



Mémoire présenté le : 26 Septembre 2017

pour l'obtention du Diplôme Universitaire d'actuariat de l'ISFA
et l'admission à l'Institut des Actuaire

Par : Cédric Gaetan NDANGA WANDJI

Titre **STRATÉGIE FINANCIÈRE D'UN FONDS EURO DANS UN
ENVIRONNEMENT DE TAUX BAS.**

Confidentialité : NON OUI (Durée : 1 an 2 ans 5 ans)

Les signataires s'engagent à respecter la confidentialité indiquée ci-dessus

*Membre présents du jury de l'Institut
des Actuaire*

Mr Gregory BOUTIER
Mr Arnaud COHEN
Mr Aliou SOW
Mme Ambre VIGNY

signature

Entreprise :

Nom : PREDICA

Signature :

Directeur de mémoire en entreprise :

Nom : Éric BODIN

Signature :

Invité :

Nom :

Signature :

***Autorisation de publication et de mise
en ligne sur un site de diffusion de
documents actuariels (après expiration
de l'éventuel délai de confidentialité)***

Signature du responsable entreprise

Membres présents du jury de l'ISFA

Secrétariat

Mme Christine DRIGUZZI

Bibliothèque :

Mme Patricia BARTOLO

Signature du candidat

Résumé

Depuis la dernière crise financière, les marchés financiers assistent à une décroissance accrue du niveau des taux d'intérêt. Cette situation est d'autant plus préoccupante que les taux sont aujourd'hui proches de zéro voire négatifs selon les pays et les maturités. Ce comportement des taux affecte profondément l'activité de l'assurance vie. En effet ce contexte fragilise davantage le rendement des portefeuilles déjà soumis à la pression des règles prudentielles Solvabilité 2 et l'évolution des normes comptable IFRS qui complexifie la gestion. De ce fait, l'activité d'assurance-vie est vulnérable car elle repose essentiellement sur l'épargne euro qui est un produit très sensible à l'évolution des taux. Ce produit est donc en première ligne de front dans cette lutte contre le risque de taux. Ce risque contraint tout d'abord les assureurs à minimiser le risque d'investissement en réajustant leur stratégie d'allocation d'actifs afin d'optimiser les rendements du fonds euro d'un point de vue assureur-assuré. Mais également, il pousse ces assureurs à mieux piloter leur stratégie de passif afin de contrôler l'adossement actif-passif.

Ce mémoire apporte sa contribution dans la lutte contre cette dissension économique. Tout d'abord, il présente les métriques employées ainsi que les modèles sous jacents au générateur de scénarios économiques qui a permis de construire deux tables stochastiques en monde réel. La différence entre ces tables correspond à l'hypothèse sur la cible des taux à long terme. Cette cible modifiée permettra de capter la persistance des taux bas.

Ensuite, le mémoire montre l'impact économique et financier de l'environnement des taux bas en assurance-vie.

Enfin, il présente l'analyse des résultats issus de l'étude comparative entre deux stratégies d'allocation d'actifs sur le fonds euro obtenues grâce aux tables stochastiques générées précédemment. Ainsi que ceux issus des tests de sensibilité sur les provisions pour participation aux excédents et la participation aux bénéfices pour maximiser les rendements de ce fonds d'un point de vue assureur-assuré.

Mots clés : Allocation d'actifs, fonds euro, taux bas, monde réel, actif-passif, cible des taux long terme.

Abstract

Since the last financial crisis, financial markets attend an increasing decline of the level of the interest rates. This situation is all the more worrying as the rates are close to zero and even negative according to countries and maturities. This behavior of the rates affects deeply the activity of the life insurance. Indeed this context weakens the yield of portfolios already subject to the pressure of the prudential rules "Solvency 2" and the evolution of the accounting standards IFRS which complicates the management. Therefore, the activity of life insurance is vulnerable because it rests essentially on the euro savings which is a product very sensitive to the evolution of rates. This risk forces first of all the insurers to minimize the risk of investment by straightening their strategy of assets allocation to optimize the yields of the euro fund of a point of view insurer-insured. But also, it pushes insurers to pilot better their strategy of liabilities in order to control asset-liability matching.

This report brings its contribution in the fight against this economic dissension. First of all, it presents the metrics used as well as the models under the generator of economic scenarios which allowed us to create two stochastic tables in real world. The difference between these tables corresponds to the hypothesis on the target of the long term rates to reflect the scenario of prolonged low rate.

Then, this report shows the economic and financial impact of the environment of the low rates for life insurance.

Finally, it presents the analysis of the results stemming from the comparative study between two strategies of assets allocation on the euro fund obtained thanks to the stochastic tables generated previously. As well as those stemming from tests of sensitivity on reserves of surplus provisions and profit sharing to maximize the profitability of this euro fund from an insurer-insured point of view.

Keywords : Asset allocation, euro fund, low rate, real world, asset-liability, target of the long term rates

Remerciements

Je ne saurais commencer sans remercier mon directeur de mémoire **Mr Eric BODIN** responsable du département gestion actif-passif de PREDICA pour son accompagnement et sa disponibilité durant cette expérience enrichissante.

Je tiens à remercier **Mr Benoit ROUX** responsable du service Equilibre Financier et Allocation pour ces précieux conseils.

Ma reconnaissance va l'endroit de **Mr Jacques TOLEDANO** pour avoir facilité mon intégration au sein du service, pour sa rigueur ainsi que ces orientations qui ont contribué à enrichir l'aspect scientifique de ce mémoire.

Je remercie **Mme Florence QUINTIN DE KERCADIO** responsable du Service gestion de la Valeur et de la Solvabilité, **Mr Olivier LOZACH** responsable de projets transverses pour leur soutien et leurs conseils avisés.

Mes remerciements vont également à tous les collaborateurs du département gestion actif-passif qui ont su créer un environnement propice à l'apprentissage et à la réalisation de ce mémoire

Enfin, je ne saurais terminer sans remercier **Mr Areski COUSIN** mon tuteur académique ainsi que l'ensemble du corps professoral de l'ISFA.

Une pensée particulière pour mes parents **Mr Jean WANDJI** et **Mme Claudine KAMOU**, ainsi que tous ceux qui m'ont soutenu durant toutes ces années.

Sommaire

Résumé	2
Abstract	3
Remerciements	4
Contexte	7
I. Fonds euro	9
I.1 Caractéristiques générales du contrat	9
I.1.a Epargne euro	9
I.1.b Les frais d'un contrat euro (gestion, acquisition, encours)	9
I.1.c Sorties de contrat (rachats partiels, rachats décès)	10
I.1.d Vie du contrat (PAB, PPE, traitement comptable des passifs)	10
I.2 Réglementation des actifs	12
I.2.a Composition du portefeuille d'assurance vie	12
I.2.b Comptabilisation des actifs	13
II. Métrique et risques	17
II.1 La valeur au risque (Value at Risk).....	17
II.1.a Approche économique	18
II.1.b Approche heuristique.....	20
II.1.c Avantages et inconvénients.....	21
II.2 La queue de la valeur au risque (TVaR)	22
II.3 La VIF	23
II.4 Le Profit and Loss (P&L).....	24
II.5 Le taux servi.....	24
II.6 Risques de Marché	25
II.6.a Risque de change.....	25
II.6.b Risque de taux	25
III. Hypothèses et modélisation	26
III.1 Générateur de scénarios économiques (B&H)	26
III.1.a Modèle de taux.....	28
III.1.b Modèle actions.....	35
III.1.c Immobiliers	37

III.2 Le modèle de gestion actif-passif (ALM)	38
III.2.a Projection déterministe du passif.....	39
III.2.b Règles d'investissement	40
III.2.c Interaction actif-passif	44
III.3 Module d'optimisation d'allocation	49
III.3.a Méthode du module d'optimisation	49
III.3.b Fonctionnement du module d'optimisation	50
IV. Taux d'intérêt bas.....	51
IV.1. Contexte	51
IV.2 Quantitative Easing (QE)	52
IV.3 Approche réglementaire (loi Sapin 2)	52
IV.4 Impact sur la politique financière d'une compagnie d'assurance-vie.	53
IV.4.a Côté actifs.....	53
IV.4.b Côté Passif	54
IV.4.c Côté actif-passif	54
V. Stratégie financière	55
V.1 Stratégie d'actifs.....	55
V.1.a Allocation d'actifs.....	55
V.1.b Analyse des résultats.....	58
V.1.c Étude de sensibilité de la cible des taux à long terme.	63
V.2 Stratégie du passif.....	69
V.2.a Politique de PPE	69
V.2.b Politique de PAB.....	73
Conclusion	78
Bibliographie.....	80
Annexes	82

Contexte

Au lendemain de la crise économique survenue après la faillite de la banque américaine Lehman Brothers, le niveau des taux n'a cessé de chuter atteignant des valeurs négatives en France. Si les taux affichent une telle tendance baissière, les investisseurs ne peuvent pas écarter le fait que ceux-ci puissent demeurer durablement bas, voire à des niveaux inférieurs à ce qu'ils atteignent de nos jours.

L'impact d'un environnement de taux bas qui perdure sur les rendements des actifs financiers reste en partie inexploré. Toutes choses égales par ailleurs, les taux bas engendrent un rendement espéré plus faible concernant les actions. Leur rendement correspond au taux sans risque majoré d'une prime de risque en univers monde réel.

En assurance-vie, l'activité repose majoritairement sur les contrats en euro dont le risque d'investissement est totalement endossé par l'assureur. Ce produit a la particularité de garantir un capital à l'assuré. Au vue de cette nouvelle condition dans laquelle évoluent les marchés financiers, le challenge de l'assureur réside dans le réinvestissement des obligations arrivant à échéance et de la gestion des affaires nouvelles. Car l'assureur doit choisir une allocation d'actifs dans l'optique de rester compétitif en offrant une rémunération attractive sur ces contrats et de respecter ses engagements vis-à-vis des assurés. Si cette situation de taux bas s'inscrit dans la durée, quel serait son impact en terme d'investissement?

En effet, dans ce contexte, tout concourt à une baisse des rendements des portefeuilles d'assurance. Cette baisse est due entre autres aux évolutions réglementaires poussant les investisseurs à se munir d'actifs présentant le moins de risque tels que les dettes souveraines. Cette situation est d'autant plus compliquée que le risque de baisse des taux est désormais une réalité. En assurance-vie, l'écart entre la rémunération des contrats en fonds euro et le rendement des obligations souveraines françaises est croissant. Cet écart de plus en plus important risque d'impacter négativement la marge des assureurs. Cependant, PREDICA comme la plupart des assureurs possède encore des actifs très rémunérateurs lui permettant de couvrir ses engagements vis-à-vis des assurés. Mais en cas de prolongation de cette situation, l'assureur ne serait plus en mesure de garantir ses prestations.

En assurance-vie, la plupart des protagonistes a pris le parti de diviser leurs actifs en deux ensembles, l'un constitué d'obligations de bonne qualité pour la couverture du passif et l'autre constitué d'autres types d'actifs afin de doper la rentabilité du portefeuille. Or dans le contexte de taux actuel, ces placements financiers offrent des rendements peu significatifs. Ainsi les produits en euro dont la revalorisation dépend essentiellement des retombées des placements financiers, seront les plus impactés. L'assureur sera donc incapable d'honorer ses engagements. Afin de pallier ce problème, il convient de déterminer la part optimale d'actifs de diversification qui rentabilisera davantage le portefeuille. Par ailleurs, il n'est pas évident de prédire le comportement des assurés qui peut se manifester par une hausse des rachats de contrats. Un tel scénario complique la projection de flux de trésorerie pour l'assureur et complique la gestion actif-passif.

En outre, les taux faibles accroissent le risque contractuel des assureurs-vie dans la mesure où ils influencent négativement leur politique de police d'assurance. Cela s'observe par une diminution de leur part de bénéfice. On est en proie à se poser la question de savoir s'il serait profitable pour les assureurs vie de poursuivre leur activité tout en maintenant les termes contractuels d'antan ? Cette situation présente-t-elle un quelconque avantage d'un point de vue assuré ?

Ce mémoire a pour objectif de définir une stratégie financière en monde réel sur le fonds euro dans un environnement de taux bas. Autrement dit, il est question de déterminer la proportion optimale d'actions du portefeuille d'actifs sur un plan rendement-risque en fonction de la cible du niveau des taux à long terme. Cette part optimale d'actifs sera déterminée à travers une étude d'allocation sans tenir compte de la fonction d'utilité de la compagnie. Autrement dit, l'objectif est de déterminer la proportion d'actifs de diversification qui maxime les profits sans observer son impact sur la fonction d'utilité de la compagnie. Elle permettra d'évaluer et d'analyser les profits de l'assureur ainsi que le taux de revalorisation de l'épargne euro des assurés.

Par le biais du générateur de scénarios économiques, deux tables stochastiques ont été générées en monde réel dont l'une avec une hypothèse sur la valeur moyenne des taux à long terme à 4,2% et l'autre avec une cible des taux à long terme à 2%. La table stochastique dont la cible des taux à long terme est à 2% permet de modéliser le contexte prolongé des taux bas. A partir des règles de management de PREDICA implémentées sous le progiciel Prophet, une étude comparative est menée entre les stratégies d'allocation d'actifs basées sur ces deux tables stochastiques. Cette comparaison permettra de proposer des stratégies de gestion du portefeuille d'actifs dans l'optique d'optimiser le rendement du fonds euro d'un point de vue assureur-assuré.

Avant cette phase d'analyse, la première partie de ce mémoire est consacrée à la description et la présentation des caractéristiques du fonds euro ainsi que les règles relatives à la gestion du portefeuille d'actifs qui lui est adossé. La seconde partie présente les métriques et les risques inhérents à cette étude. La troisième partie revient sur les modèles retenus ainsi que les règles de management nécessaires à l'étude. Quant à la quatrième partie, elle montre l'impact des taux bas sur la politique financière d'une compagnie d'assurance vie.

I. Fonds euro

Un contrat d'épargne euro est un contrat dont les clauses stipulent que l'assureur, en contrepartie du paiement d'une prime unique ou périodique par le souscripteur, prend la responsabilité auprès de celui-ci de verser un capital ou une rente en cas de vie ou de décès à une personne désignée ou bénéficiaire. Ce type de contrat présente certaines caractéristiques.

I.1 Caractéristiques générales du contrat

I.1.a Epargne euro

Ce contrat a la particularité de garantir un taux de rendement minimum en dépit des évolutions des marchés financiers. En effet, au terme du contrat, le bénéficiaire perçoit un capital dégagé des bénéfices générés sur les marchés financiers à partir des primes reçues par l'assureur. L'aléa autour de cette convention se situe au niveau de la date de prestation qui n'est jamais connue d'avance. La mortalité n'intervient pas sauf si une contre-assurance décès ou une garantie plancher est incluse au contrat. L'issue de ce contrat peut être :

- Au terme d'une période fixée contractuellement
- Au décès de l'assuré
- Au rachat du contrat aboutissant à une pénalité maximale de 5 % inscrit dans le Code des Assurances, puis de 0 % au bout de dix années.

La singularité de ce contrat par rapport aux autres se manifeste par les engagements pris par l'assureur au moment de son établissement :

- L'assureur garantit un capital au moins égal aux primes perçues de l'assurée nettes de chargement, capitalisées à un taux fixe inclus dans les clauses sur toute la durée de vie du contrat.
- L'assureur est contraint réglementairement à verser une partie des bénéfices annuels aux assurés.

L'assureur en commercialisant ces contrats constitue en son passif une provision mathématique équivalente au montant de son engagement contracté auprès des assurés. A l'actif du bilan de l'assureur, les primes seront investies pour générer des rendements suffisants à la couverture de ces engagements. Au passif, y figure la provision mathématique qui évolue au fil du temps et dépend des potentiels versements des primes qui alimentent l'épargne, et de la revalorisation de l'épargne acquise selon un taux variable.

I.1.b Les frais d'un contrat euro (gestion, acquisition, encours)

Ce contrat d'assurance est exposé à certains frais afin de rémunérer les apporteurs de capitaux et couvrir les frais liés à la gestion de la compagnie.

Les frais de gestion sont prélevés en fin d'année pour justifier la gestion de l'épargne du contrat. Ces frais sont prélevés en cours d'année en cas de retrait total, au terme du contrat, lors du

décès du souscripteur ou au prorata temporis. Ces frais tiennent compte des événements impactant le contrat (rachat, versements, arbitrages) et de la valeur du contrat.

I.1.c Sorties de contrat (rachats partiels, rachats décès)

L'épargne capitalisée dans un contrat d'assurance-vie peut être débitée en cours de vie du contrat ou à son terme. Cette sortie peut s'opérer par un rachat du contrat d'épargne par l'assuré ou par l'application du terme viager du contrat.

Les contrats d'assurance-vie prévoient de racheter, en totalité ou partiellement l'épargne constituée. En théorie, ces rachats peuvent s'opérer à tout instant de la vie du contrat. Cependant :

- Certains contrats hors PERP prévoient qu'un rachat n'est possible qu'après une certaine période de cotisation
- Dans certains contrats, le rachat peut faire l'objet d'une exclusion temporaire.
- Le rachat doit prendre en compte des retombées fiscales en fonction de l'âge de vie du contrat.
- La décision de rachat, prérogative personnelle du souscripteur, doit cependant recueillir l'approbation du bénéficiaire du contrat, lorsqu'il existe un bénéficiaire.

Au terme du contrat, deux types de sorties peuvent être envisagés : la sortie en capital ou la sortie en rente viagère. Le choix du mode de sortie s'effectue selon les contrats, soit à la date de souscription, soit au dénouement. Il est préférable pour l'assuré de se décider au terme du contrat car le choix de la rente est irréversible.

- **Sortie en Capital** : elle consiste à récupérer en une seule fois le capital et les intérêts produits. Le montant retiré réintègre le patrimoine de l'assuré s'il est en vie. A contrario, le bénéficiaire reçoit le capital qui sera alors soumis à impôts.
- **Sortie en rente viagère** : Il s'agit d'une option incluse dans le contrat. La clôture entraîne un transfert de propriété de l'épargne et des gains accumulés au profit de l'assureur qui, en contrepartie, s'engage à verser au souscripteur une rente jusqu'à son décès. Le montant de la rente dépend du capital accumulé, de l'âge du bénéficiaire et de l'existence ou non de clauses de réversion.
- **Sortie mixte** : Certains contrats offrent la possibilité d'une clôture qui combine à la fois la sortie en rente et la sortie en capital. Ainsi seule une partie de l'épargne est convertie en rente, tandis que le solde est récupéré en capital.

I.1.d vie du contrat (PAB, PPE, traitement comptable des passifs)

Les placements qui procurent un sentiment de sécurité, dû au respect de la réglementation imposée par le régulateur, permettent en général de générer un rendement de l'actif supérieur au taux technique. L'assureur est contraint de reverser, dans un délai de 8 ans, une partie des bénéfices qu'il a réalisés durant l'exercice comptable. Durant cette période, les bénéfices réalisés en fonction des résultats techniques et financiers sont stockés sous forme de réserve appelé provision pour participation aux excédents (PPE). Cette provision permet de lisser le taux de revalorisation de l'épargne de l'assuré. Au terme de chaque année, la provision mathématique peut être augmentée de la participation aux bénéfices.

Cette participation aux bénéfices (PAB) correspond aux sommes allouées aux assurés en complément des intérêts techniques.

Les éléments retenus pour l'élaboration des tarifs des contrats sont estimés sur des bases prudentes tant pour les éléments techniques (prises en compte des tables en cas de vie ou en cas de décès pour évaluer et tarifer le risque viager) que pour des éléments financiers (actualisation des engagements sur la base des taux plafonnés, etc...).

Ainsi des distorsions sont observables généralement entre :

- D'une part les éléments techniques et financiers initialement prévus et appliqués lors de la tarification
- D'autre part, ces mêmes éléments techniques et financiers tels qu'ils ont réellement été observés et traduits dans les états financiers

Compte tenu du fait que l'assureur est dans l'obligation de verser au préalable les intérêts techniques engendrés par le taux technique contractuel, le reliquat est ensuite dévolu à la participation aux bénéfices. Celle-ci peut être :

- Immédiate
- Différée à travers la provision pour participation aux excédents.

On distingue en assurance-vie trois niveaux de participations aux bénéfices :

- La participation aux bénéfices réglementaire : il s'agit ici à l'assureur de prouver qu'il respecte le versement du montant minimal réglementaire.
- La participation aux bénéfices contractuelle : ce taux servi se base essentiellement sur la production financière, éventuellement nette de chargements sur encours et de dotations de provisions complémentaires comme la provision pour risque d'exigibilité ou la provision pour aléas financiers.
- La participation aux bénéfices discrétionnaire : c'est à l'assureur que revient le choix de verser ce taux à tout ou partie des assurés, une quote part des produits financiers versés dans l'année. Celle-ci est liée aux clauses du contrat.

Aspect réglementaire

Légalement¹, l'assureur doit verser un montant de participation aux bénéfices supérieur à un montant défini dans les textes de l'article A 331-3 à 331-9-1 du Code des Assurances. Au titre d'un exercice donné, la part attribuable minimale ne peut être en dessous de 85% du solde du compte financier et 90% du résultat technique. Le résultat technique est constitué de :

- Résultat sur le risque de mortalité désignant la différence entre le résultat technique issue des tables imposées à l'assureur et la mortalité réelle.
- Résultat sur la gestion du contrat correspondant à l'écart entre les frais réels de gestion et les charges définies dans le contrat

¹ Tous les textes de loi cités sont issus du Code des Assurances

- Résultat sur les chutes découlant de l'arrêt brutal de la vie du contrat avant son dénouement. Alors que les provisions ne tiennent pas compte de ce type d'hypothèse. Ce résultat provient de l'écart entre les provisions récupérées et les sommes versées aux souscripteurs.

Le résultat financier quant à lui est généré par les différents placements sur les marchés financiers des fonds versés par les assurés. Ce résultat est dégagé à partir du solde du compte financier.

L'aspect commercial de la participation aux bénéfices n'est pas à écarter car celle-ci sert de véritable instrument de fidélisation des assurés. Pour raison de compétitivité, ce taux est très souvent au-dessus du minima réglementaire.

I.2 Réglementation des actifs

I.2.a Composition du portefeuille d'assurance vie

Le Code des Assurances affiche des directives quant à la répartition des actifs de l'assureur sur les marchés financiers. Ces contraintes visent à protéger les intérêts de l'assuré. Les placements sont répartis en deux grandes classes d'actifs. La première classe est constituée de titres obligataires (R343-10) et la seconde de titres non obligataires (R343-9) comme :

- Les actions
- Les OPCVM
- L'immobilier
- Le monétaire

Ces placements constituant le portefeuille d'actifs de l'assureur sont soumis à certaines règles notamment :

- **Règle de diversification** : elle consiste à limiter les proportions de divers types de placements. Les actifs les plus volatils tels que les actions et les titres assimilés ne doivent pas représenter plus de 65% de la valeur au bilan rapportée au montant total des engagements. L'immobilier et le monétaire ont des proportions respectivement limitées à 40% et 10% de la valeur au bilan. Les obligations ne sont soumises à aucune restriction.
- **Règle de dispersion** : les assureurs doivent diviser les risques de leurs placements. Ils ne peuvent pas placer plus de 5 % de leurs provisions techniques en valeurs émises par une même société (actions, obligations ou prêts). La limite de 5% est portée à 10% à condition que le total ne dépasse pas 40% de l'ensemble des placements admis. Le ratio de dispersion est de 0.5% pour les actions non cotées. Il est de 10% pour un immeuble ou des parts d'une société immobilière ou foncière.
- **Règle de congruence** : les engagements pris dans une monnaie doivent être couverts par des actifs libellés ou réalisables dans la même monnaie. Des assouplissements à ce principe sont prévus et permettent de couvrir tous les engagements pris au sein de l'union européenne.

I.2.b Comptabilisation des actifs

Pour réduire le risque endossé par l'assureur, le Code des Assurances préconise des règles de composition et de dispersion des actifs. Il limite par ailleurs la part actions à 65% au plus du bilan. Concernant la dispersion, elle permet l'investissement en actifs provenant d'un émetteur hors de l'OCDE à hauteur de 5% et les actions d'une société à hauteur de 50% du capital de l'émetteur.

I.2.b.1 Règles relatives aux actions

I.2.b.1.1 Provision pour dépréciation durable (PDD)

Les normes comptables françaises imposent une comptabilisation des actions et immobilier en coût amorti. Les assureurs encourent le risque de ne pas retrouver la valeur d'acquisition de ces actifs à moyen ou long terme. Pour couvrir ce risque, la réglementation prévoit la mise en place d'une provision pour dépréciation durable (PDD). Cette provision est dotée du montant de la moins-value de l'actif dès lors que cet actif est en situation de décote de plus de 30 % pendant une durée minimale de 6 mois.

Le calcul de cette provision n'est pas normalisé et se déroule de manière prospective. Lorsque l'échéance de cession des actifs est courte (moins d'un an), la provision est équivalente à la moins-value constatée.

I.2.b.1.2 Provision pour risque d'exigibilité (PRE)

Lorsque les valeurs d'acquisition des placements sont supérieures aux valeurs offertes par le marché, l'assureur est tenu de mettre en place une provision pour risque d'exigibilité. Cette provision permet de couvrir le risque d'insuffisance de liquidité des placements dû à une modification des cadences de paiement des prestations. Cette provision inscrite au passif, vient en complément de la PDD dans la mesure où les cessions des titres dépréciés pourraient avoir lieu de manière inopinée.

Depuis 2003, la réglementation préconise la provision d'au moins un tiers par an de la moins-value globale de l'actif. Ainsi, une moins-value globale doit avoir une durée de vie d'au moins trois ans pour être totalement provisionnée. De plus, l'assureur est autorisé à répartir la charge de la dotation de la PRE de l'exercice sur une durée égale à la duration du passif avec une limite de huit années.

I.2.b.1.3 Provision pour aléas financiers (PAF)

Cette provision vise à compenser une baisse du rendement des actifs par rapport aux engagements de taux garantis sur les contrats euro. Les sociétés d'assurance qui ont en stock des contrats à taux garantis élevés peuvent en effet dégager un rendement sur le portefeuille tout juste équivalent voire inférieur à la rémunération sur laquelle elles se sont engagées vis-à-vis des assurés. La différence serait alors insuffisante, ne permettant pas, par exemple, de couvrir les frais futurs de fonctionnement de la société d'assurance. Les assureurs sont donc amenés à provisionner la différence entre les engagements actualisés à un taux d'intérêt prudent par rapport aux revenus de leurs actifs.

I.2.b.1.4 Traitement comptable

La réglementation comptable en assurance-vie étant régie par deux normes, chacune d'elles présente quelques règles :

- **Normes françaises**

Les actions sont comptabilisées de manière générale à leur coût historique. Les actions sont soumises aux directives de l'article R343-9 du Code des Assurances :

- ✓ Les revenus sont répertoriés par compte de résultat
- ✓ Dotation de la provision pour dépréciation durable (PDD) lorsque le prix du marché subit une décote de plus de 20 % durant au moins 6 mois
- ✓ Dotation de la provision pour risque d'exigibilité dès lors que l'actif est en situation de moins-value globale

- **Normes IFRS**

Les actions, en dépit de leur mode d'investissement (direct ou via OPCVM) sont comptabilisées à leur valeur de marché. Cette comptabilisation s'effectue soit en Available-For-Sale (AFS) lorsqu'il s'agit d'un impact de la plus ou moins-value latente sur le capital, ou en trading en cas d'impact préalable de la plus ou moins-value latente sur le résultat.

I.2.b.2 Règles relatives aux obligations (R343-10)

Les placements des assureurs étant constitués en majorité des actifs de type obligataire, ils sont très sensibles aux mouvements de taux.

Dans l'optique de dissuader l'assureur de réaliser d'éventuelles plus ou moins-values au travers des mouvements de taux, le Code des Assureurs impose la non distribution de ses marges et de l'accumuler au sein d'une provision nommée réserve de capitalisation.

I.2.b.2.1 Réserve de capitalisation

Cette réserve est destinée à faire face aux risques liés à la hausse de taux lors de la cession de titres obligataires, car une variation des taux à la hausse engendre automatiquement une variation à la baisse de la valeur de marché des obligations. L'assureur est contraint réglementairement de provisionner la plus-value réalisée sur un actif obligataire lors de sa cession et à reprendre la provision en cas de réalisation de moins-value.

La différence entre la valeur de marché de l'obligation et la valeur nette comptable correspond à la plus ou moins-value. Les moins-values conduisent à une reprise sur la réserve dans la limite du montant de celle-ci.

La réserve de capitalisation permet de lisser dans le temps les résultats des cessions obligataires et est assimilée à des quasi-fonds propres pour couvrir la marge de solvabilité.

I.2.b.2.2 Traitement comptable

La comptabilisation des obligations est soumise conjointement aux dispositions du Code des Assurances et aux règles comptables IFRS.

