

**PROMOTION 2002**

**Mémoire d'actuariat présenté devant**

**le Jury du C E A**

pour l'obtention du

**Diplôme d'Actuaire du CENTRE D'ETUDES  
ACTUARIELLES**

**Par Denis SONNENDRUCKER**

**Sur le sujet**

# **ATTRIBUTION DE RISQUE**

**Devant un jury composé de**

Liste du jury

Arnaud CLEMENT-GRANDCOURT  
Arnaud COHEN  
Gérard CROSET  
Jean-Michel EYRAUD  
Daniel HUGUEL  
Pierre MATHOULIN  
Florence PICARD  
Christian Yann ROBERT

Directeur du mémoire

Jean-Christophe BAROU

CONFIDENTIALITÉ



# SOMMAIRE

<b>INTRODUCTION</b> .....	<b>7</b>
<b>CHAPITRE 1 : GESTION DE PORTEFEUILLE</b> .....	<b>9</b>
<b>1. Gestion passive</b> .....	<b>10</b>
<b>2. Gestion active</b> .....	<b>12</b>
2.1. Introduction .....	12
2.2. Allocation stratégique .....	13
2.3. Allocation tactique .....	14
2.4. Méthodes d'analyse.....	15
<b>3. Gestion garantie</b> .....	<b>15</b>
<b>4. Gestion alternative</b> .....	<b>16</b>
<b>5. Mode de gestion et attribution</b> .....	<b>17</b>
<b>CHAPITRE 2 : MESURES DE RISQUE ET INDICATEURS DERIVES</b> .....	<b>19</b>
<b>1. Principales mesures</b> .....	<b>20</b>
1.1. Volatilité, écart-type et variance .....	20
1.2. Covariance et coefficient de corrélation.....	21
1.3. Tracking error ex-post.....	21
1.4. Value at Risk VaR.....	22
1.5. Ratio de Sharpe .....	23
1.6. Ratio d'information.....	23
1.7. Alpha et Bêta.....	23
<b>2. Autres mesures</b> .....	<b>24</b>
2.1. Risque ex-ante.....	24
2.2. Sensibilité et duration.....	24
2.3. Ratio de Sortino .....	25
2.4. Semi-variance et risque de baisse .....	25
2.5. Moment partiel inférieur .....	26
2.6. Probabilité de dépasser une rentabilité cible fixée .....	26
<b>3. Choix de l'indicateur</b> .....	<b>27</b>
<b>CHAPITRE 3 : ANALYSE DES DONNEES</b> .....	<b>29</b>
<b>1. Etude des données utilisées</b> .....	<b>30</b>
1.1. Fonds diversifié.....	30
1.2. Fonds sectoriel .....	32

1.3. Choix des périodes d'étude .....	34
1.4. Données et loi normale.....	36
<b>2. Attribution de performance.....</b>	<b>38</b>
2.1. Modèle de calcul .....	38
2.2. Fonds diversifié.....	38
2.3. Fonds sectoriel .....	40
<b>CHAPITRE 4 : DIFFERENTES METHODES D'ATTRIBUTION DE RISQUE .....</b>	<b>43</b>
<b>1. Attribution de risque par construction d'un portefeuille fictif .....</b>	<b>44</b>
1.1. Principes.....	44
1.2. Application.....	45
1.3. Avantages / inconvénients.....	46
<b>2. Attribution de risque par mesure sur termes d'attribution de performance.....</b>	<b>47</b>
2.1. Principe .....	47
2.2. Application.....	49
2.3. Avantages / inconvénients.....	49
<b>3. Attribution de risque par mesure sur termes principaux d'attribution de performance .....</b>	<b>49</b>
3.1. Principe .....	49
3.2. Application.....	51
3.3. Avantages / inconvénients.....	52
<b>4. Attribution de risque sur base éclatement de la variance .....</b>	<b>55</b>
4.1. Principe .....	55
4.2. Application.....	58
4.3. Avantages / inconvénients.....	59
<b>5. Attribution de risque en utilisant la covariance.....</b>	<b>60</b>
5.1. Principe .....	60
5.2. Application.....	61
5.3. Avantages / inconvénients.....	62
<b>6. Synthèse .....</b>	<b>63</b>
<b>CHAPITRE 5 : ETUDE DE L'ATTRIBUTION DE RISQUE RETENUE .....</b>	<b>65</b>
<b>1. Approfondissement des termes.....</b>	<b>66</b>
1.1. Contribution au risque.....	66
1.2. Contribution au risque liée au choix de valeur.....	66
1.3. Contribution au risque liée au choix d'allocation .....	67
<b>2. Applications.....</b>	<b>68</b>
2.1. Comparaison attribution de performance et de risque .....	68
2.2. Evolution des attributions .....	71
2.3. Analyses sur période de crise et post période de crise financière .....	75
<b>CONCLUSION.....</b>	<b>83</b>
<b>ANNEXES .....</b>	<b>85</b>
<b>ANNEXE 1 : Bibliographie .....</b>	<b>86</b>
<b>ANNEXE 2 : Notations .....</b>	<b>87</b>
<b>ANNEXE 3 : Attribution de Performance.....</b>	<b>88</b>
<b>1. Formules générales .....</b>	<b>88</b>
<b>2. Attribution de performance.....</b>	<b>88</b>
2.1. Choix d'allocation.....	88
2.2. Choix de valeur .....	90

2.3. Conclusion .....	92
<b>3. Chaînage .....</b>	<b>92</b>
<b><i>ANNEXE 4 : Evolution des fonds - Graphiques.....</i></b>	<b><i>94</i></b>
<b>1. Fonds diversifié .....</b>	<b>94</b>
1.1. Performances et poids .....	94
1.2. Volatilités et tracking error .....	96
1.3. Attribution de performance .....	97
<b>2. Fonds sectoriel.....</b>	<b>99</b>
2.1. Performances et poids .....	99
2.2. Volatilités et tracking error .....	102
2.3. Attribution de performance .....	104
<b><i>ANNEXE 5 : Attributions fonds sectoriel .....</i></b>	<b><i>106</i></b>
<b>1. Attribution de performance et de risque – période de crise .....</b>	<b>106</b>
<b>2. Attribution de performance et de risque – période post crise .....</b>	<b>106</b>



# INTRODUCTION

Il existe actuellement sur le marché plusieurs méthodes d'attribution de performance qui ont pour but d'expliquer la différence de performance entre le portefeuille géré et sa référence, le benchmark.

Or la performance ne peut à elle seule servir comme indicateur de bonne ou mauvaise gestion. Le besoin se fait de plus en plus sentir de raisonner par rapport au couple performance/risque, y compris dans l'attribution. La période de crise qui vient de s'écouler a encore renforcé ce besoin de généralisation d'un suivi régulier. Enfin, l'espérance des rendements étant insuffisante pour expliquer la distribution des performances, il est nécessaire d'utiliser le risque pour apporter plus d'éléments permettant l'analyse et la compréhension de cette distribution.

A partir de là, l'idée est d'arriver à décomposer la mesure de risque de manière similaire à ce qui est en place au niveau de l'attribution de performance. De cette façon, non seulement la performance globale pourrait être comparée au risque global, mais chaque contribution à la performance pourrait être appréciée au regard de la contribution au risque associée. Cette analyse plus fine et plus complète pourrait favoriser des choix de gestion plus avertis et donc potentiellement différents voir meilleurs (comme, par exemple, privilégier une poche amenant un peu moins de performance mais beaucoup moins de risque).

Or s'il existe beaucoup d'études et de standards dans l'attribution de performance (méthodologie de Brinson pour les fonds actions et diversifiés, méthodologie du GRAP pour les fonds obligataires ...), et que son utilisation est assez généralisée, ce n'est pas le cas sur l'attribution de risque. Des décompositions du risque ex-ante, essentiellement utilisées par les équipes de gestion ou de risque, et se basant sur des modèles multi-factoriels, sont utilisées. Elles restent cependant peu répandues et très liées au type de modèle multi-factoriel. Sur le risque ex-post, peu de méthodes sont disponibles et elles ne sont pas très largement diffusées et utilisées.

Afin d'aboutir à son utilisation pratique dans l'industrie de la gestion, plusieurs critères à respecter par la méthode de décomposition du risque ont été définis. L'attribution sélectionnée devra expliquer tout le risque, c'est à dire que les éléments de l'attribution sommés doivent donner la valeur du risque total du portefeuille. Elle devra être simple à mettre en place et d'une interprétation et utilisation facile. Enfin, l'attribution de risque devra respecter la philosophie de l'attribution de performance et donc être le reflet de la politique de gestion ; chaque décision de gestion verra son impact mesuré sur la performance et sur le risque.

La première partie du document a pour but de présenter les modes de gestion de portefeuille puis les principales mesures de risque employées pour en sélectionner une. Les données utilisées pour nos calculs seront ensuite étudiées puis, plusieurs méthodes d'attribution de risque seront abordées pour en retenir une. Une fois la décomposition du risque satisfaisant toutes les contraintes (si possible) trouvée, elle sera analysée plus spécifiquement. En particulier son utilisation pratique et la manière de la présenter seront abordées, avec applications sur différentes phases de marché.

# **CHAPITRE 1 : GESTION DE PORTEFEUILLE**

## 1. GESTION PASSIVE

Dans l'hypothèse d'équilibre et d'efficience des marchés financiers, les cours des instruments financiers sont toujours évalués à leur juste prix, les opérateurs de marché réagissant correctement et instantanément aux informations disponibles. Dans ces conditions, il est très difficile de battre le marché, encore plus systématiquement. Cela ne veut pas dire qu'il est impossible de réaliser une performance supérieure au marché, mais que cela est difficile et a un coût.

Deux types de frais sont à supporter lorsqu'on rentre dans la gestion active d'un portefeuille. Les frais de transaction sont à payer chaque fois que le gestionnaire achète ou vend un titre. A ces frais de gestion s'ajoutent également les frais de recherche, liés aux analyses réalisées notamment sur les titres ou encore aux développements d'outils pour gérer son portefeuille. Ces frais peuvent s'élever à 1 à 2% par an.

La gestion passive de portefeuille rentre dans ce cadre où l'efficience du marché est prise comme hypothèse, où on essaie de limiter les investissements spéculatifs et les frais y afférents. Le gestionnaire essaie de suivre au plus près l'évolution d'un indice de référence, tout en essayant de minimiser les coûts de transaction, qui peuvent éloigner son portefeuille de la performance de l'indice.

Sous l'hypothèse d'efficience de marché, l'indice de référence choisi est censé être le portefeuille de marché. Or le portefeuille de marché, représentatif du marché, n'existe pas dans la mesure où tous les actifs financiers ne sont pas cotés. De plus il serait quasi impossible à construire du fait du trop grand nombre d'actifs cotés.

En pratique, l'indice de référence est construit à partir d'une liste d'indices boursiers, qui sont censés approximer le marché dont ils sont tirés. Par exemple, le CAC40 est souvent choisi comme indice boursier pour le marché des actions françaises. La construction de l'indice de référence se fait alors en définissant une allocation stratégique d'actifs, et en choisissant les indices boursiers pour chacune des classes d'actifs choisies. Le portefeuille de marché est alors réduit à ce benchmark qui reste représentatif du marché.

Le choix du benchmark parmi les indices étroits permet une réplique totale. En effet, ils ont pour avantage d'être constitués de valeurs très liquides. De plus, ils représentent une grande partie de la capitalisation boursière de leur marché et sont donc bien représentatifs de celui-ci. Leur inconvénient est qu'ils sont caractéristiques d'une classe d'actif bien précise, les grandes valeurs. Leur performance peut s'éloigner très significativement et longtemps des autres classes d'actifs et donc du portefeuille de marché.

Les indices étroits sont faciles à dupliquer du fait de leur liquidité. De plus, il existe des contrats à terme sur ces indices ce qui rend possible la mise en place d'une gestion synthétique. La gestion synthétique permet, par combinaison de position sur contrat à terme et trésorerie, de reproduire la performance de l'indice de référence.

Néanmoins, la gestion passive, ou indicielle, ne permettra jamais de reproduire exactement l'indice de référence. En effet l'indice de référence, sur lequel sont basés tous les calculs de performance, ne supporte aucun frais, ce qui n'est pas le cas de la gestion, même passive.

En théorie donc, si la gestion passive souhaite répliquer la performance d'un indice, il est nécessaire de dégager une rentabilité supérieure à l'indice, et ainsi compenser la charge liée aux frais de gestion. Pour atteindre cet objectif, une certaine dose de gestion active est à introduire. Mais, dans ces conditions, la performance du fonds ne pourra être à tout moment

la même que l'indice. Sur certaines périodes elle sera différente pour s'en rapprocher à nouveau à un horizon qui pourra être fixé.

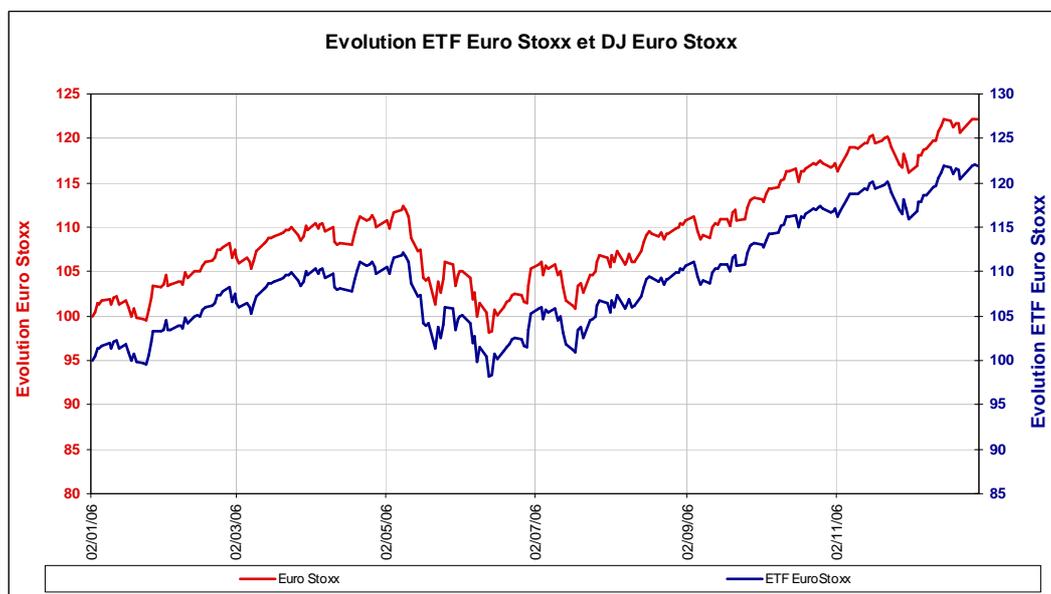
Pour mesurer la capacité du gestionnaire à reproduire l'indice qu'il est censé répliquer, il est commun d'utiliser la tracking error. La tracking error permet d'obtenir l' « erreur de réplication », comme écart-type de l'écart entre la performance du portefeuille et celle de l'indice :

$$TE_{\Delta R} = \sigma_{\Delta R} = \sqrt{\frac{1}{T-1} \sum_{t=1}^T (\Delta R - \overline{\Delta R})^2} \quad \text{où } \Delta R = R_{Pff} - R_{Bench} \quad \text{et } \Delta R = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \Delta R_t$$

Bien sûr, la tracking error ne suffit pas à définir seule le niveau de décrochage du portefeuille par rapport à l'indice de référence. En effet, elle mesure simplement le niveau de constance de la déviation du portefeuille avec son indice. La surperformance simple, ou moyenne des surperformances, permet de la compléter en évaluant l'écart entre performance du fonds et de son benchmark, notamment dû aux frais, d'autant plus élevés que l'indice est large et avec une composition changeante.

Historiquement, la gestion indicielle était proposée par des sociétés de gestion via des SICAV. Mais depuis quelques années, des fonds cotés en bourse ont été introduits pour répliquer fidèlement certains indices. Il s'agit des « trackers » ou « ETF » (« exchange traded funds »). Leurs émetteurs sont les sociétés de gestion qui s'engagent à répliquer l'indice de référence. S'ils ont le statut d'OPCVM, ce sont des instruments très intéressants car cotés en bourse comme n'importe quelle action et donc directement et rapidement accessibles. Ils peuvent ainsi être achetés ou vendus à tout moment. Au même titre que les actions, l'investissement sur les ETF implique le paiement de commission, les frais de courtage et frais de gestion.

Ci dessous l'exemple d'un ETF sur Euro Stoxx comparé à son indice sur 2006 :



Les échelles des deux courbes ont été décalées. En effet, les valeurs des deux fonds sont quasi confondues et avec la même échelle, il n'est pas possible de distinguer les deux courbes. La corrélation des deux séries est parfaite à plus de 99,99% et la tracking error sur 2006 basée sur des données quotidiennes s'établit à 0,13%, ce qui est très faible. L'écart de performance sur 1 an est de -0,22% entre l'ETF et l'indice.

Contrairement aux ETF, les SICAV ou OPCVM indiciels ne se négocient pas sur le marché. La plupart du temps leur achat se fait à cours inconnu, et l'investissement se fait donc quelques jours après l'ordre d'achat. Ils sont dotés de droits d'entrée et de frais de gestion annuels (environ 1% en moyenne). Les ETF ou trackers supportent des frais en général deux fois moins élevés. L'encours des fonds indiciels est bien plus élevé que celui des trackers, les banques mettant en avant ces produits, qui peuvent bénéficier d'une part de gestion active (sur les liquidités) et surtout, qui sont plus rémunérateurs que les ETF.

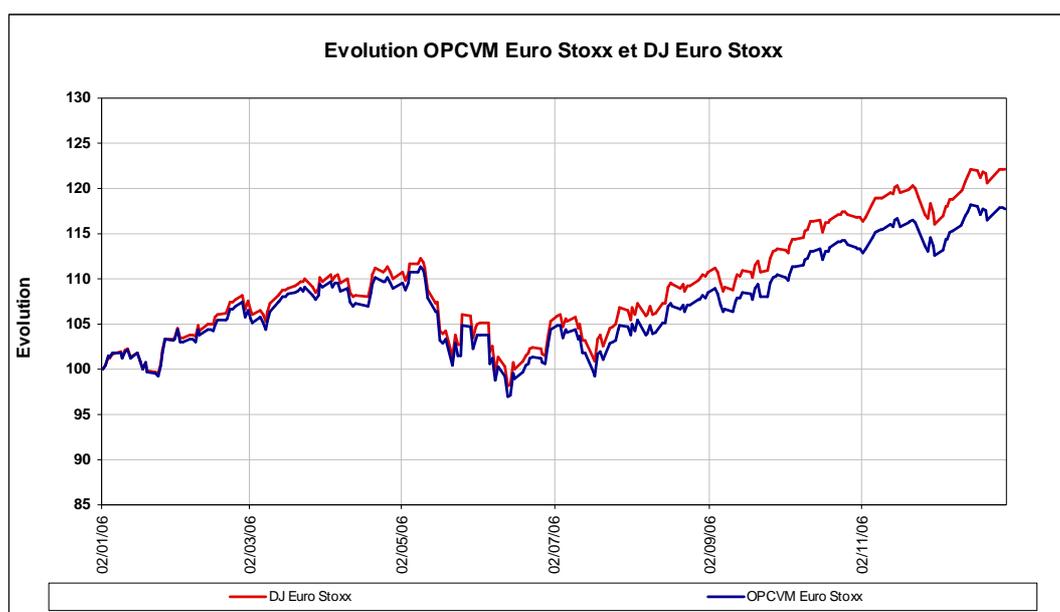
## 2. GESTION ACTIVE

### 2.1. Introduction

La majorité des fonds gérés et disponibles sur le marché promettent de générer une performance supérieure à un portefeuille géré passivement, aussi appelé indice de référence ou benchmark. Le gestionnaire s'écarte de sa référence en faisant des choix de sur ou sous-pondération de certains actifs dans son portefeuille. On parle dans ce cas de gestion active ou plus spécifiquement de gestion benchmarkée.

Le principe sous-jacent de la gestion active est d'exploiter les poches d'inefficience du marché. Ces poches d'inefficience présentent des anomalies dans l'incorporation de l'information dans le prix des actifs. L'objectif est d'en tirer partie. Pour ce faire, le gestionnaire utilisera son habileté pour faire des paris en modifiant son portefeuille. Si ces paris s'avèrent productifs, il engrangera une surperformance par rapport à son indice de référence ; sinon il génèrera un écart négatif. Ces paris sont fonction de la largeur du mandat qui lui est accordé. Plus le gestionnaire pourra s'écarter de la référence, et plus il pourra générer de la sur ou sous performance mais aussi du risque.

Ci-dessous un exemple de fonds géré activement dont l'indice de référence est également le DJ EuroStoxx :



Si la corrélation entre les 2 courbes est toujours excellente (99,6% sur les séries de performances quotidiennes en 2006), elles se détachent nettement l'une de l'autre : au bout

d'un an, l'écart de performance est de -4,37% au détriment de l'OPCVM et le risque, mesuré avec la tracking error, s'établit à 1,47%.

La plupart du temps, les décisions prises par le gestionnaire pour générer une performance « anormale » sont généralement classifiées en niveaux hiérarchiques : stratégiques et tactiques. Le niveau stratégique définit le cadre de la gestion et les grandes orientations tandis que le niveau tactique est consacré à la gestion plus concrète et détaillée du portefeuille.

## 2.2. Allocation stratégique

Au niveau stratégique, la gestion de portefeuille est appréhendée au niveau global et à un horizon moyen à long terme. L'idée est de définir le cadre de la gestion, en terme de pondérations cibles entre classes d'actifs, entre zones géographiques ou encore secteurs économiques. Selon que l'objectif visé est plutôt d'avoir un portefeuille dynamique, une pondération élevée du marché action sera privilégiée. Dans le cas contraire, les marchés obligataires voir monétaires seront surpondérés. La décision de fixer les pondérations cibles s'appelle l'allocation stratégique.

Certains portefeuilles ont ainsi un mandat de gestion, c'est à dire un cadre de gestion avec ses contraintes et objectifs, très étroit. Par exemple un fonds sectoriel basé sur le secteur automobile de la zone euro, n'aura que de faibles marges de manœuvre. A l'opposé, un fonds diversifié monde définissant une allocation stratégique sur différentes classes d'actifs et zones géographiques, donnera plus de liberté à sa gestion. Des limites minimales et maximales à respecter sur les pondérations cibles représentent également des contraintes qui peuvent définir le cadre de gestion de manière plus ou moins forte.

L'allocation stratégique se traduit donc par l'établissement d'un benchmark passif, ou indice composite de référence, qui définira et guidera la gestion du portefeuille à long terme. Car en plus de la définition des allocations cibles, sont définis les poches d'actifs, l'indice de référence associé à chaque poche et, potentiellement, les fourchettes de pondérations autorisées.

Pour illustration, prenons par exemple, le cas d'un fonds dont l'allocation stratégique et plus globalement le cadre de gestion a été défini comme suit:

Poches	Indices	Poids Cible	Poids Min	Poids Max
Actions Euro	DJ EuroStoxx 50	40%	30%	50%
Obligations Euro	EuromTS 5-7 ans	50%	40%	60%
Moétaire	Eonia	10%	5%	15%

L'allocation stratégique cible a été fixée à 40% d'actions, 50% d'obligations et 10% de monétaire ce qui place le fonds sur un profil plutôt équilibré. L'indice de référence, aussi appelé indice composite car composé d'indices du marché serait à 40% le DJ EuroStoxx 50, 50% l'EuromTS 5-7 ans et 10% l'EONIA.

Comme on peut le voir, l'allocation stratégique va d'emblée orienter le type de gestion et avoir une incidence forte sur la performance du portefeuille. Certaines études ont montré qu'une part importante de la performance d'un portefeuille pouvait être attribuée à la décision d'allocation initiale. En effet, la plupart des titres individuels évolue dans le même sens que le marché dans son ensemble. L'essentiel de la variation du portefeuille est donc déterminé par les mouvements de marché.

L'approche qui consiste à faire des choix à partir d'un niveau global, l'allocation stratégique, pour terminer au niveau des titres individuellement, est appelée approche top-down de gestion de portefeuille. L'idée est, à partir d'analyses macroéconomiques et macro-financières, d'anticiper l'évolution des marchés financiers. Les tendances générales sont définies pour déterminer les allocations, puis descendre au plus détaillé.

### **2.3. Allocation tactique**

Une fois l'orientation fixée via les pondérations cibles, il faut mettre en œuvre la démarche pour réaliser l'objectif de rendement supérieur à l'indice de référence constitué. Pour cela, l'idée est de s'éloigner du benchmark en faisant évoluer les pondérations et en sélectionnant les titres. C'est ce qu'on appelle les décisions tactiques ou encore le niveau tactique.

La première étape est de faire évoluer les pondérations définies au niveau stratégique. C'est le choix d'allocation ou allocation tactique. Pour cela, le gestionnaire de portefeuille utilise ses marges de manœuvre pour faire varier les poids des classes d'actifs, zones géographiques ou secteurs économiques. Il procède à des réajustements de proportions du portefeuille, définies lors de l'allocation stratégique, en se basant sur des prévisions de l'évolution court terme des poches. Le gestionnaire augmentera son allocation sur les actifs durant la période où il anticipera une rentabilité élevée et la diminuera sur la période inverse. On parle de market timing.

Pour reprendre l'exemple précédent, si l'anticipation est plutôt d'avoir un marché action en hausse par rapport au marché obligataire, le choix pourrait être de surpondérer les actions en passant leur allocation de 40 à 45%, de diminuer les obligations à 45% et de laisser la poche monétaire à 10%. Bien sûr ces déviations par rapport à l'indice de référence doivent respecter les contraintes fixées (marges de manœuvre), et notamment les objectifs de risque (non définis dans l'exemple).

Une fois le poids de chaque poche d'actif déterminé, la deuxième étape du process consiste à construire pour chacune d'elle un portefeuille qui diffère éventuellement de l'indice. Cette étape est appelée choix de valeur ou sélection de titres, « stock picking » en anglais. Les titres du benchmark dans la poche considérée sont repris ou non, leur allocation modifiée, et d'autres actifs, jugés comme ayant un bon potentiel, sont ajoutés. Dans l'exemple, l'idée est de prendre la poche DJ Euro Stoxx 50, modifier les pondérations dans cet indice et remplacer, supprimer les titres considérés moins intéressants.

Les décisions tactiques peuvent être réparties en plus de deux niveaux. En effet, pour chaque poche définie au niveau stratégique, une segmentation plus fine en sous-groupe peut être effectuée. Si l'allocation stratégique fixe la cible par classe d'actif, la répartition des titres peut se faire par secteur économique ou encore par style pour les actions. La gestion par style ou thème, encore appelée approche multi-style, consiste à segmenter les titres en fonction de leur attribut : value / growth pour les valeurs de revenu / de croissance ; micro / small / mid / large cap pour les très petites / petites / moyennes / grosses capitalisations boursières ; momentum / contrarian pour les titres dont les performances passées étaient fortes / faibles. Sur les obligations, des sous-groupes peuvent être définis par plage de maturité ou en fonction de la qualité de l'émetteur. Si plusieurs niveaux de segmentation sont utilisés, on parle de différents niveaux d'allocation tactique.

Dans l'approche présentée ci-dessus, la sélection des titres est la dernière étape du procès de décision. Néanmoins, dans le cadre d'une gestion active, il est également possible de partir des titres, en sélectionnant les valeurs qui paraissent les plus attractives, sur la base d'analyses financières détaillées des sociétés, puis en les combinant pour construire un portefeuille. Cette approche, inverse à l'approche top-down, est appelée bottom-up. Dans ce

cas, il n'y a plus de niveau de décision à proprement parler (stratégique / tactique) car le portefeuille se construit sur la base des titres sélectionnés, les pondérations plus globales en découlant directement.

## **2.4. Méthodes d'analyse**

Différentes méthodes d'analyses permettent de rechercher les poches d'inefficience de marché et guider ainsi les choix d'allocation et de sélection des titres. L'analyse technique et l'analyse fondamentale représentent les principaux outils utilisés. Ils sont complétés par les analyses d'opportunités, macroéconomiques, quantitatives et comportementales.

L'analyse technique vise à étudier les graphiques des cours et de différents indicateurs déduits des cours dans le but d'anticiper l'évolution des marchés. Elle s'applique à tout type de marchés (actions, obligations, indices ...). L'objectif de l'analyse technique est de prévoir les tendances de marché et les retournements de tendance. A partir des graphiques, certains éléments, comme les ruptures de courbes, vont être interprétés comme des signaux d'achat ou de vente. L'analyse technique est décriée par la communauté scientifique car basée sur l'analyse psychologique des foules : un marché, comme une foule, est soumis à des tendances parfois optimistes, parfois pessimistes, ce qui est matérialisé par des « trend » ou tendances de marché parfois haussières, parfois baissières.

L'analyse fondamentale, ou financière, cherche à déterminer la valeur fondamentale ou intrinsèque d'un titre supposant que, tôt ou tard, le prix de marché finira par converger vers cette valeur. Elle suppose l'examen des comptes d'une entreprise pour déterminer ses performances financières intrinsèques. A partir de là, certains postes comptables ou ratios peuvent être extraits et leur évolution comparée à celle d'entreprises équivalentes. Enfin l'analyse fondamentale peut chercher à déterminer les perspectives d'évolution de l'entreprise et leur incidence sur les comptes prévisionnels.

L'analyse d'opportunités consiste également à identifier les opportunités d'investissement dans des actifs dont le prix sur le marché est manifestement différent de sa valeur économique mais au niveau groupe d'actifs et non titre individuellement. Il existe pour cela plusieurs moyens : rechercher les opportunités d'arbitrage entre titres mal valorisés les uns par rapport aux autres ; identifier les anomalies récurrentes qui font suite à certains types d'information ; investir dans des marchés de niche, moins recherchés et donc moins chers.

L'analyse macroéconomique cherche à repérer, dans les grandeurs économiques et financières, les signes d'une future baisse ou hausse des cours d'une catégorie d'actif. Elle permet ainsi de procéder à des arbitrages entre poches d'actifs au niveau allocation tactique. L'analyse quantitative utilise les mathématiques financières pour mettre au point et utiliser des modèles permettant d'évaluer certains actifs. Enfin, l'analyse comportementale a pour but d'identifier, voir modéliser, les biais de comportement chez les investisseurs pour en tirer partie.

## **3. GESTION GARANTIE**

Une autre typologie de gestion, parfois assimilée à de la gestion active, consiste à délivrer un profil de revenu spécifique. La gestion passive tout comme la gestion active benchmarkée ne permettent pas de délivrer un rendement annoncé. Or certains investisseurs, qui présentent une aversion importante au risque de perte, recherchent un placement qui leur assurera de conserver les gains ou d'éviter des pertes. Pour cela le portefeuille devra comporter des contrats d'options. Ces portefeuilles sont appelés produits structurés.

Le type de produit le plus répandu est le portefeuille à capital garanti : le gestionnaire s'engage à rembourser au minimum le montant investi à une échéance déterminée. En contrepartie de cette sécurité, l'investisseur devra déboursier une « prime d'assurance », généralement prélevée sur le rendement du portefeuille. On parle aussi d'assurance de portefeuille.

La prime d'assurance correspond à la prime de l'option qui servira, par exemple, à se prémunir du risque de perte. Concrètement, le gestionnaire peut combiner l'achat d'une obligation avec l'achat d'une option d'achat (call) sur un indice. Si l'évolution de l'indice est trop faible, l'obligation permettra de récupérer le montant investi. Dans le cas contraire, l'option sera exercée avec la vente de l'obligation, et la revente de l'indice permettra de délivrer un rendement supérieur.

Ce mode de gestion de portefeuille n'est pas actif par nature si l'on considère qu'il suffit d'acheter les titres puis d'attendre l'échéance fixée pour dénouer les positions. Il n'est pas non plus passif dans la mesure où la méthode utilisée n'est pas sans risque pour l'institution qui gère le portefeuille. Par ailleurs, il existe d'autres modes de gestion dynamique permettant d'obtenir un produit garanti, qui ne reposent pas toutes sur l'utilisation d'options.

Les produits structurés répondent à une demande notamment des investisseurs particuliers qui veulent bien continuer à investir sur le marché des actions mais sans risquer de perdre. Néanmoins, la gestion garantie a un prix, la « prime d'assurance ». En cas de baisse des marchés, le produit garanti sera moins attractif qu'une obligation classique qui distribue des intérêts. En cas de hausse, l'achat direct d'action permet d'obtenir les dividendes et toute la hausse, que les produits structurés limitent parfois à un montant ou un pourcentage.

#### **4. GESTION ALTERNATIVE**

L'univers des investissements financiers disponibles peut être divisé en deux catégories. La première correspond aux investissements traditionnels : ce sont les portefeuilles classiques constitués d'actions, d'obligations, de produits monétaires, voire d'une part limitée de produits dérivés. Ils rentrent dans le cadre des typologies de gestion précédemment abordées.

La deuxième catégorie d'investissements financiers correspond aux investissements alternatifs. Ceux-ci sont constitués des alternatifs classiques et des alternatifs modernes. Les alternatifs classiques renvoient notamment aux produits basés sur du capital-risque (financement du démarrage de sociétés ou projets à fort potentiel), aux private equity (titres / sociétés non cotés), à l'immobilier, aux matières premières ou à l'énergie.

Les alternatifs modernes correspondent aux hedge funds. Ils présentent plusieurs particularités qui les distinguent des fonds traditionnels (mutual funds) :

- ils ne sont pas réglementés par une quelconque autorité des marchés financiers et n'ont pas la possibilité de faire appel publiquement à l'épargne. Ils s'adressent donc plutôt aux investisseurs fortunés et à une clientèle institutionnelle.
- ils recherchent prioritairement un rendement absolu. Il n'y a donc pas de benchmark ou d'indice de référence.
- ils peuvent investir dans n'importe quelle classe d'actifs, cotés ou non cotés, et utiliser des produits dérivés ou des techniques de vente à découvert.

- ils placent l'argent de leurs investisseurs (leurs fonds propres) mais peuvent également faire des emprunts pour prendre des positions plus élevées et ainsi utiliser cet effet de levier pour générer plus de gains.
- les investissements sont en général très concentrés et risqués, tout en ayant une rotation de portefeuille élevée. Ils nécessitent donc un suivi plus important en matière de gestion des risques financiers.

Les hedge funds sont des fonds spéculatifs et représentent l'archétype de la gestion active. Ils rassemblent un grand nombre de fonds ayant des caractéristiques et des politiques de gestion très différentes. Ils peuvent être classés en deux catégories : les fonds directionnels qui font des paris sur l'évolution des prix de certains actifs financiers, et les fonds non directionnels à stratégie neutre, qui sont simultanément acheteurs et vendeurs dans la même catégorie de titre.

Dans la famille des fonds directionnels, on retrouve notamment les fonds d'actions long short qui sont à la fois acheteurs (position longue / long) et vendeurs (position courte / short) sur des actions, tout en ayant une position globalement positive ou négative sur le marché. Les fonds globaux représentent une deuxième famille de fonds directionnels : ils prennent des positions sur des grandeurs macroéconomiques (fonds global macro) ou sur des économies de pays émergents (fonds émergents). Les fonds de vente à découvert spéculent sur la baisse des actifs, en prenant des positions courtes (ventes) sur les marchés.

Les hedge funds non directionnels ont pour but d'avoir une exposition, si elle n'est pas neutre, au moins limitée, au risque de marché. Les fonds d'arbitrage de taux fixes cherchent par exemple à tirer profit d'incohérences dans la valorisation des taux fixes de différents émetteurs et échéances. Les fonds market neutral compensent les positions longues et courtes pour garder une exposition neutre aux marchés. Les arbitrages de convertibles tirent parti de la complexité de valorisation des obligations convertibles en réalisant des arbitrages (achat de l'obligation et vente à découvert de l'action sous-jacente). Enfin les fonds d'arbitrage de fusions et acquisitions ou les fonds de situations spéciales (event driven) spéculent autour d'évènements intervenant dans la vie des sociétés (fusion/acquisition, difficultés, ...).

Les fonds alternatifs tirent leur succès de leur performance ramenée au risque souvent supérieure aux marchés actions et obligations mais aussi de leur faible niveau de corrélation aux classes d'actifs traditionnels qui permet de les utiliser comme outil de diversification. Il convient néanmoins d'être très prudent avec ce type d'investissements qui reste très risqué.

## 5. MODE DE GESTION ET ATTRIBUTION

Quatre typologies de gestion ont ainsi été décrites dans ce chapitre. L'attribution de performance et de risque n'est cependant pas applicable à chacune d'elles. La raison principale est qu'elles n'utilisent pas toutes de benchmark. C'est le cas de la gestion alternative qui recherche un rendement absolu. C'est également le cas pour la gestion garantie où l'objectif du gestionnaire est de respecter les exigences de profil de revenu défini, non de faire de la performance, et encore moins de la surperformance.

La gestion active et la gestion passive rentrent dans le cadre de la gestion benchmarkée. Une attribution peut donc être établie. Pour la gestion passive l'intérêt reste limité : il n'y a pas de processus de gestion avec différents niveaux de décisions ; donc l'attribution de performance avec choix d'allocation et choix de valeur n'est pas applicable. Il est néanmoins possible d'identifier les titres participants le plus à l'écart de performance entre le fonds et son benchmark, ou encore à l'erreur de réplique.

C'est donc la gestion active qui est la plus concernée par la problématique de la mise en place d'une attribution de performance et de risque. Mais il faut encore pour cela, qu'un process de décision avec des niveaux hiérarchiques soit en place. Si le mode de gestion utilisé correspond à l'approche bottom up, l'intérêt de produire une attribution sera limité. En effet, dans ce cas, les choix d'allocation au niveau global sont établis par construction et ne peuvent être « attribués » à une décision de gestion, prise en tant que telle.

L'attribution est surtout intéressante à appliquer à la gestion benchmarkée dans son approche top-down, largement la plus utilisée. Dans ce cas, elle prend tout son sens en terme d'explication de la surperformance appliquée au process de gestion.

