



ISUP

PROMOTION 2011

Mémoire présenté devant

**I n s t i t u t d e S t a t i s t i q u e
de l'Université Pierre et Marie Curie**

Pour l'obtention du

**Diplôme de Statisticien
M e n t i o n A c t u a r i a t**

Assurance ☒

Finance ☐

Par M.AMGUIRID Fouad

Sujet : Problématiques de la garantie arrêt de travail dans le cadre de Solvabilité 2

Lieu du stage : Allianz

Responsables du stage : Julia TEBOUL et Quynh-Le TRAN

Invité(s) :

CONFIDENTIEL



REMERCIEMENT

Je remercie chaleureusement Quynh-Le TRAN pour la qualité de ses conseils et pour le temps investi dans mon suivi.

Je remercie Julia TEBOUL, Yves HOUPERT et Anne PHELEP-LE POUTRE pour leurs écoutes, leurs conseils et leurs disponibilités.

Je remercie également tous les collaborateurs avec qui j'ai eu l'occasion de travailler et je suis honoré que cette collaboration se prolonge.

RESUME

L'entrée en vigueur de Solvabilité II, concernant l'évaluation de la solvabilité réglementaire d'une compagnie d'assurance et de réassurance, va rajouter des contraintes supplémentaires sur le calcul du risque capital.

Par le biais des QIS (Quantitative Impact Studies), les formules standards pour le calcul du risque capital ont pu être exhibées. Les impacts de la réforme ont ainsi pu être mesurés. Dans la dernière étude en date, QIS5, on constate que l'assurance santé est segmentée en deux : Santé SLT, qui regroupe les risques santé similaires à la vie et Santé Non-SLT, qui regroupe les risques santé similaires à la non-vie.

En France, la classification de la garantie arrêt de travail, faisant partie de l'assurance Santé, n'est pas claire. Selon les spécifications techniques du QIS5 cette garantie, plus précisément la garantie d'incapacité pourrait être traitée dans les modules Santé SLT ou Santé Non-SLT.

Dans ce mémoire, une réflexion a été menée afin d'identifier le module (Santé SLT/Santé Non-SLT) permettant de mesurer adéquatement les risques encourus pour la garantie d'incapacité. Les analyses des risques et des spécifications techniques du QIS5 sur le sujet ont montré que le module Santé SLT semble être plus adéquat.

Les études chiffrées réalisées ont montré que, pour un portefeuille d'incapables sans prise en compte des primes futures, le SCR Santé SLT représente environ 25% de la provision contre 40% pour le SCR Santé Non-SLT. La classification de la garantie arrêt de travail peut donc avoir un impact important sur le besoin en capital.

Le calcul du SCR Santé Non-SLT repose sur l'affectation de la garantie à une branche d'activité (LoB). Les textes actuels laissent penser que la garantie arrêt de travail pourrait être classée soit dans la LoB « Income protection » soit dans la LoB « Worker's compensation ». La différence entre les deux LoB peut aboutir sur un écart important, sachant que les paramètres de LoB « Income protection » implique que le besoin en capital est toujours plus élevé que celui de la LoB « Worker's compensation » (environ de 30%).

Par ailleurs, si la définition de la limite des contrats (contract boundary) conduit à l'obligation de prise en compte des primes futures, le calcul de besoin en capital par le module Santé SLT semble être obligatoire.

Notons que, le calcul du risque capital pour une garantie classée en Santé SLT nécessite le recalcul du Best Estimate en faisant varier plusieurs paramètres (mortalité, morbidité,...). Les Best Estimate évalués avec une modélisation de type non-vie (ex : par les ratios S/P) ne permettent pas de prendre en compte ces types de variation directement. En revanche, une modélisation de type vie reposant directement sur les paramètres de mortalité et de morbidité (i.e. modèle vie) le permet. Ainsi, le calcul du SCR Santé SLT privilégie l'utilisation d'un modèle vie de projections des flux pour l'évaluation du Best Estimate.

En conclusion, les textes actuels du QIS5 laissent place pour une forte part à l'interprétation concernant le besoin en capital des portefeuilles d'arrêt de travail français. Des normes d'application claires non sujettes à interprétation, semblent nécessaires. Par ailleurs, la définition de « contract boundary » peut obliger à un calcul de besoin en capital par le module de Santé SLT si les primes futures sont prises en compte.

Mots clés : Solvabilité 2, QIS5, Arrêt de travail, Incapacité, Invalidité, Modélisation vie, SCR Santé SLT, SCR Santé Non-SLT, Sensibilité

ABSTRACT

The implementation of Solvency II on the assessment of the solvency capital requirement of insurance companies and reinsurance companies, will add additional constraints on the calculation of risk capital.

Through the QIS (Quantitative Impact Studies), the standard formulas for the calculation of risk capital have been exhibited. The impacts of the reform were thus measured. In the latest study, QIS5, we find that health insurance is segmented into two: Health SLT, including Health risks which are similar to life and Health Non-SLT, including health risks which are similar to the non-life.

In France, the classification of the guarantee "Arrêt de travail", as part of health insurance, is unclear. According to the QIS5 technical specifications, this guarantee, especially the guarantee of incapacity could be addressed in the modules Health SLT or Health Non-SLT.

In this paper, a study was conducted to identify the module (SLT Health / Health Non-SLT) which measures adequately the risks for the guarantee of incapacity. Analysis of risks and of QIS5 technical specifications on the subject has shown that the module Health SLT seems to be more appropriate.

The numerical studies carried out have shown that, for a portfolio without taking into account future premiums, the SCR Health SLT is about 25% of the reserve against 40% for Non-SCR Health SLT. The classification of the guarantee "Arrêt de travail" may have a significant impact on capital requirements.

The calculation of the SCR Health Non-SLT is based on the segmentation of the line of business (LoB). The current texts suggest that the guarantee "Arrêt de travail" could be classified either as the LoB "Income Protection" or as the LoB "Worker's compensation". The difference between the two LoB may result in a significant gap, given that the parameters of LoB "Income Protection" always lead to higher capital requirement than the LoB "Worker's compensation" (about 30%).

Moreover, if the definition of the contract boundary leads to the requirement to take into account future premiums, the calculation of capital requirements by the Health module SLT seems to be mandatory.

Note that the risk capital calculation by the module Health SLT requires the recalculation of the Best Estimate by varying several parameters (mortality, morbidity, ...). The Best Estimate evaluated with a non-life modeling type (eg by the ratio S / P) do not directly consider these types of variation. However, a life modeling type which bases directly on the parameters of mortality and morbidity (ie life model) does allow. Thus, the calculation of the SCR Health SLT requires the use of a life model for the evaluation of Best Estimate.

In conclusion, the current texts of QIS5 leave room for a large part in interpreting the need for risk capital calculation concerning the French portfolios of the guarantee "Arrêt de travail". Clear application standards not subject to interpretation, seem necessary. Moreover, the definition of contract boundary may require a calculation of risk capital by the Health SLT module if future premiums are taken into account.

Keywords: Solvency 2, QIS5, work stoppage, Disability, Disability, Life Modelling, SCR Health SLT, SCR Health Non-SLT, Sensitivity

TABLE DES MATIERES

PARTIE 1. Analyse qualitative de la garantie arrêt de travail	12
Chapitre 1. Rappels sur le marché de la prévoyance	12
I. Marché de la prévoyance en France	12
I.1. Définition de la prévoyance	12
I.2. Sécurité Sociale	12
I.3. Protection sociale complémentaire	13
II. Garantie arrêt de travail en France	14
II.1. Définition de la garantie arrêt de travail	14
II.2. Définition de l'incapacité	14
II.3. Définition de l'invalidité	14
II.4. Cadre législatif	16
III. Prestations de la garantie arrêt de travail	16
III.1. Prestations de la Sécurité Sociale	16
III.2. Prestation de l'assurance complémentaire	20
III.3. Prestations de l'employeur : la loi de mensualisation	23
Chapitre 2. Rappels sur la réglementation Solvabilité 2	24
I. Objectifs	24
I.1. Présentation générale	24
I.2. Phases	24
II. Trois piliers	25
II.1. Pilier 1 : Exigences quantitatives de calcul	25
II.2. Pilier 2 : Contrôle et aspects qualitatifs	25
II.3. Pilier 3 : Information et discipline de marché	25
II.4. Synthèse des trois piliers	26
III. Etudes quantitatives d'impact (QIS)	26
III.1. Introduction	26
III.2. Différents QIS	26
III.3. QIS5 et Pilier 1	27
III.4. SCR Santé par formules standards	28
Chapitre 3. Analyse du risque d'incapacité/invalidité	34
I. Problématiques de la garantie arrêt de travail	34
I.1. Problématiques liées à classification en Santé SLT ou Non-SLT	34
I.2. Problématiques liées à l'application des formules standards	35
II. Recommandation de l'ACP	36
III. Analyses	37
III.1. Analyses de la classification Santé SLT/Non-SLT	37
III.2. Analyses de l'application des formules standards	37
III.3. Analyses de la durée des contrats (contract boundary)	38
IV. Conclusions	39

PARTIE 2. Modèle vie de détermination des provisions Best Estimate 41

Chapitre 4. Cahier des charges	41
I. Architecture du modèle	41
I.1. Modélisation S/P	41
I.2. Modélisation vie	41
II. Fonctionnement du modèle	42
II.1. Modélisation vie retenue pour la garantie arrêt de travail.....	42
II.2. Description du fonctionnement du modèle	43
II.3. Hypothèses de modélisation	43
II.4. Structure des model points	44
II.5. Projection des flux	45
Chapitre 5. Développement du modèle	49
I. Problématiques de la simulation des trajectoires	50
II. Architecture globale.....	52
III. Module de validité	54
IV. Module d'incapacité	55
V. Module d'invalidité	56
VI. Modélisation de tables de mortalité prospectives : Modèle de Lee-Carter	57
VI.1. Ajustement sur les tendances passées.....	57
VI.2. Extrapolations futures	62
VII. Validation du modèle.....	65
VII.1. Méthodes validation élémentaires	65
VII.2. Vision comptable et économique	66
Chapitre 6. Etudes de sensibilités	70
I. Sensibilité à l'ancienneté	70
II. Sensibilité aux rentes	71
III. Sensibilité au capital décès	72
IV. Sensibilité aux frais	72

PARTIE 3. Etude des SCR Santé..... 75

Chapitre 7. Analyse des SCR.....	75
I. Cadre de l'étude	75
I.1. Objectifs et approche	75
I.2. Hypothèses de modélisation	75
II. Model Point.....	76
II.1. Description.....	76
II.2. Impact de l'agrégation	76
II.3. Caractéristiques	77
III. Résultats du SCR Santé SLT	79
III.1. Best Estimate	79
III.2. Sensibilité du SCR Santé SLT	80
III.3. SCR SLT	82
IV. Résultats du SCR Santé Non-SLT	83
IV.1. Provisions mathématiques	83

IV.2. Sensibilité du SCR Santé Non-SLT	83
IV.3. SCR Santé Non-SLT	84
V. Analyse des résultats et conclusion	85
PARTIE 4. ANNEXES.....	89
I. Formules Standards du SCR Santé SLT	89
I.1. Sous-modules de risques pris en compte	89
I.2. Formules standards	90
II. Formules standards Santé Non-SLT	91
II.1. Description des inputs requis	92
II.2. Lines of Business	92
II.3. Formules standards	92

INTRODUCTION

L'entrée en vigueur de Solvabilité II, concernant l'évaluation de la solvabilité réglementaire d'une compagnie d'assurance et de réassurance, va rajouter des contraintes supplémentaires sur le calcul du risque capital.

Par le biais des QIS (Quantitative Impact Studies), les formules standards pour le calcul du risque capital ont pu être exhibées. Les impacts de la réforme ont ainsi pu être mesurés. Dans la dernière étude en date, QIS5, on constate que l'assurance santé est segmentée en deux : Santé SLT, qui regroupe les risques santé similaires à la vie et Santé Non-SLT, qui regroupe les risques santé similaires à la non-vie.

En France, la classification de la garantie arrêt de travail, faisant partie de l'assurance Santé, n'est pas claire. Selon les spécifications techniques du QIS5 cette garantie, plus précisément la garantie d'incapacité pourrait être traitée dans les modules Santé SLT ou Santé Non-SLT.

Ce mémoire a pour objectif d'étudier les différentes problématiques liées à l'évaluation du besoin de capital pour la garantie arrêt de travail dans le cadre de Solvabilité 2, notamment:

- La classification en Santé SLT ou Santé Non-SLT
- La classification en LoB « Worker's compensation » ou « Income protection » en Santé Non-SLT
- La notion de « contract boundary » d'un portefeuille collectif
- La disposition d'un modèle de type vie

Ainsi, dans la première partie, nous ferons un état des lieux de la garantie arrêt de travail en France, en nous intéressant notamment aux différents intervenants. Puis, un bref rappel sur Solvabilité 2 sera effectué, pour ensuite nous concentrer sur l'évaluation du SCR Santé SLT et du SCR Santé Non-SLT à l'aide des formules standards. Enfin, lors d'une étude qualitative, nous essayerons d'identifier quelle classification (Santé SLT ou Santé Non-SLT) semble au mieux prendre en compte les risques encourus pour l'incapacité et l'invalidité.

Le SCR Santé SLT implique d'avoir à disposition un modèle de type-vie reposant sur les paramètres de mortalité et de morbidité (modèle vie) pour déterminer le Best Estimate. La seconde partie du mémoire explicitera la mise en place de ce modèle vie. Les méthodes de projections y seront exposées. Une validation du modèle et une étude des sensibilités de celui-ci seront également réalisées.

Enfin, dans la troisième partie nous étudierons, sur un portefeuille que l'on décrira, les résultats obtenus par une classification Santé SLT et Santé Non-SLT. Une étude des sensibilités est réalisée. Il est à noter que le calcul du SCR Santé Non-SLT repose sur une classification en branches d'activité LoB dont : « Worker's compensation » et « Income protection ». Cette différence de classification, non claire pour la garantie arrêt de travail, est aussi quantifiée.

PARTIE 1

Analyse qualitative de la garantie arrêt de travail

PARTIE 1. Analyse qualitative de la garantie arrêt de travail

Cette section vise dans un premier temps à présenter le marché de la prévoyance en France et par la même occasion définir les principaux termes utilisés dans ce mémoire. Par la suite, une présentation rapide de la norme Solvabilité 2 sera réalisée pour fixer et définir les concepts essentiels. Enfin, une réflexion concernant l'analyse du risque auquel est soumise la garantie arrêt de travail dans le cadre de Solvabilité 2 sera réalisée et permettra de mieux cerner les enjeux et les problématiques.

Chapitre 1. Rappels sur le marché de la prévoyance

Nous allons tout d'abord faire un état des lieux de la prévoyance en France pour ensuite nous intéresser plus précisément à la garantie arrêt de travail.

I. Marché de la prévoyance en France

I.1. Définition de la prévoyance

Les opérations de prévoyance regroupent l'ensemble des contrats d'assurance de personnes offrant des garanties de versement de prestations en cas de maladie, d'incapacité ou d'invalidité de travail ou de décès. Les assurances maladie, dommages corporels, dépendance et chômage font partie de la prévoyance. Principalement, deux branches d'assurances sont concernées : les assurances en cas de décès et les assurances en cas de maladie ou d'accident corporels.

Cette garantie met à contribution deux intervenants : la Sécurité Sociale et les régimes complémentaires des organismes assureurs.

I.2. Sécurité Sociale

La "Sécurité sociale", créée en 1945, est un Service public de l'Etat, qui assure l'ensemble des risques sociaux des travailleurs, des salariés et des professions libérales, des travailleurs indépendants et des travailleurs non salariés, des salariés agricoles, que ces personnes travaillent sur le territoire métropolitain de la France, ou comme salariés détachés à l'étranger. La Sécurité sociale fournit les prestations prévues par le Code de la Sécurité sociale.

Le financement de la Sécurité sociale est principalement assuré par des cotisations sociales (à 70.7% en 2009). Ces cotisations sont prélevées sur le travail salarié avec une part salariale et une part patronale. Les impôts et cotisation sur autres revenus de toute nature (Contribution Sociale Généralisée ou CSG) représentent la majeure partie de l'autre part.

I.3. Protection sociale complémentaire

En raison de la conjoncture économique et sociale (vieillesse de la population, croissance ralentie, dette sociale), la protection sociale obligatoire ne suffit plus à garantir une couverture suffisante. Le rôle de la protection sociale complémentaire devient crucial et doit donc se structurer dans un cadre politique et institutionnel qui la finance et lui assure des responsabilités élargies.

Trois types d'entités juridiques peuvent assurer la couverture des risques maladie, accident, invalidité, retraite:

- les sociétés ou compagnies d'assurances, relevant du Code des Assurances,
- les Mutuelles, relevant du Code de la Mutualité,
- les Institutions de prévoyance, relevant du Code de la Sécurité Sociale.

Cette protection peut être collective. L'adhésion des salariés à cette protection complémentaire peut être obligatoire ou facultative, à la charge de l'employeur ou partagée avec le salarié moyennant le paiement d'une cotisation. La mise en place de cette couverture collective peut résulter :

- d'un accord collectif, à l'initiative des organisations syndicales,
- d'un référendum, proposé par le chef d'entreprise et adopté par la majorité des salariés,
- d'une décision unilatérale de l'employeur.

Les avantages fournis par la société d'assurance viennent nécessairement en complément des prestations de sécurité sociale (remboursement de soins, versement de rente...). Voici les principaux risques et prestations sujets à cette protection complémentaire :

Risques	Prestations
Incapacité de travail	Remplacement de salaire
Invalidité	Païement d'une rente d'invalidité
Décès	Versement d'une rente ou d'un capital au conjoint survivant ou aux ayants droit
Frais de santé	Complément aux remboursements de sécurité sociale
Dépendance	Aide à domicile, aménagement du logement, prise en charge dans un établissement spécialisé...

En 2009, les cotisations en affaires directes au titre des contrats collectifs d'assurances de personnes souscrits auprès des sociétés d'assurances sont en progression de 4 % par rapport à l'année 2008, atteignant 23,2 milliards d'euros.

Dans le tableau ci-dessus, nous nous intéressons plus particulièrement aux deux premières lignes, l'incapacité de travail et l'invalidité, qui constituent ce que l'on appelle la "garantie arrêt de travail" en France.

II. Garantie arrêt de travail en France

II.1. Définition de la garantie arrêt de travail

Une personne est considérée en arrêt de travail si, à la suite d'un accident ou d'une maladie, elle se trouve dans l'impossibilité complète et continue d'exercer sa profession ou de gérer ses affaires. Cette impossibilité doit être constatée par un médecin qui lui prescrira un arrêt de travail. Il en résulte une diminution de gain ou de salaire à laquelle l'assurance se propose de remédier par un versement de prestations lorsqu'un salarié est dans l'impossibilité d'exercer une activité professionnelle. Le terme arrêt de travail regroupe deux notions : l'incapacité et l'invalidité.

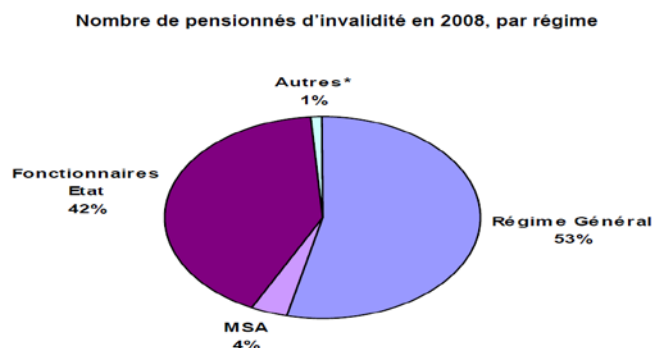
II.2. Définition de l'incapacité

L'article L321-1 du Code de la Sécurité Sociale précise la notion d'incapacité. L'état d'incapacité est reconnu lorsque l'assuré est dans l'incapacité physique, constatée par un médecin traitant, de continuer ou de reprendre le travail.

Les indemnités octroyées sont journalières. L'incapacité de travail a une durée maximale de 3 ans. Passé ce délai, si l'assuré est toujours dans l'impossibilité absolue d'exercer une activité professionnelle, il peut basculer en invalidité sur décision de la Sécurité Sociale.

II.3. Définition de l'invalidité

L'article L341-1 et R341-2 du Code de la Sécurité Sociale précise la notion d'invalidité. L'assuré a droit à une pension d'invalidité lorsqu'il présente une invalidité réduisant de 2/3 sa capacité de travail ou de gain. Il doit être incapable de se procurer, dans une profession quelconque, un salaire supérieur à une fraction de la rémunération normale¹ dans la profession qu'il exerçait avant la date de l'interruption de travail suivie d'invalidité (ou la date de la constatation médicale de l'invalidité si celle-ci résulte de l'usure prématurée de l'organisme).



Source : CNAMTS et CCSS septembre 2009

¹ Perçue dans la même région par des travailleurs de la même catégorie

Pour recevoir une pension d'invalidité, l'assuré social doit justifier à la fois d'une durée minimale d'immatriculation et, au cours d'une période de référence, soit d'un montant minimum de cotisations fixé par référence au Salaire Minimum de Croissance (SMIC), soit d'un nombre minimum d'heures de travail salarié ou assimilé. (cf. article L341-2 du code de la Sécurité Sociale)

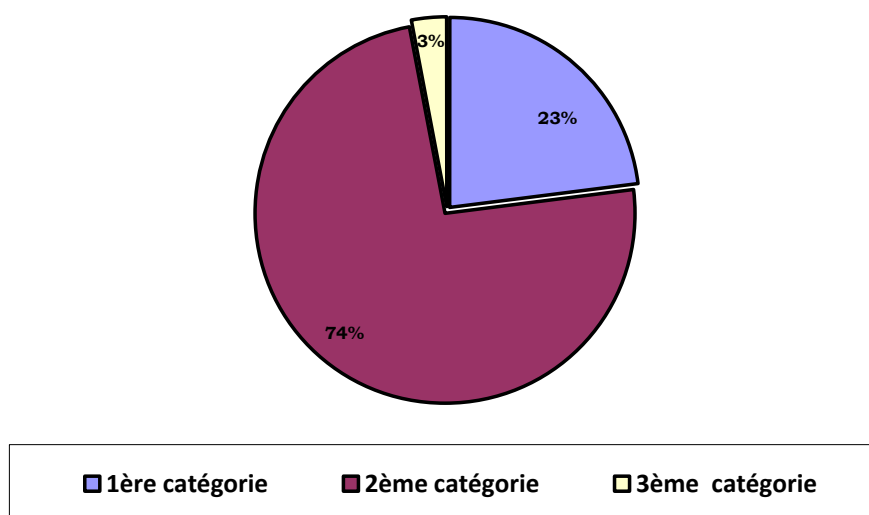
L'état d'invalidité est apprécié en tenant compte de la capacité de travail restante, de l'état général, de l'âge et des facultés physiques et mentales de l'assuré, ainsi que de ses aptitudes et de sa formation professionnelle :

- 1°) soit après consolidation de la blessure en cas d'accident non régi par la législation sur les accidents du travail ;
- 2°) soit à l'expiration de la période pendant laquelle l'assuré a bénéficié des prestations en espèces²
- 3°) soit après stabilisation de son état intervenue avant l'expiration du délai susmentionné ;
- 4°) soit au moment de la constatation médicale de l'invalidité, lorsque cette invalidité résulte de l'usure prématurée de l'organisme. (cf. article L341-3 du code de la Sécurité Sociale)

En vue de la détermination du montant de la pension, les invalides sont classés par catégorie comme suit :

- 1°) invalides capables d'exercer une activité rémunérée ;
- 2°) invalides absolument incapables d'exercer une profession quelconque ;
- 3°) invalides qui, étant absolument incapables d'exercer une profession, sont, en outre, dans l'obligation d'avoir recours à l'assistance d'une tierce personne pour effectuer les actes ordinaires de la vie. (cf. article L341-4 du code de la Sécurité Sociale)

Répartition du des invalides en fonction de leur catégorie



Source : CNAMTS et CCSS septembre 2009

² Le terme "prestations en espèces" désigne usuellement les indemnités journalières d'incapacité

II.4. Cadre législatif

Les lois Evin, relative au Code du travail, ont pour objectif de protéger l'assuré. Concernant la **prévoyance collective**, voici ce que l'on peut en dire :

- L'article 1 rappelle que seules les assurances, les mutuelles et les instituts de prévoyance sont habilités pour la prévention et la couverture du risque décès, des risques portant atteinte à l'intégrité physique de la personne ou liés à la maternité ou des risques d'incapacité de travail ou d'invalidité ou du risque chômage.
- Les articles 2, 4 et 5, concernant les assurances de groupe, s'interprètent comme suit : l'assureur doit prendre en charge toutes les conséquences d'états pathologiques antérieurs, c'est-à-dire toutes les situations, non connues ou connues, laissant apparaître un trouble de l'état de santé de l'assuré. Concrètement, l'assureur s'interdit toute sélection médicale. Il peut organiser des formalités médicales afin de jauger le risque qu'il prend, mais doit produire un tarif unique pour l'ensemble du groupe : il assure tout le monde ou personne.
- L'article 7-1 met l'accent sur l'obligation du maintien des prestations, en cas de résiliation ou de non-renouvellement du contrat, pour les personnes sinistrées. Il y a de plus le maintien de la revalorisation des rentes futures. Il y a maintien de la garantie décès en cas de changement d'assureur pour les assurés qui étaient en arrêt de travail au moment du changement.

III. Prestations de la garantie arrêt de travail

On s'intéresse dans les paragraphes qui suivent aux prestations pour les personnes affiliées au régime général de la Sécurité Sociale. Ces prestations sont délivrées mettent en jeu trois intervenants : la Sécurité Sociale, l'assureur complémentaire et l'employeur.

III.1. Prestations de la Sécurité Sociale

III.1.1. Incapacité temporaire et permanente

Comme précisé dans les définitions qui précèdent, dans le cas de l'incapacité, la Sécurité Sociale octroie des indemnités journalières, appelées aussi prestation en espèce. Selon la nature de l'arrêt (accident du travail, accident de la vie privée, maladie) les prestations diffèrent.

Le service de l'indemnité journalière est subordonné à l'obligation pour le bénéficiaire de :

- observer les prescriptions du praticien,
- se soumettre aux contrôles organisés par le service du contrôle médical,
- respecter les heures de sorties autorisées par le praticien,
- s'abstenir de toute activité non autorisée.

En cas d'inobservation volontaire de ces obligations, le bénéficiaire restitue à la caisse les indemnités versées correspondantes. (Cf. Article L323-6 du code de la Sécurité Sociale)

III.1.1.1. Incapacité temporaire provoquée par un incident de la vie privée

III.1.1.1.1. Conditions d'obtention des indemnisations

Si l'arrêt de travail dure moins six mois l'assuré doit :

- soit avoir cotisé l'équivalent de 1015 fois le Salaire Minimum de Croissance (SMIC) horaire au cours des six derniers mois
- soit avoir travaillé 200 heures de travail salarié ou assimilé sur les trois mois civils ou quatre-vingt-dix jours précédents

Si l'arrêt de travail dure plus de six mois l'assuré doit :

- Etre immatriculé à la Sécurité Sociale depuis au moins douze mois précédant l'arrêt de travail
- Avoir cotisé l'équivalent de 2030 fois le Salaire Minimum de Croissance (SMIC) horaire au cours des douze derniers mois, ou avoir travaillé 800 heures de travail salarié ou assimilé sur les douze mois civils ou 365 jours précédents

III.1.1.1.2. Franchise

Les articles L323-1 et R323-1 de la Sécurité Sociale stipulent qu'une franchise sous forme de délais de carences de 4 jours est appliquée. Cette franchise peut-être annulée si l'arrêt de travail est consécutif à une période de reprise de travail inférieur à un délai minimum. Elle peut aussi être annulée si l'arrêt de travail résulte d'une affection ou maladie de longue durée ayant déjà suscité un délai de carence lors d'un premier arrêt de travail.

III.1.1.1.3. Base de calcul

Le gain journalier servant de base au calcul de l'indemnité journalière prévue à l'article L323-4 est décrit dans le code de la Sécurité Sociale à l'article R323-4³. L'idée est de considérer une paye sur un nombre de jours et de diviser cette paye environ par le nombre de jours⁴. Le nombre de jours par lequel on divise dépend des fréquences auxquelles tombent les salaires. Cela peut être synthétisé comme suit :

Fraction des payes considérées	Nombre de payes considéré en fonction de la fréquence de paiement	
1/91.25	Mensuel : 3 payes	Deux fois par mois : 6 payes
1/91.25	Journalier : 3 mois de payes antérieurs à l'arrêt	
1/84	Bimensuel : 6 payes	Hebdomadaire : 12 payes
1/91.25	Au moins une fois par trimestre : 3 mois de payes antérieurs à l'arrêt	
1/365	Travail non continu ou saisonnier : 12 mois de payes antérieurs à l'arrêt	

³ Modifié par décret, le 29 octobre 2010

⁴ Cependant un plafonnement de ce salaire journalier est prévu dans l'article L241-3.

III.1.1.1.4. Indemnités

Les articles L323-4 et R323-5 du code de la Sécurité Sociale fixe l'indemnité de base à 50% du salaire journalier. Une indemnité journalière majorée valant 66% du salaire journalier de base, est accordée aux assurés ayant au moins trois enfants, et ce à compter du trente et unième jour suivant l'arrêt de travail.

III.1.1.2. Incapacité temporaire provoquée par un incident de la vie professionnelle

III.1.1.2.1. Franchise

Les articles L433-1 de la Sécurité Sociale stipulent que les indemnités journalières débutent dès le lendemain de l'arrêt de travail.

III.1.1.2.2. Base de calcul

Le gain journalier servant de base au calcul de l'indemnité journalière prévue à l'article L433-1 est décrit dans le code de la Sécurité Sociale à l'article R433-4⁵ et peut être synthétisé comme suit (Cf.

