Le second modèle prend en compte de façon explicite les contraintes réglementaires et contractuelles dans la détermination du taux servi mais ne permet pas d'aboutir à un système d'équations fermé simple d'utilisation.

Nous chercherons donc dans la suite de ce mémoire à présenter ces deux modèles assez différents, leur fonctionnement ainsi que leur implémentation. Il s'agira donc de déterminer de l'efficacité ou inefficacité des modèles simplifié et détaillé.

3.2 Un modèle simplifié d'interaction actif-passif

On peut, avant d'expliciter le processus de déduction du taux servi, net de frais de gestion, prenant en compte les normes comptables imposées dans le Code des Assurances, exposer un modèle plus simple mais continu qui permettra de prendre en compte l'inertie imposée par ces normes comptables.

Dans ce modèle, le taux servi est relié au taux de rendement de l'actif par la relation simple :

$$r_S(t) = \frac{1}{\lambda\tau}\int_{t-\lambda\tau}^{t} r_A(u)du$$

avec $\lambda \in \mathbb{N}^*$ et τ la longueur d'un intervalle de temps (choisi par nos soins selon les besoins). Cet entier naturel λ permet de rester souple quant à la longueur de la période sur laquelle on calcule la moyenne des rendements des actifs.

Cette équation permet de boucler le système d'équations régissant le calcul du *best estimate* des PM. Il aura également un rôle de *benchmark* par rapport au second modèle, qui reflète mieux le rôle de chaque provision imposé par les normes comptables, mais qui ne permet pas une résolution explicite. A l'issue de l'implémentation de ce *benchmark* et du modèle plus fin développé dans la section suivante, il devrait être possible de discuter la pertinence du modèle fermé simplifié.

3.2.1 Détermination du taux de rendement instantané des actifs

L'idée est donc de déterminer le taux de rendement instantané des actifs sur une période $[t - \lambda\tau, t]$, mobile dans le temps. Les actifs disponibles dans notre portefeuille sont des actions, des obligations, de l'immobilier et du monétaire. Nous supposons que les classes actions, obligations et immobilier sont constituées chacune d'un unique actif représentatif.

Détermination du taux de rendement des obligations

A chaque période de longueur τ, la compagnie d'assurance perçoit un coupon cN de l'obligation. De plus, à la date T, celle-ci perçoit le coupon mais le nominal N lui est également remboursé. Toutefois, nous omettrons ce remboursement du nominal dans la mesure où dans une logique de poursuite de l'activité, ce nominal est immédiatement réinvesti, il ne peut donc être considéré comme un « rendement ». Ainsi, à chaque instant de la période τ, la compagnie d'assurance touche $\frac{cN}{\tau}$. Le rendement des obligations peut donc être considéré comme ce montant instantané touché, $\frac{cN}{\tau}$, divisé par la valeur de marché de l'obligation à cet instant. Il s'agit bien alors du rapport entre ce qu'on toucherait instantanément en achetant cette obligation et ce qu'on devrait payer pour la posséder. Le rendement des obligations est donc :

$$r_\omega(t) = \frac{cN}{\tau \times PV_t}$$

en rappelant que l'expression décrivant PV_t, précisée en section 2.2.1 est la suivante :

$$\begin{aligned} PV_t &= \int_t^T \frac{cN}{\tau} \exp(-\int_t^u r(v)dv)du + N \exp(-\int_t^T r(u)du) \\ &= \frac{cN}{\tau} \int_t^T P(t,u)du + NP(t,T) \end{aligned}$$

avec $P(t,u) = \exp\left(-\int_t^u r(v)dv\right)$.

Détermination du taux de rendement des actions

Nous avons auparavant précisé le processus décrivant la dynamique des actions :

$$\frac{dS_t}{S_t} = (r(t) - d^A)dt + \sigma_A d\tilde{W}_t$$

avec $\tilde{W}_t$ un brownien standard (ce qui implique $\tilde{W}_0 = 0$).

Le rendement d'une action entre deux instants se définit couramment comme le log-rendement suivant : $\ln\left(\frac{S_{i+1}}{S_i}\right)$. En temps continu, on va donc le définir comme : $r_\alpha(t) = \frac{d\ln(S_t)}{dt}$.

Grâce au lemme d'Itō, nous pouvons écrire :

$$\begin{aligned} d\ln(S_t) &= \frac{1}{S_t}dS_t - \frac{1}{2}\frac{1}{S_t^2} < dS_t > \\ &= \frac{1}{S_t}dS_t - \frac{1}{2}\frac{1}{S_t^2}S_t^2\sigma_A^2 dt \\ &= \frac{dS_t}{S_t} - \frac{1}{2}\sigma_A^2 dt \\ &= (r(t) - d^A)dt + \sigma_A d\tilde{W}_t - \frac{1}{2}\sigma_A^2 dt \\ &= (r(t) - d^A - \frac{1}{2}\sigma_A^2)dt + \sigma_A d\tilde{W}_t \end{aligned}$$

On peut donc déduire la valeur du rendement dans la mesure où cette équation est fermée, toutes les variables peuvent être calculées. En effet, $r(v)$ a été détaillé précédemment et est égal au taux sans risque instantané :

$$r(v) = f(v,v) = f(0,v) + \frac{\sigma_{taux}^2}{2k^2}(1 - \exp(-kv))^2 + \sigma_{taux}\int_0^v \exp(-k(t-s))d\tilde{W}_s$$

Il est possible d'injecter cette valeur de $r(u)$ dans l'équation décrivant S_u explicitée précédemment. D'où un rendement des actions :

$$r_\alpha(t) = (r(t) - d^A - \frac{1}{2}\sigma_A^2) + \sigma_A \frac{d\tilde{W}_t}{dt}$$

Détermination du taux de rendement de l'actif immobilier

La dynamique de l'actif immobilier suit également un processus de Black-Scholes :

$$\frac{dL_t}{L_t} = (r(t) - l^I)dt + \sigma_I d\tilde{W}_t$$

avec $\tilde{W}_t$ un brownien standard (ce qui implique $\tilde{W}_0 = 0$).

Nous procédons de la même façon que pour les actions afin de déterminer le rendement de l'actif immobilier à un instant précis. De même, nous supposons la valeur L_0 connue, de surcroît la volatilité σ_I est supposé constante.

On peut alors déduire le rendement de l'actif immobilier :

$$r_\iota(t) = (r(t) - d^I - \frac{1}{2}\sigma_I^2) + \sigma_I \frac{d\tilde{W}_t}{dt}$$

Détermination du taux de rendement du portefeuille monétaire

La dynamique du portefeuille monétaire est la suivante :

$$dVM_t^M = VM_t^M \exp(r(t))dt$$

Nous connaissons la dynamique de la courbe des taux courts par conséquent, $r(t)$ peut être explicité, de même que pour les actions et l'actif immobilier. De surcroît, la valeur du portefeuille monétaire à la date $t = 0$ est supposée connue.

Cette équation différentielle se transforme à l'aide du lemme d'Itō de la façon suivante :

$$d \ln VM_t^M = \exp(r(t))dt$$

Ainsi :

$$\frac{d \ln VM_t^M}{dt} = \exp(r(t))$$

D'où le taux de rendement instantané du portefeuille monétaire :

$$r_\mu(u) = r(u)$$

Ceci est évident : lorsqu'on place de l'argent en valeurs monétaires (dans le pays dont la monnaie libelle les transactions), le rendement instantané est simplement le taux court à l'instant où il est observé.

Détermination du taux de rendement des actifs

Nous pouvons donc déduire le taux de rendement instantané des actifs :

$$r_A(u) = \frac{1}{(PV_u + VM_u^A + VM_u^I + VM_u^M)}(PV_u \cdot r_\omega(u) + VM_u^A \cdot r_\alpha(u) + VM_u^I \cdot r_\iota(u) + VM_u^M \cdot r_\mu(u))$$

On notera par volonté d'allègement des notations $PV_u + VM_u^A + VM_u^I + VM_u^M = \Upsilon(u)$.

3.2.2 Détermination du taux servi

Taux de revalorisation théorique et taux de revalorisation effectif

Nous pouvons déduire le taux de revalorisation théorique instantané des contrats d'épargne :

$$\begin{aligned} r_S(t) &= \frac{1}{\lambda\tau}\int_{t-\lambda\tau}^{t} r_A(u)du \\ &= \frac{1}{\lambda\tau}\int_{t-\lambda\tau}^{t} \frac{1}{\Upsilon(u)}(PV_u \cdot r_\omega(u) + VM_u^A \cdot r_\alpha(u) + VM_u^I \cdot r_\iota(u) + VM_u^M \cdot r_\mu(u))du \end{aligned}$$

On peut donc en déduire le coefficient de revalorisation du contrat d'épargne en t :

$$\begin{aligned}\exp\left(\int_0^t r_S(u)du\right) &= \exp\left(\int_0^t \frac{1}{\lambda\tau}\int_{u-\lambda\tau}^{u} r_A(v)dvdu\right) \\ &= \exp\left(\frac{1}{\lambda\tau}\int_{t-\lambda\tau}^{t} (t-v)r_A(v)dv\right)\end{aligned}$$

Ce taux de revalorisation des contrats est valable à un instant précis et correspond au rendement financier effectivement réalisé sur le portefeuille d'actifs. Toutefois, les contrats d'épargne en euros prévoient un taux minimum garanti i.e. un taux plancher de rémunération des contrats. Ce taux est fixé par la société d'assurance au regard des conditions de la concurrence et des taux de rendement des actifs espérés. Par conséquent, le taux servi, net de frais de gestion, effectivement aux assurés sera :

$$r_S^*(u) = \max\left(\frac{TMG}{\tau}, \frac{1}{\lambda\tau}\int_{t-\lambda\tau}^{t} r_A(u)du\right)$$

Le taux minimum garanti est fixé pour le contrat, à initiation du contrat et pour toute la durée de celui-ci. Le TMG est le taux valable pour une période de longueur τ.

Fonds de participation aux bénéfices et calcul du *best estimate*

Nous introduisons un fonds de participation aux bénéfices de la forme :

$$dRes(t) = \max(PM(t)\left(r_A(t) - r_S^*(t)\right), -Res(t))dt$$

où r_A représente le taux de rendement de l'actif (c'est-à-dire le rendement brut du portefeuille, corrigé en fonction des règles comptables et d'affectation de la PB), et r_S^* le taux servi aux assurés.

Décrivons brièvement le comportement de ce fonds. Tout d'abord, en fonctionnement « normal », c'est-à-dire lorsque le taux r_A est supérieur à r_S^*, le fonds croît en $PM(t)(r_A(t) - r_S^*(t))$. Lorsque r_A est inférieur à r_S^*, deux régimes sont possibles. Si $F(t)$ est « grand », c'est-à-dire supérieur à la valeur absolue de $PM(t)(r_A(t) - r_S^*(t))$, on a une décroissance du fonds en $PM(t)|r_A(t) - r_S^*(t)|$, le fonds joue son rôle d'absorption des fluctuations à la baisse du rendement des actifs. Cependant, lorsque ce fonds aura trop diminué, c'est-à-dire quand $F(t) \leq PM(t)|r_A(t) - r_S^*(t)|$, on aura une dynamique exponentielle de décroissance du fonds vers 0 (ce qui évite qu'il devienne négatif à un moment).

Ce fonds de participation aux bénéfices est global, c'est-à-dire non affecté à une tête en particulier mais sur l'ensemble du portefeuille. Il permet d'une part d'éviter que la société d'assurance ne dégage en résultat les produits financiers et d'autre part, d'absorber les chocs et possibles pertes inhérentes à un rendement de l'actif trop faible. Ce fonds permet donc de pallier le problème d'un taux de rendement des actifs qui viendrait buter sur le TMG voire même se trouver sous ce taux plancher. Il permet ainsi de lisser le rendement dans le temps.

Nous avons décrit le taux servi comme moyenne mobile du taux de rendement de l'actif :

$$r_S^*(u) = \max\left(\frac{TMG}{\tau}, \frac{1}{\lambda\tau}\int_{t-\lambda\tau}^{t} r_A(u)du\right)$$

et le taux de rendement de l'actif :

$$r_A(u) = \frac{1}{\Upsilon(u)}(PV_u \cdot r_\omega(u) + VM_u^A \cdot r_\alpha(u) + VM_u^I \cdot r_\iota(u) + VM_u^M \cdot r_\mu(u))$$

Par conséquent le fonds de participation aux bénéfices peut s'écrire comme suit :

$$\begin{aligned} dRes(t) &= \max(PM(t)\left(r_A(t) - r_S^*(t)\right), -Res(t))dt \\ &= \max\left\{PM(t)\left(r_A(t) - \max\left(\frac{TMG}{\tau}, \frac{1}{\lambda\tau}\int_{t-\lambda\tau}^{t} r_A(u)du\right)\right), -Res(t)\right\}dt \end{aligned} \quad (3.1)$$

Si $Res(t) < 0$, dans ce cas la société d'assurance ne peut honorer ses engagements sans utiliser ses fonds propres si le taux de rendement des actifs est insuffisant au regard du taux de revalorisation contractuel.

Nous supposons plusieurs simplifications dans l'introduction du mécanisme de participation aux bénéfices. En effet, la justification originelle de l'introduction de la participation aux bénéfices dans les provisions techniques obligatoires d'une compagnie d'assurances est l'obligation de reverser une partie (au moins 90% du résultat technique et 85% du résultat financier) à leurs assurés. Lorsque cette partie n'est pas directement attribuée aux assurés, elle est mise en provision. Afin d'assurer un lissage dans le temps des résultats de la compagnie, la réglementation autorise toutefois un laps de 8 ans entre la réalisation des bénéfices par la compagnie et leur redistribution aux assurés. On peut donc la concevoir à première vue comme un fonds de stabilisation, qui devra être restitué à l'assuré au terme de son contrat. Ainsi, les deux simplifications que nous faisons intervenir sont les suivantes : à la fois le remplacement de la durée de 8 ans par le terme du contrat, mais également le remplacement de l'approche globale, sur l'ensemble du portefeuille d'assurés, par une approche de restitution des bénéfices gagnés sur le contrat d'un assuré à ce même assuré. Cependant, la seconde approximation reprendra tout son sens lors d'un calcul de *best estimate* intégré sur le portefeuille.

Ainsi, on introduit le mécanisme de participation aux bénéfices en supposant la restitution du montant du fonds $Res(T)$ au terme du contrat (en T). Cette restitution est effectuée au prorata des provisions.

Par conséquent, dans un premier temps, sachant que nous avons calculé le taux servi aux assurés et afin de décrire la dynamique du *best estimate*, il nous faut calculer les provisions mathématiques revalorisées :

$$\begin{aligned} PM(t) &= PM(0) \times \exp\left(\int_0^t r_S^*(u) - \mu_u du\right) \\ &= n \times CC \times S_t \times \exp\left(\int_0^t r_S^*(u)du\right) \end{aligned}$$

A partir de cette équation, nous pouvons déduire la variation du montant de la réserve qui, rappelons-le, s'exprime de la façon suivante :

$$\begin{aligned}
dRes(t) &= \max(PM(t)\,(r_A(t) - r_S^*(t))\,, -Res(t))dt \\
&= \max\left\{PM(t)\left(r_A(t) - \max\left(\frac{TMG}{\tau}, \frac{1}{\lambda\tau}\int_{t-\lambda\tau}^{t} r_A(u)du\right)\right), -Res(t)\right\} dt
\end{aligned}$$

Enfin, nous pouvons donc décrire le *best estimate* des provisions conditionnellement à un état du monde financier F prenant en compte ce mécanisme de participation aux bénéfices pour un contrat d'épargne en euros :

$$BEL^F(x,T) = \int_0^T PM(x,t) \times \mu_{x,t} \times \delta(t)dt + \delta(T)PM(x,T) \times \left(1 + \frac{Res(T)}{PM(T)}\right)$$

Sachant que nous ne prenons en compte que l'effet ancienneté du contrat, le *best estimate* conditionnel pour un contrat d'épargne s'explicite de la façon suivante :

$$BEL_1^F(T) = \int_0^T \frac{PM(t)}{n} \times \mu_t \times \delta(t)dt + \delta(T)\frac{PM(T)}{n} \times \left(1 + \frac{Res(T)}{PM(T)}\right)$$

avec μ_t décrite dans la section2.3.1 , n le nombre d'individus dans le portefeuille.

Or :

$$\begin{aligned}
PM(t) \times \delta(t) &= PM(0) \times \exp\left(\int_0^t r_S^*(u) - \mu_u du\right) \times \exp\left(-\int_0^t r(u)du\right) \\
&= PM(0) \times \exp\left(\int_0^t r_S^*(u) - r(u) - \mu_u du\right) \\
&= n \times CC \times S_t \times \exp\left(\int_0^t r_S^*(u) - r(u)du\right)
\end{aligned}$$

Nous sommes donc à même de calculer le *best estimate* conditionnel à un état du monde financier particulier pour un contrat d'épargne :

$$\begin{aligned}
BEL_1(T) = &\int_0^T \frac{PM(t)}{n} \times \mu_t \times \delta(t)dt + \delta(T)\frac{PM(T)}{n} \times \left(1 + \frac{Res(T)}{PM(T)}\right) \\
= &\frac{PM(0)}{n}\int_0^T \mathbb{E}^Q\left\{\exp\left(\int_0^t (r_S^*(u) - r(u))du\right)\right\} \times S_t \times \mu_t dt \\
+ &\frac{PM(0)}{n} \times S_T \times \mathbb{E}^Q\left\{\exp\left(\int_0^T (r_S^*(u) - r(u))du\right) \times \left(1 + \frac{Res(T)}{PM(T)}\right)\right\} \quad (3.2)
\end{aligned}$$

En reprenant les notations développées en partie 2.3.5 :

$$\begin{aligned}
BEL_1(T) &= CC \times \int_0^T S_t\mu_t \times \mathbb{E}^Q\left\{\exp\left(\int_0^t r_S^*(u) - r(u)du\right)\right\} dt \\
&+ CC \times S_T \times \mathbb{E}^Q\left\{\exp\left(\int_0^T r_S^*(u) - r(u)du\right) \times \left(1 + \frac{Res(T)}{PM(T)}\right)\right\}
\end{aligned}$$

Et enfin :

$$\begin{aligned}
BEL_1(T) &= CC \times \Bigg[\int_0^T \left(\frac{1}{K}(\exp(-\lambda_2 t)\mathbb{1}_{t\geq\theta} + (\exp(-\lambda_1 t) - \exp(-\lambda_1\theta) + \exp(-\lambda_2\theta))\mathbb{1}_{0\leq t<\theta})\right) \\
&\times \frac{\lambda_1\exp(-\lambda_1 t)\mathbb{1}_{0\leq t<\theta} + \lambda_2\exp(-\lambda_2 t)\mathbb{1}_{t\geq\theta}}{(\exp(-\lambda_1 t) - \exp(-\lambda_1\theta) + \exp(-\lambda_2\theta))\mathbb{1}_{0\leq t<\theta} + \exp(-\lambda_2 t)\mathbb{1}_{t\geq\theta}} \\
&\times \mathbb{E}^Q\left(e^{\left(\int_0^t r_S(u)-r(u)du\right)}\right)dt \\
&+ \frac{1}{K}(\exp(-\lambda_2 T)\mathbb{1}_{T\geq\theta} + (\exp(-\lambda_1 T) - \exp(-\lambda_1\theta) + \exp(-\lambda_2\theta))\mathbb{1}_{0\leq T<\theta}) \\
&\times \mathbb{E}^Q\left\{e^{\left(\int_0^T r_S(t)-r(t)dt\right)} \times \left(1 + \frac{Res(T)}{PM(T)}\right)\right\}\Bigg]
\end{aligned}$$

De façon générale, le *best estimate* du portefeuille de contrats d'épargne en euros prenant en compte l'âge de l'individu et l'ancienneté du contrat s'exprime :

$$\begin{aligned}
BEL(T) &= \mathbb{E}^Q(BEL^F(T)) \\
&= \int \mathbb{E}^Q[BEL^F(x,T)]d\Pi(x) \\
&= \int BEL(x,T)d\Pi(x)
\end{aligned}$$

Dans notre spécification à partir du moment où notre portefeuille est construit à partir d'un individu représentatif, i.e. on ne tient pas compte de l'effet âge :

$$\begin{aligned}
&BEL(T) = n \times BEL_1(T) \\
&= n\times CC\times\Bigg[\int_0^T \left(\frac{1}{K}(\exp(-\lambda_2 t)\mathbb{1}_{t\geq\theta} + (\exp(-\lambda_1 t) - \exp(-\lambda_1\theta) + \exp(-\lambda_2\theta))\mathbb{1}_{0\leq t<\theta})\right) \\
&\quad \times \frac{\lambda_1\exp(-\lambda_1 t)\mathbb{1}_{0\leq t<\theta} + \lambda_2\exp(-\lambda_2 t)\mathbb{1}_{t\geq\theta}}{(\exp(-\lambda_1 t) - \exp(-\lambda_1\theta) + \exp(-\lambda_2\theta))\mathbb{1}_{0\leq t<\theta} + \exp(-\lambda_2 t)\mathbb{1}_{t\geq\theta}} \\
&\quad \times \mathbb{E}^Q\left(e^{\left(\int_0^t r_S(u)-r(u)du\right)}\right)dt \\
&\quad + \frac{1}{K}(\exp(-\lambda_2 T)\mathbb{1}_{T\geq\theta} + (\exp(-\lambda_1 T) - \exp(-\lambda_1\theta) + \exp(-\lambda_2\theta))\mathbb{1}_{0\leq T<\theta}) \\
&\quad \times \mathbb{E}^Q\left\{e^{\left(\int_0^T r_S(t)-r(t)dt\right)} \times \left(1 + \frac{Res(T)}{PM(T)}\right)\right\}\Bigg] \qquad (3.3)
\end{aligned}$$

3.2.3 Logigramme du processus

On peut illustrer par le logigramme Fig.3.2 la logique de notre algorithme.

3.3 Un modèle plus complexe d'interaction actif-passif

Jusqu'à présent nous avons considéré les règles comptables comme une « boîte noire » dont l'effet se traduit par un lissage du taux de rendement de marché. L'objectif de ce nouveau modèle est d'ouvrir cette « boîte noire » et d'observer ses effets pour la gestion actif-passif en temps continu.

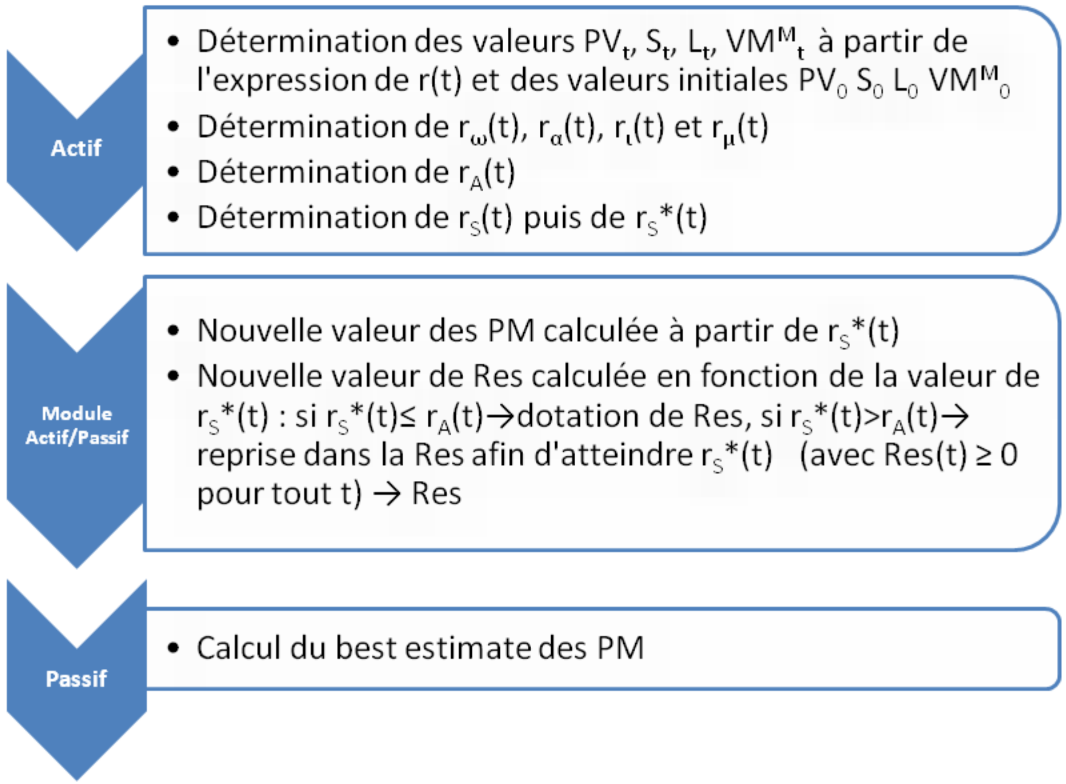


FIGURE 3.2 – Logigramme correspondant à l'algorithme introduit

3.3.1 Produits financiers

Revenus des placements de l'actif

Les revenus des placements de l'actif peuvent être exprimés à chaque instant t de la façon suivante :

1. Dividendes pour les actions sur l'année t : Leur évolution est la suivante :

$$\frac{dDiv_t^A}{dt} = \frac{d^A}{\tau} \times VM_t^A$$

2. Coupons ou valeur de remboursement des obligations, soit RFO le revenu financier lié aux obligations :

$$\frac{dRFO_t}{dt} = \frac{c}{\tau} \times N \times Nb_t$$

   Nous omettons le remboursement du nominal dans la mesure où dans une logique de poursuite de l'activité, ce nominal est immédiatement réinvesti, il ne peut donc être considéré comme un « revenu ». On touche à chaque instant une fraction du coupon.

3. Loyers pour les actifs immobiliers : $\frac{dL_t^I}{dt} = \frac{l^I}{\tau} \times VM_t^I$
4. Intérêts monétaires : $\frac{dIM_t}{dt} = VM_t^M \times \exp(r(t))$

A chaque instant, une fraction des coupons, des dividendes, des loyers et des intérêts monétaires tombe.

A ces encaissements, on pourrait rajouter les intérêts constitués sur la provision pour participation aux bénéfices (ce que nous ne prenons pas en compte).

Valeur comptable des actifs et traitement des obligations

Valeur comptable des actifs On distingue deux cas :
- La valeur comptable des actifs hors obligations est simplement leur valeur d'achat.
- Pour la valeur comptable des obligations, on procède en 2 étapes. Au moment de l'achat de l'obligation, on calcule le taux de rendement actuariel TRA^O, tel que :

$$\Pi_A^O = \int_0^T \frac{cN}{\tau} \exp(-TRA^O \times u)du + N \exp(-TRA^O \times T)$$

  On calculera par la suite la valeur comptable de l'actif obligataire à l'instant t à partir de ce taux de rendement actuariel :

$$\begin{aligned} VC_t^O &= \int_t^T \frac{cN}{\tau} \exp(-TRA^O \times (u-t))du + N \exp(-TRA^O \times (T-t)) \\ &= \frac{cN}{\tau TRA^O} \times (1 - \exp(-TRA^O \times (T-t))) + N \times \exp(-TRA^O \times (T-t)) \end{aligned}$$

Traitement des obligations Celui-ci est dérogatoire (Règlements n° 2002-10 et 2003-07 du Comité de la Réglementation Comptable). L'écart entre le prix d'achat de l'obligation et la valeur de remboursement doit être amorti. On procède donc à un amortissement que nous qualifierons d'actuariel.
Nous allons supposer que les obligations du portefeuille sont des obligations à taux fixe *in fine* i.e. le coupon versé est constant et le remboursement a lieu au terme du contrat. A la date t_0 (achat), la valeur de l'obligation est la suivante :

$$V_a(t_0) = \text{somme actualisée des différents flux versés} = VC$$

Le TRA est déduit à la date d'entrée dans le contrat.
Il s'agit maintenant de s'intéresser à la façon dont nous allons comptabiliser l'écart entre la valeur d'achat et la valeur de remboursement. Pour ce faire, on procède à un amortissement actuariel : on recalcule la valeur théorique de l'obligation à la date considérée, c'est-à-dire la valeur comptable en t_1. Seule la durée d'actualisation sera modifiée, et l'on maintient le TRA calculé initialement. On amortit de proche en proche :

$$V(t+\tau) - V(t) = \Delta VC^{TRA_0}$$

avec $V(t)$ la valeur comptable en t de l'obligation actualisée au TRA calculé en t_0.

Le montant des produits financiers se calcule simplement de la façon suivante :

$$PF = Dividendes + Coupons + Loyers + Interets + PMV_{realisees} + \Delta VC^{TRA_0} + (RC)_+$$

Dans cette expression, $Dividendes$ représente les produits sur les actions, $Coupons$ représente le montant des produits réalisés sur les obligations sur la période de longueur τ considérée, $Loyers$ représente les produits sur les valeurs immobilières, et $Interets$ les produits sur les valeurs monétaires ; leurs dynamiques ont été explicitées en partie 3.3.1. RC représente la réserve de capitalisation, qui fait partie des provisions et est de ce fait décrite dans la partie suivante.

3.3.2 Provisions financières

Les provisions sont donc constituées des PM calculées précédemment, de la provision pour dépréciation durable (PDD), de la provision pour risque d'exigibilité (PRE) et de la réserve de capitalisation (RC).

Réserve de Capitalisation

La réserve de capitalisation est une provision technique particulière car elle ne figure pas au passif réel du bilan mais dans les capitaux propres (impact sur marge de solvabilité). Elle ne se calcule pas contrat par contrat mais sur le portefeuille global. Elle permet de lisser dans le temps le rendement des actifs obligataires et surtout d'éviter que l'assureur ne soit tenté de vendre au coup par coup des actifs obligataires pour pouvoir profiter d'une baisse des taux (bénéfice à court terme, réinvesti mais ces titres sont moins rentables car une baisse des taux a été constatée initialement).

$$V_\gamma(t) - V_a = PMV_R$$

Cette plus ou moins-value de cession alimente la réserve de capitalisation (cela ne sort pas en résultat mais demeure en capitaux propres). En réalité, cette plus ou moins-value n'est pas calculée par rapport à la valeur d'achat mais par rapport à la valeur comptable théorique au moment de la cession (calculée à partir du TRA initial i.e. celui de la valeur d'achat) :

$$V_{\gamma}(t) - VC(t) = PMV_R$$

Celle-ci vient doter la réserve de capitalisation.

Il s'agit donc d'un dispositif « à hystérésis », c'est-à-dire que son comportement à une date t dépend de son histoire antérieure. S'il n'y a pas suffisamment de réserves de capitalisation, on ne peut pas lisser, on impute donc la moins-value de cession sur le compte de résultat.

Cette réserve est donc alimentée par les plus-values réalisées sur les cessions d'obligations et reprise symétriquement uniquement en cas de réalisation de moins-values sur ce type d'actifs. Ainsi :

$$dRC_t = \max(-RC_t, (VM_t^{O_\gamma} - VC_t^{O_\gamma}))dt$$

Nous considérerons que la réserve de capitalisation n'est pas reversée aux assurés (il s'agit d'une pratique possible de la part des assureurs dans la mesure où la réserve de capitalisation constitue une partie constituante des fonds propres).

Provision pour Dépréciation Durable (Art. R332-19)

La PDD constitue un dispositif dérogatoire par rapport au droit commun.

Cette provision est dotée à l'actif (actif soustractif). Il s'agit d'une correction de valeur. Elle peut s'appliquer à tous les actifs et se constitue ligne à ligne. Il n'existe pas de règles comptables visant à normer le calcul de la PDD. On la constitue dès lors que l'on considère qu'un titre a perdu de la valeur par rapport à sa valeur d'achat et ce de manière durable.

Le seuil de déclenchement de la PDD se fonde en principe sur des pratiques de marché : la PDD est provisionnée lorsque le titre est en-moins value latente depuis au moins 6 mois et que cette moins-value latente est supérieure à 20% (c'est le même principe que pour la cession, mais ici le titre est conservé).

Il convient, en premier lieu, de déterminer la valeur de recouvrement du titre considéré à un horizon donné. Celle-ci est calculée à partir des informations connues sur l'actif considéré. Nous pouvons la calculer de la façon suivante :

$$VREC_t^j = VM_t \times \exp(f(0, DDP) \times DDP)$$

avec :
- j la classe de l'actif
- VM_t la valeur de marché de l'actif i à la date t
- DDP la durée de détention probable : si l'horizon de détention est inconnu, elle correspondra à la durée historique moyenne de détention.
- $f(0, DDP)$ le taux forward sur une période de durée de détention probable.

La PDD est dotée de la façon suivante [1] :

$$VC_t - VREC_t = PDD_t$$

Ce mécanisme de dotation diffère, par conséquent, de la comptabilité générale pour laquelle l'écart entre la valeur de l'actif à l'instant t et la valeur d'achat doit être provisionné dans son ensemble.

D'où :

$$PDD_t^j = \max(0; VC_t^j - VREC_t^j)$$

La PDD n'existe pas dans le bilan prudentiel compte tenu de l'évaluation en *fair value*. Son montant devrait être retraité lors de la valorisation du bilan prudentiel afin d'éviter tout double comptage.

Provision pour Risque d'Exigibilité

Elle est constituée globalement sur le sous-groupe des actifs relatifs à l'article R332-20 (cela signifie que les obligations ne sont pas concernées). Elle apparaît au passif du bilan. Il s'agit de comparer la valeur nette comptable de tout le portefeuille à la valeur de réalisation globale à l'instant considéré.

Si la valeur de réalisation globale est supérieure à la valeur nette comptable, on ne dote pas de PRE. En revanche, si la valeur de réalisation globale est inférieure à la valeur nette comptable, la PRE est dotée. Il s'agit donc de la moins-value latente constatée sur le portefeuille.

Elle est dotée par tiers, c'est-à-dire constituée sur une période de 3 ans si la marge de solvabilité est respectée et si la couverture des engagements réglementaires est respectée. On déroge par rapport à la comptabilité générale, car on ne provisionne pas ici titre par titre. Nous supposerons, dans notre modèle, qu'elle est dotée totalement à chaque fois ; il s'agit d'une simplification mais qui demeure prudente.

Processus de dotation PDD/PRE La dotation en PDD vient diminuer la valeur nette comptable (pour rappel, la PDD est un actif soustractif) d'où une diminution de la moins-value latente et donc la PRE sera dotée uniquement s'il demeure de la moins-value latente après dotation de la PDD. Les deux types de provisions sont donc bien distincts et complémentaires.

Ainsi, cette provision est constituée lorsque les placements se retrouvent en situation de moins-value latente nette globale (nette de la PDD). On constate une moins-value latente nette globale des placements lorsque la valeur nette comptable des placements est supérieure à la valeur globale de ces mêmes placements évalués comme suit :

- Valeurs mobilières cotées et titres cotés : la valeur retenue est le dernier cours coté avant cette date.

1. On utilise la valeur comptable du fait de la présence d'obligations. En effet, il semble irréaliste de provisionner l'écart entre la valeur d'achat et valeur de recouvrement car la valeur intrinsèque des obligations diminue dans le temps. Ainsi, il convient d'utiliser la valeur comptable quel que soit l'actif considéré.

- Actions de sociétés d'investissement à capital variable et parts de fonds communs de placement : la valeur retenue est le dernier prix de rachat publié avant cette date.

D'où :

$$PRE_t = MVL_t$$

avec MVL_t les moins-values latentes (i.e. évaluées en net de PDD) à la date t.

Gestion PDD/PRE simplifiée Dans le cadre de notre modèle, nous avons considéré l'ensemble des provisions financières inhérentes à la gestion d'un portefeuille de contrats en euros. Parmi celles-ci, la Provision pour Dépréciation Durable et la Provision pour Risque d'Exigibilité dont nous avons explicité plus haut les processus de dotation. Ces provisions ne sont pas redondantes. Néanmoins, dans une optique de simplification, dans les modélisations ultérieures faisant appel à ces provisions, nous ne considérerons que la Provision pour Risque d'Exigibilité. Cela peut être justifié par le fait que nous supposons une gestion de la PRE cohérente et efficace. Nous avons choisi de simplifier en optant pour la PRE et non pour la PDD dans la mesure où la PRE constitue un élément du passif contrairement à la PDD qui est un actif soustractif. La gestion de notre modèle sera donc plus transparente lors de son implémentation. Si on suppose que la gestion du portefeuille d'actifs est efficace et que les actifs choisis sont de bonne qualité (c'est-à-dire rentable et peu risqués, et notamment pour les obligations non prises en compte dans la PRE), ce qui est le cas dans notre modèle puisque l'allocation-cible a été choisie pour son optimalité, alors la gestion ligne à ligne des moins-values latentes ne semble pas nécessaire. En revanche, une gestion efficace de la moins-value latente globale paraît être profitable. Par conséquent, par la suite nous simplifierons la gestion de ces provisions en se restreignant à la seule provision pour risque d'exigibilité bien gérée.

3.3.3 Investissement / Désinvestissement

Règle de rebalancement de l'actif

A $t = 0$, on définit l'allocation cible de l'actif représentatif de la classe j :

$$AC^j = \frac{VM_0^j}{VM_0^{Pf}}$$

Cette allocation cible représente le pourcentage de la valeur de marché de l'actif représentatif de la classe j dans la valeur de marché totale du portefeuille à l'instant 0. A chaque période, on rebalancera l'actif par des investissements/désinvestissements dans le but de retrouver l'allocation cible.

Investissement/désinvestissement

Préliminaires : décaissements à réaliser A la fin d'une période, les décaissements à réaliser sont les prestations concernant les assurés ayant racheté leur contrat durant cette période ou dont le contrat se termine durant la période, et les frais encourus durant cette période.

Face à ces décaissements, les liquidités disponibles sont les coupons, dividendes, loyers et intérêts perçus sur les actifs durant cette période, les plus ou moins-values réalisées. Les plus ou moins-values réalisées sont les plus ou moins-values sur la vente des actifs opérée si besoin de rebalancement pour atteindre l'allocation-cible. On considère en première approximation que l'intégralité de la PB est reversée au terme du contrat.

Le schéma intervenant alors est le suivant :

1. On compare les décaissements à réaliser aux liquidités disponibles.
2. Si les liquidités suffisent, on a réalisé un surplus net correspondant aux liquidités moins les décaissements, qu'on utilise pour partie en rebalancement de l'actif, et pour partie en dotation de la PPB.
3. Sinon, on utilise la PPB disponible alors, ce qui conduit à un nouveau montant de la PPB (positif ou nul).
4. Si le montant de la PPB n'est pas suffisant, on doit vendre des actifs, en se conformant aux règles relatives à l'allocation cible. Ceci conduit à une nouvelle valeur de l'actif.

Portefeuille en plus-values latentes Calcul du pourcentage à désinvestir, vente liée au paiement des flux :

$$x = \frac{\zeta_{[t]}}{VC^G_{PR,t}}$$

On peut alors déduire la valeur de marché de l'actif représentatif de chaque classe j après le paiement des flux :

$$VM^j_{P\zeta,t} = VM^j_{PR,t} \times (1 - x)$$

Néanmoins, il s'agit de prendre en compte les plus-values de cession réalisées lors de cette vente d'actifs. Nous supposerons que celles-ci sont comptabilisées sur l'actif monétaire, d'où l'expression de la valeur de marché après paiement des flux pour l'actif monétaire :

$$VM^M_{P\zeta,t} = VM^M_{PR,t} \times (1 - x) + VM^G_{PR} \times x - \zeta_{[t]}$$

De même, on peut décrire la valeur comptable de l'actif de la classe j :

$$VC^j_{P\zeta,t} = VC^j_{PR,t} \times (1 - x)$$

Et la valeur comptable de l'actif monétaire :

$$VC^M_{P\zeta,t} = VC^M_{PR,t} \times (1 - x) + VM^G_{PR} \times x - \zeta_{[t]}$$

Un résultat financier a donc été dégagé de la vente d'actifs liée au paiement des flux :

$$RF^{(1)}_t = (VM^G_{PR,t} - VC^G_{PR,t}) \times x$$

Ce résultat financier correspond aux profits dégagés du désinvestissement.

Portefeuille en moins-values latentes Calcul du pourcentage à désinvestir :

$$x = \frac{\zeta_{[t]}}{VM^G_{PR,t}}$$

Nous sommes ici en moins-values latentes, par conséquent la valeur de marché du portefeuille est inférieure à sa valeur comptable ; ici, utiliser la valeur de marché plutôt que la valeur comptable est un principe prudent. Finalement, on utilise dans le cas des plus et des moins-values latentes le minimum entre la valeur comptable et la valeur de marché. On retrouve la même expression de la valeur comptable ainsi que de la valeur de marché :

$$VM^j_{P\zeta,t} = VM^j_{PR,t} \times (1 - x)$$

$$VC^j_{P\zeta,t} = VC^j_{PR,t} \times (1 - x)$$

Le résultat financier obtenu est le même qu'en cas de plus-values latentes.

Investissement/désinvestissement et allocation-cible L'allocation-cible a déjà été décrite précédemment. L'objectif est de maintenir constante la proportion de chaque actif dans notre portefeuille. De cette contrainte, nous allons pouvoir déduire une règle d'investissement/désinvestissement. Nous allons devoir calculer le montant des revenus financiers à investir dans chaque classe d'actif.

$$VM^j_{\iota,t} = AC^j \times VM^G_{P\zeta,t} - VM^j_{P\zeta,t}$$

En cas de **désinvestissement**, on peut obtenir les valeurs de marché et comptable après désinvestissement de la façon suivante :

$$VM^j_{P\iota,t} = VM^j_{\iota,t} + VM^j_{P\zeta,t}$$

$$VC^j_{P\iota,t} = VC^j_{P\zeta,t}(1 + \frac{VM^j_{\iota,t}}{VM^j_{P\zeta,t}})$$

En cas d'**investissement**, dans chaque classe d'actif, une ligne d'actifs sera créée.

A l'issue de ce processus d'investissement/désinvestissement, un nouveau résultat financier peut être dégagé :

$$RF^{(2)}_t = (VC^G_{P\iota,t} - VC^G_{P\zeta,t})$$

Taux servi cible Nous recherchons une expression du taux servi. Pour ce faire, il nous est nécessaire d'introduire le taux cible, nécessaire dans la modélisation du rendement à réaliser explicité dans le paragraphe suivant. Le taux servi cible est à relier au taux que les assurés désireront pour leurs contrats. Ce taux dépend globalement des taux de marché et des taux servis par la concurrence, qui dépendent eux-mêmes des taux de marché : si les taux de marché sont bas, l'actif aura un rendement faible, et les assureurs ne pourront promettre des taux élevés, et réciproquement.

Le taux cible visé par les assureurs est donc le taux pour lequel, en revalorisant leurs contrats à ce taux, ils ne feront pas face à des rachats conjoncturels. Dans notre modèle, même si l'on ne prend pas ces rachats conjoncturels en compte, cette hypothèse doit être respectée pour la cohérence du modèle. Globalement :

$$r_\sigma = \max(TMG, TME, t_{\kappa_{PL}})$$

en notant TMG le taux minimum garanti par l'assureur sur le contrat, TME le taux moyen des emprunts d'Etat, et $t_{\kappa_{PL}}$ le taux de chargement de gestion On suppose ici qu'on peut approcher le taux de la concurrence par le taux moyen des emprunts d'Etat (en concurrence pure et parfaite), et en notant que le taux de revalorisation du contrat ne peut être inférieur au taux de chargement de gestion (on ne peut retirer à l'épargne acquise de l'assuré plus que ce qu'on lui verse en revalorisation).