# **CHAPITRE 2 : MESURES DE RISQUE ET INDICATEURS DERIVES**

# 1. PRINCIPALES MESURES

## 1.1. Volatilité, écart-type et variance

### a) Volatilité périodique

La volatilité est une mesure du risque d'un investissement. Elle est mesurée par l'écart-type de la distribution des performances d'un fonds (racine de la variance).

$$\sigma_{R_{P_{tf}}, Période} = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left( R_{P_{tf},t} - \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T R_{P_{tf},t} \right)^2} = \sqrt{\frac{T \sum_{t=1}^T R_{P_{tf},t}^2 - \left( \sum_{t=1}^T R_{P_{tf},t} \right)^2}{T^2}}$$

Avec :

$R_{P_{tf}}$  : performance périodique du portefeuille (quotidienne, hebdomadaire, mensuelle, etc...)

$T$  : nombre de performances périodiques

La variance, sur base de laquelle est calculée la volatilité, est également une mesure de risque très utilisée.

L'inconvénient de cette mesure (écart-type et variance) est qu'elle considère autant le risque de hausse que de baisse alors que c'est souvent plutôt la seule baisse qui est redoutée.

Remarque :

Pour une distribution non complète, la formule de l'écart-type devient :

$$\sigma_{R_{P_{tf}}, Période} = \sqrt{\frac{1}{T-1} \sum_{t=1}^T \left( R_{P_{tf},t} - \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T R_{P_{tf},t} \right)^2} = \sqrt{\frac{T \sum_{t=1}^T R_{P_{tf},t}^2 - \left( \sum_{t=1}^T R_{P_{tf},t} \right)^2}{T(T-1)}}$$

C'est cette formule qui sera utilisée pour application numérique.

### b) Volatilité annualisée

Il s'agit de la volatilité périodique que l'on annualise

$$\sigma_{R_{P_{tf}}} = \sigma_{R_{P_{tf}}, Période} \times \sqrt{m}$$

Avec :  $m$  : facteur d'annualisation qui est le nombre de périodes élémentaires qu'il y a dans une année (12 pour une volatilité mensuelle, 52 pour une volatilité hebdomadaire, 252 pour une volatilité quotidienne – 252 étant généralement l'année boursière en nombre de jours compte tenu des week-end et jours fériés).

Par la suite, lorsque l'on parlera de volatilité, c'est à la volatilité annualisée que l'on fera référence.

## 1.2. Covariance et coefficient de corrélation

La covariance est un indicateur de risque croisé. Elle mesure à quel point deux distributions de performances, correspondant à deux portefeuilles, évoluent de manière analogue. Elle est positive si les portefeuilles varient dans le même sens, négative s'ils varient dans le sens contraire. La covariance est nulle si les performances du portefeuille et du benchmark varient indépendamment l'une de l'autre. Son calcul (distribution non complète / covariance annualisée) est déterminé par la formule suivante :

$$Cov(R_{P_{tf}}, R_{Bench}) = \sigma_{R_{P_{tf}}, R_{Bench}} = \frac{\sum_{t=1}^T (R_{P_{tf},t} - \overline{R_{P_{tf}}}) \times (R_{Bench,t} - \overline{R_{Bench}})}{T-1} \times m \quad (\text{m facteur d'annualisation})$$

La covariance ne permet pas de déterminer le niveau de dépendance entre deux portefeuilles. Le coefficient de corrélation permet d'apprécier cet élément. Pour le calculer, il suffit de diviser la covariance par les écart-types :

$$\rho(R_{P_{tf}}, R_{Bench}) = \rho_{R_{P_{tf}}, R_{Bench}} = \frac{\sigma_{R_{P_{tf}}, R_{Bench}}}{\sigma_{R_{P_{tf}}} \times \sigma_{R_{Bench}}}$$

Le coefficient de corrélation est du même signe que la covariance mais il est plus facile à interpréter car compris entre -1 et +1. Une corrélation parfaite entre les distributions de performance correspond à un coefficient de corrélation de +1 (-1 corrélation négative parfaite). Si les distributions sont indépendantes, le coefficient de corrélation sera nul.

Plus généralement, on parle de :

- Corrélation parfaite, si  $\rho_{R_{P_{tf}}, R_{Bench}}$  est supérieur à 0,98 (négative parfaite si inférieur à -0,98)
- Corrélation forte, si  $\rho_{R_{P_{tf}}, R_{Bench}}$  est compris entre 0,75 et 0,98 (négative forte si compris entre -0,98 et -0,75)
- Corrélation moyenne, si  $\rho_{R_{P_{tf}}, R_{Bench}}$  est compris entre 0,50 et 0,75 (négative moyenne si compris entre -0,75 et -0,50)
- Corrélation faible, si  $\rho_{R_{P_{tf}}, R_{Bench}}$  est compris entre 0,33 et 0,50 (négative faible si compris entre -0,50 et -0,33)
- Corrélation quasi nulle, si  $\rho_{R_{P_{tf}}, R_{Bench}}$  est compris entre -0,33 et 0,33

## 1.3. Tracking error ex-post

La tracking error est une estimation du risque d'un investissement relativement à un autre. Elle est très utilisée dans l'analyse des fonds benchmarkés pour mesurer le risque lié à l'écart entre le portefeuille géré et le benchmark.

La tracking error ex-post mesure le risque par rapport à une période passée (par opposition au risque ex-ante qui modélise le risque à venir).

Elle est définie par l'écart-type de la performance relative (différence de rentabilité entre portefeuille et benchmark).

$$TE_{\Delta R} = \sigma_{\Delta R} = \sqrt{\frac{T \sum_{t=1}^T \Delta R_t^2 - \left( \sum_{t=1}^T \Delta R_t \right)^2}{T(T-1)}} \times \sqrt{m}$$

$$\left( \sqrt{\frac{T \sum_{t=1}^T \Delta R_t^2 - \left( \sum_{t=1}^T \Delta R_t \right)^2}{T^2}} \times \sqrt{m} \text{ pour un échantillon complet} \right)$$

$\Delta R$  représente la performance relative entre le fonds géré et le benchmark.

Plus la valeur de la tracking error est élevée et plus le risque pris par le fonds par rapport à son benchmark est fort. Inversement, plus elle est basse et plus le portefeuille ressemble au benchmark en terme de risque.

Elle peut être calculée sous forme géométrique  $\Delta R = \frac{1 + R_{Ptf}}{1 + R_{Bench}} - 1$  ou arithmétique

$\Delta R = R_{Ptf} - R_{Bench}$  ( $R_{Ptf}$  et  $R_{Bench}$  sont les performances périodiques du portefeuille et du benchmark).

La forme géométrique a l'avantage de pouvoir être « chaînée » plus facilement sur plusieurs périodes. Néanmoins, on retiendra par la suite la formule linéaire parce qu'additive (et donc plus facile à décomposer) et parce qu'utilisée de cette manière dans l'attribution de performance.

#### 1.4. Value at Risk VaR

La VaR mesure le risque de perte maximale avec une probabilité donnée dans un horizon de temps donné. Par exemple, une VaR à 95% de 50 Euros sur un intervalle de temps, indique qu'il y a 95% de chance que la perte dans cet intervalle de temps n'excèdera pas 50 Euros ; cela veut donc dire qu'il y a 5% de chance que la perte soit supérieure à 50 Euros.

Il existe principalement trois méthodes de calcul de la VaR : paramétrique (ou analytique), historique et Monte Carlo.

La VaR paramétrique se base sur une loi définissant la distribution des performances. Le cas le plus simple est l'utilisation de la loi normale. Le calcul de la VaR se fait alors simplement en exploitant ses propriétés : par exemple le risque d'avoir une performance inférieure à  $\overline{R_{Ptf}} - \sigma_{Ptf}$  est de 15,9% (VaR à 84,1%), et inférieure  $\overline{R_{Ptf}} - 2 \times \sigma_{Ptf}$  de 2,3% (VaR à 97,7%).

La VaR historique se base sur l'historique des cours des titres du portefeuille. Les valeurs de portefeuilles recalculées avec les cours historiques et les poids actuels sont classés par ordre croissant. La VaR est ensuite lue directement, en prenant par exemple pour une VaR à 95%, la valeur de la série la plus basse des 95% valeurs les plus hautes.

La méthode de Monte Carlo consiste à simuler un grand nombre de fois les comportements futurs possibles des facteurs de risque selon un certain nombre d'hypothèses, et d'en déduire une distribution. A partir de là, comme pour la VaR historique, la VaR de Monte Carlo est déduite simplement par lecture des fractiles de la distribution.

## 1.5. Ratio de Sharpe

Le ratio de Sharpe mesure l'excès de rentabilité d'un portefeuille par rapport au taux sans risque, rapporté au risque total du portefeuille, mesuré par son écart-type.

$$S_p = \frac{R_{Ptf} - R_F}{\sigma_{R_{Ptf}}} \text{ où } R_F \text{ désigne le rendement de l'actif sans risque.}$$

Le ratio de Sharpe peut être défini comme la performance par unité de risque : plus il est élevé, plus la combinaison performance / risque est bonne. Les investisseurs étant averses au risque, ils chercheront à minimiser le risque pour une performance donnée, et donc à maximiser le ratio de Sharpe.

## 1.6. Ratio d'information

Le ratio d'information (appraisal ratio en anglais) est la rentabilité résiduelle du portefeuille (c'est-à-dire surplus de rentabilité non expliquée par le benchmark) ramenée à son risque résiduel.

Il se définit par la relation :

$$IR = \frac{\Delta R}{\sigma_{\Delta R}} = \frac{\Delta R}{TE_{\Delta R}}$$

C'est une mesure de risque relatif comme la tracking error.

Le ratio d'information permet de vérifier que le risque pris par le gérant est suffisamment rémunéré. Le gérant cherche à maximiser sa valeur, c'est-à-dire à obtenir une rentabilité résiduelle élevée avec un risque (tracking error) faible.

Cette valeur est à regarder conjointement avec la tracking error. En effet, pour un même ratio d'information, plus le risque est faible, plus la rentabilité résiduelle aura des chances de subsister dans le temps.

Le ratio d'information peut être considéré comme une généralisation du ratio de Sharpe, dans lequel l'actif sans risque est remplacé par un portefeuille type benchmark.

## 1.7. Alpha et Bêta

La performance du portefeuille peut être modélisée en fonction de la performance du benchmark à la partir de la droite de régression :

$$R_{Ptf} = \alpha_R + \beta_R \times R_{Bench} + \varepsilon_R$$

où

$\beta_R$  est le bêta de régression, pente de la droite de régression :

$$\beta_R = \frac{\sigma_{R_{Ptf}, R_{Bench}}}{\sigma_{R_{Bench}}^2} = \frac{\sum_{t=1}^T (R_{Ptf,t} - \overline{R_{Ptf}}) \times (R_{Bench,t} - \overline{R_{Bench}})}{\sum_{t=1}^T (R_{Bench,t} - \overline{R_{Bench}})^2} \text{ et } \overline{R} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T R_t$$

$\alpha_R$  est l'alpha de régression, intersection de la droite de régression avec l'axe des ordonnées :  $\alpha_R = \overline{R_{Ptf}} - \beta_R \overline{R_{Bench}}$

$\varepsilon_R$  est le terme d'erreur de la droite de régression, qui mesure la distance verticale entre la performance de la droite de régression et la vraie valeur.

C'est surtout le bêta qui est utilisé. Un  $\beta_R$  supérieur à 1 indique que le portefeuille est plus offensif que le benchmark. Avec un bêta de 2, lorsque le benchmark est en hausse de 10%, le portefeuille croît en moyenne de 20% ; lorsque le benchmark chute de 20% le portefeuille chute de 40%. Lorsque  $\beta_R$  inférieur à 1, le portefeuille est dit plus défensif que le benchmark, c'est à dire qu'il amortit les fluctuations de son benchmark. Un  $\beta_R$  négatif signifie qu'une hausse du benchmark entraîne une baisse du portefeuille.

La droite de régression est dérivée du Modèle de Marché de W. Sharpe qui représente l'ensemble des points constitués par les taux de rendement du marché et d'un titre risqué sur un graphique, et construit la droite de régression passant au plus près du nuage de points.

De la mesure du bêta est dérivé le calcul du bêta bull et du bêta bear. Le bêta bull calcule le bêta dans le cas des marchés positifs et le bêta bear pour les marchés négatifs. Le calcul de ces deux valeurs permet d'avoir plus d'informations sur le comportement du portefeuille.

## **2. AUTRES MESURES**

### **2.1. Risque ex-ante**

Le risque peut être mesuré de deux manières fondamentalement différentes : ex-post ou ex-ante. Le risque ex-post est une analyse du passé basée sur des données historiques. Le risque ex-ante est une évaluation du risque futur du portefeuille, basée sur sa composition au moment de l'évaluation.

Par exemple, une mesure très simple de la volatilité ex-ante peut être calculée à partir des volatilités des titres composant le portefeuille et des pondérations à la date de calcul. Il s'agit de la volatilité du portefeuille à une date donnée, utilisant la matrice de variance-covariance des titres. L'autre méthode utilisée est d'exprimer le portefeuille et ses titres via des modèles multi factoriels puis d'en déduire le risque.

La plupart des mesures de risques peuvent être calculées en ex-post comme en ex-ante, en particulier la tracking error.

### **2.2. Sensibilité et duration**

Les obligations sont des instruments particuliers qui se définissent par des flux futurs (coupons et capital), le plus souvent connus. En ce sens, elles sont plus faciles à évaluer et des mesures spécifiques ont été définies.

La duration est la durée moyenne pondérée des flux futurs générés par une obligation. La duration, ou duration de Maccaulay, se définit comme la somme des flux futurs (coupons et capital) actualisés et pondérés par leur échéance de tombée, ramenés à la valeur actuelle des flux futurs :

$$D = \frac{1}{P} \times \sum_{i=1}^n \frac{F_i \times t_i}{(1+r)^{t_i}} \text{ où } r \text{ est le taux d'intérêt, } F_i \text{ le } i\text{-ème flux futur, } t_i \text{ la date (en année) du } i\text{-ème flux, et } P = \sum_{i=1}^n \frac{F_i}{(1+r)^{t_i}} \text{ est la valeur actuelle des flux futur.}$$

La sensibilité, ou duration modifiée (Modified Duration en anglais), mesure la sensibilité de l'obligation aux changements de taux (i.e. variation relative de la valeur rapportée à la variation de taux). Elle est égale à la dérivée de la valeur d'une obligation par rapport aux taux d'intérêt, divisée par la valeur de l'obligation, soit :

$$S = \frac{1}{1+r} \times \frac{1}{P} \sum_{i=1}^n \frac{F_i \times t_i}{(1+r)^{t_i}}$$

La sensibilité est utilisée comme mesure de risque de taux lié à un titre.

La sensibilité et la duration sont liées par la relation :  $D = S \times (1+r)$

Quand les taux augmentent, la sensibilité, comme la duration, diminue.

La convexité est un indicateur supplémentaire de risque sur les instruments à taux fixe. C'est la dérivée seconde de la valeur d'une obligation par rapport aux taux d'intérêts :

$$C = \frac{1}{(1+r)^2} \times \frac{1}{P} \sum_{i=1}^n \frac{F_i \times t_i \times (1+t_i)}{(1+r)^{t_i}}$$

La convexité mesure la variation relative de la sensibilité d'une obligation par rapport à une variation de taux. Elle exprime la rapidité de l'appréciation ou la lenteur de la dépréciation du cours d'une obligation si les taux baissent ou montent.

### 2.3. Ratio de Sortino

Les ratios de Sharpe et d'information étant basés sur l'écart-type, ils ne distinguent pas les écarts par rapport à la moyenne qui se sont produits en dessous ou au dessus de celle-ci.

De la même manière qu'avec la semi-variance, le ratio de Sortino est utilisé pour calculer un indicateur de rentabilité corrigé du risque plus spécifiquement adapté à des distributions de rentabilités asymétriques. Il est notamment utilisé sur les portefeuilles alternatifs.

Il se définit de la même manière que le ratio de Sharpe mais le taux sans risque est remplacé par une rentabilité minimale acceptable (MAR, « Minimum Accepted Return », rentabilité cible en dessous de laquelle on ne souhaite pas descendre) et l'écart-type des rentabilités est remplacé par l'écart-type des rentabilités inférieures au MAR :

$$\text{Ratio de Sortino : } \frac{R_{P_{tf}} - MAR}{\sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1, R_{P_{tf},t} < MAR}^T (R_{P_{tf},t} - MAR)^2}}$$

### 2.4. Semi-variance et risque de baisse

Pour tenir compte de la dissymétrie du risque on peut utiliser la semi-variance. Le principe de calcul est le même que pour la variance sauf que seules les performances inférieures à la

moyenne sont utilisées. De cette manière on mesure uniquement le risque de baisse du portefeuille.

$$\text{Semi-variance : } \frac{1}{T} \sum_{t=1, R_t < \bar{R}}^T (R_t - \bar{R})^2 \text{ où } \bar{R} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T R_t$$

Par analogie avec la variance et l'écart-type on définit le « downside risk » comme la racine carrée de la semi-variance.

Remarque :

- Si la distribution des rentabilités est symétrique on trouvera une semi-variance égale à la moitié de la variance
- Il est parfois difficile de mesurer la semi-variance à l'aide des rentabilités historiques car leur distribution n'est pas stable dans le temps

La définition de la semi-variance peut être généralisée en remplaçant la moyenne des rentabilités par une rentabilité minimale acceptable MAR qui représente une rentabilité cible à atteindre. Les rentabilités inférieures à la MAR sont seules prises en compte car représentant le risque de ne pas atteindre l'objectif :

$$\frac{1}{T} \sum_{t=1, R_t < MAR}^T (R_t - MAR)^2$$

Pour MAR=0, on définit le risque de perte  $\frac{1}{T} \sum_{t=1, R_t < 0}^T R_t^2$

## 2.5. Moment partiel inférieur

Le moment partiel inférieur mesure le risque de descendre en dessous d'un certain niveau de rentabilité h.

$$\text{Moment partiel inférieur d'ordre k : } \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (\text{Max}(0, h - R_t))^k$$

Plus k est grand plus le niveau d'aversion au risque est grand (k=1 représente une neutralité par rapport au risque ; k<1 représente un goût pour le risque)

Pour k=2 et  $h = \bar{R}$  on retrouve la semi-variance.

Cette formule peut également être utilisée si on cherche à déterminer le risque d'être en sous performance ou d'être en perte (h=0, k=2) :  $\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (\text{Max}(0, -\Delta R_t))^2 = \frac{1}{T} \sum_{t=1, \Delta R_t < 0}^T (\Delta R_t)^2$

## 2.6. Probabilité de dépasser une rentabilité cible fixée

Elle se calcule en déterminant la proportion des rentabilités inférieures à la rentabilité cible sur une période donnée.

On peut également définir à partir de là le cas particulier de la probabilité d'obtenir une rentabilité négative (calcule la proportion des rentabilités négatives).

### 3. CHOIX DE L'INDICATEUR

La tracking error ex-post est la mesure qui ressort comme étant la plus intéressante à étudier en terme de décomposition et cela pour plusieurs raisons.

La volatilité (l'écart-type) est l'indicateur le plus diffusé lorsqu'on veut calculer le risque d'un portefeuille. Elle est aussi l'une des plus simples à utiliser si on dispose d'un historique de valeurs. Pour la gestion de fonds benchmarkés, la mesure de risque relatif équivalente est la tracking error ex-post.

La performance est calculée sur un historique de cours. Dès lors qu'on souhaite avoir une décomposition sous forme d'attribution de risque pour avoir une équivalence par rapport à l'attribution de performance, il paraît intéressant de travailler également sur un historique de cours pour le risque et donc d'utiliser une mesure ex-post.

La plupart de la recherche et des éléments proposés dans la littérature concernent les mesures de risque ex-ante. L'idée est d'avoir une méthodologie d'attribution applicable à la tracking error ex-post.

Enfin, d'un point de vue statistique, si l'espérance, soit la moyenne des performances, matérialisée par la performance cumulée, représente le moment d'ordre 1 d'une distribution de performances périodiques, il est intéressant d'avoir des éléments sur le moment d'ordre 2 (la variance ou l'écart-type, soit la tracking error pour la gestion de portefeuille avec benchmark). Dans certains cas (distribution de performances suivant une loi normale), les deux moments expliquent complètement la distribution.



# **CHAPITRE 3 : ANALYSE DES DONNEES**

## 1. ETUDE DES DONNEES UTILISEES

Pour réaliser l'étude, deux séries de données sont à notre disposition : une sur un portefeuille géré par type d'actif et zone géographique qui sera appelé « fonds diversifié » ; l'autre est un portefeuille d'actions européennes segmenté par secteurs économiques qui sera désigné par « fonds sectoriel ».

### 1.1. Fonds diversifié

Le « fonds diversifié » est un portefeuille composé de 5 poches :

- Actions Euro
- Actions Internationales`
- Obligations Euro
- Monétaire
- Disponibilités

Le benchmark utilisé est un indice composite construit pour :

- 35% avec le DJ Eurostoxx 50 hors dividendes (ouverture puis clôture à partir du 27/06/2006) pour la poche Actions Euro
- 5% avec le MSCI World clôture Euro hors dividendes pour la poche Actions Internationales
- 55% avec le EuromTS 5-7 ans (ouverture puis clôture à partir du 27/06/2006) pour la poche Obligations Euro
- 5% avec l'Eonia Capi pour la poche Monétaire

Le benchmark est rebalancé sur son allocation de départ une fois par an en début d'année.

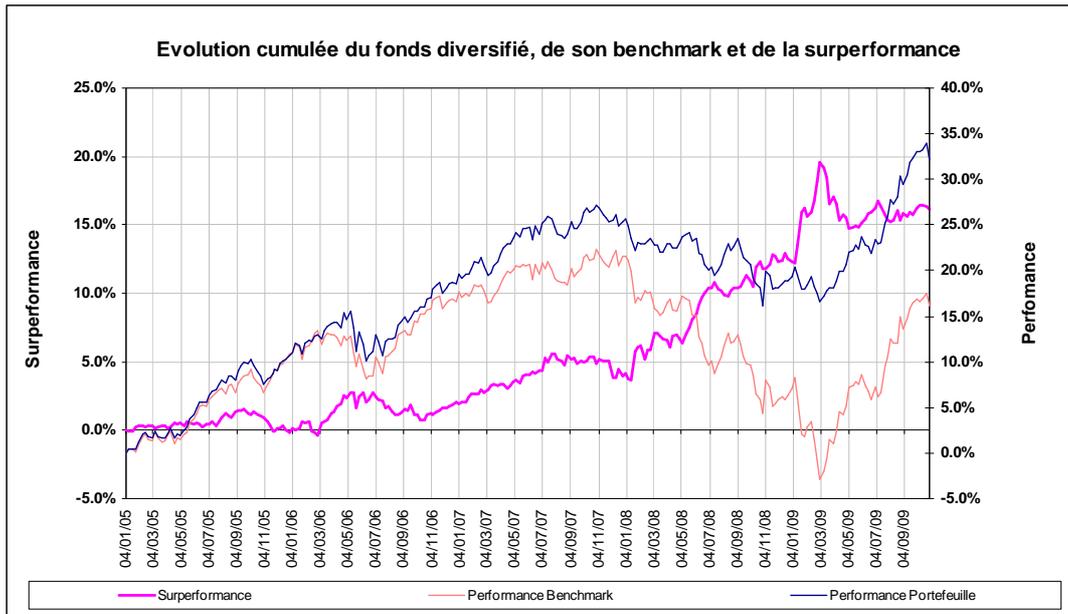
Le fonds diversifié et son benchmark sont donc des fonds équilibrés entre actions et produits de taux.

Les données fournies sont constituées des poids et performances de chaque poche, sur le portefeuille et son benchmark. Pour le portefeuille, les poids sont des poids moyens sur la période et pour le benchmark ce sont des poids début de période (fin de période précédente).

L'ensemble des données est disponible depuis fin 1999 jusqu'au 1<sup>er</sup> novembre 2009. Néanmoins, les performances et les poids ne sont quotidiens que depuis le 22 mai 2007 (hebdomadaires avant). Cet élément devra être pris en compte dans les calculs qui vont suivre : il sera possible de réaliser nos études sur la base de données hebdomadaires sur n'importe quelle période mais lorsque des données quotidiennes seront nécessaires, l'analyse ne pourra se faire qu'à partir de fin mai 2007.

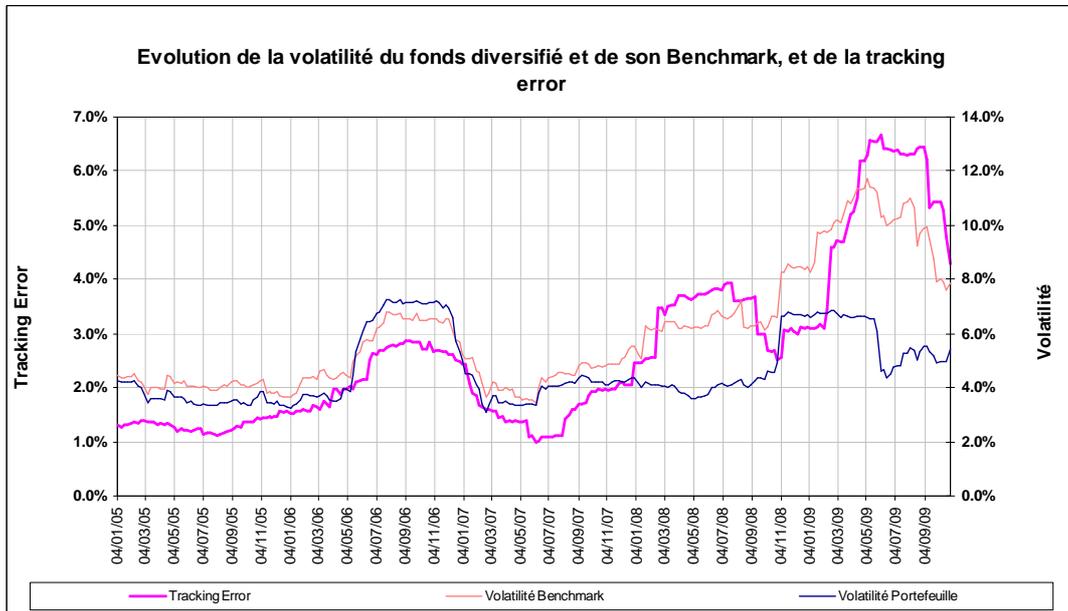
Le passage en données hebdomadaires à partir des données quotidiennes s'est fait en prenant la moyenne des poids et la performance cumulée de la période pour le fonds. Pour le benchmark, c'est le poids début de période (fin de période précédente) et la performance cumulée qui sont retenus.

L'évolution du fonds et de son benchmark depuis début 2005 (données hebdomadaires) avec l'écart de performance entre ces portefeuilles (surperformance) donne la représentation suivante :



Le portefeuille est globalement au dessus de benchmark avec un écart qui s'accroît fortement depuis 2007.

L'évolution de la volatilité du fonds et de son benchmark, ainsi que de la tracking error, calculées sur les 30 valeurs glissantes (base performances hebdomadaires) permet d'apporter d'autres éléments :



Les volatilités du fonds diversifié et de son benchmark sont très proches jusqu'à fin 2007. Sur cette période, leurs valeurs sont assez constantes autour de 4%, avec un « plateau » sur le 2<sup>ème</sup> semestre de 2006, où elles passent à plus de 6% (période de baisse des marchés due aux craintes de forte remontée des taux des banques centrales). A partir de début 2008, les effets de la crise financière se manifestent plus significativement avec une augmentation nette des volatilités.

Des éléments plus détaillés sur l'évolution des performances et des volatilités sont apportés en annexe, avec en particulier, des zooms sur les poches du fonds diversifié et de son benchmark.

Ces observations sur le fonds doivent pouvoir être complétées avec l'attribution de performance et l'attribution de risque qui permettent de faire ressortir directement les impacts des décisions de gestion sur chaque poche, que ce soit au niveau des choix d'allocation ou des choix de valeur.

## 1.2. Fonds sectoriel

Le « fonds sectoriel » est un portefeuille de type 100% actions ayant comme benchmark le DJ Eurostoxx 300. Le fonds et l'indice sont segmentés en 10 secteurs auxquels s'ajoute une poche disponibilités pour le fonds :

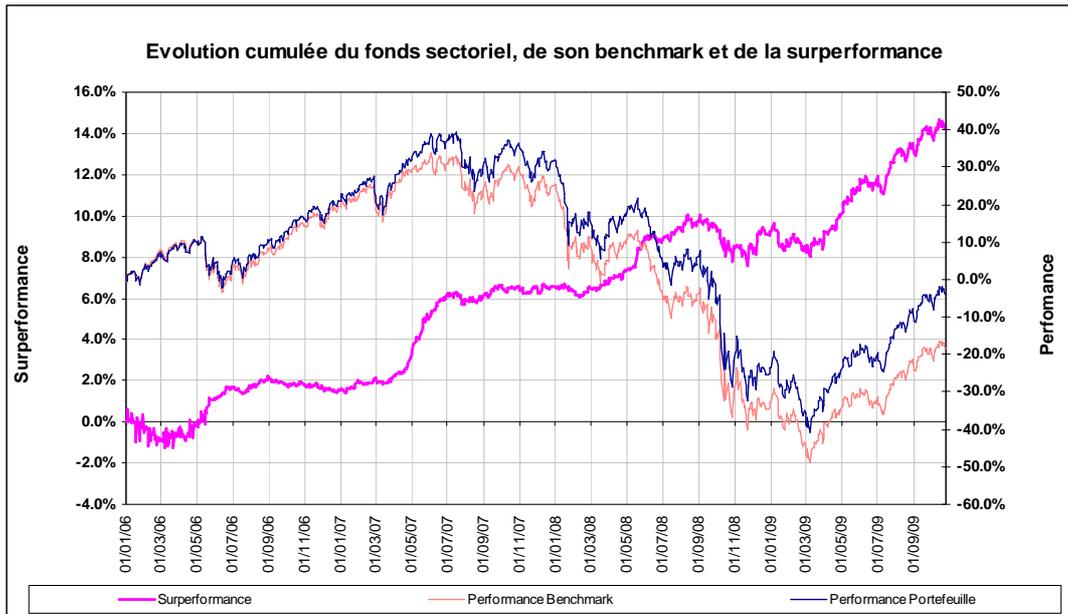
- Produits de base - BSC : 5 à 10% du fonds et du benchmark
- Biens de consommation - CGO : 10 à 18%
- Services de consommation - CSV : 5 à 10%
- Financiers - FIN : investi à hauteur de 16% à 36% c'est la poche la plus importante
- Santé - HCR : moins de 5% en portefeuille
- Industries - IDU : 7 à 13%
- Pétrole & gaz - OGA : 6 à 10%
- Technologie - TEC : 4 à un peu plus de 7%
- Telecom - TLS : 5 à 12%
- Services aux collectivités - UTI : 6 à 13%

Le secteur financier est largement le plus représenté, à globalement plus de 25%, suivi des biens de consommation et de l'industrie à plus de 10%.

Le fonds secteur et son benchmark sont des fonds dynamiques, intéressants à étudier dans le cadre de ce mémoire car plus volatils.

Les données fournies sont les poids et performances de chaque secteur, sur le portefeuille et son benchmark. Les valeurs sont quotidiennes mais l'historique n'est disponible qu'à partir de début 2006.

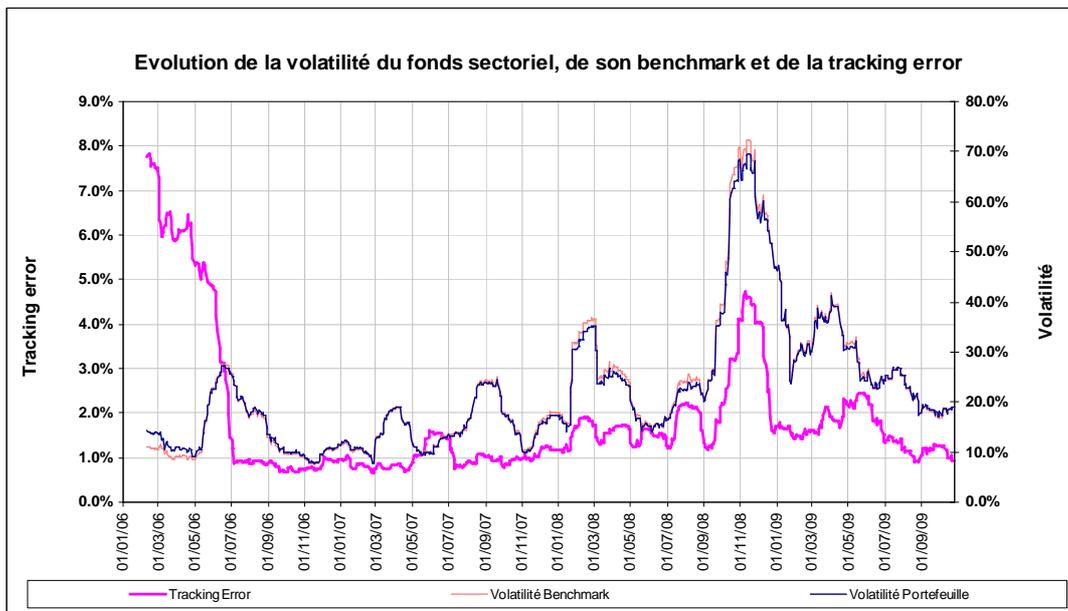
De la même manière que pour le fonds diversifié, l'évolution du fonds et de son benchmark ainsi que l'écart de performance entre ces portefeuilles (surperformance) depuis début 2006 (données quotidiennes) peuvent être présentés sous forme de graphique :



Le portefeuille surperforme globalement le benchmark de manière assez constante dans le temps, tout en restant très corrélé.

La tendance générale est conforme à la période écoulée sur les marchés : hausse en 2006 et jusqu'à mi 2007. A partir de mi 2007, l'orientation est à la baisse du fait de la crise financière, avec une accélération de la chute jusqu'à début 2009. En mars 2009, les marchés repartent à la hausse.

L'évolution de la volatilité du fonds et de son benchmark, ainsi que de la tracking error, calculés sur les 30 valeurs glissantes se présentent comme suit :



D'une manière générale, les volatilités oscillent autour de 10 à 20% jusqu'à mi 2007, hormis un pic à mi 2006, puis la tendance est à l'augmentation jusqu'à septembre 2008 avec des périodes plus volatiles que d'autres. Les volatilités explosent en octobre et novembre 2008

pour atteindre 70% au pire moment de la crise, lorsque les performances chutent de 40% en octobre 2008. Ensuite, elles redescendent tout d'abord brutalement puis progressivement.

A partir de mi-2006, la tracking error suit globalement la même tendance que les volatilités. Néanmoins, elle est très faible. Cela semble indiquer que nous sommes plus encore que sur le fonds diversifié sur une gestion benchmarkée : les performances du fonds et de son benchmark oscillent énormément mais comme elles sont proches, la tracking error reste « faible ». Début 2006, le portefeuille semble s'être écarté plus du benchmark d'où les tracking error élevées.

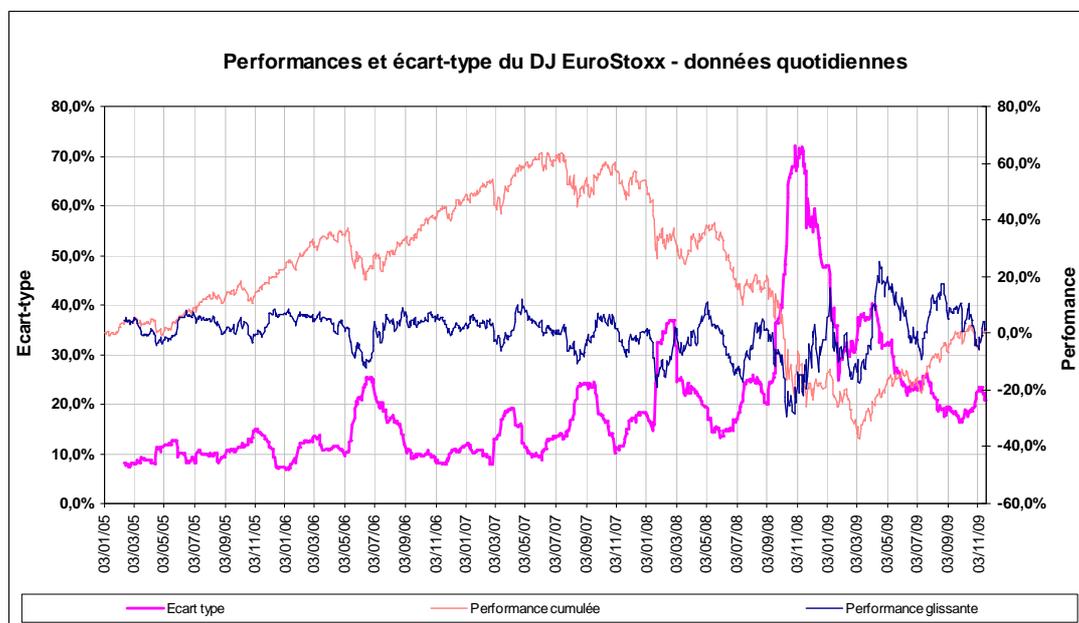
Ces observations sont globalement les mêmes que pour le fonds diversifié et en particulier ses poches actions. Néanmoins, étant donné que sur le fonds diversifié les données sont hebdomadaires, les phénomènes observés sont plus lissés.

Sur le fonds sectoriel, il est plus difficile de se faire une idée des bons et mauvais choix de gestion (cf annexes) : l'écart entre le portefeuille et son benchmark est faible, et les poches sont trop homogènes et corrélées entre elles. Seule l'attribution de performance peut donner plus d'éléments.

### 1.3. Choix des périodes d'étude

L'idée est de déterminer les périodes à retenir pour nos analyses sur l'attribution de risque.

