

**Mémoire présenté devant le Centre d'Études Actuarielles  
pour la validation du cursus à la Formation d'Actuaire  
du Centre d'Études Actuarielles  
et l'admission à l'Institut des Actuaires  
le : 27/04/2016**

Par : Jean-Philippe MOINEAU

Titre : Adaptation des méthodes de provisionnement par cadence de règlements  
à un portefeuille de prévoyance & santé collectives en réassurance

Confidentialité :  NON  OUI (Durée :  1an  2 ans)

*Les signataires s'engagent à respecter la confidentialité indiquée ci-dessus*

*Membre présent du jury de  
l'Institut des Actuaires :*

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

*Membres présents du jury du  
Centre d'Études Actuarielles :*

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

*Secrétariat :*

*Bibliothèque :*

*Entreprise :*

*Nom : AXA France*

*Signature / Cachet :*

*Directeur de mémoire en entreprise :*

*Nom : Rim ENNAJAR-SAYADI*

*Signature :*

*Invité :*

*Nom : \_\_\_\_\_*

*Signature :*

**Autorisation de publication et de  
mise en ligne sur un site de  
diffusion de documents actuariels**  
*(après expiration de l'éventuel délai de  
confidentialité)*

Signature du responsable entreprise

\_\_\_\_\_

Signature(s) du candidat(s)

\_\_\_\_\_

## Table des matières

Remerciements .....	4
Résumé .....	5
Abstract .....	6
Introduction.....	7
I. Le marché de la Prévoyance et Santé Collectives .....	8
1. Présentation du fonctionnement du marché de la prévoyance en France.....	8
2. Présentation des principales garanties .....	9
a. L'arrêt de travail .....	9
b. Le décès .....	11
c. La santé.....	12
3. Les acteurs du marché de l'assurance complémentaire en France .....	14
a. Les sociétés d'assurance.....	14
b. Les mutuelles.....	14
c. Les institutions de prévoyance .....	15
d. Positionnement des organismes complémentaires sur le marché .....	15
4. La réassurance .....	18
a. Les types de réassurance.....	18
b. Les formes de réassurance .....	19
c. La réassurance en Prévoyance & Santé Collectives .....	19
II. Le provisionnement du portefeuille de Prévoyance & Santé collectives.....	22
1. L'importance du provisionnement .....	22
a. En prévoyance & santé.....	22
b. Particularité des collectives.....	23
2. Cas de la réassurance de portefeuille .....	24
a. Contexte .....	24
b. Problématique.....	26
3. Les données utilisées.....	27
4. Méthode de Chain Ladder .....	29
a. Définition .....	29
b. Application.....	31
c. Validation de la méthode de Chain Ladder .....	37
5. Estimation de l'erreur de prédiction (modèle de Mack).....	42

a.	Définition.....	42
b.	Application.....	45
6.	Nouvelle approche : estimation à partir des années cédantes.....	46
a.	Intérêt.....	46
b.	Application au portefeuille étudié.....	47
c.	Limite de cette méthode.....	56
III.	Taux de transmission de l'information.....	60
1.	Définition.....	60
2.	Détermination du taux par cédante.....	66
3.	Classification des cédantes selon leur taux de transmission.....	68
a.	Méthode de clustering utilisée : k-means.....	69
b.	Application.....	72
IV.	Nouvelle méthode d'estimation.....	75
1.	Développement de la méthode.....	75
2.	Application.....	77
3.	<i>Back-testing</i> .....	81
4.	Synthèse.....	84
	Conclusion.....	85
	Références.....	86
	Annexes.....	88
	Garanties d'un contrat responsable.....	88

## Remerciements

Je remercie Rim ENNAJAR-SAYADI pour ses précieux conseils.

Je tiens à remercier également Mohamed BACCOUCHE de m'avoir fait découvrir le « monde des collectives ».

Merci à AXA, de m'avoir permis de suivre les cours du CEA et réaliser ce mémoire.

Je souhaite également remercier ma famille, en particulier ma compagne et mon frère, dont la patience et le soutien étaient indispensables à l'écriture de ce document.

## Résumé

**Mots clés :** Assurances collectives, Prévoyance, Santé, Réassurance, Provisionnement, Cadencement, Chain Ladder, Mack, Information

Dans le domaine de l'assurance de personnes, le marché de la prévoyance et de la santé collectives est un marché en pleine expansion en raison des récentes évolutions règlementaires. Dans le cadre de la protection sociale, les assurances complémentaires assurant les salariés d'entreprises font généralement intervenir un nombre important d'acteurs : le porteur de risque (assureurs, institutions de prévoyance, mutuelles), mais également les intermédiaires entre l'assureur et l'assuré (courtiers, délégués de gestion, et avant tout l'entreprise).

Selon l'entreprise ou la branche assurée, le risque porté peut être important. Pour partager le risque et limiter ainsi l'exposition, des montages de réassurance sont généralement mis en place, notamment en quote-part. La position de réassureur rend la compagnie acceptant le risque tributaire des informations fournies par les différentes cédantes. Malgré cela, il est nécessaire pour le réassureur de développer son propre avis sur la rentabilité du portefeuille qu'il réassure. Cela passe notamment par le provisionnement.

Ce mémoire aborde ce point sous l'angle des méthodes de cadencement fréquemment utilisées dans le marché, notamment pour les risques de type IARD pour des portefeuilles en assurance directe. L'objectif est de développer une méthode, basée sur le principe des cadences de règlements, permettant d'évaluer le niveau de provisions à constituer pour un portefeuille de réassurance, pour les garanties décès, incapacité et santé.

En premier lieu, ce mémoire met en évidence le fait que la méthode de cadencement de référence, Chain Ladder, n'est pas directement adaptée à un portefeuille de réassurance. En revanche, en essayant de se mettre dans la position des cédantes, en utilisant notamment les dates d'enregistrement des flux par les cédantes, la méthode peut s'appliquer : les coefficients obtenus vérifient mieux les hypothèses sous-jacentes à la méthode de Chain Ladder. L'application du modèle de Mack montre par ailleurs que l'erreur de prédiction intrinsèque au modèle est réduite.

En outre, cette approche met en avant la notion de « taux de transmission de l'information » : les cédantes disposant davantage d'informations que le réassureur, ce dernier doit en tenir compte dans le cadencement. Ne pas en tenir compte risque de mener à un sous-provisionnement.

Une méthode combinant l'approche « position des cédantes » avec le « taux de transmission de l'information » a été développée. Un *back-testing* montre que la méthode développée donne de meilleurs résultats que la méthode de référence, ce qui justifie la pertinence de cette approche. Toutefois, les limites propres aux méthodes de cadencement peuvent se retrouver dans les résultats, notamment la volatilité de l'estimation de la charge pour la dernière année de survivance, en particulier pour un risque dont le rapport fréquence/coût moyen est faible, comme le décès.

## Abstract

**Key words:** Group insurance, Protection, Health, Reinsurance, Reserving, Development pattern, Chain Ladder, Mack, Information

Due to recent regulatory changes in France, Group Protection & Health business is a growing sector. Supplementary insurances, as a part of social protection, ensuring companies' employees, generally involve a large number of actors: risk carrier (insurer, protection institutions, mutual insurance companies), but also intermediaries between the insurer and the insured (broker, delegates, and first of all the company).

Depending on the company or the insured branch, the risk carried could be significant. In order to share and thus limit risk exposure, reinsurance arrangements are usually put in place, especially quota share arrangement. The reinsurer position is dependent on information received from the different ceding companies. Despite this, it is necessary for the reinsurer to develop his own opinion on the profitability of the reinsured portfolio. That involves reserving.

This thesis deals with this point in terms of development patterns methods, frequently used in the market, especially for P&C risks in direct insurance. The objective is to develop a method, based on development patterns principle, in order to estimate the required reserves of a reinsured portfolio, for death, disability and health covers.

At first, this thesis highlights the fact that the reference development method Chain Ladder, is not directly adapted to a reinsured portfolio. On the other hand, trying to take ceding companies' position, by using ceding companies' entry dates, the method seems to be adapted: underlying assumptions of Chain Ladder are better verified. Moreover, Mack's model shows that predicting error inherent to the model is reduced.

This approach also highlights the notion of "information rate": since ceding companies have more information than the reinsurer, the latter must take this into account in the development pattern. Ignoring that could lead to under-reserving.

A method combining the "ceding company's position" approach and the "information rate" has been developed. A back-testing shows that the developed method gives better results than the reference method. This justifies the relevance of this approach. However, limitations specific to development pattern methods can be reflected in the results, including the volatility of the last occurrence year's estimation, in particular for a risk with a low "frequency / cost" rate, like death cover.

## Introduction

Dans le domaine de l'assurance de personnes, le marché de la prévoyance et de la santé collectives est un marché en pleine expansion en raison des récentes évolutions réglementaires. La généralisation de la complémentaire santé ou encore les discussions autour des accords de branche mettent en lumière ce marché.

Les assurances collectives sont des assurances de groupe pour des personnes présentant des caractéristiques communes. Dans le cadre de la protection sociale, nous nous intéressons aux assurances complémentaires assurant les salariés d'entreprises.

Ce type d'assurance fait généralement intervenir un nombre important d'acteurs : le porteur de risque (assureurs, institutions de prévoyance, mutuelles), mais également les intermédiaires entre l'assureur et l'assuré (courtiers, délégataires de gestion, et avant tout l'entreprise).

Selon l'entreprise ou la branche assurée, le risque porté peut être important. Pour partager le risque et limiter ainsi l'exposition, des montages de réassurance sont généralement mis en place. AXA occupe aujourd'hui une place importante en tant que réassureur d'institutions de prévoyance et de mutuelles.

Cette position de réassureur rend la compagnie acceptant le risque tributaire des informations fournies par les différentes cédantes. Malgré cela, il est nécessaire pour le réassureur de développer son propre avis sur la rentabilité du portefeuille qu'il réassure : cela lui permet ainsi d'avoir du poids dans les négociations, notamment sur les actions de redressement qui pourraient être menées.

Afin de développer notre propre opinion sur la rentabilité du portefeuille de réassurance, nous nous penchons sur l'élément clé qu'est le provisionnement. Nous aborderons ce point sous l'angle des méthodes de cadencement fréquemment utilisées dans le marché, notamment pour les risques de type IARD pour des portefeuilles en assurance directe.

\*\*\*\*\*

L'objectif de ce mémoire est de développer une méthode, basée sur le principe des cadences de règlements, permettant d'évaluer le niveau de provisions à constituer pour un portefeuille de réassurance.

Dans un premier temps, nous présenterons nécessairement le fonctionnement du marché de la prévoyance & santé collectives, les garanties, les acteurs et les montages de réassurance.

Nous aborderons ensuite l'aspect provisionnement, par des méthodes de cadence de règlements. Nous verrons en particulier les difficultés à appliquer ces méthodes sur un portefeuille de réassurance.

Nous développerons ensuite la notion de « taux de transmission d'information », le délai entre l'enregistrement des flux par les cédantes et la réception de l'information par le réassureur.

Enfin, nous développerons une méthode de cadencement adaptée à un portefeuille de réassurance, en prenant en compte l'aspect « délai de transmission de l'information ».

## I. Le marché de la Prévoyance et Santé Collectives

### 1. Présentation du fonctionnement du marché de la prévoyance en France

Selon le Code des assurances, les assurances collectives ou assurances de groupe sont des contrats souscrits par une personne morale ou un chef d'entreprise en vue de l'adhésion d'un ensemble de personnes répondant à des conditions définies au contrat, pour la couverture :

- des risques dépendant de la durée de vie humaine (décès ou vie)
- des risques portant atteinte à l'intégrité physique de la personne ou liés à la maternité
- des risques d'incapacité de travail, d'invalidité,
- ou du risque de chômage.

Les contrats collectifs sont le troisième étage de la pyramide de la protection sociale. Ils peuvent voir leurs garanties complétées par la souscription de contrats individuels (comme l'assurance vie par exemple).



Figure I.1 – Pyramide de la protection sociale

#### Les intervenants au contrat collectif

Un contrat d'assurance collectif fait intervenir les acteurs suivants :

- l'assureur, qui porte le risque ;
- le souscripteur : il s'agit d'une personne morale (entreprise, association, établissement de crédit, etc.) ou un chef d'entreprise ;
- les assurés : ils « doivent avoir un lien de même nature avec le souscripteur ». Dans le cadre d'un contrat souscrit au sein de l'entreprise, il s'agira donc des salariés ;
- les bénéficiaires : ce sont généralement les assurés ou leurs ayants droit

## L'assurance emprunteur

L'assurance emprunteur est une assurance liée à un emprunt effectué auprès d'un établissement financier prêteur. Cette assurance, dont la durée est limitée à celle de l'emprunt, permet de rembourser ce dernier dans le cas de survenance d'un événement susceptible de nuire à la capacité de l'emprunteur à rembourser les mensualités, c'est-à-dire en cas de décès, arrêt de travail ou encore perte d'emploi. Bien que faisant partie du périmètre de la prévoyance collective, les problématiques liées à la donnée, à la tarification ou encore à la gestion de ces contrats sont différentes de celles liées aux contrats dits « d'entreprises ». Ce type d'assurance ne sera pas abordé dans ce mémoire.

## 2. Présentation des principales garanties

Les garanties proposées en Prévoyance & Santé collectives ont pour but de couvrir le salarié, en complément des prestations des régimes obligatoires de la Sécurité sociale, des risques liés à la personne (dommages corporels, décès) et des dépenses de santé.

### a. L'arrêt de travail

Les garanties incapacité et invalidité désignent des prestations financières destinées à compenser la perte de salaire due à l'arrêt du travail. Il s'agit de l'impossibilité physique ou psychique d'exercer son activité professionnelle. Cette impossibilité peut être temporaire – incapacité temporaire (IT) de travail – ou définitive – invalidité permanente (IP). Dans les deux cas, cette impossibilité peut être partielle ou totale. L'invalidité peut intervenir soit tout de suite après avis du contrôle médical de la Sécurité sociale, soit « automatiquement » après trois ans d'incapacité de travail. C'est le médecin traitant qui constate cette impossibilité et qui prescrit l'arrêt de travail donnant lieu au versement des prestations de la Sécurité sociale.

Dès que l'incapacité à travailler est constatée par le médecin traitant, l'assuré perçoit de la part de l'assurance maladie des indemnités journalières (IJ). Les indemnités journalières, calculées à partir d'un salaire journalier de base, sont versées après un délai de carence de trois jours (*i.e.* à partir du quatrième jour d'arrêt de travail). Elles peuvent être versées pendant 360 jours maximum. Dans le cas d'une affection longue durée (ALD), cette durée maximale est portée à trois ans.

L'employeur est tenu, pour tout salarié ayant plus d'un an de présence dans l'entreprise, de « compléter les indemnités journalières de l'assurance maladie à hauteur de 90 % de la rémunération qu'aurait dû percevoir le salarié en activité ». Cette obligation vaut pour les 30 premiers jours d'arrêt à l'issue d'un délai de carence de 7 jours. Les 30 jours suivants, l'employeur maintient le salaire à hauteur de 66,66 %, soit 2/3 du salaire. Au-delà de six ans de présence dans l'entreprise, la durée de ces deux périodes d'indemnisation augmente en fonction de l'ancienneté.

S'il existe une convention collective, la durée et le montant des indemnités journalières versées peuvent dépendre des obligations qu'elle prévoit. En effet, la convention collective peut prévoir différentes obligations telles que :

- extension de la période de versement du complément de rémunération par l'employeur ;
- réduction, voire suppression, du délai de carence ;
- augmentation du montant du complément de rémunération versé par l'employeur.

Un salarié couvert par un contrat de prévoyance peut bénéficier d'indemnités journalières complémentaires à celles de l'assurance maladie afin de permettre un maintien partiel ou total de la rémunération. Ces prestations complémentaires ne doivent pas entraîner une indemnité supérieure au salaire perçu au moment de l'arrêt de travail. Les contrats peuvent prévoir un versement dès le 1<sup>er</sup> jour d'arrêt de travail et fixer une durée maximale de prise en charge.

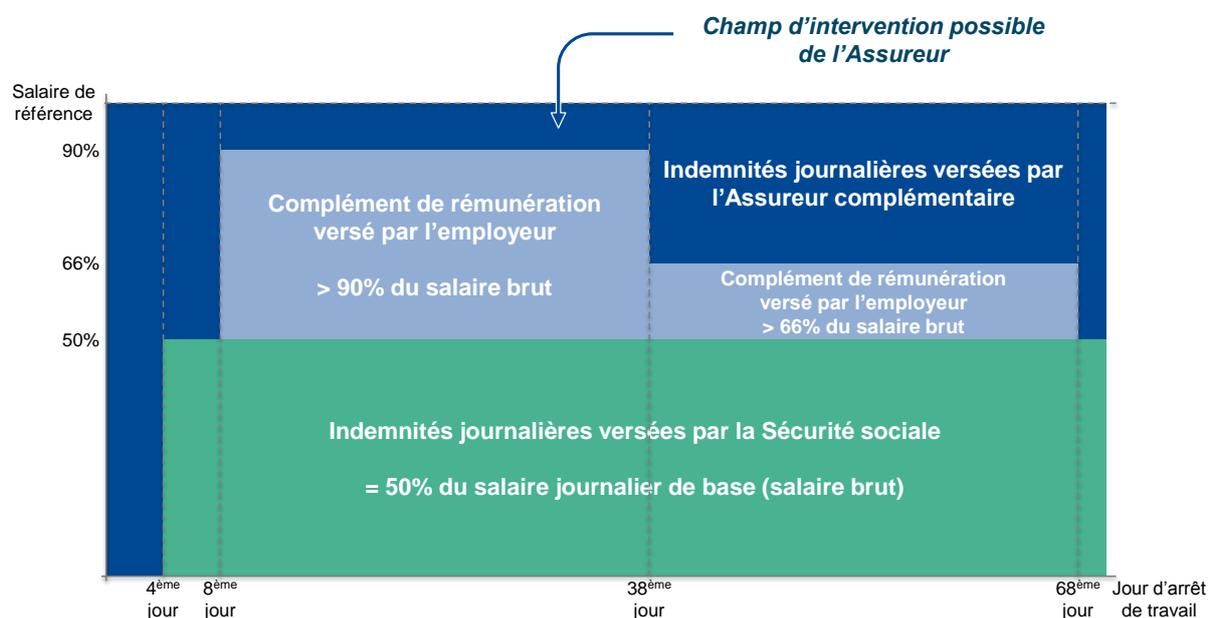


Figure I.2.1 – Champ d'intervention de l'Assureur complémentaire pour la garantie incapacité

Lorsque son état se « consolide » (*i.e.* lorsque son état d'incapacité de travail est considéré comme permanent), le salarié en arrêt de travail est considéré comme « invalide » et perçoit une rente d'invalidité.

Le montant de la rente est calculé en fonction du degré d'invalidité et du salaire annuel moyen défini à partir des salaires bruts des dix meilleures années d'activité. Le degré d'invalidité, évalué par l'assurance maladie, détermine un classement par catégorie qui détermine le montant final de la pension.

- **Catégorie 1** : invalidité permettant l'exercice, sous certaines conditions, d'une activité salariée. Dans ce cas, la pension est égale à 30 % du salaire annuel moyen des dix meilleures années. Son cumul avec le salaire d'activité ne doit pas être supérieur au salaire perçu avant l'invalidité.
- **Catégorie 2** : invalidité ne permettant pas l'exercice d'une activité salariée. La pension est égale à 50 % du salaire annuel moyen.

- Catégorie 3 : invalidité ne permettant pas l'exercice d'une activité salariée et nécessitant une aide extérieure. La pension est égale à 50 % du salaire annuel moyen et est augmentée d'une somme forfaitaire pour assistance d'une tierce personne.

Un salarié couvert par un contrat de prévoyance peut bénéficier d'une rente d'invalidité. Le montant est généralement calculé en fonction des catégories fixées par l'assurance maladie. Cette rente d'invalidité peut soit être forfaitaire, soit correspondre à un pourcentage du dernier salaire d'activité. Elle peut compenser en partie ou en totalité la perte de salaire, mais son montant ne peut être supérieur à celui du dernier salaire d'activité avant l'invalidité.

### *b. Le décès*

La couverture du risque décès a pour but de permettre aux proches de l'assuré (conjoint, enfants, etc.) de faire face aux conséquences du décès de ce dernier : frais d'obsèques, perte de revenus.

On distingue deux types de prestations : le versement sous forme d'un capital et le versement d'une rente.

#### **Le capital décès**

La garantie décès en capital correspond à un montant versé aux ayants droit de l'assuré. Le montant versé par la Sécurité sociale étant relativement faible (3 mois de salaire, dans la limite du plafond trimestriel de la Sécurité sociale, 9 654 € en 2016), les assurances complémentaires viennent compléter cette prestation. Le capital garanti est alors calculé en fonction du salaire de l'assuré et de sa situation familiale.

Il est à noter que, dans le cas d'une perte totale et irréversible d'autonomie du salarié, le capital prévu en cas de décès peut lui être versé par anticipation.

En outre, ce capital peut être doublé en cas de survenance du décès à la suite d'un accident.

#### **Les rentes décès**

Les rentes décès correspondent à des prestations versées aux ayants droit sous forme de revenus réguliers. Le fractionnement est généralement trimestriel, mais il peut être également mensuel, semestriel voire annuel.

On distingue deux types de rentes :

- la rente de conjoint, versée au conjoint survivant ;
- la rente d'éducation, versée aux enfants à charge de l'assuré, dans le but de couvrir les frais d'éducation.

La rente de conjoint peut prendre deux formes :

- une rente viagère qui complète les droits acquis par le salarié avant son décès par ceux qu'il aurait dû obtenir au terme de sa carrière ;
- une rente temporaire versée dans l'attente de la pension de réversion des régimes de retraite complémentaire. Cette rente est fonction des droits acquis par le salarié.

Le contrat d'assurance collectif peut prévoir le cumul de ces deux rentes.

### c. La santé

La garantie Santé, ou « Frais de soins », fait référence à tout ce qui touche aux soins généraux et à l'hospitalisation. L'objet de la garantie est de garantir à l'assuré le versement de prestations à l'occasion de frais médicaux engagés.

La complémentaire santé complète le système d'assurance maladie du régime général en intervenant sous forme d'un complément de remboursement des soins : elle prend en charge tout ou partie de ce qui est appelé le « ticket modérateur ». Ce terme désigne la différence entre le tarif de base (ou « tarif conventionné ») de la Sécurité sociale, et le remboursement qu'elle effectue. Ce taux de remboursement varie en fonction des actes et médicaments, de la santé de l'assuré, du respect ou non du parcours de soins, du secteur choisi par le médecin consulté, etc.

Les dépassements d'honoraires des professionnels de santé ne sont jamais pris en charge par l'assurance maladie obligatoire mais peuvent l'être par la complémentaire santé.

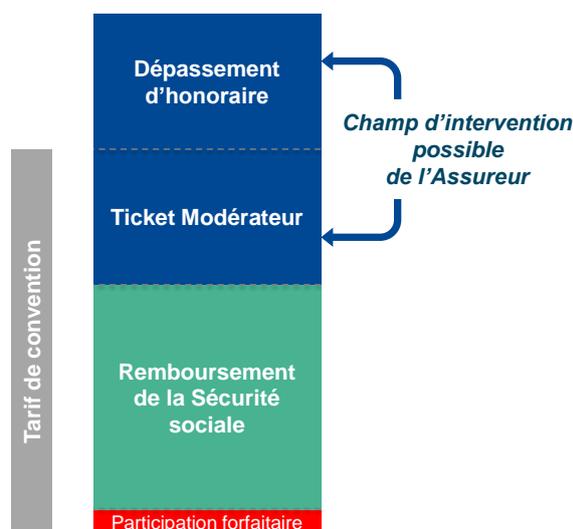


Figure I.2.2 – Champ d'intervention de l'Assureur complémentaire pour la garantie frais de soins

#### Exemple :

Le tarif d'une visite à un médecin généraliste conventionné est de 23 €, ce qui correspond à la Base de Remboursement de la Sécurité Sociale (BRSS).

Le taux de remboursement prévu par la Sécurité sociale est de 70 %. L'Assurance Maladie rembourse donc 16,10 € (70 %\*BRSS).

Le ticket modérateur est la part du prix supporté par l'assuré, il correspond à la différence entre la BRSS et le remboursement de la Sécurité Sociale, soit 6,90 €.

Par ailleurs, 1 € est prélevé au titre d'une participation forfaitaire de l'assuré.

Les remboursements prévus par la complémentaire santé sont généralement exprimés en pourcentage du tarif de la BRSS. Il peut arriver que la garantie proposée soit un forfait exprimé en fonction du Plafond Mensuel de la Sécurité Sociale (PMSS).

Les principaux postes de dépenses en santé sont les suivants :

- Honoraires de médecin
- Remboursement de médicament
- Hospitalisation
- Optique
- Auditif
- Dentaire
- Cure thermique

### **Panier de soins minimal**

La complémentaire santé d'entreprise doit prendre en charge au minimum les garanties suivantes (panier de soins) :

- Intégralité du ticket modérateur sur les consultations, actes et prestations remboursables par l'assurance maladie sous réserve de certaines exceptions
- Totalité du forfait journalier hospitalier en cas d'hospitalisation
- Frais dentaires (prothèses et orthodontie) à hauteur de 125 % du tarif conventionnel
- Frais d'optique de manière forfaitaire par période de 2 ans (annuellement pour les enfants ou en cas d'évolution de la vue) avec un minimum de prise en charge fixé à 100 € pour une correction simple, 150 € (voire 200 €) pour une correction complexe

### **Le contrat responsable**

Le contrat responsable est aujourd'hui le type de contrat majoritairement souscrit en assurance maladie complémentaire. C'est en effet ce contrat qui permet aux souscripteurs de bénéficier d'avantages sociaux et fiscaux.

En pratique, lors de sa mise en place, l'objet de cette réforme était d'amener l'assuré social à respecter le parcours de soins, et le contrat complémentaire, pour bénéficier des exonérations fiscales et sociales, doit respecter certaines règles dont l'essentiel rend plus coûteux pour l'assuré les soins en dehors du parcours de soins.

Pour que le contrat soit responsable, les obligations à respecter sont notamment (cf. annexes) :

- la mise en place de plafonds et planchers de prise en charge afin de limiter les dépassements d'honoraires ;
- l'absence de prise en charge de la participation forfaitaire de 1 € et des franchises médicales ;
- la prise en charge du ticket modérateur et du forfait journalier suivant que le patient a, ou non, respecté le parcours de soins.

En cas de non-respect des règles du contrat responsable, le taux d'imposition du contrat (la TSCA, Taxe Spéciale sur les Conventions d'Assurance) passerait de 7 % à 14 %.

### 3. Les acteurs du marché de l'assurance complémentaire en France

Le caractère limité des prestations mises en œuvre par l'Assurance Maladie induit la nécessité d'avoir recours à des assurances complémentaires. Par ailleurs, le désengagement progressif, ces dernières années, de la Sécurité sociale renforce ce besoin.

Les contrats de prévoyance & santé complémentaires sont proposés par trois types d'organismes différents relevant de trois réglementations différentes :

- les sociétés d'assurance, relevant du code des assurances ;
- les mutuelles, relevant du code de la mutualité ;
- les institutions de prévoyance, relevant du code de la sécurité sociale.

#### a. Les sociétés d'assurance

Les sociétés d'assurance sont scindées entre les sociétés anonymes et les sociétés d'assurance mutuelle.

Les sociétés anonymes d'assurance sont des entreprises de capitaux, leur objectif est la réalisation de bénéfices et la redistribution par la suite aux actionnaires. Elles sont régies par le Code des assurances.

Elles proposent des tarifs différenciés qui peuvent varier en fonction des risques présentés par une personne, selon son âge, son lieu d'habitation, son état de santé.

D'autre part, il existe dans ce même groupe les sociétés d'assurances mutuelles, aussi appelées mutuelles d'assurances, à ne pas confondre avec les mutuelles (voir ci-après). Elles ont un statut de société civile sans but lucratif mais sont également régies par le Code des assurances.

*Exemple de société d'assurance : AXA*

*Exemple de société d'assurance mutuelle : MMA*

#### b. Les mutuelles

Les mutuelles sont des sociétés de personnes à but non lucratif, immatriculées au Registre national des mutuelles. Elles sont régies par le Code de la mutualité et particulièrement par le Livre II de ce code. On les appelle aussi les « mutuelles 45 ». Elles ne rétribuent aucun actionnaire et se financent majoritairement grâce aux cotisations de leurs membres. Elles prônent des valeurs de solidarité, notamment en n'imposant aucun critère de sélection.

Les mutuelles d'assurance interviennent avant tout en matière de santé et sont longtemps restées attachées à des corporations ou des branches. Depuis quelques années, elles s'essaient à d'autres produits liés à la prévoyance notamment (assurance incapacité, assurance décès, assurance dépendance).

*Exemple de mutuelle santé : MGEN*

### *c. Les institutions de prévoyance*

Les institutions de prévoyance sont des sociétés de personnes de droit privé et sont régies par le Code de la sécurité sociale. Elles se différencient des sociétés d'assurance et des mutuelles par leur gestion paritaire car elles sont fondées par accord entre les partenaires sociaux et des branches professionnelles. Elles assurent une égalité de représentation entre eux, les conseils d'administration sont constitués à parts égales de salariés et d'employeurs, qui décident ensemble de la gestion des risques de leurs collaborateurs.

Comme les mutuelles, les institutions de prévoyance (IP) sont des structures à but non lucratif qui ne font pas de sélection des assurés. Elles interviennent historiquement dans la couverture des risques de santé et de prévoyance pour des branches professionnelles, mais gèrent également certaines cotisations retraites de ces mêmes branches, par délégation de la Sécurité sociale.

*Exemple d'institution de prévoyance : AG2R*

### *d. Positionnement des organismes complémentaires sur le marché*

Les organismes d'assurance régis par les règles prudentielles Solvabilité 2, sont contraints de constituer des fonds propres conséquents.

Selon le Rapport sur la solidarité et la protection sociale complémentaire collective, en prévoyance, l'impact de ces règles est particulièrement important. Les assureurs de risques lourds pourraient dès lors chercher à s'allier à des partenaires ayant des contrats moins « consommateurs » en fonds propres (comme l'automobile et l'habitation). Les exigences de Solvabilité 2 vont également conduire les plus petites structures à devoir professionnaliser leur gouvernance, et à acquérir de nouvelles compétences en gestion des risques, en actuariat et en audit, ce qui devrait également favoriser les rapprochements.

Cette concurrence accrue entre organismes complémentaires s'est accompagnée d'une forte concentration (cf. graphique).

Au total, le nombre d'organismes d'assurance s'élève, en 2015, à 803. En dix ans, ce nombre s'est ainsi réduit de moitié. Ce mouvement de concentration qui concerne l'ensemble du secteur touche particulièrement les mutuelles.