Rendement financier Nous pouvons, grâce aux formules développées précédemment, donner une expression du rendement financier sur une période donnée, i.e. à la date t (le laps de temps écoulé entre $t - dt$ et t étant choisi selon nos besoins).

$$r_A(t) = \frac{RF_t^{(1)} + RF_t^{(2)}}{PM(t)}$$

Le rendement financier ci-dessus obtenu peut ne pas être suffisant au regard du rendement financier souhaité par l'assureur. Dans ce cas, certaines plus-values latentes devront être réalisées afin de parvenir au rendement financier souhaité. On introduit alors un rendement à réaliser, noté Rdt_{AR}, qui correspond à la différence entre le rendement de l'actif souhaité, noté r_σ et le rendement financier réalisé, $r_A(t)$. Il n'est pas toujours nécessaire de réaliser toutes les plus-values latentes pour parvenir à combler l'écart entre rendement souhaité et rendement financier effectif. Ainsi, on peut calculer le rendement à réaliser de la façon suivante :

$$Rdt_{AR,t} = \left(\min(r_\sigma - r_A(t); \frac{VM^A_{P_\iota,t} - VC^A_{P_\iota,t}}{PM(t)}) \right)_+$$

avec $(x)_+$ la partie positive de la quantité x Intéressons-nous tout d'abord au min : le premier terme correspond à ce que l'on cherche à atteindre, c'est-à-dire combler l'écart entre le rendement souhaité et le rendement financier ; le second terme correspond au rendement maximal que l'on peut obtenir par l'intermédiaire des plus-values réalisables sur notre portefeuille. Il existe des situations où l'écart entre le rendement souhaité et le rendement effectif est trop important, auquel cas on devra se contenter du maximum réalisable par le portefeuille. On réalise seulement les plus ou moins-values latentes sur la partie actions du portefeuille dans la mesure où les plus ou moins-values latentes réalisées sur le portefeuille obligataire ont un impact sur la réserve de capitalisation décrite précédemment. Nous pouvons considérer que seules les actions seront vendues (la rapidité de la réalisation de la vente justifie ce choix).

En outre, si les actifs sont tous en moins-values latentes, on ne peut espérer un rendement financier supplémentaire de la vente de ces actifs, d'où la nécessité de prendre dans la formule précédente la partie positive du minimum décrit ci-dessus.

On peut ainsi calculer la valeur des plus ou moins-values latentes nouvellement réalisées pour atteindre le rendement à réaliser :

$$PMVL_t^G = Rdt_{AR,t} \times PM(t)$$

Les assureurs réaliseront donc les plus-values latentes inhérentes au portefeuille action.
Soit :

$$\begin{aligned}
\%PMVL_t^A &= \min(100\%, \frac{PMVL_t^G}{VM_{P\iota,t}^A - VC_{P\iota,t}^A}) \\
&= \min(100\%, \frac{Rdt_{AR,t} \times PM(t)}{VM_{P\iota,t}^A - VC_{P\iota,t}^A})
\end{aligned}$$

le pourcentage des plus ou moins-values latentes du portefeuille action qui sont réalisées.

On note $PMVL_t^A$ le montant des plus-values réalisées : $PMVL_t^A = \%PMVL_t^A \times (VM_{P\iota,t}^A - VC_{P\iota,t}^A)$.

On retire donc de ce mécanisme de vente et d'achat un troisième résultat financier :

$$RF_t^{(3)} = PMVL_t^A$$

Provision pour participation aux bénéfices

Nous avons donc, dans les sections précédentes, décrit les provisions (notamment les provisions mathématiques, la provision pour dépréciation durable, la provision pour risque d'exigibilité et la réserve de capitalisation) ainsi que le mécanisme d'investissement/désinvestissement.
Il nous faut maintenant décrire la dynamique des mouvements des provisions.

Calcul des mouvements de provisions Les mouvements de provisions correspondent à la différence entre les provisions financières en t et les provisions d'actifs en $(t-dt)$ et à la différence entre les PM revalorisées et les PM non revalorisées à chaque instant (ce qui constitue la contrepartie temps continu des mouvements en fin de période qui auraient lieu en temps discret). On distingue le résultat technique du résultat financier, car nous aurons besoin de ces deux notions pour la provision pour participation aux bénéfices.

Ci-dessous sont détaillés les mouvements inhérents au résultat technique :

$$\Delta P_t^{\psi} = \Delta PM_t - \zeta_{[t]}$$

Maintenant, si on considère une variation des provisions mathématiques sur une période infinitésimale on peut écrire de façon formelle :

$$\Delta PM_t \approx PM'(t) \cdot dt$$

Mouvements inhérents au résultat financier (plus ou moins-values réalisées ou latentes) :

$$\Delta P_t^{\xi} = \Delta RC_{[t]} + \Delta PRE_{[t]}$$

Si on envisage une variation infinitésimale sur une très courte période, on peut écrire :

$$\Delta P_t^{\xi} \approx dRC_t + dPRE_t$$

Provision pour participation aux bénéfices (Article A.331-3 et articles suivants On suppose que les taux de participation sur résultat technique et sur résultat financier sont uniformes sur tous les contrats (afin de ne calculer qu'un montant de PB, on ne calcule pas un montant de PB par contrat et donc pas un taux de revalorisation par contrat).

Soient t^{ξ}_{PB} le taux de participation sur résultats financiers et t^{ψ}_{PB} le taux de participation sur résultat technique. A partir de cela, nous pouvons donner une dynamique générale à la réserve de participation aux bénéfices de la période t :

$$dRes_t = \max\Big(-Res_t, (t^{\xi}_{PB} - t_{\phi_{PL}}) \times (\Delta P^{\xi}_t + RF^{(1)}_t + RF^{(2)}_t + RF^{(3)}_t) + t^{\psi}_{PB} \times (\Delta P^{\psi}_t - \rho_t)\Big)dt \quad (3.4)$$

Si l'on suppose que la participation aux bénéfices est reversée à chaque période alors la participation aux bénéfices à la date t sera simplement égale à la réserve Res_t.

Dans le modèle développé, nous avons donc deux types de provisions : les provisions mathématiques et les provisions « financières » (PDD, PRE et Réserve de capitalisation). Il s'agit, à partir de la dynamique de la réserve de participation aux bénéfices décrite ci-dessus, de déterminer la dynamique du taux servi net de frais de gestion (également fonction du taux de rendement de l'actif et éventuellement de son historique). On aimerait donc écrire la dynamique précédente sous la forme :

$$dRes(t) = \max(PM(t)\,(r_A(t) - r_S(t))\,, -Res(t))dt \quad (3.5)$$

où r_A représente le taux de rendement de l'actif (c'est-à-dire le rendement brut du portefeuille, qu'on corrige ensuite en fonction des règles comptables et d'affectation de la PB), et r_S le taux servi aux assurés. Rappelons le comportement de ce fonds déjà développé dans la section concernant le modèle simplifié de gestion actif/passif. Tout d'abord, en fonctionnement « normal », c'est-à-dire lorsque le taux r_A est supérieur à r_S, le fonds croît en $PM(t)(r_A(t) - r_S(t))$. Lorsque r_A est inférieur à r_S, deux régimes sont possibles. Si $F(t)$ est « grand », c'est-à-dire supérieur à la valeur absolue de $PM(t)(r_A(t) - r_S(t))$, on a une décroissance du fonds en $PM(t)|r_A(t) - r_S(t)|$, le fonds joue son rôle d'absorption des fluctuations à la baisse du rendement des actifs. Cependant, lorsque ce fonds aura trop diminué, c'est-à-dire quand $F(t) \leq PM(t)|r_A(t) - r_S(t)|$, on aura une dynamique exponentielle de décroissance du fonds vers 0 (ce qui évite qu'il devienne négatif à un moment).

On peut alors identifier les deux équations précédentes, ce qui fournit :

$$\begin{aligned} r_S(t) = r_A(t) - \frac{1}{PM(t)} & \times \Big((t^{\xi}_{PB} - t_{\phi_{PL}}) \times (\Delta P^{\xi}_t + RF^{(1)}_t \\ & + RF^{(2)}_t + RF^{(3)}_t) \\ & + t^{\psi}_{PB} \times (\Delta P^{\psi}_{[t]} - \rho_t)\Big) \end{aligned}$$

Dans notre implémentation, les flux (e.g. rachat des contrats) sont modélisés par la différence des provisions mathématiques entre deux instants. En outre, on a considéré que les frais de prestation étaient ignorés (on pourraient les calculer en multipliant le *best estimate* par t_{Φ_P}) et les frais de gestion des placements est déjà pris en compte :

nous avons défalqué le taux de participation sur résultats financiers par le taux inhérent aux frais de gestion des placements $t^{\xi}_{PB} - t_{\phi_{PL}}$. Par conséquent, le résultat technique ne sera pas observable puisque provisions et flux se compenseront. Par conséquent, cette équation peut se réécrire de la façon suivante :

$$\begin{aligned} r_S(t) = r_A(t) - \frac{1}{PM(t)} \quad &\times \quad \Big((t^{\xi}_{PB} - t_{\phi_{PL}}) \times (\Delta P^{\xi}_t + RF^{(1)}_t \\ &+ \quad RF^{(2)}_t + RF^{(3)}_t)\Big) \end{aligned}$$

Par conséquent :

$$r_S(t) = r_A(t) - \frac{(t^{\xi}_{PB} - t_{\phi_{PL}})}{PM(t)} \Big(dRC_t + dPRE_t + RF^{(1)}_t + RF^{(2)}_t + RF^{(3)}_t\Big) \tag{3.6}$$

A partir de cette identification on peut énoncer la propriété suivante :

Propriété. *Les provisions mathématiques $PM(t)$ suivent une équation différentielle non linéaire du premier ordre, avec des coefficients non constants de la forme :*

$$\begin{aligned} PM'(t) + PM(t)\mu_t - \Big(PM'(t)dt \times Z + RF^{(2)}_t(PM'(t)dt)\Big) \times (1 - t^{\xi}_{PB} + t_{\phi_{PL}}) \\ - (t_{\phi_{PL}} - t^{\xi}_{PB})RF^{(3)}_t(PM(t), PM'(t)dt) \\ = (t_{\phi_{PL}} - t^{\xi}_{PB})(dRC_t + dPRE_t) \end{aligned} \tag{3.7}$$

avec : $Z = \begin{cases} H = \frac{VM^G_{PR,t} - VC^G_{PR,t}}{VC^G_{PR,t}} & \text{dans le cas d'un portefeuille en plus-values latentes} \\ J = \frac{VM^G_{PR,t} - VC^G_{PR,t}}{VM^G_{PR,t}} & \text{dans le cas d'un portefeuille en moins-values latentes} \end{cases}$

En raison des nombreux éléments de discontinuité qui font « sauter » la spécification de ses coefficients à chaque période, les théorèmes de Cauchy-Lipschitz ne garantissent pas d'unicité d'une éventuelle solution.

Démonstration. Cas d'un portefeuille en plus-values latentes

Dans ce cas, $Z = H = \frac{VM^G_{PR,t} - VC^G_{PR,t}}{VC^G_{PR,t}}$.

$$x = \frac{PM'(t) \cdot dt}{VC^G_{PR,t}}$$

On a donc, en remplaçant $r_A(t)$ par sa valeur :

$$r_S(t) = \frac{RF^{(1)}_t + RF^{(2)}_t}{PM(t)} - \frac{1}{PM(t)}(t^{\xi}_{PB} - t_{\phi_{PL}})(dRC_t + dPRE_t + RF^{(1)}_t + RF^{(2)}_t)$$

$$r_S(t) \times PM(t) = (RF^{(1)}_t + RF^{(2)}_t)(1 - (t^{\xi}_{PB} - t_{\phi_{PL}})) - (t^{\xi}_{PB} - t_{\phi_{PL}})(dRC_t + dPRE_t + RF^{(3)}_t)$$

Or,

$$RF^{(1)}_t = \frac{PM'(t) \cdot dt}{VC^G_{PR,t}}(VM^G_{PR,t} - VC^G_{PR,t})$$

Calculons la valeur de $RF^{(2)}$. Pour ce faire, nous allons d'abord nous concentrer sur l'expression de $VC^G_{P\iota,t}$:

$$VC^G_{P\iota,t} = VC^G_{P\zeta,t} + \sum_j \frac{VC^j_{P\zeta,t}}{VM^j_{P\zeta,t}} \times VM^j_{\iota,t}$$

Donc :

$$\begin{aligned}
RF_t^{(2)} &= (VC^G_{P\iota,t} - VC^G_{P\zeta,t}) \\
&= \sum_j \frac{VC^j_{P\zeta,t}}{VM^j_{P\zeta,t}} \times VM^j_{\iota,t} \\
&= \sum_j \frac{VC^j_{P\zeta,t}}{VM^j_{P\zeta,t}} \times (AC^j \times VM^G_{P\zeta,t} - VM^j_{P\zeta,t})
\end{aligned}$$

Dans un premier temps, calculons la valeur globale de marché après paiement des flux :

$$\begin{aligned}
VM^G_{P\zeta,t} &= \sum_j VM^j_{PR,t}\left(1 - \frac{PM'(t)dt}{VC^G_{PR,t}}\right) + \frac{PM'(t)dt}{VC^G_{PR,t}} \times VM^G_{PR,t} - PM'(t)dt \\
&= \left(1 - \frac{PM'(t)dt}{VC^G_{PR,t}}\right)\sum_j VM^j_{PR,t} + PM'(t)dt\left(\frac{VM^G_{PR,t}}{VC^G_{PR,t}} - 1\right) \\
&= VM^G_{PR,t} - PM'(t)dt
\end{aligned}$$

Par conséquent :

$$\begin{aligned}
RF_t^{(2)} &= \sum_{j\in\{O,A,I\}} \frac{VC^j_{PR,t}}{VM^j_{PR,t}} \times AC^j \times (VM^G_{PR,t} - PM'(t)dt) - VC^j_{PR,t} \times \left(1 - \frac{PM'(t)dt}{VC^G_{PR,t}}\right) \\
&+ \frac{VC^M_{P\zeta,t}}{VM^M_{P\zeta,t}} \times (AC^M \times (VM^G_{PR,t} - PM'(t)dt) - VM^M_{P\zeta,t})
\end{aligned}$$

Or,

$$\begin{aligned}
\frac{VC^M_{P\zeta,t}}{VM^M_{P\zeta,t}} &\times (AC^M \times (VM^G_{PR,t} - PM'(t)dt) - VM^M_{P\zeta,t}) \\
&= VC^M_{P\zeta,t}\left(\frac{AC^M}{VM^M_{P\zeta,t}} \times (VM^G_{PR,t} - PM'(t)dt) - 1\right) \\
&= \left\{VC^M_{PR,t} \times \left(1 - \frac{PM'(t)dt}{VC^G_{PR,t}}\right) + VM^G_{PR,t} \times \frac{PM'(t)dt}{VC^G_{PR,t}} - PM'(t)dt\right\} \\
&\times \left\{\frac{AC^M \times (VM^G_{PR,t} - PM'(t)dt)}{VM^M_{PR,t} \times \left(1 - \frac{PM'(t)dt}{VC^G_{PR,t}}\right) + VM^G_{PR,t} \times \frac{PM'(t)dt}{VC^G_{PR,t}} - PM'(t)dt}\right\} \\
&= (VC^M_{P\iota,t} - VC^M_{P\zeta,t})(PM'(t)dt)
\end{aligned}$$

On peut, en reprenant ces notations exprimer $RF_t^{(2)}$:

$$\begin{aligned}
RF_t^{(2)} &= \sum_{j\in\{O,A,I\}} \frac{VC^j_{PR,t}}{VM^j_{PR,t}} \times AC^j \times (VM^G_{PR,t} - PM'(t)dt) - VC^j_{PR,t} \times \left(1 - \frac{PM'(t)dt}{VC^G_{PR,t}}\right) \\
&+ (VC^M_{P\iota,t} - VC^M_{P\zeta,t})(PM'(t)dt) \\
&= RF_t^{(2)}(PM'(t)dt)
\end{aligned}$$

En réinjectant ces résultats financiers dans l'expression de $r_S(t) \times PM(t)$:

$$\begin{aligned}
r_S(t) \times PM(t) &= \left\{\left(\frac{PM'(t)dt}{VC^G_{PR,t}}\right)(VM^G_{PR,t} - VC^G_{PR,t})\right. \\
&+ \left.(RF_t^{(2)}(PM'(t)dt))(1 - t^{\xi}_{PB} + t_{\phi_{PL}})\right\} \\
&+ (t_{\phi_{PL}} - t^{\xi}_{PB})(dRC_t + dPRE_t + RF_t^{(3)})
\end{aligned}$$

Nous allons maintenant nous concentrer sur l'expression de $PM(t)$ afin de pouvoir expliciter une équation différentielle. Tout d'abord, décrivons l'équation inhérente à $PM(t)$:

$$PM(t) = n \times CC \times S_t \times \exp\left(\int_0^t r_S(u)du\right)$$

Nous pouvons déduire de cette équation une expression de $PM'(t)$:

$$\begin{aligned}
PM'(t) &= n \times CC \left\{S'(t)\exp\left(\int_0^t r_S(u)du\right) + S_t \exp\left(\int_0^t r_S(u)du\right) r_S(t)\right\} \\
&= n \times CC \times S'(t)\exp\left(\int_0^t r_S(u)du\right) + n \times CCS_t \exp\left(\int_0^t r_S(u)du\right) r_S(t) \\
&= n \times CC \times S'(t)\exp\left(\int_0^t r_S(u)du\right) + r_S(t)PM(t)
\end{aligned}$$

Or, par définition :

$$\mu_t = \frac{f_t}{S_t} = -\frac{S'(t)}{S_t}$$

On peut donc en déduire une forme réduite de $PM'(t)$:

$$\begin{aligned}
PM'(t) &= -n \times CCS_t\mu_t \exp\left(\int_0^t r_S(u)du\right) + r_S(t)PM(t) \\
&= -PM(t)\mu_t + r_S(t)PM(t)
\end{aligned}$$

Par conséquent :

$$r_S(t) \times PM(t) = PM'(t) + PM(t)\mu_t$$

On rappelle que $H = \frac{VM^G_{PR,t} - VC^G_{PR,t}}{VC^G_{PR,t}}$, on obtient donc l'expression suivante :

$$\begin{aligned}
PM'(t) &+ PM(t)\mu_t \\
&- \left(PM'(t)dt \times H + RF_t^{(2)}(PM'(t)dt)\right) \\
&\times (1 - t^{\xi}_{PB} + t_{\phi_{PL}}) \\
&= (t_{\phi_{PL}} - t^{\xi}_{PB})(dRC_t + dPRE_t + RF_t^{(3)})
\end{aligned}$$

Intéressons-nous maintenant au $RF^{(3)}$. Pour ce faire, nous devons tout d'abord développer $Rdt_{AR,t}$.

$$\begin{aligned} r_\sigma - r_A(t) &= r_\sigma - \left(\frac{RF_t^{(1)} + RF_t^{(2)}}{PM(t)}\right) \\ &= r_\sigma - \frac{PM'(t)dt}{VC^G_{PR,t}} \times \frac{VM^G_{PR,t} - VC^G_{PR,t}}{PM(t)} - \frac{RF_t^{(2)}(PM'(t)dt)}{PM(t)} \end{aligned}$$

On a en outre :

$$\begin{aligned} VM^A_{P\iota,t} - VC^A_{P\iota,t} &= VM^A_{\iota,t} + VM^A_{P\zeta,t} - VC^A_{P\zeta,t}\left(1 + \frac{VM^A_{\iota,t}}{VM^A_{P\zeta,t}}\right) \\ &= AC^A \times VM^G_{P\zeta,t} - \frac{VC^A_{P\zeta,t}}{VM^A_{P\zeta,t}} \times AC^A \times VM^G_{P\zeta,t} \end{aligned}$$

Or :

$$VM^A_{P\zeta,t} = VM^A_{PR,t}\left(1 - \frac{PM'(t)dt}{VC^G_{PR,t}}\right)$$

$$VC^A_{P\zeta,t} = VC^A_{PR,t}\left(1 - \frac{PM'(t)dt}{VC^G_{PR,t}}\right)$$

$$\begin{aligned} VM^G_{P\zeta,t} &= \left(1 - \frac{PM'(t)dt}{VC^G_{PR,t}}\right)\sum_j VM^j_{PR,t} + PM'(t)dt\left(\frac{VM^G_{PR,t}}{VC^G_{PR,t}} - 1\right) \\ &= VM^G_{PR,t} - PM'(t)dt \end{aligned}$$

Par conséquent :

$$\frac{VM^A_{P\iota,t} - VC^A_{P\iota,t}}{PM(t)} = \frac{AC^A}{PM(t)} \times (VM^G_{PR,t} - PM'(t)dt)\left(1 - \frac{VC^A_{PR,t}}{VM^A_{PR,t}}\right)$$

On a donc une expression de $Rdt_{AR,t}$:

$$\begin{aligned} Rdt_{AR,t} = &\left(\min\left(r_\sigma - \frac{PM'(t)dt}{VC^G_{PR,t}} \times \frac{VM^G_{PR,t} - VC^G_{PR,t}}{PM(t)} - \frac{RF_t^{(2)}(PM'(t)dt)}{PM(t)},\right.\right. \\ &\left.\left.\frac{AC^A}{PM(t)} \times (VM^G_{PR,t} - PM'(t)dt)\left(1 - \frac{VC^A_{PR,t}}{VM^A_{PR,t}}\right)\right)\right)_+ \end{aligned}$$

Comme $PMVL^G_t = Rdt_{AR,t} \times PM(t)$ on peut exprimer cette valeur :

$$PMVL^G_t = (\min((r_{\sigma,t} - r_A(t)) \times PM(t), VM^A_{P_\iota} - VC^A_{P_\iota}))_+$$

On peut donc calculer :

$$\begin{aligned} \%PMVL^A_t &= \min\left(100\%, \left(\frac{PMVL^G_t}{VM^A_{P_\iota} - VC^A_{P_\iota}}\right)\right) \\ &= \min\left(100\%, \left(\frac{Rdt_{AR,t} \times PM(t)}{VM^A_{P_\iota} - VC^A_{P_\iota}}\right)\right) \\ &= \min\left\{100\%, \left(\min\left(\frac{(r_\sigma - r_A(t)) \times PM(t)}{VM^A_{P_\iota} - VC^A_{P_\iota}}, 100\%\right)\right)_+\right\} \end{aligned}$$

Par conséquent, on peut déduire une expression de $RF_t^{(3)}$:

$$RF_t^{(3)} = \min\left[(VM^A_{P\iota,t} - VC^A_{P\iota,t}), (\min((r_\sigma - r_A(t)) \times PM(t), (VM^A_{P\iota,t} - VC^A_{P\iota,t})))_+\right]$$

avec les valeurs de $(VM^A_{P\iota,t} - VC^A_{P\iota,t})$ et de $(r_\sigma - r_A(t))$ décrites ci-avant. On notera ce résultat financier $RF_t^{(3)}(PM(t), PM'(t)dt)$ d'où :

$$\begin{aligned} PM'(t) &+ PM(t)\mu_t - \Big(PM'(t)dt \times H + RF_t^{(2)}(PM'(t)dt)\Big) \times (1 - t^{\xi}_{PB} + t_{\phi_{PL}}) \\ &- (t_{\phi_{PL}} - t^{\xi}_{PB}) RF_t^{(3)}(PM(t), PM'(t)dt) \\ &= (t_{\phi_{PL}} - t^{\xi}_{PB})(dRC_t + dPRE_t) \end{aligned}$$

<u>Cas d'un portefeuille en moins-values latentes</u>

Dans ce cas, $Z = J = \frac{VM^G_{PR,t} - VC^G_{PR,t}}{VM^G_{PR,t}}$

$$x = \frac{PM'(t) \cdot dt}{VM^G_{PR,t}}$$

Dans le cas du portefeuille en moins-values latentes, du fait de la structure de x décrite ci-dessus, tous les actifs possèdent la même expression de leurs valeurs comptable et de marché après paiement des flux :

$$VC^j_{P\varsigma,t} = VC^j_{PR,t} \times (1 - x)$$

$$VM^j_{P\varsigma,t} = VM^j_{PR,t} \times (1 - x)$$

On a donc les expressions suivantes :

$$RF_t^{(1)} = \frac{PM'(t) \cdot dt}{VM^G_{PR,t}} (VM^G_{PR,t} - VC^G_{PR,t})$$

On rappelle que $J = \frac{VM^G_{PR,t} - VC^G_{PR,t}}{VM^G_{PR,t}}$, on obtient :

$$RF_t^{(1)} = PM'(t)dt \times J$$

Le calcul de $RF_t^{(2)}$ est plus aisé que dans le cas d'un portefeuille en plus-values latentes, on trouve une expression simplifiée de ce résultat financier :

$$\begin{aligned} RF^{(2)} &= \sum_j \frac{VC^j_{PR,t}}{VM^j_{PR,t}} \times AC^j \times VM^G_{PR,t} \left(1 - \frac{PM'(t)dt}{VM^G_{PR,t}}\right) - \frac{VC^j_{PR,t}}{VM^j_{PR,t}} \times VM^j_{PR,t} \left(1 - \frac{PM'(t)dt}{VM^G_{PR,t}}\right) \\ &= \sum_j VC^j_{PR,t} \left\{ \frac{AC^j \times (VM^G_{PR,t} - PM'(t)dt)}{VM^j_{PR,t}} - \left(1 - \frac{PM(t)}{VM^G_{PR,t}}\right) \right\} \\ &= \sum_j VC^j_{PR,t} \left(\frac{AC^j VM^G_{PR,t}}{VM^j_{PR,t}} - 1 \right) - PM'(t)dt \sum_j VC^j_{PR,t} \left(\frac{AC^j}{VM^j_{PR,t}} - \frac{1}{VM^G_{PR,t}} \right) \end{aligned}$$

En développant l'expression de $r_S(t) \times PM(t)$ et les expressions de $RF^{(1)}$ et $RF^{(2)}$ puis en réarrangeant, on obtient :

$$\begin{aligned}
PM'(t) &+ PM(t)\mu_t \\
&- \left\{ PM'(t)dt \left(J - \sum_j VC^j_{PR,t} \left(\frac{AC^j}{VM^j_{PR,t}} - \frac{1}{VM^G_{PR,t}} \right) \right) \right\} (1 - t^{\xi}_{PB} + t_{\phi_{PL}}) \\
&= \sum_j VC^j_{PR,t} \left(\frac{AC^j \times VM^G_{PR,t}}{VM^j_{PR,t}} - 1 \right) (1 - t^{\xi}_{PB} + t_{\phi_{PL}}) \\
&+ (t_{\phi_{PL}} - t^{\xi}_{PB})(dRC_t + dPRE_t + RF^{(3)}_t)
\end{aligned}$$

Dans ce cas, le calcul de $RF^{(3)}$ diffère dans la mesure où :

$$\begin{aligned}
r_\sigma - r_A(t) &= r_\sigma - \frac{PM'(t)dt}{VM^G_{PR,t}} \times \frac{VM^G_{PR,t} - VC^G_{PR,t}}{PM(t)} \\
&- \frac{1}{PM(t)} \left(1 - \frac{PM'(t)dt}{VM^G_{PR,t}} \right) \sum_j VC^j_{PR,t} \times \left(\frac{VM^G_{PR,t} \times AC^j}{VM^j_{PR,t}} - 1 \right)
\end{aligned}$$

et :

$$\begin{aligned}
VM^A_{P\iota,t} - VC^A_{P\iota,t} &= AC^A \times VM^G_{PR,t} \left(1 - \frac{PM'(t)dt}{VM^G_{PR,t}} \right) \left(1 - \frac{VC^A_{PR,t}}{VM^A_{PR,t}} \right) \\
&= AC^A \times (VM^G_{PR,t} - PM'(t)dt) \left(1 - \frac{VC^A_{PR,t}}{VM^A_{PR,t}} \right)
\end{aligned}$$

On retrouve l'expression de :

$$\begin{aligned}
RF^{(3)}_t((PM(t), PM'(t)dt) &= \min \big[(VM^A_{P\iota,t} - VC^A_{P\iota,t}), \\
&\quad (\min((r_{\sigma,t} - r_A(t)) \times PM(t), (VM^A_{P\iota,t} - VC^A_{P\iota,t})))_+ \big]
\end{aligned}$$

avec les valeurs de $(VM^A_{P\iota,t} - VC^A_{P\iota,t})$ et de $(r_{\sigma,t} - r_A(t))$ décrites ci-avant. □

Comme précisé, l'existence et unicité de la solution de cette équation différentielle n'est garantie par aucun théorème (en particulier, les différents énoncés du théorème de Cauchy-Lipschitz ne s'appliquent pas en raison du caractère essentiellement discontinu de cette équation). Si cependant une expression de $PM(t)$ existe, on pourra alors calculer le taux servi aux assurés en injectant la valeur de PM dans l'équation 3.6.

3.3.4 Logigramme du processus

On peut illustrer par le logigramme Fig.3.3 la logique de notre algorithme.

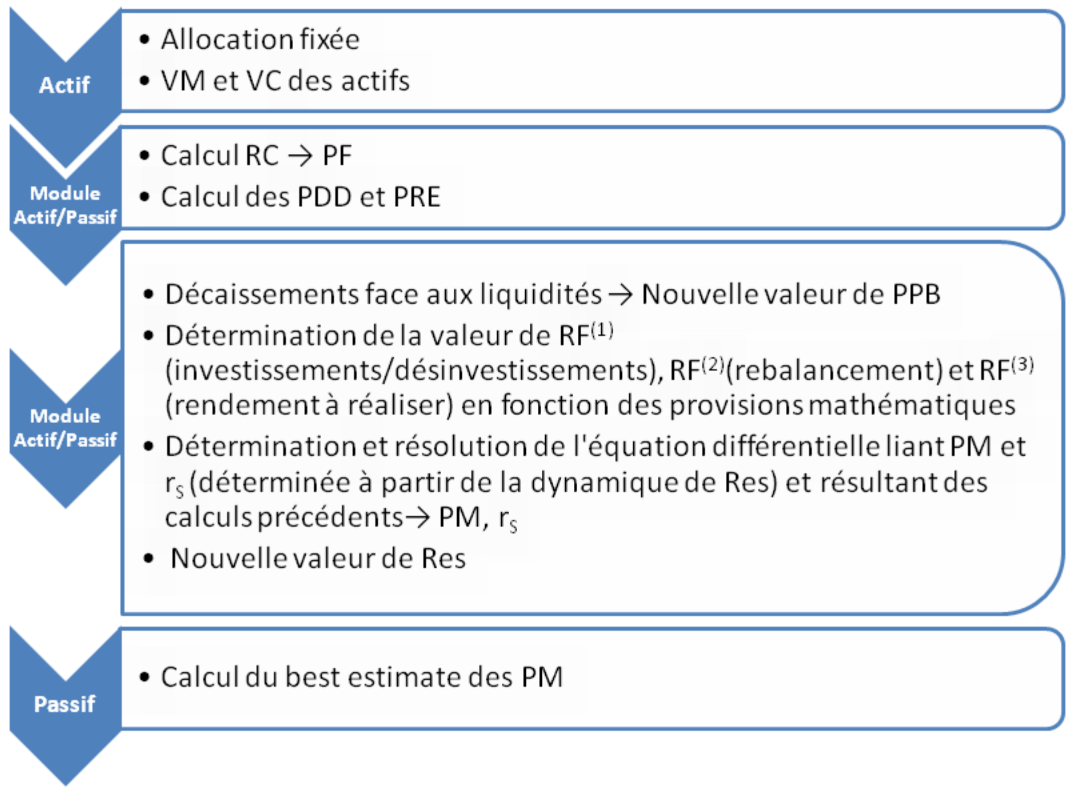


FIGURE 3.3 – Logigramme correspondant à l'algorithme introduit

Chapitre 4

Mise en œuvre des deux modèles, évaluation

Dans cette dernière partie, on évoque l'implémentation des modèles présentés dans le mémoire, ainsi que la comparaison entre les deux méthodes proposées dans le modèle de gestion actif/passif.

4.1 Gestion de l'actif

En ce qui concerne la gestion de l'actif, deux parties de la mise en œuvre nécessitent des détails : il s'agit tout d'abord de la discrétisation des équations traduisant la dynamique des actifs, puis de la gestion des corrélations entre actifs dans notre mise en œuvre.

4.1.1 Discrétisation des processus d'évolution des actifs

Le modèle présenté ci-dessus privilégie une description en temps continu des évolutions des divers éléments du passif et de l'actif, cohérente et plus élégante mathématiquement. Cependant, dans l'optique d'une mise en œuvre informatique, une discrétisation des processus est nécessaire. Nous allons ici détailler cette discrétisation appliquée à la dynamique des éléments d'actif.

Simulation de la courbe des taux courts

Dans toutes les discrétisations, on met en pratique une démarche similaire, dont l'étape maîtresse est l'utilisation du lemme d'Itō. Prenons l'exemple de l'équation régissant dans notre modèle l'évolution des taux *forward*. On a montré plus haut que ces taux respectaient l'équation suivante :

$$\begin{aligned} f(t,T) &= f(0,T) - \frac{\sigma_{taux}^2}{k}(1-\exp(-k(T-t))^2 + \frac{\sigma_{taux}^2}{2k^2}(1-\exp(-kT))^2 \\ &+ \sigma_{taux}\int_0^t \exp(-k(T-s))d\tilde{W}_s \end{aligned}$$

On applique alors le lemme d'Itō à $e^{-\delta t} f(t+\delta, T)$, ce qui permet d'aboutir au processus discrétisé suivant :

$$f(t+\delta,T) - e^{-k\delta} f(t,T) = -\frac{\sigma^2}{2}\left(K^2(T-t-\delta) - K^2(T-t)e^{-k\delta}\right) + e^{-k(T-t)}\sqrt{L(\delta)}\varepsilon_{tx}$$

en notant comme précédemment : $K(t) = \frac{1-\exp(-kt)}{k}$ et $L(t) = \frac{\sigma^2}{2k}(1-\exp(-2kt))$, et en tirant la variable aléatoire ε_{tx} selon une normale centrée réduite, corrélée aux variables aléatoires ε_{ac} et ε_{im} selon la matrice de corrélation dont on a parlé précédemment. On expose un peu plus loin la prise en compte de ces corrélations d'un point de vue pratique. Restons pour l'instant dans les détails de la discrétisation des processus.

La formule précédente pour les $f(t,T)$ nous permet de construire une matrice de dimensions $(k+1) \times (k+1)$ en notant comme auparavant $T = k\tau$. Notons que dans le programme, cette matrice aura en réalité une dimension de plus, son « épaisseur » NS correspondant au nombre de trajectoires stochastiques que la simulation parcourra. Gardons pour l'heure en tête les deux premières dimensions. La matrice ftT aura l'allure suivante :

$$ftT = \begin{pmatrix} f_{0,0} & \cdots & f_{0,k\tau} & \cdots & f_{0,T} \\ & \ddots & \vdots & \dots & \vdots \\ & & f_{k\tau,k\tau} & \cdots & f_{k\tau,T} \\ & (0) & & \ddots & \vdots \\ & & & & f_{T,T} \end{pmatrix}$$

La première ligne de cette matrice représente la courbe des taux, qui est observable sur le marché, et les lignes suivantes se déduisent verticalement à partir de la formule discrétisée et des tirages des ε_{tx}.

A partir de la formule pour $f(t,T)$ discrétisée, on peut déduire celle qui s'appliquera à $P(t,T)$ en utilisant notamment la relation de base $P(t,T) = \exp\left(-\int_t^T f(t,s)ds\right)$.

Pour la courbe des taux nous nous sommes appuyés sur les données de Imbeault et coll. (2011), proposant les valeurs initiales des taux forward $f(0,t)$ pour une maturité de 80 ans.

Simulation des trajectoires d'actions et d'actifs immobiliers

Ces deux classes d'actifs suivent une dynamique similaire, modélisée par un processus de Black-Scholes (seuls les paramètres μ et σ du processus sont propres à la classe d'actifs). La discrétisation de l'évolution est donc la même pour ces deux classes d'actifs, et correspond à la situation suivante. Soit un processus S_t suivant la dynamique de Black-Scholes :

$$\frac{dS_t}{S_t} = (r(t) - \mu)\, dt + \sigma d\tilde{W}_t$$

Le processus discrétisé pourra alors s'écrire de proche en proche de la façon suivante :

$$S_{t+1} = S_t \times \exp\left(r(t) - \mu - \frac{\sigma^2}{2} + \sigma\varepsilon\right)$$

avec ε une variable aléatoire suivant une loi normale centrée réduite. Comme discuté auparavant, il y aura donc pour ces deux classes d'actifs deux variables aléatoires, ε_{ac} et ε_{im}, qui seront corrélées entre elles et corrélées avec ε_{tx}.

Les autres classes d'actifs (obligations et valeurs monétaires) ne suivant pas un processus propre, mais des dynamiques dépendant des deux processus dont la dynamique et la discrétisation ont été précédemment décrites, on ne consacrera pas de plus amples explications à leur implémentation informatique.

4.1.2 Décomposition de Cholesky

Il aurait été efficace d'introduire la notion de copules afin d'étudier les corrélations entre les différentes classes d'actifs. Néanmoins, dans un souci de simplicité dans l'implémentation du modèle, nous nous sommes restreints à une approche linéaire. Nous avons utilisé la décomposition de Cholesky, légitime à partir du moment où les actifs décrits dans notre portefeuille sont fondés sur des lois gaussiennes.

La décomposition de Cholesky est un algorithme dont l'objectif est de résoudre le théorème suivant :

Théorème. *Soit A une matrice symétrique définie positive, il existe une matrice triangulaire inférieure L (de transposée L') telle que :*

$$A = LL'$$

Démonstration. On note $A = [a_{i,j}]_{\substack{i=1,\dots,n \\ j=1,\dots,n}}$ et on cherche à trouver $L = \begin{pmatrix} l_{1,1} & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & 0 \\ l_{n,1} & \cdots & l_{n,n} \end{pmatrix}$ telle que $A = LL'$.

$$A = LL' \Leftrightarrow a_{i,j} = \sum_{k=1}^{n} l_{i,k} \cdot l_{k,j} \quad 1 \leq i, j \leq n$$

On a défini L comme étant une matrice triangulaire inférieure, par conséquent ($l_{i,j} = 0 \quad \forall j \geq i$) et A comme étant une matrice symétrique donc ($a_{i,j} = a_{j,i} \quad \forall j, i$). Il s'agit donc de résoudre le système suivant :

$$a_{i,j} = \sum_{k=1}^{i} l_{i,k} \cdot l_{j,k} \quad 1 \leq i, j \leq n$$

La décomposition de Cholesky permet de déterminer les coefficients de la matrice L colonne par colonne. Par exemple, pour $i = 1$ on peut déterminer la première colonne de L :

$$\begin{aligned}
(j=1) \quad a_{11} &= l_{11} \cdot l_{11} \quad \Rightarrow \quad l_{21} = \frac{a_{12}}{l_{11}} = \frac{a_{12}}{\sqrt{a_{11}}} \\
(j=2) \quad a_{12} &= l_{11} \cdot l_{21} \quad \Rightarrow \quad l_{21} = \frac{a_{12}}{l_{11}} = \frac{a_{12}}{\sqrt{a_{11}}} \\
&\cdots \\
(j=n) \quad a_{1n} &= l_{11} \cdot l_{n1} \quad \Rightarrow \quad l_{n1} = \frac{a_{1n}}{l_{11}} = \frac{a_{1n}}{\sqrt{a_{11}}}
\end{aligned}$$

On peut donc par récurrence déterminer la i^e colonne en ayant au préalable calculer les $(i-1)^e$ premières colonnes :

$$
\begin{aligned}
(j < i) \quad & l_{ji} = 0 \\
(j = i) \quad & a_{ii} = l_{i1} \cdot l_{i1} + ... + l_{ii} \cdot l_{ii} \quad \Rightarrow \quad l_{ii} = \sqrt{a_{ii} - \sum_{k=1}^{i-1} l_{ik}^2} \\
(j = i+1) \quad & a_{i,i+1} = l_{i1} \cdot l_{i+1,1} + ... + l_{ii} \cdot l_{i+1,i} \quad \Rightarrow \quad l_{i+1,i} = \frac{a_{i,i+1} - \sum_{k=1}^{i-1} l_{ik} \cdot l_{i+1,k}}{l_{ii}} \\
(j = n) \quad & a_{i,n} = l_{i1} \cdot l_{n,1} + ... + l_{ii} \cdot l_{n,i} \quad \Rightarrow \quad l_{n,i} = \frac{a_{i,n} - \sum_{k=1}^{i-1} l_{ik} \cdot l_{n,k}}{l_{ii}}
\end{aligned}
$$

□

La décomposition de Cholesky va donc, appliquée à notre portefeuille, nous permettre de construire une solution unique telle que $A = LL'$ et telle que tous les éléments de la diagonale de L soient positifs.

Application à notre modèle

Pour l'implémentation de notre modèle nous aurons donc besoin d'introduire une matrice de corrélation entre les taux, les actions et l'immobilier. Ces actifs suivent des processus fondés sur la loi gaussienne. Nous utilisons la matrice de corrélation à partir de laquelle nous calculons la matrice de variance-covariance notée Σ à laquelle nous appliquerons la décomposition de Cholesky. Dans notre modélisation, il s'agira d'une matrice (3×3) de la forme suivante (Allag, 2008) :

$$
\begin{array}{c}
\begin{array}{ccc} Taux & Action & Immobilier \end{array} \\
\begin{pmatrix} \sigma_{1,1} & \sigma_{1,2} & \sigma_{1,3} \\ \sigma_{2,1} & \sigma_{2,2} & \sigma_{2,3} \\ \sigma_{3,1} & \sigma_{3,2} & \sigma_{3,3} \end{pmatrix}
\end{array}
\begin{array}{c} \\ Taux \\ Action \\ Immobilier \end{array}
$$

Soit $\mu' = (\mu_1, \mu_2, \mu_3)$ la moyenne du vecteur gaussien représentant nos actifs (taux, action, immobilier).

Une matrice de variance-covariance est par définition symétrique et définie positive par conséquent il est possible d'appliquer le théorème énoncé précédemment i.e. il existe une matrice triangulaire inférieure L telle que $\Sigma = LL'$.

Si $\varepsilon' = (\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3)$ est un vecteur gaussien centré réduit (dans l'implémentation nous travaillons avec un vecteur gaussien centré réduit) alors le vecteur $X = L \cdot \varepsilon + \mu$ est gaussien de moyenne μ et corrélé selon la matrice Σ.

