Mémoire présenté le :
pour l'obtention du diplôme
de Statisticien Mention Actuariat
et l'admission à l'Institut des Actuaires

Par : M. Ioan MARA

Sujet : Optimisation du capital économique avec la réassurance rétrospective

Confidentialité : ☐ NON ☒ OUI (Durée : ☐ 1 an ☒ 2 ans)

Les signataires s'engagent à respecter la confidentialité indiquée ci-dessus.

Membre présents du jury de l'Institut des Actuaires

Membres présents du jury de la filière

Entreprise :

Nom : AXA France

Signature :

Directeur de mémoire en entreprise :

Nom : M. Sébastien Kuntz

Signature :

Invité :

Nom :

Signature :

Autorisation de publication et de mise en ligne sur un site de diffusion de documents actuariels *(après expiration de l'éventuel délai de confidentialité)*

Signature du responsable entreprise

Signature du candidat

Secrétariat

Bibliothèque :

Table des matières

Remerciements

Mes premiers remerciements vont à mes tuteurs Sébastien Kuntz et Jean-Marie Nessi pour leur disponibilité et leurs conseils très avisés malgré leurs emplois de temps chargés.

Je remercie également les gens de mon équipe qui ont répondu avec gentillesse à mes questions tout au long de mon alternance.

Je tiens également à remercier le corps professoral de l'Institut de Statistique de l'Université de Paris pour la qualité de l'enseignement prodigué durant les trois années d'études.

Enfin, j'adresse un grand merci à Ioana Duta et à Grégoire Charvet pour leur relecture.

Confidentialité

Dans un souci de confidentialité certains chiffres de ce mémoire ont été modifiés. Toutefois, ceci n'altère pas la pertinence de la réflexion.

Lexique

STEC : Short Term Economic Capital / équivalent du SCR pour le modèle interne d'AXA

Strip Reserve : Vecteur contenant 10 000 simulations pour les boni-mali sur les réserves

MVM : Market Value Margin / coût d'immobilisation du SCR jusqu'au run-off

ADC : Adverse Development Cover / réassurance des réserves non-proportionnelle

$Prix_{ADC}$: Moyenne des paiements attendus par la couverture ADC

BEL : Best Estimate Liabilities / Meilleure Estimation des réserves ou Best Estimate

AFR : Available Financial Resources / Ressources financières disponibles pour couvrir le SCR

VaR : Value at Risk

$\Delta STEC, \Delta MVM, \Delta BEL, \Delta AFR, \Delta VaR$:Variations des indicateurs suite à la mise en place de l'ADC

Point d'attachement : priorité du traité

QIS : Quantitative Impact Study

P&L : Profit and Loss

Proxy: Approximation

Résumé

Mots-clés : SCR Réserve, MVM (Market Value Margin), réassurance rétrospective, ADC (Adverse Development Cover), modèle interne, Solvabilité 2

Le présent mémoire se place dans le cadre de la nouvelle réglementation Solvabilité II et plus précisément dans le cadre du modèle interne d'AXA France qu'on appelle Short Term Economic Capital (STEC). Le STEC représente le besoin en fonds propres et peut être vu comme la mesure de risque pour les évènements bicentenaires, étant obtenu par une approche statistique. Pour AXA France IARD, le STEC Technique représente une partie très importante; il est le résultat de l'agrégation de 3 sous-risques : Risque de Prime, Risque de Réserve et Risque CAT, le Risque de Réserve étant prédominant.

Le STEC mesure le risque qui se traduit par une immobilisation de capital. Comme celui-ci est apporté par les investisseurs il a un coût car ces derniers attendent une rémunération du capital investi. Par définition, la MVM (Market Value Margin) est le coût du risque qu'un repreneur du portefeuille supporterait suite à un transfert des engagements (Best Estimate ou nominal des réserves – réserves non escomptées) car à son tour, le repreneur devra rémunérer ce capital. La valeur des réserves sera la somme du Best Estimate et de la MVM.

Dans le contexte du modèle interne notre objectif sera de baisser le besoin en fonds propres via un montage de réassurance contre le risque de développement adverse des réserves. Cette baisse entrainera un double effet bénéfique : l'amélioration du ratio de solvabilité et l'augmentation du capital libre.

Le risque de développement adverse des réserves peut être transféré aux réassureurs par le biais d'une ADC (Adverse Development Cover) qui consiste à céder toute dérive des réserves concernées par le traité au-delà de la valeur nominale ou du Best Estimate (ou bien une autre valeur établie de commun accord). Il se peut que le réassureur accepte de couvrir uniquement les réserves nominales (donc non escomptées) et non pas le Best Estimate(valeur actuelle des engagements futurs) même si son rôle est d'optimiser le capital sous un régime Solvabilité 2. Comme le modèle interne et le calcul du capital requis se basent sur la déviation du Best Estimate, dans le cas où le réassureur ne couvrirait que la valeur nominale, une difficulté supplémentaire interviendrait : celle de devoir quantifier l'impact d'un tel traité (réserves nominales) sur le modèle interne (réserves en Best Estimate).

On peut voir ce type de couverture comme l'équivalent d'un traité Stop Loss ou XS à la différence que l'ADC concerne les sinistres déjà survenus et qu'on cherche donc à nous assurer que les boni-mali sur les réserves ne vont pas être trop importants.

Ainsi on va juger de la rentabilité de l'ADC en nous définissant différents indicateurs de décision comme la sensibilité du besoin en fonds propres par rapport au coût de la réassurance, le rapport capital libéré/coût ou encore le gain en nombre de points de ratio Solvabilité II. On cherchera à trouver la réassurance optimale au vu de ces indicateurs.

Note de synthèse

Problématique

Chez AXA France IARD comme dans la majorité des sociétés IARD, une grande partie du capital est bloquée dans le risque de réserve. Afin de diminuer ce risque, le marché de la réassurance propose aux sociétés qui utilisent un modèle interne une couverture rétrospective contre le développement adverse des réserves (ADC).

Avec la nouvelle réglementation, les sociétés d'assurance s'orientent de plus en plus vers la gestion de capital (Capital Management). Dans ce contexte, pour juger de la pertinence de l'ADC et pour mieux comprendre les mécanismes de fonctionnement du capital économique, une étude a été menée au sein d'AXA par la Direction de Gestion des Risques IARD.

Ce mémoire se propose de présenter les grandes lignes de cette étude.

Forme de la couverture et lien avec le modèle interne

Les traités de type Stop Loss sur les réserves sont formulés de la manière suivante : 450M€xs1700M€ ce qui veut dire que le réassureur couvrira toute déviation des réserves au-delà de 1700 M€ et dans la limite de 400 M€. En général la couverture est formulée en termes de réserves nominales non-escomptées et non en Best Estimate car le réassureur ne veut pas porter le risque de taux.

Dans le modèle interne, le risque de réserve est calculé en Best Estimate. Afin de contourner ce problème on va traduire la couverture (qui est définie en réserves nominales) en Best Estimate. Comme l'escompte joue un rôle important, elle aura plutôt la forme 400M€xs1540M€ (réserves escomptées) et on l'appliquera en tant que telle afin de quantifier son impact sur le capital économique.

Indicateurs d'aide à la décision retenus

Pour juger de l'efficacité de l'ADC on retient deux indicateurs principaux :

- Le rapport entre le capital disponible libéré et le coût engendré par la couverture
- Le gain en nombre de points de ratio de Solvabilité 2

Le capital disponible libéré va être la somme entre le capital réglementaire requis libéré et le gain sur la Market Value Margin.

Périmètre de l'étude

Il a été choisi de mener l'étude sur l'ensemble du portefeuille IARD. Toutefois la branche PM Rentes a été exclue car l'écoulement des réserves est plus semblable à l'assurance vie. Cette branche contribue de manière négligeable au risque total.

Aussi, le choix d'un périmètre global (ensemble du portefeuille hormis la branche PM Rentes) se justifie par une plus grande facilité d'implémentation et de faisabilité. Les différentes couvertures testées seront appliquées directement sur le risque de Réserve qui est une sortie du modèle interne. Pour connaître l'impact sur le risque global, la partie agrégation avec les autres risques du modèle se fait avec un outil Excel.

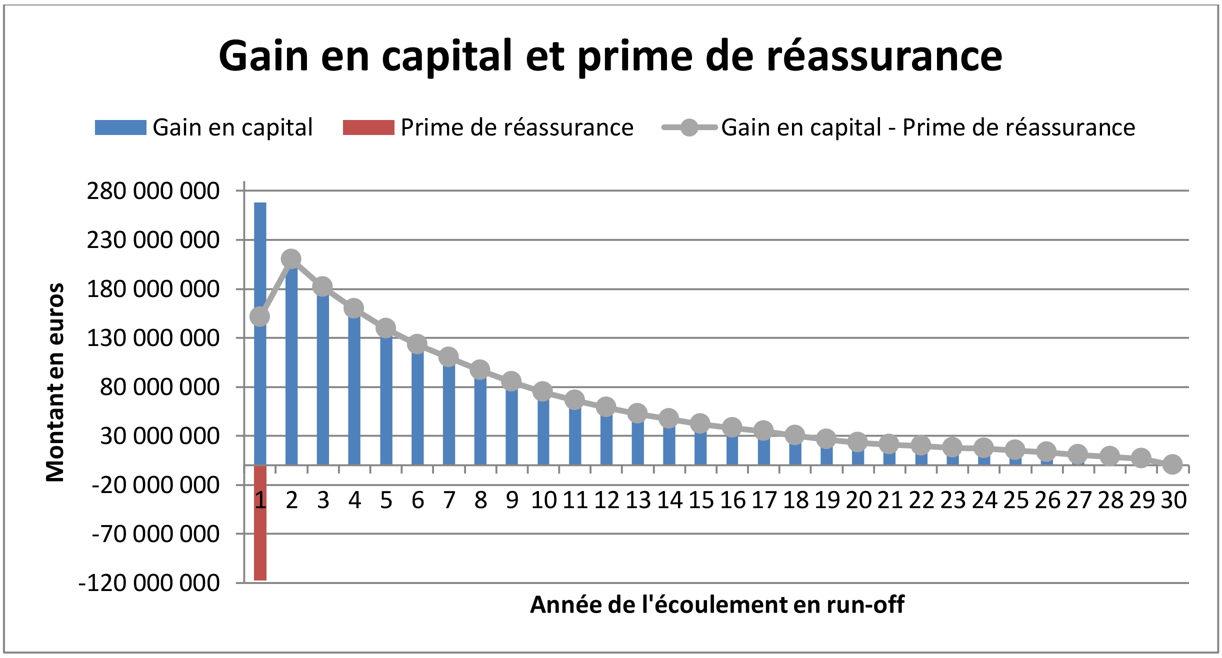
Hypothèse sur la durée de la couverture et paiement de la prime de réassurance

Il a été supposé que le réassureur couvre le portefeuille en run-off (donc sans nouvelles souscriptions) jusqu'à liquidation complète des réserves du portefeuille AXA. Dans le cadre de cette étude théorique il a été également supposé que la prime de réassurance est payable la première année de la couverture et qu'elle impacte donc le résultat de cette année.

La première année, le gain en nombre de points de ratio Solvabilité 2 sera affecté par le paiement de la prime.

A partir de la deuxième année du run-off on bénéficie pleinement de la libération du capital sans avoir à payer de prime de réassurance supplémentaire. L'effet sur le ratio de Solvabilité 2 va continuer à être fort pendant cette année de la couverture.

Le graphique suivant illustre ces propos :



Ainsi on profitera de l'économie de capital réglementaire et de son cout jusqu'à l'extinction du portefeuille initialement couvert. Les bénéfices de cette réassurance sur les réserves ont été évalués en run-off mais en pratique de nouvelles affaires (qui ne seront pas couvertes par le traité) atténueront ce gain pendant les années futures.

Calcul de la prime de réassurance

La rentabilité d'un Stop Loss sur les réserves (ADC) dépend fortement du coût de la réassurance qui n'est pas connu a priori par la cédante qui désire faire une étude de rentabilité. En raison de la méconnaissance des principes de tarification de la prime de réassurance, on a été amenés à faire des hypothèses sur son calcul (en pratique le réassureur va proposer à un moment donné un prix pour la couverture : la présente étude étant théorique on va ignorer cet aspect).

Ainsi on a considéré qu'en plus de l'espérance des paiements du réassureur ceci rajoute l'augmentation de sa Market Value Margin (car son risque de réserve augmenterait) dans la prime pure : pour le réassureur, la prime qu'il fera payer au titre de la couverture devra servir à couvrir les paiements futurs espérés envers la cédante et la rémunération du capital supplémentaire que ses investisseurs apporteront pour couvrir le risque de réserve additionnel transféré par l'assureur.

Pour quantifier l'augmentation du risque de réserve du réassureur afin d'avoir une idée de la variation de sa MVM, la principale inconnue porte sur le degré de diversification en termes de risque et sur la capacité du réassureur à diversifier le risque transféré par la cédante avec le risque déjà existant dans son portefeuille.

Le risque CAT et Prime disparaissent au bout d'un an pour un portefeuille en run-off à l'opposé du risque de réserve qui est porté jusqu'à l'extinction du portefeuille. On a considéré que le réassureur diversifie fortement le risque de réserve de la première année transféré par la cédante avec son propre exposition CAT. De ce fait l'augmentation du coût du capital du réassureur est significative à partir de la deuxième année seulement. Dans ce contexte, la variation de la MVM du réassureur va être la somme des coûts des capitaux supplémentaires futurs nécessaires pour porter à terme ce risque de réserve supplémentaire.

Pour le calcul de la prime commerciale, la prime pure a été chargée de 50%.

Objectif et choix de la réassurance optimale

Le but est de placer en réassurance une tranche fixe de la déviation du risque de Réserve (on cherchera à placer 400 M€ pour l'exemple sur un risque de réserve bicentenaire d'environ

2000 M€) pour libérer du capital bloqué dans le risque de réserve et pour améliorer le ratio Solvabilité 2.

En fonction de la priorité du traité, on libère un montant de capital différent. On cherche donc à trouver la priorité qui est la plus rentable au vu du rapport capital libéré / coût.

Entre autres, la réassurance des réserves aura pour conséquence la diminution du Best Estimate en raison de la troncature de la courbe de distribution des réserves.

Un des résultats essentiels de ce mémoire est l'existence d'un entier positif k compris entre 0 et 1 tel que:

$$\frac{\textbf{capital disponible libéré}}{\textbf{cout de la couverture}} = \frac{\Delta \mathbf{SCR_{Total}}}{\Delta \mathbf{SCR_{Reserve}}} * \frac{\mathbf{portée_{ADC}} - \Delta \textbf{Best Estimate}}{(\mathbf{1-k}) * \Delta \textbf{Best Estimate} + \mathbf{k} * \mathbf{portée_{ADC}}}$$

On note que la taille de la tranche qu'on veut placer par rapport au montant du risque total de réserve est très importante : plus la tranche est petite et plus l'évidence de la priorité optimale sera claire.

Principaux résultats

Avec les différentes hypothèses sur le pourcentage de la tranche de réassurance cédée qui impacte directement le SCR Réserve du réassureur suite à la diversification avec son propre risque de réserve (75%, 50% et 25%), on montre que la courbe de rentabilité croît, connaît un maximum, baisse ensuite et croît à nouveau de manière assez forte pour des priorités très élevées. Cette croissance de la fonction de rentabilité pour les priorités élevées est aberrante et montre la limite de la mesure de risque qui a été choisie pour Solvabilité 2 (qui est la Value at Risk à 99,5%) car une fois que la priorité plus la portée dépasse la Value at Risk à 99,5%, la variation du capital économique pour le risque de réserve diminue fortement comme les valeurs qui sont en queue de distribution (au-delà de la VaR@99,5%) ne comptent pas dans le calcul du SCR.

De surcroit, l'un des objectifs étant d'améliorer le ratio de Solvabilité 2 en vue de se mettre en accord avec l'appétit au risque fixé par le Comité Exécutif et comme les traités à priorité élevée ont un impact limité dans ce sens, il résulte de l'étude que les priorités élevées ne nous intéressent pas.

Sur le portefeuille étudié, la priorité optimale pour l'ADC se situe entre le quantile 86% et 95% de la distribution pour le risque de réserve (entre 105% et 108% du Best Estimate) en fonction des hypothèses prises.

Limites de la modélisation et améliorations possibles non abordées

Dans le cadre de ce mémoire on a illustré de manière globale le fonctionnement de l'Adverse Development Cover dans le cas où le réassureur accepte de porter le risque jusqu'au run-off total. En pratique, sur ce genre de traité, le réassureur peut prévoir des clauses encourageant fortement la cédante à commuter (résilier) au bout d'un an ou plusieurs. Comme la diminution de la MVM se fait sur les années de couverture uniquement, l'impact du traité est plus limité mais en échange le cout de la réassurance baisse de manière considérable. Ce dernier correspond plus à un montage financier qu'à un contrat de réassurance car le réassureur ne porte pas réellement le risque de réserve si la priorité est suffisamment haute mais permet à la cédante de libérer du capital de manière artificielle. Dans ce contexte il pourrait être intéressant de voir si la rentabilité de l'ADC est meilleure en souscrivant une couverture pour une année et en renouvelant l'année suivante ou en cédant la totalité du portefeuille jusqu'à l'extinction des engagements. La modélisation d'un tel montage pourrait s'avérer fastidieuse car il faudra prendre compte l'option de commutation dans la modélisation.

Aussi, dans la présente étude, le cadencement de liquidation des réserves est déterministe et par conséquent la MVM l'est aussi. Pour plus de profondeur on pourrait donc imaginer une MVM stochastique.

Abstract

Key words: Reserve SCR, MVM (Market Value Margin), retrospective reinsurance, ADC (Adverse Development Cover), internal model, Solvency 2

The present actuarial analysis can be placed within the upcoming Solvency II regulations, more precisely within the internal model developed by AXA France – STEC or Short Term Economic Capital. STEC represents the solvency capital requirements and can be seen as a measure of risk for bicentennial events, being obtained by using a statistical approach. For AXA France IARD, the Technical STEC plays an important role as it is the result of the aggregation of three sub-risks: premium risk, reserve risk, and CAT risk, where reserve risk is predominant.

STEC measures the risk, which may be translated by an immobilization of capital. As the latter automatically suggests investors, it has a cost also because they will expect to be reimbursed for the invested capital. By definition, MVM (Market Value Margin) is the cost of the risk that a Portfolio buyer would further support subsequent to liability transfer (Best Estimate or nominal value of the reserve – undiscounted reserves) considering that a buyer must also remunerate its shareholders. The value of the reserves will be the sum of the Best Estimate and the MVM.

In view of the context suggested by the internal model, our aim is to reduce the capital requirements via a reinsurance montage against the adverse development of the reserves. This reduction will have a double beneficial effect: the improvement of the solvency ratio and the increase of free surplus.

The risk of adverse development of the reserve may be transferred to reinsurers through the bias of an ADC (Adverse Development Cover) which presumes ceding all deviations of the reserves in question beyond the nominal value or the Best Estimate (or even a different value established by mutual agreement). It is possible that the reinsurer accepts covering the nominal reserves alone (hence undiscounted) and not the Best Estimate (present value of future liabilities), even if its role is to optimize the capital under a Solvency II regime. Since the internal model and the computation of required capital is based on the deviation of the Best Estimate, an additional difficulty could occur in case only the nominal value is under the reinsurer’s coverage: that of being compelled to quantify the impact such a treaty (nominal reserves) has on the internal model (reserves in the Best Estimate).

We may look at this type of cover as an equivalent of a Stop Loss or XS treaty except that the ADC relates to claims that have already occurred.

Thus, we will assess the profitability of the ADC by defining different decisional indicators such as the sensitivity of the capital requirements in relation to the cost of the reinsurance, the liberated capital / cost of liberating ratio or yet the gain of points in Solvency II ratio. We seek to find the optimal reinsurance subsequent to the mentioned pointers.

Overview

Main lines of the analysis

At AXA France IARD like in most P&C companies, much of the capital is blocked in the reserve risk. In order to reduce the risk, the reinsurance market offers the companies using an internal model a retrospective cover called ADC.

With the upcoming regulations, insurance companies are moving more and more towards Capital Management. In this context, a study was conducted to assess the relevance of the ADC and also to better understand the running mechanisms of the economic capital.

This thesis focuses on presenting the outline of this study.

Form of cover and link with the internal model

Stop Loss treaties concerning reserves are expressed as follows: 450M€xs1700M€ which means that the reinsurer will cover any deviation of reserves beyond 1700M€ and within the limit of 400M€. Generally, the cover is defined in terms of nominal undiscounted reserves as the reinsurer does not wish to carry the interest rate risk.

With the internal model the reserve risk is calculated on a Best Estimate basis. To circumvent the problem we will convert the coverage (defined by nominal reserves) into Best Estimate. Seeing that the discount plays an important role, it will rather have the form 400M€xs1540M€ (discounted reserves) that we will apply as such that one may quantify its impact on the economic capital.

Chosen decisional indicators

To examine the effectiveness of the ADC we retain two main indicators:

- The ratio of available released capital to the cost generated by the cover
- The gain of points in Solvency II ratio

The released free surplus will be the sum of the released SCR and the saving on the Market Value Margin.

Scope of the study
Due to the complexity of the internal model, we have decided to conduct the study on the overall P&C portfolio. However, the Disability Pension line of business has been excluded because the outflow of reserves is very similar to life insurance. This branch contributes negligibly to the total risk.

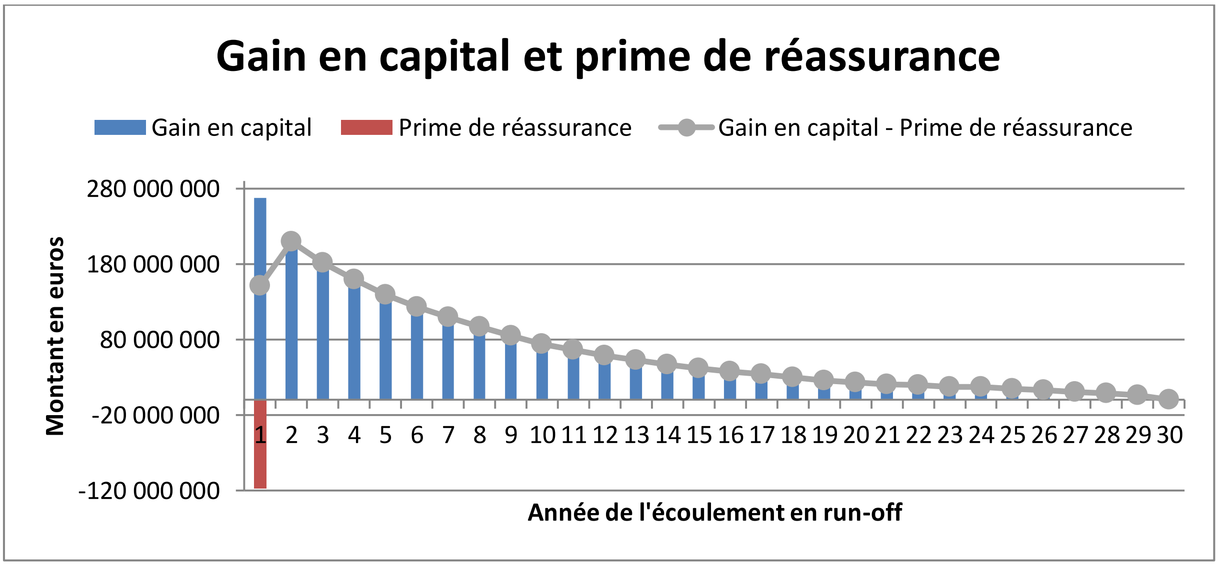
Also, the choice of having a general scope rather a segmented one is justified by a greater ease of implementation and feasibility. The different covers that have been tested will be directly applied to the Reserve risk which is an output of the internal model. In order to determine the impact on the global risk, the aggregation with the other risks implied by the model is made using an Excel tool.

Hypothesis on the duration of the cover and payment of the reinsurance premium
It was assumed that the reinsurer covers the portfolio in run-off (without further underwriting) until it reaches a complete liquidation of reserves from the portfolio of AXA. Within the framework of this theoretical study, it was equally considered that the reinsurance premium was payable during the first year of cover and thus it have an impact on the first year solely.

In the first year the gain of points in Solvency II ratio will be affected by the payment of the premium.

Starting with the second year of run-off one will fully benefit from the lifting of capital without having to pay an additional reinsurance premium. The Solvency II ration will therefore increase even more in the second year of coverage.

The following chart shows why the cover reaches its maximal efficiency within the second year:



In this way we will take advantage of the economy of the regulatory capital and of its cost up to the extinguishment of the initial covered portfolio. The benefits of this type of reinsurance of the reserves were evaluated in run-off, but in actual practice new business (that will not be covered by the treaty) will mitigate the gain during future years.

Calculation of the reinsurance premium

The profitability of a Stop Loss regarding the reserves (ADC) strongly depends on the cost of the reinsurance which cannot be known in advance by the transferor who wishes to do a profitability study. Due to the lack of knowledge of the principles regarding the pricing of the reinsurance premium, we were forced to make assumptions over its calculation.

Hence we have considered that besides the reinsurer’s expected payments, the reinsurer will add its increase of Market Value Margin (as its Reserve risk would grow) in the technical premium: for the reinsurer, the premium should be used to comprise its expected future payments and also to the remuneration of additional capital that the investors will provide to cover the extra reserve risk transferred by the insurer.

To quantify the increase of the reinsurer’s reserve risk so that one gets an idea of the variation of its MVM, the main unknown factor concerns on the one hand the degree of diversification in terms of risk and on the other hand the ability of the reinsurer to diversify the risk transferred by the insurer with the current risk in his portfolio.

The CAT and Premium risk disappear within a year in a run-off portfolio unlike the reserve risk which is carried out up to the extinction of the portfolio. We have considered that within the first year the reinsurer would highly diversify the reserve risk assigned by the transferor with its own CAT exposition. Thereby increasing of the cost of the reinsurer’s capital is significant only from the second year. In this context, the change in the reinsurer’s MVM will be the sum of the costs of future additional capital necessary to bring forward this supplementary reserve risk.

The value of the commercial premium is the value of the technical premium plus a 50% for expenses.

Objective and choice of the optimal reinsurance

The goal is to reinsure a fixed layer of deviation of the Reserve risk (we will look to place 400 M€ for instance) in order for one to release blocked capital on the reserve risk and also to improve the Solvency II ratio.

Depending on the priority of the treaty, one would release a different amount of capital. We will thus try to find the most profitable priority in view of the rate reduction of capital requirement / cost of cover.

Among other things, the reinsurance of reserves will result in the reduction of the Best Estimate due to the truncation of the distribution curve of the reserves.

One of the key results of this thesis is the existence of a positive integer k between 0 and 1 as:

$$\frac{\textbf{reduction in global SCR}}{\textbf{cover cost}} = \frac{\boldsymbol{\Delta}\mathbf{SCR_{Technical}}}{\boldsymbol{\Delta}\mathbf{SCR_{Reserve}}} * \frac{\mathbf{layer_{ADC}} - \boldsymbol{\Delta}\textbf{Best Estimate}}{(\mathbf{1}-\mathbf{k}) * \boldsymbol{\Delta}\textbf{Best Estimate} + \mathbf{k} * \mathbf{layer_{ADC}}}$$

The ratio of the latter is called profitability of the cover.

The global SCR is the Technical SCR aggregated with operational and financial SCR.

We would like to highlight that the size of the layer that we want to place compared to the amount of the total reserve risk is very important: the smaller the layer is, the better the optimal priority will be emphasized.

Main results

Having different assumptions about the portion from the ceded reinsurance that has a direct impact on the Reserve SCR of the reinsurer following the diversification with its own reserve risk (75 %, 50 % and 25 %), we show that the profitability curve increases, has a maximum, and then declines only to strongly increase again for very high attachment points. This growth in profit function for the elevated priorities is absurd and only points out the limits of the risk metric chosen for Solvency II (meaning the Value at Risk 99,5 %) because once the priority plus the layer exceeds the Value at Risk 99,5 %, the variation of economic capital for the reserve risk is greatly reduced as the extreme values of the distribution (beyond VaR@99,5 %) do not count in the calculation of the SCR.