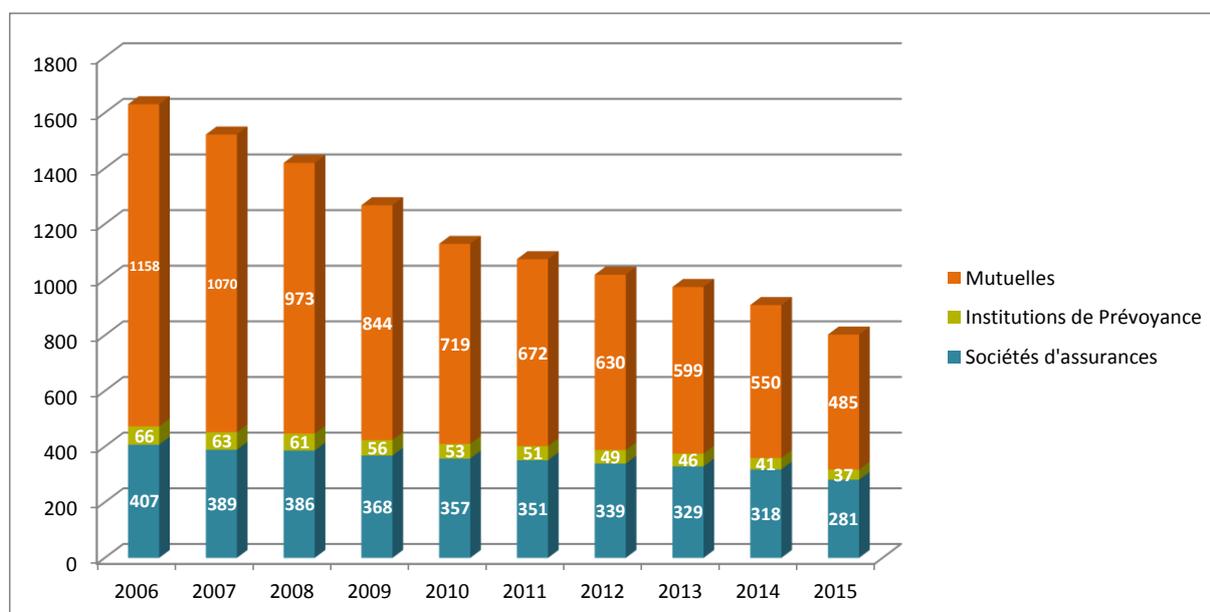


Figure I.3.1 – Evolution du nombre d'organismes complémentaires

En 2014, sur les 233 milliards d'euros de cotisations collectées par les différents types d'organismes d'assurances (mutuelles, sociétés d'assurances et institutions de prévoyance), 54 milliards d'euros, soit 23 % de l'activité, concernent la prévoyance et la santé. Ces organismes ont servi, cette même année, 39 milliards d'euros de prestations au titre de ces risques, ce qui représente 23 % de leurs versements totaux au titre de l'activité assurantielle.

La complémentaire santé représente la majorité de l'activité des organismes d'assurances au titre de ces risques (35,2 milliards d'euros en 2014, soit 65 % des cotisations encaissées).

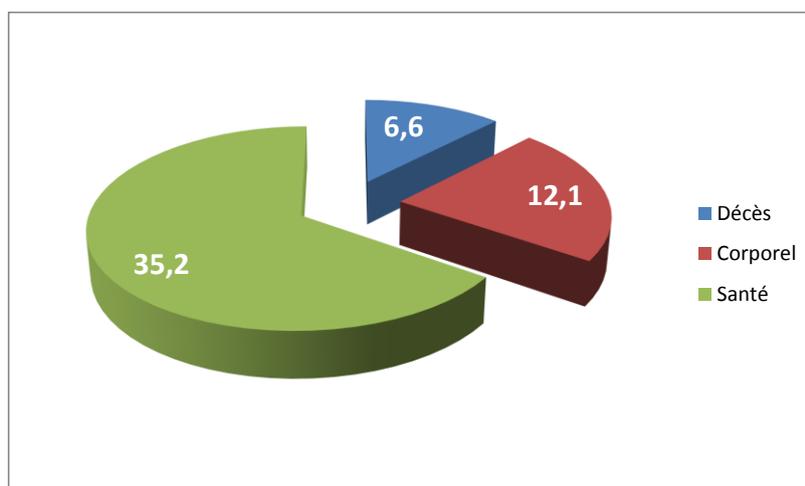


Figure I.3.2 – Répartition des cotisations par risque (en Mds€)

A noter :

- Le risque « Corporel » regroupe l'arrêt de travail (incapacité, invalidité), ainsi que le risque dépendance ou le décès accidentel (0,6 Md€ de cotisations).
- Les montants de cotisations sont restreints aux affaires directes (*i.e.* excluent la réassurance), afin d'éviter un double comptage.

Les parts de marché en prévoyance et santé des trois catégories d'acteurs sont assez équilibrées : les sociétés d'assurance et les mutuelles représentent près de 40 % chacune des parts de marché ; les institutions de prévoyance représentent quant à elles environ un quart du marché.

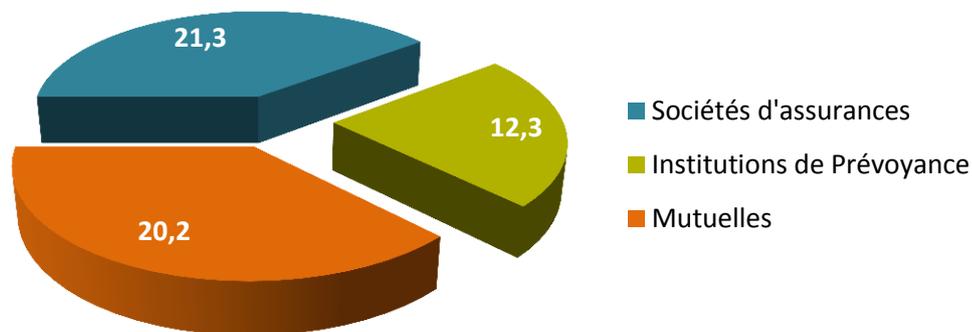


Figure I.3.3 – Cotisations encaissées par organisme au titre de la prévoyance et de la santé (en Mds€, en 2014)

L'activité des mutuelles se concentre essentiellement sur le risque Santé : il représente 92 % de leur chiffre d'affaires santé/prévoyance. Le marché de la santé est ainsi dominé par les Mutuelles qui collectent plus de la moitié des cotisations relatives à la couverture des frais de santé.

La répartition des risques est plus équilibrée dans les sociétés d'assurance et les institutions de prévoyance : les cotisations sont à parts égales entre la prévoyance et la santé. Par ailleurs, le risque Corporel représente deux tiers du chiffre d'affaires de la prévoyance.

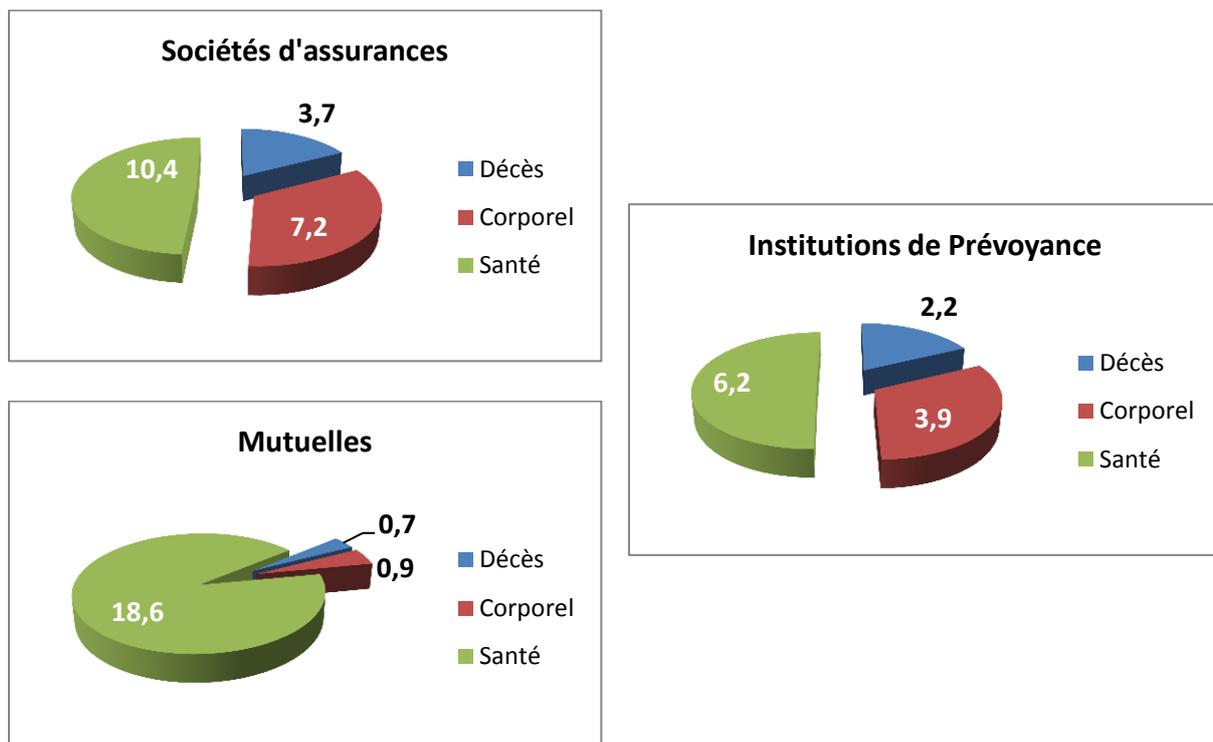


Figure I.3.4 – Cotisations encaissées par organisme et par risque (en Mds€, en 2014)

A noter :

- Les institutions de prévoyance ainsi que les mutuelles réalisent 92 % de leur chiffre d'affaires en Santé et Prévoyance ; les 8 % restants représentent les activités de Retraite.

#### 4. La réassurance

La réassurance peut se définir comme étant l'activité par laquelle un réassureur (société spécialisée ou assureur direct) prend en charge, moyennant rémunération, tout ou partie des risques souscrits par un autre assureur. Ce type d'assurance est mis en place afin d'éviter que des sinistres de très grande ampleur impactent fortement les résultats des organismes d'assurances.

Le contrat de réassurance lie deux parties :

- l'assureur, qui cède le risque, appelé « compagnie **cédante** » ;
- le réassureur, qui accepte le risque : il est également appelé « **cessionnaire** ».

Le cessionnaire intervient auprès de la cédante pour prendre à sa charge tout ou partie des sinistres relatifs aux polices d'assurances incluses dans le portefeuille réassuré. Il est à noter que le réassureur n'est, en général, pas en contact avec l'assuré : en cas de défaut du réassureur, l'assureur est tout de même tenu d'indemniser les sinistrés.

La réassurance est un outil de transfert de risque qui permet de lisser les bilans et résultats financiers des cédantes d'une année sur l'autre. Mais le réassureur joue également un rôle de conseil auprès de ses clients qui peut les aider, entre autres, au développement de nouveaux produits.

##### a. Les types de réassurance

Il existe 2 principales catégories de couverture en réassurance :

- les traités ;
- les cessions facultatives (ou « FAC »).

Dans le cadre du traité, la cédante a pour obligation contractuelle de céder et le réassureur d'accepter une partie spécifique de certains types ou catégories de risques assurés par la cédante. Les réassureurs proposant des traités n'évaluent pas séparément chacun des risques couverts par le traité puisqu'ils couvrent l'intégralité d'une branche ou d'une sous-branche.

Dans le cadre d'une cession facultative, la cédante cède et le réassureur couvre tout ou partie du risque couvert par une police d'assurance spécifique unique. La facultative est négociée séparément pour chacune des polices d'assurance réassurées. Elles sont habituellement achetées par les cédantes pour des risques individuels qui ne sont pas couverts par leurs traités de réassurance, pour des montants excédant les limites de leurs traités de réassurance et pour des risques inhabituels.

Les frais engendrés par l'activité de souscription, et ceux liés au personnel en particulier, sont proportionnellement plus élevés pour la gestion des facultatives : chaque risque étant souscrit et administré individuellement. La possibilité d'estimer chaque risque séparément augmente

néanmoins la possibilité pour le réassureur de pouvoir tarifer le contrat de façon plus juste par rapport aux risques encourus.

### *b. Les formes de réassurance*

La réassurance est caractérisée par deux types de formes distinctes :

- la réassurance proportionnelle ;
- la réassurance non proportionnelle.

La réassurance proportionnelle consiste en une participation proportionnelle du réassureur aux gains (primes) et pertes (sinistres) de la cédante : le réassureur, en contrepartie d'une portion ou partie prédéterminée de la prime d'assurance facturée par la cédante, indemnise la cédante contre la même partie ou portion prédéterminée des sinistres couverts par la cédante au titre des polices concernées.

Dans le cas de la réassurance non-proportionnelle, en excédent de sinistre (« XS ») ou en excédent de perte (« stop loss »), le réassureur indemnise la cédante de la totalité ou d'une partie déterminée du sinistre, sinistre par sinistre ou pour la totalité de l'exposition sur un événement ou un secteur d'activité, dès lors que celui-ci dépasse un montant fixé, appelé rétention de la cédante ou franchise du réassureur, et jusqu'à un plafond fixé par le contrat de réassurance.

### **La Quote-Part**

La Quote-Part est une réassurance proportionnelle où la cédante cède une même proportion de primes et de sinistres au réassureur. Le réassureur accepte tous les risques du portefeuille cédé par l'assureur quel que soit le montant de prestations atteint.

Ce mécanisme est principalement utilisé sur des portefeuilles homogènes. Il a l'avantage d'être simple en termes de gestion, et aide notamment à la mise en place de nouveaux produits : dans ce type de contrats, le sort de la cédante et du réassureur sont très liés ; et l'expérience du cessionnaire peut alors être apportée pour la tarification du produit.

En outre, la Quote-Part permet une diminution importante des engagements et donc de l'exigence en marge de solvabilité.

### *c. La réassurance en Prévoyance & Santé Collectives*

Le portefeuille que nous étudions dans ce mémoire est un portefeuille de traités de réassurance en quote-part.

La réassurance en quote-part est souvent utilisée en Prévoyance & Santé Collectives entre les institutions de prévoyance ou les mutuelles et les assureurs « traditionnels » (par opposition aux réassureurs « professionnels » : SCOR, Hannover Re, Munich Re, Scor, Swiss Re, etc..). En 2013, sur les 12,3 Mds€ de primes cédées en vie, accidents et santé par les assureurs français, 10,3 Mds€ l'ont été auprès d'autres assureurs et à peine 2,1 Mds€ auprès de réassureurs, dont les deux tiers en prévoyance (individuelle et collective) et dépendance.

Les raisons de cette configuration de marché sont liées à l'histoire de la prévoyance en France. Dans les années 1960, CNP Assurances avait été désignée par la réglementation comme réassureur des mutuelles. Ces dernières, qui proposaient en outre la couverture des risques accident, invalidité, vie-décès et vieillesse au-delà d'un an, étaient tenues, sauf si ces activités restaient accessoires, de constituer une caisse autonome mutualiste, seule habilitée à gérer les risques à long terme, ou de transférer la gestion de ces risques à la Caisse nationale de prévoyance (CNP). Cette situation a d'ailleurs perduré jusqu'au début des années 2000 dans le Code de la mutualité, l'article L321-1 n'ayant été abrogé que le 22 avril 2001. Les liens de réassurance en prévoyance sont également liés à l'histoire des institutions de prévoyance. À l'origine, les caisses de retraite assuraient aussi des risques prévoyance. Comme elles n'avaient pas l'expérience, elles étaient réassurées à 100 % par des assureurs traditionnels, au premier rang desquels AXA (via l'UAP) ou CNP. Au fil du temps, après avoir acquis de l'expérience sur les risques, elles ont diminué leur quote-part.

Ce type de réassurance se rencontre aussi dans le cadre des accords de branche (*i.e.* un accord entre toutes les entreprises d'une même branche professionnelle, pouvant par exemple définir un organisme comme complémentaire santé ou prévoyance). Le volume du portefeuille assuré étant en général important, il est fréquent que l'organisme désigné établisse une cession en quote-part pour diminuer son exposition au risque.

En 2014, sur 3,1 Mds€ de primes cédées en santé en France, 2,7 Mds€ sont cédées à des assureurs (0,4 Md€ sont cédées à des réassureurs). En prévoyance, sur environ 4 Mds€ de primes cédées, 1,4 Md€ sont au profit de réassureurs. AXA est un réassureur majeur tant en prévoyance qu'en santé.

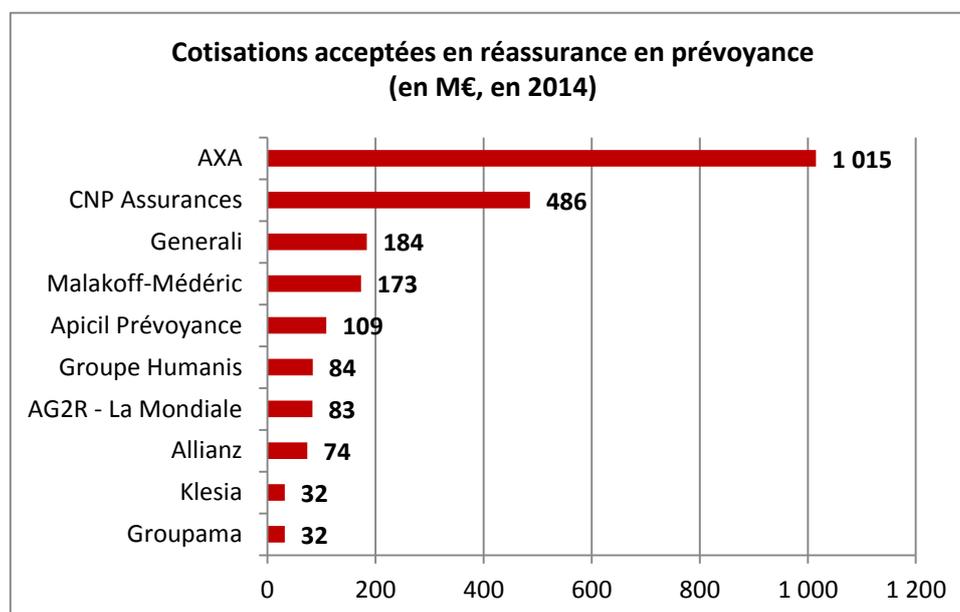


Figure I.4.1 – Les principaux acteurs de la réassurance de portefeuilles de prévoyance

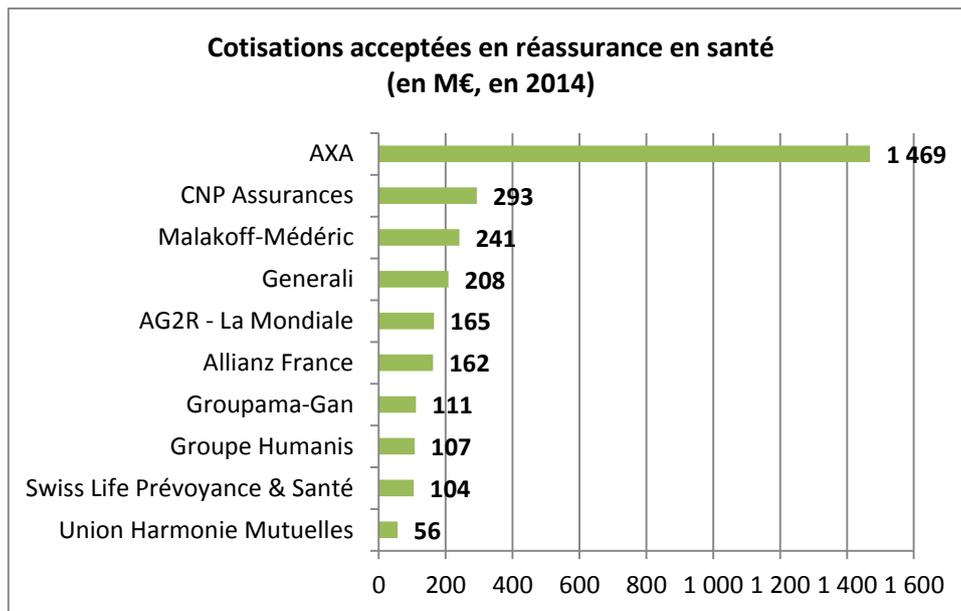


Figure I.4.2 – Les principaux acteurs de la réassurance de portefeuilles de santé

## II. Le provisionnement du portefeuille de Prévoyance & Santé collectives

### 1. L'importance du provisionnement

#### a. En prévoyance & santé

Les provisions techniques représentent les engagements de l'assureur vis-à-vis des assurés. Elles sont inscrites au passif du bilan d'une compagnie d'assurance et correspondent à une part importante du passif ; leur évaluation annuelle a de fait un impact important sur le résultat de la compagnie.

Outre l'aspect bilanciel, le provisionnement permet d'apprécier la rentabilité d'une branche ou d'un produit. En effet, en prévoyance & santé, les contrats étant généralement annuels, il est d'usage d'analyser le ratio de sinistralité « S/C » (ou « S/P », ou « *loss ratio* ») par année de couverture. Le S/C met la charge liée aux sinistres survenus au cours d'une année (*i.e.* l'ensemble des prestations réglées, complété des prestations restant à payer : les provisions) en regard des cotisations encaissées au titre de cette même année. Notons que nous ne nous intéressons ici qu'au provisionnement des sinistres.

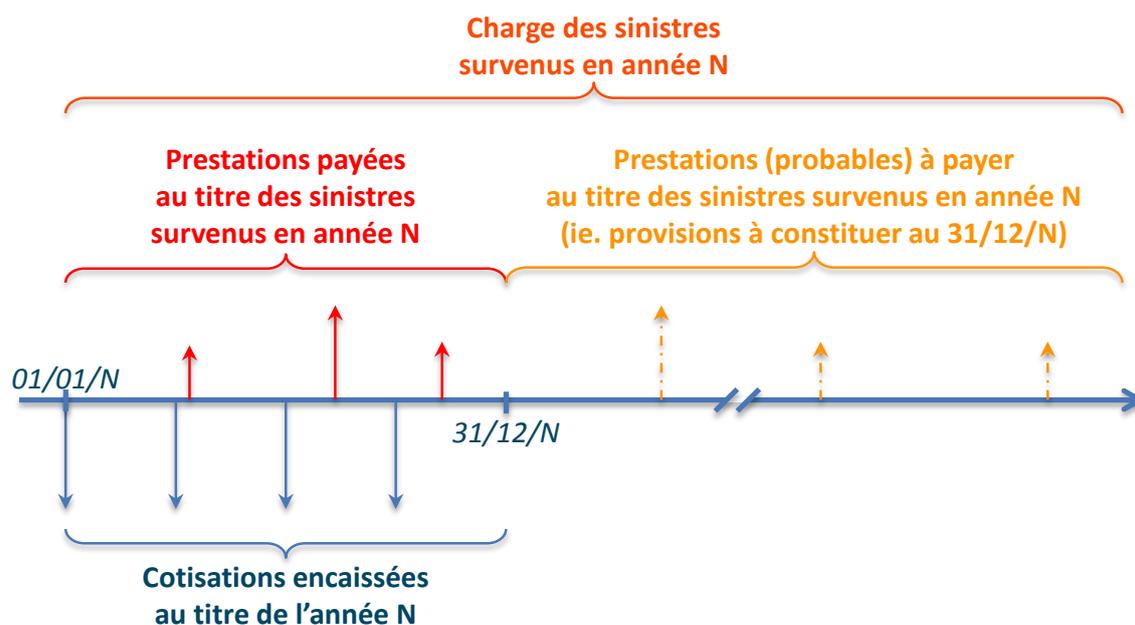


Figure II.1.1 – Règlement des prestations dans le temps

Le provisionnement permet ainsi d'analyser la sinistralité, en particulier sur des années dites « incomplètes » (*i.e.* où l'ensemble des prestations n'ont pas encore été réglées). Il va de soi que plus le S/C est faible, plus la branche est rentable. Compte tenu du niveau de S/C atteint, l'assureur sera donc à même d'évaluer la rentabilité de la branche.

Un sous-provisionnement est synonyme de pertes futures, l'assureur ayant sous-estimé le niveau des prestations qui seront payées dans le futur. Deux cas de figure se présentent : d'une part, l'assureur, en sous-provisionnant, aura réalisé un « trop bon résultat », qui sera par la suite compensé par des pertes les années futures. Il en résulte ainsi une volatilité du résultat dans le temps ; ce qui, à grande

échelle, ne démontre pas une stabilité de la compagnie, et peut avoir un impact sur les notations de l'entreprise. D'autre part, si le résultat de l'année, où l'assureur a sous-provisionné, n'est pas particulièrement bon, cela signifie que la compagnie ne constate pas dans l'immédiat la « non-rentabilité » de sa branche et n'engage pas dans l'immédiat les actions à mener pour redresser la rentabilité (majorations des cotisations, baisse des garanties). Les renégociations tarifaires ayant lieu une fois par an (les contrats étant généralement annuels), l'assureur pourra être amené à constater une deuxième année de pertes.

A l'inverse, un sur-provisionnement peut conduire l'assureur à mener, à tort, des actions de redressement. Il pourra par exemple réaliser des majorations tarifaires. Celles-ci, pourront se voir refusées par le client, si jugées injustifiées, en particulier si le contrat du client est rentable. Ce dernier pourra alors décider de résilier son contrat ; l'assureur perdra alors un « bon » contrat, ce qui, outre une baisse de chiffre d'affaires, dégradera sa propre rentabilité. En outre, sur-provisionner revient à immobiliser du capital supplémentaire. Enfin, le sur-provisionnement peut présenter un risque fiscal, car cela pourrait être considéré comme du résultat non déclaré.

Il est donc important pour l'assureur d'évaluer au mieux le niveau de provisions à constituer.

### *b. Particularité des collectives*

Le provisionnement en prévoyance & santé, allie des méthodes actuarielles de type VIE, en utilisant par exemple des tables de mortalité, mais peut également être abordé avec des méthodes propres aux risques IARD, notamment par des méthodes de cadencement. Dans le premier cas, l'application de ces méthodes se fait « tête par tête », contrairement au second où l'approche est davantage « macro », les estimations sont réalisées sur des données agrégées.

La difficulté pour un portefeuille de prévoyance & santé collectives réside dans la connaissance des assurés. En effet, la « vie » d'une entreprise fait que chaque jour, la population des assurés, rythmée par les « entrées » (embauches) et « sorties » (fin de CDD/stage, démission, retraite, etc.) au sein de l'entreprise, est amenée à évoluer. Il est ainsi délicat de connaître, au jour-le-jour, l'exhaustivité des assurés.

De plus, le recours à des délégataires, le plus souvent « adossés » à un courtier apporteur, est une pratique courante dans le domaine des assurances collectives. Pour la société de courtage, l'intégration d'une activité de gestion permet de renforcer les liens avec ses clients et de capter une part plus forte de la valeur ajoutée. Pour l'assureur, déléguer sa gestion est un moyen de transformer pour partie ses coûts fixes en coûts variables afin d'améliorer sa rentabilité tout en répondant aux attentes de certains courtiers. Depuis quelques années, les assureurs délèguent une part de plus en plus importante de leur activité.

Cette particularité de l'assurance collective rend plus difficile, par rapport à l'assurance individuelle, l'accès à la donnée ; l'assureur étant davantage « éloigné » de son assuré final et a fortiori du bénéficiaire (le salarié ou ses ayants droit).

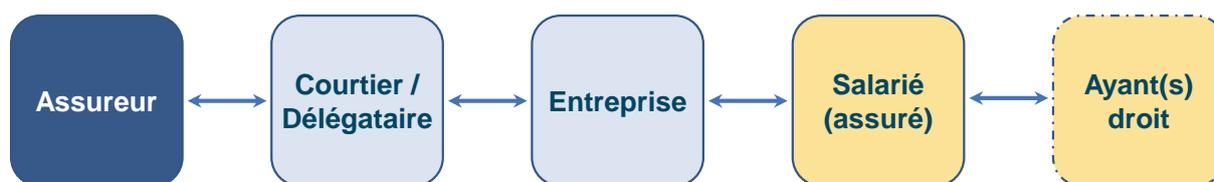


Figure II.1.2 – Intermédiaires entre l'assureur et le bénéficiaire

Nous aurons dans ce mémoire, une approche de type IARD, en ayant recours à des méthodes de cadencement.

### **DADS, DADS-U & DSN**

Bien que l'accès à la donnée de l'assuré soit délicat, il est à noter toutefois que, chaque année, l'employeur est tenu d'établir, au plus tard le 31 janvier, une Déclaration Annuelle de Données Sociales (DADS), qui récapitule les effectifs employés et les rémunérations brutes versées aux salariés, sur lesquelles sont calculées les cotisations sociales, ainsi que les droits des salariés (retraite, assurance maladie...).

La DADS peut être réalisée via la Déclaration Automatisée des Données Sociales Unifiée (DADS-U), à partir d'un logiciel de paie, qui transmet aux différents organismes concernés (institutions de prévoyance, sociétés d'assurance, délégués de gestion, etc.) les éléments relatifs aux salariés (caractéristiques de l'emploi occupé et du contrat de travail, période d'emploi, détail des rémunérations perçues au cours de l'année, etc.).

La DADS est remplacée progressivement au rythme du déploiement de la déclaration sociale nominative (DSN) qui vise à rassembler les déclarations sociales adressées par les employeurs aux organismes de protection sociale (assureurs, institutions de prévoyance, mutuelles) et permet une transmission mensuelle de données individuelles des salariés, à l'issue de la paie. Cela permettra ainsi aux organismes de protection sociale d'avoir une vision « en temps réel » de la situation des salariés d'une entreprise sur chaque contrat collectif.

## **2. Cas de la réassurance de portefeuille**

### **a. Contexte**

Nous nous placerons dans ce mémoire, dans la position d'un réassureur, en quote-part, de portefeuilles de prévoyance & santé collectives.

La gestion du contrat d'assurance de l'entreprise, l'encaissement des primes, le paiement de prestations sont gérés directement par la compagnie cédante, ou son délégué de gestion. Celle-ci enregistrera dans son système de gestion, au fil de l'eau, les différents flux d'encaissement (les primes payées par l'entreprise) et de décaissement (les prestations réglées).

A fréquence déterminée à la mise en place du traité de réassurance, la cédante calculera le montant des flux à céder à son cessionnaire en appliquant la quote-part aux flux enregistrés dans son système. Généralement, ce transfert de flux se fait de façon trimestrielle. Par ailleurs, à chaque exercice d'inventaire de la cédante, cette dernière transmet également le niveau des provisions constituées au titre des sinistres survenus.

Ainsi, dans le cas de la réassurance, un maillon supplémentaire s'ajoute à la chaîne « (ré)assureur / assuré ». Et, outre la difficulté de l'assureur à connaître son assuré, comme vu dans la partie précédente, le réassureur lui-même, étant tributaire de la cédante, aura d'autant plus de difficulté à connaître l'assuré final.

Il est également à noter que, tout en étant réassureur, il est également possible de « rétrocéder » des contrats (*i.e.* céder une affaire acceptée en réassurance) à un nouvel assureur. Ce type de montage, appelé rétrocession, est mis en place lorsque le risque (le volume du portefeuille réassuré) est particulièrement important. Nous retrouvons ce cas de figure généralement dans des montages d'assurance de branches (les Conventions Collectives Nationales par exemple).