On a donc :

$$
X = L \cdot \varepsilon + \mu \Leftrightarrow \begin{cases} X_1 &= l_{11} \cdot \varepsilon_1 + \mu_1 \\ X_2 &= l_{21} \cdot \varepsilon_1 + l_{22} \cdot \varepsilon_2 + \mu_2 \\ X_3 &= l_{31} \cdot \varepsilon_1 + l_{32} \cdot \varepsilon_2 + l_{33} \cdot \varepsilon_3 + \mu_3 \end{cases}
$$

$\mathbb{E}(X_i) = \mu_i$ car ε est centré.

$\mathbb{V}(X_i) = \sum_{k=1}^{i} l_{i,k}^2 = \sigma_{i,i}$ d'après l'équation développée précédemment $a_{i,j} = \sum_{k=1}^{i} l_{i,k} \cdot l_{j,k} \quad 1 \leq i, j \leq n$.

Enfin, $cov(X_i, X_j) = \sum_{k=1}^{i} l_{i,k} \cdot l_{j,k} = \sigma_{i,j} \quad 1 \leq i, j \leq n$ toujours d'après l'équation $a_{i,j} = \sum_{k=1}^{i} l_{i,k} \cdot l_{j,k} \quad 1 \leq i, j \leq n$ et parce que ε est i.i.d.

Il est ensuite aisé d'utiliser la décomposition de Cholesky afin de trouver les coefficients $[l_{i,j}]_{\substack{i=1,2,3 \\ j=1,2,3}}$.

La matrice utilisée lors de l'implémentation informatique est la suivante :

$$\begin{array}{cc} \begin{array}{ccc} Taux & Action & Immobilier \end{array} & \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & -0,4 \\ 0 & 1 & 0,75 \\ -0,4 & 0,75 & 1 \end{pmatrix} & \begin{array}{c} Taux \\ Action \\ Immobilier \end{array} \end{array}$$

Comme déjà évoqué dans la section 2.2.5, les actions sont positivement corrélées aux obligations et l'immobilier négativement corrélé aux obligations (décalage entre les cycles de prix de ces deux actifs). Nous avons donc fixé une corrélation négative de $-0,4$ entre les taux et l'immobilier. En revanche, nous avons maintenu une corrélation nulle entre les taux et les actions, ce qui se vérifie assez bien de façon empirique. Pour la même raison, nous avons choisi une corrélation assez élevée (0.75) entre valeurs immobilières et action.

4.1.3 Résultats de la simulation pour le modèle simplifié : 1000 trajectoires

La simulation de l'actif et du passif est identique dans les deux modèles présentés dans le cadre de cette étude.

Nous nous plaçons dans le cadre suivante :

- Le nombre de trajectoires du processus est de 1000.
- La courbe des taux forward est fournie par Imbeault et coll. (2011).
- La maturité des contrats est de 40 ans, nous avons utilisé la courbe des taux fournie et l'avons adaptée du fait de cette réduction de maturité.
- Les taux *forward* et les prix des zéro-coupons sont calculés à partir du modèle de Hull et White dont les paramètres sont : $\sigma_{taux} = 0,05$ et $k = 1,5$.
- La longueur de la période τ de notre modèle est de 1.
- La valeur de marché initiale de l'action représentative est de 2. L'évolution de la valeur de l'action suit un processus de Black-Scholes de paramètres $d^A = 0,05$ et $\sigma^A = 0,2$.
- Le nominal de l'obligation représentative est de 5 et son taux de coupon de 0,2.
- La valeur de marché initiale de l'actif immobilier représentatif est de 1,7. L'évolution de la valeur de cet actif suit un processus de Black-Scholes de paramètres $l^I = 0,03$ et $\sigma^I = 0,1$.
- La valeur de marché initiale du monétaire est de 1,5.

- Le capital constitutif placé est de 100. 10% sera placé dans le portefeuille actions, 70% dans le portefeuille obligataire, 15% dans le portefeuille immobilier et les 5% restant dans le portefeuille monétaire, ces proportions reproduisant les proportions moyennes observées dans les portefeuilles d'assureurs.
- La longueur de la période sur laquelle s'effectue la moyenne mobile quand on ne le précise pas est $\lambda = 3$.

L'allocation du capital constitutif dans les proportions indiquées ci-dessus s'explique de la façon suivante. Les assureurs proposant des contrats d'épargne en euros font face à des engagements caractérisés par une durée particulièrement longue. Par conséquent, une société d'assurance proposant de tels contrats devrait placer des ressources stables et longues. Si sur le long terme les actions rapportent plus que les obligations, il n'en reste pas moins que les fonds propres de l'entreprise demeure une ressource financière nécessaire. Les actionnaires apportant ces fonds, ils demanderont une compensation si l'entreprise décide d'investir dans des actifs risqués (prime de risque), typiquement les actions. Ainsi, sur une longue période la volatilité liée aux actions doit être compensée par cette prime de risque qui se trouve être supérieure aux obligations. D'où une tendance à investir dans des actifs non risqués (ou à plus proprement parler moins risqués) tels que les obligations (de Varenne, 2006).

En outre, la cinquième étude quantitative d'impact (QIS 5) décline le risque de marché en différents modules pour lesquels des chocs vont être appliqués. Ces chocs représentent le montant de capital à mobiliser en fonction de la classe d'actif dans laquelle la société d'assurance investit et des interactions avec le passif. Plus un actif est risqué, plus les capitaux propres réglementaires sont élevés (Campori et Flamand, 2001). Cette même étude (Campori et Flamand, 2001) rapporte que le capital réglementaire pour le risque actions sera de 30% (pour un investissement de 100 en actions, l'exigence de solvabilité sera de 30) alors qu'il ne serait que de 5 à 10% pour le risque obligation (sous le modèle standard). D'où une tendance très importante à investir la plus grande partie des capitaux dans des actifs obligataires.

Evolution des valeurs de marché et comptables des actifs

Les valeurs comptables sont les valeurs définies à la date $t = 0$ pour tous les actifs hormis les obligations, lesquelles, du fait du détachement des coupons, voient leur valeur comptable se modifier. Les simulations ont permis d'observer l'évolution des valeurs de marché suivantes sur 40 ans.

On constate, sur la figure 4.1, une légère évolution de la médiane de la valeur de marché des actions. En revanche, l'écart inter-quartiles et l'écart entre les valeurs extrêmes sont en augmentation constante. L'incertitude planant sur les valeurs de marché des actions augmente donc avec le temps. La volatilité entre les différentes trajectoires a tendance à augmenter. Il s'agit donc d'un profil pourvu d'une légère tendance haussière avec une volatilité croissante, dans le temps, autour de cette tendance. Il en va de même pour les valeurs de marché de l'immobilier (figure 4.2). On observe une tendance croissante de la médiane des valeurs de marché dans le temps. La croissance de cette tendance est plus affirmée que dans le cas des valeurs de marché des actions. En revanche, on observe le même type de comportement à savoir l'écart inter-quartiles et l'écart entre

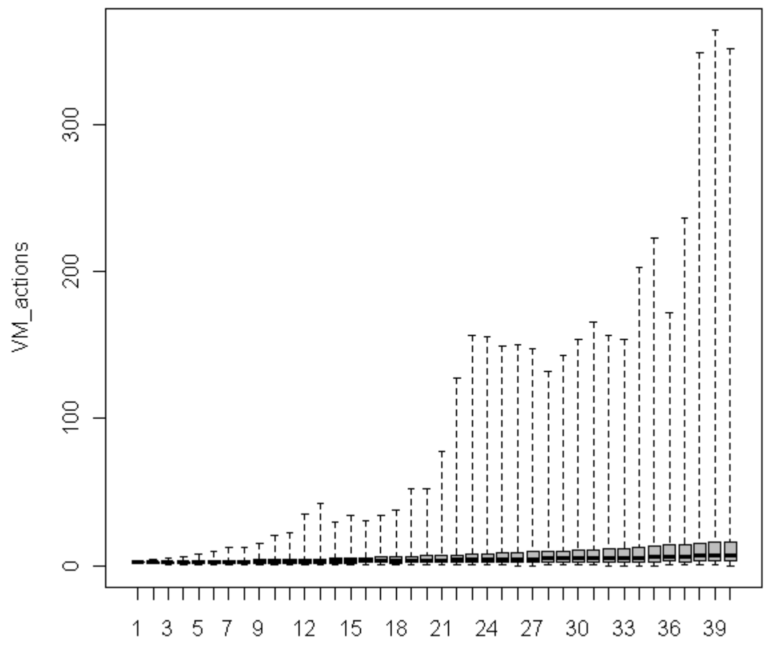


FIGURE 4.1 – Evolution des valeurs de marché de l'action, 1000 trajectoires.

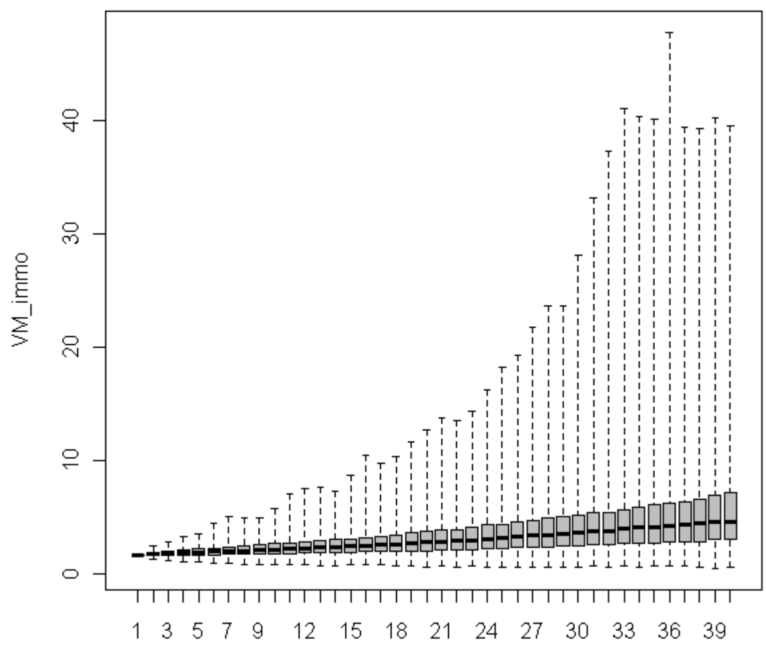


FIGURE 4.2 – Evolution des valeurs de marché de l'immobilier, 1000 trajectoires.

les valeurs extrêmes augmentent dans le temps. Néanmoins, l'écart est beaucoup moins important que pour les valeurs de marché des actions (pour lesquelles l'écart entre les valeurs extrêmes peut atteindre 300, ici le maximum atteint est d'environ 47). L'écart inter-quartiles, quant à lui, à tendance à plus se creuser que dans le cas des valeurs de marché des actions. Ainsi, les valeurs extrêmes sont moins importantes dans le cas de l'actif immobilier en revanche, la volatilité autour de la moyenne est plus importante.

Ces profils, qui reproduisent ici l'influence bien connue des paramètres μ et σ choisis pour nos processus de Black-Scholes, de même que les profils des obligations et monétaire (dont les courbes d'évolution ne sont pas reproduits ici), permettent de décrire le comportement de la valeur d'une action, d'un actif immobilier, d'une obligation et d'une unité du monétaire au cours de 1000 simulations et d'observer si ce comportement est stable ou non. On peut souligner une volatilité croissante dans le temps des actifs immobiliers et des actions au cours de la simulation, le long de ces 1000 trajectoires.

A partir de ces simulations des valeurs de marché des différents actifs, on peut déduire le nombre d'actifs détenus à partir du capital constitutif et des proportions investies sur chaque actif (il n'y a qu'un seul type d'actif par classe). La valeur de marché globale sur chaque classe peut donc être calculée.

Taux de rendement des actifs

A partir de ces valeurs de marché pour chaque classe d'actif, nous avons déduit le taux de rendement de ces actifs, nécessaire au calcul du taux servi du modèle simplifié d'interactions actif/passif. Ces simulations sont observables sur les figures 4.3 et 4.4.

La médiane des simulations de ces taux de rendement des actifs semble constante dans le temps. En revanche, l'écart inter-quartiles et l'étendue augmentent dans le temps. Il existe donc une variation très importante du taux de rendement des actifs entre ces 1000 trajectoires et cette variation est croissante. L'incertitude autour du rendement des actifs est donc importante. Afin de mieux observer ces variations, il nous faut faire référence à la figure 4.4. On peut constater que la médiane possède une légère tendance haussière de 0,025 à 0,03 environ. Par ailleurs, l'écart inter-quartiles tend à se creuser, il triple entre la date $t = 1$ et la date $t = 40$, d'où la confirmation de l'augmentation de l'incertitude autour du rendement des actifs (les simulations produisant des estimations relativement différentes au regard de cet écart inter-quartiles croissant).

Taux servi, $\lambda = 3$

Le taux servi (taux de revalorisation) est calculé comme une moyenne mobile du taux de rendement des actifs. Nous avons choisi de faire la moyenne sur une période de $\lambda = 3\tau$ avec la période τ de longueur 1 (choisie au début de l'implémentation). Le taux servi correspondra au maximum entre ce taux moyenne des rendements de l'actif sur une période longueur 3 et le taux minimum garanti que nous avons fixé à $TMG = 0,01$. Le taux servi possèdera donc une borne inférieure en $0,01$. 1000 trajectoires de ce taux servi ont été simulées et sont décrites par la figure 4.5. On observe une légère tendance haussière de la médiane du taux servi, si l'on omet le décrochage initial de 0 à 3 ans (forte augmentation puis forte diminution de l'écart inter-quartiles et de l'étendue). Le décrochage au début du contrat correspond au fait que sur la période de 0 à 3 ans

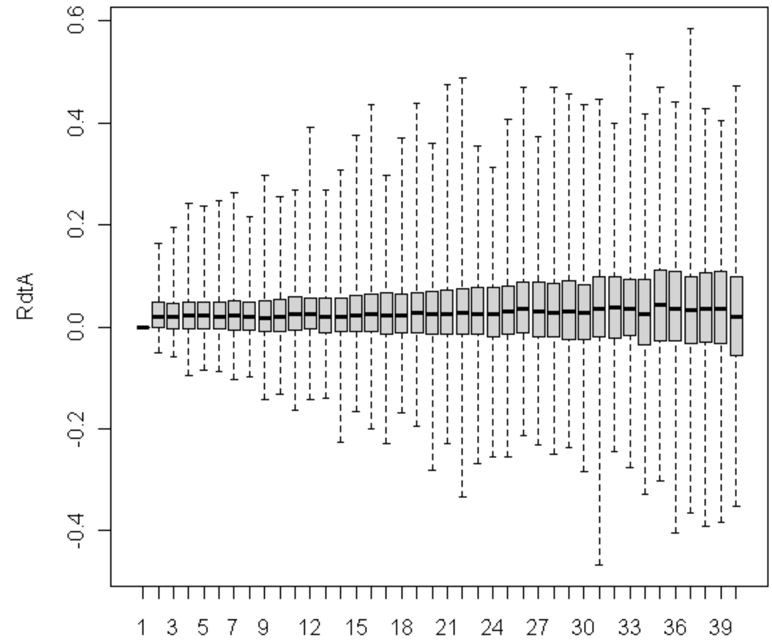


Figure 4.3 – Simulation du taux de rendement des actifs.

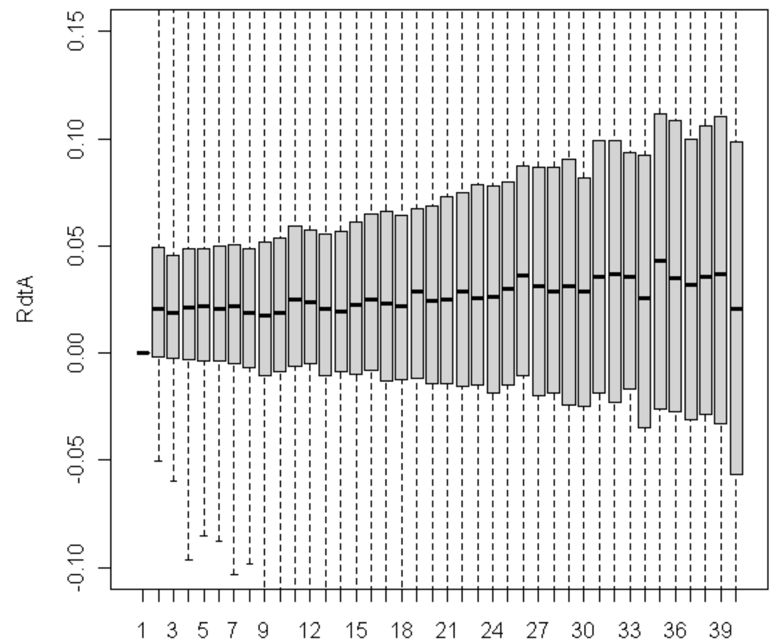


Figure 4.4 – Simulation du taux de rendement des actifs.

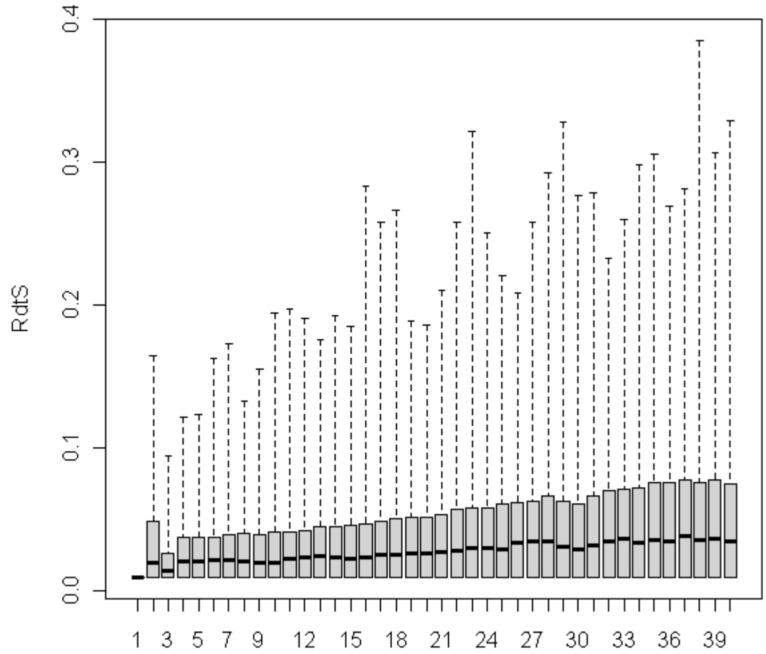


FIGURE 4.5 – Simulation du taux de revalorisation, $\lambda = 3$, 1000 trajectoires.

on n'effectue pas une moyenne mobile du taux de rendement des actifs sur la longueur souhaitée. Il n'y a donc pas de lissage des valeurs sur ce laps de temps. La partie d'intérêt commence donc à partir de la date $t = 3$. Comme suggéré, le taux de revalorisation est borné par le TMG, on n'observera donc pas de valeurs inférieures à $0,01$. On peut tout de même observer une augmentation de l'écart inter-quartiles et de l'étendue, dans le temps, autour de la tendance légèrement haussière de la médiane. Néanmoins, si l'écart inter-quartiles reste environ aussi important que dans le cas du taux de rendement de l'actif, on remarque que l'étendue a diminué : cela est dû au lissage sur 3 ans du taux de rendement de l'actif. Il est toutefois évident qu'on décèle une très grande variabilité entre les différentes trajectoires simulées (dues à la variabilité entre les différentes trajectoires simulées des actifs et donc de leur taux de rendement). La figure 4.6 confirme ce qui a été dit à savoir que la médiane possède une tendance légèrement haussière, en dépit de quelques fluctuations, et l'écart inter-quartile double entre la date $t = 3$ et la maturité du contrat. La variabilité des trajectoires simulées semble donc nettement augmenter avec le temps. Néanmoins, l'écart inter-quartiles croît moins que pour le taux de rendement des actifs ce qui confirme l'effet du lissage.

Taux servi, $\lambda = 6$

Si on augmente la longueur de la période sur laquelle on effectue la moyenne mobile du taux de rendement des actifs afin de déterminer le taux de revalorisation des contrats, on obtient un profil différent pour le taux servi, représenté en figure 4.7.

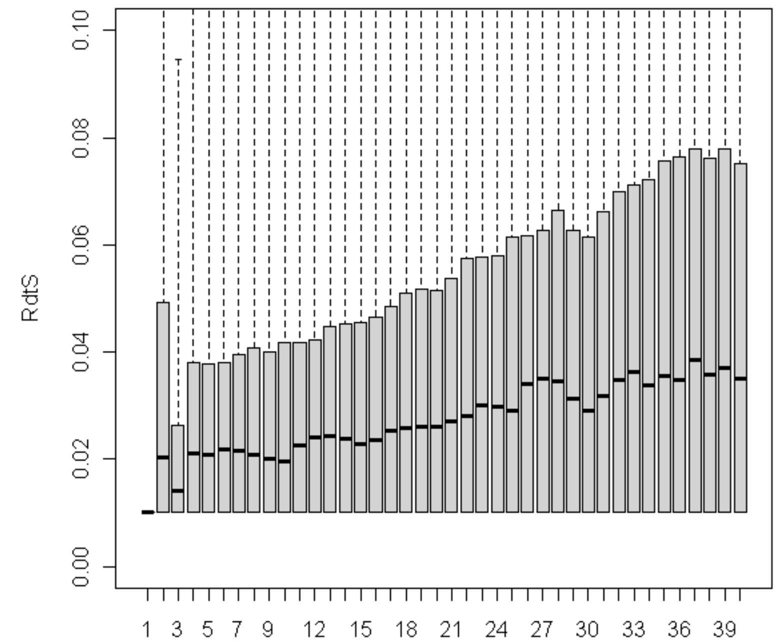


FIGURE 4.6 – Simulation du taux de revalorisation, $\lambda = 3$, 1000 trajectoires.

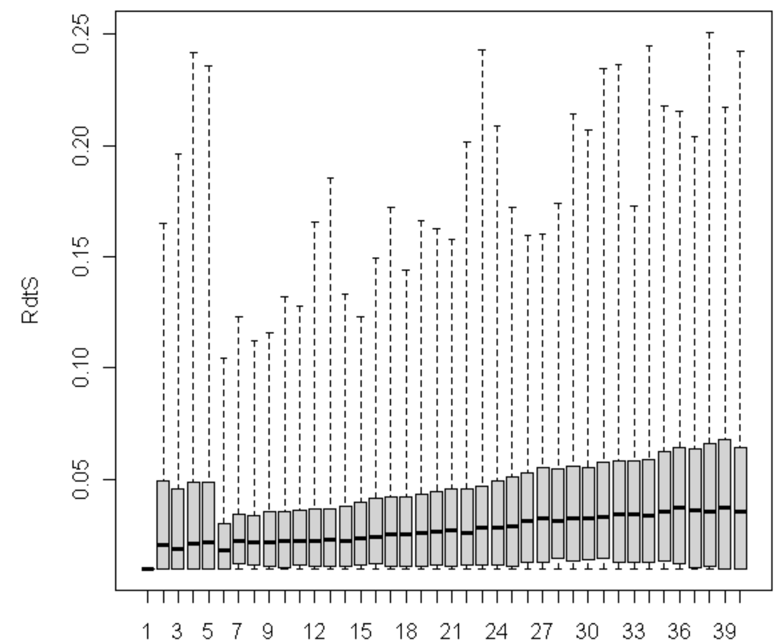


FIGURE 4.7 – Simulation du taux de revalorisation, $\lambda = 6$, 1000 trajectoires.

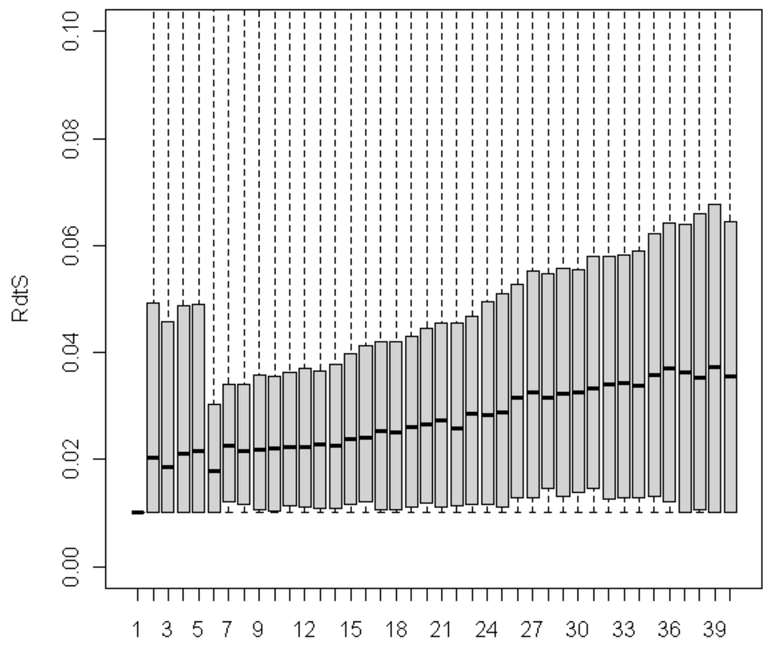


FIGURE 4.8 – Simulation du taux de revalorisation, $\lambda = 6$, 1000 trajectoires.

Comme précédemment, le décrochage au début du contrat correspond au fait que sur la période de 0 à 6 ans on n'effectue pas une moyenne mobile du taux de rendement des actifs sur la longueur souhaitée. La partie d'intérêt commence donc à partir de la date $t = 6$. En comparant les figures 4.5 et 4.7, on remarque que si on augmente la longueur de la période sur laquelle on effectue le calcul du taux de revalorisation, la tendance de la médiane est identique. En revanche, l'écart inter-quartiles et l'étendue sont beaucoup plus faibles. Cela est dû au lissage du taux de rendement des actifs sur une période plus longue.

En zoomant sur la figure 4.7, nous obtenons la figure 4.8. Cette dernière nous montre que, comme dans le cas $\lambda = 3$, l'écart inter-quartiles double avec cependant une valeur initiale de cet écart plus faible. Cela s'explique par l'augmentation de la période de lissage, comme suggéré précédemment.

Il est intéressant de constater, de façon plus remarquable sur la figure 4.8 que sur la figure 4.7, que conformément à l'implémentation de notre système, le taux de rendement servi r_S est borné inférieurement par le TMG que nous avons fixé à 1% dans la simulation : les valeurs de r_S sur toutes les trajectoires sont donc toutes supérieures à 1%, comme les figures le montrent. Cependant, dans la mesure où la médiane est assez largement au-dessus de cette valeur, et considérant qu'on a des extréma supérieurs qui peuvent monter jusqu'à 20 ou 25 %, on n'a pas l'impression que ce TMG met l'assureur dans une position particulièrement délicate sur ce contrat.

4.2 Simulation du passif

On a supposé que l'effet de l'âge était négligeable au regard de l'effet-temps. Dans un souci de simplificaion et de lisibilité du code comme des résultas, on se restreint à l'implémentation pour un individu unique. Par conséquent, en reprenant les expression du *best estimate* évoquées dans la partie 2.3.5, on obtient :

$$\begin{aligned}
BEL^F(T) &= CC \times \left[\int_0^T \left(\frac{1}{K}(\exp(-\lambda_2 t)\mathbb{1}_{t\geq\theta} + (\exp(-\lambda_1 t) - \exp(-\lambda_1\theta) + \exp(-\lambda_2\theta))\mathbb{1}_{0\leq t<\theta})\right)\right. \\
&\times \left(\frac{\lambda_1\exp(-\lambda_1 t)\mathbb{1}_{0\leq t<\theta} + \lambda_2\exp(-\lambda_2 t)\mathbb{1}_{t\geq\theta}}{(\exp(-\lambda_1 t) - \exp(-\lambda_1\theta) + \exp(-\lambda_2\theta))\mathbb{1}_{0\leq t<\theta} + \exp(-\lambda_2 t)\mathbb{1}_{t\geq\theta}}\right) \\
&\times \exp\left(\int_0^t r_S(u) - r(u)du\right) dt \\
&+ \frac{1}{K}(\exp(-\lambda_2 T)\mathbb{1}_{T\geq\theta} + (\exp(-\lambda_1 T) - \exp(-\lambda_1\theta) + \exp(-\lambda_2\theta))\mathbb{1}_{0\leq T<\theta}) \\
&\times \left.\exp\left(\int_0^T r_S(t) - r(t)dt\right)\right]
\end{aligned}$$

4.2.1 Fonction de survie

Dans nos simulations, nous utilisons fonction de survie décrite par le modèle de la section 2.3.1. A partir du moment où on retient 6% de rachats avant 8 ans et, à partir de 8 ans, 20% de rachats, nous avons fixé les paramètres de la fonction de survie comme suit : $\begin{cases}\lambda_1 = 0.02 \\ \lambda_2 = 0.22\end{cases}$ En effet :

$$\begin{aligned}
\mathbb{P}(T \leq 1) &= \frac{\int_0^1 f(t)dt}{S(0)} \\
&= \int_0^1 f(t)dt \\
&= \int_0^1 \frac{\lambda_1\exp(-\lambda_1 t)dt}{1 - \exp(-\lambda_1\theta) + \exp(-\lambda_2\theta)} \\
&= \frac{1 - \exp(-\lambda_1)}{1 - \exp(-\lambda_1\theta) + \exp(-\lambda_2\theta)}
\end{aligned}$$

On souhaite que cette probabilité, qui représente le taux de rachat au bout d'un an dans la première phase de la loi, soit égale à 6% :

$$\frac{1 - \exp(-\lambda_1)}{1 - \exp(-\lambda_1\theta) + \exp(-\lambda_2\theta)} = 6\%$$

Par ailleurs, le taux de rachat au bout d'un an dans la seconde phase du contrat s'écrit :

$$\begin{aligned}
\mathbb{P}(T \leq 9 | T \geq 8) &= \frac{\int_8^9 f(t)dt}{S(8)} \\
&= \frac{\int_8^9 \lambda_2\exp(-\lambda_2 t)dt}{\int_8^9 \lambda_2\exp(-\lambda_2 t)dt} \int_8^{+\infty} \lambda_2\exp(-\lambda_2 t)dt \\
&= \frac{\exp(-8\lambda_2) - \exp(-9\lambda_2)}{\exp(-8\lambda_2)}
\end{aligned}$$

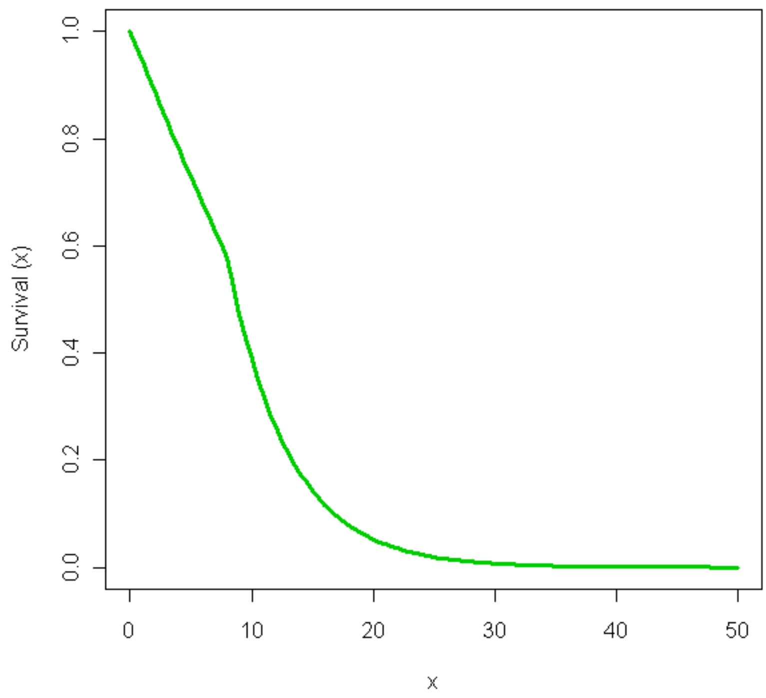


FIGURE 4.9 – Fonction de survie.

On souhaite que cette probabilité soit égale à 20% :

$$1 - \frac{\exp(-9\lambda_2)}{\exp(-8\lambda_2)} = 20\%$$

Ce qui nous donne :

$$\lambda_2 = -\ln(0,8) \approx 0,2$$

En reprenant la valeur exacte de λ_2 et en l'injectant dans l'expression permettant de trouver λ_1 on trouve :

$$\begin{aligned} 1 - \exp(-\lambda_1) &= 0,06(1 - \exp(-8\lambda_1) + \exp(-8\lambda_2)) \\ &= 0,06(1 - \exp(-8\lambda_1) + (0,8)^8) \end{aligned}$$

En résolvant cette équation on obtient : $\lambda_1 \approx 0,02$. Cette fonction correspond à la figure 4.9.

On observe donc une première décroissance exponentielle du taux de rachat des contrats entre 0 et 8 ans puis une accélération de cette décroissance exponentielle à partir de la date $t = 8$, qui s'explique par le changement de régime avant et après cette échéance.

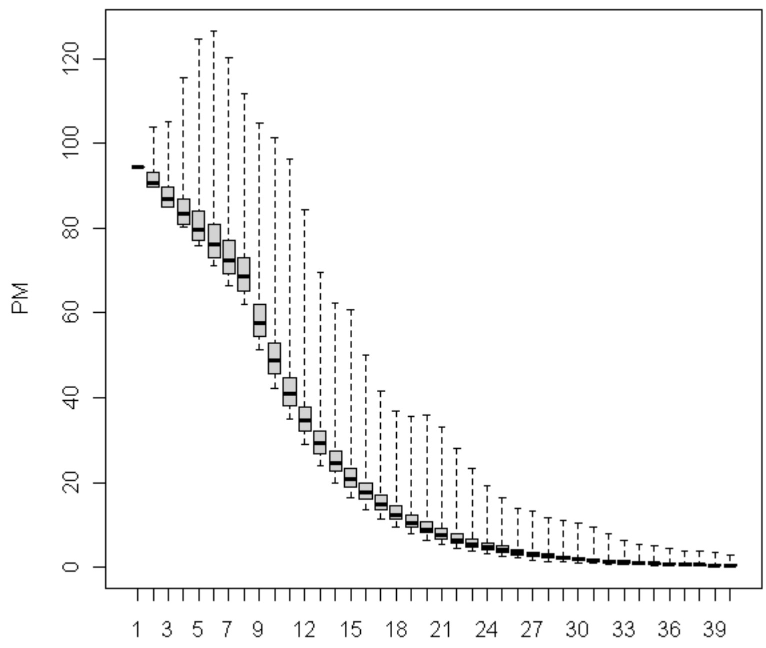


FIGURE 4.10 – Provisions mathématiques.

4.2.2 Simulation des provisions mathématiques et du fonds de participation aux bénéfices dans le modèle simplifié

Evolution des provisions mathématiques et du fonds de participation aux bénéfices, $\lambda = 3$

Evolution des provisions mathématiques On observe une décroissance exponentielle relativement lente de la médiane des provisions mathématiques et une accélération à partir de la date $t = 8$ qui s'explique par une tendance au rachat accrue des contrats à partir de cette date. On peut noter que si l'étendue est croissante au cours de cette décroissance exponentielle entre 1 et 8 ans, l'écart inter-quartiles, quant à lui, augmente. Puis, au-delà de 8 ans, on observe le comportement inverse : l'étendue décroît de même que l'écart inter-quartiles. La variabilité des 1000 trajectoires autour de la médiane augmente donc dans le temps de 0 à 8 ans et décroît au-delà de 8 ans. A partir de l'année 33, l'écart inter-quartiles est nul ou presque, de même que l'étendue. Le profil des provisions mathématiques suit donc en moyenne le profil de la fonction de survie, ce qui était prévisible vu l'expression de $PM(t)$.

Evolution du fonds de participation aux bénéfices Rappelons que ce fonds de participation aux bénéfices ne peut être négatif, il est borné par 0 : cela se lit sur la figure 4.11, qui reproduit l'évolution de ce fonds. Cette figure illustre bien la dynamique propre de cette réserve, qui se traduit de façon discrète par : $Res_t = Res_{t-1} + PM_t \times (r_{A,t} - r_{S,t})$. En effet, on voit une tendance croissante durant la première partie, qui

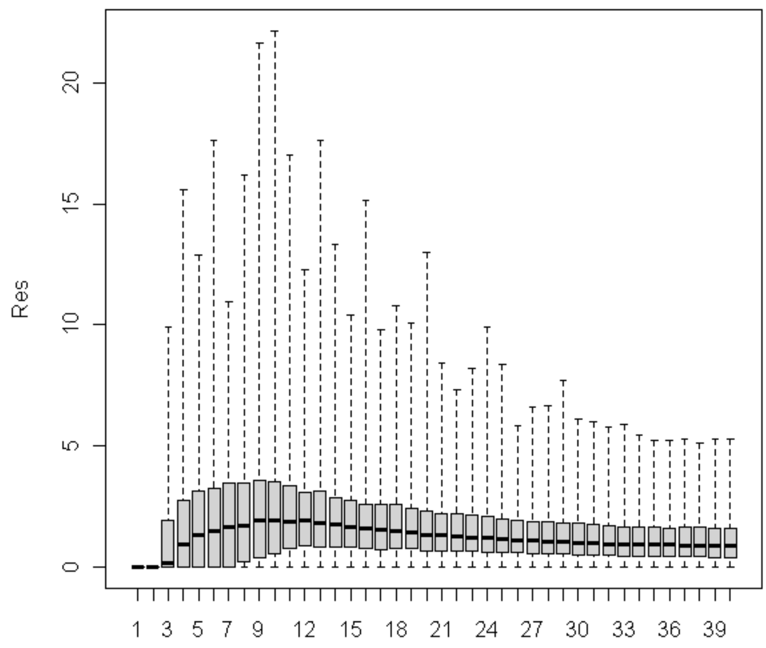


FIGURE 4.11 – Fonds de participation aux bénéfices, $\lambda = 3$.

voit des rachats relativement peu fréquents, puis se met à décroître autour d'une dizaine d'années, illustrant la tendance au rachat des assurés et la hausse de la volatilité des actifs (en ce qui concerne les actions et les valeurs immobilières) et donc la nécessité pour la compagnie de puiser dans cette réserve pour servir aux assurés restant le taux promis.

Evolution des provisions mathématiques et du fonds de participation aux bénéfices, $\lambda = 6$

En dépit d'une augmentation de la période de lissage, on ne perçoit pas de changement fondamental dans la simulation des provisions mathématiques et du fonds de participation aux bénéfices.

4.2.3 Estimation du *best estimate*

Estimation du *best estimate*, $\lambda = 3$

On observe donc sur la figure 4.12 la distribution du *best estimate*. Ce best estimate simulé a pour moyenne 131. On remarque qu'environ 75% des trajectoires proposent un *best estimate* inférieur ou égal à 140. Ce *best estimate* peut sembler élevé au regard du capital constitutif (40% de plus). Néanmoins, il existe des cas pratiques qui proposent des *best estimate* du même ordre au regard des capitaux investis. La société d'assurances Prédica en est un exemple. Cela peut néanmoins constituer une limite de ce premier

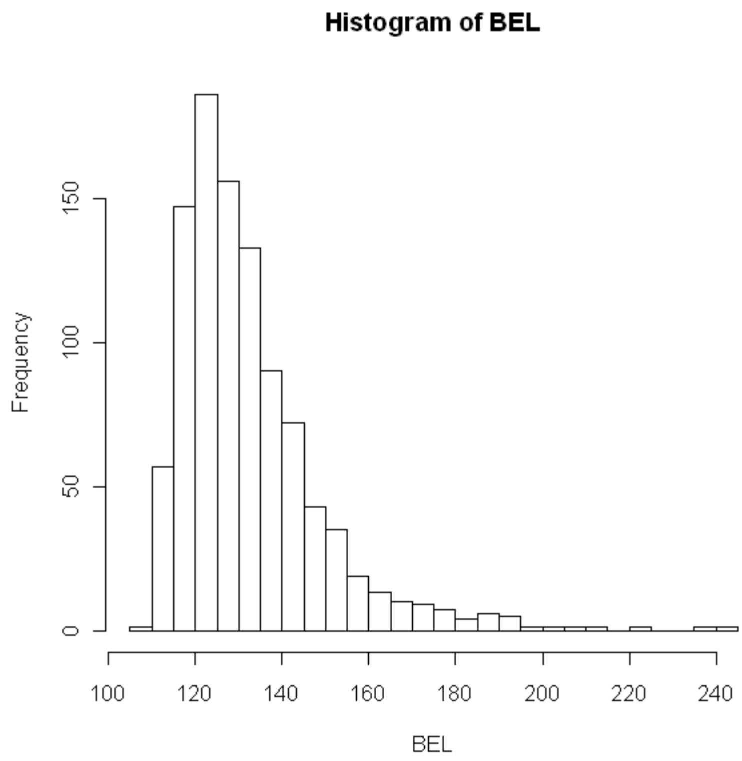


FIGURE 4.12 – Estimation du *best estimate*, $\lambda = 3$.

modèle, provoquée par un traitement trop simpliste au regard de la réelle complexité des règles économiques, comptables et des comportements humains sous-jacents.

Estimation du *best estimate*, $\lambda = 6$

Il est intéressant d'étudier la dépendance du *best estimate* en fonction de la taille de période sur laquelle on effectue la moyenne mobile. Dans notre modèle, en dépit d'une augmentation de la période de lissage, on n'observe pas de modification significative de la distribution du *best estimate* pour 1000 trajectoires.

4.3 Interaction actif-passif dans le modèle détaillé

4.3.1 Résolution du système régissant le comportement des PM en temps discret

Ce modèle possède les inconvénients de ses avantages : certes, il décrit de façon fidèle la dynamique des provisions mathématiques en conformité avec la réglementation prudentielle. Cependant, la richesse afférente à cette description fidèle a pour contrepartie une grande complexité dans la description de cette dynamique.

Dans l'application numérique relative à ce modèle, on discrétise l'équation différentielle de la façon la plus simple possible, en transformant les dérivées $PM'(t)$ en leur contrepartie $\frac{PM_{t+1}-PM_t}{\tau}$. Malgré cette simplification importante, la dynamique reste complexe à décrire. En effet, on a vu dans la partie 3.3.3 que l'équation différentielle s'écrit de deux façons en un instant selon que les actifs du bilan sont en plus-values ou en moins-values latentes.

Cette possibilité de bifurcations entre deux régimes décrits par deux équations différentielles différentes n'est pas la seule source de complexité. Il faut également signaler la présence dans l'équation, du fait de l'écriture du résultat financier $RF^{(3)}$, d'un terme non-linéaire. En effet, on a vu précédemment que ce $RF^{(3)}$ s'écrit :

$$RF_t^{(3)} = \min\left[(VM^A_{P\iota,t} - VC^A_{P\iota,t}), (\min((r_\sigma - r_A(t)) \times PM(t), (VM^A_{P\iota,t} - VC^A_{P\iota,t})))_+\right]$$

On peut donc distinguer trois régimes :

- Si à un instant on est dans la situation $0 < PM_t \times (r_\sigma - r_{A,t}) < VM^A_{P\iota,t} - VC^A_{P\iota,t}$, alors le résultat $RF_t^{(3)}$ peut « simplement » s'écrire $PM_t(r_\sigma - r_{A,t})$.
- Si on est dans la situation $PM_t \times (r_\sigma - r_{A,t}) < 0 < VM^A_{P\iota,t} - VC^A_{P\iota,t}$, le résultat financier $RF(3)$ vaut alors 0.
- Dans tous les autres cas, le résultat vaudra $VM^A_{P\iota,t} - VC^A_{P\iota,t}$.