What’s more, since one of the objectives is to improve the Solvency II ratio so as to be consistent with the risk appetite framework established by the Executive Board and since the high priority treaties have a limited impact in this sense, it is clear from the study that high priorities are of no importance to us (or that we are not interested in them).

In the studied portfolio, the optimal priority for ADC is between the 86% and 95% percentile of the distribution for the reserve risk (between 105% and 108% of the Best Estimate) depending on the assumptions made.

Limits of modeling and possible improvements that are not addressed

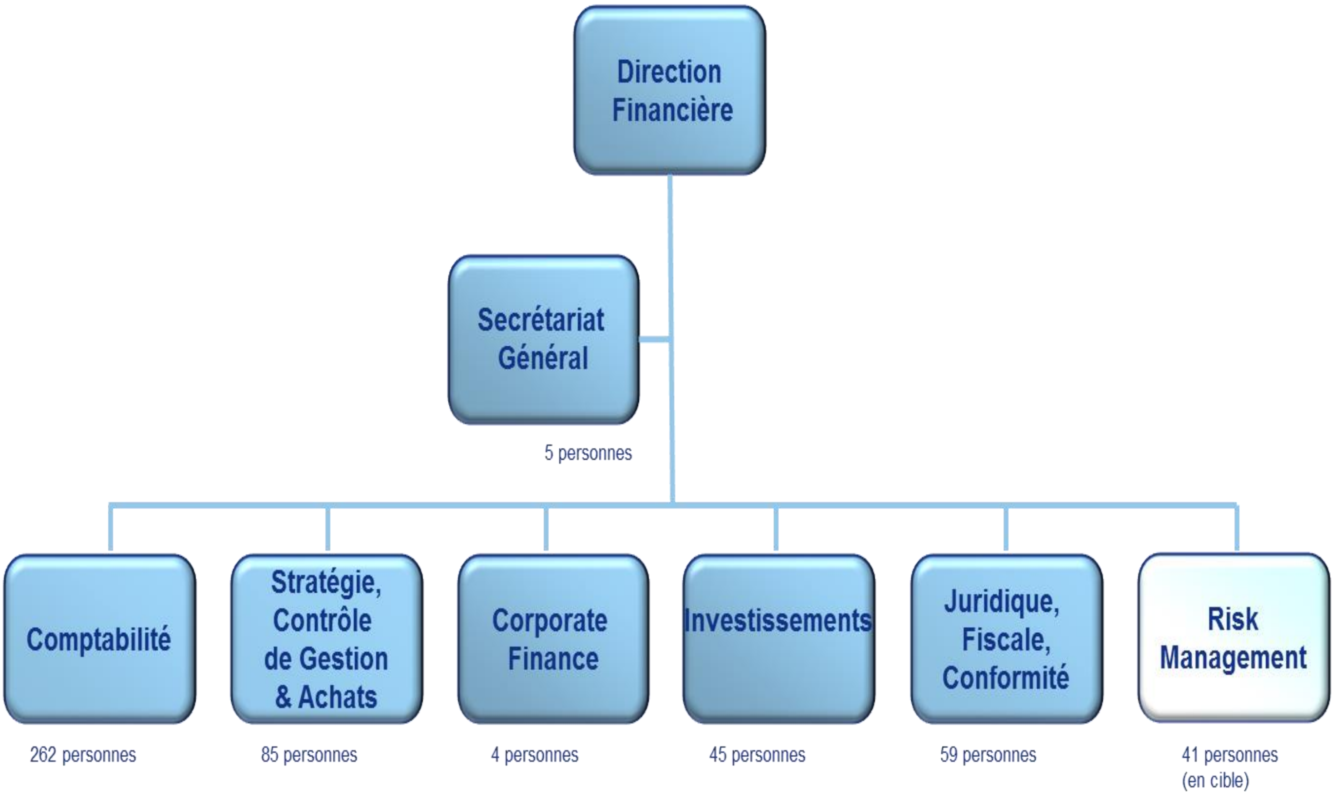
In this thesis we have illustrated in a comprehensive manner the functioning of the Adverse Development Cover if the reinsurer accepts to bear the risk until the total run-off. In practice, in this kind of treaty the reinsurer may include clauses to strongly encourage the transferor to switch (to terminate) after a year or more. As the reduction of the MVM occurs solely during the cover years, the impact of treaty is more limited; however, the cost of the reinsurance drops significantly. The latter corresponds more to a financial montage than to a reinsurance contract for the reason that the reinsurer does not actually carry the reserve risk if the priority is high enough, but allows the transferor to free up capital artificially. In this context it might be interesting to see if the profitability of ADC is improved by purchasing coverage for one year and renewing it the following year than by giving the entire portfolio up to the extinguishment of liabilities. The modeling of such a cover can prove to be cumbersome because it will take into account the option of commutation in the modeling.

Also, in this study, payment pattern of reserves is deterministic and so does the MVM. For further investigation one could imagine a stochastic MVM.

Rôle de la direction Risk Management IARD chez AXA France

Le présent mémoire a été réalisé à la Direction Risk Management IARD chez AXA France. Il est donc intéressant de décrire en guise d'introduction les missions principales de ce département.

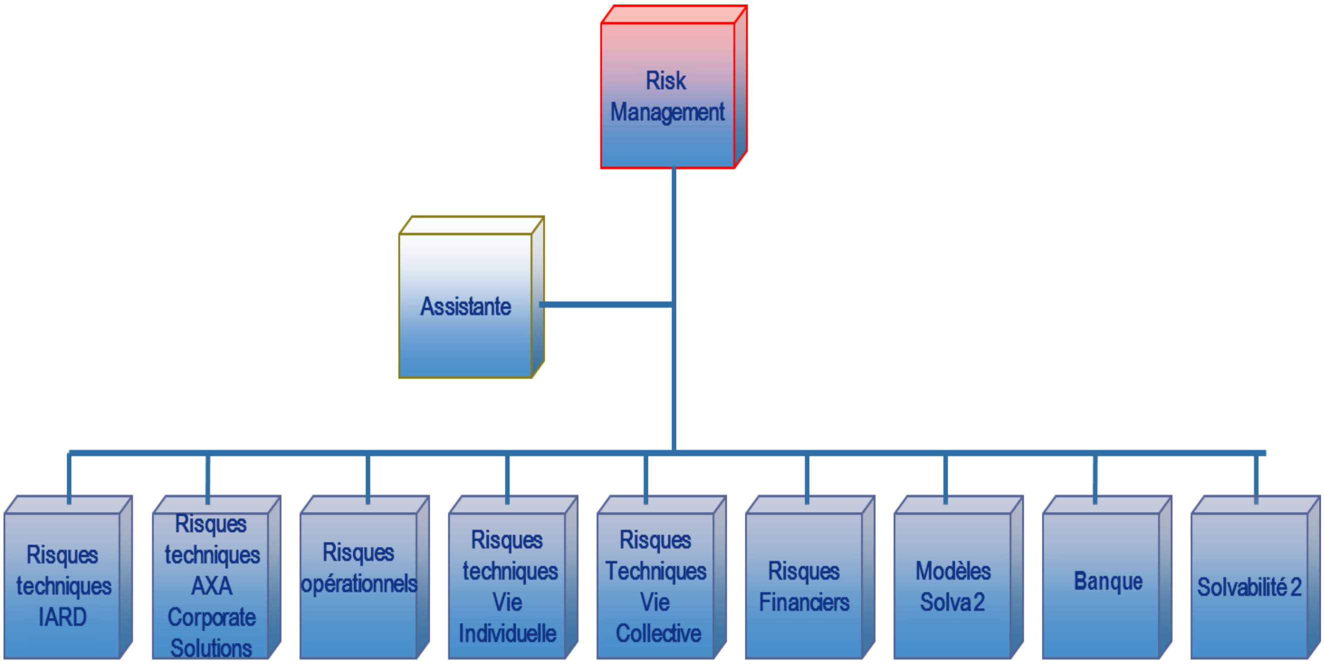
Chez AXA France, la Direction de Gestion des Risques fait partie de la Direction Financière qui est organisée comme suit (en dessous de chaque département on peut trouver les effectifs correspondant) :



Parmi les missions possibles de la Direction Financière on trouve de manière générale:

- La Définition de la politique d'allocation stratégique des actifs et supervision de sa gestion
- La Conduction des opérations d'acquisitions et pilotage des participations et des filiales
- La Contribution au développement commercial durable d'AXA France en assurant la sécurité juridique
- Le Support aux entités opérationnelles dans le cadre de leur activité

La Direction de gestion des Risques en particulier s'articule autour de neuf pôles :



Dans ce contexte elle a un rôle clé dans la Direction Financière comme c'est ici qu'on élabore les éléments financiers nécessaires au pilotage (tel que l'appétit au risque), à l'analyse et à la prévision de l'activité.

La direction Risk Management identifie et mesure les risques potentiels de l'entreprise et permet la gestion de ceux qui ont été détectés comme les plus critiques.

Elle aide à la prise de conscience, chaque salarié étant appelé à s'approprier une vraie culture du risque dans l'entreprise et s'occupe de la mise en place du modèle interne Solvabilité 2 (STEC).

Les principaux enjeux sont de :

- Vérifier que les risques sont cohérents avec les limites fixées par l'entreprise
- Rester en cohérence avec les standards du Groupe qui est l'entité mère
- Respecter les exigences réglementaires, en particulier en vue de la mise en place de Solvabilité 2
- Assurer la production et la communication des indicateurs de risque
- Etre présent à tous les stades de la vie d'un produit : de la création au suivi, ainsi que pour la souscription des contrats importants

Quelques exemples d'indicateurs-clé suivis à la Direction de Gestion des Risques sont :

- L'AFR (Available Financial Resources) : éléments éligibles pour la couverture de la marge de solvabilité dans le cadre Solvabilité 2
- Provisions Best Estimate
- Ratio de Solvabilité
- Economic Combined Ratio
- Le STEC (Short Term Economic Capital qui est l'équivalent du SCR calculé selon le modèle interne d'AXA)

I/ Introduction des notions Solvabilité 2 utiles pour ce mémoire

1/ Objectifs de la réglementation à venir et lien avec le présent mémoire

La directive Européenne Solvabilité II a pour but de renforcer la solvabilité des assureurs, à uniformiser le marché et vise une meilleure adaptation des fonds propres exigés des compagnies d'assurance et de réassurance face aux risques auxquelles elles s'exposent.

Solvabilité 2 s'articule autour de 3 piliers :

- le 1er pilier définit les exigences quantitatives réglementaires ; c'est le pilier qui vise le calcul du MCR (Minimum Capital Requirement qui représente le seuil de fonds propres en dessous duquel l'Autorité de Contrôle Prudentiel retire l'agrément) et du SCR (Solvency Capital Requirement qui correspond au niveau des fonds propres à détenir pour faire face au global à un choc financier qui arriverait tous les 200 ans) ; une bonne partie de ce mémoire va concerner ce pilier comme le but sera la diminution du SCR et du coût de sa rémunération

- le 2ème pilier a pour objectif le suivi des risques ; l'un des outils de pilotage et de suivi des risques est l'appétit au risque qui fait partie de l'ORSA (Own Risk and Solvency Assessment) ; la nécessité de la baisse du besoin en fonds propres vient du suivi des risques par le Risk Appetite

- le 3ème pilier vise à améliorer la transparence des assureurs et réassureurs en termes de communication et d'information envers les assurés, investisseurs et autorité de contrôle

2/ Le STEC

Le STEC (Short Term Economic Capital) correspond au capital à immobiliser pour faire face au risque de ruine que les activités présentes et de l'année à venir pourraient générer dans un cas sur deux cents. Son calcul s'appuie sur le modèle interne commun au Groupe AXA (vision consolidée) et à ses entités juridiques (vision solo). Il est basé sur le quantile à 99,5% d'une Value at Risk à l'horizon d'un an. Le STEC est l'équivalent du SCR ; il est la mesure de risque pour le modèle interne d'AXA.

Le STEC IARD va être l'agrégation du risque technique IARD, du risque financier et du risque opérationnel.

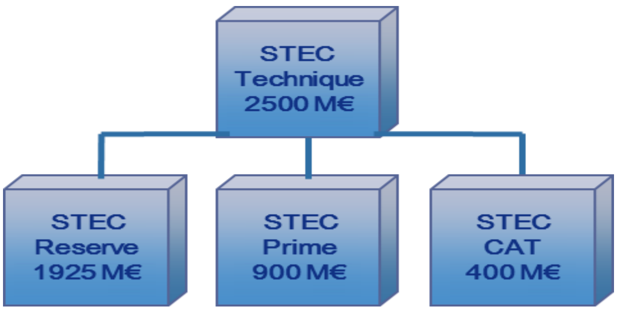
A son tour, le risque Technique IARD va être calculé par l'agrégation selon une matrice de corrélation de 3 sous-risques: le risque de déviation des réserves par rapport à la charge attendue (STEC Reserve), le risque que les primes encaissées soient insuffisantes au vu des sinistres effectivement survenus (STEC Prime ; il capte également toutes les fluctuations des primes d'assurance de l'année à venir) ainsi que le risque de catastrophes naturelles telles que les inondations, la grêle, les tremblements de terre, les conflagrations ou encore le risque de terrorisme (STEC CAT).

Le risque de Reserve, le risque de Prime et le risque CAT sont représentés par un vecteur de taille 10000 (on a donc 10000 scénarios possibles pour chaque risque en termes de boni/mali annuels). Ces 10000 montants sont obtenus en actualisant les cash-flows futurs avec la courbe des taux Swap (il s'agit d'une vision Best Estimate).

Par la construction du modèle les risques de Reserve et le risque CAT sont des risques non-corrélés. Le risque de Reserve et le risque de Prime ont une corrélation de 50%. Dans ce cadre, le risque de Reserve est très important par rapport aux deux autres et de ce fait il représente un stabilisateur du risque global (car il rend le STEC Total moins sensible aux variations des autres risques) tandis que le risque CAT bénéficie d'une forte diversification avec les deux autres risques (ses variations n'impactent pas beaucoup le risque global).

Si le STEC CAT doublait par exemple, le profil général de risque ne serait plus le même : le STEC Technique serait plus volatile.

On présente ci-dessus l'ordre de grandeur du STEC Technique ainsi que sa déclinaison :



3/ La Market Value Margin (MVM)

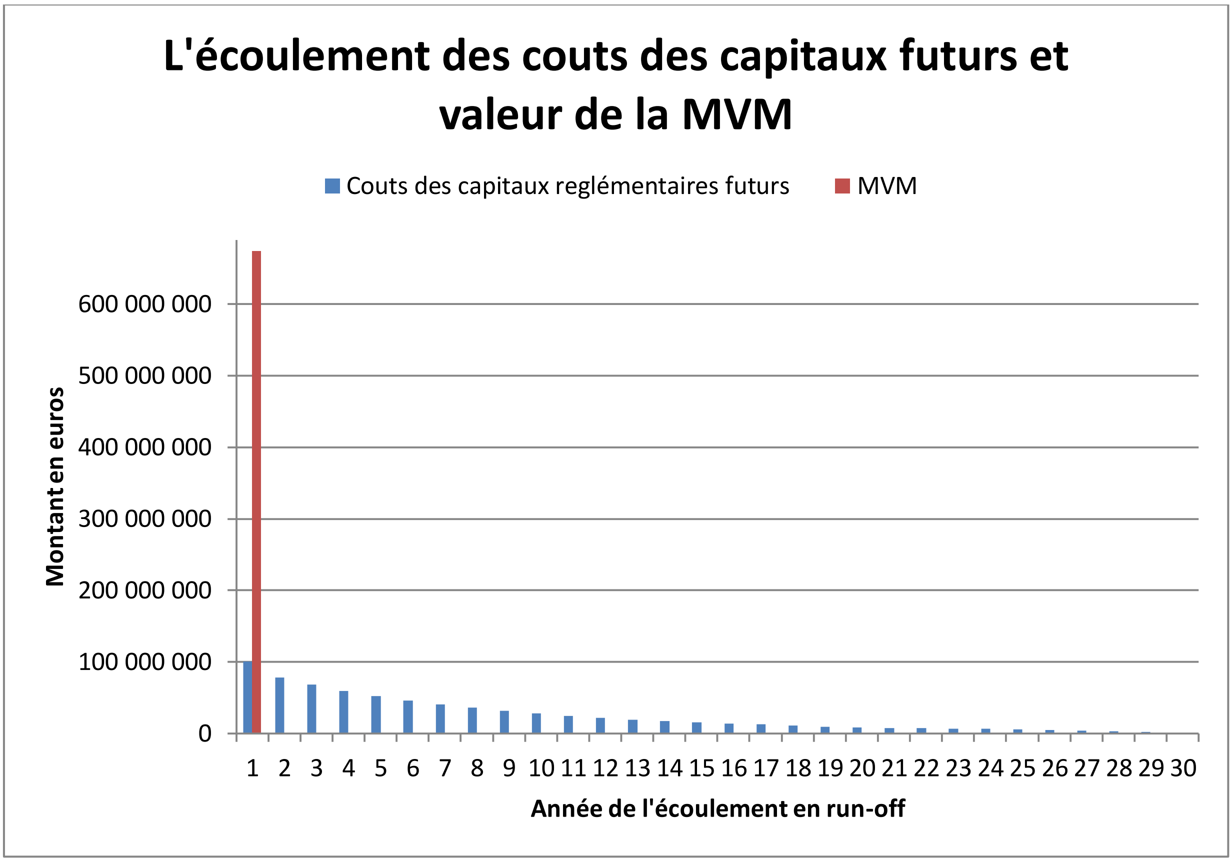
La MVM est le coût de l'immobilisation du STEC en vision run-off et se calcule sur une base de coût du capital de 6%. Ce taux correspond à la prime de risque qu'un investisseur s'attend à recevoir au-delà du taux sans risque en échange du capital apporté. Ainsi la MVM est la valeur actuelle nette des rémunérations futures des capitaux nécessaires pour porter les engagements à terme. Lever du capital pour couvrir le STEC a un coût : celui de devoir le rémunérer. Ce montant est également nécessaire afin de rendre le Best Estimate liquide sur les marchés. La MVM est appelée aussi « RiskMargin ». La liquidation des réserves s'étend sur plusieurs années. Par conséquent, l'écoulement du STEC Reserve lui aussi s'étend sur la même durée tandis que le STEC CAT et le STEC Prime sont liquidés dans l'année. De ce fait la rémunération du STEC Reserve représente la composante majeure de la MVM pour une société IARD. On suppose qu'au bout de 30 ans l'Entreprise est libérée de tout engagement. Ainsi, on a choisi la méthode du coût du capital dans l'évaluation de la MVM :

$$MVM \approx \frac{6\% * STEC_{Technique}}{1+r_1} + \sum_{i=2}^{30} \frac{6\% * STEC_{Reserve\ au\ bout\ de\ la\ i-ème\ année}}{(1+r_i)^i}$$

avec $i \to r_i$ étant la courbe des taux utilisée pour l'actualisation des rémunérations futures.

Dans le modèle interne d'AXA, la MVM est de l'ordre de 700 M€.

Le graphique suivant montre les couts des immobilisations futures de STEC en comparaison avec la valeur totale de la MVM :



Pour évaluer la variation de la MVM suite aux variations du STEC, on supposera que le nouveau STEC Reserve s'écoule en run-off proportionnellement à l'ancien.

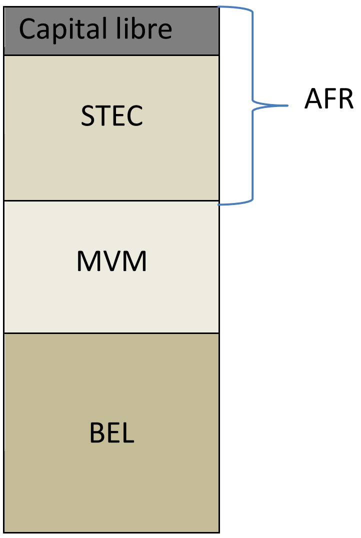
4/ Best Estimate Liabilities (BEL), Available Financial Ressources (AFR)

Le BEL (Best Estimate Liabilities) est la meilleure estimation du niveau de réserves escomptées à détenir pour faire face aux engagements. Il correspond à l'actualisation des niveaux des provisions dossier/dossier et IBNR futures en vision run-off.

L'AFR (Available Financial Ressources) représente les ressources financières disponibles pour couvrir le STEC. Si le ratio $\frac{AFR}{STEC}$ est supérieur à 1, il y aura également du Capital libre dans notre bilan et la compagnie respectera ses exigences de marge de solvabilité vis-à-vis du régulateur.

5/ Schéma comptable économique et relation entre BEL, MVM, STEC et AFR

Le passif d'AXA à l'image de toute société IARD prend la forme suivante dans Solvabilité 2 :



A priori le STEC et l'AFR sont indépendants l'un de l'autre, l'AFR ne variant suite à une variation du STEC qu'en conséquence de la variation de la MVM.

En effet, une baisse du STEC Reserve aurait pour conséquence la baisse du STEC (Total après diversification avec le STEC Financier et le STEC Opérationnel), de la MVM et du BEL. En supposant qu'il n'y a pas de changement à l'actif, l'AFR augmenterait suite à la baisse de la MVM et du BEL. La baisse du BEL va être expliquée dans la partie théorique de ce mémoire (elle sera due à la troncature de la distribution des boni-mali suite à la réassurance des réserves).

De par la définition même de la MVM, celle-ci baisse si le risque de réserve baisse car les réserves sont portées jusqu'au run-off.

On a : $Ratio\ SII\ après\ baisse\ du\ STEC\ Reserve = \frac{AFR+\Delta AFR}{STEC+\Delta STEC} = \frac{AFR-\Delta MVM-\Delta BEL}{STEC+\Delta STEC}$. Ainsi on cumule un double effet bénéfique en termes d'impact sur le ratio de Solvabilité II : l'augmentation des ressources financières disponibles (numérateur) et la baisse du risque (dénominateur).

6/ Capital réglementaire / Capital de notation

Dans une compagnie d'assurance IARD on rencontre souvent les notions de *capital disponible*, *capital réglementaire*, et *capital de notation.*

Le capital réglementaire est le capital exigé pour rester en activité et ne pas avoir un retrait d'agrément de la part du régulateur tandis que *le capital de notation* est le capital nécessaire afin d'être considéré comme un partenaire financièrement fiable.

La réassurance des réserves va améliorer le capital réglementaire et le capital de notation.

7/ Volatilité du ratio Solvabilité 2 par rapport au ratio Solvabilité 1

Comme sous Solvabilité 2 la vision économique est privilégiée plutôt qu'une vision comptable, le STEC et l'AFR (Available Financial Resources) sont liés car prendre plus de risque (par la souscription d'affaires plus risquées par exemple) fait augmenter notre mesure de risque qui est le STEC mais a tendance à faire également augmenter la richesse qui est l'AFR. A l'inverse, plus on a de richesse et plus on a des pertes potentielles. Avec une vision dynamique de l'actif et du passif, le ratio de Solvabilité devient plus volatile.

Le ratio S I connait une certaine stabilité car le capital requis est simplement un pourcentage du chiffre d'affaire ou des sinistres et que l'actif est évalué en normes comptables françaises (il ne varie pas beaucoup en raison du principe des couts historiques etc.)

Pour faire face à la plus grande volatilité des ratios Solvabilité 2, les assureurs vont chercher encore plus à lisser leurs résultats avec la réassurance.

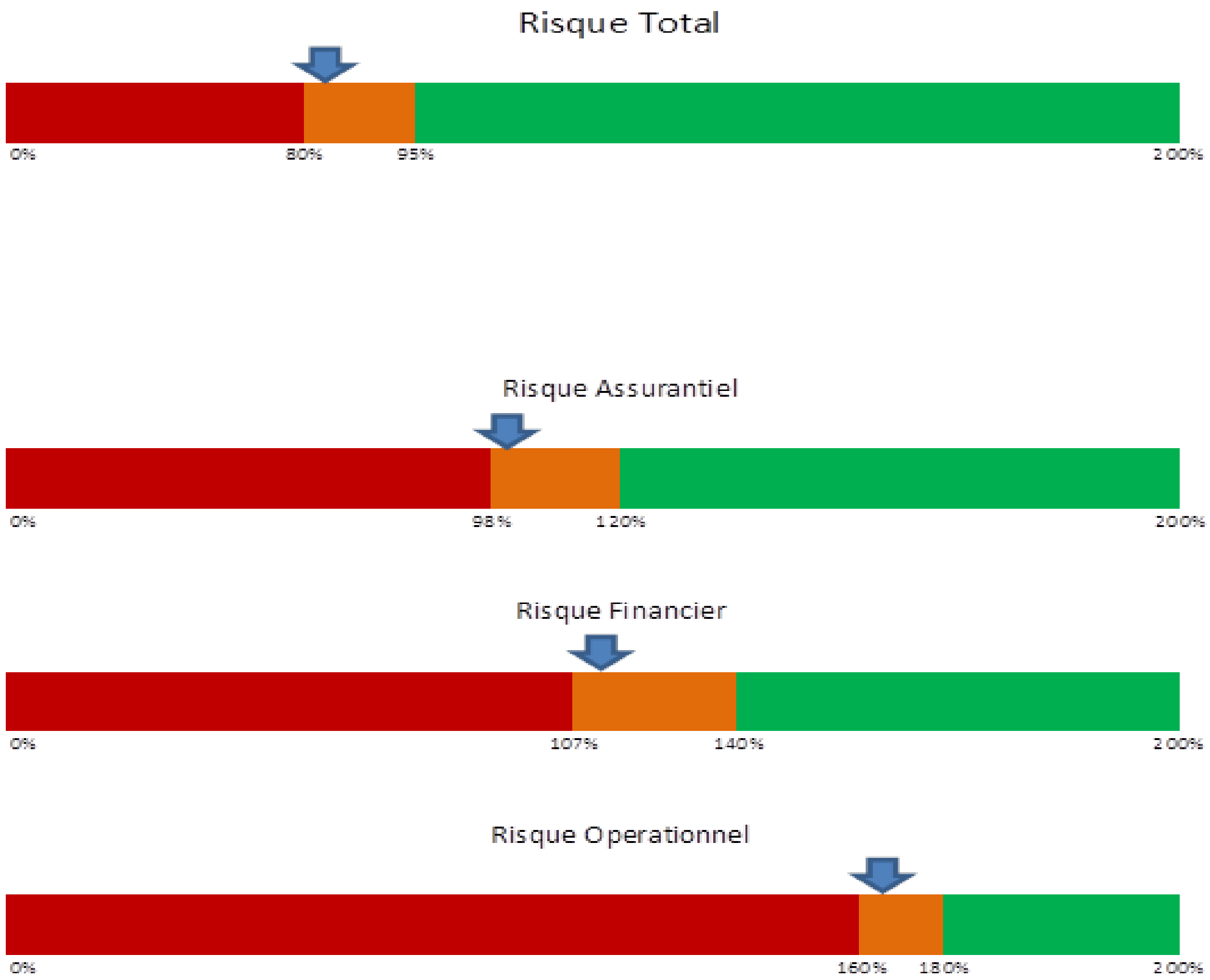
Néanmoins, du fait de la prise en compte des effets de diversification sous S II et comme AXA France IARD est une compagnie multirisques, il existe un effet de mutualisation d'où une certaine stabilité du STEC à méthode de calcul égale.

Dans le contexte S II, une gestion efficace du ratio de Solvabilité est devenue la priorité de chaque compagnie.

8/ La notion d'appétit au risque et lien avec l'achat d'une couverture rétrospective

On définit l'appétit au risque pour une société IARD comme le ratio de solvabilité 2 minimum que l'entreprise est prête à accepter en cas de choc bicentenaire. Il se décline en appétit au risque assurantiel (technique), financier et opérationnel comme dans l'exemple suivant :

Appétit au Risque Global et sa déclinaison concernant le ratio de solvabilité cible dans le cas d'un choc bicentenaire



L'appétit au risque correspond à la limite entre la zone rouge et la zone orange. On cherchera à rester au minimum dans la zone orange en cas de choc bicentenaire. Ce suivi est trimestriel. La réassurance des réserves par ADC va uniquement impacter le Risque Assurantiel.