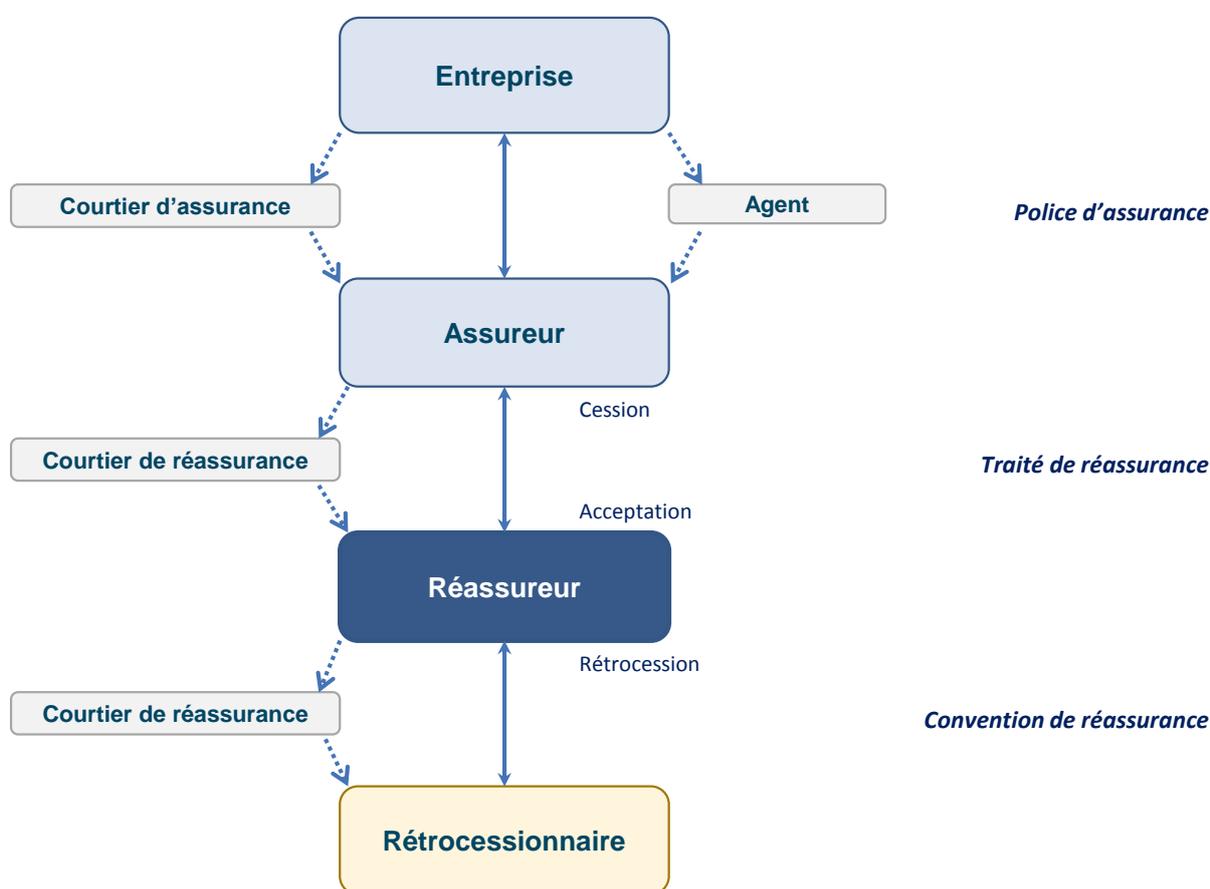


Figure II.2.1 – Montage de réassurance

Il est à noter que la problématique est la même dans le cas de la coassurance, lorsque le coassureur n'est pas l'apérateur.

En effet, la coassurance consiste en un partage proportionnel d'un même risque entre plusieurs assureurs. Chacun accepte un certain pourcentage du risque, reçoit en échange ce même pourcentage de cotisation et, en cas de sinistre, sera individuellement tenu au paiement de la même

proportion des prestations dues. Le client signe un contrat d'assurance mentionnant l'ensemble des parties prenantes. Il connaît donc tous les coassureurs, qui ne sont tenus qu'à concurrence du pourcentage (« quote-part ») qu'ils ont accepté. Dans la pratique, pour faciliter la gestion du client, ce dernier échangera uniquement avec l'assureur ayant la quote-part la plus élevée ; celui-ci est appelé l'apériteur. L'apériteur est l'interlocuteur privilégié de l'assuré. Il a la charge de gérer les flux de trésorerie avec le client (encaissements, prestations) et de mettre en place les montages de cession en coassurance, de l'ensemble des coassureurs. Il échangera ainsi, à une fréquence déterminée, l'ensemble des informations (primes, prestations, provisions, etc.) avec l'ensemble des parties prenantes. Un coassureur « non apériteur » (cf. « l'assureur 2 » dans le schéma ci-dessous), ne reçoit donc les flux d'information qu'après traitement des données de la part de l'apériteur. Le coassureur peut alors subir les éventuels retard d'information venant de l'apériteur. La « coassurance reçue » s'apparente ainsi à de la réassurance proportionnelle.

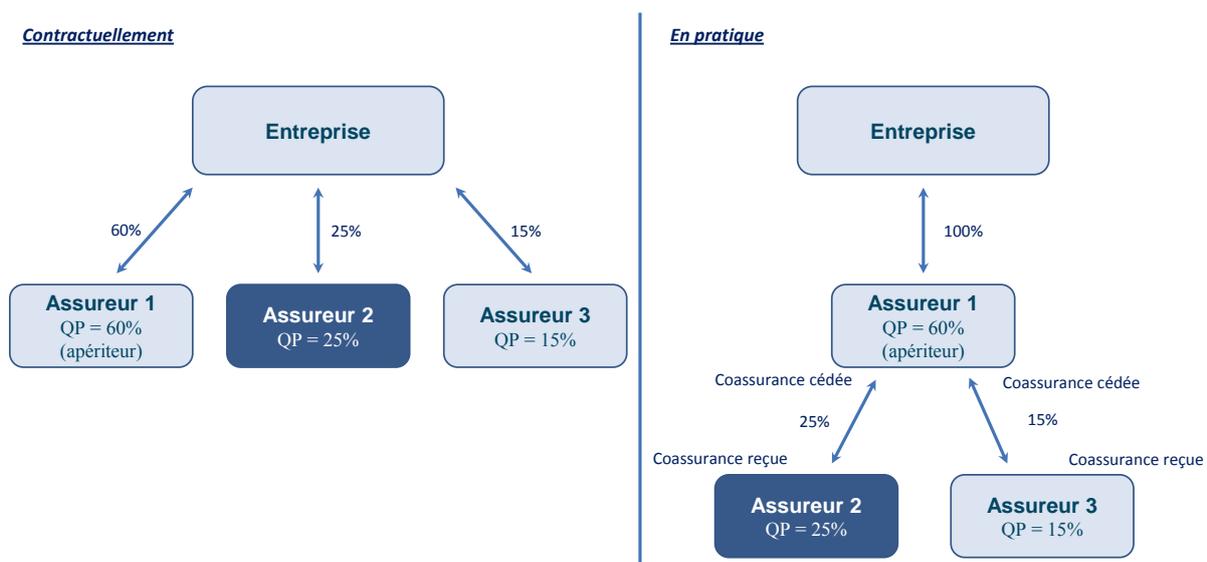


Figure II.2.2 – Montage de coassurance

### b. Problématique

Pour se faire sa propre opinion de son portefeuille de réassurance, il est nécessaire au réassureur d'analyser la rentabilité économique du portefeuille. Ainsi, au lieu de considérer uniquement les flux de prestations ainsi que les provisions reçues des cédantes, il doit être en mesure d'estimer un niveau de charge de sinistres économique.

En tant que réassureur, nous allons donc chercher un moyen d'estimer au mieux le niveau de provisions à constituer, en tenant compte des flux transmis par les différentes cédantes.

Compte tenu de la difficulté d'accès à la donnée de l'assuré comme vu précédemment, nous allons pour ce faire utiliser une approche basée sur une méthode de cadencement.

### 3. Les données utilisées

Nous considérons les flux de prestations pour un portefeuille de réassurance d'institutions et de mutuelles. Nous disposons dans le système d'information de l'historique des flux transmis par les cédantes pour les garanties décès, incapacité et frais de soins.

Les données que nous utiliserons seront les suivantes :

- Cédante : correspond à l'institution cédant le risque. Nous étudions un portefeuille réassurant 58 institutions de prévoyance et mutuelles.
- Garantie : décès (pour le versement d'un capital), incapacité, frais de soins
- Survenance : correspond à l'année de survenance du sinistre
- Année comptable : correspond à l'année d'enregistrement du flux dans le Système d'Information du réassureur
- Mois comptable : correspond au mois d'enregistrement du flux dans le Système d'Information du réassureur
- Année cédante : correspond à l'année d'enregistrement du flux dans le Système d'Information de la cédante
- Mois cédante : correspond au mois d'enregistrement du flux dans le Système d'Information de la cédante
- Montant : correspondant au montant de la prestation payée

Les flux étudiés sont l'ensemble des flux comptables du 1<sup>er</sup> janvier 2005 au 31 décembre 2014.

*A noter que, par souci de confidentialité, les données utilisées ont été modifiées tout en veillant à ne pas altérer les raisonnements et conclusions de cette étude.*

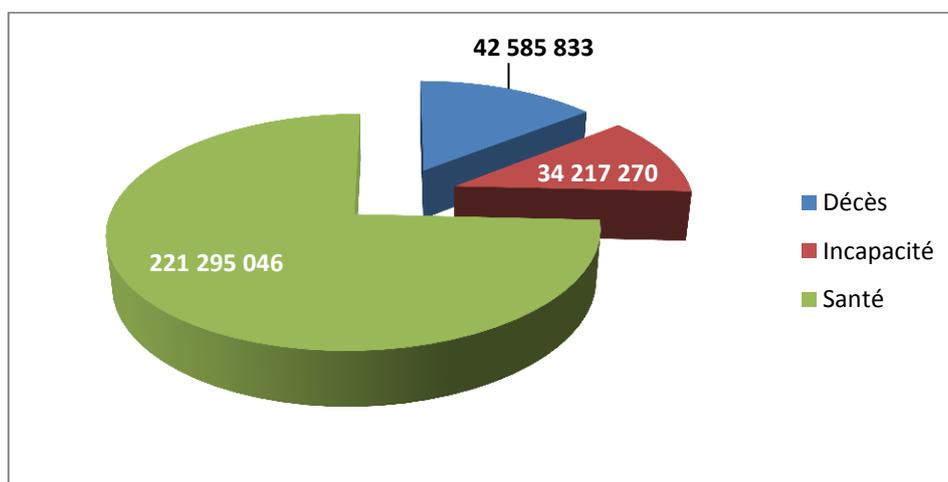


Figure II.3.1 – Volume des flux de prestations échangés sur la période étudiée par risque

Le portefeuille que nous étudions est un portefeuille de réassurance d'institutions de prévoyance et de mutuelles. Comme vu dans la première partie, ces organismes couvrent majoritairement le risque santé. Il n'est donc pas anormal de retrouver une part plus importante de flux au titre du risque santé dans notre portefeuille de réassurance.

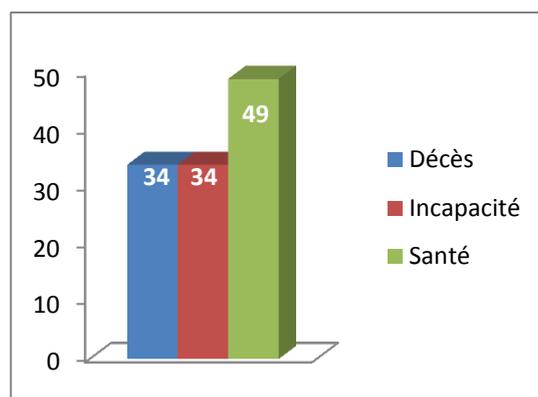


Figure II.3.2 – Nombre de cédantes par risque

Notons que certaines cédantes couvrent (et cèdent), les trois risques à la fois, mais peuvent également céder chacun des risques indépendamment les uns des autres.

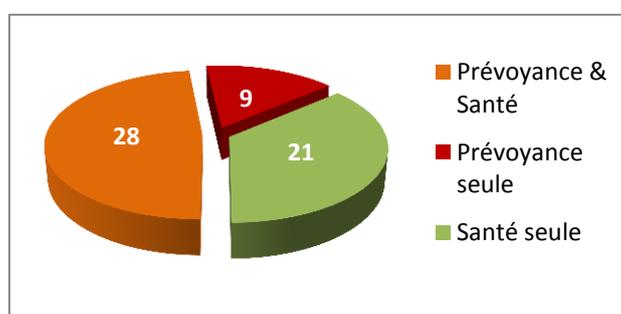


Figure II.3.3 – Répartition des cédantes selon les risques

	Risque couvert			Total
	Prévoyance & Santé	Prévoyance seule	Santé seule	
<b>Nombre de cédantes</b>	28	9	21	<b>58</b>
<b>Volume des flux échangés</b>	<b>261 436 673</b>	<b>5 587 007</b>	<b>31 074 470</b>	<b>298 098 150</b>
<i>dont Décès</i>	39 608 288	2 977 545		42 585 833
<i>dont Incapacité</i>	31 607 809	2 609 462		34 217 270
<i>dont Santé</i>	190 220 576		31 074 470	221 295 046

Figure II.3.4 – Volume des flux et nombre de cédantes selon les risques

Nous utilisons un historique de 10 ans pour réaliser cette étude. Les garanties étudiées (frais de soins, décès, incapacité) étant « courtes », nous considèrerons que l'historique est suffisant pour appliquer une méthode de cadencement, que nous présentons dans la partie suivante.

Etant donné les volumes, nous nous intéresserons en premier lieu au risque santé, puis au décès, et enfin à l'incapacité.

## 4. Méthode de Chain Ladder

### a. Définition

La méthode Chain Ladder est une méthode déterministe fréquemment utilisée car facile à mettre en œuvre. Elle s'applique à des triangles de paiements cumulés ou des triangles de charges.

Considérons le triangle des règlements suivants :

Exercice de survenance	Année de développement							
	1	2	...	$j$	...	...	$n-1$	$n$
1	$P_{1,1}$							$P_{1,n}$
2							$P_{2,n-1}$	
...								
$i$				$P_{i,j}$				
...								
...								
$n-1$		$P_{n-1,2}$						
$n$	$P_{n,1}$							

Figure II.4.1 – Triangle des règlements

$P_{i,j}$  représente les prestations, au titre de l'année de survenance  $i$  (aussi appelé « exercice de survenance »), payées en année  $i+j-1$ . On appelle  $j$ , l'année de développement (ou écoulement).

A noter : la diagonale du triangle représente l'ensemble des prestations payées en année comptable  $n$ .

Le but est d'estimer la partie grisée du tableau des prestations ; celle-ci correspond en effet au montant des prestations à provisionner en fin d'année  $n$ .

La méthode de Chain Ladder repose sur l'étude des triangles de prestations cumulées.

Notons  $C_{i,j}$  les prestations cumulées, au titre de l'année de survenance  $i$ ,  $1 \leq i \leq n$ , payées jusqu'en année de développement  $j$ ,  $1 \leq j \leq n$ .

$$C_{i,j} = \sum_{k=1}^j P_{i,k} \quad \begin{array}{l} 1 \leq i \leq n \\ 1 \leq j \leq n \end{array}$$

Le principe de la méthode de Chain Ladder repose sur l'hypothèse que l'évolution des règlements cumulés d'une année de développement à une autre est identique quelle que soit l'année de survenance. Elle suppose ainsi que :

$$\mathbb{E}(C_{i,j+1} | C_{i,1}, \dots, C_{i,j}) = C_{i,j} * f_j \quad \begin{array}{l} 1 \leq i \leq n \\ 1 \leq j \leq n-1 \end{array} \quad (1)$$

Où  $f_j$  est appelé « facteur de développement ».

La méthode de Chain Ladder propose un estimateur de  $f_j$

$$\hat{f}_j = \frac{\sum_{i=1}^{n-j} C_{i,j+1}}{\sum_{i=1}^{n-j} C_{i,j}} \quad 1 \leq j \leq n-1$$

Il est alors possible d'estimer les prestations cumulées des sinistres survenus en année  $i$ , après  $j$  années de développement, par la relation suivante :

$$\widehat{C}_{i,j} = C_{i,n+1-i} * \prod_{k=n+1-i}^{j-1} \hat{f}_k \quad \begin{array}{l} i+j > n+1 \\ 2 \leq i \leq n \\ 2 \leq j \leq n \end{array}$$

Elle est ainsi utilisée pour en déduire, pour chaque année de survenance  $i$ , une estimation des charges ultimes  $C_{i,n}$ , ainsi que des provisions à constituer  $R_i$ :

$$\widehat{R}_i = \widehat{C}_{i,n} - C_{i,n+1-i} \quad 2 \leq i \leq n$$

avec

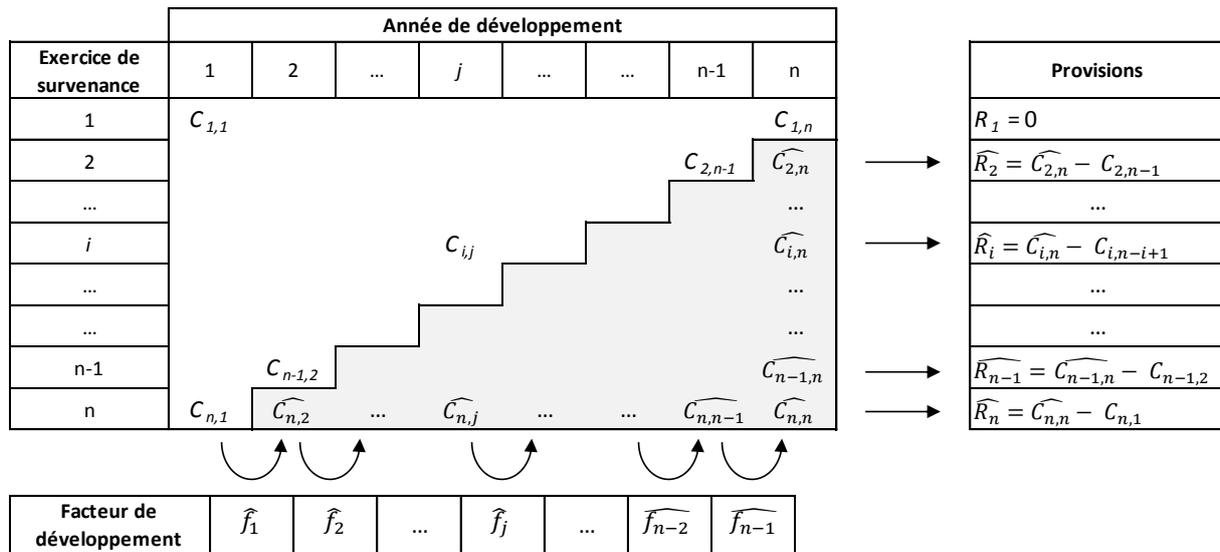
$$\widehat{C}_{i,n} = C_{i,n+1-i} * \prod_{k=n+1-i}^{n-1} \hat{f}_k \quad 2 \leq i \leq n$$

A noter : on suppose également que la première année d'exercice observée (*i.e.* pour  $i = 1$ ) est consolidée. Autrement dit, la charge ultime de cette année-là correspond à la somme des prestations payées.

L'estimation du montant des provisions totales à constituer est ainsi :

$$\widehat{R} = \sum_{i=1}^n \widehat{R}_i$$

La méthode de Chain Ladder peut se synthétiser par le tableau ci-dessous :



La méthode de Chain Ladder présente l'avantage d'être simple à utiliser et est une référence sur le marché. Il est cependant important de rappeler que la méthode repose sur une hypothèse forte : la cadence de règlement des sinistres est la même quelle que soit l'année d'origine. Par ailleurs, la dernière année de survénance, dont seule la première valeur est connue, est la plus exposée au biais multiplicatif de Chain Ladder.

### b. Application

En première approche, nous appliquerons la méthode de Chain Ladder décrite plus haut, pour chacune des garanties étudiées.

En tant que réassureur, nous nous intéressons à la date « comptable » pour construire le triangle des règlements. En pratique, cela consiste à considérer les années comptables comme années de développement.

**A noter que, par souci de clarté de la présentation des données chiffrées, les tableaux de règlements sont transposés par rapport à la partie théorique présentant la méthode de Chain Ladder.**

**Frais de soins :**

Année de dév.	Année de survenance									
	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
1	8 335 841	8 365 024	8 998 096	8 720 564	10 571 798	11 023 934	11 673 598	11 033 369	10 644 129	11 153 784
2	9 096 036	10 414 486	10 387 839	11 715 823	12 034 682	13 094 247	14 691 355	15 952 092	16 407 343	
3	342 451	590 247	349 315	625 017	966 882	1 347 239	681 743	1 476 688		
4	17 792	35 974	102 386	87 126	110 154	81 425	56 298			
5	4 522	9 423	39 807	-9 991	4 887	13 650				
6	748	32 167	6 910	-4 388	3 736					
7	192	218	-1 015	6 369						
8	51	-33	2 113							
9	-381	1 252								
10	27									

Figure II.4.3 – Triangle des règlements, garantie frais de soins

Pour faciliter la lecture, nous pouvons commenter le tableau de la manière suivante : « en 2013 (du 1<sup>er</sup> janvier au 31 décembre), 10 644 129 ont été versés (à la cédante) au titre de la survenance 2013  
15 952 092 ont été versés au titre de la survenance 2012  
681 743 ont été versés au titre de la survenance 2011  
etc. »

Année de dév.	Année de survenance									
	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
1	8 335 841	8 365 024	8 998 096	8 720 564	10 571 798	11 023 934	11 673 598	11 033 369	10 644 129	11 153 784
2	17 431 877	18 779 510	19 385 935	20 436 387	22 606 481	24 118 182	26 364 953	26 985 461	27 051 473	
3	17 774 328	19 369 757	19 735 250	21 061 404	23 573 363	25 465 421	27 046 696	28 462 149		
4	17 792 120	19 405 731	19 837 636	21 148 529	23 683 517	25 546 846	27 102 994			
5	17 796 642	19 415 154	19 877 444	21 138 539	23 688 404	25 560 496				
6	17 797 390	19 447 321	19 884 354	21 134 151	23 692 141					
7	17 797 582	19 447 539	19 883 339	21 140 521						
8	17 797 633	19 447 506	19 885 451							
9	17 797 252	19 448 759								
10	17 797 279									

Figure II.4.4 – Triangle des règlements cumulés, garantie frais de soins

A première vue, nous constatons que, en moyenne, plus de 95 % des prestations, au titre d'une survenance donnée, ont été versées dans les 2 premières années de développement. Et 99,5 % des prestations l'ont été durant les 3 premières années de développement. Cela se justifie par le fait que la garantie frais de soins est une garantie courte.

Nous le confirmons en calculant les estimateurs des coefficients de passage et en appliquant la relation de correspondance entre les coefficients de passage et les cadences de règlements des sinistres suivante :

$$cadence_j = \frac{1}{f_j * \dots * f_{n-1}} \quad 1 \leq j \leq n - 1$$

Année de dév.	Facteur de développement	Cadence de règlements
1	2,27334	42,3%
2	1,03623	96,1%
3	1,00319	99,6%
4	1,00049	99,9%
5	1,00038	99,9%
6	1,00007	100,0%
7	1,00004	100,0%
8	1,00002	100,0%
9	1,00000	100,0%

Figure II.4.5 – Cadence de règlements, garantie frais de soins

Nous complétons ensuite la partie inférieure du triangle de règlements cumulés et en déduisons le niveau de réserves à constituer pour honorer les sinistres non encore payés.

Année de dév.	Année de survenance									
	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
1	8 335 841	8 365 024	8 998 096	8 720 564	10 571 798	11 023 934	11 673 598	11 033 369	10 644 129	11 153 784
2	17 431 877	18 779 510	19 385 935	20 436 387	22 606 481	24 118 182	26 364 953	26 985 461	27 051 473	25 356 363
3	17 774 328	19 369 757	19 735 250	21 061 404	23 573 363	25 465 421	27 046 696	28 462 149	28 031 419	26 274 903
4	17 792 120	19 405 731	19 837 636	21 148 529	23 683 517	25 546 846	27 102 994	28 552 909	28 120 804	26 358 688
5	17 796 642	19 415 154	19 877 444	21 138 539	23 688 404	25 560 496	27 116 246	28 566 870	28 134 554	26 371 576
6	17 797 390	19 447 321	19 884 354	21 134 151	23 692 141	25 570 321	27 126 669	28 577 850	28 145 368	26 381 712
7	17 797 582	19 447 539	19 883 339	21 140 521	23 693 886	25 572 204	27 128 666	28 579 955	28 147 441	26 383 655
8	17 797 633	19 447 506	19 885 451	21 141 309	23 694 769	25 573 158	27 129 678	28 581 021	28 148 491	26 384 639
9	17 797 252	19 448 759	19 885 917	21 141 804	23 695 324	25 573 756	27 130 313	28 581 689	28 149 150	26 385 257
10	17 797 279	19 448 788	19 885 947	21 141 836	23 695 359	25 573 795	27 130 354	28 581 733	28 149 192	26 385 296

Figure II.4.6 – Triangle des règlements cumulés complété, garantie frais de soins

	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
$R_i$	0	29	495	1 315	3 219	13 299	27 360	119 583	1 097 719	15 231 512

Figure II.4.7 – Réserves à constituer par survenance, garantie frais de soins

<b>Réserves</b>	16 494 532
-----------------	------------

**Décès :**

Appliquons le raisonnement équivalent à la garantie décès :

Année de dév.	Année de survénance									
	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
1	891 016	911 795	1 050 967	986 601	1 265 265	1 129 337	873 153	704 366	670 573	803 356
2	2 308 252	2 369 128	2 684 854	2 774 419	3 160 776	2 868 834	2 929 117	2 966 458	3 668 172	
3	565 411	578 946	612 872	613 036	519 154	744 016	977 817	1 592 511		
4	149 617	110 494	128 877	93 108	60 391	148 851	189 990			
5	31 030	38 373	16 478	27 468	109 699	59 877				
6	22 142	6 553	26 391	35 688	38 578					
7	6 241	7 330	9 996	18 347						
8	5 705	3 244	12 120							
9	4 566	3 216								
10	1 262									

Figure II.4.8 – Triangle des règlements, garantie décès

Année de dév.	Année de survénance									
	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
1	891 016	911 795	1 050 967	986 601	1 265 265	1 129 337	873 153	704 366	670 573	803 356
2	3 199 268	3 280 923	3 735 821	3 761 020	4 426 041	3 998 171	3 802 270	3 670 824	4 338 745	
3	3 764 678	3 859 869	4 348 693	4 374 055	4 945 195	4 742 187	4 780 087	5 263 336		
4	3 914 295	3 970 363	4 477 569	4 467 164	5 005 586	4 891 038	4 970 077			
5	3 945 325	4 008 736	4 494 047	4 494 632	5 115 284	4 950 915				
6	3 967 467	4 015 289	4 520 438	4 530 320	5 153 863					
7	3 973 709	4 022 619	4 530 434	4 548 667						
8	3 979 414	4 025 863	4 542 554							
9	3 983 980	4 029 079								
10	3 985 242									

Figure II.4.9 – Triangle des règlements cumulés, garantie décès

Année de dév.	Facteur de développement	Cadence de règlements
1	4,03310	19,5%
2	1,20766	78,8%
3	1,02860	95,1%
4	1,01059	97,8%
5	1,00586	98,9%
6	1,00246	99,5%
7	1,00168	99,7%
8	1,00097	99,9%
9	1,00032	100,0%

Figure II.4.10 – Cadence de règlements, garantie décès

Nous constatons que la cadence de règlement est légèrement plus lente que pour la garantie frais de soins. Cela peut s'expliquer par des temps de traitement plus long des règlements des capitaux décès. En effet, la demande de règlement est entreprise par le bénéficiaire de la garantie. Dans le cas d'une garantie frais de soins, le bénéficiaire est généralement l'assuré lui-même (cela peut également être les ayants droit). Dans le cas d'une garantie décès, le bénéficiaire n'est pas nécessairement au fait de la couverture de l'assuré en question contre le risque de décès. De plus, les pièces justificatives demandées sont généralement plus nombreuses (extrait d'acte de décès, acte de notoriété, certificat de concubinage notoire, certificat d'acquiescement des droits, etc.) et directement à fournir par le bénéficiaire. Dans le cas d'une garantie frais de soins, le remboursement est généralement déclenché après le traitement de la Sécurité Sociale.

Année de dév.	Année de survenance									
	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
1	891 016	911 795	1 050 967	986 601	1 265 265	1 129 337	873 153	704 366	670 573	803 356
2	3 199 268	3 280 923	3 735 821	3 761 020	4 426 041	3 998 171	3 802 270	3 670 824	4 338 745	3 240 014
3	3 764 678	3 859 869	4 348 693	4 374 055	4 945 195	4 742 187	4 780 087	5 263 336	5 239 737	3 912 842
4	3 914 295	3 970 363	4 477 569	4 467 164	5 005 586	4 891 038	4 970 077	5 413 872	5 389 598	4 024 752
5	3 945 325	4 008 736	4 494 047	4 494 632	5 115 284	4 950 915	5 022 691	5 471 184	5 446 653	4 067 359
6	3 967 467	4 015 289	4 520 438	4 530 320	5 153 863	4 979 948	5 052 145	5 503 268	5 478 593	4 091 211
7	3 973 709	4 022 619	4 530 434	4 548 667	5 166 545	4 992 202	5 064 577	5 516 809	5 492 074	4 101 278
8	3 979 414	4 025 863	4 542 554	4 556 318	5 175 235	5 000 599	5 073 095	5 526 089	5 501 312	4 108 176
9	3 983 980	4 029 079	4 546 970	4 560 747	5 180 265	5 005 460	5 078 026	5 531 460	5 506 659	4 112 169
10	3 985 242	4 030 355	4 548 410	4 562 191	5 181 906	5 007 045	5 079 635	5 533 212	5 508 403	4 113 472

Figure II.4.11 – Triangle des règlements cumulés complété, garantie décès

	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
$R_i$	0	1 276	5 856	13 524	28 043	56 130	109 558	269 876	1 169 658	3 310 116

Figure II.4.12 – Réserves à constituer par survenance, garantie décès

<b>Réserves</b>	4 964 036
-----------------	-----------

### Incapacité :

Enfin, nous appliquons également le même raisonnement pour la garantie incapacité.