III.1.1.1.3 pour plus d'explication) :

Fraction des paies considérées	Nombre de payes considéré en fonction de la fréquence de paiement	
1/30.42	Mensuel : 1 paye	Deux fois par mois : 2 payes
1/30.42	Journalier : 1 mois de payes antérieur à l'arrêt	
1/28	Bimensuel : 2 payes	Hebdomadaire : 4 payes
1/91.25	Au moins une fois par trimestre : 3 mois de payes antérieurs à l'arrêt	
1/365	Travail non continu ou saisonnier : 12 mois de payes antérieurs à l'arrêt	

III.1.1.2.3. Indemnités

Les articles L433-2, R433-1, R433-2 et R433-3 du code de la Sécurité Sociale fixe l'indemnité de base à 60% du salaire journalier. Une indemnité journalière majorée valant 80% du salaire journalier de base, est accordée à compter du vingt-neuvième jour suivant l'arrêt de travail.

⁵ Modifié par décret, le 29 octobre 2010

III.1.1.3. Invalidité provoquée par un incident de la vie privée

Les articles R341-4, R341-5 et R341-6, donnent le montant de la pension d'invalidité. Le tableau ci-dessous résume ces articles

Catégorie d'invalides	Nombre de payes considéré en fonction de la fréquence de paiement
1 ^{ère} Catégorie	30 % du salaire annuel moyen correspondant aux cotisations versées au cours des dix années civiles d'assurance dont la prise en considération est la plus avantageuse pour l'assuré
2 ^{ème} Catégorie	50 % du salaire annuel moyen correspondant aux cotisations versées au cours des dix années civiles d'assurance dont la prise en considération est la plus avantageuse pour l'assuré
3 ^{ème} Catégorie	La pension est égale au montant prévu pour un invalides de deuxième catégorie majoré de 40 % sans que cette majoration puisse être inférieure à un minimum annuel fixé par décret. La majoration est une aide pour tierce personne.

L'article L341-13 et R341-16 stipulent que la suspension ou la suppression de la pension intervient lorsque la capacité de gain de l'invalidé pensionné devient supérieure à 50 %.

III.1.1.4. Incapacité permanente provoquée par un incident de la vie professionnelle

D'après les articles L434-1, L434-2 et R434-1, lorsque le taux d'incapacité permanente d'une personne est inférieur à 10%, elle reçoit pour indemnité un capital dépendant de ce taux et d'un barème forfaitaire fixé par décret. Lorsque ce taux d'incapacité permanente dépasse 10%, la victime perçoit une rente égale au salaire annuel multiplié par le taux d'incapacité permanente (IP), réduit de moitié pour la part de taux d'IP inférieur à 50% et augmenté⁶ 1,5 fois pour la part de taux d'IP supérieur à 50%.

Le taux de l'incapacité permanente est déterminé d'après la nature de l'infirmité, l'état général, l'âge, les facultés physiques et mentales de la victime ainsi que d'après ses aptitudes et sa qualification professionnelle, compte tenu d'un barème indicatif d'invalidité.

⁶ Cela est du à la nécessité de faire appelle à une tierce personne

III.2. Prestation de l'assurance complémentaire

Voici comment la prestation complémentaire est caractérisée dans les contacts de Prévoyance Collective d'Allianz.

III.2.1. Définitions et conditions

III.2.1.1. Traitement de référence

Les prestations et les cotisations sont déterminées en fonction d'un traitement de référence, fixé aux dispositions particulières du contrat, qui peut être :

- soit, une ou plusieurs des tranches, définies ci-après, du salaire brut versé par l'entreprise et déclaré à l'administration fiscale au titre de la période retenue pour le calcul des cotisations ou des prestations :
 - Tranche A ou « TA » : limitée au plafond annuel du régime général de la Sécurité sociale⁷,
 - Tranche B ou « TB » : comprise entre une fois et quatre fois le plafond annuel de la Sécurité Sociale,
 - Tranche C ou « TC » : comprise entre quatre fois et huit fois le plafond annuel de la Sécurité Sociale,
- soit, forfaitairement, le montant du plafond annuel de la Sécurité sociale.

III.2.1.2. Condition d'admission

Les membres de la catégorie de personnel à assurer doivent, au moment de leur affiliation, remplir une demande individuelle d'affiliation comportant un questionnaire d'état de santé et désignent les bénéficiaires en cas de décès. L'assureur, s'il le juge nécessaire, peut demander l'accomplissement de formalités médicales ou la production de toute information complémentaire. Il se réserve aussi le droit, au vu des documents et renseignements précités, de limiter les garanties ou de revoir le tarif du contrat indiqué dans la demande d'adhésion de l'entreprise ou encore de refuser l'adhésion de l'entreprise.

En cours de contrat, lors de l'entrée dans la catégorie de personnel assuré de salariés présentant un risque aggravé, l'assureur peut également revoir les taux de cotisation prévus au premier jour du trimestre civil qui suit l'entrée du nouvel assuré et en tout état de cause au plus tard au 1er janvier de l'exercice suivant. L'entreprise adhérente peut refuser cette augmentation et résilier son contrat en adressant à l'assureur une lettre recommandée avec accusé de réception dans un délai de trente jours à compter de la date de réception de l'avenant envoyé par l'assureur. La résiliation prend effet le premier jour du trimestre civil suivant la notification de refus.

III.2.1.3. Cessation de garanties

Toutes les garanties cessent en tout état de cause pour chaque assuré aux âges limites fixés pour chacune des garanties et, au plus tard, dès qu'il cesse d'appartenir à la catégorie de personnel à laquelle les dispositions particulières s'appliquent sous réserve des dispositions prévues relatif au

⁷ Le plafond annuel de la Sécurité Sociale est de 35 352 € en 2011

maintien des garanties en cas d'arrêt de travail, et au plus tard à la date de l'attribution de la pension vieillesse de la Sécurité sociale.

Pour la totalité des assurés appartenant à la catégorie de personnel, les garanties cessent en cas de résiliation du contrat.

III.2.1.4. Franchise

Le droit aux prestations prend effet au terme d'un délai de franchise fixé aux dispositions particulières. Ce délai commence à courir au premier jour de chaque arrêt de travail. Il est constitué d'une suite ininterrompue de journées d'incapacité totale de travail.

III.2.1.5. Délai de déclaration

Tout événement susceptible d'ouvrir droit aux prestations doit survenir pendant la période d'effet de la garantie concernée et être déclaré dans les délais fixés par celle-ci ou, si aucun délai n'est prévu, dans les six mois suivant cet événement. Sauf cas de force majeure, les maladies ou accidents non déclarés dans les six mois qui suivent l'arrêt de travail seront exclus de la garantie et à ce titre non indemnisés.

L'arrêt de travail doit être porté à la connaissance de l'assureur avant le terme du délai de franchise et, au plus tard, dans les trois mois suivant la date de cet arrêt et en tout état de cause au plus tard avant le terme du délai de franchise si celle-ci est supérieure à trois mois. L'arrêt de travail est considéré comme s'étant produit au jour de la déclaration si celle-ci intervient passé ce délai mais avant le sixième mois.

III.2.2. Indemnités

III.2.2.1. Plafond

Le cumul des sommes versées par l'assureur, la Sécurité sociale, l'employeur et le cas échéant, de toutes celles versées en rémunération d'un travail ou correspondant à un revenu de substitution, ne peut excéder :

- en cas d'incapacité sans rupture du contrat de travail, 100 % du traitement de référence brut de l'assuré à la veille de son arrêt de travail et revalorisé au jour de l'événement donnant lieu à détermination ou à un nouveau calcul du montant de la prestation,
- en cas d'invalidité ainsi que, dans tous les cas, après rupture du contrat de travail, 100 % du traitement de référence net payé de l'assuré à la veille de son arrêt de travail.

Le dépassement éventuel réduit d'autant la prestation de l'assureur.

III.2.2.2. Indemnités quotidiennes

Les dispositions particulières fixent le mode de calcul du montant initial de la prestation lorsque l'assuré perçoit l'indemnité journalière versée au titre de l'assurance maladie de la Sécurité sociale pour incapacité totale de travail.

Si l'incapacité est imputable à un accident du travail ou à une maladie professionnelle, indemnisée à ce titre par la Sécurité Sociale, l'indemnité allouée par cette dernière est complétée par l'assureur à concurrence du montant total des indemnités (Sécurité Sociale et assureur) qu'aurait perçues l'assuré dans le cas d'une incapacité totale de travail.

Les indemnités quotidiennes sont réduites de moitié en cas de reprise à mi-temps d'une activité rémunérée ou lorsque l'assuré est en état de reprendre à mi-temps une activité rémunérée. De même, elles sont réduites lorsque l'indemnité journalière de la Sécurité sociale est elle-même réduite.

Les indemnités quotidiennes cessent d'être dues :

- si la Sécurité sociale cesse le versement des indemnités journalières,
- en cas de reprise de travail à temps complet, ou lorsque l'assuré est en état de reprendre une activité rémunérée à temps complet,
- au 1095^e jour suivant la date de cessation du travail,
- à la date d'attribution par la Sécurité sociale d'une pension d'invalidité, d'une rente d'incapacité ou de la pension de vieillesse

III.2.2.3. Rente d'invalidité

Si, avant son 60^e anniversaire, l'assuré est atteint d'une invalidité permanente totale ou partielle, il a droit au versement d'une rente d'invalidité.

L'état d'invalidité, apprécié par l'assureur, compte tenu de la capacité de travail restante, de l'état général, de l'âge et des facultés physiques et mentales de l'assuré, ainsi que de ses aptitudes et de sa formation professionnelle, doit :

- réduire d'au moins deux tiers la capacité de travail ou de gain de l'assuré, c'est-à-dire le mettre hors d'état de se procurer, dans une profession quelconque, un salaire supérieur au tiers de la rémunération normale perçue dans la profession qu'il exerçait avant la date de l'interruption (ou la date de la constatation médicale de l'invalidité si celle-ci résulte de l'usure prématurée de l'organisme)
- donner lieu au versement par la Sécurité Sociale de la pension d'invalidité ou de la rente d'incapacité.

La rente est versée à l'assuré par trimestre civil à terme échu. Il ne sera dû aucune fraction de rente au titre du trimestre civil au cours duquel l'assuré décède.

Elle cesse d'être due dans l'un ou l'autre des cas suivants si l'état d'invalidité de l'assuré ne répond plus aux conditions ci-dessus, ou à la date d'attribution par la Sécurité Sociale de la pension de vieillesse.

Le montant initial de la prestation est déterminé comme suit, en fonction du traitement de référence retenu pour le calcul de l'indemnité quotidienne et revalorisé à la date de l'invalidité :

- lorsque l'assuré perçoit de la Sécurité Sociale une pension d'invalidité suite à une maladie ou à un accident d'origine non professionnelle de 2^e ou 3^e catégorie, la prestation est égale à 100% du montant fixé aux dispositions particulières. Si c'est une pension d'invalidité de 1^{ère} catégorie, la prestation est égale à 60% de celle qu'il aurait perçue s'il avait été classé en 2^e catégorie
- lorsque l'assuré perçoit de la Sécurité Sociale une rente au titre d'un accident du travail ou d'une maladie professionnelle :
 - si le taux d'incapacité permanente (IP) est au moins égal à 66%, elle est complétée à concurrence du montant total des sommes (Sécurité Sociale et l'assureur) qu'aurait perçues l'assuré en cas d'invalidité de 2^e catégorie (ou 3^e s'il bénéficie d'une majoration pour assistance d'une tierce personne).

- si le taux d'IP est compris entre 33% et 66%, elle est complétée à concurrence du montant total défini à l'alinéa précédent (2e catégorie), réduit en lui appliquant un coefficient de IP/66,
- aucune prestation n'est due si le taux d'incapacité permanente est inférieur à 33%.

III.3. Prestations de l'employeur : la loi de mensualisation

La loi de mensualisation, relative au Code du travail, précise comment l'employeur paie les prestations en cas d'arrêt de travail :

III.3.1. Condition d'indemnisation

Les conditions pour être indemnisé par l'employeur sont les suivantes :

- Avoir au moins un an d'ancienneté.
- Etre immatriculé à la Sécurité Sociale.
- Justifier l'absence sous 48 heures.
- Etre soigné sur le territoire français ou dans un autre pays de la Communauté Economique Européenne.

III.3.2. Indemnisation

Les montants de prestations de l'employeur valent :

- pour les 30 premiers jours : 90 % de la rémunération brute que l'assuré aurait perçue s'il avait travaillé
- pour les 30 jours suivants : 66.66 % de la rémunération brute qu'il aurait perçue s'il avait travaillé,

Chaque période est augmentée de 10 jours par période entière de 5 ans d'ancienneté en plus de la première année d'ancienneté requise, sans excéder 90 jours par période.

L'indemnisation est obligatoire à compter du 8^{ème} jour d'absence en cas d'arrêt consécutif à un arrêt de travail dû à un accident de la vie privée. En cas d'accident du travail et de maladie professionnelle, elle court à compter du 1^{er} jour.

Chapitre 2. Rappels sur la réglementation Solvabilité 2

I. Objectifs

I.1. Présentation générale

La réforme prudentielle du secteur bancaire, Bâle 2, a conduit les instances européennes à repenser également les systèmes de solvabilité des compagnies d'assurance. Dès lors, un nouveau système de solvabilité, nommé Solvabilité 2, va être mis en place. Celui-ci concerne l'assurance vie, l'assurance non-vie et la réassurance.

Les divers buts sont de mieux protéger les assurés, de consolider le marché européen de l'assurance et de le rendre plus compétitif sur le plan international. Ce dernier point a conduit les diverses instances à orienter leurs travaux dans une recherche d'harmonisation, notamment avec les normes comptables internationales IFRS⁸. Une harmonisation du système de gouvernance et du reporting est également visée.

Dans cette nouvelle norme, l'accent est mis sur la qualité de la gestion des risques de l'assureur. Ce dernier sera plus responsabilisé et impliqué, ce qui aura pour conséquence de favoriser l'utilisation de modèle interne pour le calcul de besoin en capital. Cela conduira à un renforcement des contrôles prudentiels par l'intermédiaire des différents intervenants sur le marché.

Une vision économique et prospective du bilan est mise en avant. Désormais les types de risques assurés entrent en considération pour la détermination des fonds propres réglementaires.

Dans un souci de cohérence avec les normes IFRS, la directive Solvabilité II va définir un cadre de valorisation des actifs et des passifs :

- les actifs sont valorisés au montant auquel ils pourraient être échangés sur le marché, autrement dit, à leur valeur de cession.
- les passifs sont valorisés à leurs valeurs de transfert, c'est-à-dire au montant auquel une partie bien informée concentrerait à se voir transférer le passif.

I.2. Phases

I.2.1.

Le projet de la réforme Solvabilité II a débuté en 2000. La réforme se fait en deux phases :

- Phase I : Il s'agit d'étudier la forme qu'aura la réglementation. Une approche en quatre étapes Lamfalussy⁹ a été retenue. Une structure en trois piliers, dans le même esprit que Bâle 2, a été adoptée.
- Phase II : Méthodes de détermination des risques.

La Phase I étant terminée depuis le 9 septembre 2003, nous sommes actuellement dans la seconde Phase. La Réforme Solvabilité II a été votée le 22 avril 2009 par le parlement européen pour ensuite être adoptée le 5 mai 2009 par le conseil ECOFIN¹⁰.

⁸ IFRS : *International Financial Reporting Standards*

⁹ L'approche Lamfalussy est un processus législatif en quatre étapes : Elaboration de la législation, Elaboration des mesures d'exécution, Coopération des régulateurs et Contrôle du respect du droit.

¹⁰ Le Conseil des « Affaires économiques et financières », ou « Conseil ECOFIN » est la formation du Conseil de l'Union Européenne rassemblant les ministres de l'économie et des finances des États membres, ainsi que des ministres compétents en matière de budget lorsque des questions budgétaires sont à l'ordre du jour.

II. Trois piliers

Dans le même esprit que les réformes bancaires inspirées par Bâle 2, la réforme Solvabilité II s'articule autour de trois piliers.

II.1. Pilier 1 : Exigences quantitatives de calcul

Ce premier pilier traite des règles quantitatives de calcul. Le but est, tout d'abord, d'harmoniser la valorisation du provisionnement technique. Il s'agit ensuite de définir les exigences quantitatives en capital. Deux exigences concernent ce dernier point :

- le MCR : Minimum Capital Requirement

Le MCR constitue l'exigence de capital minimum en deçà duquel les autorités de contrôles interviennent (retrait d'agrément, plan de redressement...). Le calcul du MCR est une formule simple identique pour toutes les compagnies.

- le SCR : Solvency Capital Requirement

Le SCR lui prend plus en compte tous les risques propres à l'activité de la compagnie. Il doit permettre de limiter la fréquence de ruine d'une compagnie à une fois tous les 200 ans en moyenne. Le SCR peut être évalué par le biais de formules standards, par l'utilisation d'un modèle interne ou encore par l'utilisation partielle d'un modèle interne.

II.2. Pilier 2 : Contrôle et aspects qualitatifs

Le suivi des risques, de la gouvernance et du risk management apporte une plus grande place à la surveillance par les autorités de contrôle. Ces processus de contrôles harmonisés appuient l'aspect qualitatif de la norme.

L'auto-évaluation des compagnies, notamment en termes d'identification et d'exposition aux risques, joue un rôle primordial dans ce pilier. Un processus d'évaluation du risque a d'ailleurs été mis en place par la directive ; il s'agit de l'ORSA : Own Risk and Solvability Assessment. Le but est que les compagnies aillent plus loin que de simples calculs réglementaires, en prenant en compte de nombreux paramètres dans leurs processus de gestion des risques.

II.3. Pilier 3 : Information et discipline de marché

Pour ce dernier pilier, il s'agit d'harmoniser les informations publiées par les compagnies. Selon les personnes informées, deux types de rapports sont émis :

- le SFCR : Solvency and Financial Condition Report, dont la publication annuelle informe les actionnaires et les analystes de marchés.
- le RTS : Reporting To Supervisor, destiné aux autorités de contrôle et publiant le calcul trimestriel de l'exigence en capital.

II.4. Synthèse des trois piliers

Solvabilité II		
Pilier 1 : Les exigences quantitatives	Pilier 2 : Les exigences qualitatives et le contrôle	Pilier 3 : Information et discipline de marché
-Provision techniques : Best Estimate et Marge de risque -Exigence en capital : MCR et SCR -Modèles internes	-Contrôle interne et gestion des risques : ORSA -Surveillance prudentielle : Système de gouvernance et supervision	-Communication financière : SFRC et RTS -Transparence

III. Etudes quantitatives d'impact (QIS)

III.1. Introduction

Pour préparer le passage à Solvabilité II, une mesure d'impact sur le marché a été demandée au EIOPA¹¹. Cette mesure se base sur les QIS : Quantitative Impact Studies. Comme leur nom l'indique, ces études permettent de quantifier l'impact des réformes, de calibrer les paramètres et par conséquent de fournir un point de départ au dialogue entre les différents acteurs de la réforme. Cette étude, basée sur le volontariat, a vu son nombre de participants augmenter progressivement. A l'heure actuelle, cinq études ont été menées.

III.2. Différents QIS

- Le **QIS1**, effectué au dernier trimestre 2005, avait pour but d'évaluer le niveau de prudence en provisions techniques. Cette étude s'intéressait à la capacité des entreprises à effectuer des calculs de provisions Best Estimate en tenant compte de la marge pour risque.
- Le **QIS2**, lancé en mai 2006, avait pour but d'évaluer le besoin en capital par le biais des calculs du MCR et SCR.
- Le **QIS3**, lancé en avril 2007, a porté sur l'affinement du calcul des formules standards utilisées dans l'évaluation des provisions techniques, du MCR et du SCR.

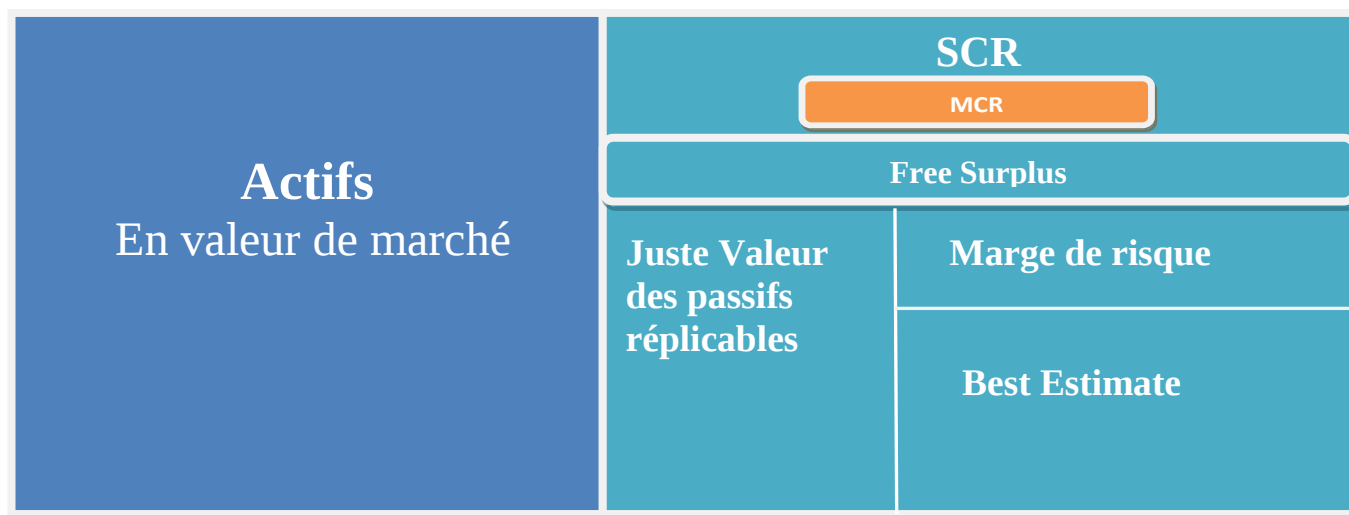
¹¹ EIOPA : European Insurance and Occupational Pensions Authority, regroupe les représentants des autorités de contrôle dans les états membres. (Ex CEIOPS : Committee of European Insurance and Occupational Pensions Supervisors)

- Le **QIS4**, lancé en avril 2008, a été appuyé par l'ACP par le biais des ONC¹² suite à la l'hétérogénéité et à la difficulté d'exploitation des résultats lors du QIS3. Au cœur de cette étude on retrouve l'évaluation de l'impact quantitatif de l'exigence en capital pour une compagnie, ainsi que les effets de la diversification et le fait que les fonds propres soient transférables. Une simplification des formules dans les calculs a aussi été réalisée. Les résultats par les formules standards et les modèles internes sont comparés.
- Le **QIS5** lancé en août 2010 a pour objet un nouveau calibrage des formules standards.

III.3. QIS5 et Pilier 1

III.3.1. Approche économique du bilan

Avec solvabilité 2, on a désormais une approche économique du bilan.



Les fonds propres ou l'AFR¹³, différence de l'actif et du passif, sont constitués des exigences de marge réglementaires, le reste étant ce que l'on appelle le Free Surplus.

III.3.2. Provisions techniques

Lorsque les flux du passif peuvent être répliqués parfaitement par des produits financiers, le passif est dit répliquable. L'assureur doit alors comptabiliser ses produits à la valeur de marché des produits financiers répliquant.

Dans le cas où le passif n'est pas répliquable, il est estimé par le calcul d'un Best Estimate et d'une marge technique.

¹² Orientations Nationales Complémentaires

¹³ Available Financial Resources

- **Best Estimate**

Par définition, le Best Estimate correspond à la meilleure estimation correspondant à la moyenne pondérée par leur probabilité des flux de trésorerie futurs, compte tenu de la valeur temporelle de l'argent estimée sur la base de la courbe des taux sans risques pertinents. On doit donc d'abord calculer les flux de prestation, de frais et de primes à chaque date, puis les actualiser à la date initiale.

Les calculs Best Estimate, selon QIS5, doivent être basés sur un horizon suffisamment long, tel que le montant de provisions calculé soit proche de celui que l'on aurait eu en prenant comme horizon l'extinction du portefeuille.

- **Marge de risque**

La marge de risque correspond au coût d'immobilisation des fonds propres. Elle est égale au montant qu'un repreneur demanderait, pour acquérir le passif d'une entreprise d'assurance. Cette marge est calculée par la méthode du coût du capital.

III.3.3. Besoin en capital

Le SCR suivant la formule standard est décomposé en plusieurs modules et sous-modules de risque. Le MCR doit être compris entre 25% et 45% du SCR et doit respecter un seuil minimum de 3200000 euros pour les compagnies d'assurance vie.

Le ratio de solvabilité constitue est le rapport du SCR sur l'AFR (défini en III.3.1). Ce ratio doit être plus grand que 1 pour être solvable et est un bon indicateur de la solvabilité d'une compagnie d'assurance.

III.4. SCR Santé par formules standards

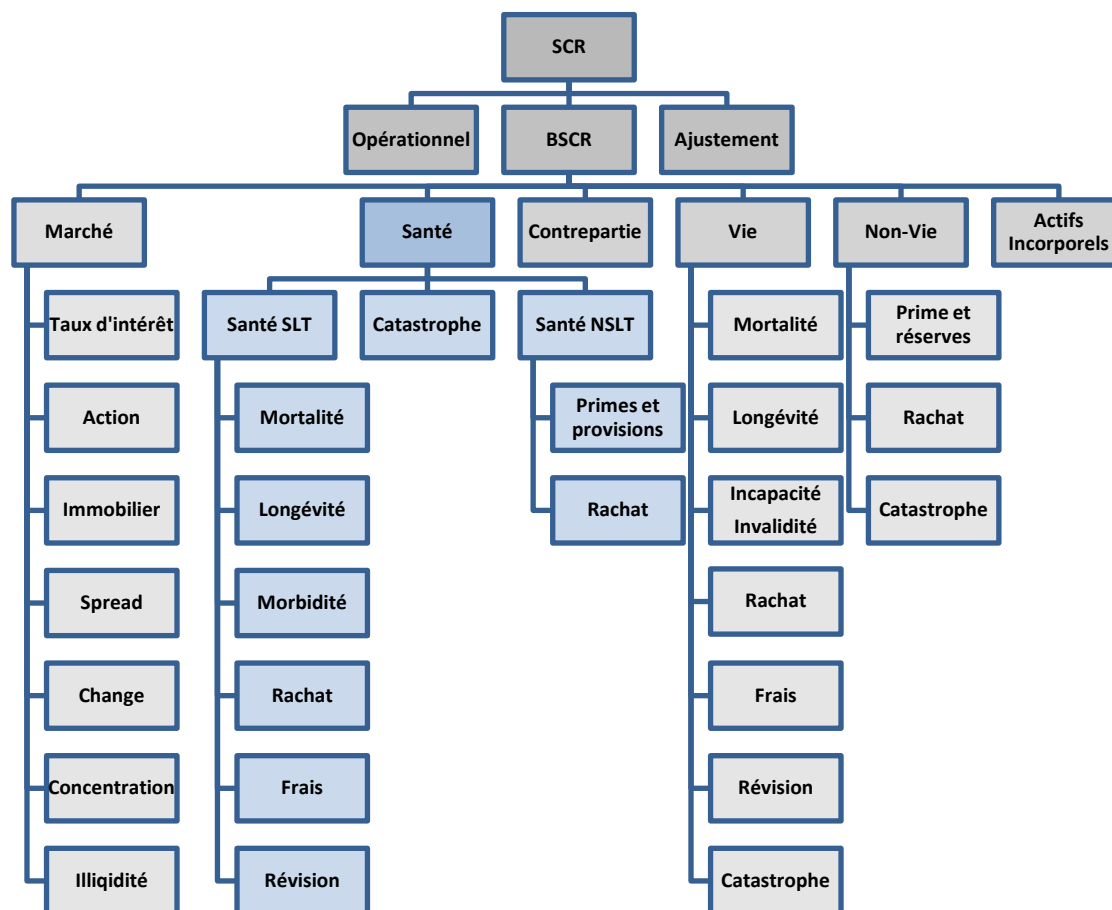
III.4.1. Structure générale

La structure et les formules standards pour calculer le SCR sont données dans le QIS5. Plusieurs modules de risques caractérisent son évaluation : les modules de risque souscription vie, non-vie et santé, le module de risque de marché, le module de risque pour les actifs incorporels et enfin un module pour le risque opérationnel. Les paramètres régissant ces risques sont calibrés de sorte que le SCR couvre une fréquence de ruine d'une fois tous les 200 ans, soit une probabilité de 0.5% à un an.

Le TP1.12 des spécifications techniques du QIS5 prend soin de marquer la distinction entre une segmentation vie/non-vie résultant, d'une part de l'identification des risques encourus et d'autre part du statut juridique de l'entité considérée (compagnie d'assurance vie/non-vie). Par exemple, les rentes provenant de contrats d'assurance non-vie, sont sujets à des risques typiquement vie.

Si la garantie est gérée suivant une base technique similaire à celle de l'assurance vie, le risque est classé en vie même si la garantie est commercialisée par une assurance non-vie. De même, si la garantie est gérée suivant une base technique similaire à celle de l'assurance non-vie, le risque est classé en non-vie même si la garantie est commercialisée par une assurance vie.

Nous allons plus particulièrement nous intéresser au SCR Santé, dans lequel la garantie arrêt de travail doit être traitée. Ce module se compose en trois parties : Santé SLT, Santé Non-SLT¹⁴ et Catastrophe. Comme l'illustre la figure suivante, les modules de Santé SLT et Santé Non-SLT sont eux subdivisés en sous-modules de risque :



III.4.2. SCR Santé SLT

On classe une garantie en santé-SLT, si l'assurance santé est gérée suivant une base technique similaire à celle de l'assurance vie. De plus, comme précisé au paragraphe précédent, les rentes provenant des contrats non vie sont gérées dans ce module.