▪ Normes Françaises

Dans ce cadre, les obligations sont comptabilisées à leur coût historique. Hormis quelques exceptions telles que les obligations détenues dans des OPCVM, des obligations structurées, les obligations sont soumises aux dispositions de l'article R343-10 :

- ✓ Amortissement des surcotes-décotes (la différence entre la valeur d'acquisition et la valeur de remboursement est amortie sur la durée de vie de l'actif)
- ✓ Les coupons obligataires ainsi que l'amortissement des surcotes-décotes sont enregistrés dans le compte de résultat
- ✓ Pas de provisionnement des moins-values latentes
- ✓ Provisions pour dépréciation durable (PDD)
- ✓ Les plus ou moins-values réalisées alimentent la réserve de capitalisation
- ✓ Les plus ou moins-values obligataires n'ont aucune influence sur la provision pour participation aux bénéfices

▪ Normes IFRS

La comptabilisation des obligations se fait sous trois grandes familles :

- ✓ Held to Maturity (HTM) : les obligations appartenant à cette famille sont comptabilisées au coût historique, avec amortissement des surcotes-décotes par compte de résultat. Toutes fluctuations de leur valeur de marché n'affectent en rien le compte de résultat et les fonds propres. Lorsqu'une dépréciation forte et/ou durable survient, elle doit être enregistrée par compte de résultat. Cette manière de comptabiliser est très restrictive en ce sens qu'elle exige le portage des obligations jusqu'à leur échéance et ne favorise aucune souplesse dans la gestion active des portefeuilles d'actifs. Ainsi, les obligations de type corporate, qui exigent une gestion active ne sont pour la plupart, comptabilisées en HTM.
- ✓ Financial assets held for trading (HFT) : les obligations sont enregistrées à leur valeur de marché. Les variations de marché sont inscrites par compte de résultat. Cette méthode de comptabilisation induit une forte volatilité du compte de résultat ce qui explique le fait qu'elle soit moins employée par les assureurs français.
- ✓ Available-For-Sale financial assets (AFS) : Celle-ci est très souvent employée par les assureurs en France pour les obligations de type corporate. Les actifs sont enregistrés en valeur de marché mais la variation de cette valeur impacte les capitaux propres au lieu d'impacter le compte de résultat. Les obligations enregistrées en AFS sont aussi soumises aux provisionnements pour dépréciations en cas d'évènement de crédit.

Le fonds euro est un produit phare en assurance-vie. Celui est bien encadré réglementairement afin de satisfaire les différents acteurs du secteur. Cependant, il est exposé à un certain nombre de risques qui sont nocifs pour la santé financière de l'assureur. Il est donc utile pour l'assureur d'identifier les risques majeurs notamment ceux qui impactent notre étude d'allocation. En complément, l'assureur doit se doter d'outils quantitatifs fiables pour l'évaluation de ces risques et la définition de son cadre d'appétence au risque.

II. Métrique et risques

Notre étude est encadrée par certaines bornes relevant de la réglementation notamment le Code des Assurances. Ces règles décrites précédemment permettent de délimiter les proportions de chaque classe d'actifs du portefeuille afin de sécuriser les intérêts de l'assuré. Cette étude est également contrainte par le niveau d'appétence au risque de la compagnie. L'objectif est donc de déterminer la meilleure allocation qui non seulement maxime le rendement du portefeuille mais également respecte ces règles.

La métrique a un rôle primordial lors de la phase d'allocation des actifs afin de quantifier le niveau d'appétence au risque de la compagnie. Cette partie est consacrée à la présentation des concepts mathématiques et économiques des mesures de risques nécessaires.

II.1 La valeur au risque (Value at Risk)

La valeur à risque ou value-at-risk notée VaR est une mesure d'évaluation du risque de marché auquel est exposé un portefeuille d'actifs financiers. Elle est connue et très répandue dans l'univers financier de par sa simplicité et son caractère intuitif.

Certaines méthodes de quantification du risque de marché étaient en vigueur bien avant les années 1990, mais celles-ci n'étaient applicables qu'à un nombre limité de produits financiers. Cependant, après une succession de krachs boursiers et l'apparition de produits dérivés, il était nécessaire de se doter d'un indicateur de risque unique.

C'est ainsi qu'au travers de son modèle RiskMetrics, la banque américaine JP Morgan (1994) a divulgué sa méthodologie de calcul de la VaR d'un portefeuille financier, devenant ainsi l'un des précurseurs à l'adoption de cette mesure par la plupart des établissements financiers et des entreprises.

D'après Hyde et Berdin (2001), la VaR est considérée comme une estimation statistique de la perte éventuelle d'un portefeuille d'actifs financiers pouvant survenir avec une probabilité connue suite à des mouvements de prix ou de taux relativement adverses. Cette définition reste valable dès lors que durant un laps de temps, la constitution du portefeuille resterait inchangée. Selon Louis Calvet (2001), la VaR d'un portefeuille désigne le montant des pertes maximales probables pouvant survenir sur une période donnée, si l'on exclut un ensemble d'évènements défavorables ayant une faible probabilité d'occurrence.

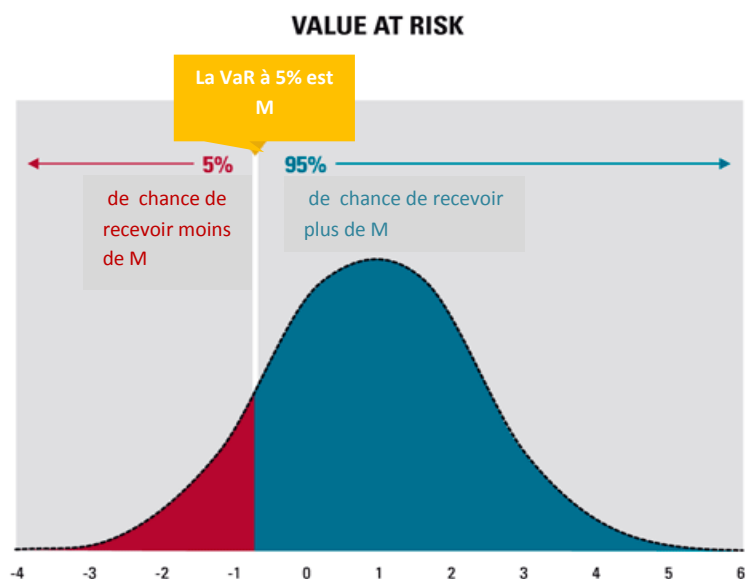


Figure 1 : Illustration de la Value at Risk

II.1.a Approche économique

La Value at Risk est un indicateur composite : elle indique la perte éventuelle maximale qu'un portefeuille pourrait subir à un horizon de temps alloué, avec un niveau de probabilité associé.

Considérons un portefeuille d'actifs dont la VaR à un horizon de 1 an est de 5 000 € avec un intervalle de confiance de 95%, cela signifie que durant la prochaine année, le portefeuille perdra au plus 5000 € dans 95% des cas envisageables. Autrement dit, il y a une probabilité de 5 % pour qu'il perde plus de 5 000 €.

Supposons que l'on construise une distribution de probabilité des gains ou pertes potentielles du portefeuille sur la période considérée en l'occurrence 1 an. On porte en abscisse le résultat attendu et en ordonnée la probabilité d'occurrence de ce résultat.

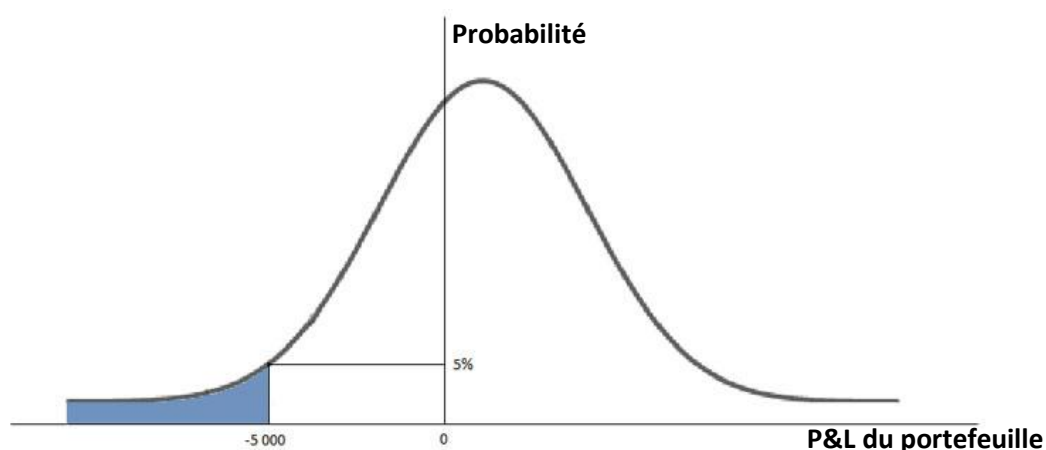


Figure 2 : Illustration de la Value at Risk avec une perte de 5000€

Grâce à la courbe ci-dessus, la VaR est graphiquement déterminée à partir de l'ordonnée 5%. Ici on obtient une perte potentielle de 5 000 €. Les 95% de cas restants, à droite de la borne ainsi déterminée, représentent tous les cas favorables où le portefeuille générera soit une plus-value soit une perte limitée à 5 000 €.

Par conséquent, il existe trois éléments constitutifs de la VaR :

- Un horizon donné
- Un niveau de confiance
- La distribution des pertes et profits du portefeuille

La prudence de l'investisseur se matérialise par un choix intelligible, rationnel de ces paramètres.

II.1.a.1 L'horizon temporel fixe

Il s'agit de l'intervalle de temps durant lequel les pertes potentielles sont enregistrées. Il est défini en fonction de certains facteurs notamment, la fréquence de reconstitution du portefeuille, de la liquidité des actifs financiers le constituant. D'après JORION (2001), la période de détention devrait correspondre à la période requise pour la liquidation normale du portefeuille.

Pour que la mesure de risque soit notoire, une hypothèse fondamentale est implicitement faite sur la stabilité des positions considérées ainsi que la composition du portefeuille jusqu'à l'échéance de détention. L'objectif est de ne pas trop s'écarter de la réalité. La validité de cette hypothèse est plus ou moins vérifiée selon les activités. Ainsi, pour les portefeuilles de commerce (constitués des crédits accordés et relèvent de la pure activité d'intermédiation financière par les banques) l'horizon de calcul doit être d'un jour étant donné le changement des positions et la liquidité élevée. Pour les portefeuilles de négociation, l'ajustement étant plus lent, une durée de détention d'un mois peut se justifier.

II.1.a.2 Le niveau de confiance

Il désigne le niveau d'incertitude que l'investisseur accepte endosser. Par exemple, si la mesure de la VaR se fait à un niveau de confiance de 95%, les pertes potentielles ne pourront être effectives que dans 5% des cas. Si cela semble insupportable pour l'investisseur, il pourra réajuster son indicateur de 95% à 99% acceptant ainsi une marge de risque à 1%. Cela dit, en présence d'un acteur averse au risque, celui-ci s'investira à réduire considérablement la probabilité d'occurrence des événements défavorables.

La mesure des pertes potentielles est d'autant plus efficace que le niveau de confiance est large. Car plus ce niveau de confiance est grand plus il permet de prendre en compte tous les scénarios envisageables allant du plus favorable au moins favorable.

II.1.a.3 La distribution des pertes et gains du portefeuille

C'est l'élément constitutif le plus important et le moins évident à déterminer. La méthode de calcul est déterminée par la distribution choisie pour modéliser les pertes et gain du portefeuille. De manière empirique, trois principaux problèmes dans les séries financières sont détectés :

- La non stationnarité des séries qui se manifeste par l'instabilité des données de la loi régissant les variables du processus temporel.

- Le caractère leptokurtique de la distribution des données qui se dévoile par des queues de distribution plus épaisses et une cloche plus pointue que celle de la loi gaussienne. Cela induit à une mauvaise estimation de la VaR et donc du risque encouru par l'investisseur.
- Le phénomène de dépendance de la volatilité appelé la persistance de la volatilité (clustering) issu du constat selon lequel les volatilités élevées sont souvent suivies par des volatilités élevées et les volatilités faibles sont souvent suivies par des volatilités faibles.

La normalité des rendements est appropriée comme réponse à la problématique de la distribution des rendements des actifs. Elle tient compte explicitement de deux paramètres essentiels : le coefficient d'asymétrie (Skewness) et le coefficient d'aplatissement (Kurtosis).

Le premier paramètre (Skewness) correspond au moment d'ordre 3 et mesure l'asymétrie du comportement des rendements du portefeuille autour de leur moyenne empirique. Elle s'exprime de la manière suivante :

$$S = \frac{1}{T} \left[\frac{\sum_{i=1}^T (X_i - \bar{X})^3}{(\sigma^2)^{(3/2)}} \right]$$

- Lorsque $S = 0$, la distribution est dite symétrique à l'instar de la loi normale.
- Lorsque $S > 0$, la distribution s'étale vers la droite et on a une asymétrie positive.
- Lorsque $S < 0$, la distribution s'étale vers la gauche et on a une asymétrie négative.

Le deuxième paramètre, le Kurtosis représente le moment d'ordre 4 et est défini comme une mesure associée à l'épaisseur des queues de distribution. Son expression est définie comme suit :

$$K = \frac{1}{T} \left[\frac{\sum_{i=1}^T (X_i - \bar{X})^4}{(\sigma^2)^2} \right]$$

- Si $K = 3$, on parle de distribution mésokurtique. C'est le cas pour la distribution normale qui sert de référence.
- Si $K > 3$, on parle de leptokurtique car la distribution présente des queues épaisses.
- Si $K < 3$, on parle de platikurtique car la distribution présente des queues minces.

II.1.b Approche heuristique

La VaR d'un portefeuille d'actifs est perçue comme étant le quantile de distribution des pertes et profits (P&L) de ce portefeuille. Une VaR de portefeuille égale à Q, calculée sur un horizon T avec un seuil de confiance α signifie qu'avec un degré de certitude α , le portefeuille ne subira pas de perte de valeur supérieure à Q dans l'intervalle de temps T.

Par ailleurs, le niveau de confiance α de cette mesure est compris entre 0 et 1 et représente la probabilité que la perte soit inférieure à la VaR. Et l'horizon T correspond à la durée de vie nécessaire du portefeuille avant son réajustement.

L'expression heuristique d'une VaR au niveau α d'une distribution de X correspond à :

$$VaR_{\alpha}(X) := \inf\{x \in \mathbb{R}, P[X \leq x] \geq \alpha\}$$

La fonction de répartition de la variable X étant continue et strictement croissante, celle-ci est inversible et la VaR se réécrit :

$$VaR_{\alpha}(X) = F_X^{-1}(\alpha)$$

Notons que :

- Si f est croissante alors $VaR_{\alpha}(f(X)) = f\{VaR_{\alpha}(X)\}$
- Si f est décroissante alors $VaR_{\alpha}(f(X)) = f\{VaR_{1-\alpha}(X)\}$

II.1.c Avantages et inconvénients

II.1.c.1 Avantages

L'ampleur potentielle des pertes n'est pas totalement captée par les éléments de mesures conventionnels tels que la variance et l'écart-type. Elles expriment la déviation relative du prix ou du rendement d'un actif par rapport à sa moyenne. Tandis que la VaR capte le montant des pertes dans un horizon de planification donné avec une probabilité associée à ces pertes.

De par son caractère intuitif et de sa facilité d'assimilation, la VaR est très appréciée par un large éventail d'investisseurs qui sont très souvent peu avisés en matière de gestion de portefeuille ou de risk management.

Comme la VaR, l'écart-type reflète des informations sur les probabilités et l'ampleur des pertes. Cependant, il considère que les pertes et les profits sont des concepts symétriques. Une perte de 1 000 € s'assortit de la même probabilité qu'un gain de 1 000 €. Cela restant valable pour tout montant en euro. Si cela reste vrai pour la plupart des instruments simples, comme une position de trésorerie dans une monnaie internationale, c'est loin d'être le cas pour des options. En effet, acheter une option crée un potentiel de gain illimité avec un potentiel de perte limité au coût de l'option. Inversement, vendre des options peut produire un risque à la baisse illimité sans que le profit puisse excéder la prime dégagée sur la vente de l'option. En ne s'attachant qu'aux probabilités de pertes importantes, la VaR peut rendre compte de ce type d'asymétrie alors que l'écart-type, en est incapable.

II.1.c.2 Inconvénients

Il est primordial de garder à l'esprit que la VaR n'est qu'un indicateur, par conséquent son utilisation dépend du niveau de rationalité et de l'expérience de l'agent économique. La banque américaine JP Morgan dans son introduction à RiskMetrics (1995) stipule : "Nous tenons à rappeler au lecteur qu'aucun outil d'analyse sophistiqué ne remplacera le jugement professionnel dans la gestion de risque". Du fait de sa pertinence d'utilisation et à propos de son estimation, la VaR a essuyé de nombreuses critiques depuis son apparition.

Selon Jorion (1996), il existe un risque d'estimation lié au calcul de la VaR. Il considère comme estimation de premier ordre, la VaR obtenue via les méthodes conventionnelles. Il suggère une meilleure compréhension des méthodes statistiques sous-jacentes aux calculs car l'utilisation de paramètres estimés avec biais entraîne un risque d'estimation de la VaR. Par conséquent, ce risque d'estimation implique que la VaR devrait être accompagnée d'un intervalle de confiance.

McKay et Keefer (1996) quant à eux, considère la VaR comme une statistique qui aveugle les gestionnaires. D'après leur point de vue, la VaR ne tient pas compte des asymétries de marché, un portefeuille peut davantage être exposé aux profits qu'aux pertes ou inversement. Deux portefeuilles peuvent avoir la même VaR mais posséder des configurations de risques totalement différentes si bien que le risque est facilement réduit voire éliminé chez l'un sans l'être chez l'autre. Ils affirment que la VaR renforce la notion populaire selon laquelle les institutions financières brassent des montants colossaux tout en s'exposant au risque de marché alors qu'en réalité la VaR, d'après leur vision, devrait tendre vers zéro et tous les risques de marché devraient être couverts.

D'après Culp, Miller et Reves (1998), l'une des hypothèses sous-jacentes à la VaR est la stabilité du portefeuille pour l'horizon de la VaR car celle-ci peut devenir un problème pour les VaR dont les horizons sont étendus. D'après eux, la VaR devrait être accompagnée des profits espérés importants lorsque l'exposition à un certain niveau de risque intrinsèque l'est également. La VaR est plutôt appropriée comme outil de surveillance et de diagnostic mais ne peut être un substitut à une bonne gestion et un bon système d'information.

La VaR est essentielle dans notre étude car elle capte le niveau d'appétence au risque de la compagnie.

II.2 La queue de la valeur au risque (TVaR)

La valeur au risque étant la mesure qui s'intéresse aux probabilités des événements rares et extrêmes, la queue de la valeur au risque (TVaR) s'intéresse quant à elle à ce qui se passe en moyenne lorsque ces événements extrêmes surviennent.

On définit la TVaR au niveau α par l'espérance conditionnelle de la variable de risque sachant que celle-ci dépasse la VaR, soit:

$$TVaR_{\alpha}(X) := \mathbb{E}[X \mid X > VaR_{\alpha}(X)]$$

Elle se réécrit de la manière suivante :

$$TVaR_{\alpha}(X) = \frac{\mathbb{E}[X \mathbb{1}_{\{X > VaR_{\alpha}(X)\}}]}{P[X > VaR_{\alpha}(X)]} = \frac{1}{1-\alpha} \mathbb{E}[X \mathbb{1}_{\{X > VaR_{\alpha}(X)\}}]$$

En utilisant le théorème de transfert et en effectuant le changement de variable : $u = F_X(x)$, nous obtenons une caractérisation intégrale de la TVaR :

$$TVaR_\alpha(X) = \frac{1}{1-\alpha} \int_{VaR_\alpha(X)}^{+\infty} x dF_X(x) = \frac{1}{1-\alpha} \int_\alpha^1 F_X^{-1}(u) du = \frac{1}{1-\alpha} \int_\alpha^1 VaR_u(X) du$$

Cette caractérisation intégrale fait de la TVaR une mesure de risque continue, quel que soit la nature des variables de risque (discrète ou continue). Elle est un indicateur de dispersion

Améliorer la performance d'un portefeuille est l'un des objectifs clé d'une étude d'allocation d'actifs. En effet, cette stratégie est mise au point afin de satisfaire les différentes parties prenantes dans la vie de la compagnie. Que ce soit les assurés à travers la distribution de la participation aux bénéfices, les actionnaires à travers des dividendes voire même les employés à partir de la prime sur le bénéfice. Certaines grandeurs sont donc utiles et nécessaires à la procédure.

II.3 La VIF

Cet indicateur désigne la valeur actuelle des profits futurs engrangés par la compagnie. Il dépend de :

- La Present Value of Futur Profits (PVFP) correspondant à la valeur actuelle des résultats futurs générés net d'impôts :

$$PVFP = \text{Primes versées} + \text{Revenus financiers} - \text{Prestations (rachats, décès, rentes)} - \text{frais} \\ - \text{dotation aux provisions} - \text{impôts.}$$

- Le Time Value of Financial Option and Guarantees (TVFOG) correspondant à la somme de l'ensemble des scénarios stochastiques et la valeur de l'équivalent certain.
- Le Cost of residual Non_hedgeable Risk (CNHR) désignant le coût des risques financiers supportés par la compagnie.
- Le Cost of required Capital (CoC) désignant le coût de friction pour les actionnaires lié à l'immobilisation du capital requis qui aurait pu faire l'objet de placements financiers.
- L'équivalent certain (CEQ) faisant référence à la valeur économique des marges futures calculées par différence entre l'actif en valeur de marché en représentation des provisions mathématiques et la valeur de ces provisions réévaluées avec des hypothèses Best Estimate.
- Le Cost of Option and Guarantees (CFOG) désigne le coût supplémentaire des options et garanties financières au-delà de la valeur intrinsèque déjà prise en compte dans le CEQ. Il s'agit des coûts liés entre autres aux garanties de taux, à la PAB.

$$VIF = CEQ - CFOG - CNHR - CoC = PVFP - CoC$$

La PVFP est obtenue grâce à un taux d'actualisation qui représente le risque intrinsèque inhérent au portefeuille. Ce taux d'actualisation correspond au taux sans risque augmenté d'une prime de risque censée capter le risque du portefeuille. La VIF quant à elle représente la valeur du profit dégagé par le stock de contrats jusqu'à leur extinction, celui-ci devient significatif pour les différents acteurs du cycle de production de l'assurance.

II.4 Le Profit and Loss (P&L)

Cet indicateur est une image du compte de résultat de l'entreprise. L'un des avantages de cette mesure est qu'elle est standardisée. Elle est constituée d'une composante permanente et d'une composante exceptionnelle.

La composante permanente se caractérise par :

- La marge technique
- La marge sur frais récurrente
- La marge financière
- Le résultat non technique récurrent

La composante exceptionnelle est constituée de :

- Produits financiers exceptionnels
- Frais exceptionnels

II.5 Le taux servi

Il correspond au taux de revalorisation de l'épargne de l'assuré en fin d'année nette de chargements. La provision mathématique de l'assuré est augmentée d'une proportion qui correspond au taux servi R déterminé par l'assureur. Cela se modélise par :

$$PM_t = PM_{t-1} \times (1 + R)$$

Les hypothèses de projection doivent refléter la concurrence à laquelle ces taux sont soumis. La dynamique suivie par le taux servi est la suivante :

$$R = \max(TMG, \tau_{cible}) + PAB$$

Avec TMG qui correspond au taux minimum garanti présent dans le contrat, τ_{cible} est le taux cible de l'assureur défini de manière dynamique et PAB est le taux servi exceptionnel dépendant de la participation aux bénéficiaires.

Le taux cible τ_{cible} correspond au taux que l'assuré souhaite distribuer en fonction de l'offre concurrentielle (évaluée par les taux d'intérêt de marché). En fonction de la situation du marché, l'assureur sera amené à gérer son résultat pour obtenir des produits financiers nécessaires à la distribution de ce taux cible :

- Lorsque les produits financiers de l'année d'exercice sont faibles, l'assureur a la possibilité de faire une reprise sur la PPE. L'assureur peut être contraint de verser un taux inférieur au taux cible dès lors que la réserve de PPE n'est pas assez importante.
- Lorsque les produits financiers sont importants, l'assureur effectue une dotation de la PPE. Au terme des huit années nécessaires à la distribution des réserves de PPE, l'assuré peut être amené à distribuer un taux plus rémunérateur que celui du taux cible.

II.6 Risques de Marché

Le portefeuille de la compagnie étant constitué principalement de placements financiers, en cas de défaillance de la stratégie financière, la compagnie ne saurait faire face à ses engagements vis-à-vis des assurés.

II.6.a Risque de change

Celui-ci survient dès lors que l'actif et le passif sont libellés dans une monnaie différente. Bien que la réglementation promeut l'acquisition des actifs et passifs libellés sur la même monnaie, elle autorise un placement sur des actifs totalement estampillés sur des monnaies étrangères à hauteur de 20% de ces actifs totaux. De telle sorte qu'en cas de variation du cours de la monnaie en défaveur de la compagnie, celle-ci puisse compter sur le reste de ses ressources pour se couvrir. Notre portefeuille est constitué en partie d'actions hors OCDE et une stratégie de couverture a été mise en place dans l'optique de minimiser ce risque.

II.6.b Risque de taux

En assurance vie, la valeur des portefeuilles reste négativement corrélée aux mouvements des taux d'intérêts. Ceci étant dû au fait que sous contraintes réglementaires, ces portefeuilles soient composés en forte proportion des produits de taux (obligations, swaps, swaptions, caps, ...). Ce risque peut se manifester entre autre lorsque les taux d'intérêt augmentent et que l'assuré est contraint de céder des obligations avant leur échéance. Cette cession conduit à la réalisation des moins-values car les marchés offrent des prix inférieurs aux valeurs d'acquisition. Ce risque de taux est aussi dépendant de la modélisation de l'option de rachats car l'option de rachat est fortement corrélée aux variations de taux. En effet, une hausse de taux incite les assurés à racheter leurs contrats.

Par ailleurs, dans un environnement de taux bas, le rendement du portefeuille se dégrade davantage. Cette érosion du rendement ne garantit plus le respect des termes contractuels de la part de l'assureur notamment en ce qui concerne le taux minimum garanti. En guise d'exemple : un assureur adosse à un contrat de maturité 10 ans avec un taux garanti de 4%, un actif de maturité 5 ans avec un rendement de 5%. Pendant 5 ans, la compagnie sera capable de verser le taux garanti aux assurés à travers cet actif. Cependant, si au terme des 5 ans, les taux du marché passent de 5% à 2%, l'assureur ne pourra investir que dans des actifs rapportant 2% alors qu'il a un engagement à hauteur de 4%. Dans ce cas de figure, la durée de l'actif est plus courte que celle du passif. Il s'agit ici d'un risque d'investissement.

Cette métrique est un élément clé dans l'étude car celle-ci permet de dégager les grandeurs qui captent les intérêts de l'assureur et de l'assuré. Ces grandeurs sont dérivées de la projection du bilan de l'assureur au travers de la modélisation de l'actif et du passif. La partie suivante présente les différentes hypothèses ainsi que les modèles retenus pour la projection du bilan.

III. Hypothèses et modélisation

Le modèle d'allocation d'actifs employé pour cette étude de diversification est complexe dans la mesure où il a pour but non seulement d'optimiser la fonction objective mais aussi de simuler des comportements et des rendements futurs des actifs financiers. La complexité de ce modèle rend nécessaire la présentation de sa structure sous forme modulaire. Selon une approche chronologique, les principaux modules ce modèle sont les suivants :

- le générateur de scénarios économiques,
- le modèle de gestion actif-passif (ALM) qui projette le bilan et le compte de résultats de PREDICA,
- le module d'optimisation qui classe l'ensemble des allocations cibles.

Ces modules sont organisés suivant l'architecture ci-dessous :

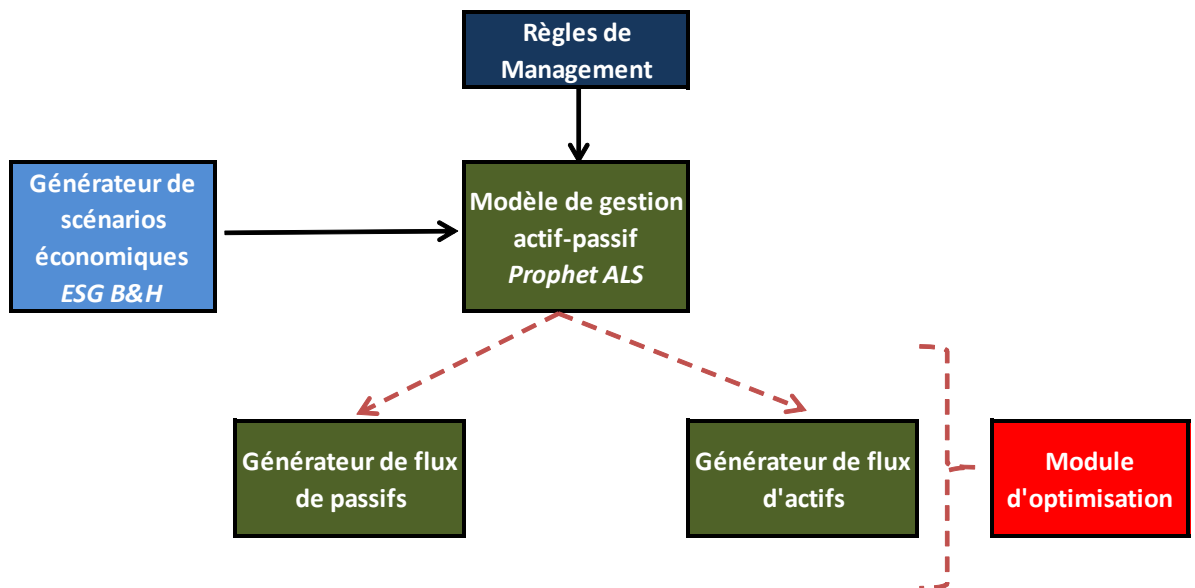


Figure 3 : Architecture du modèle d'allocation d'actifs

III.1 Générateur de scénarios économiques (B&H)

La projection de l'actif se déroule sous une approche monde réel. L'actif est projeté de manière à rapporter à la fois le taux sans risque et une prime de risque. Dans ce cas, les scénarios obtenus sont en phase avec les données réelles observées sur les marchés financiers. Une projection dans cet univers nécessite de diffuser les facteurs de risque sous une probabilité dénommée probabilité historique. Une modélisation en monde réel se déroule en suivant les principes suivants :

- Projection du comportement des variables macroéconomiques selon leur historique.
- Le taux de rentabilité des actifs est différent du taux d'actualisation.
- Etude et analyse de la distribution des variables financières obtenues.

