

**Mémoire présenté devant le Centre d'Etudes Actuarielles
pour la validation du
cursus à la Formation d'Actuaire du Centre d'Etudes Actuarielles
et l'admission à l'Institut des Actuaire
le : _____**

Par : Joachim LEMAIRE

Titre : Impacts du provisionnement en norme actuelle et en norme Solvabilité II

Confidentialité : ☒ NON ☐ OUI (Durée : ☐ 1an ☐ 2 ans)

Les signataires s'engagent à respecter la confidentialité indiquée ci-dessus

*Membre présent du jury de
l'Institut des Actuaire :*

*Membres présents du jury du
Centre d'Etudes Actuarielles :*

Gérard CROSET

Pierre PETAUTON

Florence PICARD

Olivier LOPEZ

Entreprise :

Nom : ACTUARIS

Signature : Anne-Charlotte BONGARD

Directeur de mémoire en entreprise :

Nom : Erika LE DONGE

Signature : Erika LE DONGE

Invité :

Nom : _____

Signature : _____

**Autorisation de publication et de
mise en ligne sur un site de
diffusion de documents actuariels
(après expiration de l'éventuel délai de
confidentialité)**

Signature du responsable entreprise

[Signature]

Signature du candidat

[Signature]

Secrétariat :

Bibliothèque :

RESUME

A l'heure où les sociétés d'assurance réfléchissent à réduire leur niveau de marge de prudence dans les provisions en norme française pour limiter les écarts avec la nouvelle norme prudentielle Solvabilité II, il apparaît important d'identifier l'influence du niveau de provisions sur les indicateurs actuels et prudentiels d'une société d'assurance non-vie.

Les sociétés d'assurance sont amenées à constituer des provisions pour faire face à leurs engagements. Plusieurs méthodes existent pour estimer les provisions, la plus connue d'entre elles s'intitule « Chain Ladder ». Cette méthode présente l'avantage d'être simple, de requérir peu d'hypothèses et d'être aisément paramétrable. Les provisions ne peuvent cependant pas être calculées avec exactitude notamment à cause de la volatilité inhérente aux données. Pour répondre à ce besoin, des actuaires ont conçu des modèles mathématiques qui quantifient l'erreur-type des provisions. En particulier, les méthodes « Mack » et « Merz & Wüthrich » remplissent cet objectif. En considérant des hypothèses complémentaires, il est alors possible de calibrer des lois de probabilité et d'en déduire des quantiles. La finalité est de déterminer le montant de provision à constituer pour être certains de pouvoir honorer les engagements avec une probabilité donnée (par exemple 80%).

Pour calculer les provisions, les sociétés d'assurance sont amenées à réaliser des choix méthodologiques et des estimations à partir des informations disponibles en un temps limité. En norme française, on constate que les sociétés d'assurance procèdent en plus au pilotage de leurs provisions en constituant une marge de prudence qui est utilisée pour lisser leur résultat. La marge de prudence permet d'absorber les pertes des mauvaises années en limitant la consommation de fonds propres aux cas extrêmes.

En norme française, il existe de nombreuses provisions techniques avec chacune un rôle précis. Certaines provisions réduisent la volatilité du résultat comme la provision d'égalisation alors que d'autres l'augmentent, c'est le cas de la provision pour risque en cours. Ce mémoire a pour objectif de décrire précisément les différentes provisions techniques et leurs formules de calcul pour comprendre les choix à réaliser et leurs conséquences. Nous présentons les interactions entre provisions et quantifions les impacts de la politique de provisionnement sur les principaux éléments comptables et les indicateurs des sociétés d'assurance.

La norme solvabilité II entre en vigueur en 2016. Les articles de la Directive ne donnent pas la possibilité de piloter des provisions dans cette nouvelle norme comptable, en particulier les marges de prudence ne sont pas admises. Paradoxalement, Solvabilité II nécessite un grand nombre de choix méthodologiques et de nombreuses estimations, il en résulte des provisions pouvant varier très fortement. L'objectif est de décrire les provisions techniques dans ce nouvel environnement et de comprendre à quels paramètres elles sont sensibles. Dans un second temps, le bilan solvabilité II est établi et les marges de risques calculées. Bien que peu impactant sur le SCR, de légers écarts de provisions peuvent générer de forts écarts de marge de solvabilité causés par la sensibilité des fonds propres aux provisions.

L'illustration numérique retenue tout au long du mémoire est basée sur deux politiques de provisionnement différentes au sein de la même société, c'est-à-dire dans un contexte de sinistralité exactement identique. Des interactions inattendues sont mises en avant comme l'impact de

l'évaluation des provisions en norme française sur le SCR de marché et sur les fonds propres solvabilité II.

L'objectif du mémoire est de révéler tous les impacts des choix de provisionnement sur les principaux indicateurs de santé financière des sociétés d'assurance non-vie.

MOTS CLES

Provisionnement, IARD, inventaire, marge de prudence, volatilité, solvabilité, Chain Ladder, Mack, Merz & Wüthrich, quantile, coût du capital, bilan, fonds propres

ABSTRACT

At a time when insurance companies are considering decreasing their level of prudence in provisions in French standard to reduce the gap with the new prudential standard Solvency II, it appears essential to identify the influence of the level of provisions on current and prudential indicators for non-life insurance companies.

Insurance companies are forced to build provisions to meet their commitments. Several methods exist for estimating provisions, the most famous of them is entitled "Chain Ladder". This method has the advantage of being simple, it requires few assumptions and is easily configurable. However, provisions can not be calculated accurately in particular because of the volatility inherent in the data. To meet this need, actuaries have developed mathematical models that quantify the error of the provisions. In particular, "Mack" and "Merz & Wüthrich" methods fulfill this objective. Considering additional assumptions, it is possible to calibrate probability distributions in order to calculate quantiles. The aim is to determine the amount of provision required to be able to honor commitments with a given probability (eg 80 %).

For calculating provisions, insurance companies are forced to make methodological choices and to estimate from the information available in a limited period of time. In addition, in French standard, insurance companies often pilot provisions by establishing a level of prudence that is used to smooth their income. Prudence is used to absorb losses in bad years by limiting the consumption of own funds to extreme cases.

In French standard, it exist many types of technical provisions, each one with a specific role. Certain provisions reduce income volatility as the equalization reserve while others increase it as "la provisions pour risques en cours". The thesis aims to define precisely each technical provision and each corresponding calculation to appreciate the choices to make and their consequences. We present interactions between provisions and quantify the impact of the reserving policy on key accounting elements and indicators of insurance companies.

The standard Solvency II comes into force in 2016. The articles of the Directive does not provide the ability to pilot provisions in this new accounting standard , in particular including prudence on purpose in provisions is not allowed. Paradoxically, Solvency II requires a large number of methodological choices and many estimations, therefor the provisions amounts can vary greatly. Our objective is to describe the technical provisions in this new environment and to understand which parameters are sensitive. In a second step, the Solvency II balance sheet is established and the solvency ratios are calculated. Although few impacting on the SCR, slight differences in technical provisions can generate large differences in terms of solvency ratios caused by the sensitivity of own funds.

The numeric illustration throughout the thesis is based on two different reserving policies within the same company, that is to say in the exact same claim context. Unexpected interactions are highlighted like the impact of the valuation of provisions in the French standard on the SCR market and on Solvency II own funds.

The aim of the thesis is to reveal all the impacts of reserving choices on key financial indicators of non-life insurance companies.

KEYWORDS

Reserving, non-life insurance, financial statements, prudence, volatility, solvency, Chain Ladder, Mack, Merz & Wüthrich, quantile, cost of capital, balance sheet, own funds

REMERCIEMENTS

Merci à Thomas CANON pour ses précieuses recommandations techniques et sa culture assurantielle.

Merci à Maxime LENFANT et Erika LE DONGE pour leurs conseils en assurance non-vie et les discussions enrichissantes sur des problématiques pointues.

Merci à Anne-Charlotte BONGARD, à Jérémie GARROT et aux consultants du pôle IARD d'Actuaris pour les différents échanges techniques sur le provisionnement et sur Solvabilité II.

Merci à Pierre ARNAL, Pierre MIEHE, et ACTUARIS, pour m'avoir permis de suivre les cours du CEA et de réaliser ce mémoire.

Merci à ma compagne pour son important soutien.

TABLE DES MATIERES

Les problématiques et conséquences du pilotage, de l'arbitrage, et des choix de provisionnement, sont développées et mises en évidence tout au long de ce mémoire. Elles sont indiquées par des «  » ou présentées dans des sections ou sous-sections dédiées.

INTRODUCTION 9

PARTIE 1 : EVALUATION ET VOLATILITE DE LA PROVISION POUR SINISTRES A PAYER 11

NOTIONS ET DEFINITIONS	11
LA METHODE CHAIN LADDER	13
EVALUATION DE LA VOLATILITE A L'ULTIME AVEC LA METHODE DE MACK	17
EVALUATION DE LA VOLATILITE A UN AN AVEC LA METHODE DE MERZ & WÜTHRICH	19
AJUSTEMENT DE LOIS ET CALCULS DE QUANTILES	21
LE PRINCIPE DE COUT DU CAPITAL	24
CHOIX ET ARBITRAGES	25
ILLUSTRATION NUMERIQUE	28

PARTIE 2 : LES PROVISIONS ET LA MARGE DE SOLVABILITE EN NORME FRANÇAISE 38

NOTIONS EN INVENTAIRE NON-VIE	38
LES PROVISIONS TECHNIQUES D'ASSURANCE NON-VIE : DEFINITIONS ET CALCULS	38
La segmentation	39
La Provision pour Sinistre A Payer (PSAP)	40
La Provision Mathématique (PM)	41
La Provision pour Primes Non Acquises (PPNA)	43
Les Frais d'Acquisition Reportés (FAR)	44
La Provision pour Risque En Cours (PREC)	45
La Provision d'Egalisation (PE)	46
Les provisions cédées	46
LE COMPTE DE RESULTAT	48
LE BILAN	50
LA MARGE DE SOLVABILITE	51
LA FISCALITE	53
ILLUSTRATION NUMERIQUE	56
CONCLUSION	63

PARTIE 3 : LES PROVISIONS ET LA MARGE DE SOLVABILITE EN NORME SOLVABILITE II 65

INTRODUCTION A LA NORME SOLVABILITE II	65
LES PROVISIONS D'ASSURANCE NON-VIE : DEFINITIONS ET CALCULS	65
Segmentation	65
Règlementation	66

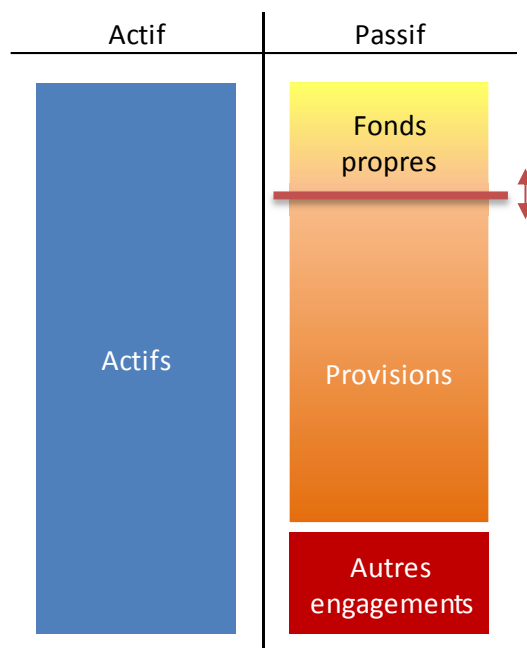
Best Estimate de Sinistres (hors rentes en stock)	67
Best Estimate pour rentes non-vie	68
Best Estimate de Primes	69
Best Estimate Recoverable	73
Marge de risque	76
Impôts différés	77
LE BILAN	79
LES VARIATIONS DE FONDS PROPRES (PSEUDO COMPTE DE RESULTAT)	80
LA MARGE DE SOLVABILITE	81
Introduction	81
SCR Marché	82
SCR Non-vie	83
SCR Vie	87
SCR Contrepartie	90
SCR Opérationnel	93
Ajustement pour impôts différés	93
SCR et marge de solvabilité	94
Minimum Capital Requirement (MCR) et marge de solvabilité	96
Distribution des fonds propres	98
ILLUSTRATION NUMERIQUE	100
SYNTHESE DE L'IMPACT DES PROVISIONS	117
CONCLUSION	118
 CONCLUSION	 120
 ANNEXES	 122
 ANNEXE I : LISTE DES CATEGORIES MINISTERIELLES EN ASSURANCE NON-VIE	 122
ANNEXE II : LISTE DES BRANCHES EN ASSURANCE NON-VIE	122
ANNEXE III : LISTE DES BRANCHES « LINE OF BUSINESS » EN ASSURANCE NON-VIE ET SANTE NSLT	123
ANNEXE IV : PROBABILITES DE DEFAULT	123
ANNEXE V : PROVISION MATHEMATIQUE	124
ANNEXE VI : TAXE SUR LES EXCEDENTS DE PROVISION	126
ANNEXE VII : COURBES DES TAUX SANS RISQUE	127
ANNEXE VIII : BEST ESTIMATE DE SINISTRE	128
ANNEXE IX : BEST ESTIMATE DE RENTES	129
ANNEXE X : BEST ESTIMATE DE PRIMES	131
ANNEXE XI : SCR VIE	131
ANNEXE XII : SCR DE CONTREPARTIE (TYPE 1)	132
ANNEXE XIII : SCR DE CONTREPARTIE (TYPE 2)	134
ANNEXE XIV : MARGE DE RISQUE	134
ANNEXE XV : DERIVEES DES INDICATEURS EN NORME ACTUELLE	136
ANNEXE XVI : DERIVEES DES INDICATEURS EN NORME SOLVABILITE II	142
 BIBLIOGRAPHIE	 145

INTRODUCTION

En assurance, le cycle de production est dit inversé. Dans un commerce traditionnel, le produit destiné à la vente est fabriqué à priori. Le vendeur connaît ainsi son coût de production, tous les frais et ainsi la marge unitaire qu'il réalisera lors de la vente. En assurance, ce cycle est inversé, l'assuré paye une prime et ne reçoit la prestation qu'à postériori. La prestation, constituée principalement des sinistres et frais, n'est pas connue lors du paiement de la prime, elle ne peut être évaluée qu'approximativement par des méthodes statistiques. Cette inversion du cycle rend impossible la détermination exacte de la richesse d'une société d'assurance à un instant donné puisqu'elle ne connaît pas avec exactitude ses engagements.

Plus précisément, lorsqu'un contrat d'assurance non-vie est signé, la prime correspondante, appelée prime émise, est immédiatement déversée dans les actifs sous forme de créances ou de placements. Aucun sinistre n'est encore survenu. Puis, au cours de la vie du contrat, des arrêts comptables sont réalisés pour établir les bilans et comptes de résultats de la société d'assurance. Lors de chaque arrêté, les actifs, les primes émises et la durée de vie résiduelle des contrats sont relativement bien connus. La partie sinistre est constituée d'une partie connue, les paiements de sinistres et de frais déjà comptabilisés, et d'une partie inconnue, les paiements à venir. La partie inconnue représente des engagements de l'assureur envers l'assuré. Elle est représentée au bilan par les provisions.

La phase d'inventaire consiste à évaluer le plus précisément possible les provisions à la date d'arrêté. Cette évaluation repose sur la sinistralité observée sur le passé, l'analyse effectuée par les actuaires, et les législations prudentielle et fiscale encadrant les niveaux de provisions. Une marge de prudence raisonnable peut être incluse implicitement ou explicitement. Elle constitue la frontière avec les fonds propres. La marge permet d'honorer les engagements les années à sinistralité élevée, les fonds propres couvrent les événements extrêmes. Ces deux notions sont pourtant très différentes car les provisions sont destinées aux assurées alors que les fonds propres sont destinés à la société d'assurance (actionnaires, adhérents, actions détenues en propre,...).



Sur le marché de l'assurance, on constate des politiques de provisionnement variant significativement selon les sociétés, ce mémoire a pour objectif de présenter les impacts qu'elles engendrent. Certaines sociétés préfèrent ne pas inclure de marge de prudence notamment pour réaliser les bénéfices le plus tôt possible ou pour accroître les fonds propres. D'autres sociétés préfèrent un niveau de provisionnement élevé notamment pour amortir les variations de sinistralité et ainsi limiter les années affichant des pertes techniques.

La première partie de ce mémoire présente plusieurs méthodes pour calculer les provisions pour sinistres et la volatilité sous-jacente. Les méthodologies utilisées sont très proches quelle que soit la norme comptable.

Les deuxième et troisième parties montrent les impacts des choix de provisionnement dans deux référentiels comptables, respectivement la norme comptable française et la norme comptable Solvabilité II. La norme comptable actuelle repose sur les codes législatifs français dont le code des assurances, le code du commerce et le code général des impôts. Elle permet de comparer deux entreprises françaises et d'établir les assiettes de paiements des impôts. La norme Solvabilité II devrait entrer en vigueur dès 2016 dans tous les pays de l'Union Européenne. Elle permet déjà de comparer différentes sociétés d'assurance de l'Union Européenne et d'en apprécier leur solidité financière via leur marge de solvabilité.

La valorisation des provisions techniques non-vie, le degré d'incertitude qu'elles comportent, et l'impact qu'elles génèrent sur les sociétés d'assurance IARD seront traités et illustrés tout au long du mémoire.

Partie 1 : Evaluation et volatilité de la Provision pour Sinistres A Payer

Les définitions des autres provisions techniques sont énoncées partie 2 et partie 3.

Notions et définitions

Les notions présentées dans cette sous-section sont relatives à la sinistralité.

Avant de définir la notion de provisions pour sinistres à payer, il est utile de maîtriser les deux notions temporelles suivantes :

- **Année de rattachement** : Année à laquelle est rattaché le sinistre. En France, il s'agit de l'année de survenance du sinistre sauf cas particuliers. Les cas particuliers sont les rattachements par année de souscription (en assurance caution par exemple) ou par année de construction (en assurance décennale par exemple). L'année de rattachement est importante puisqu'elle permet de comparer la sinistralité aux primes via des indicateurs comme les « Loss Ratio » (charges sinistres / primes acquises).
- **Année comptable** : Un sinistre n'est pas toujours payé dès sa survenance et il peut être payé en plusieurs fois. Les années comptables correspondent aux années durant lesquelles sont enregistrés les mouvements comme les paiements et variations de provision. Ainsi, les comptes de résultats contiennent des informations comptables.

La notion de **recours** est également très importante en assurance non-vie. Lorsqu'un assureur règle les sinistres d'un assuré, il obtient un droit de subrogation. L'assureur a ainsi la possibilité d'exercer un recours contre le responsable du sinistre à la place de l'assuré. *Par exemple, un accident de la route implique un véhicule A percuté par un véhicule B ayant brulé une priorité à droite. L'assureur du véhicule A va régler le sinistre à son assuré, puis exercer un recours contre l'assureur du véhicule B. L'assureur du véhicule B devra indemniser l'assureur du véhicule A.*

En norme française, la **Provision pour Sinistre A Payer (PSAP)** est destinée à couvrir les paiements (et éventuellement les encaissements) à venir pour les sinistres déjà survenus. La PSAP regroupe plusieurs provisions :

- Les **provisions dossier / dossier** : évaluées individuellement par les gestionnaires sinistre. Pour chaque sinistre, il s'agit d'une estimation des règlements à venir en fonction des informations disponibles. Les provisions dossier / dossier sont réévaluées dès qu'une nouvelle information sur le sinistre est disponible.
- Les **IBNR** composés de :
 - **IBNYR** : provision pour sinistres survenus mais pas encore déclarés. Cette provision est évaluée par segment à chaque date d'inventaire et est destinée à régler les sinistres tardifs (i.e. sinistres déclarés tardivement).
 - **IBNER** : provision pour sinistres insuffisamment provisionnés. Comme les IBNYR, cette provision est évaluée par segment à chaque date d'inventaire. Elle constitue un complément aux provisions dossier / dossier lorsque celles-ci s'avèrent insuffisantes.

Les IBNER peuvent également être négatifs en cas de sur provisionnement d/d.

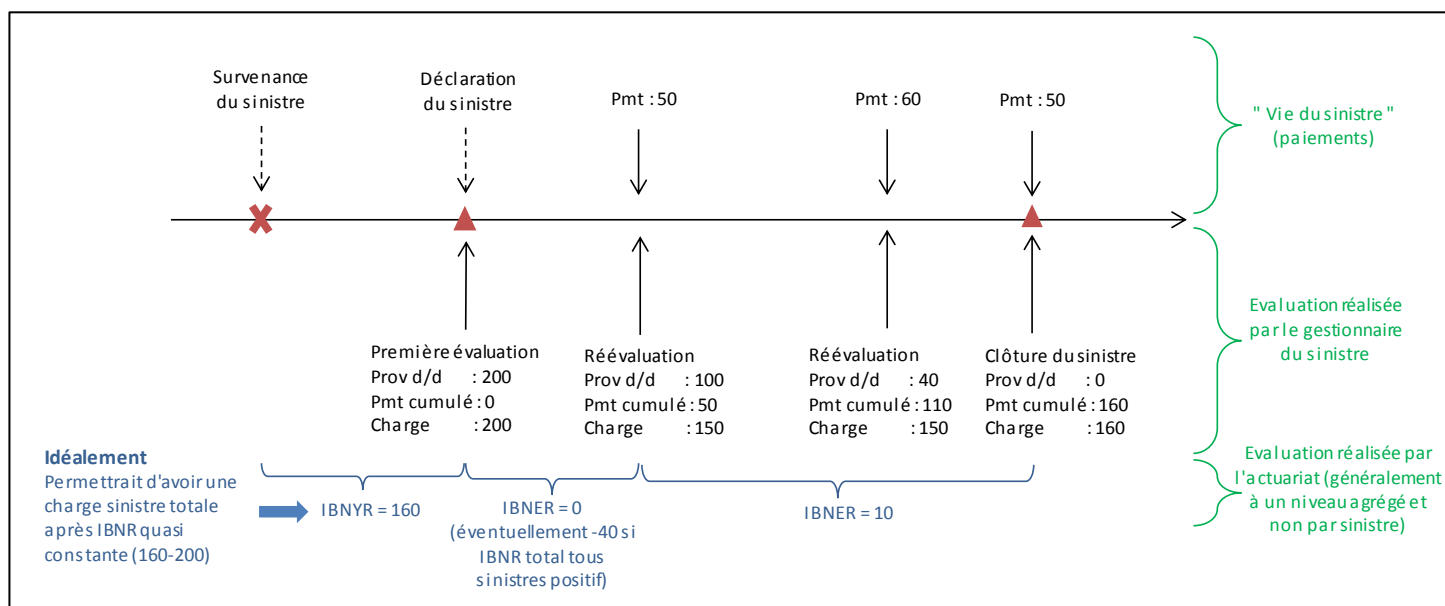
- La **PFGS** : Provision pour Frais de Gestion des Sinistres. Elle est destinée à couvrir les frais de gestion des sinistres déjà survenus.
- La **PRAE** : Prévision de Recours A Encaisser. La PRAE est une prévision des recours à encaisser sur les sinistres déjà survenus.

Ainsi, la PSAP s'exprime comme suit : $PSAP = \text{provisions d / d} + IBNR + PFGS - PRAE$

D'un point de vue réglementaire, les PSAP sont définies dans les articles Article R331-6, R331-15, R331-16, R331-17, R331-18, R331-26 du code des assurances et associées aux comptes comptables « 33 ».

La **charge sinistre** est la somme des règlements et de la provision pour sinistres à payer. Plus précisément, il existe la charge sinistre comptable correspondant à la somme des paiements dans l'exercice comptable et des variations de provisions de sinistres. Par opposition, il existe la charge sinistre par survenance correspondant au cumul de tous les paiements et de la provision de sinistres clôture.

Le schéma ci-dessous illustre la vie d'un sinistre qui coûtera 160 et sera payé en trois fois.



Les méthodologies présentées dans la suite de cette partie sont destinées à calculer les IBNR. Elles sont particulièrement bien adaptées aux risques IARD rattachés par année de survenance (automobile, multirisque habitation, garantie accident de la vie,...).

La méthode Chain Ladder

Introduction

Chain Ladder (CL) est la méthode de provisionnement la plus répandue sur le marché de l'assurance non-vie. Elle permet de projeter des valeurs observées jusqu'à extinction de tous mouvements des sinistres, c'est-à-dire jusqu'à l'ultime. In fine, les provisions de sinistres sont déduites des ultimes et des valeurs observées.

La méthode Chain Ladder présente de nombreux atouts :

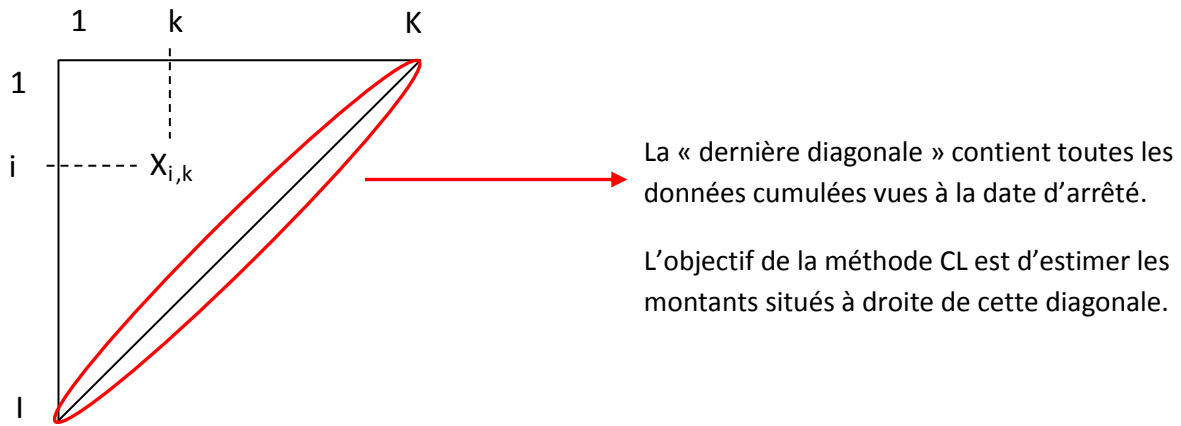
- Elle est facilement paramétrable. Un paramétrage adéquat permet de respecter les hypothèses sous-jacentes à la méthode dans de nombreux cas de figure
- Elle permet d'obtenir des résultats par année de rattachement (survenance, souscription, DROC,...), nécessaire notamment pour remplir les états réglementaires et répondre aux contraintes fiscales
- Elle est très largement utilisée à l'internationale, les groupes multinationaux peuvent ainsi facilement comparer les calculs d'une filiale à une autre
- Elle peut s'appliquer à de nombreux types de données : règlements, charges sinistres, recours, nombres de sinistres, coûts moyens de sinistre, etc. Dans tous ces cas, l'objectif est de déterminer les valeurs ultimes à partir des valeurs observées.

Notations et termes

Les notations présentées ci-dessous sont également reprises pour les autres méthodes de provisionnement :

- i : année de rattachement. Par défaut, nous utiliserons un rattachement par survenance des sinistres, mais Chain Ladder fonctionne à l'identique pour les autres modes de rattachement. Pour simplifier les indices, nous numérotions les années de rattachement de 1 pour la plus ancienne à I pour la plus récente.
- k : la k -ième année de développement, c'est-à-dire la $k^{\text{ème}}$ année après la survenance
- $x_{i,k}$: Les paiements / charges sinistres / nombre de sinistres ouverts / coûts moyens / etc observés, en valeur incrémentale, pour l'année de rattachement i et le k -ième développement. Par défaut, nous utilisons des paiements, mais la méthode Chain Ladder fonctionne à l'identique quelle que soit la grandeur projetée. Par exemple, $x_{2009,2}$ correspond aux paiements effectués en 2010 (2^{ème} année de développement) pour des sinistres rattachés à l'année 2009.
- $X_{i,k}$ est la grandeur observée sur l'année de rattachement i en valeurs cumulées jusqu'au k -ième développement. Par exemple, $X_{2009,2}$ correspond à la somme des paiements effectués en 2009 et 2010 pour des sinistres survenus en 2009.
- $\hat{x}_{i,k}$ et $\hat{X}_{i,k}$ correspondent aux valeurs incrémentales estimées, et respectivement aux valeurs cumulées estimées
- I : la survenance maximale, c'est-à-dire l'année d'arrêt des comptes (pour un arrêté annuel)
- K : le développement maximal

La première étape de la méthode Chain Ladder consiste à construire un « triangle » de données cumulées connues :



Pour simplifier les formules, nous numérotions les années de survenance (i) de 1 à I. Ainsi, I=K (en considérant des périodicités annuelles pour les survenances et pour les développements).

Hypothèses

La méthode Chain Ladder repose sur deux hypothèses :

- (1) Les montants cumulés par année de survenance sont indépendants, ce qui peut également s'écrire : Les vecteurs $\{X_{y,1}, \dots, X_{y,K}\}$ et $\{X_{z,1}, \dots, X_{z,K}\}$, avec $y \neq z$ sont indépendants.
- (2) Les facteurs de passage f_k sont stables par année de survenance, ce qui peut également s'écrire :

Pour $k = 1, \dots, K-1$, il existe un paramètre f_k tel que conditionnellement $E(X_{i,k+1} | X_{i,k}) = f_k * X_{i,k}$

Calculs

La première étape consiste à calculer des ratios de passage à partir du triangle de données cumulées :

$$\hat{F}_{i,k} = \frac{X_{i,k+1}}{X_{i,k}} \quad \text{avec } 1 \leq i \leq I-1 \quad \text{et} \quad 1 \leq k \leq K-i+1$$

Pour respecter au mieux la première hypothèse de Chain Ladder, l'actuaire en charge du provisionnement est autorisé à exclure des ratios de passage. En particulier, cela permet d'exclure des ratios de passage atypiques. Nous notons ces exclusions :

$$1_{i,k} = \begin{cases} 1 & \text{si } \hat{F}_{i,k} \text{ n'est pas exclu} \\ 0 & \text{si } \hat{F}_{i,k} \text{ est exclu} \end{cases}$$

Pour obtenir les mêmes résultats qu'avec un Chain Ladder Standard, il suffit de n'exclure aucun ratio.

La seconde étape consiste à calculer des facteurs de développement :

$$\hat{f}_k = \frac{\sum_{i=1}^{I-k} X_{i,k} * \hat{F}_{i,k} * 1_{i,k}}{\sum_{i=1}^{I-k} X_{i,k} * 1_{i,k}} \quad \text{avec } 1 \leq k \leq K-1$$

Le $\hat{f}_k$ sont des estimateurs sans biais des f_k . Pour le prouver, il faut montrer que $E(\hat{f}_k) = f_k$. La démonstration a été réalisée dans plusieurs mémoires dont « Calcul stochastique de provisions techniques d'assurance non-vie » cité en annexes.

La troisième étape consiste à projeter les données observées (c'est-à-dire la dernière diagonale du triangle) à l'aide des facteurs de développement :

$$\widehat{X}_{i,k+1} = \begin{cases} X_{i,k} * \widehat{f}_k & \text{pour } i + k = K + 1 \\ \widehat{X}_{i,k} * \widehat{f}_k & \text{pour } i + k > K + 1 \end{cases} \quad \text{avec } K+1 \leq i+k \leq 2 * K$$

A la fin de cette étape, l'actuaire dispose d'une estimation des ultimes (c'est-à-dire la dernière colonne du triangle complété) par année de survenance notés :

$$\begin{aligned} X_{i,K} & \text{ pour } i = 1 \\ \widehat{X}_{i,K} & \text{ pour } 2 \leq i \leq I \end{aligned}$$

➡ Le choix d'**exclure ou non un ratio de passage** est décidé par l'actuaire en charge de l'inventaire. Ces exclusions doivent pouvoir être justifiées (ex : nombres de sinistres tardifs exceptionnels dus à un évènement climatique de fin d'année. Ex 2 : coefficient trop anciens ne pouvant plus être utilisés pour prédire l'avenir). Ces jugements impactent fortement l'estimation des ultimes puisqu'ils modifient les facteurs de projection (i.e. facteurs de développement).

Queues de développement : extension de la méthode Chain Ladder

Pour les segments à développement long, notamment les garanties couvrant des risques corporels, l'historique disponible peut s'avérer insuffisant pour calculer des ultimes.

Les facteurs de queue permettent de prolonger les facteurs de développement lorsque ceux-ci ne sont pas stabilisés en K-1, c'est-à-dire lorsque les facteurs de développement obtenus par la méthode Chain Ladder (standard) n'ont pas convergé vers 1 (i.e. vers l'élément neutre de la multiplication) en K-1.

Il existe de nombreux modèles pour estimer ces facteurs de queue, nous en décrivons deux :

- Les facteurs de queues estimés par un lissage exponentiel :

$$\widehat{f}_k = 1 + \hat{a} * e^{-\hat{b} * k} \quad (1)$$

Avec les paramètres estimés comme suit :

$$\hat{a} = \exp(\hat{\alpha}) \quad \text{avec } \hat{\alpha} = \bar{Y} - \frac{\text{cov}(X,Y)}{V(X)} * \bar{X}$$

$$\hat{b} = -\hat{\beta} \quad \text{avec } \hat{\beta} = \frac{\text{cov}(X,Y)}{V(X)}$$

avec $X = k$ et $Y = \ln(\widehat{f}_k - 1)$ et $\bar{X}$ et $\bar{Y}$ les moyennes simples respectives de X et Y.

Pour obtenir ces paramètres, nous avons linéarisé la formule de lissage (1) puis effectué une régression linéaire.

- Les facteurs de queues estimés par un lissage puissance inverse :

$$\widehat{f}_k = 1 + \frac{\hat{a}}{k^{\hat{b}}} \quad (2)$$

Avec les paramètres estimés comme suit :

$$\hat{a} = \exp(\hat{\alpha}) \quad \text{avec} \quad \hat{\alpha} = \bar{Y} - \frac{\text{cov}(X,Y)}{V(X)} * \bar{X}$$

$$\hat{b} = -\hat{\beta} \quad \text{avec} \quad \hat{\beta} = \frac{\text{cov}(X,Y)}{V(X)}$$

Et avec $X = \ln(k)$ et $Y = \ln(\hat{f}_k - 1)$ et $\bar{X}$ et $\bar{Y}$ les moyennes simples respectives de X et Y .

De même, pour obtenir ces paramètres, nous avons linéarisé la formule de lissage (2) puis effectué une régression linéaire.

Pour appliquer ces deux modèles, il est nécessaire de distinguer les facteurs de développement à utiliser pour le calibrage (facteurs fiables) et les facteurs de développement à lisser (facteurs non fiables et queue). Par exemple, si les facteurs de développement en $K-3$, $K-2$, $K-1$ ne s'avèrent pas fiables (2^{ème} hypothèse de Chain Ladder non respectée notamment), il peut être judicieux de débiter le lissage dès $K-3$:

$$\underbrace{\hat{f}_1 \quad \hat{f}_2 \quad \hat{f}_3 \quad \dots \quad \hat{f}_{K-4}}_{\text{Données utilisées pour calibrer les facteurs de queues}} \quad \underbrace{\widehat{\hat{f}_{K-3}} \quad \widehat{\hat{f}_{K-2}} \quad \widehat{\hat{f}_{K-1}} \quad \widehat{\hat{f}_K} \quad \dots \quad \widehat{\hat{f}_{k \text{ grand}}} \approx 1}_{\text{Facteurs de queue lissés}}$$

Données utilisées pour calibrer
les facteurs de queues

Facteurs de queue lissés

Les facteurs de développement lissés sont intégrés à l'étape 3 de la méthode Chain Ladder à la place des facteurs estimés par Chain Ladder lorsque $k \leq K-1$ ou en complément des facteurs existants lorsque $k > K-1$. Les montants observés sont alors projetés à partir du nouveau vecteur de facteurs de développement.

➡ Dans la pratique, la sélection des facteurs lissés est complexe, d'autant plus qu'ils peuvent avoir un très fort impact sur l'estimation des provisions totales. L'actuaire est confronté à plusieurs choix :

- **Est-ce qu'un lissage est adapté** ou faut-il retenir une autre méthode de provisionnement ? Une alternative au lissage consiste à utiliser des méthodes de provisionnement faisant intervenir des données exogènes comme l'exposition ou les Loss Ratio.
- **Quelle méthode de lissage choisir ?** L'actuaire teste plusieurs modèles et les compare entre eux. Pour orienter son choix, il tient compte des caractéristiques propres à chaque méthode. Par exemple, le lissage « Puissance inverse » présente généralement la caractéristique d'une queue plus épaisse que le lissage « Exponentiel », il sera donc plus prudent.
- **A partir de quels facteurs de développement calibrer le lissage ?** Il peut être préférable d'exclure de la phase de calibrage les premiers facteurs de développement (l'objectif étant d'estimer les derniers facteurs) ou les facteurs peu fiables. Il faut tester plusieurs calibrages et retenir celui qui semble le plus approprié.
- **Comment valider les facteurs de développement lissés ?** Pour les deux modèles de lissage décrits dans cette sous-section, il est possible d'utiliser le R^2 des régressions linéaires. Il est également possible d'utiliser des tests mesurant les distances entre facteurs observés et facteurs lissés ou de comparer les observés et lissés sur un graphique. Il est recommandé

d'effectuer des backtesting et de suivre les ultimes dans le temps (les ultimes par survenance doivent rester constant quel que soit l'arrêt)

- **Ajouter une marge de prudence ?** L'utilisation de facteurs lissés montre un manque d'historique pour réaliser une estimation de provision fiable. Dans la pratique, l'actuaire et la direction technique retiennent souvent des facteurs lissés volontairement surévalués pour intégrer une marge de prudence.

Résultats

Le tableau ci-dessous synthétise tous les résultats pouvant être déduits des ultimes calculés par la méthode Chain Ladder.

Données d'entrée	Résultats	Par déduction
Paielements	Charge ultime par survenance	PSAP = Charge ultime - Derniers paiements connus IBNR = Charge ultime - Dernières charges connues
Charges sinistre	Charge ultime par survenance	PSAP = Charge ultime - Derniers paiements connus IBNR = Charge ultime - Dernières charges connues
Nombres de sinistres	Nombres ultimes par survenance	Tardifs = Nombres ultimes - Derniers nombres connus IBNYR = Tardifs X Coût moyen
Coûts moyens des sinistres	Coût moyen ultime par survenance	
Charge sinistre par déclaration	Charge ultime par déclaration	IBNER = Charge ultime - Dernières charges connues Résultats disponibles par déclaration et non par survenance contrairement aux montants ci-dessus
Recours encaissés	Recours ultimes par survenance	PRAE = Recours ultimes - Derniers recours connus
Recours encaissés + Prévisions de recours d/d	Recours ultimes par survenance	PRAE = Recours ultimes - Derniers recours connus

Selon les valeurs projetées, les montants obtenus peuvent être bruts, nets ou cédés à la réassurance. Ils peuvent aussi inclure ou non les frais de gestion.

Evaluation de la volatilité à l'ultime avec la méthode de Mack

Introduction

La méthode de Mack vient compléter la méthode Chain Ladder en estimant la volatilité des provisions alors que la méthode Chain Ladder a pour objectif d'évaluer leur espérance.

Cette méthode a été publiée par Thomas Mack dans l'article : « DISTRIBUTION-FREE CALCULATION OF THE STANDARD ERROR OF CHAIN LADDER RESERVE ESTIMATES » en 1993, puis complété en 1999

avec l'article « THE STANDARD ERROR OF CHAIN LADDER RESERVE ESTIMATES: RECURSIVE CALCULATION AND INCLUSION OF A TAIL FACTOR » pour prendre en compte les facteurs de queue.

La méthode de Mack présente l'avantage de ne pas nécessiter de simulations, ce qui n'est pas le cas de méthodes comme le Bootstrap, et elle ne requiert pas d'hypothèse de distribution.

Hypothèses

La méthode de Mack repose sur les deux hypothèses de Chain Ladder auxquelles il faut ajouter une troisième hypothèse :

- (3) Pour chaque année de développement, la variance est proportionnelle aux montants cumulés, ce qui peut s'écrire sous forme mathématique :

$$\forall k, \exists \sigma_k^2 \text{ tq } V(X_{i,k+1}|X_{i,k}) = X_{i,k} \sigma_k^2$$

Calculs

Les calculs présentés ci-dessous sont tirés de l'article publié par T. Mack en 1993 et supposent au préalable que la méthode Chain Ladder ait été entièrement calculée (sans exclusion de ratios de passage et sans facteur de queue). Nous avons décomposé les calculs en trois étapes :

La première étape de la méthode de Mack consiste à calculer l'estimateur sans biais σ_k^2 :

$$\hat{\sigma}_k^2 = \frac{1}{I - k - 1} \sum_{i=1}^{I-k} X_{i,k} * \left(\frac{X_{i,k+1}}{X_{i,k}} - \hat{f}_k \right)^2 \quad \text{Avec } 1 \leq k \leq K-2$$

Le $\hat{\sigma}_k^2$ sont des estimateurs sans biais des σ_k^2 . Pour le prouver, il faut montrer que $E(\hat{\sigma}_k^2) = \sigma_k^2$. La démonstration a été réalisée dans plusieurs mémoires dont « Calcul stochastique de provisions techniques d'assurance non-vie » cité en annexes.

Si le développement n'est pas stabilisé en K-2 (notamment si $f_{K-1} \neq 1$), il est possible d'extrapoler les $\hat{\sigma}_k^2$ avec la formule suivante (pour obtenir $\hat{\sigma}_{K-1}^2$) :

$$\hat{\sigma}_k^2 = \min \left[\frac{\hat{\sigma}_{k-1}^4}{\hat{\sigma}_{k-2}^2}, \min(\hat{\sigma}_{k-2}^2, \hat{\sigma}_{k-1}^2) \right]$$

Cette extrapolation requiert une quatrième hypothèse :

$$\frac{\hat{\sigma}_{k-2}^2}{\hat{\sigma}_{k-1}^2} = \frac{\hat{\sigma}_{k-1}^2}{\hat{\sigma}_k^2}$$

La seconde étape consiste à calculer l'erreur quadratique moyenne (m.s.e.) relative aux ultimes de chaque survenance :

$$m.s.e.(\hat{X}_{i,K}) = \hat{X}_{i,K}^2 \left[\sum_{k=K+1-i}^{K-1} \frac{\hat{\sigma}_k^2}{\hat{X}_{i,k}^2} * \left(\frac{1}{\hat{X}_{i,k}} + \frac{1}{\sum_{j=1}^{I-k} X_{j,k}} \right) \right] \quad \text{Avec } 2 \leq i \leq I$$

La troisième étape consiste à calculer l'erreur quadratique moyenne totale :

$$m.s.e. \left(\sum_{1 \leq i \leq I} \hat{X}_{i,K} \right) = \sum_{i=2}^I \left\{ (s.e.(\hat{X}_{i,K}))^2 + \hat{X}_{i,K} \left(\sum_{j=i+1}^I \hat{X}_{j,K} \right) \sum_{k=I+1-i}^{I-1} \frac{2 * \frac{\hat{\sigma}_k^2}{\hat{f}_k^2}}{\sum_{j=1}^{I-k} \hat{X}_{j,k}} \right\}$$

Résultats

La méthode de Mack présentée ci-dessus permet d'estimer les m.s.e. des ultimes par survenance (étape 2) et d'estimer le m.s.e. des ultimes totaux toutes survenances confondues (étape 3).

Les PSAP étant calculées par différence entre les ultimes d'une part (estimation) et les paiements observés d'autre part (connus), la variabilité des PSAP est égale à variabilité des ultimes. Pour un portefeuille en run off (i.e. pas de nouvelles souscriptions), la méthode de Mack donne ainsi la variabilité du résultat attendu sur le portefeuille jusqu'à l'extinction de ce dernier.

Une utilisation des résultats de la méthode de Mack est présentée dans la sous-section « Ajustement de lois et calculs de quantiles ».

➡ L'estimation de la volatilité nécessite un choix de données et un choix de paramétrage :

- Les données de sinistres alimentant la méthode Chain Ladder sont parfois retraitées (i.e. suppression de données) des sinistres graves ou d'événements marquants : faut-il également utiliser les données retraitées pour estimer la volatilité ? L'inconvénient d'exclure des données atypiques est de réduire artificiellement la volatilité, mais les inclure présente aussi un défaut puisque cela signifie des calculs de provisions et de volatilité à partir de jeux de données différents.
- Choix de paramétrage : de la même façon que pour les données atypiques, exclure des facteurs aberrants a pour impact de réduire la volatilité artificiellement. Ne pas les exclure signifie un décalage de paramétrage entre l'évaluation de la provision et l'évaluation de la volatilité.

La méthode de Mack présentée dans cette section ne permet pas de paramétrage (exclusion de ratios de passage ou lissage de facteurs), cependant il est envisageable de rendre la méthode paramétrable en adaptant les formules et en ajoutant de nouvelles hypothèses.

Evaluation de la volatilité à un an avec la méthode de Merz & Wüthrich

Introduction

La méthode « Merz & Wüthrich », publiée dans l'article « Modelling The Claims Development Result For Solvency Purposes » en 2008, a pour objectif d'estimer une variabilité à un an, ce qui constitue une différence majeure avec la méthode de Mack dont l'objectif est d'estimer une variabilité à l'ultime. La méthode Merz Wuthrich est ainsi très utilisée dans l'environnement Solvabilité II où les risques sont calculés à un an.

La méthode Merz & Wüthrich mesure la variabilité contenue dans chaque diagonale estimée par la méthode Chain Ladder. Cet écart est appelé CDR pour « Claims Development Result ». L'écart entre la première diagonale estimée et sa réalisation constitue les boni/mali sur antérieurs, ou peut

également être interprété comme le résultat comptable sur antérieurs. La variabilité contenue dans la première diagonale estimée correspond donc au risque de provisions à un an.

La méthode Merz Wüthrich est très proche de la méthode Mack présentée précédemment puisqu'elle est destinée à estimer une variabilité des provisions calculées par méthode Chain Ladder sans hypothèse de loi sous-jacente.

Hypothèses

Le modèle de Merz et Wüthrich repose sur les 3 hypothèses du modèle de Mack avec une contrainte supplémentaire sur les deux dernières hypothèses :

- (1) 1^{ère} hypothèse de Chain Ladder : Les vecteurs $\{X_{y,1}, \dots, X_{y,K}\}$ et $\{X_{z,1}, \dots, X_{z,K}\}$, avec $y \neq z$ sont indépendants.
- (2) et (3) Les $(X_{i,k})_{k \geq 1}$ forment un processus de Markov et il existe $f_k \geq 0$ et $\sigma_k^2 \geq 0$ tel que pour tout $1 \leq k \leq K-1$ et $1 \leq i \leq I$:

$$E(X_{i,k+1} | X_{i,k}) = f_k X_{i,k}$$

$$V(X_{i,k+1} | X_{i,k}) = X_{i,k} \sigma_k^2$$

Calculs

Certaines notations des méthodes Chain Ladder et Mack sont reprises dans cette sous-section, notamment les $\hat{\sigma}_k^2$.

