

Remerciements

Jean-Louis Charles

Directeur des Investissements

Groupama S.A

Christian Hess

Professeur

Université Paris Dauphine

Fanny Pouget

Responsable de la cellule actif passif

Groupama S.A

Stéphane Thévenot

Chargé de modélisation actif passif

Groupama S.A

Franck Sellier

Expert développement Moses

Groupama S.A

Ainsi qu'à :

Nathalie Senent

Jean Nicolini

Sommaire

1	Objectifs des travaux	6
2	Description fonctionnelle du modèle	8
2.1	Générateur de scénarios stochastiques	8
2.1.1	Introduction	8
2.1.2	Modèle rendements Actions	8
2.1.3	Modèle Taux	9
2.1.4	Corrélations Actions / Taux	11
2.2	Modèles élémentaires de passif	11
2.3	Modèle bilantiel actif/passif	12
2.3.1	Outil de développement	13
2.3.2	Modélisation des actifs	13
2.3.3	Algorithme de maintien de structure	22
2.3.4	Principe de la technique de déformation des flux de passif (« flexing ») : exemple du contrat d'épargne	24
2.3.5	Algorithme de pilotage du résultat : contraintes de rémunération pour l'assuré et prélèvement de marge pour l'assureur	31
2.4	Etablissement des postes du bilan et du compte de résultat	40
2.4.1	Calcul de la marge technique	40
2.4.2	Calcul de la PRE	41
2.4.3	Traitement de la réserve de capitalisation	41
2.4.4	Calcul de la marge assureur finale	42
3	Application du modèle actif passif stochastique: étude de la sensibilité de la valeur d'un portefeuille de contrats d'épargne	43
3.1	Méthodologie du calcul de la valeur d'un portefeuille de contrats d'épargne	43
3.1.1	Hypothèses de simulation	43
3.1.2	Proposition d'un indicateur de mesure de la valeur de portefeuille	50
3.2	Etude de la sensibilité de la valeur des contrats aux paramètres du passif	54
3.2.1	Hypothèses et paramètres	54
3.2.2	Résultats des simulations	55
3.2.3	Conclusion sur les analyses effectuées	76
3.3	Limites du modèle et perspectives d'utilisation	76
4	Conclusion	79
	Glossaire	80
	Bibliographie	82
	Annexes	83
1.	Fonctionnement des obligations assimilables du Trésor (OATi)	84
2.	Illustration du fonctionnement de l'algorithme de maintien de structure	85
3.	Exemple de calcul de flexing sur un contrat d'épargne classique	96
4.	Tableau synthétique des variables utilisées	98

1 Objectifs des travaux

L'objectif principal de ce mémoire est de définir et mettre en place une nouvelle génération de modèle actif/passif pour simuler la valeur d'un portefeuille de contrats d'épargne.

Le tableau ci-dessous synthétise les objectifs de développement du modèle et ses principales innovations :

	Modèle de gestion actif/passif génération actuelle	Objectifs du modèle nouvelle génération
Fonctionnement du modèle	✓ Déterministe	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Stochastique ✓ Maintien d'un mode déterministe pour le test de scénarios stress paramétrables.
Algorithme de maintien de structure	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Réalisation systématique des plus-values disponibles sur actions et immobilier de placement ✓ Maintien de la structure sur la base des valeurs nettes comptables initiales. 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Prise en compte simultanée des objectifs de plus ou moins values et des contraintes d'allocation.
Traitement des garanties aux assurés (taux minimum garanti, participation aux bénéfices, etc.)	<p>Interactions actif/passif limitées :</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ Pas de pilotage de la provision pour participation aux bénéfices (PPAB). ✓ Pas de rachats dynamiques en fonction des conditions de marché et des taux servis 	<p>Interactions actif/passif plus élaborées :</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ Pilotage de la PPAB et du résultat ✓ Production nouvelle et rachats variables en fonction des taux servis
Vocation du modèle	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Etudes actif/passif ✓ Allocation d'actif 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Etudes actif/passif ✓ Allocation d'actif ✓ Capital économique ✓ Valorisation des options et garanties financières ✓ Et aussi : European Embedded Value, Solvency II, rating, stratégie de réassurance...
Outil informatique	✓ Excel / VBA	✓ Moses V5

Tableau 1 : objectifs de développement du modèle

La première partie du mémoire est consacrée à la présentation de l'architecture et à la description fonctionnelle du modèle. La deuxième partie propose une définition de la valeur d'un portefeuille de contrats d'épargne et présente la méthodologie des simulations. Les travaux se clôturent par une application pratique des résultats obtenus à l'étude de la sensibilité de la valeur de portefeuille aux paramètres de la loi de rachats conjoncturels.

Les apports essentiels de ce mémoire sont les suivants :

- Pour la communauté actuarielle, ce mémoire présente différentes techniques de modélisation agrégée d'actifs, de déformation des flux de passif, d'algorithmes de maintien de structure et de pilotage de résultat, dont les performances sont bien adaptées dans le cadre de simulations stochastiques. Nous nous sommes efforcés de présenter les formules et algorithmes de telle manière à ce qu'ils puissent être facilement adaptés à des modèles actif passif d'usage varié : calcul du capital économique, simulations Solvency II, calculs de l'European Embedded Value, etc.