En monde réel, le risque endossé par les actifs se traduit par un rendement supplémentaire à celui du taux sans risque. Ce rendement supplémentaire est appelé prime de risque. Les modèles de projection retenus dans le générateur de scénarios économiques (GSE) sont calibrés en se basant sur des données historiques reflétant l'environnement économique.

Le GSE est un outil sophistiqué qui permet de générer des tables stochastiques employées par le modèle ALM. Ces tables stochastiques contiennent des scénarios simulant le comportement des principales variables financières. Ce comportement est observé sur une durée de 30 ans correspondant à l'espérance de vie d'un contrat d'épargne euro.

En réalité, chaque scénario correspond à une trajectoire de l'économie représentée par un certain nombre de variables financières. En monde réel, les paramètres de scénarios stochastiques sont calibrés en fonction de statistiques historiques et/ou anticipation de la compagnie.

Les principales classes d'actifs projetées dans le générateur sont :

- Actions & assimilés
- Obligations (Etat, OATi, structurées, ...)
- Immobilier
- OPCVM (obligataire)

Elles sont générées à partir de tirages de nombres pseudo-aléatoires et de corrélation entre variables. Les modèles de diffusion sous-jacents au modèle seront présentés dans les prochaines sections.

Les tests à effectuer sur les tables de scénarios stochastiques sont :

- **Précision**
 - ✓ Une mesure de précision du GSE doit être définie et à minima l'erreur d'échantillonnage Monte-Carlo.
- **Robustesse** :
 - ✓ La robustesse du GSE peut reposer sur des tests de sensibilité de la meilleure estimation à la variation des paramètres entrant dans le processus de calibrage.
- **Cohérence avec les marchés financiers**
 - ✓ Le caractère *market-consistent* de la table de scénarios économiques peut être effectué via les tests suivants :
 - Test de calibrage : s'assurer que la courbe des taux sans risque est correctement reproduite
 - Test de martingale pour chaque classe d'actifs modélisés
 - Test sur la volatilité implicite des prix des options afin que celle-ci soit en adéquation avec la volatilité réelle sur les marchés financiers
 - Test de corrélation dans l'optique de s'assurer que les corrélations simulées soient cohérentes avec les corrélations observées.

La structure du générateur de scénarios économiques de Barrie & Hibbert (B&H) est la suivante :

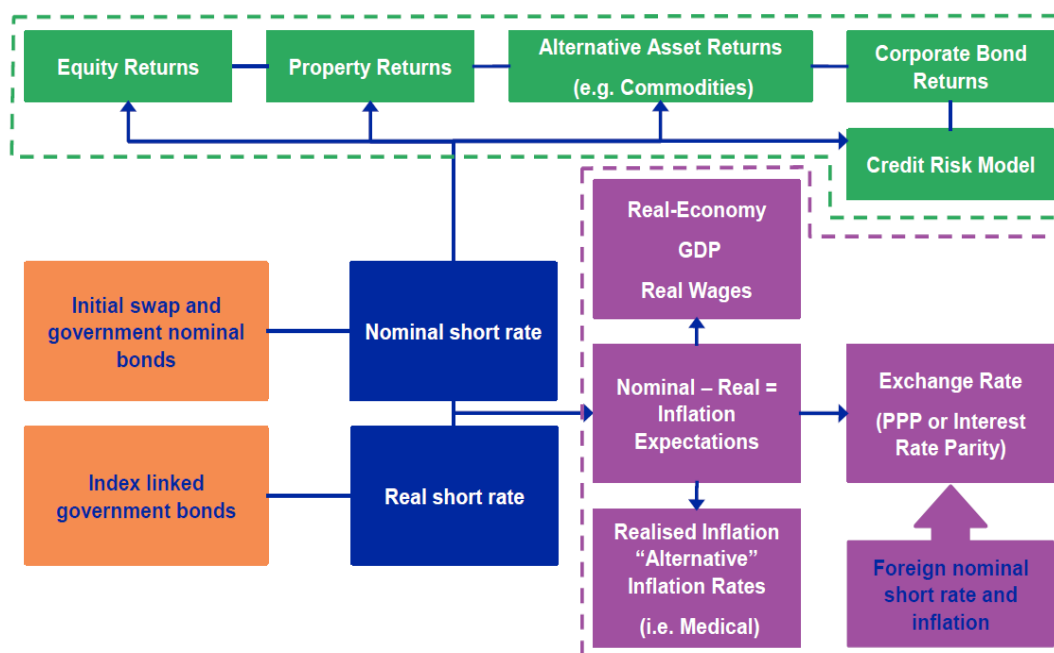


Figure 4 : structure de l'ESG de Barrie & Hibbert

Les modèles retenus pour simuler le comportement des dynamiques des principales variables macroéconomiques feront l'objet d'une étude plus détaillée dans les prochaines sections.

III.1.a Modèle de taux

III.1.a.1 modélisation des taux nominaux

■ Présentation du modèle

La dynamique du taux nominal est étudiée par le modèle *Displaced Extended 2-factor Black-Karasinski - Time Varying Term Premium (Displaced E2FBK-TVTP)*. Celui-ci facilite la simulation du comportement des taux courts. En général, un modèle de taux court se distingue par le comportement des taux d'intérêt à court terme plus éventuellement certaines autres variables stochastiques. Cette collection de variables incluant les taux courts est parfois référencée par des variables d'états. Concernant ce modèle, il existe deux variables d'états : le taux court r et la vitesse de retour à la moyenne m .

Ce modèle a la particularité de renvoyer des taux strictement positifs à cause de sa distribution log-normale. Ce qui reflète la tendance des taux observés historiquement. Cependant ce modèle a été réajusté par un paramètre nommé « *displacement*² » essentiel dans la phase de calibrage afin d'obtenir une distribution réaliste dans un environnement de taux bas. Une attention particulière sera portée sur ce modèle car il est le vecteur directeur de notre étude.

² Cf TADROWSKI, JESSOP (2015) *MULTI YEAR Real-World Interest Rates: Updating E2FbK, 2F Vasicek and Inflation Plus Calibrations*.

A l'instant t , les prix zéro-coupons constituant la courbe des taux sont calculés au préalable sous la probabilité risque neutre et en se basant sur le niveau du taux court observé en monde réel à cet instant t . Ces prix zéro-coupons vérifient la relation suivante :

$$P(t, T) = \mathbb{E}^Q \left[\exp \left(- \int_t^{t+T} r_s ds \right) \right]$$

avec $P(t, T)$ représentant le prix d'un zéro-coupon en t de maturité T et Q la probabilité risque neutre.

Les dynamiques des variables d'état de ce modèle vérifient les relations suivantes :

$$\begin{cases} d\ln(r_t) = \alpha_1 [\ln(m_t) - \ln(r_t)] dt + \sigma_1 dW_t^{(1)} \\ d\ln(m_t) = \alpha_2 [\mu - \ln(m_t)] dt + \sigma_2 dW_t^{(2)} \end{cases}, \quad r(0) = r_0 \text{ et } m(0) = m_0$$

Avec comme interprétations :

- ✓ r_t le taux court observé en t
- ✓ m_t représentant le niveau de retour moyen du taux court
- ✓ μ correspondant au niveau de retour de $\ln(m_t)$
- ✓ α_1, α_2 déterminent respectivement les vitesses de retour aux niveaux moyens de $\ln(r_t)$ et $\ln(m_t)$
- ✓ σ_1, σ_2 sont respectivement les volatilités de r_t et m_t
- ✓ $W_t = (W_t^{(1)}, W_t^{(2)})$ est un \mathbb{P} -mouvement brownien bidimensionnel

Ces mouvements browniens en univers réel s'expriment en monde risque neutre de la façon suivante :

$$\begin{cases} dW_t^{(1)} = \gamma_t^{(1)} + dB_t^{(1)} \\ dW_t^{(2)} = \gamma_t^{(2)} + dB_t^{(2)} \end{cases}$$

- $B_t = (B_t^{(1)}, B_t^{(2)})$ est un \mathbb{Q} -mouvement brownien standard bidimensionnel
- $\gamma_t = (\gamma_t^{(1)}, \gamma_t^{(2)})$ est la prime de risque à terme.

Pour simplifier la calibration de ce processus sous l'ESG, le coefficient μ est constant, les primes de risque à terme $\gamma_t^{(1)}, \gamma_t^{(2)}$ sont égaux et les deux browniens $B_t^{(1)}, B_t^{(2)}$ sont indépendants.

Les primes de risque à terme correspondent aux prix du risque de marché qui comme mentionnés précédemment, désignent le retour au-delà du taux sans risque réclamé par les acteurs économiques à titre de compensation pour la prise de risque.

Il est difficile d'obtenir des formules fermées à partir de ce modèle pour calculer le prix des obligations. Par conséquent, l'implémentation du modèle *displaced-Ext2FBK* est basée sur la construction d'arbres binomiaux dans l'ESG. L'implémentation d'arbre dans l'ESG (B&H) s'effectue en utilisant un modèle gaussien à 2 facteurs (*G2++*).

Les étapes de transformation des variables sont les suivantes :

$$\begin{cases} \ln(r_t) = x_t + y_t + \varphi_t \\ \ln(m_t) = \frac{1}{\alpha_1} [y_t(\alpha_1 - \alpha_2) + \theta_t] \end{cases}$$

$$\text{et } \begin{cases} d\theta_t = \alpha_1 \alpha_2 \mu dt - \alpha_2 \theta_t dt \\ d\varphi_t = \theta_t dt - \alpha_1 \varphi_t dt \end{cases}, \text{ avec } \theta_0 = \alpha_1 \ln(m_0) \text{ et } \varphi_0 = \ln(r_0)$$

A l'issue de ces étapes, le modèle G2++ est :

$$\begin{cases} dx_t = -\alpha_1 x_t dt + \sigma_1 (\gamma_t^{(1)} + dB_t^{(1)}) + \eta (\gamma_t^{(2)} + dB_t^{(2)}) \\ dy_t = -\alpha_2 y_t dt - \eta (\gamma_t^{(2)} + dB_t^{(2)}) \end{cases}$$

$$\text{avec } x_0 = y_0 = 0 \text{ et } \eta = \frac{\alpha_1 \sigma_2}{\alpha_2 - \alpha_1}$$

▪ Méthode de calibrage

Une attention particulière sera portée dans cette partie car elle sert de socle pour notre étude. C'est dans cette phase que nous avons réussi à modifier les hypothèses de départ afin de générer une table stochastique dont la cible des taux modélise le contexte de taux durablement bas. Le moteur de calibration de l'ESG comporte des briques inter-dépendantes :

- ✓ Le calcul du prix zéro-coupon pour toutes maturités.

Cette étape consiste à interpoler, extrapoler puis optimiser la courbe des taux forward f à partir des données du marché. En réalité, la construction de cette courbe f s'effectue en optimisant les taux forward instantanés et les taux swaps observés sur les marchés.

Les taux forward instantanés peuvent s'exprimer de la manière suivante :

$$\forall t \in [t_i, t_{i+1}], f(t) = a_i t^3 + b_i t^2 + c_i t + d_i \\ f'_i(t) = f'_{i+1}(t), \quad f''_i(t) = f''_{i+1}(t) \text{ et } f''_i(t_0) = f''_{i+1}(t_n) = 0$$

L'expression analytique d'un taux swap correspond à :

$$S(t_k) = \frac{[1 - P(0, t_k)]}{\sum_{i=1}^k P(0, t_i)}$$

Les coefficients a_i, b_i, c_i, d_i $i \in [1, \max]$ sont approximés en minimisant l'écart entre les taux swaps théoriques S et les taux swaps du marché S_{Mkt} . La fonction objective permettant de modéliser cette erreur est définie par :

$$J(f) = \sum_{i=1}^{\max} [S(t_i) - S_{Mkt}(t_i)]^2 + \vartheta_1 \int_{T_1}^{t_{\max}} [f'(t)]^2 dt + \vartheta_2 \int_{T_2}^{t_{\max}} [f''(t)]^2 dt$$

Avec ϑ_1, ϑ_2 permettant d'allouer un poids aux facteurs de lissage. T_1 et T_2 correspondent aux dates à partir desquelles les lissages s'appliquent.

Une fois l'interpolation terminée, nous procédons à l'extrapolation des taux longs en utilisant une fonctionnelle de Nelson-Siegel décrit par :

$$\forall \tau > t_{max} \quad f(\tau) = \beta_1 + [\beta_2 + \beta_3(\tau - t_{max})]e^{-\lambda(\tau - t_{max})}$$

Où

$$\beta_1 = \lim_{t \rightarrow \infty} f(t) \text{ désigne le taux forward à long terme}$$

λ est un paramètre permettant de contrôler la vitesse de convergence du taux forward instantané vers la référence β_1 .

Afin de déterminer les deux paramètres restants, nous écrivons les conditions de continuité et de dérivabilité en

$$f(\tau_N) = \beta_1 + \beta_2 \text{ et } f'(\tau_N) = \beta_3 - \lambda\beta_2$$

- ✓ La détermination de la fonction d'ajustement φ_t du modèle qui permet de retrouver la courbe zéro-coupon initiale.

Le calcul de cette fonction se fait en utilisant des arbres binomiaux pour chaque variable d'état. Cette fonction φ_t ne dépend pas de la probabilité utilisée. Ensuite elle est ajustée de telle sorte que les valeurs de r_t permettent de retrouver la courbe des prix zéro-coupon précédente.

- ✓ La détermination de la prime de risque γ_t

Afin de calculer cette prime, nous considérons $\gamma_t = \gamma_t^{(1)} = \gamma_t^{(2)}$. Elle est estimée de manière récursive à partir de la fonction d'ajustement φ_t et la valeur moyenne cible du taux court. La courbe cible est déduite de la courbe des taux forward comme suit :

$$\mu_c(t) = (1 - \alpha)^t f(t) + [1 - (1 - \alpha)^t] R_L$$

- α est un poids permettant de contrôler la vitesse de retour du taux court vers son niveau inconditionnel.
- R_L correspond à la cible des taux long terme fixé à 4.2%. Ce paramètre est stressé à la baisse (2%) pour refléter une situation de taux bas durable lors de notre étude.

- ✓ La détermination des paramètres du modèle $\alpha_1, \alpha_2, \sigma_1, \sigma_2$

Afin de calibrer le modèle, certaines valeurs cibles sont calculées historiquement. Les valeurs dites cibles sont :

- Dispersion long terme $Dispersion_{LT}^T$ qui correspond à l'écart entre les taux zéro-coupon et les OATs de maturité 10 ans.
- Dispersion court terme $Dispersion_{CT}^T$ qui désigne l'écart-type calculé sur les taux Euribor 3 mois.
- Corrélations $CORR^T$ qui correspondent aux corrélations des taux continus calculés sur les OATs.

En utilisant la méthode de Monte-carlo, la distribution du taux court à 100 ans en univers réel est réalisée en fonction de la prime de risque γ_t déterminée précédemment, la fonction d'ajustement φ_t et des paramètres $\alpha_1, \alpha_2, \sigma_1, \sigma_2$ auxquels sont attribués des valeurs initiales.

Nous calculons ensuite le prix zéro-coupon ainsi que le taux continu correspondant en fonction de x_t et y_t . Après simulation sous \mathbb{P} des couples,

$$(x_{100}^i, y_{100}^i), i \in \{1, \dots, N\} \Rightarrow r_{100}^i = e^{(x_{100}^i + y_{100}^i + \varphi_t)}$$

Les taux pour les différentes maturités à l'horizon 100 ans sont déduits et notés :

$$R_{100,T}^i = R_{100,T} |_{(x_{100}^i, y_{100}^i)}$$

Afin de calculer les dispersions et corrélations à horizon 100 ans, il est nécessaire de calculer les taux zéro-coupon 1 an et 10 ans. En utilisant les variables simulées de x_{100} et y_{100} , nous estimons empiriquement les dispersions et les corrélations par les formules suivantes :

$$Dispersion_{CT}^T = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [R_{100,101}^i - \overline{R_{100,101}}]^2}$$

$$Dispersion_{LT}^T = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [R_{100,110}^i - \overline{R_{100,110}}]^2}$$

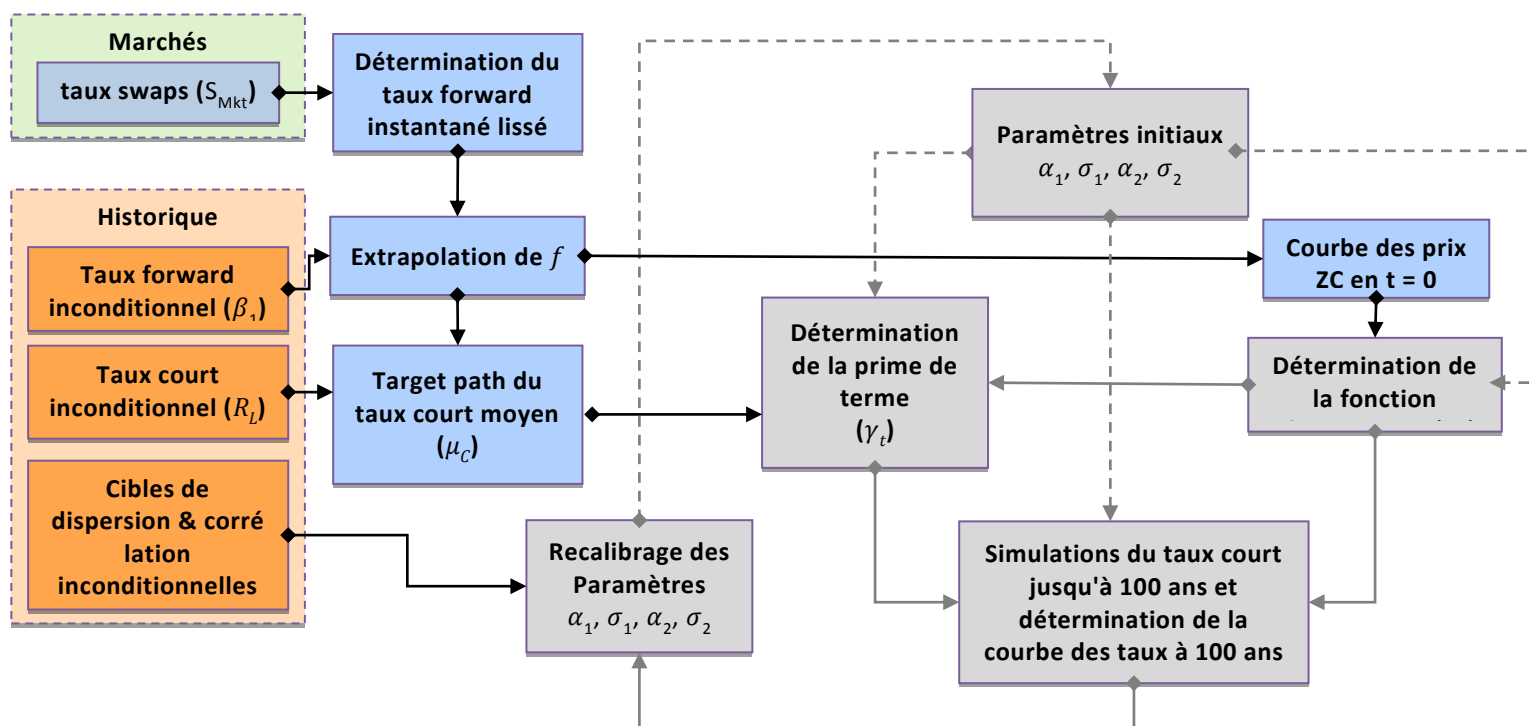
$$CORR^T(R_{100,100+k}, R_{100,100+l}) = \frac{\sum_{i=1}^N [(R_{100,100+k}^i - \overline{R_{100,100+k}})(R_{100,100+l}^i - \overline{R_{100,100+l}})]}{Dispersion_{100+k}^T * Dispersion_{100+l}^T}$$

Avec

$$\overline{R_{100,T}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N R_{100,T}^i \text{ et}$$

$$Dispersion_{100+k}^T = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [R_{100,100+k}^i - \overline{R_{100,100+k}}]^2}$$

Le processus de calibrage est le suivant :



Légende : input provenant des marchés ; input provenant de données historiques ; étapes de calculs intermédiaires ; étapes de la boucle d'optimisation des paramètres $\alpha_1, \alpha_2, \sigma_1, \sigma_2$.

Figure 5 : processus de calibrage du taux nominal

▪ Cible des taux à long terme

La courbe des taux swap est retenue comme référence pour actualiser les engagements de l'assureur. Un problème se pose toutefois pour les engagements de très long terme car les marchés obligataires ne sont plus liquides.

En faisant un parallèle avec Solvabilité 2, au-delà d'une certaine maturité limite, ces données actualisées ne sont plus pertinentes. Cette maturité limite est appelée le dernier point d'observation liquide (last liquid point, LLP³). Ce point correspond à la maturité au-delà de laquelle les taux forward successifs observés à la date d'évaluation, convergent vers un taux cible appelé taux ultime. Concernant les contrats en euro, ce LLP est fixé à 20 ans et il existe une période de convergence lente de 40 ans. Après ce point, les taux forwards sont extrapolés via la méthode de Smith-Wilson. Cette extrapolation permet d'atteindre le point ultime.

³ Cf MOUDIKI T. (2014) Sensibilité d'une rente viagère à l'extrapolation de la courbe de taux dans un contexte LTGA. *Bulletin Français D'Actuariat* 14 N°27.

Ce taux ultime⁴ est établi à 4,2%, sur la base d'un taux d'inflation de 2% et d'un taux réel à long terme de 2,2%. Evoluant dans un environnement d'inflation quasiment nul, ce taux devient obsolète car son niveau est en pleine décroissance. Il ne représente plus une référence réaliste des taux longs avec un niveau de plus de 300 bps de base au-delà du taux swap à 50 ans. Il devient ainsi peu fiable pour l'évaluation des engagements longs de la compagnie.

III.1.a.2 modélisation des taux réels

▪ Présentation du modèle

Les taux réels sont diffusés par le modèle de Vasicek à 2 facteurs. Le taux court est soumis à des mouvements aléatoires puisque celui-ci suit un processus stochastique de retour à la moyenne. Ce modèle permet de reproduire les différentes formes que pourrait avoir la courbe des taux. Les taux réels à court et long terme vérifient les dynamiques suivantes :

$$\begin{cases} dr_t = -\alpha_1(r_t - \gamma_t)dt + \sigma_1 dW_t^{(1)} \\ d\gamma_t = -\alpha_2(\gamma_t - \mu_t)dt + \sigma_2 dW_t^{(2)} \end{cases}$$

avec :

- ✓ r_t le taux court à l'instant t
- ✓ γ_t correspond au niveau de retour à la moyenne pour le taux à court terme en t
- ✓ α_1 et α_2 sont des paramètres autorégressifs respectivement pour le processus de taux court terme et retour à la moyenne.
- ✓ σ_1 et σ_2 qui représentent respectivement l'écart-type du taux court et celui du retour à la moyenne à l'instant t
- ✓ $dW_t^{(1)}$ et $dW_t^{(2)}$ sont des bruits qui affectent respectivement le processus de taux et celui du retour à la moyenne. Ces bruits suivent la loi normale $\mathcal{N}(0, dt)$. Ils sont indépendants.

▪ Implémentation du modèle dans l'ESG

L'expression analytique de la solution de dynamique du taux court du modèle entre les instants t et t_0 s'écrit :

$$r_t = r_{t_0} e^{\alpha_1(t-t_0)} + \gamma_t (1 - e^{\alpha_1(t-t_0)}) + \sigma_1 \sqrt{\frac{1 - e^{2\alpha_1(t-t_0)}}{2\alpha_1}} \varepsilon$$

Et celui du taux long entre ces deux instants correspond à :

$$\gamma_t = \gamma_{t_0} e^{\alpha_2(t-t_0)} + \mu_t (1 - e^{\alpha_2(t-t_0)}) + \sigma_2 \sqrt{\frac{1 - e^{2\alpha_2(t-t_0)}}{2\alpha_2}} \varepsilon$$

⁴ Ce taux ultime est fixé par l'EIOPA

Où ε suit une loi normale centrée réduite

La phase de calibration de ce modèle ne sera pas développée dans ce mémoire.

III.1.b Modèle actions

▪ Présentation du modèle

Le modèle permettant de simuler les performances de l'indice actions sous l'ESG est le modèle SVJD (*Stochastic Volatility Jump Diffusion*). Ce modèle est une combinaison du modèle à sauts de Merton et le modèle de Heston à volatilité stochastique. Il s'attèle à décrire le comportement des rendements actions excédentaires par rapport au niveau du taux court nominal.

Le modèle de diffusion est décrit par le processus suivant :

$$dS_t = [(\mu_t - \lambda\eta_t)dt + \sqrt{v_t}dW_t^{(1)} + (J_t - 1)dN_t]S_t$$

$$dv_t = \alpha(\theta - v_t)dt + \xi\sqrt{v_t}dW_t^{(2)}$$

$$\text{corr}(W_t^{(1)}, W_t^{(2)}) = \rho$$

avec :

- μ qui correspond à l'espérance de rendement excédentaire.
- α et θ qui correspondent respectivement à la vitesse de retour à la moyenne et le niveau de déviation à long terme de la volatilité.
- ξ qui définit la volatilité de la variance.
- η_t qui compense la dérive introduite par le processus de sauts. Elle suit une loi de poisson de paramètre λt .
- J_t qui est la variable aléatoire reflétant l'intensité du saut. Cette variable suit une loi log-normale (μ_t, σ^2) . $J_t \perp \eta_t$

Ce modèle actions a la particularité d'être basé sur 6 facteurs économiques applicables à toutes économies. Le 1^{er} facteur est le plus important car il modélise le risque systémique et suit un processus SVJD. Tandis que les 5 autres facteurs sont modélisés par des processus browniens géométriques à volatilité constante. Il s'agit de facteurs tous indépendants les uns des autres. Ce modèle est adéquat pour modéliser l'aspect intrinsèque d'un indice action. En considérant un indice action n , son comportement est capté en associant un processus indépendant SVD^n et une combinaison linéaire des six précédents facteurs. Ce comportement est capté par l'expression suivante :

$$\text{indice}^n(t) = SVD^n(t) + \sum_{i=1}^6 a_i^n \times \text{Facteur}_i^n(t)$$

avec SVD^n qui suit un modèle SVD et qui permet de capturer la volatilité spécifique de l'indice n et a_i^n qui correspond à l'exposition de l'indice n au $i^{\text{ème}}$ facteur structurel. L'architecture de ce modèle peut être synthétisée de la manière suivante :

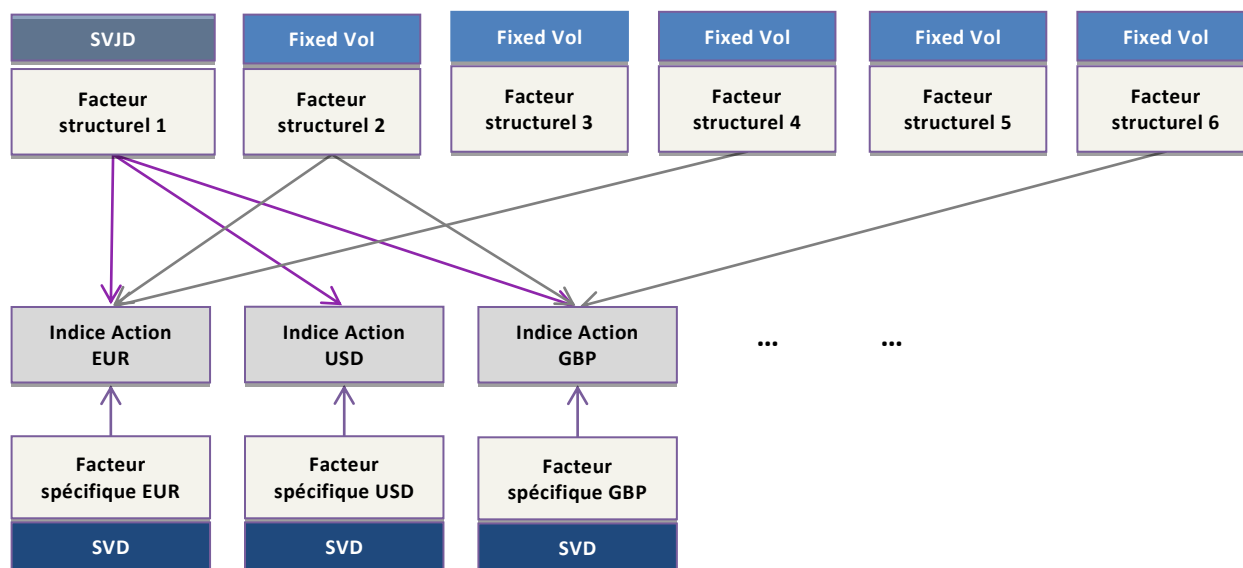


Figure 6 : architecture du modèle actions

Le facteur 1 capte le risque systémique et affecte tous les autres facteurs. Les autres facteurs servent à moduler la dépendance entre les volatilités des différents indices.

Les autres facteurs structurels sont modélisés par un processus géométrique à volatilité constante :

$$dS_t = (\mu dt + \sigma dW_t)S_t$$

Ce modèle est approprié pour la modélisation réaliste des indices actions :

- La volatilité de l'indice fluctue au cours du temps suivant un phénomène de retour à la moyenne.
- Permet de corréliser les rendements à la volatilité grâce au facteur de corrélation entre les browniens.
- La corrélation entre le rendement et la volatilité couplée à la volatilité stochastique permet d'atteindre des cas extrêmes et crée du skewness sur le long terme.

Il présente quelques inconvénients :

- Il n'existe aucune corrélation entre les sauts.
- L'architecture du modèle à six facteurs ne rend pas toujours facile son interprétation.
- La phase de calibrage est très complexe.

▪ Calibrage du modèle

La phase du calibrage peut être scindée en deux : le calibrage du 1er facteur et le calibrage des autres facteurs structurels.