La première étape définir consiste à définir plus précisément les facteurs de développement et sommes utilisés dans la méthode Chain Ladder. Les $\hat{f}_k^I$ correspondent exactement aux facteurs de développement de la méthode Chain Ladder.

$$\hat{f}_k^I = \frac{\sum_{i=1}^{I-k} X_{i,k+1}}{S_k^I} \quad S_k^I = \sum_{i=1}^{I-k} X_{i,k}$$

$$\hat{f}_k^{I+1} = \frac{\sum_{i=1}^{I-k+1} X_{i,k+1}}{S_k^{I+1}} \quad S_k^{I+1} = \sum_{i=1}^{I-k+1} X_{i,k}$$

Les calculs intermédiaires suivants constituent la seconde étape :

$$\hat{\Delta}_{i,K}^I = \frac{\hat{\sigma}_{I-i+1}^2 / (\hat{f}_{I-i+1}^I)^2}{S_{I-i+1}^I} + \sum_{k=I-i+1}^{K-2} \left(\frac{X_{I-k,k+1}}{S_{k+1}^{I+1}} \right)^2 \frac{\hat{\sigma}_{k+1}^2 / (\hat{f}_{k+1}^I)^2}{S_{k+1}^I} \quad \text{Avec } 2 \leq i \leq I$$

$$\hat{\Phi}_{i,K}^I = \sum_{k=I-i+1}^{K-2} \left(\frac{X_{I-k,k+1}}{S_{k+1}^{I+1}} \right)^2 \frac{\hat{\sigma}_{k+1}^2 / (\hat{f}_{k+1}^I)^2}{X_{I-k,k+1}} \quad \text{Avec } 3 \leq i \leq I$$

$$\hat{\Psi}_i^I = \frac{\hat{\sigma}_{I-i+1}^2 / (\hat{f}_{I-i+1}^I)^2}{X_{i,I-i+1}} \quad \text{Avec } 2 \leq i \leq I$$

$$\hat{\Gamma}_{i,K}^I = \hat{\Phi}_{i,K}^I + \hat{\Psi}_i^I \geq \hat{\Phi}_{i,K}^I \quad \text{Avec } 2 \leq i \leq I$$

La troisième étape consiste à calculer la variabilité des Boni/Mali de l'année comptable post arrêté des comptes, par survenance (avec pour cible un résultat nul) :

$$\widehat{mse}_{\widehat{CDR}_i(I+1)|D_I}(0) = (\hat{X}_{i,K}^I)^2 (\hat{\Gamma}_{i,K}^I + \hat{\Delta}_{i,K}^I) \quad \text{Avec } 2 \leq i \leq I$$

Avec $\widehat{CDR}_i(I+1)|D_I$: Pour la survenance i , une estimation du résultat du prochain exercice comptable $(I+1)$ sachant que toute l'information est connue en I (i.e. triangle supérieur gauche).

$\widehat{mse}_{\widehat{CDR}_i(I+1)|D_I}(0)$: L'objectif est de mesurer la déviation par rapport à un résultat cible nul.

Les calculs intermédiaires suivants constituent la quatrième étape :

$$\hat{\Lambda}_{i,K}^I = \frac{X_{i,I-i+1}}{S_{I-i+1}^{I+1}} \frac{\hat{\sigma}_{I-i+1}^2 / (\hat{f}_{k-i+1}^I)^2}{S_{I-k+1}^I} + \sum_{k=I-i+1}^{K-2} \left(\frac{X_{I-k,k+1}}{S_{k+1}^{I+1}} \right)^2 \frac{\hat{\sigma}_{k+1}^2 / (\hat{f}_{k+1}^I)^2}{S_{k+1}^I} \quad \text{Avec } 2 \leq i \leq I$$

$$\hat{\Xi}_{i,K}^I = \hat{\Phi}_{i,K}^I + \frac{\hat{\sigma}_{I-i+1}^2 / (\hat{f}_{k-i+1}^I)^2}{S_{I-k+1}^{I+1}} \geq \hat{\Phi}_{i,K}^I \quad \text{Avec } 2 \leq i \leq I$$

La cinquième étape consiste à calculer la variabilité totale (toutes survenances confondues) des Boni/Mali de l'année comptable post arrêté des comptes :

$$\widehat{mse}_{\sum_{i=1}^I \widehat{CDR}_i(I+1)|D_I}(0) = \sum_{i=1}^I \widehat{mse}_{\widehat{CDR}_i(I+1)|D_I}(0) + 2 \sum_{j>i>1} \hat{X}_{i,K}^I * \hat{X}_{j,K}^I * (\hat{\Xi}_{i,K}^I + \hat{\Lambda}_{i,K}^I)$$

Résultats

La méthode de Merz et Wüthrich présentée ci-dessus permet d'estimer l'erreur quadratique moyenne (m.s.e.) du résultat de la prochaine année comptable par survenance (étape 3) et d'estimer l'erreur quadratique moyenne du résultat de la prochaine année comptable toutes survenances confondues (étape 5). Par « résultat de la prochaine année comptable », nous entendons uniquement le résultat lié aux Boni / Mali sur antérieurs.

Une utilisation des m.s.e. obtenus par la méthode de Merz et Wüthrich est présentée dans la sous-section suivante.

➡ Cf. Résultats de la méthode de Mack présentés dans la section précédente.

Ajustement de lois et calculs de quantiles

Introduction

La méthode Chain Ladder permet d'obtenir un montant de provision, c'est-à-dire une estimation totale des règlements futurs.

Les méthodes Mack et Merz & Wüthrich mesurent la variabilité des règlements futurs estimés par Chain Ladder. Cette erreur quadratique moyenne, que nous nommons variabilité, est composée de :

- L'erreur de processus : la variance des $X_{i,j}$
- L'erreur d'estimation : l'écart (élevé au carré) entre l'espérance des $X_{i,j}$ et leur estimation

Hypothèses

Les méthodes Mack et Merz & Wüthrich ne permettent pas d'obtenir une distribution complète des résultats possibles et donc de quantiles. Il est donc nécessaire d'émettre une hypothèse de loi, qui s'ajoute aux trois hypothèses des modèles précédemment citées. Dans ce mémoire, nous supposons que la provision totale (toutes survenances) suit une loi lognormale :

$$R \sim LN(\mu, \sigma^2)$$

Avec :

- R la somme des règlements à venir (toutes survenances)

- La densité de la fonction $LN(\mu, \sigma^2)$ donnée par :

$$f_R(r) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(r - \mu)^2}{2\sigma^2}\right)$$

Nous avons retenu la loi lognormale car elle modélise généralement bien la sinistralité. C'est notamment la loi utilisée par l'EIOPA pour calculer le quantile 99.5% du risque de prime et reserve. La loi lognormale présente des caractéristiques intéressantes :

- Elle est positive, ce qui est également le cas des règlements futurs
- Elle est asymétrique et dispose d'une queue de distribution assez épaisse : les provisions s'avèrent souvent être surestimées, mais d'un montant faible. Les sous-estimations sont plus rares, mais l'écart entre réalisé et prévu peut s'avérer très important.

➡ Le **choix de la loi** (normale, lognormale, etc) impacte fortement les quantiles. Les quantiles de la loi normale sont plus élevés jusqu'à un certain seuil de probabilité (généralement assez élevé), tandis qu'au-delà de ce seuil, les quantiles de la loi lognormale deviennent supérieurs. Dans la pratique, il est impossible de prouver que la loi lognormale est plus adaptée que la loi normale pour représenter la réalisation des provisions. Ainsi, le choix entre les deux lois **correspond souvent à un arbitrage dépendant de la politique de provisionnement** (niveau de prudence souhaité).

Calibration par la méthode des moments

La loi lognormale est caractérisée par deux paramètres, μ et σ^2 , l'objectif de la méthode proposée ci-dessous est de calibrer ces paramètres à partir d'une estimation de l'espérance et d'une estimation de m.s.e :

- La méthode Chain Ladder donne une estimation de l'espérance :

$$\widehat{E(R)} = PSAP \text{ totale}$$

- La méthode de Mack ou la méthode de Merz Wüthrich donne une estimation de la variance (en intégrant dans cette dernière l'erreur d'estimation) :

$$\widehat{V(R)} = m.s.e.(\widehat{\sum_{1 \leq i \leq I} \hat{X}_{i,K}}) \quad \text{ou} \quad \widehat{V(R)} = \widehat{mse} p_{\sum_{i=1}^I \widehat{CDR}_{i(I+1)|D_I}}(0)$$

Remarque : Nous retenons également la PSAP totale pour la méthode Merz Wüthrich. Dans les spécifications techniques LTGA, l'assiette de provision utilisée dans le risque de réserve (à un an) est également la provision totale (contenant tous les règlements futurs, quelles que soit leur année comptable).

L'espérance et la variance de la loi lognormale s'écrivent :

$$E(R) = e^{\mu + \frac{\sigma^2}{2}}$$

$$V(R) = (e^{\sigma^2} - 1)e^{2\mu + \sigma^2}$$

En inversant ces deux expressions, on exprime les paramètres en fonction de l'espérance et la variance :

$$\mu = \ln[E(R)] - \frac{1}{2} \ln \left[1 + \frac{V(R)}{E^2(R)} \right]$$

$$\sigma^2 = \ln \left[1 + \frac{V(R)}{E^2(R)} \right]$$

Il suffit alors de remplacer $E(R)$ par $\widehat{E(R)}$ et $V(R)$ par $\widehat{V(R)}$ pour estimer les paramètres de la loi lognormale $\hat{\mu}$ et $\hat{\sigma}^2$.

Résultats

La Value at Risk est donnée par le r solution de l'équation ci-dessous, avec $F(r)$ le quantile souhaité (par exemple 99,5%).

$$F(r) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \operatorname{erf} \left[\frac{\ln(r) - \hat{\mu}}{\hat{\sigma}\sqrt{2}} \right] \quad \text{avec} \quad \operatorname{erf}(y) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^y e^{-t^2} dt$$

Les Value at Risk peuvent être utilisées pour inclure une marge dans les provisions. Nous noterons Provision $x / (100-x)$ pour une provision calculée par Value at Risk. Par exemple, une provision 70/30 signifie que la provision est suffisante pour couvrir les règlements futurs dans 70% des cas et insuffisante pour 30% des cas.

Comme nous avons retenu une hypothèse de log normalité et que les lois log normales sont caractérisées par un coefficient d'asymétrie positif, une provision 50/50 (i.e. médiane) ne permet pas de couvrir les règlements futurs en moyenne et s'avère donc être un choix imprudent et par conséquent contraire à la réglementation quelle que soit la norme comptable.

➡ En conclusion, le principal intérêt de calculer une provision en utilisant un quantile est d'explicitement une marge de prudence. La marge est égale à la différence entre le quantile et l'espérance utilisée dans les calculs. Les arbitrages sont alors réalisés en agissant directement sur la **probabilité retenue pour le calcul du quantile** (60%, 70%, 75%, 80%, 90%, etc).

Le principe de Coût du Capital

Introduction

La notion de coût du capital fait référence à Solvabilité II avec le calcul de la marge de risque. La méthode Coût du Capital présentée dans cette sous-section constitue une alternative à la sélection directe d'un quantile (généralement 70% ou 80%) pour déterminer un niveau de PSAP incluant une marge de prudence.

Pour illustrer la notion de coût du capital, imaginons une société d'assurance dont tous les contrats sont arrivés à échéance, en run off (i.e. qui ne souscrit plus de nouveaux contrats), sans fonds propres et disposant d'une PSAP excluant toute marge de prudence. Cette société n'aurait ainsi qu'à gérer le stock de sinistres déjà survenus. La somme des règlements futurs étant une variable aléatoire, une telle société ne pourrait pas honorer ses engagements avec une probabilité très importante. Cette société a donc en réalité besoin de conserver des fonds propres pour couvrir le pire scénario sur 200 (seuil jugé raisonnable en Solvabilité II) pendant toute la durée de liquidation des provisions. Pour que le risque de provision soit l'unique risque, c'est-à-dire que le niveau de fonds propres requis soit minimal, la société ne doit détenir que des actifs sans risque et donc peu rémunérateurs (dans le bilan, en face de sa PSAP et fonds propres). Ces fonds propres auraient pu facilement permettre d'engranger des bénéfices plus importants s'ils avaient été placés ailleurs. Le coût du capital correspond à la différence entre une utilisation des fonds propres pour liquider la provision et une utilisation de ces mêmes fonds propres à toutes autres fins.

Le coût du capital présenté dans cette sous-section se comprend avant toute diversification (avec d'autres segments ou d'autres types de risques). En d'autres termes, on inclut les bénéfices de diversification dans la marge de prudence.

Hypothèses

Toutes les hypothèses définies dans les méthodes précédentes sont nécessaires pour appliquer la méthode de coût du capital. En effet, la première étape consiste à calculer un quantile des provisions.

Dans les calculs présentés ci-dessous, nous avons utilisé une simplification qui nécessite une hypothèse supplémentaire : le risque de provision est proportionnel aux provisions. En particulier, le risque diminue à la vitesse d'écoulement des provisions.

Calculs

Nous appliquons la méthodologie utilisée dans la sous-section « Ajustement de lois et calculs de quantiles » pour déterminer les quantiles.

La première étape consiste à estimer le capital à constituer, à la date d'arrêt, pour pouvoir honorer les engagements dans 99,5% des cas :

$$\widehat{K}_0 = VaR_{99,5\%}(\widehat{R}_0) - \widehat{E}(\widehat{R}_0)$$

Avec

- $t=0$: 0 est le temps écoulé depuis l'arrêt des comptes
- $\widehat{K}_0$: une estimation des fonds propres nécessaires en 0

- $VaR_{99,5\%}(\widehat{R_0})$: une estimation du quantile 99,5% des PSAP en 0
- $\widehat{E(R_0)}$: une estimation du montant de PSAP en 0

La seconde étape consiste à décumuler le triangle de règlement complété par la méthode Chain Ladder. Pour tous $i \in \{1, \dots, I\}$ et $k \in \{1, \dots, Ult\}$:

$$x_{i,k} = \begin{cases} x_{i,k} & \text{avec } k = 1 \\ x_{i,k} - x_{i,k-1} & \text{avec } k \geq 2 \text{ et } i + k \leq K + 1 \end{cases}$$

$$\widehat{x}_{i,k} = \begin{cases} \widehat{x}_{i,k} - x_{i,k-1} & \text{avec } i + k = K + 2 \\ \widehat{x}_{i,k} - \widehat{x}_{i,k-1} & \text{avec } K + 3 \leq i + k \end{cases}$$

La troisième étape consiste à calculer les provisions par année de vue :

$$\widehat{E(R_t)} = \sum_{(i,k) tq i+k-K-1 \geq t} \widehat{x}_{i,k} \quad \text{Avec } 0 \leq t \leq Ult - 1$$

La quatrième étape consiste à estimer le capital à constituer par année de vue :

$$\widehat{K_t} = \widehat{K_0} * \frac{\widehat{E(R_t)}}{\widehat{E(R_0)}}$$

Nous faisons le choix de ne pas actualiser les provisions car l'objectif in fine de cette méthode est de calculer une marge à inclure aux PSAP en norme française.

La cinquième étape consiste à calculer le coût du capital :

$$\text{Marge de prudence} = \sum_{t=0}^{Ult-1} \text{Taux CoC} * \frac{\widehat{K_t}}{(1 + \text{taux int}_{t+1})^{t+1}}$$

Avec

- Taux CoC : La différence entre le rendement du capital si il avait été placé et le taux sans risque. Le taux du CoC retenu est un taux annuel constant dans le temps (comme en norme Solvabilité II).
- Taux int_t : Le taux sans risque de maturité t .

➡ Cette méthode permet d'obtenir une marge de prudence explicite. Cependant, les calculs reposent sur de nombreuses hypothèses présentées dans les méthodes décrites précédemment. Elle requière de définir en complément un **taux de coût du capital** et de choisir une **courbe des taux**.

Choix et Arbitrages

Les méthodes qui ont été présentées dans cette partie sont destinées à calculer les PSAP avec ou sans marge de prudence. Les méthodes de Mack et Merz & Wüthrich permettent en plus d'obtenir une indication sur la fiabilité des estimations et sur la volatilité des provisions.

Pour parvenir à déterminer les provisions de sinistres, le premier objectif, lors d'un inventaire, est de réunir toutes les informations disponibles qui ont ou pourraient avoir un impact sur les provisions, avec en particulier :

- Les règlements au cours de la période écoulée et les règlements antérieurs
- Les provisions dossier / dossier et leurs caractéristiques : changement de politique de gestion sinistre, réévaluation des forfaits d'ouverture, etc
- Les nombres de sinistres : ils permettent notamment d'estimer le nombre de sinistres tardifs
- Les recours et prévisions de recours : pour faire des études brutes et nettes séparément (obligatoire en norme française)
- Les paiements cédés et les provisions cédées à la réassurance
- Les sinistres graves et événements majeurs : pour pouvoir appliquer les méthodes sur des risques homogènes, pour comprendre certains points atypiques, etc.
- Les Loss Ratio prévisionnels : en particulier lorsque le volume des autres données s'avère insuffisant, l'utilisation de méthodes basées sur des données exogènes ou combinant données exogènes et observées permettent de fiabiliser les niveaux de provisions (par exemple, la méthode Bornhuetter Ferguson)
- Toutes mesures d'exposition, par exemple les primes : elles peuvent expliquer une évolution du niveau de la sinistralité
- Les calculs et résultats des arrêts précédents : comprendre lorsque des malis ou de trop forts bonis sont observés et ajuster les méthodes et paramétrages des méthodes de provisionnement en conséquence
- Les produits et garanties : changement de périmètre, regroupement/scission de société, nouveaux produits, etc.
- L'environnement réglementaire : normes (de construction par exemple), taxes, jurisprudence (sur l'indemnisation des sinistres corporels par exemple), etc.
- L'environnement macroéconomique : inflation, taux d'intérêts, etc.

La prise en compte de ces informations ne permet toutefois pas de prédire l'avenir avec certitude, elle permet seulement de réduire l'incertitude. Dans la pratique, la période d'inventaire est souvent très courte et ne permet en réalité d'utiliser qu'une partie des informations disponibles.

Le travail des sociétés d'assurance reposant sur des prédictions, elles sont amenées à réaliser de nombreux arbitrages. Nous citons quelques exemples :

- Les directions sinistres : les gestionnaires évaluent les provisions (dossier / dossier) et les prévisions de recours pour chaque sinistre :
 - Compréhension du sinistre : quelles garanties sont touchées par le sinistre, classement en catégories, etc.
 - Définition des forfaits d'ouverture
 - Des hypothèses de coûts futurs par actes sont nécessaires (prix d'une voiture, prix d'un toit en fonction de sa surface, etc)
 - Choix d'une inflation à prendre en compte
 - Prise en compte des évolutions réglementaires (par exemple, pour reconstruire un bâtiment, il faut tenir compte des nouvelles normes)
 - Sinistres graves : une provision est estimée dès que les premières informations sur le sinistre sont connues. Cette estimation est très arbitraire car il est impossible de prévoir l'évolution de l'état de santé des personnes ayant subi un grave accident.

- Les actuaires évaluent le niveau de provision de sinistre global :
 - Choix de la méthode de provisionnement en fonction des données disponibles et des méthodes retenues pour l'inventaire précédent : Chain Ladder, Bornhuetter Ferguson, etc.
 - Paramétrage des méthodes : exclusion de coefficients dans la méthode Chain Ladder, ajout de queue de développement, etc
 - Hypothèses de modélisation : seuil à retenir dans les tests statistiques. Que faire si les tests ne valident pas le modèle ? Les solutions alternatives garantissent-elles des résultats plus fiables ?
 - Gestion des données atypiques : par exemple, si les graves sont exclus, il faut être capable d'estimer des IBNR sur ces données exclues, le périmètre étant toute la société d'assurance.
 - Prise en compte des informations qualitatives : changements de politiques (modification de la politique de gestion des sinistres, orientations générales de la société, nouveaux produits entrés en portefeuille, etc), évolutions réglementaires, etc
 - Informations exogènes : utilisation de Loss Ratio cibles ou recalcul des Loss Ratio à partir des années précédentes, etc
 - Eventuellement, estimation d'une marge de prudence explicite : estimation à l'aide d'un calcul de quantile ou de dires d'expert.

- La direction générale est impliquée dans la politique générale de provisionnement :
 - Niveau de prudence dans les provisions dossier / dossier et dans les prévisions de recours
 - Eventuellement, validation des forfaits d'ouverture, en particulier pour les sinistres graves
 - Eventuellement, validation des provisions pour des événements majeurs (les tempêtes ont souvent lieu en fin d'année, les tardifs sont alors très nombreux) et suivi des sinistres très graves
 - Grandes lignes sur les méthodes de provisionnement : Espérance ou quantile ? Logiciel de provisionnement ? Niveau de prudence ?
 - Arbitrage en fonction du résultat et du niveau de marge de solvabilité : Révision du niveau de prudence ?

Les arbitrages cités dans cette section sont de deux natures :

- Les arbitrages liés au manque d'information : estimation au mieux de l'avenir
- Les arbitrages liés au niveau de prudence souhaité ou au résultat souhaité : ajout/suppression d'une marge de prudence

Ces deux natures d'arbitrage se cumulent, elles peuvent aussi être contradictoires (les arbitrages liés au manque d'informations peuvent mener à des sous-estimations). Elles ont en commun d'impacter de la même manière le bilan et le compte de résultat de la société d'assurance. Sur-provisionner les provisions de sinistres décale un résultat positif dans le temps. Le résultat de l'année inventoriée est alors réduit, les fonds propres sont sous-estimés, les provisions cédées aux réassureurs sont surestimées. Nous décrirons plus en détails les différents impacts dans la partie 2.

Illustration numérique

Introduction

Les résultats numériques ont pour objectif d'illustrer les méthodes de provisionnement présentées dans cette partie et de montrer l'impact des choix méthodologiques et de paramétrages sur les provisions.

Dix estimations de provisions sont réalisées à partir du même triangle de règlements. Elles mènent à des résultats très différents. Ces estimations sont présentées en détail, puis une synthèse des résultats est réalisée à la fin de cette section.

Données

Le triangle de données utilisé contient des règlements de sinistres nets de recours et bruts de réassurance. Il ne contient pas les frais de gestion des sinistres. Il s'agit de données Automobile Responsabilité Civile avec un historique de 12 ans.

Les règlements présentés ci-dessous ont été construits à partir de données réelles de plusieurs sociétés d'assurance. Ces données ont ensuite été légèrement modifiées pour des raisons de confidentialité. Les données après modification restent néanmoins très proches de données réelles en termes de cadences et de volatilité.

Le triangle de règlements cumulés utilisé dans tout le mémoire est le suivant :

Paiements	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	84 850	163 796	192 500	206 763	217 154	228 526	235 293	241 416	244 471	247 960	249 590	248 704
2	80 911	168 802	197 686	210 760	223 380	236 615	241 115	246 960	253 124	257 544	254 984	
3	91 252	176 770	211 652	227 511	242 973	252 912	262 625	268 955	268 430	276 010		
4	92 137	174 485	206 081	222 314	238 983	242 851	253 033	258 597	266 294			
5	90 884	172 203	203 212	217 734	227 192	239 903	246 866	254 439				
6	87 086	160 921	192 332	204 520	217 028	228 098	235 568					
7	87 111	163 765	191 237	204 761	217 628	224 747						
8	84 397	157 533	185 903	202 034	214 454							
9	85 722	162 058	189 698	204 912								
10	86 709	170 017	199 177									
11	89 583	168 296										
12	88 479											

Les montants sont exprimés en milliers d'euros.

Les PSAP estimées dans les 10 études suivantes incluent les provisions dossier/dossier et les IBNR car les projections sont réalisées à partir d'un triangle de règlements. Les PSAP obtenues sont de la même nature que les données utilisées, c'est-à-dire nettes de recours, brutes de réassurance, et sans frais de gestion.

Etude 1 : Chain Ladder standard

La première étude est un Chain Ladder standard, c'est-à-dire sans aucune exclusion et sans facteur de queue. Les ratios de passage et les facteurs de développement obtenus sont présentés dans le tableau ci-dessous.

Ratio de passage	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	1,930	1,175	1,074	1,050	1,052	1,030	1,026	1,013	1,014	1,007	0,996
2	2,086	1,171	1,066	1,060	1,059	1,019	1,024	1,025	1,017	0,990	
3	1,937	1,197	1,075	1,068	1,041	1,038	1,024	0,998	1,028		
4	1,894	1,181	1,079	1,075	1,016	1,042	1,022	1,030			
5	1,895	1,180	1,071	1,043	1,056	1,029	1,031				
6	1,848	1,195	1,063	1,061	1,051	1,033					
7	1,880	1,168	1,071	1,063	1,033						
8	1,867	1,180	1,087	1,061							
9	1,891	1,171	1,080								
10	1,961	1,172									
11	1,879										
Facteurs de développement	1,914	1,179	1,074	1,060	1,044	1,032	1,025	1,016	1,020	0,998	0,996

Les résultats sont présentés dans le tableau suivant. Les PSAP totales (obtenues par différence entre la charge ultime et les derniers paiements connus cumulés) s'élèvent à 434 265 K€. Les premières survenances présentent des montants de PSAP négatifs car les recours anticipés deviennent supérieurs aux paiements après 10 ans de développement.

Survenance	Pmts connus	Charge ultime	PSAP
1999	248 704	248 704	0
2000	254 984	254 079	-905
2001	276 010	274 524	-1 486
2002	266 294	270 216	3 922
2003	254 439	262 352	7 913
2004	235 568	249 057	13 489
2005	224 747	245 198	20 451
2006	214 454	244 205	29 751
2007	204 912	247 424	42 512
2008	199 177	258 296	59 119
2009	168 296	257 334	89 038
2010	88 479	258 940	170 461
Total	2 636 064	3 070 329	434 265

Etude 2 : Chain Ladder avec exclusions / sous-provisionnement

La seconde étude est un Chain Ladder pour lequel nous avons décidé d'exclure des ratios de passage jugés atypiques ou trop anciens. Les choix d'exclusion s'avèrent imprudent car concernant les années comptables récentes, seuls des ratios élevés ont été exclus. Pour pouvoir exclure de tels coefficients, il faudrait être en mesure d'expliquer pourquoi ces réévaluations de sinistres exceptionnelles ou ces déclarations tardives atypiques (i.e. causes d'un coefficient élevé) ne se reproduiront pas en moyenne dans le futur.

Ratio de passage	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	1,930	1,175	1,074	1,050	1,052	1,030	1,026	1,013	1,014	1,007	0,996
2	2,086	1,171	1,066	1,060	1,059	1,019	1,024	1,025	1,017	0,990	
3	1,937	1,197	1,075	1,068	1,041	1,038	1,024	0,998	1,028		
4	1,894	1,181	1,079	1,075	1,016	1,042	1,022	1,030			
5	1,895	1,180	1,071	1,043	1,056	1,029	1,031				
6	1,848	1,195	1,063	1,061	1,051	1,033					
7	1,880	1,168	1,071	1,063	1,033						
8	1,867	1,180	1,087	1,061							
9	1,891	1,171	1,080								
10	1,961	1,172									
11	1,879										
Facteurs de développement	1,879	1,170	1,074	1,057	1,039	1,032	1,025	1,016	1,016	0,998	0,996

Les PSAP obtenues s'élèvent à 407 172 K€.

Survenance	Pmts connus	Charge ultime	PSAP
1999	248 704	248 704	0
2000	254 984	254 079	-905
2001	276 010	274 524	-1 486
2002	266 294	269 070	2 776
2003	254 439	261 240	6 801
2004	235 568	247 964	12 396
2005	224 747	244 226	19 479
2006	214 454	242 035	27 581
2007	204 912	244 447	39 535
2008	199 177	255 278	56 101
2009	168 296	252 359	84 063
2010	88 479	249 309	160 830
Total	2 636 064	3 043 236	407 172

Etude 3 : Chain Ladder avec exclusions

Les choix réalisés dans l'étude 3 sont destinés à obtenir une provision évaluée en vision Best Estimate. Ce choix reste néanmoins imprudent car aucun facteur de queue n'a été pris en compte alors que la responsabilité civile est un risque long.

Sur la 3^{ème} survenance, les ratios de développement 8 et 9 ont été remplacés par une moyenne géométrique. Le ratio de passage initial en année développement 8 était très faible (0.998) alors qu'il était très élevé en année 9 (1,028).

Les ratios de développement étant très proches de 1.000 en développement 10 et 11, les facteurs de développement ont été mis à 1.000 dès la 10^{ème} année. Concrètement, cela signifie que l'actuaire n'anticipe aucun mouvement de sinistre à partir de la 11^{ème} année de vue.

Ratio de passage	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	1,930	1,175	1,074	1,050	1,052	1,030	1,026	1,013	1,014	1,007	0,996
2	2,086	1,171	1,066	1,060	1,059	1,019	1,024	1,025	1,017	0,990	
3	1,937	1,197	1,075	1,068	1,041	1,038	1,024	1,013	1,013		
4	1,894	1,181	1,079	1,075	1,016	1,042	1,022	1,030			
5	1,895	1,180	1,071	1,043	1,056	1,029	1,031				
6	1,848	1,195	1,063	1,061	1,051	1,033					
7	1,880	1,168	1,071	1,063	1,033						
8	1,867	1,180	1,087	1,061							
9	1,891	1,171	1,080								
10	1,961	1,172									
11	1,879										
Facteurs de développement	1,895	1,171	1,083	1,062	1,047	1,036	1,025	1,020	1,015	1,000	1,000

Les PSAP obtenues s'élèvent à 455 879 K€.

Survenance	Pmts connus	Charge ultime	PSAP
1999	248 704	248 704	0
2000	254 984	254 984	0
2001	276 010	276 010	0
2002	266 294	270 259	3 965
2003	254 439	263 418	8 979
2004	235 568	250 032	14 464
2005	224 747	247 043	22 296
2006	214 454	246 735	32 281
2007	204 912	250 332	45 420
2008	199 177	263 632	64 455
2009	168 296	260 860	92 564
2010	88 479	259 932	171 453
Total	2 636 064	3 091 943	455 879

Etude 4 (référence) : Chain Ladder avec exclusions et lissage exponentiel

Le paramétrage Chain Ladder réalisé dans l'étude 3 est repris pour l'étude 4. Des facteurs de queue sont ajoutés car l'historique de 12 ans pour estimer les provisions est jugé insuffisant.

Les facteurs de queues sont calibrés avec un lissage exponentiel. Les facteurs de développement 10, 11 et ultime deviennent respectivement 1.007, 1.005 et 1.008.

Ratio de passage	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	Ult
1	1,930	1,175	1,074	1,050	1,052	1,030	1,026	1,013	1,014272	1,007	0,996	
2	2,086	1,171	1,066	1,060	1,059	1,019	1,024	1,025	1,017462	0,990		
3	1,937	1,197	1,075	1,068	1,041	1,038	1,024	1,013	1,013			
4	1,894	1,181	1,079	1,075	1,016	1,042	1,022	1,030				
5	1,895	1,180	1,071	1,043	1,056	1,029	1,031					
6	1,848	1,195	1,063	1,061	1,051	1,033						
7	1,880	1,168	1,071	1,063	1,033							
8	1,867	1,180	1,087	1,061								
9	1,891	1,171	1,080									
10	1,961	1,172										
11	1,879											
Facteurs de développement	1,895	1,171	1,083	1,062	1,047	1,036	1,025	1,020	1,015	1,007	1,005	1,008

Les paramètres $\hat{a}$ et $\hat{b}$ retenus pour le lissage exponentiels sont respectivement 0.512 et 0.429. La période ultime retenue est de 20 ans. Le facteur de développement ultime est une agrégation des facteurs 12 à 19 (i.e. $\widehat{f}_{ult} = \prod_{k=12 \text{ à } 19} \widehat{f}_k$).

Le tableau ci-dessous contient tous les facteurs utilisés pour calibrer le lissage et tous les facteurs lissés obtenus.

Facteurs de développement	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Utilisés pour le calibrage	1,895	1,171	1,083	1,062	1,047	1,036	1,025	1,020	1,015
Facteurs lissés	1,333	1,217	1,141	1,092	1,060	1,039	1,025	1,017	1,011
Facteurs retenus	1,895	1,171	1,083	1,062	1,047	1,036	1,025	1,020	1,015

Suite	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
Utilisés pour le calibrage	1,000	1,000								
Facteurs lissés	1,007	1,005	1,003	1,002	1,001	1,001	1,001	1,000	1,000	1,000
Facteurs retenus	1,007	1,005	1,003	1,002	1,001	1,001	1,001	1,000	1,000	1,000

Les PSAP obtenues dans l'étude 4 s'élèvent à 512 838 K€.

Survenance	Pmts connus	Charge ultime	PSAP
1999	248 704	250 758	2 054
2000	254 984	258 262	3 278
2001	276 010	281 516	5 506
2002	266 294	275 650	9 356
2003	254 439	268 673	14 234
2004	235 568	255 020	19 452
2005	224 747	251 971	27 224
2006	214 454	251 657	37 203
2007	204 912	255 326	50 414
2008	199 177	268 891	69 714
2009	168 296	266 063	97 767
2010	88 479	265 117	176 638
Total	2 636 064	3 148 902	512 838

Les résultats et paramétrages de cette étude sont utilisés à de nombreuses reprises au cours du mémoire. Nous nommons l'étude 4 « étude de référence ».

Etude 5 : Chain Ladder avec exclusions et lissage exponentiel / prudent

L'étude 5 est très proche de l'étude 4, mais les ratios de passage exclus sont légèrement plus prudents, notamment quelques ratios faibles ont été exclus. Les facteurs de queues sont calculés par lissage exponentiel comme dans l'étude 4.

Ratio de passage	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	Ult
1	1,930	1,175	1,074	1,050	1,052	1,030	1,026	1,013	1,014	1,007	0,996	
2	2,086	1,171	1,066	1,060	1,059	1,019	1,024	1,025	1,017	0,990		
3	1,937	1,197	1,075	1,068	1,041	1,038	1,024	0,998	1,028			
4	1,894	1,181	1,079	1,075	1,016	1,042	1,022	1,030				
5	1,895	1,180	1,071	1,043	1,056	1,029	1,031					
6	1,848	1,195	1,063	1,061	1,051	1,033						
7	1,880	1,168	1,071	1,063	1,033							
8	1,867	1,180	1,087	1,061								
9	1,891	1,171	1,080									
10	1,961	1,172										
11	1,879											
Facteurs de développement	1,910	1,174	1,083	1,062	1,054	1,036	1,025	1,023	1,020	1,008	1,006	1,011

Les exclusions réalisées dans la méthode Chain Ladder impactent les facteurs de développement utilisés pour calibrer le lissage exponentiel. Cette prudence a donc un double impact : le premier est direct (sur les facteurs de développement), le second est indirect (les facteurs de développement lissés sont automatiquement réévalués).

Les nouveaux paramètres $\hat{a}$ et $\hat{b}$ retenus sont respectivement 0.484 et 0.405. La période ultime retenue est inchangée (20 ans).

Facteurs de développement	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Utilisés pour le calibrage	1,910	1,174	1,083	1,062	1,054	1,036	1,025	1,023	1,020
Facteurs lissés	1,323	1,216	1,144	1,096	1,064	1,043	1,028	1,019	1,013
Facteurs retenus	1,910	1,174	1,083	1,062	1,054	1,036	1,025	1,023	1,020

Suite	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
Utilisés pour le calibrage	1,000	0,996								
Facteurs lissés	1,008	1,006	1,004	1,003	1,002	1,001	1,001	1,000	1,000	1,000
Facteurs retenus	1,008	1,006	1,004	1,003	1,002	1,001	1,001	1,000	1,000	1,000

Les PSAP obtenues s'élèvent à 557 822 K€.

Survenance	Pmts connus	Charge ultime	PSAP
1999	248 704	251 417	2 713
2000	254 984	259 219	4 235
2001	276 010	282 967	6 957
2002	266 294	278 526	12 232
2003	254 439	272 153	17 714
2004	235 568	258 323	22 755
2005	224 747	255 235	30 488
2006	214 454	256 584	42 130
2007	204 912	260 325	55 413
2008	199 177	274 156	74 979
2009	168 296	271 947	103 651
2010	88 479	273 035	184 556
Total	2 636 064	3 193 886	557 822

Etude 6 : Chain Ladder avec exclusions et lissage puissance inverse / prudent

Le paramétrage Chain Ladder de l'étude 4 est repris dans l'étude 6, mais le lissage exponentiel est remplacé par un lissage puissance inverse.

Ratio de passage	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	Ult
1	1,930	1,175	1,074	1,050	1,052	1,030	1,026	1,013	1,014	1,007	0,996	
2	2,086	1,171	1,066	1,060	1,059	1,019	1,024	1,025	1,017	0,990		
3	1,937	1,197	1,075	1,068	1,041	1,038	1,024	1,013	1,013			
4	1,894	1,181	1,079	1,075	1,016	1,042	1,022	1,030				
5	1,895	1,180	1,071	1,043	1,056	1,029	1,031					
6	1,848	1,195	1,063	1,061	1,051	1,033						
7	1,880	1,168	1,071	1,063	1,033							
8	1,867	1,180	1,087	1,061								
9	1,891	1,171	1,080									
10	1,961	1,172										
11	1,879											
Facteurs de développement	1,895	1,171	1,083	1,062	1,047	1,036	1,025	1,020	1,015	1,013	1,011	1,025

Les nouveaux paramètres $\hat{a}$ et $\hat{b}$ retenus sont respectivement 0.713 et 1.742. La période ultime retenue est de 50 ans. Les facteurs de développements lissés sont présentés dans le tableau suivant.

Facteurs de développement	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Utilisés pour le calibrage	1,895	1,171	1,083	1,062	1,047	1,036	1,025	1,020	1,015	1,000	1,000			
Facteurs lissés	1,713	1,213	1,105	1,064	1,043	1,031	1,024	1,019	1,016	1,013	1,011	1,009	1,008	1,007
Facteurs retenus	1,895	1,171	1,083	1,062	1,047	1,036	1,025	1,020	1,015	1,013	1,011	1,009	1,008	1,007

Suite	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
Utilisés pour le calibrage														
Facteurs lissés	1,006	1,006	1,005	1,005	1,004	1,004	1,004	1,003	1,003	1,003	1,003	1,002	1,002	1,002
Facteurs retenus	1,006	1,006	1,005	1,005	1,004	1,004	1,004	1,003	1,003	1,003	1,003	1,002	1,002	1,002

Suite	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42
Utilisés pour le calibrage														
Facteurs lissés	1,002	1,002	1,002	1,002	1,002	1,002	1,001	1,001	1,001	1,001	1,001	1,001	1,001	1,001
Facteurs retenus	1,002	1,002	1,002	1,002	1,002	1,002	1,001	1,001	1,001	1,001	1,001	1,001	1,001	1,001

Suite	43	44	45	46	47	48	49
Utilisés pour le calibrage							
Facteurs lissés	1,001	1,001	1,001	1,001	1,001	1,001	1,001
Facteurs retenus	1,001	1,001	1,001	1,001	1,001	1,001	1,001

Le montant de PSAP est très impacté par les facteurs de queue retenus : il s'élève à 865 666 K€ dont 344 805 K€ sont alloués entre la 12^{ème} année de vue et l'ultime.

Survénance	Pmts connus	Charge ultime	PSAP
1999	248 704	275 868	27 164
2000	254 984	285 932	30 948
2001	276 010	313 512	37 502
2002	266 294	306 980	40 686
2003	254 439	299 210	44 771
2004	235 568	284 005	48 437
2005	224 747	280 610	55 863
2006	214 454	280 260	65 806
2007	204 912	284 346	79 434
2008	199 177	299 453	100 276
2009	168 296	296 304	128 008
2010	88 479	295 250	206 771
Total	2 636 064	3 501 730	865 666

Les études suivantes, 7 à 10, sont très différentes des études 1 à 6 puisqu'elles reposent sur des calculs de quantiles.

Etude 7 : Quantile 75% avec volatilité de Mack

Dans un premier temps, un calcul de volatilité est réalisé. Cette volatilité est calibrée à l'aide de la méthode de Mack. Les résultats obtenus sont présentés dans les tableaux ci-dessous.

Paramètres	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
fk	1,914	1,179	1,074	1,060	1,044	1,032	1,025	1,016	1,020	0,998	0,996
σ^2	356,5	17,5	10,0	20,8	54,2	15,5	2,7	52,7	13,9	34,5	13,9

Survénance	m.s.e.	s.e.	Ri	s.e. en % Ri
1999				
2000	7 173 895	2 678	-905	0%
2001	22 662 736	4 761	-1 486	0%
2002	27 102 774	5 206	3 922	133%
2003	43 294 385	6 580	7 913	83%
2004	41 259 012	6 423	13 489	48%
2005	44 955 511	6 705	20 451	33%
2006	60 426 102	7 773	29 751	26%
2007	67 613 594	8 223	42 512	19%
2008	74 501 474	8 631	59 119	15%
2009	79 608 246	8 922	89 038	10%
2010	160 759 104	12 679	170 461	7%
Total	1 779 692 610	42 186	434 265	10%

La loi lognormale est ajustée à partir de la volatilité présentée ci-dessus (i.e. 10% des PSAP) et du montant de PSAP estimé dans l'étude 4. Le quantile retenu est de 75%.

Le montant de PSAP obtenu s'élève à 544 917 K€ et inclut une marge de prudence explicite de 32 079 K€.

μ	13,14
σ^2	0,01
$VaR_{75\%}(R)$	544 917
$VaR_{75\%}(R) - E(R)$	32 079

Etude 8 : Quantile 75% avec volatilité de Merz Wüthrich

Dans l'étude 8, la volatilité est calibrée à l'aide de la méthode de Merz et Wüthrich. Les calculs de volatilité sont présentés dans les tableaux ci-dessous.

Survenance	Delta(i,j)	Phi(i,j)	Psi(i)	Gamma(i,j)	m.s.e.(0)	s.e.(0)	Ri	s.e. en % Ri
2								
3	5,62E-05		5,50E-05	5,50E-05	7 173 895	2 678	-905	0%
4	8,27E-05	1,40E-05	1,25E-04	1,39E-04	16 735 098	4 091	-1 486	0%
5	4,03E-05	2,97E-05	5,02E-05	7,99E-05	8 776 758	2 963	3 922	76%
6	7,43E-05	3,30E-05	2,01E-04	2,34E-04	21 199 305	4 604	7 913	58%
7	2,81E-05	4,11E-05	1,08E-05	5,18E-05	4 957 888	2 227	13 489	17%
8	3,63E-05	4,13E-05	6,50E-05	1,06E-04	8 573 841	2 928	20 451	14%
9	5,77E-05	4,25E-05	2,32E-04	2,74E-04	19 806 696	4 450	29 751	15%
10	3,77E-05	4,58E-05	9,04E-05	1,36E-04	10 645 485	3 263	42 512	8%
11	3,18E-05	4,69E-05	4,34E-05	9,03E-05	8 143 206	2 854	59 119	5%
0	3,44E-05	4,73E-05	7,47E-05	1,22E-04	10 362 785	3 219	89 038	4%
0	1,28E-04	4,79E-05	1,10E-03	1,15E-03	85 569 729	9 250	170 461	5%

m.s.e.(0)	s.e.(0)	R	s.e. en % Ri
786 900 491	28 052	434 265	6,5%

La loi lognormale est ajustée à partir de la volatilité présentée ci-dessus (i.e. 6.5% des PSAP) et du montant de PSAP estimé dans l'étude 4. Le quantile retenu est 75%.

Le montant de PSAP obtenu s'élève à 534 538 K€ et inclut une marge de prudence explicite de 21 700 K€.

μ	13,15
σ^2	0,00
$VaR_{75\%}(R)$	534 538
$VaR_{75\%}(R) - E(R)$	21 700

Etude 9 : Quantile 75% avec volatilité des LTGA (Solvabilité II)

Dans l'étude 9, la loi lognormale est ajustée à partir de la volatilité retenue par l'EIOPA dans le calcul du risque de reserve. (SCR.9.26.). Cette volatilité des provisions à un an s'élève à 9% des PSAP. Elle peut être comparée à la volatilité mesurée dans l'étude 8 (qui est aussi un calcul de volatilité à un an) de 6.5%. Nous remarquons que la volatilité calibrée sur les données propres à la société d'assurance étudiée (étude 8) est fortement inférieure à la volatilité fournie par l'EIOPA. La volatilité de l'EIOPA a été calibrée à partir de très nombreuses sociétés d'assurance européennes.

Pour l'ajustement de la loi lognormale, le montant de PSAP utilisé est issu de l'étude 4. Le quantile retenu est de 75%.

Le montant de PSAP obtenu s'élève à 542 674 K€ et inclut une marge de prudence explicite de 29 836 K€.

μ	13,14
σ^2	0,01
$VaR_{75\%}(R)$	542 674
$VaR_{75\%}(R) - E(R)$	29 836

Etude 10 : Coût du capital

Les ajustements de loi lognormale dans les études 8 et 10 sont identiques. La volatilité est ainsi calculée par la méthode de Merz et Wüthrich (i.e. 6,5%) et le montant de PSAP est issu de l'étude 4. Le quantile retenu est de 99,5% et le taux de coût du capital de 6%, ce qui correspond aux paramètres utilisés en norme Solvabilité II, dans les spécifications techniques LTGA, pour calculer la marge de risque.

Le capital nécessaire pour couvrir le risque de provision s'élève à 91 475 K€.

μ	13,15
σ^2	0,00
$VaR_{75\%}(R)$	604 314
$VaR_{75\%}(R) - E(R)$	91 475

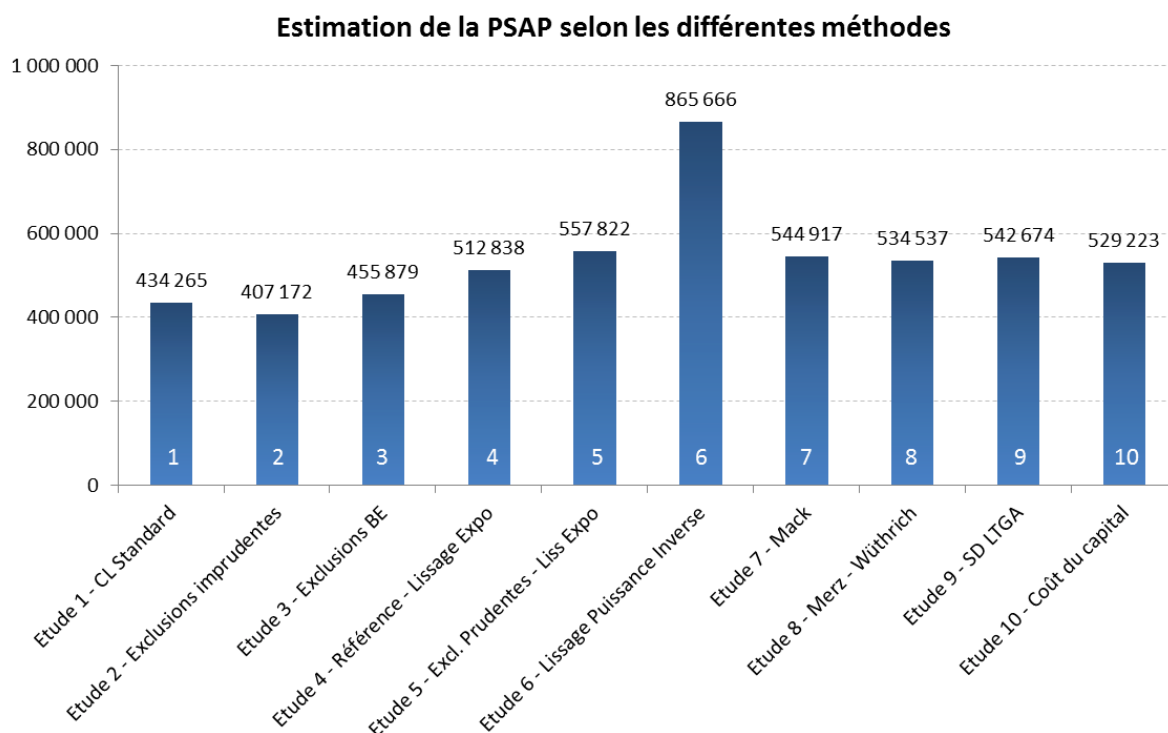
Ce montant est projeté avec les flux de règlements obtenus lors de l'étude 4 et la courbe de taux euros sans risques (à fin 2010).