Les séries à disposition couvrent la période 2006 à octobre 2009. Pour les deux fonds, diversifiés et sectoriels, le risque est principalement porté par les poches actions qui sont majoritairement investies en actions Euro. Or l'évolution du marché actions Euro est la suivante (DJ EuroStoxx – données quotidiennes) :



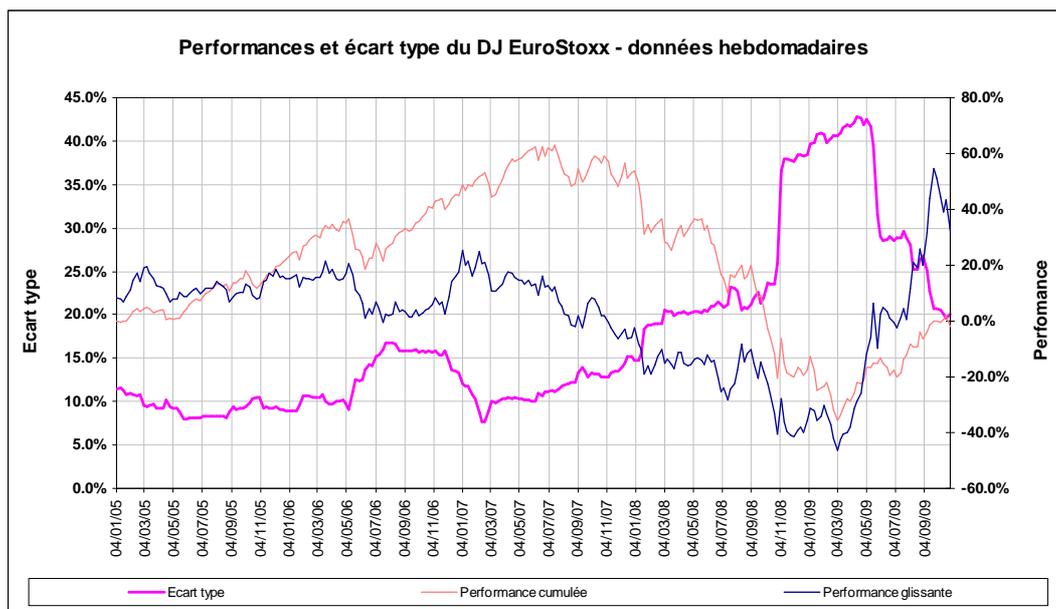
Comme déjà précisé sur les fonds, l'évolution du DJ Eurostoxx, et plus généralement du marché action, peut être schématisé comme suit :

- Entre 2006 et juin 2007 : le marché est globalement haussier, avec deux légers ajustements en mai 2006 et mars 2007. Les volatilités restent assez faibles et constantes, avec deux pics lors des ajustements. C'est la période d' « avant crise ».

- Entre juillet 2007 et février 2009 : le marché est globalement baissier suite, tout d'abord à la crise des subprimes (été 2007), puis à la crise financière (automne 2008 – faillite de Lehman Brothers le 15 septembre 2008). Les volatilités progressent pour atteindre un sommet en novembre 2008, en pleine crise financière, où les performances sont en chute libre et pour redescendre début 2009. C'est la période de « crise »
- Depuis mars 2009 : les performances augmentent et les volatilités baissent. Cette période sera appelée « après crise » même s'il est discutable de parler de fin de crise, la crise économique étant toujours d'actualité fin 2009 et le rebond des marchés boursiers étant mesuré.

Les données de la période d' « avant crise », et en particulier ceux de l'année 2006, seront utilisées pour effectuer nos premières analyses sur les méthodes d'attribution de risque. Les autres périodes (de « crise » et d' « après crise ») serviront à approfondir les analyses, notamment sur l'attribution de risque retenue.

Le fonds diversifié étant constitué de poches plus hétérogènes en terme de comportement, il sera privilégié comme application numérique à nos études. Or sur la période d' « avant crise », les données disponibles sur ce fonds sont hebdomadaires, ce qui a un impact sur les résultats. En données hebdomadaires, l'évolution du marché actions Euro (DJ EuroStoxx) donne le résultat suivant :



Avec des données hebdomadaires, les performances sont plus lissées et donc les pics de volatilités moins nombreux et moins importants en valeur ; de plus, les volatilités étant calculées sur 30 valeurs, un écart de performance par rapport à la moyenne sera visible plus longtemps sur les volatilités calculées sur 30 semaines plutôt que 30 jours.

Il n'en demeure pas moins que nos analyses, et en particulier l'attribution de risque, doivent rester valables et utilisables sur des séries de données quotidiennes comme hebdomadaires, ou sur toute autre série de données (mensuelles par exemple). L'utilisation du fonds diversifié en données hebdomadaires nous donnera des informations qui pourront être complétées, pour 2006, en utilisant les données quotidiennes du fonds sectoriel.

## 1.4. Données et loi normale

L'objectif de ce paragraphe est d'étudier dans quelle mesure les distributions utilisées suivent bien une loi normale. La normalité des données n'est pas nécessaire directement car les propriétés de la loi normale ne sont pas utilisées dans nos calculs comme cela peut être le cas pour d'autres mesures de risque comme par exemple, dans certains cas, pour la VaR. Néanmoins, dès lors que les performances, voir surperformances suivent une loi normale, elles sont complètement expliquées pour leur espérance et variance. L'espérance, ou moyenne des performances, est représentée dans les analyses par la performance ou la surperformance cumulées, et la variance, par l'écart-type ou la tracking error.

Pour tester la normalité des données, deux tests sont utilisés : le test de Lilliefors et le test de Jarque-Bera. Ces tests ont été retenus car assez faciles d'implémentation. Le test de Lilliefors est fondé sur la statistique de Kolmogorov-Smirnov. Les calculs ont été faits pour un risque  $\alpha = 0,05$  : avec le test de Jarque-Bera, le seuil critique qui en découle est 5,99 ; le test de Lilliefors, pour 30 valeurs, fixe le seuil à 0,161.

Les tests ont été appliqués, dans un premier temps, aux 30 valeurs glissantes des performances des fonds (sectoriel et diversifié), de leur benchmark, et des écarts entre portefeuille et benchmark (surperformance). 30 valeurs consécutives sont testées car c'est le nombre minimum de performances utilisé usuellement pour calculer l'écart-type et satisfaire à la loi des grands nombres. De plus, les écart-types et tracking error seront souvent calculés sur 30 valeurs dans ce document de façon à avoir un risque le plus représentatif du moment où il est affiché (plus on utilise de valeurs, plus l'écart-type représente le passé), et une période la plus proche de la période mensuelle souvent utilisée pour le calcul des performances.

Pour le fonds diversifié, les données hebdomadaires sont disponibles depuis début 2002. Le test est effectué sur 385 séries de données :

	Jarque-Bera		Lilliefors	
	Rejets	Taux	Rejets	Taux
Portefeuille	64	16,6%	56	14,5%
Benchmark	49	12,7%	25	6,5%
Ecart	66	17,1%	33	8,6%

Pour le fonds sectoriels, les données hebdomadaires depuis 2006 permettent de faire le test sur 925 séries. Les résultats suivants sont obtenus :

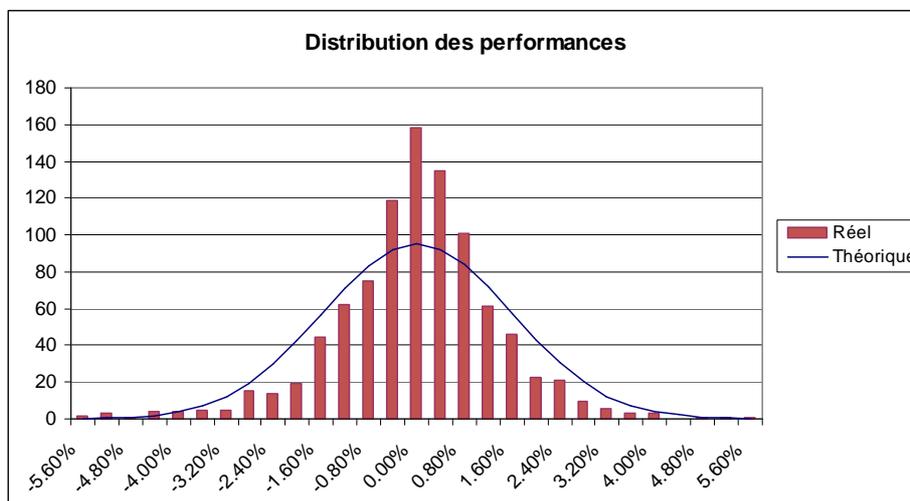
	Jarque-Bera		Lilliefors	
	Rejets	Taux	Rejets	Taux
Portefeuille	79	8,5%	70	7,6%
Benchmark	71	7,7%	78	8,4%
Ecart	95	10,3%	114	12,3%

Comme attendu, la normalité ne peut donc pas être retenue dans tous les cas pour les données (performance ou surperformance) sur 30 valeurs glissantes, même si les résultats semblent assez bons (tests positifs dans plus de 80% des cas).

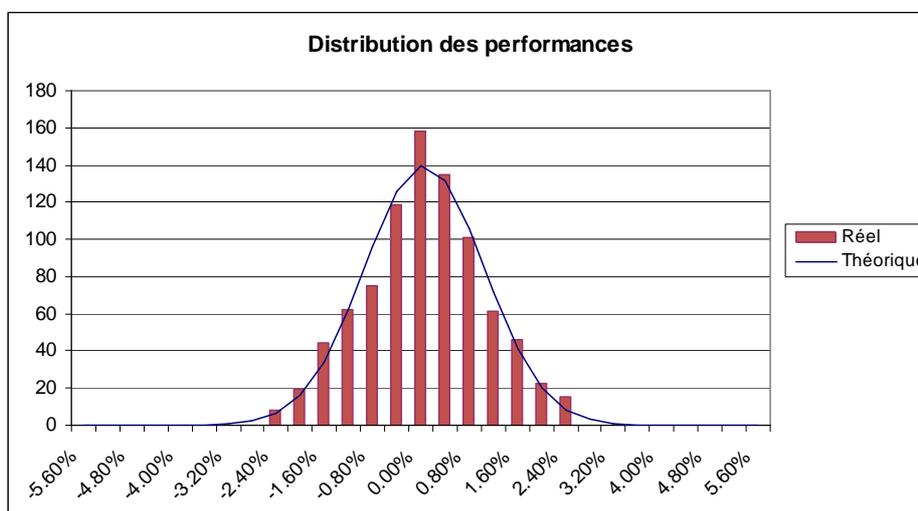
En réappliquant les tests sur des données glissantes, les calculs montrent que l'hypothèse de normalité n'est pas vérifiée dès que le nombre de valeurs devient important. Sur l'ensemble des observations, il est rejeté dans tous les cas (fonds diversifié ou sectoriel -

portefeuille, benchmark ou écart entre portefeuille et benchmark). La principale raison de ces rejets est la présence d'un trop grand nombre de valeurs extrêmes dans les distributions.

Par exemple, sur le fonds sectoriel, la distribution des performances comparée à la loi normale obtenue sur base de la moyenne et de l'écart-type de la distribution est schématisée par le graphique suivant :



La distribution (« réelle ») semble bien être proche d'une loi normale mais pas de celle ayant pour écart-type celui de la distribution et avec une occurrence plus forte des cas extrêmes (queues de distribution épaisses). En supprimant un peu plus de 9% des valeurs les plus importantes (en valeur absolue), l'écart-type baisse, et la distribution se rapproche de la loi normale de moyenne et écart-type de la distribution :



Le test de Lilliefors confirme que l'hypothèse de normalité peut être retenue dans ce cas.

Ces observations sont conformes à la réalité des marchés financiers et donc à ce qu'on pouvait attendre : les valeurs extrêmes ne sont pas si rares, et ainsi, mal représentées dans une loi normale.

La normalité des distributions de performance ou de surperformance ne peut donc être retenue dans tous les cas. L'écart-type n'en demeure pas moins incontournable pour

analyser un historique de données, autant d'un point de vue statistique qu'opérationnel dans le domaine de la finance.

## 2. ATTRIBUTION DE PERFORMANCE

### 2.1. Modèle de calcul

Le modèle utilisé pour les attributions de performance calculées dans ce mémoire (sauf exception) est celui basé sur la méthodologie Brinson (cf Annexes pour les détails). La surperformance est décomposée en choix d'allocation et choix de valeur (ou sélection de titres), chacun d'eux décomposé en choix d'allocation et de valeur par poche :

$$R_{Pff} - R_{Bench} = CA + CV = \sum_{i=1}^n ca_i + \sum_{i=1}^n cv_i$$

Où :

$ca_i = (w_{Pff,i} - w_{Bench,i}) \times (r_{Bench,i} - R_{Bench})$  est la contribution du choix d'allocation d'une poche donnée  $i$  du fonds, à la surperformance globale du portefeuille par rapport à son benchmark.

$cv_i = w_{Pff,i} \times (r_{Pff,i} - r_{Bench,i})$  est la contribution du choix de valeur (sélection de titres) dans une poche donnée  $i$  du fonds, à la surperformance globale du portefeuille par rapport à son benchmark.

$cs_i = ca_i + cv_i$  est la contribution d'une poche donnée  $i$  du fonds à la surperformance globale du portefeuille par rapport à son benchmark.

Le modèle sera limité à cette segmentation simple qui est plus adaptée aux poches actions et qui ne prend pas en compte des problématiques plus complexes comme les devises, les dérivés, la spécificités des marchés de taux, etc.

En effet, l'objectif de ce mémoire est de dégager une méthode d'attribution de risque utilisable et indépendante du choix de méthode d'attribution de performance. Le modèle retenu semble suffisant pour pouvoir identifier les problématiques d'éclatement du risque en contribution au risque global.

Les termes de choix d'allocation et de choix de valeur sont calculés sur chaque période élémentaire (quotidienne ou hebdomadaire selon le cas) puis cumulés avec la formule de chaînage des termes d'attribution de performance :

$$cx_{i,0 \rightarrow t} = (1 + R_{Bench,t-1 \rightarrow t}) \times cx_{i,0 \rightarrow t-1} + (1 + R_{Pff,0 \rightarrow t-1}) \times cx_{i,t-1 \rightarrow t} \quad \text{où } cx_i = ca_i \quad \text{ou } cx_i = cv_i \quad \text{selon le cas.}$$

De cette manière, il sera possible d'avoir des termes d'attribution de performance sur n'importe quelle période souhaitée.

### 2.2. Fonds diversifié

En utilisant les formules précédentes et en les appliquant sur le fonds diversifié pour l'année 2006, l'attribution de performance donne les résultats suivants (base : données hebdomadaires) :

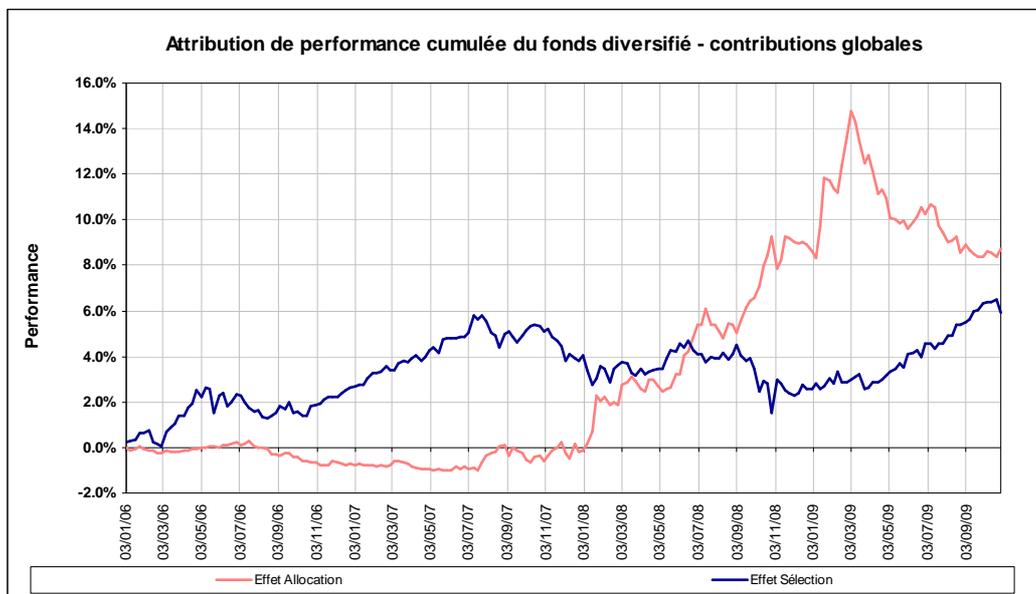
Poche	Portefeuille		Benchmark		Surperformance	Attribution		
	Moyenne poids	Performance	Moyenne poids	Performance		Allocation	Sélection	Total
Actions Euro	32,03%	19,04%	36,11%	13,11%	5,92%	<b>-0,61%</b>	1,84%	1,23%
Actions Internationales	4,07%	31,09%	4,96%	5,07%	26,02%	0,03%	1,08%	1,11%
Obligations Euro	47,94%	0,63%	53,93%	0,30%	0,33%	-0,21%	0,12%	-0,10%
Monétaire	15,91%	2,91%	4,99%	2,90%	0,02%	<b>0,11%</b>	0,00%	0,11%
Disponibilités	0,05%					-0,03%	<b>-0,38%</b>	-0,41%
<b>Total</b>	<b>100,00%</b>	<b>7,09%</b>	<b>100,00%</b>	<b>5,16%</b>	<b>1,93%</b>	<b>-0,72%</b>	<b>2,65%</b>	<b>1,93%</b>

Sur 2006, le fonds diversifié surperforme globalement son benchmark de 1,93%. Ce résultat est dû aux bons choix de titres sur la période : la contribution au choix de valeur est de 2,65%, alors que la contribution au choix d'allocation qui, à -0,72%, semble avoir été moins favorable.

Ce sont les poches actions qui amènent le plus de surperformance, grâce à la sélection de titres. Le sous investissement sur ces poches a été plutôt peu (voir anti) productif avec un terme de choix d'allocation à -0,61% pour la poche actions euro. Par contre, le report sur la poche monétaire a amené une contribution positive de 0,11% à la surperformance liée à ce choix d'allocation.

A noter que la contribution à la performance négative de la poche disponibilités au niveau de l'effet sélection est due aux frais et non à une sous performance.

Il est possible de calculer l'évolution de ces choix d'allocation et de valeur sur 2006 et au delà (attribution de performance cumulée) :



Le graphique indique que les choix d'allocation ne sont pas bons jusqu'à mi 2007 puis qu'ils deviennent plus favorables, surtout depuis début 2008 avec un pic en mars 2009 qui coïncide avec le pic de la surperformance. Depuis mars 2009, les choix d'allocation sont plutôt défavorables.

Le choix de valeur est plus favorable car en croissance jusqu'à mi 2007. Il est en décroissance ensuite jusqu'à fin 2008 – début 2009, pour repartir à la hausse dès mars 2009.

En période de crise, c'est le choix d'allocation qui apporte la surperformance au fonds diversifié, et en période normale, c'est l'inverse : la sélection de titres a un effet plus favorable que le choix d'allocation.

D'autres éléments peuvent être analysés en fonction de graphiques par poche (cf annexes).

### 2.3. Fonds sectoriel

De la même manière que pour le fonds diversifié, il est possible de réaliser l'attribution de performance du fonds sectoriel pour 2006, la différence se situant simplement sur la périodicité des données qui sont quotidiennes.

Poche	Portefeuille		Benchmark		Surperformance	Attribution		
	Moyenne poids	Performance	Moyenne poids	Performance		Allocation	Sélection	Total
BSC	6,05%	32,36%	5,61%	33,73%	-1,37%	0,08%	-0,11%	-0,03%
CSV	7,50%	20,29%	6,62%	15,01%	5,28%	-0,05%	0,39%	0,35%
CGO	12,50%	21,34%	11,11%	18,98%	2,37%	0,00%	0,30%	0,29%
OGA	7,76%	9,92%	7,37%	6,77%	3,14%	-0,09%	0,27%	0,18%
FIN	32,86%	23,64%	34,28%	21,76%	1,89%	-0,06%	0,61%	0,55%
HCR	3,77%	8,33%	3,78%	5,89%	2,45%	0,01%	0,13%	0,14%
IDU	9,80%	24,79%	10,69%	25,56%	-0,77%	-0,05%	-0,10%	-0,15%
TEC	5,99%	-1,12%	5,13%	2,62%	-3,74%	-0,12%	-0,26%	-0,38%
TLS	5,45%	13,89%	6,47%	11,33%	2,56%	0,07%	0,13%	0,20%
UTI	7,78%	40,66%	8,93%	33,02%	7,64%	-0,20%	0,55%	0,34%
Dispo.	0,54%	-2,40%			-2,40%	0,05%	-0,03%	0,02%
<b>Total</b>	<b>100,00%</b>	<b>20,97%</b>	<b>100,00%</b>	<b>19,47%</b>	<b>1,51%</b>	<b>-0,36%</b>	<b>1,87%</b>	<b>1,51%</b>

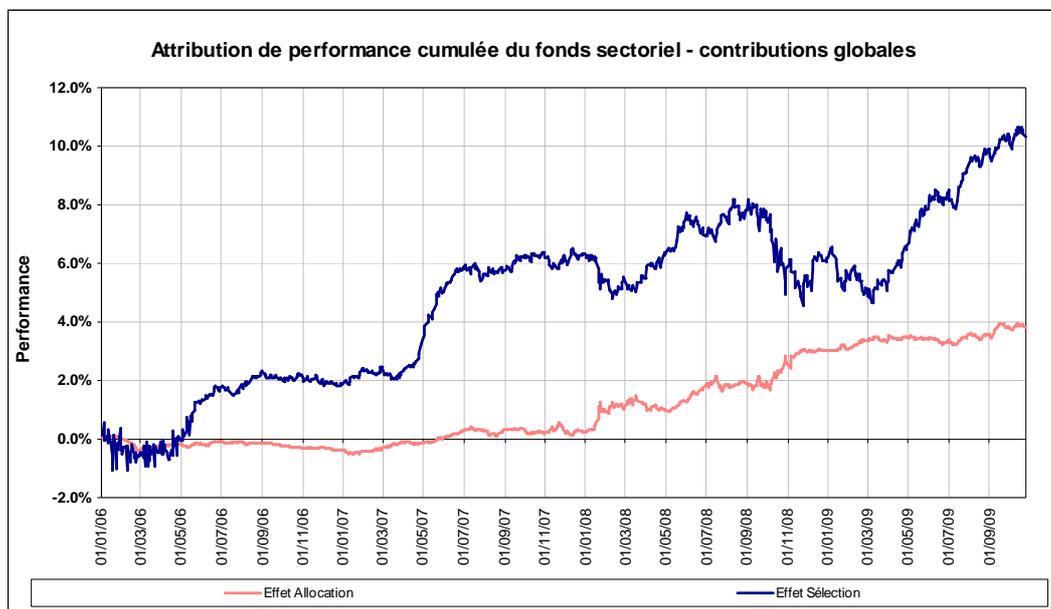
Sur 2006, le marché est haussier avec des performances du portefeuille et de son benchmark autour de 20%. Sur 2006, la surperformance du fonds par rapport à son benchmark est de 1,51%, essentiellement dûe aux sélections de titres étant donné que l'effet sélection est de 1,87% pour -0,36% pour l'effet allocation.

Les poches qui contribuent le plus à l'effet sélection sont la poche du secteur financier FIN suivi du secteur services aux collectivités UTI. Sur ces secteurs, la gestion de la poche a été bonne, la performance de la poche dans le fonds étant supérieure à celle dans le benchmark d'où un choix de valeur positif. A contrario pour ces mêmes poches, la sous-pondération de poches meilleures que le performance globale du benchmark a conduit à avoir un effet allocation négatif. Ainsi la poche services aux collectivités a la particularité d'être un des plus gros contributeurs à rendre l'effet sélection positif mais également à rendre l'effet allocation négatif. Au global les secteurs financiers et services aux collectivités sont parmi les poches apportant le plus de surperformance au fonds sectoriel.

Au contraire le secteur Technologies a un effet négatif sur la surperformance du fonds. En étant surinvesti avec une performance dans le benchmark inférieure à la performance totale du benchmark, son effet allocation est négatif. De même, avec une performance dans le fonds inférieure à celle du benchmark, l'effet sélection est également négatif.

Sur le secteur produits de base, l'effet allocation réussit à être positif grâce au fait d'avoir surinvesti une poche ayant une performance dans le benchmark supérieure à celle du benchmark total.

Ci dessous, le graphique de l'évolution des effets allocation et sélection :



La sélection de titres amène plus de performance que le choix d'allocation, même si cela dépend de la période observée. Elle semble également plus volatile avec des périodes de croissance et de décroissance. Le choix d'allocation semble plus stable et amène, hormis sur 2006, plutôt de la surperformance.

A fin 2009, la surperformance du fonds est plus nette même si sa performance cumulée est encore négative.

A la différence du fonds diversifié, le fonds sectoriel est un fonds 100% actions. Ses poches sont plus homogènes et les choix d'allocation sont moins marqués. L'analyse de la surperformance est donc plus fine à réaliser et interpréter.



# **CHAPITRE 4 : DIFFERENTES METHODES D'ATTRIBUTION DE RISQUE**

# 1. ATTRIBUTION DE RISQUE PAR CONSTRUCTION D'UN PORTEFEUILLE FICTIF

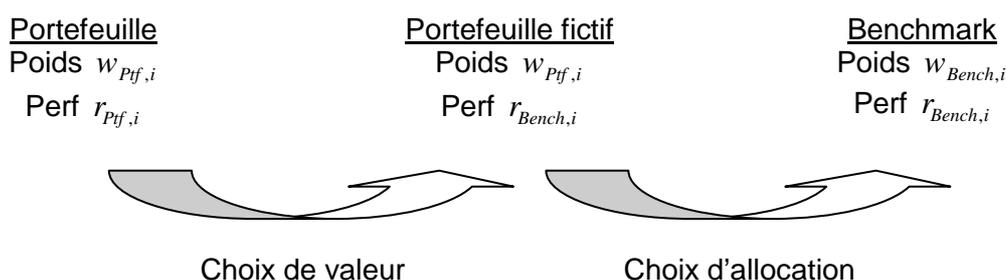
## 1.1. Principes

### a) Principe général

L'attribution de performance peut s'établir en partant de la différence de performance entre portefeuille et benchmark et en introduisant un terme intermédiaire :

$$R_{Ptf} - R_{Bench} = \sum_{i=1}^n w_{Ptf,i} \times r_{Ptf,i} - \sum_{i=1}^n w_{Ptf,i} \times r_{Bench,i} + \sum_{i=1}^n w_{Ptf,i} \times r_{Bench,i} - \sum_{i=1}^n w_{Bench,i} \times r_{Bench,i}$$

Dans cette formule, le terme intermédiaire peut être schématisé comme étant un portefeuille fictif constitué des poids du portefeuille et des performances du benchmark. L'écart entre le portefeuille fictif et le benchmark donne le choix d'allocation et le choix de valeur est exprimé par la surperformance (ou sousperformance) du portefeuille par rapport au portefeuille fictif.



L'idée est alors de calculer la tracking error entre le portefeuille et le portefeuille fictif pour avoir la contribution au risque liée au choix de valeur total, et la tracking error entre le portefeuille fictif et le portefeuille benchmark pour avoir la contribution au risque liée au choix d'allocation total (total signifiant toutes poches confondues).

### b) Contribution au risque liée au choix de valeur

La contribution au risque liée au choix de valeur (effet sélection) total se calcule sur la base des performances comparées du portefeuille et du portefeuille fictif :

$$CR_{CV} = TE_{R_{Ptf} - R_{PtfFictif}} = \sigma_{R_{Ptf} - R_{PtfFictif}} = \sqrt{\frac{T \sum_{t=1}^T (R_{Ptf,t} - R_{PtfFictif,t})^2 - \left( \sum_{t=1}^T (R_{Ptf,t} - R_{PtfFictif,t}) \right)^2}{T(T-1)}} \times \sqrt{m}$$

Avec  $R_{PtfFictif} = \sum_{i=1}^n w_{Ptf,i} \times r_{Bench,i}$

Ensuite les contributions au risque par poche liées au choix de valeur pourraient être déterminées en calculant les tracking error sur la base des performances locales (au niveau de chaque poche) du portefeuille et du portefeuille fictif.

Contribution au risque liée au choix de valeur sur une poche « i » :

$$CR_{cv_i} = TE_{r_{Ptf,i} - r_{PtfFictif,i}} = TE_{r_{Ptf,i} - r_{Bench,i}} = \sigma_{r_{Ptf,i} - r_{Bench,i}} = \sqrt{\frac{T \sum_{t=1}^T (r_{Ptf,i,t} - r_{Bench,i,t})^2 - \left( \sum_{t=1}^T (r_{Ptf,i,t} - r_{Bench,i,t}) \right)^2}{T(T-1)}} \times \sqrt{m}$$

### c) Contribution au risque liée au choix d'allocation

La contribution au risque liée au choix d'allocation total consiste à calculer la tracking error de la performance relative du portefeuille fictif et du benchmark :

$$CR_{CA} = TE_{R_{PtfFictif} - R_{Bench}} = \sigma_{R_{PtfFictif} - R_{Bench}} = \sqrt{\frac{T \sum_{t=1}^T (R_{PtfFictif,t} - R_{Bench,t})^2 - \left( \sum_{t=1}^T (R_{PtfFictif,t} - R_{Bench,t}) \right)^2}{T(T-1)}} \times \sqrt{m}$$

Ensuite les contributions au risque par poche liées au choix d'allocation pourraient être calculées sur la base des tracking error des surperformances au niveau de chaque poche du portefeuille fictif et du benchmark. Or, par construction, les performances locales du portefeuille fictif sont les mêmes que celles du benchmark. La tracking error serait donc nulle :  $CR_{ca} = 0$

### d) Tableau comparatif des attributions de performance et de risque

En comparant attribution de performance et attribution de risque

	Attribution de performance	Attribution de risque
Choix d'allocation par poche	$ca_i = (w_{Ptf,i} - w_{Bench,i}) \times r_{Bench,i}$	$CR_{ca_i} = 0$
Choix d'allocation total	$CA = \sum_{i=1}^n (w_{Ptf,i} - w_{Bench,i}) \times r_{Bench,i}$	$CR_{CA} = \sigma_{R_{PtfFictif} - R_{Bench}}$
Choix de valeur par poche	$cv_i = w_{Ptf,i} \times (r_{Ptf,i} - r_{Bench,i})$	$CR_{cv_i} = \sigma_{r_{Ptf,i} - r_{Bench,i}}$
Choix de valeur total	$CV = \sum_{i=1}^n w_{Ptf,i} \times (r_{Ptf,i} - r_{Bench,i})$	$CR_{CV} = \sigma_{R_{Ptf} - R_{PtfFictif}}$
Total par poche	$w_{Ptf,i} \times r_{Ptf,i} - w_{Bench,i} \times r_{Bench,i}$	$CR_{ca_i + cv_i} = \sigma_{r_{Ptf,i} - r_{Bench,i}}$
Total	$R_{Ptf} - R_{Bench}$	$TE_{R_{Ptf} - R_{Bench}} = \sigma_{R_{Ptf} - R_{Bench}}$

## 1.2. Application

Pour application, nous prenons le portefeuille diversifié. En se basant sur des performances hebdomadaires sur 2006 :

	Actions France	Actions Internatio.	Obligations Euro	Monétaire	Disponibilités	Total
Choix Allocation	<b>0,00%</b>	<b>0,00%</b>	<b>0,00%</b>	<b>0,00%</b>	<b>0,00%</b>	<b>0,62%</b>
Choix Titre	<b>5,13%</b>	<b>16,05%</b>	<b>0,66%</b>	<b>0,02%</b>	<b>49,10%</b>	<b>2,17%</b>
Total	<b>5,13%</b>	<b>16,05%</b>	<b>0,66%</b>	<b>0,02%</b>	<b>49,10%</b>	<b>2,37%</b>

Dans cette méthode, il n'y a donc pas de contribution au risque par poche liée au choix d'allocation.

Sur la poche « Disponibilités », le résultat très surprenant qui en ressort, vient essentiellement des frais de gestion prélevés sur la poche ; les montants retirés de façon irrégulière conduisent à des performances négatives très fortes d'où une contribution au risque (égale à la volatilité des performances de la poche disponibilités du portefeuille) très élevée.

Hormis sur la poche disponibilités, le risque sur les marchés actions est naturellement plus élevé que sur les marchés obligataires et monétaires.

Les contributions ne sont pas additives et la décomposition n'est pas exacte : la tracking error totale ne peut pas se recalculer à partir des contributions. Elle est même très différente de ceux des marchés les plus volatils, car le fonds est principalement investi en obligations.

### 1.3. Avantages / inconvénients

Le premier inconvénient de cette méthode est qu'il n'y a pas de décomposition par poche du risque lié choix d'allocation alors qu'elle est calculée dans l'attribution de performance.

L'idée pourrait être alors de faire une segmentation de l'attribution, côté performance et risque, plus simplifiée :

- Décomposition en choix d'allocation et de valeur global, et risque global :

Choix Allocation	<b>0,62%</b>
Choix Valeur	<b>2,17%</b>
Total	<b>2,37%</b>

Evidemment, un peu trop d'information est perdue, en particulier les résultats par poche au niveau du choix de valeur, spécifique au stock pickeur.

- Décomposition sans segmentation des choix d'allocation et choix de valeur en présentant uniquement les valeurs globales par poche et cumulées :

Actions France	<b>5,13%</b>
Actions Internationales	<b>16,05%</b>
Obligations Euro	<b>0,66%</b>
Monétaire	<b>0,02%</b>
Disponibilités	<b>49,10%</b>
Total	<b>2,37%</b>

Dans cette optique, l'information liée au choix d'allocation, dont l'allocataire a la responsabilité, est perdue ainsi que le choix de valeur global. Par ailleurs, la présentation de la contribution de la poche disponibilités à la tracking error, reste posée.

- Présentation du détail par poche du choix de valeur, du global choix d'allocation et de la performance et du risque total :

<b>Choix Allocation</b>	<b>0,62%</b>
<b>Choix Valeur</b>	<b>2,17%</b>
Actions France	<b>5,13%</b>
Actions Internationales	<b>16,05%</b>
Obligations Euro	<b>0,66%</b>
Monétaire	<b>0,02%</b>
Disponibilités	<b>49,10%</b>
<b>Total</b>	<b>2,37%</b>

En considérant que la gestion est séparée entre un allocataire qui prend les décisions d'allocation et des stock-pickeurs qui font des choix de valeur à l'intérieur de leurs poches, la présentation est intéressante car il y a autant d'éléments que d'intervenants. Par contre, il manque des contributions au risque liées au choix d'allocation par poche (actuellement utilisées au niveau performance).

Le deuxième inconvénient, déjà évoqué, est qu'il n'y a aucune additivité entre contribution au risque et que l'écart entre contributions et somme des contributions peut même être très important. L'écart-type ne peut être additif mais obtenir une décomposition qui sommée, donne le risque global est quelque chose de très séduisant car plus facile à appréhender.

Dernier inconvénient, et non des moindres, les valeurs obtenues au niveau choix de valeur ne tiennent pas du tout compte des pondérations. Le risque qui apparaît très fort sur le marché action, doit être pondéré par le fait que l'exposition à ce marché est inférieure à celle sur le marché des obligations. De même, la valeur affichée sur la poche disponibilités serait bien inférieure si son poids dans le portefeuille était introduit.

## 2. ATTRIBUTION DE RISQUE PAR MESURE SUR TERMES D'ATTRIBUTION DE PERFORMANCE

### 2.1. Principe

#### a) Principe général

Dans la méthode précédente, le fait de ne pas tenir compte des pondérations avait un impact important sur les résultats (contribution au risque trop marquée sur des marchés dynamiques, pas de contribution au risque liée au choix d'allocation).

L'idée est, dans cette nouvelle méthode, de prendre en considération les contributions aux performances pour calculer les contributions aux risques.

Le principe est alors de comparer la contribution à la performance  $w_{Ptf,i} \times r_{Bench,i}$  à  $w_{Bench,i} \times r_{Bench,i}$  pour le choix d'allocation et  $w_{Ptf,i} \times r_{Ptf,i}$  à  $w_{Ptf,i} \times r_{Bench,i}$  pour le choix de valeur, ou encore, en passant à la méthode de Brinson (méthode retenue dans nos calculs sauf impossibilité), d'utiliser, pour la contribution au choix d'allocation, le terme  $(w_{Ptf,i} - w_{Bench,i}) \times (r_{Bench,i} - R_{Bench})$

## b) Contribution au risque liée au choix de valeur

La contribution au risque liée au choix de valeur s'obtient en calculant l'écart-type de  $w_{Ptf,i} \times r_{Ptf,i} - w_{Ptf,i} \times r_{Bench,i} = w_{Ptf,i} \times (r_{Ptf,i} - r_{Bench,i})$  :

$$CR_{cv_i} = \sigma_{w_{Ptf,i} \times (r_{Ptf,i} - r_{Bench,i})} = \sqrt{\frac{T \sum_{t=1}^T (w_{Ptf,i,t} \times (r_{Ptf,i,t} - r_{Bench,i,t}))^2 - \left( \sum_{t=1}^T (w_{Ptf,i,t} \times (r_{Ptf,i,t} - r_{Bench,i,t})) \right)^2}{T(T-1)}} \times \sqrt{m}$$

La contribution au risque liée au choix de valeur total se calcule comme l'écart-type de la somme des contributions par poche :

$$CR_{CV} = \sigma_{\sum_{i=1}^n w_{Ptf,i} \times (r_{Ptf,i} - r_{Bench,i})}$$

## c) Contribution au risque liée au choix d'allocation

Le calcul de l'écart-type de du choix d'allocation  $(w_{Ptf,i} - w_{Bench,i}) \times (r_{Bench,i} - R_{Bench})$  détermine la contribution au risque liée au choix d'allocation :

$$CR_{ca_i} = \sigma_{(w_{Ptf,i} - w_{Bench,i}) \times (r_{Bench,i} - R_{Bench})}$$

$$= \sqrt{\frac{T \sum_{t=1}^T ((w_{Ptf,i,t} - w_{Bench,i,t}) \times (r_{Bench,i,t} - R_{Bench,t}))^2 - \left( \sum_{t=1}^T ((w_{Ptf,i,t} - w_{Bench,i,t}) \times (r_{Bench,i,t} - R_{Bench,t})) \right)^2}{T(T-1)}} \times \sqrt{m}$$

La contribution au risque liée au choix d'allocation total consiste à calculer l'écart-type de la somme des contribution au choix d'allocation :

$$CR_{CA} = \sigma_{\sum_{i=1}^n (w_{Ptf,i} - w_{Bench,i}) \times (r_{Bench,i} - R_{Bench})}$$

## d) Tableau comparatif des attributions de performance et de risque

En comparant attribution de performance et attribution de risque

	Attribution de performance	Attribution de risque
Choix d'allocation par poche	$ca_i = (w_{Ptf,i} - w_{Bench,i}) \times (r_{Bench,i} - R_{Bench})$	$CR_{ca_i} = \sigma_{(w_{Ptf,i} - w_{Bench,i}) \times (r_{Bench,i} - R_{Bench})}$
Choix d'allocation total	$CA = \sum_{i=1}^n (w_{Ptf,i} - w_{Bench,i}) \times (r_{Bench,i} - R_{Bench})$	$CR_{CA} = \sigma_{\sum_{i=1}^n (w_{Ptf,i} - w_{Bench,i}) \times (r_{Bench,i} - R_{Bench})}$
Choix de valeur par poche	$cv_i = w_{Ptf,i} \times (r_{Ptf,i} - r_{Bench,i})$	$CR_{cv_i} = \sigma_{w_{Ptf,i} \times (r_{Ptf,i} - r_{Bench,i})}$
Choix de valeur total	$CV = \sum_{i=1}^n w_{Ptf,i} \times (r_{Ptf,i} - r_{Bench,i})$	$CR_{CV} = \sigma_{\sum_{i=1}^n w_{Ptf,i} \times (r_{Ptf,i} - r_{Bench,i})}$
Total par poche	$ca_i + cv_i$	$CR_{ca_i + cv_i} = \sigma_{ca_i + cv_i}$
Total	$R_{Ptf} - R_{Bench}$	$TE_{R_{Ptf} - R_{Bench}} = \sigma_{R_{Ptf} - R_{Bench}}$

## 2.2. Application

Pour application, l'utilisation du fonds diversifié en données hebdomadaires sur 2006 donne le résultat suivant :

	Actions France	Actions Internatio.	Obligations Euro	Monétaire	Dispo-nibilités	Total
Choix Allocation	0,31%	0,08%	0,65%	0,75%	0,04%	0,62%
Choix Valeur	1,69%	0,65%	0,31%	0,00%	0,02%	2,17%
Total	1,73%	0,64%	0,78%	0,75%	0,04%	2,37%

Le fait de prendre les performances pondérées par leurs poids dans le portefeuille et le benchmark a plusieurs impacts :

- Des contributions au risque liées au choix d'allocation ressortent par poche
- Les valeurs sont plus homogènes et significatives car le risque dépend aussi de la pondération
- Les contributions au risque de la poche disponibilités sont plus conformes aux attentes

## 2.3. Avantages / inconvénients

Cette méthode a bien plus d'avantages que la précédente :

- Les attributions de performances et de risque sont parallélisables car il y a autant de valeurs (y compris côté choix d'allocation) pour les deux
- Elles sont facilement comparables car on mesure les mêmes grandeurs (via une différence pour l'attribution de performance et un écart-type de la même différence pour l'attribution de risque)
- Les valeurs obtenues (sur l'exemple) sont assez homogènes et la tracking error globale est du même ordre de grandeur que la somme des contributions au risque

Néanmoins, si la somme des contributions au risque est comparable (au moins sur l'exemple) au risque global, l'écart n'est pas négligeable et peut même être très important. L'idée est donc de voir dans quelle mesure une autre méthode pourrait nous permettre d'avoir un écart plus faible.