En fonction du ratio qu'elle a, une société est prête à perdre un certain nombre de points tout en respectant la limite tolérée. Comme $ratio_{avant\ choc} = \frac{AFR}{STEC}$, le ratio après un éventuel choc bicentenaire deviendrait $\frac{AFR-STEC}{STEC}$ donc $ratio_{après\ choc} = ratio_{avant\ choc} - 100\%$. En cas de consommation totale du capital requis on perd exactement 100 points sur le ratio S II. Ainsi, si l'assureur veut encore avoir un ratio supérieur à 100% après un tel évènement il doit avoir un ratio avant choc supérieur à 200%. Comme le ratio minimum à avoir pour ne pas risquer un retrait d'agrément est d'environ 80% (MCR ou Minimum Capital Requirement) il est indispensable d'avoir un ratio avant choc qui soit au moins égal à 180%. Souvent dans les sociétés IARD le risque de réserve alourdit le capital requis de manière considérable, ce risque étant donc un risque subi qui limite le ratio de solvabilité 2. Avec une couverture rétrospective contre le développement négatif des réserves il est possible d'améliorer ce ratio pour respecter l'appétit au risque.

De cette manière le besoin de réduire le risque de réserve est cohérent avec la définition de l'appétit au risque et aide à piloter la stratégie de la compagnie. Avec plus de marge sur le ratio de Solvabilité on pourrait même penser à souscrire de nouveaux risques et tenter d'autres secteurs du marché.

Pour la plupart des compagnies IARD, le ratio de Solvabilité 2 est inférieur au ratio Solvabilité 1 d'où la nécessité pour les sociétés d'améliorer le nouveau ratio réglementaire pour des questions d'image.

9/ Solvabilité 2 en lien avec la réassurance

On peut diviser la réassurance en deux grandes familles de types de traités :

- la réassurance prospective qui porte sur les sinistres à venir. Elle peut être proportionnelle (Quote-Part, Excédent de Plein) ou non-proportionnelle (Excédent de Sinistre, Stop Loss). La littérature est riche d'études sur ce type de réassurance.

- la réassurance rétrospective qui porte sur les sinistres déjà survenus. Elle consiste à céder les IBNR et provisions dossier-dossier. Comme la réassurance prospective, il existe des traités proportionnels (LPT – Loss Portfolio Transfer, équivalent d'un traité Quota Share sur les réserves) et non proportionnels (ADC – Adverse Development Cover qui est l'équivalent d'un traité en Excédent de Sinistre). Ce dernier va être l'objet de notre analyse.

Dans la constitution de la marge requise sous Solvabilité 1 le taux de cession maximum pris en compte est de 50% ce qui veut dire que le besoin en fonds propres ne peut être réduit que dans une certaine limite suite à un programme de réassurance.

Dans Solvabilité 2, en raison d'une approche économique, la limitation existante sous Solvabilité 1 ne s'applique plus d'où une plus grande importance accordée à la réassurance et une plus grande flexibilité. Dans le nouveau cadre réglementaire l'achat de réassurance va effectivement diminuer le risque pris en termes d'engagements mais en échange un risque de contrepartie (risque de défaut du réassureur) va apparaitre et viendra contrebalancer dans une certaine mesure la baisse du risque du portefeuille.

Pour un assureur souhaitant augmenter son ratio de solvabilité, une réduction du besoin en capital (STEC) est plus efficace qu'une augmentation du capital disponible. Par exemple si une compagnie veut augmenter son ratio S II de 100% à 150%, une réduction du capital requis de 33% a le même impact qu'une augmentation de 50 % du capital disponible.

On va démontrer cette affirmation :

$$ratio\ SII = \frac{AFR}{STEC}$$

Soient *a* et *b* deux nombres positifs tels que $\frac{AFR+a}{STEC} = \frac{AFR}{STEC-b}$. Ainsi on va pouvoir comparer l'augmentation nécessaire du capital disponible (a) et la baisse nécessaire du risque (b) et voir laquelle des deux actions est plus efficace. On supposera qu'une compagnie qui veut entreprendre ces actions à un ratio S II au moins égal à 100%.

Ainsi $\frac{AFR+a}{STEC} = \frac{AFR}{STEC-b}$ si et seulement si $\frac{b}{a} = \frac{STEC}{AFR+a}$mais $\frac{STEC}{AFR+a} < \frac{STEC}{AFR} < 1$. Ainsi *b* < *a*. Donc il vaut mieux réduire le risque qu'apporter du nouveau capital afin d'augmenter son ratio de solvabilité.

La réassurance des réserves aura l'avantage de cumuler une baisse du risque et l'augmentation du capital disponible.

10/ La notion d'aléa et le nouveau cadre Solvabilité 2

Selon le code civil : « le contrat aléatoire est une convention réciproque dont les effets, quant aux avantages et aux pertes, soit pour toutes les parties, soit pour l'une ou plusieurs d'entre elles, dépendent d'un événement incertain. Tels sont : le contrat d'assurance, le jeu et le pari, le contrat de rente viagère. »

Le contrat d'assurance et implicitement le contrat de réassurance (ou traité), doit être de ce fait aléatoire. Par conséquent il est essentiel de faire une réflexion sur la notion d'aléa et son interprétation dans la réglementation actuelle.

D'un point de vue de la définition pure du terme, est appelé « aléatoire » tout événement qui a une probabilité non nulle de se réaliser ou de ne pas se réaliser. D'un point de vue de l'assurance il faudrait plutôt utiliser le terme de « suffisamment aléatoire ». Par exemple un risque qui a une très forte probabilité de se produire est un mauvais risque pour l'assureur car celui-ci lui coûtera cher et donc la prime qu'il demandera pour couvrir ce risque ne sera pas abordable d'un point de vue économique car trop élevée (en d'autres termes le coût de la certitude est très important). On voit donc l'intérêt qu'il y a pour un assureur (et pour les assurés/souscripteurs aussi) de couvrir des risques « suffisamment aléatoires » i.e. des risques qui aient des périodes de retour plus importantes individuellement. Plus le risque est petit et plus il est aléatoire. A l'opposé, un risque trop peu fréquent est forcément mal connu en raison du manque d'information. De cette réflexion il ressort que plus la période de retour est importante et plus le risque présentera une opportunité d'arbitrage pour les parties. L'ajout des franchises sur les contrats d'assurance représente donc un « matelas » afin de rendre les risques encore plus aléatoires.

Par extrapolation, le même principe pourra s'appliquer à la réassurance.

Dans le nouvel environnement Solvabilité 2, la connaissance du risque et notamment de sa queue de distribution sont devenues des éléments incontournables puisque les (ré)assureurs sont tenus d'immobiliser assez de capital pour faire face à des déviations bicentenaires par rapport aux scénarios centraux. Par exemple on verra par la suite que le risque de réserve est distribué selon une loi à deux paramètres calibré sur la moyenne (environ 50% de chance de se réaliser) et sur la Value at Risk à 99,5%. Dans ce contexte, les événements qui sont proches de la moyenne sont « moins aléatoires » que ceux des quantiles supérieurs (par exemple le quantile 90%).

II/ La réassurance rétrospective - Adverse Development Cover (ADC) et aspects techniques de sa mise en place

1/ Pourquoi cherche-t-on à baisser le risque de réserve ?

L'un des effets de la future réglementation Solvabilité 2 est que les compagnies d'assurance se dirigent de plus en plus vers le Capital Management, en d'autres termes vers l'optimisation de capital. On remarque l'importance du capital immobilisé pour le risque de réserve.

Pour rappel, le risque technique est l'agrégation de 3 sous-risques chez AXA France IARD : risque de réserve, risque de prime et le risque de catastrophe naturelle (CAT). Dans ce contexte le risque de réserve est corrélé avec le risque de prime tandis que le risque CAT a une corrélation nulle avec les deux autres. Afin d'optimiser le capital global, on doit jouer sur le capital à allouer à chacun de ces trois sous-risques. Comme le risque de réserve représente une très grosse partie du risque assurantiel (environ 80%) et en raison de la faible corrélation avec le risque CAT, celui-ci est déterminant dans le STEC Total. Il est à noter que la baisse du STEC se traduit par une augmentation correspondante du ratio de Solvabilité II.

Par exemple, pour rester au même niveau de risque assurantiel, une augmentation du risque de prime de 10% induirait une baisse de 100% du risque CAT ce qui est impossible en pratique d'où la nécessité de faire baisser le risque de réserves.

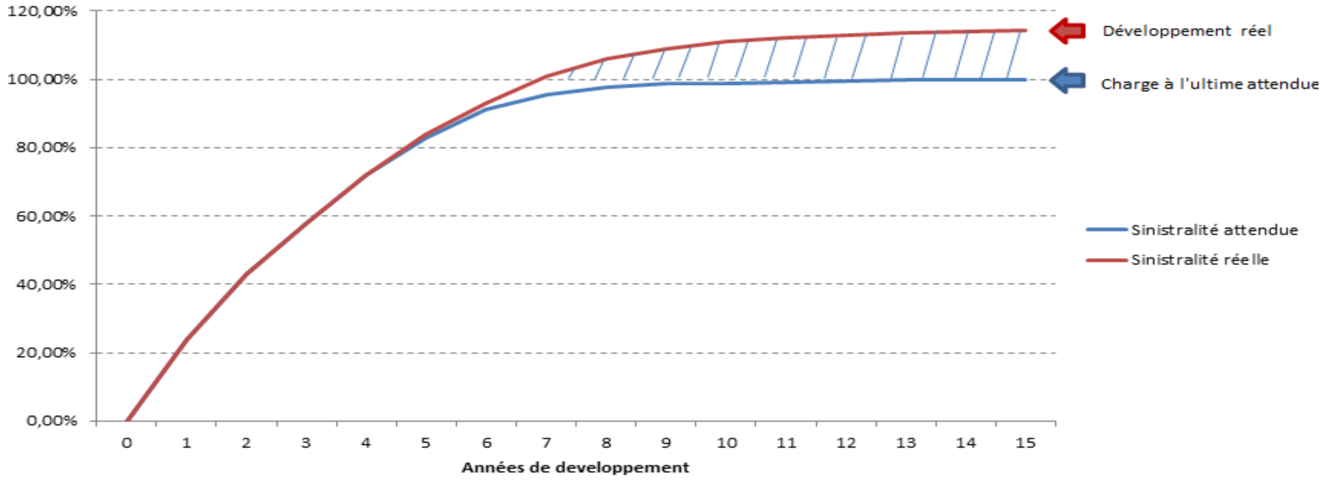
Outre la baisse du risque global, une diminution du STEC Réserve présente l'avantage de baisser le coût du capital. Cette opération peut se faire par une ADC (Adverse Development Cover).

2/ Comment faire baisser le risque de réserve ?

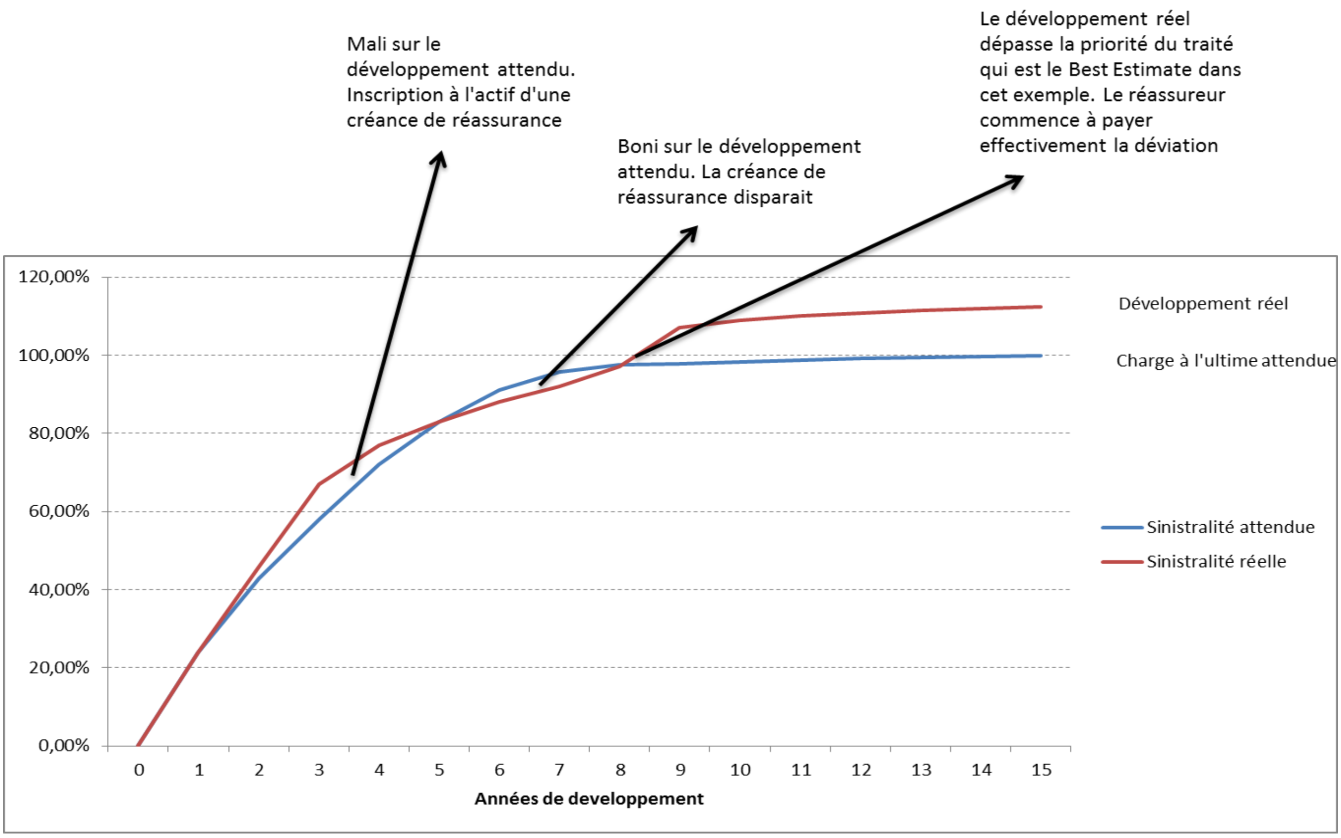
Dans le cadre de ce mémoire on cherchera à baisser le risque de réserve par le biais de la réassurance financière et plus précisément par l'utilisation d'une couverture contre le développement néfaste des réserves ou ADC (Adverse Development Cover).

L'ADC consiste à céder toute dérive des réserves (en run-off) concernées par le traité au-delà d'une certaine valeur et dans une certaine limite. Cette valeur peut se situer au niveau du Best Estimate (on parle d'une couverture « at the money »), en dessous du Best Estimate (« in the money ») ou bien au-dessus(« out of the money »). Plus la priorité est basse et plus la couverture coûte cher.

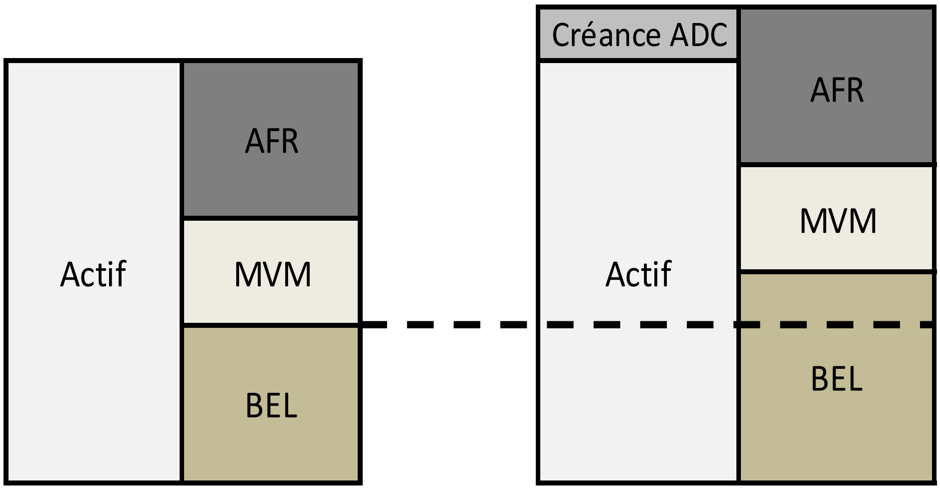
Le graphique suivant montre ce qui peut être couvert par l'ADC i.e. toute déviation par rapport à la charge ultime attendue. Il s'agit de la partie hachurée.



Dans le cadre de l'ADC, le réassureur ne paiera pas tant que la déviation réelle sur les sinistres ne dépasse pas la priorité du traité. En pratique toute déviation des réserves par rapport à la charge attendue fera l'objet d'une créance de réassurance qui sera ajustée chaque année en fonction de l'évolution réelle par rapport à la charge attendue. Le schéma suivant illustre ces propos :



Suite à une déviation par rapport à la charge ultime attendue, le Best Estimate de l'assureur augmentera. Cette augmentation des passifs sera compensée par l'inscription à l'actif de la créance de réassurance qui protégera l'AFR.



L'effet d'une ADC est limité dans le cadre réglementaire Solvabilité I bien que cette couverture protège le capital en cas de déviation des réserves (et uniquement dans ce cas). Sous Solvabilité II, en revanche, le transfert du risque de déviation des réserves permet la diminution immédiate du STEC. On ne veut pas forcément que la couverture se déclenche mais qu'elle libère du capital à effet immédiat.

L'ADC est l'équivalent d'un XS sur les réserves. Il est efficient uniquement pour les sociétés qui utilisent un modèle interne car la formule standard prévoit que le capital requis pour le risque de réserve soit simplement le produit entre le volume des réserves et un facteur risque (écart-type selon recommandations de l'EIOPA) – cette évaluation a le désavantage de ne pas avoir un caractère stochastique.

Pour les compagnies qui utilisent la formule standard pour le calcul du SCR Réserve, il existe une couverture rétrospective appelée Loss Portfolio Transfer qui est un Quote-Part sur les réserves.

3/ Le risque de réserve et méthode de calibration

Cette partie concerne la modélisation des réserves et plus précisément le risque associé à la liquidation des provisions techniques sur les boni-mali.

Dans le modèle interne, la volatilité des réserves sur chaque branche est évaluée à horizon d'un an par la méthode de Merz et de Wüttrich.

On appelle « Claims Development Result » (CDR) la différence entre deux évaluations successives de la charge à l'ultime pour une branche donnée i. Le CDR va être équivalent au boni-mali sur les réserves.

Ainsi le besoin en capital (STEC) pour le risque de réserve de la branche i va être donné par :

$STEC_{Reserve_{lob_i}} = -VaR^{0,5\%}(CDR)$ où *CDR* est distribuée selon une loi log-normale. Ça va être la valeur d'un mali qui arrive avec une probabilité de 0,5%.

Pour chacune des Lines of Business (lob) IARD (Auto Entreprise, Auto Professionnels Particuliers, Multi Risques Habitation etc.) on obtient 10000 scénarios - simulations (chacune représentant le montant total des payements au titre des sinistres survenus sur la branche en cause) en calibrant une loi log-normale sur des paramètres de moyenne et de volatilité prédéfinis (inputs du modèle). La moyenne est représentée par le niveau des réserves escomptées pour la branche concernée (c'est le Best Estimate).

Pour chacune des lobs on calcule un STEC qui est le capital à détenir pour faire face à une déviation des réserves avec une période de retour de 200 ans. En d'autres termes :

$$STEC_{Reserve_{lob_i}} = VaR^{99,5\%}(Reserve_{lob_i}) - E(Reserve_{lob_i})$$

$E(Reserve_{lob_i})$ représente la moyenne des 10000 scénarios tandis que la $VaR^{99,5\%}(Reserve_{lob_i})$ est la 50ème plus grande perte sur les 10000 valeurs.

La corrélation entre les risques de réserve bicentenaires des différentes lignes de business est donnée par une matrice de corrélation *M* de taille *n x n* où *n* est le nombre de branches. Celle-ci est également un input du modèle.

$M=\begin{pmatrix} 1 & \cdots & 0,5 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0,5 & \cdots & 1 \end{pmatrix}$

On définit :

$$E_0(Res) = \sum_{i=1}^{n} E(Reserve_{lob_i})$$

$$STEC_0(Res) = \sqrt{(STEC_{Reserve_{lob_1}} \dots STEC_{Reserve_{lob_i}} \dots STEC_{Reserve_{lob_n}})\ M \begin{pmatrix} STEC_{Reserve_{lob_1}} \\ \vdots \\ STEC_{Reserve_{lob_n}} \end{pmatrix}}$$

De plus on a que :

$VaR_0^{99,5\%}(Res) = STEC_0(Res) - E_0(Res)$

Les 10000 scénarios représentatifs du risque de réserve vont être obtenus par une simulation ex-post d'une loi log-normale $LN(\mu, \sigma^2)$ calibrée sur $E_0(Res)$ et $VaR_0^{99,5\%}(Res)$.

On a: $E_0(Res) = \exp(\mu + \frac{\sigma^2}{2})$ (*)

Comme $P\big(\ln(Res) > VaR_0^{99,5\%}\big) = 99{,}5\%$ et $\ln(Res) \sim N(\mu, \sigma^2)$, on a: $VaR_0^{99,5\%}(Res) = \exp(\mu + \sigma\phi^{-1}(99{,}5\%))$ (**) où ϕ est la fonction de répartition de la loi Normale centrée réduite.

Pour trouver les deux paramètres μ et σ il suffit de résoudre le système formé par les égalités (*) et (**).

La solution de ce système est donnée par:

$$\sigma = \phi^{-1}(99{,}5\%) - \sqrt{\phi^{-1}(99{,}5\%)^2 + 2 * \ln \frac{E_0(Res)}{VaR_0^{99,5\%}(Res)}}$$

$$\mu = \ln\big(VaR_0^{99,5\%}\big) - \sigma * \phi^{-1}(99{,}5\%)$$

Maintenant on est capables de simuler les 10000 scénarios pour le risque de réserve. A partir de ces 10000 simulations on obtient le SCR Réserve final :

$STEC(Res) = VaR^{99,5\%}(Res) - E(Res)$.

4/ Calcul du STEC Technique IARD

Pour rappel, le STEC Technique IARD est l'agrégation de 3 risques : le STEC Reserve, le STEC Prime et le STEC CAT.

Le STEC Reserve a déjà été décrit précédemment. Le STEC Prime (qui est censé capter le risque de sous-tarification etc.) et le STEC CAT (qui quantifie le risque de catastrophe naturelle) ne sont pas l'objet de la présente étude. On se contentera de décrire la méthode d'agrégation de ces 3 sous-risques pour pouvoir obtenir l'impact de la réassurance sur le STEC Technique.

Le risque de Reserve, le risque de Prime et le risque de CAT sont illustrés à travers des *Strips* de 10000 scénarios.

Comme le Strip Reserve et le Strip Prime vont avoir une corrélation de 0,5 (coefficient de corrélation de Pearson), ces deux risques vont être simulés indépendamment l'un de l'autre et ensuite réordonnés selon une matrice de rangs envoyée par le Groupe (entité mère) afin de reproduire la corrélation cible.

Le Strip CAT va avoir une corrélation nulle avec les deux autres risques.

Le tableau suivant synthétise les 3 risques après ré-ordonnancement :

Scénario	Strip Reserve	Strip Prime	Strip CAT
1	7'500'000’000	-200'000’000	30'000’000
2	8'000'000’000	-100'000’000	15'000’000
…	…		
10000	6'500'000’000	9'000’000	100'000’000

Dans la plupart des scénarios, le risque de Prime va être une « perte négative » (un gain) car on s’attend généralement à avoir un gain comme le risque de sous-tarification est petit en moyenne (chargements de sécurité etc. suffisants).

Le Strip Total est la somme du Strip Reserve, du Strip Prime et du Strip CAT:

Scénario	Strip Reserve	Strip Prime	Strip CAT	Strip Total
1	7'500'000’000	-200'000’000	30'000’000	7'330'000’000
2	8'000'000’000	-100'000’000	15'000’000	7'915'000’000
…	…	…	…	…
10000	6'500'000’000	9'000’000	100'000’000	6'609'000’000

Le STEC Total Technique va se calculer de manière classique :

$$STEC_{Technique} = VaR^{99,5\%}(Strip\_Total) - moyenne(Strip\_Total)$$

5/ Agrégation du STEC Technique avec le STEC Financier et le STEC Opérationnel

Pour avoir l’impact total de l’ADC sur le STEC Total, il faudra agréger à nouveau le STEC Technique net de réassurance avec le STEC Financier et le STEC Opérationnel. Pour cette raison il apparait nécessaire d’expliquer comment le STEC Total est obtenu.

Le STEC Financier se décompose en STEC Marché et STEC Crédit.

La première étape de l'agrégation se fait entre le Risque Technique, le Risque Marché et le Risque Crédit :

$$STEC_{Technique\ \&\ Financier} = \sqrt{(STEC_{Technique} \quad STEC_{Marché} \quad STEC_{Crédit}) * M * \begin{pmatrix} STEC_{Technique} \\ STEC_{Marché} \\ STEC_{Crédit} \end{pmatrix}}$$

ou M est la matrice de corrélation entre les 3 risques :

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0{,}25 & 0{,}25 \\ 0{,}25 & 1 & 0{,}5 \\ 0{,}25 & 0{,}5 & 1 \end{pmatrix}$$

Le $STEC_{Technique\ \&\ Financier}$ est appelé aussi $Basic\ STEC$.

Pour obtenir le STEC Total, il faudra agréger le Basic STEC avec le capital requis pour le risque opérationnel :

$$STEC_{Total} = \sqrt{\left(Basic_{STEC}\ STEC_{Opérationnel}\right) * \begin{pmatrix} 1 & 0{,}25 \\ 0{,}25 & 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} Basic_{STEC} \\ STEC_{Opérationnel} \end{pmatrix}}$$

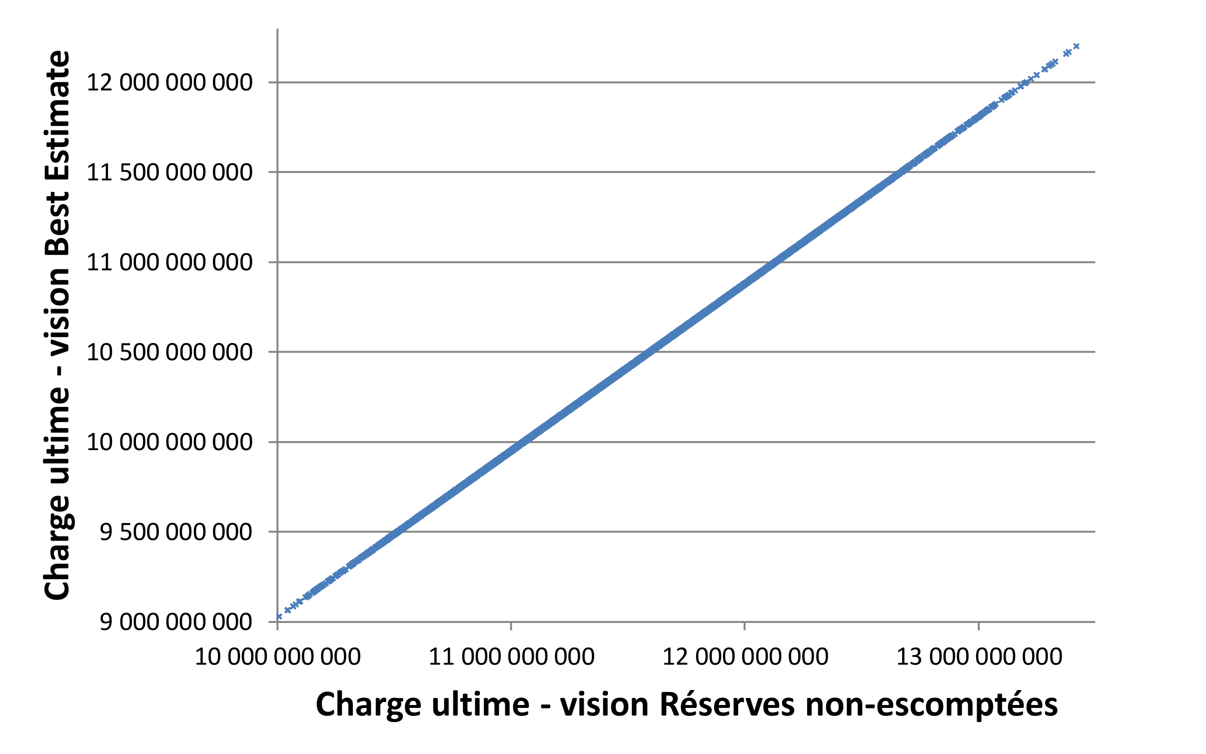
6/ Reserves non-escomptées / Best Estimate

Le traité va plutôt être défini sur le montant des réserves nominales (non-escomptées) et sa déviation plutôt que sur le Best Estimate (réserves escomptées) car le réassureur ne veut pas porter le risque de taux. Pour contourner ce problème on traduira la priorité et la portée qui sont exprimées en termes de réserves non actualisées en éléments « meilleure estimation » (réserves actualisées).