Maturité	Prov	Marge	Taux	CoC
0	512 838	91 473	1,19%	5 424
1	338 671	60 407	1,41%	3 524
2	243 053	43 352	1,75%	2 469
3	175 600	31 321	2,06%	1 732
4	124 112	22 137	2,38%	1 181
5	85 470	15 245	2,58%	785
6	57 128	10 190	2,85%	502
7	37 042	6 607	3,01%	313
8	23 068	4 115	3,15%	187
9	14 117	2 518	3,27%	110
10	8 963	1 599	3,36%	67
11	5 620	1 002	3,43%	40
12	3 464	618	3,49%	24
13	2 083	372	3,54%	14
14	1 208	215	3,59%	8
15	661	118	3,64%	4
16	330	59	3,67%	2
17	138	25	3,70%	1
18	39	7	3,71%	0
19	0	0	3,72%	0

Il en résulte un montant de PSAP total de 529 223 K€ incluant une marge de prudence de 16 386 K€.

Synthèse des études et conclusion

Le graphique et le tableau ci-dessous permettent de comparer les PSAP obtenues selon les différentes études.



Etude	PSAP	Ecart de Réf en %
Etude 1 - CL Standard	434 265	-15,3%
Etude 2 - Exclusions imprudentes	407 172	-20,6%
Etude 3 - Exclusions BE	455 879	-11,1%
Etude 4 - Référence - Lissage Expo	512 838	0,0%
Etude 5 - Excl. Prudentes - Liss Expo	557 822	8,8%
Etude 6 - Lissage Puissance Inverse	865 666	68,8%
Etude 7 - Mack	544 917	6,3%
Etude 8 - Merz - Wüthrich	534 537	4,2%
Etude 9 - SD LTGA	542 674	5,8%
Etude 10 - Coût du capital	529 223	3,2%

Il apparaît une forte variation des estimations selon les méthodes retenues.

Le Chain Ladder standard sans aucune exclusion et sans facteur de queue semble fortement sous-estimer les provisions dans ce cas particulier (triangle de paiement responsabilité civile). Un provisionnement automatique sans aucune intervention humaine et basé sur un Chain Ladder règlement est dangereux pour la société d'assurance.

Plus globalement, la responsabilité civile étant un risque long et les Chain Ladder présentés dans ce mémoire étant calibrés à partir d'un triangle de paiement (et non de charge) a de forte chance de conduire à des provisions sous-estimées si aucun facteur de queue n'est ajouté. Ainsi, les études 1 à 3 donnent des résultats très inférieurs aux autres méthodes puisqu'elles reposent sur l'hypothèse d'un historique de 12 ans suffisant.

Au regard des données disponibles, l'étude 4 est une proposition d'estimation des provisions en vision Best Estimate, c'est-à-dire sans marge de prudence. Pour les études 5 et 6, l'actuaire a souhaité ajouter une marge de prudence via le paramétrage des méthodes de provisionnement. Une marge de prudence induite (non directement quantifiable) est incluse dans le montant de PSAP.

Dans les études 7 à 10, une marge de prudence est évaluée de manière explicite et est ajoutée à un montant de PSAP (supposé être en vision Best Estimate). En comparant les résultats des études 7 à 10 aux résultats de l'étude 5, on remarque qu'une marge de prudence induite peut s'avérer nettement supérieure à une marge de prudence explicite.

L'étude 6 montre que les estimations de provisions sont très sensibles aux choix et calibrages de lissage. Les facteurs de queue ont un impact de plus de 344 000 K€ sur ce cas particulier. Ce scénario ne pourrait pas être justifié dans la pratique pour de nombreuses raisons (comment justifier des paiements après 40 ans de survie ? Comment justifier cette provision dans le temps ?)

Dans la pratique, la prise en compte de davantage d'informations (nombre de sinistres, provisions dossier/dossier, Loss Ratio cible, exposition, informations données par les gestionnaires sinistres et par la direction générale), la comparaison entre plusieurs méthodes de provisionnement, l'analyse des provisions dans le temps (les provisions estimées l'an dernier semblent-elles avoir été correctement évaluées compte tenu de l'année écoulée ?) permettent de fiabiliser les estimations de provisions.

Dans la pratique, il aurait aussi probablement fallu segmenter les données pour réaliser des études de provisionnement séparées (Corporel / Matériel, Graves / Attritionnels).

Pour la suite de ce mémoire, nous avons retenu les provisions issues de l'étude 4 considérée comme étant en vision Best Estimate et les provisions de la méthode 5 contenant une marge de prudence induite réaliste (8,8% des PSAP) pour un cas pratique.

La partie suivante s'étend à toutes les provisions techniques de passif en norme française actuelle.

Partie 2 : Les provisions et la marge de solvabilité en norme française

Notions en inventaire non-vie

L'**inventaire** est un exercice qui consiste à valoriser tous les engagements et créances d'une société à un instant donné. Les directions actuariat inventaire ont en charge la valorisation des provisions.

Les sociétés d'assurance réalisent des **arrêtés comptables** au 31 décembre de chaque année. A cette date, chaque société d'assurance établit son bilan, son compte de résultat pour la période écoulée, les états réglementaires annuels, calcule ses marges de solvabilité (solvabilité 1 et 2), et réalise divers tableaux de bord. Afin de remplir ces obligations réglementaires, la société d'assurance doit valoriser toutes les provisions à cette date.

Les sociétés d'assurance réalisent également des arrêtés intermédiaires pour suivre leur activité et leurs engagements à une fréquence infra annuelle (semestrielle ou trimestrielle). Pour ces arrêtés, les politiques d'inventaire varient fortement d'une société à une autre allant de réaliser le strict minimum réglementaire au recalcul complet de toutes les provisions.

La **réassurance** est un mécanisme permettant de transférer une partie du risque de la société d'assurance vers une société dite de réassurance. Ce transfert de risque a pour objectif une réduction du besoin en fonds propres. Concrètement, l'assureur verse une part de ses primes au réassureur qui, en échange, prend en charge une part des sinistres. On parle alors de **cession** des primes, cession des sinistres, cession des provisions (afférentes aux primes ou sinistres cédés).

Les sociétés d'assurance regroupent les **frais par nature**. Il existe les frais de gestion de sinistre, les frais d'administration, les frais d'acquisition et les autres frais. Les frais de gestion de sinistres couvrent le traitement des sinistres incluant la masse salariale de la direction sinistre, les frais de contentieux, et les frais de gestion externes. Les frais d'administration incluent une large partie des frais de personnel du siège social, les loyers correspondants, divers frais généraux, etc. Les frais d'acquisition comprennent les commissions d'acquisition, les frais d'ouverture de dossiers, les frais de marketing et tout autre type de frais directement lié à la réalisation de contrats. Les autres frais incluent notamment les frais de gestion des placements.

Les provisions techniques d'assurance non-vie : définitions et calculs

Les provisions techniques non-vie sont listées à Article R331-6 du code des assurances. Ces provisions sont définies en détail dans cette section à l'exception de la provision pour risques croissants (car elle concerne uniquement des produits très spécifiques comme la dépendance) et les provisions liées aux actifs (reserve de capitalisation, provision pour risque d'exigibilité).

La segmentation

Définir une segmentation adéquate est la première étape d'une valorisation fiable des provisions techniques.

Les agrégats suivants sont naturels et propres à chaque société d'assurance. Ils découlent directement des informations disponibles lors de l'encaissement des primes ou du paiement des sinistres :

- **Produit** : Les primes sont encaissées par produits commerciaux (par exemple : assurance multirisque habitation, assurance automobile au tiers, assurance automobile tous risques) et sont ensuite regroupées pour des besoins actuariels ou comptables par produits : automobile, habitation, ...
- **Garantie** : Il s'agit d'un niveau plus fin caractérisant les montants de sinistres. Chaque produit est constitué d'une ou plusieurs garanties. Par exemple, un produit assurance automobile pourra se décomposer en garanties : responsabilité civile, dommages, vols, bris de glace, catastrophes naturelles, ...
- **Acceptations** : La distinction affaires directes / acceptations. Les sociétés d'assurance peuvent jouer le rôle de réassureur, on parle alors d'acceptations par opposition aux affaires directes. Les affaires directes sont souscrites directement par les différents réseaux commerciaux de la société d'assurance ou par une société partenaire en cas de coassurance.
- **Réseau** : Les sociétés d'assurance peuvent disposer de plusieurs réseaux de distribution : agents généraux, courtiers, salariés, internet.
- **Zone géographique** (de souscription) : les pays (en particulier pour les souscriptions en libres prestations de services LPS).
- **Filiales** : pour les groupes.
- **Intervalles de coûts de sinistres (attritionnels / graves)** : Ce découpage permet de classer les sinistres selon leur gravité, ou selon s'ils sont réassurés ou non. Ce découpage n'est généralement pas disponible dans les systèmes d'information, et par conséquent est effectué directement par les directions techniques comme l'actuariat inventaire. La scission la plus communément réalisée est la séparation attritionnels (petits sinistres récurrents) / graves (sinistres atypiques). Ce découpage est réalisé en comparant la charge sinistre à un seuil (par exemple 200 000 €) : si ce seuil est dépassé le sinistre est classé en « grave », sinon il est classé en « attritionnel ». Il est également possible d'utiliser un écrêtement : la partie supérieure au seuil est classée « grave » et la partie inférieure « attritionnel ».
- **Cause de la sinistralité (événements)** : Ce découpage permet de séparer les sinistres issus d'événements majeurs (tempêtes, grêles,...) des autres sinistres.
- Toute autre information enregistrée dans les systèmes d'information lors de la souscription des contrats ou lors des paiements de sinistres.

Les agrégats suivants sont règlementaires, ils sont définis dans le code des assurances :

- **Catégories ministérielles** : Il s'agit d'un niveau d'agrégat proche du niveau Produit X Garantie. La majorité des opérations de contrôles effectuées par l'ACPR sont réalisées selon ce niveau de détail, ainsi de nombreuses données sont requises par catégorie ministérielle dans les états règlementaires (dont certaines provisions techniques). Les différentes

catégories ministérielles sont listées à l'article A.344-2. du code des assurances et en annexe du mémoire.

- **Branches** (et sous-branches) : Il s'agit d'un niveau de détail assez proche du niveau catégorie ministérielle. Les agréments des sociétés d'assurance sont délivrés par branche. Les différentes branches sont listées à l'article R.321-1. du code des assurances et en annexe du mémoire.

Il est important de différencier le niveau de segmentation retenu pour les estimations de provisions et le niveau retenu pour construire les reportings (réglementaires ou internes). Ceux-ci peuvent être très différents, notamment pour valoriser les IBNR et prévisions de recours. Ces provisions sont estimées par des méthodes statistiques (cf. Partie 1). Pour respecter les hypothèses des différentes méthodes, la priorité est de constituer des segments répondant à plusieurs contraintes contradictoires :

- Construire des segments contenant des risques homogènes
- Construire des segments contenant des volumes de données suffisants
- Limiter le nombre de segments pour analyser suffisamment en détail chacun d'entre eux (une estimation fiable des IBNR et de prévisions de recours nécessite des analyses manuelles)
- Eviter d'avoir des agrégats transverses à plusieurs catégories ministérielles car cela nécessite des ventilations reposant sur des hypothèses difficiles à respecter.

Les scissions / regroupements ci-dessous sont des exemples de segmentation qui peuvent être effectués pour répondre aux contraintes énoncées précédemment :

- Séparer les attritionnels des graves pour les garanties couvrant les sinistres corporels
- Séparer les événements des hors événements pour certaines garanties dommages
- Regrouper les garanties dommages automobile (bris de glaces, vol, ...) si les volumes de données sont insuffisants pour étudier chacune des garanties séparément.

Pour le calcul des autres provisions techniques, soit le niveau de calcul est imposé par le code des assurances (PREC, PE), soit il n'a pas d'impact (PSAP d/d, PPNA, PM).

La Provision pour Sinistre A Payer (PSAP)

La provision pour sinistre à payer est destinée à couvrir les coûts liés aux sinistres déjà survenus. Elle est composée des provisions suivantes : provisions d/d, provisions pour tardifs et pour sinistres insuffisamment provisionnés (IBNR), provisions pour frais de gestion des sinistres (PFGS), prévisions de recours.

Les calculs des provisions d/d, des IBNR et des prévisions de recours sont définis en détail dans la partie 1.

La provision de frais de gestion de sinistres (PFGS) se calcule généralement en trois temps :

- Choix du niveau de segmentation sur lequel effectuer les calculs (réseaux, garanties, séparer rentes et autres paiements, etc)
- Calcul d'un taux de frais de gestion
- Application du taux de frais de gestion aux provisions de sinistres

➡ Les choix et arbitrages peuvent avoir un impact significatif sur le montant de provision pour sinistre à payer :

- Ils influent très significativement sur le niveau de PSAP d/d, sur les IBNR et sur les prévisions de recours (cf. Partie 1)
- Des choix et arbitrages doivent également être réalisés pour calculer la PFGS. L'impact peut également s'avérer très important :
 - Méthode de calcul : via des taux de frais ou par une méthode plus précise ?
 - Calcul des taux de frais : historique (nombre d'exercices retenus pour réaliser le calcul) ? Quels frais inclure (frais internes et frais externes ? Allocation des frais) ? Quel dénominateur retenir (paiements + rentes + recours) ? Gestion des sinistres sans suite ? Gestion des sinistres atypiques ?
 - Gestion des délégataires, des acceptations, de la coassurance ?
 - A quelles provisions appliquées les taux obtenus ?
- La PFGS étant généralement obtenue en multipliant un taux de frais par la PSAP (hors PFGS), une mauvaise estimation de la PSAP engendre une mauvaise estimation de la PFGS

A titre indicatif, dans la balance comptable, la PSAP est associée aux comptes commençant par « 332 », « 333 », « 335 ».

La Provision Mathématique (PM)

Les sinistres corporels graves peuvent amener l'assureur à servir des rentes. Ces rentes sont destinées à payer des frais récurrents de l'assuré sinistré comme l'assistance de tierces personnes.

Pour chaque sinistre et pour chaque arrêté, l'assureur calcule une provision mathématique. Comme en assurance vie, elle correspond à la somme des rentes futures actualisées pondérées par les probabilités de survie de l'assuré sinistré ou de l'ayant droit. Le calcul de la provision mathématique est décrit en détail à la fin de ce paragraphe.

Les taux d'actualisation sont revus à chaque arrêté, ils sont basés sur les Taux Moyens des Emprunts de l'Etat français (TME). Cet indice est publié mensuellement sur le site internet de la Banque de France.

Les paramètres réglementaires de calcul des provisions mathématiques dépendent de la garantie impliquée :

- Les paramètres de rentes Responsabilité Civile (Automobile RC et RC Générale) sont définis dans l'article A.331-10 :
 - Table de mortalité : TD 88-90 (ou table de maintien en invalidité certifiée par un actuaire indépendant) si le bénéficiaire est victime d'un préjudice corporel, TGF ou TGH si l'ayant droit est valide.
 - Le taux d'actualisation doit être inférieur à 60% du TME sur les 24 mois précédents l'arrêté des comptes et ne peut excéder 3,5%.
- Les paramètres de rentes dommages corporels (Protection du conducteur, Garantie Accident de la Vie) sont définis dans l'article A.331-22 :

- Table de mortalité : Table de maintien en invalidité (Sécurité Sociale ou validée par un actuaire indépendant) prolongée par une table TGF ou TGH après 62 ans.
- Le taux d'actualisation doit être inférieur à 75% du TME sur les 24 mois précédents l'arrêté des comptes et ne peut excéder 4,5%.

Par ailleurs, le projet de loi de finances rectificatives 2012 (article 27) prévoit un transfert des revalorisations de rentes aux assureurs pour les sinistres survenus après le 1^{er} janvier 2013, alors qu'elles étaient initialement prises en charge par le Fond de Garantie des Assurances Obligatoires (FGAO). Le FGAO a pour principales missions d'indemniser les victimes d'accidents causés par des responsables non assurés, insolubles, ou non identifiés.

La provision mathématique intègre également une part destinée à couvrir les frais de gestion des sinistres.

➡ Pour calculer les provisions Mathématiques, les sociétés d'assurance doivent réaliser des arbitrages sur :

- **Les taux d'actualisation.** Le maximum est fixé dans le code des assurances en fonction du TME, mais il est possible de retenir un taux d'actualisation plus faible par prudence et pour lisser les variations de TME.
- **Les taux de revalorisation et de révision des rentes :** La revalorisation des rentes est à la charge des assureurs depuis le 1^{er} janvier 2013. Les rentes sont revalorisées chaque année par décret, cela permet notamment de prendre en compte la hausse du coût des tierces personnes.
- La provision pour **frais de gestion** de sinistre associée aux provisions mathématiques de rentes.

A titre indicatif, dans la balance comptable, la provision mathématique non-vie est associée aux comptes commençant par « 3721 ».

Par ailleurs, les capitaux constitutifs des rentes non encore mis à charge de la société d'assurance sont provisionnés dans les PSAP.

La provision mathématique (hors frais de gestion de sinistre) d'un individu recevant une rente annuelle peut s'écrire :

$$PM = \sum_{k=1}^{Nb \text{ versement restant}} Rente * \frac{l_{x+k}}{l_x} * (1 + Tx actu)^{-k}$$

Avec

- Rente : Le montant de rente annuelle ;
- $\frac{l_{x+k}}{l_x}$: La probabilité qu'un individu d'âge x soit toujours vivant dans k années ;
- Tx actu : Le taux d'actualisation ;
- Nb versements restants : Il se calcule en fonction de la date d'arrêté et la date de dernier versement. Dans le cas d'une rente viagère, le dernier versement possible dépend de l'âge maximum de survie possible de la table de mortalité sous-jacente.

Cette formule peut se généraliser pour prendre en compte toutes les autres caractéristiques possibles d'une rente non-vie :

- Rente fractionnée (paiement mensuel, trimestriel, semestriel, annuel) ;
- Inclure un taux de revalorisation constant (par exemple 2% par an).

$$PM = \sum_{k=0}^{F*(DV-PV)} \frac{Rente}{F} * \frac{l_{PV+k/F-DN}}{l_{DA-DN}} * \frac{(1+Tx\ revalo)^{PV+k/F-DA}}{(1+Tx\ actu)^{PV+k/F-DA}}$$

Avec

- Rente : Le montant de rente annualisé
- PV : la date du premier versement (après la date d'arrêt)
- DV : la date du dernier versement
- DA : la date d'arrêt
- DN : la date de naissance
- Les opérations effectuées sur les dates calculées en années (ex : 31/12/2013 – 30/06/2012 = 0,5)
- F : fréquence de versement (Annuel : 1 , semestriel : 2, trimestriel : 4, mensuel : 12)
- $\frac{l_{PV+k/F-DN}}{l_{DA-DN}}$: la probabilité qu'un individu né en DN soit toujours vivant au k^{ème} versement après la date d'arrêt
- Tx actu : le taux d'actualisation (annuel)
- Rx revalo : le taux de revalorisation annuel.

La Provision pour Primes Non Acquises (PPNA)

La Provision pour Primes Non Acquises s'articule autour de deux natures de primes :

- Les **primes émises (PE)** : A la souscription ou au renouvellement du contrat liant l'assureur à l'assuré, les primes sont émises pour toute la période de couverture du contrat (souvent un an). Il s'agit de l'engagement de l'assuré envers l'assureur. La prime émise peut coïncider avec l'encaissement de celle-ci si elle est intégralement payée dès la signature (dans le cas contraire, la partie non réglée constitue une créance de l'assureur sur l'assuré).
- Les **primes acquises (PA)** : Elles correspondent à la part de prime acquise à l'assureur au fur et à mesure de l'exécution du contrat. Elle constitue le principal produit du compte de résultat d'un assureur non-vie.

La Provisions pour Primes Non Acquises (PPNA) est la part des primes que l'assureur doit conserver pour faire face aux risques à venir. Les PPNA se calculent par différence entre les primes émises et les primes acquises. Elles constituent un poste du bilan très important pour les assureurs émettant des contrats pluriannuels. A contrario, elle peut aussi être négligeable (au 31/12) pour des assureurs émettant des contrats annuels avec des dates de renouvellement au 1^{er} janvier.

La provision pour primes non acquises se calcule comme suit :

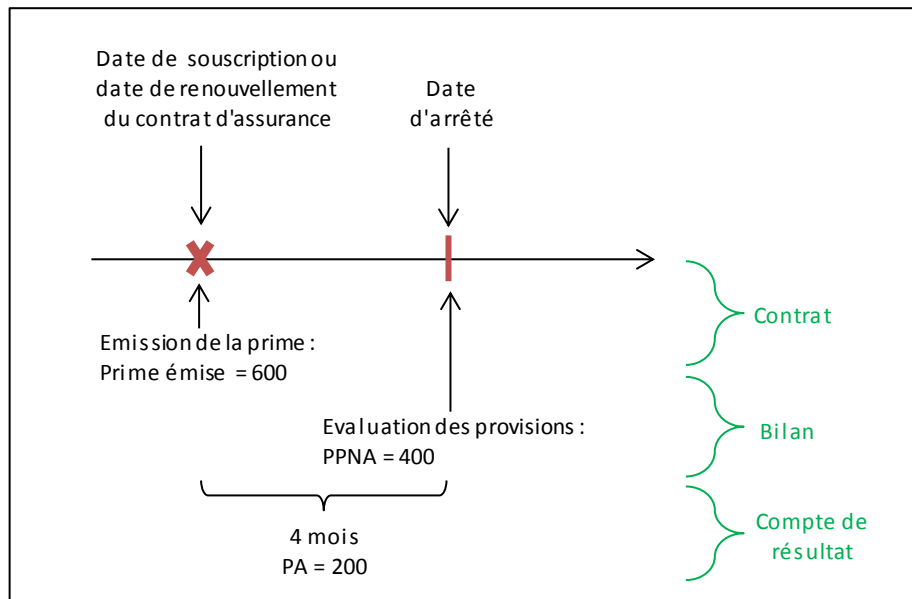
- $PPNA = PE - PA$
- La formule précédente nécessite de récupérer les primes émises et primes acquises rattachées aux anciens exercices comptables. La simplification suivante permet de n'utiliser que les primes émises et primes acquises de l'exercice en cours, et les PPNA (clôture) de

l'exercice précédent (les PPNA clôture de l'exercice précédent sont renommées PPNA Ouverture pour le nouvel exercice) :

$$PPNA_{cl\acute{o}ture} = PPNA_{ouverture} + PE - PA$$

- Les calculs sont réalisés au niveau contrat

Le schéma ci-dessous illustre l'articulation entre primes émises, primes acquises et provisions pour primes non acquises. Un contrat annuel avec une prime de 600 € est émis au 31 août. Au 31 décembre, l'assureur a acquis 200 € (=600 * 4 mois / 12 mois) et doit enregistrer une provision pour primes non acquises de 400 € (=600 – 200).



➡ Le calcul de la provision pour primes non acquises ne permet **aucun arbitrage**, son calcul peut être totalement automatisé.

La provision pour primes non acquises est définie dans l'article A331-16 du code des assurances.

A titre indicatif, dans la balance comptable, la provision pour primes non acquises est associée aux comptes commençant par « 312 » (Affaires directes) et « 315 » (Acceptations).

Les Frais d'Acquisition Reportés (FAR)

Les frais d'acquisition représentent une charge importante pour les assureurs, ils sont constitués des commissions d'acquisition des contrats, des frais d'ouverture des dossiers, du coût des publicités, et de certains autres frais administratifs.

Les assureurs ont la possibilité d'amortir ces frais sur la durée d'exécution du contrat. Cet amortissement est enregistré dans la provision d'actif appelée Frais d'Acquisition Reportés (FAR). Les frais d'acquisition reportés sont en représentation des Provisions Pour Primes Non Acquises. Les FAR se calculent ainsi de la même manière que les PPNA, mais avec des contraintes supplémentaires, notamment l'amortissement des frais ne peut pas être imputé sur plus de 5 exercices.

Ainsi, les Frais d'Acquisition Reportés se calculent comme suit:

- $FAR_{cl\acute{o}ture} = FAR_{ouverture} + \text{Frais émis} - \text{Frais imputé à l'exercice courant}$

- Ce qui peut également s'écrire (pour les contrats dont la période de couverture est inférieure à 5 ans) : $FAR_{cl\acute{o}ture} = PPNA_{cl\acute{o}ture} * \text{Taux de frais d'acquisition}$

➡ Le calcul des Frais d'Acquisition Reportés peut nécessiter un arbitrage de la société d'assurance portant sur l'allocation des frais. La distinction entre certains frais administratifs et frais d'acquisition peut être interprétée différemment d'un assureur à un autre. L'impact de cet arbitrage sera toutefois marginal sur le bilan et sur le compte de résultat.

Les frais d'acquisition reportés sont définis dans l'article R332-33 du code des assurances.

A titre indicatif, dans la balance comptable, la provision Frais d'Acquisition Reportés est associée aux comptes commençant par « 4812 ».

La Provision pour Risque En Cours (PREC)

La Provision pour Risque En Cours (PREC) a pour objectif de compléter la provision pour primes non acquises lorsque cette dernière s'avère insuffisante, c'est-à-dire en cas de sous-tarification.

Elle se calcule par catégorie ministérielle, à partir du ratio combiné observé sur les 2 derniers exercices et de la provision pour primes non acquises :

$$Ratio = \frac{(Charge\ sin_N + Facq_N + Fadm_N) + (Charge\ sin_N_1 + Facq_N_1 + Fadm_N_1)}{Primes\ Acquises\ N + Primes\ Acquises\ N_1}$$

$$PREC = Max(Ratio - 1 ; 0) * PPNA$$

Avec

- Charge sin_N & Charge sin_N_1: respectivement, la charge sinistre de l'exercice inventorié et la charge sinistre de l'exercice précédent ;
- Facq_N & Facq_N_1: respectivement, les frais d'acquisition de l'exercice inventorié et les frais d'acquisition de l'exercice précédent ;
- Fadm_N & Fadm_N_1: respectivement, les frais administratifs de l'exercice inventorié et les frais administratifs de l'exercice précédent, en dehors des frais immédiatement engagés.

➡ L'autorité de contrôle des assurances (ACPR) peut autoriser l'**utilisation d'un ratio plus faible sur la base de justifications appropriées** apportées par la société d'assurance. Elle peut également prescrire l'utilisation d'un taux plus élevé en fonction de l'évolution récente de la sinistralité.

➡ Le calcul de la provision pour risques en cours **ne nécessite aucun arbitrage, mais elle est fortement impactée par les arbitrages sur les provisions de sinistres**. En particulier, une PSAP élevée entraîne une charge sinistre élevée, qui entraîne un ratio combiné élevé et par conséquent une PREC plus élevée (cf. Annexe XV).

L'estimation des PSAP est particulièrement difficile pour les deux survenances les plus récentes (forfaits d'ouverture, nombre de tardifs importants, montants de paiements pas assez significatifs, etc), ce qui conduit de nombreuses sociétés à positionner une marge de prudence importante sur ces exercices. Cela engendre un impact sur la PREC d'autant plus fort.

La provision pour risques en cours est définie dans l'article 331-17 du code des assurances.

A titre indicatif, dans la balance comptable, la provision pour risque en cours est associée aux comptes commençant par « 3722 ».

La Provision d'Égalisation (PE)

La provision pour égalisation a pour objectif d'absorber les fortes variations de résultat engendrées lorsque des événements catastrophes surviennent. Les événements concernés par la provision d'égalisation sont caractérisés par une période de retour pluriannuelle et une charge sinistre très importante, ils sont listés dans la suite de ce paragraphe.

La provision pour égalisation est contrainte par 3 limites réglementaires :

- Les dotations de la provision d'égalisation sont limitées annuellement à 75% du bénéfice technique de la catégorie du risque concerné.
- Les dotations doivent être reprises après une durée maximum dépendant du risque, même si ce risque n'a pas été réalisé.
- Le niveau de la provision d'égalisation est limité en pourcentage des primes émises dans l'exercice, nettes de réassurance. Ce pourcentage dépend du risque.

Les paramètres des 2^{ème} et 3^{ème} contraintes énoncées ci-dessus sont :

- Grêle : niveau de la provision limitée à 200% des primes émises nettes, les dotations peuvent être conservées 10 ans au plus.
- Garantie légale des catastrophes naturelles (i.e. décrets Cat Nat) : 300% et 10 ans.
- Autres risques dus à des éléments naturels : 300% et 10 ans
- Risques spatiaux et risques liés au transport aérien : 300% et 15 ans
- Risques atomiques et risques liés aux attentats du terrorisme : 500% et 12 ans
- Risques responsabilité civile dus à la pollution : 500% et 10 ans
- Assurance crédit : 134% de la moyenne des primes émises nettes sur les 5 dernières années.

➡ En dehors de ces trois contraintes réglementaires (bornes supérieures), l'assureur peut fixer librement le niveau de provision pour égalisation, ce qui constitue un arbitrage important. Il a par exemple la possibilité de ne pas constituer de provision d'égalisation.

Le champ d'application et le fonctionnement de la provision d'égalisation sont définis à l'article R331-6, alinéa 6, du code des assurances. Les limites de cette provision sont définies dans les articles Article 16 A et Article 39 quinquies G du code général des impôts, et dans l'article R331-33 du code des assurances pour l'assurance Crédit.

A titre indicatif, dans la balance comptable, la provision d'égalisation est associée aux comptes commençant par « 36 ».

Les provisions cédées

La cession de primes et de sinistres via des contrats de réassurance entraîne la constitution de provisions cédées, c'est-à-dire de créances de l'assureur sur les réassureurs. Dans le bilan, les provisions cédées à la réassurance (ou éventuellement les provisions transmises à des véhicules de titrisation) sont admises en représentation des provisions techniques brutes si elles respectent les contraintes définies dans l'article R332-3-3 du code des assurances.

Les deux exemples ci-dessous montrent comment sont constituées les PSAP cédées :

Un sinistre dispose des caractéristiques suivantes à la date d'arrêt des comptes :

- Paiements cumulés : 100 K€
- PSAP : 900 K€
- Charge sinistre : 1 000 K€ (= 100 + 900)

Ex 1 : Le sinistre entre dans le périmètre d'un traité quote part avec un taux de cession de 20% :

	Brut	Cession	Net
Paiements cumulés	100	$20 = 100 * 20\%$	$80 = 100 - 20$
PSAP	900	$180 = 900 * 20\%$	$720 = 900 - 180$
Charge sinistre	1 000	$200 = 180 + 20$	$800 = 80 + 720$

Dans cet exemple, le réassureur a déjà versé 20 K€ à l'assureur, si la charge sinistre a correctement été évaluée, le réassureur devra régler dans le futur (PSAP cédée) 180 K€ à l'assureur.

Ex 2 : Le sinistre entre dans le périmètre d'un traité excédent de sinistre avec une priorité (i.e. franchise par sinistre) de 500 et une portée (i.e. capacité par sinistre) illimitée :

	Brut	Cession	Net
Paiements cumulés	100	$0 = \text{Max}(100-500 ; 0)$	100
PSAP	900	$500 = \text{Max}[900-(500-100) ; 0]$	400
Charge sinistre	1 000	500	500

Dans cet exemple, le réassureur règle à l'assureur la part du sinistre dépassant 500 K€. A la date d'arrêt, les paiements cumulés sont inférieurs à 500 K€, le réassureur n'a donc encore rien versé à l'assureur. Si la charge sinistre a correctement été évaluée, le réassureur devra verser dans le futur (PSAP cédée) 500 K€ à l'assureur.

➡ **La politique de provisionnement de la société d'assurance impacte directement ses provisions cédées.** Une prudence accrue dans les estimations de provisions brutes engendre des cessions de provisions plus élevées. Réciproquement, une sous-évaluation des provisions (en particulier les PSAP d/d des sinistres graves) entraîne une sous-évaluation des cessions de provisions.

Dans la balance comptable, les provisions cédées sont associées aux comptes commençant par « 39 ».

Le compte de résultat

Le compte de résultat d'une société d'assurance non-vie est composé d' :

- un compte de résultat technique non-vie : résultat lié à l'activité d'assurance
- un compte de résultat non-technique : résultat de la société reprenant les résultats techniques et faisant apparaître le montant d'impôts sur les sociétés.

L'illustration suivante présente les deux comptes de résultat côte à côte :

Compte de résultat technique non-vie	Compte de résultat non-technique
Primes acquises	Résultat de l'assurance non-vie
Primes	Résultat de l'assurance vie
Variation de primes non acquises	Produits des placements
Produits de placements alloués	Produits des placements alloués
Autres produits techniques	Charges des placements
Charges des sinistres	Produits des placements transférés
Prestations et frais payés	Autres produits non techniques
Charges des provisions pour sinistres	Résultat exceptionnel
Charge des autres provisions techniques	Participation des salariés
Participation aux résultats	Impôts sur les bénéfices
Frais d'acquisition et d'administration	Résultat de l'exercice
Frais d'acquisition	
Frais d'administration	
Commissions reçues des réassureurs	
Autres charges techniques	
Variation de la provision pour égalisation	
Résultat technique de l'assurance non-vie	

Les variations de provisions techniques sont surlignées en marron. Elles sont nettes de réassurance. Une variation de provision se mesure par différence entre la provision d'ouverture et la provision de clôture. La provision d'ouverture est une reprise de l'estimation de l'exercice précédent, il s'agit donc d'un montant figé. La provision de clôture correspond à l'estimation réalisée pour l'arrêté des comptes.

Les charges des provisions de sinistres contiennent les variations de PSAP (y compris IBNR).

Les charges des autres provisions techniques contiennent notamment la variation de PM de rentes et la variation de PREC.

Le résultat peut ainsi également s'écrire :

+ Primes émises - (**PPNA clôture** - PPNA ouverture)
 - [Prestations et frais payés - (**PSAP clôture** - PSAPouverture)]
 - (PM ouverture - **PM clôture**) - (PREC ouverture - **PREC clôture**)
 - (Prov. Égalisation ouverture - **Prov. Égalisation clôture**)
 + tous les autres produits
 - toutes les autres charges

= Résultat

➡ Le calcul du résultat ci-dessus fait apparaître qu'une modification des estimations des provisions clôture influe fortement sur le résultat d'une société d'assurance. Selon la nature de la provision, l'estimation à la clôture est :

- **Utilisée pour lisser le résultat.** Les sociétés d'assurance dotent les provisions les années favorables, puis effectuent des reprises de provisions les mauvaises années. Les natures de provisions concernées sont :
 - La provision pour égalisation est explicitement prévue à cet effet puisqu'elle permet de couvrir des événements catastrophiques. Ces événements (ex : catastrophes naturelles) ne surviennent pas tous les ans ou leur ampleur peut fortement varier d'une année à une autre.
 - La provision pour sinistres à payer et en particulier la marge de prudence incluse dans les IBNR. La marge de prudence est réduite les années très défavorables, elle est augmentée durant les exercices meilleurs.
 - La provision mathématique dans une moindre mesure. Le taux d'actualisation est augmenté pour atteindre le maximum légal si celui-ci n'est pas déjà atteint.
- **Subit.** Les années à forte sinistralité (i.e. beaucoup de sinistres, plusieurs sinistres graves, sinistres antérieurs qui se dégradent, événements catastrophiques, etc), certaines provisions sont mécaniquement revues à la hausse et aggravent alors le résultat :
 - La provision pour sinistres à payer : les provisions d/d sont plus nombreuses, les IBNR peuvent subir une hausse (si la marge de prudence ne suffit pas), et la PFGS est proportionnellement revue à la hausse.
 - La provision mathématique : elle n'est pas directement impactée par une hausse de la sinistralité dès l'exercice d'inventaire (les passages en rentes prennent plusieurs années). Mais une hausse de PM sera subie à postériori. Les jugements (nouvelles rentes en services) et les contraintes économiques (baisse des taux) ou réglementaires peuvent contraindre la société à doter cette provision.
 - La PREC augmente fortement : son calcul étant basé sur les ratios combinés des deux dernières survénances.

Le bilan

Le bilan d'une société d'assurance non-vie peut être synthétisé par l'illustration suivante.

Actif	Passif
Actifs incorporels	Capitaux propres
Placements financiers et investissements	Reserves
	Provisions techniques brutes : - PPNA - PREC - PSAP (IBNR inclus) - PM - Prov. pour PB - Prov. d'égalisation - Autres provisions
Provisions cédées	
Autres actifs dont créances, trésorerie, FAR	Autres passifs dont dépôts espèce reçus et dettes

Arbitrage

Les « Réserves » sont des provisions assimilées à des fonds propres (leurs numéros de compte débutent par 1). Notamment, la société d'assurance a dû s'acquitter des impôts sur les sociétés (IS) pour constituer cette provision supplémentaire facultative.

Par opposition, les provisions techniques brutes sont constituées à partir de produits non soumis à l'impôt sur les sociétés. L'assureur paye l'IS uniquement lorsqu'il décide de transférer une partie des provisions vers du résultat (i.e. réalisation de « boni » de provisions).

La politique de provisionnement influe sur la physionomie du bilan :

➡ **Retenir un niveau de provision brute plus faible réduit les provisions cédées et vice versa** (retenir un niveau de provision brute plus élevé les augmente).

➡ Réduire le niveau de provision est générateur de résultat. Une partie de ce résultat est ensuite utilisée pour payer les impôts et éventuellement rémunérer les investisseurs, actionnaires, etc. Les décaissements correspondants nécessitent la vente de placements ou l'utilisation de trésorerie. Ainsi, **une réduction du niveau de provision engendre une réduction des postes « Placements » et « Autres actifs »**.

➡ En conséquence des deux impacts précédemment cités, **le niveau de provisionnement retenu impacte le total du bilan** (i.e. total du bilan = total des actifs = total des passifs). Plus une

société ajoute de la prudence dans ses provisions, plus son total de bilan est élevé. Et réciproquement, un sous-provisionnement réduit le total du bilan.

➡ Le schéma montre que **le niveau de provisions impacte les fonds propres**. Plus le niveau de provision retenu est élevé, plus les fonds propres (incluant les réserves) sont faibles et vice versa. Cependant, l'impact d'une variation de provision sur les fonds propres ne peut pas être quantifié directement. En effet, réduire le niveau de provision génère du résultat, mais seule la partie du résultat nette de réassurance, nette d'impôts et non redistribuée alimente les fonds propres.

➡ Dans le cas d'une société d'assurance déficitaire, les impacts d'une variation de provision sont différents car aucun impôt n'est payé et aucun dividende n'est distribué. Une variation à la hausse du niveau de provision (nette de réassurance) engendre une réduction de fonds propres directe. Et réciproquement, une variation à la baisse du niveau de provision engendre une augmentation des fonds propres directe. En conséquence, **pour une société déficitaire, le total du bilan est peu sensible à la politique de provisionnement. L'impact de la politique de provisionnement sur les fonds propres est plus direct pour une société déficitaire que pour une société bénéficiaire.**

La marge de solvabilité

En normes actuelles, il existe plusieurs indicateurs permettant de vérifier la solvabilité d'une société d'assurance. Le principal d'entre eux est la marge de solvabilité calculée dans l'état réglementaire C6 et décrite à l'article R334-5 du code des assurances.

Nous présentons ci-dessous le calcul de la marge de solvabilité dans le cas général :

La première partie du calcul porte sur les primes brutes de réassurance :

$$Total\ 1 = Min(Max(PE, PA), seuil\ prim) * 18\% + Max(Max(PE, PA) - seuil\ prim, 0) * 16\%$$

Avec

- PE : Les primes émises
- PA : Les primes acquises
- Seuil prim : Un seuil de volume de primes défini dans le code des assurances et régulièrement revu à la hausse. En 2010, ce seuil était de 57 500 K€. En 2013, il s'élève à 61 300 K€.

La seconde partie du calcul porte sur la charge sinistre brute de réassurance :

$$Total\ 2 = Min(charge\ sin, seuil\ sin) * 26\% + Max(charge\ sin - seuil\ sin, 0) * 23\%$$

Avec

- Charge sin : la moyenne annuelle de la charge sinistre brute comptable enregistrée au cours des 3 dernières années.
- Seuil sin : Un seuil de volume de sinistres défini dans le code des assurances et régulièrement revu à la hausse. En 2010, ce seuil était de 40 300 K€. En 2013, il s'élève à 42 900 K€.

Les assiettes de primes et de sinistralité des branches 11, 12 et 13 (RC véhicules aériens, RC véhicules maritimes, RC Générale) sont majorées de 50% dans les calculs du Total 1 et du Total 2.

La troisième partie du calcul porte sur la réassurance. Elle permet de réduire le capital requis dans la limite de 50%.

$$Coeff\ Reass = \max\left(\frac{charge\ sin\ nette}{charge\ sin\ brute}, 50\%\right)$$

Avec les charges sinistres nettes et brutes calculées en moyennant les 3 dernières années comptables.

La quatrième partie porte sur la marge de solvabilité de l'année précédente :

$$Total\ 3 = \min\left(\frac{PSAP\ clôture}{PSAP\ ouverture}, 100\%\right) * Cap\ requis\ N - 1$$

Avec

- PSAP clôture et PSAP ouverture : respectivement les PSAP nettes clôture et ouverture de l'exercice inventorié nette de réassurance.
- Cap requis N-1 : l'exigence minimale de l'année précédente.

L'exigence minimale se calcule à partir des 3 précédents totaux et du coefficient d'abattement pour réassurance :

$$Exigence\ minimale = \max(Total\ 1 * coeff\ reass, Total\ 2 * coeff\ reass, Total\ 3)$$

Cette exigence doit être comparée aux fonds propres pour déterminer si la société d'assurance est considérée comme solvable ou non en norme française.

Le calcul de la marge de solvabilité en norme française est succinct, il ne prend pas en compte les risques réellement portés par les sociétés d'assurance (risques de marché, risque de défaut des réassureurs, risques opérationnels, risques d'une évolution défavorable de la réglementation, ...). Seuls les risques de souscription sont pris en compte, mais les lieux d'exposition et la nature des risques souscrits ne sont que très peu pris en considération (majoration de la responsabilité civile).

Il existe certaines règles complémentaires mesurant sous une autre forme la solvabilité d'une société d'assurance ou limitant directement les risques portés. Par exemple, une société d'assurance doit obéir à certaines contraintes pour placer ces actifs. Elle est également soumise à un test d'exigibilité décrit dans l'article A334-10 du code des assurances et transmis à l'ACP via l'état C6 bis. Ce test vérifie les interactions Actif/Passif en projetant l'activité sur 5 ans avec des scénarios dégradés (charges sinistres majorés et marchés financiers dégradés).

➡ Lors d'un inventaire, les sociétés d'assurance déterminent leurs provisions de clôture (les provisions d'ouverture sont figées depuis le dernier exercice). Ce niveau de provision intervient à plusieurs niveaux dans le calcul de la marge de solvabilité, notamment dans :

- Le calcul du capital requis basé sur la charge sinistre (i.e. « Total 2 ») : le calcul repose sur la charge sinistre des trois derniers exercices comptables. La PSAP clôture impacte le « Total

2 », mais de façon limitée du fait du calcul sur 3 ans (la part des paiements dans le total est prépondérante).

- Le calcul du capital requis basé sur celui de l'année précédente : Une forte évolution de PSAP brute à la hausse peut fortement impacté le « Total 3 » (à la hausse également).
- ➡ En résumé des deux points précédents, **le capital requis dépend fortement de la variation du niveau de PSAP et non du niveau absolu à la clôture**. En particulier, le capital requis peut varier fortement lors de changement de méthodologie ou de politique dans le calcul des PSAP.
- Les fonds propres : **un niveau de provision élevé réduit les fonds propres et vice versa** (cf. section portant sur le bilan).
- ➡ **La PSAP clôture joue un rôle important à la fois au numérateur (fonds propres) et au dénominateur (capital requis) de la marge de solvabilité**. Une évolution significative de PSAP à la hausse a tendance à fortement réduire le taux de couverture de la marge de solvabilité requise.

La fiscalité

Cette section a pour objectif d'exposer les interactions entre les provisions et la fiscalité. Les impôts ou taxes non impactées par des variations de provisions ne sont pas abordés dans ce mémoire.

Les sociétés d'assurance doivent s'acquitter de l'impôt sur les sociétés (IS) chaque année. Il s'agit d'une charge généralement importante puisque l'IS est calculé en appliquant un pourcentage conséquent (souvent 34,43%) au résultat lorsque celui-ci est positif.

Une des particularités des sociétés d'assurance est qu'elles doivent estimer elles-mêmes une partie de leur passif, et en particulier les provisions de sinistres (les provisions de primes ne sont pas des estimations, elles résultent de formules mathématiques fermées imposées par la réglementation).

Les sociétés d'assurance peuvent notamment arbitrer les provisions pour sinistres en ajoutant une marge de prudence plus ou moins importantes. Il arrive également que certaines sociétés rencontrent des difficultés rendant l'estimation des provisions très approximative (données manquantes/incohérentes dans les systèmes d'information, retards de gestion, erreurs de calculs de l'actuariat, cohérence entre les différents acteurs, etc).

Pour rappel, les sociétés d'assurance dotent leurs provisions en franchise d'impôts. Elles doivent s'acquitter de l'impôt sur les sociétés uniquement lors de reprises de provision non destinées à des paiements (ces reprises de provisions sont appelées « Boni » de liquidation).