Pour calibrer le 1^{er} facteur, on détermine :

- La moyenne arithmétique μ des rendements excédentaires.
Comme $\mu_t = \ln \left(\mathbb{E} \left[\frac{S_t}{C_t} \right] \right)$ avec S_t correspondant à l'indice action et C_t étant le niveau du taux court nominal à l'instant t . Alors la moyenne empirique des μ_t est une estimation de μ .
- Les paramètres ρ, ξ varient peu et sont actualisés annuellement.
- α est calibré en effectuant une régression linéaire sur la variance des volatilités implicites. Il est estimé sur la base de l'historique des variances implicites.
- θ est obtenu par EWMA (*Exponentially Weighted Moving Average*) sur la volatilité historique. Soit la volatilité v_t réalisée au temps t , on obtient :

$$\theta_t = p * v_t + (1 - p) * \theta_{t-1}$$

avec p qui désigne le poids donné à la dernière observation par rapport aux observations précédentes.

Concernant les autres facteurs, ils sont utiles pour moduler les liens de dépendance entre les différents indices de marché. Les processus browniens géométriques utilisés ont donc un rendement nul et un coefficient de volatilité constant. Leur influence sur les indices est contrôlée par les coefficients (a_i^n) d'exposition aux facteurs. De ce fait, si les liens de dépendance évoluent, un calibrage de ces coefficients est suffisant.

III.1.c Immobiliers

Le rendement de l'immobilier modélisé dans l'ESG suit le processus d'Ornstein-Uhlenbeck. A un instant t donné, il vérifie la relation suivante :

$$dImmo_t = k_{Immo}(\mu_{Immo} - q_{Immo})dt + \sigma_{Immo}dW_t$$

La dynamique du rendement de l'immobilier avec un pas annuel δ s'écrit :

$$Immo_{t+\delta} = Immo_t \exp(-k_{Immo}\delta) + \mu_{Immo} [1 - \exp(-k_{Immo}\delta)] + \sigma_{Immo} \sqrt{\frac{1 - \exp(-2k_{Immo}\delta)}{2k_{Immo}}} \varepsilon$$

où ε est une variable centrée réduite.

D'un point de vue opérationnel, les taux nominaux ont été calibrés en monde réel avec les hypothèses suivantes :

- la vitesse de retour au niveau moyen de la distribution logarithmique du taux court est de 23,10%,
- la vitesse de retour de la distribution logarithmique du niveau moyen du taux court est de 6,28%,
- les volatilités du taux court et du niveau de retour moyen du taux court sont respectivement 18,89% et 11,56%,
- le paramètre *displacement* est 3,29%.

Ces hypothèses ont conduit à la création d'une table stochastique dont la cible des taux à long terme est de 4,2%. A travers les outils de calibration, ces hypothèses ont été modifiées afin de créer une table stochastique qui se base sur la même courbe initiale de taux zéro-coupon que la table générée précédemment. En revanche la cible des taux à long terme de cette seconde table tend vers une valeur moyenne de 2%. Le but de cette manœuvre est de créer une seconde table stochastique qui modélise le contexte actuel de taux bas. Les deux tables stochastiques générées dans ce module seront considérées comme éléments de base dans notre étude d'allocation d'actifs.

III.2 Le modèle de gestion actif-passif (ALM)

Dans le cadre de notre étude, le modèle actif-passif (ALM) employé a été développé à l'aide de la bibliothèque ALS du logiciel Sungard Prophet en y incorporant des règles de management propres à la compagnie. L'outil ALS permet de modéliser l'actif et le passif de la compagnie pour un grand nombre de scénarios financiers, en s'appuyant sur les données et paramètres suivants :

- les données du passif, en flux futurs et stocks (provisions mathématiques, et autres provisions techniques et réserves),
- les données de l'actif : base agrégée de titres, allocation cible,
- les hypothèses non économiques (commissions, frais généraux, rachats dynamiques),
- les hypothèses économiques (scénarios économiques).

Certaines règles de management y sont incorporées :

- Politique de la participation aux bénéfiques (PAB)
- Politique d'investissement
- Rachats dynamiques

Le modèle simule des comportements à pas annuel ; les flux de revenus et prestations sont supposés intervenir en milieu d'année. Ce modèle est structuré sur 4 cantons :

- Fonds 1 : réseau commercial CA
- Fonds 2 : réseau commercial LCL
- Fonds 3 : produit PERP
- Fonds 4 : fonds propres de la compagnie.

Les fonds CA et LCL sont des cantons analytiques (auxquels des actifs spécifiques sont affectés) tandis que le PERP correspond à un canton règlementaire. Les fonds propres représentent les fonds propres comptables ainsi que les titres subordonnés éligibles en couverture de la marge de solvabilité. Ce modèle comprend également des provisions prudentielles telles que :

- La réserve de capitalisation (RC)
- La provision pour participation aux excédents (PPE)
- La provision pour risque d'exigibilité (PRE)

Les hypothèses et modèles retenus seront présentés plus en détail dans la suite du mémoire.

III.2.a Projection déterministe du passif

Le modèle permettant de projeter le passif de la compagnie est simulé de manière déterministe. Autrement dit, ce modèle est exécuté en se basant uniquement sur les hypothèses des cash-flows liés au passif. Ainsi, cette projection se déroule sans prise en compte des scénarios économiques. L'objectif de la modélisation du passif est de traduire le plus fidèlement possible la réalité de l'activité ainsi que les mécanismes de l'assurance vie. L'implémentation des éléments du passif est alors effectuée via une table décrivant les flux futurs générés par le run-off du stock de contrats.

Ce modèle génère les données suivantes :

- Primes brutes et nettes de chargement générées par le run-off du stock de contrats :
 - ✓ En l'absence de loi de versement libre, les primes périodiques et les versements libres prévus seront les seuls pris en compte dans le modèle
- Les flux futurs sortants générés par le stock de contrats géré en run-off et évoluant selon les provisions mathématiques revalorisées au taux minimum garanti :
 - ✓ Les termes
 - ✓ Les prestations décès
 - ✓ Les rachats totaux (rachats structurels et conjoncturels)
- Les flux futurs de frais issus de la gestion du stock de contrats :
 - ✓ Frais généraux
 - ✓ Commissions d'acquisition sur les primes
 - ✓ Frais d'acquisition concernant uniquement le new business
- La revalorisation future des provisions mathématiques via le taux minimum garanti. Il s'agit des intérêts attribués aux provisions.
- Le comportement du stock de polices.

Il est important de noter que ces éléments du compte de résultat projeté au travers de ce modèle déterministe sont construits à partir d'une simulation au taux minimum garanti réalisée sur le stock de contrats en run-off. Dans ce cas, seuls les rachats structurels sont retenus car ils ne dépendent pas de scénarios stochastiques contrairement aux rachats dynamiques.

III.2.a.1 Loi de décès

Le modèle de mortalité retenu tient compte d'une table d'expérience où la relation est logit-linéaire. A partir d'un nombre restreint de paramètres, cette relation capte le lien entre deux populations et ainsi permet de transférer la tendance dans le temps observée sur une population de référence sur la population modélisée. Cette relation logit-linéaire favorise la projection des populations observées via la relation suivante :

$$\text{Ln} \left(\frac{q_x^{obs}}{1 - q_x^{obs}} \right) = \alpha \text{Ln} \left(\frac{q_x^{réf}}{1 - q_x^{réf}} \right) + \beta$$

Avec α et β étant des constantes.

Ces constantes sont déterminées en résolvant l'équation de régression linéaire simple suivante :

$$Y_x = \alpha Z_x + \beta \text{ où } Y_x = \text{Ln} \left(\frac{q_x^{obs}}{1 - q_x^{obs}} \right) \text{ et } Z_x = \text{Ln} \left(\frac{q_x^{réf}}{1 - q_x^{réf}} \right)$$

III.2.a.2 Chargements et frais

Les chargements correspondent aux prélèvements de la compagnie aux assurés pour financer les frais liés aux contrats. Ils peuvent être scindés de la manière suivante :

- Les chargements de gestion qui correspondent à une fraction des primes commerciales et prélevés durant le paiement de la prime. On note :
 - Les chargements opérationnels relatifs aux frais contractuels.
 - Les chargements liés aux structures fonctionnelles de la compagnie.
- Les chargements dits de maintenance qui représentent aussi une proportion de la prime acquise et un montant fixe par police d'assurance. Ceux-ci sont prélevés selon la périodicité du versement de la prime.

Ces deux types de chargements sont non seulement dédiés à l'administration des contrats jusqu'à leur terme, aux chargements de règlement des prestations, mais aussi aux chargements issus des termes contractuels notamment le rachat, la transformation, la prorogation par l'assuré.

Les frais supportés par la compagnie sont modélisés comme un coût inflaté. L'inflation est prise en compte dans la détermination et dans la projection des chargements.

$$C_t = C_{t-1} + inflation(t)$$

III.2.a.3 Commissions

Les commissions versés aux courtiers sont supposées être linéaires et correspondent à une proportion de la prime commerciale. Le montant de ces commissions dépend de la politique de la compagnie.

Ces charges sont déterminées pour garantir un taux de rendement interne suffisant. La proportion de ces commissions varie d'une année à une autre. Elles sont prélevées lors du paiement de la prime de l'assuré.

Cette projection déterministe du passif est adaptée à notre étude d'allocation car celle-ci se base sur des données et hypothèses qui ne dépendent pas des scénarios financiers. Une des contraintes de notre étude d'allocation sera de déterminer la meilleure proportion d'actifs en se basant sur les scénarios probables des différentes variables financières et qui couvre les flux de passif.

III.2.b Règles d'investissement

III.2.b.1 Objectifs et enjeux

Dans la réalité, l'assureur met en place une ou plusieurs stratégies de façon à atteindre ses objectifs dans les différents environnements économiques possibles. Cette vision doit être fidèlement implémentée dans le modèle ALM. On peut citer entre autres :

- Optimiser le taux de rendement financier pour satisfaire le taux cible et se prémunir contre d'éventuels rachats de contrats.
- Assainir la réserve de capitalisation (en prohibant les ventes intempestives d'obligations dans le modèle) ou alors en réduisant la réserve par la cession d'obligations en moins-values et réinvestir le cash à des taux d'intérêt plus rémunérateurs.
- Respecter une allocation cible, qui peut évoluer dans le temps dans le contexte de run-off : les primes futures sont limitées à la frontière des contrats et notamment les primes futures sur les produits d'épargne euro avec un TMG nul sont exclues de la projection. La stratégie de gestion des actifs peut intégrer des contraintes de gestion de gap de duration ayant un impact sur l'allocation d'actifs.
- Maintenir une duration cible sur le portefeuille obligataire de façon à disposer en permanence d'une trésorerie suffisante pour payer les prestations.
- Réaliser des moins-values actions de façon à limiter la constitution de provision pour risque d'exigibilité.

La gestion actif-passif des produits du fonds euro prévoit généralement une stratégie financière cohérente avec les caractéristiques de l'actif et son mode de comptabilisation. La stratégie mise en place peut être bouleversée par certains enjeux notamment les dotations et reprises de la provision pour dépréciation durable, la provision pour risque d'exigibilité ou de la réserve de capitalisation. D'un point de vue opérationnel, la gouvernance ou la chronologie des développements successifs des fonctionnalités du modèle, nous pousse à croire que la stratégie financière peut avoir été développée sans prise en compte, de l'ensemble de ses caractéristiques. Il est préférable de s'assurer que l'arbre de décision en matière de ventes d'actifs et de réinvestissement soit cohérent avec les autres composantes du modèle, tout particulièrement la stratégie de participation aux bénéfices et l'allocation d'actifs cible.

III.2.b.2 Allocation cible

Cette opération utile pour le fonds euro d'une compagnie d'assurance vie peut s'effectuer en tenant compte des valeurs nettes comptables ou des valeurs de marché des actifs détenus. Il est nécessaire que ce critère d'étude soit défini et que celui-ci soit pris en compte dans le modèle ALM. Ceci dans le but de poser les limites minimales et maximales pour chaque actif détenu par l'assureur.

Lorsque les proportions d'actifs sont exprimées en pourcentage de valeur de marché, le maintien de l'allocation cible incitera l'assureur à vendre et acheter des actifs. Ces opérations engendreraient d'éventuelles conséquences sur la production financière de l'année et des provisions telles que la PDD, PRE ou la réserve de capitalisation. Cela peut se traduire par l'achat des actions dans le but de maintenir au bilan un montant d'actions minimal suite à la diminution de la valeur de marché de ces actions.

Pour une stratégie exprimée en valeur bilan (valeur nette comptable), les ventes d'actifs ne dépendent pas directement des évolutions des variables économiques (ex : courbe des taux, niveau des actions). Par exemple suite à une baisse significative du marché action, si la stratégie financière n'intègre pas de ventes visant à éviter la constitution de certaines provisions (exemple : provision pour risque d'exigibilité), les actions en moins-values seront conservées dans le portefeuille.

Le modèle ALM de PREDICA a la particularité de réaliser son allocation d'actif selon les flux ou les stocks (valeur de marché). Seule l'évaluation par flux sera retenue dans le cadre de notre étude.

Dans un souci de cohérence avec les vues antérieures et des vues espérées de l'allocation, des hypothèses complémentaires sont rajoutées dans le modèle. Les principales règles de management sont :

- La proportion d'actif R343-10 du portefeuille d'actifs en valeur de marché est contrainte sur toute la période de projection à un certain plafond.
- Aucun investissement des actifs R343-10 n'est envisagé lorsque le taux de richesse qui correspond au ratio entre le montant de la PPE cumulée et des PMVL (plus ou moins-values latentes) sur ces actifs et le montant total des PM est faible. Cette règle reste en vigueur que le niveau limite de détention de ces actifs soit atteint ou non.
- La compagnie ne peut pas céder d'actifs R343-10 pour atteindre le niveau limite fixé si cette cession engendre des moins-values trop conséquentes.
- La stratégie d'extériorisation des plus-values est conditionnée au niveau de plus-values latentes (plus les richesses latentes sont importantes relativement au niveau des PM, plus le modèle pourra réaliser un pourcentage élevé de plus-values).

L'un des objectifs de la phase d'investissement est de réaliser des plus-values afin de pouvoir servir le taux de PAB cible aux assurés. Dans certaines limites, il est possible d'entreprendre une reprise de la PPE afin de respecter cet engagement. Lorsque après toutes ces opérations le versement de la PAB cible n'est toujours pas envisageable, l'assuré reçoit une PAB plus faible dans la limite des contraintes de TMG et de taux de PAB réglementaire minimale.

III.2.b.3 Modélisation des achats d'actifs

L'achat d'actifs peut s'opérer instantanément pour les besoins du respect des hypothèses d'une allocation d'actifs. Cependant de nombreux modèles emploient les opérations d'achats-ventes d'actifs pour rester cohérent avec le montant total à investir ou désinvestir (différence entre les flux entrants, primes, remboursements, flux sortants, prestations).

Dans ce cas, la stratégie financière peut s'exprimer en pourcentage de ce flux net ou faire peser sur ce flux la contrainte de rapprocher l'actif de son allocation cible en pourcentage, ce qui conduit à avoir recours à des algorithmes d'optimisation relativement complexes.

Cette allocation cible peut être paramétrée pour évoluer ou rester stable au cours de la projection selon 2 options :

- La première consiste à maintenir dans le temps la composition initiale de l'actif exprimée à la maille choisie du modèle. Puis s'assurer qu'il y ait peu de mouvements d'ajustement dans la première année de projection, notamment lorsque les actifs sont regroupés dans un petit nombre de classe d'actifs ou que le montant de trésorerie initial n'est pas en phase avec non niveau cible.
- La deuxième consiste à faire évoluer l'actif dans un couloir propre à chacun des types d'actifs. L'algorithme permettra de faire tendre la part d'actif vers une cible mais ne

procèdera pas à un alignement systématique sur la part cible. Par exemple, les obligations ne seront pas systématiquement vendues si leur part augmente du simple fait que la part action diminue (cas où les marchés action baissent et où la stratégie est exprimée en valeur de marché) tant que cette part reste inférieure à un plafond.

L'assureur pourrait envisager d'abaisser la durée de son portefeuille tout comme celle du passif. Pour ce faire, il convient de favoriser l'achat d'obligations de maturité courte ou de plus en plus courte, ou à l'inverse la vente des obligations longues tout en gérant les impacts sur la réserve de capitalisation.

Les stratégies généralement appliquées sont des stratégies fixes, en ce sens qu'elles ne dépendent pas de la trajectoire que suivent les indices financiers : l'allocation cible, par exemple est déterminée avant de lancer les simulations stochastiques. Par contre, dans un scénario extrême, la stratégie de vente ou d'achat d'actifs pourrait être différente de celle utilisée dans un scénario médian. Une telle opération se nomme stratégie dynamique.

L'assureur pourrait souhaiter vendre des actions lorsque la poche est en forte plus-value, vendre l'intégralité de la poche action et conserver la trésorerie en cas de conjoncture défavorable. Afin de mettre en place de telles stratégies, il faut revoir les règles de management de PREDICA.

III.2.b.4 Modélisation des ventes d'actifs

En situation de run-off, les opérations d'achat-ventes suivent le signe du montant à investir. L'opération de vente est la plus récurrente.

Plusieurs options sont envisageables :

- La vente proportionnelle à la composition de l'actif au moment de la vente
- La vente avec gestion de priorités
- La vente prioritaire du cash
- La vente sous contrainte d'allocation cible
- Les ventes dynamiques.

La gestion de priorités crée de nombreux paramètres utiles à la modélisation de la stratégie définie, car de nombreux cas sont à considérer. Cela peut aboutir à des résultats peu informatifs. La priorité peut être donnée à la vente de la trésorerie, d'actifs courts ou d'actifs de type action en plus-value ou en plus ou moins-values latentes faibles.

L'assureur doit tout d'abord estimer la mesure de la sensibilité des résultats au paramétrage et d'évaluer la robustesse de ses choix dans des contextes initiaux variés avant de prendre des décisions définitives quant aux choix de modélisation.

Toutefois, la vente par priorité présente des avantages significatifs notamment le contrôle sur la réserve de capitalisation et des provisions de type PRE, PDD.

Il convient pour l'assureur de prendre en compte le niveau de liquidité, ou la moindre liquidité des actifs cédés pour s'assurer du réalisme de la stratégie. Cela exige :

- D'avoir une modélisation de l'actif à une granularité suffisante qui distingue les actifs moins liquides (immobilier, OPCVM, instruments financiers à terme, ...)
- De disposer d'informations ou d'avis d'experts sur la liquidité des actifs dans le pas de temps du modèle.

III.2.b.5 Réalisation des plus ou moins-values

La réglementation française impose une dotation ou reprise de réserve de capitalisation en cas de réalisation de plus ou moins-values obligataires. Il n'est pas commun de rencontrer une stratégie financière qui envisage de se servir dans cette réserve. Ceci nécessiterait une phase délicate de paramétrage au lancement des simulations et un travail de justification (par exemple, la contrainte de l'activité en run-off de la projection des actifs est maintenue tout en respectant le principe de continuité d'exploitation par ailleurs).

Les actions peuvent faire l'objet d'aller-retour afin d'améliorer le taux financier, atteindre le taux cible, ne pas atteindre un taux maximal de plus-values latentes action. Ces allers-retours peuvent s'opérer automatiquement dès lors que la poche se trouve en situation de plus-value latente ou non.

III.2.c Interaction actif-passif

III.2.c.1 Politique de participation aux bénéfices

Dans le modèle ALM de PREDICA, le calcul du taux crédité aux contrats s'effectue par comparaison entre :

- Un taux de participation aux bénéfices servi : déduit des produits financiers réalisés à travers les placements financiers, des termes de distribution contractuels ou commerciaux et de la marge prélevée par la compagnie.
- Un taux de participation aux bénéfices cible : établi en vue de fidéliser la clientèle et de respecter une stratégie commerciale.

Le taux crédité tient compte des réalisations exceptionnelles de plus-values latentes et de la consommation de la provision pour participation aux bénéfices.

Lorsque le taux cible est supérieur au taux servi, cela signifie que la production financière courante n'est pas assez importante pour atteindre le niveau de revalorisation fixé. Des procédures sont envisagées pour pallier ce problème :

- Réaliser des plus-values latentes R343-10 (actifs de diversification)
- Effectuer une reprise de la PPE

Lorsque ces procédures sont mises en place, le taux crédité aux provisions mathématiques correspond alors au taux cible. Celui-ci doit être supérieur au taux minimum garanti.

Dès lors que le taux de participation servi est supérieur au taux cible, le taux crédité aux provisions mathématiques devient le taux cible et l'excédent de produits financiers distribuables est doté à la PPE.

Cependant, la PPE ne devant pas excéder un seuil prédéfini (exprimé en pourcentage des provisions mathématiques). Après la précédente dotation, l'excédent de PPE par rapport à ce seuil est finalement crédité aux PM. Ainsi, le taux crédité peut être supérieur au taux cible.

III.2.c.2 Participation aux bénéfices servie

Les produits financiers en cours de réalisation sont calculés et un taux de richesse latente au canton est déterminé pour chaque canton. La richesse latente correspond au montant de plus ou moins-values latentes R343-10 et de la PPE du canton. Ce taux est obtenu en faisant le rapport entre la richesse latente et les provisions mathématiques (avant la distribution de la PAB) du canton.

Pour chaque canton i sont déterminés les produits financiers $ProdFi_i$ distribuables : ils correspondent aux produits financiers nets de frais financiers, de la marge sur encours et de la marge financière. Les frais financiers sont obtenus en appliquant un taux de frais fixé à la valeur de marché des actifs du canton.

La marge sur encours désigne la somme des marges sur encours obtenues sur chaque poche (correspondant à un agrégat de produits) en fonction du taux prédéfini et des provisions mathématiques de la poche.

La somme des marges financières calculées sur chaque poche permet d'obtenir la marge financière totale. Les produits financiers nets de frais sont répartis par poche au prorata des provisions mathématiques, ensuite est appliqué le taux de distribution des produits financiers PAB_i de chaque poche.

$$MargeFi_i = ProdFi_i \times (1 - PAB_i)$$

$$MargeFi = \sum_{poches} MargeFi_i$$

Le modèle ALM prévoit que l'assureur perçoive sa marge financière sans réduction possible (hors contraintes réglementaires et contractuelles).

Le taux de distribution quant à lui est défini par poche de contrat qui donne les règles d'attributions contractuelles ou commerciales de chaque poche, corrigé du facteur PK_{factor}

$$PAB_i = \text{Max}(85 \%, \text{Min}(100 \%; PAB_{i,c} + (PK_{factor} - PAB_{i,c}))$$

Le facteur PK_{factor} propre à PREDICA est un paramètre qui permet en particulier de lisser le niveau de marge. Il est positivement corrélé au niveau du taux 10 ans.

$PAB_{i,c}$ est la participation aux bénéfices commerciale associée au canton i .

En cas d'insuffisance des richesses latentes c'est-à-dire si le taux de richesses latentes est inférieur à 2% des provisions mathématiques, ce taux est revu à la baisse.

$$PAB_i = 85 \% \quad si \quad \frac{PPE + PMVL^{R343-10}}{PM} \leq 2 \%$$

PMVL : Plus ou moins-values latentes.

Pour chaque canton, les produits financiers distribuables aux poches de passif sont égaux aux produits financiers nets de frais financiers et de la marge de l'assureur. Le montant des produits financiers distribuables est ventilé entre les poches en fonction du poids de chaque poche lors la distribution des produits financiers.

III.2.c.3 Participation aux bénéfices cible

Le taux de participation aux bénéfices est défini à partir du taux de participation aux bénéfices de la période précédente et d'une variation d'un taux de marché exprimée comme un certain pourcentage x de la variation d'un taux de référence TME entre les dates $t - 1$ et t :

$$PAB_{cible}(t) = PAB_{cible}(t - 1) + x\Delta TME(t)$$

Lorsque la richesse de la compagnie est faible, un correctif est apporté à la participation aux bénéfices cible. Notons que la richesse est définie comme la somme de la PPE et des plus ou moins-values latentes des actifs R343-10.

$$PAB_{cible}(t) = \begin{cases} PAB_{cible}(t - 1) - 20bps & si \quad \frac{PPE + PMVL^{R343-10}}{PM} \leq 2 \% \\ PAB_{cible}(t - 1) & sinon \end{cases}$$

L'écart possible entre le taux de participation aux bénéfices cible et le taux zéro coupon 10 ans est limité sur trois ans. Cette force de rappel empêche la PAB cible de diverger durablement des taux longs, considérés comme référence des assurés et de la concurrence.

III.2.c.4 Comportement des assurés

PREDICA modélise le risque résultant d'une modification du comportement des assurés en matière de rachats de contrats. Le risque de rachat est un risque lié à l'évolution des marchés financiers ou à l'incertitude due au futur :

- Une hausse des taux peut entraîner une opportunité d'arbitrage sur le marché offrant un meilleur rendement à l'assuré. Celui-ci est susceptible de prendre la décision de racheter son contrat.
- Un besoin de liquidité pour mener à bien un projet personnel peut entraîner une décision de rachat.

Les facteurs liés à ce risque sont multiples et difficiles à modéliser par nature :

- Caractéristiques de l'assuré, de ses besoins et de ses projets personnels (aspects sociaux culturels).
- Caractéristiques du contrat, de l'ancienneté.
- Contexte économique et financier.
- La réputation de l'assureur

Deux composantes indépendantes et distinctes permettent de modéliser les rachats :

- Une composante statique pour les rachats structurels exprimée par un taux s'appliquant aux provisions mathématiques pour en déduire le flux de sortie
- Une composante dynamique pour les rachats conjoncturels

Rachats structurels

Ces rachats résultent de l'exécution par l'assuré de son droit de rachat défini contractuellement sans aucune influence des variations économiques. Pour modéliser un tel comportement, le modèle ALM se sert des éléments suivants :

- **Loi d'expérience** : pour un portefeuille d'épargne euro, les rachats structurels peuvent être totaux ou partiels. La distinction de ces deux modes de rachats permet d'ajuster et d'être précis dans l'évaluation des versements des prestations dans le temps. Cette distinction favorise aussi une modélisation plus adéquate du nombre de contrats présents en portefeuille. Une telle modélisation des rachats suppose la disponibilité des données appropriées.
- **Le choix des facteurs discriminants** : Il convient de mener des études statistiques afin de sélectionner les variables relatives au comportement de rachat. Les enjeux liés au risque de rachat sont limités par un désavantage fiscal sur les huit premières années de vie du contrat. L'ancienneté est très souvent la principale variable explicative retenue. Comme autres variables nous pouvons citer le taux de revalorisation, le sexe, l'âge de l'assuré.

Rachats conjoncturels

Il s'agit de rachats supplémentaires par rapport aux rachats structurels qui peuvent avoir lieu lorsque l'assuré décide de retirer totalement ou partiellement son contrat au profit d'autres supports financiers (autres types de produits assurantiels). L'assuré est très sensible et influencé par la conjoncture économique, la performance de son contrat.

La modélisation des rachats conjoncturels tient compte de nombreux facteurs tels que le taux servi par l'assureur et le taux attendu par l'assuré. Lorsque le taux servi est inférieur au taux attendu par les assurés, ces derniers seront vraisemblablement amenés à racheter davantage que dans la situation normale.

Le taux de rachats dynamique s'appliquant à l'encours d'épargne du portefeuille de contrats peut s'exprimer de la manière suivante :

- Si le taux servi (R) est inférieur au taux attendu (TA) alors les rachats sont supérieurs aux rachats structurels (RS).

- Le taux de rachats conjoncturels (RC) est fonction de l'écart entre le taux servi et le taux attendu par l'assuré.

On modélise ces hypothèses par :

$$RC(R) = \begin{cases} RC_{max} & \text{si } R - TA < \alpha \\ RC_{max} \times \frac{(R - TA - \beta)}{\alpha - \beta} & \text{si } \alpha < R - TA < \beta \\ 0 & \text{si } \beta < R - TA < \gamma \\ RC_{min} \times \frac{(R - TA - \gamma)}{\delta - \gamma} & \text{si } \gamma < R - TA < \delta \\ RC_{min} & \text{si } R - TA > \delta \end{cases}$$

avec :

- ✓ α seuil en deçà duquel les rachats conjoncturels sont constants et fixés à RC_{max} . Dans ce cas, seul l'écart entre les taux ne saurait expliquer le comportement des assurés.
- ✓ β et γ sont respectivement les seuils d'indifférence à la baisse et à la hausse du taux servi. Entre ces deux seuils, le comportement de l'assuré reste inchangé.
- ✓ δ est le seuil au-delà duquel la diminution du taux de rachat structurel est constante et fixée à RC_{min} . Ce n'est plus l'écart de taux qui explique le comportement des assurés.

Ces interprétations peuvent être schématisées de la manière suivante :

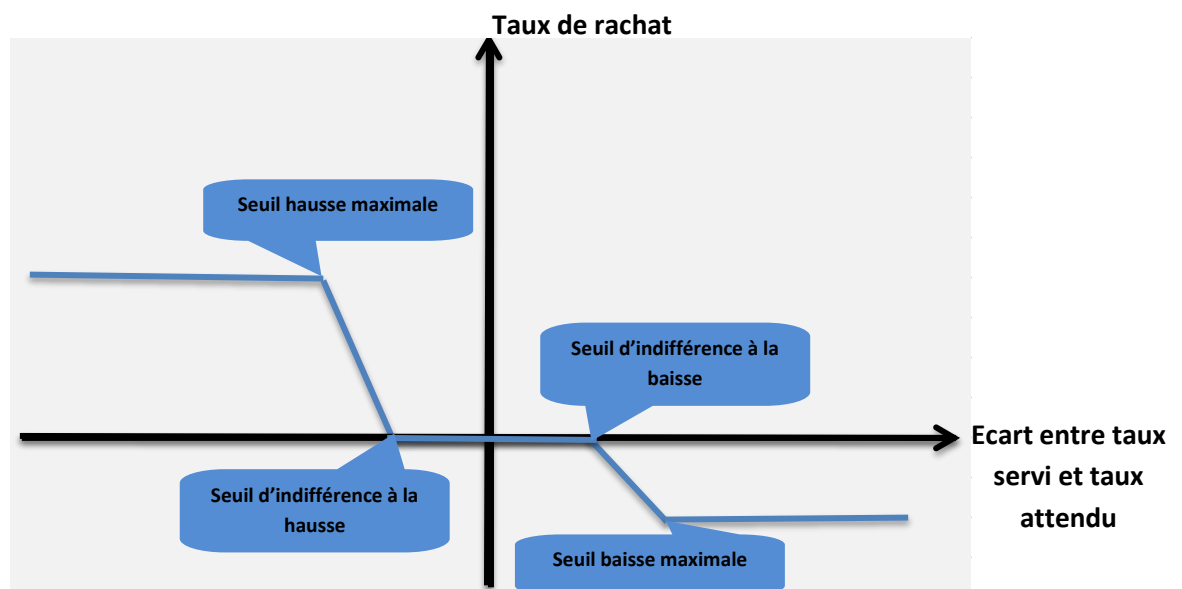


Figure 7 : comportement du taux de rachats conjoncturels

Les interactions actif-passif se font par l'intermédiaire du taux servi. Ce taux est calculé entre autre à partir des rendements des actifs et il est utile au calcul des prestations et primes choquées.