Le SCR Santé SLT est composé de 6 sous-modules de risque : mortalité, longévité, morbidité, rachat, frais et révision. La méthodologie générale pour évaluer le besoin en capital qu'engendre chaque sous module est la suivante :

- un calcul de NAV¹⁵ avec les paramètres Best Estimate
- un choc relatif au sous-module et ciblé sur un ou plusieurs paramètres est effectué
- une nouvelle évaluation de la NAV est réalisée avec les paramètres choqués

¹⁴ Les modules Santé SLT et Non SLT sont définis dans les deux paragraphes suivants.

¹⁵ NAV : Net Asset Value, différence entre la valeur de l'actif et la valeur du passif.

- l'écart entre la NAV Best Estimate et choquée constitue le besoin en capital engendré par le sous-module de risque :

$$Health_{sous-module}^{SLT} = (\Delta NAV | \text{Choc pour sous-module}) = NAV_{Choc=x\%} - NAV_{Choc=0\%}$$

La détermination du SCR Santé SLT se fait en considérant les corrélations entre les différents sous-modules de risque. Un calcul global est effectué en utilisant les différents besoins en capital de chaque sous-module (calculé avec la méthodologie qui précède) et une matrice de corrélation des risques.

Bien qu'un résumé du texte officiel contenant la description de chaque sous-module avec les formules standards ait été réalisé en annexes, le but du mémoire n'est pas de présenter les formules existant déjà dans le QIS5. Nous invitons donc le lecteur à consulter cette annexe et, si besoin, le texte officiel des spécifications techniques du QIS5. Nous proposons ici une version plus synthétique sous forme de tableau :

Risque	Besoin en capital	Couverture	Paramètres	Chocs
Mortalité	$Health_{Mortality}^{SLT}$	Changement de valeurs des taux de mortalité	Taux de mortalité	+15%
Longévité	$Health_{longevity}^{SLT}$	Changement de valeurs des taux de mortalité	Taux de mortalité	-20%
Morbidité	$Health_{disability/morbidity}^{SLT}$	Changement de valeurs des incidences de sinistralité ou mauvaise évaluation de la gravité des sinistres	1)Taux d'incidence 2)Taux de rétablissement	1)+35% 1 ^{er} année, puis +25% 2)-20%
Rachat	$Health_{lapse}^{SLT}$	Changement des taux de rachat, résiliation et renouvellement	Taux de rachat, résiliation...	±20%
Frais	$Health_{expense}^{SLT}$	Mauvaise évaluation du montant des frais	1)Frais 2)Inflation	1)+10% 2)+1%/an
Révision	$Health_{revision}^{SLT}$	Mauvaise évaluation des taux de revalorisation des rentes, aggravation de l'état de santé	Rentes annuelles	+4%
Santé SLT	$Health^{SLT}$	Risques santé aux méthodes d'évaluation similaire à la vie	1) $Health_i^{SLT}$ 2)Corrélation des risques	

III.4.3. SCR Santé Non-SLT

On classe une garantie en santé Non-SLT, si celle-ci est gérée suivant une base technique similaire à celle de l'assurance non-vie. D'après TP.1.27 du QIS5, les frais médicaux, les protections pour les revenus et les compensations pour les travailleurs sont des garanties allouées par l'assurance santé Non-SLT.

Le SCR Santé Non-SLT repose sur deux sous-modules de risque : primes/provisions et rachats. La méthodologie d'évaluation du besoin en capital pour le risque de rachat est la même qu'en Santé SLT. Celle du sous-module de risque de primes et de provisionnement s'appuie sur les volumes des montants mis en jeu pour le risque et sur une mesure de la volatilité de celui-ci. Cette volatilité dépend de la branche dans laquelle se situe la garantie, appelée LoB¹⁶.

Les LoB sont une segmentation des garanties dans le but d'un calcul mieux adapté des provisions pour les produits considérés. En Santé Non-SLT, il existe trois LoB :

- **Les frais de santé** : liés à tout traitement ou soin, curatif ou préventif, pour maladies, accidents ou infirmités non consécutifs à un accident du travail.
- **La protection des revenus** : compensation financière suite à une maladie, accident ou infirmité non consécutif à un accident du travail.
- **La compensation pour salariés**: soins, traitements ou compensations financières relatifs à une maladie professionnelle ou à un accident du travail.

Le résumé des descriptions des paramètres et des formules standards pour le calcul du SCR Santé Non-SLT est présent en annexes. Cependant, dans le but d'interpréter les formules proposées dans le QIS5 nous allons nous intéresser à la formule générale du calcul de besoin en capital pour le sous-module de primes et provisions.

Le capital requis pour le risque de primes et de provisionnement se calcule de la manière suivante :

$$Health_{pr}^{NonSLT} = \rho(\sigma_{NonSLT Health}) \cdot V_{NonSLT Health}$$

Où:

- $V_{NonSLT Health}$ mesure le volume des montants en jeu pour le risque
- $\sigma_{NonSLT Health}$ est une mesure de la volatilité du risque
- ρ est une fonction de la volatilité définie par :

$$\rho(\sigma) = \frac{\exp\left(N_{0.995} \cdot \sqrt{\ln(\sigma^2 + 1)}\right)}{\sqrt{\sigma^2 + 1}} - 1$$

Avec : $N_{0.995}$ le quantile 99.5% d'une loi normal standard

Nous proposons l'analyse et l'interprétation de la formule par ce qui suit.

Notons ε la perte qu'on réalise sur une année n :

$$\varepsilon = s_n - \pi_n$$

Où :

- s_n désigne le montant des sinistres survenus au cours de l'année n
- π_n désigne le montant de primes couvrant la garantie sur l'année n

Posons x_n le montant de sinistres réglé pendant l'année n et p_n le montant de provision en début d'année n .

On a alors :

$$s_n = x_n + p_{n+1} - p_n = x_n + \Delta p$$

¹⁶ Line of Business

Le volume du portefeuille pour l'année n correspond aux primes de l'année auxquelles s'ajoutent les provisions de début d'année.

$$V_n = \pi_n + p_n$$

Le ratio combiné R est défini comme suit :

$$R = \frac{x_n + p_{n+1}}{V_n} = \frac{x_n + p_{n+1}}{\pi_n + p_n}$$

La Value at Risk 99,5% de la perte ε , notée $Var_{99.5\%}^\varepsilon$ constitue le capital de risque requis. Cette quantité est définie comme voici :

$$\mathbb{P}(\varepsilon < Var_{99.5\%}^\varepsilon) = 0.995$$

La connaissance de la distribution de ε permettrait donc de déterminer le capital requis.

D'après le SCR.8.66. le ratio combiné R suit une loi log-normal. On note μ_R et σ_R la volatilité et l'écart-type associés : $R \sim \mathcal{LN}(\mu_R, \sigma_R^2)$.

On peut aussi écrire :

$$\mathbb{P}\left(\frac{\varepsilon}{V_n} + 1 < \frac{Var_{99.5\%}^\varepsilon}{V_n} + 1\right) = 0.995$$

$$\text{Or : } \frac{\varepsilon}{V_n} + 1 = \frac{s_n - \pi_n}{\pi_n + p_n} + 1 = \frac{(x_n + p_{n+1} - p_n) - \pi_n}{\pi_n + p_n} + 1 = \frac{x_n + p_{n+1}}{\pi_n + p_n} = R$$

D'où :

$$\mathbb{P}\left(R < \frac{Var_{99.5\%}^\varepsilon}{V_n} + 1\right) = 0.995$$

$$\text{On a donc que : } Var_{99.5\%}^R = \frac{Var_{99.5\%}^\varepsilon}{V_n} + 1$$

Or comme $R \sim \mathcal{LN}(\mu_R, \sigma_R^2)$ on a $\ln(R) \sim N(\tilde{\mu}_R, \tilde{\sigma}_R^2)$:

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(R < Var_{99.5\%}^R) &= 0.995 \Leftrightarrow \mathbb{P}\left(\ln(R) < \ln(Var_{99.5\%}^R)\right) = 0.995 \\ &\Leftrightarrow \mathbb{P}\left(\frac{\ln(R) - \tilde{\mu}_R}{\tilde{\sigma}_R} < \frac{\ln(Var_{99.5\%}^R) - \tilde{\mu}_R}{\tilde{\sigma}_R}\right) = 0.995 \\ &\Leftrightarrow \mathbb{P}\left(\frac{\ln(R) - \tilde{\mu}_R}{\tilde{\sigma}_R} < N_{0.995}\right) = 0.995 \end{aligned}$$

Où $N_{0.995}$ le quantile 99.5% d'une loi normal standard.

En remplaçant on a donc :

$$N_{0.995} = \frac{\ln(Var_{99.5\%}^R) - \tilde{\mu}_R}{\tilde{\sigma}_R}$$

C'est-à-dire :

$$Var_{99.5\%}^R = \exp(N_{0.995} \cdot \tilde{\sigma}_R + \tilde{\mu}_R)$$

Comme : $Var_{99.5\%}^R = \frac{Var_{99.5\%}^\varepsilon}{V_n} + 1$, on obtient que le capital requis vaut :

$$Var_{99.5\%}^\varepsilon = (\exp(N_{0.995} \cdot \tilde{\sigma}_R + \tilde{\mu}_R) - 1) \cdot V_n$$

Rappel: Si $Y = e^X$ où $X \sim N(\tilde{\mu}, \tilde{\sigma}^2)$ alors :

$$Y \sim N(\mu, \sigma^2) \text{ avec } \begin{cases} \tilde{\mu} = \ln(\mu) - \frac{1}{2} \ln \left(1 + \frac{\sigma^2}{\mu^2} \right) \\ \tilde{\sigma}^2 = \ln \left(1 + \frac{\sigma^2}{\mu^2} \right) \end{cases}$$

Ici on a donc :

$$\begin{cases} \tilde{\mu}_R = \ln(\mu_R) - \frac{1}{2} \ln \left(1 + \frac{\sigma_R^2}{\mu_R^2} \right) \\ \tilde{\sigma}_R^2 = \ln \left(1 + \frac{\sigma_R^2}{\mu_R^2} \right) \end{cases}$$

Soit en remplaçant :

$$VaR_{99.5\%}^\varepsilon = \left[\exp \left(N_{0.995} \cdot \sqrt{\ln \left(1 + \frac{\sigma_R^2}{\mu_R^2} \right)} \right) \cdot \exp \left(\ln(\mu_R) - \frac{1}{2} \ln \left(1 + \frac{\sigma_R^2}{\mu_R^2} \right) \right) - 1 \right] \cdot V_n$$

D'où :

$$VaR_{99.5\%}^\varepsilon = \left\{ \frac{\exp \left(N_{0.995} \cdot \sqrt{\ln \left(1 + \frac{\sigma_R^2}{\mu_R^2} \right)} \right)}{\sqrt{1 + \frac{\sigma_R^2}{\mu_R^2}}} \cdot \mu_R - 1 \right\} \cdot V_n$$

On suppose qu'en moyenne le ratio combiné vaut 100% c'est-à-dire que $\mu_R = 1$.

On a finalement que le capital de risque requis vaut :

$$VaR_{99.5\%}^\varepsilon = \underbrace{\left[\frac{\exp \left(N_{0.995} \cdot \sqrt{\ln(1 + \sigma_R^2)} \right)}{\sqrt{1 + \sigma_R^2}} - 1 \right]}_{\rho(\sigma_{NonSLT\ Health})} \cdot \underbrace{V_n}_{V_{NonSLT\ Health}}$$

Cela permet de comprendre la formule donnant le capital requis :

$$Health_{pr}^{NonSLT} = \rho(\sigma_{NonSLT\ Health}) \cdot V_{NonSLT\ Health}$$

Chapitre 3. Analyse du risque d'incapacité/invalidité

Afin d'identifier laquelle des classifications Santé SLT ou Non-SLT semble au mieux prendre en compte les risques encourus pour l'incapacité et l'invalidité, nous allons réaliser une étude qualitative en s'appuyant sur différents textes officiels.

I. Problématiques de la garantie arrêt de travail

I.1. Problématiques liées à classification en Santé SLT ou Non-SLT

La garantie arrêt de travail se compose des risques d'incapacité et d'invalidité. Dans quel module, Santé SLT ou Santé Non-SLT, doivent-ils être traités?

Comme le stipule le SCR.8.9. des spécifications techniques du QIS5, les rentes sont sujettes à des risques typiquement vie. Ainsi, quelque soit la classification de la garantie à laquelle elles sont liées, ces rentes doivent être traitées dans le module de Santé SLT. On en déduit que l'invalidité est prise en charge dans ce module.

Reste à savoir comment l'incapacité peut être classifiée afin que le risque qu'elle induit soit pris en compte au mieux.

Afin de pouvoir trancher, analysons le TP.1.24. qui stipule que les garanties santé pour lesquelles le calcul du Best Estimate est effectué avec des techniques de type vie doivent être classées en santé SLT.

L'article A331-22 du code des assurances précise comment le calcul de provisions comptables doit être effectué. Voici comment se décompose le provisionnement réglementaire de la garantie arrêt de travail :

- Une provision d'incapacité est calculée sur la base des sinistres d'incapacité en cours à la date de calcul. A cette provision est ajoutée une autre pour le passage probable en invalidité dans le futur, parfois appelée provision pour rentes en attente.
- Une provision d'invalidité au titre des sinistres d'invalidité en cours à la date de calcul.

Ce calcul est effectué à partir de tables de maintien en incapacité et en invalidité (table du BCAC¹⁷ ou table d'expérience certifiée) et de taux d'actualisation. Ainsi, le calcul de provision réglementaire est effectué par l'intermédiaire de techniques de type vie.

Les portefeuilles de prévoyance collective se caractérisent par une forte présence d'affaires en délégation (totale ou partielle). D'une manière générale, les données issues des affaires en délégation sont reçues tardivement.

De ce fait, les provisions techniques comptables sont souvent déterminées par une approche agrégée se basant sur les S/P constatés et sur l'étude des triangles de liquidation. Ces provisions techniques sont ensuite calculées en deux étapes :

- Les provisions tête par tête sont déterminées réglementairement de la manière indiquée dans le paragraphe précédent

¹⁷ Bureau Commun d'Assurances Collectives

- Les IBNR¹⁸ sont estimés sur les survenances récentes par des méthodes de S/P et viennent en différence des provisions tête par tête déjà calculées à l'étape précédente et des prestations déjà réglées. Les IBNR correspondent aux arrêts non encore connus (retard du à la délégation) et éventuellement aux insuffisances des provisions tête par tête réglementaires.

Le calcul de certaines provisions best estimate semble donc mélanger les deux types d'approches : vie et non-vie. On ne peut pas non plus utiliser le critère du TP.1.24. pour savoir s'il est plus approprié de classer l'incapacité en santé SLT ou non

I.2. Problématiques liées à l'application des formules standards

Une réflexion a été de savoir comment l'on traite les mauvaises évaluations du passif du à une table de passage de l'incapacité à l'invalidité inadaptée au portefeuille. A priori, tout comme les incidences de l'état valide à l'incapacité/invalidité, celle-ci devrait être prise en charge dans le sous-module de risque de morbidité. En effet, en considérant légitimement que le passage de l'incapacité à l'invalidité n'est qu'une incidence reflétant l'augmentation de la gravité initiale du sinistre, le risque de morbidité semble très bien adapté à la nature du problème. Cependant, il semble que le choc standard sur les taux d'incidences présenté dans le QIS5 ne fasse référence qu'à des entrées en sinistralité (donc depuis un état valide)

Ensuite, on s'intéresse au choc à appliquer pour le module de morbidité (cf. Chapitre 2 III.4.2.). Un choc doit être réalisé sur les taux d'incidences en sinistralité. Ce choc vaut 35% pour la première année, puis 25% pour les années de projections suivantes. Implicitement le second choc ne peut s'appliquer qu'aux contrats pluriannuels. Cependant, dans le cadre de la garantie arrêt de travail, on peut se demander si des contrats à tacite reconduction sont effectivement des contrats pluriannuels?

Enfin, pour le calcul du SCR Non-SLT, comme nous l'avons vu au Chapitre 2 III.4.3., la classification de la garantie dans une LoB est essentielle pour la détermination de la volatilité standard. Pour la garantie arrêt de travail on s'intéresse aux deux LoB suivantes :

- **La protection des revenus** : compensation financière suite à une maladie, accident ou infirmité non consécutif à un accident du travail.
- **La compensation pour salariés**: soins, traitements ou compensations financières relatifs à une maladie professionnelle ou à un accident du travail.

Comme nous l'avons vu en détail au Chapitre 1 I.3., en France l'arrêt de travail est sujet à prestations qu'il soit consécutif à un accident du travail ou à un accident de la vie privée. Une compensation financière est prévue dans les deux cas même si les montants ne sont pas les mêmes. Ainsi, la classification dans l'un de ces deux LoB semble induire une segmentation qui ne peut être effectuée pour la garantie arrêt de travail dans son ensemble.

¹⁸ Incurred But Not Reported

II. Recommandation de l'ACP

Afin de trouver de éléments de réponses aux problématiques de la partie précédente, nous nous intéressons aux recommandations de l'ACP et notamment aux questions réponses dûes sur le QIS5.

Voici ce que l'on peut lire dans les questions SCR-75 et SCR-78 au sujet des généralités de la classification Santé SLT et Santé Non-SLT :

"Question SCR-75 : Dans quel module de risque faut-il traiter les contrats présentant des garanties incapacité-invalidité ?

Réponse :

La garantie incapacité/invalidité peut être traitée dans le module « Santé non-SLT » dans la catégorie « income protection » jusqu'à consolidation (passage d'incapacité à invalidité) ; ceci signifie que le passage de l'incapacité à l'invalidité serait encore traité en « santé non-SLT ». Après consolidation, le contrat revient à une rente santé soumise au risque « Santé SLT » et classée en rente « santé SLT » "

"Question SCR-78 : Comment les garanties d'incapacité invalidité doivent elle être traitées ?

Réponse :

Pour des contrats annuels, l'incidence est traitée comme une garantie Health Non-SLT, soumise à un risque de prime. Les rentes temporaires (ex : ITT) ou en attente de consolidation sont traitées en risque de réserve Non-SLT.

Les rentes consolidées basculent en Health SLT, où elles sont soumises aux risques de longévité et de frais et s'il y a lieu de révision.

Les garanties accessoires à la vie sont traitées dans le module vie. Les personnes valides sont soumises au risque de disability (passage de valide à incapacité ou invalidité), les personnes en incapacité au risque de révision (passage d'incapacité à invalidité) et les invalide au risque de longévité et frais.

Pour les garanties pluriannuelles (par exemple dans un contrat emprunteur tarifé sur la durée de l'emprunt pluriannuel), celles-ci sont à traiter dans le module Health SLT."

La question SCR-79 traite de la manière dont les tables de passage d'incapacité vers l'invalidité doivent être considérées :

« Question SCR-79 : Comment la table de passage d'incapacité en invalidité du BCAC doit-elle être affectée par le choc disability ?

Réponse :

Le passage d'incapacité à invalidité est traité dans le module risque de révision, et pas dans le module disability. »

Enfin, une remarque concernant le choc sur taux d'incidences est faite sur les garanties annuelles d'arrêt de travail :

« **Question SCR-79 : Comment doivent être traitées les garanties annuelles d'incapacité invalidité ?**

Réponse :

Dans le cadre de garanties annuelles, le taux d'incidence de 25% ne s'applique pas. »

III. Analyses

III.1. Analyses de la classification Santé SLT/Non-SLT

L'ACP suggère que la garantie arrêt de travail (incapacité et invalidité) soit allouée au module santé Non-SLT jusqu'à consolidation de l'invalidité. Après consolidation de l'invalidité, la garantie arrêt de travail basculerait en santé SLT. On aurait donc la segmentation des risques suivante :

- **Module Santé Non-SLT**

En général on a donc la population des valides qui est gérée en santé Non-SLT et qui est soumise à un risque de prime. Ce risque est dû d'une part au risque de fréquence pour l'incapacité et l'invalidité, et d'autre part au risque de maintien en incapacité (car un éventuel retour à l'état valide est possible).

La population des incapables est quant à elle soumise à un risque de provisionnement. Celui-ci est sous-jacent au risque dû au maintien en incapacité et au risque de passage en invalidité qui marque la fin du traitement du risque dans le module santé Non-SLT (après consolidation).

- **Modules santé SLT**

Le risque de mortalité, sous-jacent au risque de rentes lié à l'invalidité, est pris en compte pour la population des invalides.

Cependant, comme nous l'avons vu, les provisions réglementaires d'incapacité contiennent une partie permettant de prendre en compte les risques de rentes liés aux futurs invalides (rentes en attente). Or un classement en santé Non-SLT induit un calcul de SCR basé en partie sur la provision d'incapacité qui contient donc les rentes d'invalidité en attente. Cependant, le risque de rentes lié à l'invalidité est traité dans le module santé SLT, ce qui soulève certaines incohérences.

Au contraire, au vu des éléments exposés un classement en santé SLT de l'incapacité et de l'invalidité permet au contraire de garder une certaine cohérence.

III.2. Analyses de l'application des formules standards

Selon l'ACP, le passage de l'incapacité à l'invalidité doit être traité dans le sous-module de risque de révision bien que cela ne semble pas naturel.

Dans une première analyse on pourrait dire que cette affectation est motivée par le caractère « détérioration de l'état de santé de l'assuré ». Le passage en invalidité est vu comme une aggravation de l'état de santé de l'assuré qui entraîne une augmentation des prestations.

On peut justifier cela en considérant tout d'abord que le but de base de tout sous-module de risque est de prévoir une mauvaise évaluation du passif. Si les taux de passages d'incapacité à l'invalidité sont sous-estimés, cela a pour conséquence une augmentation du montant global des rentes d'invalidité. De deux choses l'une exclusivement :

- ou bien on effectue un choc sur les tables de passage ce qui entraîne une augmentation du montant global des rentes. C'est une méthode similaire à celle employée dans le sous-module de morbidité, ce qui justifie la méthode naturelle à laquelle on aspirait initialement.
- ou bien on effectue un choc sur les montants de ces rentes ce qui entraîne une augmentation du montant global des rentes. C'est une méthode similaire à celle employée dans le sous-module de révision, ce qui justifie le choix de l'ACP.

Ce raisonnement semble correct si, lors du calibrage des formules standards, le choc retenu pour le risque de révision prend en compte toute cette réflexion. Ce choc doit donc traduire une augmentation du nombre de nouveaux invalides issus de l'incapacité, quantifiée par une revalorisation du montant global des rentes des sinistrés (sinistrés issus des tables de passage mal calibrées).

Concernant la LoB dans laquelle la garantie doit être classée pour le calcul du SCR Santé Non-SLT, la réponse SCR-79 de l'ACP donne une direction. La garantie doit être traitée en dans la LoB "income protection" (protection des revenus).

III.3. Analyses de la durée des contrats (contract boundary)

Peut-on considérer un contrat renouvelable par tacite reconduction comme un contrat pluriannuel ?

L'annexe D du QIS5 permet de trancher sur la question. Cette annexe illustre par des exemples les définitions de contract boundary qui sont utilisées dans le QIS5.

Exemples de contrats A6) ou A7) :

Le contrat est renouvelable annuellement. La police est renouvelée annuellement à moins qu'il y ait eu une résiliation de contrat trois mois auparavant.

La durée de contrat est alors d'un an¹⁹.

On ne peut donc utiliser le fait que les contrats pluriannuels sont directement classés en santé SLT comme on peut le voir à la fin de la réponse SCR-78 de l'ACP.

Concernant, le choc de 25% sur les taux d'incidences à partir de la seconde année de projection, puisque les contrats sont annuels, ils ne s'appliquent pas. Cela est confirmé par l'ACP à la réponse SCR-79.

¹⁹ Il est cependant intéressant de noter que le principe 10 de la MCEV stipule que le caractère reconductible des contrats doit être pris en compte dans les projections.

IV. Conclusions

Le risque induit par le passage l'incapacité à l'invalidité, pour une classification en Santé SLT, sera finalement pris en charge dans le sous-module de révision. Pour le calcul du SCR Non-SLT la garantie est classée dans la LoB protection des revenus.

Les contrats à tacite reconduction ont une durée d'un an. Cela implique la non prise en compte des primes futures dans le cas d'une classification en Santé SLT.

Les spécifications techniques de QIS5 permettent de trancher quant au cas de l'invalidité, qui doit être classée en santé SLT. En revanche aucune direction claire ne semble être prise pour le cas de l'incapacité qui semble pouvoir être classée dans les deux.

Une modélisation totale de la garantie arrêt de travail dans le module de santé SLT semble plus adéquate et couvre l'ensemble des risques de manière cohérente.

Les problématiques et ambiguïtés soulevées pour le traitement de l'incapacité conduisent à une tentative d'évaluation chiffrée de l'impact que représente une différence de segmentation. Pour un même portefeuille, un calcul du SCR Santé SLT et du SCR Santé Non-SLT doit être réalisé.

Le calcul du SCR Santé Non-SLT nécessite juste des provisions pour sinistres et des montants de primes. Par contre le calcul du SCR Santé SLT requiert des chocs sur les taux de mortalité, les taux de morbidité...pour pouvoir s'intéresser à la variation de la NAV. Un modèle distinguant bien tous ces sous-modules est donc nécessaire pour pouvoir appliquer les chocs précités, ce qui est le cas d'un modèle d'évaluation du Best Estimate par une approche vie. Les Best Estimate évalués avec une modélisation non-vie ne permettent pas de prendre en compte ces types de variation aisément du fait du choix d'une loi pertinente pour le ratio S/P.

Le développement d'un modèle vie s'avère nécessaire et fera l'objet de la Partie 2.

PARTIE 2

Modèle vie de détermination des provisions Best Estimate

PARTIE 2. Modèle vie de détermination des provisions Best Estimate

A la lumière de l'étude menée dans la première partie on se propose de mesurer maintenant l'impact qu'à la segmentation SLT/Non-SLT sur le risque d'incapacité. Il a été mis en évidence qu'une segmentation en Santé SLT nécessite un modèle vie de projection des flux.

Rappelons que dans l'étude qui précède, il a été vu que le risque d'invalidité doit être traité en Santé SLT sans choix possible.

Chapitre 4. Cahier des charges

I. Architecture du modèle

L'évaluation des provisions techniques pour un portefeuille de prévoyance peut suivre différents types de modélisations.

I.1. Modélisation S/P

Cette modélisation repose sur les ratios combinés S/P qui permettent de déterminer la charge ultime à partir de primes. Les S/P peuvent être historiques ou bien déduit de méthodes plus sophistiquées comme le classique Chain-Ladder.

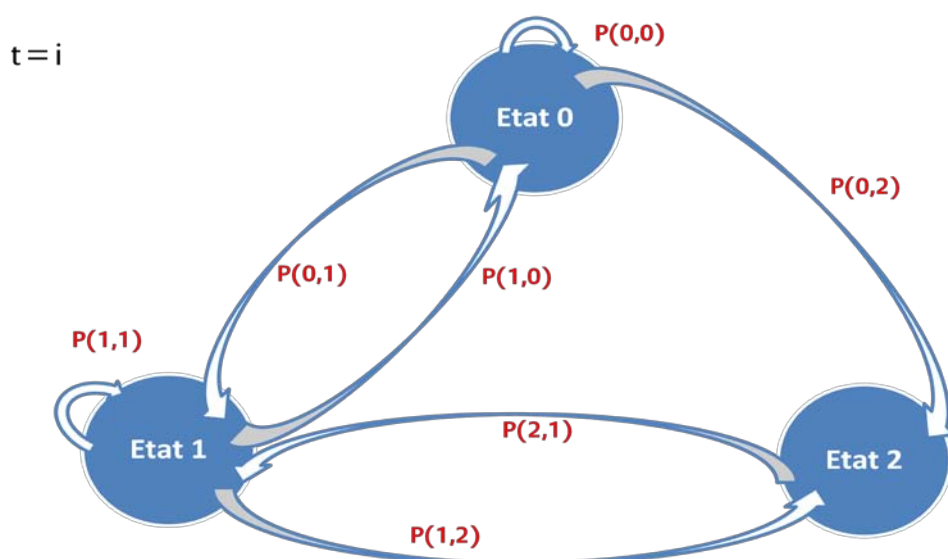
La mise en œuvre est plus simple qu'une méthode vie, cependant la mesure de l'incidence des différents facteurs de risque n'est pas aisée.

I.2. Modélisation vie

Une modélisation vie s'appuie sur des taux de mortalité et de morbidité. Le principe de projection des états futurs des assurés prédomine donc.

Le passage d'un état à un autre au cours du temps peut s'évaluer en termes de probabilités de passage. Ainsi entre l'état dans lequel l'assuré se trouve à l'instant $t + 1$ est directement dépendant de l'état dans lequel il se trouvait à l'instant t et de la probabilité de passage entre ces deux états.