Pour des raisons de chiffrage, une régression linéaire du Strip Reserve obtenu sans actualisation sur le Strip Reserve avec actualisation sera suffisante. De cette manière on pourra travailler directement sur le modèle interne et raisonner en termes de Best Estimate sans complications supplémentaires.

Afin de pouvoir effectuer le passage vers les réserves nominales (non-escomptées) on met la courbe des taux à 0 (i.e. sans escompte) et on fait tourner le modèle interne.

Ainsi on obtient un nouveau vecteur (vision réserves non-escomptées). On constate qu'un facteur 1,1 peut traduire le rapport entre les deux séquences comme suit :



7/ Tarification théorique d'une tranche de réassurance sur les réserves en excédent de sinistre (b XS a) pour un profil de risque donné

L'excédent de sinistre n'est pas traité directement dans le cadre de ce mémoire. Toutefois, comme l'ADC est un XS sur les réserves, une partie de la prime pure de réassurance va être calculée de la même manière que sur un traité de réassurance prospective non-proportionnelle classique.

On se donnera une loi paramétrique qui représente le profil de risque. Soit X la variable aléatoire représentant ce risque. Elle a comme fonction de densité f_X.

L'intuition nous dit que la prime pure est égale à l'espérance mathématique du montant à la hauteur duquel le réassureur va intervenir. Comme le réassureur va reprendre une partie du risque de réserve il verra son risque et plus précisément son SCR Reserve augmenter. Cette augmentation se fait en contrepartie de la prime pure (moyenne de ce qu'il devra payer à l'assureur et son actionnariat). Comme son SCR Réserve augmente, il en est de même pour son coût i.e. sa MVM. Il faudra donc en tenir compte dans le calcul de la prime pure de l'ADC car cette augmentation n'est pas compensé par ailleurs.

Dans cette sous-partie on suppose que l'augmentation de la MVM du réassureur n'est pas tarifée dans la prime de la couverture (comme dans le cas d'un XS classique). Par abus de langage on appellera *Prix* la prime pure sans tenir compte de la variation de la MVM chez le réassureur.

$Prix = E(Recoveries)$ où $Recoveries = \max(\min(X-a,b)\,,0)$

On aura :

$$Prix = \int_0^{+\infty} \max(\min(x-a,b)\,,0)\, f_X(x)\, dx$$

et donc :

$$Prix = \int_a^{a+b} x f_X\,(x)\, dx - a\int_a^{a+b} f_X(x)\, dx + b\int_{a+b}^{+\infty} f_X(x)\, dx$$

Ici on va étudier le cas où le risque serait distribué selon une loi log-normale : $X \sim LN(\mu, \sigma^2)$.

De cette manière,

$f_X(x) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} \exp(-\frac{(\ln x-\mu)^{\,2}}{2\sigma^2})$pour$x > 0$

Au final :

$$Prix = \exp\left(\frac{2\mu+\sigma^2}{2}\right)\left(\phi\left(\frac{\ln(a+b)-\mu}{\sigma}-\sigma\right)-\phi\left(\frac{\ln(a)-\mu}{\sigma}-\sigma\right)\right) - (a+b)\phi\left(\frac{\ln(a+b)-\mu}{\sigma}\right) + a\phi\left(\frac{\ln(a)-\mu}{\sigma}\right) + b$$

avec ϕ la fonction de répartition d'une loi normale centrée réduite.

Ce prix se base sur l'a priori que le profil de risque est distribué selon une loi log-normale calibrée sur la moyenne et la VaR@99,5% qui représente le risque de dérive bicentenaire.

Rappel :

$$\sigma = \phi^{-1}(99{,}5\%) - \sqrt{\phi^{-1}(99{,}5\%)^2 + 2 * \ln\frac{moyenne_0(Res)}{VaR_0^{99{,}5\%}(Res)}}$$

$$\mu = \ln\left(VaR_0^{99{,}5\%}\right) - \sigma * \phi^{-1}(99{,}5\%)$$

Comme il y a une asymétrie de l'information entre la cédante et la cessionnaire, il est intéressant pour la cédante de tester plusieurs profils de risque afin de les tarifer et ainsi se donner une fourchette pour le prix que le réassureur va lui proposer.

En annexe du mémoire, on trouvera une comparaison entre le Prix (moyenne des paiements du réassureur) tarifé avec une loi Log-Normale et le Prix théorique calculé avec une loi de Weibull qui a une queue de distribution plus épaisse.

Nos données étant les outputs du modèle interne on ne va pas changer l'hypothèse sur la loi de distribution des boni-mali sur les réserves (loi Log-Normale). Toutefois, il est à noter que la loi Log-Normale est plus adaptée aux branches courtes (dommage) tandis que la loi de Weibull est plus adaptée aux branches longues (RC).

8/ Tarification selon le modèle interne d'une tranche de réassurance en excédent de sinistre (b XS a) pour un profil de risque donné

Contrairement à la tarification théorique, dans cette partie on exploite directement les sorties du modèle interne et on ne fait pas d'hypothèse sur la loi que suit le risque de réserve.

Le profil de risque qu'on cherche à tarifer est représenté de manière stochastique par 10000 simulations. Il s'agit ici du risque de déviation des réserves par rapport au Best Estimate. Les 10000 scénarios sont représentatifs du niveau du Best Estimate dans un an plus les payements effectués au titre des sinistres déjà en portefeuille. En d'autres termes le risque sous-jacent est le risque d'avoir sous-estimé la charge à l'ultime à horizon un an.

Scénario	Strip Reserve brut d'ADC
1	x_1
2	x_2
…	…
10000	x_{10000}

En supposant qu'on se couvre sur toutes les lignes de business à partir d'une déviation dépassant *a - Best Estimate* i.e. pour un Best Estimate qui dépasse *a* dans un an et dans la limite d'un montant *b* (on appelera une telle couverture b XS a) on aura 10000 scénarios nets de réassurance ADC :

Scénario	Strip Reserve net d'ADC
1	$x_1 - \max(\min(x_1 - a, b)\,, 0)$
2	$x_2 - \max(\min(x_2 - a, b)\,, 0)$
…	…
10000	$x_{10000} - \max(\min(x_{10000} - a, b)\,, 0)$

La prime pure (sans tenir compte de l'augmentation de la MVM chez le réassureur) pour le traité va être la moyenne des payements (ou Recoveries en anglais).

Donc
$Prix = \Delta moyenne =$
$moyenne_{avant\ ADC}(Strip\ Reserve) - moyenne_{après\ ADC}(Strip\ Reserve)$ et

$$Prix = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{10000} \max(\min(x_i - a, b), 0)$$

Dans les deux approches (tarification théorique par une formule fermée et tarification par une approche modèle interne) la prime pure devra être chargée afin d'avoir une estimation de la prime qui pourrait être demandée par le réassureur. Les deux donnent des résultats très similaires, le prix théorique étant un peu plus important.

Après ajout de la variation de la MVM du réassureur, la prime pure va être chargée à 50%.

9/ STEC Reserve libéré dans le modèle interne

Soit le vecteur $(x_{(1)}, x_{(2)}, \ldots, x_{(10000)})$ qui est la statistique d'ordre (ordre croissant) de notre « échantillon » $(x_1, x_2, \ldots, x_{10000})$ qui est le Strip Reserve. Ainsi on a :

$$VaR_{Avant\ ADC}^{99,5\%}(Strip\ Reserve) = x_{(9950)}$$

On aura aussi que :

$$VaR_{Après\ ADC}^{99,5\%}(Strip\ Reserve) = x_{(9950)} - \max(\min(x_{(9950)} - a, b), 0)$$

On suppose que la priorité du traité *(a)* augmentée de sa portée *(b)* ne dépasse la VaR@99,5%. Autrement dit, la relation suivante prévaut:

$$b \leq x_{(9950)} - a$$

<u>Remarque :</u> Pour les traités tels que $b + a > x_{(9950)}$ et en raison du fait que la VaR@99,5% est une mesure qui ne tient pas compte des valeurs qui se trouvent en queue de distribution (i.e. au-delà du quantile 99,5%), les variations de cette valeur à risque à 99,5% ne vont pas être cohérents. On voit donc ici les limites que cette mesure connait contrairement à la Tail Value at Risk (TVaR) qui tient compte des valeurs extrêmes au-delà de ce quantile. A titre illustratif, si on avait $x_{(1)} = \ldots = x_{(9951)} = 0$ et $x_{(9952)} = \ldots = x_{(10000)} = 1000$, la VaR@99,5% serait nulle tandis que la TVaR@99,5% aurait une valeur de 1000.

Par conséquent : $VaR_{Après\ ADC}^{99,5\%}(Strip\ Reserve) = x_{(9950)} - b$

Donc la variation de la Value at Risk à 99,5% du risque de réserve s'exprime simplement:

$$\Delta VaR^{99,5\%} = VaR^{99,5\%}_{Avant\ ADC}(Strip\ Reserve) - VaR^{99,5\%}_{Après\ ADC}(Strip\ Reserve)$$

$$\Delta VaR^{99,5\%} = x_{(9950)} - (x_{(9950)} - b)$$

On a donc que $\Delta VaR^{99,5\%} = b$

D'après ce qui précède $\Delta moyenne = Prix$

On rappelle que ce qu'on appelle *Prix* est la moyenne des paiements du réassureur. On garde toujours le même nom car dans la modélisation initiale le paiement moyen attendu par le réassureur au titre de l'ADC était le seul élément constitutif de la prime pure de réassurance.

Donc $\Delta STEC_{Reserve} = \Delta VaR^{99,5\%} - \Delta moyenne = b - Prix$

Au final le STEC Réserve économisé suite à l'ADC s'exprime en fonction de la portée du traité, de sa priorité et du prix théorique de la réassurance ainsi que de la VaR@99,5% du risque considéré:

$$STEC\ Reserve\ Economisé = \min(portée_{ADC}; VaR^{99,5\%}_{Avant\ ADC}(Strip\ Reserve) - priorité_{ADC}) - prix_{ADC}$$

On rappelle qu'on s'intéresse aux traités tels que $b \leq x_{(9950)} - a$. Ça veut dire tels que :

$$portée_{ADC} \leq VaR^{99,5\%}_{Avant\ ADC}(Strip\ Reserve) - priorité_{ADC}$$

Dans ce cas, l'égalité précédente devient :

$$STEC\ Reserve\ Economisé = portée_{ADC} - Prix_{ADC}$$

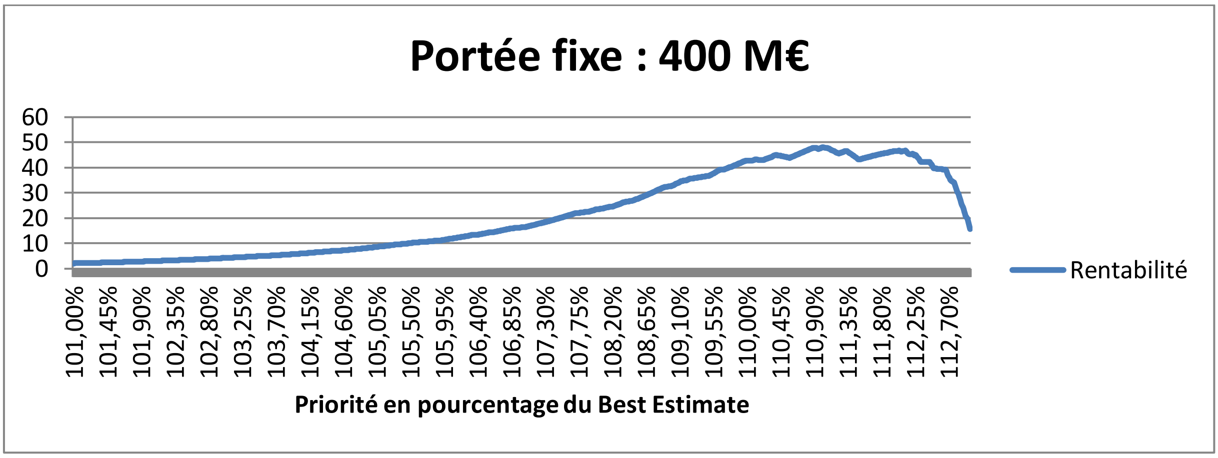
10/ Calcul de la prime pure de réassurance en incluant le chargement de la MVM du réassureur et optimalité de la priorité

Dans cette partie on va supposer que la cédante cherche à se couvrir jusqu'au quantile 99,5% et que dans ce contexte elle cherche à trouver une priorité optimale avec une portée qui varie implicitement (portée = VaR@99,5% - priorité). En pratique la cédante va chercher à placer un montant fixe et tentera d'optimiser sa priorité (la portée étant fixe égale au montant à placer). Cet aspect va être traité plus tard.

Comme vu précédemment, la prime pure réelle est la somme du Prix (espérance des recoveries) et de l'augmentation de la MVM chez le réassureur :

$$PP = Prix_{ADC} + \Delta MVM_{Réassureur}$$

Inclure la variation de la MVM du réassureur dans la prime pure n'est pas forcément naturelle. Cette réflexion vient du fait qu'en supposant que la prime pure contient uniquement les paiements moyens que le traité est susceptible d'engendrer, on atteint des rentabilités (ratio capital libéré / coût) de l'ordre de 50 ce qui veut dire qu'avec cette approche on peut libérer 50 fois plus de capital que le coût de la réassurance ce qui n'est pas possible d'un point de vue économique :



Comme cette modélisation est loin de la réalité économique, on a pensé que le réassureur inclut aussi d'autres éléments dans la prime pure. On supposera dorénavant que le réassureur rajoute la variation de sa MVM dans la prime pure (c'est le coût de la rémunération de ses actionnaires).

On a que l'augmentation du SCR Reserve chez le réassureur est égale à la différence entre le SCR Reserve transféré par l'assureur et agrégé avec le SCR Reserve que le réassureur avait déjà moins le SCR déjà existant chez lui. Hypothèse : un coefficient de corrélation de 0,5 entre les deux SCR est pris en compte. Pour tester, on peut aussi essayer un coefficient de corrélation à 0,25 (plus de diversification) ou 0,75 (moins de diversification) et donc une augmentation moindre ou supérieure de la MVM pour le réassureur. Il peut s'agir d'une diversification géographique. Le réassureur va diversifier par exemple un portefeuille de réserves européen avec un portefeuille de réserves japonais.

$$\Delta SCR_{Réass} = \sqrt{\begin{pmatrix} SCR_{Res\ réass} & SCR_{transféré} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0,5 \\ 0,5 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} SCR_{Res\ réass} \\ SCR_{transféré} \end{pmatrix}} - SCR_{Res\ Réass}$$

Pour pouvoir chiffrer, on suppose que le SCR Reserve chez le réassureur s'écoule de la même manière que chez AXA et que le SCR Reserve est beaucoup plus important chez le réassureur. En effet ceci est une hypothèse simplificatrice: AXA se réassure auprès d'une entité qui a le même profil de risque (en termes d'écoulement du SCR mais pas en termes de lignes de business ou d'emplacement géographique) et cette dernière accepte de réassurer une partie du portefeuille de la cédante en échange d'une prime car la cessionnaire va pouvoir diversifier le risque transféré par la cédante avec le risque qu'elle-même a déjà en portefeuille.

Remarque 1°: Moins l'effet de diversification est important entre ce que l'assureur cède et le portefeuille de la cessionnaire et plus la priorité optimale est basse. Aussi, un faible niveau de diversification chez la cessionnaire (corrélation 75% avec ce que cède l'assureur par exemple) rend la couverture assez inefficace en raison de la prime pure de réassurance qui va être très importante (car augmentation trop importante de la MVM chez le réassureur). Ceci ne remet pas en cause l'existence de la priorité optimale, par contre le cout de la couverture peut être supérieur au capital libéré.

Remarque 2° : Afin d'obtenir une prime de réassurance commerciale, on charge la prime pure (PP) de 50%. Ceci a évidemment un impact sur la rentabilité (rentabilité divisée par 1,5) mais aucun impact sur la courbe d'efficience qui est seulement translatée.

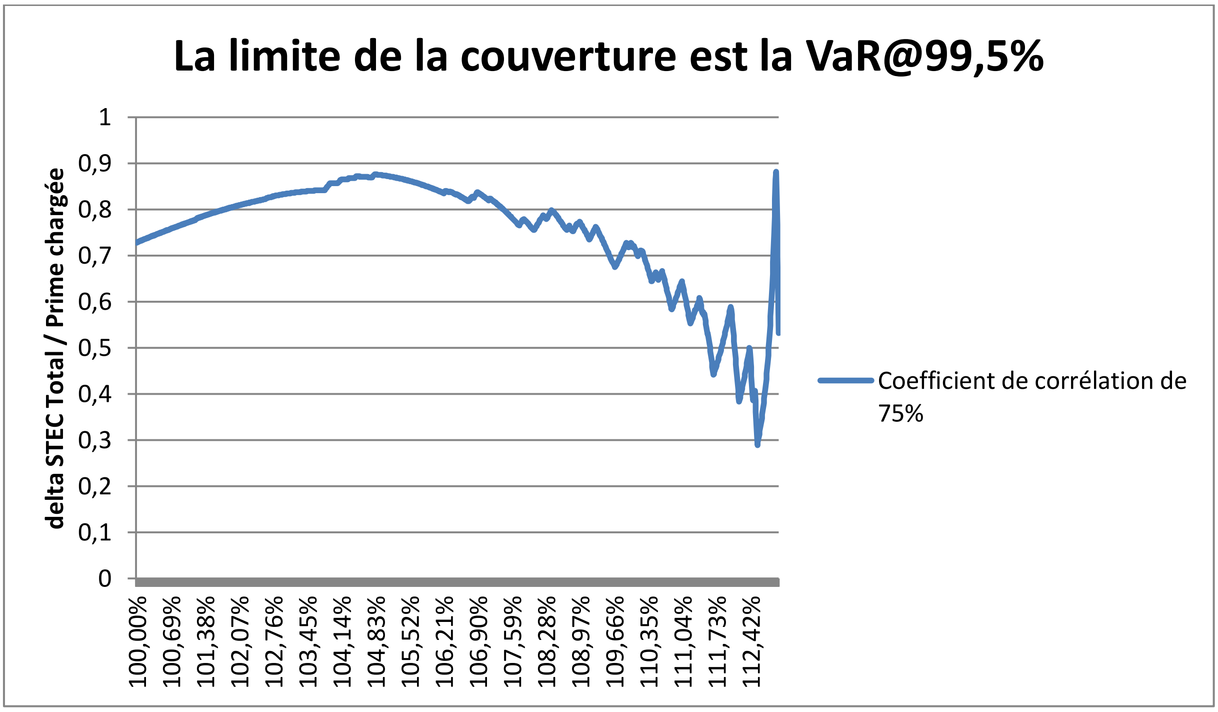
Dans cette étude on teste des priorités jusqu'au niveau 112% du Best Estimate. Ceci correspond au quantile 99% de la loi de distribution des Reserves.

L'un des buts étant d'augmenter le ratio Solvabilité 2, on se limite à ce niveau car avoir une priorité encore plus importante ferait que le traité ne libère plus assez de capital et donc le gain en nombre de points de ratio de solvabilité serait inférieur à 5 points malgré la très forte rentabilité pour des quantiles très élevés (car la prime de réassurance tendrait vers 0).

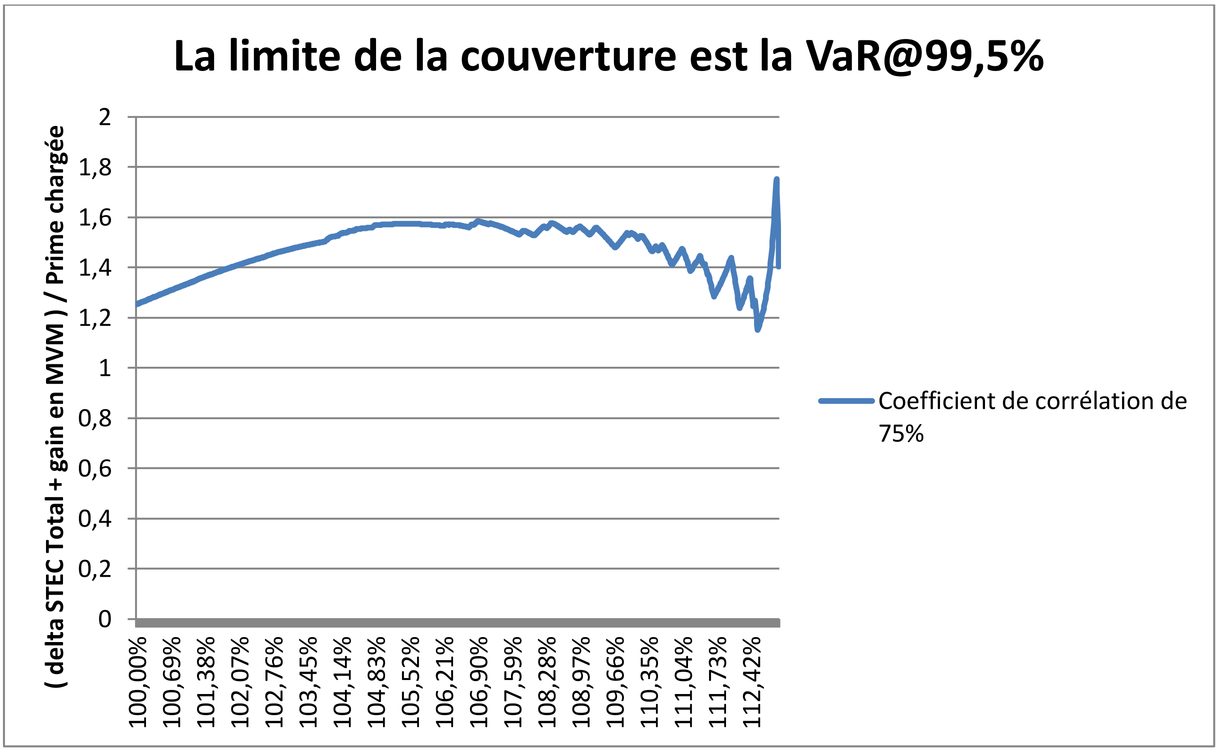
Voici l'analyse des 3 cas de figure en termes de degré de diversification chez le réassureur :

a) On suppose ici que la corrélation entre le SCR Reserve du réassureur et le SCR Reserve que la cédante lui transfère est de 0,75 (faible diversification). On voit donc que la courbe présente une priorité optimale (sachant que les priorités supérieures à 11% du Best Estimate sont exclus car très peu d'impact S II) mais qu'avec un chargement de 50% sur la prime pure la couverture n'est pas efficace même à son optimum.

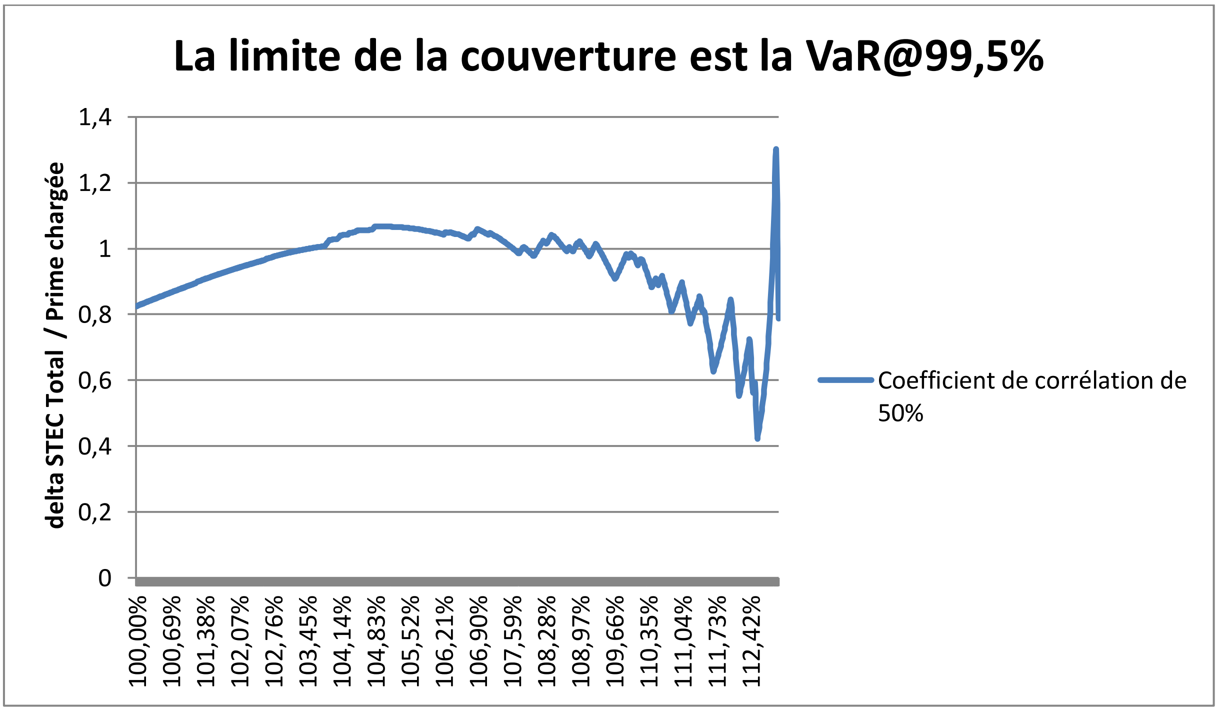
   Il est à remarquer que dans la fonction de rentabilité on n'inclut pas la libération du capital due à la baisse de la MVM pour la cédante.