Il conviendra donc de distinguer ces trois cas, de résoudre l'équation, puis de réinjecter la valeur obtenue de la PM_{t+1} dans les contraintes discriminant les trois régimes de non-linéarité afin de choisir la solution pertinente et le régime correspondant.

Cependant, et comme on l'a vu plus haut, les expressions du résultat financier dans les trois régimes diffèrent de surcroît selon que le système est en plus-values ou moins-values latentes. Distinguons donc les six cas (dans un souci de simplification des écritures, on retire les indices temporels, et toutes les valeurs (de marché / comptables) seront à entendre au sens PR, t en l'absence d'indice) :

- Système en plus-values latentes :
  - Régime $0 < PM_t \times (r_\sigma - r_{A,t}) < VM^A_{P\iota,t} - VC^A_{P\iota,t}$:
    Dans ce cas :
    $$\begin{aligned} RF_t^{(3)} &= PMr_\sigma - \Delta PM\frac{VM^G - VC^G}{VC^G} - RF^{(2)} \\ &= PMr_\sigma - \Delta PM\frac{VM^G - VC^G}{VC^G} - \sum_{j\neq M}\frac{VC^j}{VM^j}AC^j(VM^G - \Delta PM) \\ &+ \sum_{j\neq M} VC^j\left(1 - \frac{\Delta PM}{VC^G}\right) - \frac{\Delta PM\beta + VC^M}{\Delta PM\alpha + VM^M}AC^M(VM^G - \Delta PM) \end{aligned}$$
    avec $\alpha = \frac{VM^G - VM^M}{VC^G} - 1$ et $\beta = \frac{VM^G - VC^M}{VC^G} - 1$
  - Régime $PM_t \times (r_\sigma - r_{A,t}) < 0 < VM^A_{P\iota,t} - VC^A_{P\iota,t}$:
    Dans ce cas : $RF(3) = 0$.
  - Régime « autres cas » :
    Alors :
    $$RF_t^{(3)} = \frac{\Delta PM\beta + VC^M}{\Delta PM\alpha + VM^M}AC^M(VM^G - \Delta PM)$$
- Système en moins-values latentes :
  - Régime $0 < PM_t \times (r_\sigma - r_{A,t}) < VM^A_{P\iota,t} - VC^A_{P\iota,t}$.
    Dans ce cas :
    $$RF_t^{(3)} = PMr_\sigma - \Delta PM\frac{VM^G - VC^G}{VC^G} - \left(1 - \frac{\Delta PM}{VM^G}\right)\sum_j VC^j\left(\frac{VM^G AC^j}{VM^j} - 1\right)$$

– Régime $PM_t \times (r_\sigma - r_{A,t}) < 0 < VM^A_{P\iota,t} - VC^A_{P\iota,t}$:
  Dans ce cas : $RF(3) = 0$.
– Régime « autres cas » :
  Alors :

$$RF_t^{(3)} = AC^M(VM^G - \Delta PM)\left(1 - \frac{VC^A}{VM^A}\right)$$

Passons maintenant à la description de l'équation différentielle discrétisée dans les six situations précédentes :

– Plus-values latentes, régime $0 < PM_t \times (r_\sigma - r_{A,t}) < VM^A_{P\iota,t} - VC^A_{P\iota,t}$:
  Après un certain travail de réécriture, l'équation s'écrit alors :

$$\begin{aligned}
&\Delta PM^2\left[\frac{\alpha}{\tau} - \alpha H' + \beta AC^M\right] \\
&\quad + \Delta PM\Big[\alpha\mu PM + \frac{VM^M}{\tau} - \alpha S - VM^M \times H' - \beta AC^M VM^G + VC^M AC^M \\
&\qquad\qquad - 2t'H \times VM^M - t'\alpha PM r_\sigma - t'\alpha(\Delta RC + \Delta PRE)\Big] \\
&\qquad + VM^M PM\mu - VM^M S - VC^M AC^M VM^G - t'VM^M PM r_\sigma \\
&\qquad\qquad - t'VM^M(\Delta RC + \Delta PRE) \\
&\qquad\qquad\qquad = 0
\end{aligned}$$

avec : $\begin{cases} \alpha &= \frac{VM^G - VM^M}{VC^G} - 1 \\ \beta &= \frac{VM^G - VC^M}{VC^G} - 1 \\ H &= \frac{VM^G - VC^G}{VC^G} \\ t' &= t^{\phi_L} - t^{\xi}_{PB} \\ H' &= H - \sum_{j\neq M} \frac{VC^j}{VM^j} AC^j + \sum_{j \neq M} \frac{VC^j}{VC^G} \\ S &= \sum_{j\neq M} \frac{VC^j}{VM^j} AC^j VM^G - \sum_{j\neq M} VC^j \end{cases}$

– Plus-values latentes, régime $PM_t \times (r_\sigma - r_{A,t}) < 0 < VM^A_{P\iota,t} - VC^A_{P\iota,t}$:
  On peut cette fois écrire l'équation :

$$\begin{aligned}
&\Delta PM^2\left[\frac{\alpha}{\tau} - (1+t')\alpha H' + (1+t')\beta AC^M\right] \\
&+\Delta PM\Big[\frac{VM^M}{\tau} + PM\mu\alpha - (1+t')(\alpha S + VM^M H') - (1+2t')(\beta AC^M VM^G - VC^M AC^M) \\
&\qquad\qquad - \alpha t'(\Delta RC + \Delta PRE)\Big] \\
&\qquad + PM\mu VM^M - (1+t')VM^M S - (1+2t')VC^M AC^M VM^G \\
&\qquad\qquad - t'(\Delta RC + \Delta PRE)VM^M \\
&\qquad\qquad\qquad = 0
\end{aligned}$$

avec les notations précédentes pour α, β, t', H' et S.

– Plus-values latentes, régime complémentaire : l'équation se réécrit en une nouvelle équation du second degré :

$$\Delta PM^2\left[\frac{\alpha}{\tau}-(1+t')\alpha H'+(1+2t')\beta AC^M\right]$$
$$+\Delta PM\Big[\frac{VM^M}{\tau}+PM\mu\alpha-(1+t')(\alpha S+VM^M H')-(1+t')(\beta AC^M VM^G-VC^M AC^M)$$
$$-\alpha t'(\Delta RC+\Delta PRE)\Big]$$
$$+PM\mu VM^M-(1+t')VM^M S-(1+t')VC^M AC^M VM^G$$
$$-t'(\Delta RC+\Delta PRE)VM^M$$
$$=0$$

avec les notations précédentes pour α, β, t', H' et S.

On a donc trois équations du second degré à résoudre, dont les coefficients dépendent du régime : cela fait potentiellement six solutions, qui devront être soumises aux contraintes correspondant au régime de la partie non-linéaire dont elles sont issues, afin dans l'idéal de ne retenir qu'une de ces solutions.

Lorsque les actifs sont en moins-values latentes, on a :

- Régime $0 < PM_t \times (r_\sigma - r_{A,t}) < VM^A_{P\iota,t} - VC^A_{P\iota,t}$: l'équation, grâce à l'expression plus simple que précédemment du résultat financier $RF^{(3)}$, n'est qu'une équation linéaire s'écrivant ainsi :

  $$\Delta PM=\left[\frac{1}{\tau}-J+K\right]^{-1}\times\left[-PM\mu+(1+t')VM^G K+t'\left\{\Delta RC+\Delta PRE+PMr_\sigma\right\}\right]$$

  en posant : $K=\sum_j VC^j\left(\frac{AC^j}{VM^j}-\frac{1}{VM^G}\right)$

- Régime $PM_t \times (r_\sigma - r_{A,t}) < 0 < VM^A_{P\iota,t} - VC^A_{P\iota,t}$:

  $$\Delta PM=\left[\frac{1}{\tau}-(1+t')(J-K)\right]^{-1}\times\left[(1+t')VM^G K+t'\left\{\Delta RC+\Delta PRE\right\}\right]$$

- Régime complémentaire :
  Cette fois encore, l'équation est linéaire :

  $$\Delta PM=\left[\frac{1}{\tau}-(1+t')(J-K)+t'AC^A\left(1-\frac{VC^A}{VM^A}\right)\right]^{-1}$$
  $$\times\left[-PM\mu+(1+t')VM^G K+t'\left\{\Delta RC+\Delta PRE+AC^A VM^G\left(1-\frac{VC^A}{VM^A}\right)\right\}\right]$$

4.3.2 Discussion

La présence, dans les situations de plus-values latentes, de deux solutions entre lesquelles on ne peut parfois pas trancher (malgré les conditions imposées par les régimes non-linéaires) est un élément préoccupant dans l'implémentation de notre modèle. En effet, on ne doit évidemment retenir qu'une solution pour ΔPM à chaque étape de chaque trajectoire. On peut envisager plusieurs solutions pour pallier cette difficulté :

- On peut tout d'abord envisager de ne retenir (à chaque étape de chaque trajectoire) que la solution maximale. En effet, cela conduirait à une estimation prudente de la dynamique des PM. Outre le fait que cette vision « Solvabilité I » ne s'accorde pas bien avec l'estimation fidèle prônée par Solvabilité II, on voit rapidement que cette solution n'est pas satisfaisante. En effet, les PM (dans le temps) suivent essentiellement la forme de la fonction de hasard. Les ΔPM devraient donc (en moyenne) être négatifs tout le temps, et de moins en moins au fur et à mesure que le temps passe. En retenant la solution maximale, on a un système qui croît globalement, ce qui conduit à des estimations grossièrement fausses du *best estimate* (on trouve des *best estimates* d'environ 10000 pour un capital constitutif initial de 100 ...).
- On peut ensuite chercher à transformer les équations du second degré en des équations linéaires. La première idée est bien sûr de négliger le terme à l'origine du carré des ΔPM : il s'agit de la présence au dénominateur, dans l'expression de $RF(3)$, du terme en $\alpha\Delta PM$. Il convient donc de comparer $\alpha\Delta PM$ à VM^M, pour voir si cette approximation est possible. Malheureusement, avec nos paramètres initiaux, le système n'évolue pas vers des solutions où $\alpha\Delta PM \ll VM^M$. Cette solution, bien qu'intellectuellement attirante, doit donc être abandonnée.
- On peut enfin considérer les trois équations du second degré, qu'on écrira $A\Delta PM_t^2 + B\Delta PM_t + C = 0$. Si l'on arrive à montrer qu'on a sur chaque trajectoire, soit $C \ll A\Delta PM^2$ et $C \ll B\Delta PM$, soit $A\Delta PM^2 \ll C$ et $A\Delta PM \ll B\Delta PM$, avec ΔPM l'ordre de grandeur de ΔPM_t, on pourra alors négliger l'un des termes extrémaux, et transformer alors les équations du second degré en des équations linéaires présentant une unique solution. Une étude rapide nous a cependant montré que, même si nous avons des résultats assez encourageants, en particulier sur l'équation obtenue dans le deuxième régime non-linéaire, ce n'est dans l'ensemble pas évident, et qu'on ne peut systématiquement négliger un des termes extrémaux. Cependant, nous n'avons réalisé que cette étude pour des valeurs particulières du temps et des trajectoires, car l'affichage des trois termes dans chacune des 6 équations pour l'ensemble des trajectoire (environ 1000) et des périodes (entre 30 et 40) n'est pas très lisible. Il conviendrait donc de réaliser cette étude plus en détail, éventuellement en aboutissant à un programme qui dynamiquement repérerait les simplifications pertinentes afin de s'assurer de l'unicité de la solution à chaque étape sur une trajectoire d'actif.

La question de l'obtention d'une unique solution pour ΔPM_t est l'unique point empêchant notre modèle d'être pleinement opérationnel. En effet, une fois cette quantité obtenue, on peut aisément en déduire PM_t, puis les valeurs de x, des valeurs de marché et comptable des actifs post-revenu, post-investissment, des résultats financiers, et enfin des taux r_A et r_S, conduisant à la valeur de la réserve Res_t.

Afin de répondre de façon satisfaisante à ce problème, il faudrait réaliser une étude approfondie sur l'équation différentielle régissant la dynamique du système dans notre modèle, sur sa discrétisation et sur l'influence des paramètres du modèle et des conditions initiales sur le comportement du système. En effet, ce système étant non-linéaire, il est très probable que deux conditions initiales peu éloignées pourront amener à des issues différentes (même si cet effet des systèmes non-linéaires est contrebalancé dans notre cas, dans une certaine mesure, par la méthode de Monte-Carlo utilisée, qui « lissera » les phénomènes opposés. Cette étude pourrait aboutir sur la description de conditions (au moins initiales) permettant au système d'être bien défini (au sens où l'on pourrait retenir une unique solution pour ΔPM à chaque étape et dans chaque trajectoire. L'étude de l'équation différentielle en temps continu pourrait potentiellement apporter des éléments de réponse, notamment grâce à l'étude des contraintes sur les raccordements des solutions dans le temps. Cependant, on peut déjà supposer que l'étude « propre » de cette équation différentielle non-linéaire, avec des coefficients qui peuvent sauter de façon discontinue, ne sera pas simple.

Conclusion

Dans le cadre de ce mémoire, nous avons donc décrit deux modèles de gestion actif/passif. Le premier modèle constitue un modèle simplifié permettant une expression endogène du taux servi. Néanmoins, dans la construction de ce premier modèle nous nous sommes affranchis des contraintes comptables et réglementaires décrites pas Solvabilité I puis Solvabilité II. Par conséquent, si l'efficacité et la simplicité de ce premier modèle, tant sur sa compréhension théorique que dans son implémentation, sont indéniables, il n'en reste pas moins que nous n'avons pas pris en compte ces contraintes autrement qu'en tentant de reproduire leurs effets de façon heuristique. Ceci peut constituer une lacune à ce modèle. Il s'agit donc d'un modèle séduisant et efficace, mais possédant les limites de sa simplicité, notamment le fait de ne pas être en adéquation avec les réalités du marché et réglementaires.

Tirant ces conclusions, nous avons développé un second modèle intégrant de nombreux paramètres et en particulier certaines contraintes comptables. L'ajout de telles contraintes constitue la force de ce modèle dans la mesure où il tente de décrire, au plus proche, la réalité des pratiques sur la place. Nous avons construit ce modèle en temps continu, à l'instar du premier modèle, ce qui permet des modélisations plus aisées et élégantes mathématiquement. Nous avons dans ce cadre de travail pu déterminer une équation différentielle reliant le comportement des provisions mathématiques à leurs dérivées et à d'autres quantités et paramètres exogènes. Ce beau résultat doit être nuancé par le fait que cette équation présente deux points mathématiques : d'une part, ses coefficients peuvent changer de façon discontinue dans le temps, et d'autre part, elle possède une partie non-linéaire. Dès lors, la discrétisation et l'implémentation pose problème à cause de l'absence de résultats garantissant l'existence et l'unicité des solutions (ce qu'on observe en pratique). Sur cette constatation, nous avons proposé différentes solutions fondées, de façons très générale, sur l'éventuelle possibilité de simplifier l'équation en tâchant de la rendre linéaire.

Les perspectives envisageables pour que l'exploitation de ce modèle détaillé soit possible et complète seraient d'entreprendre une étude mathématique plus poussée de l'équation différentielle afin de permettre son implémentation (et son audit). Si cette étude révèle la possibilité d'obtenir des résultats mathématiques intéressants, on pourra alors envisager d'intégrer d'autres contraintes comptables, notamment les provisions non prises en compte dans le modèle, à l'instar de la provision pour dépréciation durable, la redistribution de la participation aux bénéfices au bout de 8 ans, et éventuellement des impôts différés. Il pourrait également être intéressant de prendre en compte de façon bien différenciée les rachats et les décès, et de distinguer les rachats structurels des rachats conjoncturels, comme le suggère l'étude Autorité de contrôle prudentiel (2010).

Enfin, le calcul du *best estimate* est une première étape dans la gestion de la solvabilité de la compagnie d'assurance. Dans une perpective Solvabilité II, l'objectif est de pouvoir calculer le SCR. Il s'agirait donc à l'issue du calcul du *best estimate*, sous probabilité risque neutre, de repasser dans un cadre « probabilité historique » en utilisant, par exemple, des déflateurs stochastiques (Descure et Borean, 2006 ; Dastarac et Sauveplane, 2010).

Notations

Notation	Définition
$P(t,T)$	Prix d'un obligation zéro-coupon définie par la valeur en t d'un euro payé en T
$R_c(t,T)$	Taux de rendement continu
$R(t,T)$	Taux de rendement discret
$r(t)$	Taux sans risque instantané
$f(t,T)$	Taux *forward*
$\delta(t)$	taux d'actualisation
O_t	Prix en t d'une obligation
PV_t	Valeur t d'une obligation
c	Taux de coupon
N	Nominal d'une obligation
d^A	Taux de dividende de l'action
σ^A	Volatilité du processus décrivant l'action
l^I	Taux de loyer de l'actif immobilier
σ^I	Volatilité du processus décrivant l'immobilier
VM^M	Valeur de marché du portefeuille monétaire
VM^A	Valeur de marché du portefeuille action
VM^I	Valeur de marché du portfeuille immobilier
μ_x	Fonction de hasard
S_x	Fonction de survie
$PM(x,t)$	Provisions mathématiques pour un assuré d'âge x au moment de la souscripion, prises t
CC_x	Capital constitutif pour un assuré d'âge x
CC	Capital constitutif de l'assuré représentatif
n	Nombre d'assurés dans le portefeuille
$\Pi(x)$	Fonction de répartition des contrats dans le portefeuille en fonction de l'âge x des assurés
$BEL^F(x,T)$	*Best Estimate* des provisions mathématiques pour un assuré d'âge x conditionnellement à un état du monde financier F
$BEL_1^F(T)$	*Best Estimate* des provisions mathématiques pour un assuré conditionnellement à un état du monde financier (sachant que l'effet âge est omis).
$\phi_P^F(t)$	Frais de prestations pour un contrat d'épargne en t

t_{ϕ_P}	Taux de frais de prestations
$\phi^F_{PL}(t)$	Frais de gestion des placements pour un contrat d'épargne en t
$t_{\phi_{PL}}$	Taux de frais de gestion des placements
$\kappa_A(t)$	Chargements d'acquisition en t pour un individu
$\kappa'_A(t)$	Chargements d'acquisition en t sur l'ensemble du portefeuille
t_{κ_A}	Taux de chargement d'acquisition
$p_{Res}(t)$	Fraction du fonds de réserve
$r_S(t)$	Taux servi
$r_A(t)$	Taux de rendement de l'actif
RFO_t	Revenu financier lié aux obligations
Nb_t	Nombre d'obligations en t
L^I	Loyers pour les actifs immobiliers
VM^I_t	Valeur de marché de l'immobilier
IM_t	Intérêts monétaires
r_ω	Rendement instantané de l'obligation
$r_\alpha(t)$	Rendement instantané de l'action
$r_\iota(t)$	Rendement instantané de l'immobilier
$r_\mu(t)$	Rendement instantané du portefeuille monétaire
TRA^O	Taux de rendement actuariel
Π^O_A	Prix d'achat de l'obligation
VC^O_t	Valeur comptable de l'obligation
PF	Produits financiers
RC_t	Réserve de capitalisation
V_γ	Valeur de cession d'un titre obligataire
V_a	Valeur d'achat
PMV_R	Plus ou moins-value réalisée
VC_t	Valeur comptable
ΔVC^{TRA_0}	Amortissement actuariel
$VM^{O_\gamma}_t(VC^{O_\gamma}_t)$	Valeur de marché (comptable) des obligations cédées
$VREC^j_t$	Valeur de recouvrement de l'actif j à la date t
PDD_t	Provision pour dépréciation durable en t
PRE_t	Provision pour risque d'exigibilité en t
AC^j	Allocation cible de l'actif j
$(P)PB$	(Provision pour) participation aux bénéfices
$\zeta_{[t]}$	Valeur de l'ensemble des flux du passif de la période $t \in [k\tau;(k+1)\tau]$
x	Rapport entre les flux de la période t et la valeur comptable de l'actif avant investissement/désinvestissement
$VM^j_{P\zeta,t}(VC^j_{P\zeta,t})$	Valeur de marché (comptable) de l'actif représentatif de la classe j à l'instant t après paiement des flux

$VC^G_{PR,t}$	Valeur comptable du portefeuille en t prenant en compte les produits financiers générés entre $t - dt$ et t
$RF^{(1)}_t$	Résultat financier dégagé de la vente d'actifs liée au paiement des flux
$VM^j_{\iota,t}(VC^j_{\iota,t})$	Valeur de marché (comptable) à investir (resp. désinvestir) si elle est positive (resp. négative) de l'actif représentatif de la classe j
$VM^G_{P\zeta,t}$	Valeur de marché totale du portefeuille avant investissement
$VM^j_{P\iota,t}(VC^j_{P\iota,t})$	Valeur de marché (comptable) après désinvestissement
$RF^{(2)}_t$	Résultat financier dégagé du processus d'investissement/désinvestissement
PM^{AR}_t	Provisions mathématiques avant revalorisation
Rdt_{AR}	Rendement à réaliser
r_σ	Rendement financier souhaité
$PMVL^G_t$	Valeur de marché des plus ou moins-values latentes sur le portefeuille global
$\%PMVL^A_t$	Pourcentage des plus ou moins-values latentes du portefeuille action qui est réalisé
$PMVL^A_t$	Montant des plus-values en action réalisées
$\%PMVL^I_t$	Pourcentage des plus ou moins-values latentes du portefeuille immobilier qui est réalisé
$PMVL^I_t$	Montant des plus-values en immobilier réalisées
$RF^{(3)}_t$	Revenu financier dégagé de la réalisation des plus ou moins-values latentes
$\Delta P^\psi_{[t]}$	Mouvements des provisions inhérents au résultat technique de la période $t \in [k\tau; (k+1)\tau]$
$\Delta P^\xi_{[t]}$	Mouvements des provisions inhérents au résultat financier de la période $t \in [k\tau; (k+1)\tau]$
t^ξ_{PB}	Taux de participation sur résultats financiers
t^ψ_{PB}	Taux de participation sur résultats techniques
Res_t	Réserve
ρ_t	Somme des frais de prestations et des frais de gestion des placements
PT	Provisions techniques (ensemble des provisions)
$\Delta RC_{[t]}$	Différence entre la valeur de RC en $k(\tau+1)$ et la valeur de RC en $k\tau$
$\Delta PRE_{[t]}$	Différence entre la valeur de RC en $k(\tau+1)$ et la valeur de RC en $k\tau$
TMG	Taux minimum garanti
TME	Taux moyen des emprunts d'Etat

Annexes

Annexe 1 : Code du modèle simplifié d'interactions actif/passif

Fonctions supports

Cholesky et la corrélation entre les actifs

```
CorrelGen<-function()
{
        #On génère un vecteur normal corrélé
  epsilon_norm<-rnorm(NS*N_per*3,mean=0,sd=1)
  epsilon_norm<-array(epsilon_norm,dim=c(N_per,NS,3))

    racine<-chol(Correl)
    epsilon_corr<-array(0,dim=c(N_per,NS,3))
    for (i in 1:NS){
    epsilon_corr[,i,]<-(epsilon_norm[,i,]%*%racine)
    }
return(epsilon_corr)
}
```

Taux forward et prix des zéro-coupons

```
FxTaux<-function(sigma_tx,k_tx){
    #sigma_tx, k_tx : paramètres du modèle de Hull & White

#Calcul des taux forward
    ftT=array(1,dim=c(N_per+1,N_per+1,NS))
    ftT[1,,]<-CourbeTaux
    for (i in 1:NS){
      ftT[lower.tri(ftT[,,i])]<-0
    }

                for (i in 2:(N_per+1)){
      ftT[i,,]<-ftT[i,,]*{ftT[i-1,,]*exp(-k_tx*tau)-sigma_tx^2/2*
      {1/k_tx^2*(1-exp(-k_tx*{Matu-tau*i}))^2-1/k_tx^2*{1-exp(-k_tx*{Matu-tau*{i-1}})}^2*exp(-k_tx*tau)}
      +exp(-k_tx*{Matu-tau*{i-1}})*sigma_tx/sqrt(2*k_tx)*sqrt(1-exp(-2*k_tx*tau))*t(array(epsilon_corr[i-1,,1],
      dim=c(NS,N_per+1)))}
                        }


#On en déduit les prix P(t,T) :
        PtT=array(1,dim=c(N_per+1,N_per+1,NS))
        PtT[1,,]<-exp(-ftT[1,,]*tau)

        for (i in 1:NS){
                PtT[lower.tri(PtT[,,i])]<-0
    }

        for (i in 2:(N_per+1)){
```

```
            PtT[i,,]<-PtT[i,,]*PtT[i-1,,]*exp(-ftT[i,,]*tau)
                }
        #print(PtT)
Taux<-list("f"=ftT,"P"=PtT)
return(Taux)
}
```

Calcul du facteur d'actualisation

```
CalculDelta<-function()
{
  r<-array(0,dim=c(N_per+1,NS))
  for (i in 1:(N_per+1)){
    r[i,]<-Taux$f[i,i,]
  }
  Delta<-array(0,dim=c(N_per+1,NS))
  Delta[1,]<-exp(-r[1,]*tau)
  for (i in 2:(N_per+1)){
    Delta[i,]<-Delta[i-1,]*exp(-r[i,]*tau)
  }
  return(Delta)
}
```

Black-Scholes pour les actions et l'immobilier

```
# Black-Scholes pour les actions et l'immobilier :
BlackScholes<-function(V0,sigma,mu,ac)
{
# S0 est la valeur initiale du processus
# mu est le drift du processus continu
# sigma est la volatilité de la partie continue du processus
#ac indique si l'on traite les actions (dans ce cas, la valeur sera celle de la colonne, ac=2) ou l'immobilier (colonne 3)

V=array(1,dim=c(N_per+1,NS))

V[1,]<-rep(V0,NS) #initialisation

                for (j in 2:(N_per+1)){
                         V[j,] <- V[j-1,]*exp(Taux$f[j-1,j-1,]-mu-sigma^2/2+sigma*epsilon_corr[j-1,,ac])
                }

return(V)
}
```

Valeur de marché d'une obligation

```
CalculVMOb<-function(nom,coup)
{
  #nom : nominal de l'obligation
  #coup : pourcentage représentant le coupon de l'obligation : elle sert c*nom à chaque période

  VOb<-array(0,dim=c(N_per+1,NS))

  # Point à discuter :
  #On crée une matrice temporaire qui recopie la matrice des prix, en supprimant les diagonales (car la somme
  # dans la formule part de i+1).
  temp<-Taux$P
#  for (i in 1:N_per+1){
#    temp[i,i,]<-0
#  }

  VOb<-coup*nom*apply(temp,c(1,3),sum)+nom*temp[,N_per+1,]

  return(VOb)
}
```

Taux de rendement actuariel

```
CalculTRA<-function(nom,coup,VC_ob0)
{
#Calcul du taux de rendement actuariel : racine de la fonction suivante, par définition
fx<- function(tx) VC_ob0-nom*coup/(tau*tx)*(1-exp(-tx*Matu))-nom*exp(-tx*Matu)

TRA<-(uniroot(fx,c(0.001,5))$root)

return(TRA)
}
```

Valeur comptable d'une obligation

```
CalculVCOb<-function(nom,coup,VC_ob0)
 {
TRA<-CalculTRA(nom,coup,VC_ob0)

#Calcul de la VC aux différents instants k*tau :
VCOb<-array(VC_ob0,dim=N_per+1)

for (i in (2:N_per+1)){
  VCOb[i]<-nom*coup/(tau*TRA)*(1-exp(-TRA*(Matu-i*tau)))+nom*exp(-TRA*(Matu-i*tau))
  }

  return(VCOb)

}
```

Valeur du monétaire

```
CalculVMon<-function(I0)
{
        # I0 est la valeur initiale du processus

        VMon<-array(1,dim=c(N_per+1,NS))
        VMon[1,]<-I0

        for (j in 2:(N_per+1)){
                         VMon[j,] <- VMon[j-1,]*exp(Taux$f[j-1,j-1,])
                }
return(VMon)
}
```

Taux de rendement des actifs

```
CalculRdtA<-function(coup,nom,VM_obli,VM_actions,VM_immo,VM_mon)
{
  #Calcul du rendement des obligations :
  rdt_ob<-array(0,dim=c(N_per+1,NS))
  for (i in 2:(N_per)){
    rdt_ob[i,]<-coup*nom/VM_obli[i,]
  }
  rdt_ob[i+1,]<-0
  print(matplot(rdt_ob,type="l"))

  #Calcul du rendement des actions :
  rdt_ac<-array(0,dim=c(N_per+1,NS))
  for (i in 2:(N_per+1)){
    rdt_ac[i,]<-log(VM_actions[i,]/VM_actions[i-1,])
  }
  print(matplot(rdt_ac,type="l"))

  #Calcul du rendement des valeurs immobilières :
  rdt_im<-array(0,dim=c(N_per+1,NS))
  for (i in 2:(N_per+1)){
    rdt_im[i,]<-log(VM_immo[i,]/VM_immo[i-1,])
  }
  print(matplot(rdt_im,type="l"))
```

```
  #Calcul du rendement des valeurs monétaires :
  rdt_mo<-array(0,dim=c(N_per+1,NS))
  for (i in 2:(N_per+1)){
    rdt_mo[i,]<-log(VM_mon[i,]/VM_mon[i-1,])
  }
  print(matplot(rdt_mo,type="l"))

  #Calcul du rendement de l'actif :
  r_A<-array(1,dim=c(N_per+1,NS))
  r_A<-{VM_obli*rdt_ob+VM_actions*rdt_ac+VM_immo*rdt_im+VM_mon*rdt_mo}/{VM_obli+VM_actions+VM_immo+VM_mon}

  return(r_A)
}
```

Taux de revalorisation

```
CalculRdtS<-function(rdtA,TMG,lambda)
{
  #Pour les temps avant lambda, on prend comme rendement servi le max entre TMG et rdt de l'actif.
  rdtS<-array(0,dim=c(N_per+1,NS))
  rdtS<-apply(rdtA,2,function(x){x[x<TMG] = TMG;x})

  #Pour les temps après lambda, on peut faire une moyenne sur les lambda périodes précédentes.
 for (i in lambda:(N_per+1)){
   rdtS[i,]<-colMeans(rdtA[(i-lambda+1):i,])
    }

 rdtS<-apply(rdtS,2,function(x){x[x<TMG] = TMG;x})

 return(rdtS)
}
```

Fonction de survie

```
Survival<-function(t)
{
  S<-1/{1-exp(-lambda_1*theta)+exp(-lambda_2*theta)}*{exp(-lambda_1*t)*(t>0 & t<= theta)+exp(-lambda_2*t)*(t> theta)}
  return(S)
}
```

Fonction de hasard

```
Hazard<-function(t)
{
  mu<-lambda_1*(t>0 & t<theta)+lambda_2*(t>theta)
  return(mu)
}
```

Provisions mathématiques

```
CalculPM<-function(tx)
{
  PM<-array(CC*Survival(tau),dim=c(N_per+1,NS))
  for (i in 2:(N_per+1)){
    PM[i,]<-PM[i-1,]*Survival(i*tau)/Survival({i-1}*tau)*exp(tx[i,]*tau)
  }
  return(PM)
}
```

Fonds de participation aux bénéfices

```
CalculResM1<-function(P,rA,rS)
{
  Res<-array(0,dim=c(N_per+1,NS))

  for (i in 2:(N_per+1)){
```

```
    Res[i,]<-Res[i-1,]+P[i,]*(rA[i,]-rS[i,])
    Res[i,][Res[i,]<0]<-0
  }
  return(Res)
}
```

Best estimate

```
CalculBELM1<-function(P,R)
{
  #P désigne ici un vecteur des provisions mathématiques
  #R désigne ici un vecteur des réserves

  BEL<-array(0,dim=c(1,NS))

  for (i in 1:(N_per+1)){
    BEL<-BEL+P[i,]*Hazard(tau*i)*delta[i,]
  }
  BEL<-BEL+delta[N_per+1,]*{P[N_per+1,]+R[N_per+1,]}
  return(BEL)


}
```

Programme de gestion actif/passif simplifiée

```
#main<-function(){

###################################
#Implémentation de l'ESG, Modèle 1#
###################################

#1) Gestion de l'actif :
#Définition des variables globales

# NS est le nombre de trajectoires du processus
  NS<-1000

# Matu est la maturité du contrat
# CourbeTaux : donnée des taux f(0,t) observés aux instants k*tau du modèle
# ! Il faut que ce soit un vecteur ligne !
# tau : durée d'un intervalle de temps
#Correl:matrice des corrélations entre taux, actions et immobilier
  #CourbeTaux<-t(c(0.01,0.012,0.0123,0.013,0.0131,0.0134,0.0135,0.0135,0.0136,0.0137))
  CourbeTaux_ini<-t(c(0.01210, 0.01786, 0.02193, 0.02506, 0.02757, 0.02970, 0.03158, 0.03325, 0.03473, 0.03605,
0.03721, 0.03821, 0.03904, 0.03973, 0.04028, 0.04069, 0.04098, 0.04115, 0.04123, 0.04121,
0.04112, 0.04097, 0.04077, 0.04053, 0.04026, 0.03997, 0.03967, 0.03936, 0.03905, 0.03875,
0.03849, 0.03828, 0.03812, 0.03800, 0.03790, 0.03783, 0.03779, 0.03776, 0.03774, 0.03774,
0.03775, 0.03777, 0.03779, 0.03783, 0.03786, 0.03790, 0.03794, 0.03799, 0.03803, 0.03808,
0.03813, 0.03818, 0.03823, 0.03828, 0.03833, 0.03838, 0.03843, 0.03848, 0.03853, 0.03858,
0.03863, 0.03868, 0.03872, 0.03877, 0.03881, 0.03886, 0.03890, 0.03894, 0.03898, 0.03902,
0.03906, 0.03910, 0.03914, 0.03917, 0.03921, 0.03924, 0.03928, 0.03931, 0.03935, 0.03938))
  Matu<-40
  Interpol<-splinefun(0:(Matu-1),CourbeTaux_ini[1:Matu])

  tau<-1
  CourbeTaux<-t(sapply(seq(0,Matu-1,tau),Interpol))
  Correl<-array(c(1,0,-0.4,0,1,0.75,-0.4,0.75,1),c(3,3))


#Calcul du nombre de périodes :
  N_per=dim(CourbeTaux)[2]-1 #car il y a la période 0 dans la courbe des taux

#Calcul des vecteurs normaux corrélés qui serviront dans la suite :
  epsilon_corr<-CorrelGen()

#Calcul des taux forward et des prix des zéro-coupons :
```

```
        #sigma_tx, k_tx : paramètres du modèle de Hull & White
        sigma_tx<-0.05
        k_tx<-1.5

        Taux<-FxTaux(sigma_tx,k_tx)

  #Calcul du taux d'actualisation delta :
  delta<-CalculDelta()

  #Calcul des valeurs de marché d'une action aux points k*tau :
  # VM_ac0 est la valeur de marché initiale d'une action
        # mu_ac est le drift du processus continu
        # sigma_ac est la volatilité de la partie continue du processus
        #ac indique si l'on traite les actions (dans ce cas, la valeur sera celle de la colonne, ac=2)
ou l'immobilier (colonne 3)
        VM_ac0<-2
        mu_ac<--0.05
        sigma_ac<-0.2
        VM_actions<-BlackScholes(VM_ac0,sigma_ac,mu_ac,2)

#Calcul des valeurs de marché d'une obligation aux points k*tau :
  #nom : nominal de l'obligation
  #coup : pourcentage représentant le coupon de l'obligation : elle sert c*nom à chaque période
  nom<-5
  coup<-0.2
  VM_obli<-CalculVMOb(nom,coup)

#Calcul de la valeur comptable d'une obligation :
VC_obli<-CalculVCOb(nom,coup,VM_obli[1,1])

#Calcul des valeurs de marché d'un actif immobilier aux points k*tau :
        # V_im0 est la valeur de marché initiale du processus
        # mu_im est le drift du processus continu
        # sigma_im est la volatilité de la partie continue du processus
        #ac indique si l'on traite les actions (dans ce cas, la valeur sera celle de la colonne, ac=2)
ou l'immobilier (colonne 3)
        VM_im0<-1.7
        mu_im<--0.03
        sigma_im<-0.1
        VM_immo<-BlackScholes(VM_im0,sigma_im,mu_im,3)

#Calcul des valeurs de marché d'un actif monétaire :
        #VM_mo0 est la valeur de marché initiale du processus
        VM_mo0<-1.5
        VM_mon<-CalculVMon(VM_mo0)



matplot(VM_actions,type="l")
matplot(VM_immo,type="l")
matplot(VM_mon,type="l")
matplot(VM_obli,type="l")
matplot(VC_obli,type="l")

boxplot(VM_actions~row(VM_actions),range=0,col="grey")
title(ylab="VM_actions")
boxplot(VM_immo~row(VM_immo),range=0,col="grey")
title(ylab="VM_immo")
boxplot(VM_mon~row(VM_mon),range=0,col="grey")
title(ylab="VM_mon")
boxplot(VM_obli~row(VM_obli),range=0,col="grey")
title(ylab="VM_obli")


  #Définition du capital constitutif :
  CC<-100

  #Calcul des quantités d'actifs initialement achetées :
```

```
  Alloc<-c(10/100,70/100,15/100,5/100)
  Val0<-Alloc*CC
  Nb_ac<-Val0[1]/VM_ac0
  Nb_ob<-Val0[2]/VM_obli[1,1]
  Nb_im<-Val0[3]/VM_im0
  Nb_mo<-Val0[4]/VM_mo0


        #Calcul des valeurs de marché des actifs achetés :
  VM_actions<-Nb_ac*VM_actions
  VM_obli<-Nb_ob*VM_obli
  VM_immo<-Nb_im*VM_immo
  VM_mon<-Nb_mo*VM_mon

#Gestion actif/passif simplifiée :
#2) Calcul du taux de rendement des actifs :
  #lambda : longueur de la période de moyenne :
  lambda<-3
  #TMG : taux minimum garanti :
  TMG<-0.01
  rdtA<-CalculRdtA(coup,nom,VM_obli,VM_actions,VM_immo,VM_mon)
  boxplot(rdtA~row(rdtA),range=0,col="lightgrey")
  #pour zoomer boxplot(rdtA~row(rdtA),range=0,col="lightgrey", ylim=c(-0.1,0.15))
  title(ylab="RdtA")

  rdtS<-CalculRdtS(rdtA,TMG,lambda)
  #matplot(rdtS,type="l")
  boxplot(rdtS~row(rdtS),range=0,col="lightgrey")
  #pour zoomer boxplot(rdtS~row(rdtS),range=0,col="lightgrey", ylim=c(0,0.1))
  title(ylab="RdtS")

  #Calcul des PM(x,0,t) avec t=k*tau et x indifférent vu notre modélisation :
  #Définition des paramètres de la fonction de hasard :
  lambda_1<-0.06
  lambda_2<-0.2
  theta<-8
  curve(Survival,from=0,to=50, col=3, lwd=3)


  #Calcul de la PM
  PM<-CalculPM(rdtS)
  #matplot(PM,type="l")
  boxplot(PM~row(PM),range=0,col="lightgrey")
  title(ylab="PM")

  #Calcul de l'évolution de la réserve :
  Res<-CalculResM1(PM,rdtA,rdtS)
  #matplot(Res,type="l")
  boxplot(Res~row(Res),range=0,col="lightgrey")
  title(ylab="Res")

  #Calcul du BEL entre 0 et T pour un contrat :
  BEL<-CalculBELM1(PM,Res)
  print(mean(BEL))
  hist(BEL,breaks="FD",freq=NULL)



#}
```

Annexe 2 : Code du modèle détaillé d'interactions actif/passif

Fonctions supports

Les fonctions supports sont les mêmes que précédemment hormis celle du calcul du *bestimate*.