En notant $P(i, j)$ la probabilité de passer d'un état i à un état j , voici une figure illustrant ce type de modélisation :



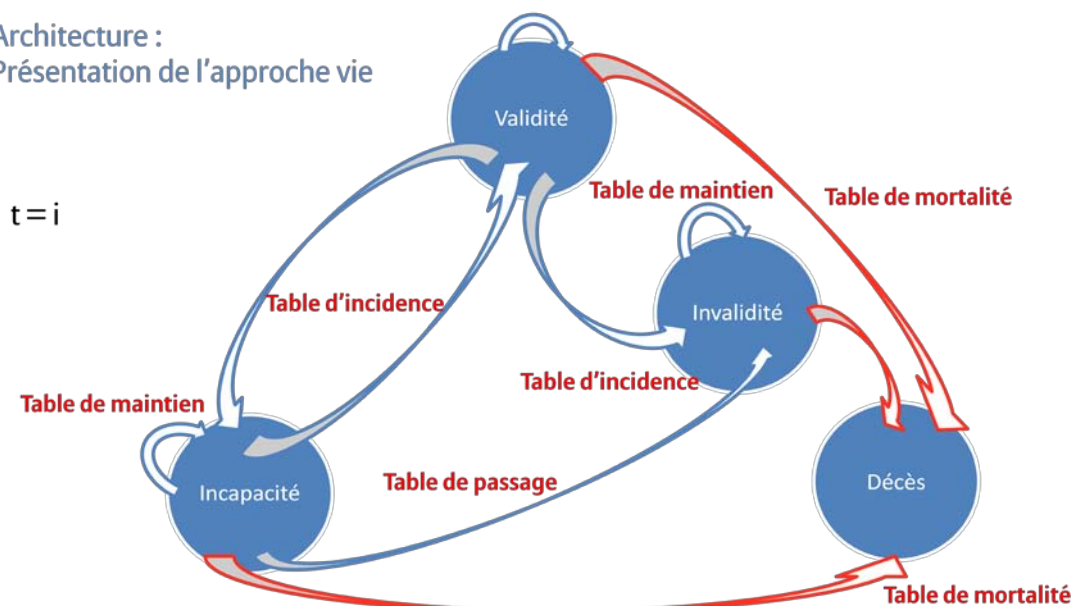
II. Fonctionnement du modèle

II.1. Modélisation vie retenue pour la garantie arrêt de travail

La modélisation retenue est la suivante :

- Les états pris en compte sont : la validité, l'incapacité, l'invalidité et le décès.
- Les probabilités de passage de l'état valide à l'incapacité ou à l'invalidité seront faites sur les bases de taux d'incidences. Les probabilités de passage de l'incapacité à l'invalidité ainsi que les probabilités de maintien dans chacun de ces états seront déduites de tables bidimensionnelles respectivement de maintien et de passage prenant en compte le temps écoulé dans les états.

Architecture :
Présentation de l'approche vie



Dans ce modèle, un retour possible des incapables à l'état valide est envisagé. Le maintien est possible pour tous les états. Le décès peut survenir dans chacun des états (autre que décès). Le non maintien en invalidité est assimilé au décès sauf s'il est consécutif à un départ à la retraite (qui conduit à la sortie de l'assuré du portefeuille).

II.2. Description du fonctionnement du modèle

Partant d'un portefeuille d'assurés dont le dernier état est connu pour chaque tête, on projette les différents états futurs. Cela permet de déterminer les cash flow futurs, tels que les primes, les prestations et les frais. L'actualisation de ces flux permet alors de déterminer le Best Estimate.

II.2.1.

Le modèle prévoit les paramétrages suivants :

- **Evolution future des primes** : Possibilité de faire varier les primes au cours de la projection.
- **Revalorisation des indemnités** : Les prestations peuvent être revalorisées au cours du temps.
- **Résiliation de contrat** : Un coefficient d'abattement sur les taux de maintien en validité est appliqué pour déduire les résiliations de contrat.
- **Dérive des taux de mortalité** : Une extrapolation des taux de mortalité futurs peut être prise en compte. Elle est basée sur le modèle de Lee-Carter. Cette extrapolation peut être effectuée à partir de simulations stochastiques.
- **Horizon de projection**
- **Prise en compte des frais** : pour les prestations et les primes
- **Prise en compte des commissions** : sur les prestations et les primes

II.3. Hypothèses de modélisation

Le modèle se base sur les hypothèses suivantes :

- **Pas de distinction du genre** : On ne distingue pas le sexe de l'assuré
- **Choix du pas de l'étude** : Les indemnités versées à l'assuré en cas d'incapacité ont une base journalière. Le choix d'un pas annuel d'étude est donc beaucoup trop grossier. On se réfère aux tables classiquement utilisées pour déterminer le maintien en incapacité on conclue qu'un pas mensuel pour la modélisation est raisonnable.
- **Capital décès** : Un capital décès unique sera versé prenant compte de toutes les garanties complémentaires éventuellement souscrites.
- **Les taux de décès** en incapacité ou en validité sont les mêmes

- **Table de maintien en incapacité** utilisées sont celles du BCAC²⁰. De même pour les **tables de passage de l'incapacité en invalidité** et les **tables de maintien en invalidité**. Voici comment elles se présentent.

Décès/Âge	20	21	22	23	24	25	26	27	28
0	10 000	10 000	10 000	10 000	10 000	10 000	10 000	10 000	10 000
1	2 842	2 842	2 842	2 842	2 931	3 080	3 177	3 251	3 298
2	1 743	1 743	1 743	1 743	1 848	2 001	2 112	2 180	2 243
3	1 144	1 144	1 144	1 144	1 215	1 345	1 461	1 540	1 600
4	838	838	838	838	894	997	1 087	1 156	1 209
5	625	625	625	625	657	739	812	869	915
6	455	455	455	455	478	536	591	643	688
7	339	339	339	339	343	382	431	476	524
8	291	291	291	291	291	327	372	407	448
9	253	253	253	253	256	289	325	360	400
10	215	215	215	215	217	251	285	320	359
11	187	187	187	187	183	216	249	285	322
12	173	173	173	173	166	195	226	263	297
13	152	152	152	152	143	172	201	237	270
14	136	136	136	136	130	159	186	222	255
15	129	129	129	129	121	149	171	207	238
16	123	123	123	123	114	140	161	192	222
17	114	114	114	114	105	129	150	179	210
18	102	102	102	102	95	116	137	168	199
19	98	98	98	98	91	113	129	159	189
20	94	94	94	94	88	110	124	151	180

- Les taux d'incidence ont été établis à partir de chiffres sur les arrêts de travail en 2010, sur le site de l'assurance maladie.

II.4. Structure des model points

Le terme « model point » désigne la base de données nécessaire et directement exploitable alimentant l'outil. Il s'agit donc d'un tableau dont chaque ligne désigne un profil (tête ou agrégation de têtes) en précisant toutes les caractéristiques techniques qui lui sont propres.

Voici la structure du model point utilisé (i.e. les informations techniques nécessaires pour chaque profil) :

- L'âge du profil
- L'état dans lequel il se trouve : valide, incapable ou invalide
- L'ancienneté dans l'état si ce dernier est sinistré. Un assuré valide se verra donc attribué la valeur 0 pour ce champ.
- Le taux technique utilisé pour l'actualisation
- Le nombre d'assurés dans le cas d'une agrégation de tête
- La valeur moyenne des primes mensuelles
- La valeur moyenne des prestations mensuelles en cas d'incapacité
- La valeur moyenne des prestations mensuelles en cas d'invalidité
- La valeur moyenne du capital en cas de décès. Une valeur 0 est assignée s'il n'y a aucune souscription à une garantie décès

²⁰ Bureau Commun des Assurances Collectives

II.5. Projection des flux

II.5.1. Projection du montant des sinistres

A partir du nombre d'incapables et d'invalides par date on peut, par l'intermédiaire des données techniques disponibles dans le model point, calculer le montant des sinistres futurs estimés pour chaque année de projection.

Pour une date de projection t et un profil fixé du model point, on note N_{inc}^t et N_{inv}^t respectivement le nombre d'incapables et le nombre d'invalides simulés. On note P_{inc} et P_{inv} la prestation mensuelle respectivement en incapacité et en invalidité²¹.

Le montant de sinistre S_t pour cette date est par conséquent :

$$S_t = N_{inc}^t \cdot P_{inc} + N_{inv}^t \cdot P_{inv}$$

En notant τ le taux technique disponible dans le model point pour ce profil, on note $\tilde{S}_t$ la valeur actualisée de S_t à $t = 0$:

$$\tilde{S}_t = \frac{S_t}{(1 + \tau)^t} = \frac{N_{inc}^t \cdot P_{inc} + N_{inv}^t \cdot P_{inv}}{(1 + \tau)^t}$$

On note $\tilde{S}$ le montant total de sinistres futurs jusqu'à l'horizon de projection t_h , actualisés à $t = 0$:

$$\tilde{S} = \sum_{t=1}^{t_h} \tilde{S}_t = \sum_{t=1}^{t_h} \frac{S_t}{(1 + \tau)^t}$$

II.5.2. Projection du montant des primes

A partir du nombre de valides par date on peut, par l'intermédiaire des données techniques disponibles dans le model point, calculer le montant de primes perçu.

Pour une date de projection t et un profil fixé du model point, on note π^t le montant de primes perçu au mois t de projection. On note N_{val}^t le nombre de valides et θ_{val} le montant des primes mensuelles. Alors :

$$\pi^t = N_{val}^t \cdot \theta_{val}$$

Le montant Π des primes futures jusqu'à l'horizon de projection t_h , actualisés à $t = 0$ au taux τ vaut :

$$\Pi = \sum_{t=1}^{t_h} \frac{\pi^t}{(1 + \tau)^t}$$

²¹ Ces informations sont disponibles dans le model point

II.5.3. Projection de provisions

Les provisions mathématiques correspondent à la différence entre les engagements futurs de l'assureur et ceux de l'assuré.

Pour les provisions mathématiques de la garantie arrêt de travail, les calculs sont effectués réglementairement tête par tête (et ce même pour un portefeuille de prévoyance collective) et seulement pour les sinistrés. On rappelle que les tables utilisées sont celles du BCAC.

II.5.3.1. Provisions mathématiques d'invalidité

On s'intéresse tout d'abord aux provisions que l'assureur doit détenir dans le cas d'une personne invalide, et dont le montant de prestation mensuelle est d'un euro.

On note :

x l'âge d'entrée en invalidité

a l'ancienneté en invalidité en mois

τ le taux technique

d la durée restante en mois jusqu'à la fin du contrat

$l_{inv}(x, k)$ le nombre d'assurés d'âge x invalides depuis de k mois

On a alors que la provision mathématique s'évalue par :

$$PM_{inv}(x, a) = \sum_{k=a+1}^d \frac{l_{inv}(x, k)}{l_{inv}(x, a)} \cdot \frac{1}{(1 - \tau)^{\frac{k-a}{12}}}$$

La quantité $\frac{l_{inv}(x, k)}{l_{inv}(x, a)}$ symbolisant donc, pour un assuré de x années et d'ancienneté a mois en invalidité, la probabilité d'être encore en invalidité $(k - a)$ mois plus tard. La somme actualisée de ces termes correspond donc aux engagements futurs probables pour une prestation mensuelle d'un euro.

II.5.3.2. Provisions mathématiques d'incapacité

La particularité des assurés en incapacité, en termes d'évaluation des engagements futurs, est qu'ils peuvent basculer en invalidité avec une probabilité non nulle évaluée à partir des tables de passages.

Ainsi la provision mathématique d'incapacité est la somme de deux termes :

- Une provision de maintien en incapacité PM_{maint} reflétant les engagements futurs probables qu'engendrerait un maintien en état incapacité
- Une provision mathématique évaluant les engagements dus, suite à une invalidité résultant de l'état d'incapacité. Cette provision PM_{inv_att} est appelée : provision d'invalidité en attente.

On a donc :

$$PM_{inc} = PM_{maint} + PM_{inv_att}$$

II.5.3.2.1. Provision de maintien en incapacité

On s'intéresse à la provision mathématique de maintien en incapacité pour une prestation mensuelle d'un euro.

De façon analogue à l'invalidité, on note :

x l'âge d'entrée en incapacité

a l'ancienneté en incapacité en mois

τ le taux technique

d la durée restante en mois jusqu'à la fin du contrat

$m = \min(d + a, 36)$ le nombre de mois maximum sujets à prestations depuis l'entrée en incapacité

$l_{inc}(x, k)$ le nombre d'assurés d'âge x incapables depuis de k années

On a alors que la provision de maintien s'évalue par :

$$PM_{maint}(x, a) = \sum_{k=a+1}^m \frac{l_{inc}(x, k)}{l_{inc}(x, a)} \cdot \frac{1}{(1 - \tau)^{\frac{k-a}{12}}}$$

La quantité $\frac{l_{inc}(x, k)}{l_{inc}(x, a)}$ représente donc, pour un assuré de x années et d'ancienneté a mois en incapacité, la probabilité d'être encore incapable $(k - a)$ mois plus tard. La somme actualisée de ces termes correspond donc aux engagements futurs probables pour une prestation mensuelle d'un euro.

II.5.3.3. Provision d'invalidité en attente

Toujours pour une prestation mensuelle d'un euro, on adopte les notations suivantes :

x l'âge d'entrée en incapacité

a l'ancienneté en incapacité en mois

τ le taux technique

d la durée restante en mois jusqu'à la fin du contrat

$m = \min(d + a, 36)$ le nombre de mois maximum sujets à prestations depuis l'entrée en incapacité

$l_{inc}(x, k)$ le nombre d'assurés d'âge x incapables depuis de k années

$p(x, k)$ le nombre d'assurés d'âge x , incapables depuis de k années, et qui passent en invalidité (sur l'effectif de base des l_{inc})

On a alors que la provision de maintien s'évalue par :

$$PM_{inv_att}(x, a) = \sum_{k=a+1}^m \frac{p(x, k)}{l_{inc}(x, a)} \cdot PM_{inv}\left(x + \frac{k}{12}, 0\right) \cdot \frac{1}{(1 - \tau)^{\frac{k-a}{12}}}$$

La quantité $\frac{p(x, k)}{l_{inc}(x, a)}$ représente donc, pour un assuré de x années et d'ancienneté a mois en incapacité, la probabilité de passer en invalidité $(k - a)$ mois plus tard.

Une fois passé en invalidité on aura, de fait, 0 mois d'ancienneté en invalidité et les engagements futurs dans ce cas s'évalue par $PM_{inv}\left(x + \frac{k}{12}, 0\right)$. Cette quantité est une interpolation linéaire de la PM_{inv} présentée ci-dessus²² :

$$PM_{inv}\left(x + \frac{k}{12}, 0\right) = PM_{inv}\left(x + \left\lfloor \frac{k}{12} \right\rfloor, 0\right) \cdot \left(1 - \frac{k}{12} + \left\lfloor \frac{k}{12} \right\rfloor\right) + PM_{inv}\left(x + \left\lfloor \frac{k}{12} \right\rfloor + 1, 0\right) \cdot \left(\frac{k}{12} - \left\lfloor \frac{k}{12} \right\rfloor\right)$$

II.5.3.4. Provisions mathématiques en cas de décès

On s'intéresse aux provisions que l'assureur doit détenir en cas de décès d'une personne invalide ou d'une personne incapable. Le montant du capital décès dans la suite est d'un euro.

II.5.3.4.1. Provisions en cas de décès d'un invalide

On note :

x l'âge d'entrée en invalidité

a l'ancienneté en invalidité en mois

τ le taux technique

d la durée restante en mois jusqu'à la fin du contrat

$l_{inv}(x, k)$ le nombre d'assurés d'âge x invalides depuis de k années (toutes les causes de sortie peuvent être envisagées)

Puisque dans la structure du modèle le non maintien en invalidité implique le décès on choisit la modélisation suivante :

$$PM_{inv}^D(x, a) = \sum_{k=a}^d \frac{l_{inv}(x, k) - l_{inv}(x, k+1)}{l_{inv}(x, a)} \cdot \frac{1}{(1 - \tau)^{\frac{k-a}{12} + \frac{1}{24}}}$$

La quantité $\frac{l_{inv}(x, k) - l_{inv}(x, k+1)}{l_{inv}(x, a)}$ est l'approximation de la probabilité de décéder entre le k -ième mois et le $k + 1$ -ième mois suivant l'entrée en invalidité. On fait l'hypothèse que ces décès ont lieu au milieu du mois, ce qui explique la présence du terme correctif $\frac{1}{24}$ dans le facteur d'actualisation.

II.5.3.4.2. Provisions en cas de décès d'un incapable

De façon analogue à l'invalidité, on note :

x l'âge d'entrée en incapacité

a l'ancienneté en incapacité en mois

τ le taux technique

d la durée restante en mois jusqu'à la fin du contrat

$m = \min(d + a, 36)$ le nombre de mois maximum sujets à prestations depuis l'entrée en incapacité

²² $[x]$ désigne la partie entière de x

$l_{inc}(x, k)$ le nombre d'assurés d'âge x incapables depuis de k années
 $q_{x,k}$ le taux de décès pour un assuré ayant x ans et k mois.

On a alors que la provision de maintien s'évalue par :

$$PM_{inc}^D(x, a) = \sum_{k=a+1}^m \frac{l_{inc}(x, k)}{l_{inc}(x, a)} \cdot q_{x+\lfloor \frac{k}{12} \rfloor} \cdot \frac{1}{(1-\tau)^{\frac{k-a}{12} + \frac{1}{24}}} + \sum_{k=a+1}^m \frac{p(x, k)}{l_{inc}(x, a)} \cdot PM_{inv}^D\left(x + \frac{k}{12}, 0\right) \cdot \frac{1}{(1-\tau)^{\frac{k-a}{12}}}$$

Tout comme la provision mathématique d'incapacité, PM_{inc}^D est la somme de deux termes représentant respectivement les engagements relatifs à un maintien en incapacité et ceux relatifs à un éventuel passage en invalidité.

$\frac{l_{inc}(x,k)}{l_{inc}(x,a)}$ et $\frac{p(x,k)}{l_{inc}(x,a)}$ sont les approximations des probabilités susmentionnées pour la PM_{inc} .

On fait l'hypothèse que ces décès ont lieu au milieu du mois, ce qui explique la présence du terme correctif $\frac{1}{24}$ dans le facteur d'actualisation.

De façon analogue à ce qui a été vu précédemment :

$$PM_{inv}^D\left(x + \frac{k}{12}, 0\right) = PM_{inv}^D\left(x + \left\lfloor \frac{k}{12} \right\rfloor, 0\right) \cdot \left(1 - \frac{k}{12} + \left\lfloor \frac{k}{12} \right\rfloor\right) + PM_{inv}^D\left(x + \left\lfloor \frac{k}{12} \right\rfloor + 1, 0\right) \cdot \left(\frac{k}{12} - \left\lfloor \frac{k}{12} \right\rfloor\right)$$

II.5.4. Projection du montant des frais et de commissions

Un pourcentage sur les primes f_{Π} et un autre distinct sur les prestations $f_{\mathcal{S}}$ est appliqué pour modéliser les frais. Par linéarité, les frais sur primes et les frais sur sinistres sont déduits des montants de primes et de sinistres projetés.

La même méthode est réalisée pour les commissions sur primes et sur sinistres

Chapitre 5. Développement du modèle

Le modèle est développé sous VBA EXCEL. L'idée est de pouvoir développer dans un premier temps un outil permettant une projection des montants des primes, provisions et sinistres futurs pour établir un compte technique simplifié.

I. Problématiques de la simulation des trajectoires

Avant de pouvoir calculer un élément du compte technique (montant de primes, de provisions, de sinistres) il faut connaître à chaque pas de l'étude, le nombre d'assurés dans chacun des états : valide, incapable, invalide, décès.

Il y a plusieurs dimensions à considérer. En plus de l'évolution de l'âge des assurés et du fait des aspects bidimensionnels des tables de maintien et de passage, l'ancienneté joue un rôle capital. La prise en compte de celle-ci dans les projections conduit à considérer pour chaque profil de model point une dimension d'âge et d'ancienneté.

De plus, le fait qu'un incapable puisse passer en validité puis revenir en invalidité amène à considérer une dimension de survénance à laquelle l'âge, et l'ancienneté est associée.

Exemple :

Afin de mieux illustrer cela, voici un exemple concret.

On souhaite récupérer une information de ce type dans le but de projeter les cash flow :

Age\Etat		Valide	Incapable	Invalide	Décès
28	mois 1	300	0	0	0
	mois 2	282.957759	17	0.01603667	0.02620462
	mois 3	278.274335	21.640873	0.03227829	0.05251381
	mois 4	275.002029	24.8700822	0.04902624	0.07886287
	mois 5	272.727946	27.100512	0.06629699	0.10524493
	mois 6	271.032336	28.7517481	0.08426084	0.13165531
	mois 7	269.770847	29.9678524	0.10320913	0.15809174
	mois 8	268.836728	30.8552559	0.12346287	0.18455301
	mois 9	268.129448	31.5142327	0.14528083	0.2110388
	mois 10	267.508176	32.0854787	0.16879586	0.23754964
	mois 11	266.941408	32.6004081	0.19409697	0.26408692
	mois 12	266.425098	33.062986	0.22126382	0.2906523
29	mois 1	265.955964	33.4763308	0.2504573	0.31724755
	mois 2	261.522353	37.8480439	0.28544278	0.34416022
	mois 3	260.089713	39.2158622	0.32324397	0.3711805
	mois 4	258.975295	40.2618279	0.36461315	0.39826419
	mois 5	258.110084	41.0543442	0.41016303	0.4254089
	mois 6	257.39344	41.693736	0.46020854	0.45261502
	mois 7	256.786594	42.2188667	0.51465444	0.47988504
	mois 8	256.264488	42.6550898	0.5732003	0.50722202
	mois 9	255.803069	43.0268483	0.63545372	0.53462921
	mois 10	255.368793	43.3680061	0.70109117	0.56210985
	mois 11	254.954037	43.6863516	0.76994354	0.58966748
	mois 12	254.553328	43.9872143	0.84215175	0.6173056

Figure 1: Table de projections des états

Pour obtenir cette projection de l'évolution du nombre d'assurés dans chaque état, on doit savoir à chaque date le nombre d'assurés qui passent d'un état à un autre. On note :

N_{Val}^t le nombre de valides à un instant t

N_{Inc}^t le nombre d'incapables à un instant t

N_{Inv}^t le nombre d'invalides à un instant t

$N_{Déc}^t$ le nombre de décès à un instant t

Reprenons l'exemple illustré précédemment dans la figure 1 . Supposons que l'on se situe à l'instant t de 28 ans et 8 mois. On a alors pour cet instant donné :

$$N_{Val}^t = 268.84 ; N_{Inc}^t = 30.86 ; N_{Inv}^t = 0.12 ; N_{Déc}^t = 0.18$$

On note : $N_{i \rightarrow j}^t$ le nombre d'assurés dans l'état i à l'instant t qui seront dans l'état j à l'instant $t + 1$. Ici i et j désigne donc les états de validité, incapacité, invalidité et décès qui seront notés respectivement Val , Inc , Inv et $Déc$.

La connaissance des quantités N_i^t et $N_{i \rightarrow j}^t$ permet donc une prédiction des valeurs N_i^{t+1} par les formules suivantes :

$$N_{Val}^{t+1} = N_{Val \rightarrow Val}^t + N_{Inc \rightarrow Val}^t$$

$$N_{Inc}^{t+1} = N_{Inc \rightarrow Inc}^t + N_{Val \rightarrow Inc}^t$$

$$N_{Inv}^{t+1} = N_{Inv \rightarrow Inv}^t + N_{Inc \rightarrow Inv}^t + N_{Val \rightarrow Inv}^t$$

Supposons que l'on ne connaît pas l'instant $t + 1$. Par les taux d'incidence en incapacité et en invalidité, et par les taux de mortalité, connaissant N_{Val}^t il est aisé de déterminer les quantités $N_{Val \rightarrow Inc}^t$, $N_{Val \rightarrow Inv}^t$ et $N_{Val \rightarrow Déc}^t$. Par déduction on a aussi :

$$N_{Val \rightarrow Val}^t = N_{Val}^t - N_{Val \rightarrow Inc}^t - N_{Val \rightarrow Inv}^t - N_{Val \rightarrow Déc}^t$$

Intéressons nous maintenant à la quantité $N_{Inc \rightarrow Inc}^t$. Cette quantité ne peut être calculée qu'en utilisant des tables de maintien en incapacité et en tenant compte du nombre d'incapables en t (ici l'information dont on dispose est N_{Inc}^t). Comme nous l'avons vu, ces tables présentent deux dimensions qui caractérisent l'âge de l'assuré d'une part et son ancienneté d'autre part. Or la quantité N_{Inc}^t ne permet en rien de disposer de l'ancienneté de chaque assuré formant les N_{Inc}^t incapables à l'instant t . Un constat analogue peut être effectué pour la quantité $N_{Inc \rightarrow Inv}^t$ par exemple. Il est donc impossible de prévoir les quantités pour chaque état en $t + 1$ en ayant simplement connaissance de celles-ci en t et par l'utilisation des tables.

Les N_{Inc}^t incapables, par exemple, ne sont pas entrés en incapacité à la même date. Afin de résoudre le problème, une première dimension, qui est la date de survenance, a été rajoutée à la modélisation. Il faudrait, par exemple, que pour chacun N_{Inc}^t incapables à la date t , on ait une indication de la date de survenance de l'arrêt.

Si on en reste là, on se confronte alors à un autre problème. Un assuré peut entrer en incapacité puis, après plusieurs mois, redevenir valide et ultérieurement repasser en incapacité. Une date de survenance seule ne suffit donc pas. Il faut en plus de cela savoir quand l'assuré est sorti de l'état. On ajoute alors la dimension de l'ancienneté dans la modélisation.

L'idée est qu'avant de pouvoir compléter notre tableau de nombres figure 1 , on remplit des tableaux à deux dimensions : l'une correspond à la date de survenance et l'autre à l'ancienneté dans l'état :

Ancienneté \ Survenance	1	2	3	4
0				
1				
2				
3				
4				
5				

Il a donc un tableau de ce type pour l'incapacité et un autre pour l'invalidité. Prenons par exemple la colonne 3 pour le tableau d'invalidité :

Ancienneté \ Survenance	3
0	17
1	16.7
2	16.3
3	15.9
4	15.8

La quantité 17 de la première ligne correspond au nombre de nouveaux invalides relatifs de la date de survenance 3 qui correspond donc au 3^{ème} mois de projection. Cette quantité devra prendre en compte les invalides issus de l'état de validité, mais aussi ceux issus de l'état d'incapacité. Comme ce sont de nouveaux arrivants, leur ancienneté dans l'état d'invalidité est égale à 0, ce qui explique qu'ils se situent sur la première ligne.

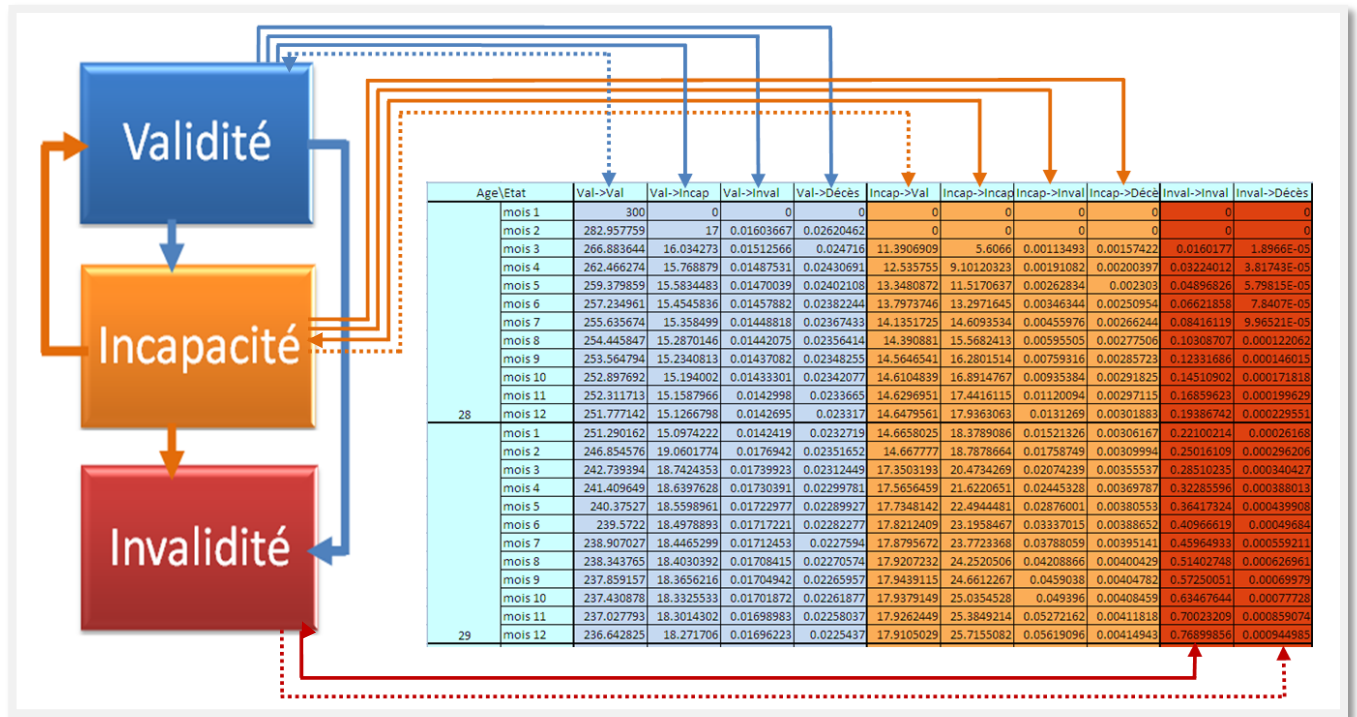
La quantité de 16.7 correspond au nombre d'invalides qui se trouvent encore dans cet état un mois après y être entrés. Ils ont donc une ancienneté d'un mois et sont relatifs à au 3^{ème} mois de survenance. Les lignes suivantes suivent les mêmes principes pour leurs anciennetés respectives.

C'est à partir de ces tableaux (en incapacité et invalidité) que les quantités $N_{i \rightarrow j}^t$ pourront être calculées. On pourra ainsi, par la suite, reconstituer les N_i^{t+1} et obtenir notre tableau des nombres final figure 1 .

II. Architecture globale

De façon à bien traiter les problèmes de maintien qu'engendrent les différents états, une segmentation naturelle a été suivie dans l'architecture générale du modèle. Ainsi on retrouve les modules « validité », « incapacité » et « invalidité » comme illustré dans la figure ci-dessous.

Comme nous l'avons vu, les quantités $N_{i \rightarrow j}^t$ permettent de projeter les nombres N_k^{t+1} est donc d'obtenir le tableau désiré. C'est donc la détermination des $N_{i \rightarrow j}^t$ qui va nous importer dans un premier temps c'est-à-dire le renseignement des cellules du tableau présenté dans la figure ci-dessous .