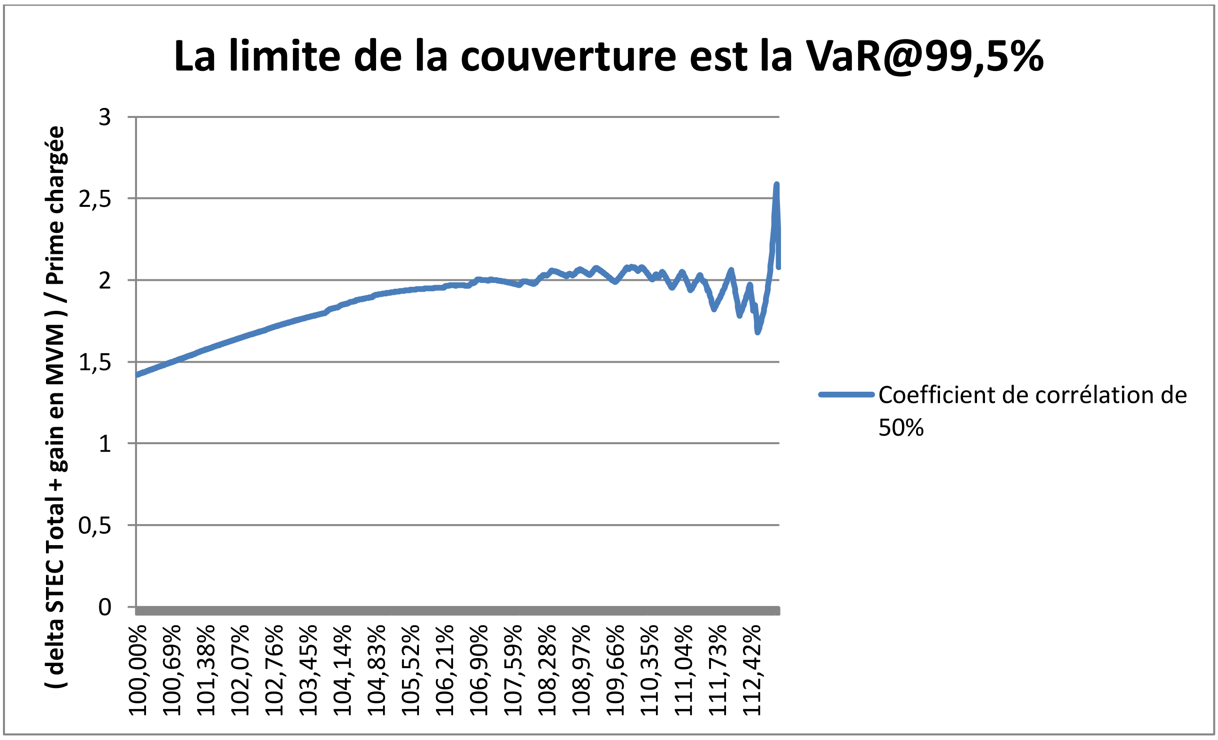
En prenant en considération la baisse en coût du capital (MVM), la courbe d'efficience a une allure similaire et un optimum un peu moins marqué (et une rentabilité logiquement plus importante):



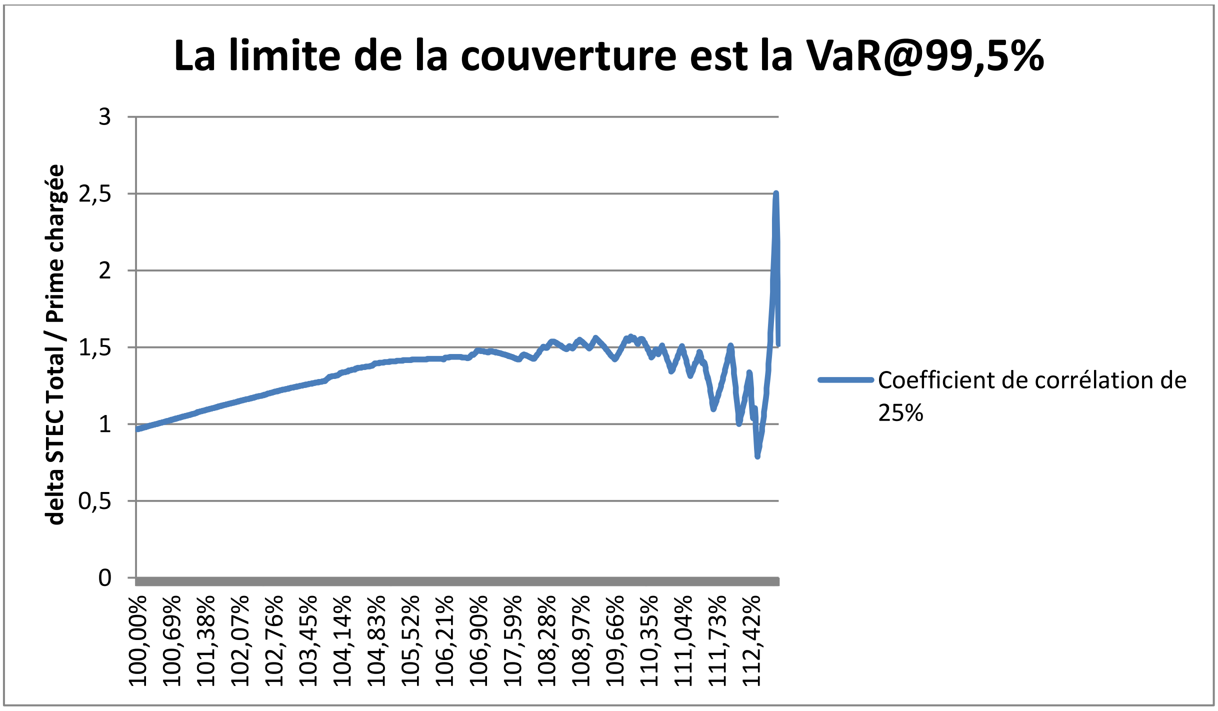
Les mêmes commentaires restent valables pour un niveau de diversification de 50% et respectivement 25% à la précision que plus le niveau de diversification est important chez le réassureur et plus la priorité optimale aura une rentabilité élevée car une diversification importante signifierait une plus petite augmentation du SCR Reserve et donc un plus petit chargement dû à l'augmentation de la MVM de la cessionnaire :

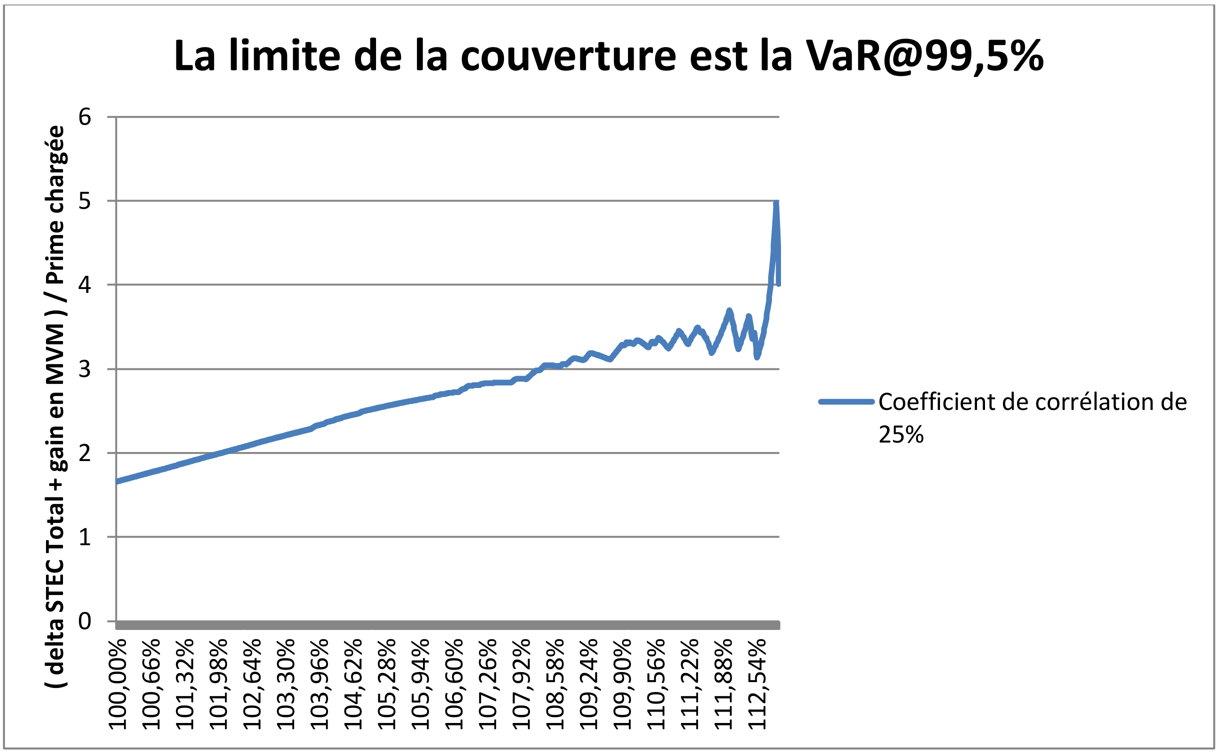


On constate à nouveau que l'optimum est moins marqué si on prend en compte le gain en coût du capital.



Pour une corrélation de 25% on trouve :





De manière générale on constate que la priorité optimale augmente avec le niveau de diversification (coefficient de corrélation plus petit).

Dans notre modélisation on va également tenir compte de l'effet volume. On pourrait imaginer que le $SCR_{Reserve\ Réass}$(capital requis pour le risque de réserve chez le réassureur) est deux ou trois fois plus important que le $STEC_{Reserve}$(capital requis pour le risque de Reserve pour l'assureur). Plus le portefeuille du réassureur est important avant acceptation du risque transféré par la cédante et moins son risque de réserve augmentera. Il en résulterait donc un tarif de réassurance d'autant plus avantageux que la taille du portefeuille de réserves de la cessionnaire est grande.

On remarque également que plus la priorité du traité est basse et plus la couverture coûte cher par rapport au capital économique qu'elle libère car un point d'attachement proche du Best Estimate (quantile 50%) est atteint très souvent en moyenne. Dans ces conditions, le traité ne représente pas un réel aléa. En plus de sa faible rentabilité, un tel contrat de réassurance posera problème à l'Autorité de Contrôle car « le risque assurable par une société d'assurance doit être aléatoire ».

Les trois courbes présentent toutes un point d'inflexion qui est atteint au moment où le rapport entre le STEC Total libéré et le STEC Réserve libéré commence à descendre de manière sensible. Le « facteur de transmission » qui se définit comme suit baisse sensiblement après le dépassement d'une certaine priorité:

$$facteur\ de\ transmission = \frac{STEC\ Reserve_{avant\ ADC} - STEC\ Reserve_{après\ ADC}}{STEC\ Total_{avant\ ADC} - STEC\ Total_{après\ ADC}}$$

11/ Placement d'une tranche d'ADC de portée fixe

Afin de mieux montrer le fonctionnement de l'ADC dans cette situation on prendra comme exemple le placement d'une tranche de 400 M€. Dans cette section on utilise le terme de STEC pour désigner le capital économique chez AXA et le SCR pour désigner le capital économique du réassureur.

On note : $$\Delta STEC_{Total} = STEC_{Total\ avant\ ADC} - STEC_{Total\ après\ ADC}$$

$$\Delta STEC_{Reserve} = STEC_{Reserve\ avant\ ADC} - STEC_{Reserve\ après\ ADC}$$

On définit l'indicateur de rentabilité suivant :

$$rentabilité = \frac{\Delta STEC_{Total}}{PP_{ADC}}$$

où $PP_{ADC} = prix_{ADC} + \Delta MVM_{chez\ le\ réassureur}$ (PP = prime pure)

D'après ce qui précède et dans la mesure où

$priorité_{ADC} + portée_{ADC} < VaR^{99{,}5\%}_{Avant\ ADC}(Strip\ Reserve)$ on a que :

$Prix_{ADC} = portée_{ADC} - \Delta STEC_{Reserve}$. Ici $portée_{ADC}$ correspond au montant qu'on veut placer i.e. 400 M€ dans notre exemple.

Par hypothèse, on suppose que la MVM s'écoule chez le réassureur de la même manière que chez la cédante. On fait également l'hypothèse qu'en termes de réserve, le réassureur a un risque beaucoup plus élevé que la cédante (AXA) car elle détient un volume de réserves plus important.

Rappel :

$$\Delta SCR_{Réass} = \sqrt{\begin{pmatrix} SCR_{Res\ réass} & SCR_{transféré} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0{,}5 \\ 0{,}5 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} SCR_{Res\ réass} \\ SCR_{transféré} \end{pmatrix}} - SCR_{Res\ Réass}$$

En faisant l'hypothèse que le coefficient de corrélation entre le SCR Reserve du Réassureur et le SCR Reserve transféré par l'assureur est ρ on a que :

$$\Delta SCR_{Réass} = \sqrt{\begin{pmatrix} SCR_{Res\ réass} & SCR_{transféré} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \rho \\ \rho & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} SCR_{Res\ réass} \\ SCR_{transféré} \end{pmatrix}} - SCR_{Res\ Réass}$$

$$\Delta SCR_{Réass} = SCR_{transféré} * \left(\sqrt{\begin{pmatrix} \frac{SCR_{Res\ réass}}{SCR_{transféré}} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \rho \\ \rho & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{SCR_{Res\ réass}}{SCR_{transféré}} \\ 1 \end{pmatrix}} - \frac{SCR_{Res\ Réass}}{SCR_{transféré}} \right)$$

On note $\Delta STEC_{Reserve} = SCR_{transféré}$

Avec l'hypothèse que le SCR Reserve chez le Réassureur est beaucoup plus important que le SCR transféré par l'assureur on a :

$$\sqrt{\begin{pmatrix} \frac{SCR_{Res\ réass}}{SCR_{transféré}} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \rho \\ \rho & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{SCR_{Res\ réass}}{SCR_{transféré}} \\ 1 \end{pmatrix}} - \frac{SCR_{Res\ Réass}}{SCR_{transféré}} \approx \rho$$

La dernière relation est possible car :

$$\lim_{x\to\infty} \left(\sqrt{x^2 + 2x\rho + 1} - x\right) = \lim_{x\to\infty} \frac{x^2 + 2x\rho + 1 - x^2}{x + \sqrt{x^2 + 2x\rho + 1}} = \lim_{x\to\infty} \frac{2x\rho + 1}{x + \sqrt{x^2 + 2x\rho + 1}} = \rho$$

Il s'ensuit : $\frac{\Delta SCR_{Reserve}}{\Delta STEC_{Reserve}} = \rho$ (***)

$\Delta STEC_{Reserve}$ *est proportionnel au* $\Delta SCR_{Reserve\ réassureur}$ qui est à son tour proportionnel au $\Delta MVM_{chez\ le\ réassureur}$. Le $\Delta SCR_{Reserve\ réassureur}$ va être proportionnel au $\Delta MVM_{chez\ le\ réassureur}$ pour la même raison pour laquelle $\Delta MVM_{assureur}$ va être proportionnel au $\Delta STEC_{Reserve}$. On donne la démonstration dans les lignes qui suivent.

Le rapport $\frac{\Delta STEC_{Technique}}{\Delta STEC_{Reserve}}$ dépend de la priorité du traité. Ainsi on notera $\frac{\Delta STEC_{Technique}}{\Delta STEC_{Reserve}} = f(priorité)$ (*)

D'après la définition de la MVM de la première partie du présent mémoire :

$$MVM_{assureur} = \frac{6\% * STEC_{Technique}}{1+r_1} + \sum_{i=2}^{30} \frac{6\% * STEC_{Reserve\ au\ bout\ de\ la\ i-ème\ année}}{(1+r_i)^i}$$

donc

$$\Delta MVM_{assureur} = \frac{6\% * \Delta STEC_{Technique}}{1+r_1} + \sum_{i=2}^{30} \frac{6\% * \Delta STEC_{Reserve\ au\ bout\ de\ la\ i-ème\ année}}{(1+r_i)^i}$$

D'après l'hypothèse de proportionnalité de l'écoulement du nouveau STEC on a :

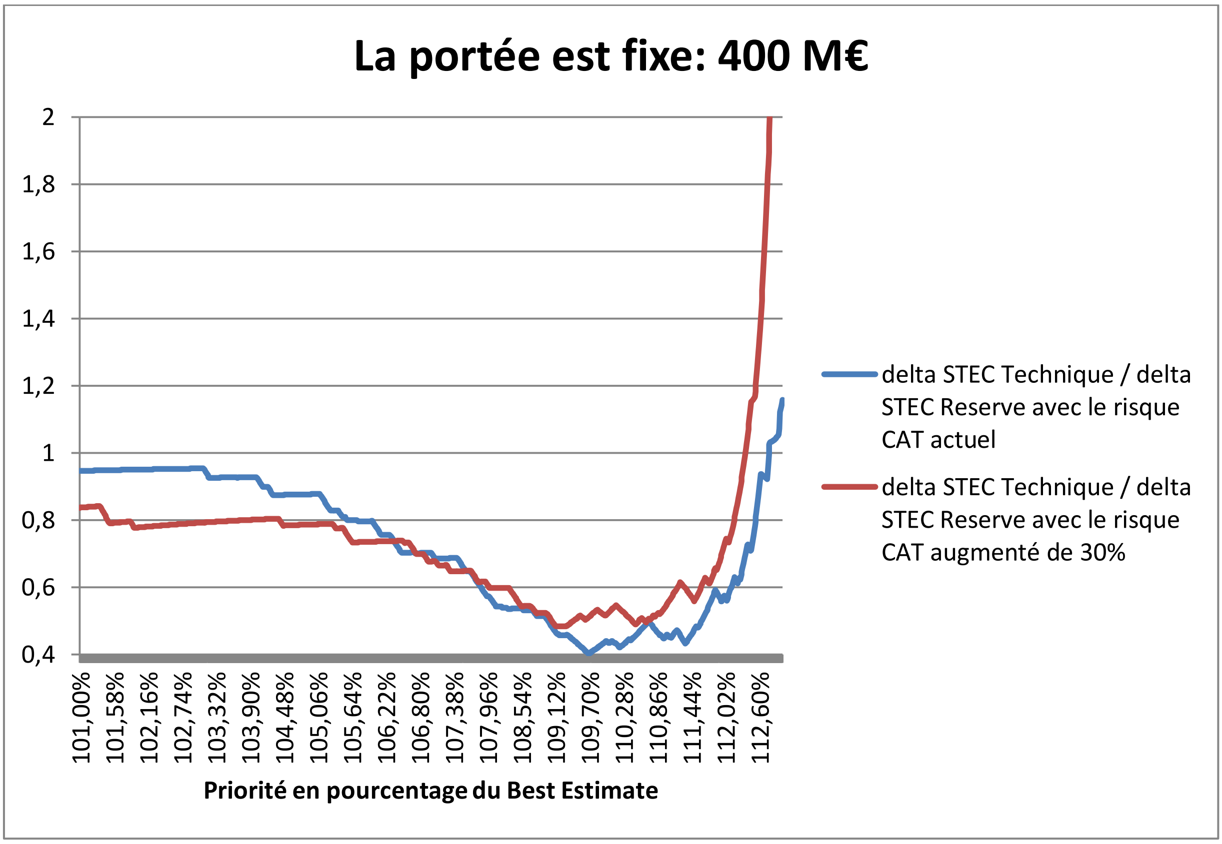
$$\Delta STEC_{Reserve\ au\ bout\ de\ la\ i-ème\ année} = \Delta STEC_{\ Reserve} * \frac{STEC_{Reserve\ au\ bout\ de\ la\ i-ème\ année}}{STEC_{Reserve}} \ (**)$$

En utilisant (*), (**) et la définition de la MVM on trouve :

$$\Delta MVM_{assureur} = \Delta STEC_{Reserve}\left(\frac{6\% * f(priorité)}{1+r_1} + \frac{MVM_{assureur}}{STEC_{Res}} - \frac{6\% * STEC_{Technique}}{STEC_{Reserve}(1+r_1)}\right)$$

Le terme $\frac{MVM_{assureur}}{STEC_{Res}} - \frac{6\% * STEC_{Technique}}{STEC_{Reserve}(1+r_1)}$ ne varie pas avec la priorité et peut être considéré de ce fait constant tandis que la fonction $priorité \rightarrow f(priorité)$ est bornée et comprise entre 0,4 et 1 :

Avec l'application numérique adaptée au modèle interne il en résulte le graphique suivant pour la fonction f (qui est également appelé « facteur de transmission ») :



La baisse de la fonction $priorité \rightarrow \frac{\Delta STEC_{Technique}}{\Delta STEC_{Reserve}}$ sera expliquée dans la suite de cette partie théorique. Il est à noter que l'augmentation de la courbe pour les priorités plus élevées est aberrante et met en évidence la limite de la Value at Risk comme mesure de risque.

On constate également un cisaillement de la courbe $priorité \rightarrow \frac{\Delta STEC_{Technique}}{\Delta STEC_{Reserve}}$ en cas de variation du STEC CAT.

Les résultats du modèle interne nous confirment la proportionnalité entre les variations de la MVM et les variations du STEC Reserve.

$$\Delta MVM_{assureur} \in [0{,}36 * \Delta STEC_{Reserve} ; 0{,}39 * \Delta STEC_{Reserve}]$$

Il résulte qu'avec une erreur inférieure à 2% on peut affirmer l'existence d'une constante telle que :

$$\frac{\Delta MVM_{assureur}}{\Delta STEC_{Reserve}} = constante = 0{,}37 \; (****)$$

Donc il existe k tel que $rentabilité = \frac{f(priorité) * \Delta STEC_{Reserve}}{prix_{ADC} + k * \Delta STEC_{Reserve}}$

Comme on a que le STEC Reserve libéré s'exprime en fonction de la portée et le prix théorique (le « prix théorique » représente la moyenne des Recoveries) : $\Delta STEC_{Reserve} = portée_{ADC} - Prix_{ADC}$; il résulte l'expression suivante pour la rentabilité :

$$rentabilité = f(priorité) * \frac{portée_{ADC} - Prix_{ADC}}{(1-k) * Prix_{ADC} + k * portée_{ADC}}$$

Dans notre exemple on trouve que k=0,32 et donc :

$rentabilité = f(priorité) * \frac{400M - Prix_{ADC}}{128M + 0{,}68 * Prix_{ADC}}$ où $Prix_{ADC}$représente le montant moyen attendu des paiements du réassureur. Elle est fonction décroissante de la priorité. Plus la priorité est haute et moins les paiements moyens vont être importants.

Ainsi la fonction $priorité \rightarrow \frac{400M - Prix_{ADC}(priorité)}{128M + 0{,}68 * Prix_{ADC}(priorité)}$ est croissante.

A l'inverse la fonction $priorité \rightarrow f(priorité)$ est décroissante en première phase (plus la priorité est haute et moins on libère de STEC Total pour un même montant de STEC Reserve libéré : ici 400 M€), ensuite elle connait un minimum et redevient croissante puisque le $\Delta STEC_{Reserve}$ tend vers 0. Ceci va faire que les valeurs de la fonction *f* vont s' « effondrer » et celle-ci viendra compenser la fonction $priorité \rightarrow \frac{400M - Prix_{ADC}(priorité)}{128M + 0{,}68 * Prix_{ADC}(priorité)}$ qui est strictement croissante. Le fait que *f* baisse fera que la fonction de rentabilité : $priorité \rightarrow rentabilité(priorité)$ connaîtra un point de maximum.

On a $\lim_{priorité \rightarrow VaR_{Reserve}@99{,}5\%} \frac{400M - Prix_{ADC}(priorité)}{Prix_{ADC}(priorité)} = +\infty$ tandis que $\lim_{priorité \rightarrow VaR_{Reserve}@99{,}5\%} \frac{400M - Prix_{ADC}(priorité)}{128M + 0{,}68 * Prix_{ADC}(priorité)} = \frac{400}{128} \approx 3$. On voit donc que l'intégration de la variation de la MVM du réassureur dans la prime de réassurance engendre une « atténuation » du rapport $\frac{400M - Prix_{ADC}(priorité)}{128M + 0{,}68 * Prix_{ADC}(priorité)}$ même si ceci est toujours croissant avec la priorité. Ainsi en multipliant une fonction croissante bornée par une fonction qui décroit et qui augmente à nouveau, on atteint un point dans lequel la fonction de rentabilité est maximale.

<u>Conclusion intermédiaire</u>: la fonction $\boldsymbol{priorité \rightarrow f(priorité) * \frac{400M - Prix_{ADC}}{128M + 0{,}68 * Prix_{ADC}}}$ obtenue par des approximations réplique la fonction $\boldsymbol{rentabilité = \frac{\Delta STEC_{Total}}{Tarif_{ADC}}}$ et explique l'allure de la courbe. Comme $\boldsymbol{Prix_{ADC} = \Delta BEL}$ et que la fonction $\boldsymbol{f : priorité \rightarrow \frac{\Delta STEC_{Technique}}{\Delta STEC_{Reserve}}}$ représente le degré de diversification du STEC Reserve avec les autres risques

techniques il résulte que la rentabilité de la couverture est une fonction simple du degré de diversification du risque de réserve et de la variation du BEL suite à la couverture.

Par la suite on va étudier le comportement de la fonction $priorité \to f(priorité)$ ceci étant l'élément clé de l'existence du point optimum. Le prix de l'ADC baisse avec l'augmentation de la priorité mais cet effet est compensé par une moindre libération de STEC Total (pour le même montant libéré en termes de STEC Reserve).

Les deux graphiques suivants représentent la courbe des éléments du Strip Reserve par ordre croissant avant et après ADC. Ce que montrent les deux graphiques est que pour un montant libéré similaire en risque de Reserve, en fonction du point d'attachement (priorité), le graphique subit une transformation plus ou moins importante. Plus on attache haut et moins la forme de la courbe « Strip Reserve » est affectée ceci ayant pour conséquence une plus petite variation du STEC Total Technique (pour une variation du STEC Reserve presque identique).

La portée est fixée à 400 M€.

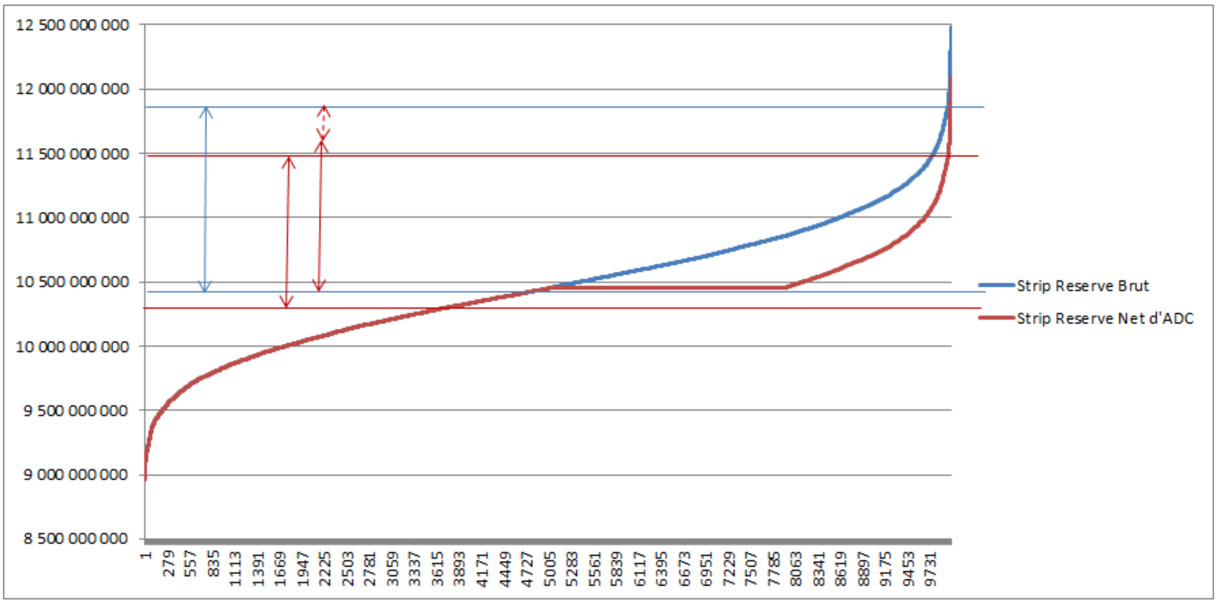
Dans le premier graphique la priorité du traité qu'on applique au Strip Reserve est le Best Estimate (quantile 50% environ) tandis que sur le deuxième graphique on attache au risque décennal (quantile 90%).

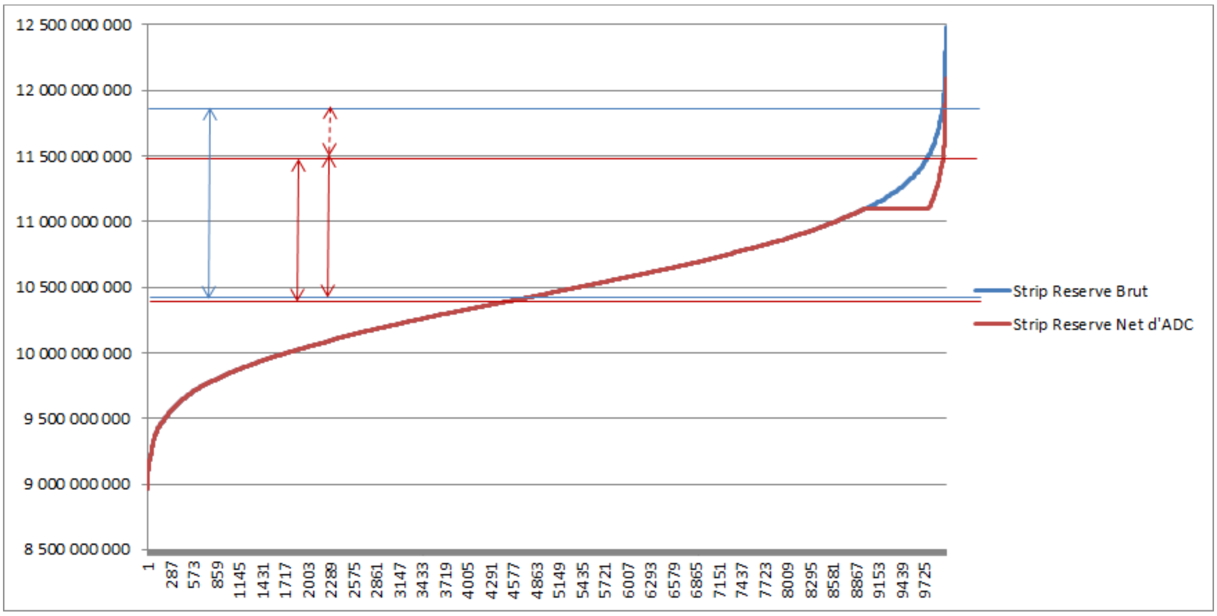
La flèche bleue indique le STEC Reserve avant ADC et la flèche rouge le STEC Reserve après ADC.