Best estimate

```
CalculBELM2<-function(P,R)
{
  #P désigne ici un vecteur des provisions mathématiques
  #R désigne ici un vecteur des réserves

  BEL<-array(-CC,dim=c(1,NS))

  for (i in 1:(N_per+1)){
    BEL<-BEL+{1+t_phi}*P[i,]*Hazard(tau*i)*delta[i,]
  }
  BEL<-BEL+delta[N_per+1,]*{1+t_phi}*{P[N_per+1,]+R[N_per+1,]}
  return(BEL)


}
```

Programme de gestion actif/passif détaillée

```
#main<-function(){

###################################
#Implémentation de l'ESG, Modèle 2#
###################################


#1) Gestion de l'actif :
#Définition des variables globales

# NS est le nombre de trajectoires du processus
  NS<-100

# Matu est la maturité du contrat
# CourbeTaux : donnée des taux f(0,t) observés aux instants k*tau du modèle
# ! Il faut que ce soit un vecteur ligne !
# tau : durée d'un intervalle de temps
#Correl:matrice des corrélations entre taux, actions et immobilier
  #CourbeTaux<-t(c(0.01,0.012,0.0123,0.013,0.0131,0.0134,0.0135,0.0135,0.0136,0.0137))
  CourbeTaux_ini<-t(c(0.01210, 0.01786, 0.02193, 0.02506, 0.02757, 0.02970, 0.03158, 0.03325, 0.03473, 0.03605,
0.03721, 0.03821, 0.03904, 0.03973, 0.04028, 0.04069, 0.04098, 0.04115, 0.04123, 0.04121,
0.04112, 0.04097, 0.04077, 0.04053, 0.04026, 0.03997, 0.03967, 0.03936, 0.03905, 0.03875,
0.03849, 0.03828, 0.03812, 0.03800, 0.03790, 0.03783, 0.03779, 0.03776, 0.03774, 0.03774,
0.03775, 0.03777, 0.03779, 0.03783, 0.03786, 0.03790, 0.03794, 0.03799, 0.03803, 0.03808,
0.03813, 0.03818, 0.03823, 0.03828, 0.03833, 0.03838, 0.03843, 0.03848, 0.03853, 0.03858,
0.03863, 0.03868, 0.03872, 0.03877, 0.03881, 0.03886, 0.03890, 0.03894, 0.03898, 0.03902,
0.03906, 0.03910, 0.03914, 0.03917, 0.03921, 0.03924, 0.03928, 0.03931, 0.03935, 0.03938))
  Matu<-40
  Interpol<-splinefun(0:(Matu-1),CourbeTaux_ini[1:Matu])

  tau<-1
  CourbeTaux<-t(sapply(seq(0,Matu-1,tau),Interpol))
  Correl<-array(c(1,0,-0.4,0,1,0.75,-0.4,0.75,1),c(3,3))


#Calcul du nombre de périodes :
```

```
  N_per=dim(CourbeTaux)[2]-1 #car il y a la période 0 dans la courbe des taux

#Calcul des vecteurs normaux corrélés qui serviront dans la suite :
  epsilon_corr<-CorrelGen()

#Calcul des taux forward et des prix des zéro-coupons :
        #sigma_tx, k_tx : paramètres du modèle de Hull & White
        sigma_tx<-0.05
        k_tx<-1.5

        Taux<-FxTaux(sigma_tx,k_tx)

  #Calcul du taux d'actualisation delta :
  delta<-CalculDelta()

  #Calcul des valeurs de marché d'une action aux points k*tau :
  # VM_ac0 est la valeur de marché initiale d'une action
        # mu_ac est le drift du processus continu
        # sigma_ac est la volatilité de la partie continue du processus
        #ac indique si l'on traite les actions (dans ce cas, la valeur sera celle de la colonne, ac=2)
 ou l'immobilier (colonne 3)
        VM_ac0<-2
        mu_ac<--0.05
        sigma_ac<-0.2
        VM_actions<-BlackScholes(VM_ac0,sigma_ac,mu_ac,2)

#Calcul des valeurs de marché d'une obligation aux points k*tau :
  #nom : nominal de l'obligation
  #coup : pourcentage représentant le coupon de l'obligation : elle sert c*nom à chaque période
  nom<-5
  coup<-0.2
  VM_obli<-CalculVMOb(nom,coup)

#Calcul de la valeur comptable d'une obligation :
VC_obli<-CalculVCOb(nom,coup,VM_obli[1,1])

#Calcul des valeurs de marché d'un actif immobilier aux points k*tau :
        # V_im0 est la valeur de marché initiale du processus
        # mu_im est le drift du processus continu
        # sigma_im est la volatilité de la partie continue du processus
        #ac indique si l'on traite les actions (dans ce cas, la valeur sera celle de la colonne, ac=2)
ou l'immobilier (colonne 3)
        VM_im0<-1.7
        mu_im<--0.03
        sigma_im<-0.1
        VM_immo<-BlackScholes(VM_im0,sigma_im,mu_im,3)

#Calcul des valeurs de marché d'un actif monétaire :
        #VM_mo0 est la valeur de marché initiale du processus
        VM_mo0<-1.5
        VM_mon<-CalculVMon(VM_mo0)

 #Définition des paramètres de la fonction de hasard :
  lambda_1<-0.02
  lambda_2<-0.2
  theta<-8

  #Définition du capital constitutif :
  CC<-100

  #Définition des paramètres du contrat :
  t_phi<-0.01
  t_PB<-0.03
  t1<-t_phi-t_PB #Le t' du modèle
  r_sigma<-0.04

  #Définition des VM/VC globales :
  VM_a<-array(0,dim=c(N_per+1,NS))
```

```
VM_o<-array(0,dim=c(N_per+1,NS))
VM_i<-array(0,dim=c(N_per+1,NS))
VM_m<-array(0,dim=c(N_per+1,NS))
VM_g<-array(0,dim=c(N_per+1,NS))

VC_a<-array(0,dim=c(N_per+1,NS))
VC_o<-array(0,dim=c(N_per+1,NS))
VC_i<-array(0,dim=c(N_per+1,NS))
VC_m<-array(0,dim=c(N_per+1,NS))
VC_g<-array(0,dim=c(N_per+1,NS))

#Définition des PM :
PM<-array(CC,dim=c(N_per+1,NS))
Delta_PM<-array(0,dim=c(N_per+1,NS))

#Définition de la réserve :
Res<-array(0,dim=c(N_per+1,NS))

#Définition de la PRE :
PRE<-array(0,dim=c(N_per+1,NS))
Delta_PRE<-array(0,dim=c(N_per+1,NS))

#Définition des revenus financiers des placements :
RF<-array(0,dim=c(N_per+1,NS))

#Définition des taux (de rendement des actifs / servi) :
r_A<-array(0,dim=c(N_per+1,NS))
r_S<-array(0,dim=c(N_per+1,NS))

      #Première étape : initialisation de la boucle :

#Calcul des quantités d'actifs initialement achetées :
AC<-array(0,dim=4)
AC[1]<-10/100
AC[2]<-70/100
AC[3]<-15/100
AC[4]<-5/100
Val0<-AC*CC

Nb_ac<-array(0,dim=c(N_per+1,NS))
Nb_ob<-array(0,dim=c(N_per+1,NS))
Nb_im<-array(0,dim=c(N_per+1,NS))
Nb_mo<-array(0,dim=c(N_per+1,NS))

Nb_ac[1,]<-Val0[1]/VM_ac0
Nb_ob[1,]<-Val0[2]/VM_obli[1,1]
Nb_im[1,]<-Val0[3]/VM_im0
Nb_mo[1,]<-Val0[4]/VM_mo0

      #Calcul des valeurs de marché des actifs achetés
(la valeur en 0 n'est utile que pour les graphiques, pas pour le bouclage) :
#Les valeurs VM_a/o/i/m désignent les VM des actions/oblig/...
 DANS LEUR ENSEMBLE, tandis que les VM_action/obli/... désignent la VM d'UNE UNITE !
VM_a[1,]<-Nb_ac[1,]*VM_actions[1,]
VM_o[1,]<-Nb_ob[1,]*VM_obli[1,]
VM_i[1,]<-Nb_im[1,]*VM_immo[1,]
VM_m[1,]<-Nb_mo[1,]*VM_mon[1,]
VM_g[1,]<-VM_a[1,]+VM_o[1,]+VM_i[1,]+VM_m[1,]


#Calcul des VC des actifs :
VC_a[1,]<-Nb_ac[1,]*VM_ac0
VC_o[1,]<-Nb_ob[1,]*VC_obli[1]
VC_i[1,]<-Nb_im[1,]*VM_im0
VC_m[1,]<-Nb_mo[1,]*VM_mo0
VC_g[1,]<-VC_a[1,]+VC_o[1,]+VC_i[1,]+VC_m[1,]
```

```
#Début de la boucle : i indice le temps
for (i in 2:(N_per+1)){

#Calcul des valeurs d'un actif en fin de période :
VM_a[i,]<-Nb_ac[i-1,]*VM_actions[i,]
VM_o[i,]<-Nb_ob[i-1,]*VM_obli[i,]
VM_i[i,]<-Nb_im[i-1,]*VM_immo[i,]
VM_m[i,]<-Nb_mo[i-1,]*VM_mon[i,]
VM_g[i,]<-VM_a[i-1,]+VM_o[i,]+VM_i[i,]+VM_m[i,]

VC_a[i,]<-Nb_ac[i-1,]*VM_ac0
VC_o[i,]<-Nb_ob[i-1,]*VC_obli[i]
VC_i[i,]<-Nb_im[i-1,]*VM_im0
VC_m[i,]<-Nb_mo[i-1,]*VM_mo0
VC_g[i,]<-VC_a[i,]+VC_o[i,]+VC_i[i,]+VC_m[i,]

#Calcul des revenus financiers des placements :
RF[i,]<-Nb_ob[i-1,]*coup*nom-mu_ac*VM_o[i,]-mu_im*VM_i[i,]+exp(Taux$f[i,i,])*VM_m[i,]
 #on considère qu'aucune obligation n'est arrivée à maturité

#Déduction des valeurs de marché et comptables après revenu :
VM_m[i,]<-VM_m[i,]+RF[i,] #revenus financiers comptabilisés sur l'actif monétaire
VC_m[i,]<-VC_m[i,]+RF[i,]

#Calcul des VM/VC globales après revenu :
VM_g[i,]<-VM_a[i,]+VM_o[i,]+VM_i[i,]+VM_m[i,]
VC_g[i,]<-VC_a[i,]+VC_o[i,]+VC_i[i,]+VC_m[i,]

#Calcul de la PRE en fin de période i :
Delta_PRE[i,]<-VM_a[i,]-VC_a[i,]+VM_o[i,]-VC_o[i,]+VM_i[i,]-VC_i[i,]+VM_m[i,]-VC_m[i,]
Delta_PRE[i,][Delta_PRE[i,]<0]<-0
PRE[i,]<-PRE[i-1,]+Delta_PRE[i,]

#Résolution de l'ED, en distinguant si on est en PVL ou MVL :

#Calcul des VM et VC globales :
#on indexe sur j les trajectoires stochastiques :
for (j in 1:NS){

if (VM_g[i,j]>=VC_g[i,j]) {
  # on est en PVL, on doit calculer les 6 solutions possibles aux trois équations du second degré :
  # on calcule les constantes :
  alpha<-{VM_g[i,j]-VM_m[i,j]}/VC_g[i,j]-1
  beta<-{VM_g[i,j]-VC_m[i,j]}/VC_g[i,j]-1
  H<-{VM_g[i,j]-VC_g[i,j]}/VC_g[i,j]
  H1<-H-{VC_a[i,j]*AC[1]/VM_a[i,j]+VC_o[i,j]*AC[2]/VM_o[i,j]+VC_i[i,j]*AC[3]/VM_i[i,j]}
  +{VC_a[i,j]+VC_o[i,j]+VC_i[i,j]}/VC_g[i,j]
  S<-VM_g[i,j]*{VC_a[i,j]*AC[1]/VM_a[i,j]+VC_o[i,j]*AC[2]/VM_o[i,j]+VC_i[i,j]*AC[3]/VM_i[i,j]}
  -{VC_a[i,j]+VC_o[i,j]+VC_i[i,j]}

  #On résout l'équation dans le premier régime :
  A1<-VM_m[i,j]*PM[i,j]*Hazard({i-1}*tau)-VM_m[i,j]*S-VC_m[i,j]*AC[4]*VM_g[i,j]-t1*VM_m[i,j]*PM[i,j]
  *r_sigma-t1*VM_m[i,j]*Delta_PRE[i,j]
  B1<-alpha*Hazard({i-1}*tau)*PM[i,j]+VM_m[i,j]/tau-alpha*S-VM_m[i,j]*H1-beta*AC[4]*VM_g[i,j]
  +VC_m[i,j]*AC[4]-2*t1*H*VM_m[i,j]-t1*alpha*PM[i,j]*r_sigma-t1*alpha*Delta_PRE[i,j]
  C1<-alpha/tau-alpha*H1+beta*AC[4]

  #si on a des solutions réelles, on les calcule
  if (B1^2-4*A1*C1>=0) {
     sol1<-Re(polyroot(c(A1,B1,C1)))

    #on doit maintenant vérifier qu'avec les solutions proposées pour Delta_PM dans sol1, on est bien dans le régime 1 :
    for (p in 1:length(sol1)){
    Q1<-PM[i,j]*r_sigma-sol1[p]*H1-S-{sol1[p]*beta+VC_m[i,j]}/{sol1[p]*alpha+VM_m[i,j]}*AC[4]
    *(VM_g[i,j]-sol1[p])
    Q2<-{sol1[p]*beta+VC_m[i,j]}/{sol1[p]*alpha+VM_m[i,j]}*AC[4]*(VM_g[i,j]-sol1[p])

    if(Q1<0 | Q1>Q2) {sol1[p]<-NaN}
```

```
    }
  }
  else {sol1<-NaN}

  #Même chose dans le second régime :
  C2<-alpha/tau-(1+t1)*alpha*H1+(1+t1)*beta*AC[4]
  B2<-VM_m[i,j]/tau+PM[i,j]*Hazard(tau*{i-1})*alpha-(1+t1)*(alpha*S+VM_m[i,j]*H1)
  -(1+t1)*(beta*AC[4]*VM_g[i,j]-VC_m[i,j]*AC[4])-alpha*t1*Delta_PRE[i,j]
  A2<-PM[i,j]*Hazard(tau*{i-1})*VM_m[i,j]-(1+t1)*VM_m[i,j]*S-(1+t1)*VC_m[i,j]*AC[4]*VM_g[i,j]
  -t1*Delta_PRE[i,j]*VM_m[i,j]

  #si on a des solutions réelles, on les calcule
  if (B2^2-4*A2*C2>=0) {
    sol2<-Re(polyroot(c(A2,B2,C2)))

    #on doit maintenant vérifier qu'avec les solutions proposées pour Delta_PM dans sol2, on est bien dans le régime 2 :
    for (p in 1:length(sol2)){
    Q1<-PM[i,j]*r_sigma-sol2[p]*H1-S-{sol2[p]*beta+VC_m[i,j]}/{sol2[p]*alpha+VM_m[i,j]}*AC[4]
    *(VM_g[i,j]-sol2[p])
    Q2<-{sol2[p]*beta+VC_m[i,j]}/{sol2[p]*alpha+VM_m[i,j]}*AC[4]*(VM_g[i,j]-sol2[p])
    if(Q1>0 | Q2<0) {sol2[p]<-NaN}
    }
  }
  else {sol2<-NaN}


  #Même chose dans le troisième régime :
  C3<-alpha/tau-(1+t1)*alpha*H1+(1+2*t1)*beta*AC[4]
  B3<-VM_m[i,j]/tau+PM[i,j]*Hazard(tau*{i-1})*alpha-(1+t1)*(alpha*S+VM_m[i,j]*H1)
  -(1+2*t1)*(beta*AC[4]*VM_g[i,j]-VC_m[i,j]*AC[4])-alpha*t1*Delta_PRE[i,j]
  A3<-PM[i,j]*Hazard(tau*{i-1})*VM_m[i,j]-(1+t1)*VM_m[i,j]*S-(1+2*t1)*VC_m[i,j]*AC[4]*VM_g[i,j]
  -t1*Delta_PRE[i,j]*VM_m[i,j]

  #si on a des solutions réelles, on les calcule
  if (B3^2-4*A3*C3>=0) {
    sol3<-Re(polyroot(c(A3,B3,C3)))


    #on doit maintenant vérifier qu'avec les solutions proposées pour Delta_PM dans sol3, on est bien dans le régime 3 :
    for (p in 1:length(sol3)){
    Q1<-PM[i,j]*r_sigma-sol3[p]*H1-S-{sol3[p]*beta+VC_m[i,j]}/{sol3[p]*alpha+VM_m[i,j]}
    *AC[4]*(VM_g[i,j]-sol3[p])
    Q2<-{sol3[p]*beta+VC_m[i,j]}/{sol3[p]*alpha+VM_m[i,j]}*AC[4]*(VM_g[i,j]-sol3[p])
    if((Q1>0 & Q1<Q2)|(Q1<0 & Q2>0)) {sol3[p]<-NaN}
    }
  }
  else {sol3<-NaN}


    Delta_PM[i,j]<-max(sol1,sol2,sol3,na.rm=T) #on prend le Delta_PM maximal, ce qui est prudent

}

else {
  J<-1-VC_g[i,j]/VM_g[i,j]
  K<-VC_a[i,j]*{AC[1]/VM_a[i,j]-1/VM_g[i,j]}+VC_o[i,j]*{AC[2]/VM_o[i,j]-1/VM_g[i,j]}
  +VC_i[i,j]*{AC[3]/VM_i[i,j]-1/VM_g[i,j]}+VC_m[i,j]*{AC[4]/VM_m[i,j]-1/VM_g[i,j]}

 # on est en MVL, même chose que précédemment :
  #Premier régime :
  sol1<-1/{1/tau-J+K}*{-PM[i,j]*Hazard({i-1}*tau)+(1+t1)*VM_g[i,j]*K+t1*{Delta_PRE[i,j]
  +PM[i,j]*r_sigma}}
  #Vérification :
  Q1<-PM[i,j]*r_sigma-sol1*J-{1-sol1/VM_g[i,j]}*K*VM_g[i,j]
  Q2<-AC[1]*{VM_g[i,j]-sol1}*{1-VC_a[i,j]/VM_a[i,j]}
  if(Q1<0 | Q1>Q2) {sol1<-NaN}

  #Deuxième régime :
```

```
  sol2<-1/{1/tau-{1+t1}*{J-K}}*{{1+t1}*VM_g[i,j]*K+t1*Delta_PRE[i,j]}
  #vérification :
  Q1<-PM[i,j]*r_sigma-sol2*J-{1-sol2/VM_g[i,j]}*K*VM_g[i,j]
  Q2<-AC[1]*{VM_g[i,j]-sol2}*{1-VC_a[i,j]/VM_a[i,j]}
  if(Q1>0 | Q2<0) {sol2<-NaN}

  #Troisième régime :
  sol3<-1/{1/tau-{1+t1}*{J-K}+t1*AC[1]*{1-VC_a[i,j]/VM_a[i,j]}}*{-PM[i,j]*Hazard({i-1}*tau)
  +{1+t1}*VM_g[i,j]*K+t1*{Delta_PRE[i,j]+AC[1]*VM_g[i,j]*{1-VC_a[i,j]/VM_a[i,j]}}}
  #vérification :
  Q1<-PM[i,j]*r_sigma-sol3*J-{1-sol3/VM_g[i,j]}*K*VM_g[i,j]
  Q2<-AC[1]*{VM_g[i,j]-sol3}*{1-VC_a[i,j]/VM_a[i,j]}
  if((Q1>0 & Q1<Q2)|(Q1<0 & Q2>0)) {sol3<-NaN}

  Delta_PM[i,j]<-max(sol3,sol2,sol1,na.rm=T)
}

#On en déduit PM :
PM[i,j]<-PM[i-1,j]+Delta_PM[i,j]



#Une fois l'équation résolue, on calcule les autres grandeurs nécessaires :
   #on doit encore distinguer PVL et MVL :
   if (VM_g[i,j]>=VC_g[i,j]){ #PVL
      x<-Delta_PM[i,j]/VC_g[i,j]
      VM_Pzeta_a<-VM_a[i,j]*(1-x)
      VM_Pzeta_o<-VM_o[i,j]*(1-x)
      VM_Pzeta_i<-VM_i[i,j]*(1-x)
      VM_Pzeta_m<-VM_m[i,j]*(1-x)+VM_g[i,j]*x-Delta_PM[i,j]

      VC_Pzeta_a<-VC_a[i,j]*(1-x)
      VC_Pzeta_o<-VC_o[i,j]*(1-x)
      VC_Pzeta_i<-VC_i[i,j]*(1-x)
      VC_Pzeta_m<-VC_m[i,j]*(1-x)+VM_g[i,j]*x-Delta_PM[i,j]

           }
   else { #MVL
      x<-Delta_PM[i,j]/VM_g[i,j]
      VM_Pzeta_a<-VM_a[i,j]*(1-x)
      VM_Pzeta_o<-VM_o[i,j]*(1-x)
      VM_Pzeta_i<-VM_i[i,j]*(1-x)
      VM_Pzeta_m<-VM_m[i,j]*(1-x)

      VC_Pzeta_a<-VC_a[i,j]*(1-x)
      VC_Pzeta_o<-VC_o[i,j]*(1-x)
      VC_Pzeta_i<-VC_i[i,j]*(1-x)
      VC_Pzeta_m<-VC_m[i,j]*(1-x)

   }

   VM_Pzeta_g<-VM_Pzeta_a+VM_Pzeta_o+VM_Pzeta_i+VM_Pzeta_m
   VC_Pzeta_g<-VC_Pzeta_a+VC_Pzeta_o+VC_Pzeta_i+VC_Pzeta_m


   #On peut alors calculer le nouveau nombre d'actifs :
   Nb_ac[i,j]<-Nb_ac[i-1,j]*VM_actions[i,j]/VM_actions[i-1,j]
   Nb_ob[i,j]<-Nb_ob[i-1,j]*VM_obli[i,j]/VM_obli[i-1,j]
   Nb_im[i,j]<-Nb_im[i-1,j]*VM_immo[i,j]/VM_immo[i-1,j]
   Nb_mo[i,j]<-Nb_mo[i-1,j]*VM_mon[i,j]/VM_mon[i-1,j]


   #On peut alors calculer le RF(1) :
   RF_1<-{VM_g[i,j]-VC_g[i,j]}*x

  #On calcule VM_iota :
   VM_iota_a<-AC[1]*VM_Pzeta_g-VM_Pzeta_a
   VM_iota_o<-AC[2]*VM_Pzeta_g-VM_Pzeta_o
```

```
    VM_iota_i<-AC[3]*VM_Pzeta_g-VM_Pzeta_i
    VM_iota_m<-AC[4]*VM_Pzeta_g-VM_Pzeta_m

    #Investissement /désinvestissement :
    VM_Piota_a<-VM_iota_a+VM_Pzeta_a
    VM_Piota_o<-VM_iota_o+VM_Pzeta_o
    VM_Piota_i<-VM_iota_i+VM_Pzeta_i
    VM_Piota_m<-VM_iota_m+VM_Pzeta_m

    VC_Piota_a<-VC_Pzeta_a*{1+VM_iota_a/VM_Pzeta_a}
    VC_Piota_o<-VC_Pzeta_o*{1+VM_iota_o/VM_Pzeta_o}
    VC_Piota_i<-VC_Pzeta_i*{1+VM_iota_i/VM_Pzeta_i}
    VC_Piota_m<-VC_Pzeta_m*{1+VM_iota_m/VM_Pzeta_m}

    #On peut alors calculer le RF(2) :
    RF_2<-VC_Piota_a+VC_Piota_o+VC_Piota_i+VC_Piota_m-{VC_Pzeta_a+VC_Pzeta_o+VC_Pzeta_i+VC_Pzeta_m}

    #On en déduit le r_A :
    r_A[i,j]<-{RF_1+RF_2}/PM[i,j]

    #Puis le Rdt_AR :
    Rdt_AR<-max(0,min(r_sigma-r_A,{VM_Piota_a-VC_Piota_a}/PM[i,j]))
    #print(Rdt_AR)

    #On calcule les PMVL à réaliser :
    PMVL_g<-Rdt_AR*PM[i,j]

    #On calcule ensuite le pourcentage des PMVL en actions :
    PC_PMVL_a<-min(1,PMVL_g/(VM_Piota_a-VC_Piota_a))

    #Puis cette valeur :
    PMVL_a<-PC_PMVL_a*{VM_Piota_a-VC_Piota_a}

    #On en déduit le RF(3) :
    RF_3<-PMVL_a

    #On peut alors calculer le taux servi :
    r_S[i,j]<-r_A[i,j]+1/PM[i,j]*t1*{Delta_PRE[i,j]+RF_1+RF_2+RF_3}

    #On en déduit Res :
    Res[i,j]<-Res[i-1,j]+max(0,PM[i,j]*(r_A[i,j]-r_S[i,j]))


  }

  }
   BEL2<-CalculBELM2(PM,Res)
   print(mean(BEL2))
   print(median(BEL2))
   hist(BEL2,breaks="FD",freq=NULL)

#}
```

Bibliographie

L. Allag,
Modélisation et allocation stratégique dans le cadre du référentiel solvabilité 2,
Thèse de maîtrise, ISFA, 2008.

K. Armel,
Structure de dépendance des générateurs de scénarios économiques. modélisation et simulation,
Thèse de maîtrise, ISFA, 2010.

Autorité de contrôle prudentiel,
Orientations nationales complémentaires aux spécifications techniques, 2010,
Solvabilité 2 - 5ème étude d'impact (QIS5).

Autorité de contrôle prudentiel,
Principaux enseignements de la 5ème étude quantitative d'impact (QIS5), 2011,
Analyses et synthèses Solvabilité 2.

L. Bailly et G. Jourdrin,
« Solvabilité II : Traitement des contrats d'épargne en euros. réponse de la commission d'assurance de l'Afgap au CP20 »,
Rapport technique, ALTIA / BNP Assurance, 2007.

A. Burger,
La gestion actif/passif en assurance vie. couverture du risque de taux par des produits dérivés,
Thèse de maîtrise, Université Paris Dauphine, 1999.

S. Campori et T. Flamand,
« Les impacts de solvabilité II pour les gestionnaires d'actifs »,
Agefi, 2001.

CEIOPS,
QIS1 summary report, 2006a,
CEIOPS-FS-01/06.

CEIOPS,
QIS2 summary report, 2006b,
CEIOPS-SEC-71/06S.

CEIOPS,
Ceiops' report on its third quantitative impact study (QIS3) for solvency II, 2006c, CEIOPS-DOC-19/07.

H. Dastarac et P. Sauveplane,
Les déflateurs stochastiques : quele utilisation en assurance ?,
Thèse de maîtrise, ENSAE, 2010.

C. Descure et C. Borean,
« Gestion actif-passif et solvabilité »,
Dans *Proceedings of the* 28^{th} *International Congress of Actuaries*, 2006.

P. Embrechts, A. McNeil et D. Strauman,
« Correlation : Pitfalls and alternatives », 1999,
unpublished.

N. Gautron, F. Planchet et P. Thérond,
« Méthodes financières et allocation d'actifs en assurance »,
Les cahiers de recherche de l'ISFA, vol. WP2025, 2003.

D. Heath, R. Jarrow et A. Morton,
« Bond pricing and the term structure of interest rates : a discrete time approximation »,
Journal of Financial and Quantitative Analysis, vol. 25, p. 419–440, 1990.

T. Ho et S. Lee,
« Term structure movements and pricing interest rate contingent claims »,
Journal of Finance, vol. 41, 1986.

H. Hull et A. White,
« Pricing interest-rate derivative securities »,
The Review of Financial Studies, vol. 3, n° 4, p. 575–592, 1990.

M. Imbeault, W. Lagras, R. Loljeeh et S. Zhao,
Performance d'un contrat variable annuities,
Thèse de maîtrise, ISFA / Université Claude Bernard Lyon 1, 2011.

Institut des Actuaires,
Solvabilité II, 2008,
De la 3ème à la 4ème étude quantitative d'impact.

P. Kaltwasser et P. Lemoine,
Modèles de rsques et solvabilité en assurance vie,
Thèse de maîtrise, ISFA, 2004.

F. Le Vallois, P. Palsky et A. Tosetti,
Gestion actif passif de l'assurance vie : Réglementation, outils et méthodes,
Economica, 2003.

C. Parfait,
La provision best estimate d'un contrat d'épargne en euros dans le cadre du QIS4 de Solvabilité 2,
Thèse de maîtrise, Université Paris Dauphine, 2008.

F. Planchet et G. Leroy,
« Que signifie la ruine dans solvabilité II ? »,
La Tribune de l'Assurance (rubrique Le Mot de l'Actuaire), vol. 147, 2010.

F. Planchet, P. Therond et A. Kamega,
Scénarios économiques en assurance. Modélisation et simulation,
Economica, 2009.

P. Schoeffer,
« Immobilier : une classe d'actifs de style 'performance absolue' »,
Réflexions immobilières IEIF, vol. 43, 2007.

E. Tassin,
« La mesure du risque de marché supporté par les compagnies d'assurance »,
Rapport technique, FIXAGE, 2010.

F. de Varenne,
« Actions, attention danger ? »,
Risques, Les cahiers de l'assurance, vol. 65, 2006.

I. <u>Contrat d'assurance sur la vie : définition</u>

1. Généralités

Dans le code des assurances, le premier article introduisant la notion d'assurance sur la vie est l'article L. 131-1, stipulant qu' *« en matière d'assurance sur la vie et d'assurance contre les accidents atteignant les personnes, les sommes assurées sont fixées par le contrat* ». A la suite de cela, le résumé de jurisprudence (fondé sur les quatre arrêts rendus par la Cour de Cassation en chambre mixte le 23 novembre 2004) afférent à l'article L. 310-1-1 du code des assurances précise cette notion et l'aléa en jeu dans le contrat d'assurance sur la vie : « *le contrat d'assurance dont les effets dépendent de la durée de la vie humaine comporte un aléa au sens des art. 1964 du code civil, L. 310-1-1° et R. 321-1(20) du code des assurances, et constitue un contrat d'assurance sur la vie* ».

Juridiquement, le contrat d'assurance sur la vie est une convention par laquelle une personne morale (l'assureur), en échange d'un ou plusieurs versements (les primes ou cotisations), s'engage envers la personne ayant contracté (le souscripteur) à verser à une personne désignée au contrat (le bénéficiaire) un capital ou une rente (les prestations), en cas de vie ou de décès (l'aléa) de la personne désignée au contrat (l'assuré), et ce, pendant une période déterminée (la durée du contrat). Techniquement, un contrat d'assurance-vie est un contrat d'assurance comportant des engagements dont l'exécution dépend de la durée de la vie humaine. On peut donc distinguer les contrats où le risque pour l'assureur sera le décès de la personne assurée et ceux où le risque sera sa survie.

L'article R. 321-1 du code des assurances présente les branches pour lesquelles une compagnie d'assurance désirant proposer des contrats d'assurance sur la vie doit posséder un agrément :

- la branche 20 (« *Vie-Décès : Toute opération comportant des engagements dont l'exécution dépend de la durée de la vie humaine autre que les activités visées aux branches 22, 23 et 26* ») ;
- la branche 22 (« *Assurances liées à des fonds d'investissement : Toutes opérations comportant des engagements dont l'exécution dépend de la durée de la vie humaine et liées à un fonds d'investissement* ») ;
- la branche 23 (« *Opérations tontinières : Toutes opérations comportant la constitution d'associations réunissant des adhérents en vue de capitaliser en commun leurs cotisations et de répartir l'avoir ainsi constitué soit entre les survivants, soit entre les ayants droit des décédés* ») ;
- la branche 25 (« *Gestion de fonds collectifs : toute opération consistant à gérer les placements et notamment les actifs représentatifs des réserves d'entreprises autres que celles mentionnées à l'article L. 310-1 et qui fournissent des prestations en cas de vie, en cas de décès ou en cas de cessation ou de réduction d'activités* ») ;
- et la branche 26 (« *Toute opération à caractère collectif définie à la section I du chapitre Ier du titre IV du livre IV* »).

2. Types de garanties

Il est peu aisé d'établir une typologie précise des contrats d'assurance sur la vie, car les frontières des catégories qu'on peut définir sont floues et mouvantes. De plus, plusieurs classifications peuvent être opérées selon qu'on considère uniquement les critères de distinction techniques fournis par le code des assurances (qui ne se préoccupent pas de l'objet du contrat, sauf en ce qui concerne l'obligation de conseil aux assurés), ou fiscaux, par exemple. On peut néanmoins présenter ces contrats en envisageant une typologie selon le type de besoin couvert par le produit d'assurance sur la vie. A chaque fois, on distinguera le traitement individuel de ce besoin de son traitement collectif.

On peut alors proposer trois types de garanties proposés par les produits d'assurance sur la vie :

- Couverture du risque de décès : dans cette optique, les compagnies proposent des contrats d'assurance en cas de décès, individuels ou collectifs. La prime y est déterminée selon un taux technique ; elle dépend également du risque couvert et des caractéristiques (âge, sexe, profession…) des assurés (contrats individuels) ou d'un collège d'assurés (contrat collectif).
- Couverture des besoins complémentaires durant la retraite : ces contrats sont définis réglementairement par le code des assurances ou des lois spécifiques (loi Fillon, loi Madelin…). Ils répondent à un double objectif : d'une part, inciter les épargnants à préparer individuellement leur retraite par capitalisation, et d'autre part faire en sorte que l'épargne ainsi constituée soit entièrement destinée à la retraite. Comme dans le cas des contrats d'assurance en cas de décès, les contrats peuvent être de retraite individuelle (par exemple, les PERP, les contrats Madelin, les contrats DSK ou NSK) ou de retraite collective, comme les contrats définis par les articles L. 441-1 et suivants du code des assurances, ou les contrats de retraite gérés sous l'agrément européen de retraite professionnelle supplémentaire (contrats « article 39 » et « article 83 »)[1]. Ces contrats proposent des mécanismes spécifiques tant au niveau d'opérations réalisables sur les contrats (rachats, transferts, versements et incitations fiscales…) qu'au niveau des rendements (fonds cantonné, taux technique nul, garantie des tables de conversion en rente, etc.).
- Les contrats d'épargne : ils font partie des contrats d'assurance en cas de vie et entrent dans les catégories 1, 2, 3, 4, 5 ou 7 de l'art. A. 344-2 du code des assurances. Ils répondent principalement à un besoin de placement ou de constitution d'un capital en vue d'un projet sur un horizon prédéfini par le souscripteur. Ce dernier optera alors pour différents supports financiers selon sa situation financière et patrimoniale et la diversification recherchée en termes de placements. Cette diversification pourra être plus ou moins gérée par l'assureur via des conventions de gestion établissant la part des supports en euros ou en Unités de Compte (UC), ou via des gestions évolutives répartissant la part des supports selon l'âge ou l'horizon de placement choisi par l'assuré. La gestion des placements en valeurs mobilières pourra se faire en direct, ou via une délégation de gestion (régie par un mandat de gestion) à un organisme agréé par l'Autorité des Marchés Financiers. A nouveau, les contrats d'épargne pourront être collectifs (épargne d'entreprise) ou individuels (assurance en cas de vie, capitalisation).

3. Les modalités pratiques

Les contrats d'assurance-vie pourront être :

- des contrats à primes périodiques (viagères ou temporaires) : il s'agit de contrats dont les garanties, exprimées aux conditions particulières, ne sont pas financées par les seules primes passées. Comme, en vie, le souscripteur a toujours le droit de cesser de payer les primes, le contrat doit impérativement prévoir les modalités de réduction des garanties dans ce cas ;
- des contrats à versements libres : ils sont une accumulation de primes uniques pourvues de l'ancienneté fiscale du premier versement ;
- des contrats à versements programmés : il s'agit d'une modalité particulière de versements libres, où le souscripteur choisit de verser régulièrement mais garde la faculté de cesser ou de modifier ses versements à toute époque.

4. Les différents types de supports des contrats d'assurance-vie

Dans le cadre des contrats d'épargne, le souscripteur peut donc rencontrer deux catégories de contrats, conformément à l'article L. 131-1 du code des assurances : les contrats mono-support en euros (proposés par des compagnies d'assurances bénéficiant de l'agrément pour la branche 20 définie à l'article R. 321-1 du code des assurances), et les contrats multi-support en unités de compte

[1] On peut proposer une autre nomenclature de ces contrats, distinguant les contrats souscrits dans le cadre d'un plan d'épargne retraite populaire, les régimes de retraite complémentaire des fonctionnaires et assimilés (PREFON, CGOS) et enfin les contrats de retraite souscrits dans un cadre professionnel (article 83, article 82, loi Madelin, article 39).

(proposés par des compagnies d'assurances bénéficiant de l'agrément pour la branche 22). Le second alinéa de l'article L. 131-1 définit les grandes lignes des contrats en unités de compte. Étant donné que nous ne nous intéresserons pas à ce type de contrats dans notre mémoire, leur cadre juridique ne sera que très partiellement exposé dans cette note.

Les contrats mono-support en euros, qui ont fait le succès de l'assurance-vie jusque dans les années 1990, sont peu commercialisés sur le marché aujourd'hui ; ce type de contrat demeure en outre une spécificité française. Cette situation s'explique par le fait qu'ils ne proposent qu'un seul support d'investissement et qu'ils ne permettent pas de bénéficier des opportunités des marchés financiers et ainsi de préparer un projet nécessitant une recherche de performance élevée (en contrepartie d'un risque accru). Les contrats multi-supports en UC, majoritairement commercialisés aujourd'hui, proposent une multitude de fonds d'investissement très diversifiés (dans les limites fixées par l'article R. 331-1 du code des assurances) : actions, obligataires, thématiques, à capital garanti, monétaires, principalement via des OPCVM (SICAV ou FCP) et parfois des titres vifs (actions, obligations *corporate* …). Ils proposent par ailleurs dans la plupart des cas un support en euros.

Comme on l'a mentionné plus haut, il existe des contrats individuels et des contrats collectifs. Les contrats individuels trouvent leur fondement dans l'article L. 132-1 du code des assurances, qui précise : « *la vie d'une personne peut être assurée par elle-même ou par un tiers* ». Les contrats collectifs, régis par les articles L. 141-1 (« *Est un contrat d'assurance de groupe le contrat souscrit par une personne morale ou un chef d'entreprise en vue de l'adhésion d'un ensemble de personnes répondant à des conditions définies au contrat, pour la couverture des risques dépendant de la durée de vie humaine […]* ») et suivants du code des assurances, sont à séparer en deux catégories : les contrats à adhésion facultative et à adhésion obligatoire, qu'on ne détaillera pas dans la présente note.

II. Les contrats en euros

L'article L. 131-1 du code des assurances précise : « *en matière d'assurance sur la vie […], les sommes assurées sont fixées par le contrat* ». Les contrats d'assurance vie et notamment les contrats d'épargne en euros (proposés par les entreprises agréées en branche 20) proposent donc des garanties forfaitaires. Le contrat libellé en euros est fondé sur l'article L. 131-1 du code des assurances (il garantit donc les sommes fixées au contrat) ; s'y adjoint une règle de participation des assurés aux bénéfices techniques et financiers, règle imposée par l'article L. 331-3 du code des assurances (« *les entreprises d'assurance sur la vie ou de capitalisation doivent faire participer les assurés aux bénéfices techniques et financiers qu'elles réalisent, dans les conditions fixées par arrêté du ministre de l'économie et des finances* »), que l'on détaillera dans la partie II. 3. c. Cet article ne fixe pas de règle sur la distribution de la provision pour participation aux bénéfices, hormis le fait que la participation collective doit être garantie.

1. Vie et mort d'un contrat d'épargne en euros

Les objectifs d'un contrat d'épargne en euros sont variés. Tout d'abord, un contrat d'épargne en euros peut être souscrit avec pour objectif une transmission de capital et ce dans des conditions fiscales avantageuses. Il peut, par ailleurs, permettre le financement d'un bien via la possibilité de rachats et de retraits (sous forme de rachats partiels ou d'avances consenties par l'assureur) sur ce contrat : l'assuré peut effectuer des versements libres ou programmés (selon ce qui est spécifié dans les conditions générales et particulières de son contrat) ; son capital étant garanti à tout moment, il est en mesure de réaliser un rachat total ou partiel (programmé ou non). Enfin, il peut constituer un placement financier (fiscalité avantageuse sur les plus-values réalisées).

Les différentes étapes marquant la vie d'un contrat d'épargne en euros sont les suivantes :

- La souscription, au cours de laquelle le souscripteur signe la demande de souscription et accepte les conditions énoncées par les dispositions générales et particulières et effectue les versements. Les bénéficiaires sont désignés. L'article L. 132-5-1 du code des assurances dispose de plus : *« toute personne physique qui a signé une proposition ou un contrat d'assurance sur la vie ou de capitalisation a la faculté d'y renoncer par lettre recommandée avec demande d'avis de réception pendant le délai de trente jours calendaires révolus à compter du moment où elle est informée que le contrat est conclu.* »

- La constitution du capital : durant la période d'effet du contrat et suivant les conditions fixées par celui-ci, le souscripteur peut effectuer des versements, qui sont valorisés selon les dispositions stipulées dans le contrat.
- Les rachats partiels : durant la durée de vie du contrat, le souscripteur peut effectuer des rachats partiels (ponctuels ou programmés). Toutefois, ces rachats sont soumis à des pénalités (article L. 331-2 du code des assurances : « *la valeur de rachat ou de transfert [...] peut être diminuée d'une indemnité dont le montant maximal est fixé par décret* »). Celles-ci s'expriment en pourcentages des provisions mathématiques et sont plus ou moins importantes selon la durée de vie résiduelle du contrat. Le seuil maximal de ces pénalités est de 5 % des provisions mathématiques pour des contrats de durée inférieure à 10 ans ; elles sont nulles à l'issue d'une période de 10 ans à compter de la date d'effet du contrat (article R. 331-5 du code des assurances : « *l'indemnité mentionnée à l'article L. 331-2 ne peut dépasser 5% de la provision mathématique du contrat, et doit être nulle à l'issue d'une période de dix ans à compter de la date d'effet du contrat* »). L'existence de ces pénalités fait que l'assuré désirant racheter son contrat devra arbitrer entre son besoin de liquidité (éventuellement, pour souscrire à un contrat plus avantageux proposé par une compagnie concurrente) et la baisse du montant restitué due à ces pénalités. La dynamique des rachats tiendra donc compte de cet arbitrage.
- Le rachat total, soumis à des dispositions fiscales particulières, qui seront détaillées dans une autre partie, et qui marque, avec le décès de l'assuré, les deux sorties possibles du contrat.

2. Fiscalité des contrats d'épargne en euros

a. Fiscalité en cas de décès avant le terme

Le calendrier des versements est la variable majeure de la fiscalité de la transmission en cas de décès. Deux dates importantes ont vu modifier la rection de la fiscalité en cas de décès des contrats d'assurance vie : le 20 novembre 1991 et le 30 juillet 2011.

Plusieurs cas sont donc possibles :

- Pour les contrats signés avant le 20 novembre 1991 (sauf ceux ayant subi une modification substantielle à compter de cette date) :

Les sommes correspondant à des primes que le défunt avait versées avant le 13 octobre 1998 ou à des successions ouvertes avant le 1er janvier 1999 sont exonérées de droits de succession ; les sommes correspondant à des primes que le défunt avait versées après le 13 octobre 1998 ou à des successions ouvertes à compter du 1er janvier 1999 sont soumises à un prélèvement forfaitaire de 20%, après application d'un abattement de 152 500 euros par bénéficiaire (tous contrats confondus) (cf. article 990 I du code général des impôts).

Si le décès est intervenu après le 30 juillet 2011, le taux du prélèvement est de 25 % pour la fraction de la part nette taxable supérieure à 902 838 euros.

- Pour les contrats signés après le 20 novembre 1991 :

Les sommes correspondant à des primes versées avant le 13 octobre 1998 par le défunt avant l'âge de 70 ans sont exonérées de droits (article 757 B du code général des impôts). Les sommes correspondant à des primes que le défunt avait versées après le 13 octobre 1998 sont soumises à un prélèvement forfaitaire de 20%, après application d'un abattement de 152 500 euros par bénéficiaire (tous contrats confondus), selon l'article 990 I du code général des impôts. Si le décès est intervenu après le 30 juillet 2011, le taux du prélèvement est de 25 % pour la fraction de la part nette taxable supérieure à 902 838 euros.

Ce dispositif ne remet pas en cause le régime des primes versées après l'âge de 70 ans, qui restent soumises à l'article 757 B du code général des impôts :

- Avant le 13 octobre 1998 : si les primes sont inférieures à un certain plafond, s'élevant à 30 500 euros, une exonération totale est consentie (article 757 B du code général des impôts). Si les primes sont supérieures à ce plafond, les primes versées par le défunt donnent ouverture aux droits de mutation par décès suivant le degré de parenté existant entre le bénéficiaire à titre gratuit et l'assuré à concurrence de la fraction des primes versées après l'âge de soixante-dix ans qui excède 30 500 euros.
- Après le 13 octobre 1998 : si les primes sont inférieures au plafond, selon l'article 990 I du code général des impôts, elles sont soumises à prélèvement après abattement.

Les sommes versées doivent être mentionnées dans la déclaration de succession dès lors que des primes ont été versées par le défunt après l'âge de 70 ans (même quand elles n'excèdent pas 30 500 euros). Les intérêts produits par les primes versées après 70 ans restent exonérés de droits de succession. Il est important de préciser que lorsque le bénéficiaire en cas de décès est le conjoint survivant ou le partenaire pacsé, aucun prélèvement d'aucune sorte ne s'applique, puisque ces derniers sont désormais exonérés de droits de succession.

b. Fiscalité au terme du contrat ou en cas de rachat

Les contrats d'assurance-vie ne sont pas taxables durant la phase d'épargne, hormis dans le cas d'un rachat total ou partiel, et ce au prorata des sommes retirées. Le rachat se compose d'une partie de capital et d'une partie revenus (plus-values ou intérêts). Seule cette dernière partie est soumise à l'impôt.