Les couleurs dans cette figure respectent la couleur du module de provenance. On peut ainsi voir que le module de validité alimente les données des modules d'incapacité et d'invalidité. Le module d'incapacité alimente en données le module de validité (rétablissement de l'incapable) et le module d'invalidité (passage à l'état invalide). Le module d'invalidité lui ne fournit pas de données aux autres modules. Ainsi on remarque que le modèle duplique la structure réelle de la modélisation basique présentée dans le schéma fig (ex : l'invalide ne peut améliorer son état pour devenir incapable ou invalide...)

Un module m ($m = \text{val}, \text{inc}$ ou inv) va alimenter tous les $N_{m \rightarrow j}^t$ pour tous les t et j possibles. Cela est représenté par les flèches moins épaisses dans le schéma. Les flèches en pointillés symbolisent les valeurs déduites. En effet, on peut toujours déduire un $N_{m \rightarrow j}^t$ des autres $N_{m \rightarrow k}^t$ ($k \neq j$), et de $N_{m \rightarrow m}^{t+1}$. Dans notre modèle, comme l'illustre le schéma, les trois quantités déduites le sont de la manière suivante :

$$\begin{aligned} N_{\text{val} \rightarrow \text{val}}^t &= N_{\text{val}}^t - N_{\text{val} \rightarrow \text{inc}}^t - N_{\text{val} \rightarrow \text{inv}}^t - N_{\text{val} \rightarrow \text{Déc}}^t \\ N_{\text{inc} \rightarrow \text{val}}^t &= N_{\text{inc}}^t - N_{\text{inc} \rightarrow \text{inc}}^t - N_{\text{inc} \rightarrow \text{inv}}^t - N_{\text{inc} \rightarrow \text{Déc}}^t \\ N_{\text{inv} \rightarrow \text{Déc}}^t &= N_{\text{inv}}^t - N_{\text{inv} \rightarrow \text{inv}}^t \end{aligned}$$

Pour les $N_{m \rightarrow m}^t$, sur le schéma, les flèches sont à deux têtes. Cela signifie que le module renseigne la colonne mais aussi y prend des informations nécessaires à son fonctionnement. Plus précisément, pour un instant t , la donnée $N_{m \rightarrow m}^{t-1}$ est nécessaire à la construction de la donnée $N_{m \rightarrow m}^t$. Plus de détails sont apportés par la suite.

Regardons de plus près comment chaque module a été modélisé.

III. Module de validité

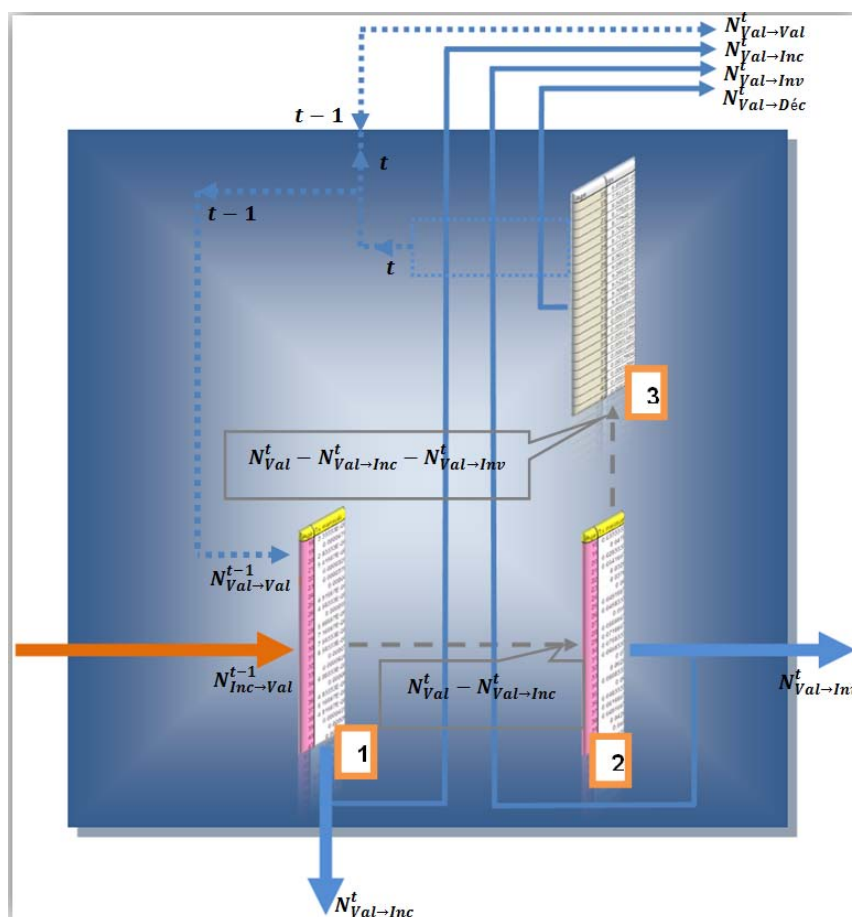


Figure 2 : Module de validité

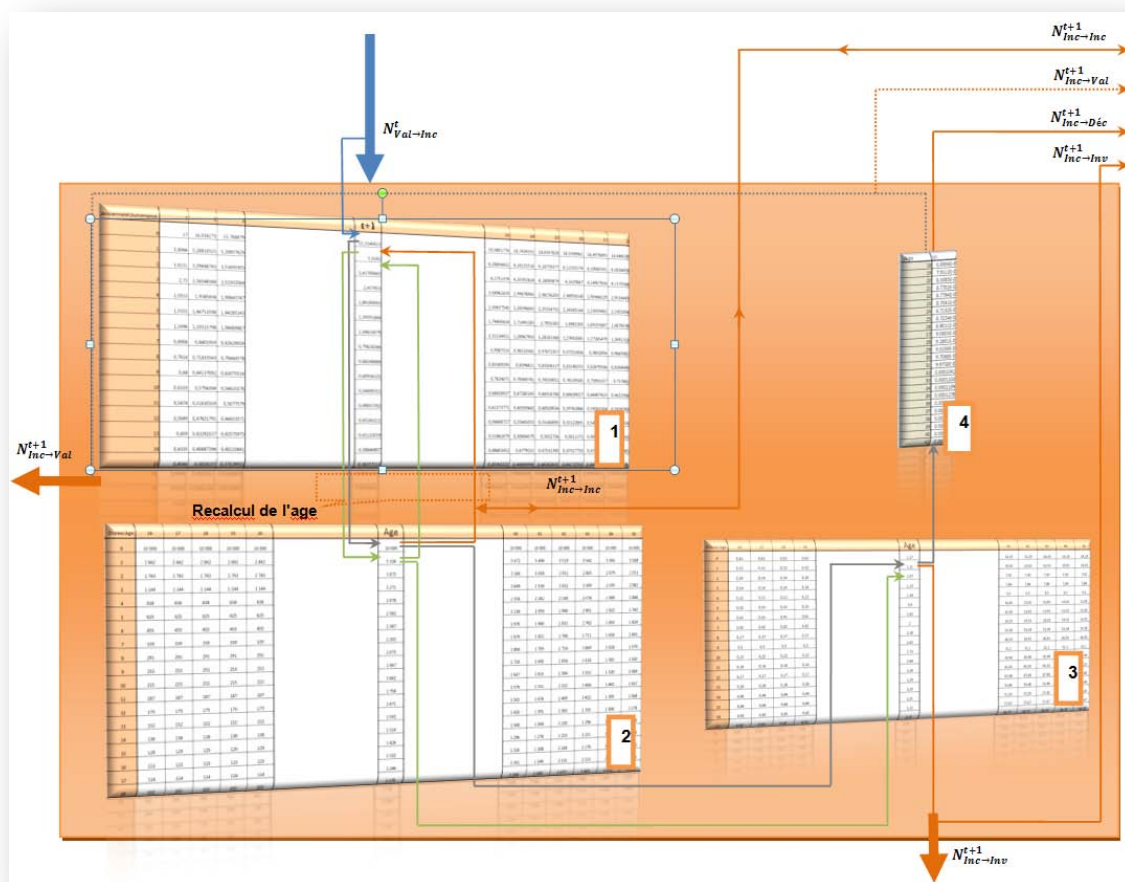
1 : Table d'incidence en incapacité

2 : Table d'incidence en invalidité

3 : Table de mortalité

Les valeurs $N_{Val \rightarrow Inc}^{t-1}$ et $N_{Val \rightarrow Val}^{t-1}$ permettent de calculer la quantité N_{Val}^t qui sert de base au calcul à la date t (cf p.51). La table d'incidence en incapacité va permettre de déduire le nombre de valides qui passeront en incapacité $N_{Val \rightarrow Inc}^t$. Une partie du nombre de valides restants passeront en invalidité grâce à l'utilisation de la table d'incidence en invalidité. Du nombre de valides résiduel est déduit le nombre de décès de personnes valides. Tous ces nombres calculés vont permettre de déterminer $N_{Val \rightarrow Val}^t$ comme indiqué p.53 (cette déduction est symbolisée par des pointillés sur le schéma).

IV. Module d'incapacité



IV.1.1.

Figure 3 : Module d'incapacité

1: Table des survivances/ancienneté

2: Table de maintien en incapacité

3: Table de passage Incap/invalid

4: Table de mortalité

La valeur $N_{Val \rightarrow Inc}^t$ donne tous les incapables issus pour la survivance $t + 1$. Elle est stockée dans le tableau présenté à la figure p.52 La projection à la date $t+2$ se fait de la manière suivante :

- Une partie du nombre d'individus $N_{Val \rightarrow Inc}^t$ de la survivance $t + 1$ ne seront plus incapables en $t + 2$ (flèche grise) après confrontation à la table de maintien en incapacité pour un âge précis et une ancienneté d'un mois. L'autre partie (flèche orange) reste incapable avec une ancienneté d'un mois correspondant à la deuxième ligne du tableau pour la survivance $t + 1$.
- La partie sortant de l'état d'incapacité est ensuite scindée et confrontée à la table de passage en invalidité pour un âge précis et une ancienneté d'un mois. Une partie (flèche orange) passera en invalidité.
- Une fraction de l'autre partie (flèche grise) décèdera après confrontation à la table de mortalité et l'autre partie par déduction contiendra les individus passant de l'état d'incapacité à l'état de validité.
- Les flèches vertes sont là pour montrer que le processus du module, pour une année de survivance donnée, continue jusqu'à l'extinction de la population initiale (ou jusque l'âge de la retraite).

Il faut signaler qu'à chaque étape du processus un nouveau calcul de l'âge est nécessaire. En effet, le maintien en incapacité peut durer 36 mois, ce qui entraîne un vieillissement qui a un impact sur les différents taux (maintien, passage en invalidité, décès...) à utiliser.

V. Module d'invalidité

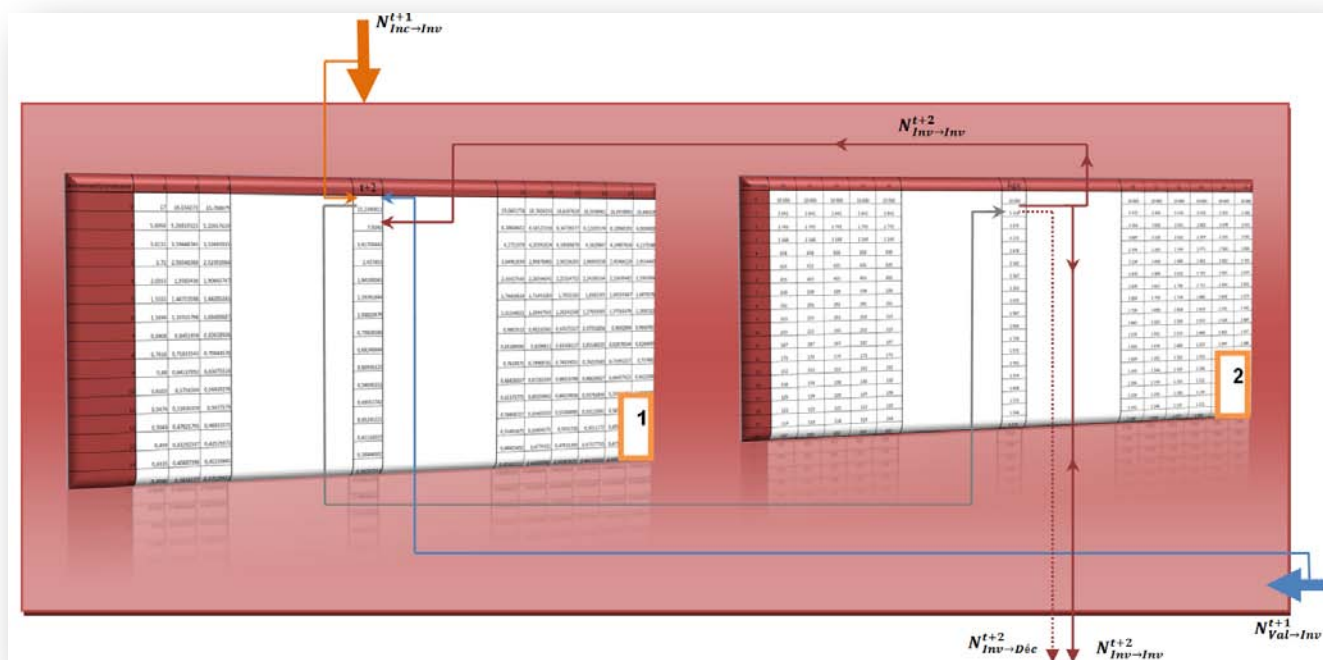


Figure 4 : Module d'invalidité

1: Table des survenances/ancienneté

2: Table de maintien en invalidité

Les valeurs $N_{Inv \rightarrow Inv}^{t+1}$ et $N_{Val \rightarrow Inv}^{t+1}$ donnent tous les invalides issus de la survenance $t + 2$. La valeur associée est stockée dans le tableau présenté à la figure p.52 Cette population est confrontée à la table de maintien pour un âge précis et une ancienneté d'un mois. Il en résulte qu'une partie est maintenue en état d'invalidité (son ancienneté est alors d'un mois pour une survenance en $t + 2$: 2^{ème} ligne), l'autre partie (flèche en pointillés) décède.

VI. Modélisation de tables de mortalité prospectives : Modèle de Lee-Carter

Ce paragraphe s'intéresse à la modélisation du risque de longévité impactant la garantie arrêt de travail. Comme le souligne le Conseil Economique et Social²³, l'espérance de vie augmente de façon régulière depuis plusieurs années. Cela impacte alors les organismes de protections sociales qui doivent réviser leurs méthodes de projection de la mortalité future, qui a un impact direct sur les prestations garanties et par conséquent sur la tarification des produits ainsi que sur les provisions.

La mise en place de tables anticipant cette dérive future des taux de mortalité devient donc indispensable, sous peine de s'exposer à un risque de longévité mal maîtrisé. De telles tables, appelées tables prospectives, sont basées en général sur la méthodologie suivante : ajuster un modèle sur la tendance passée dans le but d'extrapoler le futur.

VI.1. Ajustement sur les tendances passées

VI.1.1. Présentation et hypothèses

Dans cet exposé, x désignera l'âge de l'assuré et t l'année calendaire²⁴. Le modèle de Lee-Carter va reposer sur un modèle log-bilinéaire dont la définition, les hypothèses et les paramètres sont détaillés ci-dessous.

On rappelle la relation fondamentale entre les quotients de mortalité q_{xt} et les taux de mortalité instantanée μ_{xt} (défini par $\mu_{xt} = \lim_{dx \rightarrow 0} \frac{\mathbb{P}(T \in [x, x+dx] | T \geq x)}{dx}$) :

$$q_{xt} = 1 - e^{-\int_x^{x+1} \mu_{ut} du}$$

Donc :

$$-\ln(1 - q_{xt}) = \int_x^{x+1} \mu_{ut} du$$

On fait alors l'hypothèse que les taux de mortalité instantané varient peu entre deux âges entiers. On suppose qu'il est constant sur des intervalles du type $[k, k + 1[$ où k est entier.

On fait alors l'hypothèse que les taux de mortalité instantané varient peu entre deux âges entiers. On suppose qu'il est constant sur des intervalles du type $[k, k + 1[$ où k est entier.

On retient donc sous ses hypothèses le modèle suivant :

$$\mu_{xt} = -\ln(1 - q_{xt})$$

Le modèle de Lee-Carter consiste alors à appliquer un modèle log-bilinéaire au taux de mortalité instantané. Cette modélisation contraint à faire l'hypothèse d'homoscédasticité décrite plus bas.

²³ Cf. *L'impact de la durée de vie sur les systèmes d'aides et de soins*

²⁴ Autrement dit l'année où les taux de mortalité sont considérés

Modèle de Lee-Carter :

$$\ln(\mu_{xt}) = \alpha_x + \beta_x \cdot k_t + \varepsilon_{xt}$$

où

où

μ_{xt} est le taux de mortalité instantané à l'âge x et pour l'année calendaire t

α_x est un paramètre simulant le comportement moyen du modèle dans le temps pour un âge x fixé dans la table

k_t est un paramètre simulant l'impact du temps sur la dérive des taux de mortalité

β_x est un paramètre relativisant l'impact du temps sur la dérive des taux de mortalité en fonction de l'âge considéré (i.e. ajustant l'impact de k_t pour chaque âge x). Mathématiquement on peut apprécier l'effet de β_x en remarquant que :

$$\frac{\partial \ln(\mu_{xt})}{\partial t} \approx \beta_x \cdot \frac{dk_t}{dt}$$

ε_{xt} sont des variables aléatoires de loi $N(0, \sigma^2)$ indépendantes et identiquement distribuées correspondant aux erreurs d'ajustement du modèle. C'est en cela que repose l'hypothèse d'homoscédasticité.

Si on s'en tient à une telle modélisation, un problème d'identifiabilité apparaît. En effet les triplés (α_x, β_x, k_t) et $(\alpha_x, 2 \cdot \beta_x, \frac{k_t}{2})$ donnent les mêmes modèles. Les contraintes d'optimisation suivantes sont alors fixées :

$$\sum_{x=x_m}^{x_M} \beta_x = 1 \quad (1)$$

$$\sum_{t=t_m}^{t_M} k_t = 0 \quad (2)$$

Où :

x_m est l'âge minimum observé

x_M est l'âge maximum observé

t_m est la première année d'observation

t_M est la dernière année d'observation

VI.1.2. Estimation des paramètres

Le nombre de paramètres à estimer est de : $2(x_M - x_m + 1) + (t_M - t_m + 1) = 2 \times 99 + 34 = 232$

L'estimation des paramètres se fait par les moindres carrés :

$$(\hat{\alpha}_x, \hat{\beta}_x, \hat{k}_t) = \underset{(\alpha_x, \beta_x, k_t)}{\operatorname{argmin}} \left\{ \sum_{x,t} (\ln(\hat{\mu}_{xt}) - \alpha_x - \beta_x \cdot k_t)^2 \right\}$$

- **Estimation de α_x**

Par dérivation par rapport à α_x de la quantité à minimiser on obtient :

$$\sum_{z,t} \frac{\partial}{\partial \alpha_x} \{ (\ln(\hat{\mu}_{zt}) - \alpha_z - \beta_z \cdot k_t)^2 \} = 2(t_M - t_m + 1)\alpha_x - 2 \sum_{t=t_m}^{t_M} \ln(\hat{\mu}_{xt}) + 2\beta_x \sum_{t=t_m}^{t_M} k_t$$

L'annulation de la dérivée et la contrainte (2) d'optimisation précitée conduisent donc à l'estimation²⁵ :

$$\hat{\alpha}_x = \frac{1}{t_M - t_m + 1} \sum_{t=t_m}^{t_M} \ln(\hat{\mu}_{xt})$$

- **Estimation de β_x et k_t**

Rappel : Décomposition en valeurs singulières

Soit M une matrice de rang r et $\tilde{M} = M^T M$.

Soit u_i (respectivement v_i) le vecteur propre de $\tilde{M}$ (respectivement $\tilde{M}^T$) associé à la i -ème valeur propre λ_i classée dans l'ordre décroissant. On a alors :

$$M = \sum_{i=1}^r \sqrt{\lambda_i} \cdot v_i u_i^T$$

Soit M^* défini par :

$$M^* = \sum_{i=1}^k \sqrt{\lambda_i} \cdot v_i u_i^T$$

M^* est alors une matrice de rang $k < r$. On démontre que M^* est la meilleure approximation de M par une matrice de rang k au sens des moindres carrés. Cela veut dire que $M^* = (m_{ij}^*)_{i,j}$ minimise l'erreur quadratique d'approximation de $M = (m_{ij})_{i,j}$:

$$\sum_i \sum_j |m_{ij}^* - m_{ij}|^2$$

Ceci constitue le théorème d'Eckart-Young.

²⁵ On remarque que la formule conduit à dire qu'empiriquement l'estimation $\hat{\alpha}_x$ correspond à la moyenne temporelle des logarithmes des taux de mortalité instantané.

Ayant l'estimation $\hat{\alpha}_x$ on s'intéresse à la matrice $Z = (z_{xt})_{x,t}$ dont les coefficients sont :

$$z_{xt} = \hat{\mu}_{xt} - \hat{\alpha}_x = \hat{\beta}_x \cdot \hat{k}_t \approx \beta_x \cdot k_t$$

En posant $\hat{\beta} = (\hat{\beta}_x)_x$ et $\hat{k} = (\hat{k}_t)_t$ on a donc que : $Z = \hat{\beta} \hat{k}^T$.

On pose $\tilde{Z} = Z^T Z$ et on note u_i (respectivement v_i) le vecteur propre de $\tilde{Z}$ (respectivement $\tilde{Z}^T$) associé à la i -ème valeur propre λ_i classée dans l'ordre décroissant.

Sous l'hypothèse que $\lambda_1 \gg \lambda_2$ et en réutilisant le rappel précédent, on fait les estimations suivantes :

$$Z \approx \sqrt{\lambda_1} \cdot v_1 u_1^T$$

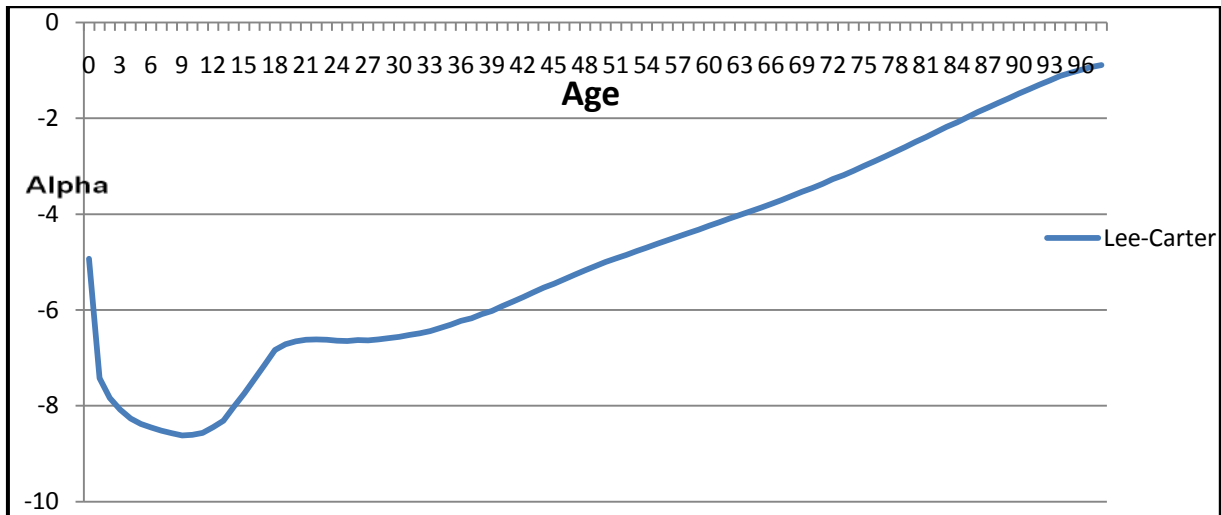
$$\hat{\beta} \approx \frac{v_1}{\sum_i v_i} \quad \text{et} \quad \hat{k} \approx \sqrt{\lambda_1} \cdot \sum_i v_i \cdot u_i$$

La normalisation de $\hat{\beta}$ est imposée par la contrainte (1) sur le modèle.

- **Mise en œuvre du modèle**

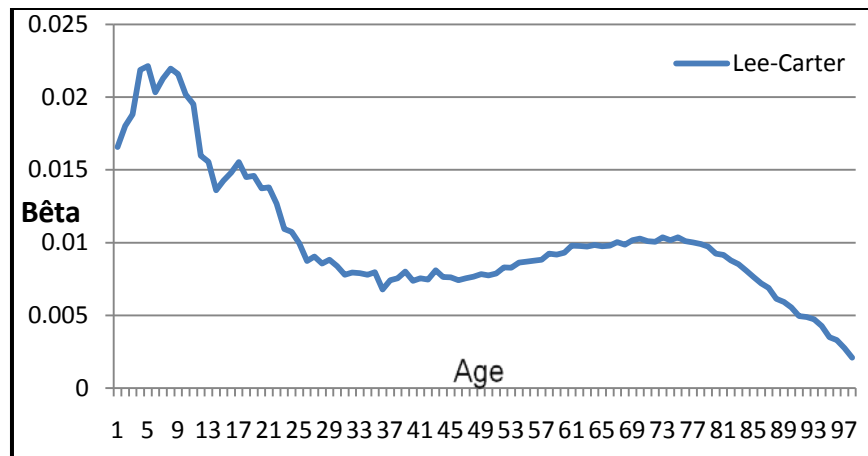
Les tables de mortalité utilisées sont celles du site de l'INED (Institut National d'Etudes Démographiques). On considère les tables de 1977 à 2009.

➤ Paramètre $\hat{\alpha}_x$

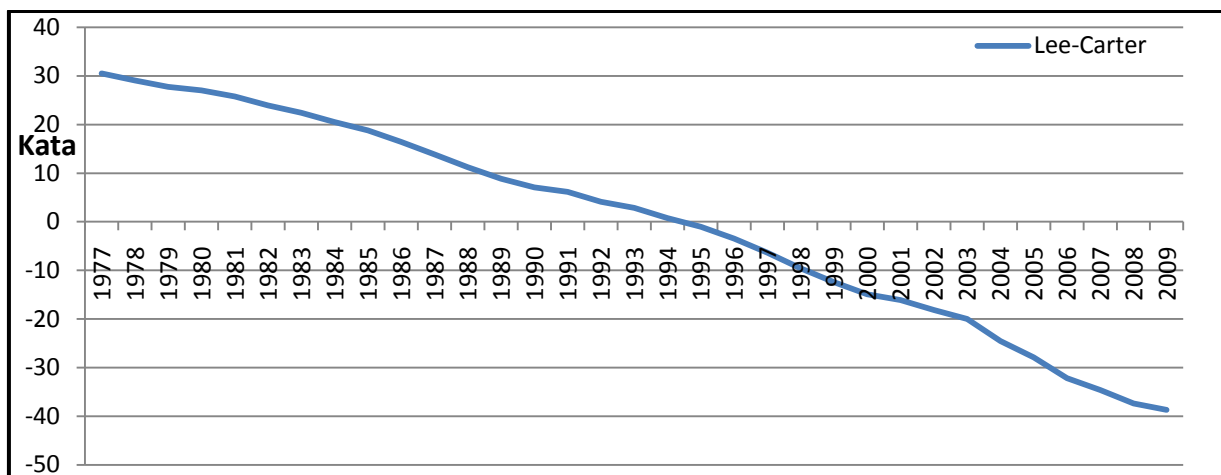


Après avoir extrait les valeurs propres et vecteurs propres de $\tilde{Z}$ à l'aide de SAS, on obtient les résultats ci-dessous.

➤ Paramètre $\hat{\beta}_x$

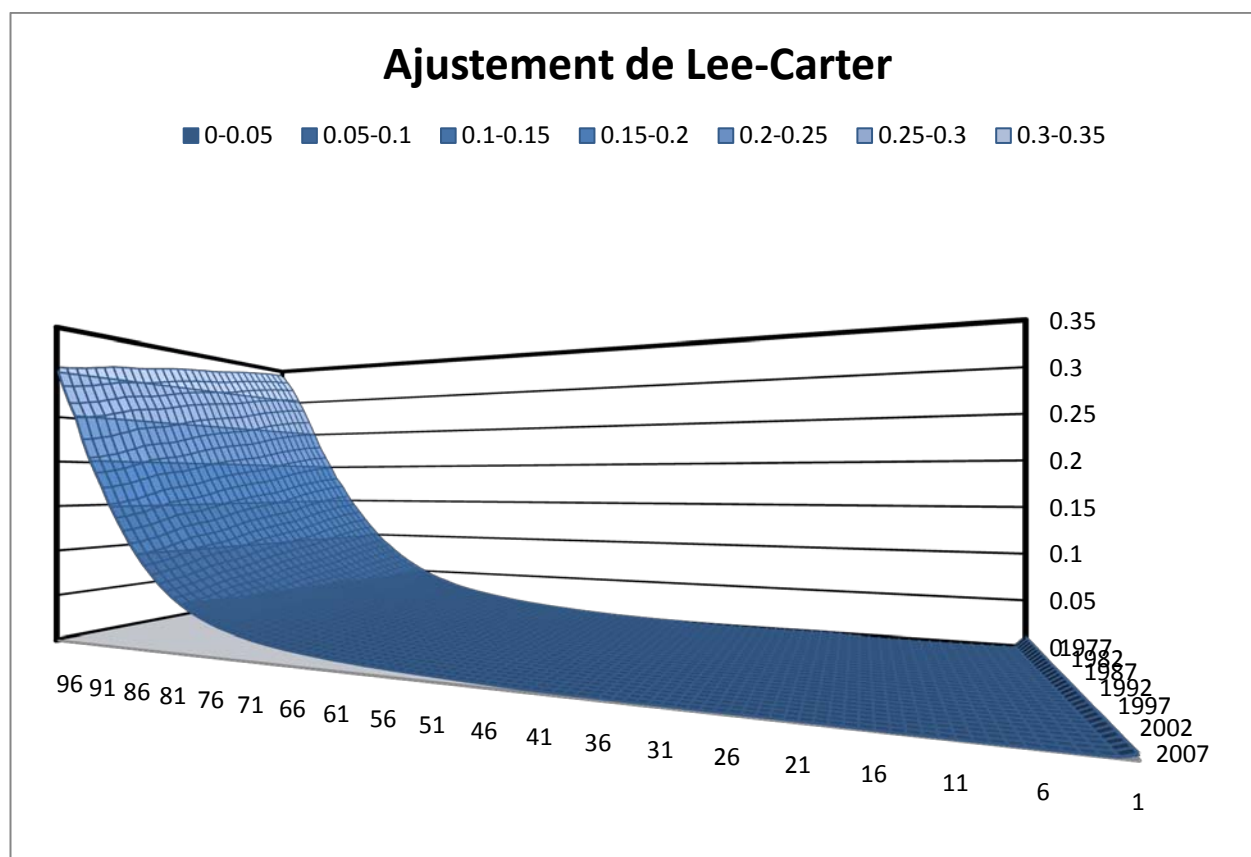


➤ Paramètre $\hat{k}_t$



Les paramètres $\hat{\alpha}_x$, $\hat{\beta}_x$ et $\hat{k}_t$ étant estimés, on peut observer l'allure des tables de mortalité générées par le modèle entre 1977 et 2009 par la formule :

$$\hat{q}_{xt} = 1 - e^{-e^{\hat{\alpha}_x + \hat{\beta}_x \cdot \hat{k}_t}}$$



On a donc mis en place un modèle permettant de s'ajuster aux données passées. L'idée est maintenant de s'intéresser aux paramètres du modèle afin d'en tirer une tendance permettant d'extrapoler les données futures.