## 3. ATTRIBUTION DE RISQUE PAR MESURE SUR TERMES PRINCIPAUX D'ATTRIBUTION DE PERFORMANCE

### 3.1. Principe

#### a) Principe général

Le point le plus gênant de la méthode précédente était d'avoir encore un écart trop fort entre le risque global et la somme de sa décomposition.

Pour décomposer la tracking error, l'idée est de passer par la variance qui peut être facilement éclatée en plusieurs termes.

La décomposition de la variance, ou tracking error au carré donne :

$$TE^2 = \sigma_{R_{Ptf} - R_{Bench}}^2 = Var(R_{Ptf} - R_{Bench}) = Var\left(\sum_{i=1}^n (ca_i + cv_i)\right) = Cov\left(\sum_{i=1}^n (ca_i + cv_i), \sum_{j=1}^n (ca_j + cv_j)\right)$$

$$= \sum_i Var(ca_i) + \sum_i Var(cv_i) + \sum_{i,j,i \neq j} Cov(ca_i, ca_j) + \sum_{i,j,i \neq j} Cov(cv_i, cv_j) + 2 \times \sum_{i,j} Cov(ca_i, cv_j)$$

$$TE^2 = \sum_i \sigma_{ca_i}^2 + \sum_i \sigma_{cv_i}^2 + \sum_{i,j,i \neq j} Cov(ca_i, ca_j) + \sum_{i,j,i \neq j} Cov(cv_i, cv_j) + 2 \times \sum_{i,j} Cov(ca_i, cv_j)$$

Le terme d'annualisation  $m$  ou  $\sqrt{m}$  a été volontairement oublié pour alléger les notations

L'égalité plus ou moins respectée entre risque global et risque de chaque terme d'attribution de performance dépend des covariances, et donc notamment des corrélations entre ces termes.

Intuitivement, les corrélations au niveau choix d'allocation ne semblent pas négligeables : en effet, la décision de surpondérer un marché à mécaniquement pour impact de souspondérer (globalement) les autres marchés. Pour cette raison, le choix d'allocation est parfois présenté qu'au global, la vision poche par poche n'ayant pas ou peu de sens. Par ailleurs, les décisions (choix d'allocation) étant souvent prises au niveau global par un même groupe, il n'est pas nécessairement pénalisant de considérer le choix d'allocation uniquement au niveau global.

En regroupant les termes liés au choix d'allocation, la décomposition devient :

$$TE^2 = Var\left(CA + \sum_i cv_i\right) = \sigma_{CA}^2 + \sum_i \sigma_{cv_i}^2 + 2 * \sum_i Cov(CA, cv_i) + \sum_{i,j,i \neq j} Cov(cv_i, cv_j)$$

Cette décomposition est celle retenue.

Le choix d'allocation dépendant d'un comité d'allocataire et les choix de valeur de stock pickeurs différents, les corrélations entre ces différents éléments semblent faibles.

L'idée sera de voir dans quelle mesure :

$$TE^2 = \sigma_{CA}^2 + \sum_i \sigma_{cv_i}^2 + \Delta \text{ avec } \Delta = 2 * \sum_i Cov(CA, cv_i) + \sum_{i,j,i \neq j} Cov(cv_i, cv_j) \text{ faible.}$$

## b) Contribution au risque liée au choix de valeur

La contribution au risque liée au choix de valeur se calculerait au niveau de chaque poche comme précédemment :

$$CR_{cv_i} = \sigma_{w_{Ptf,i} \times (r_{Ptf,i} - r_{Bench,i})} = \sqrt{\frac{T \sum_{t=1}^T (w_{Ptf,i,t} \times (r_{Ptf,i,t} - r_{Bench,i,t}))^2 - \left(\sum_{t=1}^T (w_{Ptf,i,t} \times (r_{Ptf,i,t} - r_{Bench,i,t}))\right)^2}{T(T-1)}} \times \sqrt{m}$$

## c) Contribution au risque liée au choix d'allocation

La contribution au risque liée au choix d'allocation consiste à calculer l'écart-type de choix d'allocation global :

$$CR_{CA} = \sigma_{CA} = \sqrt{\frac{T \sum_{t=1}^T CA_t^2 - \left( \sum_{t=1}^T CA_t \right)^2}{T(T-1)}} \times \sqrt{m}$$

Avec  $CA_t$  un élément de l'échantillon d'observation des choix d'allocation globaux

$$CA_t = \sum_{i=1}^n (w_{Ptf,i,t} - w_{Bench,i,t}) \times (r_{Bench,i,t} - R_{Bench,t})$$

$$\text{(qu'on peut aussi écrire } CA_t = \sum_{i=1}^n (w_{Ptf,i,t} - w_{Bench,i,t}) \times r_{Bench,i,t} \text{)}$$

La contribution au risque au niveau de chaque poche n'est pas calculée.

### d) Tableau comparatif des attributions de performance et de risque

En comparant attribution de performance et attribution de risque

	Attribution de performance	Attribution de risque
Choix d'allocation total	$CA = \sum_{i=1}^n (w_{Ptf,i} - w_{Bench,i}) \times (r_{Bench,i} - R_{Bench})$	$CR_{CA} = \sigma_{\sum_{i=1}^n (w_{Ptf,i} - w_{Bench,i}) \times (r_{Bench,i} - R_{Bench})}$
Choix de valeur par poche	$cv_i = w_{Ptf,i} \times (r_{Ptf,i} - r_{Bench,i})$	$CR_{cv} = \sigma_{w_{Ptf,i} \times (r_{Ptf,i} - r_{Bench,i})}$
Total	$R_{Ptf} - R_{Bench}$	$TE_{R_{Ptf} - R_{Bench}} = \sigma_{R_{Ptf} - R_{Bench}}$

## 3.2. Application

A partir du fonds diversifié, les calculs donnent le résultat suivant :

	Ecart-type	Variance
Choix Allocation	<b>0,62%</b>	<b>0,00%</b>
Choix Valeur		
Actions France	<b>1,69%</b>	<b>0,03%</b>
Actions Internationales	<b>0,65%</b>	<b>0,00%</b>
Obligations Euro	<b>0,31%</b>	<b>0,00%</b>
Monétaire	<b>0,00%</b>	<b>0,00%</b>
Disponibilités	<b>0,02%</b>	<b>0,00%</b>
Total (base variances)	<b>1,94%</b>	<b>0,04%</b>
Total (TE)	<b>2,37%</b>	
Ecart dû à corrélation	<b>0,43%</b>	

Avec « Total (base variances) » qui est la racine carrée de la somme des variances de chaque contribution (soit  $\sqrt{\sigma_{CA}^2 + \sum_i \sigma_{cv_i}^2}$ ) et « Total (Tracking Error) » la tracking error du fonds par rapport à son benchmark.

Le calcul a été effectué sur le fonds sectoriel (données quotidiennes 2006) :

	Ecart-type	Variance
Choix d'allocation	<b>0,28%</b>	<b>0,00%</b>
Choix de Valeur		
BSC	<b>0,48%</b>	<b>0,00%</b>
CSV	<b>0,46%</b>	<b>0,00%</b>
CGO	<b>0,73%</b>	<b>0,01%</b>
OGA	<b>0,18%</b>	<b>0,00%</b>
FIN	<b>1,98%</b>	<b>0,04%</b>
HCR	<b>0,20%</b>	<b>0,00%</b>
IDU	<b>0,62%</b>	<b>0,00%</b>
TEC	<b>0,15%</b>	<b>0,00%</b>
TLS	<b>0,11%</b>	<b>0,00%</b>
UTI	<b>0,19%</b>	<b>0,00%</b>
Disponibilités	<b>0,01%</b>	<b>0,00%</b>
Total (base Variance)	<b>2,35%</b>	<b>0,06%</b>
Total (Tracking Error)	<b>3,91%</b>	
Ecart dû aux corrélations	<b>1,57%</b>	

L'écart dû aux corrélations est significatif ; la relation  $TE^2 = \sigma_{CA}^2 + \sum_i \sigma_{cv_i}^2$  n'est pas du tout respectée.

### 3.3. Avantages / inconvénients

Même si intuitivement, les choix de valeur et d'allocation semblent décorrélés, les applications numériques montrent qu'il peut y avoir des covariances et des corrélations importantes entre les termes.

Le terme  $\Delta = 2 * \sum_i Cov(CA, cv_i) + \sum_{i,j,i \neq j} Cov(cv_i, cv_j)$  ne peut pas être négligé dans certains cas.

Pour le vérifier, les corrélations entre chaque terme de l'attribution de performance peuvent être calculées sur les 2 portefeuilles utilisés.

Sur le fonds diversifié, le calcul des corrélations donne le résultat suivant :

		CA	CV				
		Total	Actions France	Actions Inter.	Oblig. Euro	Monétaire	Dispo.
CA	Total	1,000	0,179	0,001	0,275	-0,012	0,179
CV	Actions France	0,179	1,000	0,499	0,210	-0,027	-0,125
	Actions Internationales	0,001	0,499	1,000	0,156	-0,008	-0,005
	Obligations Euro	0,275	0,210	0,156	1,000	-0,093	-0,093
	Monétaire	-0,012	-0,027	-0,008	-0,093	1,000	0,145
	Disponibilités	0,179	-0,125	-0,005	-0,093	0,145	1,000

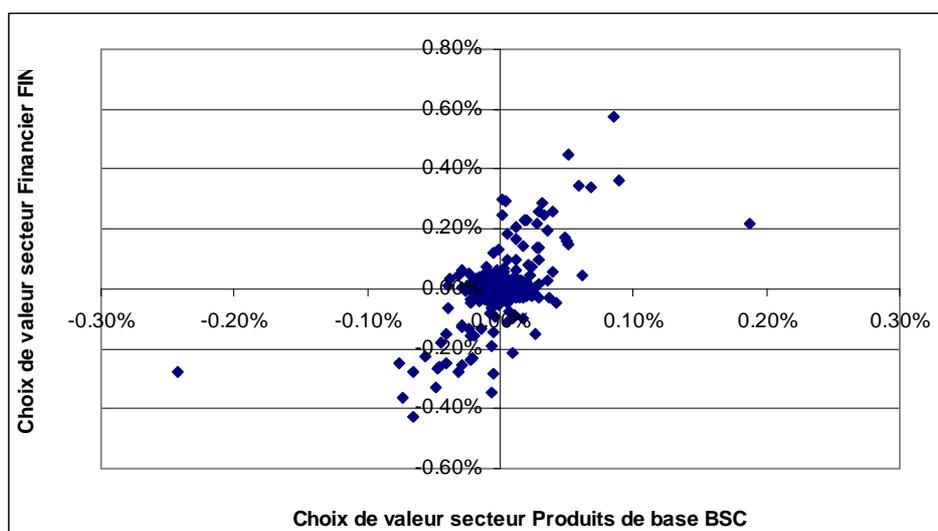
Les corrélations sont faibles entre les termes sauf entre choix de valeur sur les poches actions où la corrélation est moyenne. Intuitivement, cela peut s'expliquer par le fait que les marchés actions étant corrélés entre eux (86% sur 2006), les choix effectués sur chaque marché par 2 gérants (parfois le même gérant) seront corrélés (par exemple, au même moment, le choix du même secteur économique dans les 2 poches peut être privilégié).

La covariance de x et y pouvant s'écrire  $Cov(x, y) = \rho_{xy} \times \sigma_x \times \sigma_y$ , elle est significative quand les corrélations sont importantes et proches de 1, et les écart-types sont forts. La corrélation entre choix de valeur actions France et internationales étant moyenne, les écart-types (contributions au risque) assez élevés, la covariance de ces 2 éléments est non négligeable dans la formule  $TE^2 = \sigma_{CA}^2 + \sum_i \sigma_{cv_i}^2 + \Delta$ .

Sur le fonds sectoriel, les corrélations calculées entre composantes de l'attribution de risque sont quelques fois encore plus fortes :

		CA	CV										
		Total	BSC	CSV	CGO	OGA	FIN	HCR	IDU	TEC	TLS	UTI	Dispo.
CA	Total	<b>1</b>	0,091	0,115	0,164	-0,068	0,107	-0,001	0,156	0,057	-0,013	-0,178	-0,243
CV	BSC	0,091	<b>1</b>	0,518	0,611	0,271	<b>0,624</b>	0,042	0,628	-0,099	-0,033	0,001	0,266
	CSV	0,115	0,518	<b>1</b>	0,703	0,16	<b>0,765</b>	0,048	0,656	-0,142	-0,009	0,096	0,052
	CGO	0,164	0,611	0,703	<b>1</b>	0,135	<b>0,816</b>	0,122	0,725	-0,095	-0,031	0,041	0,005
	OGA	-0,068	0,271	0,16	0,135	<b>1</b>	0,085	0,098	0,12	0,069	0,073	0,078	0,289
	FIN	0,107	0,624	<b>0,765</b>	<b>0,816</b>	0,085	<b>1</b>	0,091	0,743	-0,14	-0,103	0,112	0,045
	HCR	-0,001	0,042	0,048	0,122	0,098	0,091	<b>1</b>	-0,027	-0,094	0,124	0,076	-0,057
	IDU	0,156	0,628	0,656	0,725	0,12	0,743	-0,027	<b>1</b>	-0,123	-0,06	0,089	0,13
	TEC	0,057	-0,099	-0,142	-0,095	0,069	-0,14	-0,094	-0,123	<b>1</b>	0,135	-0,177	0,053
	TLS	-0,013	-0,033	-0,009	-0,031	0,073	-0,103	0,124	-0,06	0,135	<b>1</b>	-0,081	0,082
	UTI	-0,178	0,001	0,096	0,041	0,078	0,112	0,076	0,089	-0,177	-0,081	<b>1</b>	0,057
	Dispo.	-0,243	0,266	0,052	0,005	0,289	0,045	-0,057	0,13	0,053	0,082	0,057	<b>1</b>

A partir de l'ensemble des observations de choix de valeur calculés sur le secteur financier et le secteur produits de base, le graphique suivant peut être construit, matérialisant la corrélation entre ces deux séries de données :



Les choix de valeur entre différents secteurs semblent donc bien pouvoir être corrélés. Or si sur 2 poches actions de 2 zones géographiques (fonds diversifié), il était possible d'imaginer que cette corrélation pouvait venir du fait de privilégier 1 secteur donné dans les 2 poches (en supposant que ces secteurs étaient eux-mêmes corrélés), d'autres explications sont à trouver sur le fonds sectoriel.

Les corrélations fortes entre les choix de valeur semblent provenir de corrélations fortes entre les surperformances sur certains secteurs.

En vision ex-ante (poids constants) voir sur un portefeuille dont les pondérations sur chaque poche sont globalement constantes (ce qui peut être le cas pour une gestion très benchmarkée avec un indice recalculé à poches constantes), la corrélation entre les choix de valeur de 2 poches i et j peut être écrite :

$$\rho_{cv_i, cv_j} = \frac{Cov(cv_i, cv_j)}{\sigma_{cv_i} \times \sigma_{cv_j}} = \frac{Cov(w_{Ptf,i}(r_{Ptf,i} - r_{Bench,i}), w_{Ptf,j}(r_{Ptf,j} - r_{Bench,j}))}{\sigma_{w_{Ptf,i}(r_{Ptf,i} - r_{Bench,i})} \times \sigma_{w_{Ptf,j}(r_{Ptf,j} - r_{Bench,j})}}$$

$$= \frac{w_{Ptf,i} \times w_{Ptf,j} \times Cov(r_{Ptf,i} - r_{Bench,i}, r_{Ptf,j} - r_{Bench,j})}{|w_{Ptf,i}| \times |w_{Ptf,j}| \times \sigma_{r_{Ptf,i} - r_{Bench,i}} \times \sigma_{r_{Ptf,j} - r_{Bench,j}}} = \frac{Cov(r_{Ptf,i} - r_{Bench,i}, r_{Ptf,j} - r_{Bench,j})}{\sigma_{r_{Ptf,i} - r_{Bench,i}} \times \sigma_{r_{Ptf,j} - r_{Bench,j}}} = \rho_{r_{Ptf,i} - r_{Bench,i}, r_{Ptf,j} - r_{Bench,j}}$$

Les corrélations entre choix de valeur et corrélations entre surperformances sont identiques lorsque les poids dans chaque poche sont constants. Si ce cas reste fictif et que la stabilité des poids sur certains secteurs du fonds semble discutable, il apparaît bien que là où il y avait une corrélation forte entre choix de valeur, il y a également corrélation forte entre surperformance :

	BSC	CSV	CGO	OGA	FIN	HCR	IDU	TEC	TLS	UTI	Dispo.
BSC	1	0,522	0,619	0,255	0,644	0,043	0,637	-0,096	-0,035	-0,002	0,175
CSV	0,522	1	0,701	0,17	0,769	0,046	0,658	-0,129	-0,017	0,099	0,063
CGO	0,619	0,701	1	0,135	0,819	0,114	0,728	-0,09	-0,034	0,043	0,026
OGA	0,255	0,17	0,135	1	0,091	0,068	0,114	0,045	0,054	0,087	0,236
FIN	0,644	0,769	0,819	0,091	1	0,088	0,754	-0,125	-0,105	0,108	0,048
HCR	0,043	0,046	0,114	0,068	0,088	1	-0,022	-0,093	0,127	0,077	-0,013
IDU	0,637	0,658	0,728	0,114	0,754	-0,022	1	-0,116	-0,063	0,083	0,14
TEC	-0,096	-0,129	-0,09	0,045	-0,125	-0,093	-0,116	1	0,119	-0,169	0,052
TLS	-0,035	-0,017	-0,034	0,054	-0,105	0,127	-0,063	0,119	1	-0,075	0,058
UTI	-0,002	0,099	0,043	0,087	0,108	0,077	0,083	-0,169	-0,075	1	0,107
Dispo.	0,175	0,063	0,026	0,236	0,048	-0,013	0,14	0,052	0,058	0,107	1

Le même ordre de grandeur entre corrélation de surperformance et choix de valeur se retrouve sur la majorité des éléments du tableau (les valeurs élevées comme les plus faibles).

Sur le fonds diversifié, mêmes conclusions : les mêmes niveaux de corrélations entre surperformance et choix de valeur se retrouvent sur la majorité des éléments du tableau, en particulier sur les valeurs les plus élevées :

	Actions France	Actions Internatio.	Obligations Euro	Monétaire	Disponibilités
Actions France	1,000	0,517	0,233	-0,018	0,199
Actions Internationales	0,517	1,000	0,177	0,040	0,241
Obligations Euro	0,233	0,177	1,000	-0,120	-0,015
Monétaire	-0,018	0,040	-0,120	1,000	0,010
Disponibilités	0,199	0,241	-0,015	0,010	1,000

Les corrélations entre les surperformances de chaque poche peuvent être fortes. Cela semble étonnant de prime abord car il n'y a pas de raison que des décisions de gestion prises sur deux poches, conduisant à ces écarts de performance, soient corrélées.

En fait, d'un point de vue purement calculatoire, il n'est pas étonnant qu'il y ait parfois une corrélation moyenne à forte entre surperformance de deux poches (qui sont simplement des différences entre 2 séries de données) et notamment quand il y a corrélation entre les performances de ces poches (i.e. séries de données). Or, les corrélations entre poches actions du fonds diversifié et de son benchmark sont manifestes :

		Portefeuille		Benchmark	
		Actions France	Actions Internatio.	Actions France	Actions Internatio.
Portefeuille	Actions France	1,000	0,774	0,950	0,834
	Actions Internationales	0,774	1,000	0,686	0,658
Benchmark	Actions France	0,950	0,686	1,000	0,861
	Actions Internationales	0,834	0,658	0,861	1,000

Sur le fonds sectoriel, il est facilement vérifiable que là où il y a corrélation entre surperformance, il y a également corrélation entre performance.

Il peut donc y avoir une corrélation entre surperformance et choix de valeur, sans que les décisions de gestion qui ont amené ces choix, soient directement liées.

Enfin, plus intuitivement, si les décisions de gestion ne sont pas corrélées à première vue entre elles, elles peuvent l'être à un même phénomène et donc bien entre elles. Par exemple, le choix de surpondérer un secteur dans deux poches du fonds diversifié, fait que leurs performances ramenées à celles du benchmark sont corrélées à l'évolution du secteur et donc entre elles. Un raisonnement similaire peut être appliqué au fonds sectoriel.

En conclusion, cette méthode semble difficilement applicable : l'exemple montre que les interactions entre choix de valeur de chaque poche sont trop significatives pour pouvoir être négligées.

Par ailleurs, tel que, l'égalité pure entre risque global et somme des termes du risque décomposé ne serait toujours pas établie.

Une des solutions serait peut-être d'assumer les termes résiduels dûs aux effets interaction comme c'est parfois fait au niveau de l'attribution de performance où le choix d'afficher l'effet interaction entre choix d'allocation et effet sélection est parfois fait.

## 4. ATTRIBUTION DE RISQUE SUR BASE ECLATEMENT DE LA VARIANCE

### 4.1. Principe

#### a) Principe général

Comme pour la méthode précédente, pour décomposer la tracking error, l'idée est de passer par la variance et de la développer en plusieurs termes.

La décomposition de la variance, ou tracking error au carré donne :

$$TE^2 = \sum_i \sigma_{ca_i}^2 + \sum_i \sigma_{cv_i}^2 + \sum_{i,j,i \neq j} Cov(ca_i, ca_j) + \sum_{i,j,i \neq j} Cov(cv_i, cv_j) + 2 \times \sum_{i,j} Cov(ca_i, cv_j)$$

(le terme d'annualisation  $m$  ou  $\sqrt{m}$  a été volontairement oublié pour alléger les notations)

Trois facteurs peuvent être retenus :

Le terme (1) représente la part de risque relatif engendré par les choix d'allocation (effet allocation et interaction) :

$$(1) \sum_i \sigma_{ca_i}^2 + \sum_{i,j,i \neq j} Cov(ca_i, ca_j)$$

Le terme (2) représente la contribution à la variance des choix de valeur (effet sélection et interaction) :

$$(2) \sum_i \sigma_{cv_i}^2 + \sum_{i,j,i \neq j} Cov(cv_i, cv_j)$$

Le terme (3) reprend les éléments croisés entre effet d'allocation et effet sélection :

$$(3) 2 \times \sum_{i,j} Cov(ca_i, cv_j)$$

De la même manière que pour certaines méthodologies de décomposition de la surperformance, un terme interaction apparaît dans la décomposition de la tracking error. Néanmoins l'interaction (3) déterminée dans la tracking error (variance) ne correspond pas au risque lié à l'effet interaction résultant de la décomposition de la performance relative. Si l'effet interaction était introduit dans la surperformance, d'autres contributions à la tracking error en résulteraient.

A partir des 3 facteurs ainsi déterminés, une décomposition de la variance est obtenue. Prendre directement la racine carrée des facteurs pose deux problèmes : leur somme n'est pas égale à la tracking error ; plus important, la racine carrée ne pourrait pas toujours être déterminée car les facteurs peuvent être négatifs (comme peut l'être une covariance). Dès lors, l'idée est plutôt de déterminer les contributions à la variance de chacun des termes en la ramenant à la variance totale de la surperformance, et de l'appliquer à la tracking error

totale. Ceci revient à multiplier les contributions à la variance par  $\frac{1}{Var(R_{Pff} - R_{Bench})}$  puis à

leur appliquer la tracking error TE, ce qui revient, sachant que  $Var(R_{Pff} - R_{Bench}) = TE^2$ , à

multiplier les termes par  $\frac{1}{TE}$ .

## b) Contribution au risque liée au choix d'allocation

La contribution totale à la variance liée au choix d'allocation (1) peut s'écrire :

$$\sum_i \sigma_{ca_i}^2 + \sum_{i,j,i \neq j} Cov(ca_i, ca_j) = \sum_i \left( \sigma_{ca_i}^2 + \sum_{j,j \neq i} Cov(ca_i, ca_j) \right) = \sum_i Cov \left( ca_i, \sum_j ca_j \right) = \sum_i Cov(ca_i, CA)$$

Soit une contribution totale à la tracking error :  $\frac{1}{TE} \sum_i Cov(ca_i, CA)$  qui peut encore être

simplifiée sous la forme  $CR_{CA} = \frac{Var(CA)}{TE}$  ou  $CR_{CA} = \frac{\sigma_{CA}^2}{TE}$

La contribution au risque liée au choix d'allocation se calculerait au niveau de chaque poche comme suit :

$$CR_{ca_i} = \frac{1}{TE} \times Cov(ca_i, CA) = \frac{\sum_{t=1}^T (ca_{i,t} - \overline{ca_i}) \times (CA_t - \overline{CA})}{T-1} \times m \quad \text{où} \quad \overline{ca_i} = \frac{\sum_{t=1}^T ca_{i,t}}{T} \quad \text{et} \quad \overline{CA} = \frac{\sum_{t=1}^T CA_t}{T}$$

Avec  $ca_{i,t}$  la distribution des choix d'allocation  $ca_{i,t} = (w_{Ptf,i,t} - w_{Bench,i,t}) \times (r_{Bench,i,t} - R_{Bench,t})$

### c) Contribution au risque liée au choix de valeur

De la même manière que pour le choix d'allocation, la contribution totale à la variance liée au choix de valeur (2) peut s'écrire :

$$\sum_i \sigma_{cv_i}^2 + \sum_{i,j,i \neq j} Cov(cv_i, cv_j) = \sum_i Cov(cv_i, CV)$$

Ce qui correspond à une contribution totale à la tracking error :  $\frac{1}{TE} \sum_i Cov(cv_i, CV)$

Soit également  $CR_{CV} = \frac{\sigma_{CV}^2}{TE}$

Dès lors, la contribution au risque liée au choix de valeur de chaque poche devient :

$$CR_{cv_i} = \frac{1}{TE} \times Cov(cv_i, CV) = \frac{\sum_{t=1}^T (cv_{i,t} - \overline{cv_i}) \times (CV_t - \overline{CV})}{T-1} \times m$$

où  $cv_{i,t} = w_{Ptf,i,t} \times (r_{Ptf,i,t} - r_{Bench,i,t})$ ,  $CV_t = \sum_{i=1}^n cv_{i,t}$  et,  $\overline{CV}$  et  $\overline{cv_i}$  représentent les moyennes des valeurs historiques.

### d) Effet interaction

Dans cette méthode de décomposition du risque, un élément croisé (3) entre effet d'allocation et effet sélection vient s'ajouter aux contributions liées au choix de valeur et au choix d'allocation :  $2 \times \sum_{i,j} Cov(ca_i, cv_j)$ .

Ce terme est plus difficile à interpréter car il représente les liens entre choix d'allocation et choix de valeur. L'éclater par poche ne semble pas présenter d'intérêt. Il sera déterminé au global. Ce qui donne, en terme de contribution totale à la tracking error :

$$CR_{Inter} = \frac{1}{TE} \times 2 \times \sum_{i,j} Cov(ca_i, cv_j) = 2 \times \frac{1}{TE} \times \sum_i Cov(ca_i, CV) = 2 \times \frac{Cov(CA, CV)}{TE}$$

### e) Tableau comparatif des attributions de performance et de risque

En comparant attribution de performance et attribution de risque

	Attribution de performance	Attribution de risque
Choix d'allocation par poche	$ca_i = (w_{Ptf,i} - w_{Bench,i}) \times (r_{Bench,i} - R_{Bench})$	$CR_{ca_i} = \frac{1}{TE} \times Cov(ca_i, CA)$
Choix d'allocation total	$CA = \sum_{i=1}^n (w_{Ptf,i} - w_{Bench,i}) \times (r_{Bench,i} - R_{Bench})$	$CR_{CA} = \frac{\sigma_{CA}^2}{TE}$
Choix de valeur par poche	$cv_i = w_{Ptf,i} \times (r_{Ptf,i} - r_{Bench,i})$	$CR_{cv_i} = \frac{1}{TE} \times Cov(cv_i, CV)$
Choix de valeur total	$CV = \sum_{i=1}^n w_{Ptf,i} \times (r_{Ptf,i} - r_{Bench,i})$	$CR_{CV} = \frac{\sigma_{CV}^2}{TE}$
Interaction	-	$CR_{Inter} = 2 \times \frac{Cov(CA, CV)}{TE}$
Total	$R_{Ptf} - R_{Bench}$	$TE_{R_{Ptf} - R_{Bench}} = \sigma_{R_{Ptf} - R_{Bench}}$

## 4.2. Application

A partir du fonds diversifié, en présentant la décomposition de la variance et celle de la tracking error, les calculs donnent :

	Variance	Répartition	Ecart-type
Choix Allocation	<b>0,00%</b>	<b>6,87%</b>	<b>0,16%</b>
Actions France	<b>0,00%</b>	<b>3,05%</b>	<b>0,07%</b>
Actions Internationales	<b>0,00%</b>	<b>0,29%</b>	<b>0,01%</b>
Obligations Euro	<b>0,00%</b>	<b>-2,73%</b>	<b>-0,06%</b>
Monétaire	<b>0,00%</b>	<b>6,15%</b>	<b>0,15%</b>
Disponibilités	<b>0,00%</b>	<b>0,12%</b>	<b>0,00%</b>
Choix Titre	<b>0,05%</b>	<b>84,43%</b>	<b>2,00%</b>
Actions France	<b>0,03%</b>	<b>62,42%</b>	<b>1,48%</b>
Actions Internationales	<b>0,01%</b>	<b>17,81%</b>	<b>0,42%</b>
Obligations Euro	<b>0,00%</b>	<b>4,29%</b>	<b>0,10%</b>
Monétaire	<b>0,00%</b>	<b>0,00%</b>	<b>0,00%</b>
Disponibilités	<b>0,00%</b>	<b>-0,08%</b>	<b>0,00%</b>
Interaction	<b>0,00%</b>	<b>8,70%</b>	<b>0,21%</b>
Total	<b>0,06%</b>	<b>100,00%</b>	<b>2,37%</b>

Cette présentation commence à être très intéressante : la décomposition de la tracking error est complètement représentée.

Pour le fonds sectoriel :

	Variance	Répartition	Ecart-type
Choix Marché	0,00%	0,50%	0,02%
BSC	0,00%	0,01%	0,00%
CSV	0,00%	0,03%	0,00%
CGO	0,00%	0,03%	0,00%
OGA	0,00%	0,06%	0,00%
FIN	0,00%	0,08%	0,00%
HCR	0,00%	0,01%	0,00%
IDU	0,00%	0,03%	0,00%
TEC	0,00%	0,08%	0,00%
TLS	0,00%	0,01%	0,00%
UTI	0,00%	0,04%	0,00%
Disponibilités	0,00%	0,13%	0,00%
Choix Titre	0,15%	97,75%	3,83%
BSC	0,01%	8,80%	0,34%
CSV	0,01%	9,56%	0,37%
CGO	0,03%	16,49%	0,65%
OGA	0,00%	0,94%	0,04%
FIN	0,07%	48,01%	1,88%
HCR	0,00%	0,68%	0,03%
IDU	0,02%	13,07%	0,51%
TEC	0,00%	-0,40%	-0,02%
TLS	0,00%	-0,09%	0,00%
UTI	0,00%	0,68%	0,03%
Disponibilités	0,00%	0,02%	0,00%
Interactions	0,00%	1,75%	0,07%
Total	0,15%	100,00%	3,91%

Sur les deux fonds, l'effet interaction reste faible. Depuis ce sont les contributions au risque des choix de valeur qui pèsent le plus dans la tracking error.

### 4.3. Avantages / inconvénients

Par rapport à la méthode du paragraphe précédent, deux évolutions ont été apportées :

- Les covariances croisées entre choix de valeur des poches de l'attribution de performance, ont été intégrées dans la contribution au risque liée au choix de valeur. Le seul élément résiduel (Interactions) est la covariance entre choix d'allocation et de valeur.
- Pour passer de la décomposition des variances à celle des tracking error, l'idée de ne plus prendre directement les racines carrées des éléments mais de les envisager en terme de proportion de la tracking error, a conduit à avoir des termes qui, additionnés donnent la tracking error du portefeuille.

Ces deux modifications amènent beaucoup dans la lisibilité de la décomposition du risque. De plus inclure l'effet interactions sur les choix d'allocation au niveau de chaque poche semble tout à fait explicable : le choix d'allocation, en plus du risque pur qu'il porte, à un impact direct (effet croisé / interaction) sur les autres choix d'allocation du fait de la somme des pondérations dans le fonds qui reste égale à 1. Les effets croisés liés à un choix de valeur dans une poche sur les autres choix de valeur s'expliquent moins intuitivement mais les regrouper avec la contribution au risque liée au choix de valeur a un sens en terme d'homogénéité.

Néanmoins, dans la décomposition du risque proposée, il subsiste un terme d'interaction qui reste difficile à présenter. Dans le cas où l'attribution de performance choisie serait celle introduisant une interaction entre choix de valeur et choix d'allocation, le terme d'interaction au niveau de l'attribution de risque serait encore plus problématique : il inclurait le risque lié à l'interaction de l'attribution de performance, mais également les effets croisés de cet interaction avec les choix de valeur et d'allocation, et enfin les interactions entre choix de valeur et d'allocation.

Pour cette raison, ne plus avoir d'effet interaction dans la décomposition du risque représenterait un avantage (au moins en terme de présentation).

## 5. ATTRIBUTION DE RISQUE EN UTILISANT LA COVARIANCE

### 5.1. Principe

#### a) Principe général

Pour l'instant, seule la dernière méthode proposée a permis d'obtenir une égalité entre risque global et ses contributions. Pour y arriver, l'idée était de partir de la variance plutôt que de l'écart-type, qui n'est pas décomposable facilement. La covariance a les mêmes propriétés que la variance en terme d'additivité. A partir de là, la tracking error peut être exprimée comme suit :

$$TE = \frac{TE^2}{TE} = \frac{Cov(\Delta R, \Delta R)}{TE} = \frac{Cov(\Delta R, \sum_i (ca_i + cv_i))}{TE} \text{ soit } TE = \sum_i \frac{Cov(\Delta R, ca_i)}{TE} + \frac{Cov(\Delta R, cv_i)}{TE}$$

L'avantage de cette décomposition, outre son additivité et son exactitude (la somme des termes est égale à la TE), est qu'elle peut être appliquée à tout type de décomposition de la surperformance  $\Delta R$  et donc à tout type d'attribution de performance.