III.3 Module d'optimisation d'allocation

L'objectif de ce module est de déterminer l'allocation d'actifs qui maximise la fonction objective (la valeur actuelle des profits futurs) sous contrainte de minimiser le niveau d'exposition au risque et de rémunérer les contrats au taux servi modélisé. La principale difficulté réside dans la détermination de la fonction objective car les profits générés sont ventilés sur différents postes comptables (provisions,...) et extra comptables (plus-values latentes). La détermination de l'allocation optimale nécessite de capter la richesse générée dans sa globalité.

III.3.a Méthode du module d'optimisation

La méthode du module repose sur des simulations Monte Carlo. Cette approche permet d'optimiser l'allocation selon son adéquation avec les engagements du passif.

Pour une allocation cible testée, M trajectoires simulées du portefeuille sont construites. On peut alors définir :

- Un ou plusieurs indices de qualité par trajectoire, formalisés par des fonctions U_1, \dots, U_n à valeurs dans l'ensemble des réels, où n est le nombre d'indices de qualité choisis. Un indice de qualité peut correspondre au rendement moyen du portefeuille pour une trajectoire, la volatilité du portefeuille sur cette trajectoire, la valeur du portefeuille à l'horizon de projection...
- Pour chaque indice de qualité défini, une fonction d'agrégation des différentes trajectoires $f_i : R^S \rightarrow R$. Cette fonction d'agrégation peut être une moyenne, un quantile...

Pour chaque indice de qualité $U_i, i = 1, \dots, n$ défini, on calcule la valeur :

$$f_i(U_i(m_1), \dots, U_i(m_M))$$

avec m_1, \dots, m_M les différentes trajectoires du portefeuille pour l'allocation cible testée.

Cette opération est réitérée pour plusieurs allocations afin de les comparer.

III.3.b Fonctionnement du module d'optimisation

La description du fonctionnement du module d'optimisation est schématisée par :

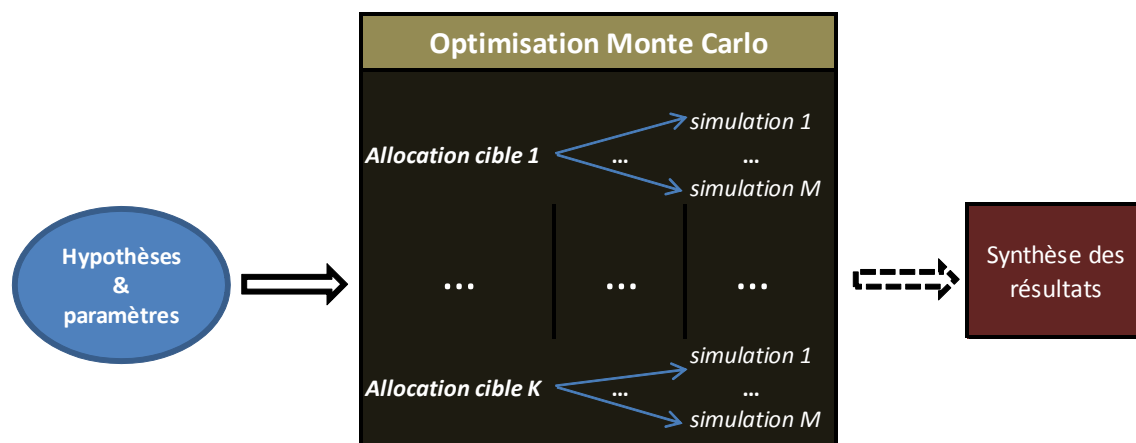


Figure 8 : Module d'optimisation

- Les hypothèses et paramètres définissent les caractéristiques du module d'optimisation (courbe de taux sans risque, prime de risque, nombre de simulations, ...).
- Chaque allocation testée suit la méthode d'optimisation Monte Carlo décrite précédemment. Puis elle est notée en fonction des critères de rendement, de risque et de taux servi.
- La dernière étape consiste à synthétiser les résultats sous forme de frontière efficiente afin d'identifier la zone d'intérêt (ensemble des allocations qui offrent de meilleurs rendements en fonction du risque encouru) ainsi que la distribution du taux servi.

La complexité de cette méthode repose sur le fait qu'elle nécessite un grand nombre de simulations.

Les hypothèses et les modèles présentés dans cette partie du mémoire sont des composantes utiles à la création des tables stochastiques en monde réel. Associées à ces tables, les règles de management de PREDICA décrites précédemment sont les éléments utiles et nécessaires pour la projection du bilan et du compte de résultats. Enfin le module d'optimisation qui est la dernière étape du processus nous permet de classer les différentes allocations cibles testées durant cette étude en fonction des différentes contraintes retenues. Avant de passer à l'analyse des résultats de cette étude, il serait important de montrer les effets du contexte de taux bas prolongé sur l'activité d'une compagnie d'assurance vie.

IV. Taux d'intérêts bas.

IV.1. Contexte

Aux états-unis, dans la zone euro, au japon et au Royaume-Uni, les taux directeurs des banques centrales sont aujourd'hui quasiment à zéro, tandis que les rendements des obligations d'état à long terme ont atteint de nouveaux plateaux à moins de 0,2 % pour le bond du Trésor Allemand à 10 ans et l'OAT⁵ 10 ans en France. Par ailleurs les rendements sur toute une série d'obligations à court et moyen terme sont devenus négatifs.

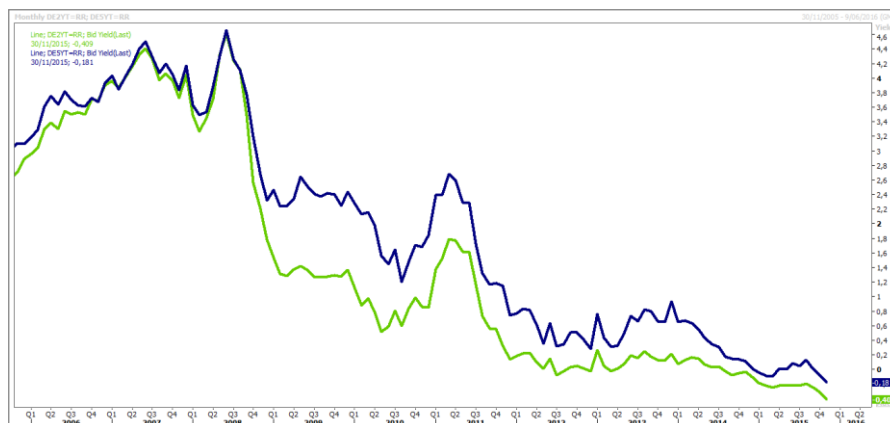
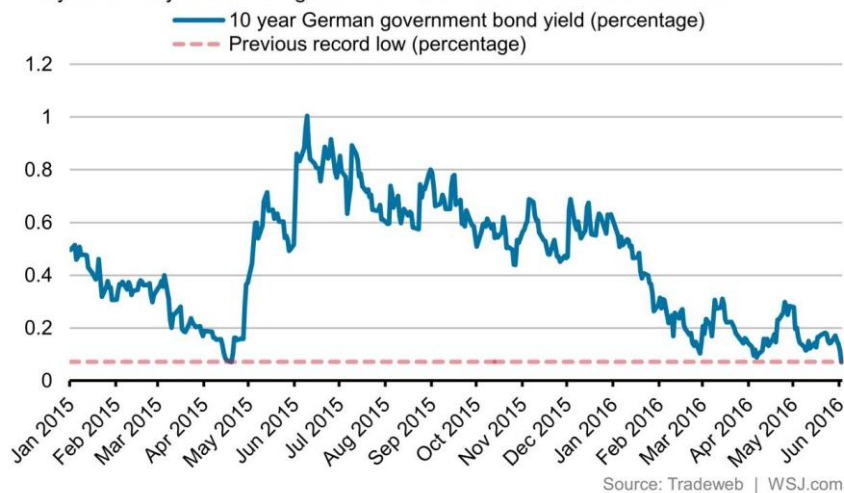


Figure 9 : comportement du Bund 2 et 5 ans

Bund Yields

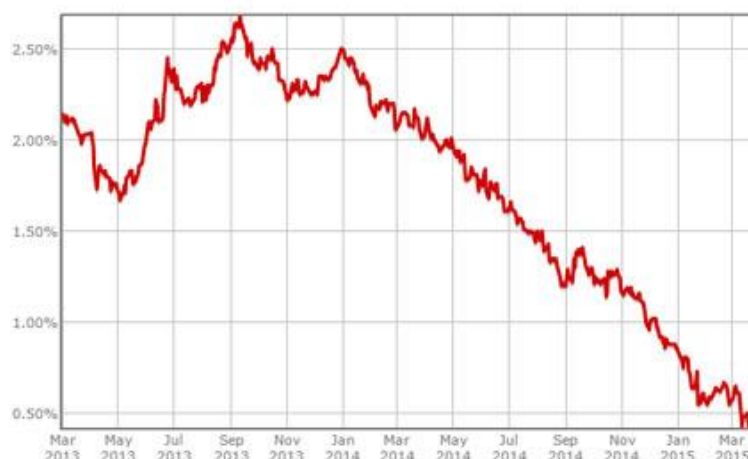
The yield on 10 year German government debt closed at its lowest level ever



Source: Tradeweb | WSJ.com

Figure 10 : Evolution du Bund 10 ans

⁵ Les Obligations Assimilables du Trésor (OAT) sont des emprunts que la République française émet depuis plus de 25 ans, pour financer les besoins de l'Etat à long terme.

EVOLUTION DU TAUX A 10 ANS POUR LA FRANCE sur les 24 derniers mois

(Source: Agence France Trésor)

Figure 11 : Evolution de l'OAT 10 ans

Aujourd'hui, les investisseurs payent effectivement les gouvernements perçus sans risque pour leur prêter à court et moyen terme. Une telle situation peut s'expliquer par le fait que les opérateurs économiques effectuent une faible anticipation de l'inflation. Les taux d'intérêts nominaux à long terme reflètent en partie une prime d'inflation, qui compense l'investisseur pour la perte potentielle du pouvoir d'achat de la monnaie tout au long de la durée de vie du titre. Mais les taux d'intérêts réels (ou corrigés de l'inflation) sont également tombés à des niveaux très bas, ce qui peut être une indication d'une dégradation des perspectives de croissance à plus long terme.

IV.2 Quantitative Easing (QE)

Une explication plausible du niveau actuel des taux serait la pénurie d'actifs sans risque. Cela pourrait être la conséquence du programme d'achat massif d'obligations d'État orchestré par les banques centrales. Cette opération appelée quantitative easing (QE⁶) ou assouplissement quantitatif a pour but de soutenir l'économie des pays de la zone euro. A contrario, cette mesure pèse sur les rendements futurs des fonds euro car ceux-ci sont investis à environ 85 % en obligations d'État.

Cette opération qui consiste à apporter plus de liquidité sur le marché engendre une émission accrue d'obligations souveraines et par conséquent pousse leurs taux à la baisse. Aujourd'hui, ces taux atteignent déjà des niveaux très bas (0,8 % pour l'OAT 10 ans).

IV.3 Approche réglementaire (loi Sapin 2)

L'article 21 bis de la loi Sapin 2 du 8 Juillet 2016 envisage une situation de crise sévère pour les assureurs, qui proviendrait soit d'une prolongation des taux bas voire négatifs, soit au contraire d'une forte remontée qui ferait chuter la valeur des obligations existantes (prévenir l'apparition de

⁶ Cf MOLÉ-GENLIS C. (2015) *Comment les mesures de la BCE vont peser sur les fonds en euro ?* L'ARGUS de l'assurance

mouvements de hausses excessives sur le prix des actifs de toute nature ou d'un endettement excessif des agents économiques). Cette loi prévoit de :

- Limiter temporairement l'exercice de certaines opérations ou activités, y compris l'acceptation de primes ou versements.
- Suspendre ou restreindre temporairement la libre disposition de tout ou partie des actifs.
- Suspendre, retarder ou limiter, pour tout ou partie du portefeuille, le paiement des valeurs de rachats, la faculté d'arbitrages ou le versement d'avances sur le contrat.

Concrètement, les clients de l'assurance-vie verraient le versement de leurs primes s'arrêter et ils ne pourraient plus racheter leurs contrats.

IV.4 Impact sur la politique financière d'une compagnie d'assurance-vie.

IV.4.a Côté actifs

En assurance-vie, les obligations d'états sont les titres financiers les plus privilégiés car celles-ci offrent une garantie de remboursement tout en permettant d'engranger des intérêts fixes. Etant extrêmement sensibles aux taux d'intérêts, les obligations sont en plein cœur de cette tourmente économique et on observe une dégradation progressive de leurs rendements. Dans une telle situation, les performances des obligations sont pénalisées de deux manières. D'une part, les obligations récemment émises délivreront des coupons relativement faibles. D'autre part, les prix de marché actuels des obligations étant très élevés, une hausse des taux génèrerait une baisse brutale de leurs prix et ainsi des pertes sur les titres du portefeuille.

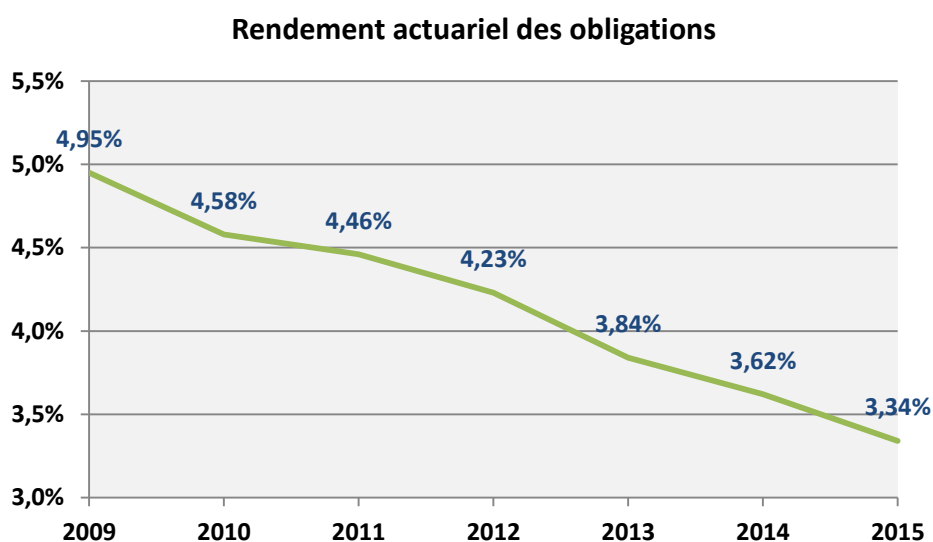


Figure 12 : Rendement actuariel des obligations d'une compagnie d'assurance vie

Entrer en possession d'une obligation émise avec un taux d'intérêt négatif signifie qu'il faut rémunérer l'emprunteur notamment un état souverain afin de lui prêter de l'argent. Dans cet environnement, on constate que cet investissement quasiment sans risque ne permet plus d'espérer le rendement nécessaire aux versements des prestations. En termes de coût d'opportunité du

capital, il est important d'investir aujourd'hui en obligations à un coût d'opportunité maximal. Autrement dit, la rentabilité offerte sur les marchés financiers à laquelle on renonce en privilégiant des obligations d'États est importante. Il s'agit donc d'élargir le périmètre d'investissement afin de trouver d'autres sources de rendement.

Dans la situation actuelle, les prix des obligations détenues dans le portefeuille seront surenchérés sur les marchés financiers. Il serait certes bénéfique de vendre ces titres détenus à court terme et de réaliser des plus-values latentes, mais cela est sans compter sur le réinvestissement des liquidités dégagées suite à la vente. Le rendement des nouveaux actifs apparaît insuffisamment rémunérateur pour respecter les engagements antérieurs à long terme.

Cependant en cas de hausse brutale des taux, la valeur de marché des obligations se détériore. Ceci engendrerait la réalisation de moins-values latentes sur le portefeuille obligataire acheté à taux bas et conduirait à des pertes effectives en cas de revente immédiate du portefeuille. Une hausse des taux serait perçue comme un risque énorme si elle se déroule de manière inopinée et durable.

IV.4.b Côté Passif

Le niveau de taux d'intérêt génère des problématiques au passif du bilan. Ces problématiques naissent avec l'emploi des taux d'actualisation qui surenchérissent la valeur du passif. Au-delà de cet effet mécanique, c'est tout le processus de valorisation des engagements futurs qui est impacté.

IV.4.c Côté actif-passif

Afin de pouvoir respecter leurs engagements, les compagnies d'assurance placent majoritairement à long terme leurs investissements dans des actifs à revenus fixes de type obligations souveraines ou d'entreprises de bonne qualité. Celles-ci offrent un rendement donnant la possibilité, avec une forte probabilité, de servir les sorties de portefeuilles. Ces sorties sont majoritairement des rachats. Cette allocation d'actifs engendre un risque de taux pouvant se matérialiser sur les profits, le coût du capital et la liquidité.

Les profits du domaine assurantiel correspondent à la marge entre le rendement du portefeuille d'actifs et les taux crédités aux clients. Pour les supports euro, ces taux sont établis contractuellement et ne peuvent donc pas être abaissés. Dans l'environnement économique actuel, les rendements des investissements peuvent ne plus être assez suffisants pour faire face aux engagements contractés auprès des assurés. Concernant la liquidité, le contexte économique peut engendrer un déséquilibre bilanciel. Les assureurs visent à faire correspondre les flux de l'actif avec ceux du passif pour éviter d'avoir à mettre en place des réserves supplémentaires. L'adaptation des sociétés d'assurance à l'évolution des taux est nécessaire. Dans ce cadre, il est nécessaire pour elles d'identifier les scénarios économiques contre lesquels elles doivent se prémunir.

V. Stratégie financière

V.1 Stratégie d'actifs

Cette étude de diversification en monde réel consiste à déterminer l'allocation d'actifs à long terme (allocation cible) qui maximise l'augmentation de la valeur actuelle des profits de l'assureur tout en minimisant l'indicateur lié à la distribution des pertes économiques (mesure du quantile des rendements des actifs et du taux servi sur l'ensemble des simulations), le temps de calcul et en adossant les flux de passif. L'avantage de cette méthode réside dans le fait qu'elle prend en compte les critères à la fois techniques (augmentation des profits de l'assureur, adéquation avec les engagements du passif) et pratiques (le temps de calcul). A partir de ces critères de projection rendement-risque, sera déduit un ensemble de portefeuilles encore appelé zone d'intérêt dans lequel l'assureur sélectionnera le portefeuille optimal en fonction de son niveau d'aversion au risque ou de sa fonction d'utilité. Le niveau d'exposition au risque est quantifié par l'indicateur du risque de décrochage dont les détails seront donnés dans la suite.

L'étude d'allocation sera menée au moyen d'une table stochastique dont la vision des taux à long terme est de 4,2%. Puis cette étude sera comparée à celle menée grâce à une table stochastique dont la cible des taux à long terme est de 2% pour refléter la conjoncture des taux bas. Le but étant d'adapter la politique financière de la compagnie à un contexte économique où la tendance baissière des taux serait prolongée.

V.1.a Allocation d'actifs

V.1.a.1 Portefeuilles de PREDICA

▪ Portefeuille d'actifs

Cette étude est réalisée sur un portefeuille fictif dont les caractéristiques sont :

Portefeuille à fin Décembre 2015	Proportions	Valeur de marché (Md€)
- Actions & Assimilés	12%	10
- Instruments de taux	5%	4
- Immobilier & Assimilés	4%	3
Total portefeuille de diversification	21%	17
Obligations de type R343-10	79%	66

Figure 13 : Portefeuille fictif d'actifs

Ce portefeuille permet de bénéficier de rendements potentiellement élevés dans le cas d'un marché orienté à la hausse. Il crée en contrepartie de la volatilité (dans les comptes IFRS mais aussi normes françaises) qui elle-même est compensée pour partie par le bénéfice de la diversification avec le portefeuille de taux.

▪ **Portefeuille du passif**

Le portefeuille nécessaire à notre étude est constitué uniquement de produits d'épargne euro. Ce fonds euro représente 82% des provisions mathématiques de PREDICA. Le reste du portefeuille est partagé entre les unités de compte (17%) et des produits de prévoyance (1%). Le taux de PAB moyen servi aux assurés est d'environ 2% et la PPE vaut environ 5 M€.

V.1.a.2 Hypothèses d'étude

Les profits sont actualisés en se basant sur la courbe des taux sans risque (taux swap avec ajustement de crédit et prime d'illiquidité) auquel on associe une prime de risque forfaitaire de 4,5%. Cette prime de risque reflète l'exigence des investisseurs quant à la rémunération des profits. Elle est semblable à la prime de risque réclamée pour les actions et dividendes.

Une étude a par ailleurs été faite en risque-neutre et montre l'impact du référentiel solvabilité 2 sur l'allocation. Celle-ci ne fera pas l'objet de ce mémoire.

L'indicateur de performance employé lors de l'étude est la somme des profits de la compagnie actualisée sur 30 ans. Pour ce faire, les métriques sont les suivantes :

- **Indicateur de moyenne** correspondant à la moyenne des valeurs actuelles nettes des profits de PREDICA
- **Indicateur de risque de moindres profits ($Var_{10\%}$ des VAN des profits)** permettant d'évaluer le niveau de profits ou de pertes en cas de survenance d'un scénario extrême. Celui-ci correspond au profit ou à la perte endossé en moyenne tous les 10 ans par la compagnie. L'étude se déroulant dans un contexte de pilotage, cette variable traduit la rentabilité de la compagnie. Plus il est important plus la compagnie est profitable.
- **Indicateur de risque de décrochage ($Moyenne - Var_{10\%}$ des profits)** : La stratégie long-terme de la compagnie est conçue suivant le scénario espéré. Sur un scénario extrême, la stratégie long-terme risque de ne plus être adaptée. L'indicateur de décrochage permet de mesurer l'écart entre les profits en scénario central et les profits en scénario extrême. Il permet donc de mesurer la robustesse de la stratégie financière face à la volatilité de l'environnement économique. Plus il est important, plus la perte est maximale. Cet indicateur est imposé par PREDICA pour mener l'étude d'allocation.

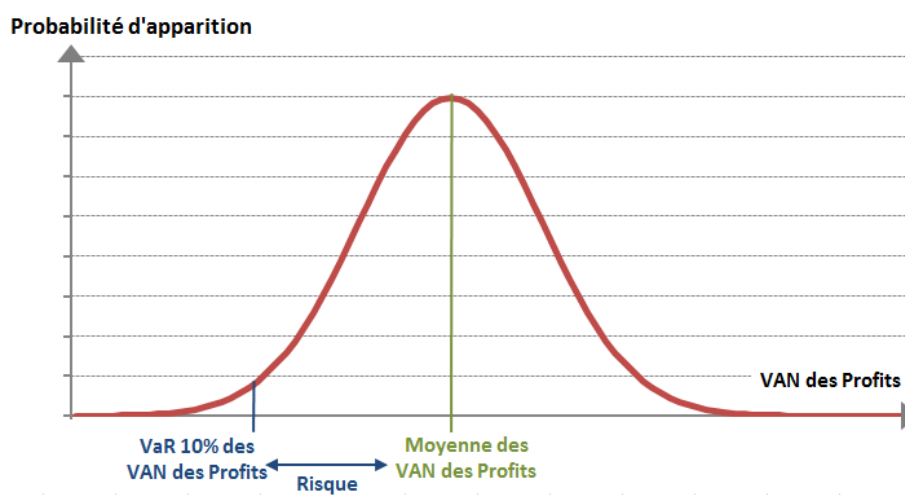


Figure 14 : Illustration du risque de décrochage

Les profits de la compagnie sont actualisés avec la courbe de taux sans risque qui en réalité correspond à la courbe de taux swap ajustée par la prime de liquidité et le spread de crédit.

V.1.a.3 Méthode

Lors de cette étude, nous avons observé différents niveaux d'allocation cible des actifs de diversification (R343-10) en univers réel et observer le comportement du couple rendement/risque. Nous testerons 18 allocations notées alloc [1-18]. Ces allocations évoluent en augmentant la part d'actifs de diversification dans le portefeuille de PREDICA. Le passage d'une allocation à une autre se fait par pas de 1%. Les niveaux d'allocations seront situés autour de la situation centrale de PREDICA au 31/12/2015.

Chaque changement d'allocation interviendra à la date de projection soit $T = 0$.

- Concernant la baisse de la part d'actifs R343-10 :
 - Des ventes de titres diversifiés sont simulées à la date de projection.
 - Des obligations 10 ans au pair sont acquis grâce aux produits de ces ventes.
 - Les plus-values réalisées ne sont pas extériorisées.
- Concernant la hausse de la part d'actifs R343-10 :
 - Les achats de titres diversifiés sont réalisés à partir d'un emprunt en cash.
 - Le modèle de PREDICA se chargera de rembourser l'emprunt en cash dès la 1^{ère} année de projection. Il s'attèlera à vendre les titres nécessaires à l'achat des titres diversifiés.

Durant les différentes opérations, les actifs de diversifications sont impactés à l'exception de l'immobilier considéré comme peu liquide, les participations qui sont régies par des conditions particulières et enfin les OPCVM taux.

La distribution des richesses pour chaque niveau d'allocation est obtenue grâce à la table stochastique monde réel construite à laquelle on associe le modèle du passif de la compagnie.

Chaque allocation est simulée sur 5 000 scénarios projetés sur 30 ans mais pour limiter les risques opérationnels, temps de calcul et espace mémoire, nous avons exploité les 1 000 premiers scénarios pour l'étude. Ceci ne change pas la conclusion de l'étude.

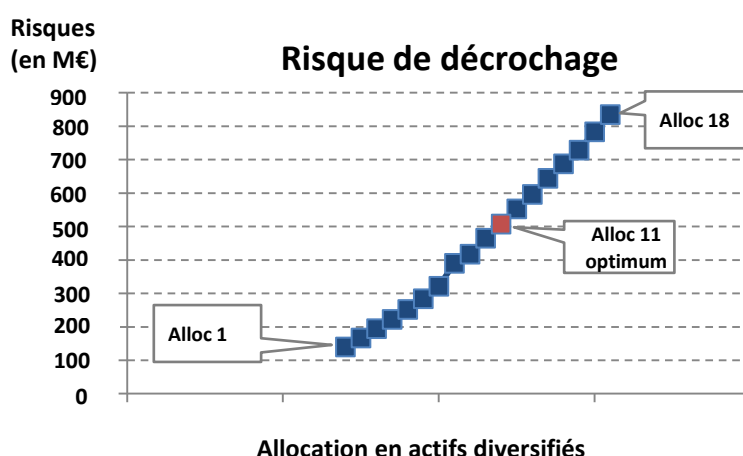
V.1.b Analyse des résultats

L'analyse des résultats se fera selon une approche assureur-assuré. D'un point de vue assureur, la performance sera caractérisée par la valeur actuelle nette des profits futurs (PVFP) tandis qu'elle sera représentée par le taux de revalorisation de l'épargne ou taux servi pour l'assuré.

V.1.b.1 Point de vue assureur

Il est important de noter que la proportion d'actifs diversifiés est définie comme une cible dans notre modélisation : sa réalisation dépend des scénarios financiers et des différentes contraintes en termes d'allocations d'actifs et de PAB.