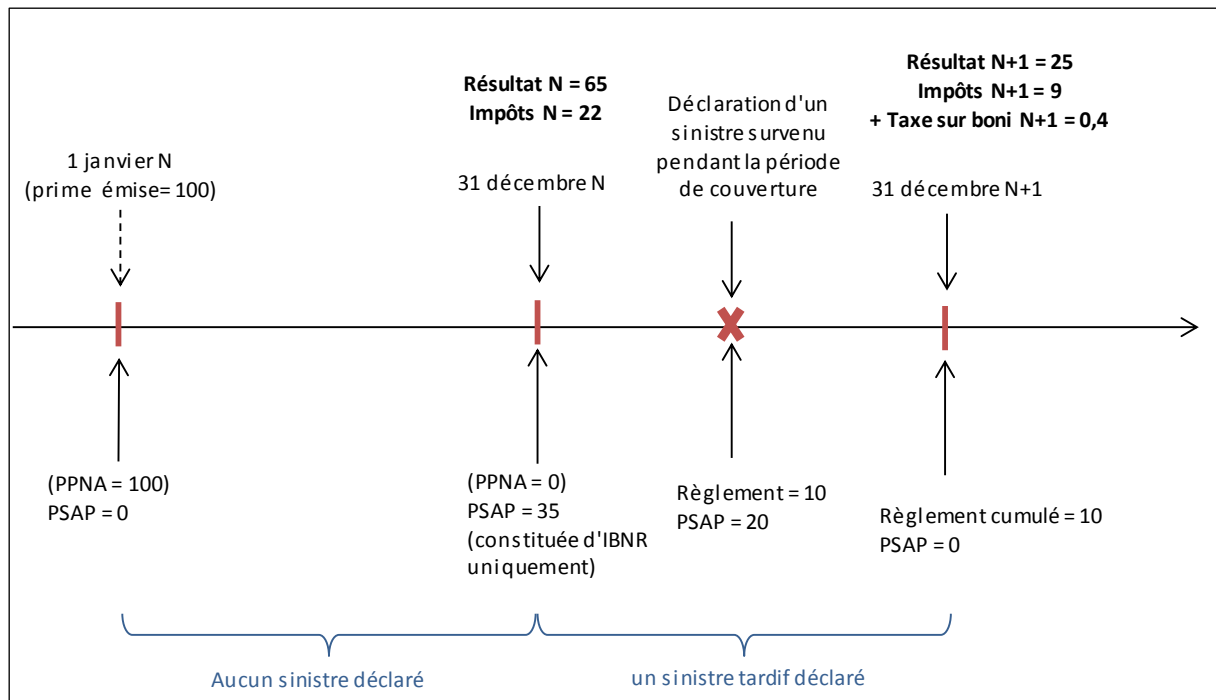
En conséquence, le résultat (imposable) est directement influencé par le pilotage des provisions de sinistres et par la qualité des estimations effectuées. Les sociétés d'assurance peuvent ainsi agir volontairement ou involontairement sur le montant d'impôts sur les sociétés à payer. Plus exactement, les sociétés d'assurance peuvent décaler une partie du paiement de l'impôt dans le temps puisqu'elles décident du moment où elles reprennent des provisions pour alimenter le résultat.

Cet avantage pour les sociétés d'assurances constitue un inconvénient pour l'Etat français. Les sociétés d'assurance sont favorisées puisqu'elles disposent d'un avantage de trésorerie, elles

peuvent placer les impôts décalés et donc bénéficier de produits financiers. A contrario, l'Etat est lésé puisqu'il perçoit les impôts avec un retard important (plusieurs années), il doit ainsi emprunter pour compenser les impôts non perçus et payer les intérêts correspondants.

Pour compenser ce manque à gagner du fisc sans décourager les sociétés à évaluer prudemment leurs provisions, une taxe spécifique sur les excédents de provisions a été instaurée. Le principe général de cette taxe est simple : il s'agit d'appliquer des taux d'intérêt de retard aux impôts payés en retard.

L'exemple suivant montre l'impact de l'estimation des provisions sur le résultat et sur les impôts.



La société d'assurance émet un seul contrat le 1^{er} janvier N. A la fin de la première année, elle n'a eu connaissance d'aucun sinistre, mais elle constitue une provision pour sinistres déclarés tardivement. Elle peut alors dégager un résultat de 65 (100 de primes – 35 de dotation de PSAP), et elle devra acquitter 22 d'impôts sur les sociétés. Au cours de la 2^{ème} année, elle doit régler un sinistre tardif. Le montant de PSAP lui permet de faire face à ses engagements. A la fin de la seconde année, la société estime ne plus porter de risque (PSAP=0). Sur le second exercice, elle réalise ainsi un résultat de 25 (35 de reprise de provision – 10 de paiement). Elle doit payer 9 d'IS et 0,4 de taxe sur les excédents (car elle a payé les 9 d'IS avec un an de décalage). Les taux d'imposition retenus dans cet exemple sont 34,43% pour l'IS et 4,8% annuel (sans franchise) pour la taxe sur les excédents.

Les calculs exacts de la taxe sur les excédents est défini dans l'article Article 235 ter X du code général des impôts (CGI). Cet article est repris en annexe.

Dans la pratique, le calcul de cette taxe est assez complexe car il repose sur de nombreuses données passées : Années de survenance, années de dotation/reprise des provisions, exercices bénéficiaires/déficitaires, les taux d'imposition de chaque exercice, et les taux de taxe sur les excédents de chaque exercice. Plusieurs calculs règlementaires sont autorisés, nous en avons présentés un ci-dessous.

La première étape consiste à calculer l'assiette (par survenance) sur laquelle appliquer la taxe :

$$Assiette_i = [(Prov Ouv_i - Prov Clôt_i - Paiement_i) - \max(Prov Ouv_i - Prov Clôt_i, 0) * Tx Franchise] * Tx IS_i$$

Avec

- i : l'exercice fiscal de rattachement (i.e. généralement l'année de survenance)
- Prov clôt et Prov Ouv : respectivement les provisions de clôture et d'ouverture de l'exercice fiscal
- Paiement : les paiements de sinistres au cours de l'exercice fiscal
- Tx Franchise : le taux de franchise, il est actuellement de 3%
- Tx IS : le taux d'imposition sur les sociétés (généralement 33,3% ou 34,43%)

La seconde étape consiste à ventiler l'assiette obtenue par année de constitution :

$$Assiette_j = \sum_i Assiette_i * \frac{constitution_{i,j}}{B/M_i}$$

Avec

- j : l'année de constitution de la provision
- constitution : les dernières dotations (non encore reprises) de provisions
- B/M : Boni(+)/Mali(-), ils correspondent au premier terme du calcul précédent (Prov Ouv – Prov Clôt – Paiements)

Cette formule fonctionne également pour les malis. Assiette_i, B/M_i, et constitution_{i,j} sont alors négatifs. Les malis réduisent ainsi la taxe sur les excédents.

La 3^{ème} étape consiste à calculer le taux de taxe à appliquer selon par année de constitution :

$$Taux\ tax_1 = 12 * Tx\ Taxe\ Excédents_1 * 1_1$$

$$Taux\ tax_j = Taux\ tax_{j-1} + 12 * Tx\ Taxe\ Excédents_j * 1_j$$

Avec

- $1_j = \begin{cases} 1 & \text{si la société paye l'IS l'année } j \text{ (i.e. exercice bénéficiaire)} \\ 0 & \text{si la société NE paye PAS l'IS l'année } j \end{cases}$
- Tx Taxe Excédents_j, le taux de taxe sur les excédents réglementaire pour l'exercice j. Ce taux est de 0,40% par mois depuis 2005.

La 4^{ème} et dernière étape consiste à appliquer les taux d'imposition aux assiettes imposables :

$$Taxe\ sur\ les\ excédents\ due = \max(0, \sum_j Assiette_j * Taux\ tax_j)$$

➡ Au regard de la fiscalité, il apparaît clairement que l'arbitrage et la qualité des estimations de provisions ont un impact direct sur les montants d'impôts dus. **Les variations de provisions impactent l'impôt sur les sociétés et la taxe sur les excédents.** Une société d'assurance qui inclut une marge de prudence importante dans ces provisions s'acquittera d'une partie de l'impôt sur les

sociétés avec un retard. En contrepartie, lorsqu'une telle société dégage la marge de prudence pour générer du résultat ou pour régler des sinistres plus récents que les années de rattachement de la marge, elle doit s'acquitter de la taxe sur les excédents.

➡ Le coût fiscal réel d'une marge de prudence dans les PSAP dépend du taux de rendement des placements financiers. Pour le calculer, il faut convertir les taux de taxe sur les excédents en taux d'intérêts capitalisés nets de franchise. Le taux d'intérêt équivalent est généralement très nettement inférieur à 4,8%. Le taux obtenu doit alors être comparé aux taux de rendement des placements financiers. **Lorsque le taux équivalent de la taxe sur les excédents dépasse le taux de rendement des placements, la taxe sur les excédents représente un coût pour les sociétés d'assurance** ; dans le cas contraire (plus rare), elle représente un gain (la société a alors intérêt à constituer une marge de prudence).

Illustration numérique

Introduction

Les résultats numériques ont pour objectif d'illustrer les interactions entre les différentes provisions en norme française, les différents postes du bilan, le résultat, la marge de solvabilité, et la fiscalité.

Pour comprendre ces interactions, nous représentons deux politiques de provisionnement opposées :

La première société, « A », **n'inclut pas de prudence** dans ses estimations. Une vision « Best Estimate » lui convient parfaitement car elle accepte d'afficher des pertes sur les souscriptions passées avec une probabilité non négligeable. En d'autres termes, la politique de la société A est de disposer du résultat le plus rapidement possible, cela lui permet par exemple de distribuer plus de dividendes aux actionnaires et de participations aux bénéfices aux différents acteurs (réseaux commerciaux, dirigeants, salariés), ou de disposer de davantage de fonds propres pour réaliser des investissements.

La seconde société, « B », **inclut des marges de prudence induites** dans ses estimations. Elle n'ajoute pas de marge explicite. Sa politique prudente lui permet notamment de dégager des provisions les mauvaises années pour éviter d'afficher des pertes et donc d'impacter à la baisse ses fonds propres. En d'autres termes, elle utilise une marge pour lisser son résultat dans le temps. Cette politique impacte également les différents acteurs, en particulier les participations aux bénéfices et distribution de résultats sont décalées dans le temps, mais présente l'avantage d'être plus stable. La société B peut aussi utiliser sa marge de prudence pour réduire ses cessions à la réassurance dont un des objectifs est également de lisser le résultat dans le temps.

Les sociétés « A » et « B » souscrivent uniquement des contrats d'assurance automobile au tiers. Ainsi, elles ne couvrent que les sinistres responsabilité civile. En dehors de la politique de provisionnement, ces deux sociétés sont identiques (même primes, même sinistres, même frais).

Données

Les données et résultats de la partie 1 sont repris dans cette partie. Certaines données bilanciellles et fiscales utilisées sont fictives. Cependant afin d'obtenir des données cohérentes, nous nous sommes inspirés de rapports annuels publiés par de grandes sociétés d'assurance sur leur site internet.

La Provision Pour Sinistres A Payer

Le tableau suivant présente les PSAP retenues pour les sociétés d'assurance A et B.

Assureur	A	B
PSAP (hors PFGS)	512 838	557 822
PSAP (y compris PFGS)	564 122	613 604

Le montant de PSAP retenu par la société A correspond à la vision 4 (exposée en 1^{ère} partie). Elle est calculée par Chain Ladder sur règlement en ajoutant un facteur de queue (estimé par lissage exponentiel) pour prendre en compte les paiements tardifs liés à la nature du risque Responsabilité Civile.

Le montant de PSAP retenu par la société B correspond à la vision 5. Les calculs sont identiques à la vision 4 (CL Règlements et lissage exponentiel). Cependant les ratios de passage exclus dans la méthode Chain Ladder sont plus prudents, ce qui conduit à un niveau de PSAP plus élevé.

La PFGS est supposée proportionnelle au niveau de PSAP (elle est évaluée à 10% de cette dernière). Par conséquent, l'évaluation prudente de la société B a également un impact sur son niveau de PFGS qui se retrouve également plus prudente.

La Provision Mathématique

Les provisions mathématiques estimées par les assureurs A et B sont présentées dans le tableau suivant.

Assureur	A	B
Taux retenu	2,00%	1,50%
PM	125 656	136 470
Frais	7 539	8 188

Le TME moyen sur 24 mois à fin 2010 est de 3,44%. Ainsi, 2,00% correspond au taux technique maximal autorisé par la loi. L'assureur A a décidé de retenir le taux maximum autorisé, soit 2%. L'assureur B souhaite être plus prudent et retient un taux de 1,50%. Il peut choisir un taux plus faible pour anticiper une baisse des taux ou pour limiter l'impact des variations de taux sur son bilan.

Les deux assureurs utilisent la table de mortalité TD 88-90 et estiment le taux de frais à 6% des rentes.

Le calcul complet et les données utilisées sont présentés en annexe.

La Provision Pour Risques En Cours

Le tableau suivant présente les calculs de ratios combinés.

	Assureur A			Assureur B		
	2009	2010	Total	2009	2010	Total
Primes Acquises	313 482	312 265	625 747	313 482	312 265	625 747
Charge sinistre	266 063	265 117	531 180	271 947	273 035	544 982
Frais sur sinistres	26 606	26 512	53 118	27 195	27 303	54 498
Frais d'acquisition	21 944	21 859	43 802	21 944	21 859	43 802
Autres frais prime	18 809	18 736	37 545	18 809	18 736	37 545
Charge totale	333 422	332 223	665 645	339 894	340 933	680 827
Ratio combiné	106,4%	106,4%	106,4%	108,4%	109,2%	108,8%

Le taux de frais d'acquisition retenu est de 7%.

La PREC est calculée à partir de la PPNA et du ratio combiné. Les PREC calculées pour les sociétés A et B sont présentées dans le tableau suivant :

	A	B
PPNA	156 132	156 132
Ratio combiné	106,4%	108,8%
PREC	9 955	13 743

Le provisionnement plus prudent de la société B sur les PSAP engendre un montant de provision pour risque en cours bien supérieur à celui de la société A.

Le bilan

Le tableau suivant juxtapose le bilan des deux sociétés.

Actif	Assureur A	Assureur B
Placements	980 197	1 000 925
PT cédées	60 438	64 970
Créances	110 431	110 431
Autres actifs	55 215	55 215
Total	1 206 282	1 231 541

Passif	Assureur A	Assureur B
Capitaux Propres	247 902	208 428
PT brutes	863 405	928 138
PPNA	156 132	156 132
PSAP (PFGS incluse)	564 122	613 604
PM de rentes	133 196	144 658
Provision pour risque en cours	9 955	13 743
Provision pour égalisation	0	0
Autres passifs	94 975	94 975
Total	1 206 282	1 231 541

Pour simplifier les calculs de cessions à la réassurance, nous avons considéré une cession proportionnelle de 7% pour les deux sociétés. *Dans la pratique, les sociétés d'assurance souscrivent des traités non proportionnels pour se couvrir en cas de sinistres majeurs. La marge de prudence (dossier / dossier) sur les sinistres graves est alors entièrement cédée.*

Le montant de provisions techniques brutes est plus élevé pour la société B que pour la société A. Cela impacte d'autres postes du bilan :

- Les cessions en réassurance sont plus importantes pour B que pour A

- La différence de provisions techniques nette des cessions et nette d'impôts sur les sociétés (taux de 34,43%) impacte directement les fonds propres. La différence de provisions nettes de réassurance est de 60 202. La société A a déjà payé l'impôt sur les sociétés sur cette différence, soit 20 728. Ainsi A dispose de 39 474 de plus de fonds propres que B.
- Les 20 708 d'impôt sur les sociétés ont été payés par l'assureur A en vendant des placements financiers.
- Le bilan de A est plus petit que le bilan de B. La différence est de 25 259 provenant de 20 728 d'IS et de 4 531 de provisions cédées.

La marge de solvabilité

Les deux paramètres réglementaires suivants sont régulièrement réévalués. Nous avons choisi les seuils de 2010, c'est-à-dire :

Seuil changement de tranche - Primes	57 500
Seuil changement de tranche - Sinistralité	40 300

La partie du calcul de la marge de solvabilité basé sur les primes est présenté dans le tableau ci-après. Les primes étant identiques pour les deux sociétés d'assurance, il en résulte le même total : 51 112.

	Montant	Taux	Assiette X Taux
Primes émises	312 265		
Primes acquises	312 265		
Primes	312 265		
Part < seuil x 18%	57 500	18%	10 350
Part > seuil x 16%	254 765	16%	40 762
Total Primes			51 112

Le tableau suivant contient les calculs de la marge de solvabilité sur la partie sinistre. Elle repose sur la sinistralité des 3 derniers exercices comptables.

	Assureur A			Assureur B		
	Montant	Taux	Assiette X Taux	Montant	Taux	Assiette X Taux
Sinistres payés période de référence	772 953			772 953		
+ Prov pour sinistre fin de période	707 273			772 006		
- Prov pour sinistre début de période	599 808			642 964		
Charge sinistre	880 418			901 995		
Moyenne annuelle	293 473			300 665		
Part < seuil x 26%	40 300	26%	10 478	40 300	26%	10 478
Part > seuil x 23%	253 173	23%	58 230	260 365	23%	59 884
Total sinistres			68 708			70 362

7% de la sinistralité est cédé : ainsi, le ratio de passage du brut au net est de 93%.

Passage du brut au net	93,0%
------------------------	-------

Le capital requis est très légèrement supérieur pour l'assureur B. Le niveau de prudence dans les provisions impacte peu le montant de capital requis en norme actuelle car la partie sinistralité porte sur une période suffisamment longue, 3 ans. L'impact est important uniquement si la provision de clôture (N) est significativement plus élevée que la provision d'ouverture (N-2). Cela peut être le cas lors d'un changement de politique de provisionnement (en faveur d'une politique plus prudente) ou en cas de forte évolution du portefeuille.

Le réel impact d'un provisionnement très prudent joue sur le dénominateur de la marge de solvabilité, c'est-à-dire sur les fonds propres. Notre exemple avec des sociétés exactement identiques donne une marge de solvabilité de 388% pour A contre 319% pour B.

	Assureur A	Assureur B
Capitaux propres	247 902	208 428
Capital requis	63 898	65 437
Marge de solvabilité	388%	319%

La fiscalité

Les tableaux ci-dessous présentent le calcul de la taxe sur les excédents pour les sociétés d'assurance A et B.

Pour chacune des sociétés A et B :

- Le premier tableau montre, par année de survenance, les Boni/Mali, puis les assiettes imposables après application de la franchise de 3%.
- Le second tableau permet d'identifier quand ont été constituées les provisions à reprendre. Ne disposant d'aucune donnée sur l'historique des mouvements de provisions, nous avons fait l'hypothèse pour les deux sociétés que les provisions étaient fortement dotées dès l'année de survenance et qu'aucune dotation complémentaire n'avait été effectuée depuis. Cela est illustré, pour chacune des sociétés, dans le 2^{ème} tableau (tous les montants se situent sur la diagonale).
- Le 3^{ème} tableau permet de rattacher les assiettes imposables par année de constitution.
- Le 4^{ème} tableau montre le calcul de la taxe par année de constitution.

Nous avons supposé que les deux sociétés A et B étaient bénéficiaires et ont payé l'impôt sur les sociétés tous les ans de 1999 à 2009.

Assureur A

L'assureur a réalisé des bonis au cours de l'année, il doit s'acquitter d'une taxe sur les excédents de 608.

Survenance	Prov Ouv	Pmts 2010	Prov Clôt	Prov Ouv - Prov Clôt	Boni (+)	Mali (-)	Tx Franchise	Franchise	Assiette	Taux IS	Assiette IS
1999	3 220	-886	2 054	1 167	2 053	0	3%	35	2 018	34,43%	695
2000	5 159	-2 560	3 278	1 881	4 441	0	3%	56	4 385	34,43%	1 510
2001	9 729	7 580	5 506	4 223	0	-3 357	3%	127	-3 483	34,43%	-1 199
2002	14 431	7 697	9 356	5 075	0	-2 622	3%	152	-2 774	34,43%	-955
2003	19 886	7 573	14 234	5 652	0	-1 921	3%	170	-2 090	34,43%	-720
2004	27 372	7 470	19 452	7 921	451	0	3%	238	213	34,43%	73
2005	39 165	7 119	27 224	11 940	4 821	0	3%	358	4 463	34,43%	1 537
2006	51 138	12 420	37 203	13 936	1 516	0	3%	418	1 098	34,43%	378
2007	66 708	15 214	50 414	16 294	1 080	0	3%	489	591	34,43%	204
2008	100 061	29 160	69 714	30 347	1 187	0	3%	910	277	34,43%	95
2009	180 752	78 713	97 767	82 985	4 272	0	3%	2 490	1 782	34,43%	614
Total	517 622	169 500	336 201	181 422	19 821	-7 900	3%	5 443	6 479		2 231

Hypothèse pour la suite de l'exemple: aucune dotation ou reprise de provision complémentaire depuis les années de survenances (ainsi, tous les montants sont positionnés sur la diagonale dans le tableau suivant).

Survénance	Boni / Mali	Année de constitution										
		1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
1999	2 053	2 053										
2000	4 441		4 441									
2001	-3 357			-3 357								
2002	-2 622				-2 622							
2003	-1 921					-1 921						
2004	451						451					
2005	4 821							4 821				
2006	1 516								1 516			
2007	1 080									1 080		
2008	1 187										1 187	
2009	4 272											4 272
Total	11 922	2 053	4 441	-3 357	-2 622	-1 921	451	4 821	1 516	1 080	1 187	4 272

Survénance	Assiette IS	Année de constitution										
		1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
1999	695	100,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
2000	1 510		100,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
2001	-1 199			100,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
2002	-955				100,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
2003	-720					100,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
2004	73						100,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
2005	1 537							100,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
2006	378								100,00%	0,00%	0,00%	0,00%
2007	204									100,00%	0,00%	0,00%
2008	95										100,00%	0,00%
2009	614											100,00%
Total	2 231	695	1 510	-1 199	-955	-720	73	1 537	378	204	95	614

	Année de constitution										
	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
Taux mensuel	0,75%	0,75%	0,75%	0,75%	0,75%	0,75%	0,40%	0,40%	0,40%	0,40%	0,40%
Taux théorique	78,00%	69,00%	60,00%	51,00%	42,00%	33,00%	24,00%	19,20%	14,40%	9,60%	4,80%
Exercice IS	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui
Taux réel	78,00%	69,00%	60,00%	51,00%	42,00%	33,00%	24,00%	19,20%	14,40%	9,60%	4,80%
Montant taxe	542	1 042	-720	-487	-302	24	369	73	29	9	29

Taxe	608
-------------	------------

Assureur B

L'assureur B ne paye pas de taxe sur les excédents en 2010 car il a fortement doté les provisions en cours d'année et donc réalisé des malis. Il s'agit d'une situation atypique car les sociétés d'assurance prudentes payent généralement plus de boni que les sociétés estimant les provisions en vision best estimate.

Survénance	Prov Ouv	Pmts 2010	Prov Clôt	Prov Ouv - Prov Clôt	Boni (+)	Mali (-)	Tx Franchise	Franchise	Assiette	Taux IS	Assiette IS
1999	3 199	-886	2 713	486	1 372	0	3%	15	1 358	33,33%	453
2000	5 149	-2 560	4 235	914	3 474	0	3%	27	3 447	33,33%	1 149
2001	9 719	7 580	6 957	2 762	0	-4 818	3%	83	-4 901	33,33%	-1 634
2002	14 421	7 697	12 232	2 189	0	-5 508	3%	66	-5 574	33,33%	-1 858
2003	20 066	7 573	17 714	2 352	0	-5 221	3%	71	-5 292	33,33%	-1 764
2004	28 438	7 470	22 755	5 683	0	-1 787	3%	170	-1 957	33,33%	-652
2005	40 236	7 119	30 488	9 748	2 629	0	3%	292	2 336	33,33%	779
2006	52 194	12 420	42 130	10 065	0	-2 355	3%	302	-2 657	33,33%	-886
2007	69 720	15 214	55 413	14 307	0	-907	3%	429	-1 336	33,33%	-445
2008	103 234	29 160	74 979	28 255	0	-905	3%	848	-1 752	33,33%	-584
2009	192 725	78 713	103 651	89 075	10 362	0	3%	2 672	7 689	33,33%	2 563
Total	539 102	169 500	373 266	165 836	17 837	-21 501	3%	4 975	-8 639		-2 880

		Année de constitution										
Survenance	Boni / Mali	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
1999	1 372	1 372										
2000	3 474		3 474									
2001	-4 818			-4 818								
2002	-5 508				-5 508							
2003	-5 221					-5 221						
2004	-1 787						-1 787					
2005	2 629							2 629				
2006	-2 355								-2 355			
2007	-907									-907		
2008	-905										-905	
2009	10 362											10 362
Total	-3 664	1 372	3 474	-4 818	-5 508	-5 221	-1 787	2 629	-2 355	-907	-905	10 362

		Année de constitution										
Survenance	Assiette IS	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
1999	453	100,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
2000	1 149		100,00%		0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
2001	-1 634			100,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
2002	-1 858				100,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
2003	-1 764					100,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
2004	-652						100,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
2005	779							100,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
2006	-886								100,00%	0,00%	0,00%	0,00%
2007	-445									100,00%	0,00%	0,00%
2008	-584										100,00%	0,00%
2009	2 563											100,00%
Total	-2 880	453	1 149	-1 634	-1 858	-1 764	-652	779	-886	-445	-584	2 563

	Année de constitution										
	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
Taux mensuel	0,75%	0,75%	0,75%	0,75%	0,75%	0,75%	0,40%	0,40%	0,40%	0,40%	0,40%
Taux théorique	78,00%	69,00%	60,00%	51,00%	42,00%	33,00%	24,00%	19,20%	14,40%	9,60%	4,80%
Exercice IS	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui
Taux réel	78,00%	69,00%	60,00%	51,00%	42,00%	33,00%	24,00%	19,20%	14,40%	9,60%	4,80%
Montant taxe	353	793	-980	-948	-741	-215	187	-170	-64	-56	123

Taxe	0
-------------	----------

Taxe latente pour l'Assureur B

En dotant fortement ses provisions de clôture, l'assureur B a différé le paiement de l'impôt sur les sociétés, mais également de la taxe sur les excédents. Pour revenir au niveau de provisionnement de A, l'assureur B doit s'acquitter de 1 331 de taxe sur les excédents. Les calculs sont exposés ci-dessous.

Survénance	Prov Ouv	Pmts 2010	Prov Clôt	Prov Ouv - Prov Clôt	Boni (+)	Mali (-)	Tx Franchise	Franchise	Assiette	Taux IS	Assiette IS
1999	3 199	-886	2 054	1 145	2 031	0	3%	34	1 997	34,43%	688
2000	5 149	-2 560	3 278	1 872	4 432	0	3%	56	4 376	34,43%	1 506
2001	9 719	7 580	5 506	4 213	0	-3 367	3%	126	-3 493	34,43%	-1 203
2002	14 421	7 697	9 356	5 065	0	-2 632	3%	152	-2 784	34,43%	-959
2003	20 066	7 573	14 234	5 832	0	-1 741	3%	175	-1 916	34,43%	-660
2004	28 438	7 470	19 452	8 987	1 517	0	3%	270	1 247	34,43%	429
2005	40 236	7 119	27 224	13 012	5 893	0	3%	390	5 502	34,43%	1 894
2006	52 194	12 420	37 203	14 992	2 572	0	3%	450	2 122	34,43%	731
2007	69 720	15 214	50 414	19 306	4 092	0	3%	579	3 513	34,43%	1 210
2008	103 234	29 160	69 714	33 520	4 360	0	3%	1 006	3 355	34,43%	1 155
2009	192 725	78 713	97 767	94 958	16 245	0	3%	2 849	13 396	34,43%	4 612
Total	539 102	169 500	336 201	202 902	41 142	-7 740	3%	6 087	27 314		9 404

		Année de constitution										
Survénance	Boni / Mali	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
1999	2 031	2 031										
2000	4 432		4 432									
2001	-3 367			-3 367								
2002	-2 632				-2 632							
2003	-1 741					-1 741						
2004	1 517						1 517					
2005	5 893							5 893				
2006	2 572								2 572			
2007	4 092									4 092		
2008	4 360										4 360	
2009	16 245											16 245
Total	33 402	2 031	4 432	-3 367	-2 632	-1 741	1 517	5 893	2 572	4 092	4 360	16 245

		Année de constitution										
Survénance	Assiette IS	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
1999	688	100,00%										
2000	1 506		100,00%									
2001	-1 203			100,00%								
2002	-959				100,00%							
2003	-660					100,00%						
2004	429						100,00%					
2005	1 894							100,00%				
2006	731								100,00%			
2007	1 210									100,00%		
2008	1 155										100,00%	
2009	4 612											100,00%
Total	9 404	688	1 506	-1 203	-959	-660	429	1 894	731	1 210	1 155	4 612

		Année de constitution										
		1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
Taux mensuel		0,75%	0,75%	0,75%	0,75%	0,75%	0,75%	0,40%	0,40%	0,40%	0,40%	0,40%
Taux théorique		78,00%	69,00%	60,00%	51,00%	42,00%	33,00%	24,00%	19,20%	14,40%	9,60%	4,80%
Exercice IS		Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui
Taux réel		78,00%	69,00%	60,00%	51,00%	42,00%	33,00%	24,00%	19,20%	14,40%	9,60%	4,80%
Montant taxe		536	1 039	-722	-489	-277	142	455	140	174	111	221

Taxe	1 331
-------------	--------------

Conclusion

Les choix et arbitrages possibles dans les provisions en norme française ont été présentés au cours des deux premières parties du mémoire. Les conséquences de l'estimation des provisions sont les mêmes, sur les éléments comptables et financiers, qu'elles soient liées à des choix volontaires (marge de prudence, politique) ou involontaires (erreurs dans les estimations, forte volatilité des provisions).

Les illustrations numériques comparent deux politiques de provisionnement différentes à travers un exemple et chiffrent certains effets collatéraux en résultant. L'objectif de ces illustrations est de montrer que l'impact du pilotage des provisions pour une société d'assurance est un enjeu important.

Les principales provisions soumises à des arbitrages ou à des choix de provisionnement sont la provision de sinistre à payer dossier / dossier, les IBNR, la provision pour frais de gestion, la provision d'égalisation et dans certaines situations la provision mathématique.

Le niveau de provision engendre des impacts significatifs sur les fonds propres de la société et sur sa marge de solvabilité. Les variations de provisions impactent fortement le résultat et les impôts.

La suffisance des provisions techniques est indispensable puisqu'elles sont destinées à payer les assurés lorsqu'ils subissent un sinistre. La reprise de provision (boni) est un élément important pour de nombreux acteurs puisqu'elle permet de générer du résultat, c'est-à-dire des dividendes pour les actionnaires et diverses formes de rémunération pour les investisseurs, de la participation aux bénéfices pour les salariés de la société et les réseaux de distribution, des impôts pour l'Etat, de consolider les fonds propres et d'accroître la marge de solvabilité donc démontrer la solidité financière de la société, etc

Les intérêts divergeant des différents acteurs nécessitent des contrôles indépendants pour veiller à la correcte évaluation des provisions :

- Les Commissaires Aux Comptes (CAC) : ils signent les comptes des sociétés d'assurance à chaque exercice. Les sociétés d'assurance doivent notamment justifier les montants provisionnés. En cas de sous-provisionnement ou du non-respect de la réglementation, les CAC peuvent refuser de signer les comptes.
- Les contrôles fiscaux : l'administration fiscale effectue des contrôles pour vérifier que tous les impôts sont payés correctement. Un trop haut niveau de provision non justifié peut être assimilé à de la fraude fiscale, les sociétés concernées sont alors exposées à un risque de redressement.
- L'Autorité de Contrôle Prudentiel et de Résolution (ACPR) : elle contrôle toutes les sociétés d'assurance en France. En particulier, elle veille au respect de la réglementation. L'ACPR dispose des états réglementaires envoyés chaque année et chaque trimestre par les sociétés. Elle peut également réaliser des contrôles au sein des sociétés. L'ACPR a la possibilité d'imposer une hausse du niveau de provision, de demander une recapitalisation, ou de retirer des agréments si le niveau de provision est insuffisant ou si la couverture du capital requis est inférieure à 100%.
- La direction générale ou le conseil d'administration peut être demandeur de contrôles supplémentaires dans certaines situations : auditeurs indépendants, agences de notation.

La norme française est la norme comptable en vigueur en 2013. Le résultat (imposable) d'une société d'assurance est calculé dans cette norme.

Partie 3 : Les provisions et la marge de solvabilité en norme Solvabilité II

Introduction à la norme Solvabilité II

Actuellement et pour encore plusieurs années, plusieurs normes comptables coexistent. Elles ont toutes pour objectif la transparence financière vis-à-vis des organismes de contrôle ou des investisseurs.

La norme actuelle française est obligatoire pour toutes les sociétés d'assurance en France. Chaque société a l'obligation de fournir les états réglementaires à l'ACPR. Les bilans et comptes de résultats sont communiqués aux investisseurs français dans cette norme et sont souvent disponibles gratuitement sur internet dans les rapports annuels.

La norme Solvabilité II vise un spectre plus large puisqu'elle concerne toutes les sociétés d'assurance européennes. Elle présente l'avantage de pouvoir comparer la solidité financière de deux sociétés européennes entre elles. La norme Solvabilité II entrera officiellement en vigueur en 2016, mais les sociétés d'assurance ont déjà participé à de nombreux exercices (QIS, LTGA) dont les principaux objectifs étaient de calibrer et élaborer cette nouvelle norme, et de préparer sa mise en place. La norme solvabilité II est donc déjà partiellement appliquée (évaluation des exigences de fonds propres, bilan) par la majorité des sociétés en France.

Il existe également la norme internationale IFRS à laquelle sont soumises toutes les sociétés d'assurance cotées. Cette norme peut également être exigée par certains investisseurs.

Ces différentes normes ont pour objectif de pouvoir comparer les sociétés entre elles et de les inciter à mieux appréhender leurs risques. La norme solvabilité II va particulièrement dans ce sens, son calcul de marge de solvabilité plus complexe qu'en norme actuelle permet de mieux refléter les risques réellement portés par les sociétés d'assurance, notamment sur ses actifs. En contrepartie, cette marge de solvabilité est plus sensible à l'environnement économique et assurantiel (elle est réputée être plus volatile), et la norme solvabilité II dans son ensemble (les 3 piliers) est également plus complexe (ce qui engendre un coût supplémentaire pour les sociétés).

Dans la partie 3, nous décrivons certaines caractéristiques de la norme solvabilité II en insistant fortement sur le calcul des provisions techniques et leur impact sur le bilan, les fonds propres et variations de fonds propres, et sur les marges de solvabilité.

Les provisions d'assurance non-vie : définitions et calculs

Segmentation

Le principal niveau de segmentation réglementaire Solvabilité II est la « Line of Business » (LoB). Les calculs de la marge de solvabilité reposent sur des montants de primes et de provisions définis au niveau LoB. Il en est de même pour les états réglementaires, « Quantitative Reporting Templates » (QRT), qui requièrent de nombreuses données à ce niveau de détail. Les « Line of Business » sont

définis (en anglais) dans l'article TP.1.14. des LTGA. La liste des LoB et les traductions françaises sont reprises dans les annexes de ce mémoire. Pour aider à établir un lien entre la segmentation norme française et la segmentation norme Solvabilité II, l'ACP a publié dans les ONC (annexe II) de l'exercice du 6 septembre 2013 une table de correspondance Catégorie comptable / LoB.

Il existe d'autres niveaux de segmentations réglementaires en norme Solvabilité II, mais nous n'y ferons pas référence dans ce mémoire car elles sont peu utilisées. On peut retrouver notamment les branches en normes françaises dans l'annexe I de la Directive 2009/138/CE.

Comme pour la plupart des provisions en normes françaises, en norme Solvabilité II, la segmentation réglementaire est indépendante de la segmentation utilisée dans les calculs de provisions. Pour calculer les provisions, la segmentation doit être définie de manière à respecter les hypothèses des méthodes utilisées. L'article TP.1.8. des LTGA précise qu'il est important de choisir une segmentation adaptée aux méthodes de provisionnement : « For example, in order to ensure that appropriate assumptions are used, it is important that the assumptions are based on homogenous data to avoid introducing distortions which might arise from combining dissimilar business. »

Le niveau de segmentation le plus adéquate pour calculer les provisions est généralement le même quelle que soit la norme comptable, l'objectif étant de regrouper un volume suffisamment important de risques assez homogènes pour calculer des provisions le plus précisément possible.

Le niveau « Lines of Business » est un niveau de granularité large, il existe 12 LoB non-vie et 4 LoB santé risques courts (en regroupant les affaires directes et les acceptations proportionnelles). Pour constituer les provisions à ce niveau de granularité, il suffit ainsi de consolider les provisions obtenues à un niveau plus fin par simple somme.

Règlementation

Les grandes lignes du calcul des provisions techniques sont définies dans la Directive (niveau 1). Elles sont complétées par des précisions et des possibilités de simplifications dans les spécifications techniques du test LTGA (en 2013, les LTGA correspondent à la version la plus récente des mesures de niveau 2).

En particulier, l'article 77 de la Directive 2009/138/CE précise que les provisions techniques sont constituées de la meilleure estimation des flux de trésorerie futurs et d'une marge de risque. Ces deux éléments doivent être calculés séparément.

Le paragraphe suivant est un extrait de l'article 77, alinéa 2. Il résume comment doivent être calculés les Best Estimate : « La meilleure estimation correspond à la moyenne pondérée par leur probabilité des flux de trésorerie futurs, compte tenu de la valeur temporelle de l'argent (valeur actuelle attendue des flux de trésorerie futurs), estimée sur la base de la courbe des taux sans risque pertinents ».

➡ **Inclure une marge de prudence serait contraire à la Directive** puisque la meilleure estimation ne correspondrait plus à une meilleure estimation ou à une moyenne pondérée, mais elle correspondrait à un quantile. Ces meilleures estimations sont communément appelées « Best Estimate » (BE).

Le paragraphe suivant est un extrait de l'article 77, alinéa 5. Il résume comment doit être calculée la marge de risque : « les entreprises d'assurance et de réassurance calculent la marge de risque en déterminant le coût que représente la mobilisation d'un montant de fonds propres éligibles égal au capital de solvabilité requis nécessaire pour faire face aux engagements d'assurance et de réassurance pendant toute la durée de ceux-ci ».

➡ Ainsi, **les provisions techniques en norme Solvabilité II n'incluent pas de marge de prudence, mais une marge de risque**. Contrairement à une marge de prudence, la marge de risque doit respecter une définition bien précise qui est complétée par des spécifications techniques dans les LTGA. En particulier, sa fonction n'est pas de lisser le résultat (il n'est pas possible de reprendre une part de la marge de risque une mauvaise année ou de la doter une meilleure année).

Le tableau ci-dessous synthétise les principales différences, entre la norme française et la norme Solvabilité II, impactant le niveau global de provisions techniques non-vie :

Principales différences	Norme française	Norme SII
Marge de prudence	Autorisée, mais règlementée (PSAP soumis à intérêts fiscaux au dessus d'un seuil de prudence, provision d'égalisation limitée par le Code Général des Impôts)	Interdite
Marge de risque	Inexistante	Obligatoire (provision à constituer dans l'éventualité du transfert du portefeuille à une société tierce)
Actualisation des flux futurs	Interdit sauf pour les provisions mathématiques	Obligatoires au taux sans risque
Frontière des contrats (à prendre en compte dans les calculs de provisions)	Contrats souscrits ou renouvelés avant la date d'arrêté	Tous les contrats pour lesquels l'assureur ne peut plus se désengager unilatéralement
Bénéfices estimés dans les primes non acquises (et primes futures)	Disponibles Prorata temporis (à la même vitesse d'écoulement que la PPNA)	Disponibilité immédiate
Frais d'acquisition	Amortis prorata temporis (5 ans max)	Amortissement interdit
Défaillance moyenne des réassureurs	Inexistante	Prise en compte dans les provisions cédées

Les sections suivantes décrivent les différentes natures de provisions à estimer pour constituer un Bilan Prudentiel Solvabilité II, calculer les marges de solvabilité et remplir les états réglementaires.

Best Estimate de Sinistres (hors rentes en stock)

Le Best Estimate de sinistres (hors rentes) représente l'engagement de l'assureur concernant les sinistres déjà survenus à la date d'arrêté. Cet engagement est composé de tous les flux à venir relatifs à ces sinistres, c'est-à-dire les règlements, les frais de gestion des sinistres et les recours.

Ainsi, le Best Estimate de sinistres correspond aux provisions en norme française suivantes qu'il faut retraiter pour être conforme à la norme Solvabilité II : provisions dossier / dossier, IBNR, PFGS, prévisions de recours.

Les deux retraitements à effectuer sont :

- Recalculer les provisions de manière à supprimer la marge de prudence ;
- Actualiser les flux futurs au taux sans risque, ce qui nécessite de décomposer les provisions en flux futurs

Afin de calculer les marges de solvabilité et de remplir les QRT, les Best Estimate de sinistre doivent être regroupés par LoB en distinguant les acceptations proportionnelles des affaires directes.

➡ La norme solvabilité II n'autorisant **pas de marge de prudence**, les méthodes de provisionnement sont moins nombreuses qu'en norme française. Par exemple, les méthodes qui calculent des quantiles ou qui considèrent que les IBNR sont égaux aux IBNYR (tardifs) ne peuvent être retenues. Les méthodes de provisionnement couramment utilisées en norme solvabilité II sont Chain Ladder sur charges, Chain Ladder sur règlements, Bornhuetter Ferguson, etc.

➡ En conséquence du point précédent, les IBNR peuvent être négatifs lorsque les PSAP d/d contiennent une marge de prudence (i.e. prudence dans les forfaits d'ouverture, etc)

➡ La volatilité (exprimée en pourcentage des provisions) est identique dans les deux normes. Les difficultés dans l'estimation des provisions restent les mêmes, ce qui contraint les sociétés d'assurance à **faire des choix** : quels facteurs de queue ? Comment gérer un évènement atypique ? Etc.

➡ Le Best Estimate de sinistres doit inclure tous les frais liés aux paiements des sinistres. Ce calcul, proche de celui de la PFGS en norme française, nécessite de nombreux **arbitrages** : **allocation des frais et méthode de calcul (taux de frais)**. Ainsi, dans la pratique, l'ajout des frais dans le Best Estimate de sinistre varie sensiblement d'une société à une autre.

Best Estimate pour rentes non-vie

Le Best Estimate pour rentes non-vie (en anglais « annuities stemming from non-life contracts ») représente l'engagement de l'assureur sur les rentes déjà en service à la date d'arrêt.

Comme en norme française, les rentes à constituer sont provisionnées dans le Best Estimate de sinistres. Ainsi, le périmètre du Best Estimate pour rentes non-vie correspond exactement au périmètre des provisions mathématiques en norme françaises. Les paragraphes TP.2.76 à TP.2.81. des spécifications techniques LTGA proposent une méthode pour évaluer le BE de rentes et le BE de sinistres séparément en évitant de comptabiliser deux fois les rentes déjà en service (une fois dans le BE de sinistres et une fois dans le BE de rentes).

Le calcul du Best Estimate pour rentes non-vie est identique au calcul des PM de rentes en norme française. L'unique différence concerne l'actualisation des flux futurs qui repose en Solvabilité II sur la courbe des taux sans risque (taux différent selon la maturité) et non sur un taux unique fonction du TME.

Comme en norme française, le Best Estimate pour rentes non-vie inclut les frais de gestion et la revalorisation des rentes lorsque celle-ci est à la charge de l'assureur. En France, la revalorisation des rentes est à la charge de l'assureur pour tous sinistres survenus après le 1^{er} janvier 2013.

Afin de constituer le bilan prudentiel, les Best Estimate pour rentes non-vie doivent être scindés en rentes non-vie (rentes liées à des sinistres responsabilité civile notamment) et rentes santé (rentes Protection du Conducteur et Garantie Accident de la vie notamment).

➡ **Les principaux arbitrages que doivent réalisés les sociétés d'assurance non-vie concernant le Best Estimate de rentes portent sur les frais.** En plus de l'allocation de frais par nature, l'allocation de frais par segment peut avoir un impact substantiel en norme solvabilité II à cause de l'effet actualisation. Les frais alloués aux rentes sont très fortement actualisées liée à la duration importante de ce BE.

Best Estimate de Primes

Le Best Estimate de primes représente l'engagement de l'assureur relatif aux sinistres survenant après la date d'arrêté des comptes. Ces sinistres sont couverts par des contrats pour lesquels l'assureur ne peut plus se désengager unilatéralement ou augmenter le tarif de manière illimitée.

Avant d'entreprendre le calcul du Best Estimate de primes, il est donc nécessaire de définir son périmètre exact, aussi appelé frontière des contrats. Les sinistres post arrêté sont couverts :

- par des contrats en cours d'exécution à la date d'arrêt. En France, l'assureur ne peut résilier un contrat en cours sauf dans certains cas particuliers (non paiements des primes, aggravation du risque suite à la survenance d'un sinistre et sous certaines conditions, fausse déclaration,...) définis dans le code des assurances (Notamment : Partie législative, Livre Ier, Titre Ier, Chapitre III : Obligations de l'assureur et de l'assuré. Et Partie législative, Livre Ier, Titre II, Chapitre Ier : Dispositions générales).
- par des contrats futurs pour lesquels l'assureur ne peut plus se désengager. En France, l'assureur doit envoyer une lettre recommandée au moins deux mois avant la date d'échéance pour exercer son droit de résiliation à l'échéance (Article L133-12 du Code des Assurances). Ainsi, un contrat à tacite reconduction dont la date de renouvellement est le 1^{er} janvier ne peut pas être résilié un jour plus tôt (à la date d'arrêté annuel des comptes).

La frontière des contrats est définie très précisément dans les paragraphes TP.2.15. à TP.2.22. des spécifications techniques LTGA.

Le Best Estimate de primes prend en compte tous les flux futurs relatifs aux contrats définis précédemment :

- Emission de primes futures
- Paiements de sinistres
- Frais de gestion des sinistres
- Frais liés à l'encaissement des primes
- Tout autre frais pour gérer ces contrats (frais administratifs, frais financiers,...)
- Recours

Les paragraphes TP.2.58. à TP.62. des LTGA encadrent le calcul du Best Estimate de primes. En particulier, ces paragraphes présentent une description des encaissements et décaissements à prendre en compte dans le calcul du Best Estimate de primes, indiquent qu'il est possible de retenir des BE négatifs (si les encaissements dépassent les décaissements), et précisent qu'il faut prendre en compte les résiliations futures.

Les estimations de Best Estimate sont encadrées par la réglementation. Il n'existe toutefois pas de méthode exacte pouvant s'appliquer à toutes les sociétés d'assurance et à toutes les activités. La méthode d'estimation proposée ci-dessous répond aux problématiques de nombreuses sociétés d'assurance. Il est cependant possible d'utiliser des méthodes plus ou moins fines tout en respectant le principe de proportionnalité édicté dans la Directive, ou des méthodes plus adaptées à l'assureur (par exemple s'ajustant mieux à la comptabilité, aux bases de données, à l'activité,...).

Nous proposons deux calculs de Best Estimate de primes. Le premier calcul est légèrement simplifié et s'applique facilement aux contrats annuels. Le second calcul est identique, mais étendu aux contrats pluriannuels. Ces formules correspondent à notre interprétation des spécifications techniques LTGA. Elles sont aisées à mettre en place dans les sociétés d'assurance au regard des données généralement disponibles.

Le calcul retenu est appliqué à chaque segment (segmentation propre à l'assureur), puis les BE de primes de chaque segment peuvent ensuite être sommés pour obtenir des BE de primes à des niveaux plus agrégés (par LoB, total,...).