Comme  $Cov(\Delta R, \alpha) = \rho_{\Delta R, \alpha} \times \sigma_{\Delta R} \times \sigma_{\alpha} = \rho_{\Delta R, \alpha} \times TE \times \sigma_{\alpha}$  la décomposition ci-dessus peut aussi s'écrire :

$$TE = \sum_i \rho_{\Delta R, ca_i} \times \sigma_{ca_i} + \rho_{\Delta R, cv_i} \times \sigma_{cv_i}$$

#### b) Contribution au risque liée au choix de valeur

La contribution au risque liée au choix de valeur se calcule en introduisant le terme de choix de valeur  $cv_i = w_{Pjf,i} \times (r_{Pjf,i} - r_{Bench,i})$  de l'attribution de performance dans la formule ci-dessus, à savoir :

$$CR_{cv_i} = \rho_{R_{Pjf,i} - R_{Bench,i}, cv_i} \times \sigma_{cv_i}$$

La contribution globale au risque liée au choix de valeur devient :

$$CR_{CV} = \rho_{R_{Pjf} - R_{Bench}, \sum_{i=1}^n cv_i} \times \sigma_{\sum_{i=1}^n cv_i}$$

### c) Contribution au risque liée au choix d'allocation

Le principe est le même pour le calcul de la contribution au risque liée au choix d'allocation : il suffit d'introduire le terme d'attribution de performance dans la covariance soit

$$ca_i = (w_{Ptf,i} - w_{Bench,i}) \times (r_{Bench,i} - R_{Bench})$$

La contribution au risque liée au choix d'allocation pour une poche donnée est :

$$CR_{ca_i} = \rho_{R_{Ptf} - R_{Bench}, ca_i} \times \sigma_{ca_i}$$

Au global :  $CR_{CA} = \rho_{R_{Ptf} - R_{Bench}, \sum_{i=1}^n ca_i} \times \sigma_{\sum_{i=1}^n ca_i}$

### d) Tableau comparatif des attributions de performance et de risque

	Attribution de performance	Attribution de risque
Choix d'allocation par poche	$ca_i = (w_{Ptf,i} - w_{Bench,i}) \times (r_{Bench,i} - R_{Bench})$	$CR_{ca_i} = \rho_{R_{Ptf} - R_{Bench}, ca_i} \times \sigma_{ca_i}$
Choix d'allocation total	$CA = \sum_{i=1}^n ca_i = \sum_{i=1}^n (w_{Ptf,i} - w_{Bench,i}) \times r_{Bench,i}$	$CR_{CA} = \rho_{R_{Ptf} - R_{Bench}, \sum_{i=1}^n ca_i} \times \sigma_{\sum_{i=1}^n ca_i}$
Choix de valeur par poche	$cv_i = w_{Ptf,i} \times (r_{Ptf,i} - r_{Bench,i})$	$CR_{cv_i} = \rho_{R_{Ptf} - R_{Bench}, cv_i} \times \sigma_{cv_i}$
Choix de valeur total	$CV = \sum_{i=1}^n cv_i = \sum_{i=1}^n w_{Ptf,i} \times (r_{Ptf,i} - r_{Bench,i})$	$CR_{CV} = \rho_{R_{Ptf} - R_{Bench}, \sum_{i=1}^n cv_i} \times \sigma_{\sum_{i=1}^n cv_i}$
Total	$R_{Ptf} - R_{Bench}$	$TE_{R_{Ptf} - R_{Bench}} = \sigma_{R_{Ptf} - R_{Bench}}$

## 5.2. Application

Sur le fonds diversifié, l'application de la méthode donne les résultats suivants :

	Actions France	Actions Internatio.	Obligations Euro	Monétaire	Disponibilités	Total
Choix Allocation	<b>0,08%</b>	<b>-0,02%</b>	<b>0,21%</b>	<b>0,00%</b>	<b>0,00%</b>	<b>0,27%</b>
Choix Valeur	<b>1,56%</b>	<b>0,42%</b>	<b>0,12%</b>	<b>0,00%</b>	<b>0,00%</b>	<b>2,10%</b>
Total	<b>1,63%</b>	<b>0,41%</b>	<b>0,33%</b>	<b>0,00%</b>	<b>0,00%</b>	<b>2,37%</b>

Sur le fonds sectoriel, les résultats sur 2006 sont les suivants :

	Choix Allocation	Choix Valeur	Total
BSC	-0,01%	0,35%	0,34%
CSV	-0,01%	0,38%	0,37%
CGO	-0,01%	0,65%	0,64%
OGA	0,01%	0,04%	0,05%
FIN	0,05%	1,89%	1,94%
HCR	0,01%	0,03%	0,04%
IDU	0,02%	0,52%	0,54%
TEC	0,07%	-0,02%	0,05%
TLS	-0,03%	0,00%	-0,03%
UTI	-0,05%	0,02%	-0,02%
Disponibilités	0,00%	0,00%	0,01%
Total	0,05%	3,86%	3,91%

La décomposition est exacte entre chacun des termes, pour obtenir le risque global sur une poche, le risque global lié au choix d'allocation ou au choix de valeur, ou encore le risque global toutes poches et tous choix confondus.

Sur le risque global, on retrouve la tracking error du portefeuille.

### 5.3. Avantages / inconvénients

Cette méthode est bien évidemment très séduisante car elle est parfaitement exacte en terme de décomposition, et elle peut s'appliquer à tout type d'attribution de performance.

Elle est directement liée à la précédente méthode : le terme d'interaction de la précédente méthode a été intégré dans les nouvelles contributions au choix d'allocation et de valeur.

Dans la méthode précédente :

$$TE = \frac{1}{TE} \sum_i Cov(ca_i, CA) + \frac{1}{TE} \sum_i Cov(cv_i, CV) + 2 \times \frac{Cov(CA, CV)}{TE}$$

Ce qui peut s'écrire

$$\begin{aligned} TE &= \frac{1}{TE} \sum_i Cov(ca_i, CA) + \frac{1}{TE} \sum_i Cov(cv_i, CV) + \frac{1}{TE} Cov(CA, CV) + \frac{1}{TE} Cov(CV, CA) \\ &= \frac{1}{TE} \sum_i Cov(ca_i, CA) + \frac{1}{TE} \sum_i Cov(ca_i, CV) + \frac{1}{TE} \sum_i Cov(cv_i, CV) + \frac{1}{TE} \sum_i Cov(cv_i, CA) \end{aligned}$$

$$\text{Soit } TE = \frac{1}{TE} \sum_i Cov(ca_i, CA + CV) + \frac{1}{TE} \sum_i Cov(cv_i, CA + CV)$$

$$\text{Ou encore } TE = \sum_i \frac{Cov(\Delta R, ca_i)}{TE} + \frac{Cov(\Delta R, cv_i)}{TE}$$

Sur cette méthode, il reste à pouvoir utiliser et interpréter la contribution au risque  $\rho_{\Delta R, \alpha} * \sigma_{\alpha}$  qui combine une corrélation par rapport à la surperformance et un écart-type.

## 6. SYNTHÈSE

Cinq méthodes d'attribution de risque sur la base de la tracking error ex-post ont été présentées. Les résultats obtenus en appliquant ces méthodes sur le fonds diversifié sont les suivants :

Méthode	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
Choix Allocation	<b>0,62%</b>	<b>0,62%</b>	<b>0,62%</b>	<b>0,16%</b>	<b>0,27%</b>
Actions France		<b>0,31%</b>		<b>0,07%</b>	<b>0,08%</b>
Actions Internationales		<b>0,08%</b>		<b>0,01%</b>	<b>-0,02%</b>
Obligations Euro		<b>0,65%</b>		<b>-0,06%</b>	<b>0,21%</b>
Monétaire		<b>0,75%</b>		<b>0,15%</b>	<b>0,00%</b>
Disponibilités		<b>0,04%</b>		<b>0,00%</b>	<b>0,00%</b>
Choix Valeur	<b>2,17%</b>	<b>2,17%</b>		<b>2,00%</b>	<b>2,10%</b>
Actions France	<b>5,13%</b>	<b>1,69%</b>	<b>1,69%</b>	<b>1,48%</b>	<b>1,56%</b>
Actions Internationales	<b>16,05%</b>	<b>0,65%</b>	<b>0,65%</b>	<b>0,42%</b>	<b>0,42%</b>
Obligations Euro	<b>0,66%</b>	<b>0,31%</b>	<b>0,31%</b>	<b>0,10%</b>	<b>0,12%</b>
Monétaire	<b>0,02%</b>	<b>0,00%</b>	<b>0,00%</b>	<b>0,00%</b>	<b>0,00%</b>
Disponibilités	<b>49,10%</b>	<b>0,02%</b>	<b>0,02%</b>	<b>0,00%</b>	<b>0,00%</b>
Interactions			<b>0,43%</b>	<b>0,21%</b>	
Total	<b>2,37%</b>	<b>2,37%</b>	<b>2,37%</b>	<b>2,37%</b>	<b>2,37%</b>

La 1<sup>ère</sup> méthode est rejetée d'emblée car ne pouvant déboucher à des contributions aux choix d'allocation par poche et surtout, n'intégrant pas les poids dans ses calculs.

La 2<sup>ème</sup> méthode représente le risque lié à chaque choix d'allocation ou de sélection. C'est le risque pur lié à ces choix. Or un choix sur une poche a des impacts sur les autres poches. Ces interactions ne peuvent être éludées et doivent donc être intégrées à la méthode. Par ailleurs, la décomposition n'est pas exacte (la somme des termes est différente de la tracking error du portefeuille).

La 3<sup>ème</sup> méthode est une tentative de simplification de la 2<sup>ème</sup> méthode pour arriver à une décomposition qui sommée, se rapproche de la tracking error du portefeuille. Néanmoins elle a plusieurs inconvénients : l'information des contributions au choix d'allocation est perdue ; la somme des contributions ne permet pas d'obtenir la tracking error globale ; l'effet interaction qui en découle, n'est pas forcément négligeable.

Ce sont bien les 4<sup>ème</sup> et 5<sup>ème</sup> formulations de l'attribution de risque qui sont les plus séduisantes, en particulier pour la décomposition exacte de leurs composantes. La 4<sup>ème</sup> méthode a le désavantage de présenter un terme d'interaction ce qui fait que la dernière méthode reste la plus intéressante et sera pour cette raison approfondie.



# **CHAPITRE 5 : ETUDE DE L'ATTRIBUTION DE RISQUE RETENUE**

# 1. APPROFONDISSEMENT DES TERMES

## 1.1. Contribution au risque

La contribution au risque s'écrit  $\rho_{\Delta R, \alpha} \times \sigma_{\alpha}$ , avec  $\alpha$  la contribution à la performance considérée.

Il dépend donc de 2 éléments :

- La corrélation de la contribution à la performance, à la surperformance globale
- L'écart-type, donc le risque pur, sur la contribution à la performance

Autrement formulé, la contribution au risque sur une poche donnée dépend d'une part du risque lié aux choix sur cette poche, d'autre part de la corrélation des choix effectués avec la tendance générale (c'est-à-dire la performance globale relative).

On augmente donc le risque global en faisant des choix, au niveau poche, conformes à la tendance générale ; on le diminue en faisant des choix contraires !

Par rapport à l'écart-type : la contribution augmente, indépendamment du terme  $\rho_{\Delta R, \alpha}$ , si la contribution à la performance s'écarte de sa moyenne, et encore plus si l'écart est aléatoire.

## 1.2. Contribution au risque liée au choix de valeur

Pour une poche donnée, la contribution est obtenue avec la formule suivante :  $\rho_{\Delta R, \alpha} \times \sigma_{\alpha}$

En considérant la contribution à la performance pour le choix de valeur comme étant  $\alpha = w_{Ptf, i} \times (r_{Ptf, i} - r_{Bench, i})$ , on obtient une contribution au risque qui s'écrit :

$$CR_{CV_i} = \rho_{R_{Ptf} - R_{Bench}, w_{Ptf, i} \times (r_{Ptf, i} - r_{Bench, i})} * \sigma_{w_{Ptf, i} \times (r_{Ptf, i} - r_{Bench, i})}$$

Indépendamment de la corrélation, si le poids du portefeuille sur la poche ou la surperformance de la poche s'écarte de la moyenne (en augmentant par exemple) le terme va augmenter. En faisant beaucoup d'arbitrage sur le poids du portefeuille, et en s'écartant dans un sens et un autre du poids moyen, la contribution va s'accroître. Inversement une gestion avec rebalancement régulier sur un poids constant, va diminuer le risque (indépendamment de la surperformance de la poche).

Supposons que le poids du portefeuille reste constant (ce qui n'est pas aberrant dans le cas d'une gestion benchmarkée avec un indice régulièrement rebalancé) :

$$\rho_{R_{Ptf} - R_{Bench}, w_{Ptf, i} \times (r_{Ptf, i} - r_{Bench, i})} = \frac{\sigma_{R_{Ptf} - R_{Bench}, w_{Ptf, i} \times (r_{Ptf, i} - r_{Bench, i})}}{\sigma_{R_{Ptf} - R_{Bench}} \sigma_{w_{Ptf, i} \times (r_{Ptf, i} - r_{Bench, i})}} = \frac{w_{Ptf, i} \times \sigma_{R_{Ptf} - R_{Bench}, r_{Ptf, i} - r_{Bench, i}}}{\sigma_{R_{Ptf} - R_{Bench}} \times |w_{Ptf, i}| \times \sigma_{r_{Ptf, i} - r_{Bench, i}}} = \frac{\sigma_{R_{Ptf} - R_{Bench}, r_{Ptf, i} - r_{Bench, i}}}{\sigma_{R_{Ptf} - R_{Bench}} \times \sigma_{r_{Ptf, i} - r_{Bench, i}}}$$

$$\text{car } w_{Ptf, i} \geq 0 ; \text{ donc } \rho_{R_{Ptf} - R_{Bench}, w_{Ptf, i} \times (r_{Ptf, i} - r_{Bench, i})} = \rho_{R_{Ptf} - R_{Bench}, r_{Ptf, i} - r_{Bench, i}}$$

$$\sigma_{w_{Ptf, i} \times (r_{Ptf, i} - r_{Bench, i})} = |w_{Ptf, i}| \times \sigma_{r_{Ptf, i} - r_{Bench, i}} = w_{Ptf, i} \times TE_{r_{Ptf, i} - r_{Bench, i}}$$

Ce qui donne une contribution au risque :  $CR_{cv_i} = \rho_{R_{Ptf,i} - R_{Bench,i}, r_{Ptf,i} - r_{Bench,i}} \times w_{Ptf,i} \times TE_{r_{Ptf,i} - r_{Bench,i}}$

On obtient donc un résultat directement proportionnel au poids dans le portefeuille de la poche considérée.

Donc pour un secteur ou un marché dont la pondération dans le portefeuille est forte, la contribution au risque sera d'autant plus forte (à supposer que les autres termes sont par ailleurs égaux).

En raisonnant par typologie de marché :

Sur un marché obligataire (monétaire de surcroît), la tracking error sera faible. C'est donc le poids dans le portefeuille qui va faire la contribution au risque. La marge de manœuvre pour diminuer la contribution au risque sur une poche obligataire est faible, notamment dans le cas d'une gestion benchmarkée ou l'amplitude de modification du poids du portefeuille est réduite.

Sur un marché action, la tracking error sera plus forte. Il influera plus sur la contribution au risque. La marge de manœuvre pour diminuer le risque est donc plus forte (en reproduisant l'indice au niveau de la poche considérée).

Pour une gestion avec segmentation par marché, la diminution du risque ne pourra s'obtenir de manière significative que sur les poches actions (plus risquées). La solution serait de se rapprocher de l'indice au niveau de la poche, ce qui peut diminuer également la performance relative et donc la contribution à la performance et la performance globale !

### 1.3. Contribution au risque liée au choix d'allocation

En considérant la contribution à la performance pour le choix d'allocation comme étant  $\alpha = (w_{Ptf,i} - w_{Bench,i}) \times (r_{Bench,i} - R_{Bench})$ , on obtient une contribution au risque  $\rho_{\Delta R, \alpha} \times \sigma_{\alpha}$  qui s'écrit :

$$CR_{ca_i} = \rho_{R_{Ptf,i} - R_{Bench,i}, (w_{Ptf,i} - w_{Bench,i}) \times (r_{Bench,i} - R_{Bench})} * \sigma_{(w_{Ptf,i} - w_{Bench,i}) \times (r_{Bench,i} - R_{Bench})}$$

Le même raisonnement global que sur la contribution au risque liée au choix de valeur peut être porté sur ce terme :

Indépendamment de la corrélation, si la différence de poids entre le portefeuille et son benchmark sur la poche ou la performance relative de la poche considérée du benchmark par rapport au benchmark global, s'écarte de la moyenne (en augmentant par exemple), le terme va augmenter. En faisant beaucoup d'arbitrages sur le poids du portefeuille, et en s'écartant du poids du benchmark, la contribution va s'accroître. Inversement une gestion dans laquelle on maintiendrait l'écart par rapport au benchmark, et à fortiori une gestion avec rebalancement régulier sur un poids constant du portefeuille et de son indice, va diminuer le risque (indépendamment de la performance de la poche du benchmark ramenée à la performance globale).

Le risque lié au choix d'allocation peut être diminué si on se rapproche, dans la durée, du benchmark. Le désavantage est que la surperformance va également diminuer. Il n'en reste pas moins que  $w_{Ptf,i}$  est le seul élément sur lequel on puisse agir ici pour modifier la contribution au risque (sans considérer la performance globale  $R_{Ptf}$ ).

Contrairement à la contribution liée au choix de valeur, on peut difficilement simplifier la contribution au risque liée au choix d'allocation : par exemple, le terme en  $w_{Ptf,i} - w_{Bench,i}$ , ne peut être considéré comme constant car étant faible, des variations minimales du poids du

portefeuille ou du benchmark peuvent avoir des impacts forts, en terme de proportion, sur la différence.

Plus globalement, en utilisant la décomposition de la performance ci-dessus, on peut noter que les contributions au risque liées au choix d'allocation et de valeur représentent des grandeurs différentes.

En effet si  $r_{Bench,i} - R_{Bench}$  est homogène à  $r_{Ptf,i} - r_{Bench,i}$ ,  $w_{Ptf,i} - w_{Bench,i}$  semble plus faible que  $w_{Ptf,i}$  en terme de proportion.

On peut donc s'attendre à avoir des contributions au risque (mais aussi à la performance) liées au choix d'allocation plus faibles que les contributions au risque liées au choix de valeur. Ce raisonnement se tient néanmoins, si on ne s'écarte pas trop du benchmark (poids et performance) et si le poids dans le portefeuille de la poche n'est pas faible.

## 2. APPLICATIONS

### 2.1. Comparaison attribution de performance et de risque

Pour première analyse, l'idée est de reprendre le fonds diversifié sur 2006 et de compléter son attribution de performance par la décomposition du risque.

Les données présentées sont :

- Les termes d'attribution de performance cumulés sur la période (calcul quotidien plus chaînage sur l'année)
- Les termes d'attribution de risque en prenant pour échantillon l'ensemble des données hebdomadaires sur 2006
- Par poche, l'écart-type du terme d'attribution de performance et sa corrélation à la surperformance globale qui constituent les deux éléments multipliés des contributions au risque

Poche	Attribution performance	Attribution de risque		
		Contributions	Ecart-types	Corrélations
<u>Allocation</u>				
Actions Euro	-0,61%	0,08%	0,31%	0,25
Actions Internationales	0,03%	-0,02%	0,08%	-0,19
Obligations Euro	-0,21%	0,21%	0,65%	0,32
Monétaire	0,11%	0,00%	0,75%	0,00
Disponibilités	-0,03%	0,00%	0,04%	-0,07
Total Allocation	-0,72%	0,27%	0,62%	0,43
<u>Sélection</u>				
Actions Euro	1,84%	1,56%	1,69%	0,92
Actions Internationales	1,08%	0,42%	0,65%	0,65
Obligations Euro	0,12%	0,12%	0,31%	0,40
Monétaire	0,00%	0,00%	0,00%	-0,03
Disponibilités	-0,38%	0,00%	0,02%	-0,05
Total Sélection	2,65%	2,10%	2,17%	0,97
Total	1,93%	2,37%	2,37%	

Plusieurs éléments ressortent de l'interprétation du tableau.

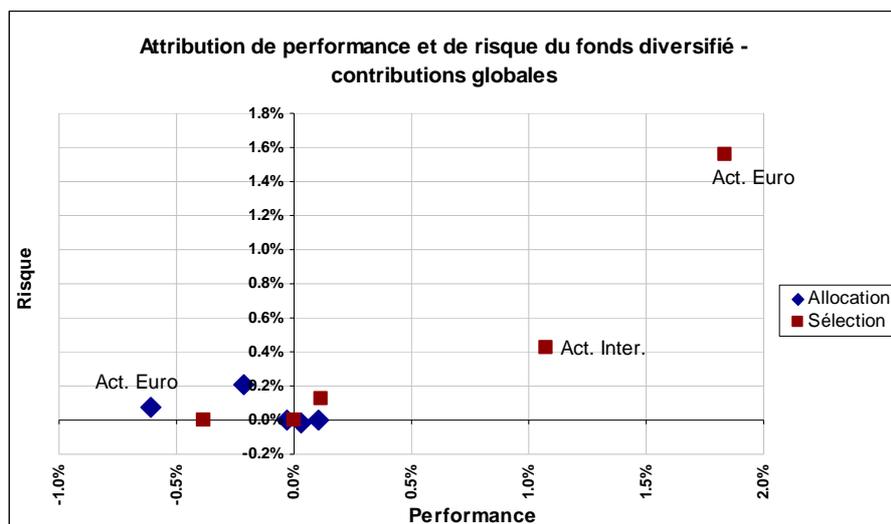
Tout d'abord, la surperformance du fonds par rapport à son benchmark est de 1,93% alors que la tracking error s'élève sur la même période à 2,37%. D'une manière générale, le choix d'allocation n'a pas été bon : sa contribution à la performance relative est négative et sa

contribution au risque est positive. Le bilan est plus positif sur l'effet sélection : un impact sur la surperformance très important pour, en proportion, un impact sur le risque mesuré. C'est le choix de valeur qui fait la surperformance mais aussi le risque.

Sur les choix de valeur, c'est la poche actions euro qui contribue le plus à la performance relative, mais aussi à la tracking error. Le bilan sur les actions internationales est très positif : avec un poids faible, l'apport de surperformance est significatif alors que sa contribution au risque reste limitée comparativement à la poche actions euro.

Globalement, les paris gagnés sont ceux où la contribution à la performance est positive et la contribution au risque négative. Inversement les choix réalisés sont négatifs si la contribution à la performance est négative et la contribution au risque positive. Une contribution au risque positive reste naturelle et bénéfique si la contribution à la performance est comparativement importante. En effet, l'objectif d'une gestion benchmarkée, est de battre l'indice ; il est donc normal de dégager du risque lorsqu'on s'écarte du benchmark. Enfin, une contribution au risque et à la performance négative n'a pas de sens, pour la même raison : l'idée n'est pas de minimiser le risque mais de surperformer en maîtrisant son risque.

Les résultats peuvent être présentés sous forme de nuage de points, les termes d'attribution de performance en abscisse, les termes d'attribution de risque en ordonnée :



Les points à droite de l'axe des ordonnées sont recherchés (contribution à la performance positive), en particulier s'ils ne sont pas trop éloignés de l'axe des abscisses (contribution au risque limité) ou en dessous de cet axe (contribution au risque négative). On y retrouve les contributions des poches actions euro et actions internationales. Les points à gauche de l'axe des ordonnées sont à éviter : les contributions à la performance sont alors négatives et le risque, soit positif (bilan négatif sur la performance et le risque), soit négatif (sans intérêt en terme de gestion).

Comme prévu, l'effet sélection (points « carré » dans le graphique) est porteur de bien plus de risque et de performance que l'effet allocation (points « losange »). Globalement, on constate que, sans être général, plus la contribution à la performance est élevée, plus la contribution au risque l'est également, la corrélation du choix (allocation ou valeur) à la surperformance globale étant plus forte.

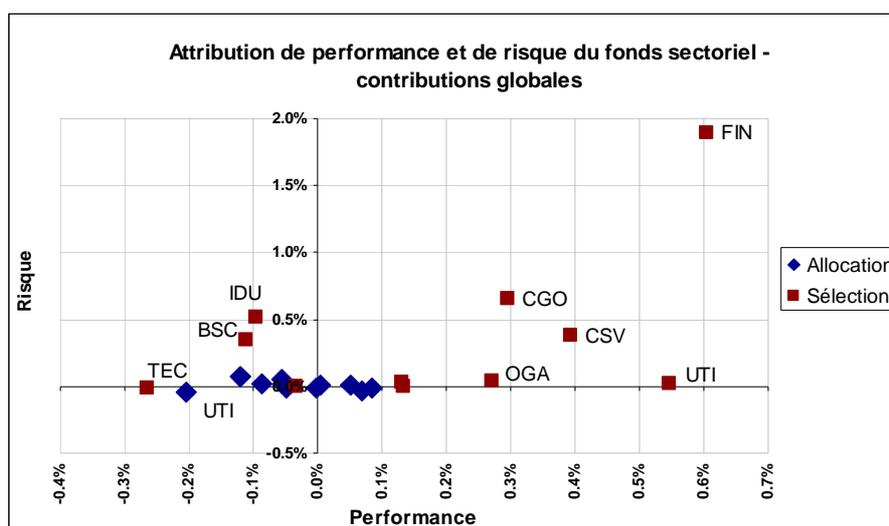
Les écart-types et les corrélations n'amènent à ce stade pas beaucoup plus d'information. Ils peuvent donc être retirés de la présentation des chiffres :

Poche	Moyenne Poids		Surper- formance	Attribution de performance			Attribution de risque		
	Porte- feuille	Bench- mark		Allo- cation	Sélec- tion	Total	Allo- cation	Sélec- tion	Total
Actions Euro	32,03%	36,11%	5,92%	-0,61%	1,84%	1,23%	0,08%	1,56%	1,63%
Actions Internationales	4,07%	4,96%	26,02%	0,03%	1,08%	1,11%	-0,02%	0,42%	0,41%
Obligations Euro	47,94%	53,93%	0,33%	-0,21%	0,12%	-0,10%	0,21%	0,12%	0,33%
Monétaire	15,91%	4,99%	0,02%	0,11%	0,00%	0,11%	0,00%	0,00%	0,00%
Disponibilités	0,05%	0,00%		-0,03%	-0,38%	-0,41%	0,00%	0,00%	0,00%
Total	100,00%	100,00%	1,93%	-0,72%	2,65%	1,93%	0,27%	2,10%	2,37%

Pour le fonds sectoriel, sur 2006 :

Poche	Moyenne poids		Surper- formance	Attribution de performance			Attribution de risque		
	Porte- feuille	Bench- mark		Allo- cation	Sélec- tion	Total	Allo- cation	Sélec- tion	Total
BSC	6,05%	5,61%	-1,37%	0,08%	-0,11%	-0,03%	-0,01%	0,35%	0,34%
CSV	7,50%	6,62%	5,28%	-0,05%	0,39%	0,35%	-0,01%	0,38%	0,37%
CGO	12,50%	11,11%	2,37%	0,00%	0,30%	0,29%	-0,01%	0,65%	0,64%
OGA	7,76%	7,37%	3,14%	-0,09%	0,27%	0,18%	0,01%	0,04%	0,05%
FIN	32,86%	34,28%	1,89%	-0,06%	0,61%	0,55%	0,05%	1,89%	1,94%
HCR	3,77%	3,78%	2,45%	0,01%	0,13%	0,14%	0,01%	0,03%	0,04%
IDU	9,80%	10,69%	-0,77%	-0,05%	-0,10%	-0,15%	0,02%	0,52%	0,54%
TEC	5,99%	5,13%	-3,74%	-0,12%	-0,26%	-0,38%	0,07%	-0,02%	0,05%
TLS	5,45%	6,47%	2,56%	0,07%	0,13%	0,20%	-0,03%	0,00%	-0,03%
UTI	7,78%	8,93%	7,64%	-0,20%	0,55%	0,34%	-0,05%	0,02%	-0,02%
Dispo.	0,54%	0,00%	-2,40%	0,05%	-0,03%	0,02%	0,00%	0,00%	0,01%
Total	100,00%	100,00%	1,51%	-0,36%	1,87%	1,51%	0,05%	3,86%	3,91%

Les remarques sont globalement les mêmes que sur le fonds diversifié. En particulier, l'effet sélection est là encore porteur de plus de risque, et de performance que l'effet allocation. L'utilisation d'un graphique de type « nuage de points » semble ici essentielle pour affiner l'analyse des résultats :



Le secteur financier – FIN amène le plus de performance au niveau du choix de valeur mais également le plus de risque. Comparativement, d'autres choix ont été réalisés amenant certes moins de performance mais beaucoup moins de risque : le cas du choix de valeur sur le secteur service aux collectivités UTI est flagrant. D'autres éléments ressortent plus négativement : le choix de valeur sur le secteur technologies TEC ou le choix d'allocation sur le secteur service aux collectivités UTI n'ont certes pas amené beaucoup de risque, mais

également de la sous performance. Enfin les choix de valeurs sur les secteurs industries IDU et produits de base BSC ont à la fois apporté du risque et de la sous performance.

## 2.2. Evolution des attributions

L'objectif de ce paragraphe est d'étudier de quelle manière l'évolution des attributions de risque pourraient être présentées sous forme de graphique, en parallèle des attributions de performance, et d'en appliquer les principes sur le fonds diversifié et sectoriel sur 2006.

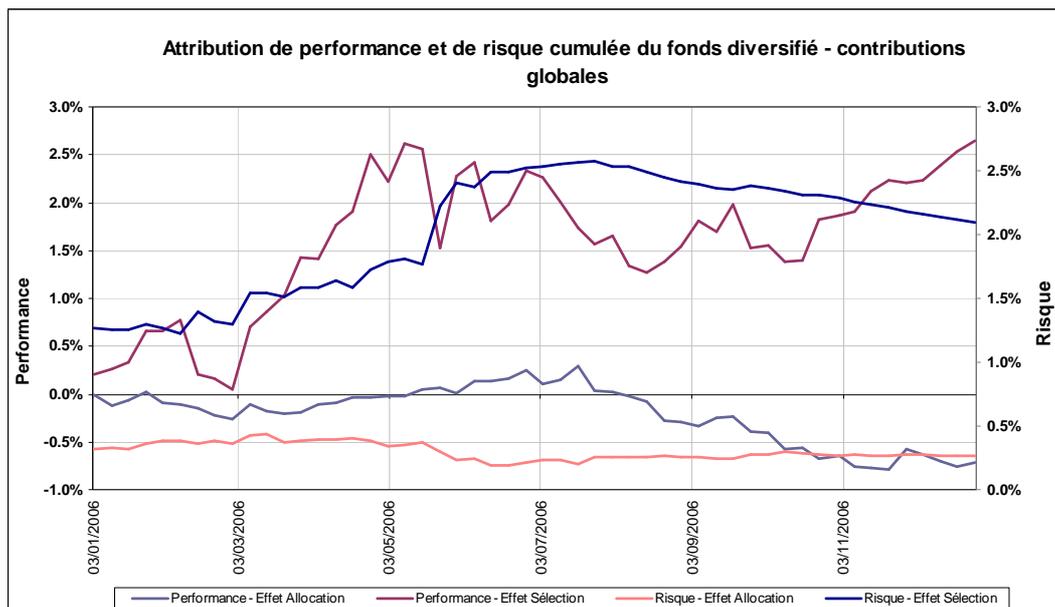
### a) Attributions cumulées

La vision cumulée des données (performances, poids, attributions, ...) est utilisée si des objectifs sont définis sur un horizon fixé et si on souhaite visualiser ou contrôler l'évolution du portefeuille à certains points d'étape entre le début et la fin de la période. Par ailleurs la vision annuelle calendaire est un standard, les performances des marchés ou des fonds étant comparées sur cette période. Les données sont alors présentées en cumulé du 1<sup>er</sup> janvier ou 31 décembre avec des points d'étape tous les mois.

Dans ce cas, comme pour les performances et les attributions de performance, il paraîtrait intéressant de pouvoir visualiser l'évolution du risque et de son attribution dans le temps. Or si l'objectif est de visualiser le risque sur une période en cumulé, la question des premières valeurs se posent. En effet une performance (et une attribution de performance) peut être définie dès le premier jour (ou semaine) de la période. Ce n'est pas le cas du risque, qui nécessite au minimum 30 valeurs.

Une solution envisageable est d'afficher le risque sur 30 valeurs dès la première période, en se basant sur les 29 observations de fin de la période précédente. Ensuite, le risque est calculé sur période glissante jusqu'à la 30<sup>ème</sup> observation puis il peut être présenté en cumulé sur 31 observations puis 32 jusqu'à l'ensemble des observations en fin de graphique. L'inconvénient est d'avoir un risque sur les premières valeurs qui correspondrait à une période différente de celle de la performance et d'avoir une rupture de méthode de calcul du risque à la 30<sup>ème</sup> valeur présentée. C'est surtout un problème avec des données hebdomadaires car la 30<sup>ème</sup> valeur est obtenue après plus de 6 mois.

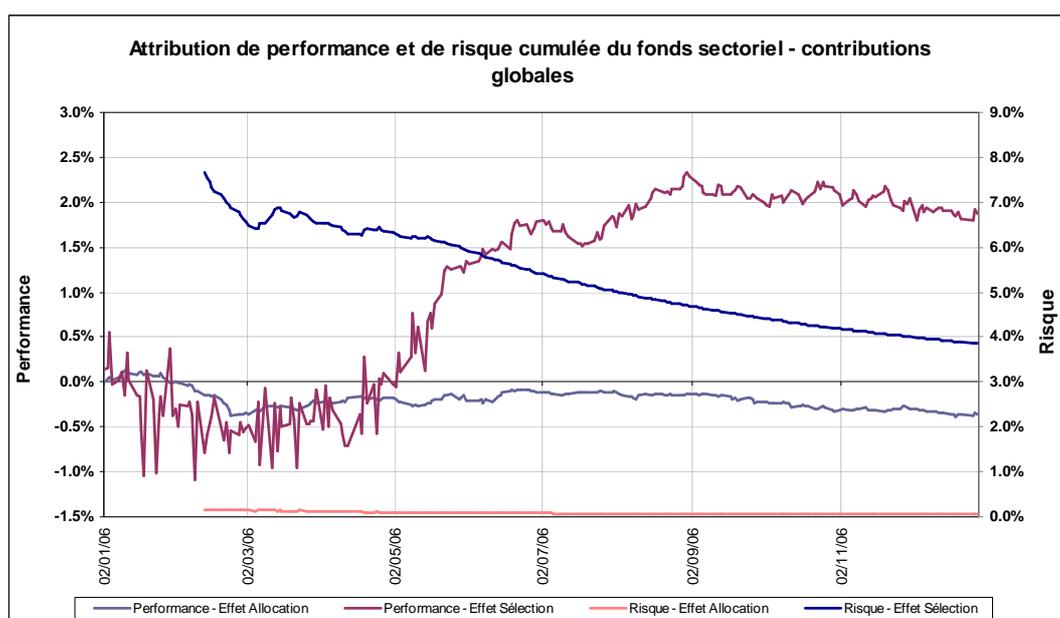
Sur le fonds diversifié :



L'analyse du graphique est difficile à élaborer : les 1<sup>ères</sup> valeurs de contribution au risque, reflètent plus ce qui s'est passé avant 2006 que début 2006. L'effet sélection semble néanmoins plus contribuer à la performance et au risque : début 2006 ces 2 éléments augmentent ; la contribution à la performance s'écarte de sa moyenne, et donc la contribution au risque augmente. A partir de mi 2006, la contribution à la performance liée au choix de valeur est variable mais assez stable dans le temps ce qui fait que sa contribution au risque est en diminution.

Pour afficher les contributions aux risques, une autre possibilité est de calculer les performances depuis la première période jusqu'à la dernière et le risque depuis la 30<sup>ème</sup> observation jusqu'à la dernière. L'avantage est d'avoir une mesure de risque calculée sur la même période que la performance. L'inconvénient est de ne pas avoir de risque évalué sur le début de période. Concrètement, au bout d'un mois, l'attribution de performance pourra être présentée mais pas l'attribution de risque (moins de 30 jours d'ouverture de bourse). Dans le cas de données hebdomadaires, il faudra attendre fin juillet pour afficher les données de risque depuis le début d'année. Il y aurait donc un problème à présenter les données avant fin juillet. Cette solution ne semble donc pas envisageable avec des données hebdomadaires.

Sur le fonds sectoriel pour 2006 (l'attribution de risque commence au 30<sup>ème</sup> jour) :



En terme d'analyse, il apparaît que, pour le fonds sectoriel, le choix d'allocation apporte peu de risque mais contribue à diminuer la surperformance du fonds par rapport à son benchmark. C'est le choix de valeur qui amène la performance et le risque avec 3 périodes différentes : début 2006, le risque est fort et la contribution à la performance variable et faible voir négative ; mi-2006, le fonds tire parti de la « crise » liée aux craintes de remontée des taux, au niveau du choix de valeur, sans augmenter son risque, au contraire ; fin 2006, la contribution à la performance liée au choix de valeur reste faible et la contribution au risque équivalente diminue. Si la 1<sup>ère</sup> période reste à éviter, c'est la 2<sup>ème</sup> période qui est recherchée.

Les données hebdomadaires posent un problème si on souhaite afficher des données cumulées sur les attributions de risque depuis une date fixée du fait de la contrainte des 30

valeurs pour le calcul du risque. Dans ce cas il est préférable d'avoir des valeurs quotidiennes.

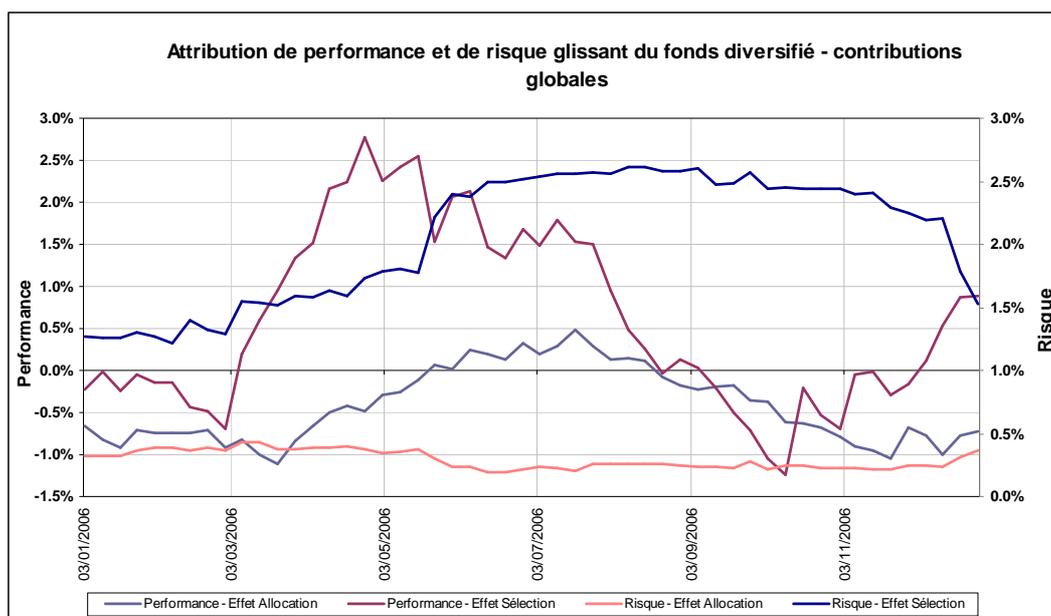
## b) Attributions glissantes

La présentation des données en cumulé répond à une demande (de place ou des clients) et a l'avantage de converger vers la performance (surperformance) et le risque, de la période cible. Néanmoins elle a le désavantage d'afficher des valeurs qui ne sont pas directement comparables d'une date à l'autre. La présentation des données glissantes permet de visualiser des informations calculées sur une même période, à toute date.