- Pour Groupama S.A, le travail effectué dans le cadre de ce mémoire a permis premièrement de poser les fondations d'un modèle actif/passif dynamique pour des besoins concertés et à court terme : la valorisation des options et garanties financières dans le cadre de l'European Embedded Value ; deuxièmement, il a permis de répondre à une interrogation concernant l'impact des paramètres de la loi de rachats conjoncturels sur la valeur d'un portefeuille de contrats d'épargne. En effet, ces paramètres étant difficilement estimables statistiquement, leur valeur est choisie par les actuaires uniquement en fonction de critères subjectifs. Il est donc utile de déterminer si des variations dans les paramètres de cette loi ont un impact significatif sur la valeur d'un portefeuille.

Une présentation exhaustive de la réglementation, des différents risques actif/passif ou un historique de la gestion actif/passif alourdirait inutilement le contenu du mémoire. Le lecteur souhaitant obtenir des précisions sur ces thèmes pourra se reporter à [1] ou à des ouvrages traitant de la gestion actif/passif (cf. biblio.). En revanche, un glossaire disponible en fin de mémoire rassemble les définitions de la plupart des termes techniques utilisés. Enfin, étant donné le nombre important de formules présentées dans les parties 2.3.4 et 2.3.5, les notations et définitions des différents termes ne seront pas systématiquement reprises. Le lecteur trouvera donc en annexe 4 un tableau récapitulatif des noms et définitions des principales variables du modèle.

2 Description fonctionnelle du modèle

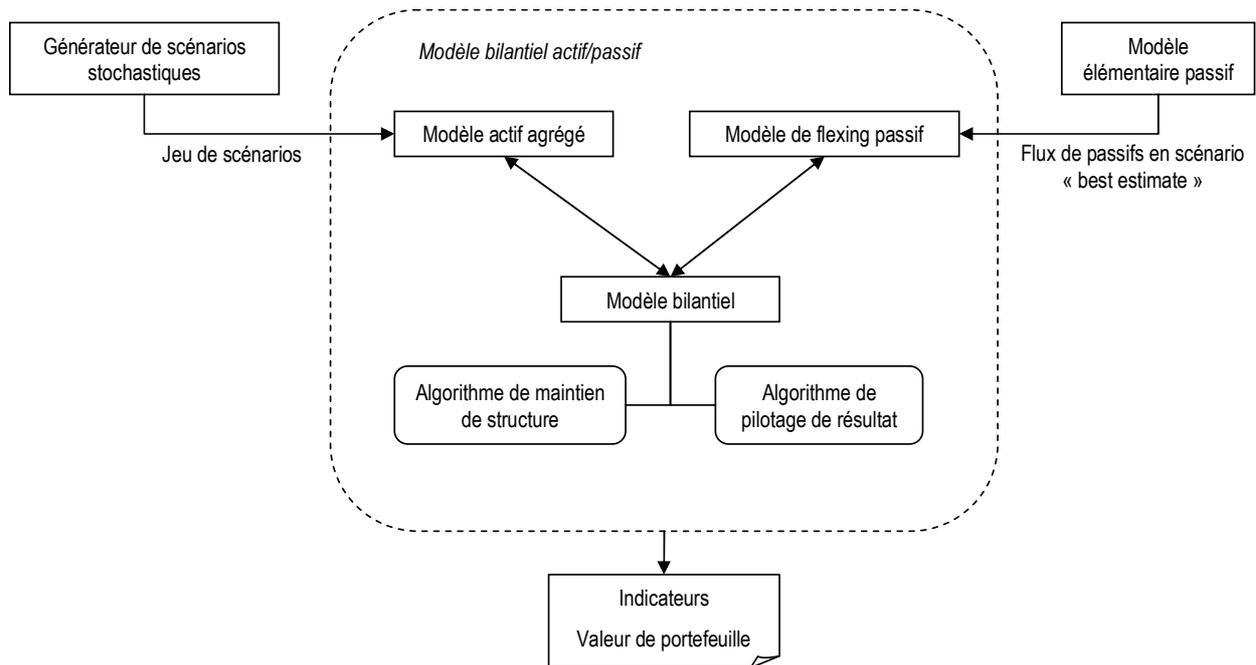


Figure 1 : architecture du modèle actif/passif

Le modèle bilantiel actif/passif est la structure à l'intérieur de la zone pointillée. Il admet en entrée un jeu de scénarios stochastiques (§ 2.1) ainsi que des flux de passif en scénario « best estimate » (§ 2.2).

Il est constitué d'un module de modélisation des actifs (§ 2.3.2), d'un module de maintien de structure (§ 2.3.3), d'un module de déformation des flux de passif (§ 2.3.4), et il est piloté par un algorithme de pilotage du résultat (§ 2.3.5).

En sortie, il fournit un indicateur de la valeur de portefeuille (§ 3.1.2).

2.1 Générateur de scénarios stochastiques

2.1.1 Introduction

Nous utiliserons des jeux de scénarios issus d'un générateur stochastique, dont nous décrirons les principales hypothèses de fonctionnement dans la présente section.

Les jeux de scénarios fournis doivent répondre aux critères suivants :

- Réalisme : la majorité des scénarios doivent refléter l'évolution historique et être cohérents avec « l'intuition » des marchés ;
- Diversité : les scénarios doivent être variés et offrir en particulier des valeurs extrêmes ;
- Facilité d'exploitation et d'utilisation : le jeu de scénario proposé doit pouvoir facilement être intégré dans les modèles actif/passif.