Année de dév.	Année de survenance									
	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
1	522 995	514 421	541 060	384 930	699 835	539 872	485 045	332 334	337 190	575 667
2	1 367 702	1 536 388	1 674 438	2 246 823	2 278 918	2 065 952	1 902 243	2 016 139	2 372 957	
3	562 326	713 868	954 900	979 169	878 930	1 009 010	1 191 510	1 381 176		
4	219 691	374 006	412 884	379 803	585 214	486 040	495 107			
5	64 933	114 942	101 005	122 866	176 922	198 162				
6	33 300	46 214	36 543	80 008	77 863					
7	9 763	18 199	24 633	41 267						
8	2 648	11 921	13 532							
9	5 996	11 346								
10	6 665									

Figure II.4.13 – Triangle des règlements, garantie incapacité

Année de dév.	Année de survenance									
	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
1	522 995	514 421	541 060	384 930	699 835	539 872	485 045	332 334	337 190	575 667
2	1 890 697	2 050 808	2 215 498	2 631 753	2 978 754	2 605 824	2 387 288	2 348 473	2 710 147	
3	2 453 023	2 764 676	3 170 398	3 610 922	3 857 684	3 614 834	3 578 798	3 729 650		
4	2 672 714	3 138 682	3 583 281	3 990 725	4 442 898	4 100 875	4 073 905			
5	2 737 647	3 253 624	3 684 286	4 113 591	4 619 819	4 299 037				
6	2 770 948	3 299 838	3 720 829	4 193 599	4 697 683					
7	2 780 711	3 318 037	3 745 462	4 234 866						
8	2 783 359	3 329 957	3 758 994							
9	2 789 354	3 341 303								
10	2 796 019									

Figure II.4.14 – Triangle des règlements cumulés, garantie incapacité

Par sa définition, les prestations relatives à la garantie incapacité sont généralement versées sur 4 ans. En effet, comme vu précédemment, règlementairement, la durée de maintien en incapacité ne peut excéder 3 ans. Un sinistre se déclarant en année N peut voir ses prestations versées jusqu'en année N+3, soit 4 années calendaires. Par ailleurs, du fait de la réassurance, et donc du délai d'enregistrement des flux par le réassureur, le nombre d'années concernées par le règlement d'un sinistre peut être augmenté.

Nous constatons que, pour la garantie incapacité, bien que plus longue que les autres garanties étudiées, l'historique de 10 ans est visiblement suffisant. En effet, étant donné le volume des règlements effectués, nous considérerons les prestations versées au-delà de la 8<sup>ème</sup> année comme marginales.

Année de dév.	Facteur de développement	Cadence de règlements
1	5,00708	11,8%
2	1,40143	59,3%
3	1,12810	83,1%
4	1,03552	93,8%
5	1,01488	97,1%
6	1,00671	98,5%
7	1,00285	99,2%
8	1,00284	99,5%
9	1,00239	99,8%

Figure II.4.15 – Cadence de règlements, garantie incapacité

Année de dév.	Année de survenance									
	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
1	522 995	514 421	541 060	384 930	699 835	539 872	485 045	332 334	337 190	575 667
2	1 890 697	2 050 808	2 215 498	2 631 753	2 978 754	2 605 824	2 387 288	2 348 473	2 710 147	2 882 410
3	2 453 023	2 764 676	3 170 398	3 610 922	3 857 684	3 614 834	3 578 798	3 729 650	3 798 071	4 039 484
4	2 672 714	3 138 682	3 583 281	3 990 725	4 442 898	4 100 875	4 073 905	4 207 417	4 284 604	4 556 942
5	2 737 647	3 253 624	3 684 286	4 113 591	4 619 819	4 299 037	4 218 592	4 356 846	4 436 774	4 718 784
6	2 770 948	3 299 838	3 720 829	4 193 599	4 697 683	4 363 007	4 281 365	4 421 677	4 502 794	4 789 001
7	2 780 711	3 318 037	3 745 462	4 234 866	4 729 211	4 392 290	4 310 100	4 451 353	4 533 015	4 821 142
8	2 783 359	3 329 957	3 758 994	4 246 954	4 742 711	4 404 828	4 322 403	4 464 060	4 545 954	4 834 904
9	2 789 354	3 341 303	3 769 657	4 259 002	4 756 164	4 417 323	4 334 664	4 476 723	4 558 850	4 848 619
10	2 796 019	3 349 287	3 778 664	4 269 178	4 767 529	4 427 877	4 345 021	4 487 419	4 569 742	4 860 204

Figure II.4.16 – Triangle des règlements cumulés complété, garantie incapacité

	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
$R_j$	0	7 984	19 670	34 312	69 846	128 840	271 117	757 770	1 859 595	4 284 537

Figure II.4.17 – Réserves à constituer par survenance, garantie incapacité

Réserves	7 433 671
----------	-----------

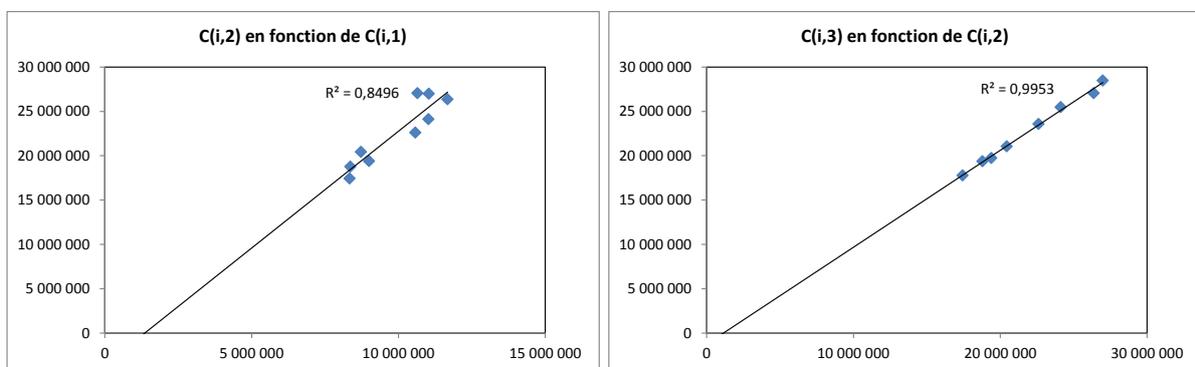
### c. Validation de la méthode de Chain Ladder

Malgré sa simplicité d'utilisation, il est important d'effectuer certaines vérifications pour valider la méthode de Chain Ladder. Nous allons retenir deux tests graphiques :

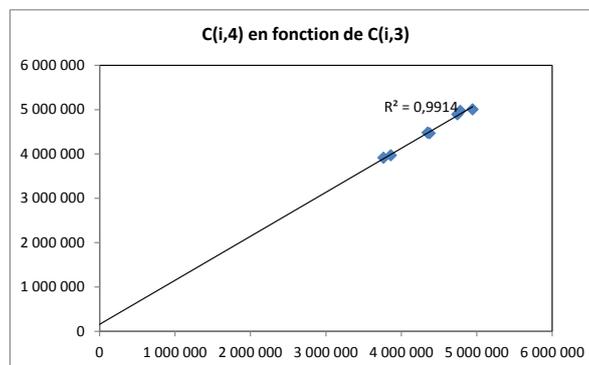
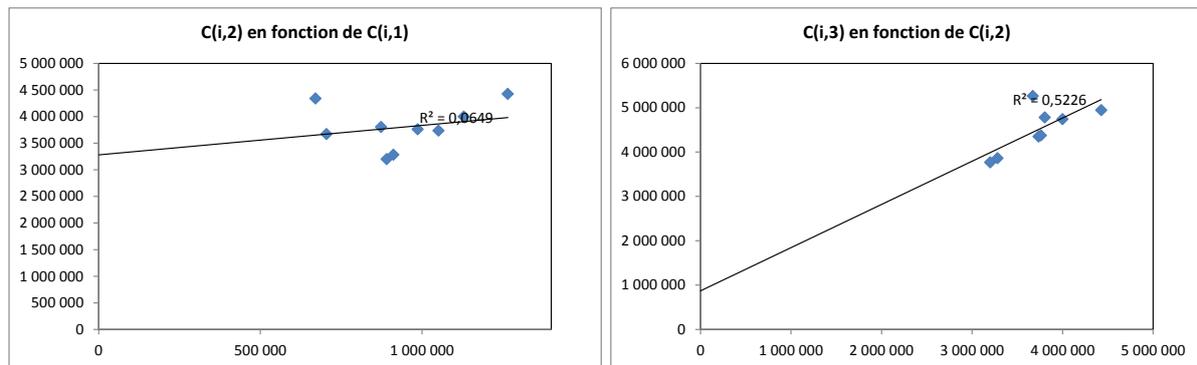
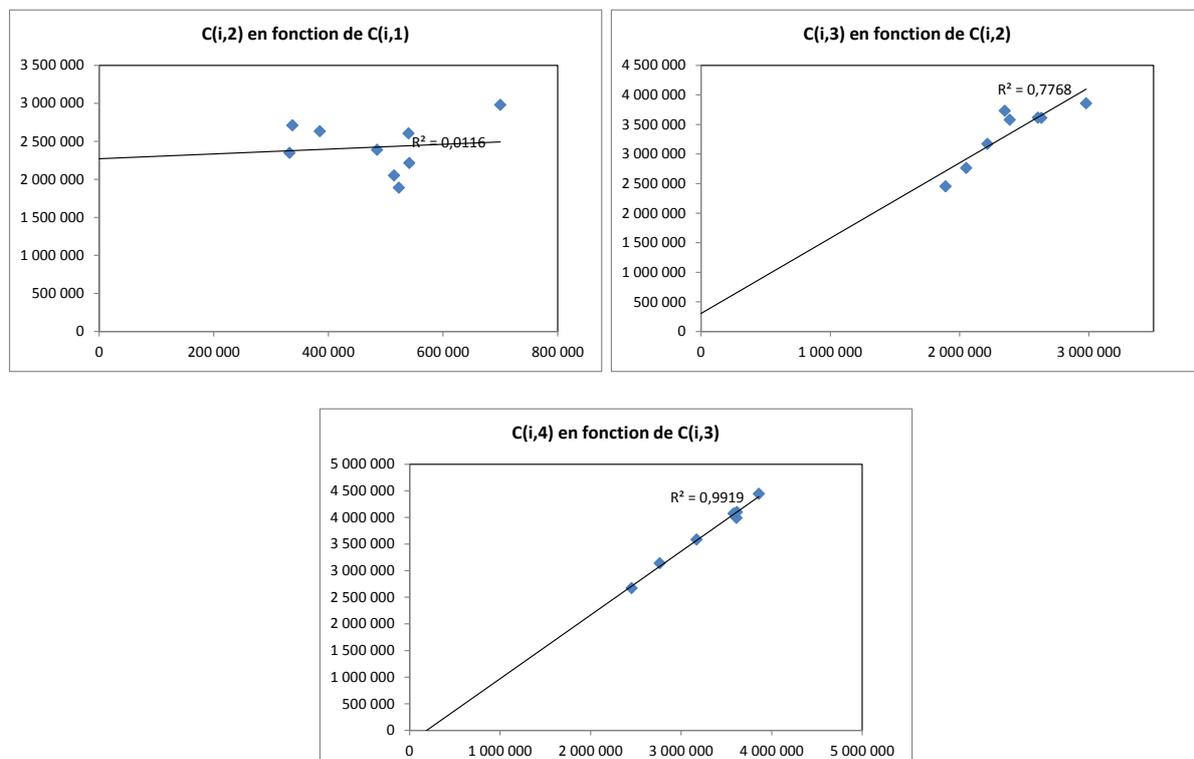
#### - Analyse des couples $(C_{i,j}, C_{i,j+1})_{i=1, \dots, n-j}$

Pour  $j$  fixé, nous avons supposé l'existence d'un coefficient  $f_j$  tel que  $C_{i,j+1} = C_{i,j} * f_j$ . Les couples  $(C_{i,j}, C_{i,j+1})_{i=1, \dots, n-j}$  doivent donc être sensiblement alignés par une droite passant par l'origine.

#### Frais de soins :



Pour la garantie frais de soins, la condition est relativement bien vérifiée dès la première année de développement. A partir de l'année de développement 2, les couples sont très bien alignés sur une droite.

**Décès :**Figure II.4.19 – Couples  $(C_{i,j}, C_{i,j+1})$ , garantie décès**Incapacité :**Figure II.4.20 – Couples  $(C_{i,j}, C_{i,j+1})$ , garantie incapacité

Pour les garanties décès et incapacité, il semblerait que pour l'année de développement 1, la condition ne soit pas vérifiée. Toutefois, à partir de l'année de développement 2, les couples sont sensiblement alignés sur une droite.

#### - Analyse des triangles de développement

Le triangle de développement est défini par les facteurs de développement individuels  $f_{i,j} = \frac{C_{i,j+1}}{C_{i,j}}$ . L'hypothèse fondamentale est vérifiée si, pour  $j = 1, \dots, n$ , les  $f_{i,j}$  sont sensiblement constants.

#### Frais de soins :

Année de dév.	Année de survénance								
	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
1	2,09120	2,24500	2,15445	2,34347	2,13838	2,18780	2,25851	2,44580	2,54145
2	1,01965	1,03143	1,01802	1,03058	1,04277	1,05586	1,02586	1,05472	
3	1,00100	1,00186	1,00519	1,00414	1,00467	1,00320	1,00208		
4	1,00025	1,00049	1,00201	0,99953	1,00021	1,00053			
5	1,00004	1,00166	1,00035	0,99979	1,00016				
6	1,00001	1,00001	0,99995	1,00030					
7	1,00000	1,00000	1,00011						
8	0,99998	1,00006							
9	1,00000								

Figure II.4.21 – Triangle de développement, garantie frais de soins

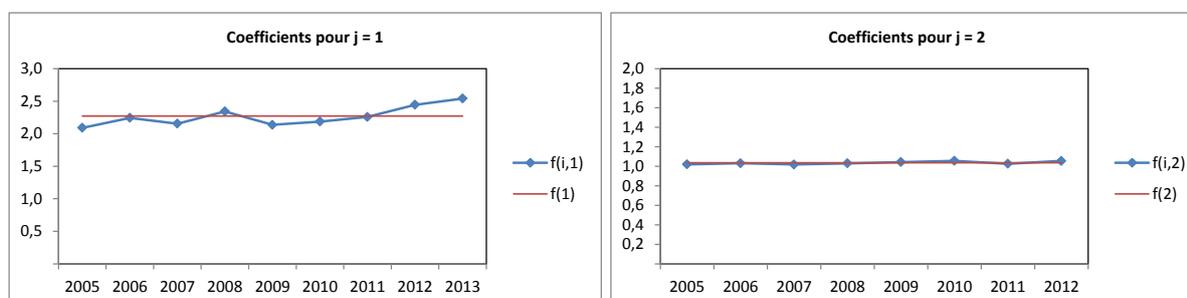


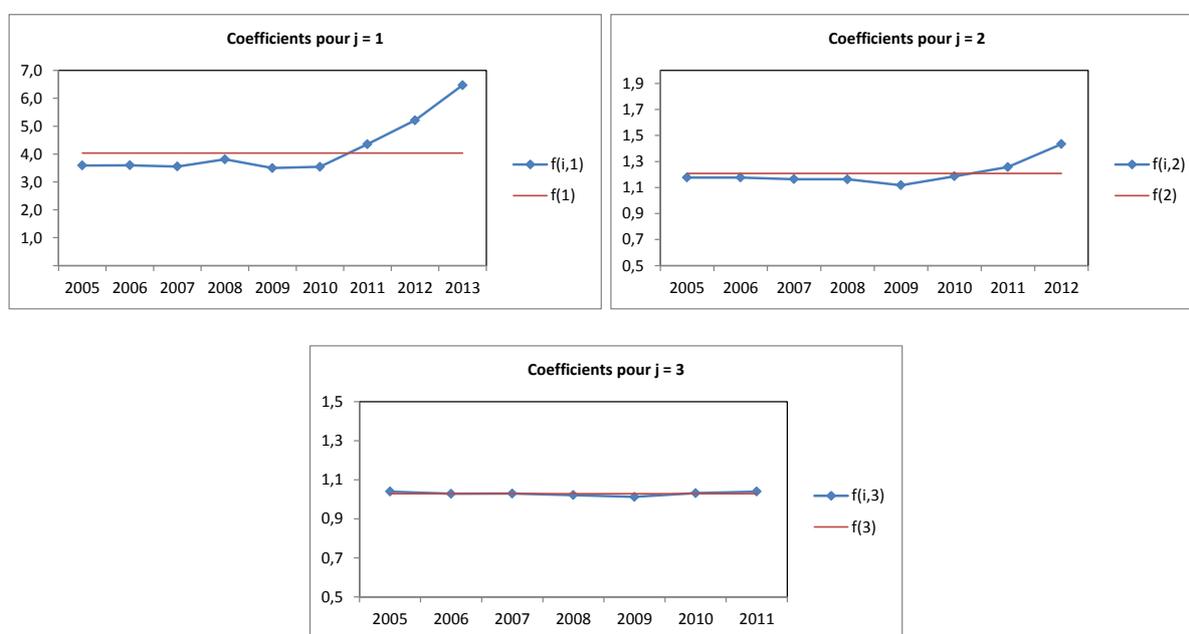
Figure II.4.22 – Coefficients  $f_{i,j}$ , garantie frais de soins

Les coefficients de développement sont sensiblement constants à partir de la première année de développement.

**Décès :**

Année de dév.	Année de survenance								
	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
1	3,59058	3,59831	3,55465	3,81210	3,49811	3,54028	4,35464	5,21153	6,47021
2	1,17673	1,17646	1,16405	1,16300	1,11730	1,18609	1,25717	1,43383	
3	1,03974	1,02863	1,02964	1,02129	1,01221	1,03139	1,03975		
4	1,00793	1,00966	1,00368	1,00615	1,02192	1,01224			
5	1,00561	1,00163	1,00587	1,00794	1,00754				
6	1,00157	1,00183	1,00221	1,00405					
7	1,00144	1,00081	1,00268						
8	1,00115	1,00080							
9	1,00032								

Figure II.4.23 – Triangle de développement, garantie décès

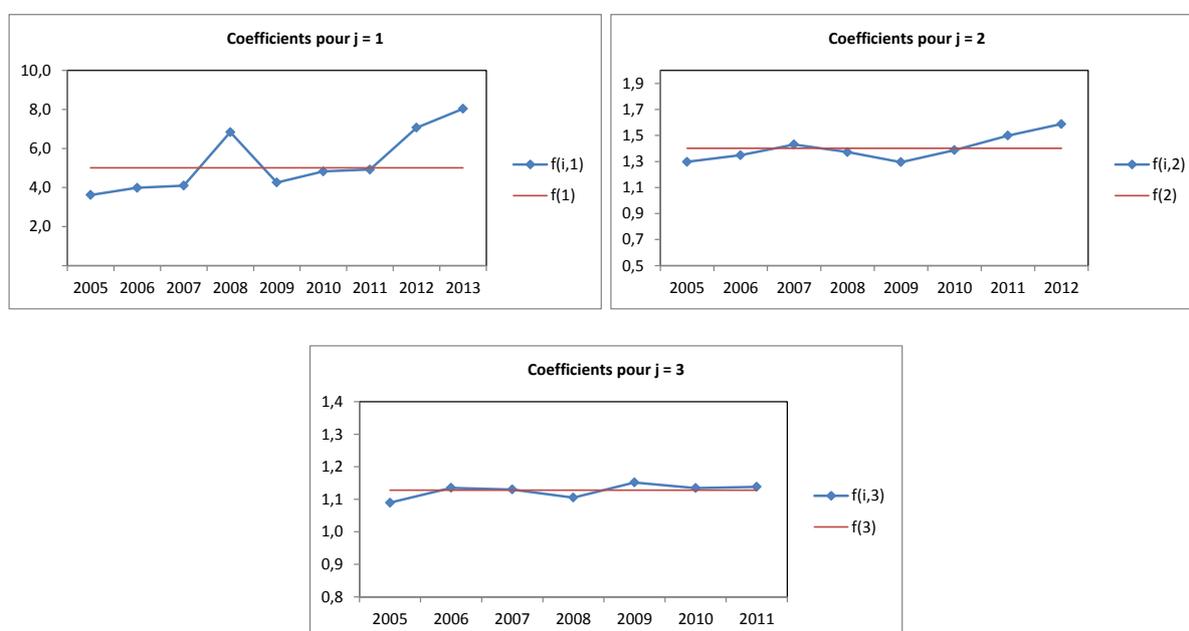
Figure II.4.24 – Coefficients  $f_{i,j}$ , garantie décès

Là encore, pour la garantie décès, les coefficients de développement ne sont pas constants pour la première année de développement. L'effet se corrige à partir de la deuxième année de développement.

**Incapacité :**

Année de dév.	Année de survenance								
	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
1	3,61514	3,98664	4,09474	6,83696	4,25636	4,82674	4,92179	7,06661	8,03745
2	1,29742	1,34809	1,43101	1,37206	1,29507	1,38721	1,49911	1,58812	
3	1,08956	1,13528	1,13023	1,10518	1,15170	1,13446	1,13834		
4	1,02429	1,03662	1,02819	1,03079	1,03982	1,04832			
5	1,01216	1,01420	1,00992	1,01945	1,01685				
6	1,00352	1,00552	1,00662	1,00984					
7	1,00095	1,00359	1,00361						
8	1,00215	1,00341							
9	1,00239								

Figure II.4.25 – Triangle de développement, garantie incapacité

Figure II.4.26 – Coefficients  $f_{i,j}$ , garantie incapacité

Nous faisons le même constat que pour la garantie décès : les coefficients de développement ne sont pas constants pour la première année de développement et l'effet se corrige à partir de la deuxième année de développement.

## 5. Estimation de l'erreur de prédiction (modèle de Mack)

### a. Définition

La méthode de Chain Ladder permet de donner une estimation moyenne des provisions à constituer. Toutefois, il est pertinent de connaître l'erreur standard de prédiction de ces estimations ; celle-ci peut traduire l'incertitude contenue dans les données. Cette mesure d'incertitude permettra par la suite de comparer nos estimations entre elles.

Pour ce faire, Thomas Mack propose dans son article de 1993 une méthode d'estimation de l'erreur de prédiction sur laquelle nous nous appuyons.

Il propose un modèle reposant sur les hypothèses suivantes :

- Hypothèse 1 : il existe des facteurs de développement  $f_j$  (cf. équation (1), partie II.4.a)
- Hypothèse 2 :

$$\forall i \neq j, \quad \{C_{i,1}, \dots, C_{i,n}\} \text{ et } \{C_{j,1}, \dots, C_{j,n}\} \text{ sont indépendants} \quad (2)$$

Il démontre que ces deux hypothèses sont les hypothèses implicites de la méthode de Chain Ladder.

Notons  $D_n$  l'ensemble des informations disponibles à la date  $n$  :

$$D_n = \{C_{i,j} / i + j \leq n + 1\}$$

La variabilité de l'estimation  $\hat{R}$  par rapport à la somme des paiements qui seront effectivement versés se mesure par l'écart quadratique moyen de prédiction :

$$mse(\hat{R}) = \mathbb{E} \left[ (R - \hat{R})^2 / D_n \right]$$

Il est à noter que l'estimation est conditionnée par  $D_n$ . Dans la suite de ce mémoire, nous travaillerons en particulier sur les données  $D_n$  pour chercher à réduire  $mse(\hat{R})$ .

De même, l'incertitude sur l'estimation des réserves par année de survenance  $\hat{R}_i$  se détermine par :

$$mse(\hat{R}_i) = \mathbb{E} \left[ (R_i - \hat{R}_i)^2 / D_n \right]$$

Or,

$$\begin{aligned} R_i - \hat{R}_i &= (C_{i,n} - C_{i,n+1-i}) - (\widehat{C}_{i,n} - C_{i,n+1-i}) \\ &= C_{i,n} - \widehat{C}_{i,n} \end{aligned}$$

D'où

$$mse(\hat{R}_i) = mse(\widehat{C}_{i,n})$$

Par ailleurs,

$$\begin{aligned} mse(\widehat{C}_{i,n}) &= \mathbb{E} \left[ (C_{i,n} - \widehat{C}_{i,n})^2 / D_n \right] \\ &= \underbrace{Var(C_{i,n} / D_n)}_{\text{Erreur de processus}} + \underbrace{[\mathbb{E}(C_{i,n} / D_n) - \widehat{C}_{i,n}]^2}_{\text{Erreur d'estimation}} \end{aligned}$$

L'incertitude sur l'estimation des réserves par année de survénance  $\widehat{R}_t$  se décompose ainsi en deux termes :

- l'erreur de processus,  $Var(C_{i,n} / D_n)$ , qui traduit la volatilité intrinsèque du modèle en mesurant l'écart des paiements espérés à la moyenne des paiements réels (autrement dit, la dispersion autour de l'espérance)
- l'erreur d'estimation,  $[\mathbb{E}(C_{i,n} / D_n) - \widehat{C}_{i,n}]^2$ , qui traduit l'erreur inhérente à l'estimation des paramètres du modèle (les coefficients de Chain Ladder utilisés étant des estimateurs  $\widehat{f}_j$  de  $f_j$ )

Pour mesurer l'erreur de prédiction, Mack introduit une hypothèse, analogue à l'Hypothèse (1), sur la variance des  $C_{i,j}$  :

- Hypothèse 3 : il existe un paramètre  $\sigma_j$  tel que

$$Var(C_{i,j+1} / C_{i,1}, \dots, C_{i,j}) = C_{i,j} * \sigma_j^2 \quad \begin{array}{l} 1 \leq i \leq n \\ 1 \leq j \leq n-1 \end{array} \quad (3)$$

Un estimateur sans biais de  $\sigma_j$  est :

$$\widehat{\sigma}_j = \frac{1}{n-j-1} \sum_{i=1}^{n-j} C_{i,j} \left( \frac{C_{i,j+1}}{C_{i,j}} - \widehat{f}_j \right)^2 \quad 1 \leq j \leq n-2$$

L'estimateur de  $\sigma_{n-1}$  peut se déterminer par extrapolation en utilisant une régression logarithmique ou alors en supposant que  $\frac{\widehat{\sigma}_{n-3}}{\widehat{\sigma}_{n-2}} = \frac{\widehat{\sigma}_{n-2}}{\widehat{\sigma}_{n-1}}$ , ce qui induit :

$$\widehat{\sigma}_{n-1}^2 = \min \left( \frac{\widehat{\sigma}_{n-2}^4}{\widehat{\sigma}_{n-3}^2}, \min(\widehat{\sigma}_{n-3}^2, \widehat{\sigma}_{n-2}^2) \right)$$

A noter : pour les applications numériques de ce mémoire, nous utiliserons les régressions logarithmiques.

Sous les hypothèses (1), (2) et (3), les erreurs de prédiction des réserves par année de survénance  $mse(R_i)$  sont estimées par :

$$mse(\widehat{R}_t) = \widehat{C}_{i,n}^2 \sum_{j=n+1-i}^{n-1} \frac{\widehat{\sigma}_j^2}{\widehat{f}_j^2} \left( \frac{1}{\widehat{C}_{i,j}} + \frac{1}{\sum_{k=1}^{n-j} C_{k,j}} \right)$$

Cette expression est la somme de deux termes principaux, dont le premier correspond à l'erreur de processus et le second à l'erreur d'estimation.

Nous définissons l'erreur standard  $s.e.(\widehat{R}_i)$  et l'erreur standard relative  $r.s.e.(\widehat{R}_i)$  de l'estimation des  $R_i$  par :

$$\text{erreur standard : } s.e.(\widehat{R}_i) = \sqrt{\widehat{mse}(\widehat{R}_i)}$$

$$\text{erreur standard relative : } r.s.e.(\widehat{R}_i) = \frac{\sqrt{\widehat{mse}(\widehat{R}_i)}}{\widehat{R}_i}$$

Enfin, l'erreur de prédiction des réserves  $mse(R)$  s'estime par :

$$\widehat{mse}(\widehat{R}) = \sum_{i=2}^n \left\{ (s.e.(\widehat{R}_i))^2 + \widehat{C}_{i,n} \left( \sum_{k=i+1}^n \widehat{C}_{k,n} \right) \sum_{j=n+1-i}^{n-1} \frac{\widehat{\sigma}_j^2}{\widehat{f}_j^2} \left( \frac{2}{\sum_{k=1}^{n-j} C_{k,j}} \right) \right\}$$

N.B. : Se référer à l'article de Mack pour les démonstrations.

De même, nous définissons l'erreur standard  $s.e.(\widehat{R})$  et l'erreur standard relative  $r.s.e.(\widehat{R})$  de l'estimation de  $R$  par :

$$\text{erreur standard : } s.e.(\widehat{R}) = \sqrt{\widehat{mse}(\widehat{R})}$$

$$\text{erreur standard relative : } r.s.e.(\widehat{R}) = \frac{\sqrt{\widehat{mse}(\widehat{R})}}{\widehat{R}}$$

### b. Application

Nous appliquons le modèle de Mack et estimons l'erreur de prédiction ainsi que l'erreur standard relative de chaque garantie.

#### Frais de soins :

Année de survénance	Réserves estimées $R_i$	Erreur de processus	Erreur d'estimation	Erreur de prédiction $s.e.(R_i)$	Erreur standard relative $r.s.e.(R_i)$
2005	0	0	0	0	0,0%
2006	29	180	189	261	887,6%
2007	495	1 181	874	1 469	296,5%
2008	1 315	1 737	1 196	2 109	160,4%
2009	3 219	3 954	2 347	4 598	142,8%
2010	13 299	16 924	8 603	18 985	142,8%
2011	27 360	25 957	12 727	28 909	105,7%
2012	119 583	46 333	21 102	50 912	42,6%
2013	1 097 719	370 240	145 476	397 795	36,2%
2014	15 231 512	1 696 983	601 646	1 800 481	11,8%
<b>Total</b>	<b>16 494 532</b>	<b>1 737 802</b>	<b>653 402</b>	<b>1 856 581</b>	<b>11,26%</b>

Figure II.5.1 – Synthèse du modèle de Mack, garantie frais de soins

#### Décès :

Année de survénance	Réserves estimées $R_i$	Erreur de processus	Erreur d'estimation	Erreur de prédiction $s.e.(R_i)$	Erreur standard relative $r.s.e.(R_i)$
2005	0	0	0	0	0,0%
2006	1 276	295	296	418	32,8%
2007	5 856	1 097	860	1 394	23,8%
2008	13 524	4 357	2 683	5 117	37,8%
2009	28 043	7 072	4 230	8 241	29,4%
2010	56 130	13 440	6 812	15 067	26,8%
2011	109 558	34 469	15 318	37 720	34,4%
2012	269 876	61 124	26 372	66 570	24,7%
2013	1 169 658	423 145	161 720	452 995	38,7%
2014	3 310 116	1 075 734	333 932	1 126 372	34,0%
<b>Total</b>	<b>4 964 036</b>	<b>1 158 201</b>	<b>426 854</b>	<b>1 234 356</b>	<b>24,87%</b>

Figure II.5.2 – Synthèse du modèle de Mack, garantie décès

**Incapacité :**

Année de survénance	Réserves estimées $R_i$	Erreur de processus	Erreur d'estimation	Erreur de prédiction $s.e.(R_i)$	Erreur standard relative $r.s.e.(R_i)$
2005	0	0	0	0	0,0%
2006	7 984	696	761	1 031	12,9%
2007	19 670	3 088	2 503	3 975	20,2%
2008	34 312	6 386	4 572	7 854	22,9%
2009	69 846	12 777	8 100	15 129	21,7%
2010	128 840	19 775	10 607	22 440	17,4%
2011	271 117	39 672	18 150	43 626	16,1%
2012	757 770	86 846	36 176	94 079	12,4%
2013	1 859 595	320 305	121 731	342 657	18,4%
2014	4 284 537	1 337 443	488 517	1 423 869	33,2%
<b>Total</b>	<b>7 433 671</b>	<b>1 378 793</b>	<b>544 410</b>	<b>1 482 381</b>	<b>19,94%</b>

Figure II.5.3 – Synthèse du modèle de Mack, garantie incapacité

Nous constatons que, selon les garanties étudiées, l'erreur de prédiction peut être relativement élevée, comme pour le décès ou l'incapacité. Cela est notamment lié au non-alignement des coefficients de développement du modèle, comme vu précédemment, qui, traduisant une volatilité des écoulements des règlements, impacte l'erreur de processus.