VI.2. Extrapolations futures

VI.2.1. Extrapolation de la composante temporelle

Dans le modèle de Lee-Carter, on constate que le seul paramètre intégrant le temps calendaire est k_t . Il est naturel de vouloir extrapoler ce paramètre pour pouvoir générer les tables de mortalité futures.

On constate une tendance linéaire de $\hat{k}_t$ en observant le graphe p.59. On propose donc la régression linéaire simple comme méthode d'extrapolation du paramètre :

$$\hat{k}_t = a_{\hat{k}} \cdot t + b_{\hat{k}} + \tilde{\varepsilon}_t$$

Ici $\tilde{\varepsilon}_t$ est un bruit blanc gaussien, de variance $\sigma_{\hat{k}}^2$.

Voici les résultats obtenues sous SAS :

R-square est le coefficient de détermination R^2 variant entre 0 et 1. Il mesure la proportion de variation totale de $\hat{k}_t$ autour de la moyenne expliquée par la régression, c'est-à-dire prise en compte par le modèle. Plus R^2 se rapproche de la valeur 1, meilleure est l'adéquation du modèle aux données.

$$\text{On obtient : } \begin{cases} \hat{a}_{\hat{k}} = -2.1934 \\ \hat{b}_{\hat{k}} = 4371.43733 \\ R^2 = 0.9879 \\ \hat{\sigma}_{\hat{k}} = 2.38956 \end{cases}$$

Le graphique suivant témoigne de la qualité de l'ajustement.

$$\text{On note : } \hat{k}_t = \hat{a}_{\hat{k}} \cdot t + \hat{b}_{\hat{k}}$$

$$\text{On a : } \hat{\mu}_{xt} = \exp(\hat{a}_x + \hat{\beta}_x \cdot (a_{\hat{k}} \cdot t + b_{\hat{k}} + \tilde{\varepsilon}_t)) = \exp(\hat{a}_x + \hat{\beta}_x \cdot \hat{k}_t)$$

$$\text{Et on pose : } \hat{\mu}_{xt} = \exp(\hat{a}_x + \hat{\beta}_x \cdot (\hat{a}_{\hat{k}} \cdot t + \hat{b}_{\hat{k}})) = \exp(\hat{a}_x + \hat{\beta}_x \cdot \hat{k}_t)$$

Or $\tilde{\varepsilon}_t \sim N(0, \sigma_{\hat{k}})$ ce qui entraîne :

$$\hat{a}_x + \hat{\beta}_x \cdot (a_{\hat{k}} \cdot t + b_{\hat{k}} + \tilde{\varepsilon}_t) \sim N(\hat{a}_x + \hat{\beta}_x \cdot (a_{\hat{k}} \cdot t + b_{\hat{k}}), \hat{\beta}_x^2 \cdot \sigma_{\hat{k}}^2)$$

Rappel : Estimateurs des moindres carrés

Soit l'écriture du modèle linéaire suivant :

$$\begin{cases} y = Xb + u \\ \mathbb{E}[u] = 0, \text{Var}(u) = \sigma^2 \cdot I_n \end{cases}$$

Alors l'estimateur des moindres carrés ordinaires de b est : $\hat{b} = (X^T X)^{-1} X^T y$

Cet estimateur vérifie :

$$\begin{cases} \mathbb{E}[\hat{b}] = b \\ \text{Var}(\hat{b}) = \sigma^2 (X^T X)^{-1} \end{cases}$$

$$\text{Plus précisément : } \begin{cases} \text{Var}(\hat{b}_1) = \frac{\sigma^2}{n} \left(1 + \frac{\bar{x}^2}{(\bar{x}^2 - \bar{x}^2)} \right) \\ \text{Var}(\hat{b}_2) = \frac{\sigma^2}{n \cdot (\bar{x}^2 - \bar{x}^2)} \\ \text{cov}(\hat{b}_1, \hat{b}_2) = -\frac{\sigma^2 \cdot \bar{x}}{n \cdot (\bar{x}^2 - \bar{x}^2)} \end{cases}$$

$$\text{Ici : } \begin{pmatrix} \hat{k}_{t_m} \\ \vdots \\ \hat{k}_{t_M} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & t_m \\ \vdots & \vdots \\ 1 & t_M \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_{\hat{k}} \\ a_{\hat{k}} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \tilde{\varepsilon}_{t_m} \\ \vdots \\ \tilde{\varepsilon}_{t_M} \end{pmatrix}$$

On obtient donc :

$$\mathbb{E}[\hat{a}_{\hat{k}} \cdot t + \hat{b}_{\hat{k}}] = a_{\hat{k}} \cdot t + b_{\hat{k}}$$

Et :

$$\begin{aligned} \text{Var}(\hat{a}_{\hat{k}} \cdot t + \hat{b}_{\hat{k}}) &= \text{Var}(\hat{a}_{\hat{k}}) \cdot t^2 + \text{Var}(\hat{b}_{\hat{k}}) + 2 \cdot t \cdot \text{cov}(\hat{a}_{\hat{k}}, \hat{b}_{\hat{k}}) \\ &= \text{Var}(\hat{a}_{\hat{k}}) \cdot t^2 + \text{Var}(\hat{b}_{\hat{k}}) + 2 \cdot t \cdot \text{cov}(\hat{a}_{\hat{k}}, \hat{b}_{\hat{k}}) \\ &= \frac{\sigma_{\hat{k}}^2}{(M-m+1)(\bar{t}^2 - \bar{t}^2)} \cdot (t^2 - 2 \cdot t \cdot \bar{t} + \bar{t}^2) \end{aligned}$$

On a alors :

$$\hat{a}_x + \hat{\beta}_x \cdot (\hat{a}_{\hat{k}} \cdot t + \hat{b}_{\hat{k}}) \sim N \left(\hat{a}_x + \hat{\beta}_x \cdot (a_{\hat{k}} \cdot t + b_{\hat{k}}), \frac{\hat{\beta}_x^2 \cdot \sigma_{\hat{k}}^2}{(M-m+1)(\bar{t}^2 - \bar{t}^2)} \cdot (t^2 - 2 \cdot t \cdot \bar{t} + \bar{t}^2) \right)$$

En considérant l'espérance d'une loi log-normale on a :

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[\hat{\mu}_{xt}] &= \exp \left(\hat{a}_x + \hat{\beta}_x \cdot \hat{k}_t + \frac{\hat{\beta}_x^2 \cdot \sigma_{\hat{k}}^2}{2} \right) \\ \mathbb{E}[\hat{\mu}_{xt}] &= \exp \left(\hat{a}_x + \hat{\beta}_x \cdot \hat{k}_t + \frac{1}{2} \cdot \frac{\hat{\beta}_x^2 \cdot \sigma_{\hat{k}}^2}{(M-m+1)(\bar{t}^2 - \bar{t}^2)} \cdot (t^2 - 2 \cdot t \cdot \bar{t} + \bar{t}^2) \right) \end{aligned}$$

D'où :

$$\mathbb{E}[\hat{\mu}_{xt}] = \mathbb{E}[\hat{\mu}_{xt}] \times \exp \left\{ \frac{\hat{\beta}_x^2 \cdot \sigma_{\hat{k}}^2}{2} \cdot \left[\frac{t^2 - 2 \cdot t \cdot \bar{t} + \bar{t}^2}{(M-m+1)(\bar{t}^2 - \bar{t}^2)} - 1 \right] \right\}$$

Un estimateur sans biais de $\mathbb{E}[\hat{\mu}_{xt}]$ est donc :

$$\hat{\mu}_{xt} = \exp \left(\hat{a}_x + \hat{\beta}_x \cdot \hat{k}_t + \frac{\hat{\beta}_x^2 \cdot \hat{\sigma}_{\hat{k}}^2}{2} \cdot \left[1 - \frac{t^2 - 2 \cdot t \cdot \bar{t} + \bar{t}^2}{(M-m+1)(\bar{t}^2 - \bar{t}^2)} \right] \right)$$

Dans la suite on note : $B = \frac{\hat{\beta}_x^2 \cdot \hat{\sigma}_{\hat{k}}^2}{2} \cdot \left[1 - \frac{t^2 - 2 \cdot t \cdot \bar{t} + \bar{t}^2}{(M-m+1)(\bar{t}^2 - \bar{t}^2)} \right]$

$$\hat{\mu}_{xt} = \exp \left(\hat{a}_x + \hat{\beta}_x \cdot \hat{k}_t + B \right)$$

Comme les pas de t sont de 1, en notant $n = M - m + 1$ on a les simplifications suivantes pour les calculs:

$$\begin{cases} \bar{t} = \frac{n+1}{2} \\ \bar{t}^2 = \frac{(n+1) \cdot (2n+1)}{6} \end{cases}$$

VI.2.2. Modélisation stochastique des tables

La modélisation stochastique des tables va consister à considérer le caractère aléatoire de l'erreur $\tilde{\varepsilon}_t$. Autrement dit, on considère les tirages $(\omega, \tilde{\varepsilon}_t(\omega))$ dans l'espace probabilisé, qui constitueront des réalisations de $\tilde{\varepsilon}_t$. On utilise pour cela les résultats de la régression et on considère que : $\tilde{\varepsilon}_t \sim N(0, \hat{\sigma}_{\tilde{\varepsilon}_t})$. On a donc :

$$\hat{\mu}_{xt}(\omega) = \exp \left(\hat{\alpha}_x + \hat{\beta}_x \cdot (\hat{a}_{\hat{k}} \cdot t + \hat{b}_{\hat{k}} + \tilde{\varepsilon}_t(\omega)) + B \right)$$

Et par conséquent, pour chaque scénario ω les coefficients des tables prospectives deviennent :

$$\hat{q}_{xt}(\omega) = 1 - \exp \left\{ -\exp \left(\hat{\alpha}_x + \hat{\beta}_x \cdot (\hat{a}_{\hat{k}} \cdot t + \hat{b}_{\hat{k}} + \tilde{\varepsilon}_t(\omega)) + B \right) \right\}$$

VI.2.3. Limites du modèle

Une hypothèse forte du modèle est l'homoscédasticité du logarithme des taux de mortalité instantanés. Cette hypothèse est très discutable car aux âges élevés, le nombre de survivants est faible. Cela conduit à une augmentation de la variance des paramètres estimés.

VII. Validation du modèle

VII.1. Méthodes validation élémentaires

VII.1.1.

Les tests élémentaires permettent de confronter deux quantités calculables de deux façon distinctes à partir des outputs du modèle.

Comme nous l'avons vu dans la section I du chapitre 5, des tables intermédiaires de survénances/anciennetés permettent de stocker le nombre d'incapables ou d'invalides pour une survénance et une ancienneté données.

A partir des modules de validité, d'incapacité et d'invalidité, les quantités $N_{i \rightarrow j}^t$ sont calculées ce qui permet au final d'avoir à chaque pas de projection les N_{Val}^t , N_{Inc}^t , N_{Inv}^t et $N_{Déc}^t$.

Intéressons nous aux incapables (le raisonnement pour les invalides est le même).

Soit m le $m^{\text{ième}}$ mois de projection. Notons I_a^s le nombre d'incapables issus de la survénance s et ayant une ancienneté dans l'état de a mois dans le tableau intermédiaire survénances/anciennetés. Ainsi, les individus I_a^s sont présents dans l'état d'incapacité à l'instant m si :

$$m = s + a$$

On considère le nombre N_{Inc}^m d'incapables à l'instant m . Il devrait donc vérifier :

$$N_{Inc}^m = \sum_{s=0}^{m-1} I_s^{m-s}$$

Cela revient à sommer les m valeurs de la $m^{\text{ième}}$ diagonale du tableau intermédiaire et à vérifier que le résultat obtenu est bien égal au nombre d'incapables en m .

Ancienneté\Survivance	1	2	3	4	5
0	2,43801354	2,74278173	2,78919301	2,64969648	2,5528935
1	2,43513019	2,73993794	2,78988961	2,64656278	2,54987429
2	2,43225025	2,73629799	2,78659011	2,64343279	2,54685865
3	2,42937372	2,73306187	2,78329452	2,6403065	2,54384658
4	2,42650059	2,72982958	2,78000282	2,63718391	2,54083807
5	2,42363086	2,72660112	2,77671501	2,63406501	2,53783311
6	2,42076452	2,72337647	2,7734311	2,6309498	2,53483171
7	2,41790157	2,72015563	2,77015106	2,62783828	2,53183386
8	2,41504201	2,71693861	2,76687491	2,62473043	2,52883956
9	2,41218583	2,71372538	2,76360263	2,62162626	2,52584879

Incapacité
2,43801354
5,17791191
8,96498121
10,6052578
13,1456089
15,5598084
17,8833443
20,0896886

VII.2. Vision comptable et économique

Le calcul du Best Estimate dans la méthode vie utilise une vision économique contrairement aux provisions réglementaires qui elles utilisent une vision comptable.

On rappelle que pour les provisions réglementaires d'incapacité on a les formules suivantes pour **1 euro de prestation mensuelle** :

$$PM_{inc} = PM_{maint} + PM_{inv_att}$$

$$PM_{maint}(x, a) = \sum_{k=a+1}^m \frac{l_{inc}(x, k)}{l_{inc}(x, a)} \cdot \frac{1}{(1 - \tau)^{\frac{k-a}{12}}}$$

$$PM_{inv_att}(x, a) = \sum_{k=a+1}^m \frac{p(x, k)}{l_{inc}(x, a)} \cdot PM_{inv}\left(x + \frac{k}{12}, 0\right) \cdot \frac{1}{(1 - \tau)^{\frac{k-a}{12}}}$$

VII.2.1. Provision de maintien en incapacité

La quantité $m_{a,i}^x = \frac{l_{inc}(x, a+i)}{l_{inc}(x, a)}$ représente donc, pour un assuré de x années et d'ancienneté a mois en incapacité, la probabilité d'être encore incapable i mois plus tard.

On note dans la suite $\alpha_{k-a} = \frac{1}{(1-\tau)^{\frac{k-a}{12}}}$ le facteur d'actualisation.

VII.2.1.1. Provision réglementaire

On a :

$$PM_{maint}(x, a) = \sum_{k=a+1}^m m_{a, k-a}^x \cdot \alpha_{k-a}$$

On peut schématiser chaque élément de la somme par chaque ligne du tableau suivant :

Mois ou n°élément de la somme	Nombre de têtes	Nombre d'incapables	Valeur actualisée
1	1	$m_{a,1}^x$	$m_{a,1}^x \alpha_1$
2	1	$m_{a,2}^x$	$m_{a,2}^x \alpha_2$
3	1	$m_{a,3}^x$	$m_{a,3}^x \alpha_3$

VII.2.1.2. Modèle de projection vie

Dans le modèle de projection vie, partons aussi d'une tête incapable.

On suppose que l'on **bloque le retour possible à l'incapacité** pour un incapable devenu valide :

$$\text{Incapable} \rightarrow \text{Valide} \rightarrow \text{Incapable}$$

La façon dont le modèle effectue ses projections peut alors être synthétisée de la manière suivante :

Mois ou n°élément de la somme	Nombre de têtes	Nombre d'incapables	Valeur actualisée
1	1	$m_{a,1}^x$	$m_{a,1}^x \alpha_1$
2	$m_{a,1}^x$	$m_{a,1}^x m_{a+1,1}^x$	$m_{a,1}^x m_{a+1,1}^x \alpha_2$
3	$m_{a,1}^x m_{a+1,1}^x$	$m_{a,1}^x m_{a+1,1}^x m_{a+2,1}^x$	$m_{a,1}^x m_{a+1,1}^x m_{a+2,1}^x \alpha_3$

Pour passer au mois de projection suivant, on reprend le nombre d'incapables restants le mois précédent et on applique le coefficient de maintien à un an.

VII.2.1.3. Comparaison

On remarque que :

$$\begin{aligned}
 m_{a,i}^x &= \frac{l_{inc}(x, a+i)}{l_{inc}(x, a)} \\
 &= \frac{l_{inc}(x, a+1)}{l_{inc}(x, a)} \cdot \frac{l_{inc}(x, a+2)}{l_{inc}(x, a+1)} \cdot \dots \cdot \frac{l_{inc}(x, a+i)}{l_{inc}(x, a+i-1)} \\
 &= m_{a,1}^x \cdot m_{a+1,1}^x \cdot \dots \cdot m_{a+i-1,1}^x
 \end{aligned}$$

Ainsi, les deux tableaux de projection précédents sont identiques.

En bloquant la possibilité pour un incapable devenu valide de redevenir incapable on a donc que le montant de sinistres dûs aux incapables dans le modèle vie est égale à la partie PM_{maint} des PM_{inc} .

VII.2.2. Provision d'invalidité en attente

La quantité $q_{a,i}^x = \frac{p(x,a+i)}{l_{inc}(x,a)}$ représente, pour un assuré de x années et d'ancienneté a mois en incapacité, la probabilité de passer en invalidité entre le $(i - 1)$ et le i -ième mois de projection.
 $m = \min(d + a, 36)$ le nombre de mois maximum sujets à prestations depuis l'entrée en incapacité.

Provision réglementaire

En analysant la formule de PM_{inv_att} , on constate que la probabilité de passer en invalidité après 36 mois d'incapacité n'est pas prise en compte. Or, nous avons vu qu'il est communément admis qu'après 36 mois passé en incapacité, l'assuré bascule en invalidité. Ceci n'est donc pas capté par les provisions mathématiques réglementaires.

On rappelle que :

$$PM_{inv}(x, a) = \sum_{k=a+1}^d \frac{l_{inv}(x, k)}{l_{inv}(x, a)} \cdot \alpha_{k-a}$$

La quantité $p_{a,i}^x = \frac{l_{inv}(x,a+i)}{l_{inv}(x,a)}$ symbolisant donc, pour un assuré de x années et d'ancienneté a mois en invalidité, la probabilité d'être encore en invalidité i mois plus tard.

On peut alors décomposer le calcul de $PM_{inv_att}(x, a)$ de la sorte :

Nombres de têtes	Nouveaux invalides	Maintien en invalidité et actualisation
1	$q_{a,1}^x$	$q_{a,1}^x \cdot \sum_{k=1}^d p_{0,k}^x \cdot \alpha_k$
1	$q_{a,2}^x$	$q_{a,2}^x \cdot \sum_{k=1}^d p_{0,k}^x \cdot \alpha_k$
1	$q_{a,3}^x$	$q_{a,3}^x \cdot \sum_{k=1}^d p_{0,k}^x \cdot \alpha_k$

VII.2.2.1. Modèle de projection vie

Le modèle de projection vie inclus le passage en invalidité automatique après 36 mois passé en incapacité. On suppose que l'on bloque le passage et on considère donc qu'au 36^{ème} mois l'individu redevient valide.

Voici alors comment sont projetés les incapables passant en invalidité dans le modèle vie (S_k : *Survenance* k) :

Mois	Têtes inc	S 1	S 2	S 3	...	Actualisation
1	1	$q_{a,1}^x$	-	-		$q_{a,1}^x$
2	$m_{a,1}^x$	$q_{a,1}^x \cdot p_{0,1}^x$	$m_{a,1}^x \cdot q_{a+1,1}^x$	-		$q_{a,1}^x p_{0,1}^x \alpha_1 + m_{a,1}^x q_{a+1,1}^x$
3	$m_{a,1}^x m_{a+1,1}^x$	$q_{a,1}^x \cdot p_{0,2}^x$	$m_{a,1}^x q_{a+1,1}^x p_{0,1}^x$	$m_{a,1}^x m_{a+1,1}^x q_{a+2,1}^x$		$q_{a,1}^x p_{0,2}^x \alpha_2$ $+ m_{a,1}^x q_{a+1,1}^x p_{0,1}^x \alpha_1$ $+ m_{a,1}^x m_{a+1,1}^x q_{a+2,1}^x$

La colonne Têtes inc contient les têtes incapables et les survénances 1, 2 et 3 contiennent les invalides.

VII.2.2.2. Comparaison

Dans la méthode de projection du modèle vie, la somme des lignes actualisées pour de chaque colonne $S k$ donne la somme de la colonne actualisation qui représente la charge de sinistres associés aux invalides issus de l'incapacité.

On remarque que :

$$\begin{aligned}
 m_{a,1}^x \cdot m_{a+1,1}^x \cdot \dots \cdot m_{a+i-1,1}^x q_{a+i,1}^x &= \frac{l_{inc}(x, a+1)}{l_{inc}(x, a)} \cdot \frac{l_{inc}(x, a+2)}{l_{inc}(x, a+1)} \cdot \dots \cdot \frac{l_{inc}(x, a+i)}{l_{inc}(x, a+i-1)} \cdot \frac{p(x, a+i+1)}{l_{inc}(x, a+i)} \\
 &= \frac{p(x, a+i)}{l_{inc}(x, a)} \\
 &= q_{a+i,1}^x
 \end{aligned}$$

Ainsi, au final la somme de chaque ligne actualisée pour chaque colonne survénance dans le modèle vie est égale à chaque ligne du tableau de provisions réglementaires PM_{inv_att} .

VII.2.3. Conclusion

On peut donc résumer l'étude des deux paragraphes précédents de la manière suivante :

Partant d'une tête incapable, si l'on bloque le retour à l'état d'incapacité d'un valide (initialement incapable) et si l'on bloque le passage en invalidité après 36 mois de maintien consécutif dans l'état d'incapacité, alors la charge de sinistres donnée par le modèle vie et la valeur PM_{inc} des provisions mathématiques réglementaires d'incapacité sont égales.

Ce raisonnement a donc été utilisé dans un but validation du modèle.

Chapitre 6. Etudes de sensibilités

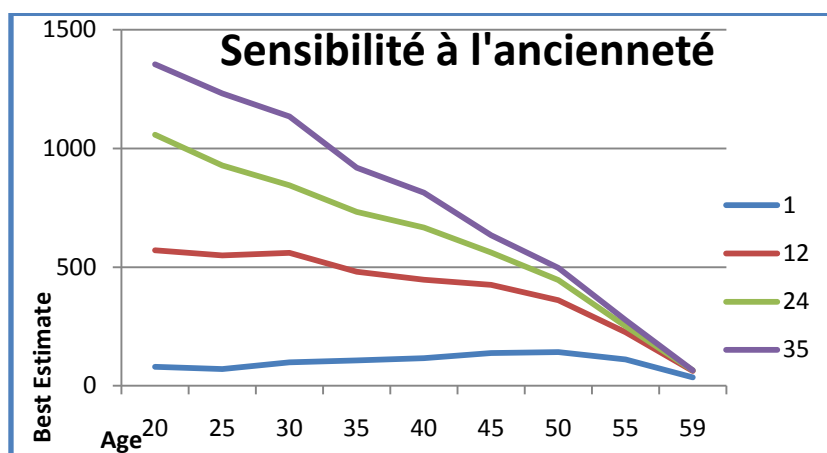
Afin de comprendre quels sont les paramètres sensibles du modèle nous allons nous intéresser à une ligne de model point puis faire évoluer les paramètres. Dans toute l'étude la tête considérée est incapable.

Dans chaque paragraphe, nous rappellerons les paramètres fixés et les paramètres pour lesquels l'étude de sensibilité est effectuée. Les valeurs du Best Estimate constituent la base de l'étude.

I. Sensibilité à l'ancienneté

Paramètres fixes : Rente d'incapacité = 5 ; Rente d'invalidité = 5 ; Capital décès = 500 ; Taux technique = 2.55% ; Frais sinistres = 0.01

Paramètres sujets à sensibilité : l'âge et l'ancienneté en incapacité (de 1 à 35)



Globalement, on constate pour tout âge que l'augmentation de l'ancienneté entraîne une augmentation du best estimate. Cette augmentation semble être d'autant plus importante que l'âge est jeune.

On constate que c'est entre 20 et 35 ans que la sensibilité à l'ancienneté semble être la plus élevée. Une explication peut être que plus on augmente l'ancienneté, plus la probabilité de passer en invalidité augmente. Or les probabilités de maintien en invalidité sont fortes relativement à ceux de maintien en incapacité. Ainsi, pour un assuré jeune qui entre en invalidité, la période de paiement des rentes d'invalidité est plus longue dans le temps, car il est loin de l'âge de la retraite et ses taux de décès sont faibles.

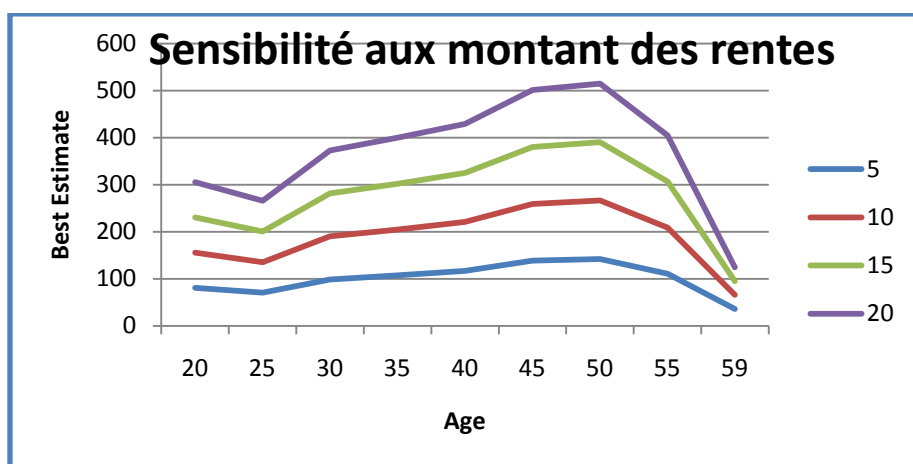
Voici en pourcentage les évolutions d'une ancienneté à une autre :

Age	1 -> 35	1->12	12->24	24->35
20	1576%	607%	85%	28%
25	1652%	682%	69%	33%
30	1049%	468%	51%	34%
35	754%	347%	52%	25%
40	595%	282%	49%	22%
45	359%	207%	32%	13%
50	251%	155%	23%	12%
55	150%	104%	11%	10%
59	82%	75%	5%	1%

II. Sensibilité aux rentes

Paramètres fixes : Ancienneté = 1; Capital décès = 500 ;Taux technique = 2.55% ; Frais sinistres = 0.01

Paramètres sujets à sensibilité : l'âge et les valeurs de rentes d'incapacité et d'invalidité (supposées égales et variant 5 à 20)



On constate que pour les âges proches de la retraite, les provisions best estimate des assurés sont peu sensibles aux valeurs de rentes. Cela s'explique par le fait que l'augmentation des rentes aura une conséquence que sur un temps très bref puisque ces individus sortiront du portefeuille à l'âge de la retraite.