La flèche rouge pointillée indique le STEC Reserve libéré suite à l'ADC. On voit que le STEC Reserve libéré est quasiment identique sur les deux graphiques.

Il faut noter que la mise en place d'une couverture contre le développement adverse des réserves modifie la courbe P&L du Strip Reserve mais ne modifie pas l'ordre et de ce fait la corrélation entre le risque de Reserve et les autres risques ne va pas être impactée (le coefficient de corrélation de Pearson ne sera pas beaucoup affecté en raison de la forte corrélation de rang qui existe entre les risques). Le lecteur intéressé pourra trouver en annexe une réflexion sur la relation entre la corrélation des rangs et le coefficient de corrélation de Pearson.

Comme le STEC Reserve libéré reste quasiment le même jusqu'à une certaine priorité mais que la courbe P&L est fortement déformée, on libère de moins en moins de STEC Technique (en raison de la diversification avec le risque CAT) pour une même baisse du STEC Reserve. Il en résulte une baisse de la fonction $f(priorité)$. Quand la priorité augmentée de la portée dépasse la VaR à 99,5%, le STEC Reserve libéré va baisser en tendant finalement vers 0 et donc la fonction f (le transmission factor) va de nouveau augmenter (cette augmentation est aberrante et montre les limites de la Value at Risk en tant que mesure de risque).





En nous plaçant dans la situation où l'assureur voudrait transférer un montant fixe (400 M€ dans notre exemple), la courbe d'efficience (rentabilité en fonction de la priorité) a une allure similaire que si on cherchait à nous couvrir jusqu'au quantile 99,5% en faisant varier la priorité du traité et implicitement la portée. La prime pure (moyenne des paiements du réassureur + hausse de la MVM chez le réassureur) est chargée à 50%. Ainsi il nous faut faire une hypothèse sur les chargements, ceci ayant un impact direct sur la rentabilité du traité mais aucun effet sur la forme de la courbe de rentabilité qui sera juste translatée vers le haut ou vers le bas en fonction des chargements.

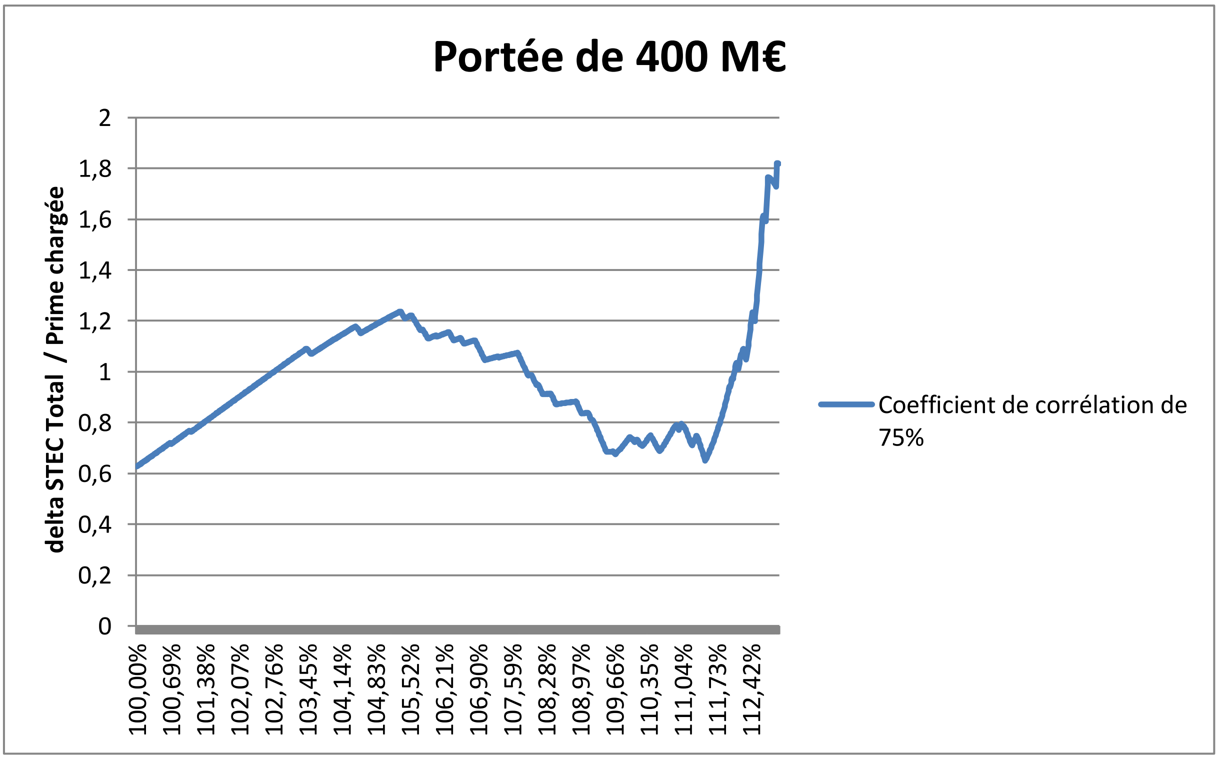
Par soucis de comparaison, on donnera les courbes d'efficience pour chaque niveau de diversification (0,75; 0,50 et 0,25) et pour les deux indicateurs de rentabilité suivants :

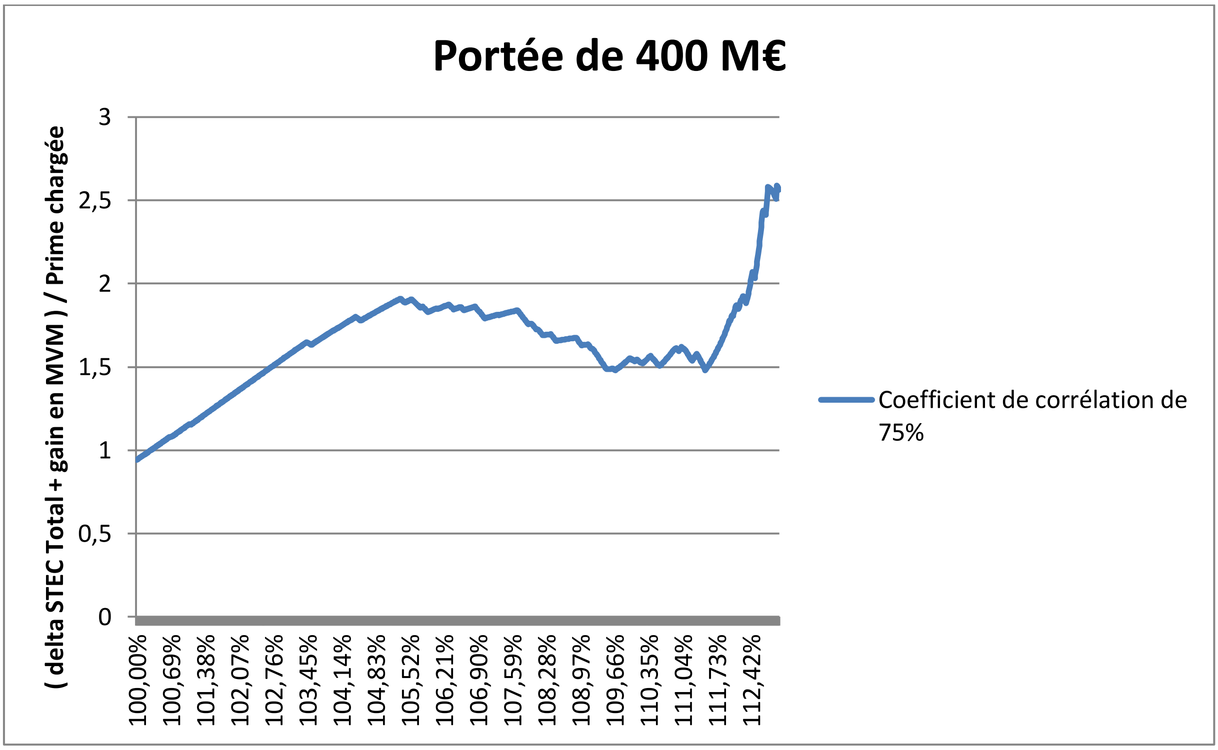
- Le premier indicateur n'inclut pas le gain en MVM de l'assureur :
$$rentabilité = \frac{\Delta STEC_{Total}}{espérance\ mathématique\ des\ paiements\ du\ réassureur + \Delta MVM_{reassureur}} \quad (1)$$

- Le deuxième inclut le gain en MVM de l'assureur
$$rentabilité = \frac{\Delta STEC_{Total} + \Delta MVM_{assureur}}{espérance\ mathématique\ des\ paiements\ du\ réassureur + \Delta MVM_{reassureur}} \quad (2)$$

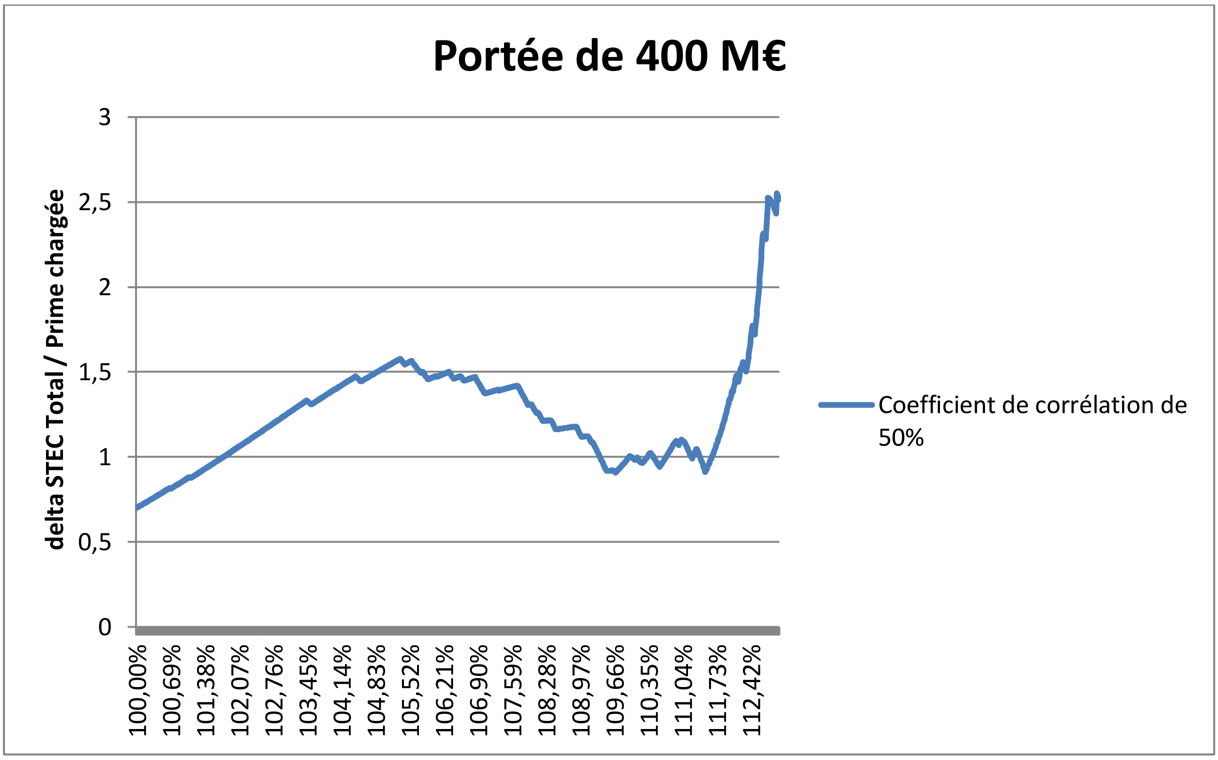
Ci-après on présente les courbes d'efficience. Il s'agit des rentabilités telles que définies par les formules (1) et (2) exprimées en fonction des priorités (qui sont en pourcentage du Best Estimate).

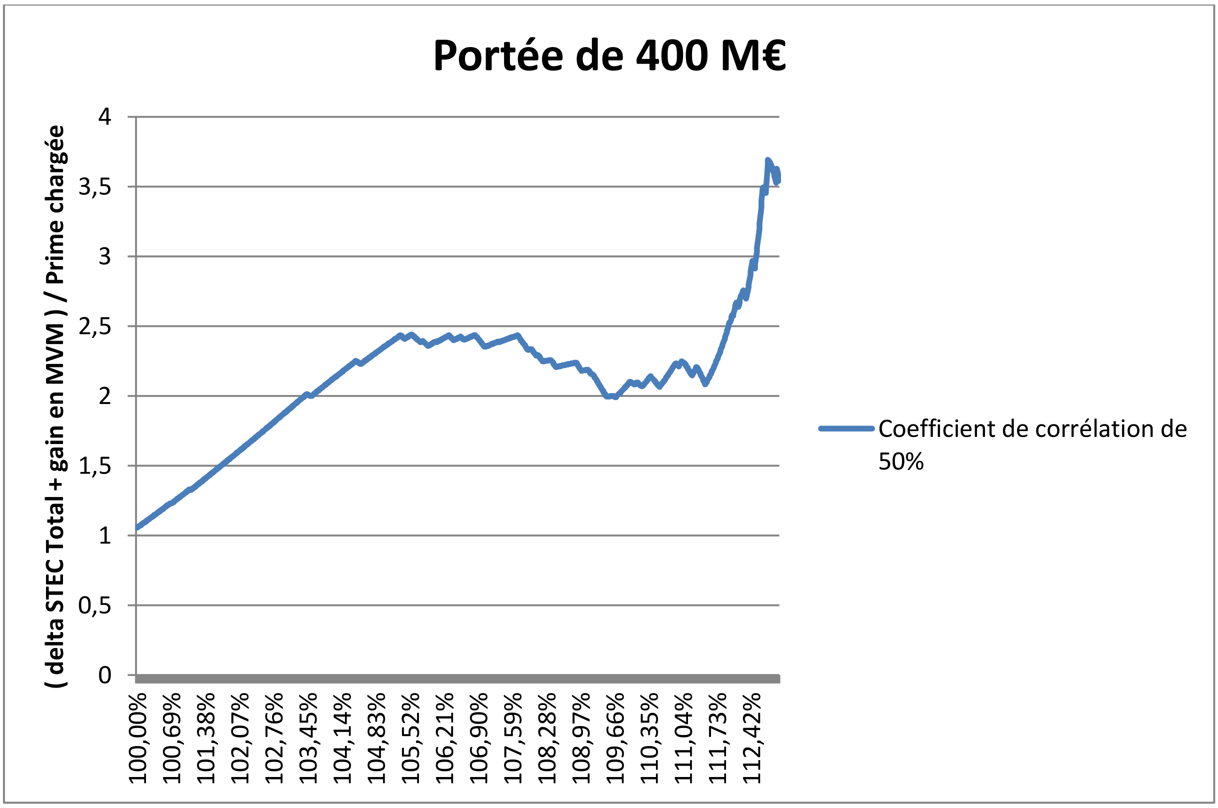
a) Coefficient de diversification 75%



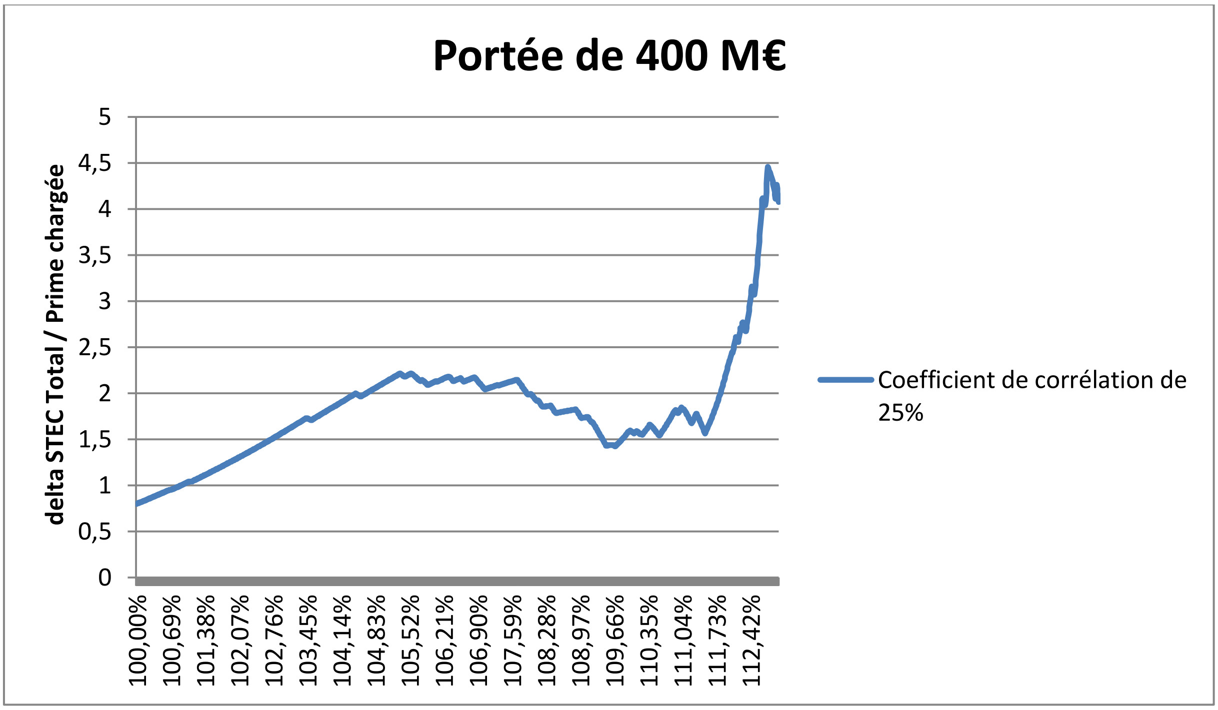


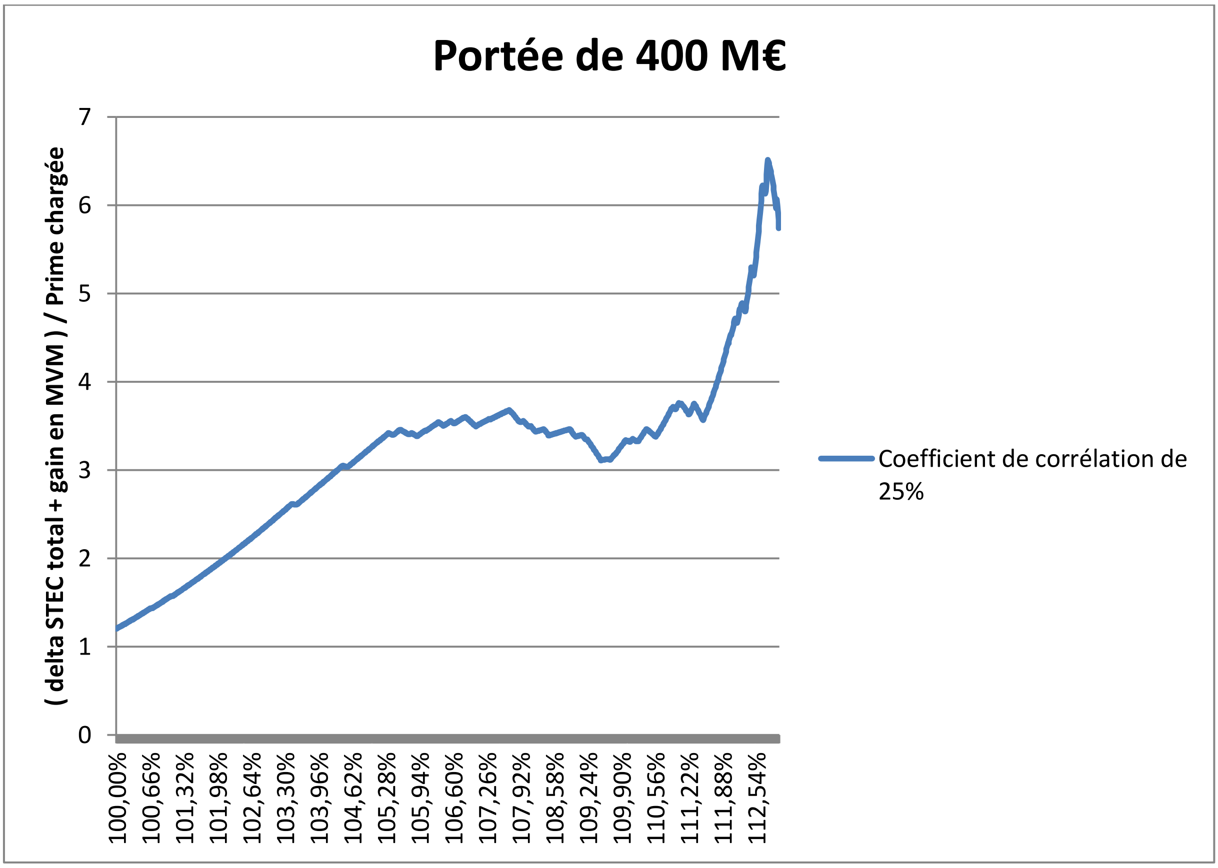
b) Coefficient de diversification de 50%





c) Coefficient de diversification de 25%





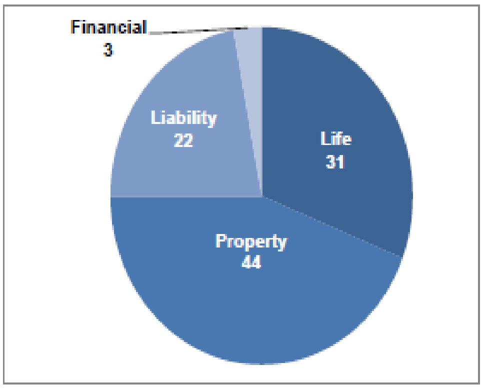
12/ Propositions d'amélioration pour le coefficient de corrélation entre le risque de réserve transféré et le risque de réserve du réassureur

On vient de tester 3 niveaux de corrélation différents sans tenir compte de la composition du portefeuille de réserves cédé et du portefeuille du réassureur. Tenir compte de la composition du portefeuille du réassureur permet d'affiner le coefficient de corrélation utilisé car les branches RC sont moins corrélées entre elles (pour des branches RC de pays différents) que sont les branches dommages car la corrélation entre les branches RC est surtout due aux changements de jurisprudence (qui sont spécifiques à chaque pays) alors qu'un événement climatique peut affecter plusieurs pays voisins en dommage (par exemple une tempête qui traverse la Grande Bretagne, la France et l'Allemagne). Dans ce contexte on peut supposer qu'une corrélation de 25% (donc plus faible) caractérise le risque RC tandis qu'une corrélation de 50% (donc plus forte) est caractéristique des risques dommage. Avec cette segmentation on sait que la corrélation entre le risque de réserve transféré par l'assureur et le risque de réserve du réassureur va être comprise entre 0,25 et 0,5.

Afin d'avoir une idée de la répartition du risque de réserve du réassureur (en raison de l'asymétrie de l'information on ne connaît pas la répartition des réserves entre le dommage et la RC), on va se baser sur la distribution du volume des primes sur le marché de la réassurance publié par l'IAIS (International Association of Insurance Supervisors) en 2012 :

5.5 The global reinsurance market

5.7: 2011 Reinsurance premiums assumed by lines of business (%)



Source: IAIS

In 2011 the structure of the global reinsurance market, per gross premiums assumed, is about one-third life reinsurance and two-thirds non-life reinsurance.

Within non-life reinsurance, property reinsurance accounted for 44% of premiums assumed. Liability coverage amounted to 22%, and financial lines to 3% of all reinsurance premiums assumed in the year.

On voit que sur la partie IARD, un tiers des primes de réassurance sont souscrites en RC (Responsabilité Civile) et que deux tiers des primes concernent le dommage. On inférera cette hypothèse au SCR Réserve du réassureur. On constate les mêmes ordres de proportionnalité sur le STEC chez AXA. Ainsi, on peut supposer que le SCR Reserve s'explique par un tiers de risque RC et par deux tiers de risque dommage chez l'assureur comme chez le réassureur.

Avec tous ces éléments on utilise une approximation pour la corrélation entre les deux portefeuilles :

$$\rho \approx \frac{1}{3} * \rho_{RC} + \frac{2}{3} * \rho_{dommage}$$

Comme $\rho_{RC} = 25\%\ et\ \rho_{dommage} = 50\%$ on aura une corrélation globale d'environ 40% si nos hypothèses s'avèrent être correctes.

Dans ces conditions, la courbe de rentabilité a la même forme avec une priorité qui avoisine le quantile 95% i.e. une rétention optimale jusqu'à une période de retour de 20 ans.

13/ Synthèse explicatrice de l'allure de la courbe d'efficience

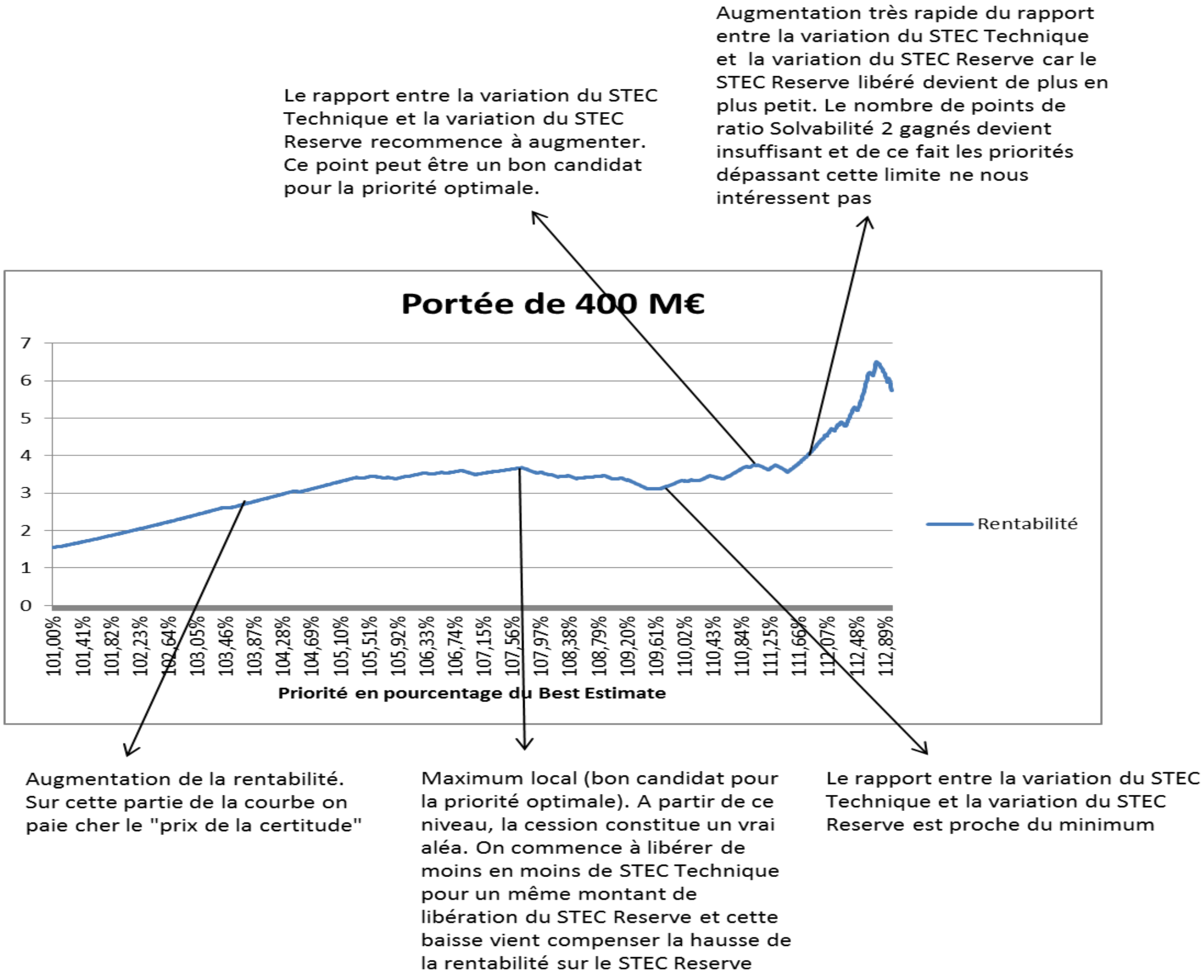
Dans cette partie théorique on a démontré qu'il existe k positif tel que :

$$rentabilité \approx f(priorité) * \frac{portée_{ADC} - Prix_{ADC}}{(1-k) * Prix_{ADC} + k * portée_{ADC}}$$

On appellera « rentabilité sur le STEC Reserve » le terme $\frac{portée_{ADC}-Prix_{ADC}}{(1-k)*Prix_{ADC}+k*portée_{ADC}}$ tandis que

$f(priorité) = \frac{\Delta STEC_{Technique}}{\Delta STEC_{Reserve}}$.