Nous allons alors chercher à réduire l'incertitude du modèle. Pour ce faire, nous cherchons à utiliser des cadences de règlements plus appropriées.

## 6. Nouvelle approche : estimation à partir des années cédantes

### a. Intérêt

Au vu des premiers résultats, nous constatons que les estimations construites à partir des triangles de règlement comptable sont très volatiles, en raison d'irrégularité dans les cadences.

Pour pallier ce problème, nous allons construire nos triangles de règlements en nous plaçant d'un point de vue cédante : les années de développement utilisées seront calculées à partir des dates de règlement des cédantes. De fait, les cadences seront plus proches d'un cadencement classique lié à de la gestion en direct des règlements de sinistres.

Le but de cette approche est de supprimer un maillon dans la chaîne « réassureur / assuré » (cf. partie II.2.a).

Afin de vérifier dans un premier temps la pertinence de cette approche, nous allons appliquer le modèle de Mack aux données extraites au 31 décembre 2014 du système d'information du cessionnaire.

### b. Application au portefeuille étudié

#### Frais de soins :

Année de dév.	Année de survenance									
	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
1	13 663 380	14 898 410	15 359 246	16 650 029	18 748 247	20 064 088	21 290 630	22 668 554	22 092 584	11 153 784
2	3 948 750	4 372 519	4 335 851	4 286 714	4 746 530	5 308 702	5 627 125	5 485 071	4 958 889	
3	185 042	120 559	126 126	153 574	170 599	144 193	174 686	308 524		
4	-4 451	21 791	8 991	38 466	17 840	38 203	10 552			
5	4 410	-251	52 956	2 831	9 286	5 310				
6	273	34 601	179	6 368	-362					
7	182	-131	779	2 537						
8	88	38	1 323							
9	-396	1 221								
10	0									

Figure II.6.1 – Triangle des règlements (années cédantes), garantie frais de soins

Notons que, pour chaque année de survenance, les montants totaux des règlements sont les mêmes que ceux du triangle des règlements de la partie II.4.b (cf. figure II.4.3) ; seule la répartition des règlements par année de développement change.

Le triangle des règlements nous donne les facteurs de développements suivants :

Année de dév.	Facteur de développement	Cadence de règlements
1	1,26034	78,6%
2	1,00762	99,1%
3	1,00085	99,8%
4	1,00059	99,9%
5	1,00040	100,0%
6	1,00004	100,0%
7	1,00003	100,0%
8	1,00002	100,0%
9	1,00000	100,0%

Figure II.6.2 – Cadence de règlements (années cédantes), garantie frais de soins

Nous constatons que les prestations sont réglées beaucoup plus rapidement que celles issues des triangles de règlements comptables : 99 % des prestations sont réglées durant les 2 premières années de développement.

En complétant les triangles des règlements cumulés, nous obtenons les résultats suivants :

Année de dév.	Année de survenance									
	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
1	13 663 380	14 898 410	15 359 246	16 650 029	18 748 247	20 064 088	21 290 630	22 668 554	22 092 584	11 153 784
2	17 612 131	19 270 929	19 695 097	20 936 744	23 494 777	25 372 790	26 917 755	28 153 625	27 051 473	14 057 612
3	17 797 172	19 391 488	19 821 223	21 090 318	23 665 376	25 516 983	27 092 441	28 462 149	27 257 698	14 164 779
4	17 792 721	19 413 280	19 830 214	21 128 784	23 683 216	25 555 186	27 102 994	28 486 374	27 280 898	14 176 835
5	17 797 131	19 413 029	19 883 170	21 131 615	23 692 503	25 560 496	27 118 851	28 503 042	27 296 860	14 185 130
6	17 797 404	19 447 630	19 883 349	21 137 984	23 692 141	25 570 794	27 129 777	28 514 525	27 307 857	14 190 845
7	17 797 586	19 447 499	19 884 129	21 140 521	23 693 160	25 571 894	27 130 944	28 515 752	27 309 032	14 191 455
8	17 797 674	19 447 538	19 885 451	21 141 057	23 693 761	25 572 543	27 131 633	28 516 475	27 309 725	14 191 815
9	17 797 279	19 448 759	19 885 892	21 141 525	23 694 286	25 573 109	27 132 234	28 517 107	27 310 330	14 192 130
10	17 797 279	19 448 759	19 885 892	21 141 526	23 694 287	25 573 110	27 132 234	28 517 108	27 310 330	14 192 130

Figure II.6.3 – Triangle des règlements cumulés (années cédantes) complété, garantie frais de soins

L'analyse des couples  $(C_{i,j}, C_{i,j+1})_{i=1, \dots, n-j}$  montre un parfait alignement des points, et ce dès la première année de développement.

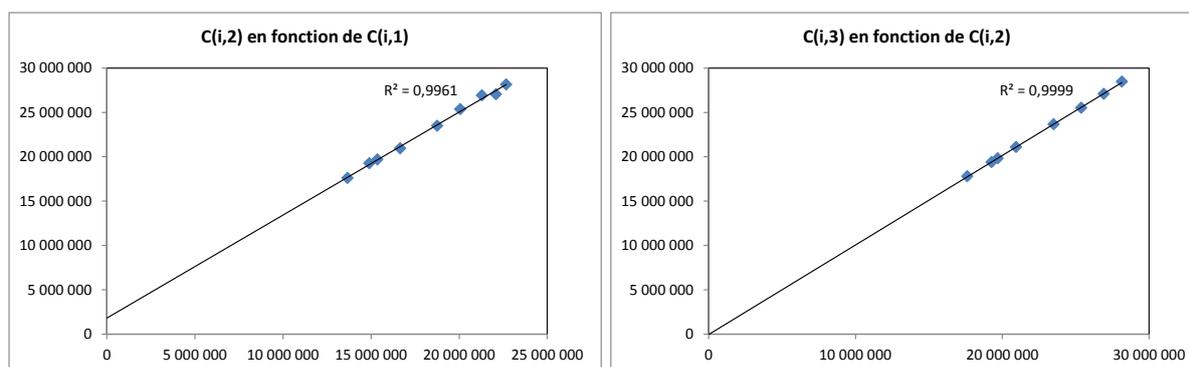


Figure II.6.4 – Couples  $(C_{i,j}, C_{i,j+1})$  (années cédantes), garantie frais de soins

Enfin, les coefficients de développement sont visiblement constants, également dès la première année de développement.

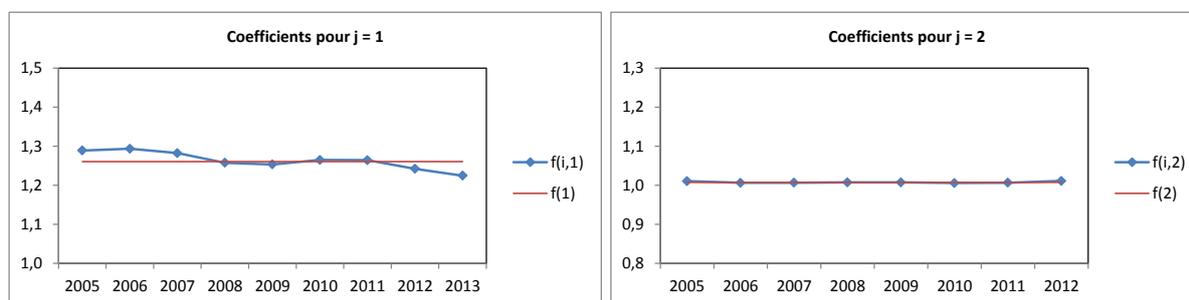


Figure II.6.5 – Coefficients  $f_{i,j}$  (années cédantes), garantie frais de soins

Nous en déduisons finalement les résultats issus du modèle de Mack suivants :

Année de survenance	Réserves estimées $R_i$	Erreur de processus	Erreur d'estimation	Erreur de prédiction $s.e.(R_i)$	Erreur standard relative $r.s.e.(R_i)$
2005	0	0	0	0	0,0%
2006	0	228	238	330	71500,8%
2007	441	1 178	879	1 470	333,2%
2008	1 005	1 422	1 037	1 760	175,1%
2009	2 146	1 947	1 346	2 367	110,3%
2010	12 614	17 460	8 806	19 555	155,0%
2011	29 241	29 797	14 400	33 095	113,2%
2012	54 958	35 094	16 855	38 931	70,8%
2013	258 858	61 150	25 341	66 192	25,6%
2014	3 038 346	324 844	84 598	335 679	11,0%
<b>Total</b>	<b>3 397 609</b>	<b>334 207</b>	<b>107 579</b>	<b>351 095</b>	<b>10,33%</b>

Figure II.6.6 – Synthèse du modèle de Mack (années cédantes), garantie frais de soins

Nous constatons que, toutes survenances confondues, l'erreur de prédiction et l'erreur standard relative sont inférieures aux estimations faites à partir des triangles de règlements comptables (-0,93 % d'erreur standard relative).

En observant les résultats par année de survenance, nous constatons que l'erreur de prédiction, de même que l'erreur standard relative, est également réduite pour les années de survenance les plus récentes (2013 et 2014). Notons que, pour les années de survenance plus anciennes, en raison de la vitesse d'écoulement des prestations, le montant des réserves estimé à fin 2014 est relativement faible, voire non significatif ; cela explique notamment que leurs erreurs standards respectives soient relativement importantes (en particulier pour l'année 2006).

Notons en outre une différence importante du montant de réserves estimées entre les deux approches (3,4 M contre 16,5 M dans la partie II.4.b, cf. figure II.4.7) que nous expliquerons dans la partie suivante (II.6.c).

**Décès :**

Année de dév.	Année de survenance									
	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
1	2 376 448	2 224 804	2 568 040	2 599 743	3 127 974	2 795 480	2 776 689	2 684 597	2 609 696	803 356
2	1 303 179	1 575 070	1 697 729	1 662 138	1 731 807	1 812 211	1 845 018	2 332 369	1 729 049	
3	221 817	154 867	156 656	179 000	129 670	263 355	311 156	246 370		
4	33 482	31 531	57 941	51 186	115 154	63 911	37 213			
5	25 431	21 235	37 583	27 464	31 891	15 957				
6	7 898	12 759	10 444	24 071	17 367					
7	14 544	4 474	11 018	5 064						
8	-677	3 440	3 142							
9	2 868	899								
10	253									

Figure II.6.7 – Triangle des règlements (années cédantes), garantie décès

Le triangle des règlements nous donne les facteurs de développements suivants :

Année de dév.	Facteur de développement	Cadence de règlements
1	1,66020	56,1%
2	1,04736	93,2%
3	1,01239	97,6%
4	1,00592	98,8%
5	1,00328	99,4%
6	1,00206	99,7%
7	1,00047	99,9%
8	1,00047	99,9%
9	1,00006	100,0%

Figure II.6.8 – Cadence de règlements (années cédantes), garantie décès

Nous constatons que les prestations sont réglées beaucoup plus rapidement que celles issues des triangles de règlements comptables : 93 % des prestations sont réglées durant les 2 premières années de développement (contre 79 % avec le triangle de règlements comptables).

En complétant les triangles des règlements cumulés, nous obtenons les résultats suivants :

Année de dév.	Année de survenance									
	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
1	2 376 448	2 224 804	2 568 040	2 599 743	3 127 974	2 795 480	2 776 689	2 684 597	2 609 696	803 356
2	3 679 627	3 799 875	4 265 769	4 261 881	4 859 781	4 607 691	4 621 708	5 016 966	4 338 745	1 333 729
3	3 901 444	3 954 742	4 422 425	4 440 881	4 989 451	4 871 047	4 932 864	5 263 336	4 544 219	1 396 891
4	3 934 925	3 986 273	4 480 366	4 492 067	5 104 605	4 934 958	4 970 077	5 328 545	4 600 518	1 414 198
5	3 960 356	4 007 507	4 517 950	4 519 532	5 136 496	4 950 915	4 999 522	5 360 113	4 627 773	1 422 576
6	3 968 254	4 020 267	4 528 394	4 543 603	5 153 863	4 967 135	5 015 901	5 377 673	4 642 934	1 427 236
7	3 982 798	4 024 741	4 539 412	4 548 667	5 164 466	4 977 354	5 026 220	5 388 737	4 652 487	1 430 173
8	3 982 121	4 028 180	4 542 554	4 550 808	5 166 897	4 979 697	5 028 586	5 391 273	4 654 676	1 430 846
9	3 984 989	4 029 079	4 544 690	4 552 947	5 169 326	4 982 038	5 030 950	5 393 808	4 656 864	1 431 519
10	3 985 242	4 029 334	4 544 978	4 553 236	5 169 654	4 982 354	5 031 269	5 394 150	4 657 160	1 431 609

Figure II.6.9 – Triangle des règlements cumulés complété (années cédantes), garantie décès

L'analyse des couples  $(C_{i,j}, C_{i,j+1})_{i=1, \dots, n-j}$  montre un bon alignement des points dès la première année de développement.

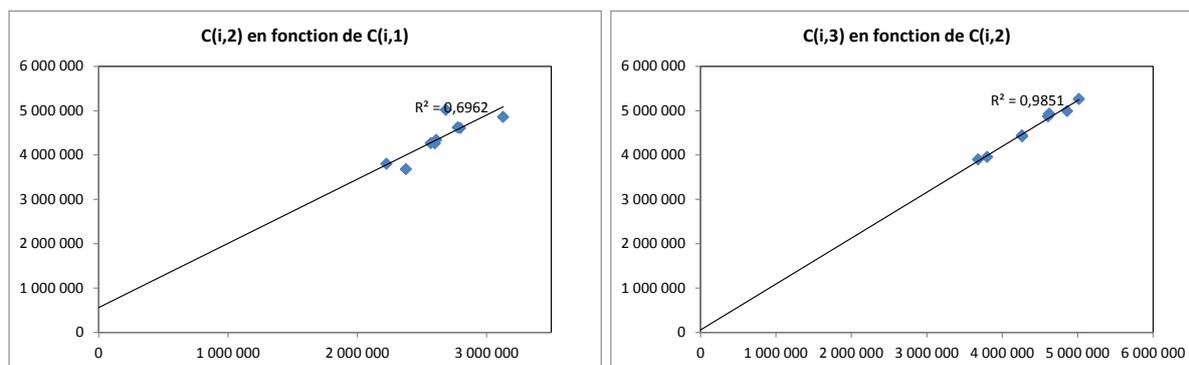


Figure II.6.10 – Couples  $(C_{i,j}, C_{i,j+1})$  (années cédantes), garantie décès

Enfin, les coefficients de développement sont visiblement constants, également dès la première année de développement.

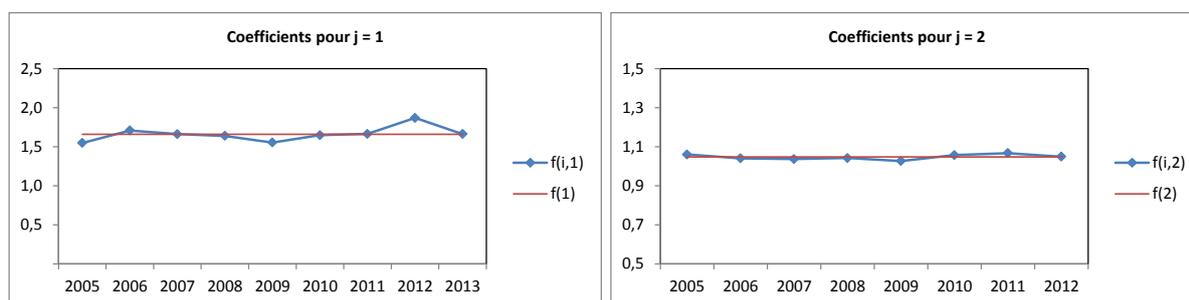


Figure II.6.11 – Coefficients  $f_{i,j}$  (années cédantes), garantie décès

Nous en déduisons finalement les résultats issus du modèle de Mack suivants :

Année de survenance	Réserves estimées $R_i$	Erreur de processus	Erreur d'estimation	Erreur de prédiction $s.e.(R_i)$	Erreur standard relative $r.s.e.(R_i)$
2005	0	0	0	0	0,0%
2006	256	480	483	681	266,4%
2007	2 424	1 584	1 253	2 020	83,3%
2008	4 569	2 845	1 897	3 419	74,8%
2009	15 791	6 409	3 778	7 439	47,1%
2010	31 439	8 757	4 642	9 911	31,5%
2011	61 192	12 003	5 854	13 355	21,8%
2012	130 814	29 978	12 794	32 594	24,9%
2013	318 415	67 287	24 199	71 506	22,5%
2014	628 254	152 400	28 168	154 981	24,7%
<b>Total</b>	<b>1 193 153</b>	<b>170 072</b>	<b>53 233</b>	<b>178 209</b>	<b>14,94%</b>

Figure II.6.12 – Synthèse du modèle de Mack (années cédantes), garantie décès

Nous constatons que, toutes survenances confondues, l'erreur de prédiction, de même que l'erreur standard relative, sont bien moindres par rapport aux estimations faites à partir des triangles de règlements comptables (-9,93 % d'erreur standard relative).

Notons également que, comme pour la garantie frais de soins, pour les années de survenance pour lesquelles le montant de réserves estimé à fin 2014 est faible (2009 et antérieures), l'erreur standard est relativement importante.

De même que pour la garantie frais de soins, notons le niveau relativement faible des réserves estimées (1,2 M) par rapport aux réserves estimées dans la partie II.4.b (5,0 M, cf. figure II.4.12).

**Incapacité :**

Année de dév.	Année de survenance									
	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
1	967 548	1 075 606	1 169 739	1 283 481	1 445 860	1 189 236	1 185 565	1 192 351	1 203 497	575 667
2	1 170 566	1 361 168	1 584 965	1 802 618	1 976 837	1 961 111	1 912 959	1 972 717	1 506 651	
3	431 324	540 515	630 510	703 448	856 129	745 920	749 403	564 581		
4	146 508	225 872	250 276	276 145	268 556	312 347	225 978			
5	40 785	66 046	64 332	89 913	100 802	90 423				
6	17 972	40 547	33 833	58 463	49 498					
7	5 150	12 586	14 324	20 798						
8	4 510	10 037	11 016							
9	6 168	8 926								
10	5 488									

Figure II.6.13 – Triangle des règlements (années cédantes), garantie incapacité

Le triangle des règlements nous donne les facteurs de développements suivants :

Année de dév.	Facteur de développement	Cadence de règlements
1	2,42348	30,2%
2	1,22457	73,3%
3	1,06893	89,7%
4	1,02021	95,9%
5	1,01081	97,9%
6	1,00377	98,9%
7	1,00260	99,3%
8	1,00247	99,6%
9	1,00197	99,8%

Figure II.6.14 – Cadence de règlements (années cédantes), garantie incapacité

De même que pour la garantie décès, nous constatons que les prestations sont réglées beaucoup plus rapidement que celles issues des triangles de règlements comptables : 30 %, 73 % et 90 % des prestations sont réglées durant respectivement les 1, 2 ou 3 premières années de développement (contre 12 %, 59 % et 83 % avec les triangle de règlements comptable).

En complétant les triangles des règlements cumulés, nous obtenons les résultats suivants :

Année de dév.	Année de survénance									
	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
1	967 548	1 075 606	1 169 739	1 283 481	1 445 860	1 189 236	1 185 565	1 192 351	1 203 497	575 667
2	2 138 114	2 436 774	2 754 703	3 086 098	3 422 697	3 150 347	3 098 524	3 165 069	2 710 147	1 395 119
3	2 569 438	2 977 289	3 385 213	3 789 547	4 278 826	3 896 266	3 847 927	3 729 650	3 318 772	1 708 424
4	2 715 946	3 203 161	3 635 489	4 065 692	4 547 383	4 208 613	4 073 905	3 986 741	3 547 540	1 826 189
5	2 756 731	3 269 207	3 699 821	4 155 605	4 648 185	4 299 037	4 156 252	4 067 326	3 619 248	1 863 103
6	2 774 703	3 309 753	3 733 654	4 214 068	4 697 683	4 345 511	4 201 183	4 111 296	3 658 374	1 883 244
7	2 779 853	3 322 340	3 747 978	4 234 866	4 715 378	4 361 880	4 217 008	4 126 783	3 672 155	1 890 338
8	2 784 363	3 332 377	3 758 994	4 245 856	4 727 616	4 373 201	4 227 953	4 137 493	3 681 685	1 895 244
9	2 790 531	3 341 303	3 768 270	4 256 334	4 739 282	4 383 992	4 238 386	4 147 703	3 690 770	1 899 920
10	2 796 019	3 347 874	3 775 681	4 264 705	4 748 603	4 392 614	4 246 721	4 155 860	3 698 028	1 903 657

Figure II.6.15 – Triangle des règlements cumulés complété (années cédantes), garantie incapacité

L'analyse des couples  $(C_{i,j}, C_{i,j+1})_{i=1, \dots, n-j}$  montre un bon alignement des points, et ce dès la première année de développement.

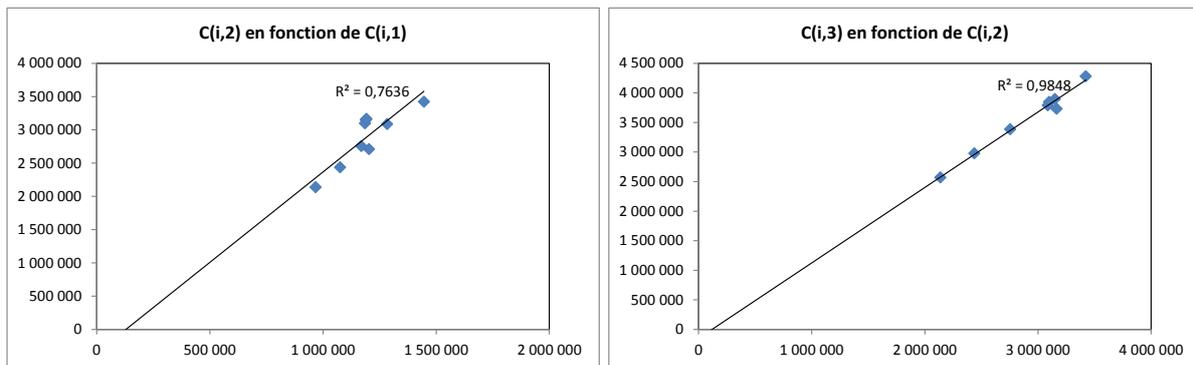


Figure II.6.16 – Couples  $(C_{i,j}, C_{i,j+1})$  (années cédantes), garantie incapacité

Enfin, les coefficients de développement sont visiblement constants, également dès la première année de développement.

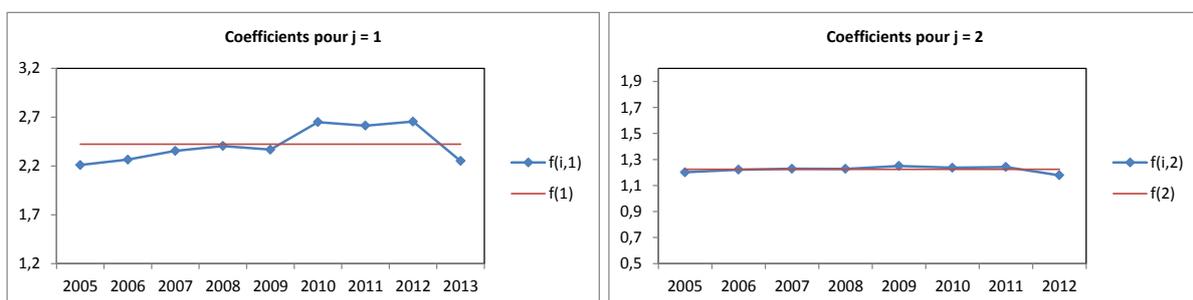


Figure II.6.17 – Coefficients  $f_{i,j}$  (années cédantes), garantie incapacité

Nous en déduisons finalement les résultats issus du modèle de Mack suivants :

Année de survenance	Réserves estimées $R_i$	Erreur de processus	Erreur d'estimation	Erreur de prédiction $s.e.(R_i)$	Erreur standard relative $r.s.e.(R_i)$
2005	0	0	0	0	0,0%
2006	6 571	431	471	638	9,7%
2007	16 687	1 199	1 019	1 573	9,4%
2008	29 839	3 079	2 168	3 766	12,6%
2009	50 920	5 985	3 780	7 078	13,9%
2010	93 577	12 563	6 415	14 106	15,1%
2011	172 817	16 374	7 713	18 099	10,5%
2012	426 210	37 615	15 189	40 566	9,5%
2013	987 881	82 690	28 860	87 582	8,9%
2014	1 327 989	203 865	47 591	209 347	15,8%
<b>Total</b>	<b>3 112 492</b>	<b>224 247</b>	<b>75 137</b>	<b>236 500</b>	<b>7,60%</b>

Figure II.6.18 – Synthèse du modèle de Mack (années cédantes), garantie incapacité

Nous constatons que, toutes survenances confondues, l'erreur de prédiction, de même que l'erreur standard relative, sont bien moindres par rapport aux estimations faites à partir des triangles de règlements comptables (-12,34 % d'erreur standard relative).

Comme pour les garanties frais de soins et décès, nous notons que les réserves estimées (3,1 M) sont également relativement faibles par rapport aux réserves estimées dans la partie II.4.b (7,4 M, cf. figure II.4.17) et détaillons ce point dans la partie suivante.

### c. Limite de cette méthode

L'estimation du provisionnement par la méthode de Chain Ladder semble plus appropriée lorsqu'elle est appliquée au triangle des règlements par année de développement cédante plutôt que par année « comptable » (*i.e.* du cessionnaire).

En effet, nous venons de voir que, pour l'ensemble des garanties étudiées, et ayant chacune un écoulement différent, l'erreur de prédiction intrinsèque au modèle est plus faible.

		Méthode "Année comptable"	Méthode "Année cédante"	écart
Frais de soins	Réserves estimées	16 494 532	3 397 609	-13 096 924
	Erreur de prédiction	1 856 581	351 095	-1 505 486
	Erreur standard relative	11,26%	10,33%	-0,92%
	"Charge ultime estimée"	237 789 579	224 692 655	-13 096 924 / -5,5%
Décès	Réserves estimées	4 964 036	1 193 153	-3 770 883
	Erreur de prédiction	1 234 356	178 209	-1 056 147
	Erreur standard relative	24,87%	14,94%	-9,93%
	"Charge ultime estimée"	47 549 869	43 778 986	-3 770 883 / -7,9%
Incapacité	Réserves estimées	7 433 671	3 112 492	-4 321 180
	Erreur de prédiction	1 482 381	236 500	-1 245 881
	Erreur standard relative	19,94%	7,60%	-12,34%
	"Charge ultime estimée"	41 650 942	37 329 762	-4 321 180 / -10,4%

Figure II.6.19 – Tableau comparatif des résultats Chain Ladder (année comptable vs. année cédante)

Remarque : dans le tableau ci-dessus, la « charge ultime estimée » représente la somme, toutes survenances confondues, des prestations déjà versées ainsi que des provisions à constituer. Celle-ci nous permet de relativiser l'écart de réserves estimées entre les deux méthodes.

Comme constaté précédemment, bien que l'erreur de prédiction intrinsèque de la méthode « année cédante » soit plus faible, l'écart des provisions estimées entre les deux méthodes est relativement important ; cela soulève la question de la pertinence du niveau de provisions déterminé.

Pour donner un ordre de grandeur de l'erreur d'estimation commise, nous réalisons un *back-testing* du modèle.

Ainsi, nous appliquons la méthode de Chain Ladder, cadencé en fonction des années de développement des cédantes, sur les données extraites au 31 décembre 2013 du système d'information du cessionnaire. Nous nous concentrerons sur la garantie frais de soins.

Le triangle de prestations étudié est le suivant :

Année de dév.	Année de survenance									
	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
1	14 043 897	13 663 380	14 898 410	15 359 246	16 650 029	18 748 247	20 064 088	21 290 630	22 387 942	10 644 129
2	3 878 392	3 948 750	4 372 519	4 335 851	4 286 714	4 746 530	5 308 702	5 627 186	4 597 519	
3	71 507	185 042	120 559	126 126	153 574	170 599	142 784	128 880		
4	-16 044	-4 451	21 791	8 991	38 466	17 815	31 273			
5	10 684	4 410	-251	52 956	2 831	5 214				
6	4 739	273	34 601	179	2 536					
7	718	182	-131	-11						
8	-541	88	7							
9	8	-422								
10	-11									

Figure II.6.20 – Triangle des règlements (années cédantes), garantie frais de soins, au 31 décembre 2013

Nous obtenons le triangle de règlements cumulés complété suivant :

Année de dév.	Année de survenance									
	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
1	14 043 897	13 663 380	14 898 410	15 359 246	16 650 029	18 748 247	20 064 088	21 290 630	22 387 942	10 644 129
2	17 922 289	17 612 131	19 270 929	19 695 097	20 936 744	23 494 777	25 372 790	26 917 816	26 985 461	13 428 855
3	17 993 796	17 797 172	19 391 488	19 821 223	21 090 318	23 665 376	25 515 574	27 046 696	27 158 680	13 515 054
4	17 977 752	17 792 721	19 413 280	19 830 214	21 128 784	23 683 191	25 546 846	27 064 911	27 176 971	13 524 156
5	17 988 436	17 797 131	19 413 029	19 883 170	21 131 615	23 688 404	25 563 016	27 082 042	27 194 172	13 532 716
6	17 993 175	17 797 404	19 447 630	19 883 349	21 134 151	23 698 826	25 574 263	27 093 957	27 206 136	13 538 670
7	17 993 893	17 797 586	19 447 499	19 883 339	21 134 365	23 699 065	25 574 521	27 094 231	27 206 411	13 538 807
8	17 993 352	17 797 674	19 447 506	19 883 178	21 134 194	23 698 874	25 574 314	27 094 012	27 206 192	13 538 698
9	17 993 360	17 797 252	19 447 281	19 882 948	21 133 950	23 698 600	25 574 019	27 093 699	27 205 877	13 538 541
10	17 993 349	17 797 241	19 447 270	19 882 936	21 133 937	23 698 586	25 574 003	27 093 682	27 205 861	13 538 533

Figure II.6.21 – Triangle des règlements cumulés complété (années cédantes), garantie frais de soins, au 31 décembre 2013

	Année de survenance									
	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	
Charge ultime estimée au 31/12/2013	17 797 241	19 447 270	19 882 936	21 133 937	23 698 586	25 574 003	27 093 682	27 205 861	13 538 533	
Charge ultime estimée au 31/12/2014	17 797 279	19 448 759	19 885 892	21 141 526	23 694 287	25 573 110	27 132 234	28 517 108	27 310 330	
écart	38	1 489	2 956	7 589	-4 299	-893	38 552	1 311 247	13 771 798	
	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,1%	4,8%	101,7%	

Figure II.6.22 – Comparaison des charges ultimes estimées au 31/12/2013 vs. 31/12/2014, garantie frais de soins

Nous constatons que pour les années de survenance 2011 et antérieures la charge est relativement bien estimée en 2013 ; l'erreur, en comparant avec les estimations faites avec une année d'information en plus, est quasi nulle. L'écart pour la survenance 2012, de l'ordre de 4,8 %, est modéré. En revanche, l'estimation de la charge ultime de la survenance 2013 varie du simple au

double selon la date d'estimation. La provision estimée en 2013, au titre de la survenance 2013, était de l'ordre de 2,9 M (=13,5 M - 10,6 M) ; elle aurait dû être de l'ordre de 16,7 M (= 27,3 M - 10,6 M).