Pour des contrats annuels, le Best Estimate de primes peut se calculer comme suit :

$$\begin{aligned}
 BE_{\text{primes}} = & [(PPNA + Primes\ Fut) * \text{taux Frais Primes} + \text{Autres frais} - Primes\ Fut] \\
 & * \left(1 + Taux\ int_{\frac{1}{2}}\right)^{-\frac{1}{2}} \\
 & + \sum_{m>0} \left[\frac{S}{P} * (PPNA + Primes\ Fut) * (1 + \text{taux Frais Sin}) * Cad\ Reg_m \right. \\
 & \left. * \left(1 + Taux\ int_{m-1/2}\right)^{-m+1/2} \right]
 \end{aligned}$$

Nous pouvons étendre la formule en y intégrant les contrats pluriannuels :

$$\begin{aligned}
 PA_m &= PPNA * Cad\ PPNA_m + PF * Cad\ PF_m \\
 \text{Frais Primes}_m &= PA_m * Taux\ Frais\ Primes \\
 \text{Paiement}_m &= \frac{S}{P} * \sum_{k=1}^m PA_k * Cad\ Reg_{m-k+1} \\
 \text{Frais Sinistre}_m &= \text{Paiement}_m * Taux\ Frais\ Sin
 \end{aligned}$$

$$BE_{primes} = [Autres\ frais - Primes\ Fut] * \left(1 + Taux\ int_{\frac{1}{2}}\right)^{-\frac{1}{2}} + \sum_{m>0} [Paielement_m + Frais\ Sinistre_m + Frais\ Primes_m] * \left(1 + Taux\ int_{m-1/2}\right)^{-(m-1/2)}$$

Avec les paramètres généraux suivants :

- PPNA : provision pour primes non acquises à la date d'arrêt
- Primes Fut : primes émises après la date d'arrêt à prendre en compte dans le calcul du Best Estimate de primes (cf. frontière des contrats)
- S/P : estimation du Loss Ratio (sinistre / prime) du segment
- m : maturité en année (1 signifie première année)
- Cad Reg_m : pourcentage de règlement payé pendant la m-ième période (la somme des Cad Reg_m est égale à 100%)
- Taux int_m : taux d'intérêt sans risque de maturité m

et les paramètres de frais (décomposés en 3 catégories) :

- Taux Frais Primes : taux de frais sur primes (notamment frais de gestion des contrats). L'objectif est de prendre en compte tous les frais proportionnels aux primes hors frais d'acquisition.
- Taux Frais Sin : taux de frais sur sinistres (notamment frais de gestion des sinistres). L'objectif est de prendre en compte tous les frais proportionnels aux sinistres.
- Autres frais : montant des frais non proportionnels à la sinistralité ou à l'acquisition des primes. Ce montant doit inclure les frais d'acquisition sur primes futures.

Et les paramètres supplémentaires suivants pour les contrats pluriannuels :

- Cad PPNA_m : cadence d'acquisition de la PPNA. Ainsi, Cad PPNA_m correspond au taux Primes acquises la m-ième année rapportées au montant de PPNA initial (la somme des Cad PPNA_m est égale à 100%).
- Cad PF_m : cadence d'acquisition des primes futures. Ainsi, Cad PF_m correspond au taux Primes acquises la m-ième année rapportées au montant de Primes futures initiales (la somme des Cad PF_m est égale à 100%).

Ce calcul de Best Estimate nécessite ainsi de calibrer plusieurs paramètres :

- S/P : le Loss ratio est estimé brut ou net de recours, et brut ou net de réassurance selon le Best Estimate de primes calculé. Il s'agit d'un paramètre très impactant sur le résultat final et difficile à estimer. L'objectif est d'estimer le S/P de l'année à venir à partir de toutes les informations disponibles : les S/P passés, les S/P cible, la politique générale (par exemple hausse tarifaire), etc. Par ailleurs, certaines de ces informations disponibles sont déjà des estimations (en l'occurrence, les k derniers S/P dépendent de l'estimation des charges ultimes des k dernières années de survenances, c'est-à-dire d'années récentes).

- Taux de frais (sur primes et sur sinistres) et les autres frais : l'objectif est d'estimer les taux de frais et les autres frais applicables à l'année à venir à partir des frais payés lors des exercices précédents.
- La cadence de règlement : la nature de la cadence de règlement doit être cohérente avec la nature du S/P (brute ou nette de recours, brute ou nette de réassurance). Les cadences peuvent être estimées par Chain Ladder sur règlements.
- Pour les contrats pluriannuels, la cadence d'acquisition des PPNA et la cadence d'acquisition des primes futures : l'acquisition de la prime doit refléter directement la charge sinistre attendue (par exemple, si aucun sinistre n'est attendu en première année après l'émission, alors la cadence d'acquisition en maturité 1 doit être nulle. Si 20% de la charge survient la deuxième année, la cadence d'acquisition en maturité 2 doit être 20%. Etc).

Les formules proposées ci-dessus reposent sur les hypothèses suivantes :

- Toutes les hypothèses sous-jacentes à l'estimation des différents paramètres
- Tous les flux sont payés ou reçus en moyenne en milieu d'année
- Les frais de gestion des sinistres sont payés à la même vitesse que les paiements de sinistres
- Les frais de primes sont payés à la même vitesse que l'acquisition des primes
- Les autres frais (comprenant les frais d'acquisition) sont payés en moyenne 6 mois après la date d'arrêt

Ces formules peuvent être améliorées en:

- Intégrant une dimension infra annuelle. Cependant, cela nécessite d'estimer des cadences infra annuelles et de disposer de taux infra annuels.
- Gérant explicitement les annulations de primes.

Contrairement au Best Estimate de sinistres et au Best Estimate de rentes, il apparaît difficile de retraiter les provisions de primes en norme française (en appliquant des facteurs de correction comme un taux d'escompte ou un taux de marge de prudence par exemples) pour parvenir à calculer les Best Estimate de primes. Le périmètre du Best Estimate de primes correspond aux provisions en normes françaises suivantes : Provision pour Primes Non Acquises (PPNA), Provisions Pour Risques En Cours(PREC), Provision d'Égalisation, Frais d'Acquisition Reportés (FAR). Ces différentes provisions en norme françaises couvrent des sinistres postérieurs à la date d'arrêt et les FAR (en représentation des PPNA). Certains retraitements pourraient apparaître simples : pas de marge de prudence donc provision d'égalisation nulle, interdiction de reporter les frais d'acquisition donc FAR nulle, réalisation immédiate du résultat (bénéfices ou pertes) donc autorisation de PREC négatives. Mais d'autres retraitements pourraient s'avérer beaucoup plus complexes : c'est le cas de l'actualisation et des engagements des contrats futurs.

➡ La calcul du Best Estimate de prime fait intervenir de nombreux calibrages et les formules de calcul sont élaborées par les sociétés d'assurance en fonction de ce qu'elles jugent le mieux pour leur type d'activité et leur structure. Par ailleurs, l'évaluation de provisions en norme solvabilité II étant encore récent, les formules de calcul des Best Estimate de primes évoluent encore fortement chaque année. Ainsi, certains arbitrages disparaîtront au cours des années à venir (améliorations en fonction des recommandations des régulateurs), d'autres arbitrages ne pourront être supprimés avec le temps (notamment les 3 premiers listés ci-dessous):

- L'estimation d'un S/P prospectif constitue l'arbitrage le plus important. Les S/P peuvent être très volatiles d'une année à une autre et les S/P des exercices récents sont approximatifs car ils contiennent une large part de provision (en particulier pour les risques longs). Ils dépendent fortement de la politique de souscription (variation tarifaires). **L'impact de l'estimation du S/P sur le Best Estimate de primes peut représenter plusieurs pourcents rapportés au BE de primes total** (ou plus sur des volumes faibles).
- Frais : Les frais constitue une partie très importante du Best Estimate de primes. Ils doivent inclure tous les frais nécessaires à la gestion du run off de la société (frais d'administration, frais de gestion, frais d'acquisition non encore payés, frais financiers, et tout autre type de frais). Selon leur allocation, l'escompte des frais peut varier significativement. **L'impact de l'estimation des frais futurs escomptés sur le Best Estimate de prime est très important et peut représenter plusieurs pourcents rapportés au BE de primes total.**
- Cadence : Les cadences ont un impact conséquent, en particulier lorsque les taux d'intérêt sont élevés ou pour les risques longs. Certaines simplifications dans l'estimation des cadences (cadence brute de recours = cadence nette de recours, cadence brute de réassurance = cadence nette de réassurance) peuvent impacter significativement le Best Estimate de primes. **L'impact des arbitrages relatifs aux estimations de cadences peut également atteindre plusieurs pourcents rapportés au BE de primes total.**
- Primes futures : l'assiette de primes futures pose encore de nombreuses interrogations sur les primes à inclure et celles à exclure. Son impact est significatif si les ratios combinés sont très éloignés de 100%.
- Résiliation : d'après les spécifications TP.2.60. dans les LTGA, il faut évaluer les résiliations et annulations de primes à venir et les intégrer dans le calcul du Best Estimate de primes. L'estimation des taux de résiliations font généralement l'objet d'études approfondies menées par les actuaires en charge de la tarification. **Une estimation de ces taux de résiliation reste néanmoins difficile car ils dépendent en partie de la politique des concurrents.**

Best Estimate Recoverable

Comme en norme française, les sociétés d'assurance inscrivent à l'actif les provisions cédées aux réassureurs en représentation des provisions brutes. Les provisions cédées sont appelées Best Estimate Recoverable en norme Solvabilité II.

L'article 81 de la Directive indique que les Best Estimate Recoverable doivent :

- Tenir compte de la valeur temporelle de l'argent
- Etre ajustés pour tenir compte des pertes probables pour défaut de la contrepartie.

Des précisions règlementaires sont apportées dans la section V.2.2.3. des spécifications techniques LTGA.

Les formules suivantes permettent de calculer les Best Estimate Recoverable à inscrire à l'actif. Tous les calculs doivent être réalisés par réassureur et par LoB (ou par segment, puis agrégation par loB). Les hypothèses sont présentées à la suite des calculs.

- Le Best Estimate de sinistre recoverable avant ajustement pour risque de contrepartie peut se calculer comme suit :

$$BE \text{ Sin Recov avant ajust} = BE \text{ Sin Brut} * \frac{PSAP \text{ cédée}}{PSAP \text{ brute}}$$

Avec les PSAP nettes de prévisions de recours et comprenant les provisions d/d, les IBNR, et la PFGS (pour les PSAP brutes).

Ce calcul repose sur l'hypothèse d'une cadence de liquidation des provisions brutes identique à la cadence de liquidation des provisions cédées.

- Le Best Estimate de rentes recoverable avant ajustement pour risque de contrepartie peut se calculer comme suit :

$$BE \text{ Rentes Recov avant ajust} = BE \text{ Rentes Brut} * \frac{PM \text{ cédée}}{PM \text{ brute}}$$

Avec la PM brute comprenant la PFGS.

Ce calcul repose sur l'hypothèse d'une cadence de liquidation des provisions brutes identique à la cadence de liquidation des provisions cédées.

- Le Best Estimate de primes recoverable avant ajustement pour risque de contrepartie peut se calculer comme suit (selon notre interprétation des LTGA) :

BEprimes Recov

$$\begin{aligned} &= \text{Taux cession sin} \sum_{m>0} \left[\frac{S}{P} * (PPNA + Primes Fut) * \text{Cad Reg cession}_m \right. \\ &\quad \left. * \left(1 + \text{Taux int}_{m-\frac{1}{2}} \right)^{-m+\frac{1}{2}} \right] \\ &\quad - \text{taux cession primes} [(PPNA_1 + Primes Fut)] * \left(1 + \text{Taux int}_{\frac{1}{2}} \right)^{-\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

Avec les paramètres définis dans la sous-section sur le Best Estimate de primes et :

- Cad Reg Cession_m : la cadence de règlements cédés (la somme des Cad Reg Cession_m est égale à 100%)
- Taux cession sin : la meilleure estimation du taux de cession des sinistres pour l'année à venir
- Taux cession primes : le taux de cession des primes
- PPNA₁ : PPNA relatives à des segments dont les cessions de primes sont réalisées après la date d'inventaire

Cette formule conduit généralement à un résultat négatif car la réassurance, en moyenne, représente un coût pour les sociétés d'assurance.

Elle repose sur plusieurs hypothèses :

- Toutes les hypothèses sous-jacentes à l'estimation des différents paramètres
- Tous les flux sont payés ou reçus en moyenne en milieu d'année

- Les contrats d'assurance sont annuels (pour étendre cette formule aux contrats pluriannuels, il faut distinguer plusieurs cas : rattachement par année de souscription ou par année de survenance ou par année de déclaration)
- En norme Solvabilité II, les provisions cédées doivent être ajustées pour risque de défaut moyen des réassureurs. La perte probable de provisions cédées causée par des faillites de réassureurs est ainsi prise en compte.

Le calcul de l'ajustement pour défaut moyen des réassureurs présenté ci-dessous correspond à la simplification TP.2.174. des LTGA. Le calcul doit être réalisé par LoB (ou par segment, puis agrégation par LoB), par réassureur et par nature de BE.

$$BE\ Ajust = -\max\left(0,5 * \frac{PD}{1 - PD} * Dur_{mod} * BE\ recov ; 0\right)$$

Avec

- PD : la probabilité à un an de défaut du réassureur. Elle dépend de la notation ou ratio de Solvabilité du réassureur. Les PD réglementaires pour calculer l'ajustement des BE recoverable sont disponibles dans le helper tab « 20130125 EIOPA Helper Tab - Simplification for Non-Life TP calculation.xls » publié par l'EIOPA pour l'exercice des LTGA.
- Dur_{mod} : la duration modifiée du Best Estimate recoverable (pour ce segment et cette nature de Best Estimate Recoverable).
- BE recov : le Best Estimate recoverable avant ajustement
- 0,5 : le taux de perte en cas de défaut (i.e. 1-Taux de recouvrement)

A partir des Best Estimate Recoverable avant ajustement et des Best Estimate ajustement, il est possible de calculer les Best Estimate Recoverable après ajustement à afficher à l'actif du Bilan :

$$BE\ Recoverable = BE\ Recov\ avant\ ajustement + BE\ ajustement$$

➡ Plusieurs choix ou calibrages présentés ci-dessus doivent être arbitrés et peuvent présenter un impact non négligeable sur le bilan en norme Solvabilité II :

- **L'hypothèse de liquidation de provision brute identique à la cadence de liquidation de provisions cédée** : cette hypothèse est **rarement respectée** car les programmes de réassurance sont revus chaque année (i.e. instabilité des priorités, etc) et car les cessions de PSAP incluent des sinistres graves (les flux ne sont cédés qu'une fois la priorité dépassée). Ainsi, l'idéal serait d'affiner la méthode proposée dans cette section, mais avec la nécessité de poser de nouvelles hypothèses.
- Les **taux de cession de sinistres** pour l'année à venir : cette estimation est nécessaire pour calculer un **Best Estimate de primes recoverable**. Elle est automatique pour les traités proportionnels, mais elle est **complexe pour les traités non proportionnels** ou pour les traités proportionnels avec des clauses (participation aux bénéfices, ...). Les sociétés doivent alors faire des choix approximatifs : choisir un taux de cession de 0% en considérant que les traités NP ne couvrent que des sinistres extrêmes ? Prendre le taux de cession de primes (en

considérant que le réassureur ne réalise pas de marge) ? Calculer un taux de cession moyen à partir des sinistres cédés par le passé ?

Marge de risque

La définition de la marge de risque est donnée dans la sous-section « Règlementation ». Elle peut s'écrire sous forme mathématique avec la formule exposée au paragraphe TP.5.10. des LTGA :

$$RM = CoC * \sum_{m \geq 0} \frac{SCR_RU_m}{(1 + r_{m+1})^{m+1}}$$

Avec :

- CoC : le taux de coût du capital. Il s'agit d'un taux imposé et revu périodiquement. Pour les exercices QIS 5 et LTGA, il était de 6%.
- SCR_RU : partie incompressible du SCR lors du transfert du portefeuille à une société tierce. En assurance non-vie, le SCR_RU est généralement composé du SCR de souscription, du SCR de contrepartie (partie liée aux réassureurs, aux intermédiaires et aux assurés), et du SCR Opérationnel.
- r_{m+1} : taux sans risque de maturité $m+1$.

Le calcul consiste ainsi à projeter le SCR_RU jusqu'à l'extinction de tous les risques, d'actualiser ce capital requis avec la courbe de taux sans risque, puis d'appliquer un taux de coût du capital.

Dans la pratique, ce calcul est difficile à mettre en place pour de nombreuses sociétés car il requiert de calculer les SCR pour chaque année de projection pour toute la période du Run Off. Des simplifications hiérarchisées en 5 niveaux sont proposées dans les LTGA pour rendre le calcul réalisable par toutes les sociétés.

La simplification retenue doit répondre au principe de proportionnalité. Elle doit être adaptée aux montants, à la nature et à la complexité des risques. Il est possible de combiner plusieurs simplifications en projetant des risques séparément (et en les ré agréant pour chaque maturité). Les 5 niveaux de simplification sont définis dans le paragraphe TP.5.35. des LTGA (allant du niveau le moins simplifié au plus simplifié) :

- 1- Aucune simplification
- 2- Approximation des risques individuels ou sous-risques
- 3- Approximation de tout le SCR_RU pour chaque année avec une approche proportionnelle (en faisant, en général, l'hypothèse que le SCR est proportionnel au Best Estimate pour chaque pas de projection).
- 4- Approximation de tout le SCR_RU en une seule étape et en utilisant une duration
- 5- Application de pourcentages sur les Best Estimate

➡ Le **choix du niveau de simplification peut avoir un fort impact sur la marge de risque estimée**, en particulier lorsque les hypothèses de la simplification ne sont pas suffisamment respectées. Les simplifications 3 et 4 peuvent notamment conduire à une forte surévaluation de la marge de risque en assurance non-vie. En particulier, en situation de Run Off, de nombreuses sociétés ne portent les risques Catastrophe et Primes que sur un horizon très court (un à deux ans), les risques restant généralement après cette période étant les risques de reserve, de souscription vie,

de défaut des réassureurs, et opérationnel. Considérer le SCR_RU proportionnel aux Best Estimate revient à projeter des risques catastrophe et primes sur toute la durée de liquidation des provisions (y compris provisions mathématiques).

Cependant, le choix du niveau de simplification est un arbitrage qui ne peut pas être changé d'une année à la suivante. Il apparaît difficile de justifier le passage d'un calcul peu simplifié à un niveau de simplification plus important.

➡ Quelle que soit la méthode (i.e. niveau de simplification) retenue, **les calculs de la marge de risque ne nécessitent pas d'interprétation ou d'estimation particulière.** Le calcul de la marge de risque pourrait entièrement être automatisé (en dehors des contrôles et validation).

➡ Le calcul de la marge de risque ne requiert aucun arbitrage (en dehors du choix de niveau de simplification), mais elle est très fortement impactée par les évaluations de Best Estimate :

- **Des Best Estimate surévalués engendrent** des SCR (de souscription) trop élevés et donc **une marge de risque également surévaluée.** Et réciproquement, des Best Estimate sous-estimés ont pour conséquence une marge de risque sous-évaluée.
- **La cadence retenue dans les calculs des Best Estimate a un impact considérable sur la marge de risque.** Une cadence plus lente signifie des risques portés plus longtemps et donc une marge de risque fortement surévaluée. Une erreur dans l'estimation des cadences de développement (en particulier sur les facteurs de queue) peut facilement entraîner une erreur d'estimation de la marge de risque de plusieurs dizaines de pourcents.

Impôts différés

Les impôts différés constituent un poste important du bilan Solvabilité II. Ils dépendent en partie de l'estimation des provisions techniques en norme actuelle et en norme Solvabilité II.

En norme française, la prise en compte d'impôts différés à l'actif est rarement autorisée. Les impôts différés passifs sont traités comme une dette.

En solvabilité II, ils représentent essentiellement les impôts différés générés par la différence de valorisation entre la norme actuelle et la norme Solvabilité II. Cela est dû au changement de norme qui conduit à faire apparaître des profits ou des pertes qui doivent être soumis à impôts avant leur intégration dans les fonds propres.

Cette différence de valorisation du bilan entre les deux normes comptables est génératrice de profits ou de pertes, et donc d'impôts différés, dans les cas suivants :

- La différence entre la valeur fiscale (souvent proche de la valeur comptable) et la valeur de marché des actifs peut générer d'importants profits ou pertes
- Certains postes du bilan disparaissent dans le bilan solvabilité II : c'est notamment le cas des frais d'acquisition reportés (leur suppression génère une perte immédiate) et de certaines provisions dont la provision d'égalesation (sa suppression génère un gain immédiat)
- Les provisions de sinistres sont valorisées différemment. En norme solvabilité II, elles ne doivent pas inclure de marge de prudence et sont actualisées, ce qui se traduit généralement par un profit immédiat. Ce bénéfice est d'autant plus important que la marge de prudence en norme actuelle est importante ou/et que les provisions ont une durée longue.

- Les provisions de primes sont valorisées différemment. Les bénéfices estimés dans les PPNA et dans les primes futures sont considérés comme des profits immédiats. Cependant, en cas de ratio combiné supérieur à 100%, la perte à considérer est également immédiate. Enfin, l'effet actualisation engendre un bénéfice immédiat.

Ces différences de valorisation entraînent automatiquement des impôts à prendre en compte dans le poste impôts différés passifs du bilan (si la différence de valorisation correspond à un bénéfice).

Le calcul des impôts différés à partir des différences de valorisation n'est pas direct :

- Les bénéfices totaux (s'ils sont positifs) sont soumis au taux d'imposition sur les sociétés (pour les bénéfices à réaliser en France)
- La marge de prudence incluse dans les provisions est soumise à la taxe sur les excédents
- Tout autre impôt ou taxe lié au run off doit être pris en compte (impôts sur les bénéfices réalisés dans chaque pays, etc)

➡ **Les calculs d'impôts différés requièrent peu d'estimation** (il s'agit d'appliquer des règles fiscales), mais le montant d'impôts différés alimentant le bilan solvabilité II dépend fortement des estimations de provisions réalisées en norme actuelle et en norme solvabilité II :

- **Une surévaluation des provisions techniques en norme actuelle (marge de prudence notamment) sans répercussion sur les provisions techniques solvabilité II génère des impôts différés passifs importants.**
- **Une surévaluation des provisions techniques en norme solvabilité II réduit les impôts différés passifs.**

Toutefois, les bénéfices liés à la différence de norme engendrent des impôts différés passifs importants, mais également des fonds propres importants, la partie des bénéfices nette d'impôts alimentant directement les fonds propres.

Le Bilan

Le bilan Solvabilité II peut être synthétisé par l'illustration suivante.

Actif	Passif
Actifs incorporels	Capitaux propres
Placements financiers et investissements	Marge de risque
Provisions cédées (nettes d'ajustement pour défaut des réassureurs)	Best Estimate - BE de primes - BE de sinistres - BE de rentes
Autres actifs dont créances, trésorie	Autres passifs dont impôts différés, dépôts espèce reçus, dettes

Arbitrage
interdit

Sa structure est assez proche du bilan en norme française actuelle, les provisions brutes sont inscrites au passif et les provisions cédées à l'actif.

Il existe cependant des différences majeures entre les deux normes. Nous citons celles qui ont le plus d'impact (en montant) sur le bilan d'une société d'assurance non-vie standard :

- En norme Solvabilité II, les différents postes sont évalués en valeur de économique et donc en vision Best Estimate pour les provisions.
- Les provisions techniques sont séparées en Best Estimate et marge de risque. Ainsi, la marge de risque apparaît explicitement dans le bilan. Cette marge de risque n'est pas une marge de prudence arbitrable par les sociétés d'assurance (cf. sous-section « Marge de risque ») comme pourrait l'être la provision d'égalisation ou, dans une moindre mesure, les IBNR.
- Le passage de la norme actuelle à la norme Solvabilité II engendre des bénéfices immédiats et imposables. Les impôts différés passifs ont alors un impact considérable sur le bilan.

L'évaluation des provisions technique solvabilité II (SII), mais également l'évaluation des provisions techniques en norme française (NF), influe sur la physionomie du bilan :

➡ **Une réduction du niveau de provision en norme française engendre une réduction des postes SII « Placements » et « Autres actifs » et « Provisions cédées » (Cf. Partie 2).**

➡ **Retenir un niveau de provision brute SII plus faible réduit les provisions cédées et vice versa (retenir un niveau de provision brute plus élevé les augmente).**

➡ **Retenir un niveau de provision (net) SII plus faible augmente les impôts différés passif** (ou réduit les impôts différés actifs dans le cas d'une société déficitaire) **et vice versa** (retenir un niveau de provision plus élevé les réduit).

➡ **Le niveau de provisions SII impacte les fonds propres.** Plus le niveau de provision retenu est élevé, plus les fonds propres sont faibles et vice versa. Cependant, l'impact des provisions sur les fonds propres ne peut pas être quantifié directement car une réduction du niveau de provision (net) alimente aussi le poste impôts différés.

L'impact d'une variation de provision SII est identique pour une société bénéficiaire ou pour une société déficitaire (car le report d'impôts liés à un résultat déficitaire est reconnu dans le bilan solvabilité II sous forme d'impôts différés actifs).

Les variations de fonds propres (pseudo compte de résultat)

Contrairement aux états réglementaires en norme française actuelle, les états réglementaires Solvabilité II (« Quantitative Reporting Templates ») ne comportent pas de compte de résultat. Les principaux flux constituant le résultat sont expliqués dans les états portant sur les variations de fonds propres (états « VA »).

Les QRT requérant un grand nombre d'informations sur les variations de fonds propres, nous nous limitons uniquement à la partie « Variation of Excess of Assets over Liabilities », et présentons seulement les principaux éléments en insistant davantage sur ceux impactés par des variations de provisions techniques (dotation/reprises de provisions). La synthèse ci-dessous intègre des éléments des QRT VA C2A, VA C2B et VA C2C (version des états publiés par l'EIOPA en juillet 2012). Nous avons choisi une police rouge pour présenter les lignes des états VA impactés par les estimations de provisions techniques.

Variation liée aux investissements (QRT VA C2B)
Variation liée aux provisions techniques (QRT VA C2C) décomposée en :
Variation de Best Estimate (bruts) décomposée en :
Impact des événements exceptionnels remettant en cause le BE ouverture
Impact des changements de périmètre
Impact des variations de taux de change
Best Estimate lié aux risques souscrits/acceptés dans l'exercice
Impact du changement de taux d'intérêts - sur risques antérieurs
Différence entre réalisés et projections en N - sur risques antérieurs
Impact d'une modification du provisionnement grâce à l'expérience acquise et aux nouvelles sources de données - sur risques antérieurs
Impact lié à des changements d'hypothèses non-économiques
Impact lié à des changements de l'environnement économique
Variation de Risk Margin
Variation de Best Estimate (cédés)
Variations de BOF expliquées dans le QRT OF-B1
Variations d'impôts différés
Impôts payés sur la période
Distribution de dividendes
Autres variations
Variation de NAV ("Variation of Excess of Assets over Liabilities")

La norme Solvabilité II est plus exigeante en nombre d'informations demandées aux sociétés d'assurance que la norme actuelle. Dans les deux normes, le régulateur dispose de nombreux éléments pour comprendre l'évolution du résultat d'une société et il peut notamment rapidement identifier la part du résultat expliquée par des variations de provisions (sur antérieurs par exemple).

➡ **Les variations de provisions impacte les variations de fonds propres.** Une variation de provision à la hausse réduit les fonds propres alors qu'une variation à la baisse les augmente.

La marge de solvabilité

Introduction

En norme Solvabilité II, il existe deux niveaux de capital requis :

- Le « Minimum Capital Requirement » (MCR) : est le minimum absolu de fonds propres requis. Sous ce niveau et sans recapitalisation immédiate dans un délai court, le régulateur retire l'agrément de la société. L'article 129 de la Directive 2009/138/CE précise que le MCR est calibré selon « la valeur en risque des fonds propres de base de l'entreprise d'assurance ou de réassurance concernée, avec un niveau de confiance de 85 % à l'horizon d'un an ». Il s'agit d'un calcul simple très facilement auditable.
- Le « Solvency Capital Requirement » (SCR) : est un niveau de capital requis plus élevé et plus proche des risques réellement portés par chaque société. En conséquence, son calcul est plus complexe. L'article 101 de la Directive 2009/138/CE précise que « Le capital de solvabilité requis correspond à la valeur en risque (Value-at-Risk) des fonds propres de base de l'entreprise d'assurance ou de réassurance, avec un niveau de confiance de 99,5 % à l'horizon d'un an. ». Le SCR est un niveau de capital souhaitable. Le régulateur veillera à ce que la société ne reste pas pendant une trop longue durée sous ce seuil. Par défaut, la marge de solvabilité en norme Solvabilité II signifie « SCR rapporté aux Fonds Propres exigibles ».

Les fonds propres exigibles, le SCR et le MCR font partie des informations publiques. Ainsi, en plus des régulateurs, les investisseurs, les partenaires, les administrateurs, les concurrents et les assurés disposent de ces informations. Tout comme le résultat et le chiffre d'affaire, le niveau de marge de solvabilité (en norme Solvabilité II) est un indicateur capital synthétisant la solidité financière d'une société d'assurance ou de réassurance. Il est regardé par de nombreux acteurs au même titre que les notations (fournies par Standard & Poor's, Fitch, Moody's, etc).

Le calcul du SCR peut s'effectuer selon plusieurs niveaux de modélisation, des plus simples aux plus complexes (et plus proche des risques réellement portés) :

- La formule standard : la formule standard s'appuie sur de nombreuses données propres à chaque société (primes, provisions, sommes assurées, expositions, portefeuille d'actifs, bilan, etc), mais elle est calibrée par l'EIOPA à partir des données des nombreuses sociétés européennes. Son calcul est relativement simple, mais le calibrage de certains risques peut ne pas correspondre au profil de la société.
- Les « Undertaking Specific Parameters » (USP) : certains paramètres de la formule standard peuvent être calibrés à partir des données propres à l'entreprise. Ces

paramètres sont très encadrés par les spécifications techniques et par les régulateurs, ils nécessitent un historique de données important.

- Les modèles internes partiels : ce sont des modèles spécifiques à la société, généralement stochastiques pour pouvoir déterminer le quantile 99,5%. Ils permettent d'estimer des sous-risques. Leurs résultats sont intégrés dans la formule standard afin de déterminer le SCR total.
- Le modèle interne complet : le SCR est entièrement estimé avec un modèle propre à la société.

Dans ce mémoire, l'objectif est de présenter l'impact du niveau de provisionnement sur les principaux indicateurs d'une société d'assurance. C'est pourquoi, pour le calcul de la marge de solvabilité, seuls les risques sensibles aux provisions sont présentés.

Nous commençons par présenter les sous-risques constituant le SCR, puis l'agrégation des sous-risques pour obtenir le SCR, et enfin le calcul du MCR. La cartographie des risques et les calculs de SCR présentés dans les sous-sections suivantes correspondent à la formule standard et les spécifications techniques proviennent des LTGA.

SCR Marché

Le SCR de marché mesure le risque lié aux placements financiers. Plus précisément, il mesure l'impact d'une vente précipitée des actifs en termes de moins-value. Le SCR de marché inclut les risques liés aux évolutions des taux d'intérêts et aux variations de taux de change (devises).

Les risques marché et souscription constituent les deux principaux risques d'une société d'assurance non-vie. Le risque marché est généralement le risque le plus important pour les grandes sociétés et les groupes.

Le SCR de marché est constitué de sept sous-risques :

- **Risque de taux** : risque d'une évolution défavorable des taux (à la hausse ou à la baisse). Les principaux impacts d'une hausse des taux sont une diminution de la valeur de marché des obligations compensée en partie ou totalement par une diminution des provisions techniques.
A contrario, les principaux impacts d'une baisse des taux sont une augmentation des provisions techniques compensée en partie ou totalement par une hausse de valeur de marché des obligations.
Le scénario le plus défavorable en termes d'impact sur les fonds propre est retenu.
- **Risque action** : risque d'une chute du cours des actions (scénario de krach boursier)
- **Risque immobilier** : risque d'une chute de l'immobilier
- **Risque de spread** : risque de chute de la valeur de marché des titres obligataires (et tous autres titres non action, non immobilier) suite à une dégradation de la solvabilité (ou la faillite) des émetteurs.
- **Risque de change** : risque d'évolution défavorable des taux de change.
La baisse du cours d'une devise étrangère par rapport à la devise de référence entraîne une baisse de la valeur de marché des actifs (placements, créances, ...) étrangers compensés en partie ou totalement par la baisse des passifs étrangers (provisions techniques, dettes, ...).

A contrario, la hausse du cours d'une devise étrangère par rapport à la devise de référence entraîne une hausse du passif compensée en partie ou totalement par une hausse des actifs. Pour chaque devise étrangère, le scénario le plus défavorable en termes d'impact sur les fonds propre est retenu.

- Risque concentration : risque de défaillance des émetteurs les plus importants (en termes de proportion dans les placements). Le risque de concentration peut être nul si le portefeuille d'investissement est très diversifié ou s'il est fortement investi en dettes souveraines (les obligations émises par les Etats européens étant exonérées du risque de concentration).
- Risque de prime contra-cyclique : risque non traité dans les spécifications LTGA. La prime contra-cyclique (ou tout mécanisme équivalent a pour objectif de réduire la volatilité de la marge de solvabilité) est encore en cours de discussion au niveau européen.

➡ En assurance non-vie, **les placements financiers et les provisions techniques (SII) sont peu liés entre eux car il n'existe pas de système de participation aux bénéfices** où une part des produits financiers est reversée aux assurés comme en assurance vie.

➡ Ainsi **les seuls liens entre provisions techniques (SII) et risque de marché portent sur le risque de taux et le risque de change**. L'impact d'une mauvaise évaluation des provisions (à la hausse ou à la baisse) sur le risque de marché est négligeable car il peut être compensé par une politique Actif-Passif (ALM) cohérente avec le niveau et la duration des provisions retenues.

Dans la pratique (sans impacter le SCR à court terme), une mauvaise estimation des provisions techniques peut cependant biaiser la politique Actif-Passif en anticipant des flux de passifs erronés.

➡ **Les provisions techniques en norme française influencent fortement** le niveau de placements financiers (cf. illustration numérique) et par conséquent **le SCR marché**. Notamment, constituer une marge de prudence importante dans les provisions techniques en norme française accroît le SCR marché.

SCR Non-vie

Le SCR non-vie mesure les risques liés à la souscription d'assurance non-vie. Il s'agit de l'un des deux risques majeurs portés par les sociétés d'assurance non-vie.

Le SCR non-vie est composé de 3 sous-risques :

- Risque de primes & reserves : il s'agit de mesurer l'impact d'une dérive de la sinistralité passée (sinistres déjà survenus) et futures (sinistres à venir) hors événements catastrophes. Le risque de reserves mesure l'impact de la dérive de la sinistralité passée, le risque étant que les provisions (Best Estimate de sinistre) ne soient pas suffisantes pour la couvrir. Le risque de prime mesure la dérive de la sinistralité future, le risque étant que les primes ne permettent pas de la couvrir (i.e. sous-tarification).
- Risque de résiliation : une forte hausse ou une forte baisse de la résiliation peut entraîner une diminution des fonds propres. Ce risque de diminution est mesuré par le risque de résiliation. Ce risque traditionnellement faible (et même négligeable) pour la majorité des sociétés augmentera dès 2014 avec la loi Hamon (facilités de résiliation accrues pour les assurés).

- **Risque Catastrophe** : il mesure l'impact de catastrophes naturelles majeures et de catastrophes exceptionnelles causées par l'homme sur les fonds propres. Il s'agit d'évènement de faible fréquence, mais de forte intensité comme les tempêtes, les inondations ou les sinistres très graves (accident dans le tunnel du Mont Blanc, AZF, etc)

Avant de calculer le SCR non-vie, il est important d'identifier les produits et garanties soumis au risque de souscription non-vie. En effet, certains produits traditionnellement IARD ne dépendent pas du SCR non-vie : c'est notamment le cas des Garanties Protection du Conducteur et Garantie Accident de la Vie qui sont alloués à la Santé en norme Solvabilité II ou des rentes qui sont soumises aux risques Vie ou Santé (principe de « Substance over form »).

Dans la suite de cette sous-section, nous présentons en détail uniquement le sous-risque primes & reserves.

Le **risque de primes & reserves** repose sur les données suivantes :

- $V_{prem,s}$: Le volume de prime est calculé à partir des primes acquises au cours des 12 derniers mois, d'une estimation des primes à acquérir au cours des 12 prochains mois, puis des primes à acquérir au-delà des 12 prochains mois pour les contrats en cours à la date d'arrêt (i.e. concerne les contrats pluriannuels), puis d'une estimation des primes à acquérir au-delà des 12 mois suivant le renouvellement pour les contrats futures (i.e. contrats pluriannuels déjà signés à la date d'inventaire, mais prenant effet postérieurement à cette date).
- $V_{res,s}$: Une estimation de Best Estimate de sinistres.

Ces volumes doivent être estimés par les sociétés d'assurance pour chaque segment s (i.e. un segment correspond à une « Line of Business ») et nets de réassurance. Ces estimations sont encadrées par la Directive, les spécifications techniques (LTGA actuellement), et les orientations nationales complémentaires (ONC).

Les calculs qui suivent reposent sur les données décrites précédemment et les paramètres fournis par l'EIOPA. Les calculs ne requièrent aucune autre estimation (sauf en cas d'utilisation d'USP) et peuvent ainsi être entièrement automatisés.

La première étape est décrite dans le paragraphe SCR.9.29 des spécifications LTGA. Elle consiste à calculer une erreur-type de primes & reserves par segment :

$$\sigma_s = \frac{\sqrt{(\sigma_{prem,s} * V_{prem,s})^2 + \sigma_{prem,s} * V_{prem,s} * \sigma_{res,s} * V_{res,s} + (\sigma_{res,s} * V_{res,s})^2}}{V_{prem,s} * V_{res,s}}$$

Avec les paramètres de volatilité du risque de prime, $\sigma_{prem,s}$ définis dans le paragraphe 9.22. et les paramètres de volatilité du risque de provision, $\sigma_{res,s}$ définis dans le paragraphe 9.26. Nous présentons dans le tableau ci-dessous les paramètres $\sigma_{res,s}$:

Segment SII	Volatilité nette de réassurance ($\sigma_{res,s}$)
Automobile Responsabilité Civile	9%
Automobile Dommages	8%

Marine, Aviation, Transport	11%
Incendie, Dommages	10%
Responsabilité Civile Générale	11%
Crédit Caution	19%
Protection Juridique	12%
Assistance	20%
Pertes Pécuniaires Diverses	20%
Réassurance Non Proportionnelle - Responsabilité Civile	20%
Réassurance Non Proportionnelle - MAT	20%
Réassurance Non Proportionnelle - Dommages	20%

La seconde étape consiste à calculer un volume de primes & reserves par segment. Le calcul est présenté dans le paragraphe SCR.9.32. des LTGA :

$$V_s = (V_{prem,s} + V_{res,s}) * (0,75 + 0,25 * DIV)$$

Par simplification, nous considérons dans ce mémoire un coefficient de diversification géographique, DIV, égal à 1. DIV permet de mesurer la diversification géographique entre grandes régions du monde. Ainsi, pour une souscription entièrement réalisée en Europe de l'ouest, DIV est obligatoirement égal à 1. Le volume total par segment peut alors s'écrire :

$$V_s = V_{prem,s} + V_{res,s}$$

Le volume total tous segments peut alors être aisément obtenu en sommant tous les Vs.

La troisième étape définie dans le SCR.9.30. consiste à calculer l'erreur-type totale du risque de primes & reserves en prenant en compte la corrélation entre les différents segments.

$$\sigma_{nl} = \frac{1}{V_{nl}} * \sqrt{\sum_{s,t} corr_{S_s,t} \sigma_s * V_s * \sigma_t * V_t}$$

Avec s,t : les 12 segments non-vie (Auto RC, Auto Dommages, MAT, Incendie, RCG, Crédit-Caution, PJ, Assistance, Pertes Pécuniaires, RC NP, MAT NP, Dommages NP). Les corrélations sont définies dans le paragraphe SCR.9.34. Elles sont présentées dans le tableau suivant (elles sont toutes égales à 0,25 ou 0,5).

CorrS	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1: Auto RC	1											
2: Auto Dommages	0,5	1										
3: MAT	0,5	0,25	1									
4: Incendie, dommages	0,25	0,25	0,25	1								
5: RCG	0,5	0,25	0,25	0,25	1							
6: Credit Caution	0,25	0,25	0,25	0,25	0,5	1						
7: PJ	0,5	0,5	0,25	0,25	0,5	0,5	1					
8: Assistance	0,25	0,5	0,5	0,5	0,25	0,25	0,25	1				
9: Pertes Pécuniaires Diverses	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	1			
10: Réass NP RC	0,25	0,25	0,25	0,25	0,5	0,5	0,5	0,25	0,25	1		
11: Réass NP MAT	0,25	0,25	0,5	0,5	0,25	0,25	0,25	0,25	0,5	0,25	1	
12: Réass NP Dommages	0,25	0,25	0,25	0,5	0,25	0,25	0,25	0,5	0,25	0,25	0,25	1

La quatrième et dernière étape consiste à calculer le risque de primes & reserves comme défini dans le paragraphe SCR.9.15. des LTGA. Le quantile 99,5% est calculé à partir du volume total et de la volatilité totale :

$$NL_{pr} = 3 * \sigma * V$$

Pour obtenir le SCR de souscription non-vie, il est nécessaire de calculer les deux autres sous-risques composants ce SCR :

- Le **risque Catastrophe** constitue généralement un des risques les plus importants portés par les sociétés d'assurance non-vie (selon les produits souscrits). Il porte à la fois sur les événements naturels (tempêtes, inondations, grêle, tremblement de terre, glissement de terrains) et les catastrophes d'origine humaine (automobile, incendie, marine, aviation, responsabilité civile, crédit caution). Le calcul du risque catastrophe est basé sur l'exposition de la société d'assurance aux risques de catastrophes. Cette exposition est mesurée grâce aux sommes assurées par zones géographiques pour les risques de catastrophes naturelles. Pour le risque catastrophes d'origine humaine, les mesures d'exposition sont propres à chaque sous-risque (primes, sommes assurées, etc). Les provisions techniques n'interviennent pas dans le calcul du risque Catastrophe. C'est pourquoi, malgré l'importance du risque catastrophe dans le calcul du SCR global, nous ne présentons pas son calcul en détail dans ce mémoire.
- Le **risque de résiliation** se mesure en estimant la variation de fonds propres résultant de résiliations massives (ou à des non résiliations massives). Les résiliations engendrent le remboursement de primes aux assurés (ou leur non-paiement), mais également le désengagement de l'assureur concernant le paiement des sinistres (non encore survenus). De plus, actuellement, les assurés n'ont pas la possibilité de résilier avant la date de renouvellement de leur contrat. Cela changera lorsque la loi Hamon sera votée, l'objectif de cette loi étant de simplifier les résiliations pour permettre aux assurés de changer plus facilement d'assureur. Le seul risque réel de résiliation porté par les assureurs en 2013 sur des contrats existants est le risque d'annulations. Les assurés peuvent annuler leur contrat d'assurance (avant l'échéance) dans des situations encadrées par la loi et donc contraignantes pour les assurés (déménagements, incendie, accidents, etc). Nous jugeons le

risque de résiliation faible à fin 2013 pour les sociétés d'assurance souscrivant en France : par simplification, nous ne le prendrons donc pas en compte dans la suite de ce mémoire.

Le risque de souscription non-vie est défini dans le paragraphe SCR.9.7. Il est calculé à partir de ses trois sous-risques et des facteurs d'agrégation :

$$SCR_{nl} = \sqrt{NL_{pr}^2 + NL_{Lapse}^2 + NL_{CAT}^2 + 0,25 * NL_{pr} * NL_{CAT}}$$

➡ Les différents calculs présentés dans cette sous-section montrent qu'**une surévaluation des Best Estimate de sinistres a un impact à la hausse sur le SCR de souscription non-vie**. En effet, le calcul du risque de primes & réserves repose en partie sur un produit entre le Best Estimate de sinistres et un coefficient de volatilité pour chaque segment. Cependant, **cette surévaluation du risque de provision est réduite via les effets de diversifications** (diversification entre le risque de primes et le risque de réserves, diversification entre les segments, diversification entre les sous-risques du SCR non-vie). A l'inverse, une sous-estimation des Best Estimate de sinistres entraîne une légère sous-évaluation du SCR de souscription non-vie.

➡ Par ailleurs, **une mauvaise estimation des ratios combinés utilisés dans les calculs de Best Estimate de primes peut engendrer une évaluation erronée du SCR de rachat**. Notamment, une surestimation des provisions de sinistres peut engendrer une surestimation des ratios combinés. Une surestimation des ratios combinés (si ceux-ci sont inférieurs à 100%) conduit à réduire le risque de rachat. En effet, une résiliation réduit fortement les fonds propres lorsque le ratio combiné est très faible (l'assureur perd une prime très nettement supérieure à son engagement, son actif est ainsi réduit plus fortement que son passif). Cependant, **le risque de rachat est très faible avant diversification, puis il est agrégé avec une forte diversification** (puisque'il n'est ni corrélé au risque catastrophe et ni au risque de primes & réserves) aux autres sous-risques du SCR de souscription non-vie.

SCR Vie

Le risque de souscription vie doit être calculé par toutes les sociétés d'assurances non-vie servant des rentes.

Les rentes sont soumises à trois sous-risques du SCR vie :

- Le risque de longévité : il mesure l'impact d'une hausse de l'espérance de vie sur le Best Estimate de rentes.
- Le risque de frais : il mesure l'impact d'une hausse inattendue des frais sur le Best Estimate de rentes.
- Le risque de révision : il permet de prendre en compte les réévaluations de rentes inattendues (réévaluation des rentes, révisions suite à une dégradation de l'état de santé des assurés).

Nous décrivons plus en détail chacun de ces trois sous-risques dans la suite de cette sous-section.

Le **risque de longévité** modélise l'impact d'un versement des rentes sur une durée plus longue qu'anticipée due à un allongement de l'espérance de vie des assurés. Les spécifications techniques exactes sont précisées dans le paragraphe SCR.7.3. des LTGA.

La première étape du calcul du risque de longévité consiste à recalculer les tables de mortalité utilisées dans le calcul du Best Estimate de rentes en intégrant un choc de 20% sur les taux de mortalité.

Le taux de mortalité q_x d'un assuré d'âge x s'obtient :

$$q_x = 1 - \frac{l_{x+1}}{l_x}$$

Avec l_x et l_{x+1} respectivement le nombre de vivants d'âge x et le nombre de vivants d'âge $x+1$ dans la table de mortalité avant choc.

Les q_x sont ensuite choqués :

$$q_{choqué}_x = q_x * (1 - 20\%)$$

La table de mortalité choquée s'obtient en recalculant le nombre de vivant itérativement (à partir de l'âge 0) et en utilisant les taux de mortalité choqués :

$$l_{choqué}_{x+1} = l_{choqué}_x * q_x \quad \text{avec} \quad l_{choqué}_0 = 100\,000$$

La seconde étape consiste à recalculer le Best Estimate de rentes avec la nouvelle table de mortalité.