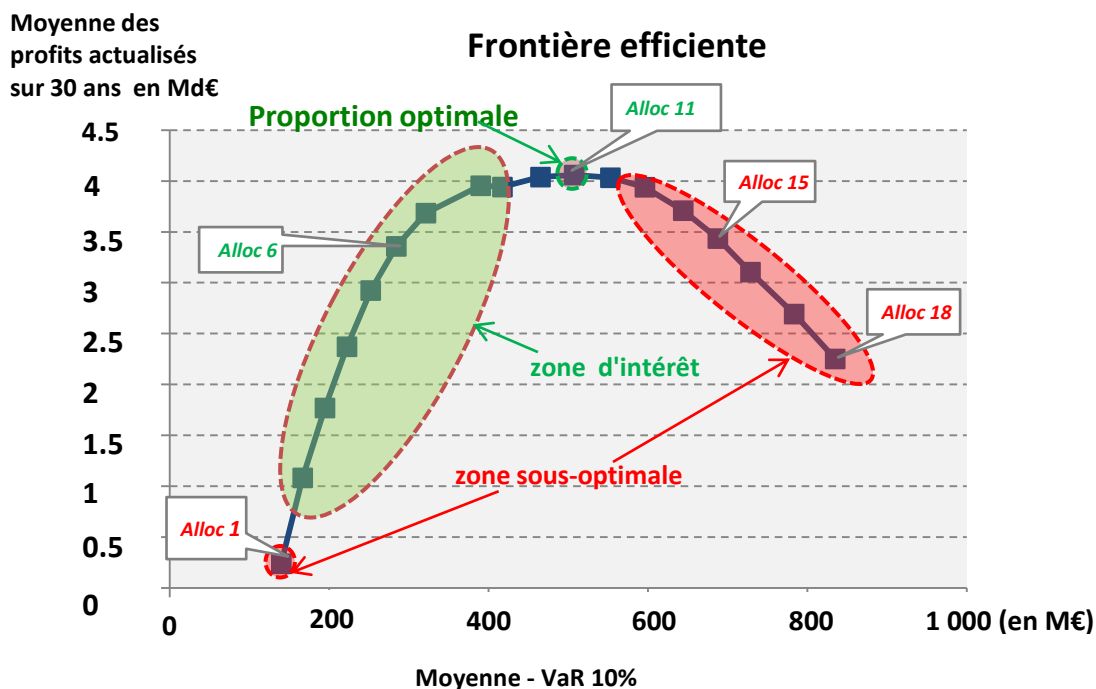
En observant le comportement du risque en fonction du niveau d'allocation en actifs de diversification :



On constate que le niveau du risque de décrochage auquel est soumis l'assureur est linéairement croissant en fonction du niveau d'allocation. Autrement dit plus l'assureur détient des parts actifs de diversification dans son portefeuille, plus il est exposé à ce risque. La détention d'un niveau important d'actifs diversifiés induit une baisse progressive du risque de moindres profits ($Var_{10\%}$). On en conclut que PREDICA devient peu profitable en possédant des parts importantes d'actifs diversifiés.

Nous choisissons de représenter les résultats sous forme de frontière efficiente car c'est un indicateur clé du pilotage de PREDICA. Notons que lorsque les conditions sont favorables, les profits de l'assureur correspondent aux chargements tandis que dans des conditions défavorables, le risque de l'assureur peut exploser car il endosse toutes les pertes. Nous choisissons de présenter les profits avec une échelle arbitraire par soucis de confidentialité.

Le schéma ci-dessous représente le niveau des profits générés en fonction du risque encouru.



La courbe efficiente obtenue avec la cible de taux long terme de 4,2% présente :

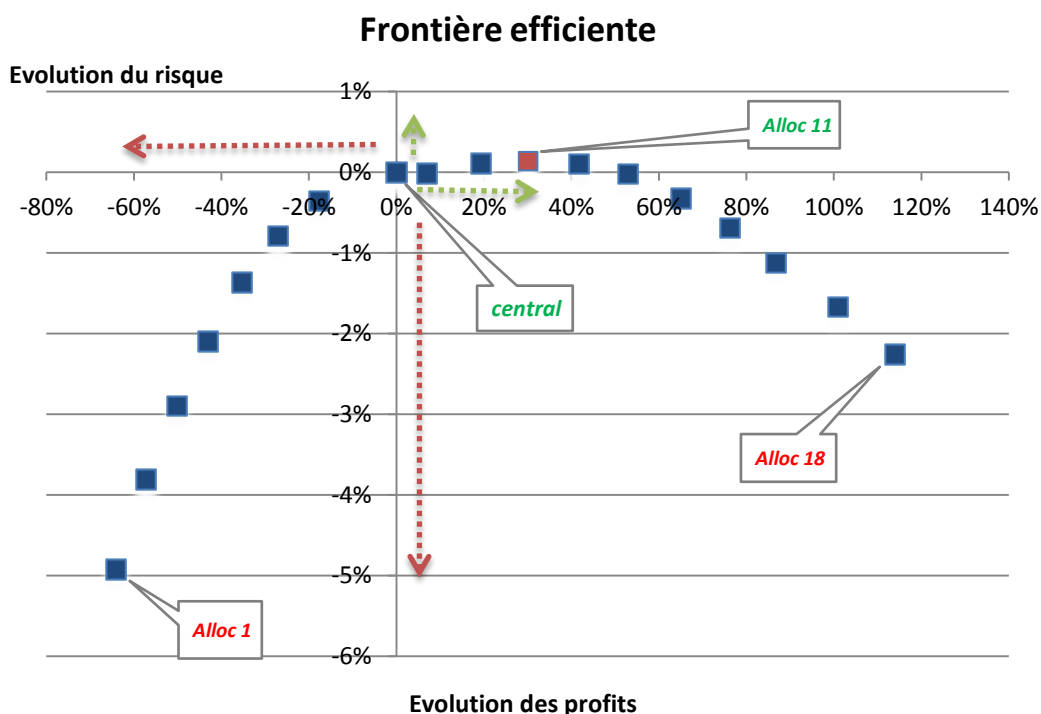
- **Une zone sous optimale** : qui représente l'ensemble de portefeuilles qui offrent un rendement peu significatif au vue du risque encouru par la compagnie.
- **Une zone d'intérêt** : constituée de portefeuilles offrant de meilleurs rendements au vue des contraintes fixées par la compagnie.
- **La proportion optimale** : correspond au portefeuille offrant le rendement le plus significatif selon l'appétence au risque.

La zone d'intérêt présente une pente abrupte sur lequel les profits croient rapidement sans prise de risque importante de la part de l'assureur. Il s'agit d'une zone de confort pour l'assureur. Notons que la proportion optimale ne définit pas le portefeuille optimal. Car le portefeuille optimal correspond au portefeuille dont la part d'actifs maximise la fonction d'utilité de l'assureur. Toutefois, cette proportion optimale correspond au seuil limite au-delà duquel l'assureur ne pourrait investir quel que soit sa fonction d'utilité.

Cette courbe révèle également :

- Une croissance rapide des profits pour les allocations [1-8] tandis que le risque encouru est entre [180 – 400] M€.
- Une légère stabilité des profits entre les allocations [9-10] avec une prise de risque moins importante avant d'atteindre le point d'inflexion.
- Le point d'inflexion est obtenu en prenant un risque quantifié à 500 M€.

Pour limiter l'influence de l'échelle arbitraire dans notre interprétation, nous avons représenté la frontière efficiente en fonction du couple rendement/risque supplémentaire par rapport au scénario central (alloc 8) de PREDICA au 31/12/2015.



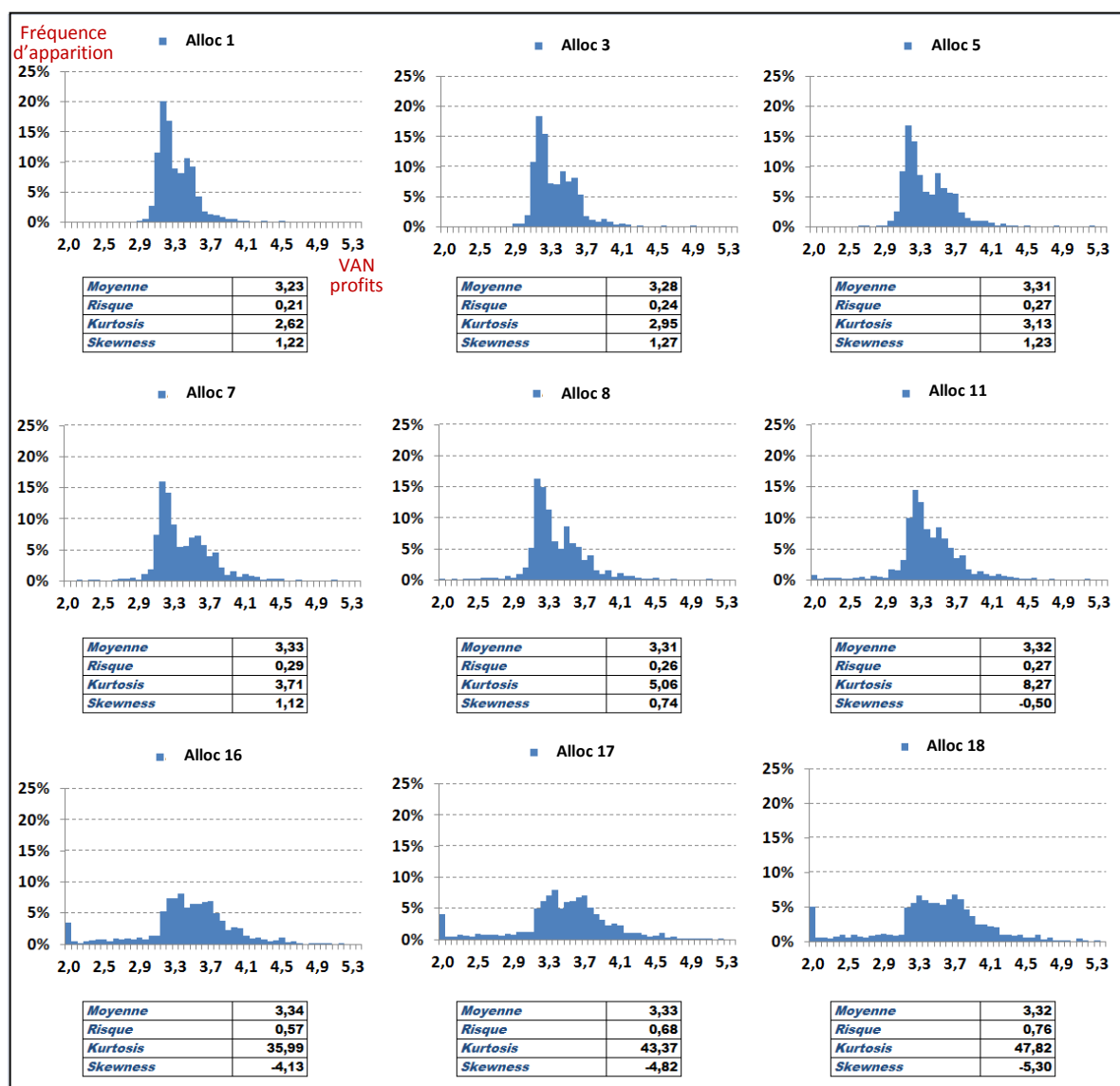
A partir du scénario central, cette courbe présente :

- Une baisse rapide des profits jusqu'à -5% lorsque le risque de décrochage diminue. Cette situation est observable lorsque la part d'actifs de diversification est considérablement réduite [Alloc 1 – Alloc 10].
- Une hausse des profits d'au plus 0,5% jusqu'à atteindre l'allocation optimale (Alloc 11) avec une prise de risque supplémentaire d'environ 30% par rapport au scénario actuel du portefeuille.
- Une baisse lente des profits lorsque la prise de risque devient importante [40% - 120%]

Ces résultats sont plutôt en accord avec les attentes de l'assureur. En effet en émettant l'hypothèse selon laquelle les taux atteindront une valeur moyenne de 4,2% à long terme, l'assureur doit augmenter la part d'actifs de diversification jusqu'à un certain seuil limite. Ces actifs génèrent de la richesse supplémentaire tout en respectant le cadre d'appétence au risque de l'assureur.

Pour aller plus loin dans notre analyse, nous pouvons regarder la distribution des profits de l'assureur.

En fonction des allocations, une attention particulière peut être portée sur la distribution empirique des profits. Nous avons choisi de présenter ces distributions pour quelques allocations :



■ **Allocation 1 :**

Le mode (la valeur la plus représentée de cette série) est assez important (20%) et proche du profit moyen de 3,21 Md€. La distribution est resserrée autour de la moyenne (risque faible). Le Skewness étant positif, cela révèle une asymétrie orientée vers la droite.

■ **Allocation 7 :**

Le mode est important (au-delà de 15%) et proche du profit moyen 3,33 Md€. le risque encouru est faible car la distribution se fait autour de la moyenne. Avec le skewness positif, La queue de distribution est orientée vers la droite.

■ **Allocation 11 :**

Le mode reste important (environ 15%) et proche du profit moyen 3,32 Md€. La distribution est orientée vers la gauche.

■ **Allocation 18 :**

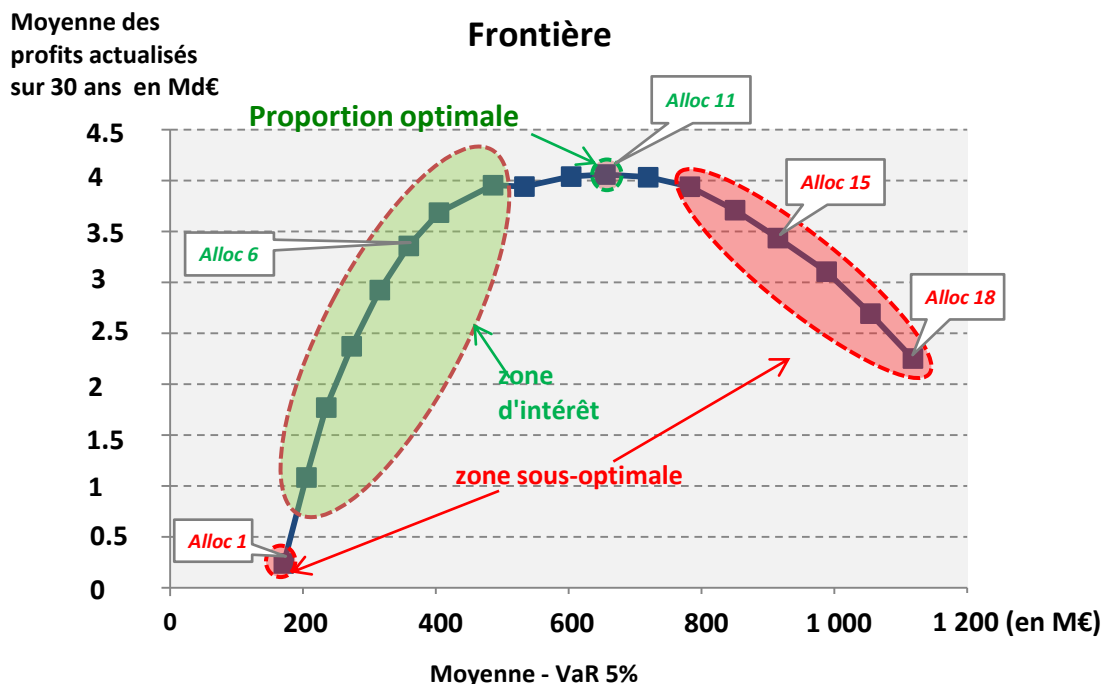
Le mode est faible (environ 7%), la distribution est très étalée autour de la moyenne avec une forte queue de distribution orientée vers la gauche car le skewness est négatif.

Sans surprise, le risque du portefeuille croît en fonction de la part d'actions. Lorsque cette part est importante (alloc 16 - alloc 18), on observe une occurrence importante de scénarios

négatifs qui finissent par altérer le profit moyen de la compagnie. D'autre part la distribution des profits est très étalée dans ces cas de figure.

La distribution des profits confirme le fait qu'il existe un seuil au-delà duquel la part d'actions devient moins rémunératrice et expose davantage au risque l'assureur.

Notons que la métrique employée jusqu'ici fait partie des règles de management de PREDICA. Nous avons décidé de sortir de ce formalisme en modifiant l'indicateur de risque. Nous testons l'indicateur *Moyenne - VaR_{5%}* des profits et nous obtenons la courbe suivante :

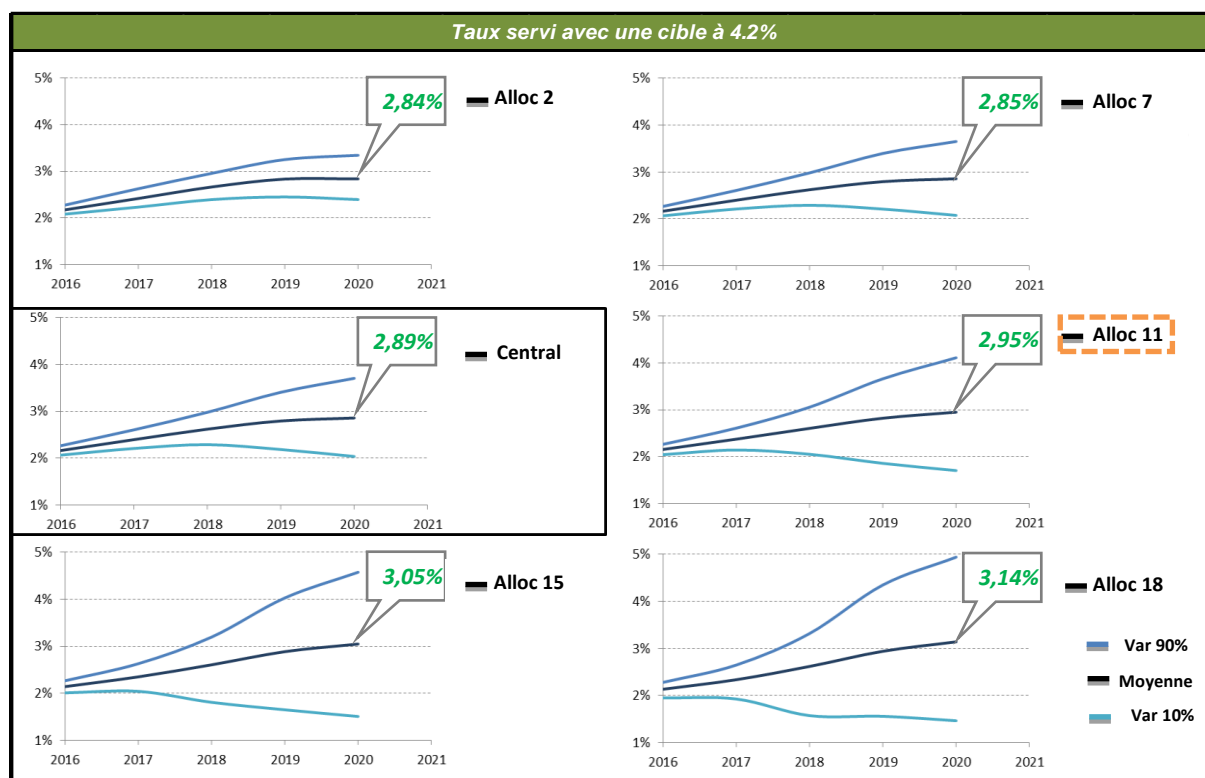


L'allocation optimale ne change pas et offre le même niveau de risque mais en contrepartie nécessite une prise de risque plus importante on peut parler d'effet métrique. Cet effet n'a aucun impact sur la zone d'intérêt mais accroît l'exposition au risque de la zone sous optimale.

On peut conclure que le changement de métrique n'a aucune influence sur les profits de l'entreprise. Par conséquent ne modifie pas les conclusions tirées jusqu'ici. Dans la suite de notre étude l'indicateur du risque de décrochage sera notre principale métrique.

V.1.b.1 Point de vue assuré

Le point de vue assuré s'interprète à partir du taux servi par l'assureur. Plus il est élevé, plus l'assuré est satisfait. Le schéma suivant présente la distribution des taux servis en fonction du niveau d'actifs de diversification détenu par l'assureur.



Pour cette allocation :

- le taux moyen servi à l'assuré croit en fonction du niveau d'allocation d'actifs de diversification.
- le cône de distribution des taux servis est moins déployé avec un taux moyen de 2,89% (scénario central) que celui de l'allocation optimale offrant le taux de 2,95%. Cela induit une forte volatilité des rendements des assurés. On observe de manière générale un décrochage de la distribution de la $Var_{10\%}$ autour de 2%. Ainsi, même dans les scénarios les plus défavorables, l'assuré reçoit un taux de revalorisation relativement important.

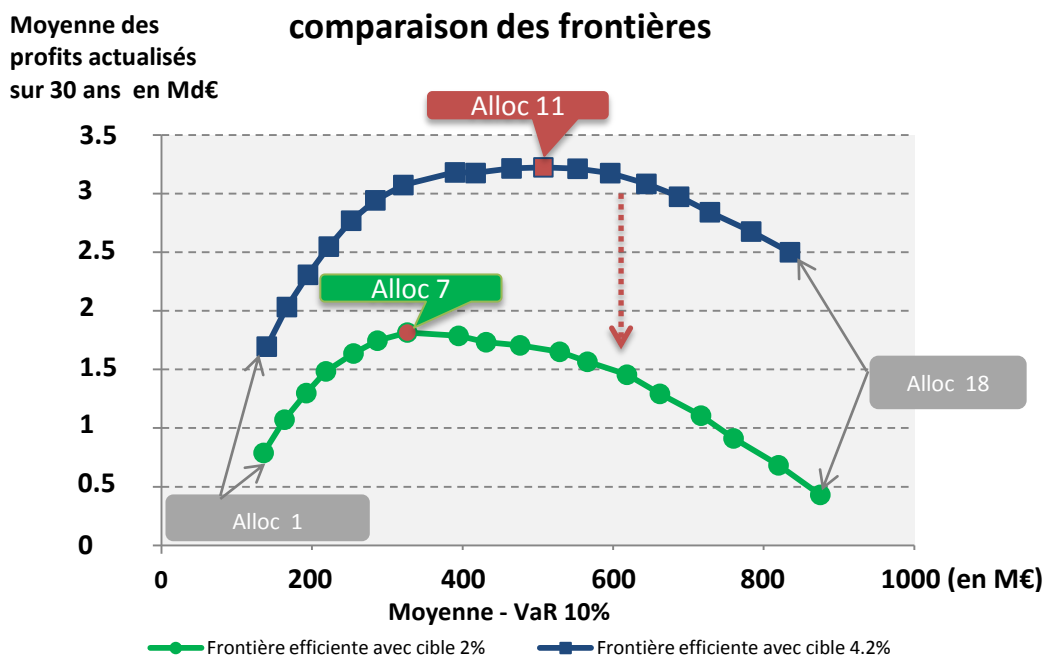
La situation de l'assuré est plus favorable lorsque la part d'actifs de diversification est plus importante. Il bénéficie de meilleurs rendements. Il est couvert contre la baisse du taux servi sauf si l'assureur fait défaut. Cependant, le niveau de volatilité de ces rendements croit de pair avec le niveau de la part d'actifs diversifiés.

V.1.c Étude de sensibilité de la cible des taux à long terme.

L'hypothèse centrale de l'étude jusqu'à présent est de considérer des conditions favorables des marchés financiers pour créer suffisamment de richesse. Cela se traduisant par une cible de 4,2% pour le taux moyen atteint à long terme. Cependant, le portefeuille est actuellement exposé à un environnement de taux très bas voire négatifs pour certaines maturités, qui pourrait s'installer dans la durée. L'assureur doit revoir sa projection en fonction du niveau de la cible des taux à long terme. Celui-ci a été fixé à 2% et une étude de sensibilité a été menée afin d'évaluer l'impact d'une telle situation sur le portefeuille de PREDICA.

V.1.c.1 Point de vue assureur

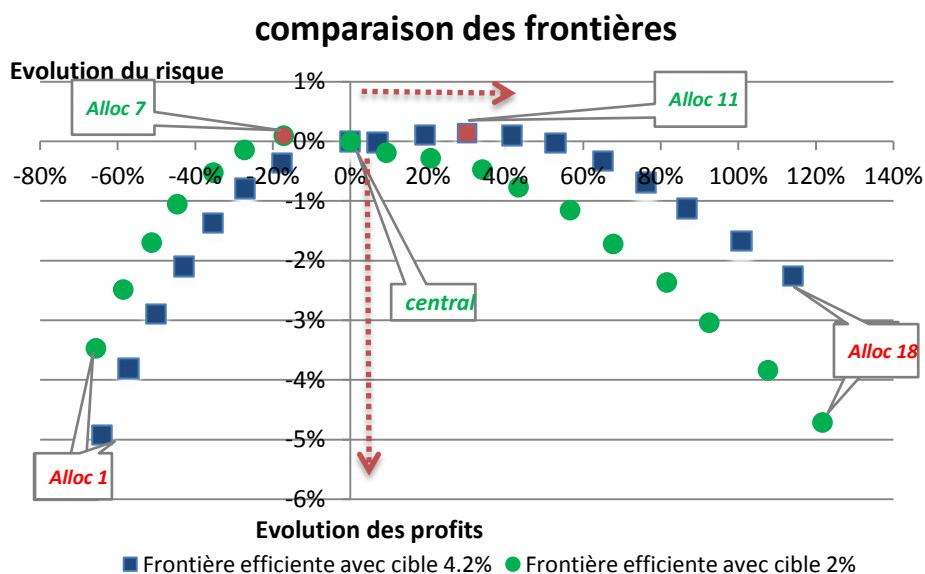
Cette courbe met en exergue l'impact du changement d'hypothèse concernant la cible des taux à long terme sur les profits de l'assureur. Nous comparons les allures des frontières efficientes lorsque les cibles valent 4,2% et 2%.



De ce graphique, on observe :

- une baisse générale des profits lorsque la cible des taux à long terme passe à 2%.
- Le point d'inflexion change. Il passe de l'alloc 11 pour la cible à 4,2 % à l'alloc 7 lorsque la cible est à 2%.
- Le point d'inflexion est atteint en s'exposant à un risque moins important soit 300 M€ lorsque la cible est à 2%.
- Pour la cible à 2%, la zone optimale présente une pente moins abrupte et s'étale dans un intervalle de risque moins important [100 – 370] M€.
- Après le point d'inflexion, on observe une décroissance beaucoup plus rapide lorsque la cible est à 2%.

Le schéma ci-dessous permet de comparer les courbes en prenant comme référence la situation centrale du portefeuille de l'assureur. Il présente l'avantage de supprimer l'impact de l'effet échelle pris en compte et qui influence les analyses précédentes. Il possède également la particularité de présenter les résultats sous forme de niveau de gains et de risques supplémentaires générés par la stratégie par rapport à cette situation centrale.



Lorsque la cible des taux à long terme est à 2%, les résultats présentent :

- Pour une réduction du risque de 18%, on obtient une performance du portefeuille d'environ 0,10%. Cette position offrant l'allocation optimale en actifs de diversification (alloc 7).
- Pour une prise de risque supplémentaire par rapport à la position centrale, le portefeuille voit son rendement s'éroder
- Rajouter du risque supplémentaire n'est pas bénéfique (jusqu'à 5% de perte). De même que réduire le risque de plus de 20% sur le portefeuille central de PREDICA engendre une perte allant jusqu'à 4%.

Au vue des deux stratégies, lorsque les taux sont durablement bas (cible 2%), il est opportun de réduire la part actions dans le portefeuille d'actifs de la compagnie alloc 7 contre alloc 11 pour une cible de taux à long terme de 4.2%.

Ceci peut s'expliquer par le fait qu'en situation de taux bas, les obligations offrent des rendements peu significatifs. Ces actions qui, dans un contexte favorable, ont pour objectif de doper la rentabilité du portefeuille en contrepartie augmente la volatilité globale du portefeuille.

La logique est simple, moins la compagnie est riche moins elle prendra des risques en investissant dans des produits volatils.

D'autre part, en environnement de taux bas, les marchés financiers offrent peu d'actifs à long terme ce qui induit l'infériorité de la maturité des actifs par rapport à celle du passif de PREDICA. En période de rebalancement du portefeuille, PREDICA sera contraint de se doter d'actifs à faible taux d'intérêts. La marge financière s'écartera bien que l'assureur n'offre plus de TMG.

Dans le cas où cette situation perdure, à la date de dénouement de certaines obligations détenues, l'assureur va réinvestir sur des actifs offrant des taux de rendement plus faibles qu'auparavant. Il peut alors se retrouver en incapacité de verser ses prestations dû au faible

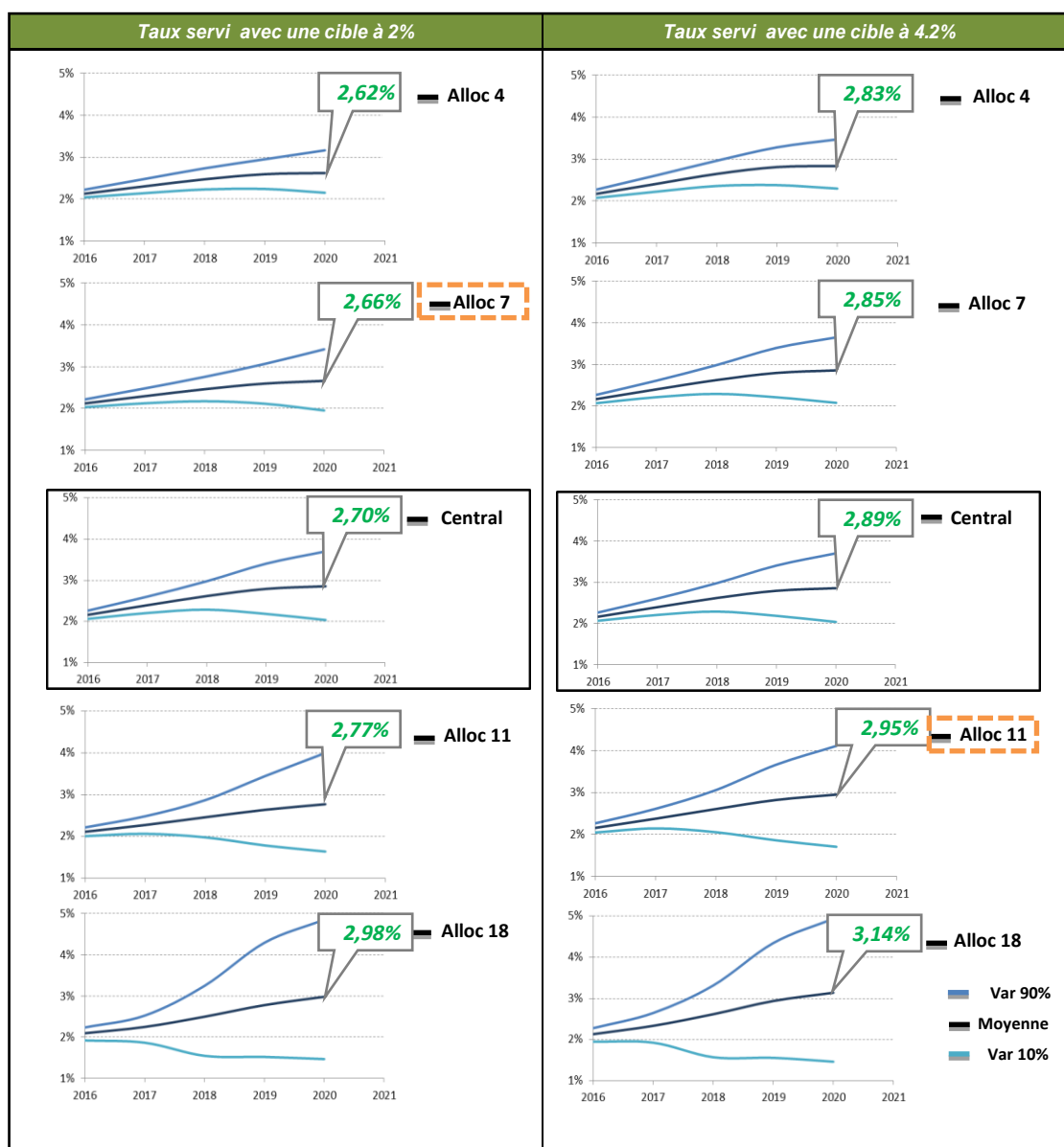
rendement généré par son portefeuille. Dans un autre sens, le prix des obligations d'état augmente et génère donc des plus-values permettant ainsi à la compagnie d'approvisionner sa poche de liquidité nécessaire à la couverture d'éventuels rachats. En contrepartie, la marge financière serait négativement affectée et la couverture des engagements endommagerait les fonds propres. Seuls des nouveaux termes contractuels et la structure des investissements pourraient relancer l'activité de la compagnie sur le fonds euro.