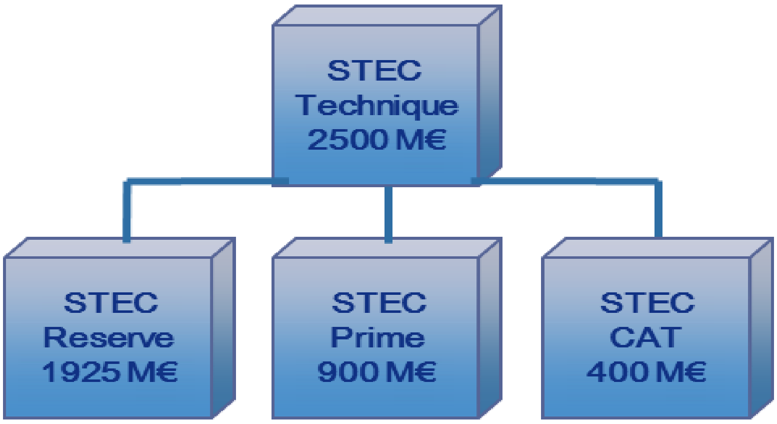
Dans le but de résumer le comportement de la courbe d'efficience on reprend le dernier graphique auquel on ajoute des commentaires pour les points d'inflexion clés (en cas d'égalité sur le critère de la rentabilité sera optimum la priorité du traité qui libère le plus de points de ratio de solvabilité):



Comme le graphique obtenu l'indique, la rentabilité a tendance à croître fortement pour des priorités hautes (proches du quantile 99,5%) car le prix de la réassurance diminue fortement (risque de plus en plus lointain) et que le rapport entre la variation du STEC Technique et la variation du STEC Reserve augmente fortement également (car le STEC Reserve diminue de plus en plus comme on approche la VaR à 99,5%). Cette partie de la courbe n'est pas représentative : on voit ici la limite du choix de la Value at Risk à 99,5% en tant que mesure de risque car elle ne prend pas en compte toute la queue de distribution comme le fait la Tail Value at Risk (le STEC Réserve libéré devient nul quand la priorité dépasse la Value at Risk à 99,5%). Sur cette partie de la courbe donc, on ne trouvera pas de marché.

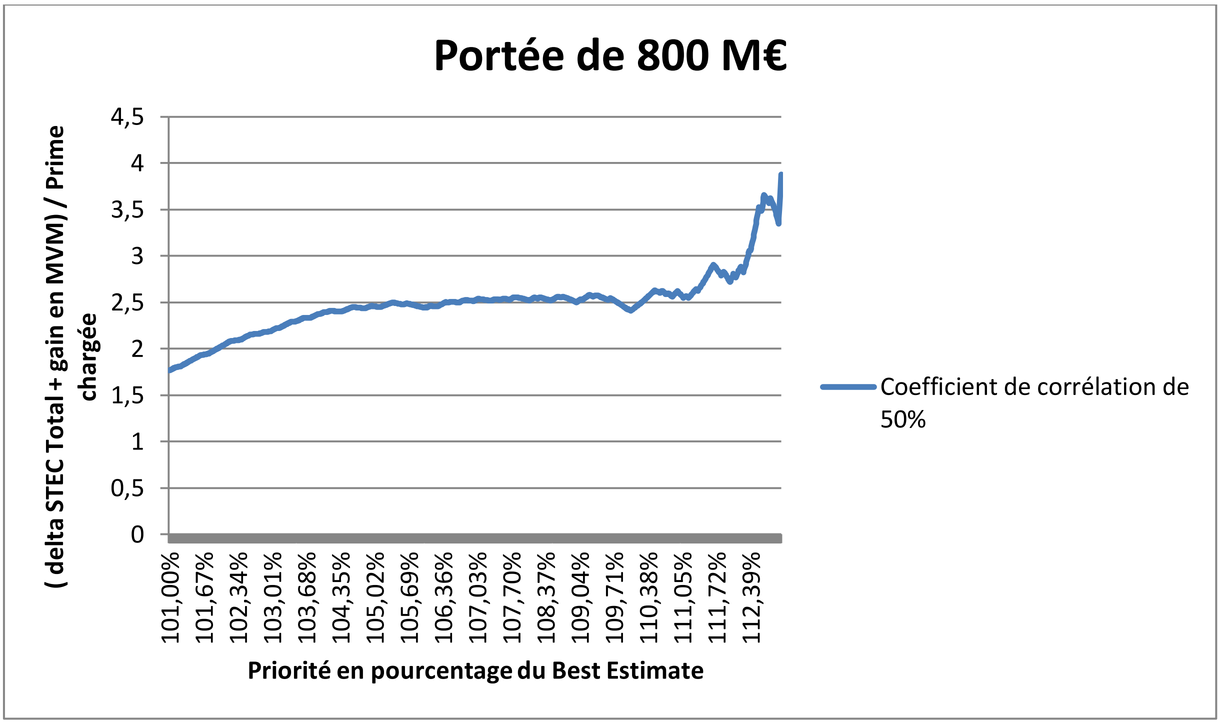
14/ Relation entre le STEC Réserve et la taille de la tranche cédée

On rappelle l'ordre de grandeur pour le STEC Reserve ainsi que pour le STEC Technique :



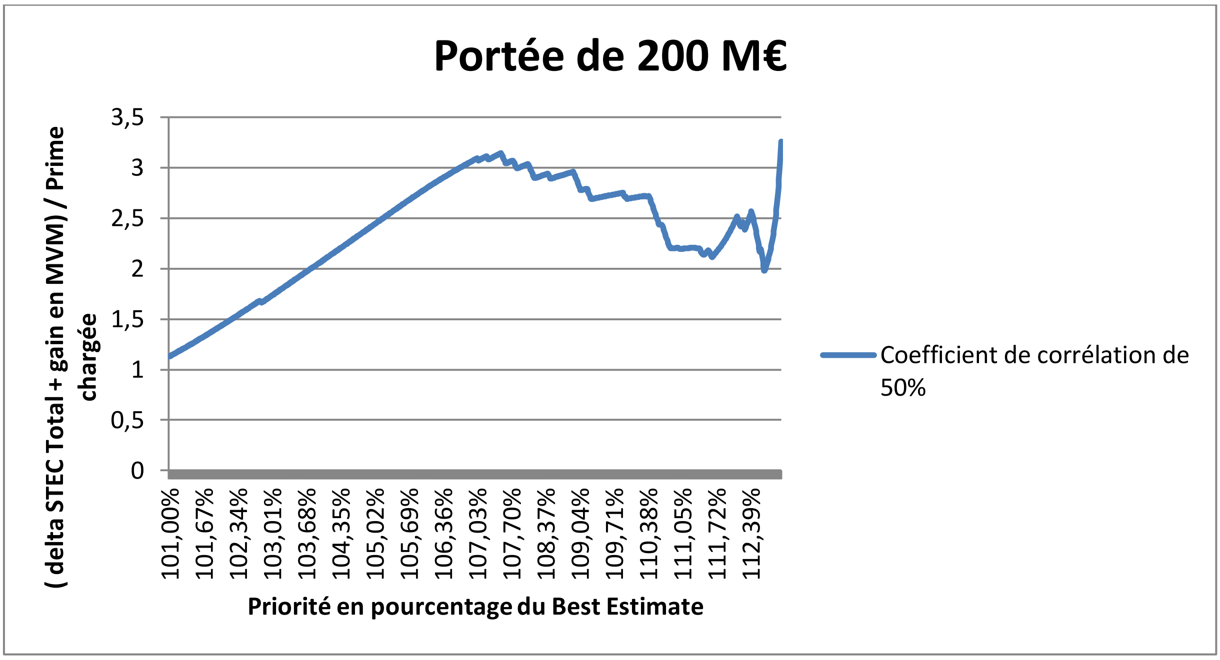
Dans le cadre de ce mémoire il a été choisi d'illustrer l'optimalité de la cession des réserves sur une tranche de 400M d'euros. Ce choix n'est pas un hasard mais représente une tranche qui met au mieux en évidence l'existence de la priorité optimale au vu de la taille du portefeuille de réserves sur lequel la cession s'effectue (et implicitement du STEC Reserve). Il est important de noter que pour chaque portefeuille de réserves on trouvera une portée qui mette au mieux en valeur le maximum de la courbe de rentabilité.

Pour soutenir cette affirmation on présente ci-dessous l'une des trois courbes de rentabilité (correspondants aux 3 coefficients de diversification entre le STEC Reserve cédé et le SCR Reserve existant déjà chez le réassureur) en fixant la portée du traité à 800M d'euros (on cède deux fois plus de risque de déviation par rapport au Best Estimate) :

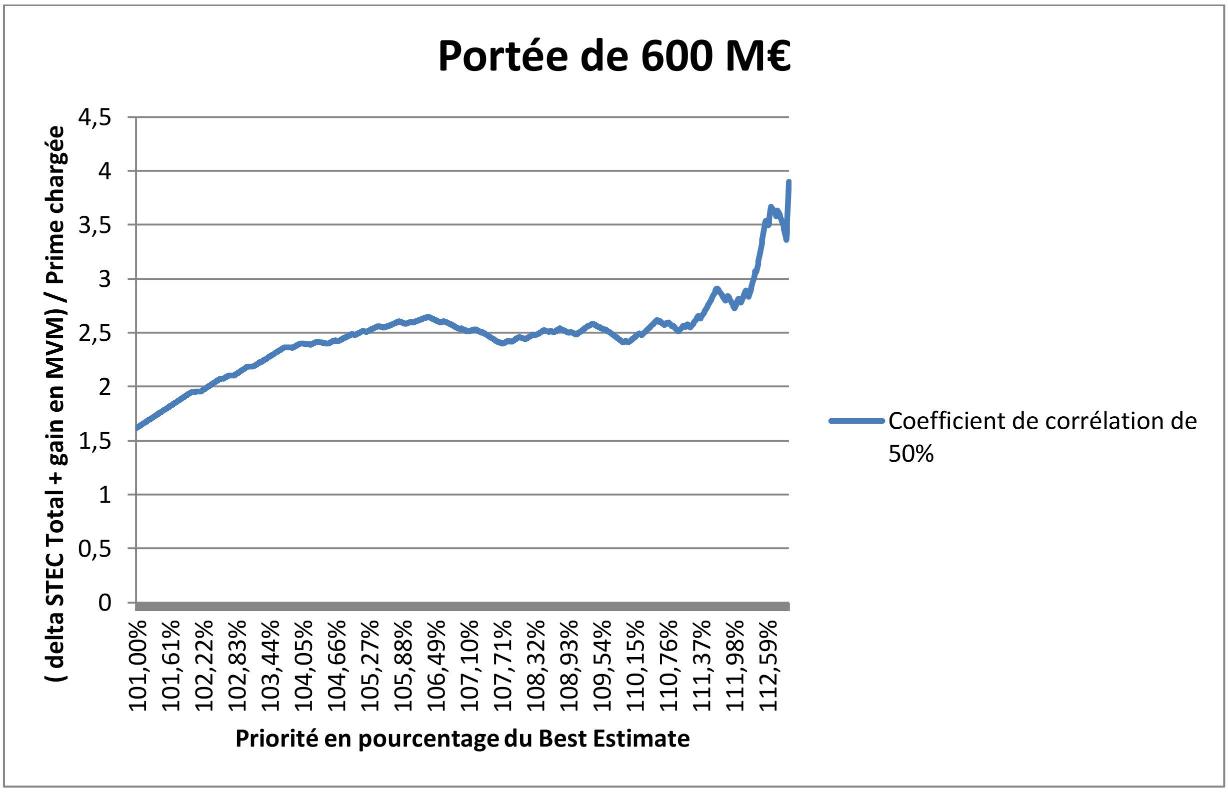


On voit qu'il est difficile de définir ici une zone précise d'optimalité.

A l'inverse on pourrait se proposer de céder une tranche deux fois plus petite (i.e. une tranche de 200M d'euros). On remarque que l'optimum sort encore plus en évidence que pour la cession initiale de 400M :



Pour avoir une vision plus globale on donne également le graphique de la courbe de rentabilité pour une tranche intermédiaire de 600M d'euros :



Comme attendu, cette dernière courbe est à la limite de l'exploitation.

Au vu de ces résultats, le tableau suivant résume la pertinence de la courbe de rentabilité en fonction de la taille de la tranche qu'on veut placer (exprimée en pourcentage du STEC Reserve) :

Représentativité de la courbe de rentabilité en fonction de la portée		
Portée (montant)	Portée en pourcentage du STEC Reserve	Remarques
200 M	11%	Zone d'optimalité concentrée en un point
400 M	22%	Zone d'optimalité concentrée sur un intervalle restreint
600 M	34%	Zone d'optimalité étalée sur un intervalle plus large
800 M	45%	La quasi-totalité de la courbe est plate

La conclusion est que plus la portée est petite par rapport au STEC Reserve et plus la priorité optimale se trouve concentrée autour d'un point précis.

14 bis/ Réflexion sur la part optimale à céder pour une priorité et portée fixées

On a vu précédemment que le STEC Réserve économisé grâce à la réassurance des réserves est très proche de la capacité cédée. Les études menées font l'hypothèse que le réassureur prend pour sa part 100% de la portée. Il est intéressant maintenant de s'interroger si une fois la portée et la priorité établies il est possible d'optimiser la cession, en baissant la part de la portée que le réassureur va prendre en charge.

Notations: dans cette sous-section $\Delta STEC_{Reserve}$ est le STEC libéré pour une part réassureur de 100% tandis que $\Delta STEC_{Technique}$ représente le capital libéré avec une part pour le réassureur de « c » (c représente la part de la tranche que le réassureur assume).

On supposera que le prix de l'ADC baisse dans la même proportion que la part de la tranche cédée.

On rappelle qu'il existe k tel que :

$$rentabilit\acute{e} \approx f(priorit\acute{e}) * \frac{port\acute{e}e_{ADC} - Prix_{ADC}}{(1-k) * Prix_{ADC} + k * port\acute{e}e_{ADC}}$$

Avec $f(priorit\acute{e}) = \frac{\Delta STEC_{Technique}}{\Delta STEC_{Reserve}}$ et $Prix_{ADC} = \Delta BEL$.

Soit donc *c* la part que le réassureur prend en charge. Dans ces conditions, la formule de la rentabilité s'écrit :

$$rentabilit\acute{e} \approx \frac{\Delta STEC_{Technique}}{c * \Delta STEC_{Reserve}} * \frac{c * port\acute{e}e_{ADC} - c * Prix_{ADC}}{(1-k) * c * Prix_{ADC} + k * c * port\acute{e}e_{ADC}}$$

Au final :

$$rentabilit\acute{e} \approx \frac{\Delta STEC_{Technique}}{c * \Delta STEC_{Reserve}} * \frac{port\acute{e}e_{ADC} - Prix_{ADC}}{(1-k) * Prix_{ADC} + k * port\acute{e}e_{ADC}}$$

A noter que la variation du STEC Technique pour une part réassureur de 50% sur la tranche de réserves cédée n'est pas la moitié de la variation du STEC Technique économisé avec une cession de 100%.

$\Delta STEC_{Technique}$ dépend de *c.* Afin de maximiser la rentabilité il faut maximiser le rapport $\frac{\Delta STEC_{Technique}}{c*\Delta STEC_{Reserve}}$ car $\frac{port\acute{e}e_{ADC} - Prix_{ADC}}{(1-k)*Prix_{ADC} + k*port\acute{e}e_{ADC}}$ est fixe et ne dépend pas de *c.*

Le STEC Technique est l'agrégation du STEC Réserve, STEC Prime et du STEC CAT avec une corrélation de 0,5 entre le risque de Réserve et le risque de Prime et une corrélation nulle entre le risque CAT et les deux autres risques. Dans ce contexte, on pourra calculer le STEC Technique par le proxy :

$$STEC_{Technique} = \sqrt{(STEC_{Réserve}\ STEC_{Prime}\ STEC_{CAT}) \begin{pmatrix} 1 & 0,5 & 0 \\ 0,5 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} STEC_{Réserve} \\ STEC_{Prime} \\ STEC_{CAT} \end{pmatrix}}$$

$$STEC_{Technique} = \sqrt{STEC_{Réserve}{}^2 + STEC_{Prime}{}^2 + STEC_{CAT}{}^2 + STEC_{Réserve} * STEC_{Prime}}$$

Par conséquent si la part du réassureur est de *c* :

$$\frac{\Delta STEC_{Technique}}{c*\Delta STEC_{Réserve}} = \frac{\sqrt{(STEC_{Réserve}+c*\Delta STEC_{Réserve})^2+STEC_{Prime}{}^2+STEC_{CAT}{}^2+(STEC_{Réserve}+c*\Delta STEC_{Réserve})*STEC_{Prime}}}{c*\Delta STEC_{Réserve}} - \frac{\sqrt{STEC_{Réserve}{}^2+STEC_{Prime}{}^2+STEC_{CAT}{}^2+STEC_{Réserve}*STEC_{Prime}}}{c*\Delta STEC_{Réserve}}$$

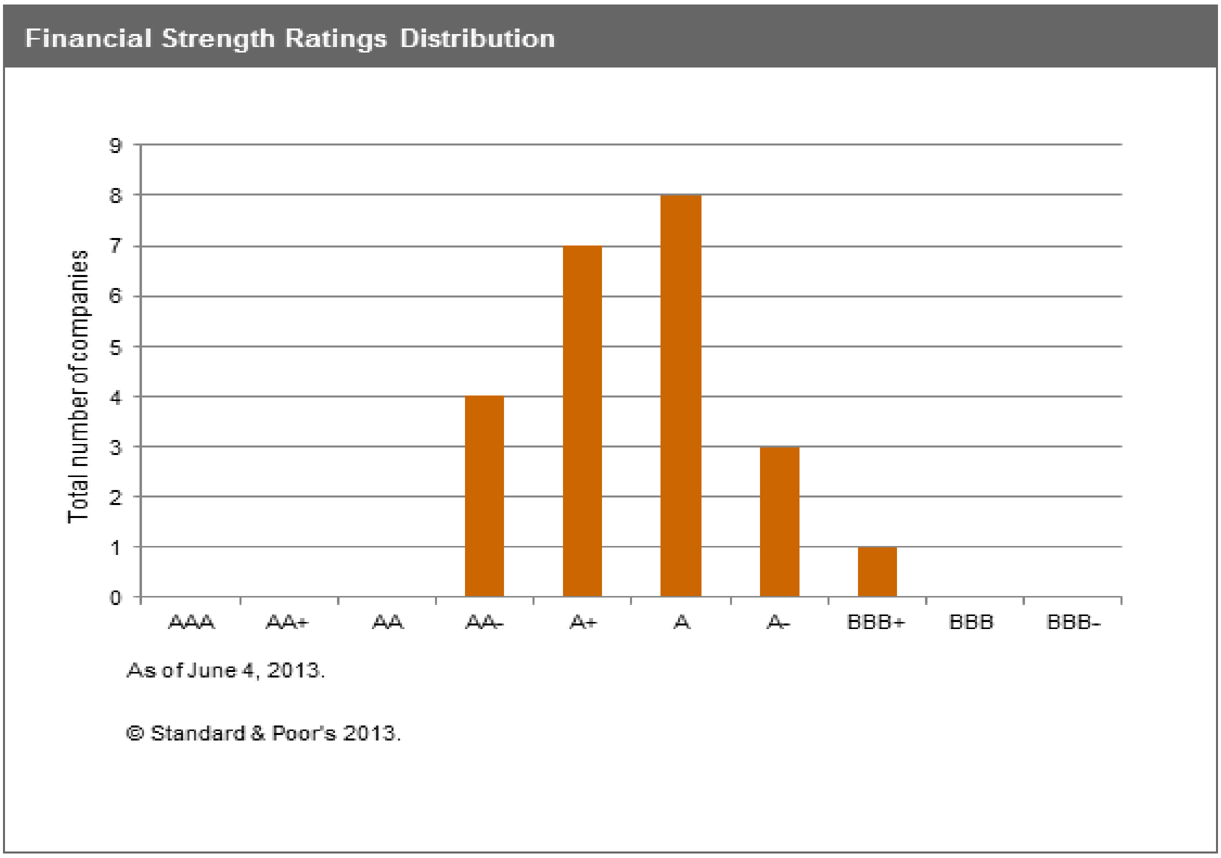
Au final $\lim_{c\to 0} \frac{\Delta STEC_{Technique}}{c*\Delta STEC_{Réserve}} = \frac{2*STEC_{Réserve}+STEC_{Prime}}{2*\sqrt{STEC_{Réserve}{}^2+STEC_{Prime}{}^2+STEC_{CAT}{}^2+STEC_{Réserve}*STEC_{Prime}}}$.

On a : $\lim_{c\to 0} \frac{\Delta STEC_{Technique}}{c*\Delta STEC_{Réserve}} = \frac{2*STEC_{Réserve}+STEC_{Prime}}{2*STEC_{Technique}} \approx 1$

Il résulte que si la part du réassureur dans le traité est de plus en plus petite, le gain en STEC Technique va être quasi identique au gain en STEC Réserve ce qui rendra optimale la couverture car le STEC Technique libéré est strictement inférieur au STEC Réserve libéré (en raison de la diversification avec les autres risques).

Mais céder une trop petite part n'a aucun intérêt car l'effet de l'ADC serait quasi-nul. Il faudra donc céder une part plus importante pour que le traité ait un certain effet.

<u>Conclusion de la réflexion :</u> Céder 10% d'une tranche de déviation des réserves est plus rentable (au sens de la fonction de rentabilité qu'on s'est définie) que céder 100%. Il est donc préférable de placer la tranche de déviation des réserves voulue (à 100%) auprès de plusieurs réassureurs (on cède la portée à 5 réassureurs différents en égale proportion par exemple: chaque réassureur a une part de 20%). En pratique, il sera difficile de trouver 5 réassureurs qui sont notés au moins AA- car selon Strandard & Poor's les notations financières (notation de solidité financière) des 23 réassureurs les plus importants se distribuent comme suit :



Certains réassureurs parmi les 5 vont donc avoir des notations inférieures (A+ ou A).

Il est plus intéressant de trouver 5 réassureurs notés A (5 parts de 20%) qu'un seul réassureur noté AA (une part à 100%) pour réaliser la cession qu'on s'est proposée.

15/ Nombre de points de ratio Solvabilité 2 gagnés (vision run-off)

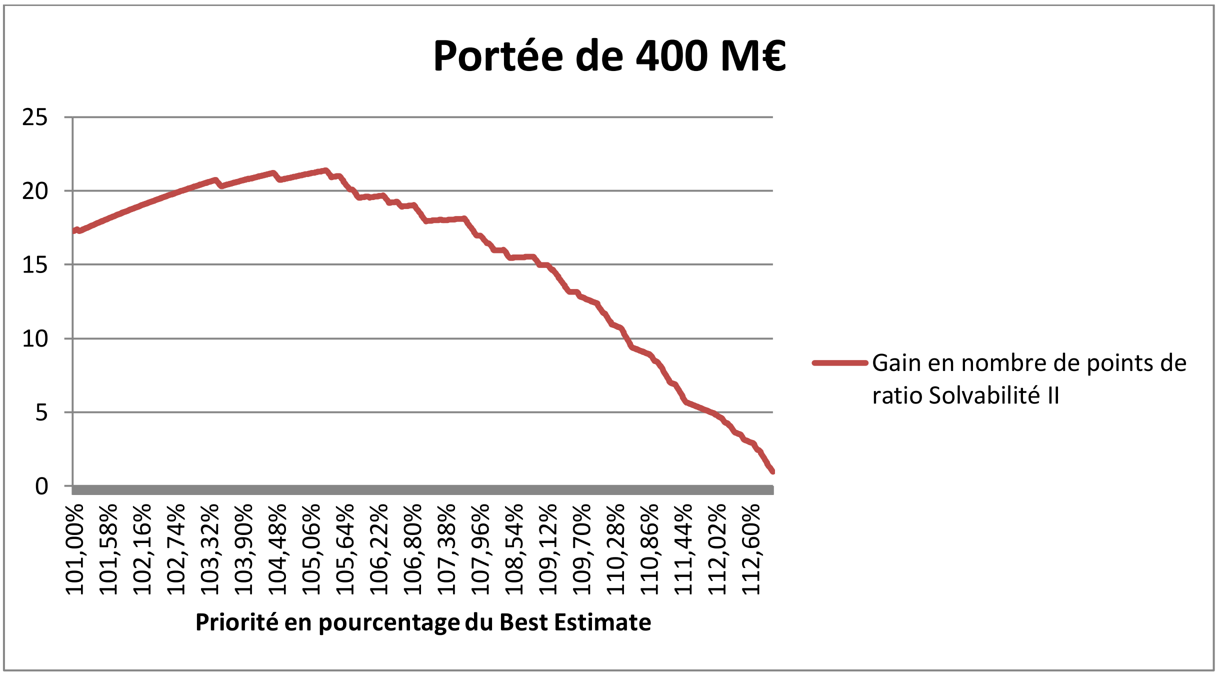
On rappelle que $ratio\ S\ II = \frac{AFR}{STEC}$ et que le ΔBEL représente la variation du Best Estimate suite à la troncature de la courbe de distribution du risque de réserve après ADC.

On a donc : $ratio\ S\ II\ après\ ADC = \frac{AFR - Prime_{reassurance} + \Delta MVM + \Delta BEL}{STEC - \Delta STEC}$

Par conséquent, le nombre de points gagnés est donné par la formule :

$$nombre\ de\ points\ gagnés = 100 * \left(\frac{AFR - Prime_{reassurance} + \Delta MVM + \Delta BEL}{STEC - \Delta STEC} - \frac{AFR}{STEC}\right)$$

Le graphique suivant illustre graphiquement ce gain en fonction de la priorité qui est en pourcentage du Best Estimate :



La prime de réassurance se traduit par une diminution de l'AFR la première année. Cette diminution est largement compensée par la baisse de la MVM et du BEL. Pendant la deuxième année on gagne 3 points supplémentaires sur le ratio S II car on continue à bénéficier du gain sur l'AFR et de la baisse du STEC (dans une moindre mesure car on aura liquidé la partie des réserves correspondant à la première année du run-off) sans avoir à payer de prime supplémentaire.