2.1.2 Modèle rendements Actions

Nous nous intéressons à l'évolution du prix de la classe action en général, sans faire de distinction entre les différentes actions. Soit (Ω, F, P) un espace probabilisé. On suppose que le prix des actions $S(t)$ est un processus stochastique qui suit l'équation classique du mouvement brownien géométrique :

$$dS(t) = \mu \cdot S(t) \cdot dt + \sigma \cdot S(t) \cdot dz_a(t)$$

Équation 1

Où : $\left\{ \begin{array}{l} \mu \text{ est le rendement moyen instantané du processus } S \\ \sigma \text{ est la volatilité du processus } S \\ z_a(t) \text{ est un P - brownien} \end{array} \right.$

Les paramètres μ et σ sont estimés à partir des données de marché.

L'inconvénient de cette modélisation est que les variations logarithmiques de prix sortent la plupart du temps du cadre de la loi normale attendue (kurtosis supérieur à 3 notamment). Pour réduire ce biais, qui sous-estime fortement les cas extrêmes, il est possible d'introduire une loi dite « mélangée », combinaison de deux états de marché, un état neutre et un état agité (cf. [3]).

Le processus résultat est donc une combinaison entre une loi binomiale et deux lois normales :

$$\frac{dS}{S} = X \approx N(\mu dt, \sigma) = \begin{cases} p : N(\mu_1 dt, \sigma_1) \\ 1 - p : N(\mu_2 dt, \sigma_2) \end{cases}$$

Équation 2

La calibration du modèle se fait en faisant coïncider les moments empiriques et théoriques.

Les données utilisées pour calibrer le modèle est la valeur de l'indice action de la Bourse de Paris entre 1955 et 1992.

Après estimations des paramètres, on obtient les densités de distribution suivantes :

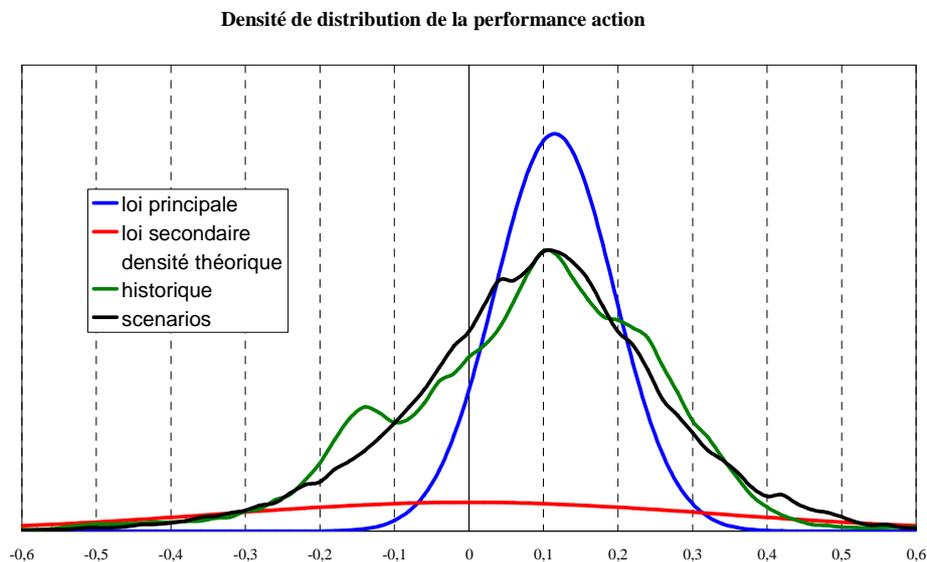


Figure 2

On voit sur ce graphique la loi dans l'état de marché « normal » (en bleu) et la loi dans l'état de marché « excité » (en rouge). La densité obtenue (en noir) se rapproche assez bien de la densité historique (en vert), à l'exception des zones les plus extrêmes (rendement < -40% ou rendement > 40%).

2.1.3 Modèle Taux

Il existe dans la littérature deux catégories de modèles de taux :

- Modèles de déformation des courbes de taux qui partent de la courbe de taux actuelle, considèrent le taux forward et lui appliquent une correction stochastique (modèle de Heath, Jarrow et Morton). Ces modèles modélisent donc l'ensemble de la courbe comme suivant un processus vectoriel stochastique.
- Modèle qui partent d'une équation différentielle régissant l'évolution du taux court (modèle de Vasicek, de Cox Ingersoll-Ross).

Chacune de ces deux catégories présente ses avantages et ses inconvénients : les modèles de la première catégorie permettent, contrairement aux modèles du taux court, de modéliser n'importe quelle courbe des taux ; ils sont toutefois moins souples d'utilisation et ne permettent pas de paramétrer le modèle de manière à obtenir un niveau de taux moyen espéré sur le long terme fixé a priori. Dans ce mémoire, nous avons utilisé le modèle de Vasicek.

Les équations fondamentales du modèle de taux sont les suivantes :

Le taux d'intérêt instantané r_t suit un processus de la forme :

$$dr_t = -\alpha_1(\gamma_t - r_t)dt - \sigma_1 dz_1$$

Tandis que les taux d'intérêt long terme γ_t suit un processus de la forme :

$$d\gamma_t = -\alpha_2(\mu - \gamma_t)dt - \sigma_2 dz_2$$

où les mouvements Browniens dz_1 et dz_2 sont supposés indépendants.