Le risque de longévité correspond à la hausse de provisions engendrée par le choc de longévité, c'est-à-dire à la différence entre les Best Estimate de rentes avant et après choc de longévité :

$$Life_{longevity} = BE_{rentes} \text{ après choc de longévité} - BE_{rentes}$$

Le **risque de frais** modélise l'impact d'une forte hausse imprévue des frais de gestion des rentes. Ce risque est décrit dans le paragraphe SCR.7.6. des LTGA.

Le calcul du Best Estimate de rentes après choc de frais se calcule comme suit :

$$BE_{rentes} \text{ après choc de frais} = \sum_{m>0} Flux \text{ non actu} * \text{taux frais rentes} * (1 + 10\%) * (1 + 1\%)^m * (1 + Taux \text{ int}_m)^{-m}$$

Avec :

- Flux non actu : flux de rente probabilisé, non actualisé, hors frais
- Taux frais rente : taux de frais de gestion des rentes
- m : maturité en année (1 signifiant première année)
- Taux int_m : taux d'intérêt sans risque de maturité m

Ainsi, deux chocs simultanés sont appliqués :

- Un choc immédiat de 10% appliqué sur tous les frais de gestion des rentes

- Une hausse annuelle de 1% des frais de gestion de rentes

Le risque de frais correspond à hausse de provisions engendrée par l'augmentation des frais de gestion, c'est-à-dire à la différence entre les Best Estimate de rentes avant et après choc de frais :

$$Life_{expense} = BE_{rentes \text{ après choc de frais}} - BE_{rentes}$$

Le **risque de révision** mesure l'impact d'une réévaluation des rentes dû à un changement de législation défavorable ou à la détérioration de l'état de santé de la victime. Ce risque est décrit dans le paragraphe SCR.7.7. des LTGA.

Les arrérages subissent une hausse instantanée de 3%, le choc de révision est alors obtenu avec le calcul :

$$Life_{expense} = BE_{rentes} * 3\%$$

Le **SCR de souscription vie** (et plus particulièrement les agrégations entre les différents sous-risques vie) est décrit dans le paragraphe SCR.7.7. des LTGA :

$$SCR_{life} = \sqrt{Life_{longevity}^2 + Life_{expenses}^2 + Life_{revision}^2 + 0,25 * Life_{longevity} * NL_{expenses} + 0,25 * Life_{longevity} * NL_{revision} + 0,5 * Life_{expenses} * NL_{revision}}$$

➡ **Une surestimation du Best Estimate de rentes engendre une surévaluation du SCR de souscription vie** (et réciproquement, une sous-évaluation du Best Estimate de rentes conduit à une sous-estimation du SCR de souscription vie). En particulier :

- Une surestimation des frais entraîne une surestimation du Best Estimate de rentes avant choc, mais également une surestimation du Best Estimate de rentes après choc beaucoup plus élevée. En conséquence, la différence entre Best Estimate avant choc et après choc s'accroît, in fine le SCR Vie augmente.
- Une surestimation des taux de réévaluation de rentes entraîne des volumes de Best Estimate de rentes avant et après choc (pour chacun des 3 sous-risques) plus élevés, donc des différences entre BE avant et après chocs plus élevés. Le résultat est une estimation plus élevée de chacun des sous-risques.
- Une table de mortalité non appropriée entraîne également une mauvaise évaluation des sous-risques vie. Par exemple, utiliser la même table pour les rentiers en assurance vie et les victimes ayant subis de graves traumatismes surévalue les Best Estimate de rentes non-vie.

Une mauvaise évaluation des Best Estimate de rentes impacte tous les sous-risques vie simultanément : cela entraîne donc directement une mauvaise estimation du SCR de souscription vie.

SCR Contrepartie

Le SCR de contrepartie est destiné à prendre en compte les actifs non soumis au risque de marché ou au risque d'actifs incorporels. Pour les sociétés d'assurance non-vie, le SCR de contrepartie mesure notamment le risque de défaut des réassureurs, le risque de défaut des banques (dépôts), le risque de défaut des intermédiaires et autres créanciers.

Dans le SCR de contrepartie, les créanciers sont classés en deux groupes selon leur nature et leur importance :

- Les créanciers de type 1 : réassureurs, banques, créanciers disposant de notation, etc
- Les créanciers de type 2 : petits créanciers. Ils disposent d'un risque de défaut diversifiés entre eux. Par exemple, il est peu probable que tous les intermédiaires d'assurance soient en situation de faillite en même temps.

Les calculs de risque diffèrent fortement selon ces deux types de contreparties.

Dans ce mémoire, nous détaillons uniquement le risque de défaut des réassureurs, c'est à dire le calcul du risque de défaut de type 1 (pour les réassureurs). En effet, les provisions ne jouent aucun rôle direct dans le calcul du SCR de défaut pour les autres créanciers (banques, créanciers de type 2).

Le calcul du risque de défaut des réassureurs repose essentiellement sur la perte en cas de défaut, appelé en anglais « Loss Given Default » (LGD). En cas de défaut de réassureur, une société d'assurance :

- Rencontre d'importantes difficultés pour récupérer tout ou partie des provisions cédées
- Perd tout ou partie de la couverture fournie par le réassureur en défaut (« Risk Mitigation effect »)
- Utilise les dépôts espèces ou nantissement pour recouvrer une partie des fonds perdus.

Ainsi, la première étape du calcul du risque de défaut des réassureurs est l'évaluation du montant de « **Recoverables** » par réassureur. Les recouvrables correspondent aux flux de paiements à percevoir du réassureur. Ils comprennent généralement les Best Estimate cédés (hors paiements des primes de réassurance). L'évaluation de ce montant par réassureur peut être très compliquée et en conséquence nécessiter beaucoup de choix simplificateurs :

- Cadences à retenir pour actualiser les flux : utilisation des mêmes cadences que dans les calculs de Best Estimate bruts ou cadences reposant sur les cessions ? Le premier choix est très approximatif car les cadences brutes sont assez différentes des cadences de cessions dans la réalité. En contrepartie, le défaut de la seconde solution est de reposer sur des volumes de données souvent trop faibles et de requérir une relative stabilité dans les programmes de réassurance souscrits chaque année.
- Cessions à la réassurance non proportionnelle : comment les prendre en compte sur des sinistres presque inconnus (sinistres récents) ou totalement inconnus (tardifs et sinistres futurs pour le Best Estimate de prime) ? La solution consistant à simuler ces sinistres individuellement pour ensuite appliquer les programmes de réassurance paraît complexe à mettre en place. Il faut alors généralement poser des hypothèses : aucun sinistre ne dépasse

la priorité par prudence, ou cession moyenne calibrée à partir des cessions des années précédentes, ou etc.

- Primes de réassurance restant à payer : Peuvent-elles être retranchées des flux de paiements à percevoir ou sont-elles dues même si le réassureur ne tient pas ses engagements (autrement dit, les primes sont-elles dues en cas de faillite du réassureur) ?
- Répartition des recouvrables par réassureur : Utilisation de la répartition des PSAP cédées pour la partie des recouvrables liée au BE de sinistres cédés ? Utilisation de la répartition des primes cédées pour la partie liée au BE de primes cédées ?

La seconde étape consiste à évaluer la couverture (en termes de gain de SCR) fournie par réassureur aussi appelée « **Risk Mitigating effect** ». Cette évaluation est également très complexe. Plusieurs simplifications possibles sont proposées dans les spécifications techniques LTGA. Pour des raisons de disponibilité de données limitées par réassureur, nous retenons un niveau de simplification élevé. Cette simplification est présentée dans le paragraphe SCR.6.63 des LTGA :

Le gain de SCR de souscription fourni par la réassurance (tous réassureurs confondus) est mesuré par la formule :

$$RM_{re,all} = SCR_{souscription}^{brut\ de\ réassurance} - SCR_{souscription}^{net\ de\ réassurance}$$

Puis ce montant est alloué à chaque réassureur (i) au prorata des « recoverable » :

$$RM_{re,i} = RM_{re,all} * \frac{Recoverables_i}{\sum_i Recoverables_i}$$

La 3^{ème} étape se calcule aisément, elle est définie dans les paragraphes SCR.6.30., SCR.6.31, SCR.6.32. des LTGA. Elle consiste à calculer les pertes en cas de défaut, « **LGD** », de chaque réassureur i :

$$LGD_i = 0,5 * \max(0, Recoverables_i + RM_{re,i} - Collateral_i)$$

Le 0,5 doit être remplacé par 0,9 si les nantisements totaux signés par le réassureur i dépasse 60% de son actif total.

La 4^{ème} étape consiste à regrouper les **LGD par groupe** de réassurance (idem pour les groupes bancaires).

La 5^{ème} étape consiste à déterminer la probabilité de défaut, « **PD** », de chaque groupe de réassurance (ou de banque le cas échéant) selon les critères exposés dans les paragraphes SCR.6.19. à SCR.6.27. des LTGA. La PD est généralement directement liée à la notation. Le tableau ci-dessous contient la probabilité de défaut à retenir en fonction de la notation du réassureur (0 signifie AAA, 1 AA, etc) :

Niveau de solvabilité	0	1	2	3	4	5	6
PD	0,002%	0,010%	0,050%	0,240%	1,200%	4,175%	4,175%

La 6^{ème} étape consiste à appliquer les formules suivantes, exposées dans les paragraphes SCR.6.15., SCR.6.16., SCR.6.17., SCR.6.18. des LTGA, pour calculer le **SCR de défaut de type 1** à partir des LGD et des probabilité de défaut. Ces formules prennent en compte la corrélation qui existe entre

réassureurs (liens entre réassureurs en cas de crises à grande échelle ou d'évènements très importants) et le risque de défaut inhérent à chaque réassureur :

$$V_{inter} = \sum_{j,k} \frac{PD_k * (1 - PD_k) * PD_j * (1 - PD_j)}{1,25 * (PD_k + PD_j) - PD_k * PD_j} * TLGD_j * TLGD_k$$

$$V_{intra} = \sum_j \frac{1,5 * PD_j * (1 - PD_j)}{2,5 - PD_j} * \sum_{PD_j} LGD_i^2$$

$$V = V_{inter} + V_{intra}$$

$$SCR_{def,1} = \begin{cases} 3 * \sqrt{V} & \text{si } \sqrt{V} \leq 7,05\% \sum_i LGD_i \\ 5 * \sqrt{V} & \text{si } 7,05\% \sum_i LGD_i \leq \sqrt{V} \leq 20\% \sum_i LGD_i \\ \sum_i LGD_i & \text{si } 20\% \sum_i LGD_i \leq \sqrt{V} \end{cases}$$

Le **risque de défaut de type 2** se calcule en appliquant un choc au montant total de créances de type 2 en distinguant les créances dues depuis plus de 3 mois (i.e. créances douteuses) des autres créances de type 2. Ainsi, aucun calcul de provision n'intervient à cette étape.

Le **SCR de contrepartie** est calculé en agréant le risque de défaut de type 1 et le risque de défaut de type 2 avec la formule exposée dans le paragraphe SCR.6.13. des LTGA :

$$SCR_{def} = \sqrt{SCR_{def,1}^2 + 1,5 * SCR_{def,1} * SCR_{def,2} + SCR_{def,2}^2}$$

➡ Une mauvaise évaluation des provisions engendre plusieurs impacts sur le SCR de contrepartie :

- Une surévaluation des provisions brutes en norme actuelle entraîne généralement une surévaluation des provisions cédées aux réassureurs et donc un risque de défaut plus élevé. Ce risque de défaut est capté dans le SCR de contrepartie si cette surévaluation des provisions cédées en norme française est répercutée en norme solvabilité II.
- **Une surévaluation des Best Estimate cédés en norme solvabilité II entraîne une surévaluation des LGD et donc un SCR de défaut surévalué.**
- **Une mauvaise allocation des « Recoverable » par réassureur peut avoir un impact très significatif sur le SCR de contrepartie.** La probabilité de défaut (PD) associée à un réassureur noté AAA est 2088 fois inférieure à un réassureur non noté. Ce ratio descend respectivement à 418 et 84 fois en comparant un réassureur non noté à un réassureur noté AA, respectivement A. Cet impact est d'autant plus fort si le « Risk Mitigating effect » est alloué au prorata des « recoverable ».

SCR Opérationnel

Le SCR opérationnel mesure les pertes liées à des erreurs de gestion ou de système, des problèmes de personnel, ou certains événements externes. Il inclut les risques législatifs, mais exclut le risque de réputation ou le risque de mauvaise décision stratégique. Le spectre du SCR opérationnel est large puisqu'il est destiné à capter tous les risques non pris en compte dans les autres modules de SCR.

Paradoxalement, son calcul en formule standard est simple. Il repose sur des montants de primes et de provisions, il est ainsi fortement lié à la taille de la société.

Pour simplifier les calculs, nous avons supprimé tous les éléments liés à de l'assurance vie, mais conservé les éléments impactés par les rentes non-vie. Tous les calculs sont précisés dans le paragraphe SCR.3.6. des LTGA.

Les données requises pour calculer ce risque sont :

- $Earn_{nonlife}$: Primes acquises au cours des 12 derniers mois, brutes de réassurance
- $pEarn_{nonlife}$: Primes acquises au cours des 12 mois précédents les 12 derniers mois, brutes de réassurance
- $TP_{non-life}$: Provisions techniques non-vie brutes de réassurance et hors marge de risque.
- TP_{life} : Provisions techniques vie (dont provisions pour rentes non-vie) brutes de réassurance et hors marge de risque.
- $BSCR$: cf. sous-section « SCR et marge de solvabilité »

Le calcul se réalise en 4 étapes :

$$Op_{premiums} = 0,03 Earn_{nonlife} + 0,03 * \max(0, Earn_{nonlife} - 1,2 * pEarn_{nonlife})$$

$$Op_{provisions} = 0,0045 * \max(0, TP_{life}) + 0,03 * \max(0, TP_{non-life})$$

$$Op = \max(Op_{premiums}, Op_{provisions})$$

$$SCR_{Op} = \min(0,3 * BSCR; Op)$$

$Op_{provisions}$ excède $Op_{premiums}$ dans la très grande majorité des cas. Seules des sociétés en très forte croissance et portant des risques très courts ne sont pas dans cette situation.

Op étant généralement inférieur à 30% du BSCR (cf. 4^{ème} étape), le SCR opérationnel correspond directement à $Op_{provisions}$ pour de nombreuses sociétés d'assurance.

➡ **L'évaluation des provisions techniques impacte directement le SCR opérationnel.** Une surévaluation des Best Estimate entraîne à la fois une surévaluation de $Op_{provisions}$ et du BSCR.

Ajustement pour impôts différés

L'ajustement pour impôts différés est aussi appelé capacité d'absorption des impôts car il permet de réduire fortement le SCR. En cas de survenance des scénarios extrêmes constituant le SCR, la société d'assurance connaîtrait une baisse significative des impôts à payer et bénéficierait en plus de crédits d'impôts.

Le calcul de cet ajustement est complexe. Il repose sur la fiscalité de la société d'assurance et sa capacité à constituer des crédits d'impôts en cas d'évènements majeurs. Les articles encadrant le calcul de l'ajustement sont exposés dans les paragraphes SCR.2.17 à SCR.2.31. des LTGA.

La formule suivante présente une vision très simplifiée de l'ajustement pour impôts différés :

$$Ajustement = - \text{Max}(\text{Taux imposition} \times (BSCR + SCR_{op}), \text{impôts différés})$$

Avec

- $(BSCR + SCR_{op})$: la chute de résultat causée par la réalisation du BSCR et du SCR opérationnel
- *Taux imposition* : le taux d'imposition auquel est soumis la société d'assurance
- *impôts différés* : les impôts différés passifs (nets d'impôts différés actifs) évalués dans le bilan Solvabilité II. Une large partie de ces impôts différés est générée par le passage de la norme actuelle à la norme Solvabilité.

Pour la majorité des sociétés, le montant d'impôts différés est inférieur au taux d'imposition multiplié par le « BSCR+SCRop » : l'ajustement correspond alors au montant d'impôts différés.

➡ L'évaluation des provisions techniques impacte indirectement l'ajustement pour impôts différés :

- Une **surévaluation des provisions techniques en norme actuelle** (marge de prudence notamment) sans répercussion sur les provisions techniques solvabilité II génère des impôts différés passifs recouvrables en cas de réalisation du scénario extrême. Dans cette situation, **l'ajustement est donc plus important.**
- Une **surévaluation des provisions techniques en norme Solvabilité II** réduit les impôts différés passifs. Dans cette situation, **l'ajustement est donc moins important.**

SCR et marge de solvabilité

Cette sous-section présente l'agrégation des risques pour obtenir le SCR, puis le calcul de la marge de solvabilité.

La première étape dans l'agrégation des différents risques est le calcul du BSCR défini dans les paragraphes SCR.1.31. et SCR.1.32. des LTGA :

$$BSCR = \sqrt{\sum_{i,j} Corr_{i,j} * SCR_i * SCR_j} + SCR_{incorporels}$$

Avec la matrice d'agrégation suivante :

$Corr_{i,j}$	Marché	Contrepartie	Vie	Santé	Non-vie
Marché	1				
Contrepartie	0,25	1			
Vie	0,25	0,25	1		
Santé	0,25	0,25	0,25	1	
Non-vie	0,25	0,5	0	0	1

Le paragraphe SCR.1.27. des LTGA précise que l'ajustement pour impôts différés (signé négativement) et le SCR opérationnel sont sommés au BSCR pour obtenir le SCR :

$$SCR = BSCR + Adj + SCR_{Op}$$

Le SCR ainsi obtenu constitue le montant de fonds propres éligibles minimum que la société d'assurance doit posséder pour être solvable avec une probabilité supérieure à 99,5% à horizon un an.

Afin de calculer la marge de solvabilité, il est nécessaire d'évaluer le montant de fonds propres éligibles à la couverture du SCR conformément aux spécifications de la section 4 des LTGA. Les fonds propres sont classés en trois Tiers selon leur qualité, c'est-à-dire en fonction de leur disponibilité pour absorber une perte immédiate. Le Tier 1 représente la plus haute qualité de fonds propres et le Tier 3 la moins bonne. Des règles définissent ensuite le minimum ou maximum de fonds propres nécessaire, selon cette classification, pour couvrir le SCR et ainsi calculer la marge de solvabilité. Ces règles sont définies dans la sous-section OF.3. des LTGA.

La différence de valorisation nette d'impôt entre les deux normes génère la réserve de réconciliation admise en fonds propres de Tier 1. Ainsi, une différence de valorisation des provisions permet de couvrir le SCR sans aucune restriction.

La marge de solvabilité est définie par le ratio suivant et s'exprime généralement en pourcentage :

$$\text{Marge de solvabilité SII} = \frac{\text{Fonds propres éligibles}}{\text{SCR}}$$

Une société doit maintenir une marge de solvabilité supérieure à 100% vis-à-vis des régulateurs, et idéalement nettement supérieure pour démontrer sa solidité financière aux différents acteurs du marché (assurés, conseil d'administration, investisseurs, salariés, etc).

➡ Comme nous l'avons montré précédemment, une **mauvaise estimation des provisions peut avoir un impact important sur le calcul des différents risques composant le SCR**. Cet impact est rarement négligeable. Une surestimation des Best Estimate (en particulier de sinistres) se traduit par une surévaluation des SCR de souscription (non-vie, santé, vie) et du SCR opérationnel, une réduction de l'ajustement pour impôts différés, et également des effets pouvant aller dans les deux sens pour les SCR marché et SCR de contrepartie. **Ces différents effets sont néanmoins atténués par la diversification entre risques**. Notamment, le coefficient d'agrégation entre le SCR de marché et le SCR de souscription non-vie est de 0,25, ce qui génère une diversification importante (atténuation de la hausse potentielle du SCR non-vie).

➡ En synthèse, **le principal effet d'une estimation trop forte des provisions techniques** est la combinaison suivante :

- Les **fonds propres se retrouvent fortement réduits**. Une provision surévaluée de 1 engendre une réduction de fond propre de 1-taux d'imposition.
- Le **SCR se retrouve généralement surévalué**, en particulier pour les sociétés dont les SCR de souscription est prédominant par rapport au SCR de marché.

➡ Ces effets combinés se traduisent par une **forte sous-évaluation de la marge de solvabilité**.
Pour rappel, par marge de solvabilité nous entendons ratio de couverture du SCR.

A contrario, **une sous-estimation des provisions techniques entraîne** une sous-estimation du SCR et une surévaluation des fonds propres, et en conséquence **une marge de solvabilité trop élevée**.

En conclusion, une mauvaise évaluation des provisions techniques impacte le numérateur et le dénominateur de la marge de solvabilité. **La marge de solvabilité est très sensible au niveau de provisions techniques retenu.**

Minimum Capital Requirement (MCR) et marge de solvabilité

Nous présentons dans cette sous-section un second calcul de marge de solvabilité (basé sur le MCR), moins utilisé et reflétant moins le risque des sociétés d'assurance. Cette marge de solvabilité est principalement utilisée par les régulateurs. Une marge de solvabilité inférieure à 100% pendant une période de plusieurs mois entraîne le retrait des agréments.

Les calculs présentés sont applicables aux sociétés d'assurance non-vie, en dehors des sociétés dites « mixte » pour lesquels des calculs complémentaires sont nécessaires.

La première étape du calcul du MCR porte sur les risques vie. Ainsi, les Best Estimate de rentes nettes de réassurance sont pris en compte dans la formule ci-dessous, via le « $TP_{life,4}$ ». Cette formule est détaillée dans le paragraphe MCR.15. des LTGA :

$$MCR_{linear,l} = 0,037 * TP_{life,1} - 0,052 * TP_{life,2} + 0,007 * TP_{life,3} + 0,021 * TP_{life,4} + 0,0007 * CAR$$

La seconde étape consiste au calcul du MCR linéaire non-vie détaillé dans le paragraphe MCR.13. des LTGA :

$$MCR_{linear,nl} = \sum_s \alpha_s * TP_{nl,s} + \beta_s * P_s$$

Avec :

- $TP_{nl,s}$: Les Best Estimate nets de réassurance (avec un minimum de 0)
- P_s : Les primes émises au cours des 12 derniers mois nettes de réassurance (avec un minimum de 0).
- Les coefficients appliqués aux primes et aux Best Estimate sont présentés dans les tableau suivant :

Segment	α_j (provisions)	β_j (primes)
Frais de santé	4,7%	4,7%
Perte de revenu	13,1%	8,5%
Workers' compensation	10,7%	7,5%
Automobile Responsabilité Civile	8,5%	9,4%
Automobile Dommages	7,5%	7,5%
Marine, Aviation, Transport (MAT)	10,3%	14,0%
Incendie	9,4%	7,5%

Responsabilité Civile Générale	10,3%	13,1%
Credit Caution	17,7%	11,3%
Protection Juridique	11,3%	6,6%
Assistance	18,6%	8,5%
Pertes Pécuniaires Diverses	18,6%	12,2%
Réassurance NP - Responsabilité Civile	18,6%	15,9%
Réassurance NP - MAT	18,6%	15,9%
Réassurance NP - Dommages	18,6%	15,9%
Réassurance NP - Santé	18,6%	15,9%

Le MCR linéaire total s'obtient en additionnant la partie vie et la partie non vie. Ce calcul est précisé dans le MCR.10. :

$$MCR_{linear} = MCR_{linear,nl} + MCR_{linear,l}$$

La quatrième étape consiste à calculer le MCR combiné tel que défini dans le paragraphe MCR.11. des LTGA. Il en résulte que le MCR doit être compris entre 25% et 45% du SCR :

$$MCR_{combined} = \text{Min}(\max(0,25 * SCR; MCR_{linear}); 0,45 * SCR)$$

La dernière étape du calcul du MCR est l'application d'un minimum appelé AMCR et défini dans le paragraphe MCR.12. .:

$$MCR = \max(MCR_{combined} + AMCR)$$

Ce minimum absolu dépend des risques souscrits. En 2013, il est de 2,2 M€ pour les sociétés d'assurance dommage et de 3,2 M€ pour les sociétés souscrivant des risques Responsabilité Civile ou Crédit Caution. Ces minimums sont régulièrement réévalués à la hausse.

Le calcul de la marge de solvabilité repose avant tout sur la décomposition des fonds propres en Tier. Cependant, les règles définies dans la sous-section OF.3. des LTGA sont plus strictes pour la couverture du MCR que pour la couverture du SCR. Notamment, un minimum de 80% de fonds propres Tier 1 est requis pour couvrir le MCR.

La marge de solvabilité est définie par le ratio :

$$\text{Marge de solvabilité MCR} = \frac{\text{Fonds propres éligibles}}{MCR}$$

➡ Une surévaluation des provisions :

- A un impact direct sur le MCR. Ce dernier se retrouve surévalué.
- Engendre des fonds propres exigibles moins importants.
- ➡ La **marge de solvabilité est alors automatiquement affaiblie.**

Pour rappel, par marge de solvabilité nous entendons ratio de couverture du MCR.

A contrario, **la marge de solvabilité est fortement surévaluée en cas de sous-estimations des Best Estimate.**

Distribution des fonds propres

Les sociétés d'assurance ont la possibilité de calculer leur SCR par modèle interne complet ou par modèle interne partiel sous condition d'approbation du superviseur (ACPR pour les groupes et entités établis en France). Les modèles internes permettent de mieux refléter les risques portés (calibration sur des données propres à la société, modélisation de risques atypiques, etc).

Un autre avantage des modèles internes est l'obtention en résultat d'une distribution de la variation de fonds propres. La formule standard permet uniquement de calculer les quantiles 99,5% et 85% grâce aux estimations respectives du SCR et du MCR (Resp. articles 101 et 129 de la Directive 2009/138/CE).

L'objectif de cette sous-section est de déterminer une distribution de variation de fonds propres à partir des résultats de la formule standard et du compte de résultats prévisionnel. Cette distribution nous permettra ensuite d'en déduire la probabilité de ruine de la société d'assurance.

Nous allons commencer par poser une hypothèse de loi de probabilité représentant la variation de fonds propres à un an, puis la calibrer. Nous utiliserons les notations suivantes:

- L'espérance de la variation de fonds propres à un an : R
- La Value at Risk 0,5% de la variation de fonds propres à un an : $-SCR$
- La densité de la loi de probabilité sous-jacente : f
- Sa fonction de répartition : F

Pour calibrer la loi de probabilité, nous proposons d'utiliser :

- Le résultat prévisionnel (net d'impôts) à un an : $\hat{R}$
- L'estimation du SCR fourni par la formule standard : $\widehat{SCR}$

Nous mesurons la variation de fonds propres comme suit (une variation de fonds propres positive correspond à un résultat bénéficiaire) :

$$\Delta FP = FP \text{ fin d'année} - FP \text{ début d'année}$$

L'espérance du résultat d'une société d'assurance peut s'écrire :

$$R = \int_{-\infty}^{\infty} x * f(x) * dx$$

Le SCR théorique d'une société d'assurance répond à la contrainte :

$$P(-\Delta FP \leq SCR) = 99,5\% \quad \text{Cf. Article 101 de la Directive}$$

$$\text{Hors } P(-\Delta FP \leq SCR) + P(-\Delta FP > SCR) = 100\%$$

$$\text{Et } P(-\Delta FP > SCR) = P(\Delta FP < -SCR)$$

$$\text{Donc } P(-\Delta FP \leq SCR) + P(\Delta FP < -SCR) = 100\%$$

$$P(\Delta FP < -SCR) = 100\% - P(-\Delta FP \leq SCR) = 100\% - 99,5\%$$

Ainsi $P(\Delta FP < -SCR) = 0,5\%$ ce qui peut également s'écrire :

$$0,5\% = \int_{-\infty}^{-SCR} f(x) * dx$$

A ce stade, nous disposons de deux équations, il est alors possible d'estimer une loi de probabilité à deux paramètres en appliquant la méthode des moments :

$$\begin{cases} \hat{R} = \int_{-\infty}^{\infty} x * f_{\hat{\mu}, \hat{\sigma}}(x) * dx \\ 0,5\% = \int_{-\infty}^{-\widehat{SCR}} f_{\hat{\mu}, \hat{\sigma}}(x) * dx \end{cases}$$

En retenant une hypothèse de loi normale de paramètre μ et σ , on obtient :

$$\begin{cases} \hat{R} = \hat{\mu} \\ 0,5\% = \frac{1}{\hat{\sigma} * \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{-\widehat{SCR}} e^{-\frac{1}{2} * (\frac{x - \hat{R}}{\hat{\sigma}})^2} * dx \end{cases}$$

En notant $F_{0,1}$ la fonction de répartition de la loi normale centrée réduite, on obtient :

$$\begin{cases} \hat{R} = \hat{\mu} \\ 0,5\% = F_{0,1}\left(\frac{-\widehat{SCR} - \hat{R}}{\hat{\sigma}}\right) \end{cases}$$

La solution de cette équation ne peut être obtenue par une formule analytique, nous proposons de déterminer $\hat{\sigma}$ en passant par un algorithme itératif, par exemple en utilisant la méthode du G.R.G. « Generalized Reduced Gradient ».

A ce stade, nous disposons de la distribution de la variation de fonds propres donnée par $N(\hat{\mu}, \hat{\sigma}^2)$.

Nous proposons d'utiliser le 3^{ème} point, que nous n'avons pas utilisé dans la phase de calibrage, pour vérifier la qualité de la distribution obtenue :

$$F_{0,1}\left(\frac{-\widehat{MCR} - \hat{\mu}}{\hat{\sigma}}\right) \stackrel{?}{=} 15\%$$

Avec $\widehat{MCR}$, l'estimation de MCR linéaire fournie par la formule standard.

Si la distribution obtenue est validée, il est alors possible d'estimer la probabilité de ruine de la société. Pour la calculer, nous avons besoin de notations supplémentaires :

- Une estimation de la probabilité de ruine : $\hat{p}$
- Les fonds propres initiaux (montant connu) : FP_0
- Les fonds propres en fin d'année (variable aléatoire) : FP_1

La probabilité de ruine de la société (à un an) s'écrit: $\hat{p} = P(FP_1 < 0)$

On en déduit :

$$\hat{p} = P(FP_1 - FP_0 < -FP_0) = P(\Delta FP < -FP_0)$$

$$\hat{p} = \frac{1}{\hat{\sigma} * \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{-FP_0} e^{-\frac{1}{2} * \left(\frac{x - \hat{\mu}}{\hat{\sigma}}\right)^2} * dx$$

$$\hat{p} = F_{0,1}\left(\frac{-FP_0 - \hat{\mu}}{\hat{\sigma}}\right)$$

La société d'assurance sera en situation de faillite à la fin de l'année si sa perte dépasse le montant de fonds propres initiaux. Cela a une probabilité $\hat{p}$ de survenir.

➡ Une surévaluation des provisions entraîne une probabilité de ruine plus forte causée par :

- Des fonds propres plus faibles
- Un SCR plus élevé et donc une distribution avec une volatilité plus forte

Illustration numérique

Introduction

Les résultats numériques ont pour objectif d'illustrer les interactions entre les différentes provisions en norme Solvabilité II, les différents postes du bilan, et les marges de solvabilité. Ces résultats sont destinés à valider les conclusions exposées dans la partie théorique sur un exemple précis.

Comme pour la deuxième partie « Les provisions et la marge de solvabilité en norme française », nous représentons deux sociétés identiques en tous points, mais estimant des montants de provision différents :

La première société, « **A** », **n'inclut pas de prudence** dans ses estimations.

En norme Solvabilité II, en particulier dans les textes de la Directive, il n'est pas autorisé d'intégrer une marge de prudence dans les provisions « Best Estimate » et le calcul de la marge de risque ne permet pas d'arbitrage. Cependant le calcul des provisions techniques requiert des estimations parfois complexes et des choix compliqués. De plus, certains textes de niveau 2 comme la section « Valuation » des spécifications LTGA utilisent à plusieurs reprises le mot « prudent ». Ainsi il est conseillé d'effectuer le choix de la prudence lorsque le degré d'incertitude devient trop élevé. A travers ces choix, la société « **B** » **surévalue légèrement ses provisions**.

Les sociétés « A » et « B » définies parties 1 et 2 restent inchangées pour la partie 3. Les résultats de ces deux sociétés juxtaposés permettent de montrer un exemple d'impact de l'estimation des provisions sur le bilan et les marges de solvabilité.

Données

Les données et résultats des parties 1 et 2 sont reprises. Certaines données bilancielles et de calcul de marge de solvabilité utilisées sont fictives, cependant afin d'obtenir des données cohérentes, nous nous sommes inspirés de rapports annuels publiés par de grandes sociétés d'assurance sur leur site internet et des résultats des études QIS5 publiées par l'EIOPA et l'ACPR.

Le Best Estimate de Sinistre (hors rentes)

Le tableau suivant présente les Best Estimate de sinistre.

	Assureur A	Assureur B
BE de sinistres	533 085	577 077

Ces résultats correspondent à la somme des flux futurs estimés (nets de recours, frais de gestion inclus, bruts de réassurance) actualisés.

Plus précisément, les flux sont calculés en sommant les paiements incrémentaux par diagonale projetée (Partie 1, vision 4 pour la société A et vision 5 pour la société B).

Pour l'actualisation, nous avons retenu la courbe des taux sans risque à fin 2010 fournie par l'EIOPA. Les flux sont supposés intervenir en milieu d'année, les taux de milieu d'année sont obtenus par interpolations linéaires des taux annuels.

Le taux de frais retenu est identique pour les deux sociétés, 10%.

La courbe des taux sans risque utilisée, les taux interpolés, et les flux de sinistres avant et après actualisation sont présentés en annexe.

Nous constatons un écart d'environ 8,3% entre les estimations des deux sociétés pourtant réalisées à partir des mêmes données et sans volonté de forte prudence de la part de la société B. Cet écart provient uniquement de choix de paramétrage (exclusions) différents de la méthode Chain Ladder.

Le Best Estimate pour rentes non-vie

Le tableau suivant présente les Best Estimate de rentes non-vie.

	Assureur A	Assureur B
BE de rentes	108 985	108 985

Les victimes (âge, sexe, etc.) et les arrérages sont identiques pour les sociétés A et B.

Les paramètres retenus par les deux sociétés sont identiques :

- Courbe de taux sans risque EIOPA 2010.
- Les deux sociétés ont évalués un taux de frais sur rentes 6%
- Revalorisations intégralement prises en charge par le FGAO.

Les flux ayant mené à la valorisation du Best Estimate de rentes sont présentés en annexe.

Le calcul du Best Estimate de rentes repose sur peu d'estimations (les arrérages sont définis par les tribunaux et la courbe des taux est fournie par l'EIOPA). La principale difficulté actuellement consiste à évaluer un taux de frais de gestion. Dans le futur, il est possible que les sociétés aient à évaluer les taux de revalorisation (si ils ne sont pas fournis par l'ACPR), dans ce cas les BE de rentes différeront fortement d'une société à une autre.

Le Best Estimate de Primes

Les deux tableaux suivants présentent les principaux calculs intermédiaires et les résultats de Best Estimate de primes de la société A.

Exercice	Primes acquises	Charge ultime	LR
2007	298 703	255 326	85,5%
2008	310 101	268 891	86,7%
2009	313 482	266 063	84,9%
2010	312 265	265 117	84,9%
Moy. Pond.	1 234 551	1 055 397	85,5%

PPNA	156 132
LR estimé	85,5%
Charge sinistre projetée	133 475

Les principaux calculs intermédiaires et résultats de la société B sont présentés dans les deux tableaux ci-dessous :

Exercice	Primes acquises	Charge ultime	LR
2007	298 703	260 325	87,2%
2008	310 101	274 156	88,4%
2009	313 482	271 947	86,8%
2010	312 265	273 035	87,4%
Moy. Pond.	1 234 551	1 079 463	87,4%

PPNA	156 132
LR estimé	87,4%
Charge sinistre projetée	136 518

Les cadences utilisées pour les projections sont présentées dans le tableau suivant.

Cadences	Assureur A	Assureur B
1	33,4%	32,4%
2	29,9%	29,5%
3	10,8%	10,8%
4	6,2%	6,1%
5	5,0%	4,9%
6	4,0%	4,5%
7	3,2%	3,1%
8	2,3%	2,3%
9	1,9%	2,1%
10	1,4%	1,9%
11	0,7%	0,8%
12	0,5%	0,6%
13	0,3%	0,4%
14	0,2%	0,2%
15	0,1%	0,2%
16	0,1%	0,1%
17	0,1%	0,1%
18	0,0%	0,0%
19	0,0%	0,0%
20	0,0%	0,0%

Les BE de primes obtenus sont présentés dans le tableau ci-dessous.

	Assureur A	Assureur B
BE de primes	148 832	151 456

Les calculs sont identiques pour les deux sociétés :

- Elles estiment un loss ratio à partir des primes acquises et des charges sinistres (nets de recours, hors frais, non actualisés, bruts de réassurance) relatives aux 4 dernières survenances. Ces charges sinistres diffèrent entre la société A et B car elles évaluent leur provision de sinistre différemment.
- Elles calculent la charge sinistre (générée par les PPNA) à partir du Loss ratio et des PPNA.
- Elles projettent la charge sinistre obtenue avec les cadences issues de la méthode Chain Ladder. Leurs cadences diffèrent car elles n'ont pas exclues les mêmes coefficients.
- Pour le calcul des charges ultimes, elles prennent en compte un taux de frais sur primes de 6% et un taux de frais sur sinistres de 10%.
- Elles actualisent et somment les différents flux (paiements et frais).

En ayant pratiqué exactement les mêmes calculs, la société B évalue automatiquement un Best Estimate de primes supérieur de 1,8% à l'estimation de la société A.

Cet écart est essentiellement dû aux provisions de sinistres plus élevées pour l'assureur B qui impliquent des Loss Ratio plus élevées. Cependant, la société B a estimé une cadence de règlement plus lente que la société A, elle actualise ainsi plus fortement les flux, ce qui réduit légèrement cet écart.

L'écart d'estimation des Best Estimate de primes d'une société à une autre peut différer beaucoup plus fortement selon :

- Les évaluations de Best Estimate de sinistre
- La méthodologie retenue pour estimer les BE de primes
- L'estimation des Loss ratio
- La nature des frais retenus, leur estimation, et leurs projections
- L'estimation des cadences. Les sociétés ayant tendance à évaluer des queues épaisses actualisent plus fortement que les sociétés qui estiment des paiements rapides

Le SCR

SCR marché

Le SCR de marché de l'assureur A est évalué à 136 369 K€.

N'étant pas impacté directement par les provisions techniques, nous avons seulement calibré le SCR de marché (et non calculé) de l'assureur A en cohérence avec les autres SCR, le bilan et les résultats du QIS5 pour les sociétés d'assurance non-vie.

Nous montrons ensuite que le SCR marché est proportionnel aux volumes de placements financiers si les trois conditions suivantes sont respectées :

- La politique d'allocation d'actifs est identique : mêmes titres détenus, seuls les volumes changent
- La duration des actifs est identique à la duration des passifs, ainsi il n'y a pas de risque de taux
- La souscription est réalisée dans la même devise que les placements, ainsi le risque de change est nul

Pour notre exemple numérique, le volume de placements financiers de la société B est proportionnel au volume de placements de la société A en respectant ces 3 conditions.

Au regard des trois conditions énoncées plus haut et des spécifications techniques LTGA, les risques du SCR de marché de la société A sont proportionnels aux risques du SCR de marché de la société B : Action, Spread, Immobilier, Concentration. Les risques de taux et de change sont nuls, donc également proportionnels.

La formule d'agrégation des risques utilisée dans la formule standard est de la forme :

$$SCR_a = \sqrt{\sum_{i,j} [CorrM_{i,j} * R_i^a * R_j^a]}$$

Avec :

- R_i^a et R_j^a : les montants de capital requis pour les risques individuels de la société a
- $CorrM$: la matrice d'agrégation des risques individuels
- SCR_a : le SCR de la société « a » (après diversification des risques individuels)

Si chacun des risques individuels de la société « b » est proportionnel aux risques individuels de la société « a », alors :

$$\exists \alpha \text{ tq } R_i^b = \alpha * R_i^a \quad \forall i \in \{Action, Spread, Immobilier, Concentration, Taux, Change\}$$

$$SCR_b = \sqrt{\sum_{i,j} [CorrM_{i,j} * R_i^b * R_j^b]} = \sqrt{\sum_{i,j} [CorrM_{i,j} * (\alpha * R_i^a) * (\alpha * R_j^a)]}$$

$$SCR_b = \sqrt{\sum_{i,j} [\alpha^2 * CorrM_{i,j} * R_i^a * R_j^a]} = \alpha * \sqrt{\sum_{i,j} [CorrM_{i,j} * R_i^a * R_j^a]}$$

$$SCR_b = \alpha * SCR_a$$

En appliquant les résultats de la démonstration précédente et sachant que les placements financiers (en norme solvabilité II) de l'assureur B sont supérieurs de 2,1% par rapport aux placements de l'assureur A, il en résulte un SCR marché de 139 253 pour B.

L'impact de la politique de provisionnement sur le SCR marché s'avère non négligeable. Cet impact est lié à la marge de prudence retenue par l'assureur B dans ses provisions techniques en norme actuelle (i.e. Solvabilité 1). Le lien de cause à effet s'explique en plusieurs étapes :

- L'assureur A retient un niveau de provisions techniques inférieur à l'assureur B en norme actuelle (i.e. Solvabilité 1)
- L'assureur A paye des impôts sur les sociétés en avance par rapport à B (34,43% X surplus de provisions nettes de B par rapport à A)
- L'assureur A vend des titres pour pouvoir payer ce surplus d'impôts (puis il réalloue tous le surplus de résultat net dans ses fonds propres dans notre exemple)
- L'assureur B détient plus de placements financiers que l'assureur 1, d'autant plus que les marchés financiers ont évolué à la hausse.

- Détenant un volume de placements supérieur à A, le SCR de marché de B est mécaniquement supérieur au SCR de marché de A (à politique de placement identique).

	Assureur A	Assureur B
SCR Marché	136 369	139 253

➡ Une marge de prudence dans les provisions techniques solvabilité 1 accroît le SCR marché en Solvabilité II (ou le SCR contrepartie en cas d'utilisation de la trésorerie).

SCR non-vie

Les résultats numériques présentés dans le cadre de ce mémoire et concernant le SCR de souscription non-vie reposent sur plusieurs hypothèses simplificatrices :

- Nous avons considéré que les sociétés d'assurance A et B ne pratiquaient que de l'assurance Automobile Responsabilité Civile.
- Nous avons considéré un taux de cession à la réassurance de 7% pour les deux sociétés. Ce taux comprend les cessions en quote part et une estimation de cession moyenne aux traités non proportionnels. Les deux sociétés ont notamment souscrits un traité en excédent de sinistre les couvrant au-delà d'une priorité de 5 M€ (et avec une portée illimitée).
- Nous n'avons pas calculé de risque de résiliation « Lapse ». En effet, ce risque est mineur (très faible impact sur le SCR de souscription) car les assurés ne peuvent pas résilier les contrats en dehors de conditions très restrictives. Lorsque la loi Hamon sera adoptée, ce risque deviendra moins négligeable (cf. sous-section théorique sur le SCR non-vie).

Les volumes de primes sont identiques pour les sociétés A et B. Le tableau suivant regroupe les montants de primes et les coefficients de volatilité (LTGA) à appliquer pour la LoB Auto RC.

Primes acquises nettes N	290 406
Primes acquises nettes N+1	290 406
V Prem	290 406
Volatilité brute	10,0%
NP LoB	80,0%
Volatilité nette	8,0%

Le tableau suivant reprend les Best Estimate de sinistres nets et les coefficients de volatilité (LTGA) à appliquer.

	Assureur A	Assureur B
BE de sinistres net	495 769	536 681
V res	495 769	536 681
Volatilité	9,0%	9,0%

Il en résulte le risque de prime et réserve présenté dans le tableau suivant :

	Assureur A	Assureur B
σ	7,60%	7,64%
V	786 175	827 087
NL Pr	179 179	189 616

Souscrivant le risque automobile RC, les deux sociétés d'assurance sont soumises au risque de catastrophe automobile responsabilité civile. Le calcul de ce risque est uniquement basé sur le nombre de véhicules et sur le programme de réassurance (pour calculer le SCR net), ainsi l'impact

des provisions sur le SCR CAT est nul. Le risque catastrophe des sociétés A et B est limité à 5 M€ grâce à leur couverture de réassurance.

Après agrégation avec le risque de primes et de réserves, les SCR de souscription non-vie des sociétés A et B sont respectivement 179 872 K€ et 190 306 K€ :

	Assureur A	Assureur B
Risque Primes & Res.	179 179	189 616
Risque Lapse	0	0
Risque CAT	5 000	5 000
SCR non-vie	179 872	190 306

La différence d'évaluation entre les sociétés A et B génèrent un écart de SCR de souscription de 5,8%. Cet écart est relativement important car nous avons uniquement retenu le segment Automobile Responsabilité Civile qui a la particularité d'être fortement exposé au risque de provisions. Les risques court, et notamment les garanties dommages aux biens ou automobile dommages sont beaucoup plus fortement exposés aux risques catastrophes (essentiellement catastrophes naturelles) et au risque de primes. Les provisions des risques courts sont beaucoup plus faibles (comparativement aux primes) que les risques longs (responsabilité civile, pertes de revenus,...).

Une société ayant un portefeuille varié entre risques longs et risques courts voit son SCR de souscription moins impacté par une approximation dans l'évaluation des provisions. En effet, le risque de provisionnement est fortement diversifié avec les risques de primes et de catastrophe.

Le SCR de souscription brute de réassurance est utilisé dans le calcul du SCR de contrepartie, les résultats sont présentés dans le tableau ci-dessous. Le risque CAT a été calculé sur une base de 892 184 véhicules (avec des garanties responsabilité civile illimitée conformément à la loi).

	A	B
Risque Primes & Res.	207 307	218 287
Risque Lapse	0	0
Risque CAT	47 228	47 228
SCR non-vie	218 298	229 034

SCR vie

Les résultats des trois chocs vie (révision, longévité, frais) appliqués au Best Estimate de rentes et le SCR vie sont présentés dans les tableaux ci-dessous. Les projections détaillées sur les 40 premières années sont disponibles en annexe.

	Revision	Longévité	Frais
BE avant choc	101 356	101 356	101 356
BE après choc	104 397	107 031	102 913
SCR	3 041	5 675	1 557

	Assureur A	Assureur B
Longévité	5 675	5 675
Frais	1 557	1 557
Révision	3 041	3 041
SCR Vie	7 264	7 264

Les Best Estimate de rentes étant identiques pour les deux sociétés d'assurance, leur SCR Vie est identique également.

Le SCR de souscription brute de réassurance est utilisé dans le calcul du SCR de contrepartie :

	Assureur A	Assureur B
Longévité	6 102	6 102
Frais	1 674	1 674
Révision	3 270	3 270
SCR Vie brut	7 811	7 811

SCR contrepartie

Le calcul du SCR de contrepartie est assez complexe, nous ne présentons ici que les principaux calculs intermédiaires et résultats. Des calculs intermédiaires complémentaires sont disponibles en annexe.

Les montants de recouvrables sont présentés dans le tableau suivant :

Recouvrables	Assureur A	Assureur B
BE primes	10 418	10 602
BE Sinistres	37 316	40 395
BE de rentes	7 629	7 629
BE Total	55 363	58 626

Les montants d'atténuation de risques (i.e. « Risk Mitigating effect ») totaux (i.e. tous réassureurs) sont présentés dans le tableau ci-dessous. Ils sont calculés par différence entre le SCR de souscription brut et le SCR de souscription net.