Pour un rachat total, les revenus sont déterminés par la différence entre la valeur de l'épargne acquise (comprenant notamment les intérêts et la participation aux bénéfices versés) et les versements effectués (diminués des chargements de souscription et de gestion).

Pour un rachat partiel, les revenus sont déterminés par la proportion entre les versements et le capital obtenu. La base de calcul du montant imposable se détermine par la formule suivante :

$$\text{Base de calcul} = \text{Rachat} - (\text{Versements} \times \text{Rachat}) / \text{Valeur}$$

Avec :
- Rachat = montant du rachat partiel
- Versements = total des primes versées à la date du rachat (diminué des chargements de souscription et de gestion)
- Valeur = valeur totale du contrat à la date du rachat.

Les revenus du contrat d'assurance-vie dans le cas d'un rachat peuvent être imposés de différentes façons (au choix du contribuable), depuis le 1er janvier 1998 (cf. article 125-0 A du code général des impôts) :

- imposés selon le barème de l'impôt sur le revenu (revenus ajoutés à la déclaration de revenu),
- soumis à un prélèvement forfaitaire libératoire.

De plus, le taux de ce prélèvement forfaitaire diminue en fonction de l'ancienneté du contrat :

- Si le rachat s'effectue avant la quatrième année du contrat, le taux de prélèvement libératoire est de 35 %.
- Si le rachat s'effectue entre 4 et 8 ans d'ancienneté du contrat, ce taux est de 15 %.
- Au-delà de 8 ans, le produit est assujetti à un régime fiscal avantageux : le prélèvement libératoire est de 7,5 % sachant qu'aucune taxation ne sera effectuée jusqu'à 4 600 euros d'intérêt par an pour une personne et 9 200 euros pour un couple. Cet abattement est acquis quel que soit le choix d'imposition.

Des prélèvements sociaux de 11 % s'ajoutent à cette imposition. Enfin, des exonérations de taxation sont possibles dans les cas suivants : licenciement, liquidation judiciaire, invalidité, mise à la retraite anticipée du souscripteur ou de son conjoint (ces exonérations s'appliquent jusqu'à la fin de l'année qui suit celle où l'événement se produit).

Pour les versements effectués avant le 26 septembre 1997, les revenus sont exonérés d'imposition. Notons enfin qu'il existe des règles particulières pour les versements effectués entre le 26 septembre 1997 et le 31 décembre 1997 lorsque le contrat a été ouvert avant le 26 septembre 1997.

c. Autres prélèvements

Les produits des contrats sont soumis aux prélèvements selon les dispositions de l'article L136-7 du code de la sécurité sociale.

Si le souscripteur est ou devient redevable de l'impôt sur la fortune, la valeur de rachat du contrat au 1er janvier de chaque année est à inclure dans la base taxable. Rappelons enfin que dans le cas des contrats d'assurance non rachetables souscrits avant l'âge de 70 ans, les primes sont assimilées aux cotisations souscrites auprès des régimes de retraite, qui ne sont pas prises en compte au titre de l'ISF (corollaire à l'article 885 F du code général des impôts).

Conformément à l'ensemble de cette note et de notre mémoire, nous avons choisi de ne pas étudier ici le cas des contrats en UC et des dispositions fiscales afférentes (notamment liées à l'amendement Fourgous).

3. Revalorisation du contrat

a. Le taux technique

Le taux technique, ou taux d'intérêt technique, correspond au taux de long terme garanti par le contrat. Il est donc nécessaire à la tarification des contrats et au calcul des engagements. Il est encadré (ou plus précisément, majoré) par l'article A. 132-1 du code des assurances, qui précise : « *Les tarifs pratiqués par les entreprises […] doivent être établis d'après un taux au plus égal à 75 p. 100 du taux moyen des emprunts de l'Etat français calculé sur une base semestrielle sans pouvoir dépasser, au-delà de huit ans, le plus bas des deux taux suivants : 3,5 p. 100 ou 60 p. 100 du taux moyen indiqué ci-dessus. Pour les contrats à primes périodiques […], quelle que soit leur durée, ce taux ne peut excéder le plus bas des deux taux suivants : 3,5 p. 100 ou 60 p. 100 du taux moyen indiqué ci-dessus* ». Le reste de l'article A. 132-1 précise les conditions valables pour les contrats libellés en devises étrangères ; il ajoute que « *le taux moyen des emprunts d'État à retenir est le plus élevé des deux taux suivants : taux à l'émission et taux de rendement sur le marché secondaire* » (et l'article A. 132-1-1 précise les modalités de ce calcul).

b. Taux minimum garanti

Le taux minimum garanti (ou TMG) est régi par les articles A. 132-2 et A. 132-3 du code des assurances. La rédaction de ces articles a changé récemment (entrée en vigueur des nouveaux articles le 1er août 2010). L'organisme a maintenant la possibilité d'inclure, en plus d'un taux technique, des garanties de taux. La valeur de ces garanties de taux (intérêts techniques et participation bénéficiaire) est fixée en début de période pour une durée déterminée (entre six mois et deux ans, et peut être déterminée en début de période ou déterminable à partir des paramètres propres à l'entreprise, d'après l'arrêté du 7 juillet 2010 modifiant les dispositions du code des assurances relatives aux taux minimums garantis. L'article A. 132-2 introduit la notion du TMG de cette façon : « *Les entreprises […] peuvent, dans les conditions fixées par l'article A. 132-3, garantir dans leurs contrats un montant total d'intérêts techniques et de participations bénéficiaires qui, rapporté aux provisions mathématiques, ne sera pas inférieur à un taux minimum garanti* ». L'article A. 132-3 instaure deux limitations : la première est une limitation par exercice comptable du montant global qu'un assureur peut consacrer à l'octroi de participations aux bénéfices dans le cadre de l'article A. 132-2. Cette limitation est exprimée en fonction de la moyenne sur les deux derniers exercices du taux de rendement des actifs et des provisions mathématiques du dernier exercice (sauf si celles-ci sont appelées à diminuer, auquel cas on prend en compte une estimation des provisions mathématiques pour l'exercice en cours). La seconde limitation correspond à un plafond des TMG contrat par contrat, défini par référence au taux d'intérêt technique maximal (articles A. 132-1 et A. 132-1-1 du code des assurances) et à la moyenne des taux moyens servis aux assurés lors des deux derniers exercices.

c. Participation aux bénéfices

La réglementation oblige également les assureurs à redistribuer leurs produits financiers par le biais des différents mécanismes de participation aux bénéfices. L'article L. 331-3 du code des assurances dispose, comme on l'a vu plus haut : « *les entreprises d'assurance sur la vie ou de capitalisation doivent faire participer les assurés aux bénéfices techniques et financiers qu'elles réalisent, dans les conditions fixées par arrêté du ministre de l'économie et des finances* ».

Dans le cadre de la mise en place d'une participation aux bénéfices, l'assureur établit un compte de participation aux résultats à partir duquel sont tout d'abord servis les intérêts techniques. Le reliquat est dévolu à la participation aux bénéfices. Cette dernière peut être immédiate ou différée. Dans ce dernier cas, elle prend la forme d'une provision pour participation aux bénéfices. Elle doit alors être distribuée ultérieurement, et ce sous huit ans.

La participation aux bénéfices correspond au montant de résultats financiers et techniques revenant aux assurés une fois que les financements de la valorisation minimale de l'épargne (intérêts techniques) et de la marge de l'assureur sont effectués :

- Résultats financiers et techniques : la plupart du temps, les résultats techniques sont faibles voire négatifs du fait d'un faible niveau des prélèvements effectués par les assureurs en comparaison de leurs véritables frais. D'où un fort intérêt pour les résultats financiers : il s'agit des produits financiers (coupons, dividendes, …) servant à rémunérer les passifs. Généralement, on observe un « désadossement » de l'actif et du passif au départ. Une fois ce désadossement compensé (et donc l'adossement réalisé), on peut déterminer les produits financiers revenant effectivement aux assurés et il est alors possible de déterminer le taux de produits financiers devant être utilisés pour calculer la PB.
- Intérêts techniques : il s'agit des intérêts techniques engendrés par la fixation du taux technique, à payer aux assurés.
- Marge théorique : marge maximale que l'assureur a contractuellement le droit de prélever sur les fonds appartenant aux assurés. Si les produits financiers ne sont pas suffisamment importants, l'assureur se voit dans l'obligation de rogner sa marge afin de respecter ses engagements en matière de taux techniques.

Les trois types de participation aux bénéfices sont les suivants :

i. Participation aux bénéfices réglementaire minimale

La réglementation fixe un minimum de participation aux bénéfices, qui correspond à un droit global des assurés.

Les notions de participation réglementaire aux résultats et aux bénéfices sont précisées dans les articles suivants du code des assurances :

- Article A. 331-4 § I : « *Pour les opérations de chaque entreprise […], le montant minimal de participation aux bénéfices à attribuer au titre d'un exercice est déterminé globalement à partir d'un compte de participation aux résultats […]* »
- Article A. 331-5 : « *Le montant minimal annuel de la participation aux résultats est le solde créditeur du compte de participation aux résultats*[2] *défini au I de l'article A. 331-4 pour les opérations mentionnées à ce même I. Le montant minimal annuel de la participation aux bénéfices est égal au montant défini à l'alinéa précédent diminué du montant des intérêts crédités aux provisions mathématiques.* »

Notons toutefois que l'article A. 331-4 du code des assurances impose un montant minimum de bénéfices techniques pour l'assureur, de 10 % dans le cas général et du maximum entre ces 10 % et 4,5 % des primes annuelles pour les contrats temporaires décès.

ii. Participation aux bénéfices discrétionnaire

L'assureur peut également décider *a posteriori* de distribuer une part des produits financiers réalisés durant l'année à tous ou une partie des bénéficiaires des contrats d'assurance sur la vie.

iii. Participation aux bénéfices contractuelle

Comme précisé précédemment, la participation aux bénéfices réglementaire ne constitue pas un droit individuel pour l'assuré. En revanche, le contrat peut stipuler des droits particuliers via une clause de participation aux bénéfices. Les clauses de participation aux bénéfices sont encadrées par l'article L. 132-5 du code des assurances qui fournit un cadre général aux clauses pouvant être stipulées dans les contrats d'assurance, et donc en particulier aux clauses de participation aux bénéfices : « *Le contrat d'assurance sur la vie et le contrat de capitalisation doivent comporter des clauses tendant à définir, pour assurer la sécurité des parties et la clarté du contrat, l'objet du contrat et les obligations respectives des parties, selon des énonciations précisées par décret en Conseil d'Etat […]* ». Cet article a donc pour objectif de protéger à la fois l'assureur et l'assuré et vise à clarifier la teneur d'un contrat : celui-ci doit notamment préciser les conditions d'affectation des bénéfices techniques et/ou financiers.

La clause contractuelle de revalorisation, si elle est présente, précise le mode de calcul, les taux de participation aux résultats technique et financier, la date d'attribution et la période d'incorporation de la participation bénéficiaire (par exemple, la PB peut être différée sur plusieurs

---

[2] Le compte de participation aux résultats correspond, modulo le solde débiteur du compte de participation aux résultats de l'exercice précédent, à la somme des postes suivants (article A. 331-4 du code des assurances) :

- 90% du solde technique créditeur,
- 85% du solde financier,
- 100% du solde de réassurance des risques « susmentionnés » (cf. article A. 331-8 du code des assurances).

années ou bien incorporée immédiatement). En outre, elle définit et décrit les supports financiers auxquels l'assureur fait appel dans le cadre de ce complément de rémunération. L'article A. 132-4 du code des assurances impose que des informations contractuelles liées à la PB figurent sur la proposition d'assurance : « *la note d'information mentionnée à l'article L. 132-5-2, la notice mentionnée à l'article L. 132-5-3, ou, lorsqu'ils valent note d'information conformément à l'article L. 132-5-2, la proposition d'assurance ou le projet de contrat contiennent les informations prévues par le modèle ci-annexé. […] 3 c) Modalités de calcul et d'attribution de la participation aux bénéfices* ».

Les principales dispositions des codes relatives aux participations aux bénéfices contractuelles sont des obligations d'information. Le contrat et la note d'information précontractuelle doivent préciser les principes d'attribution des participations aux bénéfices contractuelles :

- Information sur le montant et les modalités de répartition de la PB : selon l'article L. 322-4-3, *« les entreprises d'assurance indiquent dans le rapport annuel de gestion prévu à l'article L. 232-1 du code de commerce le montant et les modalités de répartition pour l'année écoulée de la participation aux bénéfices visée à l'article L. 331-3 du code des assurances* ».
- Les conditions d'affectation des bénéfices techniques et financiers doivent être détaillées (pour les contrats noués après le 01/07/04), comme l'indique l'article L. 132-5 du code des assurances : « *le contrat précise les conditions d'affectation des bénéfices techniques et financiers* ».
- Les modalités de calcul et d'attribution de la PB doivent être indiquées au sein de la note d'information précontractuelle : l'article A. 132-4 du code des assurances, précisant la rédaction de la note d'information, indique : « *Annexe 3°c) Modalités de calcul et d'attribution de la participation aux bénéfices* ».
- L'encadré placé en tête du contrat doit indiquer l'existence ou non d'une participation aux bénéfices contractuelle et le cas échéant les pourcentages de celle-ci et ses conditions d'affectation : articles L. 132-5-2 (« *l'encadré comporte en particulier […] la participation aux bénéfices ainsi que les modalités de désignation des bénéficiaires* ») et A. 132-8 du code des assurances (« *sont indiqués l'existence ou non d'une participation aux bénéfices contractuelle ainsi que, le cas échéant, les pourcentages de celle-ci* »).

d) Conditions d'attribution de la participation aux bénéfices

La participation aux bénéfices constitue une amélioration du contrat (dans la majorité des cas, sous la forme d'une augmentation des garanties, les provisions mathématiques étant incrémentées du montant de la PB) et ne peut être utilisée à d'autres fins (elle ne peut par exemple servir à provisionner des engagements ayant une nature de provision mathématique[3], comme ce serait le cas si l'assureur provisionnait la PB affectée individuellement aux contrats dans la provision pour participation aux bénéfices et pas en provision mathématique). L'article A. 331-9 du code des assurances régit cette participation aux bénéfices et précise qu'elle peut être incorporée aux provisions mathématiques (ce qui confère alors aux bénéficiaires un droit individuel sur cette provision) ou incrémenter, « *partiellement ou totalement* », la provision pour participation aux bénéfices. Dans ce cas, « *les sommes portées à cette dernière provision sont affectées à la provision mathématique ou versées aux souscripteurs au cours des huit exercices suivant celui au titre duquel elles ont été portées à la provision pour participation aux bénéfices* » (selon le même article). Les sommes attribuées à la provision pour participation aux bénéfices ne peuvent donc y rester que 8 années. Il est de ce fait nécessaire que l'assureur connaisse la date d'entrée des fonds dans la

[3] Voir par exemple la *Décision n° 2007-19 du 25 avril 2007 portant modification et publication d'une sanction prononcée à l'encontre de la société Predica* se référant à la sanction n°2004-9 du 8 décembre 2004 de la CCAMIP, JO du 16/05/2007.

provision pour PB. Les flux sortants de la PPB ne peuvent correspondre qu'à deux cas : une affectation individuelle à un contrat sous forme de provision mathématique, ce qui ouvre un droit à rachat pour le bénéficiaire, ou un versement au souscripteur du contrat, ce qui donne une base réglementaire aux ristournes dans les contrats à primes périodiques. Rappelons ici que l'assureur, même s'il est tenu de verser une participation aux bénéfices à l'ensemble des assurés, n'a pas l'obligation de la redistribuer de manière équitable entre les bénéficiaires. On peut citer deux catégories d'assurés qui peuvent être favorisées : les assurés ayant effectué des versements élevés, et les nouveaux entrants (par le biais de formules d'appel avec un TMG intéressant). Les souscripteurs n'étant pas titulaires de droits sur les montants inscrits en PPB, l'assureur est commercialement incité à incorporer rapidement la PB dans les PM afin d'augmenter la valeur de rachat du contrat. Certains souscripteurs, soumis à l'impôt de solidarité sur la fortune, peuvent faire en sorte qu'une partie de leur patrimoine ne soit pas soumise à cet impôt[4] grâce au maintien par l'assureur des sommes en PPB le plus longtemps possible, afin que la valeur de rachat soit la plus faible possible. Cependant, dans ce cas, le montant de PB n'est pas juridiquement affecté au souscripteur correspondant.

e) La provision pour participation aux bénéfices

- Définition générale

La PPB est une provision technique définie à l'article R. 331-3 du code des assurances :

« Les provisions techniques correspondant aux opérations d'assurance sur la vie, d'assurance nuptialité-natalité, et aux opérations de capitalisation sont les suivantes : […]

2° Provision pour participation aux bénéfices : montant des participations aux bénéfices attribuées aux bénéficiaires de contrats lorsque ces bénéfices ne sont pas payables immédiatement après la liquidation de l'exercice qui les a produits. […] »

Il convient de souligner que la PPB constitue toujours une provision technique qui appartient aux assurés. La PPB constitue, en somme, une provision qui permet de lisser la rémunération des contrats et ainsi conférer aux rendements une certaine stabilité. Cependant, tous les assureurs ne se servent pas de cette possibilité : on peut citer l'exemple de l'AFER, qui, même si elle rappelle cet usage éventuel dans les conditions générales de son contrat (partie 8. C, « Participation aux Bénéfices »), n'utilise pas la PPB en pratique et redistribue la totalité des bénéfices financiers dégagés dans le fonds garanti en euros aux adhérents, proportionnellement au montant et à la durée d'affectation de leur épargne dans le fonds garanti en euros, sous déduction des frais de gestion administrative annuels de leur adhésion.

De surcroît, un pilotage efficace de la PB permet de se positionner sur le marché (positionnement concurrentiel) : le taux effectivement servi aux assurés est un taux commercial fonction des données financières et des contraintes commerciales (par exemple, les taux servis par la concurrence) et réglementaires (redistribution sous 8 ans). En l'absence de clause contractuelle, l'assureur peut attribuer la PPB aux contrats de son choix de manière discrétionnaire.

- Dotation et reprise de la PPB

La PPB constitue un outil de pilotage de la gestion des contrats : l'assureur peut affecter annuellement la PB aux PM (au-delà de la revalorisation minimale attribuée immédiatement) ou bien il peut décider d'attribuer de façon différée cette PB : celle-ci sera dans ce cas incrémentée à la PPB, qui devra ensuite être redistribuée dans un délai maximal de 8 ans (pour un contrat classique, ou bien moins si une clause contractuelle le précise). La PPB est donc alimentée par les dotations à la PPB correspondant à la PB attribuée au titre de l'exercice en cours mais non encore affectée

[4] L'article 885 F du code général des impôts précise que l'assiette de l'ISF est constituée, pour les contrats rachetables, par la valeur de rachat.

individuellement aux contrats. Elle est diminuée des utilisations de PPB, par exemple par incorporation aux PM ou aux prestations échues. Les flux de la PPB résultent d'applications des clauses contractuelles de PB et des contraintes réglementaires, mais également de décisions discrétionnaires de l'assureur. La PPB peut être un élément de sécurité pour l'assureur : elle est avant tout un élément de sécurité commerciale, mais peut aussi faciliter le respect des engagements de taux minimum garanti. On peut décomposer le montant global de la PPB en deux parties : les participations aux bénéfices en instance d'affectation et la fraction de PPB disponible pour une attribution ultérieure de PB. Seule cette partie peut être réellement pilotée par l'assureur.

- La PPB et Solvabilité II

Dans le cadre de Solvabilité II, devant pour l'heure entrer en vigueur en 2014[5], la notion de PB se scinde en 3 notions distinctes :

- *Guaranteed Benefits* : valeur future ne tenant pas compte d'hypothèses de bonus discrétionnaires mais prenant seulement en compte les intérêts techniques prévus contractuellement.
- *Conditional Discretionary Benefits* : PB définie réglementairement et contractuellement, correspondant à la performance des actifs
- *Pure Discretionary Benefits* : PB attribuée de façon discrétionnaire.

Les articles 78 et 79 de la directive cadre Solvabilité II prévoient que « *les entreprises d'assurance […] tiennent compte des éléments suivants lorsqu'elles calculent leurs provisions techniques : […] l'ensemble des paiements aux preneurs et bénéficiaires, y compris les participations discrétionnaires que les entreprises d'assurance et de réassurance prévoient de verser dans l'avenir, que ces paiements soient ou non garantis contractuellement […]* ». Dans ce nouveau cadre prudentiel, on peut donc constater l'apparition d'une capacité d'absorption des pertes par les provisions techniques.

4. Exemple : étude de deux contrats d'assurance-vie

Afin d'illustrer les concepts théoriques qui ont été introduits dans les paragraphes précédents, et d'observer leur mise en œuvre pratique, on procède dans cette partie à l'analyse des conditions générales de deux contrats particuliers : le contrat Tellus Avenir (Allianz Vie) et le contrat Dynavie (Monceau Assurances), qui sont reproduits en annexe à la présente note. Ces deux contrats sont des contrats individuels d'assurance sur la vie, multisupports. Le contrat est composé de la demande de souscription, des conditions générales, de l'annexe descriptive présentant les caractéristiques principales des supports en vigueur, des conditions particulières indiquant notamment les supports et options choisis dans la demande de souscription, et détaillant le premier versement, et des avenants éventuels). Le souscripteur reçoit, avant la signature du contrat, les conditions générales (ou dispositions générales pour le contrat Tellus Avenir) valant note d'information, dont les éléments remarquables seront brièvement analysés ci-dessous. On va remarquer que le plan global de ces conditions générales suit la progression exposée dans la partie II. 3 de la présente note. Dans la suite, comme dans le reste de notre travail, nous ne nous intéresserons qu'aux dispositions relatives à la partie euros des contrats.

La première page consiste, pour les deux contrats et conformément à la réglementation sur l'information à l'égard de l'assuré (article L. 132-5-2 du code des assurances), en un encadré rappelant les dispositions essentielles des conditions générales. Elle est surmontée de mentions obligatoires (« cet encadré a pour objet d'attirer l'attention du souscripteur uniquement sur certaines dispositions essentielles […] »). L'encadré rappelle brièvement le type de contrat, ses

[5] Selon la dernière version du compromis de la Présidence des propositions pour Omnibus 2, publiée le 21 juin 2011.

garanties, la rection contractuelle de la participation aux bénéfices, les dispositions concernant les rachats, les différents types de frais encourus, la durée recommandée du contrat et le mode de désignation du bénéficiaire.

Ces dispositions essentielles résumées dans l'encadré sont exposées en détail dans la suite des conditions générales, sur une quinzaine de pages pour le contrat Tellus Avenir, et sur 5 pages pour le contrat Dynavie. Les points d'intérêt sont les suivants :

a) Présentation du contrat :

Les deux ensembles de conditions générales étudiées ici débutent par un rappel du type de contrat (contrat individuel d'assurance sur la vie libellé en euros et/ou unités de compte), du droit qui le régit et des branches de l'article R. 321-1 du code des assurances dont il relève (branches 20 et 22). Des précisions sont ensuite fournies sur les différentes parties prenantes au contrat (souscripteur-assuré, assureur et bénéficiaires pour Tellus Vie ; assuré, souscripteur et bénéficiaire en cas de décès de l'assuré pour Dynavie) et sur les modalités de souscription (notamment sur la date de prise d'effet du contrat).

b) La constitution du capital :

Cette partie fait l'objet de 3 articles des conditions générales du contrat Dynavie. En plus des notions d'arbitrage et de dispositions propres aux contrats en unités de compte, qui ne seront pas détaillées ici, cette partie aborde la date de prise d'effet de la cotisation (3 jours après sa date de réception au siège administratif de l'Assureur) et la date de début de valorisation (1er jour de la quinzaine qui suit la date d'effet de la cotisation). Des dispositions différentes sont exposées pour les investissements et les désinvestissements, avec une date de conversion fixée au 1er jeudi suivant la date d'effet du versement (respectivement la date de réception au siège administratif de l'Assureur de la demande de prestation). L'article 5 du contrat Dynavie détaille la valorisation du capital. On y apprend que la valeur acquise sur le support euros à une date donnée est égale :

- au cumul des cotisations, nettes de frais de souscription, investies sur le support en euros, déduction faite des sorties ;
- majoré des intérêts techniques calculés par quinzaine sur la base d'un taux annuel égal à 0,54 % (le taux technique s'élève donc à 0,54 %) et des participations aux excédents déjà attribuées ;
- et diminué des frais de gestion mentionnés plus loin.

La participation aux excédents est calculée à la fin de chaque année civile, en prenant en compte la totalité des produits financiers nets réalisés. Elle est attribuée au contrat au 31 décembre de l'année. L'article mentionne également que le montant de la valeur acquise sur le support en euros au 31 décembre de chaque année ne peut en aucun cas être inférieur à celui de l'année précédente, sauf en cas de rachat partiel ou d'arbitrage effectué depuis cette date (le dispositif de cliquet inhérent aux contrats en euros est donc mis en valeur ici).

Les conditions générales du contrat Tellus Avenir abordent plus en longueur ces mêmes éléments. En plus de données sur les frais de souscription (50€) notamment, on apprend que quelle que soit la part affectée par l'assuré aux parties euros et unités de compte du contrat, le versement initial est investi en totalité sur le support Allianz Sécurité (correspondant à des OPCVM de type monétaire) durant une période de 32 jours suivant la date d'enregistrement de la demande de souscription. On apprend également que les versements réguliers peuvent être mis en place dès la souscription ou en cours de contrat, sous réserve que le souscripteur ait moins de 86 ans lors de la mise en place de cette disposition ; de même, des versements libres, seuls ou en complément des versements réguliers, ne sont possibles que si le souscripteur a moins de 86 ans lors du versement. Le support en euros bénéficie d'un taux minimum de revalorisation au début de chaque année (lié au TMG) et d'une participation aux bénéfices (on remarque qu'aucun taux technique n'est mentionné : le taux technique est donc de 0 % dans ce contrat). Le taux minimum de revalorisation garanti est calculé de la façon suivante : si le contrat prend fin en cours d'année, le taux de revalorisation du capital investi sur le support en euros et servant de base pour le calcul des produits acquis depuis le 1er janvier est le taux minimum garanti de l'année (déterminé par le conseil d'administration d'Allianz Vie au début de l'année), en cas de décès ou de terme ; 75 % du TMG de l'année, en cas de rachat total. Quant à la participation aux bénéfices, elle est « déterminée en fonction des résultats techniques et financiers de l'exercice » et « arrêtée par le conseil d'administration de l'assureur dans le respect des contraintes légales et réglementaires sur le minimum de participation aux bénéfices à distribuer ». Le contrat stipule également que la participation aux bénéfices, après déduction des intérêts crédités aux provisions mathématiques, au cours de l'exercice, est affectée : au produit Tellus Avenir avec une date de valeur fixée au 31 décembre, et à la constitution, sur décision de l'assureur, d'une provision pour participation aux excédents commune à toutes les catégories d'assurance vie. Les sommes portées à cette dernière pourront être affectées en retour au produit Tellus Avenir au cours des exercices suivants, « dans le respect des contraintes légales et réglementaires ». Enfin, cette provision est attribuée individuellement aux assurés de la façon suivante : au 31 décembre de chaque exercice, le capital constitué par le souscripteur sur le support en euros est définitivement revalorisé, *prorata temporis*, au taux de participation aux bénéfices affecté au produit (sous réserve de la présence d'un capital constitué sur le support en euros à cette date) : la participation aux bénéfices est donc distribuée dans ce contrat en respectant un mécanisme de cantonnement contractuel.

On note que dans les conditions générales des deux contrats, conformément à l'article A. 132-4 du code des assurances, les mécanismes de calcul et d'attribution de la PB sont exposés aux preneurs de contrat.

c) Les frais de fonctionnement

Les conditions générales du contrat Dynavie mentionnent des « frais de souscription » (tous les frais indiqués correspondent évidemment à des chargements du point de vue de l'assureur) de 5 % maximum, prélevés à chaque nouveau versement, et des frais de gestion, égaux au maximum à 0.54 % par an (soit le montant du taux technique) de la valeur acquise, prélevés à chaque fin d'année. Ce montant inclut le coût de la garantie décès. Dans le cas du contrat Tellus Avenir, le chargement de souscription est de 5 %, et les chargements de gestion de 0,60 % par an.

d) Rachat du contrat

Avec le contrat Dynavie de Monceau, le souscripteur peut demander à tout moment le rachat total ou partiel. La valeur de rachat sera égale à la valeur acquise sur le support au 31/12 précédent, augmentée ou diminuée des éventuelles opérations effectuées depuis, et majorée d'une revalorisation calculée *prorata temporis*, par quinzaine, sur la base d'un taux annuel net de frais de gestion fixé par le Conseil d'Administration de la caisse au début de chaque année, et ne pouvant être inférieur au taux d'intérêt technique du contrat, garanti pour l'année en cours. La valeur de rachat minimale garantie à la fin de chacune des huit premières années du contrat est égale à la somme des cotisations versées, nette des frais de souscription (et des éventuelles sorties).

Les conditions générales du contrat Tellus Avenir prévoient également la possibilité de rachats à tout moment, avec trois possibilités : le rachat partiel ponctuel, le rachat partiel programmé (mensuel, trimestriel, semestriel ou annuel), ou le rachat total, qui met fin au contrat et aux garanties y afférentes. La valeur se calcule à nouveau comme le cumul du capital constitué après déduction est éventuels prélèvements fiscaux et sociaux ainsi que des sommes dues au titre du compte d'avance. Compte est tenu des frais de gestion et du coût de la garantie complémentaire optionnelle en cas de décès (mentionnée ci-dessous), si elle est souscrite.

Il ne semble pas que dans aucun des deux contrats examinés, les pénalités prévues par l'article L. 331-2 du code des assurances soient appliquées.

e) Les garanties en cas de décès

Dans les conditions générales du contrat Monceau Dynavie, il est précisé que le capital versé au(x) bénéficiaire(s) désigné(s) est égal à un capital décès de base (valeur de rachat du support en euros calculée au jour du décès) majoré, si le décès survient entre le 12ème et le 70ème anniversaire de l'assuré et au moins une année après la date de souscription, d'un capital décès supplémentaire. Le capital décès supplémentaire n'est pas dû par l'assureur si le décès de l'assuré résulte « des suites et conséquences de fait volontaire des bénéficiaires désignés, d'une guerre civile ou étrangère, d'émeutes, d'actes de terrorisme, de la participation volontaire de l'assuré à des rixes, crimes, sauf en cas de légitime défense, ou d'une maladie ou d'un accident causé par l'usage de stupéfiants ou d'alcool ». L'article précise également l'ordre de désignation des bénéficiaires à défaut de la désignation expresse d'un bénéficiaire ou si pour une raison quelconque la désignation ne peut avoir d'effet.

Pour le contrat Tellus Avenir, deux garanties en cas de décès peuvent coexister : une garantie principale et une garantie complémentaire optionnelle (avec un taux de frais de 0,20 % de la totalité du capital constitué), garantie plancher qui n'est pertinente que si le contrat est multisupport.

f) Transformation du contrat

Dans les deux produits, le souscripteur peut demander la transformation du contrat en rente viagère. Le produit Dynavie n'autorise cette possibilité que si le bénéficiaire de la rente est âgé au minimum de 60 ans, et prévoit un chargement administratif d'1 % du montant converti en rente. La conversion en rente se calcule en fonction des taux et tables de mortalité « en vigueur au moment de la liquidation ».

En ce qui concerne le contrat Tellus Avenir, il est possible de percevoir une rente certaine durant un nombre d'annuités choisi par le souscripteur ou une rente viagère, et celle-ci peut être réversible ou non. Il est enfin possible de panacher entre rachat, rente certaine, rente viagère non réversible, et rente viagère réversible.

g) Information reçue

Les deux produits répondent dans un article particulier au devoir d'information vis-à-vis des contractants prévu par l'article L. 132-22 du code des assurances, sans toutefois que le contrat Dynavie mentionne ce devoir d'information, ce qui constitue une contravention au dernier alinéa de l'article susmentionné. Il est prévu dans les conditions générales des deux contrats une information périodique récapitulant le montant total en euros du capital constitué et les garanties, et une information particulière après chaque nouvel acte de gestion (sous forme d'avis d'opéré chez Monceau, de lettre d'information chez Allianz).

h) Faculté de renonciation

Conformément à l'article L. 132-5-1 du code des assurances, les conditions générales des deux contrats prévoient que les souscripteurs pourront renoncer au contrat dans le délai de 30 jours calendaires révolus à compter de la réception des conditions particulières. Le formalisme de la lettre à envoyer est décrit.

i) Informations diverses

Tandis que les conditions générales du contrat Dynavie détaillent les modalités de désignation des bénéficiaires, les conditions d'obtention d'une avance et l'utilisation du contrat en garantie d'un emprunt, la fin des conditions générales du contrat Tellus Avenir se focalise davantage sur la fiscalité de l'assurance vie au 01/01/2011, en résumant de façon concise les dispositions sur la fiscalité exposées dans la partie II. 4 de cette note.

Les deux contrats prévoient finalement ce qui a lieu d'être fait de la part du contractant en cas de réclamation, et précisent les délais de prescription au sens des articles L. 114-1 à L. 114-3 du code des assurances.

5. Risques liés au contrat d'assurance-vie

La compagnie d'assurances, dans le cas d'un contrat d'assurance-vie, prend des risques dans la mesure où elle garantit le capital voire un rendement minimum dans certains cas. En outre, elle peut faire face à des exercices d'options, par exemple des rachats.

Une gestion actif-passif efficace est de rigueur afin de limiter les risques de rendement sur les fonds en euros : il s'agit de couvrir les engagements auxquels l'assureur fait face (comme l'exige le pilier II de la réglementation Solvabilité I). Beaucoup d'actifs peu volatils (par exemple, des obligations bien notées) sont utilisés car ils garantissent des rendements réguliers (contraintes réglementaires et contractuelles).

a) Risque de taux

Le risque de taux est l'un des risques les plus importants auxquels l'assureur doit faire face. Il peut prendre deux formes distinctes selon l'évolution des taux. Ainsi, lorsque l'évolution des taux est :

- A la baisse : les actifs considérés ne permettent pas toujours de couvrir les engagements. Dans ce cas, les outils utilisés par l'assureur sont la Provision pour Participation aux Bénéfices, le recours à des actifs possédant des rendements plus élevés, ou encore la mise en place de *swaps* et *swaptions*. Ce risque à la baisse n'impacte pas les sociétés proposant des garanties à taux faible ou nul.
- A la hausse : les actifs obligataires se déprécient (apparition de moins-values latentes). Ainsi, pour percevoir des liquidités, les assureurs peuvent se voir dans l'obligation de vendre des actifs en réalisant une moins-value. En outre, dans ce cas, le phénomène de rachats peut être accentué. L'assureur peut se prémunir contre ce risque en cherchant à maintenir la duration de l'actif au-dessous de celle du passif. Il peut également investir dans des actifs sensibles à la hausse des taux (obligations indexées par exemple), ou constituer un programme de couverture par des instruments financiers à terme (caps ou *swaptions*, par exemple).

b) Risque d'inadéquation actif/passif

La réglementation dans le cadre Solvabilité I (en Solvabilité II, il s'agira plutôt de bonnes pratiques) impose que les engagements des assureurs soient représentés par des actifs investis sûrs, liquides et rentables.

Comme nous l'avons déjà suggéré, les principaux paramètres déterminant la nature des engagements et des flux financiers afférents sont les clauses contractuelles (à l'instar de la clause de participation aux bénéfices), la mortalité/longévité/morbidité de la population assurée (en cas de garantie de tables), les rachats et les taux d'intérêt (en cas d'engagements de taux techniques).

Les assureurs font face à différents flux, actifs ou passifs, lesquels, si l'adéquation actif/passif n'est pas vérifiée, peuvent générer des *gaps* de trésorerie. Ceux-ci peuvent être :

- Positifs : dans ce cas, l'actif génère plus de *cash flows* que ce dont l'assureur a besoin. Le risque inhérent est alors un risque de réinvestissement, c'est-à-dire de ne pas pouvoir réinvestir les *cash flows* à un taux supérieur à celui auquel l'assureur s'est engagé. Ce risque de réinvestissement est donc dans ce cas un risque de baisse des taux. Le rendement de l'actif sera amené à diminuer.

- Négatifs : l'assureur est alors confronté à un risque d'exigibilité et sera probablement contraint de vendre des actifs afin de pouvoir faire face à ses engagements sans que cette vente soit profitable (vente contrainte à un moment défavorable). Il s'agit donc d'un risque de hausse des taux.

Le risque de court terme auquel sera soumis l'assureur est le risque de hausse des taux, c'est-à-dire les *gaps* de trésorerie négatifs. Le risque de hausse des taux entraîne également un risque de rachat (la promesse de taux faite aux assurés devient inintéressante). Les *gaps* de trésorerie positifs constituent, quant à eux, un risque de plus long terme (risque de baisse des taux). En effet, pour ces derniers, le réinvestissement des *cash flows* à des taux moins intéressants possède un effet négatif certain. Toutefois, cet effet n'a de véritable enjeu que s'il est cumulé sur plusieurs années.

c) Risque de déclenchement des engagements liés au taux technique

Il s'agit d'un risque principalement lié à la retraite.

Si le taux de rendement net du fonds est inférieur au taux technique, les engagements liés au taux technique se déclenchent. Le risque sous-jacent est un risque lié à la baisse des taux. Plus le passif est long, et plus cette garantie devient coûteuse. En outre, la pression du marché vient ajouter une dimension concurrentielle liée au choix du TMG au-delà du risque lié aux taux.

d) Risque de rachat

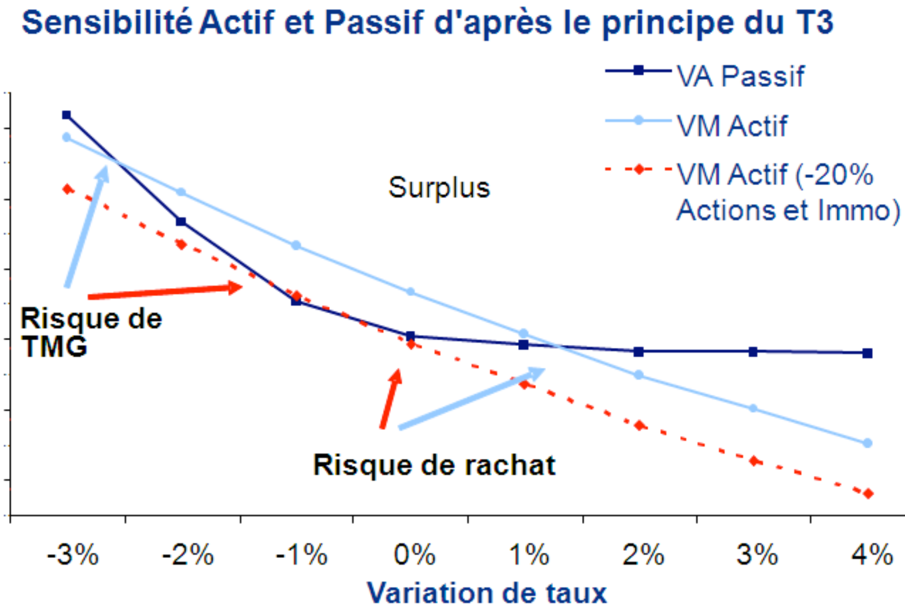
Nous l'avons déjà évoqué précédemment. Il s'agit d'un risque lié à la hausse des taux d'intérêt et principalement déclenché par la pression concurrentielle notamment en termes de taux servis aux assurés. Les risques liés aux rachats sont d'une part une possible sous-estimation des rachats (désinvestissements plus importants que prévus), des actifs globalement en moins-values : ce phénomène est principalement lié à la hausse des taux, mais le risque de baisses importantes sur les marchés des actions et sur le marché immobilier n'est pas à écarter.

Les risques de déclenchement des engagements liés aux taux et les risques de rachat sont pris en compte par l'état réglementaire T3 qui impose des simulations actif/passif définies dans l'annexe à l'article A. 344-13 du code des assurances, mais également dans le test d'exigibilité décrit dans la section suivante. L'objectif principal de ces états réglementaires est de simuler des scénarios actif/passif stressés[6] au sein desquels l'inadéquation actif/passif serait mise en exergue.

[6] Les scénarios mis en œuvre pour l'état T3 sur les actifs sont les suivants :

- La courbe des taux est choquée de -3 %, -2 %, -1 %, +2 % ou encore +4 %.
- Les actions et les actifs immobiliers sont choqués de : -10 %, -20 %, - 30 % ou -40 %.

Sont alors mesurés les impacts sur la valeur des actifs investis et sur la valeur estimée des passifs (par l'intermédiaire des scénarios de taux utilisés, le *stress* appliqué aux frais étant de -0,3 %).



e) Risque d'exigibilité

L'état réglementaire C6 bis cherche à quantifier la capacité des entreprises à faire face, en *run-off*, à un environnement détérioré tant à l'actif qu'au passif. Les scénarios de chocs appliqués sont les suivants :

- Actifs : baisse de 30 % des actions, baisse de 20 % des actifs immobiliers et une courbe de taux augmentée de 2 %.
- Passifs : le taux de rachat est triplé et la sinistralité est augmentée de 20 %.

Le test d'exigibilité, décrit dans l'état réglementaire C6 bis et défini par l'annexe à l'article A. 344-10 du code des assurances, capte le risque de rachat et plus généralement les risques d'exigibilité ; il est sensible à l'allocation des actifs et à la duration des produits de taux. Il privilégie les compagnies aux liquidités importantes et aux actifs de duration courte, indépendamment de toute adéquation actif/passif. Une des faiblesses de cet état à l'heure actuelle réside dans sa prise en compte lacunaire des instruments financiers à terme.

f) Risque de dérive de mortalité/longévité

Le risque mis en avant ici est le risque de dérive des statistiques réelles de mortalité (respectivement de longévité) pour les contrats d'épargne en euros (respectivement pour les contrats retraite) par rapport aux hypothèses utilisées pour la tarification et aux normes réglementaires de provisionnement. Les impacts annuels inhérents à ce risque sont assez limités en flux, mais potentiellement très lourds sur la durée et donc les provisions. Ce risque est néanmoins globalement capté par les techniques de provisionnement, hormis les tendances de long terme.

g) Risque de contrepartie et de concentration

Le risque de contrepartie correspond au risque de défaut d'une entité dont on détient un actif (titre de dette ou titre de participation) ou avec laquelle on a noué un contrat à terme. Les principales expositions des assureurs sont les obligations *corporate*, les créances de réassurance, les contreparties des instruments financiers à terme (IFT) et les dépositaires. L'assureur peut se couvrir contre ce risque en détenant des obligations peu risquées, et en évaluant régulièrement le risque afférent aux contreparties sensibles.