L'hypothèse d'indépendance des taux instantanés et des taux long terme n'est pas conforme à la réalité. En effet, en zone euro, une décision sur les taux à court terme influe sur les taux à long terme. Toutefois, l'objectif est ici d'obtenir des trajectoires de taux variées, afin de tester le comportement et la sensibilité de la société étudiée dans ces différents scénarios. Compte tenu de cet objectif, l'hypothèse d'indépendance peut être acceptée.

Le prix des zéro coupons de maturité s à la date t est :

$$P(t, s) = \exp\{A(s) - B_1(s)r_t - B_2(s)\gamma_t\}$$

Avec :

$$B_1(s) = f(\alpha_1, s)$$

$$B_2(s) = \frac{\alpha_1}{\alpha_1 - \alpha_2} [f(\alpha_2, s) - f(\alpha_1, s)]$$

$$A(s) = (B_1(s) - s) \left(\mu - \frac{\sigma_1^2}{2\alpha_1} \right) + B_2(s) \mu - \frac{\sigma_1^2 B_1(s)^2}{4\alpha_1} + \frac{\sigma_2^2}{2} \left[\frac{s}{\alpha_2^2} - 2 \frac{B_1(s) + B_2(s)}{\alpha_2^2} + \frac{1}{(\alpha_1 - \alpha_2)^2} f(2\alpha_1, s) - \frac{2\alpha_1}{\alpha_2(\alpha_1 - \alpha_2)^2} f(\alpha_1 + \alpha_2, s) + \frac{\alpha_1}{\alpha_2(\alpha_1 - \alpha_2)^2} f(2\alpha_2, s) \right]$$

où

$$f(\alpha, s) = \frac{1 - e^{-\alpha s}}{\alpha}$$

La calibration du modèle se fait en estimant les paramètres α_1 et α_2 , à l'aide des courbes historiques des taux OAT, ce qui constitue un processus long et complexe que nous ne détaillerons pas dans ce mémoire.

2.1.4 Corrélations Actions / Taux

Une corrélation entre le processus action et le processus taux a également été développée. Donnons simplement le principe de corrélation : le brownien du modèle action z_a est exprimé en fonction d'une combinaison linéaire des brownien z_1 et z_2 du modèle de Taux, plus un brownien indépendant z_3 :

$$dz_a = x_1 dz_1 + x_2 dz_2 + x_3 dz_3$$

On cherche alors les différents facteurs de cette combinaison linéaire en fonction de la corrélation observée sur des maturités de références.

2.2 Modèles élémentaires de passif

Notre modèle actif/passif utilise en entrée des flux générés par un modèle élémentaire de passif.

Ce modèle élémentaire est développé par la société étudiée. Il s'agit d'un modèle actuariel à pas mensuel développé à l'aide du logiciel Moses, qui est utilisé par exemple pour effectuer des prévisions financières, des études actif/passif, des calculs d'Embedded Value.

Sa structure est la suivante :

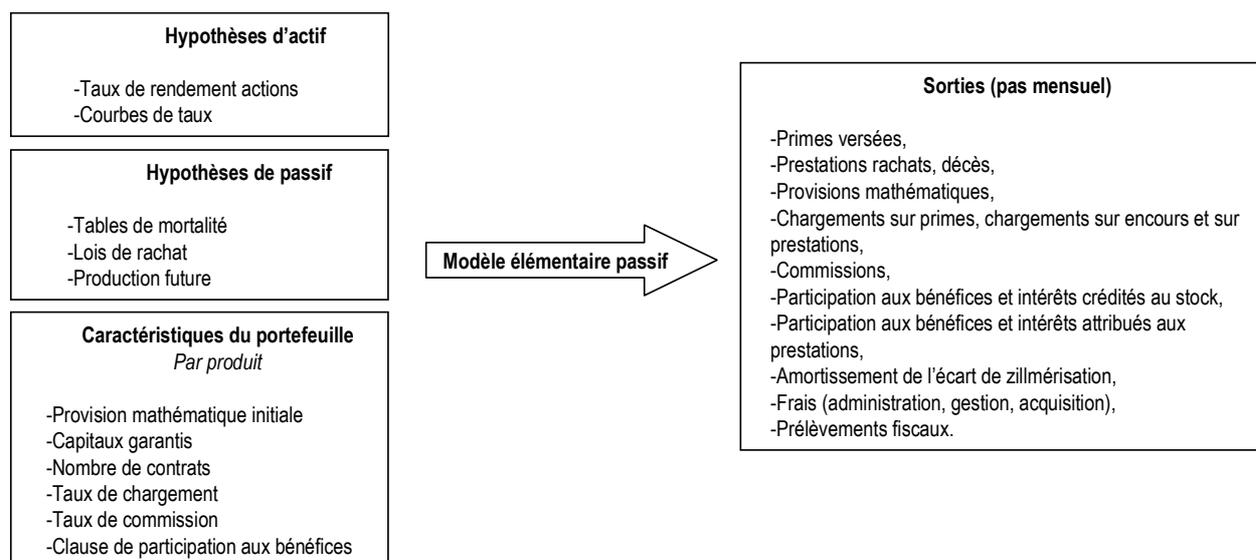


Figure 3 : fonctionnement du modèle élémentaire de passif

Les provisions mathématiques de clôture sont calculées par récurrence à partir des flux de la période. Les prestations sont calculées à partir des tables de mortalité paramétrées dans le modèle.