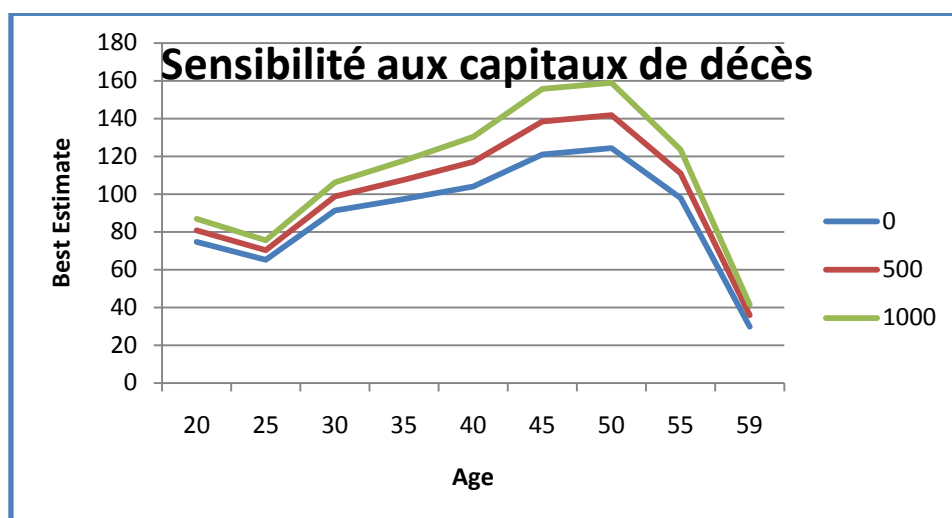
En revanche pour les âges plus jeunes, on constate que l'effet de la variation de rente est quasi-proportionnel à la valeur du best estimate pour un âge fixé. Les pourcentages d'évolution des best estimate pour les différents âges sont alors très proches :

Age	5 -> 20	5->10	10->15	15->20
20	278%	93%	48%	32%
25	278%	93%	48%	32%
30	277%	92%	48%	32%
35	272%	91%	47%	32%
40	266%	89%	47%	32%
45	262%	87%	47%	32%
50	263%	88%	47%	32%
55	266%	89%	47%	32%
59	249%	84%	45%	31%

III. Sensibilité au capital décès

Paramètres fixes : Ancienneté = 1; Rente d'incapacité = 5 ; Rente d'invalidité = 5 ;Taux technique = 2.55% ; Frais sinistres = 0.01

Paramètres sujets à sensibilité : l'âge et le capital décès (de 0 à 1000)

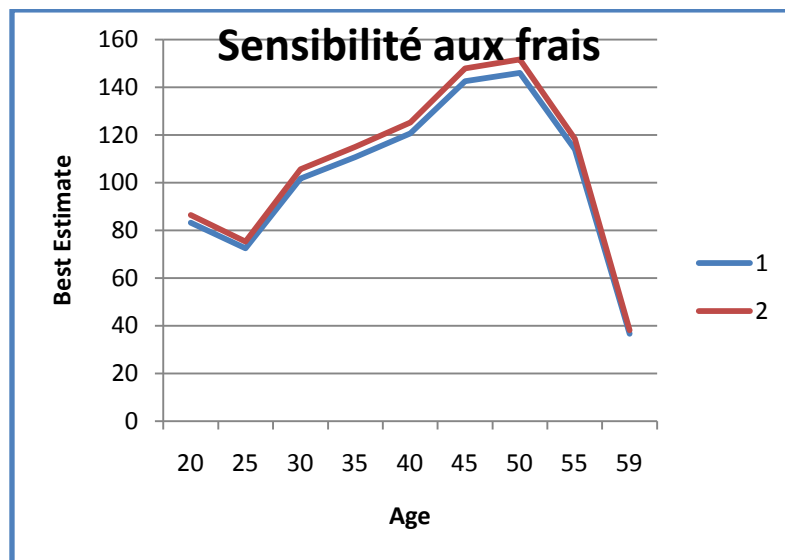


Les explications fournies pour expliquer les sensibilités aux rentes sont les mêmes que pour expliquer les sensibilités aux capitaux de décès.

IV. Sensibilité aux frais

Paramètres fixes : Ancienneté = 1; Rente d'incapacité = 5 ; Rente d'invalidité = 5 ;Taux technique = 2.55%

Paramètres sujets à sensibilité : l'âge et les frais sur sinistres (4% puis 8%)



L'écart est d'autant plus important que la valeur du best estimate est élevée. C'est un résultat auquel on s'entend puisque les frais sont proportionnels à la charge de sinistres. Entre 4% et 8% le modèle semble très peu sensible.

PARTIE 3

Etude des SCR Santé

PARTIE 3. Etude des SCR Santé

Chapitre 7. Analyse des SCR

I. Cadre de l'étude

I.1. Objectifs et approche

Le but de cette partie est d'étudier l'impact chiffré que représente une différence de classification (Santé SLT/Non-SLT) pour le risque d'incapacité. On rappelle par ailleurs que le risque d'invalidité doit être classé en Santé SLT et ne fera donc pas partie de cette étude.

Le périmètre utilisé est celui d'un portefeuille d'incapables en Prévoyance Collective. Dans un souci de comparaison des résultats obtenus, certaines hypothèses simplificatrices que l'on précisera ont été réalisées.

I.2. Hypothèses de modélisation

I.2.1. Hypothèses générales communes

Pour le calcul du SCR Santé SLT et Non-SLT les frais sur sinistres sont de 4%. Le model point étant identique, les taux techniques sont tous égaux à 2.55%. Les tables de mortalité ne seront pas prospectives (pour être en adéquation avec le calcul des provisions mathématiques réglementaires comptables). L'âge de départ à la retraite est fixé à 60 ans.

I.2.2. SCR Santé SLT

Nous avons mis en évidence dans le chapitre 3 que les contrats à tacite reconduction sont annuels. Lors de l'évaluation du SCR Santé SLT les projections sont donc réalisées à horizon d'un an ce qui conduit à ne pas prendre en compte les primes futures. Ainsi, notre model point d'incapables voit leurs prestations couvertes par la prime de l'exercice précédent. Cette hypothèse conduit à modifier l'évaluation du Best Estimate de sorte qu'un incapable qui retourne à l'état valide sort du portefeuille. En effet, il ne peut pas y avoir une nouvelle sinistralité au cours de l'année de projection puisque la prime de l'année passée ne la couvre pas et que les primes futures ne sont pas prises en compte.

Voici les sous-modules de risque que nous prendrons en compte :

- Mortalité : Pour la détermination du Best Estimate, le modèle de projection des flux utilise une table de mortalité qui intervient dans le décès des sinistrés qui peuvent avoir souscrit à une garantie décès. Une mauvaise anticipation de ces taux a donc un impact global sur l'évaluation du passif.
- Frais : Le sous-module de risque *frais* couvre les pertes éventuelles dues à une mauvaise évaluation du montant des frais au moment de la tarification du produit.
- Morbidité : Les tables de maintien en incapacité et en invalidité sont soumises aux dérives dues une tendance et à une mauvaise adaptation de celles-ci au portefeuille.
- Révision : Les tables de passage de l'incapacité à l'invalidité sont essentielles dans la garantie arrêt de travail.

Le sous module de rachat/résiliation n'est pas pris en compte. En effet ce risque est présent en Santé Non-SLT et n'est donc pas pertinent dans un but de comparaison.

I.2.3. SCR Santé Non-SLT

Nous prendrons les provisions réglementaires comptables en volume de provisions pour l'évaluation du SCR santé Non-SLT. Nous ferons l'hypothèse que le risque de primes est nul (nous reviendrons sur cette hypothèse plus loin).

II. Model Point

II.1. Description

Nous utiliserons un portefeuille constitué de 7352 assurés incapables. Ces têtes ont été agrégées par âge pour constituer le modèle point. Cela permet de gagner en temps de calcul. L'agrégation se fait en prenant la moyenne de chaque entrée du model point, la valeur de l'ancienneté étant arrondie à l'entier le plus proche.

II.2. Impact de l'agrégation

L'agrégation se fait par âge, de sorte que l'on considère la moyenne de chaque entrée :

173 têtes pour l'âge 39

Tête	Age	Nombre	Etat	Ancienneté	Rente Incap	Rente Inval	Capital décès	Prime	Taux Technique Annuel
1	39	1	3	21	0	0	303511,765	0	0,0255
2	39	1	3	18	0	0	151755,882	0	0,0255
3	39	1	3	23	6645,91667	6645,91667	0	0	0,0255
4	39	1	3	25	6572,25	6572,25	0	0	0,0255
5	39	1	3	17	6611,16667	6611,16667	0	0	0,0255
6	39	1	3	20	315,5	315,5	35014,2856	0	0,0255
7	39	1	3	15	1265,83333	1265,83333	114257,143	0	0,0255

Ligne de model point pour l'âge 39

Groupe	Age	Nombre	Etat	Ancienneté	Rente Incap	Rente Inval	Capital décès	Prime	Taux Techniq	Age Retraite
MP39	39	173	3	13,5953757	953,018304	953,018304	88952,1845	0	0,0255	60

La moyenne de l'ancienneté sera automatiquement arrondie à l'entier le plus proche. Cette moyenne que constitue la ligne de model point est donc une moyenne pondérée des montants de prestations (incapacité, invalidité et décès).

Regardons l'impact d'une telle agrégation sur le montant de provisions Best Estimate associé.

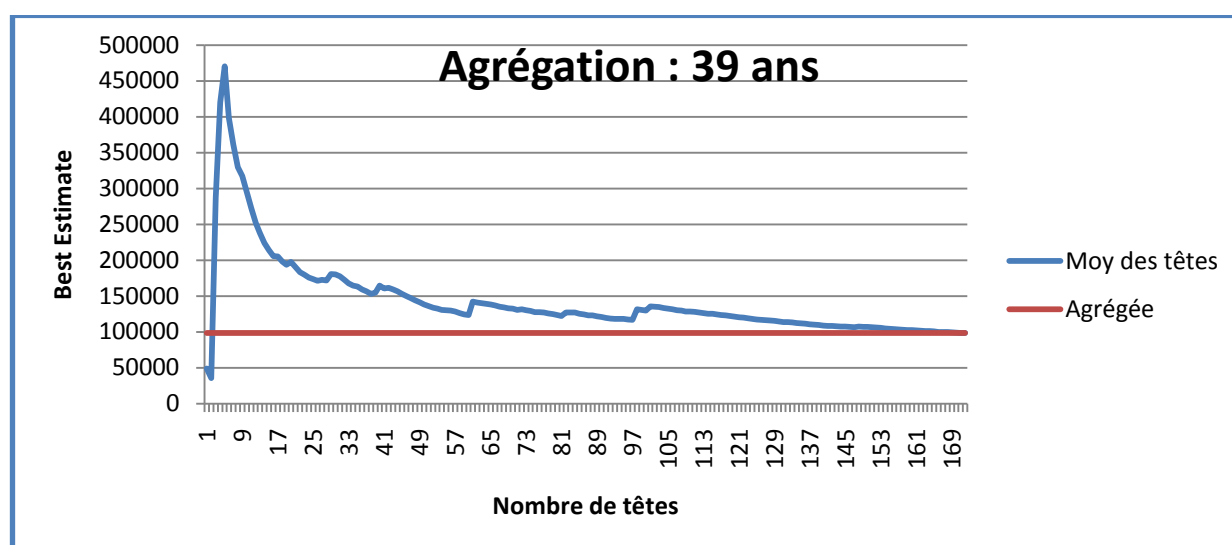
Nous calculons les Best Estimate pour une année de couverture sans prendre en compte les primes : si un sinistre a lieu durant cette année il continue d'être indemnisé jusqu'à rétablissement, même si le retour à l'état valide prend plusieurs années.

La somme des provisions Best Estimate pour les 173 têtes de 39 ans est de 17.01 M€. Pour la ligne de model point relatif à cet âge on trouve 16.97 M€. Ainsi, la ligne de model point modélise correctement à 99,7% les provisions des 173 têtes.

On considère la moyenne des Best Estimate en augmentant progressivement le nombre de tête. On compare les valeurs obtenues aux caractéristiques de notre ligne de model point agrégée (i.e. la colonne nombre vaut 1 au lieu de 173 cf. le tableau) on retrouve les mêmes proportions avec des moyennes respectives de 98.32 K€ et 98.01 K€.

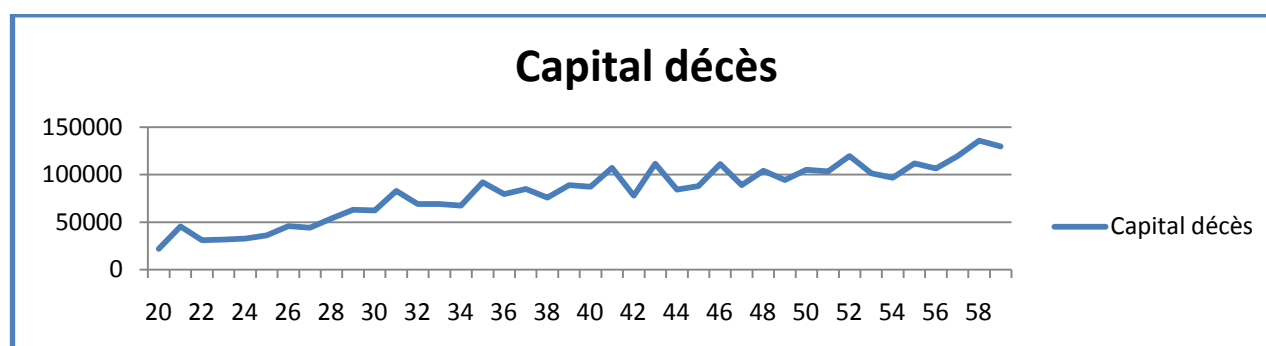
L'impact est faible pour cet âge.

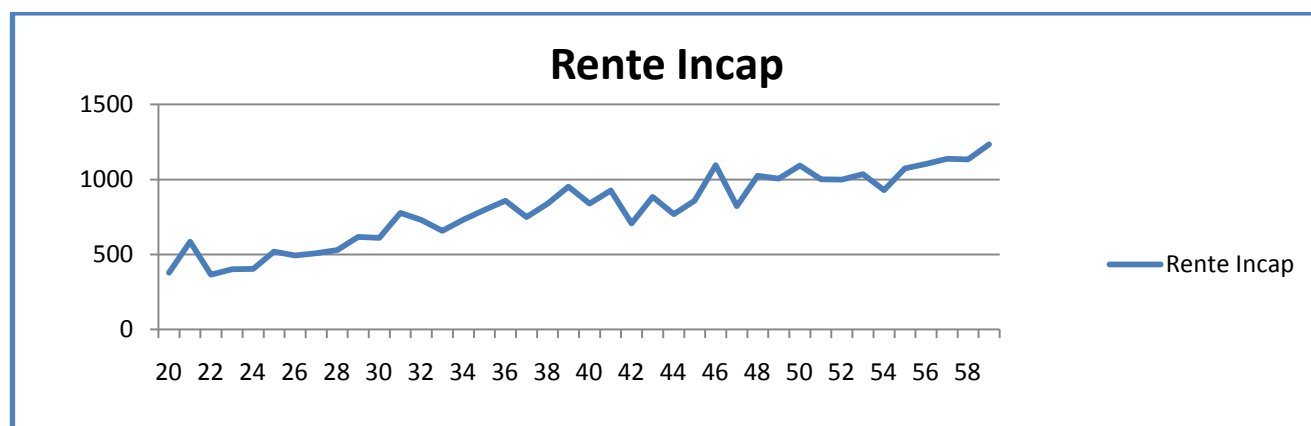
Voici ce que donnent les moyennes cumulées des Best Estimate (moyenne d'une tête à 173 têtes) en comparaison avec la valeur agrégée.



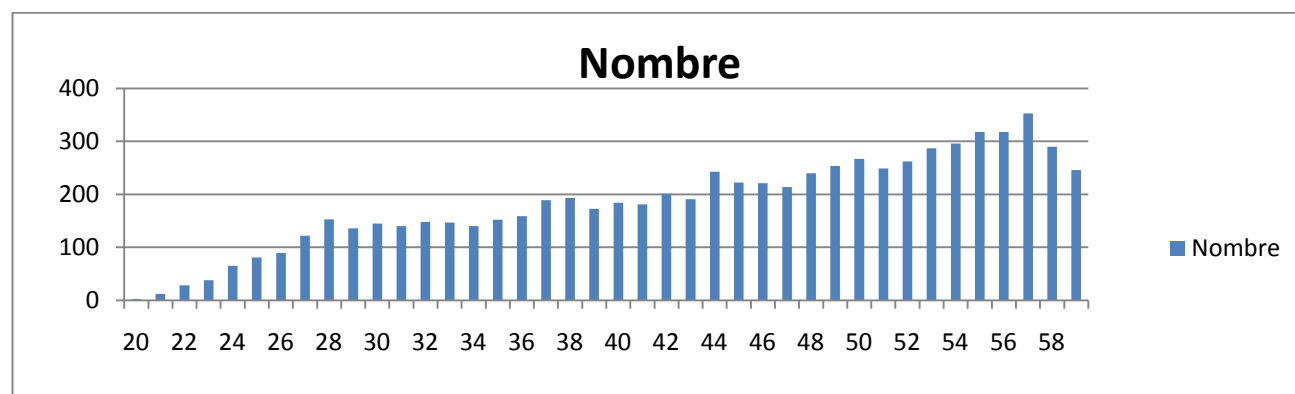
II.3. Caractéristiques

Voici les caractéristiques du portefeuille :

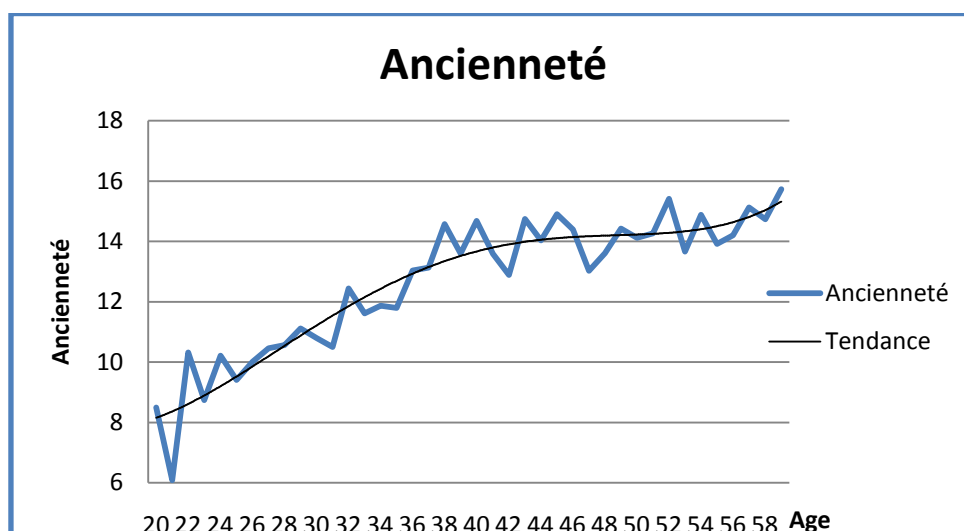




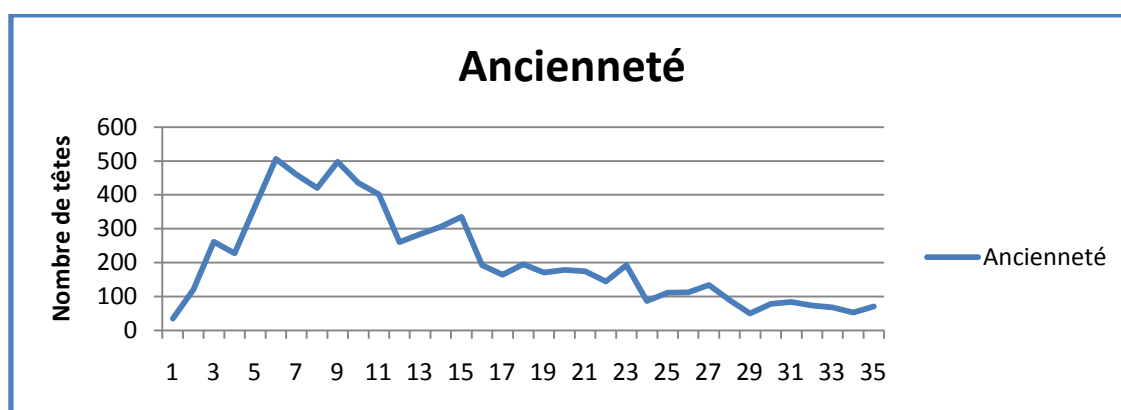
Voici la répartition en fonction de l'âge du portefeuille



On constate que le portefeuille de sinistrés est plutôt âgé avec près de 51% de l'effectif ayant un âge supérieur à 46 ans avec une moyenne à 44.6 ans.



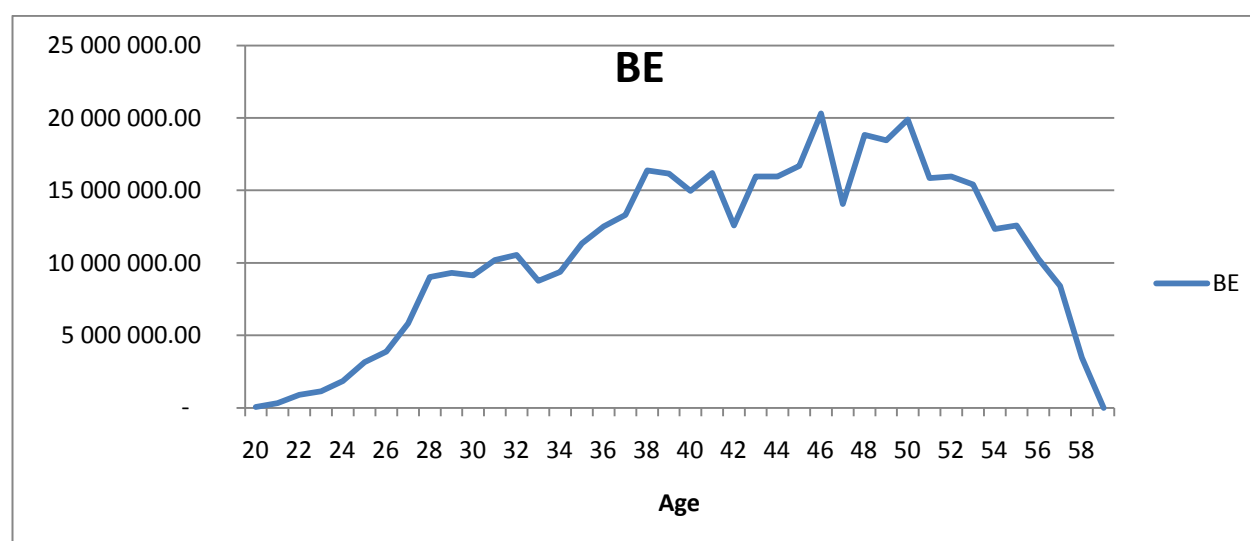
L'ancienneté en incapacité est globalement croissante avec l'âge avec une stabilisation vers 38 ans. L'ancienneté moyenne globale est de 12.6 mois et après 38 ans elle est de 14.3 mois.



Le nombre de têtes par ancienneté indique que la majorité du portefeuille à une ancienneté en incapacité comprise entre 4 à 16 mois.

III. Résultats du SCR Santé SLT

III.1. Best Estimate



Les provisions Best Estimate sont marquées par une forte croissance de 20 à 50 ans. Les valeurs les plus élevées se situent entre 37 et 57 ans.

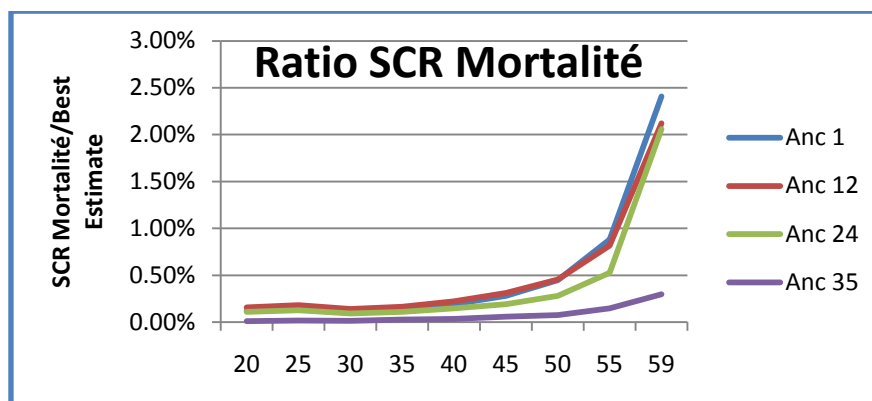
Cela s'explique par le fait que les taux de maintien et de passage augmentent avec l'âge et qu'en général les salaires augmentent aussi et donc les indemnités en cas d'arrêt deviennent plus coûteuses et sont prolongées dans le temps.

La baisse à partir de 57 ans s'explique par le fait que les assurés partent en retraite. Le passage quasi-automatique de l'incapacité à l'invalidité après 3 ans dans l'état ne peut donc plus s'effectuer ce qui contribue à une valeur du Best Estimate moins élevée.

Le pic à 46 ans est à mettre en relation directe avec le pic des valeurs de rentes observé à cet âge pour le model point.

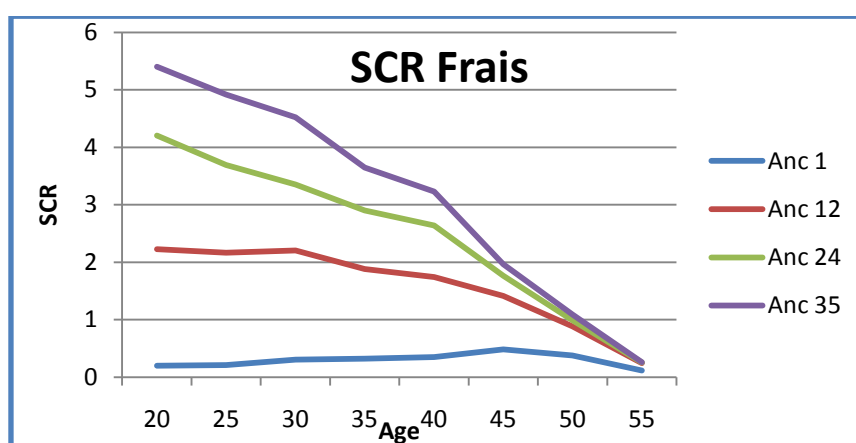
III.2. Sensibilité du SCR Santé SLT

III.2.1. Sensibilité à l'ancienneté



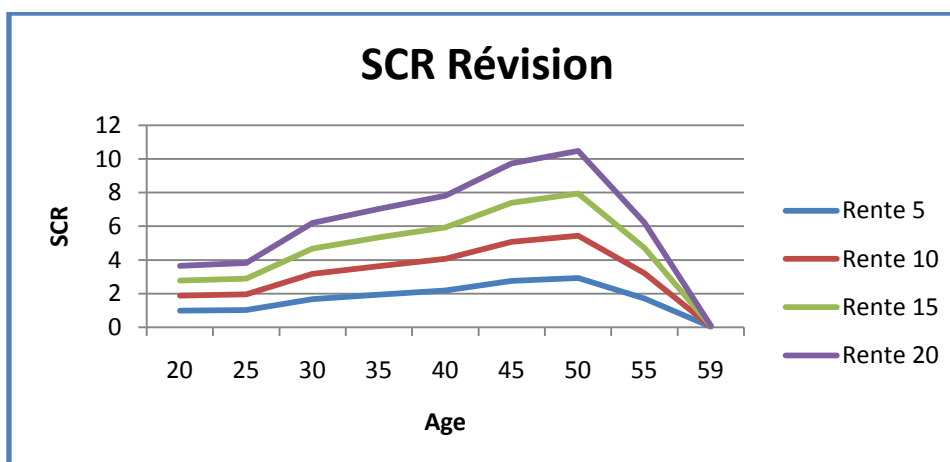
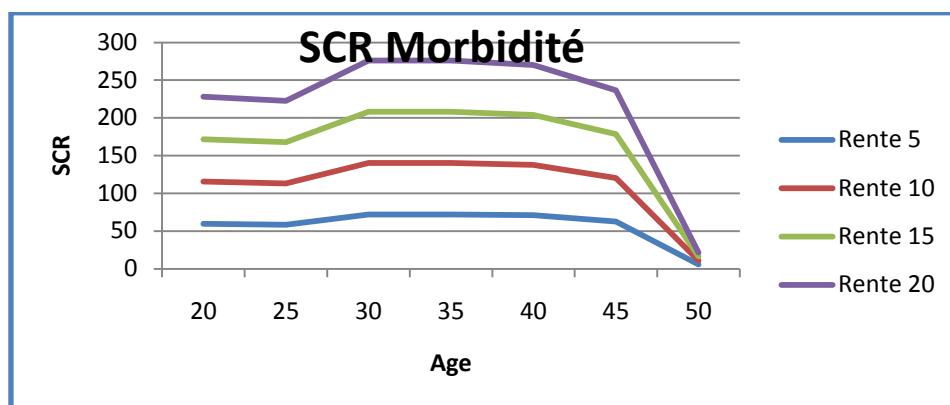
On constate que le ratio du SCR Mortalité sur le Best Estimate décroît avec l'ancienneté. Cela est dû au fait que plus l'ancienneté augmente, plus les taux de passage de l'incapacité à l'invalidité augmentent. Or, le maintien en invalidité coûte cher en termes de prestations. La variation résultant du choc sur les taux de mortalité (qui n'impacte que les incapables) devient alors faible devant la part du Best Estimate due aux invalides.

Un raisonnement analogue explique pourquoi les ratios augmentent avec l'âge. En effet, plus on est jeune et plus la date de départ à la retraite est loin. Ainsi, pour des assurés jeunes, le poids de la morbidité (incapacité/invalidité) sera élevé aux regards du nombre d'années de prestations cumulées. Ainsi, la variation de Best Estimate induit par le choc reste négligeable devant la contribution de la morbidité au BE.

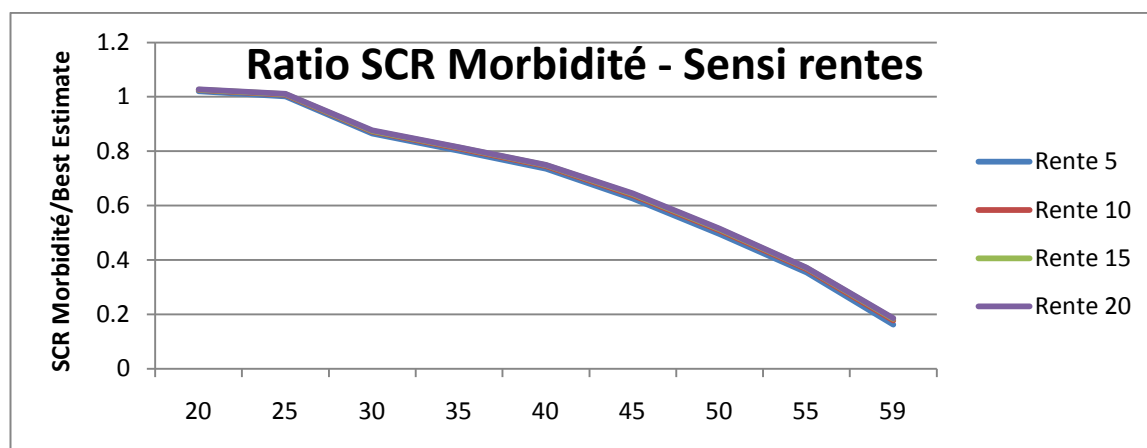


Le SCR de frais augmente avec l'ancienneté. En effet, l'ancienneté augmente les provisions Best Estimate auxquelles les frais sont proportionnels. De plus, plus les assurés sont jeunes, plus l'impact d'une augmentation de l'ancienneté aura un effet jusqu'au terme du contrat. C'est pour cela que le SCR est décroissant avec l'âge.