Le risque de concentration, quant à lui, incite les assureurs à suivre et limiter leur exposition sur un seul nom. Afin d'encadrer la diversification des placements, le code des assurances impose des limites par classe d'actif (en pourcentage de la valeur comptable rapportée à la base de dispersion), par exemple 65 % pour les valeurs mobilières (valeurs mentionnées du 4° au 8° et 9° *quinquies* de l'article R. 332-2 du code des assurances), 40 % pour les actifs immobiliers (actifs immobiliers mentionnés aux 9° à 9° *quater* et 9° *sexies* de l'article R. 332-2) et 10 % pour les prêts (ensemble des valeurs mentionnées aux 10°, 11° et 12° de l'article R. 332-2 à l'exception des prêts mentionnés au 1° de l'article R. 332-3), selon l'article R. 332-3 du code des assurances. La dispersion des placements est également soumise à la réglementation (article R. 332-3-1 du code des assurances) qui impose un maximum par contrepartie de 5 % du total d'actifs, en règle générale (« *ensemble des valeurs émises, créances, prêts obtenus ou garantis par un même organisme et des dépôts placés auprès de cet organisme, à l'exception : a) Des valeurs émises ou garanties, ou des prêts obtenus, par un Etat membre de l'O.C.D.E. ainsi que des titres émis par la caisse d'amortissement de la dette sociale instituée par l'article premier de l'ordonnance n° 96-50 du 24 janvier 1996 relative au remboursement de la dette sociale ; b) Des actions des sociétés d'investissement à capital variable et des parts des fonds communs de placement visées au 3° de l'article R. 332-2, dont le portefeuille est exclusivement composé des valeurs mentionnées ci-dessus.* »). Les exceptions à cette règle sont les suivantes : pour les titres non cotés (classés dans la catégorie 6° du R. 332-2), le maximum est de 1 % par actif ; pour les actifs immobiliers, il est de 10 % (« *10 % pour un même immeuble ou pour les valeurs mentionnées au 9° bis à 9° quater et 9° sexies de l'article R. 332-2* », selon le 2° de l'article R. 332-3-1). Le maximum peut également être de 10 % à la condition que le total d'actifs concernés n'excède pas 40 % de la base de dispersion (« *Le ratio de 5 % mentionné au deuxième alinéa peut atteindre 10 %, à condition que la valeur totale des titres émis, des créances et des prêts obtenus ou garantis par l'ensemble des organismes dont les émissions, prêts ou garanties de prêt sont admis au-delà du ratio de 5 % n'excède pas 40 % de la base de dispersion définie à l'article R. 332-3.* »).

h) Risque de change

Par principe, dans le code des assurances, les engagements pris dans une devise doivent être couverts par des actifs dans la même devise. Toutefois, deux dérogations sont prévues par l'article R. 332-1-1 du code des assurances :

- « Limite des 80 % » : un niveau de congruence sur 80 % des engagements de chaque devise au minimum doit être respecté. (« *Par dérogation aux dispositions du 2° de l'article R. 332-1, les entreprises d'assurance peuvent, à concurrence de 20 p. 100 de leurs engagements, ne pas couvrir ceux-ci par des actifs congruents.* »)
- « Limite des 7 % » : La congruence n'est pas obligatoire si le montant à détenir dans une monnaie n'excède pas 7 % de l'ensemble des actifs des autres monnaies : *« Les entreprises peuvent également ne pas représenter leurs provisions techniques par des actifs congruents si, pour satisfaire aux dispositions de l'article R. 332-1, elles doivent détenir dans une monnaie des éléments d'actifs d'un montant ne dépassant pas 7 p. 100 des éléments d'actifs existant dans l'ensemble des autres monnaies.* »

Un pilotage fin et une stratégie de long terme s'imposent donc à l'assureur, ce qui nécessite le recours à des modèles de gestion actif/passif.

III. Lien entre la réglementation et le cadre du mémoire

Dans le cadre de notre mémoire, nous avons simplifié le fonctionnement général d'un contrat d'épargne en euros et notamment la provision pour participation aux bénéfices. Ces simplifications sacrifient les contraintes réglementaires et contractuelles inhérentes à ce processus de redistribution. Nous allons expliciter en quoi :

➢ Simplifications sur les dotations et reprises à la PPB

Tout d'abord, le fonds de participation aux bénéfices que nous avons introduit est restitué aux assurés au terme du contrat et l'approche globale est remplacée par une approche individuelle, dans le sens où les bénéfices gagnés sur le contrat d'un assuré sont reversés à ce même assuré. Ainsi, la participation aux bénéfices est versée au terme du contrat et non intégrée progressivement à la revalorisation de la provision mathématique de l'assurée. D'un point de vue pratique, on pourrait considérer qu'on choisit l'option de versement en espèces plutôt que l'incorporation aux provisions mathématiques ou l'affectation à la provision pour participation aux excédents autorisées par l'article A. 331-9. Dans notre modèle, la provision pour participation aux bénéfices joue donc plus strictement le rôle d'une poche de liquidité pour l'assureur que ne le stipule la réglementation. En effet, dans notre modélisation, nous imposons les contraintes suivantes : tout d'abord, la participation aux bénéfices est versée individuellement à chaque individu, et elle est de plus versée au terme de son contrat ; l'assureur n'a donc pas le choix entre l'affectation annuelle de la PB aux PM et l'affectation différée. Le pilotage de la PB n'est donc pas possible dans le sens où celle-ci est nécessairement incrémentée à la PPB et redistribuée à terme et non au bout de 8 ans. Si la distribution à terme et non au bout de huit ans ne peut qu'être considérée comme une entorse à la réglementation, en ce qui concerne le traitement individuel de la participation aux bénéfices, nous pouvons en quelque sorte considérer que nous avons introduit un principe de participation aux bénéfices contractuelle particulier. En effet, si la participation aux bénéfices techniques et financiers est un principe général au regard de l'article L. 331-3 du code des assurances, dans le sens où seule la participation collective est garantie, il n'en reste pas moins qu'un cantonnement contractuel demeure possible, le fonds de participation aux bénéfices en euros se scindant alors en plusieurs fonds en euros. Ce principe de cantonnement serait ici poussé à l'extrême, ce qui n'est évidemment pas une pratique courante des assureurs.

➢ Simplifications sur les taux

Le taux minimum garanti considéré au sein des deux modélisations correspond au taux technique explicité en partie II. 1. Le TMG introduit dans cette même partie n'est pas pris en compte dans nos deux modèles.

Par ailleurs, il nous faut souligner l'absence de distinction, au sein du modèle simplifié présenté dans la première partie de notre mémoire, entre le bénéfice technique et le bénéfice financier. Toutefois, cette absence est palliée dans le second modèle présenté, plus détaillé.

➢ Simplifications sur les rachats

Nous avons également restreint les rachats aux rachats totaux (ce qui pourrait éventuellement se justifier par le fait qu'*a priori*, les rachats partiels pourraient être contractuellement interdits étant donné qu'il s'agit d'une notion qui ne figure pas dans la réglementation ; cependant, ce point est sujet à interprétation). On a vu dans la partie II. 4 de la présente note que les revenus du contrat d'assurance-vie doivent être clairement définis dans le cadre des rachats. Les revenus correspondent à la valeur de l'épargne acquise diminuée des versements effectués. Seule cette partie « revenus » des contrats d'épargne est soumise à l'impôt. Nous n'avons pas développé, au sein de nos modèles, la dimension fiscale. Pourtant, celle-ci joue un rôle majeur dans la mesure où le prélèvement forfaitaire libératoire auquel sont soumis les contrats d'épargne varie en fonction de l'ancienneté du contrat. Nous avons précisé dans la partie mentionnée précédemment les différents taux ; néanmoins, il est intéressant de revenir sur le fait qu'au-delà de 8 ans, le taux proposé est très faible et les conditions fiscales générales très avantageuses. Nous avons pris en compte cette particularité par l'intermédiaire des fonctions de rachat. En effet, à la lumière de la fiscalité et des aspects subjectifs reliant ancienneté des contrats et velléités de rachat, nous avons proposé une fonction de rachat se décomposant en deux lois exponentielles, la première pour l'intervalle [0 ; 8 ans] d'ancienneté du contrat et la seconde pour les contrats d'ancienneté supérieure à 8 ans proposant une accélération des rachats. Enfin, une partie importante des risques encourus par l'assureur et décrits ci-avant a été prise en compte, notamment la possible inadéquation actif/passif, ainsi que le risque de déclenchement des engagements liés aux taux garantis dont l'implémentation a été mise en œuvre de façon explicite. Il est vrai que le risque de mortalité n'a pas été pris en compte, et on pourrait donc reprocher aux modèles développés une vision de court terme, ce qui constitue de façon certaine une limite à ceux-ci. Néanmoins, il s'agit là d'un choix délibéré dans la mesure où il serait tout à fait possible d'incorporer de façon aisée ce risque de mortalité (en introduisant une dépendance en temps de la fonction μ_x). Nous ne l'avons pas fait car nous souhaitions nous concentrer sur le risque de rachat et l'impact qu'il possède et qui nous semblait primordial à considérer.

- Autres simplifications

Enfin, les risques de contrepartie et de concentration ont été mis de côté dans la mesure où nous avons travaillé, dans la mise en œuvre, sur des valeurs simulées et représentatives d'un portefeuille.

Si les modèles exposés dans notre mémoire présentent donc, à la lumière de la réglementation rappelée dans cette note, un caractère approximatif en plusieurs points que nous venons de détailler, on peut cependant considérer qu'ils constituent une base d'hypothèses intéressante pour étudier les problématiques de gestion actif/passif dans le cadre de contrats d'épargne en euros de façon plus simple et plus fluide que la prise en compte exacte des contraintes réglementaires ne le permettrait.

Cet encadré a pour objet d'attirer l'attention du souscripteur uniquement sur certaines dispositions essentielles des Dispositions Générales en application de la réglementation.

Il ne constitue donc pas les conditions contractuelles du contrat qui peuvent contenir des restrictions et exclusions.

1) Tellus Avenir est un **contrat individuel d'assurance sur la vie**

2) **Les garanties non optionnelles du contrat**

- Au terme, si l'assuré est en vie : paiement d'un capital ou d'une rente (voir article 7 du présent document).
- En cas de décès de l'assuré avant le terme : paiement d'un capital aux bénéficiaires désignés (voir article 6.1 du présent document).

Ces garanties peuvent être libellées en euros ou en unités de compte, selon le choix du souscripteur.

Pour la part libellée en euros, le capital en cas de vie ou en cas de décès est au moins égal aux primes versées, nettes de frais.
Pour la part libellée en unités de compte, le capital en cas de vie ou en cas de décès n'est pas garanti mais est sujet à des fluctuations à la hausse ou à la baisse dépendant, en particulier, de l'évolution des marchés financiers.
Ces garanties sont décrites aux articles 2, 5, 6 et 7 du présent document.

3) **Participation aux bénéfices**

Pour la partie des garanties libellées en euros (uniquement), le contrat prévoit une participation aux bénéfices telle que définie dans la réglementation. Les conditions d'affectation de ces bénéfices sont indiquées à l'article 2.2 dans le paragraphe intitulé « participation aux bénéfices » du présent document. Il n'est pas prévu de participation aux bénéfices contractuelle (c'est-à-dire excédant les obligations du Code des assurances).

4) **Faculté de rachat**

Le contrat comporte une faculté de rachat. Les sommes sont versées par l'assureur dans un délai maximum de deux mois suivant la communication de l'intégralité des pièces nécessaires.

Les modalités de rachat sont indiquées à l'article 5.1.

Des tableaux indiquant les valeurs de rachat du contrat au terme des huit premières années figurent à l'article 5.2 du présent document.

5) **Frais encourus au titre du contrat :**

- Frais à l'entrée et sur versement :
  - frais forfaitaires de constitution du dossier : 50 euros,
  - frais sur chaque versement : 5 % du montant du versement.
- Frais en cours de vie du contrat :
  - frais de gestion sur la part des droits exprimés en unités de compte : 0,95 % par an,
  - frais de gestion sur la part des droits exprimés en euros : 0,60 % par an.
- Frais de sortie : néant.
- Autres frais :
  - frais d'arbitrage entre les supports : 0,95 % maximum du montant arbitré (dégressif en fonction du montant du capital disponible). Le premier arbitrage ponctuel de l'année civile est gratuit.

Les supports exprimés en unités de compte peuvent aussi supporter des frais qui leur sont propres. Ceux-ci sont indiqués, pour chaque support, dans l'annexe descriptive présentant les caractéristiques principales des supports en vigueur.

6) **Durée du contrat recommandée**

La durée du contrat recommandée dépend notamment de la situation patrimoniale du souscripteur, de son attitude vis à vis du risque, du régime fiscal en vigueur et des caractéristiques du contrat choisi. Le souscripteur est invité à demander conseil auprès de son Agent Général ou de son assureur.

7) **Désignation bénéficiaire**

Le souscripteur désigne à la souscription ou ultérieurement les bénéficiaires des garanties du contrat. Cette désignation peut être effectuée : dans la demande de souscription ou par avenant, par acte sous seing privé ou par acte authentique notamment.

Les modalités de cette désignation ou sa modification sont indiquées à l'article 1.3 du présent document dans le paragraphe « Modalités de désignation et de modification des bénéficiaires ».

Cet encadré a pour objet d'attirer l'attention du souscripteur sur certaines dispositions essentielles de la proposition d'assurance.

Il est important que le souscripteur lise intégralement la proposition d'assurance et pose toutes les questions qu'il estime nécessaires avant de signer le contrat.

Dispositions Générales valant Note d'information

Les caractéristiques et le fonctionnement du contrat Tellus Avenir sont présentés dans ces Dispositions Générales, l'annexe descriptive présentant les caractéristiques principales des supports en vigueur et vos Dispositions Particulières.

1 - Présentation du contrat

1.1 Objet du contrat

Tellus Avenir est un contrat individuel d'assurance sur la vie libellé en euros et/ou en unités de compte, de type multisupports. Il est régi par le droit français et relève des branches 20 et 22 de l'article R 321-1 du Code des assurances.

Ce contrat vous permet de vous constituer un capital, au moyen de versements libres et/ou réguliers affectés, selon votre choix, entre les différents supports disponibles qui vous sont proposés :
- Un support en euros,
- Des supports exprimés en unités de compte, représentatifs d'Organismes de Placement Collectif en Valeurs Mobilières (OPCVM), actions, obligations ou autres titres éligibles au contrat d'assurance vie. Les sommes assurées au titre de ces supports sont exprimées en unités de compte.

Les différents supports qui sont proposés sont mentionnés dans l'annexe descriptive présentant les caractéristiques principales des supports qui vous est remise avec les présentes Dispositions Générales.

1.2 Garanties du contrat

Les garanties principales, non optionnelles :

Tellus Avenir est un contrat dont la garantie principale est un capital différé, avec contre-assurance en cas de décès. Votre contrat vous garantit le versement du capital constitué :
- si vous êtes en vie au terme et que vous ne souhaitez pas le proroger, vous pourrez choisir de percevoir ce capital intégralement ou le convertir, partiellement ou totalement, en rente ou sous forme d'annuités certaines,
- si vous décédez avant le terme, ce capital sera versé aux bénéficiaires que vous aurez désignés.

La garantie complémentaire optionnelle en cas de décès :

Tellus Avenir propose, si vous le souhaitez, une garantie complémentaire optionnelle en cas de décès dont les modalités sont décrites à l'article 6.2 « la garantie complémentaire optionnelle en cas de décès ».

Pendant la durée du contrat, Tellus Avenir pourra être enrichi de nouvelles garanties complémentaires optionnelles. Dans ce cas, Allianz Vie vous en informera en vous adressant un avenant aux présentes Dispositions Générales.

1.3 Les intervenants au contrat

Le souscripteur-assuré : Vous êtes le souscripteur. Vous signez la demande de souscription, acceptez les conditions énoncées par les présentes Dispositions Générales et effectuez les versements.

Vous êtes également **l'assuré**, c'est-à-dire la personne physique dont la survie ou le décès déclenche le règlement du capital au terme ou en cas de décès.

Le contrat peut être souscrit conjointement par des personnes mariées sous réserve de leur régime matrimonial :
- pour les époux mariés sous le régime de la communauté universelle avec clause d'attribution au dernier vivant, la garantie en cas de décès est déclenchée au deuxième décès. Au premier décès, l'assuré survivant devient seul souscripteur–assuré du contrat,
- pour les époux mariés sous le régime de la communauté légale, la garantie en cas de décès est déclenchée au premier décès.

Le terme « vous » désigne alors les co-souscripteurs–assurés. Les facultés offertes par le contrat ne peuvent être exécutées qu'avec l'accord conjoint des deux co-souscripteurs–assurés.

L'assureur : Allianz Vie, société d'assurance qui accorde les garanties, ci-après dénommé « l'assureur ».

Les Bénéficiaires : personnes qui reçoivent les prestations prévues au contrat.

Modalités de désignation et de modification des bénéficiaires :

Le souscripteur désigne les bénéficiaires à la souscription du contrat. Sauf mention contraire sur la demande de souscription, les bénéficiaires en cas de décès de l'assuré sont le conjoint non séparé de corps, à défaut ses enfants nés ou à naître par égales parts entre eux, la part d'un prédécédé revenant à ses descendants, à défaut de descendants les survivants desdits enfants, à défaut les héritiers de l'assuré.

Le souscripteur peut modifier ultérieurement, par avenant à son contrat, sa clause bénéficiaire lorsque celle-ci n'est plus appropriée **sauf en cas d'acceptation par les bénéficiaires.**

La clause bénéficiaire peut faire l'objet notamment d'un acte sous seing privé (écrit rédigé et signé entre les parties, sans l'intervention d'un officier ministériel) ou d'un acte authentique (acte qui fait intervenir une personne spécialement habilitée par la loi, un notaire par exemple). Ces modalités de désignation peuvent permettre au souscripteur de préserver la confidentialité de sa clause. Son Agent Général se tient à sa disposition pour lui apporter les précisions nécessaires.

Lorsque le souscripteur désigne nommément les bénéficiaires, il peut indiquer dans la clause leurs noms, prénoms, noms de jeune fille, dates et lieux de naissance et coordonnées. Ces informations, utilisées par Allianz Vie en cas de décès, sont nécessaires pour faciliter la recherche des bénéficiaires.

Acceptation de la désignation bénéficiaire :

Modalités d'acceptation

Du vivant du souscripteur :
Au terme du délai de renonciation de 30 jours, prévu à l'article 10 du présent document, l'acceptation du bénéfice du contrat à titre gratuit s'effectue par écrit selon les modalités décrites à l'article L 132-9 du code des assurances :
- soit par un avenant signé par le souscripteur, le bénéficiaire et l'assureur,
- soit par un acte authentique ou sous seing privé signé par le souscripteur et le bénéficiaire puis notifié à l'assureur.

Après le décès du souscripteur :

L'acceptation est libre.

Effets de l'acceptation

En cas d'acceptation du bénéfice de son contrat, le souscripteur ne peut exercer sa faculté de rachat, demander une avance, modifier le libellé de sa clause bénéficiaire qu'avec l'accord des bénéficiaires acceptants.

1.4 Les documents contractuels

Le contrat est composé :
- de la demande de souscription,
- des présentes Dispositions Générales,
- de l'annexe descriptive présentant les caractéristiques principales des supports en vigueur,
- des Dispositions Particulières qui indiquent notamment les supports et options que vous aurez choisis dans la demande de souscription, et qui détaille le premier versement,
- des avenants éventuels.

1.5 Date d'effet et durée du contrat

Votre contrat prend effet le jour de la signature de votre demande de souscription accompagnée du premier versement, sous réserve d'encaissement effectif des fonds.

Vous choisissez la durée de votre contrat, avec un minimum de 8 ans, laquelle se proroge tacitement d'année en année, sauf demande contraire de votre part selon les modalités décrites à l'article 7 « Les choix possibles au terme du contrat ».

Votre contrat prend fin en cas de renonciation, lors de la survenance du terme (sauf prorogation), en cas de rachat total ou lors de votre décès.

2 - La constitution du capital

2.1 Les versements

Les versements doivent respecter les conditions de montant minimum disponibles sur simple demande auprès de votre Agent Général.

Le versement à la souscription :

Le versement initial effectué à la souscription, après déduction des frais de constitution de dossier de 50 euros et des frais sur versement, est investi en totalité sur le support Allianz Sécurité pendant une période de 32 jours suivant la date d'enregistrement de la demande de souscription. Durant cette période, aucun changement de support n'est autorisé, tout nouveau versement net de frais sur versement est affecté à ce support et les frais de gestion ne sont pas prélevés.

Le premier jour commun de cotation suivant la fin de cette période, **l'assureur** arbitre, sans prélèvement de frais, le capital constitué sur le support Allianz Sécurité vers les supports indiqués sur la demande de souscription et/ou lors du versement libre.

Les versements réguliers :

Vous pouvez effectuer des versements de façon régulière, chaque mois, trimestre, semestre ou année, par prélèvement automatique sur un compte bancaire à votre nom.

Vous pouvez les mettre en place dès la souscription ou en cours de contrat, sous réserve que vous ayez moins de 86 ans lors de la mise en place.

À tout moment, il vous est possible de modifier le montant et/ou la périodicité des versements réguliers, de les interrompre ou de les reprendre. La modification prend effet le mois qui suit la date d'enregistrement de la demande par votre Agent Général ou le Centre de Service Clients.

Chaque 1er janvier, le montant de vos versements réguliers est automatiquement revalorisé du taux minimum garanti de l'année précédente (taux défini au paragraphe « Le taux minimum de revalorisation garanti » de l'article 2.2). L'assureur vous communique chaque fin d'année le nouveau montant des versements réguliers prélevés à partir du 1er janvier suivant.

Vous pouvez refuser cette revalorisation ou demander à en bénéficier de nouveau à tout moment, par simple demande écrite auprès de votre Agent Général ou directement adressée au Centre de Service Clients. La modification prend effet l'année suivante sous réserve que la demande ait été reçue au Centre de Service Clients avant le 1er décembre.

Les versements libres :

Vous pouvez effectuer des versements complémentaires à tout moment, seuls ou en complément des versements réguliers, sous réserve que vous ayez moins de 86 ans lors du versement.

L'investissement des versements :

Vous choisissez la répartition entre les différents supports proposés dans le contrat Tellus Avenir à chaque versement libre et mise en place de versements réguliers.

Si vous avez opté pour des versements réguliers, vous pouvez modifier à tout moment la répartition entre les différents supports.

La modification prend effet le mois qui suit la date d'enregistrement de la demande par votre Agent Général ou le Centre de Service Clients.

Sans précision de votre part lors d'un versement libre, la répartition enregistrée par votre Agent Général ou le Centre de Service Clients sera celle du dernier versement régulier, à défaut celle du dernier versement libre ou à défaut, celle choisie à la souscription (hors supports de type « fonds à formule »).

Les frais sur versement :

Les versements, après prélèvement de frais sur versement au taux de 5,00 %, constituent le capital investi.

Le tableau suivant, basé sur un exemple, a pour seul objet de faire ressortir les frais sur versement dans l'hypothèse de versements réguliers d'un montant de 2 000 EUR par an et de frais sur versement au taux de 5,00 %. Il n'indique pas le nombre d'unités de compte pouvant être acquis, le cas échéant et n'est pas constitutif d'une garantie de valeur de rachat minimum.

	Cumul des versements (brut de frais sur versement)	Cumul des versements investis (net de frais sur versement)
En fin de 1re année*	2 000,00 EUR	1 900,00 EUR
En fin de 2e année	4 000,00 EUR	3 800,00 EUR
En fin de 3e année	6 000,00 EUR	5 700,00 EUR
En fin de 4e année	8 000,00 EUR	7 600,00 EUR
En fin de 5e année	10 000,00 EUR	9 500,00 EUR
En fin de 6e année	12 000,00 EUR	11 400,00 EUR
En fin de 7e année	14 000,00 EUR	13 300,00 EUR
En fin de 8e année	16 000,00 EUR	15 200,00 EUR

* Hors versement libre éventuel réalisé à la souscription et hors revalorisation éventuelle des versements réguliers.

Sur le support en euros, des frais de gestion sont calculés prorata temporis et prélevés à raison de 0,60% une fois par an en fin d'année sur le capital revalorisé sur ce support.

En cas de sortie totale du support en euros (survenant lors d'un rachat, d'un arbitrage, du décès ou au terme), les frais de gestion sont prélevés, prorata temporis, lors de cette sortie.

2.3 Les dates de valorisation des événements sur le contrat

Les supports exprimés en unités de compte peuvent avoir des périodicités de cotation différentes. Les opérations sont alors réalisées lors du premier jour de cotation où l'ensemble des unités de compte concernées sont cotées, appelé le premier jour commun de cotation.

Dans ce tableau, le «jour d'enregistrement» correspond au jour d'enregistrement par votre Agent Général ou le Centre de Service Clients.

Événements	Date de valorisation (valeur liquidative) pour les opérations concernant les supports exprimés en unités de compte	Date de valorisation (investissement) ou de cessation de valorisation (désinvestissement) pour les opérations concernant le support en euros
Versements - Versement initial à la souscription	- le jour d'enregistrement de la demande de souscription	
- Versement libre ou versements réguliers	- le 1er jour commun de cotation qui suit le jour d'enregistrement du versement ou du prélèvement pour les versements réguliers	- si le mouvement ne concerne que le support en euros : le jour d'enregistrement du versement ou du prélèvement pour les versements réguliers - si le mouvement concerne aussi des supports exprimés en unités de compte : le 1er jour commun de cotation qui suit le jour d'enregistrement du versement ou du prélèvement pour les versements réguliers
Arbitrages	L'opération d'arbitrage se déroule simultanément sur tous les supports : la sortie des supports sélectionnés (désinvestissement) et l'entrée dans les nouveaux supports choisis (investissement) sont réalisées le même jour.	
- Arbitrages ponctuels	- le 1er jour commun de cotation qui suit le jour d'enregistrement de la demande d'arbitrage	
- Arbitrages programmés : • dynamisation progressive des versements, • dynamisation progressive du capital, et • sécurisation des performances	- le 1er jour commun de cotation de l'ensemble des supports arbitrés qui suit le jour de traitement de l'arbitrage	
Rachats partiels ponctuels ou programmés et total	- le 1er jour commun de cotation qui suit le jour d'enregistrement de la demande de rachat	- si le mouvement ne concerne que le support en euros : dès le jour d'enregistrement de la demande de rachat, - si le mouvement concerne aussi des supports exprimés en unités de compte : le 1er jour commun de cotation qui suit le jour d'enregistrement de la demande de rachat
Décès	- le 1er jour commun de cotation qui suit le jour d'enregistrement de la déclaration du décès	- si le support en euros est seul concerné : le jour d'enregistrement de la déclaration de décès, - si des supports exprimés en unités de compte sont aussi concernés : le 1er jour commun de cotation qui suit le jour d'enregistrement de la déclaration de décès
Terme	- le jour de cotation commun au jour du terme	

En cas de demandes simultanées d'arbitrage et de versement libre, l'arbitrage est effectué en priorité.

En cas de demandes simultanées d'arbitrage et de rachat partiel, le rachat partiel est effectué en priorité.

Si vous avez une option « arbitrages programmés » en cours, votre demande d'arbitrage ponctuel sera traitée en priorité.

Si l'assureur se trouve dans l'impossibilité d'acheter ou de vendre un des actifs concernés par l'opération (par exemple en cas d'absence de cotation ou de liquidité), la date de valorisation est repoussée du nombre de jours nécessaires pour l'achat ou la vente de tous les actifs.

3 - Les supports

L'annexe aux Dispositions Générales présentant les caractéristiques principales des supports en vigueur dans **Tellus Avenir** vous est remise avec les présentes Dispositions Générales.

Certains supports sont associés à une fiscalité spécifique, indiquée le cas échéant dans l'annexe descriptive présentant les caractéristiques principales des supports en vigueur.

Pendant la durée du contrat, l'assureur peut vous proposer ou supprimer un ou plusieurs supports. L'assureur peut également ne plus proposer certains supports qui auraient été préalablement proposés au contrat. Dans tous les cas, vous en serez informé par courrier.

Conformément aux dispositions du Code des assurances, en cas de disparition d'un support, l'assureur s'engage à proposer un support de même nature, de telle sorte que vos droits soient sauvegardés et que les opérations programmées puissent se poursuivre sur ce dernier. À défaut de support de même nature, le capital constitué sera arbitré, sans frais, vers un support sécuritaire.

3.1 Le support en euros

Libellé en euros, le support en euros repose sur l'actif général de la société d'assurance.

Sa gestion financière permet d'assurer une progression régulière du capital constitué sur ce support.

3.2 Les supports exprimés en unités de compte

Tellus Avenir met à votre disposition une large sélection de supports exprimés en unités de compte agréés par l'Autorité des Marchés Financiers (AMF).

Chaque unité de compte d'un support est représentative d'une valeur mobilière ou d'un titre assimilé détenu par l'assureur.

4 - La possibilité d'arbitrage entre les supports

4.1 Les arbitrages ponctuels

À l'issue du délai de 32 jours suivant la date d'enregistrement de la demande de souscription, vous pouvez modifier à tout moment la répartition de votre capital entre les différents supports en vigueur proposés sous réserve de respecter, le cas échéant, l'éligibilité des supports aux options fiscales particulières.

L'arbitrage en sortie du support en euros :

L'assureur se réserve la possibilité, en fonction de la conjoncture financière et économique, de différer, voire de limiter certaines opérations d'arbitrage en sortie du support en euros : la faculté d'arbitrage en sortie du support en euros est suspendue dès lors que le cumul des désinvestissements, effectués à partir du support en euros par l'ensemble des souscripteurs du contrat **Tellus Avenir** depuis le début de l'exercice, est supérieur à 20 % du capital qui était constitué sur ce même support, au premier janvier de l'exercice. Cette suspension ne prendra effet que lorsque le souscripteur en aura été informé par courrier. Le souscripteur sera informé dans les mêmes conditions de la remise en vigueur de la faculté d'arbitrage.

Les frais d'arbitrages ponctuels :

Le premier arbitrage ponctuel de l'année civile est gratuit.

Les arbitrages effectués vers le support « Allianz Sécurité » sont gratuits.

Les autres arbitrages entraînent des frais dont le taux est calculé en fonction du montant du capital disponible, tous supports confondus, de la façon suivante :

Montant du capital disponible	Taux appliqué sur le montant arbitré
inférieur à 75 000 EUR	0,95%
supérieur ou égal à 75 000 EUR et inférieur à 150 000 EUR	0,75%
supérieur ou égal à 150 000 EUR	0,50%

Le montant des frais est prélevé lors de l'arbitrage en diminution du montant réinvesti.

4.2 Les arbitrages programmés

Tellus Avenir vous propose trois options d'arbitrages programmés.

L'assureur pourra vous proposer d'enrichir votre contrat Tellus Avenir de nouvelles options ; il vous en informera en vous adressant un avenant aux présentes Dispositions Générales.

La liste des supports exprimés en unités de compte éligibles à chacune des options est indiquée dans l'annexe descriptive présentant les caractéristiques principales des supports en vigueur. Les supports de type « fonds à formule » ne sont éligibles à aucune des options.

Option de dynamisation des versements

Cette option vous permet d'échelonner votre investissement vers un ou plusieurs supports cibles dits « de dynamisation » sur une durée de 6, 12 ou 24 mois selon votre choix, par fractions égales. Vous choisissez un ou plusieurs supports cibles de dynamisation dans la limite de 10 parmi la liste des supports éligibles à l'option.

Fonctionnement de l'option

Un calendrier de dynamisation est associé à votre versement libre. La première fraction du versement est investie directement sur les supports cibles « de dynamisation ». Le solde, investi temporairement en unités de compte du « support temporaire de dynamisation » Allianz Sécurité, y sera arbitré mensuellement, sur la durée restant à courir. Pour vous permettre d'identifier le nombre d'unités de compte de Allianz Sécurité objet de dynamisation, ces unités de compte sont mentionnées au sein du support sous la dénomination « support temporaire de dynamisation ».

Vous pouvez choisir cette option lors de vos versements libres et mettre en place des calendriers de dynamisation progressive différents pour chacun de vos versements.

Si vous souhaitez appliquer cette option sur le versement libre enregistré à la souscription ou pendant la période de 32 jours suivant la date d'enregistrement de la demande de souscription, c'est à l'issue de cette période de 32 jours que la première fraction du versement sera investie sur les supports cibles « de dynamisation ». Passé cette période, lorsqu'un versement libre bénéficie de cette option, la première fraction est répartie sur les supports « de dynamisation » dès l'enregistrement de ce versement.

L'option prendra fin au terme du calendrier de dynamisation progressive ou s'il ne reste plus d'unités de compte du « support temporaire de dynamisation » Allianz Sécurité suite à désinvestissement par rachat partiel.

Vous pouvez également mettre fin à l'option sur simple demande. Cette demande met fin à l'ensemble des calendriers de Dynamisation progressive en cours à la date de celle-ci. Le désinvestissement progressif des unités de compte représentatives du support Allianz Sécurité vers les supports cibles dits « de dynamisation » est alors arrêté. Vous pouvez alors demander l'arbitrage ponctuel du solde des unités de compte objet de la dynamisation vers les supports de votre choix (la tarification sera alors conforme à celle des arbitrages figurant à l'article 4.1).

Le taux de frais d'arbitrage dans le cadre de cette option de dynamisation progressive des versements est de 0 %.

• Option de Dynamisation progressive du capital

Cette option vous permet d'arbitrer progressivement tout ou une partie de votre capital constitué sur le support en euros vers des supports cibles dits « de dynamisation », par fractions égales, sur une durée de 6, 12 ou 24 mois selon votre choix.

Vous choisissez un ou plusieurs supports cibles de dynamisation dans la limite de 10 parmi la liste des supports éligibles à l'option. Votre demande devra porter sur un montant minimum, disponible sur simple demande auprès de votre Agent Général.

Fonctionnement de l'option

Un calendrier de dynamisation est associé à tout ou une partie de votre capital constitué sur le support en euros. Chaque mois, une fraction de ce capital est arbitrée sur les supports cibles « de dynamisation » sur la durée restant à courir.

Vous pouvez mettre en place cette option à tout moment, à l'issue de la période de 32 jours suivant la date d'enregistrement de la demande de souscription.

L'option prendra fin au terme du calendrier de dynamisation progressive à moins que vous n'en demandiez l'arrêt auparavant ou que votre contrat ne comporte plus de capital sur le support en euros.

Le taux de frais d'arbitrage dans le cadre de cette option de dynamisation progressive du capital est forfaitairement fixé à 0,50 % du montant arbitré.

• Option de Sécurisation des performances

Cette option vous permet de programmer l'arbitrage automatique des produits constatés sur des supports exprimés en unités de compte vers le support en euros à partir d'un seuil de performance de 5 %.

Fonctionnement de l'option

Chaque mois, l'assureur évalue la contre-valeur en euros de vos supports exprimés en unités de compte. L'arbitrage des produits constatés sur chaque support exprimé en unités de compte éligible est déclenché vers le support en euros à condition que le seuil de performance soit atteint sur le support et que l'arbitrage soit d'un montant minimum de 100 euros pour l'ensemble des supports.

Le seuil de performance, évalué au cours de la seconde quinzaine de chaque mois, correspond à l'écart minimum entre :
- la valeur de rachat du capital constitué sur le support au jour de l'observation mensuelle,
- la valeur de rachat du capital constitué sur ce support à la date de mise en place de l'option, augmentée des montants nets investis et diminuée des montants désinvestis à la suite d'opérations que vous avez le cas échéant réalisées entre temps sur votre contrat (versements, arbitrages et rachats partiels).

L'arbitrage intervient au cours de la seconde quinzaine de chaque mois.

Vous pouvez mettre en place cette option dès la souscription ou ultérieurement sur simple demande. Lorsqu'elle est choisie dès la souscription, sa mise en place est subordonnée à l'expiration du délai de 32 jours suivant la date d'enregistrement de la demande de souscription. Choisie en cours de contrat, cette option prend effet lors du traitement mensuel qui suit l'enregistrement de la demande.

Vous pouvez interrompre cette option à tout moment sur simple demande. Cette modification prend effet lors de l'enregistrement de la demande.

Le taux de frais d'arbitrage dans le cadre de l'option de Sécurisation des performances est forfaitairement fixé à 0,50 % du montant arbitré.

5 - La disponibilité du capital

Attention : En cas d'acceptation du bénéfice du contrat par les bénéficiaires que vous avez désignés, vous devez recueillir leur accord pour effectuer des avances, des rachats ou mettre en garantie le contrat.

5.1 Les rachats

À tout moment, et sur simple demande manuscrite, vous pouvez racheter partiellement ou totalement votre contrat.

Aucune pénalité de rachat n'est appliquée par l'assureur.

Le rachat partiel ponctuel

Vous pouvez demander ponctuellement un rachat partiel sur votre contrat. Le montant du capital constitué est alors diminué du montant du rachat.

Le montant en euros du rachat partiel ainsi que le montant du capital constitué au titre du contrat après rachat partiel devront respecter les minima en vigueur disponibles sur simple demande auprès de votre Agent Général.

Sauf demande expresse de votre part, les rachats partiels sont effectués au prorata du capital constitué sur chacun des supports, à l'exclusion des supports de type « fonds à formule ». Ceux-ci seront impactés uniquement si le capital constitué sur les autres supports est inférieur au montant du rachat.

Les rachats partiels programmés

Vous pouvez mettre en place des rachats partiels programmés mensuels, trimestriels, semestriels ou annuels selon votre choix.

Vous pouvez mettre fin à tout moment aux rachats partiels programmés.

Le montant en euros des rachats partiels programmés, ainsi que le montant du capital constitué au titre du contrat après rachat partiel devront respecter les minima en vigueur disponibles sur simple demande auprès de votre Agent Général.

Sauf demande expresse de votre part, les rachats partiels programmés sont effectués au prorata du capital constitué sur chacun des supports, à l'exclusion des supports de type « fonds à formule ».

Le rachat total

Le rachat total met fin au contrat et à toutes les garanties y afférentes.

La valeur du rachat total est égale au cumul du capital constitué sur les différents supports, après déduction des éventuels prélèvements fiscaux et sociaux ainsi que des sommes dues au titre du compte d'avance.

Cette valeur est calculée compte-tenu des frais de gestion et du coût de la garantie complémentaire optionnelle en cas de décès si elle est souscrite.

5.2 Les valeurs de rachat

Évolution de la valeur de rachat des supports exprimés en Unités de Compte (UC) (hors éventuels prélèvements fiscaux et sociaux et augmentations dues aux revenus distribués par les supports) pendant les 8 premières années du contrat :

Ce tableau repose sur un exemple comportant les données suivantes : montant du versement réalisé à la souscription de 2 000 EUR net de frais de dossier, frais sur versement au taux de 5,00 %, frais de gestion trimestriels (sans garantie optionnelle) au taux de 0,2375 %, frais de gestion trimestriels de la garantie optionnelle de 0,05 % et investissement effectué sur la base d'1 UC = 19,00 EUR (valeur forfaitaire prise à titre d'exemple pour la confection du tableau ; sans valeur contractuelle).

	Versement réalisé à la souscription* (brut de frais sur versement)	Versement investi à la souscription (net de frais sur versement)	Nombre d'UC correspondant à la souscription (net de frais sur versement mais brut de frais de gestion)	Valeur minimale de rachat en fin d'année en nombre d'UC sans garantie optionnelle (nette de frais de gestion)	Valeur minimale de rachat en fin d'année en nombre d'UC avec garantie optionnelle (nette de frais de gestion)
1re année	2 000,00 EUR	1 900,00 EUR	100,000 UC	99,053 UC	98,855 UC
2e année	-	-	-	98,116 UC	97,724 UC
3e année	-	-	-	97,187 UC	96,605 UC
4e année	-	-	-	96,267 UC	95,500 UC
5e année	-	-	-	95,356 UC	94,407 UC
6e année	-	-	-	94,453 UC	93,326 UC
7e année	-	-	-	93,559 UC	92,258 UC
8e année	-	-	-	92,673 UC	91,202 UC

* Le versement réalisé à la souscription correspond au versement total diminué des frais de dossier.

Modalités de calcul de la valeur de rachat

Pour obtenir les valeurs de rachat exprimées en nombre d'UC avec d'autres hypothèses de versement réalisé et de valeur de l'UC que celles présentées, vous devez appliquer la formule suivante :

$$\frac{\text{Votre hypothèse de versement réalisé}}{\text{Votre hypothèse de valeur de l'UC}} \times \frac{19}{2\,000} \times \text{Valeur de rachat (en nombre d'UC) figurant dans le tableau}$$

La contre-valeur en euros de la valeur de rachat exprimée en unités de compte est égale, pour chacun des supports, au nombre d'unités de compte inscrit sur le support, multiplié par les valeurs liquidatives en euros au moment du calcul (selon les modalités définies à l'article 2.3).

L'assureur ne s'engage que sur le nombre d'unités de compte, net de tous frais, mais pas sur leur valeur. La valeur de ces unités de compte, qui reflète la valeur d'actifs sous-jacents, n'est pas garantie mais est sujette à des fluctuations à la hausse ou à la baisse dépendant en particulier de l'évolution des marchés financiers.

Évolution de la valeur de rachat du support en euros (hors prélèvements fiscaux et sociaux) pendant les 8 premières années du contrat :

Ce tableau repose sur un exemple comportant les données suivantes : montant du versement réalisé à la souscription de 2 000 EUR net de frais de dossier, frais sur versement au taux de 5,00 %, frais de gestion annuels (sans garantie optionnelle) au taux de 0,60 %, frais de gestion trimestriels de la garantie optionnelle de 0,05 %.

	Versement réalisé à la souscription* (brut de frais sur versement)	Versement investi à la souscription (net de frais sur versement)	Valeur minimale ** de rachat en fin d'année, sans garantie optionnelle (nette de frais de gestion)	Valeur minimale ** de rachat en fin d'année, avec garantie optionnelle (nette de frais de gestion)
1re année	2 000,00 EUR	1 900,00 EUR	1 888,60 EUR	1 884,83 EUR
2e année	-	-	1 877,27 EUR	1 869,77 EUR
3e année	-	-	1 866,00 EUR	1 854,84 EUR
4e année	-	-	1 854,81 EUR	1 840,03 EUR
5e année	-	-	1 843,68 EUR	1 825,33 EUR
6e année	-	-	1 832,62 EUR	1 810,75 EUR
7e année	-	-	1 821,62 EUR	1 796,29 EUR
8e année	-	-	1 810,69 EUR	1 781,94 EUR

* Le versement réalisé à la souscription correspond au versement total diminué des frais de dossier.

** Susceptible d'être augmentée chaque année d'une participation aux bénéfices attribuée dans les conditions prévues par l'article 2.2 des présentes Dispositions Générales.

Modalités de calcul de la valeur de rachat

Pour obtenir les valeurs minimales de rachat avec d'autres hypothèses de versement réalisé, vous devez appliquer la formule suivante :

$$\frac{\text{Votre hypothèse de versement réalisé}}{2\ 000} \times \text{Valeur minimale de rachat figurant dans le tableau}$$

5.3 Les avances

En cas de besoin exceptionnel de liquidités, vous pouvez bénéficier d'une avance remboursable selon les modalités précisées dans le Règlement Général des Avances de **Tellus Avenir.**

Le règlement en vigueur vous sera remis sur simple demande auprès de votre Agent général ou de l'assureur.