Pour protéger son résultat, la compagnie devrait réadapter la structure de son actif. Une précaution serait d'allonger la durée de l'actif obligataire. Cette manœuvre a pour but d'exposer le portefeuille à une meilleure rentabilité à long terme. Car au vu de la situation, seuls les taux correspondants à des grandes maturités offrent des rendements non négligeables. Pour être en mesure d'estimer le moment opportun pour accroître la durée de son actif, la compagnie devrait entrer en possession d'indicateurs sur la structure de taux.

En cas d'une vision favorable du niveau des taux à long terme, soit une cible de 4,2%, la valeur liquidative du portefeuille d'actifs à revenus fixes de PREDICA serait fortement érodée. Le portefeuille étant soumis au phénomène d'inertie du taux de rendement, l'assureur offrira un taux inférieur à celui du marché. Et à fortiori, serait exposé à la concurrence des jeunes compagnies de la place qui elles offriront des taux plus attractifs. PREDICA serait ainsi soumis à de nombreux risques notamment le risque de liquidation. Pour fidéliser sa clientèle, PREDICA serait amené à vendre ses obligations ce qui induirait la réalisation des moins-values et une dégradation de ses résultats. Dans un cas extrême, si la réserve de capitalisation ne suffit pas à absorber les pertes causées par ces moins-values, l'assureur subirait des pertes.

V.1.c.2 Point de vue assuré

Le tableau ci-dessous permet de comparer les taux de rendement servis à l'assuré en fonction des hypothèses sur les cibles et le niveau de la part d'actifs de diversification du portefeuille.



De ce tableau comparatif on observe:

- le cône de distribution des taux servis est moins déployé avec un taux moyen de 2,66% et une distribution de la $VaR_{10\%}$ qui pointe autour de 2% pour l'allocation optimale (alloc 7) lorsque la cible est à 2%.
- Tandis que lorsque les conditions du marché sont normales, l'allocation optimale (alloc 11) présente un cône distribution plus large avec une moyenne de 2,95% et une distribution de la $VaR_{10\%}$ qui passe en dessous de la barre de 2%. Cela dénote un effet de volatilité plus important.

- Le signe de la corrélation entre le niveau des taux moyens servis et le niveau de la part d'actifs de diversification reste inchangé quelque soit l'hypothèse. Il en est de même pour le profil de risque.

Comparativement, les taux moyens servis aux assurés sont plus avantageux avec la cible de 4,2%. La différence est d'environ 30 bps entre les taux des allocations optimales. L'assuré serait donc très sensible à la stratégie envisagée par l'assureur.

Cela peut s'interpréter par le fait que, le portefeuille sera peu rémunérateur en situation de taux bas. Par conséquent les assurés recevront des rendements plus faibles avec une revalorisation de leur épargne moins volatile en contrepartie. Tandis qu'en cas de conditions favorables des marchés, les assurés recevront des taux plus avantageux mais moins compétitifs sur le marché. Ils auront tendance à racheter leurs contrats d'épargne et les confier auprès de la concurrence.

Toutefois, PREDICA a pu jusqu'ici amortir le choc en profitant des plus-values d'anciennes obligations à long terme et à haut rendement achetées durant les années fastes. Le stock de provisions pour participations aux excédents (PPE) est d'une importance indéniable pour faire face à cette situation. Par contre, si celle-ci s'inscrit dans la durée, PREDICA ne parviendrait plus à réaliser des plus-values importantes et la PPE serait moins approvisionnée. Une révision de la stratégie de gestion de cette réserve et du taux de participation aux bénéfices pourrait être un atout pour réduire l'impact des taux bas et anticiper la réaction des assurés.

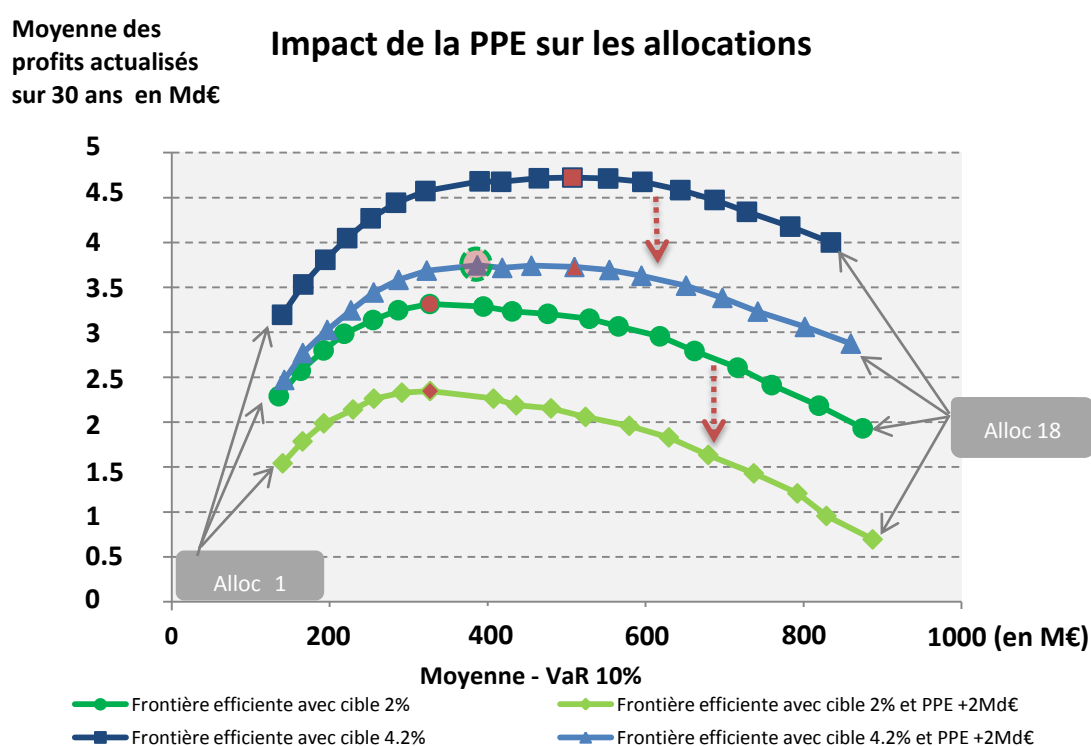
V.2 Stratégie du passif

V.2.a Politique de PPE

Cette provision est un indicateur clé dans le processus de pilotage ALM. Dans le cadre de l'étude, la PPE a été dotée d'un montant supplémentaire de 2 Md€ fictifs via une opération d'achat-venu. Cette opération consiste à céder des titres financiers du portefeuille de PREDICA, puis les rachetés aussitôt afin de forcer la réalisation des plus-values.

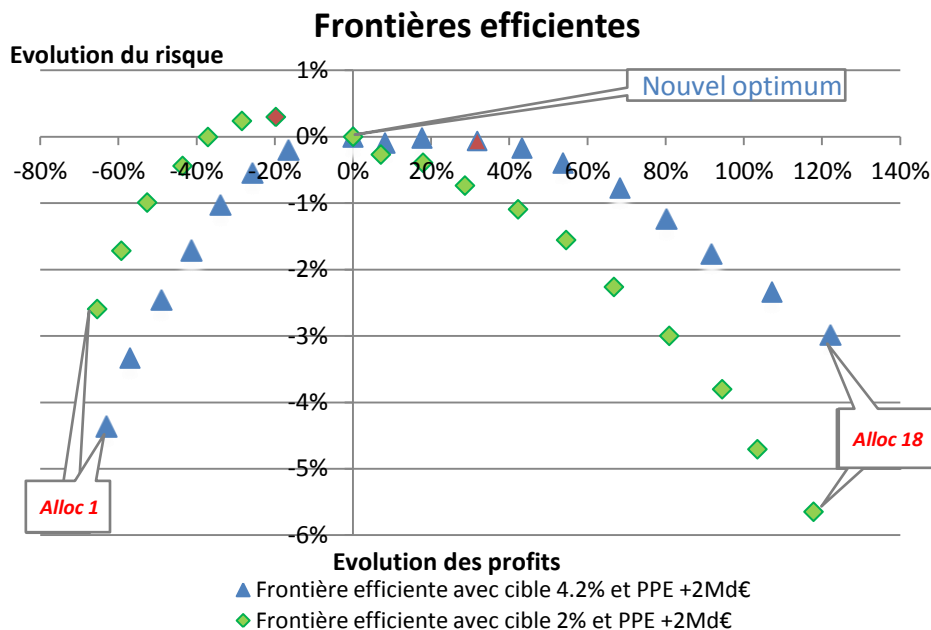
V.2.a.1 Point de vue assureur

Afin d'observer l'impact de la PPE sur notre étude, les frontières efficientes centrales et après choc de la PPE pour les différentes hypothèses sur la cible des taux à long terme ont été rassemblées sur le graphique ci-dessous. Ce graphique permet d'avoir une vision globale sur le comportement des frontières et de mieux les analyser.



- Pour la cible à 4,2% :
 - On observe une translation de la courbe efficiente vers le bas après choc. Cela traduit une baisse générale des profits.
 - Un changement de proportion optimale (légère pentification de la courbe). On passe de l'allocation 11 avant choc à l'allocation 8 après choc. Pour atteindre ce nouvel optimum l'assureur réduit son exposition au risque de 100 M€. l'assureur doit réduire la part d'actifs diversifiés de son portefeuille pour atteindre ce point d'inflexion.
- Pour la cible à 2% :
 - On observe une baisse générale des profits car la courbe translate vers le bas après choc.
 - Le point d'inflexion reste le même. Donc pour une même exposition au risque, on obtient un rendement moins important.

En allant plus loin dans notre analyse, on observe le comportement des frontières après choc à partir de la position centrale du portefeuille de PREDICA.



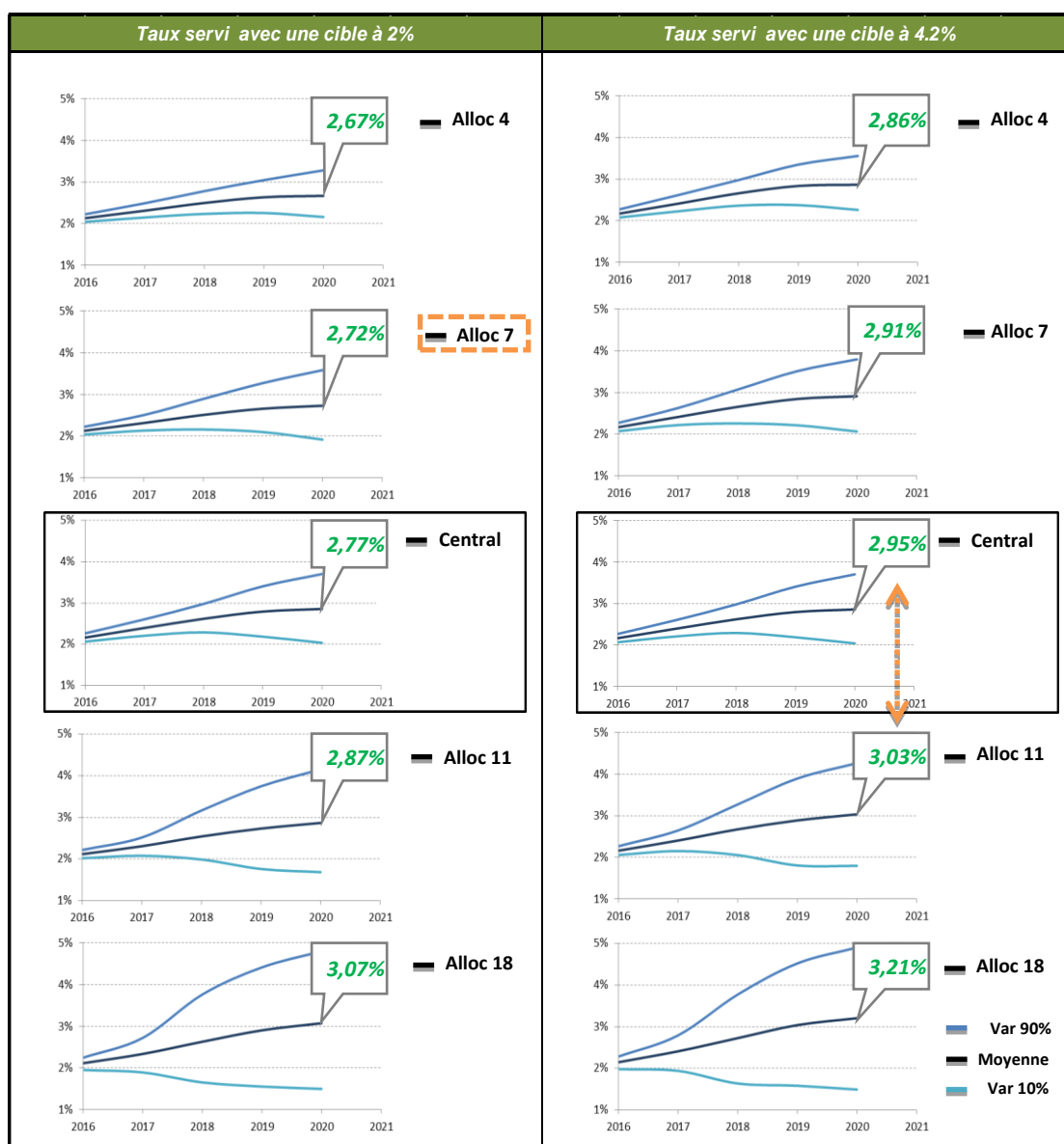
Ce graphique présente :

- Concernant la cible 2% :
 - Par rapport à la situation centrale du portefeuille, pour une réduction du risque de 19% on atteint le point d'inflexion avec un gain de 30% en rendement.
 - Puis une réduction de risque de plus 40% entraîne une perte de 3% tout au plus. Et enfin une augmentation du risque peut conduire à une perte de rendement allant jusqu'à 6%.
- Pour la cible à 4,2% :
 - le nouvel optimum correspond à la situation centrale de PREDICA. Cette position ne génère aucun profit supplémentaire et n'expose pas davantage l'assureur.

Cette stratégie n'est pas à l'avantage de l'assureur d'un point de vue rendement/risque. L'assureur n'a aucun intérêt à partir des scénarios étudiés, à adopter une politique de dotation agressive de la PPE en forçant la réalisation des plus-values. Paradoxalement, l'excès de richesse devient un frein pour l'assureur car il donne tout aux assurés.

V.2.a.2 Point de vue assuré

Après choc de la PPE, ce tableau récapitule les taux servis en fonction des allocations et des hypothèses sur les cibles des taux à long terme :



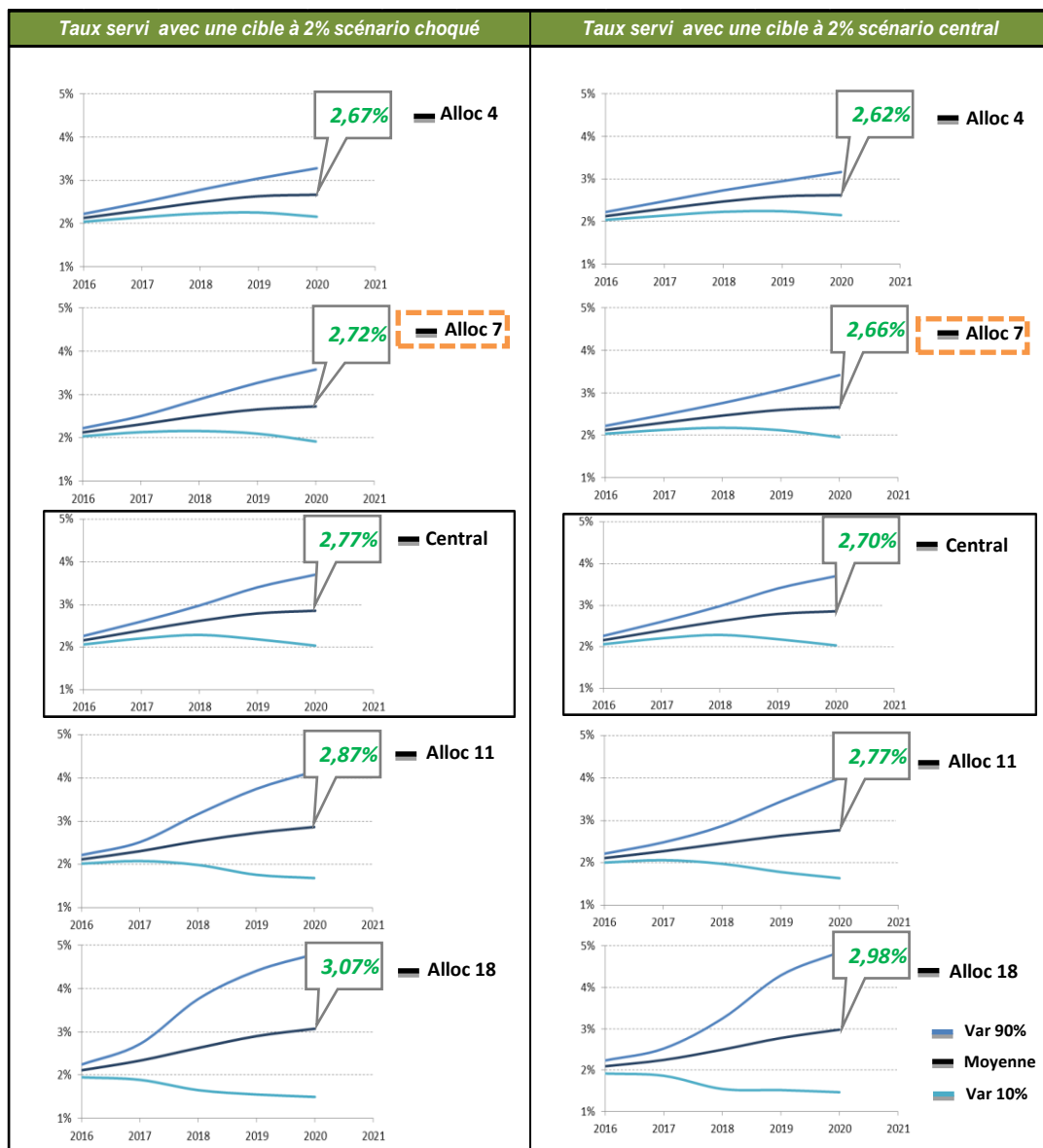
A partir des distributions des taux servis, on remarque :

- Dans les deux cas de figure, le taux moyen servi croit en fonction de la part d'actifs de diversification dans le portefeuille. Plus la part d'actifs est importante plus le taux servi l'est également.
- Le taux moyen servi pour l'allocation optimale (alloc 8) est compris entre [2,95% -3,03%] avec la cible 4,2%. Il est donc plus rémunérateur que celui servi par l'allocation optimale (alloc 7) de la cible 2%.
- L'écart est d'au moins 23 bps entre les taux servis des deux situations optimales. L'assuré sera très sensible à l'hypothèse retenue.

L'assuré sera plus attiré par les taux offerts dans l'hypothèse où la cible est 4,2%. Cependant l'assuré recevra une rémunération globale moins importante que celle des

scénarios initiaux. Car les profits seront moins importants. Il sera à nouveau tenté d'activer son option de rachat de contrat.

En considérant le scénario de taux durablement bas avant et après choc, on constate :



- Globalement, les cônes de distribution correspondants au même niveau d'allocation gardent la même allure avant et après choc.
- Les taux servis sont plus rémunérateurs lorsque la PPE est plus importante. Jusqu'à 10 bps de différence entre les taux moyens servis pour les deux positions optimales.

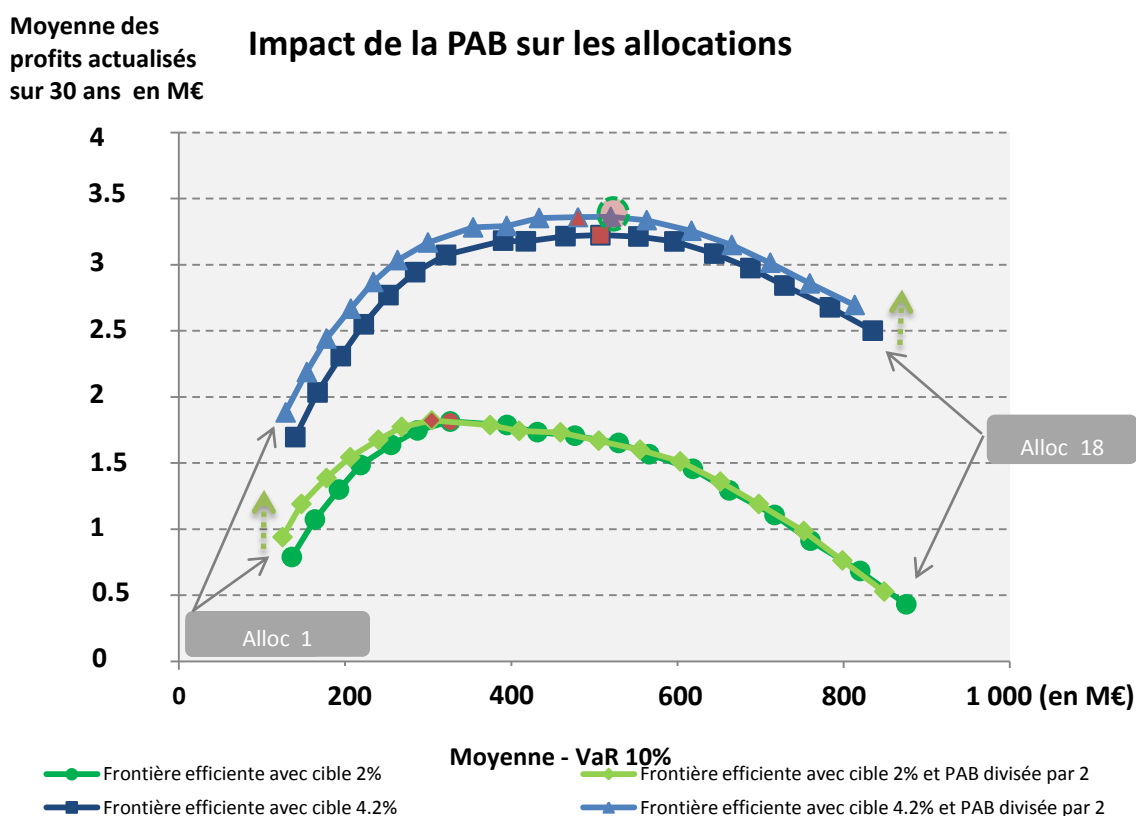
Intuitivement ces observations semblent logiques puisque la PPE est une richesse destinée à l'assuré. Dans un contexte de taux bas durable, posséder une grande réserve de PPE serait à l'avantage de l'assuré car il est réglementairement le seul bénéficiaire.

V.2.b Politique de PAB

Une méthode explorée est de diviser par deux la part de PAB servie aux assurés. En parallèle, le régulateur a initié ce projet afin de voir son impact sur la stratégie des compagnies d'assurance vie.

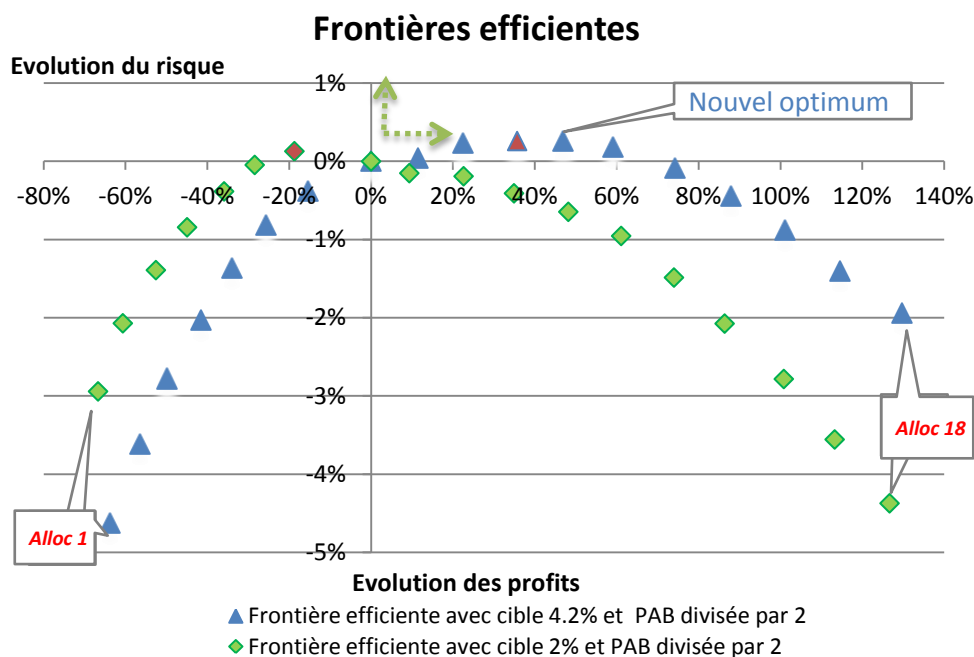
V.2.b.1 Point de vue assureur

A partir des scénarios initiaux, nous avons modifié la PAB afin de mesurer son éventuel impact sur les profits de l'assureur. En tenant compte des deux hypothèses sur les taux à long terme on observe les changements suivants :



- Pour la cible 4,2% :
 - La courbe efficiente après choc est translatée vers le haut. Donc les profits augmentent sur l'ensemble des allocations tout en réduisant le niveau d'exposition au risque.
 - L'optimum passe de l'alloc 11 à l'alloc 12. Ce changement dénote une légère pentification de la courbe. Ce nouvel optimum est atteint en prenant un risque supplémentaire d'environ 20 M€. Dans ce cas l'assureur doit logiquement augmenter la part action de son portefeuille.
- Pour la cible 2% :
 - La zone d'intérêt après choc est au-dessus de celle de la courbe centrale. Et on observe un léger décalage du point d'inflexion vers la gauche. Donc l'assureur génère des profits plus importants en prenant moins de risque dans cette zone soit 70 M€.
 - Après le point d'inflexion les courbes se confondent. Cette zone demeure sans intérêt pour l'assureur. Notons que le point d'inflexion ne change pas.

En observant les courbes choquées par rapport à la situation centrale (alloc 8) de PREDICA au 31/12/2015.