Risk Mitigating	Assureur A	Assureur B
Tous réassureurs	38 419	38 723

Les LGD par réassureurs sont calculés à partir des « recouvrables », « risk mitigating effect » et nantissements pour chaque réassureur. Les dépôts bancaires (trésorerie,...) sont également soumis au risque de défaut de type 1. Toutes les « LGD » sont présentées dans le tableau suivant :

Exposition	Notation	Taux PD	LGD A	LGD B
Réassureur 1	0	0,002%	5 975	6 242
Réassureur 2	1	0,010%	5 975	6 242
Réassureur 3	1	0,010%	5 975	6 242
Réassureur 4	2	0,050%	3 983	4 162
Réassureur 5	2	0,050%	3 983	4 162
Réassureur 6	2	0,050%	3 983	4 162
Réassureur 7	2	0,050%	3 983	4 162
Réassureur 8	3	0,240%	1 992	2 081
Réassureur 9	3	0,240%	1 992	2 081
Réassureur 10	4	1,200%	1 992	2 081
Banque 1	1	0,010%	30 000	30 000
Banque 2	1	0,010%	15 000	15 000
Banque 3	2	0,050%	10 215	10 215

Le SCR de défaut de type 2 est calculé à partir des autres créances. Il est agrégé avec le SCR de défaut de type 1 pour calculer le SCR de contrepartie total.

	Assureur A	Assureur B
SCR Défaut de type 1	2 786	2 850
SCR Défaut de type 2	24 388	24 388
SCR de contrepartie	26 541	26 592

Nous constatons un écart négligeable entre le SCR de contrepartie de l'assureur A et celui de l'assureur B. Cela est principalement dû à des montants cédés négligeables comparativement aux dépôts bancaires et aux autres créances. Dans nos deux exemples, les provisions cédées représentent moins de 5% des actifs totaux du bilan. Une seconde explication est due à la notation des réassureurs, en effet ils sont relativement bien notés, ce qui suppose un risque de défaut très faible (PD maximale de 1,2%).

Il est difficile de montrer l'impact des provisions sur le risque de contrepartie à travers un seul exemple car il dépend de nombreux paramètres. Le risque de contrepartie devient sensible aux provisions si les montants cédés sont significatifs et si des réassureurs ont une notation inférieure à BB.

SCR opérationnel

Le SCR opérationnel s'obtient à partir des montants de primes et de provisions. Les principales données et les résultats sont présentés dans le tableau suivant :

	Assureur A	Assureur B
BSCR	266 735	277 727
pEarn	313 482	313 482
Earn	312 265	312 265
TP life	108 985	108 985
TP nl	681 916	728 532
Op premiums	9 368	9 368
Op provisions	25 362	26 760
Op	25 362	26 760
SCR Op	25 362	26 760

L'écart de SCR opérationnel entre les deux sociétés d'élève à 5,5%. En effet, le SCR opérationnel repose principalement sur les provisions (le calcul à partir des primes est retenu que dans de rares cas), l'impact d'une surévaluation ou sous-évaluation de provisions impacte presque directement le SCR opérationnel total.

Impôts différés et ajustement pour impôts différés

Le premier tableau présente le calcul d'impôts différé à reporter au bilan. Le taux d'imposition retenu est de 34,43%. Il s'agit d'un calcul simplifié supposant que tous les bénéfices liés à la différence de valorisation entre les deux normes sont imposés à 34,43%.

	Assureur A	Assureur B
Provisions cédées NF	60 438	64 970
Provisions cédées SII	55 363	58 626
Autres actifs NF	1 145 844	1 166 571
Autres actifs SII	1 188 144	1 209 766
Bénéfices différés	37 225	36 852
Impôts différés liés aux actifs	12 817	12 688
Provisions NF	863 405	928 138
Provisions SII	839 943	889 865
Autres passif NF	94 975	94 975
Autres passif SII	94 975	94 975
Bénéfices différés	23 462	38 274
Impôts différés liés aux passifs	8 078	13 178
Impôts différés	20 895	25 866

Les impôts différés à reporter au passif du bilan de la société B sont de 23,8% supérieur aux impôts différés de la société A. Cet écart s'explique par :

- Un différentiel de provisions techniques brutes entre norme actuelle et norme solvabilité II plus important pour la société B que pour la société A.
- Cet effet est diminué par les provisions cédées.
- Un différentiel de placements entre norme actuelle et norme solvabilité II plus important pour la société B que pour la société A.

Plus en détails, l'écart de valorisation entre les deux normes s'explique par :

- Provisions de sinistres (PSAP vs BE de sinistre) :
 - Les deux sociétés utilisent les mêmes méthodes d'évaluation de provisionnement pour évaluer les provisions de sinistres en norme actuelle et en norme solvabilité II. En particulier, la société B considère qu'elle n'a pas de marge de prudence en norme actuelle (si elle avait supprimé une marge de prudence en passant en norme solvabilité II, ses impôts différés auraient été beaucoup plus importants). Ainsi, l'effet lié à un changement de méthodologie entre les estimations S1 et S2 est nul.
 - La société B a utilisé une cadence plus lente dans l'estimation de ses provisions, ce qui engendre un taux d'escompte total plus élevé que pour la société A. L'effet actualisation engendre des bénéfices différés (plus importants pour B que pour A).
- Best Estimate de rentes (PM vs BE de rentes) : La législation française impose un taux d'actualisation prudent (i.e. 60% du TME) dans le calcul des PM de rentes. La société B a été au-delà de cette prudence en retenant un taux d'actualisation légèrement inférieur. En norme solvabilité II, les deux sociétés ont actualisé les arrérages avec la courbe des taux sans risque. L'effet actualisation plus forte en norme solvabilité II engendre des bénéfices différés importants (avec un impact plus fort pour B que pour A à cause du taux prudent retenu en norme française)
- Best Estimate de primes (PPNA + PREC vs BE de primes) :
 - La société B avait été contrainte de provisionner plus fortement la PREC que la société A en norme française. Les PPNA sont identiques pour les deux sociétés.
 - Les deux sociétés ont estimés leur Best Estimate de primes en utilisant un loss ratio à partir des 4 dernières survenances. Il en a résulté un BE de primes plus élevé pour B que pour A. Dans notre exemple, l'effet « loss ratio » est quasi nul en termes de résultat différé. Cet effet peut cependant être élevé (forts bénéfices différés) pour des sociétés ayant des ratios combinés inférieur à 100%.
 - L'effet actualisation engendre des bénéfices différés importants.
 - La combinaison des différents impacts (en particulier PREC plus élevé pour B et effet actualisation plus fort pour B) engendrent légèrement plus de bénéfices différés pour B que pour A.
- Marge de risque : La marge de risque en normes solvabilité 2 engendre d'importantes pertes différées. Cet effet est plus fort pour la société B que pour la société A car sa marge de risque est plus importante.
- Placements financiers : Les provisions plus élevées de la société B en norme françaises lui permettent d'avoir plus de placements (car elle a différé des paiements d'impôts en norme

française et donc n'a pas été obligé de vendre des placements pour les payer). La société B a ainsi plus de plus-values latentes que la société A et donc plus d'impôts différés.

Par ailleurs, nous n'avons pas pris en compte les impôts différés liés à la taxe sur les excédents de provisions. Cet impôt n'aurait pas eu beaucoup d'impact dans notre exemple, cependant elle peut avoir un impact conséquent pour une société qui considère des marges de prudence importantes en norme actuelle et les supprime en norme solvabilité II.

Le tableau suivant présente l'ajustement pour impôts différés. Nous l'avons limité aux impôts différés passifs.

	Assureur A	Assureur B
BSCR	266 735	277 727
Risque Opérationnel	25 362	26 760
Impôts différés passif	20 895	25 866
Ajustement pour ID	-20 895	-25 866

La différence d'ajustement entre les deux sociétés provient directement du poste impôts différés passifs dans leur bilan.

SCR

Les différents SCR et le SCR total (après diversification) sont présentés dans ci-dessous. Les montants de provisions techniques sont rappelés dans le tableau de droite.

Synthèse - SCR	Assureur A	Assureur B	Ecart
Risque de Marché	136 369	139 253	2 884
Risque Santé	0	0	0
Risque Vie	7 264	7 264	0
Risque Non-Vie	179 872	190 306	10 433
Risque Défaut	26 541	26 592	51
Intangibles	0	0	0
BSCR	266 735	277 727	10 992
Risque Opérationnel	25 362	26 760	1 398
Ajustement	-20 895	-25 866	-4 971
SCR	271 202	278 622	7 419

Best Estimate	Assureur A	Assureur B	Ecart
BE de primes	148 832	151 456	2 624
BE de sinistres	533 085	577 077	43 992
BE de rentes	108 985	108 985	0
Total hors marge de risque	790 901	837 517	46 616
Marge de risque	49 042	52 347	3 306
Provisions techniques totales	839 943	889 865	49 922

Les provisions (hors marge de risque) estimées par l'assureur B sont supérieures de 46 616 K€ à celles de l'assureur A. En dehors de la politique de provisionnement, la société B est similaire en tout point à la société A.

Le tableau de gauche montre que cet écart d'estimations des provisions impacte très fortement le SCR de souscription non-vie (+ 10 433 K€). Nous notons également des impacts sensibles sur le SCR marché (+ 2 884 K€) et le SCR opérationnel (+ 1 398 K€).

Ces écarts de SCR sont néanmoins fortement réduits par l'ajustement pour impôts différés (- 4 971 K€) et par l'effet diversification des risques (- 2 376 K€).

L'écart en termes de SCR total entre les sociétés A et B s'élève à 2,7% pour un écart de Best Estimate de 5,9%.

MCR

Les paramètres des LTGA utilisés pour le calcul du MCR sont présentés dans les 3 tableaux ci-dessous :

Absolute floor	3 200
SCR floor	25%
SCR cap	45%

LoB	Alpha (TP)	Beta (PE)
Auto RC	8,5%	9,4%

	Coeff
BE Rentes	0,021

Les données propres aux sociétés A et B alimentant le calcul du MCR sont présentés dans le tableau ci-dessous :

Synthèse - MCR	Assureur A	Assureur B
Primes émises nettes	290 406	290 406
Best Estimate net (hors rentes)	634 182	677 535
BE de rentes	101 356	101 356

Les résultats comprenant le MCR linéaire, le MCR combiné et le MCR total sont présentés dans le tableau suivant :

	Assureur A	Assureur B
MCR linear life	2 128	2 128
MCR linear nl	81 204	84 889
MCR linear l+nl	83 332	87 017
SCR	271 202	278 622
MCR combined	83 332	87 017
MCR	83 332	87 017

L'impact de la politique de provisionnement sur le MCR est fort, il s'élève à 4,4% entre les sociétés A et B. L'impact est beaucoup plus élevé sur le MCR que sur le SCR du fait du calcul du MCR reposant fortement sur les provisions techniques.

La marge de risque

La SCR RU ayant servi de base au calcul de la marge de risque (« Risk Margin ») et la marge de risque pour chacune des sociétés A et B sont présentés ci-dessous :

	Assureur A	Assureur B
SCR RU	220 251	232 025
Marge de risque	49 042	52 347

Le calcul de la marge de risque présenté ici correspond à la simplification n°3 des LTGA. La différence d'estimation des Best Estimate impactent fortement la marge de risque (6,7% d'écart entre A et B). En effet, surévaluer les Best Estimate surévalue le SCR de souscription qui agit à son tour sur la marge de risque.

De plus, la cadence retenue par la société B dans les estimations de Best Estimate de primes et Best Estimate de sinistres étant plus lente, la société B est supposée porter des risques plus longtemps que la société A. Il en résulte une marge de risque plus élevée pour B que pour A.

Le bilan

Comme en norme actuelle, les bilans solvabilité II des sociétés d'assurance A et B diffèrent fortement.

Les estimations plus élevées de provisions brutes de l'assureur B engendrent des montants d'actifs plus élevés (placements, cessions).

Actif	Assureur A	Assureur B	Ecart
Impôts différés Actif	0	0	0
Placements	1 022 498	1 044 120	21 622
PT cédées	55 363	58 626	3 263
Créances	110 431	110 431	0
Autres actifs	55 215	55 215	0

Les passifs des sociétés A et B sont présentés dans le tableau ci-dessous. Pour rappel, les impôts différés plus élevés de la société B sont essentiellement liée à la prudence en norme actuelle. Cette prudence réduite sous solvabilité II engendre un écart de valorisation important et donc plus d'impôts différés pour B que pour A.

Passif	Assureur A	Assureur B	Ecart
PT brutes	839 943	889 865	49 922
<i>BE de primes</i>	148 832	151 456	2 624
<i>BE de sinistres</i>	533 085	577 077	43 992
<i>BE de rentes</i>	108 985	108 985	0
<i>Marge de Risque</i>	49 042	52 347	3 306
Impôts différés Passif	20 895	25 866	4 971
Autres passifs	94 975	94 975	0

Les fonds propres résultants sont présentés dans le tableau ci-dessous.

	Assureur A	Assureur B	Ecart
Fonds propres	287 695	257 687	-30 007

Dans cet exemple, les fonds propres sont obtenus par différence entre passif et actifs. Ces fonds propres contiennent à la fois les fonds propres en norme actuelle et les fonds propres complémentaires liés à la différence de valorisation entre les deux normes comptables (i.e. réserve de réconciliation).

La différence d'estimations des provisions techniques a un impact considérable sur les fonds propres (-10,4%). Cette écart s'explique par :

- Le surplus de Best Estimate brut de B réduit ses fonds propres (-46 616 K€)
- La surplus de marge de risque diminue encore plus fortement les fonds propres de B (- 3 306 K€)
- Les impôts différés passifs élevés de B réduisent ses fonds propres par rapport à A (- 4 971 K€)
- Cette réduction de fonds propres est atténuée par le surplus de provisions cédées de B par rapport à A (+ 3 263 K€)
- Cette réduction de fonds propres est également atténuée par le surplus de placements financiers de B par rapport à A (+ 21 622 K€)

Les marges de solvabilité

Pour le calcul des marges de solvabilité II, nous avons considéré tous que tous les fonds propres étaient admissibles en Tier 1 et donc directement éligibles à la couverture du MCR et du SCR.

Les règles d'éligibilités des fonds propres sont peu contraignantes, ainsi le montant de fonds propres éligibles en couverture du SCR et du MCR est proche des fonds propres totaux pour la majorité des sociétés. Sur les sociétés françaises ayant réalisés l'étude QIS 5, 93,6% des fonds propres étaient classés en Tier 1 (3,5% en Tier 2 et 2,9% en Tier 3).

Le tableau suivant présente les marges de solvabilité des sociétés A et B.

	Assureur A	Assureur B
Capitaux Propres	287 695	257 688
MCR	83 332	87 017
MCR / Fonds propres	345,2%	296,1%
SCR	271 202	278 622
SCR / Fonds propres	106,1%	92,5%

L'impact des provisions sur les marges de solvabilité est très important. Notamment, la société A couvre son SCR alors que ce n'est pas le cas de la société B.

En conclusion :

- Une surestimation des provisions réduit les marges de solvabilité
- Une sous-estimation des provisions augmente les marges de solvabilité.

L'exemple numérique exposé tout au long de ce mémoire présente un impact encore possible en 2013 des choix des actuaires en charge de l'inventaire et des directions générales sur les marges de solvabilité :

- Le plus fort impact de la politique de provisionnement porte directement sur les fonds propres (éligibles en Tier 1). L'impact sur le SCR et MCR est non négligeable, mais secondaire (par rapport à l'impact sur les fonds propres). Ainsi, la qualité de l'estimation des provisions automobile responsabilité civile (provisions les plus importantes en montant pour de nombreuses sociétés IARD) impacte fortement les marges de solvabilité quels que soit les autres risques souscrits.
- Avec l'entrée en vigueur prochaine de solvabilité II, l'impact des choix méthodologiques dans l'estimation des provisions techniques devraient se réduire entre les différentes sociétés d'assurance. Les régulateurs (ACPR en France), les commissaires aux comptes et éventuellement le fisc auront un regard accru sur les provisions solvabilité II alors qu'actuellement ces différents acteurs se concentrent à analyser les provisions en norme actuelle. Ainsi les écarts de marge de solvabilité liés à des écarts d'estimation de provisions devraient être limités (quelques pourcents de marge de solvabilité pour les sociétés à périmètre stable).

Distribution des fonds propres

Les paramètres utilisés pour calibrer la distribution de la variation des fonds propres sont présentés dans le tableau suivant :

	Assureur A	Assureur B
Résultat	35 000	35 000
SCR	271 202	278 622
MCR	83 332	87 017

Données : Ne disposant pas du résultat, nous avons considéré un résultat fictif de 35 M€ pour les deux sociétés. Rapporté aux fonds propres, il s'agit d'un résultat observable sur le marché des compagnies d'assurance.

En calibrant une loi normale à partir du résultat et du SCR, on obtient les paramètres suivant :

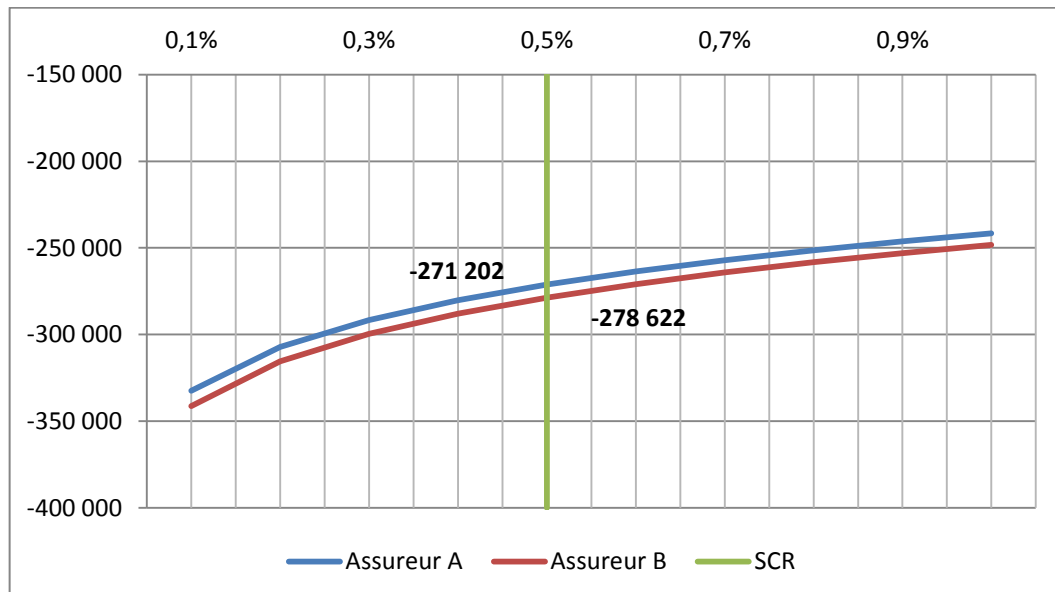
	Assureur A	Assureur B
μ	35 000	35 000
σ	118 875	121 756

Nous comparons le quantile 15% (signé positivement) de la distribution obtenue (noté MCR N) au MCR (linéaire) calculé par formule standard (noté MCR F-S) :

	Assureur A	Assureur B
MCR F-S	83 332	87 017
MCR N	88 206	91 192

Les résultats s'avèrent très proches, nous validons l'hypothèse de loi normale et les paramètres retenus. Les MCR mesurés par formule standard (1^{ère} ligne dans le tableau ci-dessus) pour les sociétés d'assurance A et B correspondent respectivement aux quantiles 16,0% et 15,8% des deux distributions obtenues.

Le graphique suivant est une représentation des deux distributions (sous forme de fonction de répartition) de variation de fonds propres pour les probabilités les plus faibles (comprises entre 0,1% et 1%) :



Les mêmes résultats sont présentés dans le tableau suivant :

Probabilité	Assureur A	Assureur B	Ecart
0,1%	-332 352	-341 253	-8 901
0,2%	-307 142	-315 432	-8 290
0,3%	-291 643	-299 558	-7 915
0,4%	-280 265	-287 904	-7 639
0,5%	-271 202	-278 622	-7 420
0,6%	-263 632	-270 868	-7 236
0,7%	-257 108	-264 186	-7 078
0,8%	-251 360	-258 299	-6 939
0,9%	-246 213	-253 027	-6 814
1,0%	-241 545	-248 246	-6 701

L'écart-type estimé pour l'assureur B étant plus important que celui de l'assureur A, le capital requis pour B serait encore plus important que celui de A pour des probabilités inférieures à 0,5%.

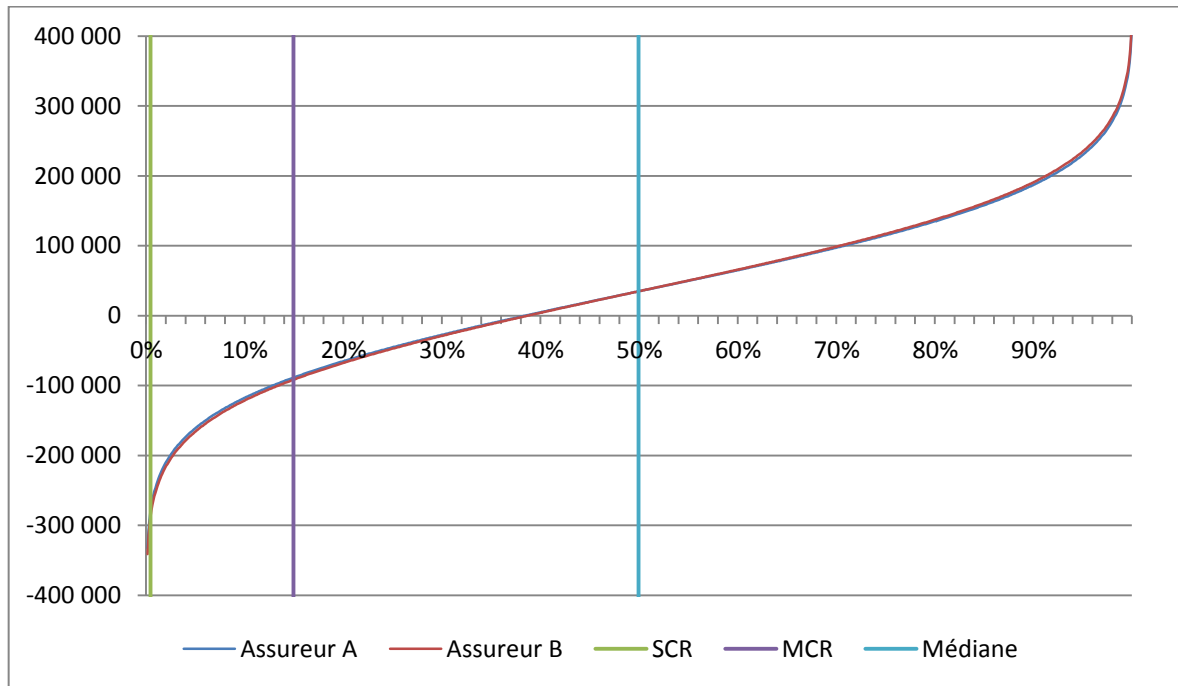
Les probabilités de ruine des sociétés A et B diffèrent fortement comme l'atteste l'illustration précédente.

	Assureur A	Assureur B
Fonds Propres	287 695	257 688
Prob. ruine	0,33%	0,81%

L'assureur B a évalué un niveau de provisions plus élevé que A. En conséquence :

- L'assureur B dispose de moins de fonds propres que A (cf. bilans)
- La formule standard induit une volatilité de variation de fonds propres plus élevée pour B que pour A.
- ➡ La probabilité de ruine à un an de l'assureur B est nettement supérieure à celle de l'assureur A.

Le graphique ci-après présente l'intégralité des deux distributions (sous forme de fonction de répartition). Il montre que les deux distributions sont très proches, elles s'éloignent seulement pour des quantiles extrêmes. En conclusion, une légère différence de valorisation des Best Estimate modifie seulement les extrémités de la distribution de variation de fonds propres.



Synthèse de l'impact des provisions

Tout au long de cette partie, nous avons exposé de nombreux impacts du niveau de provision sur le bilan, sur les mesures de risque et sur les ratios de solvabilité. L'objectif du tableau présenté ci-après est de réaliser une synthèse des plus forts impacts, les impacts négligeables ne sont pas repris.

Pour cela, nous avons considéré 4 sociétés identiques (même portefeuille, même allocation d'actifs, etc) dont la seule différence est le niveau de provision qu'elles estiment (ce niveau de provision est supposé stable d'une année à la suivante, l'objectif de cette synthèse n'étant pas de présenter l'impact d'une variation de provision). Présentons les quatre sociétés :

- Société A : Provisions en norme française (NF) évaluées au plus juste (ni surévaluation, ni sous-estimation). Provisions en norme solvabilité II (SII) évaluées au plus juste également. Il s'agira de la société de référence.
- Société B : Provisions en norme française légèrement surévaluées. Provisions en norme solvabilité II (SII) évaluées au plus juste.
- Société C : Provisions en norme française légèrement surévaluées. Provisions en norme solvabilité II (SII) légèrement surévaluées.
- Société D : Provisions en norme française évaluées au plus juste. Provisions en norme solvabilité II (SII) légèrement surévaluées.

Le signe et l'importance des impacts sont représentés par :

- « » : pas d'impact
- « + », « ++ » : montant ou ratio légèrement, respectivement fortement, surévalués
- « - », « -- » : montant ou ratio légèrement, respectivement fortement, sous-évalués
-

Indicateur	Société A	Société B	Société C	Société D
Provisions NF		+	+	
Fonds Propres NF		--	--	
Placements financiers		+	+	
Provisions SII			+	+
Fonds Propres SII		(1)	--	--
Impôts différés (passifs)		++		--
SCR non-vie			++	++
Ajustement pour ID (2)		++		--
SCR Marché		+	+	
SCR Opérationnel			+	+
SCR total		-	+	++
MCR			++	++
Ratios de solvabilité SII			--	---

(1) En supposant que la société A n'ait pas redistribué de résultat (résultat que B réalise en retard dû à sa surévaluation de provisions)

(2) En valeur absolue

La société B utilisée dans l'illustration numérique de ce mémoire a un profil situé entre les sociétés B et C du tableau ci-dessus.

Conclusion

Au cours de cette troisième partie, nous avons présenté les choix à réaliser dans les provisions en norme solvabilité II, leurs impacts, et également les conséquences d'arbitrage de provisions en normes françaises sur les principaux indicateurs solvabilité II.

La norme solvabilité II diffère de la norme française sur de très nombreux points. Concernant le provisionnement, la directive interdit presque explicitement tout pilotage de provisions et de fait n'autorise pas la constitution d'une marge de prudence. Paradoxalement, la norme solvabilité II requiert un plus grand nombre de choix méthodologiques et d'estimations qu'en norme française. Parmi les estimations impactant grandement les provisions, nous pouvons citer les loss ratio pour le calcul des Best Estimate de prime, les provisions de sinistres en vision « Best Estimate », les cadences de développement, les taux de frais, et les provisions en norme française.

Le bilan est étroitement lié aux choix méthodologiques et aux estimations de provisions. En conséquence une erreur d'estimation de provisions est immédiatement et fortement répercutée sur les fonds propres (via la réserve de réconciliation). Une surestimation (resp. une sous-estimation) des Best Estimate engendre un niveau de fonds propres sous-estimé (resp. surévalué).

Le calcul du SCR est relativement dépendant des estimations des Best Estimate. En particulier, la qualité d'estimation des Best Estimate de sinistres (nets de recouvrables) influe fortement sur le risque de primes et réserve. Nous notons aussi la forte influence des provisions en norme française sur le SCR marché et sur l'ajustement pour impôts différés. L'estimation des Best Estimate joue également un rôle important dans le calcul de l'ajustement et du SCR opérationnel. L'exemple numérique montre que tous les impacts d'une surévaluation de Best Estimate agissent dans le même sens, les différents SCR sont plus élevés et l'ajustement pour impôts différés est réduit, ainsi le SCR final est sensiblement surévalué. En cas de sous estimations de Best Estimate, le SCR final se retrouve sous évalué pour les mêmes raisons. Cependant, l'impact réel d'une mauvaise estimation de provision sur le SCR reste relativement limité (contrairement à l'impact sur les fonds propres) car il existe de nombreuses diversifications entre risques sensibles aux provisions et risques indépendants (en particulier le risque catastrophe et le SCR marché hors impact des provisions NF).

Les conséquences d'une mauvaise évaluation des provisions techniques sont plus importantes sur le MCR que le SCR. Le calcul du MCR repose essentiellement sur des montants de primes et des montants de provisions. Comme pour le SCR, une surestimation des Best Estimate engendre une surestimation du MCR.

La marge de risque est un poste du bilan sensible aux Best Estimate. Une surévaluation des Best Estimate de sinistres entraînent une hausse du SCR RU et donc une hausse de la marge de risque. L'estimation des cadences (liquidations de provisions, paiements, acquisition) impacte fortement la marge de risque.

Il résulte du fort impact de l'estimation des provisions sur le bilan prudentiel et des impacts non négligeables sur les capitaux requis, des marges de solvabilité très sensibles aux niveaux de provisions retenues et aux arbitrages méthodologiques réalisés. Une légère surestimation de provision réduit considérablement les marges de solvabilité et vice versa, une légère sous-estimation de provision peut les augmenter fortement.

Actuellement, tous les calculs en normes solvabilité II ont été réalisés suite à des tests (QIS, LTGA). Des uniformisations de méthodologie sont encore nécessaires pour pouvoir comparer les bilans des sociétés et les ratios de solvabilité des sociétés d'assurance entre elles. Cependant, certaines estimations ne pourront jamais faire l'objet d'uniformisation, il restera ainsi une part d'incertitude liée aux données et à la qualité de travail des actuaires en charge de l'inventaire.

Dans le futur, avec l'entrée en vigueur de la norme solvabilité II en 2016, des contrôles seront mis en place. En particulier, les régulateurs nationaux (l'ACPR en France) auront à disposition les états réglementaires pour effectuer ces contrôles. Ils disposeront de plusieurs moyens légaux pour uniformiser les pratiques avec notamment la possibilité d'ajouter un « Capital add on » au SCR en cas de sous-estimation de ce dernier.

L'information donnée par la marge de solvabilité « Fonds propres éligibles / SCR » deviendra alors un indicateur incontournable pour refléter la santé financière des sociétés d'assurance.

CONCLUSION

L'objectif de ce mémoire était double. D'une part, nous avons montré la difficulté d'estimer des provisions liée à la volatilité des données et parfois aux manques d'informations, nous avons également présenté les choix et arbitrages à réaliser. D'autre part, l'objectif était de présenter les nombreux impacts des provisions sur l'image (bilan, indicateurs financiers) et le résultat (et impôts) d'une société d'assurance.

Les nombreux intervenants sur les problématiques de provisionnement prouvent l'importance du sujet. Au sein des sociétés d'assurance, sont concernés, les gestionnaires de sinistres, les actuaires et comptables en charge des inventaires, et les dirigeants. En externe et notamment pour les contrôles, sont concernés, les commissaires aux comptes qui valident les provisions tous les ans, les régulateurs nationaux (ACPR en France), les administrations fiscales, les agences de notations, etc.

Au cours de la première partie, nous avons présenté des estimations de provisions de sinistres à payer en norme française. Ces provisions incluent une volatilité variable d'un segment à un autre et d'une société à une autre. Des méthodes sont présentées pour déterminer des mesures de volatilité et de quantile afin d'obtenir une première mesure de risque et éventuellement ajouter une marge de prudence explicite.

Les études et résultats de la seconde partie montrent que les provisions en norme française nécessitent un pilotage de la direction générale, des choix méthodologique et des estimations de l'actuariat inventaire et des autres intervenants. Les conséquences d'une marge de prudence dans les provisions en norme française sont nombreuses. Elles accroissent le passif (provisions brutes) et l'actif (placements, provisions cédées) du bilan, mais diminuent les fonds propres. L'impact d'une marge de prudence sur le capital requis est limité, mais elle a un fort impact sur le ratio de solvabilité dû aux fonds propres. Une société disposant d'une marge de prudence importante réduit son ratio de solvabilité, par opposition, une société qui sous-estime ses provisions sous évalue également son ratio de solvabilité. Le résultat et les impôts sont peu impactés par le niveau de provision. Une marge de prudence importante peut toutefois engendrer des paiements de taxes sur les excédents de provisions non négligeables. Le résultat et les impôts sont fortement impactés par les provisions lors de hausse de sinistralité, de changement de méthodologie ou de pilotage engendrant des variations de provisions importantes.

Au cours de la troisième partie dédiée à la norme solvabilité II, nous citons plusieurs articles de la Directive, ceux-ci précisent indirectement qu'il n'est pas possible de constituer de marge de prudence en norme solvabilité II. Toutefois, cette norme requiert un grand nombre d'estimations difficiles à réaliser pour calculer les « Best Estimate ». Ces estimations ont de forts impacts sur le bilan solvabilité II et notamment sur les fonds propres. Les capitaux requis (SCR, MCR) dépendent également des niveaux de provisions. Ainsi, les marges de solvabilité sont fortement sensibles aux montants de Best Estimate évalués.

La liberté laissée aux sociétés d'assurance dans l'évaluation des provisions est contrainte en norme française par deux contradictions, d'une part la nécessité de constituer des provisions suffisantes et d'autre part ne pas dépasser certaines limites (définies dans le code général des impôts). Les

contrôles des commissaires aux comptes, de l'ACPR et de l'administration fiscale laisse ainsi une liberté limitée, mais non négligeable, aux sociétés d'assurance dans leurs estimations et leur pilotage des provisions. Cette liberté est beaucoup plus mince en norme solvabilité II, mais les estimations à réaliser y sont plus nombreuses qu'en norme française. Ainsi, à partir des mêmes données, deux actuaires différents évalueront des provisions potentiellement assez différentes.

L'enjeu des provisions pour les sociétés d'assurance est multiple. Un enjeu majeur est l'image que les sociétés d'assurance souhaitent donner. Cette image est généralement renvoyée via le rapport annuel et dans les articles de presse spécialisée. L'image d'une société solide montre aux investisseurs qu'ils peuvent prêter sans risque (donc à des taux bas), au conseil d'administration qu'ils peuvent faire confiance aux dirigeants, aux assurés qu'ils seront couverts en cas de d'évènement défavorable, etc. L'image est également étudiée par les concurrents et par les organismes de contrôle. En interne, les sociétés d'assurance ont besoin de connaître leurs engagements précisément pour décider de la politique générale incluant la politique de souscription. Les indicateurs observés varient selon les acteurs, ainsi en norme française on constate que de nombreuses sociétés préfèrent conserver une marge de prudence pour pouvoir éviter d'afficher un résultat trop volatile.

Annexes

Annexe I : Liste des catégories ministérielles en assurance non-vie

- 20 Dommages corporels (contrats individuels) (y compris garanties accessoires aux contrats d'assurance vie individuels)
- 21 Dommages corporels (contrats collectifs) (y compris garanties accessoires aux contrats d'assurance vie collectifs)
- 22 Automobile (responsabilité civile)
- 23 Automobile (dommages)
- 24 Dommages aux biens des particuliers
- 25 Dommages aux biens professionnels
- 26 Dommages aux biens agricoles
- 27 Catastrophes naturelles
- 28 Responsabilité civile générale
- 29 Protection juridique
- 30 Assistance
- 31 Pertes pécuniaires diverses
- 34 Transports
- 35 Assurance construction (dommages)
- 36 Assurance construction (responsabilité civile)
- 37 Crédit
- 38 Caution
- 39 Acceptations en réassurance (non-vie)

Annexe II : Liste des branches en assurance non-vie

- 1 Accidents (assurance « individuelle accidents »)
- 2 Maladie
- 3 Corps de véhicules terrestres
- 4 Corps de véhicules ferroviaires
- 5 Corps de véhicules aériens
- 6 Corps de véhicules maritimes, lacustres et fluviaux
- 7 Marchandises transportées
- 8 Incendie et éléments naturels
- 9 Autres dommages aux biens (risques divers)
- 10 Responsabilité civile véhicules terrestres automoteurs
- 11 Responsabilité civile véhicules aériens
- 12 Responsabilité civile véhicules maritimes, lacustres et fluviaux
- 13 Responsabilité civile générale
- 14 Crédit
- 15 Caution

- 16 Pertes pécuniaires diverses
- 17 Protection juridique
- 18 Assistance

Annexe III : Liste des branches « Line of Business » en assurance non-vie et santé NSLT

Les Line of Business listées ci-dessous proviennent des spécifications techniques « LTGA ». La traduction proposée a été utilisée dans les états réglementaires par l'ACPR pour l'exercice du 6 septembre 2013.

- Medical expenses insurance : Frais de soin et réassurance proportionnelle
- Income protection insurance : Perte de revenus et réassurance proportionnelle
- Workers' compensation insurance : Worker's compensation et réassurance proportionnelle
- Non-proportional health reinsurance : Réassurance non-proportionnelle en santé
- Motor vehicle liability insurance : Responsabilité civile automobile
- Other motor insurance : Automobile autres
- Marine, aviation and transport insurance : Assurances maritimes, aériennes et de transport
- Fire and other damage to property insurance : Incendie et autres dommages aux biens
- General liability insurance : Responsabilité civile générale
- Credit and suretyship insurance : Crédit – Caution
- Legal expenses insurance : Protection juridique
- Assistance insurance : Assistance
- Miscellaneous financial loss insurance : Pertes pécuniaires diverses
- Non-proportional casualty reinsurance : Réassurance non-proportionnelle responsabilité civile
- Non-proportional marine, aviation and transport reinsurance : Réassurance non-proportionnelle aérien, maritime et transport
- Non-proportional property reinsurance : Réassurance non-proportionnelle dommage aux biens

Annexe IV : Probabilités de défaut

Les probabilités de défaut présentées ci-dessous proviennent du Helper Tab fourni par l'EIOPA pour l'exercice LTGA « 20130125 EIOPA Helper Tab - Simplification for Non-Life TP calculation.xls ». Elles sont destinées au calcul de l'ajustement des Best Estimate Recoverable pour défaut moyen des contreparties (réassureurs, SPV,...).

Credit Quality Step	PD
0	0,05%
1	0,10%
2	0,20%
3	0,50%
4	2,0%

5	10,0%
6	10,0%

Annexe V : Provision Mathématique

Les données utilisées et les calculs de flux de rentes non actualisés sont présentés dans le tableau suivant. Les données sont fictives. Les résultats sont ensuite divisés par 100 avant d'être intégrés au bilan, ce qui permet d'obtenir un bilan proche d'une société d'assurance réelle souscrivant beaucoup d'assurance automobile. L'objectif principal est de mesurer l'impact des taux sur les provisions mathématiques.

Données			Projections non actualisées					
Individu	Rente annuelle	Age	N+1	N+2	N+3	...	N+109	N+110
19	12 000	52	11 903	11 799	11 685	...	0	0
20	12 000	22	11 981	11 962	11 943	...	0	0
21	12 000	21	11 982	11 962	11 944	...	0	0
22	12 000	45	11 948	11 892	11 832	...	0	0
23	12 000	52	11 903	11 799	11 685	...	0	0
24	12 000	49	11 927	11 847	11 761	...	0	0
27	12 000	28	11 981	11 962	11 942	...	0	0
28	12 000	44	11 951	11 899	11 843	...	0	0
29	12 000	53	11 895	11 780	11 655	...	0	0
30	12 000	16	11 993	11 982	11 968	...	0	0
32	12 000	47	11 940	11 875	11 803	...	0	0
33	12 000	19	11 984	11 967	11 949	...	0	0
34	12 000	42	11 960	11 915	11 866	...	0	0
35	12 000	56	11 863	11 718	11 561	...	0	0
36	12 000	42	11 960	11 915	11 866	...	0	0
37	12 000	23	11 981	11 962	11 944	...	0	0
40	12 000	42	11 960	11 915	11 866	...	0	0
41	12 000	19	11 984	11 967	11 949	...	0	0
42	12 000	26	11 981	11 963	11 944	...	0	0
43	12 000	52	11 903	11 799	11 685	...	0	0
45	12 000	47	11 940	11 875	11 803	...	0	0
46	12 000	38	11 970	11 938	11 904	...	0	0
47	12 000	36	11 973	11 945	11 915	...	0	0
48	12 000	27	11 981	11 962	11 943	...	0	0
50	12 000	54	11 885	11 759	11 624	...	0	0
51	12 000	15	11 995	11 987	11 977	...	0	0
53	12 000	56	11 863	11 718	11 561	...	0	0
54	12 000	33	11 977	11 953	11 928	...	0	0
55	12 000	46	11 944	11 884	11 819	...	0	0
57	12 000	53	11 895	11 780	11 655	...	0	0
58	12 000	39	11 968	11 934	11 897	...	0	0
60	12 000	21	11 982	11 962	11 944	...	0	0
61	12 000	34	11 976	11 951	11 924	...	0	0
62	12 000	35	11 975	11 948	11 920	...	0	0
63	12 000	66	11 719	11 423	11 110	...	0	0
64	12 000	60	11 812	11 613	11 403	...	0	0
65	12 000	86	10 247	8 598	7 072	...	0	0
66	12 000	74	11 447	10 866	10 263	...	0	0
67	12 000	81	10 893	9 788	8 697	...	0	0
68	12 000	85	10 391	8 873	7 445	...	0	0
69	12 000	91	9 298	7 018	5 180	...	0	0
71	12 000	79	11 101	10 186	9 246	...	0	0
72	12 000	75	11 391	10 759	10 097	...	0	0
73	12 000	71	11 574	11 125	10 654	...	0	0
74	12 000	86	10 247	8 598	7 072	...	0	0
75	12 000	89	9 692	7 678	5 949	...	0	0
77	12 000	88	9 871	7 972	6 315	...	0	0
78	12 000	88	9 871	7 972	6 315	...	0	0
79	12 000	80	11 011	9 995	8 981	...	0	0
80	12 000	75	11 391	10 759	10 097	...	0	0
82	12 000	63	11 767	11 524	11 270	...	0	0
83	12 000	86	10 247	8 598	7 072	...	0	0
84	12 000	76	11 334	10 637	9 913	...	0	0
85	12 000	59	11 827	11 642	11 445	...	0	0
86	12 000	88	9 871	7 972	6 315	...	0	0
87	12 000	86	10 247	8 598	7 072	...	0	0
90	12 000	93	8 858	6 386	4 510	...	0	0
91	12 000	77	11 262	10 496	9 709	...	0	0
92	12 000	78	11 184	10 346	9 493	...	0	0
94	12 000	85	10 391	8 873	7 445	...	0	0
96	12 000	71	11 574	11 125	10 654	...	0	0
98	12 000	71	11 574	11 125	10 654	...	0	0
99	12 000	62	11 783	11 554	11 315	...	0	0
100	12 000	64	11 752	11 494	11 225	...	0	0

Les flux actualisés sont présentés dans le tableau suivant :

	Assureur : A (2.00%) B (1.50 %)		
Maturité	Flux n.a.	Flux actu	Flux actu
1	731 925	717 573	721 108
2	698 067	670 961	677 587
3	666 499	628 057	637 384
4	637 242	588 713	600 399
5	610 350	552 813	566 564
6	585 644	520 035	535 596
7	563 009	490 133	507 286
8	542 251	462 806	481 362
9	523 209	437 798	457 595
...	...	...	...
109	0	0	0
110	0	0	0

Annexe VI : Taxe sur les excédents de provision

Article 235 ter X du code général des impôts (sur le site internet <http://www.legifrance.gouv.fr/>)

« Les entreprises d'assurance de dommages de toute nature doivent, lorsqu'elles rapportent au résultat imposable d'un exercice l'excédent des provisions constituées pour faire face au règlement des sinistres advenus au cours d'un exercice antérieur, acquitter une taxe représentative de l'intérêt correspondant à l'avantage de trésorerie ainsi obtenu.

La taxe est assise sur le montant de l'impôt sur les sociétés qui aurait dû être acquitté l'année de la constitution des provisions en l'absence d'excédent. Pour le calcul de cet impôt, les excédents des provisions réintégrés sont diminués, d'une part, d'une franchise égale, pour chaque excédent, à 3 % du montant de celui-ci et des règlements de sinistres effectués au cours de l'exercice par prélèvement sur la provision correspondante, d'autre part, des dotations complémentaires constituées à la clôture du même exercice en vue de faire face à l'aggravation du coût estimé des sinistres advenus au cours d'autres exercices antérieurs. Chaque excédent de provision, après application de la franchise, et chaque dotation complémentaire sont rattachés à l'exercice au titre duquel la provision initiale a été constituée. La taxe est calculée au taux de 0,40 % par mois écoulé depuis la constitution de la provision en faisant abstraction du nombre d'années correspondant au nombre d'exercices au titre desquels il n'était pas dû d'impôt sur les sociétés.

Toutefois, dans le cas où le montant des provisions constituées pour faire face aux sinistres d'un exercice déterminé a été augmenté à la clôture d'un exercice ultérieur, les sommes réintégrées sont réputées provenir par priorité de la dotation la plus récemment pratiquée.

La taxe est acquittée dans les cinq mois de la clôture de l'exercice. Elle est liquidée, déclarée et recouvrée comme en matière de taxes sur le chiffre d'affaires et sous les mêmes garanties et sanctions.

Ces dispositions ne s'appliquent pas aux provisions constituées à raison des opérations de réassurance par les entreprises pratiquant la réassurance de dommages. »

Annexe VII : Courbes des taux sans risque

Le tableau suivant contient les taux sans risque à fin 2010 fournis par l'EIOPA.

Maturité	Taux	Maturité	Taux	Maturité	Taux	Maturité	Taux
1	1,19%	31	3,41%	61	3,56%	91	3,76%
2	1,41%	32	3,38%	62	3,57%	92	3,77%
3	1,75%	33	3,37%	63	3,58%	93	3,77%
4	2,06%	34	3,35%	64	3,58%	94	3,77%
5	2,38%	35	3,35%	65	3,59%	95	3,78%
6	2,58%	36	3,34%	66	3,60%	96	3,78%
7	2,85%	37	3,34%	67	3,61%	97	3,79%
8	3,01%	38	3,34%	68	3,62%	98	3,79%
9	3,15%	39	3,35%	69	3,63%	99	3,80%
10	3,27%	40	3,35%	70	3,63%	100	3,80%
11	3,36%	41	3,36%	71	3,64%	101	3,80%
12	3,43%	42	3,37%	72	3,65%	102	3,81%
13	3,49%	43	3,37%	73	3,66%	103	3,81%
14	3,54%	44	3,38%	74	3,66%	104	3,82%
15	3,59%	45	3,39%	75	3,67%	105	3,82%
16	3,64%	46	3,40%	76	3,68%	106	3,82%
17	3,67%	47	3,41%	77	3,68%	107	3,83%
18	3,70%	48	3,42%	78	3,69%	108	3,83%
19	3,71%	49	3,43%	79	3,70%	109	3,83%
20	3,72%	50	3,44%	80	3,70%	110	3,84%
21	3,71%	51	3,46%	81	3,71%	111	3,84%
22	3,70%	52	3,47%	82	3,71%	112	3,84%
23	3,68%	53	3,48%	83	3,72%	113	3,85%
24	3,65%	54	3,49%	84	3,72%	114	3,85%
25	3,62%	55	3,50%	85	3,73%	115	3,85%
26	3,59%	56	3,51%	86	3,74%	116	3,86%
27	3,55%	57	3,52%	87	3,74%	117	3,86%
28	3,52%	58	3,53%	88	3,75%	118	3,86%
29	3,48%	59	3,54%	89	3,75%	119	3,86%
30	3,44%	60	3,55%	90	3,76%	120	3,87%

Les taux de milieu d'année obtenus par interpolation linéaire sont présentés dans le tableau suivant.