Afin de déterminer le capital constitué pour le règlement en cas de décès, au terme ou lors d'un rachat total, le solde éventuel du compte d'avance sera prélevé sur votre capital constitué conformément au Règlement Général des Avances.

6 - En cas de décès de l'assuré

6.1 La garantie principale en cas de décès

En cas de décès de l'assuré avant le terme du contrat, en l'absence de garantie complémentaire optionnelle, le capital constitué au jour d'enregistrement du décès par le Centre de Service Clients de la déclaration du décès est réglé, déduction faite de l'éventuel solde du compte d'avance, aux bénéficiaires désignés.

La déclaration du décès auprès du Centre de Service Clients devra être effectuée par écrit.

La contre-valeur en euros du capital constitué exprimé en unités de compte est égale, pour chacun des supports, au nombre d'unités de compte acquises à la date d'enregistrement du décès par le Centre de Service Clients, multiplié par leur valeur liquidative en euros au moment du calcul (selon les modalités définies à l'article 2.3).

6.2 La garantie complémentaire optionnelle en cas de décès

Objet

Lors de la souscription, et sous réserve que vous, en qualité d'assuré, ayez moins de 75 ans à cette date, vous avez la possibilité de choisir une option garantissant le paiement d'un capital minimum en cas de décès. Ce minimum correspond à 100% du cumul de vos versements, après déduction des frais de dossier, des frais sur versement et diminué du cumul des éventuels rachats effectués depuis la date d'effet de votre contrat ainsi que des sommes restant dues au titre du compte d'avance.

En exécution de cette garantie optionnelle, si la contre-valeur en euros des capitaux calculée en application de l'article 6.1 s'avère inférieure au montant minimum ci-dessus défini, l'assureur versera un complément de capital à concurrence de ce montant minimum.

Ce complément ne pourra dépasser 760 000 EUR. Ce plafond s'entend pour l'ensemble des garanties optionnelles en cas de décès des contrats multisupports souscrites auprès de l'assureur et reposant sur la tête de l'assuré.

La garantie est sans effet si l'assuré se donne volontairement la mort, consciemment ou non, au cours de la première année suivant la date d'effet du contrat.

Les frais

Si cette garantie est choisie, des frais techniques sont prélevés chaque trimestre sur tous les supports sur la base d'un taux annuel de 0,20% de la totalité du capital constitué. Ces frais sont prélevés d'avance et ne font pas l'objet de remboursement y compris en cas de rachat total ou de décès de l'assuré.

Arrêt de la garantie

Vous pouvez à tout moment mettre fin à la garantie optionnelle. La résiliation, irréversible, prendra effet à la fin du trimestre civil au cours duquel la demande de résiliation aura été enregistrée par le Centre de Service Clients.

Dans tous les cas, la garantie optionnelle en cas de décès cesse à la fin du trimestre civil au cours duquel l'assuré atteint ses 83 ans. Après cette date, ce sont les capitaux tels que définis à l'article 6.1 qui seront versés en cas de décès.

7 - Les choix possibles au terme du contrat

Votre contrat se proroge tacitement d'année en année, sauf demande contraire de votre part envoyée par courrier recommandé avec accusé de réception au Centre de Service Clients deux mois avant l'échéance.

Tellus Avenir vous propose aussi les possibilités suivantes :

- **Recevoir la totalité du capital constitué** déduction faite des sommes dues au titre du compte d'avance, à condition que vous ayez adressé à l'assureur une demande de règlement accompagnée des pièces nécessaires (article 8 « Les modalités de règlement ») deux mois avant le terme. Ce règlement met fin au contrat.
- **Percevoir, à votre profit, des annuités certaines** pendant une durée que vous choisissez. En cas de décès avant la fin de la durée choisie, le capital résiduel est versé aux bénéficiaires que vous aurez désignés lors de la conversion de votre capital en annuités certaines.
- **Percevoir une rente viagère réversible ou non.** La rente sera à choisir parmi celles proposées par l'assureur. La rente prendra effet le 1er du mois qui suit la date de désinvestissement effectif des supports faisant suite à l'enregistrement de la demande de conversion du capital en rente signée du bénéficiaire par le Centre de Service Clients. Le calcul du montant des rentes et leurs versements seront toujours effectués en euros. Elles sont revalorisables et calculées en fonction du tarif de l'assureur en vigueur au moment de la conversion sous forme de rente.
- Panacher les différents choix ci-dessus, dans la proportion de votre choix.

8 - Les modalités de règlement

L'assureur demande, pour :	Document d'état civil	Extrait de l'acte de décès de l'assuré	Acte de notoriété	Relevé d'Identité Bancaire
une demande de rachat - partiel - total	✓ du souscripteur			✓ pour les virements
un règlement au terme du contrat	✓ du souscripteur			✓ pour les virements
un règlement suite au décès de l'assuré	✓ du(ou des) bénéficiaire(s)	✓	✓ en cas de besoin	✓ pour les virements

L'assureur demande également toutes les pièces nécessaires pour l'application de la législation fiscale et se réserve le droit de demander toute autre pièce supplémentaire.

Le règlement est effectué dans les meilleurs délais.

À compter de la réception, par le centre de service clients, de l'intégralité des pièces nécessaires au règlement, le délai maximum légal est :
- en cas de rachat, de deux mois,
- au terme du contrat, d'un mois,
- en cas de décès, d'un mois.

Ce règlement tiendra compte des incidences de l'application de la règlementation fiscale.

Si le règlement du capital décès intervient plus d'un an après le décès, il donne lieu à une revalorisation annuelle égale à 50% du taux minimum de revalorisation garanti annuel brut. Ce taux, déterminé pour chaque année, est défini au paragraphe « Le taux minimum de revalorisation garanti » du chapitre « La constitution du capital ». La revalorisation est calculée au prorata temporis du jour du premier anniversaire du décès jusqu'au jour du règlement du décès.

Règlement en valeurs mobilières

Au moment de la remise des pièces, le souscripteur ou les bénéficiaires peuvent demander que le règlement de leur capital constitué, pour la part investie en unités de compte, soit effectué par inscription des titres sur un compte-titres en application de l'article L 131-1 du Code des assurances.

Dans ce cas, des frais complémentaires sont alors prélevés et le souscripteur ou les bénéficiaires en cas de décès, recevront pour chacun des supports :
- en cas de rachat : le nombre de titres égal au nombre d'unités de compte inscrites au jour de réception de l'ensemble des pièces nécessaires défini ci-dessus,
- en cas de terme : le nombre de titres égal au nombre d'unités de compte inscrites au jour du terme,
- en cas de décès : le nombre de titres correspondant au montant du capital décès exprimé en euros, tel que défini à l'article 2.3, divisé par la valeur liquidative du support correspondant du premier jour commun de cotation qui suit le jour d'enregistrement par le Centre de Service Clients de la demande de règlement en titres.

Si le nombre de titres à régler n'est pas entier, la fraction restante sera convertie en euros sur la base de la valeur liquidative du premier jour commun de cotation suivant la date d'enregistrement du dossier complet de demande de règlement en cas de rachat ou de décès ou du jour du terme en cas de terme.

9 - L'information périodique

Conformément aux dispositions de l'article L132-22 du Code des assurances, **l'assureur** vous adresse au minimum une fois par an une lettre d'information indiquant, à la date de la lettre, le montant total en euros du capital constitué au titre du contrat, et :
- pour chaque support exprimé en unités de compte, le nombre d'unités de compte détenues et leur contre-valeur en euros,
- pour le support en euros, le montant en euros du capital constitué.

Chaque fois qu'un versement libre, qu'un rachat partiel ou qu'un arbitrage est effectué, vous recevez une lettre d'information relative à cette opération.

À tout moment vous pouvez demander la situation de votre contrat à votre Agent Général..

10 - La faculté de renonciation

Vous pouvez renoncer au présent contrat pendant trente jours calendaires révolus à compter de la date à laquelle vous êtes informé que le contrat est conclu. Cette date correspond à la date à laquelle vous avez signé les Dispositions Particulières, et au plus tard à la date de présentation de la lettre recommandée avec avis de réception qui vous sera envoyée si l'assureur n'a pas reçu les Dispositions Particulières signées.

Cette renonciation doit être faite par lettre recommandée avec avis de réception envoyée à l'adresse suivante :

Allianz Vie – Direction des Opérations Vie
TSA 81003
67018 Strasbourg Cedex

Elle peut être faite suivant le modèle de lettre proposé ci-dessous ou sur la demande de souscription.

À réception de la lettre recommandée par l'assureur, le contrat et toutes ses garanties prennent fin. Les versements effectués seront remboursés dans les 30 jours calendaires révolus à compter de la réception de la lettre recommandée.

Modèle de lettre type de renonciation

« Je soussigné(e) M______________________________,demeurant____________________________________, renonce à mon contrat n°__________ dénommé **Tellus Avenir** souscrit auprès d'Allianz Vie et demande le remboursement de mon versement de __________ EUR.

(Date et signature) »

11 - Information générale sur la fiscalité de l'assurance vie

Fiscalité (en vigueur au 1er janvier 2011 et susceptible d'évoluer)

Votre contrat est soumis à la fiscalité française de l'assurance vie sauf si vous n'êtes pas résident ; dans ce cas renseignez-vous auprès de votre Agent Général.

Fiscalité au terme de votre contrat ou en cas de rachat

Au terme de votre contrat ou si vous effectuez un rachat, les produits que vous percevez sont soumis à l'impôt sur le revenu ou à un prélèvement libératoire, à moins que vous ne puissiez bénéficier d'un régime particulier (invalidité, régime fiscal des contrats investis en actions ...), selon l'article 125-0A du Code général des impôts.

Fiscalité en cas de décès avant le terme

En cas de dénouement de votre contrat par décès, les bénéficiaires que vous avez désignés sont imposés, après application d'un abattement :

- aux droits de succession sur les primes versées après votre 70ème anniversaire, selon l'article 757 B du Code général des impôts,
- à une taxe spécifique de 20 % sur les capitaux résultant des primes versées jusqu'à votre 70e anniversaire, selon l'article 990 I du Code général des impôts.

Prélèvements sociaux

Les produits de votre contrat sont soumis aux prélèvements selon les dispositions de l'article L 136-7 du Code de la Sécurité sociale.

Impôt sur la fortune

Si vous êtes ou devenez redevable de l'ISF, la valeur de rachat de votre contrat au 1er janvier de chaque année est à inclure dans la base taxable.

Votre Agent Général se tient à votre disposition pour toute question ou précision concernant la fiscalité de votre contrat.

12 - Dispositions spécifiques aux souscriptions réalisées dans le cadre de l'article 1er de la loi du 26 juillet 2005 (mesure « Fourgous »)

Le contrat peut être souscrit dans le cadre de l'article 1er de la loi n° 2005-842 du 26 juillet 2005 qui permet, sous certaines conditions, de transformer un contrat monosupport en euros en un contrat multisupports sans que cela n'entraîne les conséquences fiscales d'un dénouement.

Afin de tenir compte des spécificités liées à un contrat réalisé dans ce cadre, certaines dispositions des présentes Dispositions Générales sont modifiées ou complétées comme suit :

Date d'effet du contrat

Le contrat prend effet le jour de signature de la demande de transfert du capital issu d'un contrat (ou d'une adhésion à un contrat) monosupport en euros souscrit auprès de l'assureur.

Droit de revenir sur votre décision

Vous disposez d'un délai de 30 jours à compter de la date de transfert pour revenir sur votre décision et rétablir votre situation contractuelle antérieure.

Pour ce faire, vous devez envoyer votre demande **par lettre recommandée avec avis de réception** à l'adresse mentionnée dans l'article 10.

Vous pouvez utilisez le modèle suivant de lettre type :

« Je vous informe de ma volonté de revenir sur ma décision de transférer le capital de mon contrat monosupport en euros [nom du contrat] n°______________ sur une nouvelle souscription au contrat **Tellus Avenir** dans le cadre de l'article 1er de la loi du 26 juillet 2005.

En conséquence, j'ai pris bonne note que ma décision aura pour effet :

- de mettre fin à mon nouveau contrat Tellus Avenir n° ____________,
- de rétablir mon contrat monosupport en euros précité comme si le transfert n'avait pas eu lieu ».

Investissement du capital transféré

Le capital transféré au contrat doit être affecté pour au moins 20% sur des supports exprimés en unités de compte notamment investies en actions. La liste des supports éligibles est présentée dans l'annexe descriptive présentant les caractéristiques principales des supports en vigueur.

L'option de dynamisation progressive des versements

Cette option ne peut être choisie sur le capital transféré.

Elle est proposée sur les seuls versements libres y compris celui éventuellement enregistré à la souscription.

Frais sur capital transféré

Les frais sur versement ne seront pas prélevés sur le capital transféré.

Information sur la fiscalité

La date d'effet fiscale permettant de déterminer la fiscalité applicable est celle de votre (adhésion au) contrat monosupport en euros dont le capital a été transféré sur le présent contrat.

13 - Informatique et Libertés

Les informations recueillies font l'objet d'un traitement informatique destiné au traitement du présent contrat. Elles pourront aussi être utilisées, sauf opposition de votre part, dans un but de prospection pour les produits distribués par le Groupe Allianz (assurances, produits bancaires et financiers, services).

Conformément à la loi « informatique et libertés » du 6 janvier 1978, telle que modifiée par la loi du 6 août 2004, vous bénéficiez d'un droit d'accès, de modification, de rectification, de suppression et d'opposition relatif aux données vous concernant soit en adressant un mail à l'adresse DQRCDDV@allianz.fr, soit en adressant un courrier auprès de :

Allianz – Informatique et libertés
Tour Neptune, 20, place de Seine, Case Courrier 1304
92086 Paris La Défense Cedex.

14 - En cas de réclamation

L'assureur adhère à la charte de la Médiation de la Fédération Française des Sociétés d'Assurances.

L'interlocuteur habituel de l'assureur est en mesure d'étudier toutes les demandes et réclamations. Si, au terme de cet examen, les réponses données ne vous satisfaisaient pas, vous pouvez adresser une réclamation à :

Allianz Vie
Médiation Assurances de Personnes
Case courrier 1304 - Tour Neptune, 20, place de Seine
92086 Paris La Défense Cedex.

Enfin, en cas de désaccord définitif relatif à une garantie, vous aurez la faculté de faire appel au médiateur, dont **l'assureur** vous fournira les coordonnées sur simple demande et ceci sans préjudice des autres voies d'actions légales.

15 - Prescription

Aucune action ni réclamation concernant le contrat ne pourra être entreprise au-delà du délai de prescription.

La prescription se définit comme l'extinction d'un droit résultant de l'inaction de son titulaire pendant un certains laps de temps.

Les dispositions relatives à la prescription des actions dérivant du contrat d'assurance sont fixées par les articles L 114-1 à L 114-3 du Code des assurances reproduits ci-après :

Article L 114-1 du Code des assurances :

Toutes actions dérivant d'un contrat d'assurance sont prescrites par deux ans à compter de l'événement qui y donne naissance.

Toutefois, ce délai ne court :

1° En cas de réticence, omission, déclaration fausse ou inexacte sur le risque couru, que du jour où l'assureur en a eu connaissance ;

2° En cas de sinistre, que du jour où les intéressés en ont eu connaissance, s'ils prouvent qu'ils l'ont ignoré jusque-là.

Quand l'action de l'assuré contre l'assureur a pour cause le recours d'un tiers, le délai de la prescription ne court que du jour où ce tiers a exercé une action en justice contre l'assuré ou a été indemnisé par ce dernier.

La prescription est portée à dix ans dans les contrats d'assurance sur la vie lorsque le bénéficiaire est une personne distincte du souscripteur et, dans les contrats d'assurance contre les accidents atteignant les personnes, lorsque les bénéficiaires sont les ayants droit de l'assuré décédé.

Pour les contrats d'assurance sur la vie, nonobstant les dispositions du 2°, les actions du bénéficiaire sont prescrites au plus tard trente ans à compter du décès de l'assuré.

Article L 114-2 du Code des assurances :

La prescription est interrompue par une des causes ordinaires d'interruption de la prescription et par la désignation d'experts à la suite d'un sinistre. L'interruption de la prescription de l'action peut, en outre, résulter de l'envoi d'une lettre recommandée avec accusé de réception adressée par l'assureur à l'assuré en ce qui concerne l'action en paiement de la prime et par l'assuré à l'assureur en ce qui concerne le règlement de l'indemnité.

Article L 114-3 du Code des assurances :

Par dérogation à l'article 2254 du code civil, les parties au contrat d'assurance ne peuvent, même d'un commun accord, ni modifier la durée de la prescription, ni ajouter aux causes de suspension ou d'interruption de celle-ci.

Information complémentaire :

Les causes ordinaires d'interruption de la prescription sont énoncées aux articles 2240 et suivants du Code civil ; parmi ces dernières figurent notamment : la reconnaissance par le débiteur du droit de celui contre lequel il prescrivait, demande en justice même en référé, acte d'exécution forcée. Pour connaître l'exhaustivité des causes ordinaires d'interruption de la prescription se reporter aux articles du Code civil précités.

16 - Autorité de contrôle

L'organisme chargé du contrôle de l'assureur est l'Autorité de contrôle prudentiel (A.C.P.) : **61, rue Taitbout, 75436 Paris Cedex 09.**

CONTRAT DYNAVIE

CET ENCADRÉ A POUR OBJET D'ATTIRER L'ATTENTION DU SOUSCRIPTEUR SUR CERTAINES DISPOSITIONS ESSENTIELLES DU CONTRAT. IL EST IMPORTANT QU'IL LISE L'INTÉGRALITÉ DES CONDITIONS GÉNÉRALES VALANT NOTE D'INFORMATION ET POSE TOUTES LES QUESTIONS QU'IL ESTIME NÉCESSAIRES AVANT DE SIGNER LE BULLETIN DE SOUSCRIPTION.

- **DYNAVIE est un contrat individuel d'assurance vie, de type multisupports.**
- Le contrat prévoit le paiement d'un capital, pouvant être transformé en rente viagère, et comporte également des garanties en cas de décès (voir article 9).
  - Pour la partie en euros, le contrat comporte une garantie en capital au moins égale aux cotisations versées nettes de frais (voir articles 5 et 7).
  - **Pour la partie en unités de compte, les montants investis ne sont pas garantis et sont sujet à des fluctuations à la hausse ou à la baisse dépendant en particulier de l'évolution des marchés financiers (voir articles 5 et 7).**
- Le contrat prévoit une participation aux excédents contractuelle dont les conditions d'attribution sont précisées à l'article 5.
- Le contrat comporte une faculté de rachat. Les sommes sont versées par l'assureur dans un délai de trente jours (voir articles 7 et 11).
- Le contrat prévoit les frais suivants perçus par l'Assureur (voir article 6) :
  - Frais à l'entrée et sur chaque versement :
    Frais prélevés sur les montants versés fixés au maximum à 5 %.
  - Frais en cours de vie du contrat :
    0,54 % de frais prélevés chaque année au titre de la gestion du contrat sur la part des droits exprimés en euros.

    0,54 % de frais prélevés chaque année au titre de la gestion du contrat sur la part des droits exprimés en unités de compte; ces frais viennent en diminution du nombre d'unités de compte.

    Les frais de 0,54 % incluent le coût de la garantie décès (voir article 9).
  - Autres frais :
    En cas d'arbitrage : 0,50 % du montant arbitré, porté à 1 % si l'arbitrage est effectué vers le support en euros.
    Les frais prélevés en cas d'arbitrage ne peuvent être ni inférieurs à 35 €, ni supérieurs à 1500 €.

    En cas de conversion en rente viagère : les frais administratifs de conversion sont fixés à 1 % du montant converti en rente (voir article 10).

  Les frais supportés par les FCP ou SICAV servant de supports aux unités de compte sont précisés dans les prospectus publiés par ces OPCVM.
- La durée recommandée du contrat dépend notamment de la situation patrimoniale du souscripteur, de son attitude vis-à-vis du risque, du régime fiscal en vigueur, et des caractéristiques du contrat choisi. Le souscripteur est invité à demander conseil auprès de son assureur.
- Le souscripteur peut désigner le ou les bénéficiaires dans le bulletin de souscription et ultérieurement par avenant au contrat. La désignation peut également être effectuée par acte sous seing privé ou authentique (voir article 13).

DP. 170 - 01/01/2011

DYNAVIE

CONTRAT INDIVIDUEL D'ASSURANCE SUR LA VIE

Conditions générales valant note d'information au sens de l'article L.132-5-2 du Code des assurances

ARTICLE 1
QUELLES SONT LES CARACTÉRISTIQUES DU CONTRAT ?

DYNAVIE est un contrat individuel d'assurance sur la vie, libellé en euros et/ou en unités de compte.

Il est assuré par Capma & Capmi, société d'assurance mutuelle vie à cotisations fixes, ci-après dénommée « l'Assureur » ou « la Caisse ».

Il relève des branches d'activité 20 "Vie-décès" et 22 "Assurances liées à des fonds d'investissement" définies à l'article R.321-1 du Code des assurances.

Le souscripteur remplit un bulletin de souscription et reçoit des conditions générales valant note d'information définissant les droits et obligations résultant de son contrat, ainsi que les engagements pris par l'Assureur à son égard.

DYNAVIE a pour objet la constitution d'un capital en cas de vie de l'assuré ou le versement d'un capital en cas de décès de l'assuré avant le terme du contrat.

Définitions :

Assuré : personne physique sur la tête de laquelle repose, selon qu'elle est en vie ou décédée, l'exécution des prestations conformément aux risques garantis.

Souscripteur : personne qui signe le contrat et paie les cotisations. Si le souscripteur est différent de l'assuré, il doit recueillir, sur le bulletin de souscription, le consentement écrit de l'assuré.

Bénéficiaire en cas de décès de l'assuré : personne désignée aux conditions particulières qui reçoit les prestations.

ARTICLE 2
QUELLES SONT LES MODALITÉS DE SOUSCRIPTION ?

Sauf indication contraire indiquée lors de la souscription du contrat, le contrat est réputé de durée viagère.

Le contrat prend effet le jour de la réception au siège administratif de l'Assureur du bulletin de souscription, accompagné de la copie de la pièce d'identité en cours de validité du souscripteur, de celle de l'assuré le cas échéant, et du versement de la première cotisation, sous réserve de son encaissement.

L'Assureur matérialise son acceptation des garanties par la remise au souscripteur des conditions particulières qui reprennent les caractéristiques du contrat souscrit et indiquent sa prise d'effet.

En cours de contrat, le souscripteur peut effectuer des versements complémentaires quand il le souhaite, ainsi que de façon régulière par prélèvements automatiques mensuels, trimestriels, semestriels ou annuels.

ARTICLE 3
QUELLE EST LA NATURE DES INVESTISSEMENTS ?

Les cotisations, nettes de frais de souscription, sont réparties, en fonction du choix du souscripteur, dans un ou plusieurs des supports proposés par l'Assureur au moment du versement de chaque cotisation.

Le souscripteur a la possibilité de modifier, pour chaque cotisation versée, la répartition entre les supports. À défaut d'indication, c'est la répartition demandée pour la cotisation précédente qui s'applique.

En cas de disparition de l'un des supports (liquidation, dissolution, fusion...), l'Assureur s'engage à substituer à ce support un autre support de même nature et répondant aux mêmes orientations financières.

L'Assureur pourra proposer, en cours de contrat, de nouveaux supports d'investissements.

ARTICLE 4
COMMENT LES COTISATIONS SONT-ELLES AFFECTÉES ?

Chaque cotisation est répartie selon le choix exprimé par le souscripteur entre les différents supports sélectionnés.

Chaque cotisation prend effet 3 jours après sa date de réception au siège administratif de l'Assureur.

① Si le support est en euros.
Chaque cotisation nette de frais de souscription est valorisée à compter du 1er jour de la quinzaine qui suit la date d'effet de la cotisation.

② Si le support est en unités de compte.
Chaque cotisation nette de frais de souscription, investie dans des supports libellés en actions de SICAV ou en parts de FCP, est convertie en nombre d'unités de compte.

Pour un investissement (à la souscription, pour tout versement complémentaire, versement régulier ou arbitrage entre supports), la date de conversion est fixée au 1er jeudi suivant la date d'effet du versement.

Pour un désinvestissement (terme, rachat, conversion en rente, décès ou arbitrage entre supports), la date de conversion est fixée au 1er jeudi suivant la date de réception au siège administratif de l'Assureur de la demande de prestation.

Lorsque le support est constitué par des actions de SICAV ou des parts de FCP, la valeur de l'unité de compte retenue pour la conversion est égale à la valeur liquidative de l'OPCVM à la date de conversion.

ARTICLE 5
QUELLE EST LA VALEUR ACQUISE DU CONTRAT ?

La valeur acquise du contrat est égale à la somme des valeurs acquises sur chaque support.

① Si le support est en euros :

La valeur acquise sur ce support à une date donnée est égale :

- au cumul des cotisations, nettes de frais de souscription, investies sur le support en euros, déduction faite des sorties ;
- majoré des intérêts techniques calculés par quinzaine sur la base d'un taux annuel égal à 0,54 % et des participations aux excédents déjà attribuées ;
- et diminué des frais de gestion visés au b) de l'article 6 ci-après.

La participation aux excédents est calculée à la fin de chaque année civile en prenant en compte la totalité des produits financiers nets réalisés. Elle est attribuée au contrat au 31 décembre de l'année.

Par effet de cliquet, le montant de la valeur acquise sur le support en euros au 31 décembre de chaque année ne peut en aucun cas être inférieur à celui de l'année précédente, sauf en cas de rachat partiel ou d'arbitrage effectué depuis cette date.

② Si le support est en unités de compte :

La valeur acquise au titre d'un support en unités de compte s'obtient en multipliant le nombre d'unités de compte acquis sur ce support par la valeur de l'unité de compte à la date d'évaluation retenue pour les opérations de désinvestissement.

La valeur acquise varie selon l'évolution de la valeur des unités de compte.

Lorsque le support est constitué par des actions de SICAV ou des parts de FCP de distribution, la participation aux excédents revenant chaque année aux souscripteurs est égale à 100 % des dividendes nets perçus. Elle est attribuée sous forme d'unités de compte supplémentaires, au plus tard un mois après la mise en paiement de chaque dividende.

ARTICLE 6
QUELS SONT LES FRAIS DE FONCTIONNEMENT ?

Pour son fonctionnement, l'Assureur perçoit :

a) Un prélèvement unique, correspondant aux frais de souscription, appliqué à chaque cotisation, et fixé au maximum à 5 %.

Pour les supports en unités de compte, ce prélèvement est majoré des éventuelles commissions de souscription acquises aux OPCVM. Ces commissions supplémentaires, si elles existent, sont indiquées dans les conditions particulières.

b) Un prélèvement annuel, correspondant aux frais de gestion, au maximum égal à 0,54 % de la valeur acquise, incluant le coût de la garantie décès visée à l'article 9 ci-après, appliqué au montant en euros ou au nombre d'unités de compte.

Lorsque les frais portent sur une période inférieure à l'année, ils sont alors calculés prorata temporis.

Pour la partie exprimée en euros, les frais sont prélevés au plus tard au terme de chaque année ou en cours d'année en cas de rachat, arbitrage, décès ou au terme du contrat.

Pour la partie exprimée en unités de compte, les frais sont prélevés chaque jeudi. Ils viennent en diminution du nombre d'unités de compte précédemment acquis sur le support.

c) En cas d'arbitrage d'un support à un autre, des frais égaux à 0,50 % des sommes transférées.

Cependant, lorsque l'arbitrage est réalisé vers le support en euros, les frais d'arbitrage sont égaux à 1 % des sommes transférées.
En tout état de cause, les frais d'arbitrage prélevés ne peuvent être ni inférieurs à 35 €, ni supérieurs à 1500 €.

ARTICLE 7
QUAND ET COMMENT PEUT-ON OBTENIR LE RACHAT DE SON CONTRAT ?

À tout moment, le souscripteur peut demander, sous réserve des dispositions de l'article 13 ci-après, le rachat total ou partiel de son contrat sur simple demande écrite adressée au siège administratif de l'Assureur. Les sommes lui seront versées dans un délai de 30 jours.

① Si le support est en euros :

La date d'effet du rachat est le 1er jour de la quinzaine au cours de laquelle la demande est reçue au siège administratif de l'Assureur.

La valeur de rachat est égale à la valeur acquise sur ce support au 31 décembre précédent, augmentée ou diminuée des éventuelles opérations effectuées depuis cette date (versement de cotisations, arbitrages, rachats) et majorée d'une revalorisation calculée par quinzaine, prorata temporis, sur la base du taux annuel net de frais de gestion garanti pour l'année en cours. Ce taux, fixé par le Conseil d'Administration de la Caisse au début de chaque année, ne peut être inférieur au taux d'intérêt technique du contrat.

La valeur de rachat minimale garantie à la fin de chacune des huit premières années du contrat est égale au cumul des cotisations versées nette de frais de souscription, déduction faite des sorties.

Exemple de valeurs de rachat minimales garanties, à la fin de chacune des huit 1ères années du contrat, pour une cotisation initiale de 1000 € nette de frais de souscription. Ces valeurs de rachat ne tiennent pas compte des arbitrages et rachats partiels éventuels.

année 1	année 2	année 3	année 4	année 5	année 6	année 7	année 8
1000 €	1000 €	1000 €	1000 €	1000 €	1000 €	1000 €	1000 €

② Si le support est en unités de compte :

Lorsque le support est constitué par des actions de SICAV ou des parts de FCP, la date d'effet du rachat est le jeudi qui suit la réception de la demande au siège administratif de l'Assureur.

La valeur de rachat est égale à la valeur acquise sur ce support à la date d'effet du rachat.

Exemple de valeurs de rachat minimales garanties exprimées en nombre d'unités de compte, à la fin de chacune des huit premières années du contrat, pour une cotisation initiale nette de frais de souscription de 100 € correspondant à 100 unités de compte, nombre calculé selon une base de conversion théorique de 1€ = 1 unité de compte, investi dans un support constitué par des actions de SICAV ou par des parts de FCP.

année 1	année 2	Année 3	année 4	année 5	année 6	année 7	année 8
99,46	98,92	98,39	97,86	97,33	96,80	96,28	95,76

À ce nombre d'unités de compte qui décroît du fait du prélèvement des frais de gestion, viendront s'ajouter, pour les supports concernés, les participations aux excédents distribuées sous forme d'unités de compte supplémentaires. Les valeurs de rachat ne tiennent pas compte des arbitrages et rachats partiels éventuels.

Pour les supports exprimés en unités de compte, l'Assureur ne s'engage que sur le nombre d'unités de compte, mais pas sur leur valeur.

La valeur des unités de compte qui reflète la valeur d'actifs sous-jacents n'est pas garantie mais est sujette à des fluctuations à la hausse ou à la baisse dépendant en particulier de l'évolution des marchés financiers.

Pour tout rachat partiel, le souscripteur doit préciser la répartition du montant du rachat partiel entre les différents supports de son contrat. À défaut, l'imputation se fera au prorata des sommes détenues sur chaque support.

Alors que le rachat total met fin au contrat, le rachat partiel a pour effet de diminuer la valeur acquise sur chaque support concerné d'un montant égal à celui du rachat effectué sur ledit support.

ARTICLE 8
QUAND ET COMMENT PEUT-ON EFFECTUER UN ARBITRAGE ?

À tout moment, le souscripteur peut, sur simple demande écrite adressée au siège administratif de l'Assureur, effectuer un arbitrage et modifier la répartition de son épargne entre les différents supports d'investissement.

L'arbitrage se déroule en deux étapes comme indiqué ci-après :

√ la vente des supports transférés s'effectue dans les conditions de désinvestissement mentionnées à l'article 4 (après prélèvement des frais de gestion et des frais d'arbitrage),

√ le réinvestissement dans les nouveaux supports retenus par le souscripteur est ensuite réalisé dans les mêmes conditions qu'une souscription ou un versement complémentaire.

Le montant transférable est au plus égal à la valeur de rachat du support d'origine à la date de réception de la demande d'arbitrage au siège administratif de l'Assureur déduction faite des frais de gestion et d'arbitrage.

Cependant, si au cours d'un mois, les demandes d'arbitrage sur un support excèdent 5 % du montant total du support pour l'ensemble des contrats DYNAVIE ou s'il s'avérait nécessaire de préserver les intérêts de l'ensemble des souscripteurs, l'Assureur se réserve la possibilité de surseoir temporairement aux demandes d'arbitrage sans que ce délai puisse excéder 6 mois.

De même, si la gestion du support en euros le justifie, l'Assureur se réserve la possibilité de refuser ou de différer les demandes d'arbitrage du support en euros vers un autre support. Les souscripteurs en seraient alors informés par l'Assureur.

ARTICLE 9
QUELLES SONT LES GARANTIES EN CAS DE DÉCÈS ?

En cas de décès de l'assuré, le capital versé au(x) bénéficiaire(s) désigné(s) est égal à un capital décès de base majoré, si le décès survient après le 12ème anniversaire de l'assuré et avant son 70ème anniversaire et au moins une année après la date de souscription, d'un capital décès supplémentaire.

√ Le capital décès de base est égal :

① Si le support est en euros :

☞ à la valeur de rachat du support en euros calculée au jour du décès.

Il est précisé qu'il ne sera versé aucune revalorisation de cette valeur de rachat même en cas de transmissions tardives des pièces justificatives nécessaires au paiement prévues à l'article 11.

① Si le support est en unités de compte :

☞ au nombre d'unités de compte acquis au jour du décès de l'assuré par la valeur de l'unité de compte à la date de réception de la totalité des pièces justificatives nécessaires au paiement prévues à l'article 11.

√ Le capital décès supplémentaire, limité à 40 000 € par contrat, est égal à :

☞ 25 % du capital décès de base si l'assuré a moins de 40 ans au jour du décès ;

☞ ou 10 % du capital décès de base si l'assuré a moins de 50 ans au jour du décès ;

☞ ou 5 % du capital décès de base si l'assuré a moins de 60 ans au jour du décès ;

☞ ou 2,5 % du capital décès de base si l'assuré a moins de 70 ans au jour du décès.

Le capital décès supplémentaire n'est pas dû par l'Assureur si le décès de l'assuré résulte des suites et conséquences :

- **du fait volontaire des bénéficiaires désignés,**
- **d'une guerre civile ou étrangère, d'émeutes ou de mouvements populaires, d'actes de terrorisme,**
- **de la participation volontaire de l'assuré à des rixes, crimes, sauf en cas de légitime défense,**

- **d'une maladie ou d'un accident causé par l'usage de stupéfiants ou d'alcool (taux supérieur au taux légal en vigueur).**

À défaut de la désignation expresse d'un bénéficiaire ou si pour une raison quelconque la désignation ne peut avoir d'effet, seront bénéficiaires en cas de décès de l'assuré, le conjoint de l'assuré non séparé de corps judiciairement; à défaut les enfants nés ou à naître, vivants ou représentés, de l'assuré par parts égales entre eux; à défaut les héritiers de l'assuré.

ARTICLE 10
QUELLES SONT LES MODALITÉS DE TRANSFORMATION EN RENTE VIAGÈRE ?

Le souscripteur peut demander la transformation de son contrat en rente viagère. Cette transformation n'est possible que si le souscripteur, bénéficiaire de la rente, est âgé au minimum de 60 ans.

En cas de transformation en rente, l'Assureur retiendra des frais administratifs fixés à 1 % du montant converti en rente.

Le montant de la rente est déterminé en fonction des tarifs (taux et table de mortalité) en vigueur au moment de sa liquidation.

ARTICLE 11
DANS QUELLES CONDITIONS S'EFFECTUE LE PAIEMENT DES SOMMES DUES ?

Le règlement des sommes dues s'effectue au siège administratif de l'Assureur, au plus tard dans les 30 jours suivant la réception de la demande écrite du souscripteur ou des bénéficiaires désignés et de la remise de toutes les pièces exigibles :

- l'original des conditions particulières,
- en cas de décès de l'assuré, son acte de décès, la copie d'une pièce d'identité en cours de validité de chaque bénéficiaire, un certificat médical précisant la cause du décès et, le cas échéant, une attestation sur l'honneur établie par chaque bénéficiaire et/ou tout certificat d'acquit ou de non exigibilité des droits de mutation qui serait exigé par l'Administration Fiscale,
- en cas de sortie en rente viagère, un extrait d'acte de naissance du souscripteur et, le cas échéant, du bénéficiaire de la réversion, avec un relevé d'identité bancaire.

Les sommes réglées sont diminuées des éventuelles avances et intérêts sur avances non remboursés ainsi que des impôts, taxes et prélèvements sociaux éventuellement dus.

En présence de plusieurs bénéficiaires, les sommes dues sont réglées en une seule fois contre reçu conjoint des intéressés.

Le règlement est effectué en euros. Toutefois, lorsqu'il s'agit de titres ou de parts négociables et ne conférant pas directement de droit de vote à l'assemblée générale des actionnaires d'une société inscrite à la cote officielle d'une bourse de valeurs, le souscripteur ou les bénéficiaires peuvent opter pour la remise sans frais des valeurs représentatives des unités de compte.

ARTICLE 12
QUELLES INFORMATIONS LE SOUSCRIPTEUR REÇOIT-IL ?

Le souscripteur reçoit :

a) au moment de la souscription :

- le double du bulletin de souscription,
- les conditions générales du contrat valant note d'information.

b) après la souscription (ou après un acte de gestion) :

- deux exemplaires des conditions particulières (ou un avis d'opération) dont un exemplaire doit être retourné signé à l'Assureur.

Chaque année, l'Assureur adressera au souscripteur un relevé de situation récapitulant les garanties au titre de son contrat avec une ventilation support par support ainsi que l'évolution annuelle des unités de compte.

ARTICLE 13
MODALITÉS DE DÉSIGNATION DES BÉNÉFICIAIRES EN CAS DE DÉCÈS

Le souscripteur peut désigner un ou plusieurs bénéficiaires sur le bulletin de souscription, ou ultérieurement par avenant au contrat ; cette désignation peut être effectuée par acte sous-seing privé - notifié à l'Assureur - ou par acte authentique (dans ce dernier cas, les coordonnées du notaire doivent être indiquées avec précision).

Lorsque le bénéficiaire est nommément désigné, le souscripteur peut porter à la souscription ses coordonnées qui seront utilisées par l'Assureur en cas de décès de l'assuré.

Le souscripteur peut modifier la clause de désignation des bénéficiaires lorsque celle-ci n'est plus appropriée.

Enfin, le souscripteur est informé que lorsque le bénéficiaire de la garantie en cas de décès **a déclaré vouloir accepter la stipulation faite à son profit, le souscripteur ne peut plus alors :**

- **modifier cette désignation (article L.132-9 du Code des assurances),**
- **procéder à un rachat partiel, au rachat total ou à la transformation en rente viagère de son contrat,**
- **effectuer un nantissement de son contrat,**
- **demander une avance,**

sans l'accord préalable par écrit du bénéficiaire acceptant.

Tant que l'assuré et le souscripteur sont en vie, l'acceptation est faite par un avenant signé de l'Assureur, du souscripteur et du bénéficiaire.

Elle peut également être faite par un acte authentique ou sous seing privé, signé du souscripteur et du bénéficiaire, et n'a alors d'effet à l'égard de l'Assureur que lorsqu'elle lui est notifiée par écrit.

Lorsque la désignation est faite à titre gratuit, l'acceptation ne peut intervenir que trente jours au moins à compter du moment où le souscripteur est informé que le contrat d'assurance est conclu.

ARTICLE 14
PEUT-ON OBTENIR UNE AVANCE ?

L'Assureur peut, sous réserve des dispositions de l'article 13 ci-dessus, consentir au souscripteur une avance dans les conditions figurant au règlement des avances en vigueur au jour de la demande de l'avance (susceptible de rectification en cas de modification réglementaire).

Le règlement des avances, communiqué au souscripteur sur simple demande, précise notamment le taux de l'avance.

ARTICLE 15
PEUT-ON UTILISER LE CONTRAT EN GARANTIE D'UN EMPRUNT ?

Le présent contrat peut, sous réserve des dispositions de l'article 13 ci-dessus, être utilisé en garantie d'un emprunt contracté auprès d'un organisme de crédit ou d'une banque (article L.132-10 du Code des assurances), dans la limite de la valeur de rachat, avances éventuelles déduites.

ARTICLE 16
QUE SE PASSE T-IL AU TERME DU CONTRAT ?

Si la durée du contrat choisie par le souscripteur est autre que viagère, le contrat, arrivé au terme, est automatiquement prorogé.

ARTICLE 17
LE SOUSCRIPTEUR PEUT-IL RENONCER À SON CONTRAT ?

Conformément à l'article L.132-5.1 du Code des assurances, le souscripteur dispose d'un délai de 30 jours calendaires révolus à compter de la réception des conditions particulières pour renoncer à son contrat.

Dans ce cas, il adresse au siège administratif de l'Assureur au 36, rue de Saint-Pétersbourg - BP 677 - 75367 Paris cedex 08 - une lettre recommandée avec avis de réception rédigée, par exemple, selon le modèle suivant :

"Monsieur le Directeur, Je renonce à la souscription de mon contrat d'assurance DYNAVIE N° ... et vous prie de me rembourser l'intégralité des sommes versées. Je retourne ci-joint les conditions particulières". (date et signature).

L'Assureur lui rembourse alors la totalité des cotisations versées, sous un délai maximum de 30 jours calendaires révolus à compter de la réception de la lettre recommandée.

ARTICLE 18
QUE FAIRE EN CAS DE LITIGE ?

Les réclamations relatives au fonctionnement du contrat sont à adresser au siège administratif de l'Assureur,

à l'adresse suivante :

Capma & Capmi
Service des relations avec les Sociétaires
36, rue de Saint-Pétersbourg
BP 677 - 75367 Paris cedex 08

ou par messagerie à :

relations-societaires@monceauassurances.com

Si un désaccord persiste, le souscripteur peut faire appel au Médiateur désigné par le GEMA (Groupement des Entreprises Mutuelles d'Assurances). Les coordonnées du Médiateur lui seront communiquées sur simple demande adressée au siège administratif de l'Assureur.

ARTICLE 19
Y-A-T-IL UN DÉLAI DE PRESCRIPTION ?

Toutes actions ou réclamations relatives au contrat d'assurance doivent être présentées dans un délai de deux ans à compter de l'événement qui y donne naissance (article L.114-1 du Code des assurances).

Cette durée est portée à 10 ans quand le bénéficiaire est une personne distincte du souscripteur.

Toutes actions ou demandes de prestations du bénéficiaire doivent être présentées au plus tard trente ans à compter du décès de l'assuré.

La prescription est interrompue - dans les conditions prévues à l'article L.114-2 du Code des assurances - et notamment pour le règlement des prestations, par l'envoi d'une lettre recommandée avec avis de réception, adressée par le souscripteur ou le bénéficiaire à l'Assureur, ou par la saisine du Médiateur.