Il ne s'agit donc pas réellement d'un modèle actif/passif intégré, puisqu'il n'y a pas de modélisation dynamique des actifs et pas de modification du comportement des assurés en fonction des conditions de marché.

Par contre, son atout est qu'il est développé par les actuaires de la société en question, ce qui assure une bonne connaissance du produit et le choix d'un pas mensuel permet un niveau très fin de modélisation. Par exemple, cela permet de distinguer l'attribution de la participation aux bénéfices selon la clause exacte du contrat : au 1^{er} janvier, au 1^{er} juillet ou à date anniversaire.

Nous expliquons en section 2.3.4 pourquoi le modèle de passif ne peut pas être intégré tel quel au modèle actif/passif et comment les flux générés par ce modèle seront utilisés.

2.3 Modèle bilantiel actif/passif

Dans cette partie, nous présentons en détail le fonctionnement du modèle bilantiel actif/passif, c'est-à-dire les éléments situés à l'intérieur de la ligne pointillée sur la Figure 1.

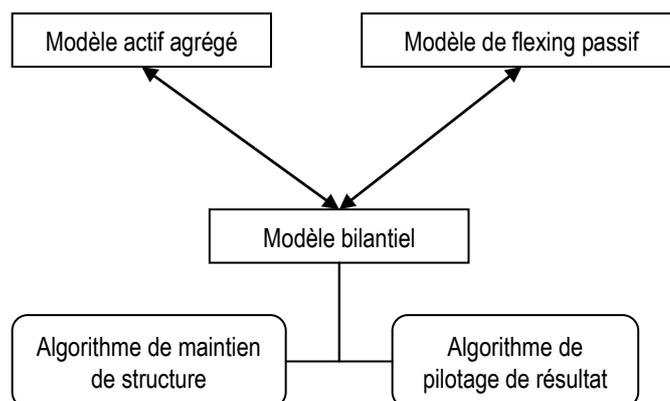


Figure 4 : modèle actif/passif

Tout d'abord, le modèle actif est un modèle agrégé à pas annuel. Les actifs en portefeuille ne sont pas modélisés ligne à ligne, mais par classe. Par exemple, toutes les actions, tous les OPCVM action et la part action des OPCVM mixtes seront modélisés comme une seule et unique ligne. Cela entraîne un travail sur les approximations de modélisation afin de concilier rapidité de calcul et précision acceptable.

Ensuite, le module de maintien de structure assure que la répartition entre les différentes classes d'actif, sur la base des valeurs de marché, ne dérive pas de manière exagérée. En outre, il déclenche les cessions ou les investissements en cas de déficit ou d'excédent de liquidité.

Du côté passif, on trouve le modèle de « flexing », ou déformation des flux de passif. Son rôle est de récupérer des flux de passif (primes, provisions, etc.) pré-simulés dans un scénario central à partir d'un modèle élémentaire (c.f. § 2.2) et de les déformer dynamiquement en fonction des conditions de marché et des revenus générés par les actifs.

L'élément central du modèle est l'algorithme de pilotage du résultat. En fonction des caractéristiques des contrats (clause de participation aux bénéficiaires, objectif de taux servi), des contraintes réglementaires (dotation réglementaire), des objectifs de l'assureur en terme de marge, il attribue le résultat financier entre les assurés et l'assureur et pilote le fonds de participation aux bénéficiaires. En cas d'objectif de taux servi non atteint, il peut également déclencher des vagues de rachats.

Bien que le modèle soit à pas annuel, les hypothèses de fonctionnement imposent en réalité d'avoir deux « moments » au sein d'une année : un milieu de période (noté aussi 30/06) et une fin de période (noté aussi 31/12). Cette contrainte structurelle est née du fait que les modèles de passif fournissent des flux annuels moyennés en milieu d'année. Autrement dit, tous les flux du passif sont supposés tomber au 30/06. Nous verrons donc qu'en milieu de période ont lieu par exemple des cessions et ou des investissements d'actif, tandis qu'en fin de période ont lieu plutôt les calculs relatifs au revenus et autres variables bilantielles.

Examinons maintenant l'environnement de développement retenu.

2.3.1 Outil de développement

Le modèle présenté sera développé sous Moses V5. Les avantages d'un développement sous Moses sont multiples :

- Moses est une référence de marché et est utilisé en standard chez toutes les sociétés du groupe ;
- Moses permet d'« industrialiser » et de sécuriser l'utilisation d'hypothèses variées et de scénarios différents (par exemple, il n'est pas nécessaire d'avoir des versions différentes du programme selon les scénarios ou hypothèses, comme sous Excel) ;
- Les perspectives d'utilisation et d'amélioration à moyen et long terme pour le groupe sont importantes, de même que la possibilité d'étendre le modèle à d'autres applications ;
- Moses est un outil puissant utilisable pour les simulations stochastiques (alors que les limites d'Excel sont assez rapidement atteintes dans ce type d'utilisation).