Les performances, ainsi que l'attribution de performance sont souvent présentées mensuellement, sur le mois écoulé. Pour le risque la contrainte reste d'avoir 30 valeurs.

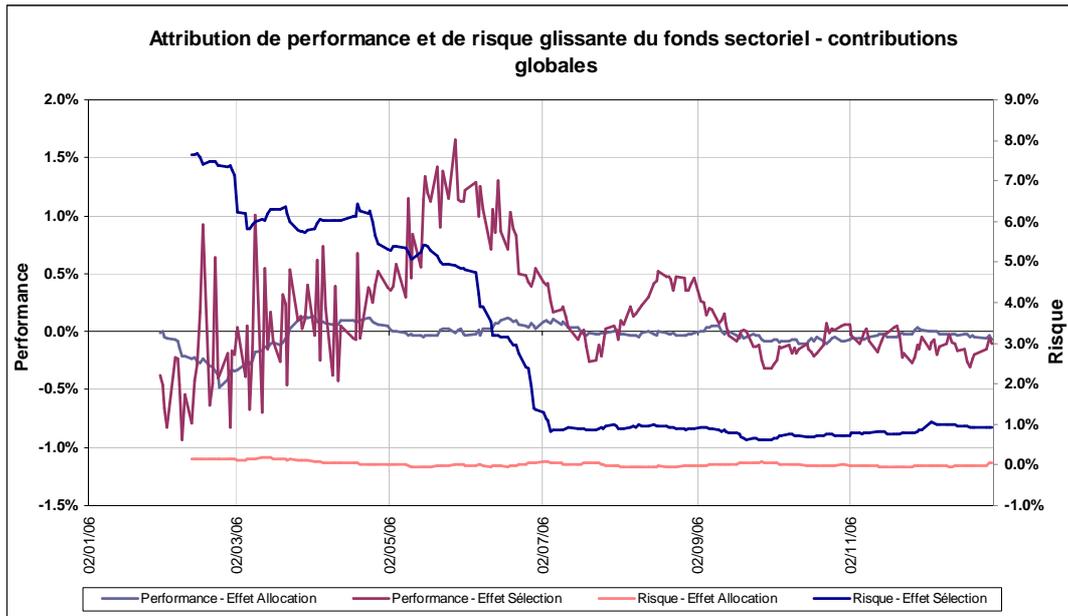
Avec des données hebdomadaires, à la fin du premier mois, le risque sera calculé sur le mois et les 6 mois qui le précèdent. Les performances et son attribution étant calculés sur un mois, les périodes d'affichage des performances et du risque seraient très différentes. Ceci pose un problème pour les analyses qui peuvent être tirées des graphiques : le risque peut par exemple être très élevé du fait des valeurs qui précèdent le mois de performance affiché.

Sur le fonds diversifié :



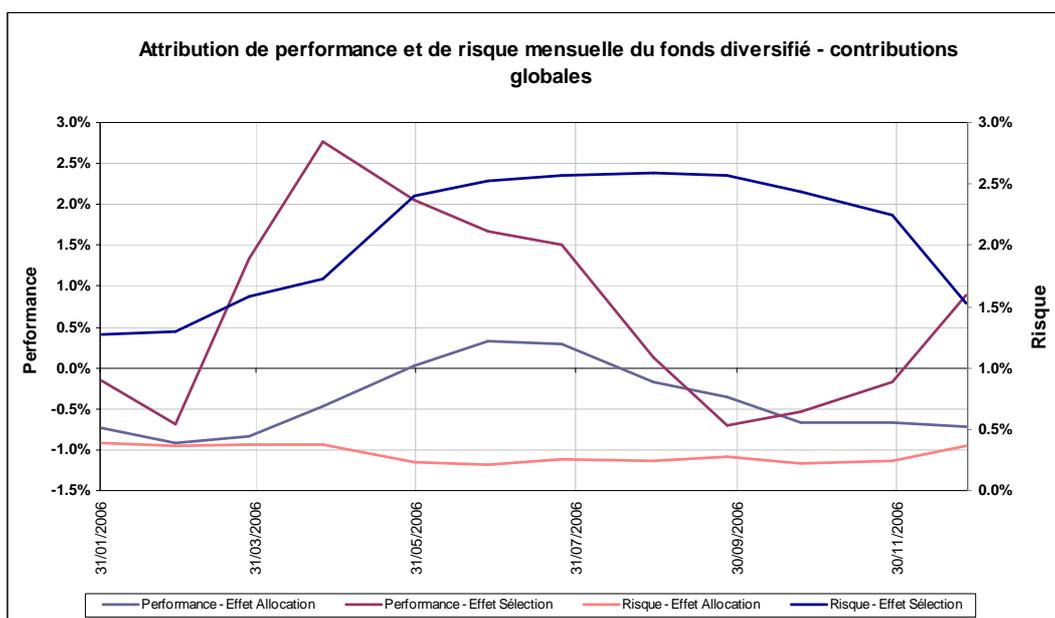
Cette présentation donne plus d'information sur le risque et ses contributions. C'est significatif sur la fin de la courbe « Risque - Effet sélection », où la chute du risque n'est quasi pas visible sur le graphique des données cumulées. Autant sur les performances, une évolution sera visible sur les deux graphiques (en cumulé : en relatif par rapport aux précédentes valeurs ; en glissant : directement), autant sur le risque il y a une différence. L'écart-type étant une moyenne (racine carrée d'une moyenne), sur de grandes périodes, une baisse ou hausse est lissée.

Cette remarque est encore plus visible sur le fonds sectoriel, ou contrairement au graphique précédent, le risque chute assez brutalement en juin avec des données glissantes :



Sur ce graphique, le risque lié à l'effet sélection est très fort sur la 1<sup>ère</sup> partie de 2006, la contribution à la performance liée au choix de valeur augmentant en moyenne, avec des oscillations assez fortes autour de la tendance. Mi 2006, toujours côté effet sélection, le risque diminue alors que la performance diminue tout en se stabilisant autour de sa tendance. Sur la 2<sup>ème</sup> partie de 2006, le risque et la surperformance restent faibles.

Un cas particulier de l'affichage des données sur période glissante est l'évolution mensuelle de la performance et du risque. L'information de l'évolution des performances, et de son attribution est souvent réalisée et fournie mensuellement sur le mois écoulé. Elle pourrait également être présentée mensuellement sur le risque, le risque étant calculé sur les 30 dernières valeurs (soit environ un mois et demi si les données sont quotidiennes, soit environ 7 mois si les données sont hebdomadaires). Les données quotidiennes ont toujours plus d'intérêt pour avoir des performances et des mesures de risque calculées sur des périodes comparables. Pour le fonds diversifié, le graphique de l'évolution des attributions mensuelles donnerait :



Le graphique reprend la tendance du graphique en données glissantes, avec moins de données (une valeur par mois au lieu de 20 à 23 valeurs par mois).

Les données glissantes permettent d'affiner les analyses surtout sur l'évolution du risque, à privilégier pour les études internes. Les données cumulées ont plus une vocation client avec l'affichage de l'évolution des indicateurs jusqu'à l'horizon défini.

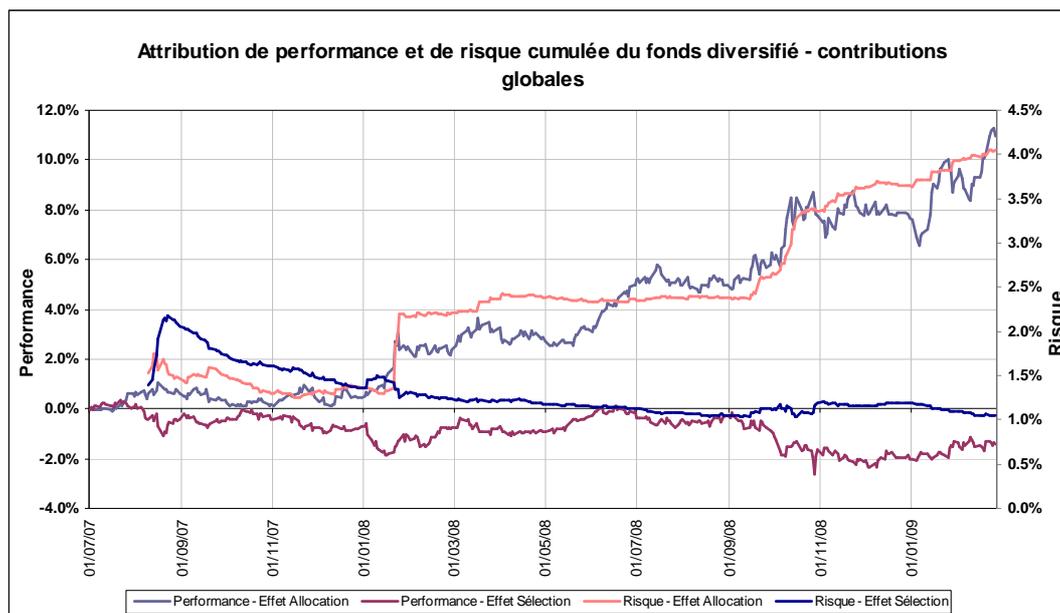
### 2.3. Analyses sur période de crise et post période de crise financière

L'objectif de ce paragraphe est d'appliquer le modèle d'attribution de risque à la période écoulée, en particulier à la période de crise et d'après crise.

#### a) Attributions sur la période de crise

La période de crise correspond à la période allant de juillet 2007 à février 2009. Sur cette période les données sur le fonds diversifié sont disponibles en quotidien. Les calculs qui vont suivre seront donc basés sur des données quotidiennes, pour le fonds sectoriel comme le fonds diversifié.

Sur la période de crise, l'évolution des attributions de performance et de risque en global et cumulé, est la suivante :



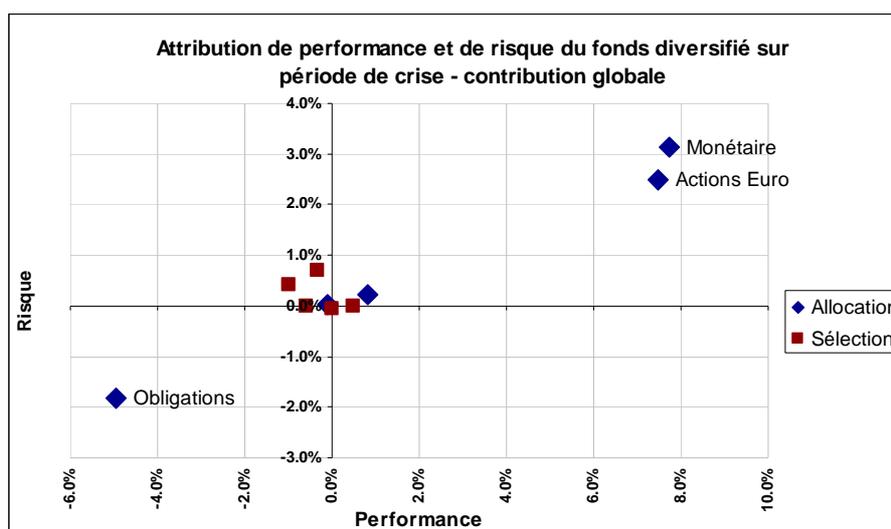
Le risque évolue dans la même tendance que la performance : la contribution liée au choix d'allocation augmente sur la période et la contribution au risque évolue dans les mêmes proportions ; les contributions à la performance et au risque du choix de valeur diminuent. C'est l'effet allocation qui fait la surperformance et le risque. Le choix de valeur, contrairement à la période 2006, apporte peu de performance voir même de la sous performance, et peu de risque. Globalement les choix ont été bons étant donné que le fonds diversifié a surperformé son benchmark.

Le tableau de l'attribution sur la période est le suivant :

Poche	Moyenne Poids		Surper- formance	Attribution de performance			Attribution de risque		
	Porte- feuille	Bench- mark		Allo- cation	Sélec- tion	Total	Allo- cation	Sélec- tion	Total
Actions Euro	18,44%	31,30%	-0,17%	7,49%	-0,32%	7,17%	2,49%	0,71%	3,20%
Actions Internat.	2,70%	4,59%	-0,80%	0,83%	-0,01%	0,83%	0,21%	-0,06%	0,16%
Obligations Euro	43,27%	58,78%	-3,53%	-4,96%	-0,98%	-5,94%	-1,81%	0,40%	-1,41%
Monétaire	35,45%	5,33%	1,32%	7,73%	0,48%	8,21%	3,14%	0,00%	3,14%
Disponibilités	0,14%	0,00%		-0,11%	-0,58%	-0,70%	0,02%	0,00%	0,02%
Total	100,00%	100,00%	9,57%	10,98%	-1,41%	9,57%	4,05%	1,05%	5,10%

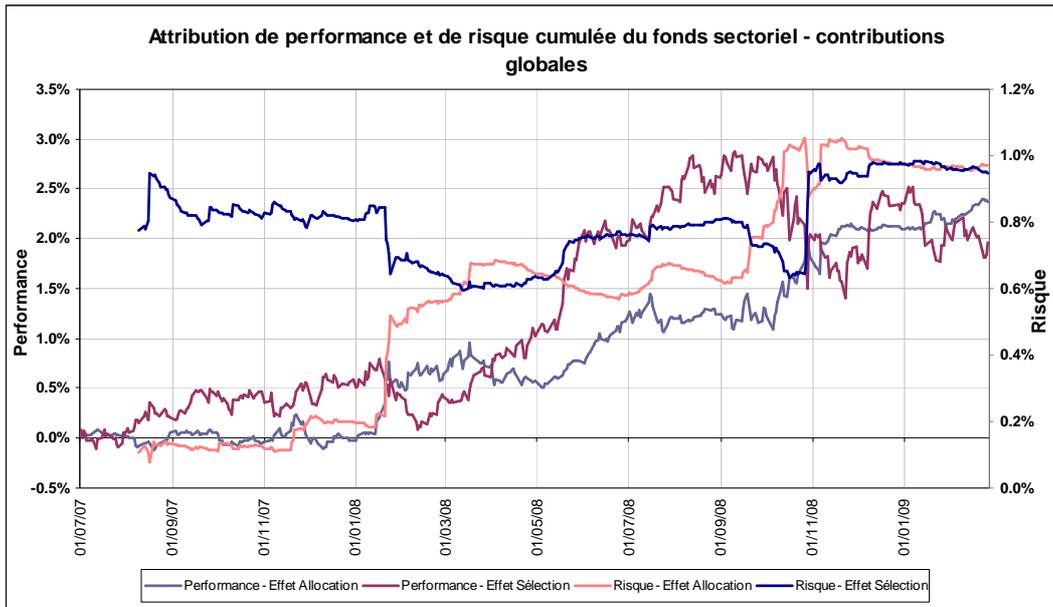
La tracking error sur la période est de 5,1% pour une surperformance de près de 10%. Les choix de sous-pondérer la poche action euro et de surpondérer la poche monétaire se sont avérés très judicieux, amenant de la performance. La sous-pondération de la poche obligation a été moins judicieuse, sa contribution au choix d'allocation étant assez fortement négative. En terme de risque, les fortes contributions (positives ou négatives) à la performance relative ont également apporté des contributions fortes au risque. En particulier, la poche obligation affiche une contribution au risque liée au choix d'allocation très négative, donc anti corrélée au portefeuille, comme côté performance. Les autres contributions sont faibles.

Ces observations se confirment avec la représentation des attributions en nuage de points :



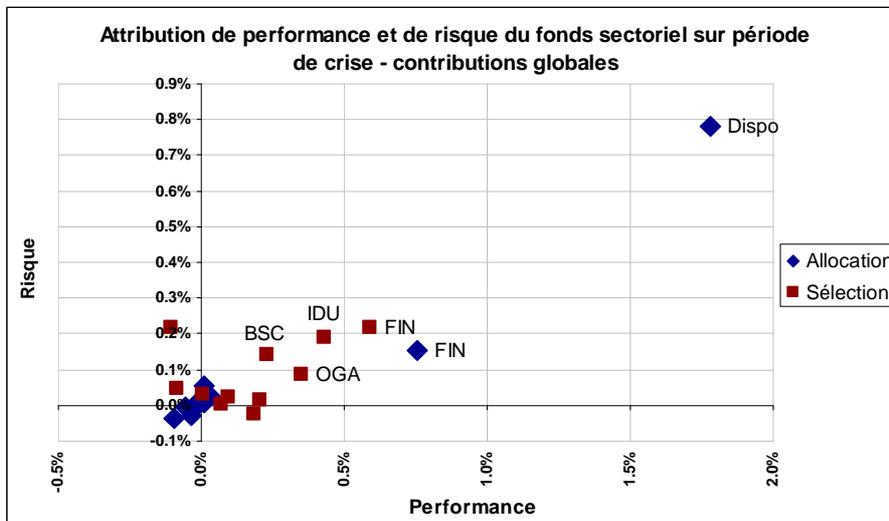
Le bilan reste très positif sur le fonds diversifié où, avec la chute des marchés financiers, le fonds a réussi à surperformer son benchmark, en basculant des poches actions à la poche monétaire.

Pour le fonds sectoriel, la courbe d'évolution des attributions cumulées donne le résultat suivant :



Le fonds sectoriel surperforme également son benchmark grâce à la fois aux choix d'allocation et de valeur. Le risque lié à l'effet sélection est resté assez stable au dessus de celui lié à l'effet allocation alors que la contribution au risque liée au choix d'allocation a augmenté pour attendre la même valeur que celle liée au choix de valeur.

L'affichage en nuage de points des termes d'attribution permet de visualiser d'où viennent les bons choix (détail des valeurs en annexe) :



Sur le fonds sectoriel, il n'y a pas de poche « sécuritaire » type monétaire ou obligation, sur laquelle se reporter en cas de chute des marchés actions. Néanmoins, la poche disponibilités a pu jouer ce rôle, sa contribution à la performance liée au choix d'allocation étant largement la plus élevée. Sa contribution au risque est également élevée, d'une part parce que son poids dans le portefeuille est variable et d'autre part parce que la performance du benchmark varie fortement (le choix d'allocation de la poche disponibilités est directement proportionnel à son poids et à la performance du benchmark).

Par ailleurs, le secteur financier a bénéficié de bons choix, au niveau effet allocation comme sélection. La sous-pondération de la poche a permis d'avoir une contribution au choix

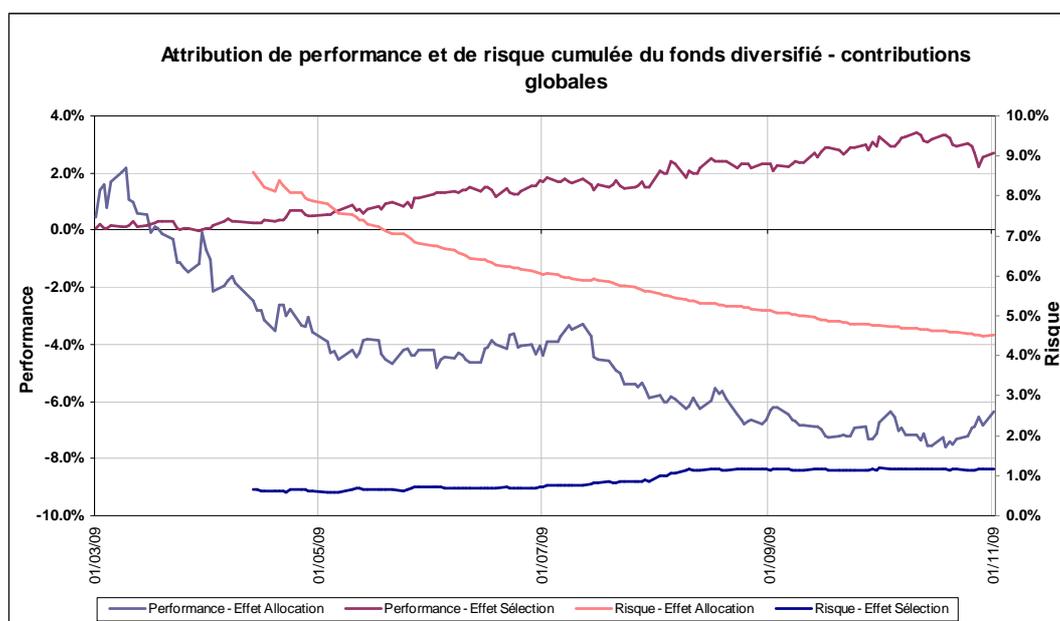
d'allocation positive de la poche, et pas eu trop d'impact sur les autres poches qui ont été surpondérées. Plusieurs secteurs montrent que les choix de valeurs ont apporté de la surperformance sans trop de risque. Seul un choix a manifestement été moins bon : le choix de valeur sur la poche biens de consommation CGO qui a une contribution à la performance légèrement négative et une contribution au risque comparativement assez forte.

Dans nos deux exemples le bilan de la période de crise est donc positif avec une surperformance obtenue en se reportant sur les poches plus sécuritaires, et, pour le fonds sectoriel, avec de bons choix de valeur. Les contributions aux risques sont globalement proportionnelles aux contributions à la performance.

## b) Attributions sur la période d'après crise

La période d'après crise commence à partir de mars 2009. Les attributions, basées sur des données quotidiennes, ont été réalisées jusqu'à fin octobre (données disponibles jusqu'à cette date).

Sur le fonds diversifié l'évolution des contributions globales est la suivante :



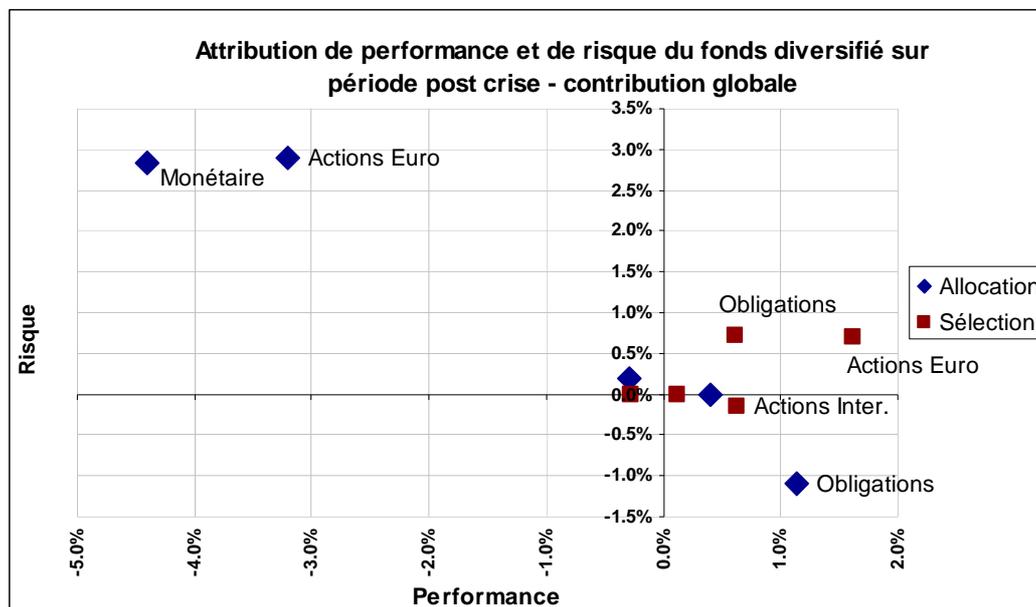
Les tendances s'inversent presque symétriquement par rapport à la période de crise : l'effet allocation fait chuter fortement la performance relative alors que sur la période de crise, il amenait, dans des proportions comparables, de la surperformance. La contribution à la performance due à l'effet sélection progresse positivement mais lentement, tout comme elle était en diminution lente sur la période de crise. L'analyse est la même sur le risque : l'effet allocation fait diminuer de moitié sa contribution au risque (précédemment il était en augmentation forte) quand la contribution au risque liée au choix de valeur progresse lentement.

Le tableau des attributions montre que la poche actions euro est restée sous-pondérée au bénéfice de la poche monétaire, ce qui explique principalement la sous performance du fonds par rapport à son benchmark :

Poche	Moyenne Poids		Surper- formance	Attribution de performance			Attribution de risque		
	Porte- feuille	Bench- mark		Allo- cation	Sélec- tion	Total	Allo- cation	Sélec- tion	Total
Actions Euro	20,63%	34,66%	1,01%	-3,20%	1,62%	-1,58%	2,90%	0,69%	3,59%
Actions Internatio.	2,63%	5,13%	1,73%	-0,29%	0,63%	0,33%	0,20%	-0,15%	0,04%
Obligations Euro	51,21%	55,30%	4,81%	1,13%	0,61%	1,74%	-1,09%	0,71%	-0,38%
Monétaire	25,59%	4,91%	1,47%	-4,41%	0,12%	-4,29%	2,83%	0,00%	2,83%
Disponibilités	-0,07%	0,00%		0,41%	-0,27%	0,13%	0,00%	0,00%	-0,01%
Total	100,00%	100,00%	-3,66%	-6,36%	2,70%	-3,66%	4,83%	1,25%	6,08%

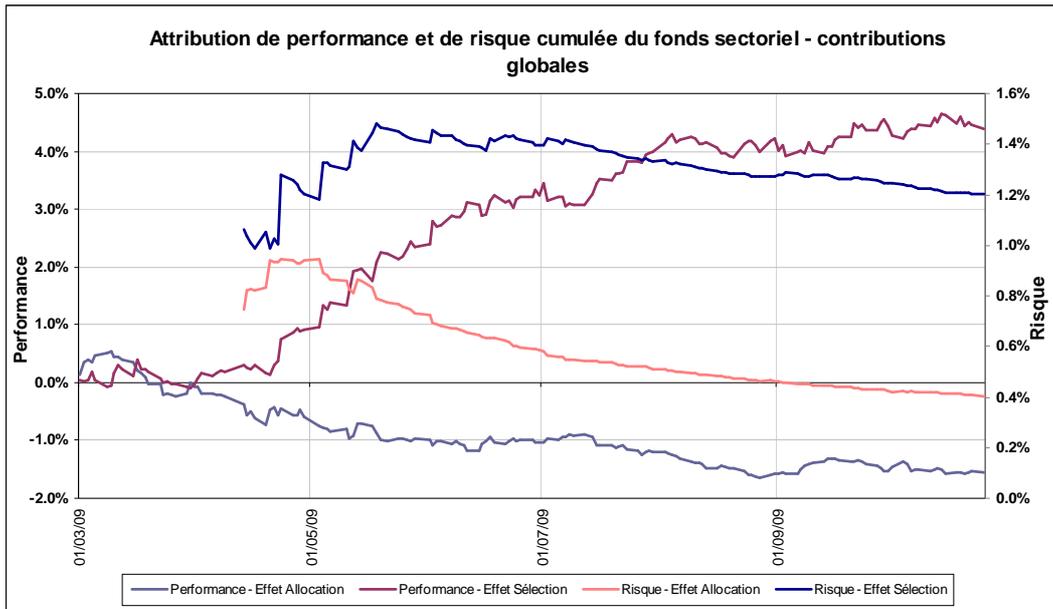
Avec la hausse des marchés financiers, le fonds est resté sur ses pondérations d'avant crise, n'en profitant pas pour rebasculer sur les actions.

Les choix de valeur ont été plus bénéfiques ainsi que le choix d'allocation sur la poche obligations, ne compensant tout de même pas les effets des choix d'allocation sur les poches actions euro et monétaire. En vision « nuage de point » :



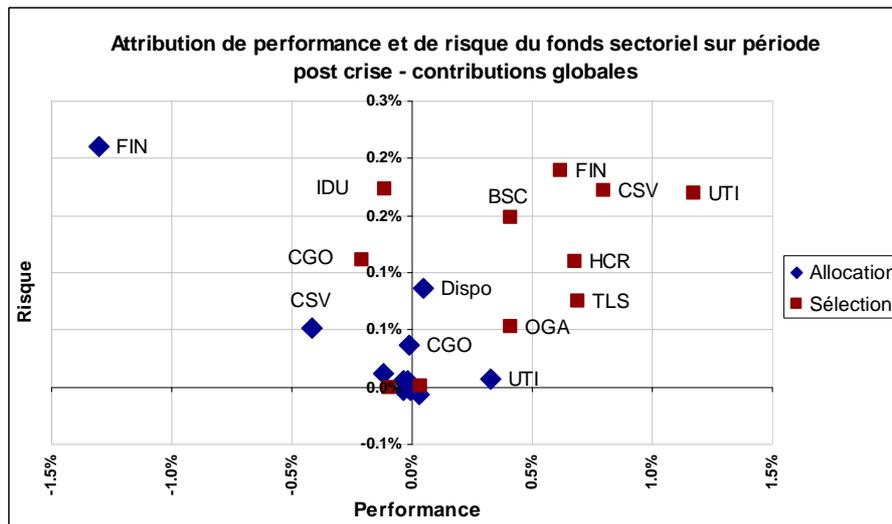
Le choix de valeur sur la poche obligation est particulièrement intéressant car il contribue à diminuer le risque tout en participant à amener de la surperformance.

Sur le fonds sectoriel, l'inversion des tendances par rapport à la période de crise s'observe également :



L'effet allocation chute et amène de la sous performance quand l'effet sélection progresse fortement, pour largement compenser l'effet allocation et permettre au portefeuille de surperformer le benchmark. Les contributions au risque continuent à monter (forte hausse des marchés et portefeuille 100% actions) jusqu'à mai puis diminuent progressivement ; le risque dû à l'effet sélection est bien supérieur à celui dû à l'effet allocation, ceci étant en relation avec les performances. Au final, le fonds surperforme le benchmark, mais moins que dans la période d'avant crise, alors que la tracking error reste comparable.

La vision des contributions au risque de chaque poche fonction des contributions à la performance est la suivante (détail des valeurs en annexe) :



Ce sont bien les choix de valeur qui amènent la performance mais aussi le risque. Une exception notable : le choix d'allocation du secteur financier à contribuer à diminuer la performance relative du fonds par rapport à son benchmark (car sous investi sur une poche dont la performance dans le benchmark est supérieure à la performance globale du benchmark) et à augmenter le risque.

Globalement sur les deux fonds étudiés, la période de crise semble avoir été mieux gérée que la période d'après crise (même si la durée des deux périodes n'est pas la même). C'est surtout le cas pour le fonds diversifié, où le pari de la reprise ne semble pas avoir été encore fait. Par ailleurs, si les choix de valeur ont été les plus déterminants dans la performance et le risque, en période de crise, ce sont les choix d'allocation qui sont prépondérants en dehors de cette période (i.e. avant et après crise).



# CONCLUSION

L'objectif semble avoir été atteint dans la mesure où une méthodologie d'attribution de risque respectant les critères définis a été trouvée.

Tout d'abord sa décomposition est exacte et donc elle explique tout le risque.

Son utilisation est aisée : ses composants peuvent être lus directement, comparés entre eux, ou aux termes d'attribution de performance équivalents, pour tirer des conclusions sur les sources de risque. De plus, si l'on souhaite affiner l'analyse, les contributions sont faciles à interpréter, car produit d'une corrélation à la performance relative et de l'écart-type.

La méthode d'attribution de la tracking error ex-post est également applicable à toute méthode d'attribution de performance quelque soit la politique de gestion. Chaque décision de gestion, si elle est isolée dans l'attribution de performance, a son équivalent isolé dans la décomposition du risque.

De plus, la méthode retenue est simple et peu coûteuse à mettre en place. Toute la complexité réside d'abord dans l'attribution de performance et sa segmentation qui doivent notamment s'appliquer à la politique de gestion, aux différentes classes d'actifs utilisées (actions, obligations, dérivés, ...), ou encore aux différentes devises en portefeuille. La difficulté est également présente sur les données utilisées, à savoir les poids et performances dont les calculs sont loin d'être aisés, sans parler de la collecte et du contrôle des éléments nécessaires pour ces mêmes calculs, côté portefeuille d'une part, et benchmark d'autre part.

Enfin la méthodologie de décomposition de la tracking error est transposable à la volatilité. Dès lors, elle est applicable à la gestion non benchmarkée.

La méthode d'attribution de risque trouvée a néanmoins certaines limites. La première limite est que la décomposition nécessite une décomposition de la performance. L'attribution de risque ne peut donc être utilisée seule, indépendamment de la performance, si l'on souhaite étudier uniquement le risque.

De plus, l'attribution de risque trouvée s'applique à la tracking error et à la volatilité. Si l'écart-type et la variance ne sont pas de bonnes mesures pour le portefeuille, elle n'est pas utilisable. Par exemple, sur les portefeuilles obligataires, on raisonne plus en sensibilité et en duration.

Enfin, si l'écart-type est une mesure intéressante, elle n'est pas suffisante pour expliquer la distribution des performances, car celle-ci ne suit pas une loi normale. Pour donner des éléments sur les valeurs extrêmes, la VaR est par exemple intéressante. Un autre moyen d'approfondir l'étude du risque, est d'utiliser les moments d'ordre 3 (« skewness » ou coefficient dissymétrie qui mesure l'asymétrie de la distribution) et surtout d'ordre 4 (« kurtosis » ou coefficient d'aplatissement qui mesure l'aplatissement de la distribution). Le coefficient d'aplatissement permet de mesurer les queues de distribution épaisses.

La méthode d'attribution de risque sur la tracking error ex-post reste très intéressante. Il paraît néanmoins pertinent de la compléter par d'autres mesures de risque et leurs décompositions associées.

# ANNEXES

# ANNEXE 1 : Bibliographie

Bacon, Carl. "Practical portfolio performance measurement and attribution". Wiley Finance, 2004

Club AMPERE. "Attribution de risque Méthodologie". Octobre 2009

GRAP. "GRAP : Groupe de recherche sur l'attribution de performance". Mars 1997

Grégoire, Philippe et Van Oppens, Hervé. "Risk Attribution". 2006

Menchero, Jose et Hu, Junmin. "Portfolio Risk Attribution". The Journal of Performance Measurement, Spring 2006, p.22-33

Micropal. Statpro. "TAP / Technical Analysis Program"

Mina, Jorge. "Risk attribution for asset managers". RiskMetricsGroup , November 2002

Piget, Patrick. Gestion de portefeuille. France, Economica, 2004

Rakotomalala, Ricco. "Tests de normalité". Université Lumière Lyon 2, Juin 2008

Xiang, George. "Risk Decomposition and Its Use in Portfolio Analysis". The Journal of Performance Measurement, Winter 2005/2006, p.26-32

# ANNEXE 2 : Notations

$R_{Ptf,t}$  ou  $R_{Ptf}$  : Performance globale du portefeuille (sur une période et à la date t)

$R_{Bench,t}$  ou  $R_{Bench}$  : Performance globale du benchmark

i ou j : indices utilisés pour désigner une poche du portefeuille ou du benchmark (à une date donnée)

t : indice utilisé pour définir l'observation (Performance, poids, ...) à la date t

$r_{Ptf,i,t}$ ,  $r_{Ptf,i}$ ,  $r_{Ptf,t}$  ou  $r_{Ptf}$  : Performance de la poche « i » dans le portefeuille à la date « t » (selon besoin avec ou sans annotation « i » ou « t »)

$r_{Bench,i,t}$ ,  $r_{Bench,i}$ ,  $r_{Bench,t}$  ou  $r_{Bench}$  : Performance de la poche « i » dans le benchmark à la date « t »

$w_{Ptf,i,t}$ ,  $w_{Ptf,i}$ ,  $w_{Ptf,t}$  ou  $w_{Ptf}$  : Poids de la poche « i » dans le portefeuille à la date « t »

$w_{Bench,i,t}$ ,  $w_{Bench,i}$ ,  $w_{Bench,t}$  ou  $w_{Bench}$  : Poids de la poche « i » dans le benchmark à la date « t »

$ca_{i,t}$ ,  $ca_i$ ,  $ca_t$  ou  $ca$  : Contribution à la surperformance du choix d'allocation dans la poche « i » à la date « t »

$cv_{i,t}$ ,  $cv_i$ ,  $cv_t$  ou  $cv$  : Contribution à la surperformance du choix de valeur dans la poche « i » à la date « t »

# ANNEXE 3 : Attribution de Performance

## 1. FORMULES GENERALES

$$\sum_{i=1}^n w_{Ptf,i} = 1 \text{ (idem pour le benchmark)}$$

$$R_{Ptf} = \sum_{i=1}^n w_{Ptf,i} \times r_{Ptf,i} \text{ (idem pour le benchmark)}$$

## 2. ATTRIBUTION DE PERFORMANCE

L'attribution de performance consiste à identifier les sources de la performance d'un fonds, et plus particulièrement, à expliquer la surperformance d'un portefeuille par rapport à son indice dans la gestion benchmarkée. Le principe est ainsi d'éclater la surperformance en éléments expliquant le gain ou la perte relative enregistré.

Ci-dessous, un exemple de méthode d'attribution de performance est présenté, sachant que différentes segmentations sont utilisées.

$$R_{Ptf} - R_{Bench} = \sum_i w_{Ptf,i} \times r_{Ptf,i} - \sum_i w_{Bench,i} \times r_{Bench,i}$$

On introduit un terme intermédiaire  $w_{Ptf} \times r_{Bench}$  :

$$R_{Ptf} - R_{Bench} = \sum_i w_{Ptf,i} \times r_{Ptf,i} - \sum_i w_{Ptf,i} \times r_{Bench,i} + \sum_i w_{Ptf,i} \times r_{Bench,i} - \sum_i w_{Bench,i} \times r_{Bench,i}$$

En intervertissant les 2 différences et en factorisant :

$$R_{Ptf} - R_{Bench} = \sum_i (w_{Ptf,i} - w_{Bench,i}) \times r_{Bench,i} + \sum_i w_{Ptf,i} \times (r_{Ptf,i} - r_{Bench,i})$$

On obtient donc la surperformance globale comme somme de contribution à la surperformance.

### 2.1. Choix d'allocation

Le premier terme  $ca_i = (w_{Ptf,i} - w_{Bench,i}) \times r_{Bench,i}$  est appelé contribution au choix d'allocation pour la poche « i » qu'on notera  $ca_i$ .