16/ Effets secondaires de l'ADC: Ajustements des créances de réassurance (actif)

Malgré le fait que l'achat d'une couverture de réassurance représente un transfert d'une partie du risque, l'assureur reste seul responsable devant ses assurés. Sous le régime Solvabilité 2 ce transfert se traduit également par l'inscription à l'actif d'une créance de réassurance (dès que la priorité du traité est dépassée) qui doit être ajustée pour tenir compte de la solidité financière du réassureur (en cas de défaillance du réassureur, la valeur de la créance va baisser) et du fait qu'en cas de défaillance celle-ci n'est pas totale et que le réassureur pourra tout de même rembourser une partie. Cet ajustement se calcule comme suit :

$$\begin{aligned} Ajustement &= (probabilité\ de\ défaut) * (proportion\ sur\ laquelle\ il\ y\ a\ défaut) \\ &* (espérance\ mathématique\ des\ payements\ du\ réassureur) \end{aligned}$$

Il existe deux types principaux de notations financières selon Standard & Poor's:

- notation de la solidité financière de (ré)assurance (« Insurance Financial Strength ») qui sert de base aux preneurs de (ré)assurance et qui reflète la capacité du (ré)assureur à honorer les engagements pris

- notation des obligations corporate émises par le (ré)assureur (« Bond Insurance ») qui est représentative de sa capacité à rembourser les emprunts émis par le biais d'obligations

Le tableau ci-dessus synthétise les probabilités de défaut du réassureur en fonction de sa notation (« insurance financial strength »):

Notation du réassureur	Probabilité de défaut
AAA	0,002%
AA	0,01%
A	0,05%
BBB	0,24%
BB	1,20%
B	6,04%
CCC	30,41%

Ainsi on voit l'importance du choix du réassureur car mieux le réassureur sera noté et moins l'ajustement (qui représente une charge en capital) sera important. Pour chaque grade que le réassureur perd, la cédante doit comptabiliser 5 fois plus d'ajustement que précédemment. Si par exemple un réassureur se voit dégrader sa note de AA à CCC, la cédante verrait multiplier le montant de l'ajustement par $5^5 = 3125$.

Afin de mettre en évidence la marginalité de cet ajustement, on supposera que la cédante se couvre par l'ADC à partir du Best Estimate et jusqu'à la Value at Risk à 99,5% pour son risque de réserve. Dans ce contexte le paiement moyen attendu est d'environ 200 M€.

Pour synthétiser, le tableau suivant donne les montants des ajustements sous différentes hypothèses en termes de notation de la cessionnaire et en supposant que le réassureur ne fait défaut que sur 60% de ces engagements (il rembourse les 40% de ses engagements) :

Notation du réassureur	Ajustement en k€
AAA	2 k€
AA	12 k€
A	60 k€
BBB	288 k€
BB	1 440 k€

On a donné que les valeurs des ajustements pour des notations supérieures à BB car en pratique on ne cherchera jamais à se réassurer auprès d'une entité qui est noté moins bien que BB. Par ailleurs, si le réassureur n'est pas noté, il est réputé être BBB pour le calcul de cet ajustement.

III/ La profitabilité de l'ADC en chiffres

NB : Dans toute la partie chiffrée on se placera dans le cas où on voudrait céder en réassurance 400 M€ de STEC Reserve.

Cette partie du mémoire se propose de synthétiser les principaux indicateurs d'aide à la décision utilisés pour juger de l'efficacité de la réassurance des réserves.

1/ Rentabilité du traité, gain en nombre de points S II

L'un des buts étant d'améliorer le ratio Solvabilité 2, on cherchera la priorité optimale sachant qu'on veut améliorer le ratio de 10 points au minimum.

But : Trouver la priorité optimale de la cession au vu des indicateurs de décision suivants : rentabilité et nombre de points de ratio Solvabilité 2 gagnés.

Pour avoir sur le même graphique les deux indicateurs, on a adapté l'échelle en multipliant par 5 la rentabilité. Les graphiques de rentabilité sont ceux présentés dans la partie théorique.

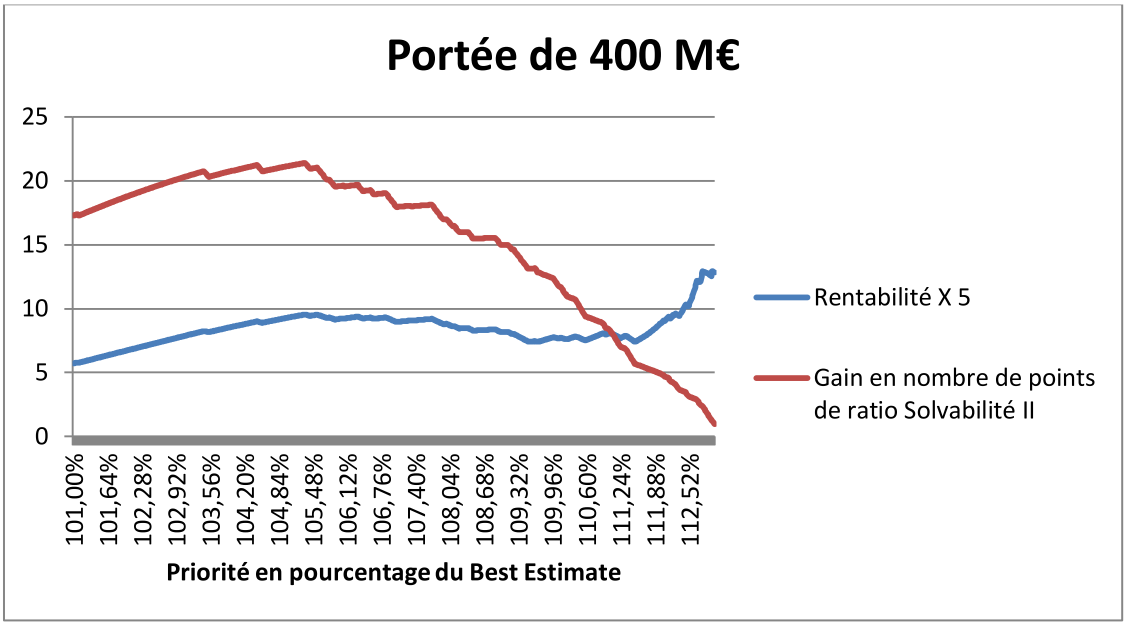
Pour rappel :

$$rentabilité = \frac{\Delta STEC_{Total} + \Delta MVM_{assureur}}{Prime\ de\ réassurance} = \frac{\Delta Capital\ Libre}{Prime\ de\ réassurance}$$

On présente les résultats sous les trois hypothèses concernant le niveau de diversification entre le risque de réserve transféré et celui existant chez le réassureur. On tentera ensuite de les interpréter et de justifier le choix de la priorité optimale.

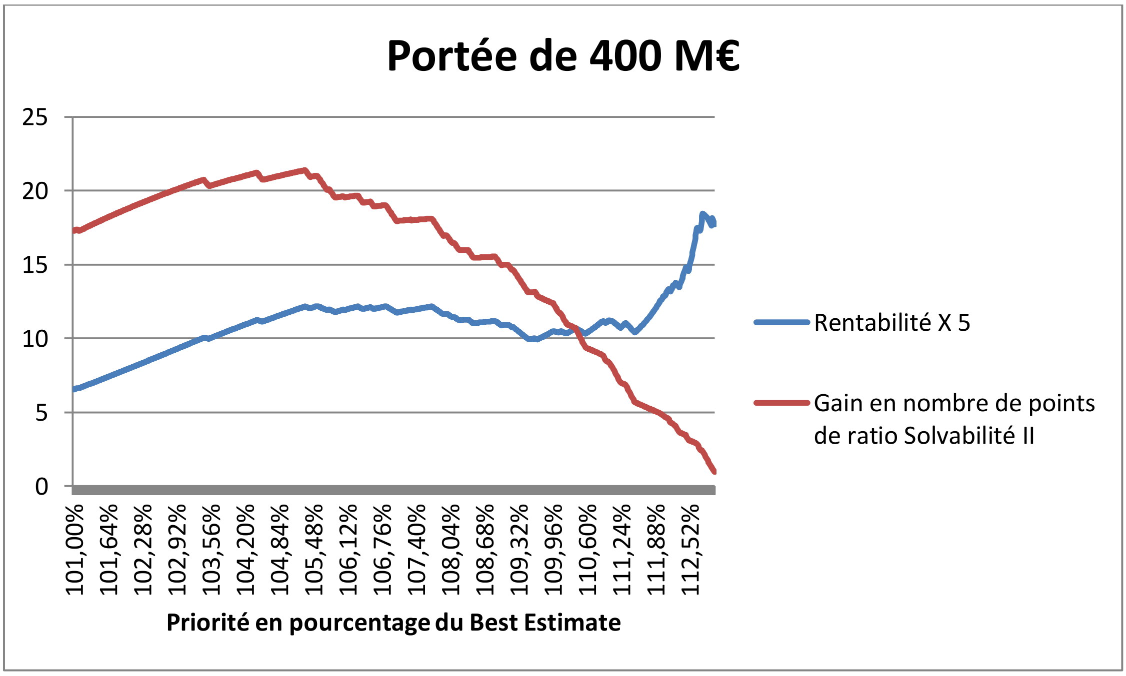
La prime de réassurance prise en compte dans le calcul de la rentabilité est pure sur les trois graphiques suivant.

a) Coefficient de diversification 0,75



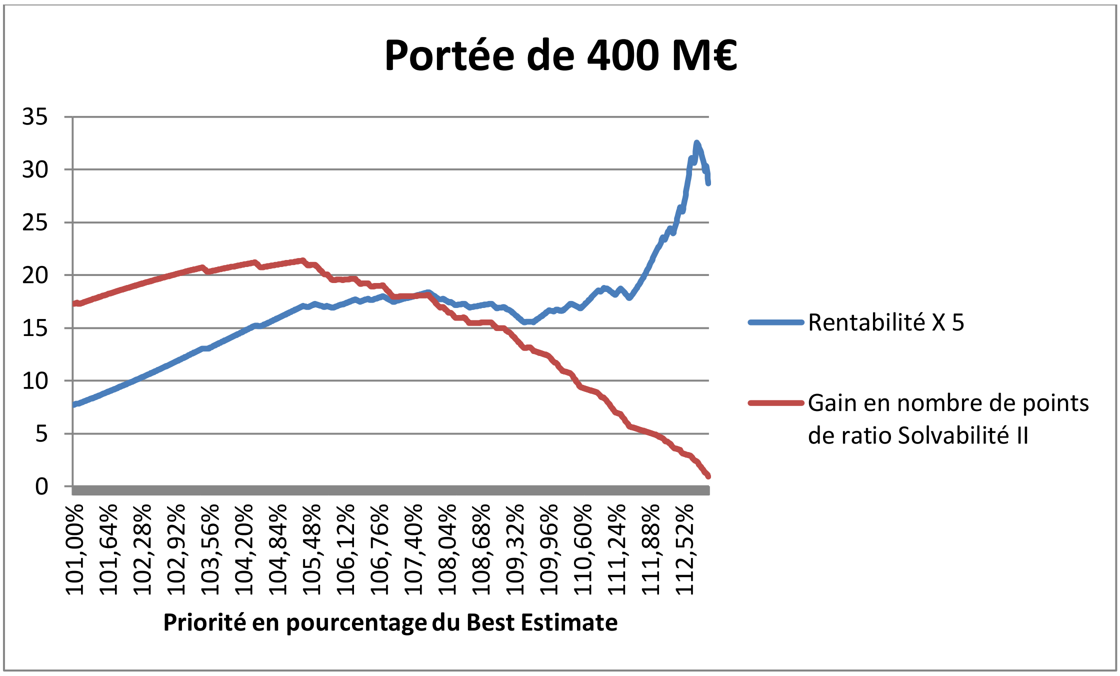
Sous cette hypothèse, la priorité qui maximise la rentabilité sous la contrainte de faire gagner au moins 10 points de ratio Solvabilité 2 est unique et correspond à 105,3% du Best Estimate soit au quantile 85% de la distribution.

b) Coefficient de diversification 0,5



Sous cette hypothèse, la priorité qui maximise la rentabilité sous la contrainte de faire gagner au moins 10 points de ratio Solvabilité 2 est unique et correspond à 106,5% du Best Estimate soit au quantile 90% de la distribution.

c) Coefficient de diversification 0,25



Avec une hypothèse de forte diversification il y aurait deux priorités optimales sous la contrainte de faire gagner 10 points minimum. Les priorités optimales se trouvent à 107,5% et 110,5% du Best Estimate et font gagner environ 18 et 10 points respectivement. Comme la rentabilité est quasi-identique pour ces deux priorités, le second critère de choix est le nombre de points gagnés en ratio Solvabilité 2. Ainsi on préférera la priorité à 107,5%.

De manière générale, la procédure de choix de la priorité optimale se déroulera donc en trois étapes :

1) Choisir le nombre de points Solvabilité 2 minimum à gagner
2) Sous la contrainte précisée au point 1), établir une liste de priorités optimales s'il y en a plusieurs de rentabilité comparable
3) Si la priorité du point 2) n'est pas unique alors baser son choix sur le nombre de points de solvabilité gagnés

Le tableau suivant résume pour chacune des trois hypothèses les réassurances les plus adaptées et leurs couts respectifs relatifs au capital libéré :

Portée fixe de 400 M€		
Facteur de transmission sur le SCR Réserve du réassureur	Priorité en pourcentage du Best Estimate	Coût / Capital libéré
75%	105,3%	35%
50%	106,5%	28%
25%	107,7%	18%

2/ Indicateur de rentabilité pour les investisseurs : Return on STEC

En échange du capital économique requis apporté (STEC), les investisseurs attendent un certain rendement sur leur investissement. Le rendement se traduit par le résultat qui leur est distribué. D'un point de vue économique la baisse de la MVM et du BEL représentent du résultat en plus à distribuer aux actionnaires tandis que la prime de réassurance payée impacte négativement le résultat.

On définit le « Return on STEC » comme étant le rapport entre le résultat de l'année et le STEC :

$$Return\ on\ STEC = \frac{Résultat\ économique\ de\ l'année}{STEC}$$

En tenant compte de la baisse du STEC, le rendement supplémentaire sur le STEC investi par les actionnaires est :

$$Rendement\ supplémentaire\ sur\ le\ STEC = \frac{résultat\ après\ ADC}{STEC + \Delta STEC} - \frac{résultat\ avant\ ADC}{STEC}$$

avec $résultat\ après\ ADC = \Delta MVM + \Delta BEL - Prime_{ADC} + résultat\ avant\ ADC$

On trouve les rendements supplémentaires suivants pour les priorités optimales évoquées précédemment :

Portée fixe de 400 M€					
Facteur de transmission sur le SCR Réserve du réassureur	Gain en MVM	Gain en BEL	Prime estimée	Gain en Résultat	Rendement supplémentaire pour l'investisseur
75%	144 M€	27 M€	114 M€	27 M€	2,4%
50%	140 M€	17 M€	77 M€	17 M€	3,4%
25%	143 M€	11 M€	41 M€	11 M€	4,7%

Conclusion

Nous avons montré dans ce mémoire que si un assureur veut céder aux réassureurs un certain montant de son capital requis pour le risque de Reserve, il trouvera toujours une priorité optimale d'un point de vue du rapport entre le capital libéré et la prime de réassurance. Nous avons en outre constaté qu'il faut toutefois que la taille de la tranche de réassurance ne dépasse pas le tiers du STEC Reserves pour avoir une courbe d'efficience qui soit représentative car au-delà de cette limite, la courbe tend à s'aplatir rendant le choix de la priorité optimale très difficile.

La réassurance des réserves a un double effet bénéfique car elle permet de libérer du STEC et se traduit aussi par une économie du cout du capital (MVM). Cette économie de MVM est possible dans l'approche dite du « Cout du Capital » qui est l'approche retenue sous QIS 5 car la MVM se calcule comme la somme actualisée des couts des capitaux requis futurs et présents nécessaires pour porter les engagements à terme. Dans les précédentes QIS, la MVM était interprétée différemment et calculée selon la méthode des « quantiles ». La MVM était ainsi donnée par la différence entre la VaR à 80% du risque de réserve et du Best Estimate. Dans ce contexte, l'impact de la réassurance des réserves sur la MVM est pratiquement nul si la priorité du traité dépasse ce quantile. Nous soulignons donc ici le fait que la recherche de l'optimalité de la réassurance des réserves est tributaire de l'interprétation (i.e. la méthode de calcul) de la MVM.

Ces éléments montrent pourquoi l'avènement de Solvabilité 2 crée des opportunités de réassurance nouvelles et ouvre la voie à la compréhension de nouveaux concepts et de nouveaux mécanismes de fonctionnement du capital économique.

Bibliographie

[1] Market Value Margins for Non-Life insurance company under Solvency II, Mouna DAYA-VIOSSAT – Mémoire d'actuariat, 2008

[2] Evaluation des programmes de réassurance dans le référentiel Solvabilité II, Yi LANG – Mémoire d'actuariat, 2010

[3] Global Reinsurance Market Report, IAIS (International Association of Insurance Supervisors), 2012

[5] What's Behind Our Ratings On The Top 23 Global Reinsurers Following The Application Of Our New Criteria, Standard & Poor's, 2013

[5] Documentation interne, AXA France

Annexes

1/ Sur la relation entre les rangs et le coefficient de corrélation linéaire

1) *Le τ de Kendall*

   Le τ de Kendall mesure la corrélation entre les rangs de deux suites finies $(x_i) et\ (y_i)$ avec $1 \leq i \leq n$ où n représente le nombre d'observations.

   On dit que les paires $(x_i, y_i)\ et\ (x_j, y_j)$ sont en accord si $x_i < x_j et\ y_i < y_j$ ou $x_i > x_j et\ y_i > y_j$. Dans le cas contraire on dira que les paires sont en désaccord. Si $x_i = x_j ou\ y_i = y_j$ alors les paires ne sont ni en accord ni en désaccord.

   On définit le τ de Kendall comme suit :

   $$\tau_{Kendall} = \frac{(nombre\ de\ paires\ en\ accord) - (nombre\ de\ paires\ en\ désaccord)}{\frac{1}{2}n(n-1)}$$

2) *Le coefficient de corrélation linéaire de Pearson (le r de Pearson)*

   On définit le r de Pearson comme suit :

   $$r_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - x)(y_i - y)}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i - x)^2 \sum_{i=1}^{n}(y_i - y)^2}}$$

   où $x\ et\ y$ représentent les moyennes des suites$(x_i) et\ (y_i)$.

   Il mesure le degré de liaison qu'il y a entre les deux suites à l'aide d'une droite.

3) *Relation entre le r de Pearson et le τ de Kendall*

   Pour deux suites$(x_i)\ et\ (y_i)$, on peut avoir $\tau_{Kendall} = 1$ et en même temps un coefficient de Pearson très différent de 1.

   Prenons un exemple: $n = 4\ , x = (0, 10, 101, 102)\ et\ y = (1, 100, 500, 2000)$

   Comme les deux suites sont toutes deux croissantes, toutes les $\frac{4(4-1)}{2} = 6$ paires de la forme (x_i, y_i) sont en accord. Ainsi selon la formule du τ de Kendall définie ci-dessus on a bien que $\tau_{Kendall} = 1$ (corrélation parfaite des rangs) tandis que le coefficient de corrélation de Pearson vaut 0.7544 (et non pas 1 car les 4 paires (0,1), (10,100), (101,500), (102,2000) ne sont pas parfaitement alignées le long d'une droite).

Ainsi, le τ de Kendall et le r de Pearson ne sont pas équivalents. De surcroît Allan (1976) a montré que la relation suivante est valable pour un nombre d'observations n suffisamment important :

$$r = \sin(\frac{\pi}{2}\tau) \quad (*)$$

4) *<u>Cas particulier de la corrélation entre le Strip Réserve et le Strip Prime</u>*

Ici $n = 10000, (x_i) = Strip_{Reserve}\, et\, (y_i) = Strip_{Prime}$. A la première vue le nombre d'observations paraît assez grand pour que la relation (*) tienne. On verra par la suite que l'ordre de grandeur des suites joue également un rôle.

La question qui se pose est de savoir comment réarranger les $Strip_{Reserve}\, et\, le\, Strip_{Prime}$ pour obtenir un coefficient de corrélation linéaire de Pearson de 0.5

En supposant que (*) est applicable, $r = 0.5 => \tau_{Kendall} = 0.33$

En d'autres termes il suffit qu'on arrange $(x_i) = Strip_{Reserve}\, et\, (y_i) = Strip_{Prime}$ de manière à ce que 2/3 des paires soient en accord (et le 1/3 restant en désaccord). Comme au total on a $\frac{10000(10000-1)}{2} = 49\,995\,000$ comparaisons possibles, il suffira de choisir les rangs du $Strip_{Reserve}\, et\, du\, Strip_{Prime}$ tels que 33 330 000 comparaisons soient en accord et 16 665 000 en désaccord (**). Cela suppose en pratique qu'il y ait très peu de valeurs i pour lesquelles$x_i = x_j ou\, y_i = y_j$. Cela ne pose pas de problèmes dans cette situation puisque les $Strip_{Reserve}\, et\, le\, Strip_{Prime}$ ont des ordres de grandeur très différents.

A chaque élément des suites $(x_i) et\, (y_i)$ on associe des rangs. Ainsi si l'élément x_j est le $k^{\text{ème}}$par ordre décroissant on lui associera le rang$k$. Pour la simplification et sans restreindre la généralité de la méthode utilisée, on peut trier le $Strip_{Reserve}$ par ordre décroissant. Par conséquent on aura que :

$$rangs(Strip_{Reserve}) = \{1,2, \dots ,10000\}.$$

Dans le but de respecter l'assertion (**), une idée naturelle consiste à réorganiser le $Strip_{Prime}$ de façon à ce qu'une partie de cette suite soit ordonnée de manière croissante et que la partie restante soit ordonnée de façon décroissante. Ainsi on cherchera à trouver k tel que deux tiers des paires soient en accord et tel que :

$$rangs(Strip_{Prime}) = \{1,2, \dots , k, 10000, 9999, \dots , k + 2, k + 1\}$$

L'avantage de ce ré-ordonnancement est celui de pouvoir compter simplement les paires qui sont en accord ou en désaccord.

On a donc : $rangs(Strip_{Reserve}) = \{\mathbf{1}, \mathbf{2}, \dots, \boldsymbol{k}, k+1, \dots, 10000\}$

$$rangs(Strip_{Prime}) \quad = \{\mathbf{1}, \mathbf{2}, \dots, \boldsymbol{k}, 10000, 9999, \dots, k+2, k+1\}$$

Il est évident que les k premiers éléments des deux $Strips$ sont dans le même ordre tandis que les $10000 - k$ derniers sont dans un ordre décroissant. Ainsi le nombre de paires en accord pour les deux suites est de $\frac{k(k-1)}{2} + k(n-k)$ (on a deux groupes disjoints- en gras et en italique, dans le premier tous les éléments sont en accord-il y en a *k(k-1)/2*, dans le deuxième tous les éléments sont en désaccord et comme tous les rangs du deuxième groupe sont plus grands que les rangs du premier groupe on a que toute paire combinaison de ces deux groupes est en accord – il y en a *k(n-k)/2*).

Trouver donc un tel *k* équivaut à résoudre l'équation :

$$\frac{k(k-1)}{2} + k(n-k) = \frac{2}{3}\frac{n(n-1)}{2}$$

L'unique solution qui convient est :

$$k = \frac{2n - 1 - \sqrt{(2n-1)^2 - \frac{8n(n-1)}{3}}}{2}$$

On rappelle que dans notre étude $n = 10000$. Bien évidemment la valeur de *k* n'est pas entière. On prendra donc l'entier le plus proche.

Pour les applications numériques on a pris les $Strip_{Reserve}$ $et\ le\ Strip_{Prime}$ au Q4_2012. Dans ce contexte on obtient que :

$$k = 4226$$

Par conséquent :

$$rangs(Strip_{Reserve}) = \{\mathbf{1}, \mathbf{2}, \dots, \mathbf{4226}, 4227, \dots, 10000\}$$

$$rangs(Strip_{Prime}) \quad = \{\mathbf{1}, \mathbf{2}, \dots, \boldsymbol{k}, 10000, 9999, \dots, 4228, 4227\}$$

Ainsi le τ de Kendall est de 0.33 ce qui est le « *tau* » attendu. En utilisant la transformation $r = \sin(\frac{\pi}{2}\tau)$ le coefficient de corrélation de Pearson théorique est de 0.5

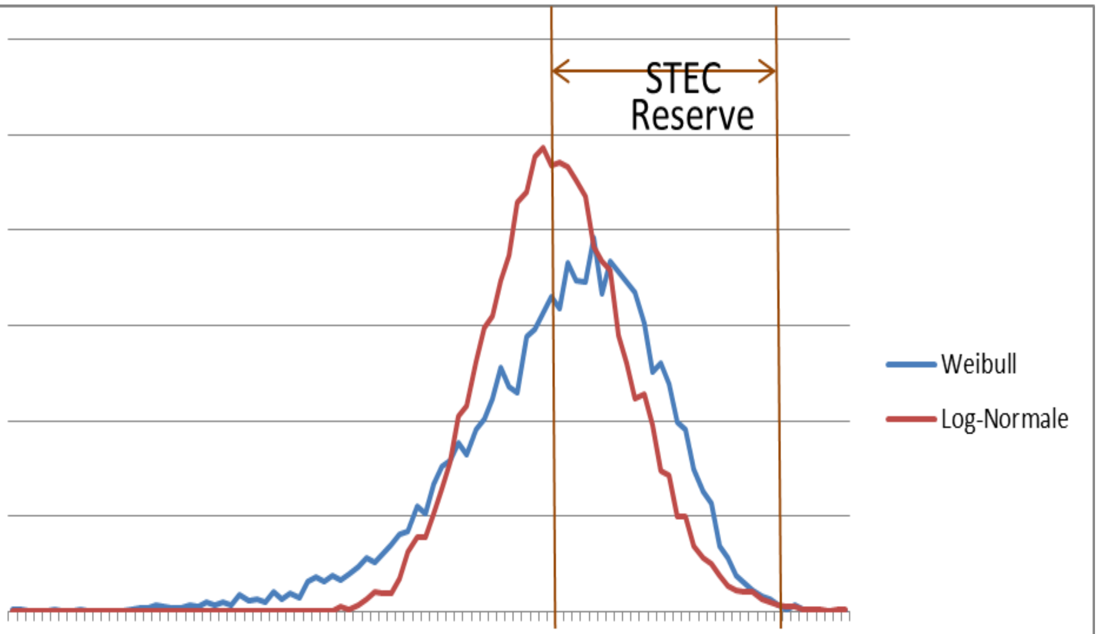
En pratique, avec ce ré-ordonnancement, le « *r* » de Person est de 0.6

Toutefois, le coefficient de Pearson cible étant de 0.5, un $k = 4226$ constitue un bon point de départ dans l'optimisation de l'algorithme qui mène au coefficient de corrélation voulu. Ainsi il suffira de faire baisser *k* jusqu'à ce que le « *r* » devienne très proche de 0.5 (disons à 0.001 près). Si le « *r* » de Person avait été inférieur à celui attendu, on aurait pu simplement faire augmenter le *k* jusqu'à ce que le coefficient soit proche du but (ici 0.5).

L'application de la procédure décrite ci-dessus nous donne un $k = 3536$ en un temps d'exécution très raisonnable sous VBA (de l'ordre d'une minute). Le coefficient de corrélation ainsi obtenu est de 0.50086 par comparaison à 0.50095 qui est le coefficient effectivement observé en utilisant le modèle interne – approche par copules (STEC au Q4 2012).

Remarque : Même si les méthodes décrites ci-dessus sont appliquées aux chiffres Q4 2012, elles sont tout à fait généralisables dans un autre cadre.

2/ Comparaison entre les paiements moyens attendus en modélisant le risque de réserve par une loi Log-Normale et par une loi de Weibull



Le STEC Reserve est la différence entre la Value at Risk à 99,5% et la moyenne du risque de réserve

Couverture (montant)	Prix - modèle interne AXA	Prix - calibrage sur une loi de Weibull
1,4 G€ XS 10,5 G€	202 M€	284 M€
1,2 G€ XS 10,7 G€	116,5 M€	181 M€
1,1 G€ XS 10,8 G€	77 M€	127 M€
1 G€ XS 10,9 G€	59 M€	100 M€
0,7 G€ XS 11,1 G€	25 M€	44 M€
0,5 G€ XS 11,3 G€	11 M€	18 M€
0,3 G€ XS 11,5 G€	3,5 M€	4,5 M€
0,1 G€ XS 11,7 G€	1 M€	1,2 M€

Pas abus de langage, le Prix est équivalent aux paiements moyens que l'ADC est susceptible de générer.

Les deux courbes représentent le risque de réserve distribué selon une loi Log-Normale (comme dans le modèle interne) et selon une loi de Weibull.

On remarque qu'à couverture équivalente (on fait le test sur 8 couvertures fictives) une modélisation selon une loi de Weibull donne un prix de réassurance plus élevé qu'une modélisation log-normale.