La même démarche a été effectuée pour les garanties décès et incapacité.

	Année de survenance								
	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
Charge ultime estimée au 31/12/2013	3 983 987	4 027 725	4 534 698	4 541 706	5 141 222	4 943 385	4 892 880	3 908 172	1 138 421
Charge ultime estimée au 31/12/2014	3 985 242	4 029 334	4 544 978	4 553 236	5 169 654	4 982 354	5 031 269	5 394 150	4 657 160
écart	1 255	1 609	10 281	11 531	28 432	38 969	138 389	1 485 978	3 518 739
	0,0%	0,0%	0,2%	0,3%	0,6%	0,8%	2,8%	38,0%	309,1%

Figure II.6.23 – Comparaison des charges ultimes estimées au 31/12/2013 vs. 31/12/2014, garantie décès

	Année de survenance								
	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
Charge ultime estimée au 31/12/2013	2 795 144	3 341 479	3 763 607	4 224 585	4 691 554	4 233 239	3 932 386	3 134 372	1 056 166
Charge ultime estimée au 31/12/2014	2 796 019	3 347 874	3 775 681	4 264 705	4 748 603	4 392 614	4 246 721	4 155 860	3 698 028
écart	876	6 395	12 073	40 120	57 049	159 375	314 335	1 021 488	2 641 862
	0,0%	0,2%	0,3%	0,9%	1,2%	3,8%	8,0%	32,6%	250,1%

Figure II.6.24 – Comparaison des charges ultimes estimées au 31/12/2013 vs. 31/12/2014, garantie incapacité

Les constats sont sensiblement les mêmes : la méthode semble sous-provisionner. Les erreurs d'estimations sont de l'ordre de 250 % à 300 % pour la survenance 2013. Et l'erreur d'estimation de la survenance 2012 est de l'ordre de 30 % à 40 %.

Ce sous-provisionnement vient du fait que, à une date donnée, le cessionnaire n'a pas la connaissance (*i.e.* n'a pas encore enregistré dans son système d'information) de l'ensemble des prestations payées par les cédantes. En effet, cela s'observe via l'évolution du triangle des règlements dans le temps.

Année de dev.	Année de survenance									
	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
1	13 663 380	14 898 410	15 359 246	16 650 029	18 748 247	20 064 088	21 290 630	22 387 942	10 644 129	
2	3 948 750	4 372 519	4 335 851	4 286 714	4 746 530	5 308 702	5 627 186	4 597 519		
3	185 042	120 559	126 126	153 574	170 599	142 784	128 880			
4	-4 451	21 791	8 991	38 466	17 815	31 273				

Figure II.6.25 – Triangle des règlements par année cédante, garantie frais de soins extrait au 31/12/2013 du système d'information du cessionnaire

Année de dév.	Année de survenance									
	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
1	13 663 380	14 898 410	15 359 246	16 650 029	18 748 247	20 064 088	21 290 630	22 668 554	22 092 584	11 153 784
2	3 948 750	4 372 519	4 335 851	4 286 714	4 746 530	5 308 702	5 627 125	5 485 071	4 958 889	
3	185 042	120 559	126 126	153 574	170 599	144 193	174 686	308 524		
4	-4 451	21 791	8 991	38 466	17 840	38 203	10 552			

Figure II.6.26 – Triangle des règlements par année cédante, garantie frais de soins extrait au 31/12/2014 du système d'information du cessionnaire

Au 31 décembre 2013, le cessionnaire a connaissance de 10 644 129 de règlements, payés par les cédantes, au titre de la survenance 2013, en année 2013 (la première année de développement). Au 31 décembre 2014, le cessionnaire a connaissance en réalité de 22 092 584 de règlements, payés par les cédantes, au titre de la survenance 2013, en 2013. La différence de ces deux montants s'explique par le délai de transmission de l'information.

Nous allons donc, pour la suite de ce mémoire, nous concentrer sur ce délai de transmission de l'information.

### III. Taux de transmission de l'information

Nous allons, dans cette partie, donner une définition au taux de transmission de l'information, puis développer une méthode pour le déterminer.

#### 1. Définition

Lorsqu'un sinistre survient, l'assuré (ou le bénéficiaire en cas d'assurance décès) déclare le sinistre auprès de son assureur (assurance, institution de prévoyance ou mutuelle). L'assureur (qui cédera ensuite son risque) enregistre le sinistre, affecté à une **date de survenance** donnée, dans son système d'information, à un instant donné, que nous appellerons la **date cédante**. A la date cédante, le cessionnaire n'a pas encore connaissance du flux de prestation payée. Il le recevra à une autre date que nous appellerons la **date comptable** (nous nous plaçons dans le cas d'un réassureur).

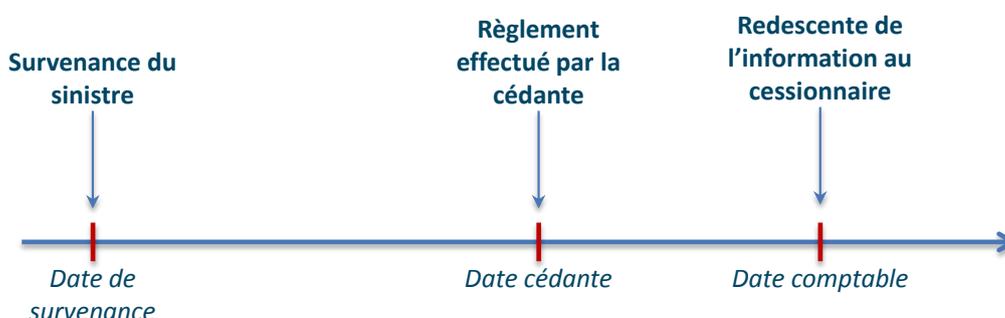


Figure III.1.1 – Enregistrement du flux dans le SI de la cédante et du cessionnaire

Remarque : Pour les prestations de type « indemnité journalière » (cas de l'incapacité), plusieurs règlements sont affectés à la même date de survenance.

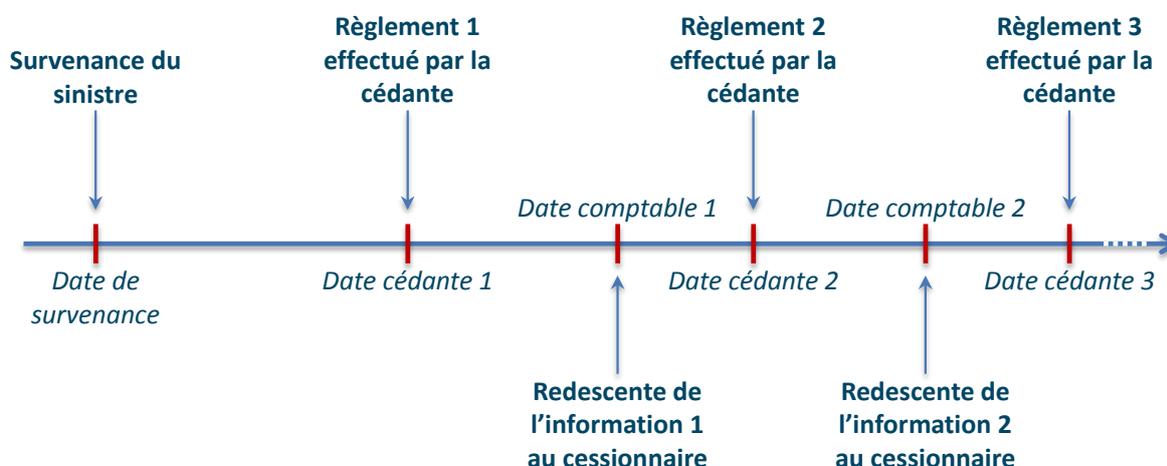


Figure III.1.2 – Enregistrement du flux dans le SI de la cédante et du cessionnaire pour une indemnité journalière

Par conséquent, à chaque instant, nous disposons de deux visions des comptes :

- la vision cédante
- la vision cessionnaire (que nous appelons aussi « vision comptable »)

La cédante disposant de plus d'information que le cessionnaire (la cédante étant « en amont »), les montants de flux enregistrés dans ses comptes sont généralement supérieurs à ceux enregistrés dans les comptes du cessionnaire.

Nous définirons le taux de transmission de l'information comme étant le ratio de l'information dont dispose le cessionnaire sur l'information dont dispose la compagnie cédante.

En notant  $\tau_{t,surv}$  le taux de transmission de l'information à un instant  $t$  donné, pour une année survenance donnée, nous avons :

$$\tau_{t,surv} = \frac{\sum_{f \in \{flux\ tq \begin{matrix} Date\ comptable \leq t \\ Date\ survenance = surv \end{matrix} \}} M_f}{\sum_{f \in \{flux\ tq \begin{matrix} Date\ cédante \leq t \\ Date\ survenance = surv \end{matrix} \}} M_f}$$

où  $M_f$  représente le montant des flux observés (par exemple le montant des prestations enregistrées)

Afin de mutualiser l'ensemble des taux de transmission de l'information de chaque année de survenance, nous déterminerons le taux d'information en fonction du délai couru entre la date de survenance et la date du flux. Ainsi, le taux de transmission de l'information pour un délai  $d$  donné s'écrit :

$$\tau_d = \frac{\sum_{f \in \{flux\ tq \begin{matrix} Date\ comptable - Date\ survenance \leq d \end{matrix} \}} M_f}{\sum_{f \in \{flux\ tq \begin{matrix} Date\ cédante - Date\ survenance \leq d \end{matrix} \}} M_f}$$

Les flux étant généralement transmis trimestriellement entre les cédantes et le cessionnaire, et afin d'éviter une volatilité dans les observations, le délai  $d$  d'observation du taux sera de pas trimestriel.

**Frais de soins**

Nous déterminons ainsi le taux d'information pour la garantie frais de soins :

Délai $d$ (Trimestre)	Montants des flux des cédantes	Montants des flux du cessionnaire	Montants des flux cumulés des cédantes	Montants des flux cumulés du cessionnaire	Taux de transmission de l'information $\tau_d$
1	22 156 704	29 237	22 156 704	29 237	0,1%
2	52 014 080	13 224 679	74 170 784	13 253 916	17,9%
3	57 625 434	47 516 458	131 796 218	60 770 374	46,1%
4	79 578 424	51 646 683	211 374 643	112 417 057	53,2%
5	38 484 347	70 043 370	249 858 989	182 460 427	73,0%
6	8 505 096	46 823 708	258 364 085	229 284 134	88,7%
7	2 716 775	22 057 757	261 080 860	251 341 891	96,3%
8	3 535 712	6 240 727	264 616 572	257 582 618	97,3%
9	932 527	4 681 732	265 549 099	262 264 351	98,8%
10	294 307	1 805 302	265 843 406	264 069 652	99,3%
11	192 356	1 173 225	266 035 763	265 242 877	99,7%
12	342 430	604 170	266 378 192	265 847 047	99,8%
13	109 862	326 203	266 488 054	266 173 250	99,9%
14	63 396	267 273	266 551 450	266 440 523	100,0%
15	63 974	47 570	266 615 424	266 488 093	100,0%
16	19 620	96 029	266 635 044	266 584 122	100,0%

Figure III.1.3 – Détermination du taux de transmission de l'information, garantie frais de soins

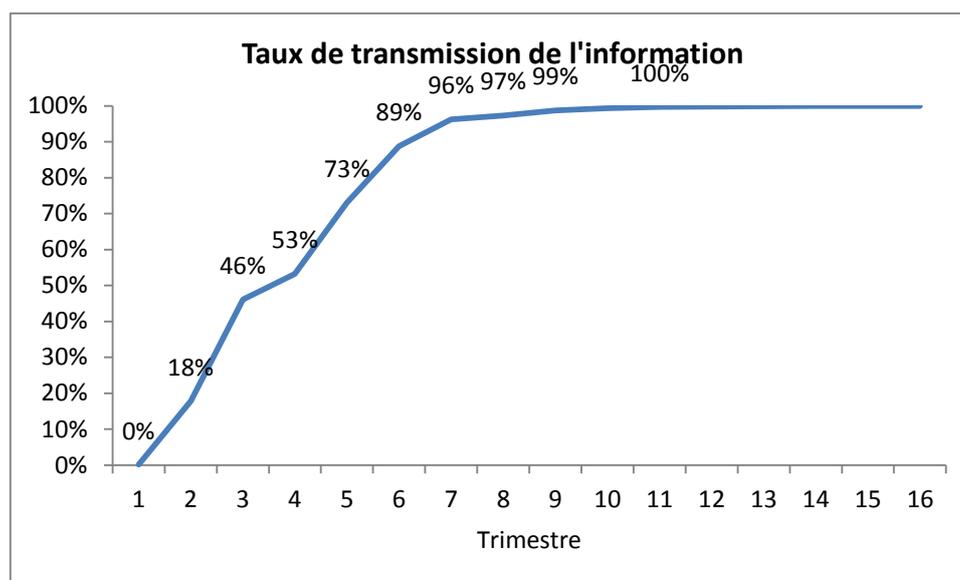


Figure III.1.4 – Taux de transmission de l'information, garantie frais de soins

Ainsi, la lecture du graphique permet de dire que :

- 1 an après la survenance d'un sinistre (soit 4 trimestres), le cessionnaire connaît (en moyenne) 53 % de l'information dont disposent les cédantes ;
- 2 ans après la survenance d'un sinistre (soit 8 trimestres), le cessionnaire connaît (en moyenne) 97 % de l'information dont disposent les cédantes ;
- L'ensemble de l'information est reçu après un délai de 11 trimestres.

Cette première analyse succincte met en exergue pourquoi, dans la partie présentant les limites du cadencement par année cédante (partie II.6), la charge estimée était a priori sous-estimée de moitié, en 2013, pour la survenance 2013 : la cédante ayant reçu la moitié des informations.

### Décès

De même, nous déterminons le taux de transmission de l'information pour la garantie décès :

Délai $d$ (Trimestre)	Montants des flux des cédantes	Montants des flux du cessionnaire	Montants des flux cumulés des cédantes	Montants des flux cumulés du cessionnaire	Taux de transmission de l'information $\tau_d$
1	1 142 062	0	1 142 062	0	0,0%
2	4 673 718	772 017	5 815 781	772 017	13,3%
3	6 770 984	4 004 501	12 586 765	4 776 518	37,9%
4	16 511 805	5 255 583	29 098 569	10 032 101	34,5%
5	8 370 877	9 238 018	37 469 447	19 270 119	51,4%
6	4 071 844	9 589 218	41 541 290	28 859 337	69,5%
7	2 342 835	7 995 874	43 884 126	36 855 210	84,0%
8	4 704 800	5 016 605	48 588 926	41 871 815	86,2%
9	705 676	2 788 057	49 294 601	44 659 873	90,6%
10	428 098	1 638 566	49 722 699	46 298 439	93,1%
11	332 564	2 090 554	50 055 263	48 388 993	96,7%
12	757 102	1 329 307	50 812 365	49 718 300	97,8%
13	164 706	498 539	50 977 071	50 216 839	98,5%
14	99 749	292 629	51 076 820	50 509 469	98,9%
15	131 890	330 603	51 208 710	50 840 071	99,3%
16	141 643	215 944	51 350 353	51 056 016	99,4%

Figure III.1.5 – Détermination du taux de transmission de l'information, garantie décès

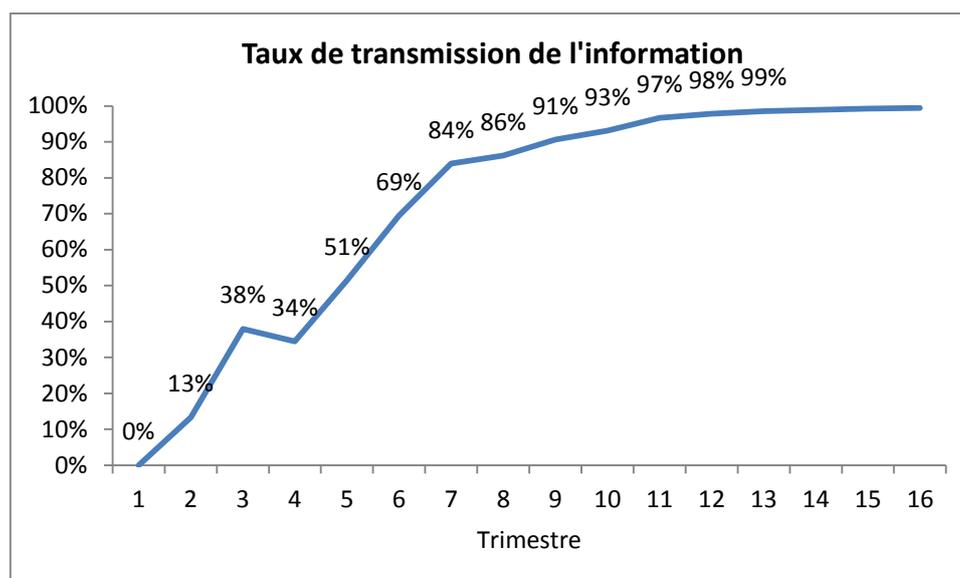


Figure III.1.6 – Taux de transmission de l'information, garantie décès

Nous constatons ici que le taux de transmission de l'information, par sa définition, n'est pas nécessairement une fonction croissante du délai  $d$ . En effet, au 4<sup>ème</sup> trimestre, le taux d'information passe de 38 % à 34 %. Cela s'explique par le fait que, au 4<sup>ème</sup> trimestre, le montant de flux enregistré par les cédantes est relativement important (16 511 805) au regard des montants de flux enregistrés les trimestres précédents et du montant de flux enregistré par le cessionnaire ce même trimestre.

**Incapacité**

Nous calculons enfin le taux de transmission de l'information pour la garantie incapacité :

Délai $d$ (Trimestre)	Montants des flux des cédantes	Montants des flux du cessionnaire	Montants des flux cumulés des cédantes	Montants des flux cumulés du cessionnaire	Taux de transmission de l'information $\tau_d$
1	457 871	0	457 871	0	0,0%
2	2 340 504	308 761	2 798 374	308 761	11,0%
3	4 300 612	1 811 482	7 098 986	2 120 243	29,9%
4	6 284 362	3 191 330	13 383 348	5 311 573	39,7%
5	6 422 592	6 380 463	19 805 940	11 692 036	59,0%
6	4 737 560	5 837 300	24 543 501	17 529 336	71,4%
7	4 037 042	5 134 614	28 580 542	22 663 951	79,3%
8	3 676 631	3 911 429	32 257 174	26 575 380	82,4%
9	2 312 611	4 271 802	34 569 784	30 847 182	89,2%
10	1 532 412	2 524 210	36 102 197	33 371 391	92,4%
11	1 401 694	1 970 156	37 503 890	35 341 548	94,2%
12	1 416 466	1 267 322	38 920 357	36 608 869	94,1%
13	899 333	1 876 063	39 819 690	38 484 932	96,6%
14	500 500	1 021 423	40 320 190	39 506 356	98,0%
15	445 718	603 907	40 765 907	40 110 263	98,4%
16	373 357	382 443	41 139 264	40 492 706	98,4%

Figure III.1.7 – Détermination du taux de transmission de l'information, garantie incapacité

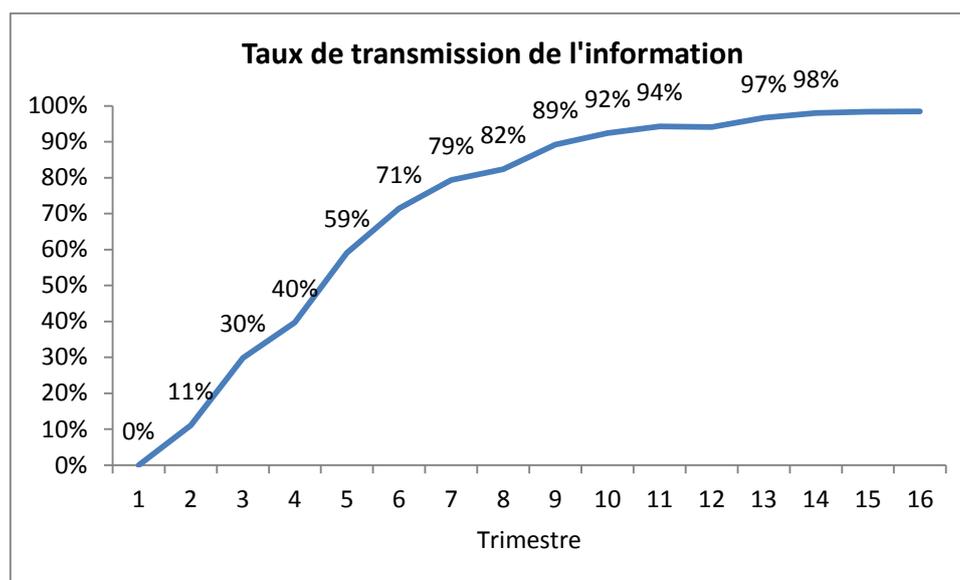


Figure III.1.8 – Taux de transmission de l'information, garantie incapacité

Nous pouvons par ailleurs faire la même lecture graphique et analyse succincte que pour la garantie frais de soins, à savoir :

- 1 an après la survenance d'un sinistre (soit 4 trimestres), le cessionnaire connaît (en moyenne) 40 % de l'information dont disposent les cédantes ;
- 2 ans après la survenance d'un sinistre, le cessionnaire connaît (en moyenne) 82 % de l'information dont disposent les cédantes ;
- 94 % de l'information est reçue après un délai de 3 ans ;
- la quasi-totalité de l'information est reçue après un délai de 4 ans.

Ces constats peuvent également être rapprochés des résultats du *back-testing* réalisé dans la partie présentant les limites du cadencement par année cédante (partie II.6.c). En effet, nous pouvons, à partir de ces différents taux énoncés, estimer de manière « rapide » que la charge ultime de la survenance 2013 était sous-estimée, en 2013, d'environ 330 % ( $= 1 / 40\% * 1 / 82\% * 1 / 94\% * 1 / 98\%$ ).

	Année d'écoulement			
	1	2	3	4
Part "connue"	40%	82%	94%	98%
Part "inconnue"	250%	122%	106%	102%

➔ 331%

La méthode de cadencement étant « multiplicative », les informations « manquantes » de chaque année d'écoulement sont multipliées entre elles.

## 2. Détermination du taux par cédante

La notion de taux de transmission de l'information peut également être définie par cédante. En effet, chaque cédante n'utilise pas nécessairement le même système d'information. De même, la gestion de l'information n'étant pas la même par cédante (délai de traitement des sinistres, fréquence de rafraîchissement de son système d'information, fréquence de transfert de flux au cessionnaire, etc.), il est naturel de considérer que chaque compagnie cédante se comporte différemment vis-à-vis du cessionnaire.

Nous déterminons donc les différentes chroniques des taux de transmissions de l'information par cédante, pour chacune des garanties étudiées.

### Frais de soins :

Nous représentons ci-dessous les taux de transmission de l'information des 20 cédantes les plus importantes parmi les 49 cédantes en échange de flux avec le cessionnaire pour la garantie frais de soins.

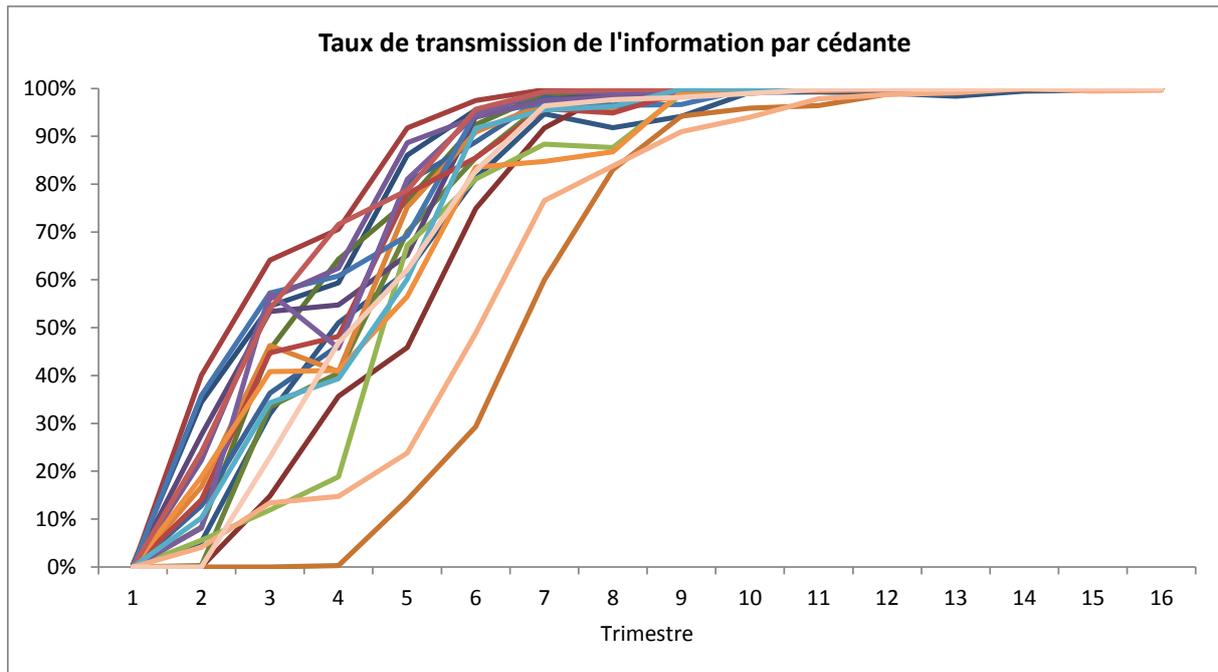


Figure III.2.1 – Taux de transmission de l'information par cédante, garantie frais de soins

### Décès :

Nous représentons ci-dessous les taux de transmission de l'information des 20 cédantes les plus importantes parmi les 34 cédantes en échange de flux avec le cessionnaire pour la garantie décès.

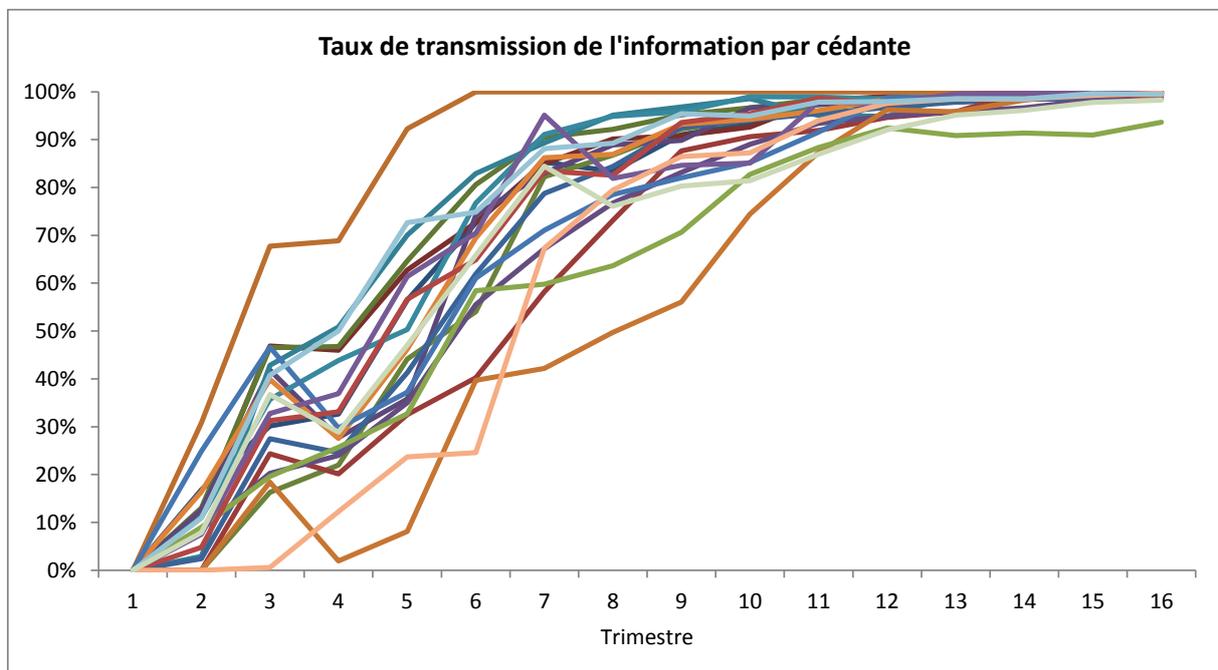


Figure III.2.2 – Taux de transmission de l'information par cédante, garantie décès

**Incapacité :**

Nous représentons ci-dessous les taux de transmission de l'information des 20 cédantes les plus importantes parmi les 34 cédantes en échange de flux avec le cessionnaire pour la garantie incapacité.

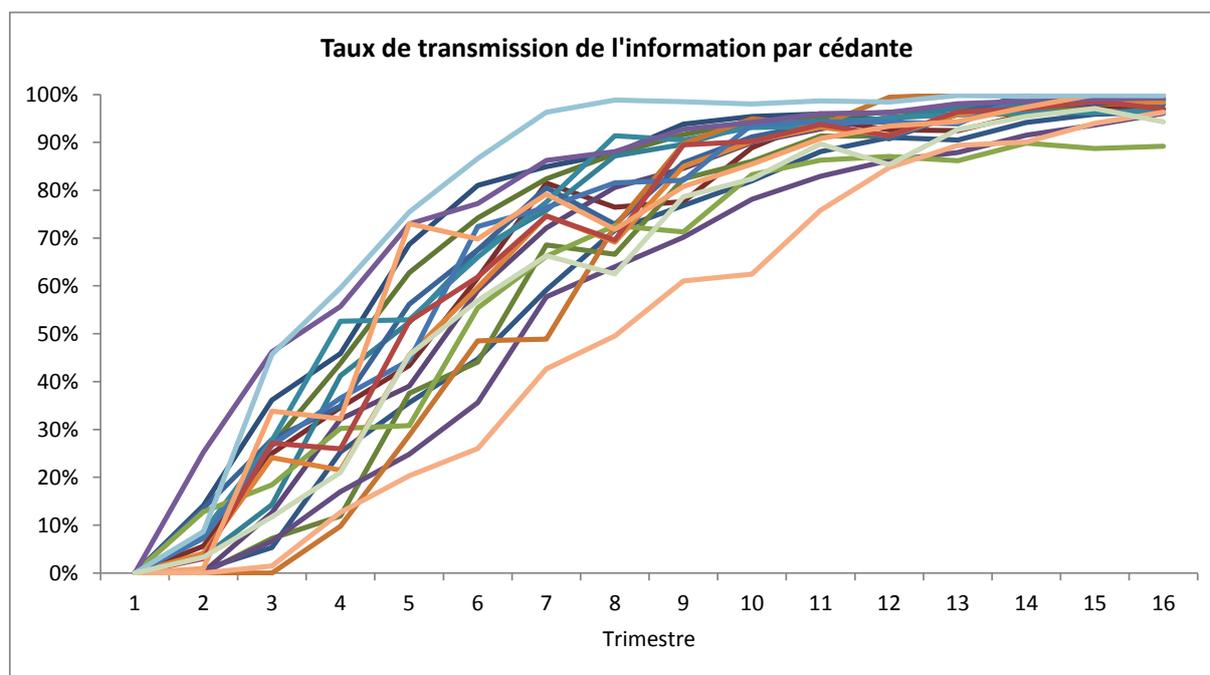


Figure III.2.3 – Taux de transmission de l'information par cédante, garantie incapacité

Nous observons, à travers ces graphiques, que les comportements des cédantes diffèrent beaucoup selon les garanties. Au sein des garanties, les comportements des cédantes sont globalement assez homogènes : l'information est reçue relativement rapidement pour la garantie frais de soins, moins rapidement pour le décès, et a un comportement plus lissé dans le temps pour la garantie incapacité ; ce qui semble être corrélé aux cadences de règlements de chacune des garanties.