Rappelons que Moses est l'environnement de modélisation financière et actuarielle commercialisé par Tillinghast Software Solutions. Il repose sur un moteur de génération de code C++ et son atout est de proposer un environnement de développement relativement aisé à prendre en main par des non informaticiens.

Détaillons maintenant la modélisation des actifs.

2.3.2 Modélisation des actifs

Un modèle d'actif développé sous Moses existe déjà au sein de Groupama. Il s'agit d'un modèle d'actif détaillé qui permet de modéliser ligne par ligne l'intégralité du portefeuille des sociétés du groupe. Il est constitué de deux sous modèles : un modèle action et un modèle taux.

Le modèle Action gère la modélisation des actions, de la trésorerie et de l'immobilier : évolution de la valeur boursière, dividendes et loyers, frais de gestion.

Le modèle Taux est un modèle de déroulé obligataire titre par titre. Pour les obligations à taux fixes, les flux de coupon et de remboursement sont déroulés en fonction des caractéristiques du titre (nominal, taux et maturité). Pour les obligations assimilables du Trésor indexées sur l'inflation (OATi), les flux de coupon et de remboursement sont calculés en fonction des caractéristiques du titre (mode d'indexation, maturité, taux) et de paramètres de marché prédéterminés (courbe des taux, inflation). Le modèle calcule également la valeur nette comptable et la valeur de marché des titres.

Le modèle d'actif a été développé initialement pour effectuer des prévisions financières et des études actif/passif qui nécessitent une grande précision de modélisation. Par exemple, le pas de modélisation est mensuel et les détachements des coupons ont lieu exactement aux mois prévus ; les frais de gestion des placements sont paramétrés par type de produit et par société ; ou encore, les bêtas des titres du portefeuille sont alimentés individuellement pour tous les titres.

Par conséquent, ce modèle d'actif n'est pas vraiment adapté à une utilisation stochastique. En effet le temps de simulation par itération, environ 20 minutes, est incompatible avec un nombre élevé d'itérations. De plus, la modélisation mensuelle est superflue dans le cadre d'un pas annuel.

En revanche, il est nécessaire de conserver avec une précision satisfaisante une modélisation exhaustive de toutes les classes d'actif présentes dans le portefeuille.

Le temps de simulation élevé est dû pour une grande part au nombre important de lignes d'actif modélisées : environ six mille. La réponse à ce problème de temps de simulation tout en conservant un niveau acceptable de précision est de re-développer un modèle d'actif agrégé. Le principe est d'agréger au sein d'une seule et même ligne tous les actifs obéissant aux mêmes

principes de modélisation. Par exemple, toutes les actions et tous les OPCVM actions du portefeuille seront modélisés au sein d'une unique classe d'actif ; leur valorisation suivra l'évolution de l'indice action, et les dividendes versés seront calculés en fonction du taux de dividende moyen, ces deux données étant issues des jeux des scénarios stochastiques.

Au total, l'ensemble des actifs du portefeuille a été agrégé en sept classes, dont nous donnons ci-dessous une description sous forme de fiches récapitulatives. Sur chaque fiche, on donne dans l'ordre : la modélisation des flux (coupon, dividende ou loyer), le calcul de la valeur de marché au 30/06 et au 31/12, le calcul de la valeur nette comptable au 31/12 et les éventuels mécanismes de cession et d'investissement.

Nous proposons ci-après l'ensemble des fiches descriptives donnant la modélisation des différentes classes d'actif.

2.3.2.1 Taux fixes

Classe : Taux fixes	
Principes de modélisation	<p>Les obligations taux fixes ne sont pas agrégées en une unique ligne, mais sont agrégées par maturité. Conserver l'information de la maturité permet ainsi, lors des cession ou des investissements, un pilotage de la duration.</p> <p>Tous les remboursements et coupons sont supposés tomber au 30/06 de chaque période de simulation.</p> <p>Le portefeuille étant majoritairement constitué d'obligations assimilables du trésor (OAT), on néglige le spread obligataire¹.</p> <p>Les flux de coupon et de remboursement des obligations taux fixes agrégées sont obtenus à partir d'un programme de déroulés obligataires. Ce programme calcule également l'amortissement de surcote/décote² (SD), le coupon couru (CC) et en déduit la valeur nette comptable (VNC).</p>
Données nécessaires	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Flux de coupons et de remboursements issus du programme de déroulés obligataires ▪ Chroniques des prix de revient, SD, CC issues du programme de déroulés obligataires ▪ Courbes de taux zéro coupon (ZC) nominaux, à chaque période de simulation
Cash flow (CF) 30/06	$CF(t) = \text{coupon}(t) + \text{remboursement}(t)$
Valeur de marché (VM) 30/06	$VM(t) = \sum_{s>t} \frac{Flux(s)}{(1 + Y^{s-t}(t))^{s-t}}$ <p>où Flux(s) est le flux de coupon ou de remboursement en période s $Y(s,t)$ est le taux ZC (zéro coupon) de maturité s, en période de simulation t.</p>
VM 31/12	$VM(t) = \sum_{s>t} \frac{Flux(s)}{(1 + Y^{s-t}(t))^{s-t-0,5}}$ <p>On ne constate simplement qu'une demi période de décalage avec la VM 30/06.</p>
Valeur nette comptable (VNC) 31/12	$VNC(t) = \text{Prix de revient}(t) + CC(t) + SD(t)$
Revenu annuel	$\text{Revenu}(t) = \text{Coupon}(t) + CC(t) - CC(t-1) + SD(t) - SD(t-1) + SD \text{ amortie}(t)$ <p>Le revenu est calculé en fin de période, après toutes les éventuelles opérations de cession et d'investissement de l'année.</p> <p>La SD amortie concerne les titres remboursés au cours de l'année. Elle est en fait égale à la SD du titre juste avant son remboursement, et permet de corriger le calcul de l'amortissement de SD puisque $SD(t) = 0$ pour les titres sortis du portefeuille dans l'année.</p> <p>Pour les autres titres, la SD amortie est nulle.</p>

¹ C.f. glossaire.