$ca_i$  représente le gain, ou la perte, induit par le choix de surpondérer, ou sous-pondérer, la poche i dans le portefeuille par rapport au benchmark, ramené à l'importance de la poche (ici la performance de la poche dans le benchmark).

C'est le choix d'allocation pur (abstraction faite de tout autre choix ou phénomène d'interaction avec d'autres choix). On peut le démontrer en construisant un portefeuille à partir du benchmark et dans lequel un seul choix d'allocation serait fait.

L'écart entre le portefeuille et le benchmark est la contribution à la performance liée à ce choix d'allocation.

$$\text{Benchmark : } R_{Bench} = \sum_i w_{Bench,i} \times r_{Bench,i}$$

On construit le portefeuille en s'écartant de  $w_{Bench,k}$  sur la poche k. Le reliquat de poids peut être investi dans une poche dont la performance est nulle :

$$R_{Ptf} = \sum_{i \neq k} w_{Bench,i} \times r_{Bench,i} + w_{Ptf,k} \times r_{Bench,k} + (w_{Bench,k} - w_{Ptf,k}) \times 0$$

A partir de là, la contribution liée à la performance se déduit directement par différence de performance :

$$ca_k = R_{Ptf} - R_{Bench} = w_{Ptf,k} \times r_{Bench,k} - w_{Bench,k} \times r_{Bench,k} = (w_{Ptf,k} - w_{Bench,k}) \times r_{Bench,k}$$

On retrouve le terme de choix d'allocation.

Le problème que l'on pourrait trouver dans ce calcul est que, dans la construction du portefeuille, on fait plus qu'un choix d'allocation : en effet, en investissant le reliquat de poids sur une poche à performance nulle, on fait un investissement sur une poche qui influe la performance globale du benchmark, en l'augmentant si  $R_{Bench} < 0$  ou en le diminuant si  $R_{Bench} > 0$ . Pour effectuer un choix d'allocation neutre de tout autre choix, il faut donc investir dans une poche dont la performance est la performance du benchmark  $R_{Bench}$ .

La performance du portefeuille devient :

$$R_{Ptf} = \sum_{i \neq k} w_{Bench,i} \times r_{Bench,i} + w_{Ptf,k} \times r_{Bench,k} + (w_{Bench,k} - w_{Ptf,k}) \times R_{Bench}$$

Le calcul de la contribution liée à ce choix d'allocation devient :

$$\begin{aligned} ca_k &= R_{Ptf} - R_{Bench} = w_{Ptf,k} \times r_{Bench,k} + (w_{Bench,k} - w_{Ptf,k}) \times R_{Bench} - w_{Bench,k} \times r_{Bench,k} \\ &= (w_{Ptf,k} - w_{Bench,k}) \times (r_{Bench,k} - R_{Bench}) \end{aligned}$$

On retrouve une autre manière de calculer le choix d'allocation.

Cette formulation peut facilement être utilisée dans la décomposition de la surperformance : en effet, la somme des choix d'allocation sur l'ensemble des poches donne le même résultat qu'avec la première formulation.

$$\begin{aligned} CA &= \sum_i ca_i = \sum_i (w_{Ptf,i} - w_{Bench,i}) \times (r_{Bench,i} - R_{Bench}) = \sum_i (w_{Ptf,i} - w_{Bench,i}) \times r_{Bench,i} - R_{Bench} \times \sum_i (w_{Ptf,i} - w_{Bench,i}) \\ &= \sum_i (w_{Ptf,i} - w_{Bench,i}) \times r_{Bench,i} - R_{Bench} \times (\sum_i w_{Ptf,i} - \sum_i w_{Bench,i}) = \sum_i (w_{Ptf,i} - w_{Bench,i}) \times r_{Bench,i} \end{aligned}$$

car  $\sum_i w_i = 1$  pour le portefeuille comme pour le benchmark.

La décomposition de la surperformance reste donc valable

$$R_{Ptf} - R_{Bench} = \sum_i (w_{Ptf,i} - w_{Bench,i}) \times (r_{Bench,i} - R_{Bench}) + \sum_i w_{Ptf,i} \times (r_{Ptf,i} - r_{Bench,i})$$

Cette formulation du choix d'allocation sera conservée.

En effet, l'avantage de cette expression est de considérer que la contribution au choix d'allocation est positive si on a choisi de surpondérer une poche dont la performance de la poche est supérieure à la performance globale du benchmark (donc supérieure à la « moyenne ») ce qui est plus significatif que d'avoir une contribution positive sur les poches surpondérées à performance positive (on considère comme positif d'investir sur une poche plus performante que le benchmark, et négatif de choisir celles moins performantes).

$$\text{Choix d'allocation : } ca_i = (w_{Ptf,i} - w_{Bench,i}) \times (r_{Bench,i} - R_{Bench})$$

En faisant l'ensemble des choix d'allocation sur un portefeuille, on retrouve la contribution à la performance globale liée au choix d'allocation :

$$CA = \sum_{i=1}^n ca_i = \sum_{i=1}^n (w_{Ptf,i} - w_{Bench,i}) \times (r_{Bench,i} - R_{Bench})$$

## 2.2. Choix de valeur

Dans la segmentation de la surperformance le deuxième terme  $w_{Ptf,i} \times (r_{Ptf,i} - r_{Bench,i})$  est appelé contribution au choix de valeur qu'on notera  $cv_i$ .

$cv_i$  représente le gain, ou la perte, induit par les choix de gestion effectués au niveau de la poche  $i$  dans le portefeuille par rapport au benchmark, ramené à l'importance de la poche (ici le poids de la poche dans le portefeuille).

Ce n'est pas le choix de valeur qu'on pourrait considéré comme pur (c'est-à-dire abstraction faite de tout autre choix). Le choix de valeur pur peut être calculé et déterminé de la même manière que pour le choix d'allocation : il suffit de construire un portefeuille à partir du benchmark dans lequel un choix de valeur serait fait.

L'écart entre le portefeuille et le benchmark est la contribution à la performance liée à ce choix de valeur.

$$\text{Benchmark : } R_{Bench} = \sum_i w_{Bench,i} \times r_{Bench,i}$$

On construit le portefeuille en répliquant le benchmark au niveau de la poche  $k$  :

$$r_{Ptf,k} = r_{Bench,k}$$

$$\text{La performance du portefeuille devient } R_{Ptf} = \sum_{i \neq k} w_{Bench,i} \times r_{Bench,i} + w_{Bench,k} \times r_{Ptf,k}$$

A partir de là, la contribution liée à la performance se déduit directement par différence de performance :

$$cv'_i = R_{Ptf} - R_{Bench} = w_{Bench,k} \times r_{Ptf,k} - w_{Bench,k} \times r_{Bench,k} = w_{Bench,k} \times (r_{Ptf,k} - r_{Bench,k})$$

$$\text{Il s'agit ici du choix de valeur pur : } cv'_i = w_{Bench,k} \times (r_{Ptf,k} - r_{Bench,k})$$

La contribution globale liée à l'ensemble des choix de valeur effectués sur un portefeuille peut ainsi être calculée. On trouve :

$$CV' = \sum_i cv'_i = \sum_i w_{Bench,i} \times (r_{Ptf,i} - r_{Bench,i})$$

Le problème est que les choix de valeur et d'allocation purs cumulés n'expliquent pas totalement la surperformance du portefeuille par rapport au benchmark. En effet :

$$R_{Ptf} - R_{Bench} \neq CA + CV' \text{ avec } R_{Bench} = \sum_i w_{Bench,i} \times r_{Bench,i} \text{ et } R_{Ptf} = \sum_i w_{Ptf,i} \times r_{Ptf,i}$$

Pour expliquer cet écart, on peut prendre un portefeuille où seul un choix d'allocation et seul un choix de valeur ont été faits :

$$R_{Ptf} = \sum_{i \neq k} w_{Bench,i} \times r_{Bench,i} + w_{Ptf,k} \times r_{Ptf,k} + (w_{Bench,k} - w_{Ptf,k}) \times R_{Bench}$$

L'écart de performance ainsi gagné (perdu si négatif) est :

$$R_{Ptf} - R_{Bench} = w_{Ptf,k} \times r_{Ptf,k} + (w_{Bench,k} - w_{Ptf,k}) \times R_{Bench} - w_{Bench,k} \times r_{Bench,k}$$

$$\text{Soit } R_{Ptf} - R_{Bench} = ca_k + cv'_k + (w_{Ptf,k} - w_{Bench,k}) \times (r_{Ptf,k} - r_{Bench,k})$$

On trouve, en plus des termes de choix d'allocation pur et choix de valeur pur, un terme généralement appelé effet interaction  $ei_i = (w_{Ptf,i} - w_{Bench,i}) \times (r_{Ptf,i} - r_{Bench,i})$ . Il résulte d'un effet combiné des choix d'allocation et de valeur.

Il peut être intégré dans le choix de valeur :

$$cv_i = cv'_i + ei_i = (w_{Ptf,i} - w_{Bench,i}) \times (r_{Ptf,i} - r_{Bench,i}) + w_{Bench,i} \times (r_{Ptf,i} - r_{Bench,i}) = w_{Ptf,i} \times (r_{Ptf,i} - r_{Bench,i})$$

On démontre qu'avec cette formulation, on a :

$$\begin{aligned} CA + CV &= \sum_i (w_{Ptf,i} - w_{Bench,i}) \times (r_{Bench,i} - R_{Bench}) + \sum_i w_{Ptf,i} \times (r_{Ptf,i} - r_{Bench,i}) \\ &= \sum_i (w_{Ptf,i} - w_{Bench,i}) \times r_{Bench,i} + \sum_i w_{Ptf,i} \times (r_{Ptf,i} - r_{Bench,i}) - \sum_i (w_{Ptf,i} - w_{Bench,i}) \times R_{Bench} \\ &= \sum_i w_{Ptf,i} \times r_{Bench,i} - w_{Bench,i} \times r_{Bench,i} + w_{Ptf,i} \times r_{Ptf,i} - w_{Ptf,i} \times r_{Bench,i} - R_{Bench} \times \left( \sum_i w_{Ptf,i} - \sum_i w_{Bench,i} \right) \\ &= \sum_i w_{Ptf,i} \times r_{Ptf,i} - w_{Bench,i} \times r_{Bench,i} - R_{Bench} \times (1 - 1) \end{aligned}$$

$$\text{Et donc : } CA + CV = R_{Ptf} - R_{Bench}$$

Ce choix d'intégration de l'interaction dans le choix de valeur est généralement fait pour éviter d'introduire un terme qui est difficile à expliquer. Cette présentation peut avoir un sens dans certains process de gestion.

En effet, dans de nombreuses sociétés de gestion, les choix d'allocation sont déterminés en premier.

Ils peuvent donc être calculés comme précédemment en partant du benchmark et en modifiant les pondérations. L'écart entre les portefeuilles (portefeuille constitué et benchmark) donne le choix d'allocation :

$$ca_i = (w_{Ptf,i} - w_{Bench,i}) \times (r_{Bench,i} - R_{Bench})$$

Une fois les choix d'allocation effectués, ce sont les choix de valeur qui sont faits. La contribution liée au choix de valeur s'obtient donc par différence entre le portefeuille avec

choix de valeur et le portefeuille intermédiaire dans lequel aucun choix de valeur n'a été fait tandis que tous les choix d'allocation ont été appliqués.

$$R' = \sum_i w_{Ptf,i} \times r_{Bench,i}$$

$$R_{Ptf} = \sum_{i \neq k} w_{Ptf,i} \times r_{Bench,i} + w_{Ptf,k} \times r_{Ptf,k}$$

$$cv_k = R_{Ptf} - R' = w_{Ptf,k} \times r_{Ptf,k} - w_{Ptf,k} \times r_{Bench,k} = w_{Ptf,k} \times (r_{Ptf,k} - r_{Bench,k})$$

On retrouve le choix de valeur avec intégration de l'effet interaction.

C'est cette présentation du choix de valeur qui est la plus utilisée.

## 2.3. Conclusion

Le modèle développé est parfois appelé méthodologie Brinson :

$$R_{Ptf} - R_{Bench} = \sum_{i=1}^n (w_{Ptf,i} - w_{Bench,i}) \times (r_{Bench,i} - R_{Bench}) + \sum_{i=1}^n w_{Ptf,i} \times (r_{Ptf,i} - r_{Bench,i})$$

ou encore  $R_{Ptf} - R_{Bench} = CA + CV = \sum_{i=1}^n ca_i + \sum_{i=1}^n cv_i$

$ca_i = (w_{Ptf,i} - w_{Bench,i}) \times (r_{Bench,i} - R_{Bench})$  représente la contribution au choix d'allocation d'une poche « i » donnée du fonds, à la surperformance globale du portefeuille par rapport à son benchmark.

$cv_i = w_{Ptf,i} \times (r_{Ptf,i} - r_{Bench,i})$  représente la contribution au choix de valeur dans une poche « i » donnée du fonds, à la surperformance globale du portefeuille par rapport à son benchmark

On a ainsi isolé 2 termes simples expliquant la surperformance, qui sont souvent liés au process de gestion des sociétés de gestion d'actif, et de la responsabilité de personnes différentes.

Le choix d'allocation représente souvent le premier niveau de décision : quel marché ou secteur on privilégie (choix effectué par l'allocateur) ?

Le choix de valeur se situe à un deuxième niveau : dans une poche donnée quels sont les choix de titre effectués (choix du stock-pickeur) ?

On se limitera à cette segmentation simple.

A noter que cette forme d'attribution de performance s'applique plus particulièrement aux poches actions et qu'elle élude les problématiques de devise.

Il arrive également qu'on parle de la contribution à la surperformance globale du portefeuille par rapport à son benchmark. Il s'agit simplement de la somme des contributions au choix d'allocation et au choix de valeur pour cette même poche :

$$cs = ca + cv$$

## 3. CHAINAGE

La formule de chaînage des termes d'attribution de performance est la suivante :

$$cx_{i,0 \rightarrow t} = (1 + R_{Bench,t-1 \rightarrow t}) \times cx_{i,0 \rightarrow t-1} + (1 + R_{Ptf,0 \rightarrow t-1}) \times cx_{i,t-1 \rightarrow t}$$

Cette formule s'obtient comme suit :

$$\begin{aligned} 1 + R_{Ptf,0 \rightarrow t} &= (1 + R_{Ptf,0 \rightarrow t-1}) \times (1 + R_{Ptf,t-1 \rightarrow t}) = (1 + R_{Ptf,0 \rightarrow t-1}) \times (1 + R_{Bench,t-1 \rightarrow t} + \Delta R_{t-1 \rightarrow t}) \\ &= (1 + R_{Ptf,0 \rightarrow t-1}) \times \Delta R_{t-1 \rightarrow t} + (1 + R_{Ptf,0 \rightarrow t-1}) \times (1 + R_{Bench,t-1 \rightarrow t}) \\ &= (1 + R_{Ptf,0 \rightarrow t-1}) \times \Delta R_{t-1 \rightarrow t} + (1 + R_{Bench,0 \rightarrow t-1} + \Delta R_{0 \rightarrow t-1}) \times (1 + R_{Bench,t-1 \rightarrow t}) \\ &= (1 + R_{Ptf,0 \rightarrow t-1}) \times \Delta R_{t-1 \rightarrow t} + (1 + R_{Bench,0 \rightarrow t-1}) \times (1 + R_{Bench,t-1 \rightarrow t}) + \Delta R_{0 \rightarrow t-1} \times (1 + R_{Bench,t-1 \rightarrow t}) \\ &= 1 + R_{Bench,0 \rightarrow t} + (1 + R_{Bench,t-1 \rightarrow t}) \times \Delta R_{0 \rightarrow t-1} + (1 + R_{Ptf,0 \rightarrow t-1}) \times \Delta R_{t-1 \rightarrow t} \end{aligned}$$

Par récurrence on démontre ainsi que :

$$\Delta R_{0 \rightarrow t} = (1 + R_{Bench,t-1 \rightarrow t}) \times \Delta R_{0 \rightarrow t-1} + (1 + R_{Ptf,0 \rightarrow t-1}) \times \Delta R_{t-1 \rightarrow t}$$

A partir de là, on démontre facilement que cette formule est applicable au choix d'allocation et de valeur.

En effet, nous avons déjà démontré que le choix d'allocation  $ca_i = (w_{Ptf,i} - w_{Bench,i}) \times (r_{Bench,i} - R_{Bench})$  représente la contribution pure à la performance liée à un choix d'allocation en construisant un portefeuille dans lequel seul un choix d'allocation sur une poche était fait.

Avec  $R_{Ptf} = \sum_{i \neq k} w_{Bench,i} \times r_{Bench,i} + w_{Ptf,k} \times r_{Bench,k} + (w_{Bench,k} - w_{Ptf,k}) \times R_{Bench}$ , on a :

$ca_i = R_{Ptf} - R_{Bench} = \Delta R$  et donc en utilisant la formule globale de chaînage et remplaçant  $\Delta R$  par  $ca_i$  :

$$ca_{i,0 \rightarrow t} = (1 + R_{Bench,t-1 \rightarrow t}) \times ca_{i,0 \rightarrow t-1} + (1 + R_{Ptf,0 \rightarrow t-1}) \times ca_{i,t-1 \rightarrow t}$$

De la même manière, en construisant un portefeuille dans lequel un choix d'allocation aurait été fait et un choix de valeur, on peut retrouver :

$$ca_{i,0 \rightarrow t} + cv_{i,0 \rightarrow t} = (1 + R_{Bench,t-1 \rightarrow t}) \times (ca_{i,0 \rightarrow t-1} + cv_{i,0 \rightarrow t-1}) + (1 + R_{Ptf,0 \rightarrow t-1}) \times (ca_{i,t-1 \rightarrow t} + cv_{i,t-1 \rightarrow t})$$

Puis par différence  $cv_{i,0 \rightarrow t} = (1 + R_{Bench,t-1 \rightarrow t}) \times cv_{i,0 \rightarrow t-1} + (1 + R_{Ptf,0 \rightarrow t-1}) \times cv_{i,t-1 \rightarrow t}$

Soit pour  $cx_i = ca_i$  ou  $cx_i = cv_i$  :  $cx_{i,0 \rightarrow t} = (1 + R_{Bench,t-1 \rightarrow t}) \times cx_{i,0 \rightarrow t-1} + (1 + R_{Ptf,0 \rightarrow t-1}) \times cx_{i,t-1 \rightarrow t}$

Enfin, on démontre qu'il n'y a pas de terme résiduel d'interaction car :

$$\begin{aligned} &\sum_i (1 + R_{Bench,t-1 \rightarrow t}) \times cx_{i,0 \rightarrow t-1} + (1 + R_{Ptf,0 \rightarrow t-1}) \times cx_{i,t-1 \rightarrow t} \\ &= (1 + R_{Bench,t-1 \rightarrow t}) \times \sum_i cx_{i,0 \rightarrow t-1} + (1 + R_{Ptf,0 \rightarrow t-1}) \times \sum_i cx_{i,t-1 \rightarrow t} \\ &= (1 + R_{Bench,t-1 \rightarrow t}) \times \Delta R_{0 \rightarrow t-1} + (1 + R_{Ptf,0 \rightarrow t-1}) \times \Delta R_{t-1 \rightarrow t} = \Delta R_{0 \rightarrow t} \end{aligned}$$

A partir de cette formule, on déduit une formule de chaînage des contributions à la performance ( $R_{Ptf} = 0$ ) utilisable dans le cas des gestions non benchmarkées :

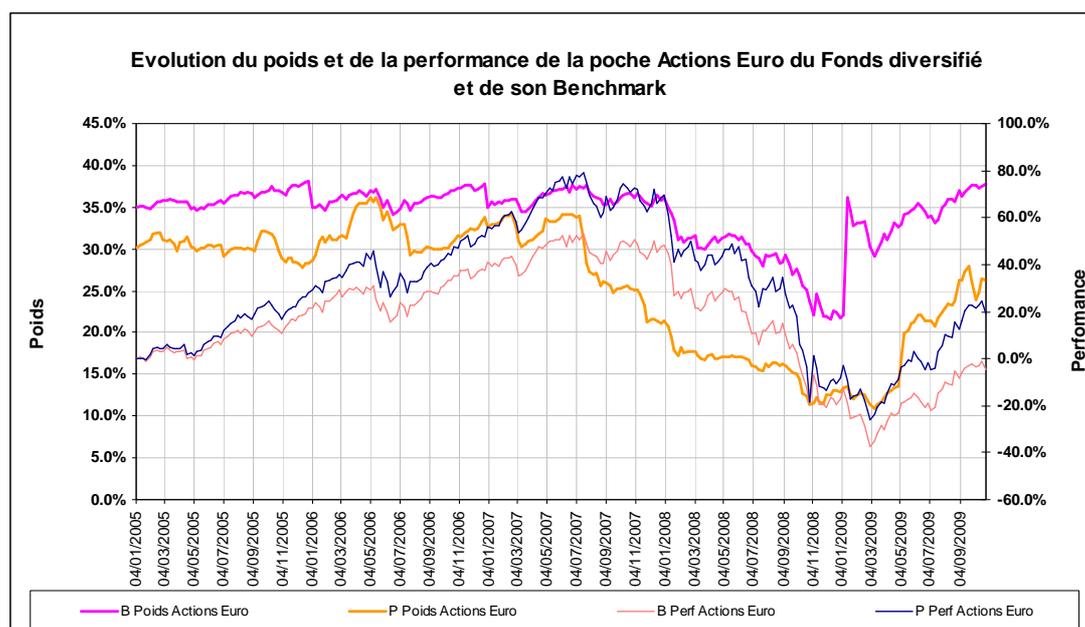
$$(w \times r)_{i,0 \rightarrow t} = (1 + R_{t-1 \rightarrow t}) \times (w \times r)_{i,0 \rightarrow t-1} + (w \times r)_{i,t-1 \rightarrow t}$$

# ANNEXE 4 : Evolution des fonds - Graphiques

## 1. FONDS DIVERSIFIE

### 1.1. Performances et poids

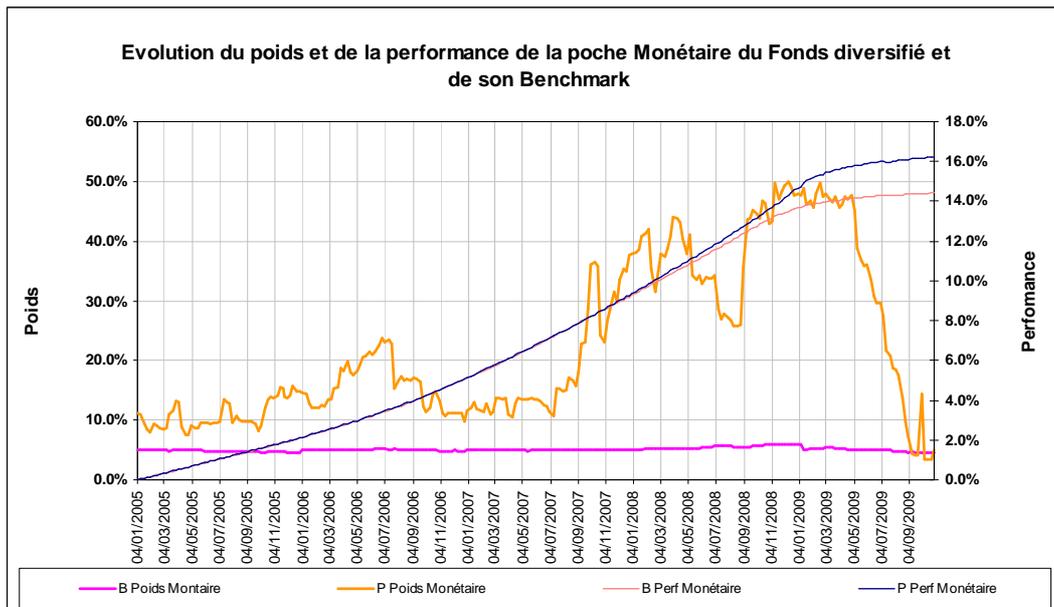
Evolution de la poche actions euro (performance cumulée et poids):



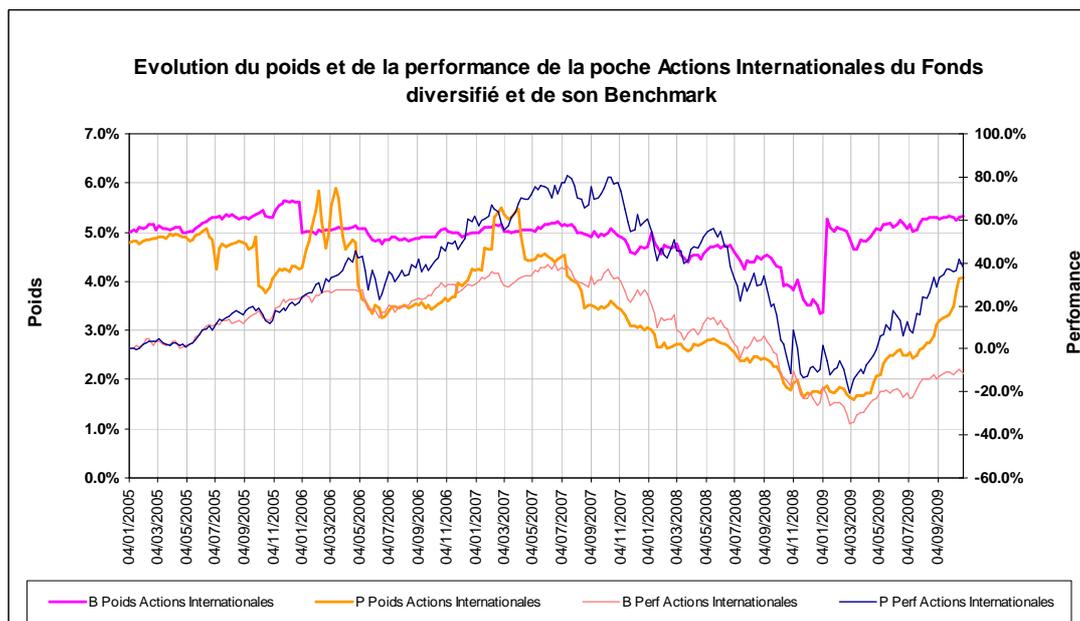
La poche actions Euro est globalement sous investie au niveau du portefeuille : le poids dans le portefeuille est inférieur au poids dans le benchmark, d'environ 5% jusqu'à mi 2007. A partir de mi 2007, le poids chute : il y a désinvestissement fort dans le portefeuille sur la poche, du fait de l'arrivée de la crise. A noter que le poids dans le benchmark chute également : la chute des marchés et des performances a un effet mécanique sur la baisse du poids de la poche dans le benchmark, le rebasage se faisant qu'une fois par an (d'où la remontée début 2009). La poche action euro est réinvestie à partir de mai 2009.

Côté performance, le marché et les poches actions euro (du fonds comme du benchmark) sont globalement haussiers jusqu'à mi 2007 ; ils chutent entre juillet 2007 et février 2009 puis repartent à la hausse. La poche actions euro du fonds semble surperformer le benchmark largement sur les périodes de hausse, et plutôt sous performer sur les périodes de baisse (l'écart entre les performances se réduit).

Le graphique de la poche monétaire permet de constater que l'allocation sur la poche actions euro a été reportée sur la poche monétaire :

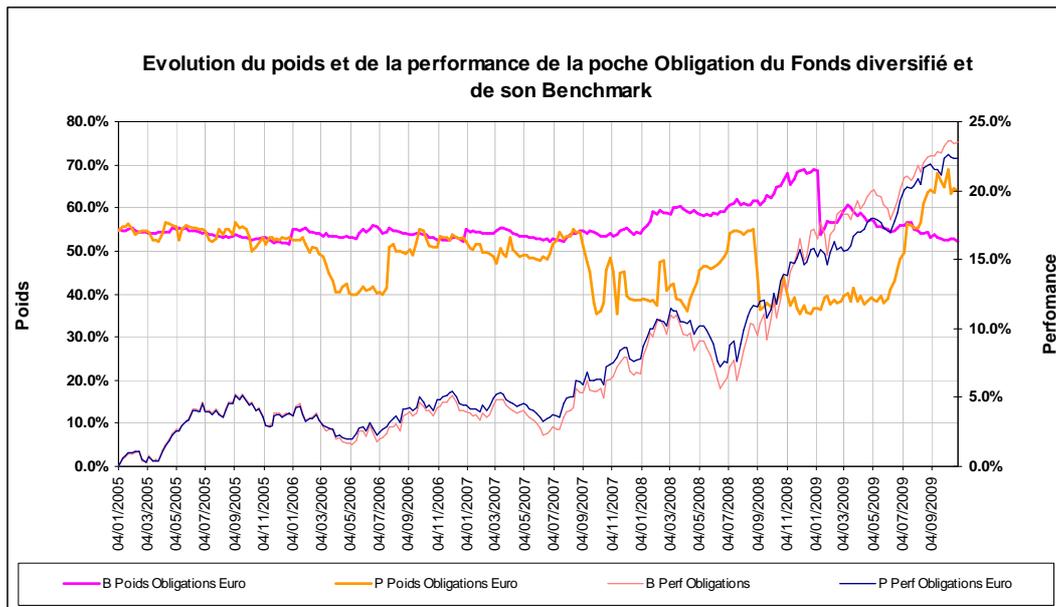


Sur les poches actions internationales, les mêmes phénomènes sont observés que sur les actions euro mais la sous-pondération reste plus limitée (on part de 5% pour descendre à 2%). Côté performance, la tendance est la même que pour la poche actions euro avec un écart amplifié (en période de hausse l'écart entre fonds et benchmark s'accroît ; il diminue en période de baisse).



Pour la partie Obligation Euro, les performances sont très proches entre fonds et benchmark, et les poids assez stables.

Graphique de l'évolution des poids et performance de la poche obligations :



## 1.2. Volatilités et tracking error

Des éléments complémentaires à la première analyse du graphique de l'évolution de la volatilité et de la tracking error peuvent être avancés.

Il apparaît que la volatilité du portefeuille reste assez stable à 4% jusqu'à fin 2009 pour passer à plus de 6% entre fin 2008 et mi 2009 et descendre ensuite à 5%. L'observation est différente sur le benchmark : sa volatilité augmente progressivement dès fin 2007 jusqu'à fin 2008 pour atteindre 6%, puis augmente encore très fortement jusqu'à doubler à plus de 12% en mai 2009, pour enfin descendre progressivement à 8% sur octobre 2009.

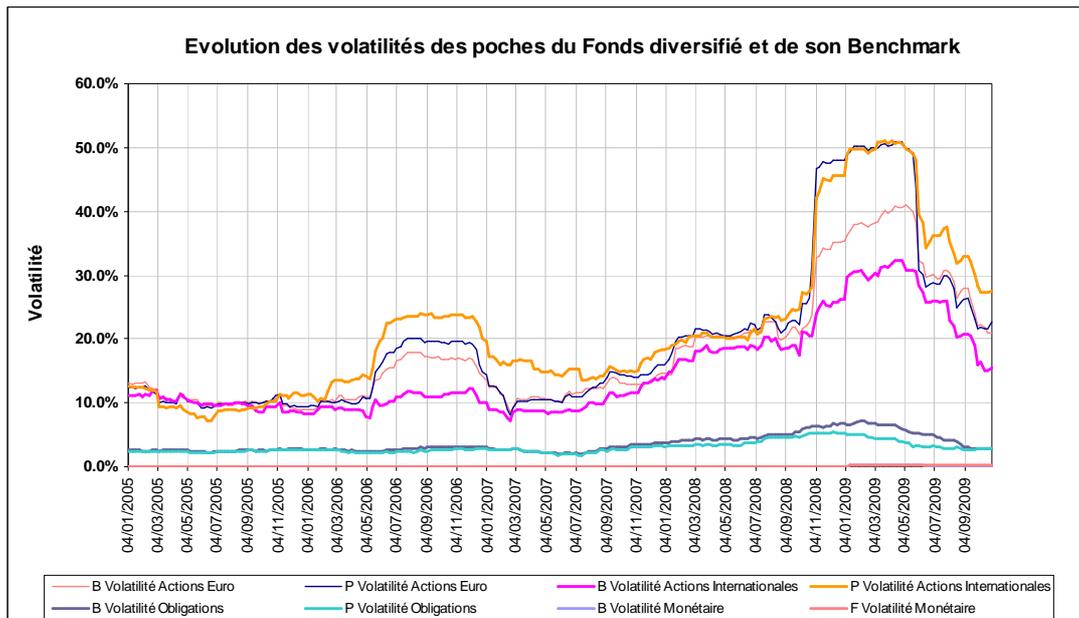
Ces écarts de comportement entre volatilité du fonds diversifié et son benchmark viennent des choix de gestion effectués. En effet, il semble d'ors et déjà évident que le fait de sous-ponderer les marchés actions au profit des poches taux a eu un impact important non seulement sur la performance du fonds mais aussi sur sa volatilité.

La volatilité du fonds diversifiée est inférieure à celle du benchmark, parfois significativement, sauf sur le « plateau » du 2<sup>ème</sup> semestre 2006. Si l'objectif était d'être plus « prudent » que le benchmark, il a été rempli.

L'évolution de la tracking error montre que sa valeur reste faible ce qui semble être conforme à ce qu'on peut attendre dans une gestion benchmarkée : en effet avec un indice de référence, l'idée est de faire des paris pour surperformer l'indice mais pas de trop s'écarter de cet indice ; les performances sont comparables avec des évolutions comparables et donc une surperformance qui atténue en partie les fluctuations de performance.

Néanmoins la courbe de la tracking error indique bien que le fonds s'est écarté du benchmark : la surperformance est en hausse et la tracking error aussi, avec un écart entre performance hebdomadaire du fonds et du benchmark très variable et volatil.

Le graphique des volatilités de chaque poche du fonds et de son benchmark permet de compléter les observations globales sur le fonds diversifié :

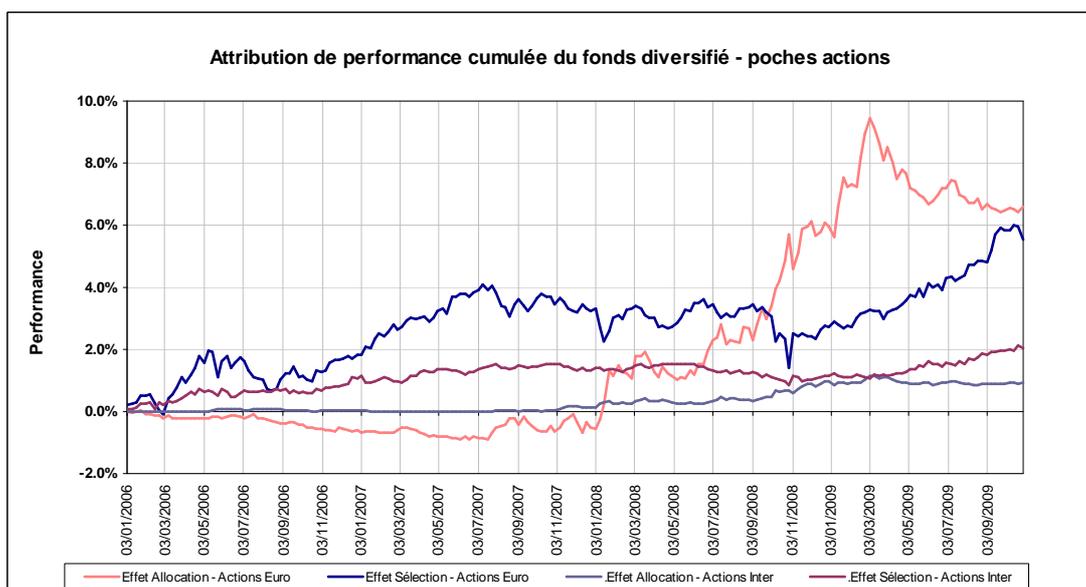


Les éléments complémentaires suivants semblent ressortir :

- les volatilités du portefeuille et du benchmark ont des tendances similaires avec globalement les mêmes périodes d'augmentation et de stabilité
- les volatilités des marchés actions ont bondi à près de 50% au pire moment de la crise sur certaines poches, avec une différence assez nette entre les poches actions, les poches obligataires et les poches monétaires (autour de 0%)
- les volatilités sur les poches actions du portefeuille sont bien supérieures à celles du benchmark. Ces deux secteurs ont été sous-pondérés dans le fonds, diminuant le risque (lié au choix d'allocation), mais les choix de titre à l'intérieur des poches ont fait grimper les volatilités.

### 1.3. Attribution de performance

Le graphique de la poche actions euro indique qu'elle suit la tendance du fonds, ou plutôt, c'est la poche action euro qui définit la tendance du fonds :

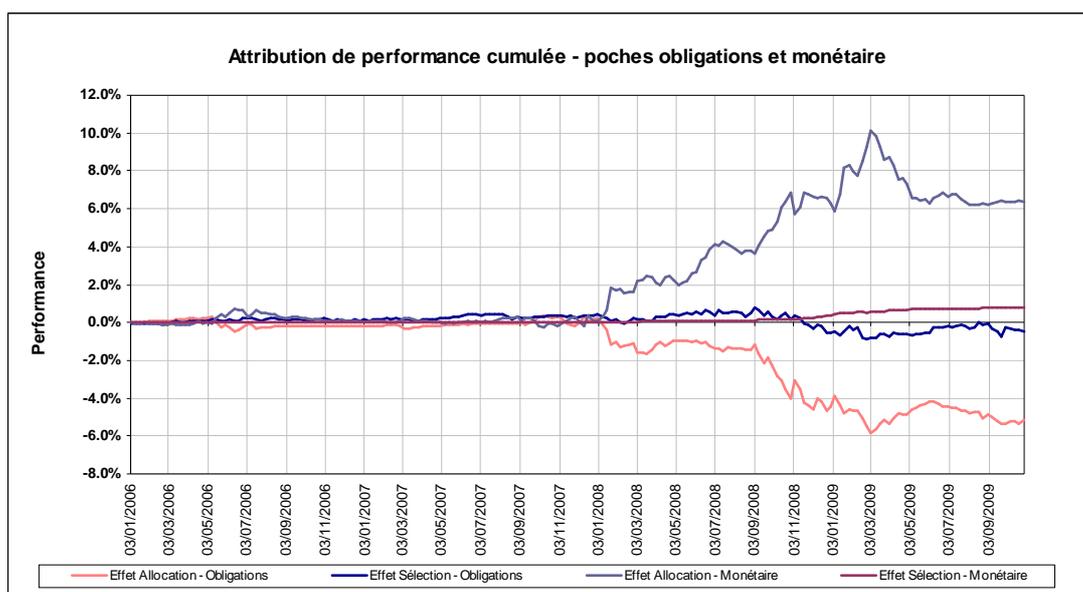


Les effets allocation et sélection du fonds diversifié suivent la même tendance que celle de la poche action euro. Plusieurs explications peuvent être avancées : le marché action amène de la surperformance (ou sous performance) car très volatil et donc avec des effets de leviers supérieurs aux marchés obligataires ou monétaires ; un choix de sous-pondération de la poche action euro a été fait, dès lors il est normal d'avoir un impact sur la surperformance globale du choix d'allocation sur cette poche.