### 3. Classification des cédantes selon leur taux de transmission

Afin de mieux appréhender le comportement des cédantes, nous allons réaliser des groupements de cédantes en classes homogènes. Nous utiliserons pour réaliser ce *clustering*, la méthode des *k-means*.

### a. Méthode de clustering utilisée : k-means

Notons  $D$  un ensemble d'observations tel que :  $D = \{x_j \in \mathbb{R}^d\}_{j=1,\dots,n}$

Chaque  $x_j$  possède  $d$  composantes :

$$x_j = \begin{pmatrix} x_{j,1} \\ x_{j,2} \\ \vdots \\ x_{j,d} \end{pmatrix}$$

Le but du *clustering* est de partitionner les  $n$  observations en  $k$  classes  $C_i$ , avec  $k < n$ , en minimisant la distance intra-classe :

$$\sum_{i=1}^k \sum_{x_j \in C_i} d(x_j, \mu_i)$$

où  $\mu_i$  représente la moyenne des points appartenant à la classe  $C_i$  :

$$\mu_i = \frac{1}{N_i} \sum_{x_j \in C_i} x_j \quad \text{où } N_i = \text{card}(C_i)$$

$\mu_i$  est appelé le « centre de gravité » de la classe  $C_i$ .

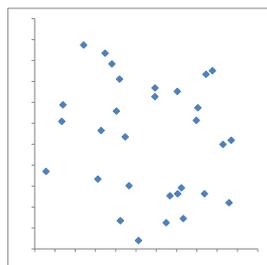
Les classes  $C_i$ , définies par leurs centres de gravité, sont ainsi représentatives des observations  $x_j$  qui la composent.

La méthode des *k-means* consiste à choisir initialement  $k$  clusters  $C_i^{(0)}$ , définis par leur centre de gravité  $\mu_i^{(0)}$ . Généralement, les  $C_i^{(0)}$  (et donc les  $\mu_i^{(0)}$ ) sont définis de manière aléatoire. Chaque point  $x_j$  est ensuite affecté à la classe  $C_i$  la « plus proche » (*i.e.* dont la distance  $d(x_j, \mu_i^{(0)})$  est minimale). Les nouveaux centres de gravité  $\mu_i^{(1)}$  des points  $x_j$  (appartenant à chacune des classes  $C_i^{(0)}$ ) sont ensuite recalculés. Ils définissent ainsi les nouvelles classes. On réaffecte ainsi les points  $x_j$  aux nouvelles classes dont les centres sont les plus proches. L'opération est répétée jusqu'à convergence.

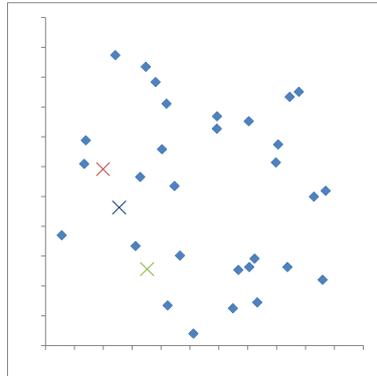
Notons que le paramètre  $k$  étant fixé a priori, il convient de s'assurer de la pertinence de la valeur du paramètre  $k$  retenue.

Pour illustrer la méthode, nous nous plaçons dans un environnement à 2 dimensions (*i.e.*  $d = 2$ ).

Considérons le nuage de points suivant :

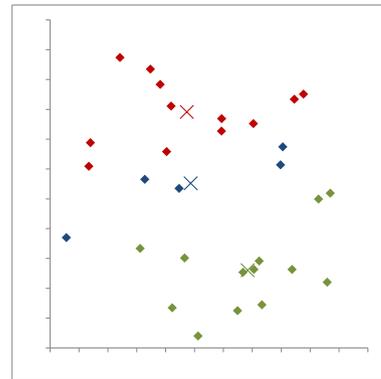
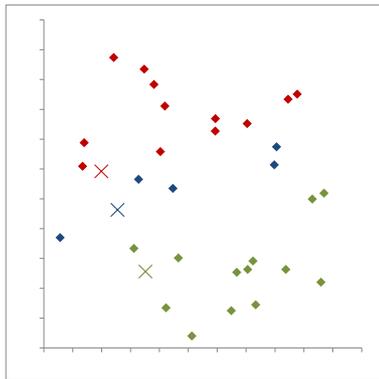


Nous souhaitons regrouper ces points en 3 classes (*i.e.*  $k = 3$ ). Nous choisissons ainsi aléatoirement 3 points, correspondant aux centres de gravité  $\mu_1^{(0)}$ ,  $\mu_2^{(0)}$  et  $\mu_3^{(0)}$ .



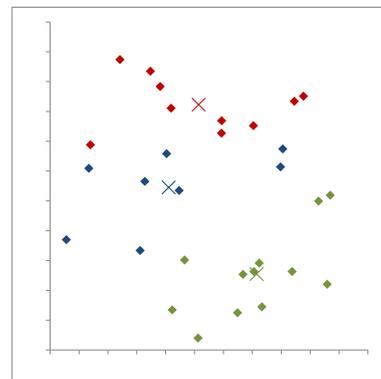
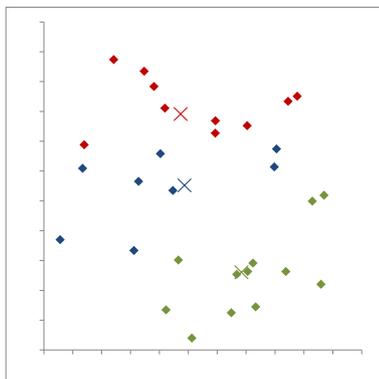
Nous affectons ainsi les points aux centres de gravité les plus proches, puis recalculons les nouveaux centres de gravité :

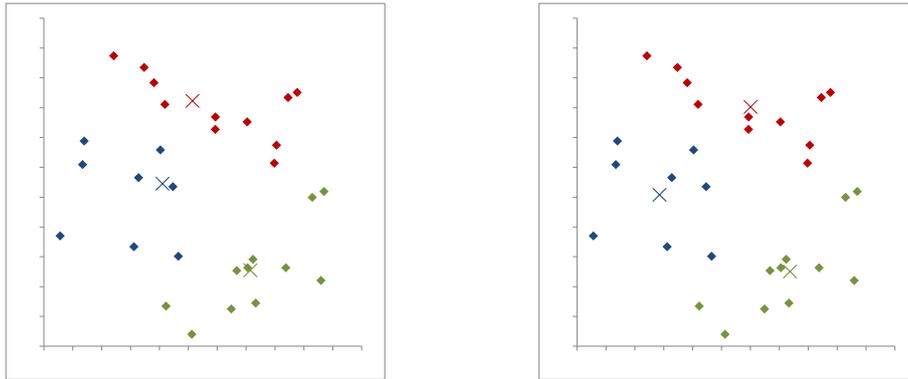
Etape 1 :



Nous affectons ainsi les points aux nouveaux centres de gravité et recalculons les nouveaux centres de gravité, et ainsi de suite jusqu'à convergence (ici en 3 itérations).

Etape 2 :



Etape 3 :

Dans notre cas, les vecteurs  $x_i$  représentent la chronique de taux de transmission de l'information de la cédante  $i$ .  $d$  sera le nombre de trimestres d'observation (ici,  $d = 16$ ).

En outre, nous utiliserons la distance euclidienne pour mesurer les distances entre les observations et les centres de gravité :

$$d(x_j, \mu_i) = \sqrt{\sum_{k=1}^d (x_{j,k} - \mu_{i,k})^2}$$

Enfin, le volume de flux échangés étant différent selon les cédantes, nous pondérerons les vecteurs d'observation par les volumes de flux échangés.

En résumé, nous chercherons à déterminer :

$$\operatorname{argmin}_{\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_k} \sum_{i=1}^k \sum_{x_j \in C_i} \|x_j - \mu_i\|_2$$

avec  $\mu_i$ , les centres de gravité des classes  $C_i$ , définis par :

$$\mu_i = \frac{1}{\sum_{x_j \in C_i} \omega_j} \sum_{x_j \in C_i} \omega_j * x_j$$

où  $\omega_j$  représente le poids du volume de flux échangés avec la cédante  $j$ , au regard des flux échangés par l'ensemble des cédantes :

$$\omega_j = \frac{\sum_{f \in \{\text{flux tq cédante} = j\}} M_f}{\sum_{f \in \{\text{flux}\}} M_f}$$

où, pour rappel,  $M_f$  représente le montant des flux observés.

## b. Application

Nous appliquons le *clustering* pour les trois garanties étudiées. Afin d'éviter une trop forte volatilité dans les résultats, nous nous limiterons à une segmentation de notre portefeuille de cédantes en 3 classes ( $k = 3$ ). En effet, à partir de 4 classes, au vu du nombre de cédantes étudiées, nous constatons des classes composées d'une seule voire deux cédantes ; ces classes sont ainsi le reflet simple du comportement atypique de la cédante (généralement une cédante ayant un faible volume d'échanges).

### Frais de soins :

Classe	card( $C_i$ )	Trimestre															
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
$C_1$	9	0%	1%	10%	6%	20%	39%	71%	84%	92%	94%	97%	99%	99%	100%	100%	100%
$C_2$	22	0%	10%	36%	42%	70%	86%	96%	96%	99%	99%	100%	100%	100%	100%	100%	100%
$C_3$	18	0%	19%	50%	62%	79%	94%	99%	99%	99%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%

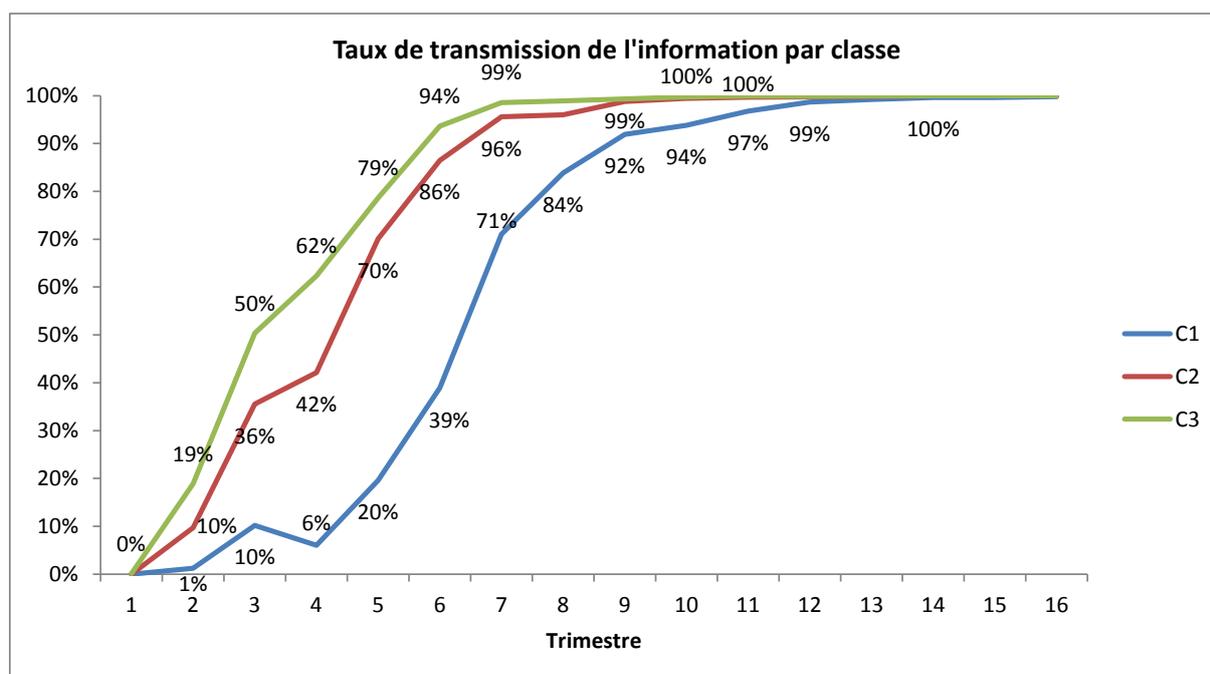


Figure III.3.1 – Taux de transmission de l'information par classe, garantie frais de soins

Nous pouvons ainsi construire 3 groupes de cédantes en fonction des vitesses de transmission de l'information :

- un groupe de 18 cédantes ayant une vitesse de transmission de l'information « rapide » : 62 % de l'information est transmise en 1 an ; 99 % de l'information est transmise en 2 ans
- un groupe de 22 cédantes ayant une vitesse de transmission de l'information « normale » : 42 % de l'information est transmise en 1 an ; 96 % de l'information est transmise en 2 ans
- un groupe de 9 cédantes ayant une vitesse de transmission de l'information « lente » : seulement 6 % de l'information est transmise en 1 an ; 84 % de l'information est transmise en 2 ans ; au bout de 3 ans, 99 % de l'information est transmise.

**Décès :**

Classe	card( $C_i$ )	Trimestre															
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
$C_1$	11	0%	5%	15%	18%	27%	44%	64%	72%	79%	85%	92%	96%	96%	97%	98%	99%
$C_2$	17	0%	13%	38%	35%	53%	71%	85%	87%	91%	94%	97%	98%	99%	99%	99%	99%
$C_3$	6	0%	33%	62%	66%	85%	95%	97%	97%	97%	99%	99%	100%	100%	100%	100%	99%

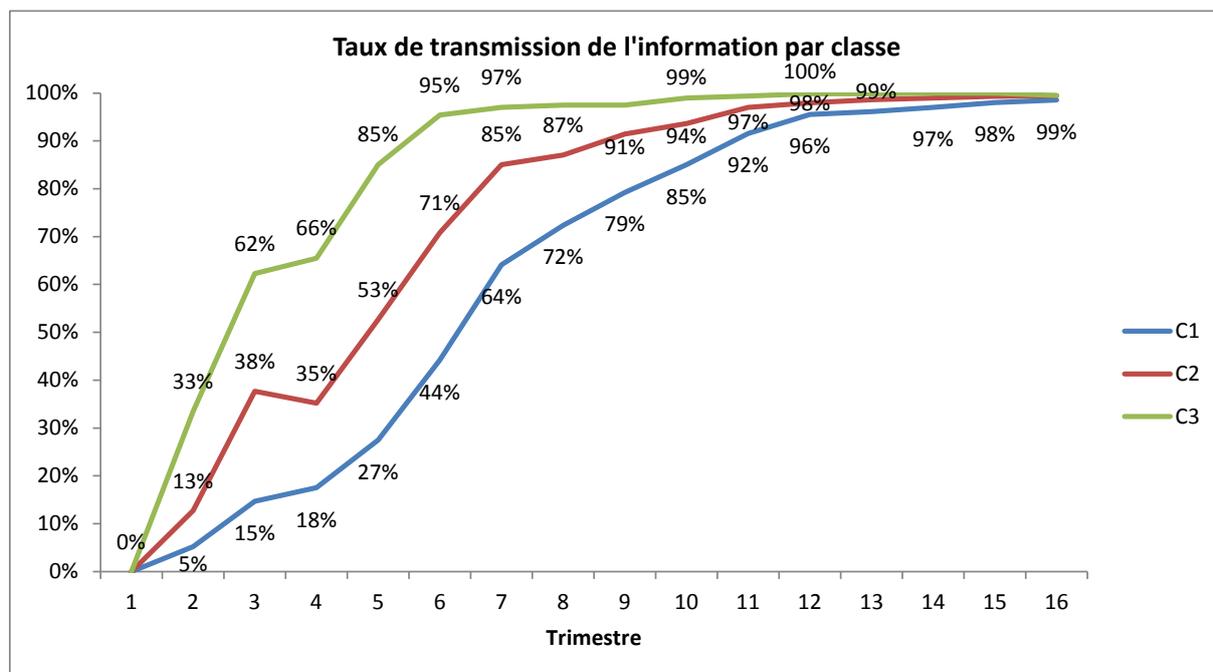


Figure III.3.2 – Taux de transmission de l'information par classe, garantie décès

Pour la garantie décès, nous constatons que le délai de transmission de l'information est plus « lent » que pour la garantie frais de soins. En effet, la majorité des cédantes font partie des classes  $C_1$  et  $C_2$ , ces dernières, regroupant respectivement 11 cédantes et 17 cédantes, ayant une croissance du taux de transmission de l'information plus faible en moyenne que les classes  $C_1$  et  $C_2$  de la garantie frais de soins. Nous observons en effet :

- un groupe de 11 cédantes ayant une vitesse de transmission de l'information « lente » : 18 % de l'information est transmise en 1 an ; 72 % de l'information est transmise en 2 ans ; et il faut attendre 3 ans pour obtenir 96 % de l'information
- un groupe de 17 cédantes ayant une vitesse de transmission de l'information « normale » : 35 % de l'information est transmise en 1 an ; 87 % de l'information est transmise en 2 ans
- un groupe de 6 cédantes ayant une vitesse de transmission de l'information « rapide » où 66% de l'information est transmise en 1 an ; 95 % de l'information est transmise en 18 mois.

**Incapacité :**

Classe	card( $C_i$ )	Trimestre															
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
$C_1$	7	0%	0%	5%	14%	23%	32%	55%	59%	66%	73%	82%	87%	89%	91%	94%	96%
$C_2$	15	0%	2%	15%	23%	41%	56%	69%	72%	84%	89%	92%	93%	95%	97%	98%	98%
$C_3$	12	0%	12%	33%	45%	65%	77%	83%	87%	92%	95%	95%	95%	97%	98%	99%	99%

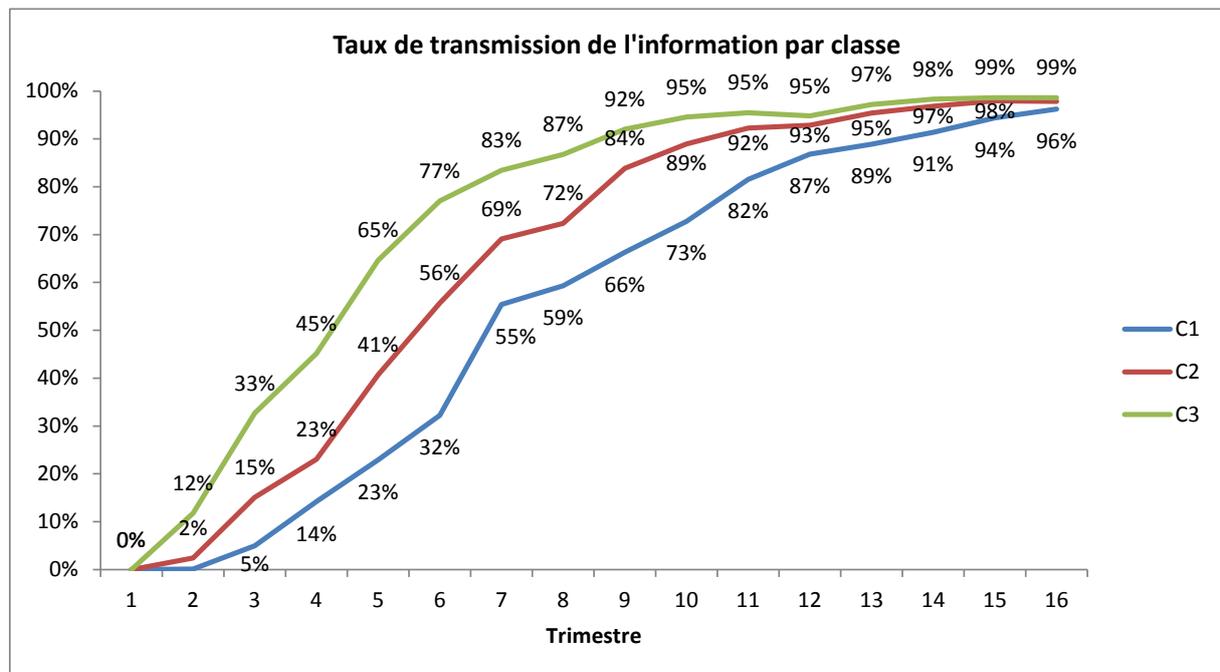


Figure III.3.3 – Taux de transmission de l'information par classe, garantie incapacité

Comme vu précédemment, nous constatons que la croissance du taux de transmission de l'information est plus faible que pour les deux autres garanties ; les courbes sont en revanche plus « régulières ». Ces deux observations s'expliquent par les caractéristiques de l'incapacité qui est un risque plus « long » que le décès ou le frais de soins et qui consiste en un règlement d'« indemnités journalières », ce qui peut expliquer la régularité. Nous observons que la classe  $C_3$  a une croissance relativement « moyenne » au regard des classes  $C_2$  des garanties frais de soins et décès. De même, la classe  $C_2$  a une croissance relativement « lente » au regard des classes  $C_1$  des garanties frais de soins et décès. Enfin, la classe  $C_1$  atteint un taux de transmission de l'information de 14 % au bout d'un an, 59 % au bout de 2 ans, et 96 % seulement au bout de 4 ans.

## IV. Nouvelle méthode d'estimation

Nous venons d'aborder la notion de taux de transmission de l'information. Nous allons voir dans cette partie comment intégrer cette notion dans le but d'estimer au mieux la charge ultime pour un portefeuille en réassurance.

### 1. Développement de la méthode

Nous avons vu, dans la partie II, la façon dont il était recommandé d'appliquer la méthode de cadencement : à savoir en utilisant, non pas l'année d'enregistrement des flux par le cessionnaire, mais l'année d'enregistrement des flux par les cédantes. L'écoulement des flux montrant plus de régularité. Nous avons vu en outre les limites de cette méthode : l'information transmise par les cédantes à un instant donné n'est pas complète, en raison d'un « retard » de transmission de l'information : les triangles ainsi utilisés ne contiennent qu'une information partielle.

La méthode que nous développerons ici consistera à corriger le triangle des règlements (triangle en fonction de l'année de règlement des cédantes), en prenant en compte la date comptable du cessionnaire (qui permet ainsi de déterminer le temps de retard), et en intégrant la notion d'« information manquante » de la cédante. Nous appliquerons ensuite la méthode de Chain Ladder au triangle des règlements corrigés. Le but de cette méthode étant de se placer dans la « position » des cédantes en corrigeant le biais dû au délai de transmission de l'information.

Pour illustrer le principe, considérons le triangle de règlements suivant :

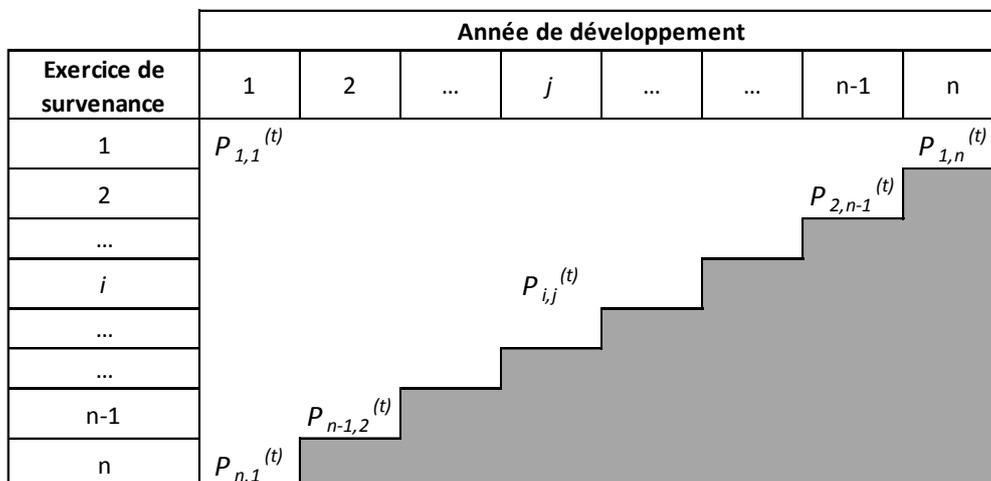


Figure IV.1.1 – Triangle des règlements (années cédantes), en date  $t$

où

$$P_{i,j}^{(t)} = \sum_{c \in \{\text{Cédantes}\}} P_{i,j}^{c,(t)}$$

avec  $P_{i,j}^{c,(t)}$  les prestations enregistrées par la cédante  $c$ , au titre de l'année de survenance  $i$ , d'année de développement (cédante)  $j$ , connues à la date  $t$  du cessionnaire.

Lorsque  $t = n$ , nous savons que le montant contenu dans  $P_{i,j}^{(t)}$  est une information « tronquée » ; le cessionnaire n'ayant pas reçu, en année  $n$ , l'ensemble des prestations payées par les cédantes durant l'année  $n$ . Lorsque  $t = \infty$ , le triangle des  $P_{i,j}^{(t)}$  s'apparente au triangle des règlements des cédantes ; l'information étant connue en totalité.

Nous proposons alors une estimation de  $P_{i,j}^{(\infty)}$ , en  $t$ , à l'aide du taux de transmission de l'information, déterminé dans la partie III :

$$\widehat{P_{i,j}^{(\infty)}} = \sum_{k \in \{\text{classes}\}} \sum_{c \in \{\text{Cédantes} \in \text{Classe } C_k\}} \frac{P_{i,j}^{(t)}}{\tau_{n+1-i}^k}$$

où  $\tau_{n+1-i}^k$  est le taux de transmission de l'information de la classe  $k$  après un délai  $n+1-i$ .

Nous construirons ensuite le triangle de règlements suivant :

Exercice de survivance	Année de développement							
	1	2	...	$j$	...	...	$n-1$	$n$
1	$\widehat{P_{1,1}^{(\infty)}}$							$\widehat{P_{1,n}^{(\infty)}}$
2							$\widehat{P_{2,n-1}^{(\infty)}}$	
...								
$i$				$\widehat{P_{i,j}^{(\infty)}}$				
...								
...								
$n-1$		$\widehat{P_{n-1,2}^{(\infty)}}$						
$n$	$\widehat{P_{n,1}^{(\infty)}}$							

Figure IV.1.2 – Triangle des règlements  $\widehat{P_{i,j}^{(\infty)}}$  (années cédantes), en date  $t$

auquel nous appliquerons la méthode de Chain Ladder.

## 2. Application

Déterminons les estimations de  $P_{i,j}^{(\infty)}$  et appliquons la méthode de Chain Ladder aux trois garanties étudiées.

### Frais de soins :

Année de dév.	Année de survénance									
	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
1	13 663 380	14 898 410	15 359 246	16 650 029	18 748 247	20 064 088	21 300 545	22 722 647	22 748 804	21 336 484
2	3 948 750	4 372 519	4 335 851	4 286 714	4 746 530	5 308 702	5 628 920	5 495 991	5 049 071	
3	185 042	120 559	126 126	153 574	170 599	144 193	174 738	308 993		
4	-4 451	21 791	8 991	38 466	17 840	38 203	10 555			
5	4 410	-251	52 956	2 831	9 286	5 310				
6	273	34 601	179	6 368	-362					
7	182	-131	779	2 537						
8	88	38	1 323							
9	-396	1 221								
10	0									

Figure IV.2.1 – Triangle des règlements  $P_{i,j}^{(\infty)}$ , garantie frais de soins

Année de dév.	Année de survénance									
	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
1	13 663 380	14 898 410	15 359 246	16 650 029	18 748 247	20 064 088	21 300 545	22 722 647	22 748 804	21 336 484
2	17 612 131	19 270 929	19 695 097	20 936 744	23 494 777	25 372 790	26 929 465	28 218 638	27 797 875	26 880 457
3	17 797 172	19 391 488	19 821 223	21 090 318	23 665 376	25 516 983	27 104 202	28 527 631	28 009 781	27 085 369
4	17 792 721	19 413 280	19 830 214	21 128 784	23 683 216	25 555 186	27 114 757	28 551 910	28 033 619	27 108 421
5	17 797 131	19 413 029	19 883 170	21 131 615	23 692 503	25 560 496	27 130 622	28 568 616	28 050 022	27 124 282
6	17 797 404	19 447 630	19 883 349	21 137 984	23 692 141	25 570 794	27 141 552	28 580 126	28 061 322	27 135 210
7	17 797 586	19 447 499	19 884 129	21 140 521	23 693 160	25 571 894	27 142 720	28 581 355	28 062 530	27 136 377
8	17 797 674	19 447 538	19 885 451	21 141 057	23 693 761	25 572 543	27 143 409	28 582 080	28 063 242	27 137 066
9	17 797 279	19 448 759	19 885 892	21 141 525	23 694 286	25 573 109	27 144 010	28 582 713	28 063 863	27 137 667
10	17 797 279	19 448 759	19 885 892	21 141 526	23 694 287	25 573 110	27 144 011	28 582 714	28 063 864	27 137 667

Figure IV.2.2 – Triangle des règlements cumulés  $P_{i,j}^{(\infty)}$  complété, garantie frais de soins

L'analyse des couples  $(C_{i,j}, C_{i,j+1})_{i=1, \dots, n-j}$  montre que l'alignement des points est conservé.

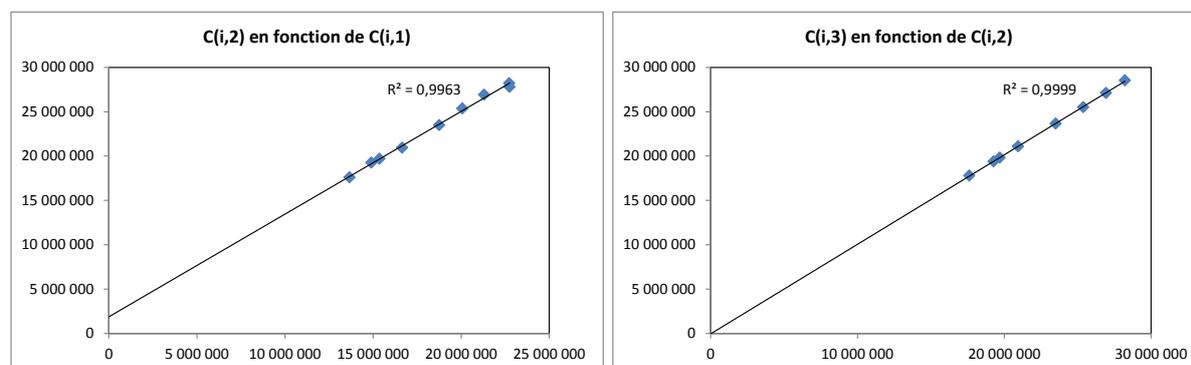


Figure IV.2.3 – Couples  $(C_{i,j}, C_{i,j+1})$  (années cédantes,  $P_{i,j}^{(\infty)}$ ), garantie frais de soins

Enfin, les coefficients de développement sont visiblement constants, également dès la première année de développement.