² C.f. glossaire. Des informations plus détaillées sur le mode de comptabilisation des produits de taux sont disponibles dans [4] et [5].

Classe : Taux fixes	
Investissements	<p>Les investissements se font sur des obligations détachant leur coupon au 30/06, sur une maturité donnée (par défaut : 5 ans), au taux zéro coupon de la maturité correspondante (on néglige l'écart avec le taux couponant). Les flux de l'investissement sont ensuite ajoutés aux flux du stock (coupon, remboursement, prix de revient et CC). On suppose que l'investissement se fait au pair, par conséquent il n'y a pas de surcote/décote sur les nouveaux titres.</p> <ul style="list-style-type: none"> Si l'investissement est fait au 30/06, il y a un coupon couru d'une demi année au 31/12. Le prix de revient est égal au montant investi, et la VNC est ce prix de revient auquel s'ajoute la demi année de coupon couru. Si l'investissement est fait au 31/12, on suppose que l'obligation est achetée avec un coupon couru. Ainsi, le prix de revient n'est pas exactement égal au montant investi. Soit $i(t)$ le taux d'investissement, les formules sont alors : $Px_revient_{achat}(t) = \frac{Investissement_{31/12}(t)}{(1 + i(t)/2)}$ <p>et le coupon couru à l'achat est : $CC_{achat}(t) = Px_revient_{achat}(t) \cdot i(t) / 2$</p> <p>de telle sorte que : $Px_revient_{achat}(t) + CC_{achat}(t) = Investissement_{31/12}(t)$</p>
Cessions	<ul style="list-style-type: none"> La cession est déterminée en fonction d'un montant de cession et d'une maturité à céder. Le montant correspondant est alors rapporté à la valeur de marché de la ligne de maturité sélectionnée, et la « nouvelle » ligne après cession est calculée en appliquant ce coefficient : $\alpha(t) = \frac{Cession(t)}{VM(t)}$ $\forall s > t, Flux'(s) = (1 - \alpha(t)) \cdot Flux(s)$ $\begin{bmatrix} Px_revient'(t) \\ CC'(t) \\ StockSD'(t) \\ coupon'(> t) \\ \\ StockSD'(t-1) \\ Remboursement(t) \\ S / Damortie'(t) \end{bmatrix} = (1 - \alpha(t)) \cdot \begin{bmatrix} Px_revient(t) \\ CC(t) \\ StockSD(t) \\ coupon(> t) \\ \\ StockSD(t-1) \\ Remboursement(t-1) \\ S / Damortie(t) \end{bmatrix}$ <p>Les plus-values réalisées lors d'une cession se calculent de la manière suivante :</p> <p><i>Cessions au 30.06</i></p> $PVR(t) = \alpha(t) * (VM_{30/06\ avant}(t) - VNC_{31/12}(t-1) + CC(t-1))$ <p><i>Cessions au 31.12</i></p> <p>Soit $\beta(t)$ le coefficient de cession :</p> $PVR(t) = \beta(t) * (VM_{31/12\ avant}(t) - VNC_{31/12\ avant}(t))$