Le graphique de l'évolution de l'attribution de performance sur la poche action internationale montre qu'en étant faiblement investi, les marges de manœuvre pour dégager de la surperformance étaient limitées: le choix de sous-pondérer la poche, tout comme la sélection de titres dans la poche, n'a amené que peu de sur ou sous performance.

Sur les poches obligations et monétaire, la sélection des titres n'a eu que peu d'impact sur la surperformance. En effet sur ces marchés, il est plus difficile de faire une différence significative par rapport au benchmark vu les rendements en jeu.

C'est sur le choix d'allocation qu'il y a eu des effets très significatifs. Sur 2006 et 2007 peu d'impact. A partir de fin 2007, il a été décidé de surpondérer la poche monétaire et de sous-pondérer la poche obligation. L'effet positif sur la poche monétaire d'un choix, c'est avéré négatif sur la poche obligation pour l'autre choix. Dans ces cas, la performance de la poche du benchmark étant supérieure à la performance globale du benchmark, c'est l'écart entre le poids dans le portefeuille et dans le benchmark qui va définir le bon ou mauvais choix d'allocation. Le graphique montre une belle symétrie entre ces 2 poches :



L'attribution de performance sur l'ensemble de la période 2006 à octobre 2009 complète ces remarques :

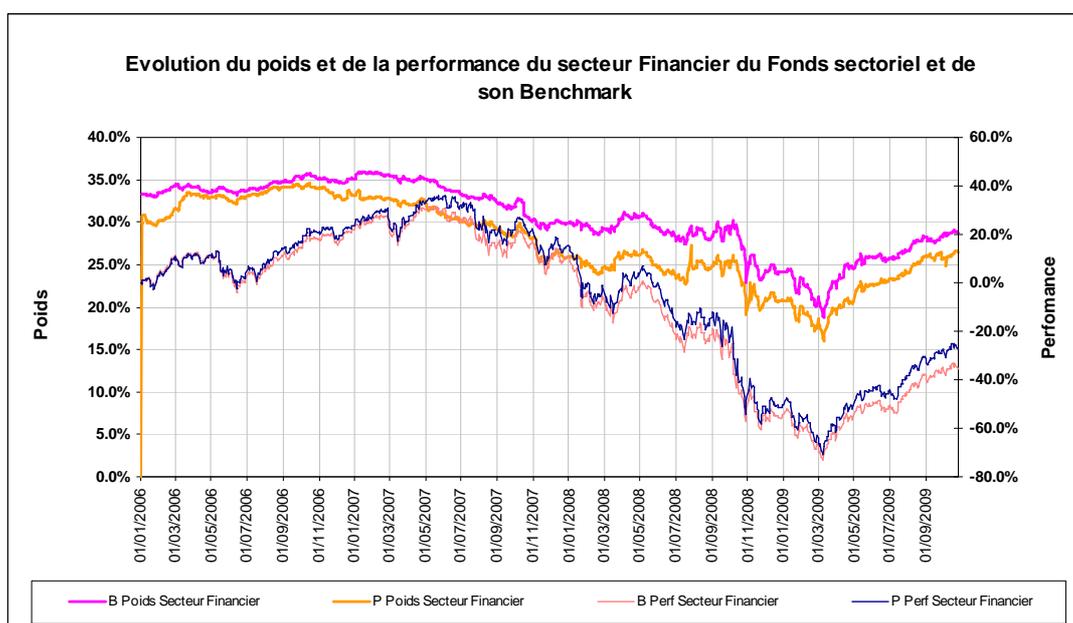
Poche	Portefeuille		Benchmark		Surperformance	Attribution		
	Moyenne poids	Performance	Moyenne poids	Performance		Allocation	Sélection	Total
Actions Euro	32,27%	-6,58%	33,86%	-21,27%	14,69%	6,60%	5,52%	12,12%
Actions Internatio.	4,03%	13,17%	4,88%	-28,36%	41,53%	0,92%	2,04%	2,96%
Obligations Euro	48,24%	17,82%	56,19%	19,05%	-1,24%	-5,13%	-0,49%	-5,61%
Monétaire	15,42%	13,83%	5,07%	12,08%	1,76%	6,34%	0,77%	7,12%
Disponibilités	0,04%					-0,01%	-1,93%	-1,94%
<b>Total</b>	<b>100,00%</b>	<b>19,35%</b>	<b>100,00%</b>	<b>4,69%</b>	<b>14,65%</b>	<b>8,73%</b>	<b>5,92%</b>	<b>14,65%</b>

## 2. FONDS SECTORIEL

### 2.1. Performances et poids

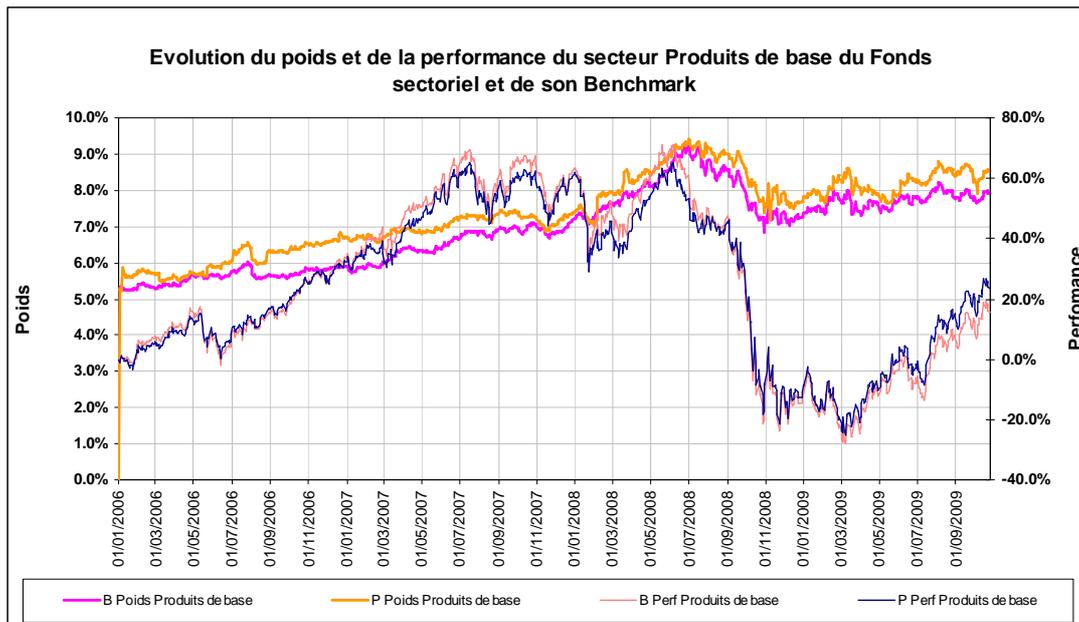
Sur le fonds sectoriel (cf graphique) les écarts de performance sont très significatifs : de +40% en 18 mois à partir de début 2006, à, un peu plus de 18 mois plus tard, les performances chutent à -40%, toujours par rapport à début 2006. Sur fin 2009, la valeur du fonds retrouve presque l'équilibre avec valeur de 4 ans plus tôt.

Sur le secteur financier qui est le plus représenté dans le fonds et son benchmark, l'évolution des performances cumulées, et des poids est la suivante :



Le fonds sectoriel est globalement souspondéré sur le secteur financier. Les pondérations dans le fonds et le benchmark passent de plus de 30% avant la crise, à moins de 20% au plus bas. Sur ce secteur, les performances cumulées de la poche dans le portefeuille sont supérieures à celle dans le benchmark.

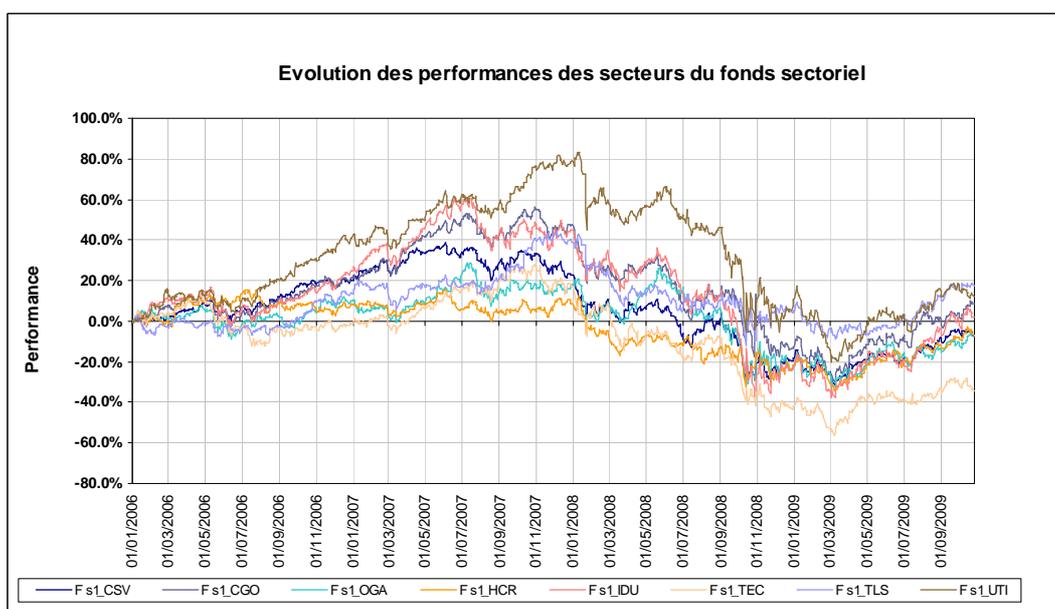
La courbe des performances est globalement la même sur tous les secteurs du fonds et du benchmark, la corrélation étant forte entre chaque poche et la tendance globale des marchés. Néanmoins, quelques différences de comportement entre les secteurs peuvent être observées. Sur le secteur produits de base, par exemple, la chute des performances est moins immédiate et décalée à mi 2008. Elle est aussi moins brutale car le niveau de début 2006 est rattrapé dès août 2009. Cette différence de comportement est due à la spécificité du secteur (moins volatil) :



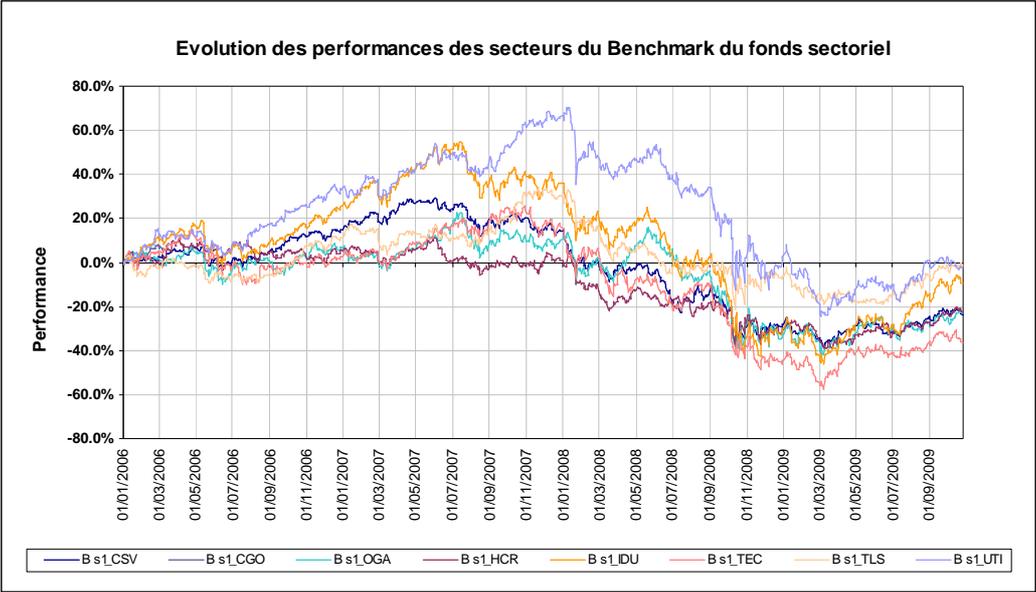
Les poids sur le secteur bien de consommation sont en légère augmentation, ce secteur étant plus défensif et un peu moins assujéti aux variations des marchés. Les performances relatives du secteur entre fonds et benchmark semblent varier dans le temps : si jusqu'en octobre 2008, la poche dans le benchmark bat la poche dans le fonds, la tendance s'inverse depuis.

Même si, quand les performances sur une poche sont plus importantes côté fonds que côté benchmark, la conclusion est simple, à savoir le choix de valeur dans la poche est bon, d'autres conclusions sont difficiles à établir à partir de ces premières courbes. En effet, sur le fonds sectoriel, les écarts de performance et de poids par rapport au benchmark sont plus faibles, et les tendances se suivent de très près.

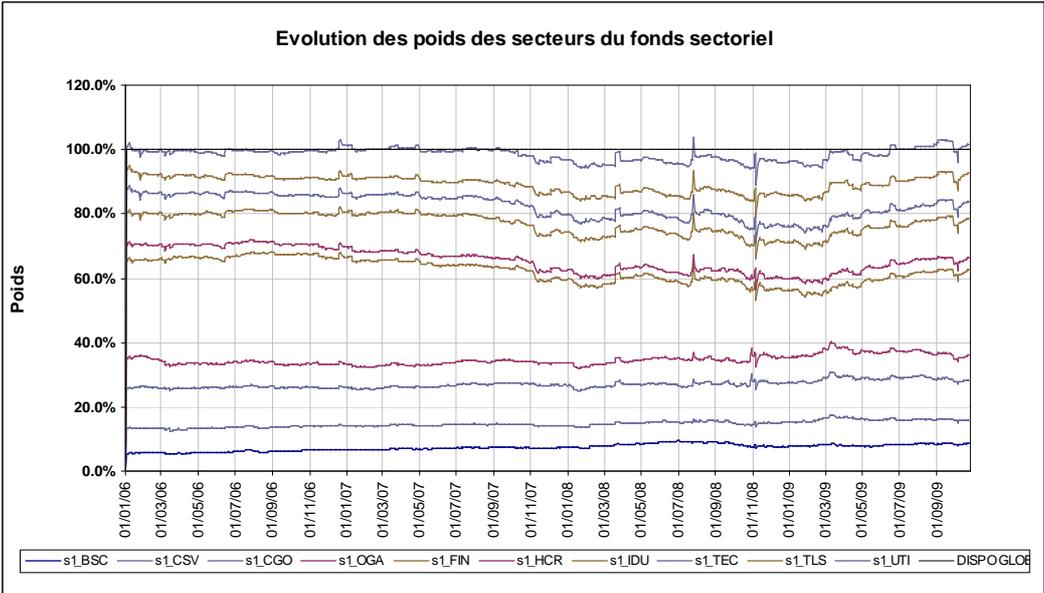
Pour illustration, ci-dessous le graphique de l'évolution des performances des poches du fonds (hors poche Produits de base et Financier déjà présentées) :



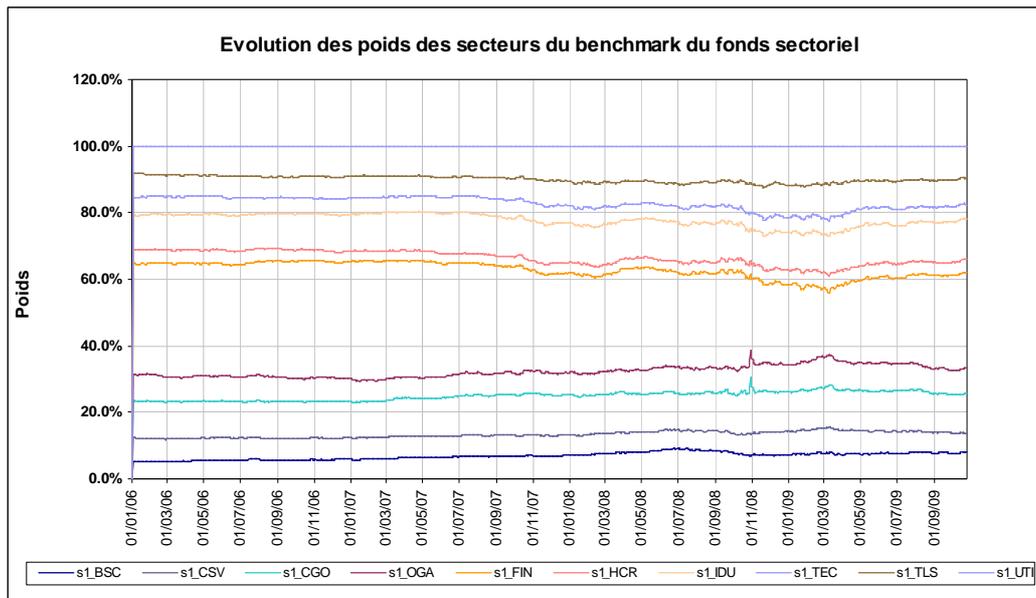
Graphique de l'évolution des performances des poches du benchmark (hors poches Produits de base et Financier déjà présentées) :



Graphique de l'évolution des poids des poches du fonds sectoriel :



Graphique de l'évolution des poids des poches du benchmark du fonds sectoriel :

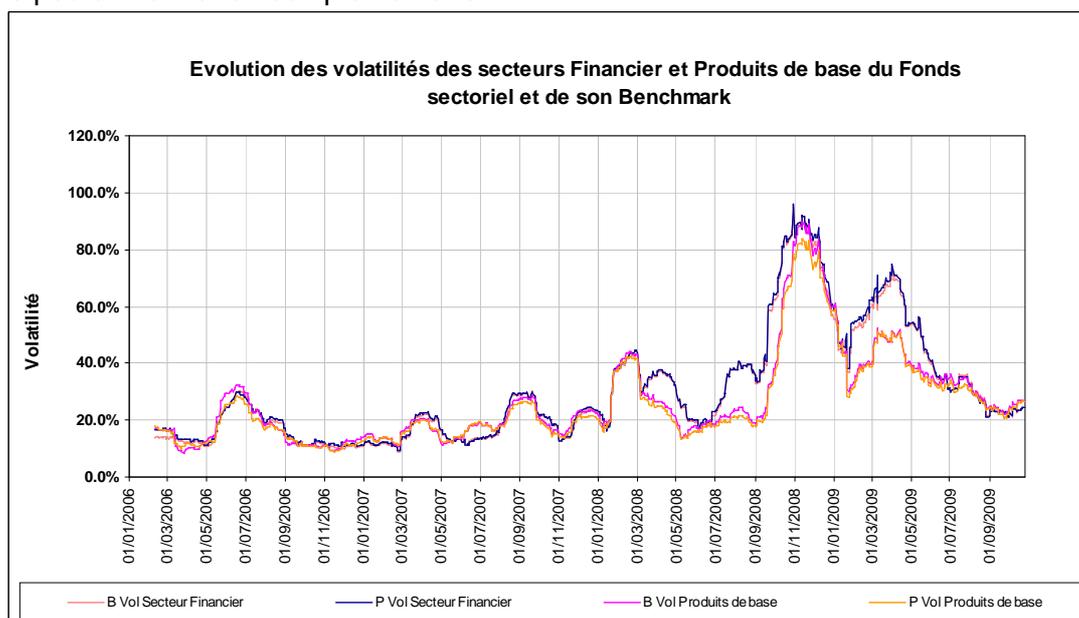


## 2.2. Volatilités et tracking error

La tracking error du fonds sectoriel par rapport à son benchmark est globalement en augmentation lente entre fin 2007 et septembre 2008, explose en octobre et novembre 2008 puis rechute ensuite, ce qui est conforme à la tendance du marché. Plus les fluctuations de marché sont fortes, plus il y aura un impact sur la tracking error, même dans une gestion benchmarkée car le portefeuille n'est jamais la réplique exacte du benchmark.

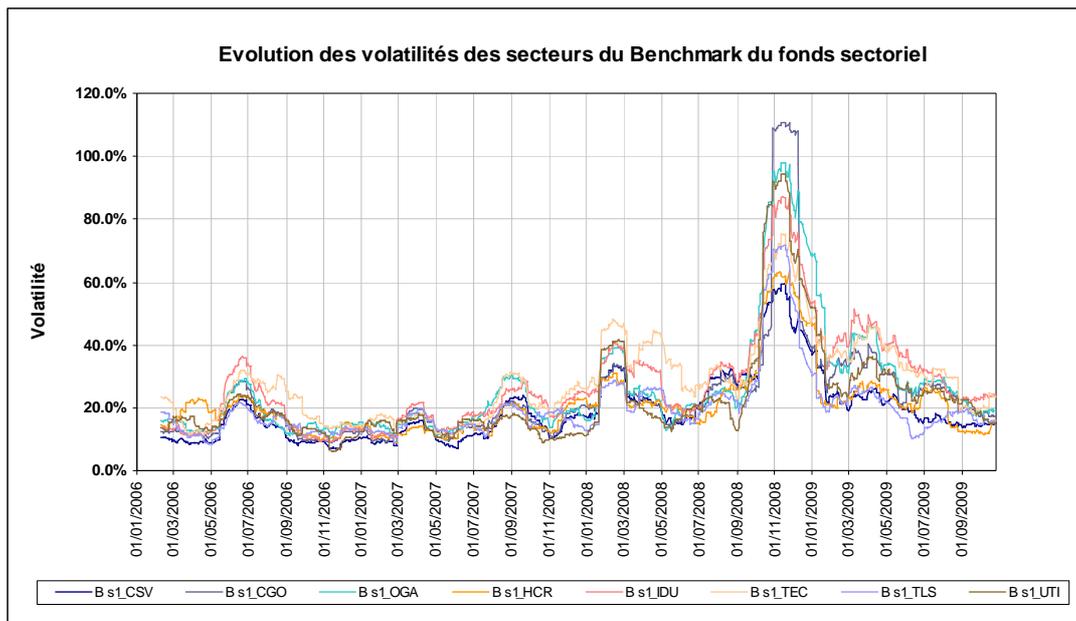
L'évolution de la tracking error n'est cependant pas strictement liée au marché. Les fluctuations de la courbe résultent des choix effectués qui écartent le fonds sectoriel de son benchmark. L'impact de ces choix semble plus particulièrement marqué par exemple pour début 2006 où, dans un contexte de marché assez peu volatil, la tracking error était très élevée : l'explication est à chercher dans les choix de gestion sur le fonds.

L'étude de l'évolution des volatilités sur les poches du fonds sectoriel et du benchmark donne peu d'information complémentaire :

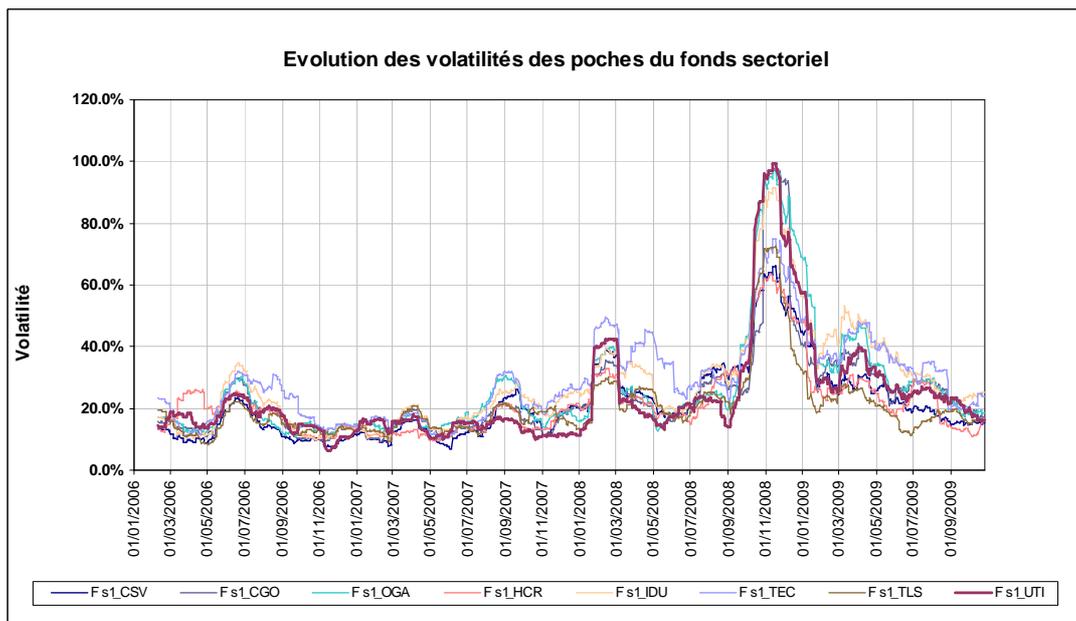


Les tendances sur les secteurs financier et produits de base présentées dans le graphique sont très proches de celles du fonds et de son benchmark. La différence se fait sur l'intensité des pics de chacune des courbes. Cette constatation s'applique sur l'ensemble des secteurs qui constituent le fonds et son benchmark : les volatilités de chaque secteur évoluent de manière très similaire.

Graphique de l'évolution des volatilités des poches du benchmark du fonds sectoriel (hors poches Produits de base et Financier déjà présentées) :



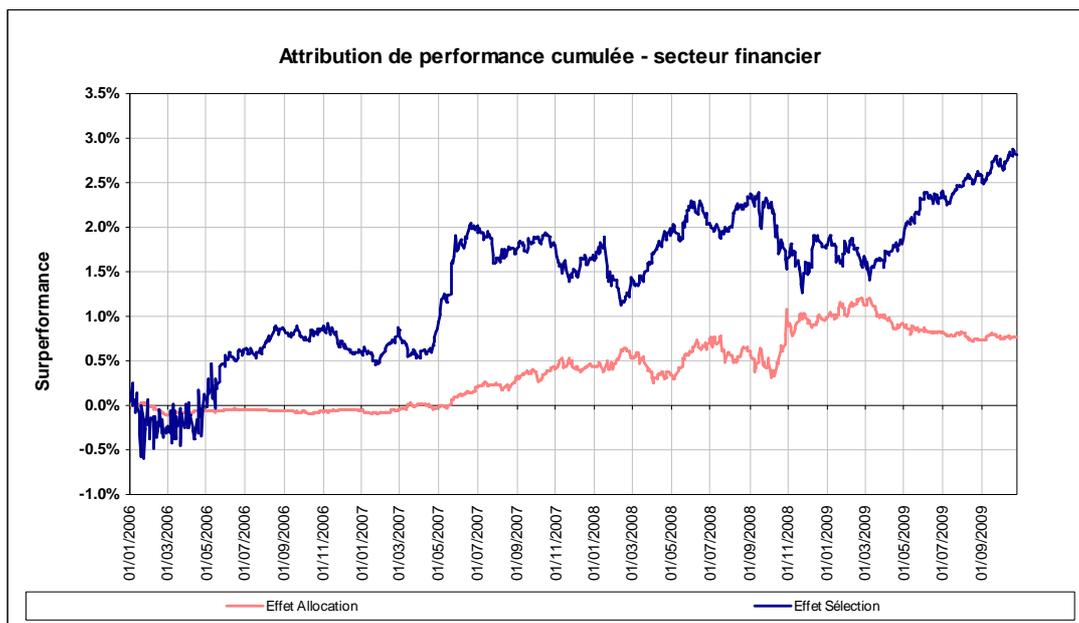
Graphique de l'évolution des volatilités des poches du fonds sectoriel (hors poches Produits de base et Financier déjà présentées) :



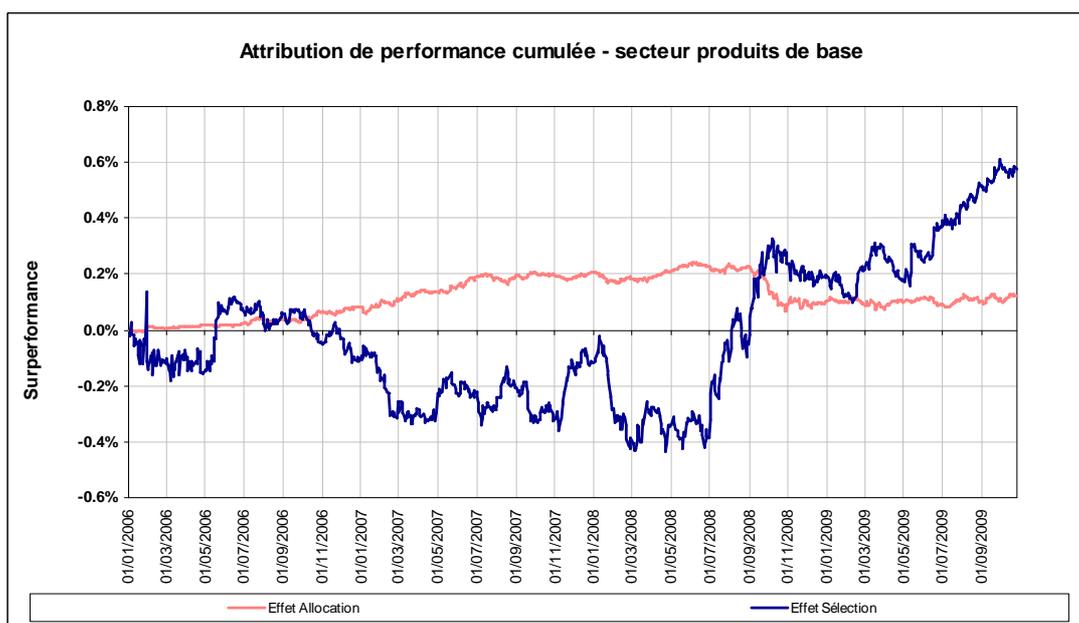
### 2.3. Attribution de performance

Les constatations effectuées sur le fonds sectoriel au global (cf Analyse des données) s'observent au niveau des graphiques de chaque poche, avec cependant certaines particularités. Par exemple, dans le secteur produits de base, l'effet sélection est plutôt négatif jusqu'au 2<sup>ème</sup> semestre 2008, pour être ensuite en croissance. Sur le secteur services aux collectivités, l'effet allocation est plutôt négatif à neutre hormis sur 2009.

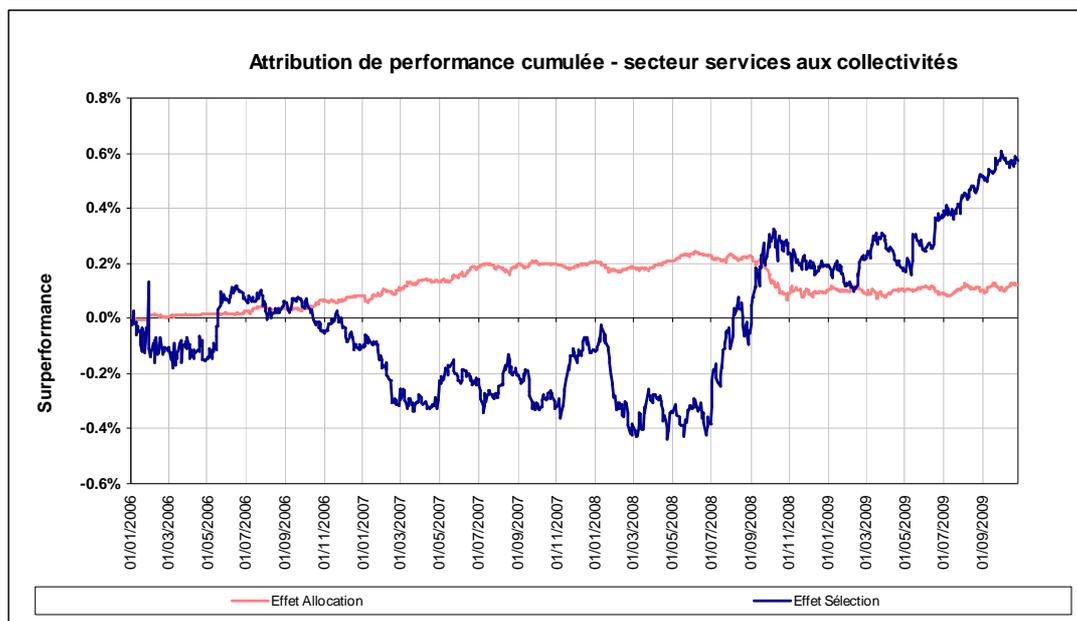
Graphique de l'évolution de l'attribution de performance de la poche secteur financier du fonds sectoriel :



Graphique de l'évolution de l'attribution de performance de la poche secteur produit de base du fonds sectoriel :



Graphique de l'évolution de l'attribution de performance de la poche secteur services aux collectivités du fonds sectoriel :



Sur l'ensemble de la période 2006 à octobre 2009, l'attribution de performance du fonds sectoriel devient :

Poche	Portefeuille		Benchmark		Surperformance	Attribution		
	Moyenne poids	Performance	Moyenne poids	Performance		Allocation	Sélection	Total
BSC	7,38%	23,48%	6,93%	15,75%	7,74%	0,12%	0,58%	0,70%
CSV	7,28%	-7,33%	6,41%	-23,63%	16,30%	-0,26%	1,29%	1,03%
CGO	12,34%	8,44%	11,64%	4,17%	4,27%	0,06%	0,24%	0,30%
OGA	7,59%	-7,09%	7,33%	-22,87%	15,78%	-0,12%	1,25%	1,13%
FIN	27,62%	-27,29%	30,51%	-35,31%	8,02%	0,76%	2,82%	3,58%
HCR	3,38%	-7,16%	3,58%	-22,69%	15,54%	-0,15%	0,61%	0,46%
IDU	11,32%	1,65%	11,41%	-9,51%	11,16%	-0,03%	1,15%	1,12%
TEC	5,48%	-34,06%	4,98%	-36,36%	2,30%	-0,11%	0,16%	0,05%
TLS	6,84%	17,61%	7,24%	-1,31%	18,92%	-0,06%	1,08%	1,02%
UTI	9,24%	12,19%	9,98%	-2,96%	15,15%	0,01%	1,14%	1,14%
Dispo.	1,52%	-1,25%			-1,25%	3,59%	0,03%	3,63%
	100,00%	-4,19%	100,00%	-18,35%	14,16%	3,82%	10,34%	14,16%

# ANNEXE 5 : Attributions fonds sectoriel

## 1. ATTRIBUTION DE PERFORMANCE ET DE RISQUE – PERIODE DE CRISE

Poche	Moyenne poids		Surper- formance	Attribution de performance			Attribution de risque		
	Porte- feuille	Bench- mark		Allocation	Sélection	Total	Allocation	Sélection	Total
BSC	7,97%	7,60%	2,68%	0,01%	0,23%	0,24%	0,01%	0,14%	0,15%
CSV	6,89%	6,21%	3,11%	0,03%	0,18%	0,21%	0,03%	-0,03%	0,00%
CGO	12,20%	11,91%	-0,33%	0,01%	-0,11%	-0,10%	0,06%	0,22%	0,28%
OGA	7,47%	7,30%	6,03%	-0,01%	0,35%	0,34%	0,00%	0,09%	0,09%
FIN	24,99%	28,78%	1,45%	0,76%	0,59%	1,34%	0,16%	0,22%	0,37%
HCR	3,07%	3,40%	1,02%	-0,10%	0,00%	-0,09%	-0,04%	0,03%	-0,01%
IDU	11,65%	11,60%	3,42%	-0,01%	0,43%	0,42%	0,01%	0,19%	0,20%
TEC	5,39%	5,03%	1,55%	-0,01%	0,09%	0,09%	0,01%	0,02%	0,03%
TLS	7,26%	7,49%	5,09%	-0,05%	0,20%	0,15%	-0,01%	0,01%	0,01%
UTI	10,01%	10,69%	-1,02%	-0,03%	-0,08%	-0,12%	-0,03%	0,05%	0,02%
Dispo.	3,10%			1,78%	0,07%	1,85%	0,78%	0,00%	0,78%
	100,00%	100,00%	4,33%	2,36%	1,96%	4,33%	0,97%	0,95%	1,92%

## 2. ATTRIBUTION DE PERFORMANCE ET DE RISQUE – PERIODE POST CRISE

Poche	Moyenne poids		Surper- formance	Attribution de performance			Attribution		
	Porte- feuille	Bench- mark		Allocation	Sélection	Total	Allocation	Sélection	Total
BSC	8,27%	7,77%	4,90%	-0,02%	0,41%	0,39%	0,01%	0,15%	0,15%
CSV	7,91%	6,58%	8,29%	-0,42%	0,80%	0,38%	0,05%	0,17%	0,22%
CGO	12,79%	12,01%	-1,66%	-0,01%	-0,21%	-0,22%	0,04%	0,11%	0,15%
OGA	8,15%	8,08%	4,27%	-0,04%	0,41%	0,37%	0,00%	0,05%	0,05%
FIN	23,02%	25,82%	3,32%	-1,30%	0,62%	-0,69%	0,21%	0,19%	0,40%
HCR	3,99%	4,14%	14,35%	0,03%	0,68%	0,71%	-0,01%	0,11%	0,10%
IDU	12,17%	11,91%	-0,95%	-0,01%	-0,12%	-0,12%	0,00%	0,17%	0,17%
TEC	4,99%	4,75%	0,62%	-0,04%	0,03%	0,00%	0,01%	0,00%	0,01%
TLS	9,00%	8,50%	6,67%	-0,12%	0,69%	0,57%	0,01%	0,08%	0,09%
UTI	9,51%	10,45%	10,73%	0,33%	1,17%	1,50%	0,01%	0,17%	0,18%
Dispo.	0,20%			0,05%	-0,09%	-0,05%	0,09%	0,00%	0,09%
	100,00%	100,00%	2,85%	-1,55%	4,39%	2,85%	0,40%	1,20%	1,61%