Maturité	Taux	Maturité	Taux	Maturité	Taux	Maturité	Taux
0,5	1,19%	30,5	3,42%	60,5	3,55%	90,5	3,76%
1,5	1,30%	31,5	3,39%	61,5	3,56%	91,5	3,76%
2,5	1,58%	32,5	3,37%	62,5	3,57%	92,5	3,77%
3,5	1,90%	33,5	3,36%	63,5	3,58%	93,5	3,77%
4,5	2,22%	34,5	3,35%	64,5	3,59%	94,5	3,78%
5,5	2,48%	35,5	3,34%	65,5	3,60%	95,5	3,78%
6,5	2,71%	36,5	3,34%	66,5	3,61%	96,5	3,79%
7,5	2,93%	37,5	3,34%	67,5	3,61%	97,5	3,79%
8,5	3,08%	38,5	3,34%	68,5	3,62%	98,5	3,79%
9,5	3,21%	39,5	3,35%	69,5	3,63%	99,5	3,80%
10,5	3,32%	40,5	3,35%	70,5	3,64%	100,5	3,80%
11,5	3,40%	41,5	3,36%	71,5	3,64%	101,5	3,81%
12,5	3,46%	42,5	3,37%	72,5	3,65%	102,5	3,81%
13,5	3,51%	43,5	3,38%	73,5	3,66%	103,5	3,81%
14,5	3,57%	44,5	3,39%	74,5	3,67%	104,5	3,82%
15,5	3,62%	45,5	3,40%	75,5	3,67%	105,5	3,82%
16,5	3,66%	46,5	3,41%	76,5	3,68%	106,5	3,82%
17,5	3,69%	47,5	3,42%	77,5	3,69%	107,5	3,83%
18,5	3,71%	48,5	3,43%	78,5	3,69%	108,5	3,83%
19,5	3,71%	49,5	3,44%	79,5	3,70%	109,5	3,83%
20,5	3,71%	50,5	3,45%	80,5	3,70%	110,5	3,84%
21,5	3,70%	51,5	3,46%	81,5	3,71%	111,5	3,84%
22,5	3,69%	52,5	3,47%	82,5	3,72%	112,5	3,84%
23,5	3,66%	53,5	3,48%	83,5	3,72%	113,5	3,85%
24,5	3,64%	54,5	3,49%	84,5	3,73%	114,5	3,85%
25,5	3,61%	55,5	3,50%	85,5	3,73%	115,5	3,85%
26,5	3,57%	56,5	3,51%	86,5	3,74%	116,5	3,86%
27,5	3,53%	57,5	3,52%	87,5	3,74%	117,5	3,86%
28,5	3,50%	58,5	3,53%	88,5	3,75%	118,5	3,86%
29,5	3,46%	59,5	3,54%	89,5	3,75%	119,5	3,87%

Annexe VIII : Best Estimate de sinistre

Les flux de Best Estimate de sinistre de la société A sont présentés dans le tableau suivant.

Maturité	Avant actualisation			Taux	Après actualisation		
	Paielements	Frais	Flux		Paielements	Frais	Flux
1	174 167	17 417	191 584	1,19%	173 142	17 314	190 456
2	95 618	9 562	105 180	1,30%	93 784	9 378	103 162
3	67 453	6 745	74 198	1,58%	64 862	6 486	71 348
4	51 488	5 149	56 637	1,90%	48 198	4 820	53 018
5	38 642	3 864	42 506	2,22%	35 007	3 501	38 508
6	28 342	2 834	31 176	2,48%	24 775	2 478	27 253
7	20 085	2 009	22 094	2,71%	16 879	1 688	18 567
8	13 974	1 397	15 371	2,93%	11 251	1 125	12 377
9	8 951	895	9 846	3,08%	6 915	692	7 607
10	5 155	515	5 670	3,21%	3 818	382	4 199
11	3 343	334	3 677	3,32%	2 373	237	2 611
12	2 156	216	2 372	3,40%	1 469	147	1 615
13	1 381	138	1 519	3,46%	903	90	993
14	875	88	963	3,51%	549	55	604
15	546	55	601	3,57%	329	33	361
16	332	33	365	3,62%	191	19	210
17	192	19	211	3,66%	106	11	117
18	99	10	109	3,69%	53	5	58
19	39	4	43	3,71%	20	2	22
20	0	0	0	3,71%	0	0	0

Les flux de Best Estimate de sinistre de la société B sont présentés dans le tableau suivant.

Maturité	Avant actualisation			Taux	Après actualisation		
	Pmt n.a.	Frais n.a.	Flux n.a.		Pmt actu	Frais actu	Flux actu
1	180 338	18 034	198 372	1,19%	179 277	17 928	197 204
2	100 978	10 098	111 075	1,30%	99 040	9 904	108 944
3	72 427	7 243	79 670	1,58%	69 645	6 964	76 609
4	56 502	5 650	62 153	1,90%	52 892	5 289	58 181
5	43 716	4 372	48 088	2,22%	39 604	3 960	43 564
6	31 924	3 192	35 117	2,48%	27 906	2 791	30 697
7	23 688	2 369	26 057	2,71%	19 907	1 991	21 897
8	17 558	1 756	19 314	2,93%	14 137	1 414	15 551
9	11 856	1 186	13 042	3,08%	9 159	916	10 075
10	6 624	662	7 287	3,21%	4 906	491	5 397
11	4 400	440	4 840	3,32%	3 124	312	3 436
12	2 905	290	3 195	3,40%	1 978	198	2 176
13	1 902	190	2 092	3,46%	1 244	124	1 368
14	1 233	123	1 356	3,51%	774	77	851
15	786	79	864	3,57%	473	47	520
16	487	49	535	3,62%	281	28	309
17	286	29	315	3,66%	158	16	174
18	151	15	166	3,69%	80	8	88
19	60	6	66	3,71%	31	3	34
20	0	0	0	3,71%	0	0	0

Annexe IX : Best Estimate de rentes

Comme pour les provisions mathématiques en norme française, les montants suivants sont fictifs. Ils sont divisés par 100 avant d'être intégrés au bilan.

Maturité	Flux non actualisés	Taux	après actualisation	Frais actualisés	Flux tot actualisés
1	731 925	1,19%	723 334	43 400	766 734
2	698 067	1,41%	678 761	40 726	719 486
3	666 499	1,75%	632 763	37 966	670 729
4	637 242	2,06%	587 269	35 236	622 505
5	610 350	2,38%	542 718	32 563	575 281
6	585 644	2,58%	502 786	30 167	532 953
7	563 009	2,85%	462 517	27 751	490 268
8	542 251	3,01%	427 580	25 655	453 235
9	523 209	3,15%	395 747	23 745	419 492
10	505 679	3,27%	366 517	21 991	388 508
11	489 353	3,36%	340 135	20 408	360 544
12	474 155	3,43%	316 384	18 983	335 367
13	459 869	3,49%	294 561	17 674	312 234
14	446 382	3,54%	274 257	16 455	290 713
15	433 623	3,59%	255 370	15 322	270 693
16	421 434	3,64%	237 903	14 274	252 177
17	409 697	3,67%	221 845	13 311	235 155
18	398 309	3,70%	207 136	12 428	219 564
19	387 233	3,71%	193 704	11 622	205 326
20	376 399	3,72%	181 426	10 886	192 312
21	365 774	3,71%	170 183	10 211	180 394
22	355 278	3,70%	159 838	9 590	169 428
23	344 885	3,68%	150 291	9 017	159 309
24	334 573	3,65%	141 452	8 487	149 939
25	324 312	3,62%	133 234	7 994	141 228
26	314 046	3,59%	125 549	7 533	133 082
27	303 807	3,55%	118 348	7 101	125 449
28	293 580	3,52%	111 572	6 694	118 266
29	283 366	3,48%	105 169	6 310	111 479
30	273 168	3,44%	99 095	5 946	105 041
31	263 039	3,41%	93 130	5 588	98 718
32	252 980	3,38%	87 258	5 236	92 494
33	242 994	3,37%	81 520	4 891	86 411
34	233 111	3,35%	75 955	4 557	80 512
35	223 343	3,35%	70 590	4 235	74 826
36	213 697	3,34%	65 443	3 927	69 370
37	204 202	3,34%	60 533	3 632	64 165
38	194 910	3,34%	55 879	3 353	59 232
39	185 837	3,35%	51 486	3 089	54 575
40	176 959	3,35%	47 344	2 841	50 185
41	168 319	3,36%	43 460	2 608	46 068
42	159 929	3,37%	39 830	2 390	42 219
43	151 777	3,37%	36 441	2 186	38 627
44	143 873	3,38%	33 287	1 997	35 284
45	136 220	3,39%	30 357	1 821	32 179
46	128 802	3,40%	27 639	1 658	29 297
47	121 619	3,41%	25 121	1 507	26 628
48	114 700	3,42%	22 799	1 368	24 166
49	108 024	3,43%	20 657	1 239	21 896
50	101 569	3,44%	18 680	1 121	19 801
51	95 325	3,46%	16 859	1 012	17 870
52	89 296	3,47%	15 183	911	16 094
53	83 452	3,48%	13 640	818	14 458
54	77 795	3,49%	12 221	733	12 954
55	72 301	3,50%	10 914	655	11 569
56	66 978	3,51%	9 715	583	10 298
57	61 803	3,52%	8 612	517	9 129
58	56 797	3,53%	7 603	456	8 059
59	51 947	3,54%	6 679	401	7 080
60	47 254	3,55%	5 836	350	6 186
...	...	...	...	...	...

Annexe X : Best Estimate de primes

Les flux avant et après actualisation composant le Best Estimate de primes de la société A sont présentés dans le tableau suivant.

Maturité	Avant actualisation				Taux	Après actualisation			
	Paielements	Frais sinistres	Frais primes	Flux totaux		Paielements	Frais sinistres	Frais primes	Flux totaux
1	44 545	4 455	9 368	58 368	1,19%	44 283	4 428	9 313	58 024
2	39 883	3 988	0	43 871	1,30%	39 118	3 912	0	43 030
3	14 441	1 444	0	15 885	1,58%	13 886	1 389	0	15 275
4	8 251	825	0	9 076	1,90%	7 724	772	0	8 496
5	6 623	662	0	7 285	2,22%	6 000	600	0	6 600
6	5 310	531	0	5 841	2,48%	4 642	464	0	5 106
7	4 241	424	0	4 665	2,71%	3 564	356	0	3 920
8	3 110	311	0	3 420	2,93%	2 504	250	0	2 754
9	2 541	254	0	2 795	3,08%	1 963	196	0	2 159
10	1 920	192	0	2 112	3,21%	1 422	142	0	1 564
11	917	92	0	1 008	3,32%	651	65	0	716
12	601	60	0	661	3,40%	409	41	0	450
13	393	39	0	432	3,46%	257	26	0	283
14	257	26	0	282	3,51%	161	16	0	177
15	167	17	0	184	3,57%	101	10	0	111
16	109	11	0	120	3,62%	63	6	0	69
17	71	7	0	78	3,66%	39	4	0	43
18	46	5	0	51	3,69%	25	2	0	27
19	30	3	0	33	3,71%	15	2	0	17
20	20	2	0	22	3,71%	10	1	0	11

Les flux de la société B sont présentés dans le tableau suivant.

Maturité	Avant actualisation				Taux	Après actualisation			
	Paielements	Frais sinistres	Frais primes	Flux totaux		Paielements	Frais sinistres	Frais primes	Flux totaux
1	44 240	4 424	9 368	58 032	1,19%	43 979	4 398	9 313	57 690
2	40 245	4 025	0	44 270	1,30%	39 473	3 947	0	43 421
3	14 697	1 470	0	16 166	1,58%	14 132	1 413	0	15 545
4	8 277	828	0	9 105	1,90%	7 748	775	0	8 523
5	6 644	664	0	7 308	2,22%	6 019	602	0	6 621
6	6 108	611	0	6 719	2,48%	5 340	534	0	5 874
7	4 282	428	0	4 710	2,71%	3 598	360	0	3 958
8	3 140	314	0	3 454	2,93%	2 528	253	0	2 781
9	2 890	289	0	3 179	3,08%	2 233	223	0	2 456
10	2 639	264	0	2 903	3,21%	1 955	195	0	2 150
11	1 126	113	0	1 238	3,32%	799	80	0	879
12	757	76	0	833	3,40%	516	52	0	568
13	508	51	0	559	3,46%	332	33	0	365
14	340	34	0	374	3,51%	213	21	0	235
15	228	23	0	250	3,57%	137	14	0	151
16	152	15	0	167	3,62%	88	9	0	96
17	102	10	0	112	3,66%	56	6	0	62
18	68	7	0	75	3,69%	36	4	0	40
19	45	5	0	50	3,71%	23	2	0	25
20	30	3	0	33	3,71%	15	1	0	16

Annexe XI : SCR Vie

Comme pour les provisions mathématiques en norme française, les montants suivants sont fictifs. Ils sont divisés par 100 avant d'être utilisés dans le calcul du SCR Vie. Tous ces montants sont nets de réassurance.

Les flux nets avant et après chocs sont :

Maturité	Central	Révision	Longévité	Frais
1	713 063	734 455	720 092	717 543
2	669 122	689 196	681 691	673 747
3	623 778	642 491	640 411	628 485
4	578 930	596 298	598 277	583 671
5	535 011	551 061	555 882	539 739
6	495 647	510 516	517 193	500 351
7	455 949	469 627	477 346	460 578
8	421 508	434 154	442 380	426 069
9	390 128	401 832	410 184	394 612
10	361 313	372 152	380 387	365 712
11	335 306	345 365	353 335	339 618
12	311 892	321 249	328 902	316 120
13	290 378	299 089	306 393	294 518
14	270 363	278 474	285 433	274 409
15	251 744	259 296	265 951	255 692
16	234 524	241 560	247 962	238 372
17	218 694	225 255	231 452	222 442
18	204 195	210 320	216 350	207 844
19	190 953	196 682	202 580	194 508
20	178 850	184 215	190 022	182 314
21	167 766	172 799	178 542	171 144
22	157 568	162 296	168 001	160 861
23	148 157	152 602	158 297	151 368
24	139 443	143 627	149 325	142 575
25	131 342	135 282	140 998	134 395
26	123 766	127 479	133 221	126 742
27	116 668	120 168	125 943	119 567
28	109 988	113 287	119 089	112 810
29	103 676	106 786	112 610	106 422
30	97 688	100 618	106 457	100 356
31	91 808	94 562	100 388	94 393
32	86 019	88 600	94 384	88 514
33	80 362	82 773	88 485	82 762
34	74 877	77 123	82 736	77 177
35	69 588	71 675	77 162	71 787
36	64 514	66 450	71 786	66 610
37	59 674	61 464	66 630	61 665
38	55 085	56 738	61 720	56 973
39	50 755	52 277	57 062	52 540
40	46 672	48 072	52 650	48 357
...	...	...	...	...

Annexe XII : SCR de contrepartie (type 1)

Les données complémentaires utilisées dans le calcul du risque de défaut de type 1 sont présentées dans les deux tableaux suivants :

- Le premier tableau contient :
 - La notation des réassureurs convertie au format EIOPA (0 pour AAA, ...)
 - La répartition des recouvrables par réassureur
 - La part de recouvrables en nantissement
- Le second tableau contient les notations et montants déposés dans les banques (hors nantissements)

Nom	Notation	% BE	Nantissement
Réassureur 1	0	15,0%	30,0%
Réassureur 2	1	15,0%	30,0%
Réassureur 3	1	15,0%	30,0%
Réassureur 4	2	10,0%	30,0%
Réassureur 5	2	10,0%	30,0%
Réassureur 6	2	10,0%	30,0%
Réassureur 7	2	10,0%	30,0%
Réassureur 8	3	5,0%	30,0%
Réassureur 9	3	5,0%	30,0%
Réassureur 10	4	5,0%	30,0%

Entité	Notation	Exposition
Banque 1	1	30 000
Banque 2	1	15 000
Banque 3	2	0

Les trois tableaux suivants contiennent les paramètres EIOPA pour calculer les « LGD » (perte sachant défaut) :

- Probabilité de défaut en fonction de la notation ;
- Taux de recouvrement sachant défaut ;
- Le taux d'ajustement appliqué aux nantissements (notamment pour prendre en compte le risque de contrepartie associé).

Notation	PD
0	0,002%
1	0,010%
2	0,050%
3	0,240%
4	1,200%
5	4,175%
6	4,175%
UNR	4,175%

Type exposition	Taux de recouvrement
Réassureur	50%
Banque	0%

Adj. Collateral	85%
-----------------	-----

Le tableau suivant présente le calcul du « Risk Mitigating effect » total, montant ventilé dans les deux tableaux qui suivent par réassureur.

Risk Mitigating	Assureur A	Assureur B
SCR NV Brut	218 298	229 034
SCR Vie Brut	7 811	7 811
SCR sousc Brut	218 438	229 168
SCR NV Net	179 872	190 306
SCR Vie Net	7 264	7 264
SCR sousc Net	180 019	190 445
RM	38 419	38 723

Les deux tableaux suivant présentent en détail les calculs de « LGD » pour chaque créancier de type 1. Le premier tableau concerne l'assureur A, le second l'assureur B.

Exposition	Recoverable	RM	Nantissement	LGD
Réassureur 1	8 304	5 763	2 118	5 975
Réassureur 2	8 304	5 763	2 118	5 975
Réassureur 3	8 304	5 763	2 118	5 975
Réassureur 4	5 536	3 842	1 412	3 983
Réassureur 5	5 536	3 842	1 412	3 983
Réassureur 6	5 536	3 842	1 412	3 983
Réassureur 7	5 536	3 842	1 412	3 983
Réassureur 8	2 768	1 921	706	1 992
Réassureur 9	2 768	1 921	706	1 992
Réassureur 10	2 768	1 921	706	1 992
Banque 1	30 000			30 000
Banque 2	15 000			15 000
Banque 3	10 215			10 215

Exposition	Recoverable	RM	Nantissement	LGD
Réassureur 1	8 794	5 808	2 118	6 242
Réassureur 2	8 794	5 808	2 118	6 242
Réassureur 3	8 794	5 808	2 118	6 242
Réassureur 4	5 863	3 872	1 412	4 162
Réassureur 5	5 863	3 872	1 412	4 162
Réassureur 6	5 863	3 872	1 412	4 162
Réassureur 7	5 863	3 872	1 412	4 162
Réassureur 8	2 931	1 936	706	2 081
Réassureur 9	2 931	1 936	706	2 081
Réassureur 10	2 931	1 936	706	2 081
Banque 1	30 000			30 000
Banque 2	15 000			15 000
Banque 3	10 215			10 215

Annexe XIII : SCR de contrepartie (type 2)

Le tableau suivant présente les calculs du SCR de défaut de type 2. Les résultats sont identiques pour les deux assureurs (A et B).

	Coeff EIOPA	Créances	SCR
> 3 mois	0,9	10 431	9 388
<= 3 mois	0,15	100 000	15 000
Total		110 431	24 388

Annexe XIV : Marge de risque

Les deux tableaux suivants présentent les calculs de marge de risque (pour les 19 premières années de projection) respectivement pour les assureurs A et B.

Maturité	BE de sin net	BE de primes net	BE de rentes net	BE Total	CoC
0	495 769	138 413	101 356	735 538	13 060
1	318 644	84 451	94 225	497 320	8 688
2	222 704	44 433	87 534	354 671	6 050
3	156 351	30 228	81 296	267 874	4 435
4	107 044	22 326	75 507	204 877	3 273
5	71 232	16 188	70 157	157 577	2 431
6	45 887	11 440	65 200	122 527	1 808
7	28 620	7 794	60 641	97 055	1 375
8	17 110	5 233	56 426	78 768	1 070
9	10 036	3 225	52 525	65 785	857
10	6 130	1 770	48 911	56 812	709
11	3 702	1 104	45 558	50 365	604
12	2 200	686	42 439	45 325	522
13	1 276	423	39 536	41 235	455
14	714	258	36 832	37 805	400
15	378	155	34 315	34 848	353
16	182	91	31 969	32 243	314
17	74	51	29 782	29 907	279
18	20	26	27 740	27 786	250
19	0	10	25 831	25 841	224
20	...	...	...	...	...

Maturité	BE de sin net	BE de primes net	BE de rentes net	BE Total	CoC
0	536 681	140 854	101 356	778 891	13 758
1	353 281	87 202	94 225	534 708	9 293
2	251 963	46 821	87 534	386 318	6 555
3	180 716	32 364	81 296	294 376	4 849
4	126 608	24 437	75 507	226 552	3 601
5	86 093	18 280	70 157	174 530	2 678
6	57 545	12 818	65 200	135 563	1 991
7	37 181	9 137	60 641	106 958	1 507
8	22 718	6 551	56 426	85 695	1 159
9	13 349	4 266	52 525	70 139	909
10	8 329	2 267	48 911	59 507	739
11	5 134	1 449	45 558	52 141	622
12	3 110	921	42 439	46 470	532
13	1 837	581	39 536	41 954	461
14	1 046	363	36 832	38 241	403
15	562	223	34 315	35 100	354
16	275	133	31 969	32 378	313
17	113	76	29 782	29 971	279
18	32	39	27 740	27 811	249
19	0	15	25 831	25 846	223
20	...	...	...	...	...

Annexe XV : Dérivées des indicateurs en norme actuelle

L'objectif est de mesurer les variations des principaux indicateurs en norme actuelle engendrées par une petite variation du niveau de provision de sinistres.

Les éléments présentés dans cette annexe ont servi à construire certaines conclusions présentées au cours de ce mémoire. Les formules ne sont toutefois pas intégrées dans le corps du mémoire pour plusieurs motifs :

- Le périmètre étudié est très limité vis-à-vis du périmètre retenu dans le mémoire. Il ne concerne que l'impact du niveau de provision de sinistres sur les autres indicateurs.
- De nombreuses simplifications sont nécessaires car :
 - Les formules de calcul des indicateurs sont rarement dérivables sur leur ensemble de définition, elles comportent notamment des minimum et maximum
 - Certains indicateurs nécessitent de reconstituer tous les flux de la société depuis sa création
 - Il est difficile de synthétiser toute l'activité d'une société « standard » (segmentation, réassurance, etc) en un nombre très limité de formules mathématiques
- Les dérivées obtenues sont souvent complexes, ce qui rend difficile leur interprétation économique

Notation du niveau de provision : α

Nous mesurons le biais dans les provisions de sinistres à l'aide d'un taux α . Un niveau de provisionnement parfait correspond à $\alpha = 100\%$, une marge de prudence de 10% correspond à $\alpha = 110\%$, etc.

Pour simplifier les formules, nous définissons plusieurs propriétés de la mesure α applicables à tout le document :

- α concerne uniquement les provisions de sinistres
- α est constant quelle que soit l'année de survenance
- α est constant quelle que soit l'année de vue (depuis la création de la société)
- α est identique pour les provisions cédées et provisions brutes de réassurance
- α est identique pour les provisions nettes et provisions brutes de recours
- α est identique pour les provisions nettes et brutes de frais
- α est constant quel que soit la norme comptable, ainsi :
 - $$\frac{PSAP \text{ biaisées}}{PSAP \text{ justes}} = \frac{BEsin \text{ biaisés}}{BEsin \text{ justes}} = \alpha$$
- α est constant quel que soit le segment

Liste des indicateurs

Les dérivées des indicateurs suivants sont exposées dans la suite de cette annexe :

- Provision pour Risque En Cours (PREC)
- Résultat de la société (après impôts)
- Fonds propres
- Marge de solvabilité
- Fiscalité : taxe sur les excédents

Provision pour Risque En Cours (PREC)

On note utilise les notations suivantes : (elles seront réutilisées dans la suite de cette annexe)

- R : le montant de PSAP sans biais (i.e. exactement égale à la somme des paiements futurs)
- P : le montant de paiement
- PA : le montant de primes acquises

Les Provision pour Risques En Cours se calculant à partir des deux dernières survenances, on écrit :

$$\alpha * R_{n,n-1} = R_{n-1} + R_n, \quad P_{n,n-1} = P_{n-1} + P_n, \quad PA_{n,n-1} = PA_{n-1} + PA_n$$

$$F_{n,n-1} = \text{Frais Acq}_{n-1} + \text{Frais admin}_{n-1} + \text{Frais Acq}_n + \text{Frais admin}_n$$

Ainsi :

$$\text{Ratio} = \frac{P_{n,n-1} + \alpha * R_{n,n-1} + F_{n,n-1}}{PA_{n,n-1}}$$

$$\text{PREC} = \max\left(\frac{P + \alpha * R_{n,n-1} + F}{PA} - 1; 0\right) * PPNA$$

Calculons sa dérivée :

$$\frac{d \text{PREC}(\alpha)}{d \alpha} = \begin{cases} \frac{R_{n,n-1}}{PA_{n,n-1}} * PPNA & \text{si } \text{Ratio} > 0 \\ 0 & \text{si } \text{Ratio} < 0 \end{cases}$$

Ainsi, en cas de constitution d'une PREC, une variation de $d \alpha$ entraine une variation de PREC de $\frac{R_{n,n-1}}{PA} * PPNA * d \alpha$, l'impact du niveau de provisions de sinistres peut donc être considérable en cas de PPNA élevée.

Résultat de la société

On se positionne en continuité d'activité et la société utilise la même politique de provisionnement (i.e. même α) depuis sa création.

Le résultat (après impôts) peut s'écrire :

$$\begin{aligned} \text{Résultat} = & PA + PF + \text{autres produits techn} - \text{Charge sin}(\alpha) \\ & - \text{Charges des autres prov techn}(\alpha) - PB(\alpha) - \text{Frais} - \text{autres charges techn} \\ & - IS(\alpha) \end{aligned}$$

Avec :

- PF : le montant de produits financiers

- Charge sin : la charge sinistre
- PB : le montant de participation au résultat des salariés
- IS : le montant d'impôts sur les sociétés
- P : le montant de paiements (cf. plus bas)
- R_N : les provisions de sinistres totales (i.e. toutes survenances) brutes vues à fin N (cf. plus bas)
- FG : le taux de frais de gestion (cf. plus bas)
- $Tx_{cession}$: le taux de cession des sinistres à la réassurance (cf. plus bas)

On retient plusieurs hypothèses simplificatrices :

- La taxe sur les excédents est supposée compenser exactement les produits financiers générés grâce aux retards de paiement d'impôts sur les sociétés. Ainsi, on peut ignorer la taxe sur excédents dans les formules suivantes.
- Les cessions à la réassurance sont proportionnelles à la sinistralité
- Le calcul de participation des salariés au résultat est simplifié
- La société est bénéficiaire

La *Charge sin*(α) peut s'écrire :

$$Charge\ sin(\alpha) = [P + \alpha * (R_N - R_{N-1})] * (1 + FG) - [P_{cédé} + \alpha * (R_{cédé_N} - R_{cédé_{N-1}})]$$

$$Charge\ sin(\alpha) = [P + \alpha * (R_N - R_{N-1})] * (1 + FG) - tx_{cession} * [P + \alpha * (R_N - R_{N-1})]$$

$$Charge\ sin(\alpha) = [P + \alpha * (R - Rouv)] * (1 + FG - tx_{cession})$$

Nous détaillons ci-après les termes *IS*(α) et *PB*(α) :

$$IS(\alpha) = \text{Max}(\text{Résultat avant } IS(\alpha); 0) * tx\ IS$$

Ainsi, pour une société bénéficiaire :

$$\text{Résultat après } IS\ \text{avant } PB(\alpha) = \text{Résultat avant } IS(\alpha) * (1 - tx\ IS)$$

$$PB(\alpha) = \text{Max}(\text{Résultat après } IS\ \text{avant } PB(\alpha); 0) * tx\ PB$$

$$\text{Résultat}(\alpha) = \text{Résultat avant } IS(\alpha) * (1 - tx\ IS) * (1 - tx\ PB)$$

Avec :

- *Résultat avant IS*(α) : le résultat avant IS et avant PB
- *Résultat*(α) : le résultat après IS et après PB

La dérivée du résultat peut alors être calculée :

$$\frac{d \text{ Résultat}(\alpha)}{d \alpha} = -\frac{d \text{ Charge sin}(\alpha)}{d \alpha} - \frac{varPREC(\alpha)}{d \alpha} - \frac{PB(\alpha)}{d \alpha} - \frac{IS(\alpha)}{d \alpha}$$

$$\frac{d \text{ Résultat}(\alpha)}{d \alpha} = -\frac{d \text{ Résultat avant } IS(\alpha) * (1 - txIS) * (1 - tx PB)}{d \alpha}$$

$$\frac{d \text{ Résultat}(\alpha)}{d \alpha} = \left[-\frac{d \text{ Charge sin}(\alpha)}{d \alpha} - \frac{varPREC(\alpha)}{d \alpha} \right] * (1 - txIS) * (1 - tx PB)$$

Ce qui donne pour une société bénéficiaire sans PREC :

$$\frac{d \text{ Résultat}(\alpha)}{d \alpha} = [-(R_N - R_{N-1}) * (1 + FG - tx_{cession})] * (1 - txIS) * (1 - tx PB)$$

Fonds propres

A des fins de simplifications, nous considérons les fonds propres d'une société composés de la somme des apports de fonds propres externes et de la somme des résultats alloués aux fonds propres depuis la création de la société. Sous forme mathématique, cela peut s'écrire :

$$\begin{aligned} \text{Fonds propres}(\alpha) \\ = \sum_t \text{Augmentation de capital}_t + \sum_t \text{Résultat alloué aux fonds propres}_t(\alpha) \end{aligned}$$

Avec

- *Augmentation de capital_t* : apport initial et tout autre apport externe
- *Résultat alloué aux fonds propres_t(α)* : résultat (négatif ou positif) alloué aux fonds propres

On retient plusieurs hypothèses simplificatrices :

- La taxe sur les excédents est supposée compenser exactement les produits financiers générés grâce aux retards de paiement d'impôts sur les sociétés. Ainsi, on peut ignorer la taxe sur excédents dans les formules suivantes.
- Les cessions à la réassurance sont proportionnelles à la sinistralité
- Le calcul de participation des salariés au résultat est simplifié
- La société ne constitue pas de PREC
- Le résultat est intégralement reversé dans les fonds propres. *Une hypothèse de taux de redistribution est difficilement envisageable car ils impacteraient tous les exercices post redistributions (réduction de PF, donc réduction IS...).*

$$\begin{aligned} \frac{d FP(\alpha)}{d \alpha} &= \frac{\sum_t \text{Résultat}_t(\alpha)}{d \alpha} \\ &= \sum_t [-(R_t - R_{t-1}) * (1 + FG - tx_{cession}) -] * (1 - txIS) * (1 - tx PB) \end{aligned}$$

$$\frac{d FP(\alpha)}{d \alpha} = -R * (1 + FG - tx_{cession}) * (1 - txIS) * (1 - tx PB)$$

La marge de solvabilité (en norme actuelle)

Le capital requis en norme actuelle s'écrit :

$$Exigence\ minimale = \max(Total\ 1 * coeff\ reass, Total\ 2 * coeff\ reass, Total\ 3)$$

L'exigence minimale retenue porte généralement sur les Totaux 2 ou 3, c'est-à-dire qu'elle repose sur le calcul basé sur la charge sinistre ou sur le capital requis N-1 (et non sur le calcul basé sur les primes).

Pour rappel, le total 3 (tel qu'il a été défini dans le mémoire) se calcule :

$$Total\ 3(\alpha) = \min\left(\frac{\alpha * R_N}{\alpha * R_{N-1}}, 100\%\right) * Cap\ requis\ N - 1(\alpha)$$

L'impact du niveau de provision (mesuré par α) impacte donc uniquement le capital requis N-1.

Le niveau de provision n'impactant pas le Total 1 et seulement indirectement le Total 3, tout l'enjeu est de comprendre l'impact de α sur le 2^{ème} terme. Nous considérons dans la suite de cette sous-section que le terme retenu pour le capital requis est Total 2 * coeff reass.

Le « Total 2 » et le « Coeff Reass » s'écrivent :

$$Total\ 2(\alpha) = \min(charge\ sin(\alpha), seuil\ sin) * 26\% + \max(charge\ sin(\alpha) - seuil\ sin, 0) * 23\%$$

$$Coeff\ Reass = \max\left(\frac{charge\ sin\ nette}{charge\ sin\ brute}, 50\%\right)$$

En ajoutant les deux hypothèses suivantes :

- Le taux de cession moyen est inférieur à 50% (i.e. le taux de rétention moyen est supérieur à 50%)
- La charge sinistre est supérieure à « seuil sin »

On peut écrire :

$$\begin{aligned} Total\ 2(\alpha) * coeff\ reass(\alpha) &= [\text{seuil sin} * 26\% + (charge\ sin\ brute(\alpha) - \text{seuil sin}) * 23\%] \\ &\quad * \frac{charge\ sin\ nette(\alpha)}{charge\ sin\ brute(\alpha)} \end{aligned}$$

Avec la charge sinistre correspondant à la charge sinistre comptable moyenne des 3 dernières années :

$$Charge\ sin\ brute(\alpha) = \frac{\sum_{i=N-2}^N P_i + \alpha * R_i - \alpha * R_{i-1}}{3} = \frac{\alpha * (R_N - R_{N-3}) + \sum_{i=N-2}^N P_i}{3}$$

$$Total\ 2(\alpha) = \left[\text{seuil sin} * 26\% + \left(\frac{\alpha * (R_N - R_{N-3}) + \sum_{i=N-2}^N P_i}{3} - \text{seuil sin} \right) * 23\% \right]$$

$$\begin{aligned} \text{coeff réass}(\alpha) &= \frac{\text{charge sin nette}(\alpha)}{\text{charge sin brute}(\alpha)} = \frac{\text{tx cession sin} * \text{charge sin brute}(\alpha)}{\text{charge sin brute}(\alpha)} \\ &= \text{tx cession sin} \end{aligned}$$

$$\frac{d [\text{Total 2}(\alpha) * \text{coeff réass}(\alpha)]}{d \alpha} = \frac{(R_N - R_{N-3})}{3} * 23\% * \text{tx cession sin}$$

Fiscalité : taxe sur les excédents

Pour simplifier les calculs, nous posons les hypothèses suivantes :

- La société a toujours été bénéficiaire
- Le taux de taxe est de 4,8% par an depuis la création de la société
- La franchise d'impôts est considérée nulle
- La société intègre une marge de prudence dans ses provisions
- Les dotations sont intégralement réalisées dès la survenance (il n'y a aucune dotation ultérieure)

La taxe sur les excédents peut alors s'écrire :

$$\text{Taxe sur les excédents}(\alpha) = \sum_j \text{Taux taxe}_j * \sum_i \text{Assiette}_i(\alpha) * \frac{\text{constitution}_{i,j}(\alpha)}{B/M_i(\alpha)}$$

Avec i l'année de survenance et j l'année de constitution de la provision.

$$\text{Taxe sur les excédents}(\alpha) = \sum_j \text{Taux taxe}_j * \sum_i \text{tx IS} * \text{Boni}_i(\alpha) * \frac{\text{constitution}_{i,j}(\alpha)}{\text{Boni}_i(\alpha)}$$

$$\text{Taxe sur les excédents}(\alpha) = \sum_j \text{Taux taxe}_j * \text{tx IS} * \text{Boni}_j(\alpha)$$

$$\text{Taxe sur les excédents}(\alpha) = \sum_j 12 * \text{Tx Taxe Excédents} * (N - j) * \text{tx IS} * \text{Boni}_j(\alpha)$$

$$\begin{aligned} \text{Taxe sur les excédents}(\alpha) \\ = \sum_{j=1}^{N-1} 12 * \text{Tx Taxe Excédents} * (N - j) * \text{tx IS} * (\alpha * R_{j,N-1} - \alpha * R_{j,N} - P_{j,N}) \end{aligned}$$

Avec l'indigage : $R_{\text{survenance, année de vue}}$

$$\begin{aligned} \text{Taxe sur les excédents}(\alpha) \\ = 12 * \text{Tx Taxe Excédents} * \text{tx IS} * \sum_{j=1}^{N-1} (N - j) * (\alpha * R_{j,N-1} - \alpha * R_{j,N} - P_{j,N}) \end{aligned}$$

$$\frac{d \text{Taxe sur les excédents}(\alpha)}{d \alpha} = 12 * \text{Tx Taxe Excédents} * \text{tx IS} * \sum_{j=1}^{N-1} (N - j) * (R_{j,N-1} - R_{j,N})$$

Annexe XVI : Dérivées des indicateurs en norme Solvabilité II

L'objectif est de mesurer les variations des principaux indicateurs en norme Solvabilité II engendrées par une petite variation du niveau de provision de sinistres.

Les notations de l'annexe précédente sont reprises ici. S'agissant d'une estimation, le niveau de provision de sinistres ne peut pas correspondre exactement à la somme des flux futurs. $(\alpha-1)$ doit être interprété comme un biais dans les provisions.

Liste des indicateurs

Les dérivées des indicateurs suivants sont exposées dans la suite de cette annexe :

- BE de primes
- BE recoverable
- SCR Marché
- Sigma du risque de primes et provisions (pour un seul segment)

Best Estimate de primes

Le Best Estimate de primes peut se calculer comme suit :

$$PA_m = PPNA * Cad PPNA_m + PF * Cad PF_m$$

$$BEprimes(\alpha) = [Autres frais - Primes Fut] * \left(1 + Taux int_{\frac{1}{2}}\right)^{-\frac{1}{2}} \\ + \sum_{m>0} \left[\frac{S(\alpha) * (1 + FG)}{PA_{ref}} * \sum_{k=1}^m PA_k * Cad Reg_{m-k+1} + PA_m * Taux Frais Primes \right] \\ * \left(1 + Taux int_{m-1/2}\right)^{-(m-1/2)}$$

Avec

- PA_{ref} : le volume de primes utilisé dans le calcul du loss ratio
- $S(\alpha) * (1 + FG)$: le volume de sinistres utilisé dans le calcul du loss ratio

La dérivée du Best Estimate de primes s'écrit :

$$\frac{d PBprimes(\alpha)}{d \alpha} = \frac{R}{PA_{ref}} * \sum_{m>0} \left[\sum_{k=1}^m PA_k * Cad Reg_{m-k+1} \right] * \left(1 + Taux int_{m-1/2}\right)^{-(m-1/2)}$$

En posant :

Volume primes * Coeff escompte

$$= \sum_{m>0} \left[\sum_{k=1}^m PA_k * Cad Reg_{m-k+1} \right] * \left(1 + Taux int_{m-1/2}\right)^{-(m-1/2)}$$

On obtient :

$$\frac{d BEprimes(\alpha)}{d \alpha} = \frac{R}{PA_{ref}} * Volume primes * Coeff escompte$$

Best Estimate Recoverable

Le Best Estimate Recoverable est composé du BE de sinistres Recoverable et du BE de primes Recoverable :

$$BErecov(\alpha) = BESin Recov(\alpha) + BEprimes Recov(\alpha)$$

$$\begin{aligned} BErecov(\alpha) &= BESin(\alpha) * tx cession \\ &+ Taux cession sin \sum_{m>0} \left[\frac{S(\alpha)}{P} * (PPNA + Primes Fut) * Cad Reg cession_m \right. \\ &\quad \left. * \left(1 + Taux int_{m-\frac{1}{2}} \right)^{-m+\frac{1}{2}} \right] \\ &- taux cession primes [(PPNA_1 + Primes Fut)] * \left(1 + Taux int_{\frac{1}{2}} \right)^{-\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

$$\frac{d BErecov(\alpha)}{d \alpha} = \frac{d BESin Recov(\alpha)}{d \alpha} + \frac{d BEprimes Recov(\alpha)}{d \alpha}$$

$$\begin{aligned} \frac{d BErecov(\alpha)}{d \alpha} &= R * tx cession + \frac{R}{PA_{ref}} * Taux cession sin * (PPNA + Primes Fut) \\ &\quad * \sum_{m>0} \left[Cad Reg cession_m * \left(1 + Taux int_{m-\frac{1}{2}} \right)^{-m+\frac{1}{2}} \right] \end{aligned}$$

En posant :

$$Coeff escompte = \sum_{m>0} \left[Cad Reg cession_m * \left(1 + Taux int_{m-\frac{1}{2}} \right)^{-m+\frac{1}{2}} \right]$$

On obtient :

$$\begin{aligned} \frac{d BErecov(\alpha)}{d \alpha} &= R * Taux cession sin + \frac{R}{PA_{ref}} * Taux cession sin * (PPNA + Primes Fut) \\ &\quad * Coeff escompte \end{aligned}$$

SCR Marché

Par simplification, nous supposons le SCR marché proportionnel aux investissements, on peut l'écrire :

$$SCR_{marché}(\alpha) = Investissements(\alpha) * \beta$$

Avec β le taux de choc global appliqué à l'ensemble des placements financiers (risque de concentration, taux et change inclus).

On pose γ , le taux d'investissement en représentation des fonds propres et provisions.

En posant de nouveau les hypothèses utilisées dans le calcul de la dérivée des fonds propres (en norme actuelle), on peut alors écrire la dérivée du SCR marché :

$$\frac{d SCR_{marché}(\alpha)}{d \alpha} = \frac{d [\alpha * R * (1 + FG - tx_{cession}) + FP_{S1}(\alpha)] * \beta * \gamma}{d \alpha}$$

Avec R les provisions de sinistres en norme actuelle.

$$\begin{aligned} \frac{d SCR_{marché}(\alpha)}{d \alpha} &= [R * (1 + FG - tx_{cession}) - R * (1 + FG - tx_{cession}) * (1 - txIS) * (1 \\ &\quad - tx PB)] * \beta * \gamma \end{aligned}$$

$$\frac{d SCR_{marché}(\alpha)}{d \alpha} = [R * (1 + FG - tx_{cession}) * (txIS + tx PB - txIS * tx PB)] * \beta * \gamma$$

SCR non-vie

Dans cette sous-section, nous traiterons uniquement le calcul de la volatilité du risque de primes et reserve pour un segment unique s.

$$\sigma_s(\alpha) = \frac{\sqrt{(\sigma_{prem,s} * V_{prem,s})^2 + \sigma_{prem,s} * V_{prem,s} * \sigma_{res,s} * \alpha * R_s + (\sigma_{res,s} * \alpha * R_s)^2}}{V_{prem,s} + \alpha * R_s}$$

Avec s la LoB s.

En dérivant, on obtient :

$$\begin{aligned} \frac{d \sigma_s(\alpha)}{d \alpha} &= \frac{(V_{prem,s} + \alpha * R_s) * (\sigma_{prem,s} * V_{prem,s} * \sigma_{res,s} * R_s + 2 * \alpha * (\sigma_{res,s} * R_s)^2)}{2 * (V_{prem,s} + \alpha * R_s)^2 * \sqrt{(\sigma_{prem,s} * V_{prem,s})^2 + \sigma_{prem,s} * V_{prem,s} * \sigma_{res,s} * \alpha * R_s + (\sigma_{res,s} * \alpha * R_s)^2}} \\ &\quad - \frac{\sqrt{(\sigma_{prem,s} * V_{prem,s})^2 + \sigma_{prem,s} * V_{prem,s} * \sigma_{res,s} * \alpha * R_s + (\sigma_{res,s} * \alpha * R_s)^2}}{R_s} \\ &\quad * \frac{R_s}{(V_{prem,s} + \alpha * R_s)^2} \end{aligned}$$

Soit :

$$\frac{d \sigma_s(\alpha)}{d \alpha} = \frac{\sigma_{res,s} * R_s * (\sigma_{prem,s} * V_{prem,s} + 2 * \alpha * \sigma_{res,s} * R_s)}{2 * \sigma_s(\alpha) * (V_{prem,s} + \alpha * R_s)^2} - \frac{\sigma_s(\alpha) * R_s}{(V_{prem,s} + \alpha * R_s)}$$

Bibliographie

Ouvrage

Christian PARTRAT, Jean-Luc BESSON – « ASSURANCE NON-VIE – Modélisation, Simulation » (2004)

Alain TOSETTI, Thomas BEHAR, Michel FROMENTEAU, Stéphane MENART – « ASSURANCE – Comptabilité – Réglementation – Actuariat » (2011)

Mémoires

Christophe BONNEFOY, Bruno DEVICTOR - « Calcul stochastique de provisions techniques d'assurance non-vie » (2007)

Clémence MICHAUD - « La mesure du risque de provisionnement à un an en assurance non-vie – Prise en compte du jugement d'expert et de données exogènes » (2012)

Arnaud LACOUME – « Mesure du risque de réserve sur un horizon de un an » (2008)

Articles, rapports, publications

Thomas MACK - « DISTRIBUTION-FREE CALCULATION OF THE STANDARD ERROR OF CHAIN LADDER RESERVE ESTIMATES » (1993)

Thomas MACK - « THE STANDARD ERROR OF CHAIN LADDER RESERVE ESTIMATES: RECURSIVE CALCULATION AND INCLUSION OF A TAIL FACTOR » (1999)

Michael MERZ, Mario V. WUTHRICH – « Modelling The Claims Development Result » (2008)

By KLAUS D. SCHMIDT – « Bornhuetter-Ferguson as a General Principle of Loss Reserving » (2008)

ACPR - « Analyses et synthèses – Solvabilité 2 : principaux enseignements de la cinquième étude quantitative d'impact (QIS5) » (2011)

EIOPA - « EIOPA Report on the fifth Quantitative Impact Study (QIS5) for Solvency II » (2011)

Ainsi que trois rapports annuels téléchargés sur le site internet de sociétés d'assurance.

Règlementation

Directive : « DIRECTIVE 2009/138/CE DU PARLEMENT EUROPÉEN ET DU CONSEIL »

Tous les documents relatifs aux « LTGA » (spécifications, errata, annexes)

Tous les documents publiés par l'ACPR pour l'exercice Solvabilité II de septembre 2013 dont :

« TABLEAU DE RACCORDEMENT ENTRE LES COMPES DU PLAN COMPTABLE ASSURANCE ET LE BILAN SOLVABILITE II »

« TABLEAU DE RACCORDEMENT ENTRE LES COMPTES DU PLAN COMPTABLE ASSURANCE ET LES FONDS PROPRES SOLVABILITE II »

Sites internet

GEMA : <http://www.gema.fr/>

FFSA : <http://www.ffa.fr>

Fonds de garantie : <http://www.fondsdegarantie.fr/>

Ministère de l'économie, taxes sur les excédents de provisions :
<http://bofip.impots.gouv.fr/bofip/6800-PGP.html>

ACPR : <http://acpr.banque-france.fr/lacpr.html>

EIOPA : <https://eiopa.europa.eu/>

Code de l'assurance sur Legifrance :
<http://www.legifrance.gouv.fr/affichCode.do?cidTexte=LEGITEXT000006073984>