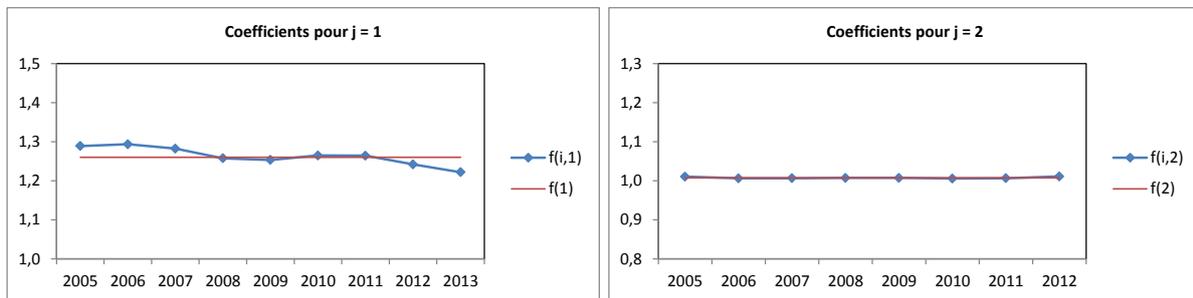


Figure IV.2.4 – Coefficients  $f_{i,j}$  (années cédantes,  $P_{i,j}^{(\infty)}$ ), garantie frais de soins

Nous en déduisons finalement le montant des réserves suivant :

	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
$R_i$	0	0	441	1 005	2 146	12 614	29 253	55 083	265 989	5 801 184

Figure IV.2.5 – Réserves à constituer par survénance (années cédantes,  $P_{i,j}^{(\infty)}$ ), garantie frais de soins

<b>Réserves</b>	<b>6 167 715</b>
-----------------	------------------

### Décès :

Année de dév.	Année de survénance									
	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
1	2 376 448	2 224 804	2 568 040	2 599 743	3 127 974	2 795 480	2 793 077	2 748 326	3 030 974	2 411 274
2	1 303 179	1 575 070	1 697 729	1 662 138	1 731 807	1 812 211	1 856 718	2 386 963	2 015 492	
3	221 817	154 867	156 656	179 000	129 670	263 355	313 210	252 561		
4	33 482	31 531	57 941	51 186	115 154	63 911	37 445			
5	25 431	21 235	37 583	27 464	31 891	15 957				
6	7 898	12 759	10 444	24 071	17 367					
7	14 544	4 474	11 018	5 064						
8	-677	3 440	3 142							
9	2 868	899								
10	253									

Figure IV.2.6 – Triangle des règlements  $P_{i,j}^{(\infty)}$ , garantie décès

Année de dév.	Année de survenance									
	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
1	2 376 448	2 224 804	2 568 040	2 599 743	3 127 974	2 795 480	2 793 077	2 748 326	3 030 974	2 411 274
2	3 679 627	3 799 875	4 265 769	4 261 881	4 859 781	4 607 691	4 649 796	5 135 290	5 046 465	4 005 347
3	3 901 444	3 954 742	4 422 425	4 440 881	4 989 451	4 871 047	4 963 006	5 387 851	5 285 643	4 195 181
4	3 934 925	3 986 273	4 480 366	4 492 067	5 104 605	4 934 958	5 000 450	5 454 577	5 351 104	4 247 137
5	3 960 356	4 007 507	4 517 950	4 519 532	5 136 496	4 950 915	5 030 075	5 486 892	5 382 806	4 272 298
6	3 968 254	4 020 267	4 528 394	4 543 603	5 153 863	4 967 135	5 046 554	5 504 868	5 400 440	4 286 295
7	3 982 798	4 024 741	4 539 412	4 548 667	5 164 466	4 977 354	5 056 937	5 516 194	5 411 551	4 295 114
8	3 982 121	4 028 180	4 542 554	4 550 808	5 166 897	4 979 697	5 059 317	5 518 790	5 414 098	4 297 135
9	3 984 989	4 029 079	4 544 690	4 552 947	5 169 326	4 982 038	5 061 695	5 521 384	5 416 644	4 299 155
10	3 985 242	4 029 334	4 544 978	4 553 236	5 169 654	4 982 354	5 062 016	5 521 735	5 416 987	4 299 428

Figure IV.2.7 – Triangle des règlements cumulés  $P_{t,j}^{(\infty)}$  complété, garantie décès

L'analyse des couples  $(C_{i,j}, C_{i,j+1})_{i=1, \dots, n-j}$  montre que l'alignement des points est conservé.

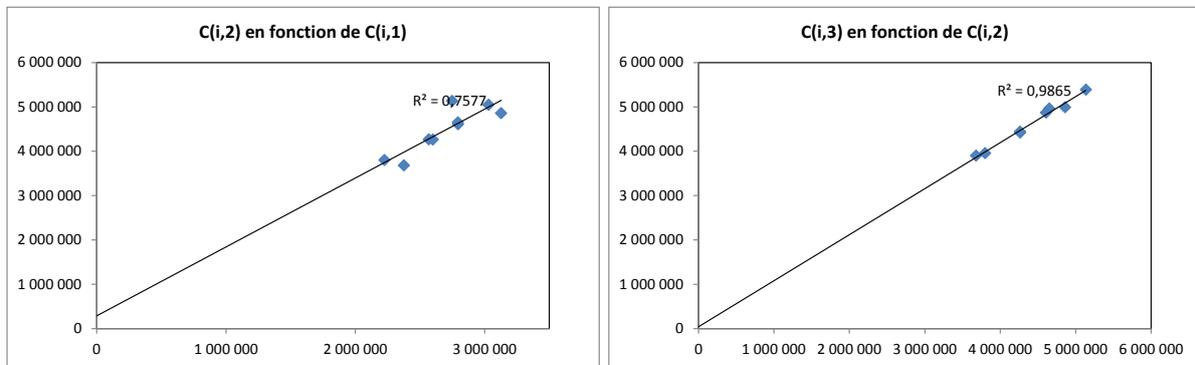


Figure IV.2.8 – Couples  $(C_{i,j}, C_{i,j+1})$  (années cédantes,  $P_{t,j}^{(\infty)}$ ), garantie décès

Enfin, les coefficients de développement sont visiblement constants, également dès la première année de développement.

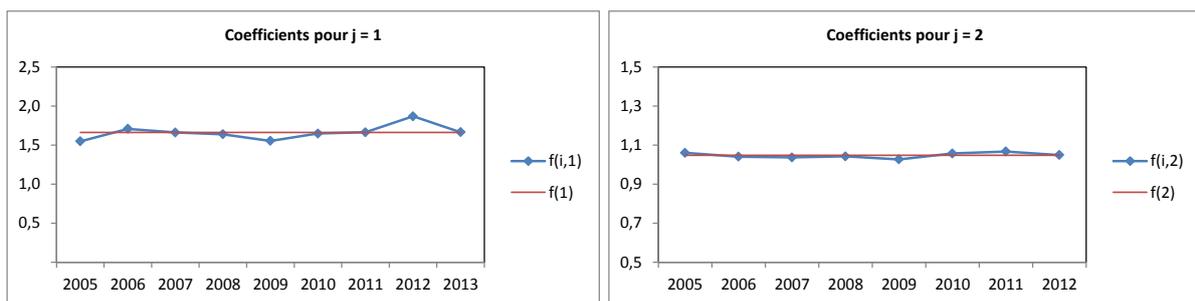


Figure IV.2.9 – Coefficients  $f_{i,j}$  (années cédantes,  $P_{t,j}^{(\infty)}$ ), garantie décès

Nous en déduisons finalement le montant des réserves suivant :

	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
$R_i$	0	256	2 424	4 569	15 791	31 439	61 566	133 884	370 522	1 888 154

Figure IV.2.10 – Réserves à constituer par survenance (années cédantes,  $P_{t,j}^{(\infty)}$ ), garantie décès

**Réserves** 2 508 605

**Incapacité :**

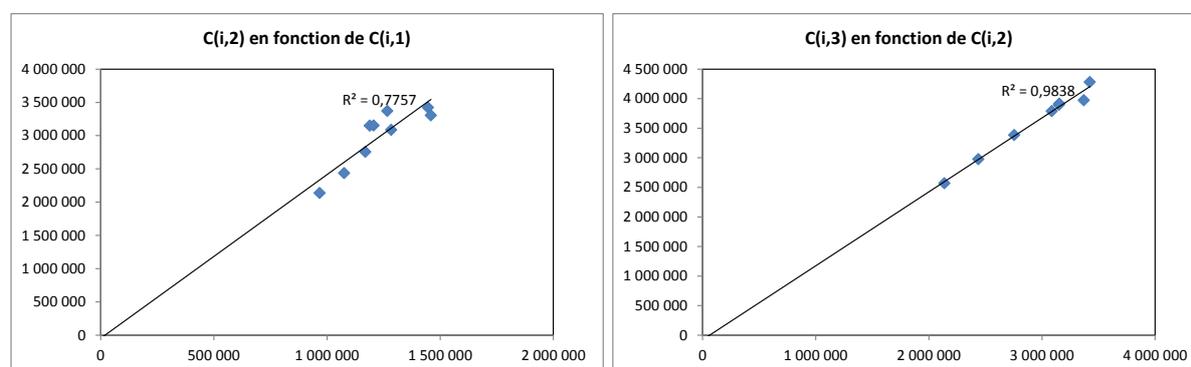
Année de dév.	Année de survivance									
	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
1	967 548	1 075 606	1 169 739	1 283 481	1 445 860	1 189 236	1 205 956	1 266 406	1 459 274	1 386 202
2	1 170 566	1 361 168	1 584 965	1 802 618	1 976 837	1 961 111	1 947 148	2 103 412	1 845 695	
3	431 324	540 515	630 510	703 448	856 129	745 920	763 342	602 636		
4	146 508	225 872	250 276	276 145	268 556	312 347	230 245			
5	40 785	66 046	64 332	89 913	100 802	90 423				
6	17 972	40 547	33 833	58 463	49 498					
7	5 150	12 586	14 324	20 798						
8	4 510	10 037	11 016							
9	6 168	8 926								
10	5 488									

Figure IV.2.11 – Triangle des règlements  $\widehat{P}_{l,j}^{(\infty)}$ , garantie incapacité

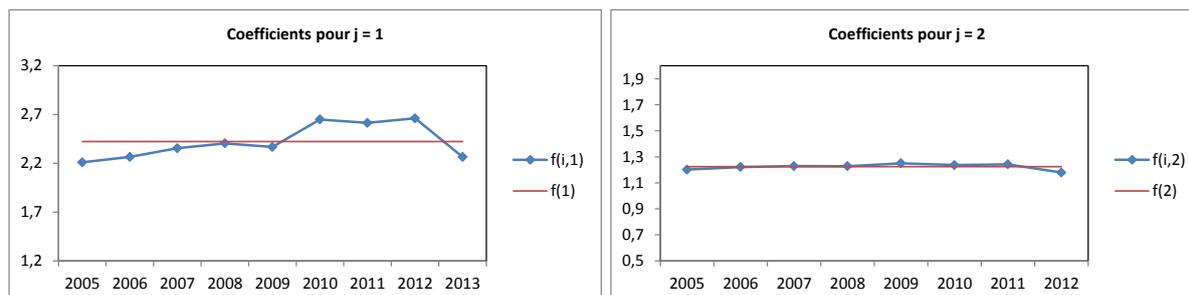
Année de dév.	Année de survivance									
	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
1	967 548	1 075 606	1 169 739	1 283 481	1 445 860	1 189 236	1 205 956	1 266 406	1 459 274	1 386 202
2	2 138 114	2 436 774	2 754 703	3 086 098	3 422 697	3 150 347	3 153 105	3 369 818	3 304 969	3 360 111
3	2 569 438	2 977 289	3 385 213	3 789 547	4 278 826	3 896 266	3 916 446	3 972 454	4 046 296	4 113 807
4	2 715 946	3 203 161	3 635 489	4 065 692	4 547 383	4 208 613	4 146 692	4 246 209	4 325 140	4 397 303
5	2 756 731	3 269 207	3 699 821	4 155 605	4 648 185	4 299 037	4 230 511	4 332 039	4 412 566	4 486 188
6	2 774 703	3 309 753	3 733 654	4 214 068	4 697 683	4 345 511	4 276 244	4 378 870	4 460 268	4 534 685
7	2 779 853	3 322 340	3 747 978	4 234 866	4 715 378	4 361 880	4 292 352	4 395 365	4 477 069	4 551 767
8	2 784 363	3 332 377	3 758 994	4 245 856	4 727 616	4 373 201	4 303 492	4 406 772	4 488 688	4 563 580
9	2 790 531	3 341 303	3 768 270	4 256 334	4 739 282	4 383 992	4 314 112	4 417 647	4 499 765	4 574 841
10	2 796 019	3 347 874	3 775 681	4 264 705	4 748 603	4 392 614	4 322 596	4 426 335	4 508 614	4 583 839

Figure IV.2.12 – Triangle des règlements cumulés  $\widehat{P}_{l,j}^{(\infty)}$  complété, garantie incapacité

L'analyse des couples  $(C_{i,j}, C_{i,j+1})_{i=1, \dots, n-j}$  montre que l'alignement des points est conservé.

Figure IV.2.13 – Couples  $(C_{i,j}, C_{i,j+1})$  (années cédantes,  $\widehat{P}_{l,j}^{(\infty)}$ ), garantie incapacité

Enfin, les coefficients de développement sont visiblement constants, également dès la première année de développement.

Figure IV.2.14 – Coefficients  $f_{i,j}$  (années cédantes,  $P_{i,j}^{(\infty)}$ ), garantie incapacité

Nous en déduisons finalement le montant des réserves suivant :

	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
$R_i$	0	6 571	16 687	29 839	50 920	93 577	175 904	453 881	1 203 645	3 197 637

Figure IV.2.15 – Réserves à constituer par survénance (années cédantes,  $P_{i,j}^{(\infty)}$ ), garantie incapacité

<b>Réserves</b>	<b>5 228 661</b>
-----------------	------------------

Il convient maintenant de s'interroger sur le niveau de réserves estimé.

### 3. Back-testing

Afin de juger de la pertinence du modèle développé, nous réalisons un *back-testing*. Pour ce faire, nous utilisons les données disponibles à fin 2015 : nous appliquons la méthode développée aux données extraites au 31/12/2015 et analysons les écarts de charges ultimes déterminées au titre des années de survénance 2005 à 2014.

#### Frais de soins :

		Année de survénance									
		2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
	Charge ultime estimée au 31/12/2015	17 797 371	19 449 287	19 886 450	21 142 021	23 695 532	25 577 810	27 138 706	28 604 557	28 054 116	27 929 147
Méthode développée	Charge ultime estimée au 31/12/2014	17 797 279	19 448 759	19 885 892	21 141 526	23 694 287	25 573 110	27 144 011	28 582 714	28 063 864	27 137 667
	écart	-92	-528	-558	-495	-1 245	-4 700	5 305	-21 843	9 748	-791 479
		0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	-0,1%	0,0%	-2,8%
Chain Ladder sur années comptables	Charge ultime estimée au 31/12/2014	17 797 279	19 448 788	19 885 947	21 141 836	23 695 359	25 573 795	27 130 354	28 581 733	28 149 192	26 385 296
	écart	-92	-499	-503	-185	-172	-4 015	-8 352	-22 824	95 076	-1 543 850
		0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	-0,1%	0,3%	-5,5%

Figure IV.3.1 – Comparaison méthode développée vs. Chain Ladder &amp; back-testing, garantie frais de soins

A titre d'information, nous rappelons les résultats obtenus par la méthode de référence, la méthode « Chain Ladder appliquée sur les années comptables ».

Nous constatons une erreur d'estimation quasi-nulle sur les survenances 2013 & antérieures, ce qui peut être attendu étant donné la vitesse d'écoulement du frais de soins. L'erreur d'estimation sur la survenance 2014 est relativement faible à -2,8 %. L'estimation est par ailleurs améliorée en comparaison à la méthode de référence, où l'erreur d'estimation est de l'ordre de -5,5 %.

### Décès :

		Année de survenance									
		2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
Charge ultime estimée au 31/12/2015		3 990 273	4 038 467	4 561 186	4 569 001	5 208 763	5 023 797	5 106 162	5 611 169	5 540 909	5 210 435
Méthode développée	Charge ultime estimée au 31/12/2014	3 985 242	4 029 334	4 544 978	4 553 236	5 169 654	4 982 354	5 062 016	5 521 735	5 416 987	4 299 428
	écart	-5 032 -0,1%	-9 132 -0,2%	-16 208 -0,4%	-15 765 -0,3%	-39 109 -0,8%	-41 443 -0,8%	-44 146 -0,9%	-89 434 -1,6%	-123 922 -2,2%	-911 007 -17,5%
Chain Ladder sur années comptables	Charge ultime estimée au 31/12/2014	3 985 242	4 030 355	4 548 410	4 562 191	5 181 906	5 007 045	5 079 635	5 533 212	5 508 403	4 113 472
	écart	-5 032 -0,1%	-8 112 -0,2%	-12 777 -0,3%	-6 809 -0,1%	-26 857 -0,5%	-16 752 -0,3%	-26 528 -0,5%	-77 957 -1,4%	-32 506 -0,6%	-1 096 963 -21,1%

Figure IV.3.2 – Comparaison méthode développée vs. Chain Ladder & back-testing, garantie décès

Nous observons que les estimations sur les survenances 2013 et antérieures sont relativement bonnes : les erreurs d'estimation sont de l'ordre de 0 à 2 %. Pour la survenance 2014, nous constatons que l'erreur d'estimation n'est pas négligeable (de l'ordre de 17,5 %). Cela s'explique par le biais intrinsèque aux méthodes de cadencement : pour les années récentes, l'estimation est fortement dépendante du dernier montant de règlement enregistré, et peut de fait être assez volatile. Cela est d'autant plus vrai pour la garantie décès, pour laquelle les montants de règlements peuvent être importants et « peu fréquents » (les capitaux décès pouvant être importants). Notons tout de même que l'estimation est cependant améliorée par rapport à la méthode de référence.

### Incapacité :

		Année de survenance									
		2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
Charge ultime estimée au 31/12/2015		2 800 479	3 358 288	3 793 223	4 290 692	4 795 314	4 456 536	4 367 861	4 513 203	4 690 562	4 484 766
Méthode développée	Charge ultime estimée au 31/12/2014	2 796 019	3 347 874	3 775 681	4 264 705	4 748 603	4 392 614	4 322 596	4 426 335	4 508 614	4 583 839
	écart	-4 460 -0,2%	-10 413 -0,3%	-17 542 -0,5%	-25 987 -0,6%	-46 712 -1,0%	-63 922 -1,4%	-45 265 -1,0%	-86 868 -1,9%	-181 947 -3,9%	99 073 2,2%
Chain Ladder sur années comptables	Charge ultime estimée au 31/12/2014	2 796 019	3 349 287	3 778 664	4 269 178	4 767 529	4 427 877	4 345 021	4 487 419	4 569 742	4 860 204
	écart	-4 460 -0,2%	-9 001 -0,3%	-14 558 -0,4%	-21 514 -0,5%	-27 786 -0,6%	-28 659 -0,6%	-22 840 -0,5%	-25 784 -0,6%	-120 819 -2,6%	375 439 8,4%

Figure IV.3.3 – Comparaison méthode développée vs. Chain Ladder & back-testing, garantie incapacité

Nous observons que l'estimation est relativement bonne pour l'ensemble des années de survivance : l'erreur d'estimation est globalement inférieure à 4 %. L'estimation de la survivance 2014, dont l'erreur est de 8,4 % avec la méthode de référence, a été améliorée : l'écart étant réduit à 2,2 %.

En outre, une estimation de l'erreur de prédiction peut être obtenue en appliquant le modèle de Mack aux  $P_{i,j}^{(\infty)}$  :

$$mse(\widehat{R})^* = \sum_{i=2}^n \left\{ mse(\widehat{R}_i)^* + \widehat{C}_{i,n}^* \left( \sum_{k=i+1}^n \widehat{C}_{k,n}^* \right) \sum_{j=n+1-i}^{n-1} \frac{\widehat{\sigma}_j^{*2}}{\widehat{f}_j^{*2}} \left( \frac{2}{\sum_{k=1}^{n-j} C_{k,j}^*} \right) \right\}$$

avec

$$mse(\widehat{R}_i)^* = \widehat{C}_{i,n}^{*2} \sum_{j=n+1-i}^{n-1} \frac{\widehat{\sigma}_j^{*2}}{\widehat{f}_j^{*2}} \left( \frac{1}{\widehat{C}_{i,j}^*} + \frac{1}{\sum_{k=1}^{n-j} C_{k,j}^*} \right) \quad 2 \leq i \leq n$$

$$C_{i,j}^* = \sum_{k=1}^j P_{i,k}^{(\infty)} \quad \begin{array}{l} 1 \leq i \leq n \\ 1 \leq j \leq n \end{array}$$

$$\widehat{f}_j^* = \frac{\sum_{i=1}^{n-j} C_{i,j+1}^*}{\sum_{i=1}^{n-j} C_{i,j}^*} \quad 1 \leq j \leq n-1$$

$$\widehat{C}_{i,n}^* = C_{i,n+1-i}^* \prod_{k=n+1-i}^{n-1} \widehat{f}_k^* \quad 2 \leq i \leq n$$

$$\widehat{\sigma}_j^* = \frac{1}{n-j-1} \sum_{i=1}^{n-j} C_{i,j}^* \left( \frac{C_{i,j+1}^*}{C_{i,j}^*} - \widehat{f}_j^* \right)^2 \quad 1 \leq j \leq n-2$$

Nous obtenons alors les erreurs standards relatives suivantes :

	Méthode développée	Méthode "Année comptable"	Méthode "Année cédante"
Frais de soins	8,20%	11,26%	10,33%
Décès	11,80%	24,87%	14,94%
Incapacité	6,99%	19,94%	7,60%

Figure IV.3.4 – Synthèse des erreurs standards relatives

A priori, tous les chiffres semblent converger vers une amélioration de l'erreur standard relative. Néanmoins, il serait nécessaire de pousser l'analyse pour s'assurer de l'absence de biais dans l'estimateur.

#### 4. Synthèse

		Estimation au 31/12/2015	Méthode développée	écart vs. estimation au 31/12/2015	Méthode "Année comptable"	Méthode "Année cédante"
Frais de soins	"Charge ultime estimée"	239 274 996	238 469 109	-805 887 / -0,3%	237 789 579	224 692 655
	Règlements enregistrés au 31/12/2014	221 295 046	221 295 046		221 295 046	221 295 046
	Réserves estimées au 31/12/2014	17 979 950	17 174 063	-805 887	16 494 532	3 397 609
Décès	"Charge ultime estimée"	48 860 162	47 564 964	-1 295 198 / -2,7%	47 549 869	43 778 986
	Règlements enregistrés au 31/12/2014	42 585 833	42 585 833		42 585 833	42 585 833
	Réserves estimées au 31/12/2014	6 274 329	4 979 131	-1 295 198	4 964 036	1 193 153
Incapacité	"Charge ultime estimée"	41 550 923	41 166 880	-384 044 / -0,9%	41 650 942	37 329 762
	Règlements enregistrés au 31/12/2014	34 217 270	34 217 270		34 217 270	34 217 270
	Réserves estimées au 31/12/2014	7 333 653	6 949 609	-384 044	7 433 671	3 112 492

Figure IV.4 – Synthèse des résultats

Notons que les montants de « réserves estimées au 31/12/2014 » des méthodes d'estimation au 31/12/2015 et de la méthode développée, sont calculées par différence entre la charge ultime estimée et les règlements enregistrés jusqu'au 31/12/2014 (le but étant de déterminer le niveau de provisions qu'il devrait être constitué, compte tenu des règlements réellement enregistrés au 31/12/2014).

L'estimation faite à partir de la méthode développée est relativement bonne. En effet, l'écart d'estimation est assez faible : 0,3 % en santé, 0,9 % en incapacité. Pour la garantie décès, l'écart relatif est plus élevé (2,7 %), ce qui, comme vu précédemment, est dû à la volatilité de l'estimation de la charge pour la dernière survenance ; l'estimation est toutefois du même ordre de grandeur que celle réalisée à partir de la méthode de Chain Ladder sur les flux comptables.

Enfin, pour l'ensemble des garanties étudiées, l'amélioration de l'erreur de prédiction intrinsèque au modèle par rapport à la méthode de référence (« Chain Ladder appliquée sur les années comptables »), liée notamment à l'utilisation de cadencements construits à partir de dates d'enregistrement des flux par les cédantes, a visiblement été conservée.

## Conclusion

L'objectif de cette étude était de développer une méthode d'estimation des provisions, basée sur le cadencement des règlements, adaptée à un portefeuille de réassurance.

Ce mémoire a permis de mettre en évidence le fait que la méthode de cadencement de référence, Chain Ladder, n'est pas directement adaptée à un portefeuille de réassurance. En revanche, en essayant de se mettre dans la position des cédantes, en utilisant notamment les dates d'enregistrement des flux par les cédantes, la méthode peut s'appliquer : les coefficients obtenus vérifient mieux les hypothèses sous-jacentes à la méthode de Chain Ladder. De plus, l'erreur de prédiction intrinsèque au modèle est réduite. Ces deux points sont importants car, en utilisant cette approche, nous pourrions construire des cadences de règlements « lissées », exploitables dans des modèles de projections de portefeuille.

Cette approche a par ailleurs mis en évidence la notion de « taux de transmission de l'information » : les cédantes disposant davantage d'informations que le réassureur, ce dernier doit en tenir compte dans le cadencement. En effet, en moyenne, le réassureur ne dispose que de 40 à 50 % des flux enregistrés par les cédantes. Et selon les risques, il faut attendre 2 à 3 ans pour disposer d'une information « complète ». Ne pas en tenir compte, risque de mener à un sous-provisionnement.

Enfin, le *back-testing* nous montre que la méthode développée donne de meilleurs résultats que la méthode de référence, ce qui justifie la pertinence de cette approche. Toutefois, les limites propres aux méthodes de cadencement se retrouvent dans les résultats, notamment la volatilité de l'estimation de la charge pour la dernière année de survenance, en particulier pour un risque dont le rapport fréquence/coût moyen est faible, comme le décès.

Notons que ce type d'approche pourrait également être utilisé dans le cadre de la délégation de gestion de sinistres. L'aspect « connaissance de la donnée » est toutefois différent de la réassurance, car un assureur qui délègue des activités est tenu de connaître ses risques aussi bien que s'il en avait lui-même la gestion. Mais il peut être intéressant de se pencher sur le délai de transmission de l'information du délégataire de gestion à l'assureur. En effet, celui-ci peut, de la même manière, perturber le cadencement.

## Références

### Ouvrages & publications

DENUIT M., CHARPENTIER A. (2005) Mathématiques de l'assurance non-vie – Tome II : tarification et provisionnement. Economica

LIBAULT D. (2015) Rapport sur la solidarité et la protection sociale complémentaire collective

MACK T. (1993) Distribution-free calculation of the standard error of Chain Ladder reserve estimates. ASTIN BULLETIN, Vol. 23, No. 2

MACQUEEN J. (1967) Some methods for classification and analysis of multivariate observations. University of California.

MONTAUT A. (DREES) (2016) « Santé, retraite, décès... : un tiers du marché de l'assurance privée couvre des risques sociaux », Études et Résultats, n°963, Drees, Juin

TOSETTI A., BEHAR T., FROMENTEAU M., MENART S. (2011) Assurance : Comptabilité - Réglementation – Actuariat. Economica

### Mémoires

COMPAIN H. (2010) Analyse du risque de provisionnement non-vie dans le cadre de la réforme Solvabilité II

DOMECQ G., LANGJAHR D. (2013) Assurances Collectives, risque arrêt de travail : Mise en place d'un indicateur d'évolution du risque à court terme

LACOUME A. (2008) Mesure du risque de réserve sur un horizon de un an

### Cours

BERNAY A. (2013) Assurances dommages : demande d'assurance, rentabilité et réassurance (CEA)

BONIN O. (2014) Analyse de données (CEA)

CHARPENTIER A. (2013) Actuariat IARD - ACT2040 / Partie 7 - provisions pour sinistres à payer, IBNR et triangles (Université du Québec à Montréal)

IZART C. (2013) Assurance Prévoyance & Santé (CEA)

**Sites internet**

CTIP, « Qu'est-ce-que la prévoyance collective ? »

L'Argus de l'Assurance, article du 17/09/2015, « Réassurance santé : nouvelle donne, nouveaux atouts »

Service-Public, « Complémentaire santé d'entreprise (mutuelle santé) »

Wikipedia, « Garantie incapacité de travail/invalidité de travail », « Garantie décès », « Assurance maladie complémentaire »

**Texte réglementaire**

Code des assurances - Article L141-1, définition d'un contrat d'assurance de groupe

## Annexes

### Garanties d'un contrat responsable

Principales prestations d'un contrat responsable souscrit ou renouvelé à partir du 1er avril 2015				
Prestations		Prise en charge obligatoire	Prise en charge exclue	Prise en charge optionnelle
<b>Honoraires du médecin</b>		Ticket modérateur	- Dépassements d'honoraires et majoration du ticket modérateur liés au non respect du parcours de soins - Participation forfaitaire de 1 euro	Pas de limite si le médecin est adhérent au contrat d'accès aux soins  Prise en charge limitée dans le cas contraire
<b>Médicaments</b>	À SMR (Service Médical Rendu) majeur (remboursés à 65 %)	Ticket modérateur	Franchise	
	À SMR modéré et faible (remboursés à 30 % et 15 %)	Pas d'obligation de prise en charge		
	Homéopathie	Pas d'obligation de prise en charge		
<b>Hospitalisation</b>		Forfait journalier en totalité, sans limitation de durée  Ticket modérateur		Pas de limite si le médecin est adhérent au contrat d'accès aux soins  Prise en charge limitée dans le cas contraire
<b>Optique</b>		Ticket modérateur		Limitée de la manière suivante : - Une paire de lunettes tous les 2 ans au maximum (annuellement pour les enfants ou en cas d'évolution de la vue) - Monture à hauteur de 150 € maximum - Limites minimales et maximales selon la complexité de l'équipement (par exemple, pour un verre simple, prise en charge comprise entre 50 € et 470 €)
<b>Dentaire</b>		Ticket modérateur		
<b>Cure thermale</b>		Pas d'obligation de prise en charge		