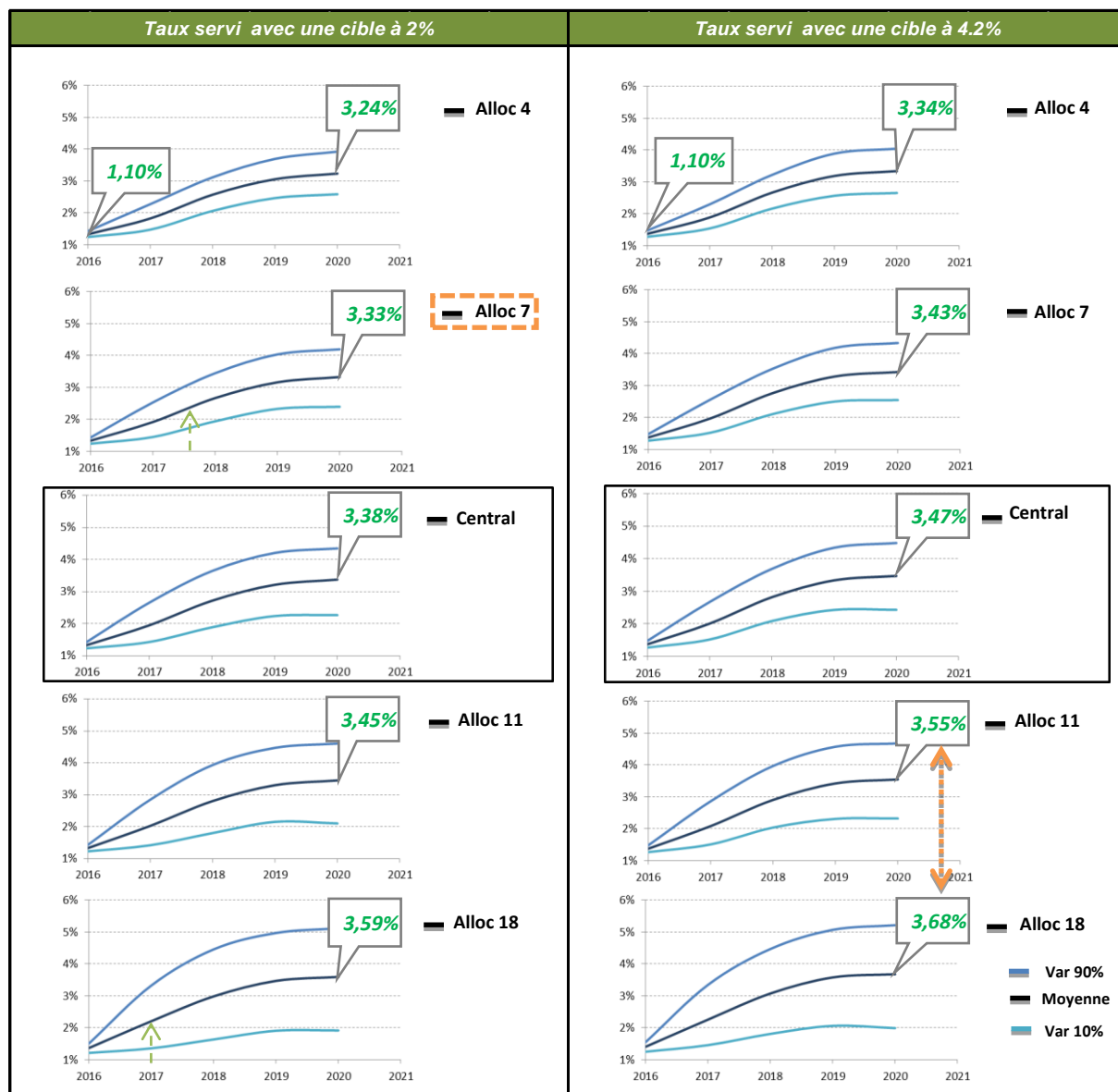
Ces graphiques présentent :

- Pour la cible à 2%, la frontière se déforme.
 - Elle génère un profit qui s'améliore de 0,13% au lieu de 0,10% pour l'allocation optimale tout en réduisant le risque de 19% au lieu de 17%. L'allocation optimale demeure la même mais offre un rendement plus attractif 0,13% contre 0,10% avec une prise de risque supplémentaire de 18% contre 17 % par rapport au central.
 - Une réduction ou une augmentation de risque de plus 25% altère le niveau des profits.
- Pour la cible à 4,2%,
 - Les allocations génèrent des profits tout en réduisant le risque sur l'ensemble de la courbe. Le point optimum passe de l'allocation 11 à l'allocation 12. Il crée un profit supplémentaire de 0,25% contre 0,14% tout en exposant l'assureur à un risque supplémentaire de 46% au lieu de 30% par rapport à la situation centrale.
 - En réduisant le risque ou en l'augmentant de plus de 60 % dans le portefeuille de PREDICA, on perd de la richesse.

Au vue de ces différentes analyses, on peut conclure que cette stratégie améliore les profits de la compagnie et impacte positivement la marge financière de l'assureur. La réduction de cette PAB distribuée favorise la dotation de la PPE sans pour autant forcer la réalisation des plus-values.

V.2.b.2 Point de vue assuré

Les taux servis après choc peuvent nous aider à apprécier cette stratégie d'un point de vue assuré. En fonction des deux hypothèses d'étude on observe :



A partir des distributions des taux servis, on remarque :

- En 2016, pour toutes les distributions, le taux servi à l'assuré correspond à 1,10% au lieu de 2,20% reflétant ainsi le choc de la PAB. Ce taux est obtenu indépendamment de l'hypothèse relative à la cible des taux.
- Pour la cible à 2%, le niveau de taux servi actuellement, soit environ 2,20% est atteint après l'horizon 2017 pour l'alloc 7 (allocation optimale) tandis que pour l'alloc 18, il est atteint dès 2017. Donc la performance de ce taux dépend de la proportion d'actifs de diversification.

- Le nouveau point d'inflexion de la cible 4,2% offre un taux compris entre 3,55% et 3,68%. il est donc plus rémunérateur que les 3,33% offerts par le point d'inflexion de la cible 2 %.
- De manière globale, le taux moyen servi reste attractif avec une cible de 4,2% pour un niveau d'allocation donné.

L'assuré sera plus attiré par les taux offerts dans l'hypothèse où les conditions du marché restent normales. Associé à cela, il recevra une rémunération globale plus importante que celle des scénarios initiaux (avant choc). Car les rendements offerts par les allocations optimales seront plus importantes.

Pour la cible des taux à long terme à 2%, les taux servis avant et après choc sont présentés dans le tableau suivant :



- L'allure de la distribution du taux servi est différente avant et après choc pour une allocation donnée.
- En 2016, on constate que le taux servi passe de 2,20% avant choc à 1,10% après choc. Preuve de l'effet immédiat de la variation de la PAB sur la rémunération de l'assuré.
- Après choc, le taux servi croit rapidement au point d'atteindre la barre de 2,20% peu avant 2018 et traverse celle de 3% peu après 2018 avant de se stabiliser.
- Avant choc, le taux moyen a une allure plus lente et se stabilise sous la barre de 3%.
- En observant les allocations optimales, celle avant choc serait significative pour l'assuré avec un taux de 3,33% soit une différence de 67 bps.

Après constat, réduire la PAB de moitié, n'est pas un gage de satisfaction de l'assuré. Car à horizon 1 an il percevrait un taux faible. Une réaction naturelle de sa part serait de déclencher le rachat de son contrat.

Cependant, racheter son contrat entraînerait une diminution des provisions mathématiques (PM). En servant la moitié de la PAB aujourd'hui, la part résiduelle sera automatiquement dotée en PPE selon la réglementation. Selon les règles de management de PREDICA, dès lors que la PPE est supérieur à 7% des PM, la différence entre le montant de la PPE et ce seuil revient immédiatement à l'assuré. Ceci explique le fait que l'assuré perçoit des taux de plus en plus importants au fil des années de projection.

A partir des différents résultats, nous pouvons conclure que la persistance des taux bas cause des difficultés à l'activité de la compagnie. D'un point de vue assureur, cette persistance dégrade fortement les profits et aucune des stratégies envisagées dans notre étude ne s'avère efficace pour impulser une remontée significative des profits. Cependant, elle réduit considérablement le niveau de risque auquel il est exposé. D'un autre côté, cette persistance n'est pas non plus à l'avantage de l'assuré car celui-ci perçoit des taux servis moins rémunérateurs. Ce niveau bas des taux servis s'explique par le fait que son rendement soit en partie lié au rendement des produits financiers qui est moins performant dans ce contexte.

Conclusion

La stratégie financière est au cœur du pilotage d'une compagnie d'assurance. En effet celle-ci permet de réajuster les grands axes sur lesquels repose la santé financière de l'entreprise en fonction de l'environnement économique. Elle est soumise à rudes épreuves dans le contexte de taux actuel. Car l'activité éprouve d'énormes difficultés à demeurer profitable sur les produits d'épargne d'un point de vue assureur-assuré. Ceci est d'autant plus vrai que ces produits sont très sensibles aux taux et sont caractérisés par des garanties rigides et une durée élevée.

Dans le cadre de ce mémoire, une attention particulière a été portée sur l'allocation optimale d'actifs qui est un outil nécessaire à l'élaboration de la politique financière de PREDICA. Cet outil a pour but de déterminer la part optimale d'actifs dans le portefeuille pour maximiser son rendement tout en demeurant dans le cadre d'appétence au risque défini par l'assureur. Pour modéliser le contexte de taux bas, le défi a été de choquer l'hypothèse centrale des taux long terme à la baisse passant de 4,2% à 2%. Pour atteindre ces objectifs, une étude a été menée sur la phase de calibrage du modèle displaced E2FBK-TVTP des taux nominaux.

Par ailleurs, pour chacune des hypothèses modélisées, des études d'allocation d'actifs en monde réel ont été réalisées. L'univers monde réel a la particularité de procéder à une projection cohérente des variables économiques en fonction des tendances des marchés financiers. Il considère l'assureur comme un véritable acteur économique. Dans ce contexte, l'étude est réalisée sur 1 000 scénarios financiers avec une prime de risque actions de 4,5% et l'actualisation des flux futurs s'opère via la courbe de taux sans risque (taux swaps-Crédit Risk Adjustment) à laquelle est ajoutée la prime d'illiquidité et une prime de risque forfaitaire de 4,5%. La chronique du bilan et compte de résultats étudiés s'étalent sur 30 ans. La méthode d'allocation simplifiée consiste à faire varier la part d'actions dans le portefeuille fictif de PREDICA et de mettre en exergue une zone d'intérêt. De cette zone d'intérêt sera dégagé un portefeuille qui optimise la fonction d'utilité de l'assureur en fonction de son aversion au risque. Une comparaison entre les deux études a permis par ailleurs de tirer des conclusions quant au profit d'un point de vue assureur et assuré.

D'un point de vue assureur, l'indicateur analysé est le profit dégagé sur un plan rendement-risque. Il en découle qu'en cas d'une baisse de taux prolongée, l'assureur éprouvera des difficultés à réaliser des profits importants. Ainsi, globalement cela induit à une diminution de sa richesse et une augmentation de son niveau d'aversion au risque. La stratégie préconisée serait de réduire la proportion d'actions au détriment des obligations dans son portefeuille dans l'optique d'optimiser ses profits futurs. Cette position lui permettra de réduire son exposition au risque et garantir un minimum de rentabilité pour couvrir ses engagements. Il en ressort par ailleurs qu'adopter une politique agressive de dotation de la PPE en forçant la réalisation de plus-values ne lui sera pas bénéfique. Cependant, revoir la politique de distribution de la PAB s'avère être une stratégie recommandable car elle améliore les profits de l'assureur.

D'un point de vue assuré, il faut signaler que celui-ci ne dispose pas de la stratégie de l'assureur même si les nouvelles réglementations offrent la possibilité à l'assuré de mieux connaître la stratégie de l'assureur. Dans ce mémoire, le profit de l'assuré est modélisé par le taux servis. L'évolution de ce taux servis dénote une très grande sensibilité et une corrélation positive à la

proportion d'actifs de diversification qui constitue le portefeuille. Le contexte de taux durablement bas n'est pas non plus à l'avantage de l'assuré car il affecte négativement le rendement de son contrat. Cela peut inciter l'assuré à déclencher les options de rachats qu'il détient. La réalisation forcée des plus ou moins-values améliore logiquement le rendement de ces taux servis mais restent toutefois moins importants que ceux servis lorsque les conditions du marché sont normales. La diminution de la PAB immédiate envisagée dans notre étude dévoile un taux servi moins important au bout de la première année de projection. Ce qui pourrait rapidement déclencher les rachats. En contrepartie, Le taux servi croît très rapidement jusqu'à atteindre un niveau de rendement très attractif au bout de la dixième année de projection grâce à la PAB différée dotée en PPE.

Face à la persistance de ces taux bas, il est évident que l'assureur a une marge de manœuvre limitée en raison des termes de contrats en vigueur. L'activité d'épargne de l'assureur devrait subir quelques modifications afin de demeurer rentable. Concernant les stratégies d'investissement, l'assureur pourrait allonger la durée de ses actifs pour anticiper les meilleures retombées à long terme afin de couvrir ses engagements. Diversifier davantage le portefeuille d'actifs pourrait s'avérer être une stratégie de protection efficace dans le contexte actuel et l'assureur pourrait envisager de mettre en place une stratégie de couverture contre une hausse brutale des taux à des coûts supportables. Pour creuser davantage, nous pourrions envisager une étude basée sur une table stochastique dont la cible est différente de celle retenue dans ce mémoire. Sommes-nous en train de vivre les dernières heures de gloire des produits d'épargne euro traditionnels ? L'assureur devrait-il réorienter son activité vers des produits moins sensibles aux variations de taux ou ceux dont les risques sont totalement endossés par les assurés ? On peut notamment envisager les contrats en unité de compte (UC), de prévoyance santé et contrats à supports mixtes. Telles sont les questions qui laissent la porte ouverte à d'autres débats complémentaires et qui pourraient faire l'objet d'une étude complémentaire.

Bibliographie

ACCROCHE-PRESS (2016) *L'assurance vie au défi des taux bas.*

BARRIE & HIBBERT (2008) *A framework for estimating and extrapolating the term structure of interest rates.* BARRIE & HIBBERT Knowledge base.

CALABRESE, COATMAN al. (2010) *Extended 2-factor Black-Karasinski, Model Definition.* BARRIE & HIBBERT Knowledge base.

CALABRESE, GAWLIKOWICZ al. (2013) *Stochastic Volatility Jump Diffusion, Model Definition.* BARRIE & HIBBERT Knowledge base.

CARDINAL J. (2014) *Utilisation de scénarios économiques monde réel pour la politique financière en assurance vie.*

DEMEULENAERE O. (2016) *Les contrats d'assurance-vie peuvent être légalement bloqués.*

DE DOMINICIS L. *Les apports de l'intelligence artificielle dans l'allocation stratégique d'actifs sous contraintes stochastiques et solvabilité.*

GERBER G. (2010) *Allocations d'actifs sous solvabilité 2 : cas de l'assurance vie épargne.*

GÉRÔME D. (2012) *Intérêt des contrats d'épargne euro diversifiés par rapport aux contrats multi-supports.*

GROUPE DE RECHERCHE OPERATIONNELLE DU CRÉDIT AGRICOLE (2013) *Calibrage du modèle de Black-Karasinski-2-Facteurs Dans le Monde Réel.*

GROUPE DE RECHERCHE OPERATIONNELLE DU CRÉDIT AGRICOLE (2013) *Méthode pour l'interpolation de la courbe zéro-coupon.*

GUEZENNEC F. (2013) *Pilotage ALM en assurance vie par analyse de la distribution des fonds propres économiques.*

JESSOP N. (2013) *Modelling risk premia in the ESG: A dynamic equilibrium based calibration.* BARRIE & HIBBERT Knowledge base.

LOSSI-BEDEL, DONEV (2005) *Actifs risqués, dérivés actions et crédit : quels impacts en terme de marge de solvabilité pour un assureur vie ?*

MOLÉ-GENLIS C. (2015) *Comment les mesures de la BCE vont peser sur les fonds en euro ?* L'ARGUS de l'assurance

MOODY'S ANALYTICS MODELLING OPERATIONS (2015) *Real-World Calibrations Additional Equities and Alternative Assets SVJD.*

MOUDIKI T. (2014) *Sensibilité d'une rente viagère à l'extrapolation de la courbe de taux dans un contexte LTGA.* *Bulletin Français D'Actuariat* 14 N°27.

MOUKHAIBER M. (2013) *Gestion actif-passif pour un portefeuille de produits d'épargne : Application par immunisation et par allocation d'actifs.*

MOUTCHOU I. (2012) *Étude des effets du générateur de scénarios économiques risque-neutre sur le contexte des nouvelles normes de valorisation économique et de solvabilité et application à l'allocation d'actifs en R332-20.*

PLANCHET F., THEROND P. (2003) *Méthodes financières et allocation d'actifs en assurance.* Les cahiers de recherche de l'ISFA WP2025

RIEB V. (2014) *Optimisation de la gestion d'actifs d'une assurance vie sous le contrôle de l'exposition au risque dans un environnement solvabilité II.*

SAN MARTIN A. (2016) *Persistance du contexte de taux bas : le défi assurantiel.* SQUARE

SUSLU R. (2012) *Générateur de scénarios économiques en assurance : impact de la modélisation adoptée sur les calculs de solvabilité.*

TADROWSKI, JESSOP (2015) *MULTI YEAR Real-World Interest Rates: Updating E2FbK, 2F Vasicek and Inflation Plus Calibrations.*

TAGNE WAMBO R. (2010) *Allocation optimale d'actifs d'un régime de retraite en intégrant la participation aux bénéfices.*

ZEGHMAR B. (2012) *Modélisation de la politique de distribution des produits financiers dans le cadre d'une gestion d'une compagnie d'assurance vie.*

Annexes

▪ Monde réel vs Monde risque-neutre

En univers dit monde réel, les trajectoires sont projetées le plus fidèlement possible à l'environnement observable sur les marchés. Dans cet univers, le caractère risqué de certains actifs se traduit par un rendement en excès du taux sans risque. Ce différentiel de rendement est appelé prime de risque. Dans le taux d'actualisation des flux futurs de ces actifs, il est donc nécessaire de prendre en compte ces primes de risque. En pratiques, elles sont très complexes à modéliser et très différentes d'un actif à un autre. Cette approche est utile dans les études de pilotage financier et allocation d'actifs.

Quant à l'univers dit risque-neutre, les agents économiques sont considérés comme neutre face au risque. Les primes de risque sont alors nulles. Cet univers est pratique pour l'évaluation des passifs d'assurance de façon market-consistent. Autrement dit, effectuer une évaluation de manière cohérente avec les prix observés sur les marchés financiers à la date de projection.

▪ Exponentially Weighted Moving Average (EWMA)

La moyenne mobile exponentielle (EWMA) est une méthode qui consiste à calculer une moyenne sur une série de données en affectant des pondérations exponentiellement décroissantes aux observations les plus anciennes.

Elle s'exprime de la manière suivante :

$$\bar{x}_t = \alpha x_t + (1 - \alpha)\bar{x}_{t-1}$$

En effet :

$$\bar{x}_t = \alpha * x_t + (1 - \alpha) * \bar{x}_{t-1} = \alpha * [x_t + (1 - \alpha)x_{t-1} + (1 - \alpha)^2 x_{t-2} + (1 - \alpha)^3 x_{t-3} + \dots]$$

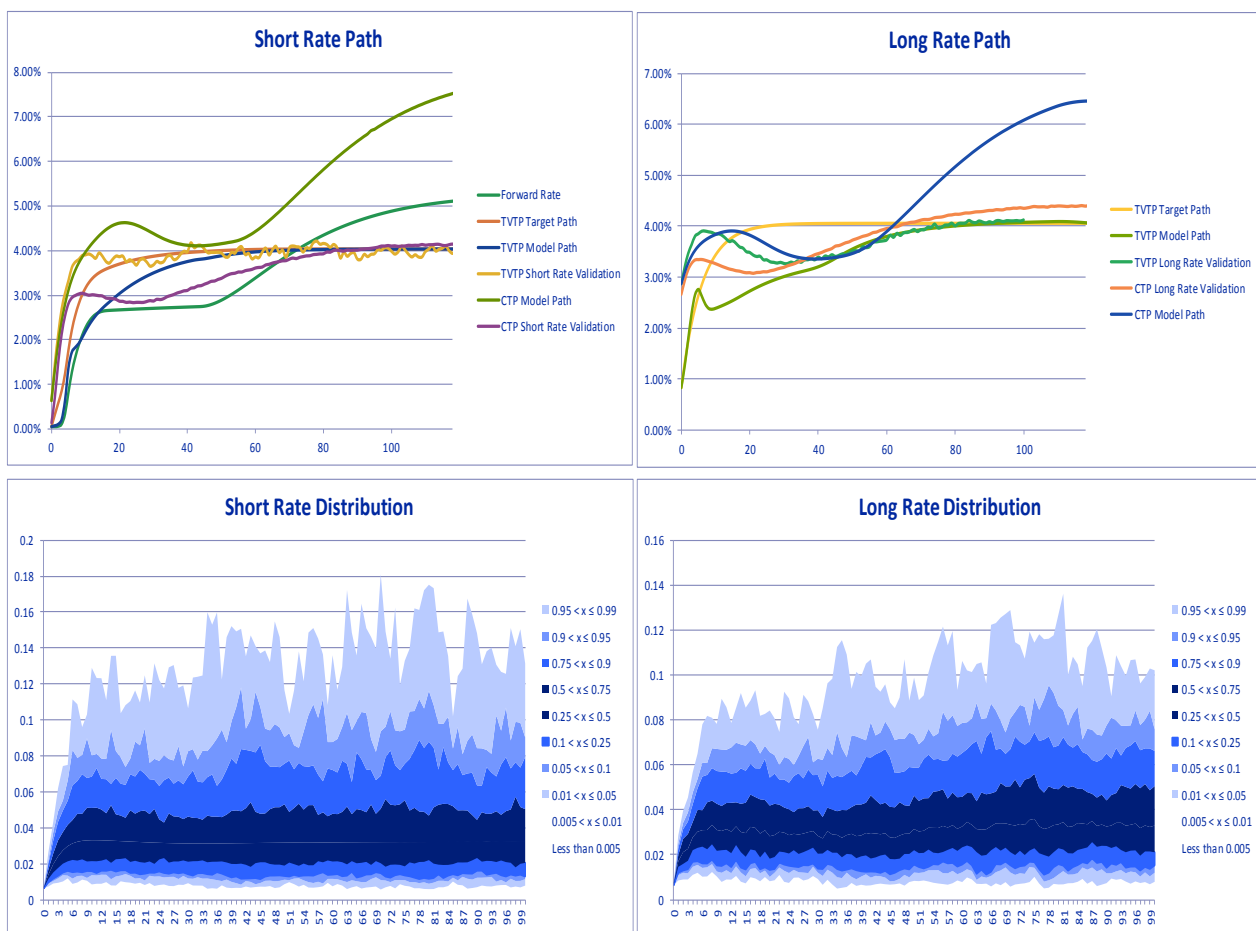
$$\text{Or : } \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{1 - (1 - \alpha)} = 1 + (1 - \alpha) + (1 - \alpha)^2 + (1 - \alpha)^3 + \dots$$

$$\text{D'où : } \bar{x}_t = \frac{x_t + (1 - \alpha)x_{t-1} + (1 - \alpha)^2 x_{t-2} + (1 - \alpha)^3 x_{t-3} + \dots}{1 + (1 - \alpha) + (1 - \alpha)^2 + (1 - \alpha)^3 + \dots}$$

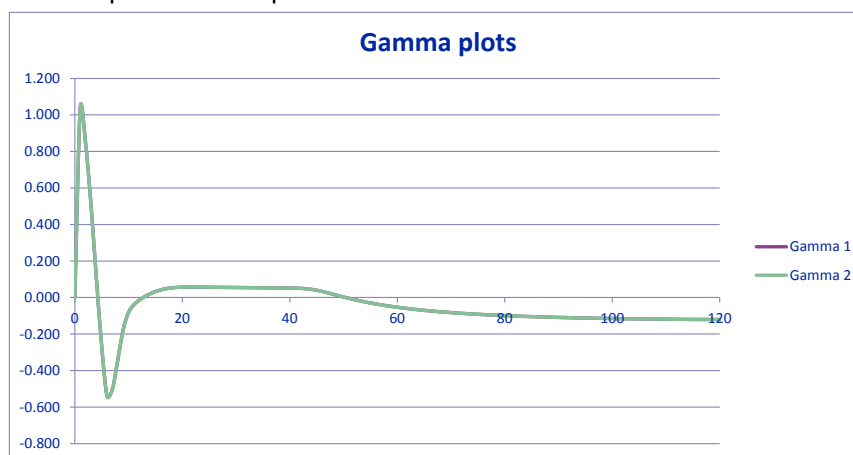
La valeur de α est déterminée suivant le poids que l'on souhaite accorder à l'information récente. Dans la pratique il faut aussi fixer la valeur initiale de la série (i.e. \bar{x}_{init}).

▪ **Distribution des taux nominaux**

La distribution des taux obtenue via le générateur de scénarii économique (B&H) avec la cible à long terme de 4.2% est la suivante :



La distribution des primes de risque associée issue de l'ESG est la suivante :



La modélisation des taux en monde réel s'avère être un exercice très difficile. Le tableau ci-dessous récapitule et présente les avantages et les inconvénients des modèles présents dans la littérature.

Modèle	Avantages	Désavantages
Modèles mono-factoriels	Simplicité.	Les modèles mono-factoriels induisent une corrélation parfaite sur toute la courbe des taux, ce qui va à l'encontre des observations historiques. Ils sont trop rigides pour s'adapter à la diversité des courbes de taux observées sur les marchés au cours du temps. → Avec une corrélation parfaite, une hausse de taux sur l'une des maturités se répercute systématiquement sur toutes les maturités (de manière déterministe).
Modèle de type Vasicek		Possibilité de taux négatifs
E2FBK – TVTP	Rendement de type log-normal (⇒ Taux positifs). Phénomène de retour à la moyenne. Modèle à 2 facteurs (⇒ permet d'atteindre une grande variété de structure par terme). Les paramètres sont relativement faciles à interpréter économiquement. TVTP : Permet au modèle de s'ajuster à la courbe initiale des taux. Permet d'atténuer l'influence de la courbe des taux forwards initiale sur les taux projetés.	Les volatilités du taux court et de son niveau de retour sont supposées constantes. Le modèle ne possède donc pas de structure par terme de volatilité, et se révèle par conséquent insuffisamment flexible pour diffuser une distribution des taux réaliste à la fois sur des horizons courts et longs (phénomène d' <i>explosion</i> des taux). Pas de formule analytique des taux (mais néanmoins la possibilité d'utiliser des arbres quadrimiaux pour valoriser les taux). Si une grande partie des structures par terme observées sur les marchés sont atteignables, certaines restent hors d'atteinte.

Le tableau ci-dessous présente les avantages et les désavantages des principaux processus stochastiques utilisés dans la littérature académique pour modéliser les actions.

	Avantages	Désavantages	Formule
Constant Volatility (Brownien géométrique à volatilité constante)	<ul style="list-style-type: none"> Simplicité : le prix de l'indice suit une loi log-normale. ⇒ Moments connus, valorisation d'options en formule fermée,... 	<ul style="list-style-type: none"> Distribution sans skewness ni kurtosis excédentaire. Pas d'hétéroscédasticité des rendements. Variance faible sur des périodes courtes. 	$\frac{dS_t}{S_t} = \mu dt + \sigma dW_t$
TVDV (Time Varying Deterministic Volatility)	<ul style="list-style-type: none"> Volatilité variant au cours du temps (fonction temporelle déterministe). 	<ul style="list-style-type: none"> Volatilité non probabiliste ⇒ flexibilité très limitée. Pas de skewness. 	$\frac{dS_t}{S_t} = \mu dt + \sigma_t dW_t$ $\sigma_t = \sigma_0 e^{-\alpha t} + \sigma_\infty (1 - e^{-\alpha t})$
SVD (Heston model)	<ul style="list-style-type: none"> Volatilité stochastique. ⇒ Modélise des variations (probabilistes) de volatilité au cours du temps. Corrélation entre volatilité et rendements. ⇒ Modélise l'hétéroscédasticité <u>conditionnelle</u> des rendements (qui explique une grande partie de la skewness). 	<ul style="list-style-type: none"> Le modèle est insuffisamment flexible pour modéliser à la fois le skewness et un degré suffisant de kurtosis. La variance est uniquement générée par la combinaison d'un mouvement brownien et d'un coefficient de volatilité suivant, lui aussi, un mouvement brownien ⇒ sur des périodes courtes, la probabilité d'une variation importante des rendements est faible. 	$\frac{dS_t}{S_t} = \mu dt + \sqrt{v_t} dW_t^{(1)}$ $dv_t = \alpha(\theta - v_t)dt + \sigma_v \sqrt{v_t} dW_t^{(2)}$ $d\langle W_t^{(1)}, W_t^{(2)} \rangle = \rho dt$
JD (Merton model)	<ul style="list-style-type: none"> Présence de sauts (permet de modéliser les réajustements brusques du marché). ⇒ Permet de modéliser correctement la variance, le skewness, et le kurtosis sur des périodes courtes. 	<ul style="list-style-type: none"> Pas d'hétéroscédasticité conditionnelle rendements. Ne permet pas de capturer le skewness sur des périodes à la fois courtes et longues. 	$\frac{dS_t}{S_t} = (\mu - \lambda m)dt + \sigma dW_t + (\eta_t - 1)dN_t$ $N_t \sim \text{Poisson}(\lambda t)$ $\eta_t \sim \text{Log-Normale}(\mu_j, \sigma_j^2), \eta_t \perp N_t$ $m_j = \mathbb{E}(\eta_t - 1) = \exp(\mu_j + \sigma_j^2/2) - 1$
SVJD	<ul style="list-style-type: none"> Volatilité stochastique + Sauts + Corrélation entre rendement et volatilité ⇒ Flexibilité importante permettant de modéliser les caractéristiques de volatilité, skewness, kurtosis observés sur les marchés. 	<ul style="list-style-type: none"> Pas de corrélation dans le processus de saut (i.e. entre les sauts). ⇒ Considère que les informations financières arrivent uniformément et indépendamment sur les marchés, ce qui n'est pas le cas en pratique. Le calibrage peut être complexe et requérir un jugement d'expert. 	$\frac{dS_t}{S_t} = (\mu - \lambda m)dt + \sqrt{v_t} dW_t^{(1)} + (\eta_t - 1)dN_t$ $dv_t = \alpha(\theta - v_t)dt + \sigma_v \sqrt{v_t} dW_t^{(2)}$ $d\langle W_t^{(1)}, W_t^{(2)} \rangle = \rho dt$ $N_t \sim \text{Poisson}(\lambda t)$ $\eta_t \sim \text{Log-Normale}(\mu_j, \sigma_j^2), \eta_t \perp N_t$
GARCH (modèle de série temporelle)	<ul style="list-style-type: none"> <u>Hétéroscédasticité conditionnelle des rendements</u> au carré. ⇒ Modélise des variations (probabilistes) de volatilité au cours du temps. 	<ul style="list-style-type: none"> Hétéroscédasticité conditionnelle des rendements <u>au carré</u>, et non simplement des rendements. ⇒ Pas de différenciation entre des rendements importants positifs et négatifs : la probabilité que la volatilité augmente est identique dans les deux cas. Pas de skewness. Ne permet pas de capturer un degré suffisant de kurtosis. 	$R_t = \mu + Z_t \sqrt{h_t}$ $h_t(\theta) = \omega + \alpha(R_{t-1} - \mu)^2 + \beta h_{t-1}(\theta)$ <p>Où :</p> <ul style="list-style-type: none"> R_t : rendement de l'indice action Z_t i.i.d. de loi $\mathcal{N}(0,1)$ $h_t(\theta) = h_t(R_t R_{t-1}, R_{t-2}, \dots, R_0)$ ω, α, β: paramètres