III.2.2. Sensibilité aux rentes



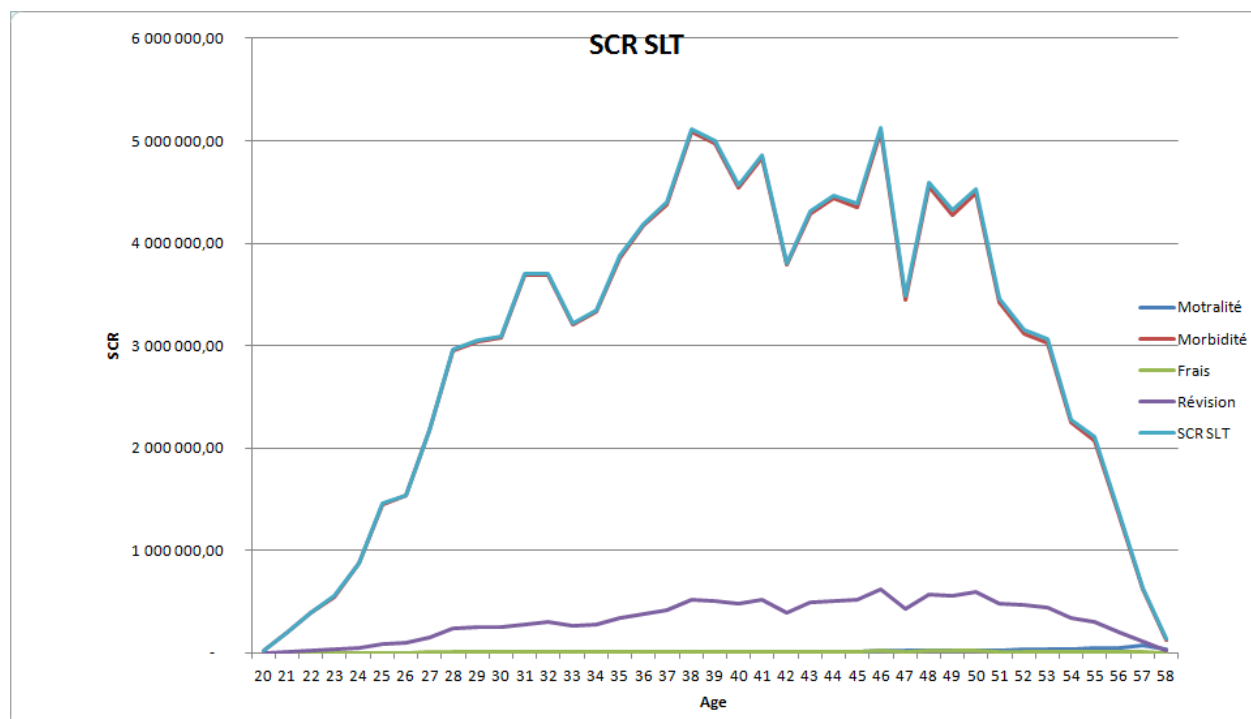
Le SCR morbidité et le SCR du risque de révision sont sensibles de manière proportionnelle croissante aux rentes, ce à quoi on s'attend. En effet, en augmentant les rentes les chocs sur tables et sur rentes se font sur des valeurs plus élevées. Cependant même si la valeur est croissante avec le montant de la rente, l'impact relatif ne devrait pas bouger. Pour mieux s'en rendre compte, on observe le ratio du SCR par le Best Estimate.



On obtient bien qu'en écart relatif, l'impact du choc est le même quelque soit le montant de la rente. De plus, l'allure décroissante et quasi linéaire de la courbe, valide les raisonnements précédents qui stipulés que plus on est jeune, plus l'impact sur les paramètres de morbidité se fait ressentir à cause de la durée du contrat.

III.3. SCR SLT

Analysons maintenant les résultats du SCR SLT de notre model point.



Le SCR SLT a une allure similaire au Best Estimate à la différence qu'il est plus symétriquement réparti. Il faut donc globalement interpréter en disant que les chocs relatifs au SCR ont d'autant plus d'impact que les provisions sont élevées.

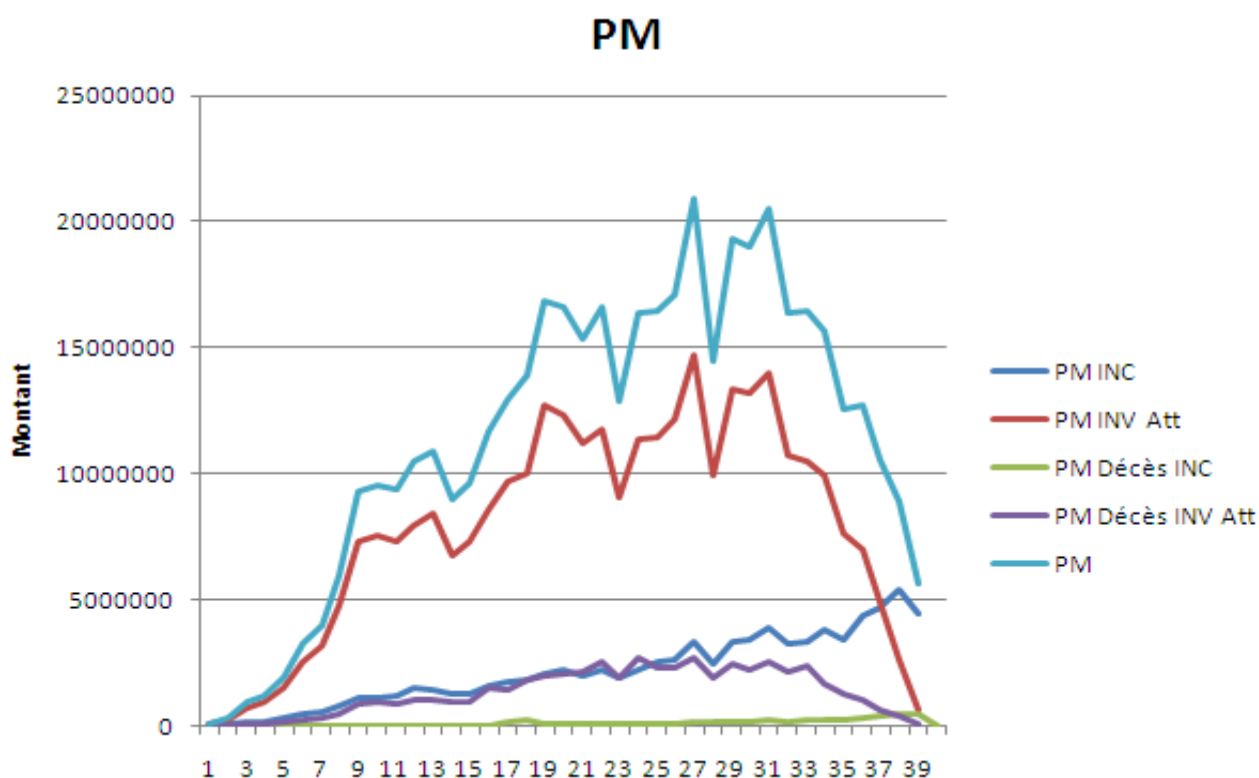
On constate que le SCR morbidité explique quasi-totalement le SCR SLT pour l'incapacité, ce qui semble cohérent vu que les calculs reposent en majeure partie sur les tables de maintien et de passage. La valeur du SCR global (tout âge confondu) est de 117.6M€. Celle du SCR morbidité est de 116.7M€. Ainsi le ratio est de 99%.

Le seul autre ratio notable est celui concernant le risque de révision avec une valeur de 11%. Cela est dû à l'importance du passage en invalidité, qui est pris en compte dans ce risque.

Remarque : comme le montrent les formules du SCR SLT exposées annexes, les relations entre les SCR morbidité, révision... et le SCR SLT ne sont pas linéaires.

IV. Résultats du SCR Santé Non-SLT

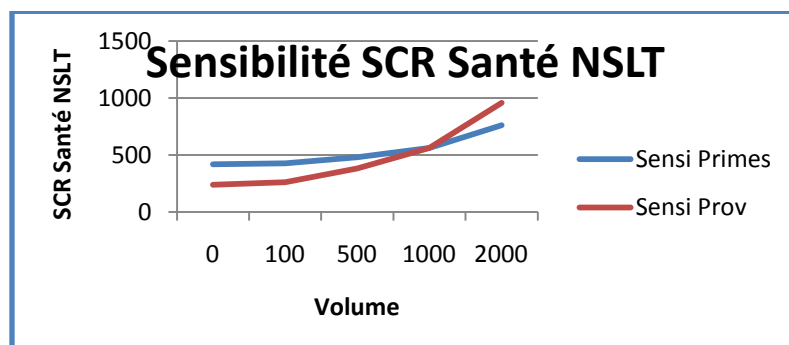
IV.1. Provisions mathématiques



Comme déjà signalé lors de l'étude des sensibilités du SCR Santé SLT, l'invalidité coûte chère en termes de prestations. Elle représente 71% du montant des PM globales de notre portefeuille.

IV.2. Sensibilité du SCR Santé Non-SLT

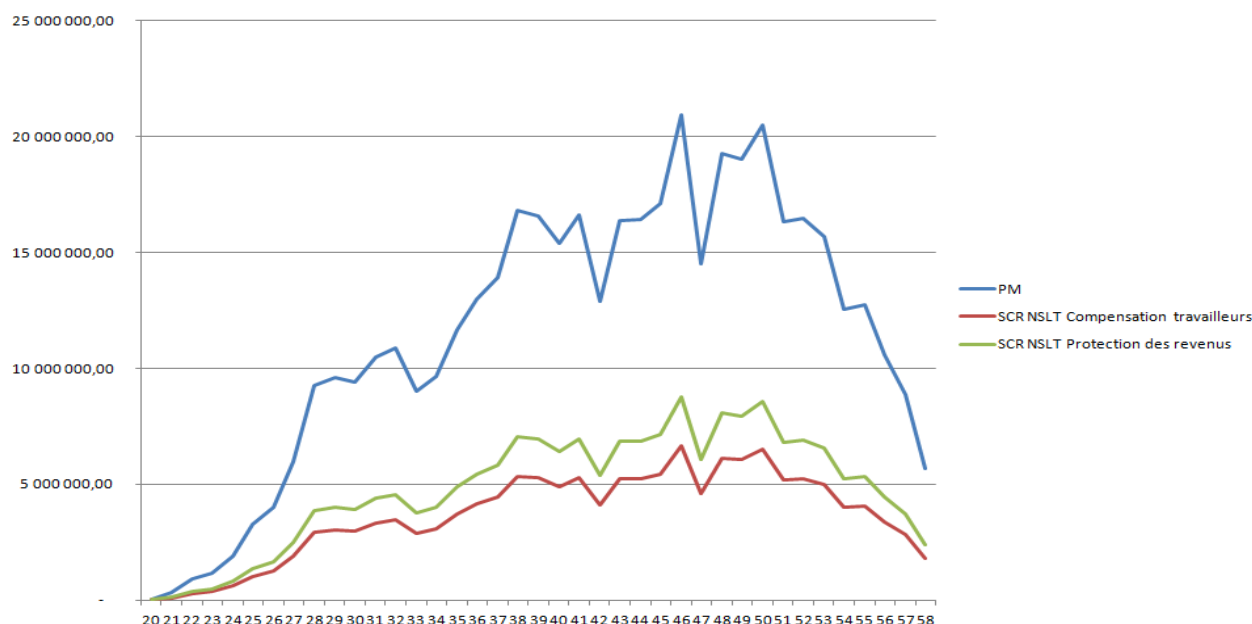
Afin de voir l'influence du volume des primes et du volume des provisions dans le calcul du SCR Santé NSLT nous avons fixé l'un à 100 puis fait varier l'autre de 0 à 2000 et inversement.



Pour les deux cas, l'ajout d'un volume augmente la valeur du SCR. Relativement aux volumes de primes, le SCR est très sensible au volume de provisions. Prendre en compte le risque de primes que l'on a négligé ne ferait donc qu'augmenter le SCR.

IV.3. SCR Santé Non-SLT

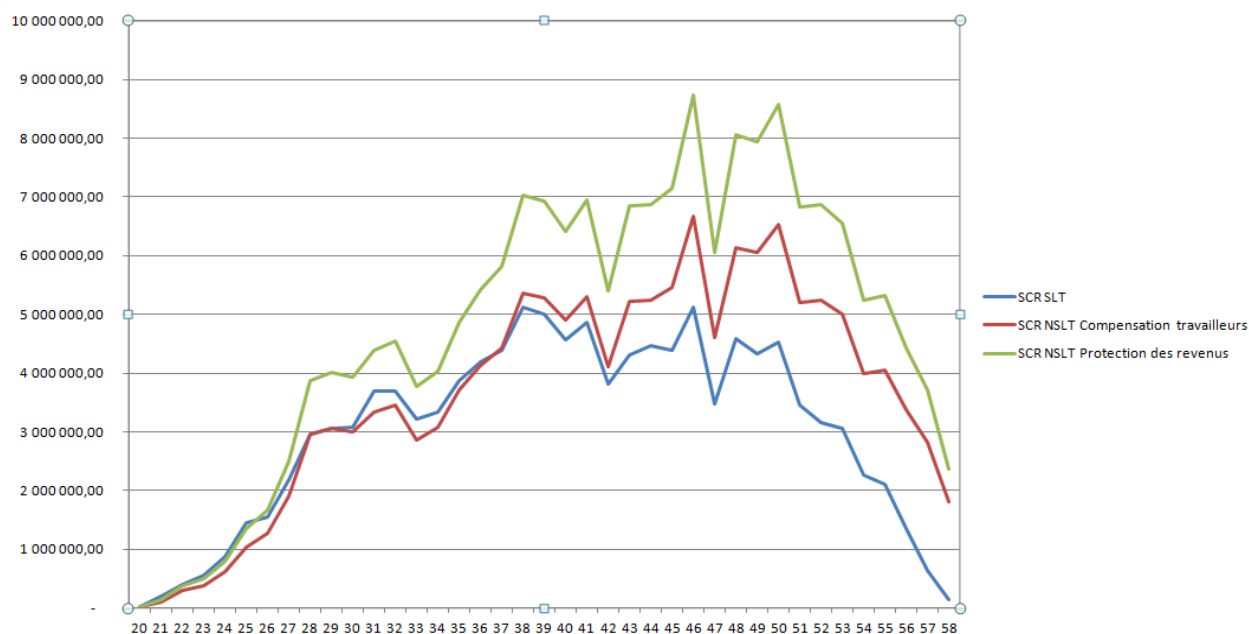
Voici les résultats que l'on obtient pour notre modèle point à l'aide des formules standards. Du fait de l'ambiguïté pour la classification de la garantie arrêt de travail dans un LoB le SCR a été évalué pour les LoB Compensation des travailleurs et Protection des revenus



La valeur du SCR Non-SLT globale est de 142M€ pour la LoB Compensation des travailleurs et de 186M€ pour la LoB Protection des revenus. Les allures par âge suivent les variations des PM par linéarité des formules. En raison d'une plus faible volatilité, le SCR Compensation des travailleurs est toujours en-dessous.

V. Analyse des résultats et conclusion

Voici la comparaison des résultats pour le SCR Santé SLT et Non-SLT, par âge et au global, pour le même model point.



On constate que pour les jeunes âges le SCR Santé SLT est au dessus quelque soit la LoB choisi. Ensuite, vers 38 ans la tendance s'inverse et le SCR SLT devient plus faible. Cependant les portefeuilles de Prévoyance Collective ont souvent une moyenne d'âge autour de la quarantaine. Ainsi, lorsque l'on regarde au global sur notre portefeuille on a les valeurs suivantes :

	SLT	NSLT Compensation des travailleurs	NSLT Protection des revenus
SCR Santé	118M €	142M €	186€

Pour notre portefeuille, le ratio du SCR Santé SLT/BE est de 27% contre 42% pour le ratio SCR Santé Non-SLT Protection des revenus/BE et 32% de moins pour le ratio SCR Santé Non-SLT Compensation des travailleurs/BE.

CONCLUSION

Les problématiques liées à la garantie arrêt de travail, dans le cadre de solvabilité 2, sont nombreuses. Concernant la mesure du SCR, bien que les choses soient bien tranchées pour le risque d'invalidité, il n'en reste pas moins que le risque d'incapacité est considéré de différentes manières selon la compagnie d'assurance. Ainsi, une classification en Santé SLT ou Non-SLT est envisageable pour ce risque et les ambiguïtés ou incohérences que l'on retrouve dans les textes ne permettent pas de trancher.

Les textes actuels du QIS5 laissent place pour une forte part à l'interprétation concernant le besoin en capital des portefeuilles d'arrêt de travail français. Des normes d'application claires non sujettes à interprétation, semblent nécessaires. Par ailleurs, la définition de « contract boundary » peut obliger à un calcul de besoin en capital par le module de Santé SLT si les primes futures sont prises en compte.

BIBLIOGRAPHIE

Ouvrages et articles

- **Code de la Sécurité Sociale**
- **Spécifications techniques du QIS5**
- **FAQ QIS5 ACP**
- **La lettre actuariat et finance, 1^{er} semestre 2011**, Winter & Associés
- **Sur quelques problématiques en prévoyance**, Ecole d'été 22 juin 2010, Frédéric Planchet.

Mémoires

- Cécilia SAUVET, **Quelle modélisation stochastique des provisions techniques prévoyance et non-vie ?** ISFA (2006)
- Delphine LECREUX, **Le capital réglementaire issu de la formule standard : étude des dernières nouveautés issues du QIS5**

Sites internet

www.ffsa.fr

www.ressources-actuarielles.net

ANNEXES

PARTIE 4. ANNEXES

I. Formules Standards du SCR Santé SLT

Seuls les sous-modules conservés dans l'étude sont exposés.

I.1. Sous-modules de risques pris en compte

I.1.1.

I.1.2. Risque de mortalité

Le sous-module de risque *mortalité* couvre les pertes éventuelles dues à un changement de valeurs des taux de mortalité, induit par un changement de tendance ou une volatilité accrue. Le sens de la perte considéré ici est le suivant : une augmentation des taux de mortalité entraîne une augmentation des provisions.

I.1.3. Risque de frais

Le sous-module de risque *frais* (le terme original est *expense*, il a ici été adapté au contexte) couvre les pertes éventuelles dues à une mauvaise évaluation du montant des frais au moment de la tarification du produit.

I.1.4. Risque de morbidité

Le sous-module de risque *morbidité* couvre les pertes éventuelles dues à un changement de valeurs des incidences de sinistralité ou à une mauvaise évaluation de la gravité des sinistres. Les taux de maladies ou d'accidents ainsi que l'augmentation des frais de soins (pour les garanties Santé) sont des exemples de ce que peut représenter ce risque. Généralement deux types de couvertures liées à ce risque existent : une couverture médicale (santé) et une protection des revenus (compensation de salaire en cas d'arrêt de travail).

I.1.5. Risque de révision

Le sous-module de risque révision couvre des pertes inhérentes à une mauvaise évaluation des taux de revalorisation des rentes ou des prestations. Cela peut-être dû à une évolution de l'environnement légal ou à une aggravation de l'état de santé de l'assuré conduisant à une augmentation du niveau de la prestation. Les rentes des garanties classées en Santé Non-SLT sont aussi prises en charge par ce module.

I.2. Formules standards

I.2.1. Sous-module de longévité

Le montant de capital requis est noté $Health_{longevity}^{SLT}$ et se calcul de manière analogue à celui du sous-module longévité du risque de souscription Vie.

Il s'agit d'appliquer un choc sur les taux de mortalité. Il sera appliqué pour tout âge et pour chaque contrat. Le choc est quantifié par une réduction de 20% des taux.

La variation de NAV inhérente au choc constituera le capital requis :

$$Health_{mortality}^{SLT} = (\Delta NAV | \text{Choc pour mortalité}) = NAV_{Choc=15\%} - NAV_{Choc=0\%}$$

I.2.2. Sous-module de frais

Le montant de capital requis est noté $Health_{expense}^{SLT}$ et se calcul de manière analogue à celui du sous-module frais du risque de souscription Vie.

Il s'agit d'appliquer un choc sur les montants de frais anticipés du Best Estimate. A ce choc s'ajoute une inflation sur frais de 1% par an. La variation de NAV inhérente au choc constituera le capital requis :

$$Health_{expense}^{SLT} = (\Delta NAV | \text{Choc pour frais}) = NAV_{Choc=(10\%;1\%/an)} - NAV_{Choc=(0\%;0\%)}$$

I.2.3. Sous-module de morbidité

Le montant de capital requis $Health_{disability/morbidity}^{SLT}$ est subdivisé en deux types. Un capital pour les frais de santé noté $Health_{medical}^{SLT}$ et un autre pour les compensations de revenu en cas de maladie, accident, infirmité...noté $Health_{income}^{SLT}$. On a la relation :

$$Health_{disability/morbidity}^{SLT} = Health_{medical}^{SLT} + Health_{income}^{SLT}$$

Le capital pour les frais de santé est nul dans notre contexte et on ne s'intéresse qu'au $Health_{income}^{SLT}$. Ce dernier repose sur les probabilités de morbidité et d'infirmité. Le calcul se fait de manière analogue à celui du sous-module de morbidité du risque de souscription Vie.

- *Choc sur taux d'incidence*

Pour tous les contrats un choc sur les taux d'entrée en sinistralité de 35% est appliqué la première année de projection. Un choc de 25% est ensuite retenu pour les années suivantes.

- *Choc sur taux de maintien*

Un choc sur les taux de sortie de sinistralité est aussi appliqué. Une diminution de 20% est réalisée sur tous ces taux.

- *Formule standard*

De façon analogue aux cas précédents, le capital requis va être constitué par la variation de NAV avant et après choc. Ici les chocs sur taux d'incidence et sur taux de maintien sont réalisés simultanément :

$$Health_{disability/morbidity}^{SLT} = NAV_{Choc=(35\%;20\%)} - NAV_{Choc=(0\%;0\%)}$$

I.2.4. Sous-module de révision

Le montant de capital requis est noté $Health_{revision}^{SLT}$ et se calcul de manière analogue à celui du sous-module mortalité du risque de souscription Vie, cependant les coefficients retenues pour le module Santé SLT diffèrent.

Il s'agit d'appliquer un choc sur le montant des rentes. Le montant annuel est augmenté de 4%. La variation de NAV inhérente au choc constituera le capital requis :

$$Health_{revision}^{SLT} = (\Delta NAV | \text{Choc pour révision}) = NAV_{Choc=4\%} - NAV_{Choc=0\%}$$

I.2.5. Formule standard

Le risque de souscription Santé SLT $Health^{SLT}$ est déterminé en utilisant les capitaux issus des formules précédentes et en considérant la matrice de corrélation des sous-modules suivante :

	Longévité	Morbidité	Frais	Révision
Longévité	1			
Morbidité	0	1		
Frais	0,25	0,5	1	
Révision	0,25	0	0,5	1

En notant $CorrHealth_{m_i \times m_j}^{SLT}$ le coefficient de corrélation entre les sous-modules de risque m_i et m_j , la formule standard est la suivante :

$$Health^{SLT} = \sqrt{\sum_{i,j} CorrHealth_{m_i \times m_j}^{SLT} \times Health_{m_i}^{SLT} \times Health_{m_j}^{SLT}}$$

II. Formules standards Santé Non-SLT

On classe une garantie en santé Non-SLT, si celle-ci est gérée suivant une base technique similaire à celle de l'assurance non-vie. D'après TP.1.27 du QIS5, les frais médicaux, les protections pour les revenus et les compensations pour les travailleurs sont des garanties allouées l'assurance santé Non-SLT.

II.1. Description des inputs requis

Afin de pouvoir effectuer les calculs les formules standards sont basées sur des quantités à renseigner nommées inputs :

- PCO_{lob} : Provisions Best Estimate des sinistres à payer pour chaque LoB²⁶.
- $P_{lob}^{t,written}$: Estimations des primes émises du futur exercice
- $P_{lob}^{t,earned}$: Estimations des primes acquises du futur exercice
- $P_{lob}^{t-1,written}$: Estimations des primes émises du dernier exercice
- P_{lob}^{PP} : Estimations des primes futures actualisées à recevoir pour les années suivant la première année de projection.

Les spécifications du QIS5 précisent que P_{lob}^{PP} n'est matériel que pour les contrats pluriannuels. Cet quantité sera donc négligée et vaudra zéro dans notre contexte.

II.2. Lines of Business

Les LoB sont une segmentation des garanties dans le but d'un calcul mieux adapté des provisions pour les produits considérés.

En Santé Non-SLT, il existe trois LoB :

- **Les frais de santé** : liés à tout traitement ou soin, curatif ou préventif, pour maladies, accidents ou infirmités non consécutif à un accident du travail.
- **La protection des revenus** : compensation financière suite à une maladie, accident ou infirmité non consécutif à un accident du travail.
- **La compensation pour salariés**: soins, traitements ou compensations financières relatifs à une maladie professionnelle ou à un accident du travail.

A priori, la garantie arrêt de travail est liées aux deux LoB "protection des revenus" et "compensation pour salariés".

II.3. Formules standards

II.3.1. Formule générale

II.3.1.1. Description de la formule

²⁶ Line of Business

Le capital requis pour le risque de primes et de provisionnement se calcul de la manière suivante :

$$Health_{pr}^{NonSLT} = \rho(\sigma_{NonSLT Health}) \cdot V_{NonSLT Health}$$

Où:

- $V_{NonSLT Health}$ mesure le volume des montants en jeux pour le risque
- $\sigma_{NonSLT Health}$ est une mesure de la volatilité du risque
- ρ est une fonction de la volatilité définie par :

$$\rho(\sigma) = \frac{\exp\left(N_{0,995} \cdot \sqrt{\ln(\sigma^2 + 1)}\right)}{\sqrt{\sigma^2 + 1}} - 1$$

Avec : $N_{0,995}$ le quantile 99.5% d'une loi normal standard

II.3.1.1.1. Mesure de volume et de volatilité

La formule standard telle que décrite précédemment nécessite les informations de la mesure de volume et de volatilité.

- *Mesure de volume*

Pour chaque LoB, on fait la distinction entre le volume relatif au risque de primes $V_{prem,lob}$ et celui relatif au risque de provisionnement $V_{res,lob}$.

En considérant les inputs nécessaires à la formule standard, on a :

$$\begin{cases} V_{prem,lob} = \max(P_{lob}^{t,written}, P_{lob}^{t,earned}, P_{lob}^{t-1,written}) + P_{lob}^{PP} \\ V_{res,lob} = PCO_{lob} \end{cases}$$

La quantité V_{lob} est alors définie comme suit :

$$V_{lob} = (V_{prem,lob} + V_{res,lob}) \cdot (0.75 + 0.25 \cdot DIV_{lob})$$

Où DIV_{lob} est un terme dépendant de la segmentation géographique et qui n'entre pas dans notre contexte d'étude. On supposera donc $DIV_{lob} = 1$ et $V_{lob} = V_{prem,lob} + V_{res,lob}$

La mesure de volume est finalement définie par :

$$V_{NonSLT Health} = \sum_{lob} V_{lob}$$

- *Mesure de volatilité*

La mesure de la volatilité se fait par LoB et on distingue là aussi la volatilité pour le risque de primes $\sigma_{prem,lob}$ et celle pour le risque de provisionnement $\sigma_{res,lob}$. La mesure est standard et effectuée par estimation sur l'ensemble du marché :

LoB\Risque	Primes	Provisionnement
Frais de santé	$4\%.NP_{lob}$	10%
Protection des revenus	$8,5\%.NP_{lob}$	14%
Compensation pour salariés	$5,5\%.NP_{lob}$	11%

Où NP_{lob} est un terme relatif à la réassurance. Cela sort du contexte d'étude et on considère que $NP_{lob} = 1$.

Le tableau donne donc les $\sigma_{prem,lob}$ et $\sigma_{res,lob}$, ce qui permet de définir σ_{lob} :

$$\sigma_{lob} = \frac{\sqrt{(\sigma_{prem,lob} \cdot V_{prem,lob})^2 + 2 \cdot \alpha \cdot \sigma_{prem,lob} \cdot \sigma_{res,lob} \cdot V_{prem,lob} \cdot V_{res,lob} + (\sigma_{res,lob} \cdot V_{res,lob})^2}}{V_{prem,lob} + V_{res,lob}}$$

Où $\alpha = 0.5$ est le coefficient de corrélation.

La mesure de volatilité $\sigma_{NonSLT Health}$ est alors déterminée en utilisant les quantités précédemment calculées ainsi que la matrice de corrélation des LoB suivante :

	Frais de santé	Protection des revenus	Compensation pour salariés
Frais de santé	1		
Protection des revenus	0.5	1	
Compensation pour salariés	0.5	0.5	1

On note $CorrLob_{Non-SLT}^{l_i \times l_j}$ le coefficient de corrélation entre les LoB l_i et l_j .

On a finalement :

$$\sigma_{NonSLT Health} = \frac{\sqrt{\sum_{i,j} \sigma_{prem,l_i} \sigma_{res,l_j} \cdot V_{l_i} \cdot V_{l_j}}}{\sum_k V_{l_k}}$$