2.3.2.2 OATi

Classe : OATi	
Principes de modélisation	<p>Les obligations assimilables du Trésor indexées sur l'inflation (OATi) sont des obligations émises par l'état Français dont la spécificité est que le coupon et le remboursement sont indexés sur un indice de prix à la consommation. Nous donnons en annexe 1 les caractéristiques officielles des OATi. Le mode de comptabilisation et d'amortissement des OATi est décrit par l'article R332-19 du code des Assurances.</p> <p>La modélisation retenue est d'agréger l'ensemble des titres en une seule et même ligne, quelle que soit la maturité.</p> <p>Tous les remboursements et coupons sont supposés tomber au 30/06 de chaque période de simulation.</p> <p>De la même manière que pour les taux fixes, les flux de coupon et de remboursement des OATi sont obtenus à partir d'un programme de déroulés obligataires. Ce programme calcule également l'amortissement de surcote/décote (SD), le coupon couru (CC), avec une hypothèse d'inflation déterminée.</p> <p>Pour rendre sensible les flux et valorisations des OATi à l'inflation du scénario stochastique, nous avons choisi de récupérer les flux à partir du programme de déroulés obligataires <u>sans inflation</u> (inflation constante égale à 1). Nous modélisons ensuite l'impact de l'inflation sur les différents flux.</p>
Données nécessaires	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Flux de coupons et de remboursements agrégés déflatés issus du programme de déroulés obligataires ▪ Chroniques des prix de revient, SD, CC, nominaux agrégés hors inflation issus du programme de déroulés obligataires ▪ Chronique des nominaux d'émission agrégés : nous avons besoin de cette donnée afin de prendre en compte le fait qu'une OATi ne peut pas être remboursée sous son nominal d'émission (c.f. annexe 1). ▪ Courbes de taux zéro coupon réel (ZCR), à chaque période de simulation ▪ Inflation du scénario. Par défaut, le coefficient d'inflation cumulé (ou coefficient d'indexation, noté $CI(t)$) de la période 0 est fixé à 1. $\begin{cases} \text{coeff d'indexation}(0) = 1 \\ \text{coeff d'indexation}(t) = \text{coeff d'indexation}(t-1) \cdot (1 + \text{infl}(t)) \end{cases}$
CF 30/06	$CF(t) = \text{Coupon}(t) + \text{Remboursement}(t) = \text{Coupon_deflaté}(t) \cdot CI(t) + \text{Max}\{\text{Remboursement_deflaté}(t) \cdot CI(t), \text{Remboursement_plancher}(t)\}$ <p>Avec :</p> $\text{Remboursement_plancher}(t) = - \{ \text{Nominal_émission}(t) - \text{Nominal_émission}(t-1) \}$
VM 30/06 ou 31/12	$VM(t) = \sum_{s>t} \frac{\text{Coup}_{\text{deflaté}}(s) \cdot CI(t) + \text{Max}(\text{Rbt}_{\text{deflaté}}(s) \cdot CI(t), \text{Rbt}_{\text{plancher}}(s))}{(1 + Y_{REEL}^{s-t}(t))^{s-t}}$ <p>La VM 31/12 s'obtient aisément à partir de cette formule en retirant une demi-année d'actualisation.</p> <p>$Y_s(t)_{REEL}$ est le taux zéro coupon réel de maturité s en période t.</p>
VNC clôture	$VNC(t) = PR(t) + CC(t) + SD(t)$
Prix de revient	$PR(t) = \text{prix de revient des déroulés obligataires}(t)$

Classe : OATi	
CC	$CC(t) = CC_déflaté(t) * CI(t)$
SD	$SD(0) = SD_déflatée(0)$ $SD(t) = SD(t-1) + \{CI(t)/CI(t-1) - 1\} * \{Nominal(t-1) - Rbt_déflaté(t)\} * CI(t-1) + \{SD_déflatée(t) - SD_déflatée(t-1)\} - Rbt_déflaté(t) * [CI(t-1) - 1]$ Remarque : $\{CI(t)/CI(t-1) - 1\} = inflation(t)$ puisque $CI(t) = CI(t-1) * \{1 + inflation(t)\}$
Revenu annuel	$Revenu(t) = Coupon(t) + \{CC(t) - CC(t-1)\} + \{SD(t) - SD(t-1)\} + SD_amortie(t)$
SD amortie	$SD_amortie(0) = 0$ $SD_amortie(t) = SD_amortie_déflatée(t) + Rbt_déflaté(t) * \sum_{s=1}^t (CI(s) - CI(s-1))$ Avec : $SD_amortie_déflatée(t) = \{PR(t) - PR(t-1)\} - \{Nom_déflaté(t) - Nom_déflaté(t-1)\}$
Nominal	$Nominal(t) = Nominal_déflaté(t) * CI(t)$
Investissement	Par convention, on ne procède à aucun investissement sur cette classe d'actif.
Cessions	Mécanisme de proratisation des flux similaire à celui des taux fixes.

2.3.2.3 Actions, OPCVM actions, Immobilier

Classes : Actions, OPCVM actions, Immobilier	
Principes de modélisation	<p>Les actions, OPCVM action (organisme de placement commun en valeurs mobilières, c.f. glossaire) et immobilier suivent le même principe simple de modélisation : une évolution de la valeur de marché en fonction d'un indice de référence, une distribution de dividende/loyer en fonction d'un taux de dividende/loyer, pouvant éventuellement être nul dans le cas de OPCVM de capitalisation.</p> <p>On suppose comme toujours que les dividendes et loyers tombent au 30/06, avant le calcul de la valeur de marché au 30/06.</p> <p>Pour l'immobilier, on peut tenir compte de l'amortissement annuel du prix d'achat. On effectue également une distinction entre l'immobilier de placement, parfaitement mobilisable, et l'immobilier d'exploitation, normalement non cessibles et qui ne distribuent pas de loyer.</p>
Données nécessaires	<ul style="list-style-type: none"> ▪ VNC(0), VM(0) ▪ Taux d'amortissement annuel (pour l'immobilier) <p>Les éléments suivants sont données par le scénario :</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Vecteur des taux de dividende actions (tx_div) ▪ Vecteur des taux de rendement hors dividende (rdt_hors_div) ▪ Vecteur des taux de rendement dividende inclus (rdt_div_inclus) ▪ Vecteur des taux de loyer (tx_loyer) ▪ Vecteur des taux de rendement immobilier hors loyer (tx_capital)
Cash flow	$CF(t) = VM_{30/06}(t) * tx(t)$ <p>Avec tx(t) =</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ tx_div(t) pour les actions et OPCVM actions distributif ▪ tx_loyer(t) pour les immeubles disponibles ▪ 0 pour les immeubles d'exploitation ▪ 0 pour les OPCVM actions de capitalisation
VM 30/06	$VM_{30/06av}(t) = VM_{31/12ap}(t-1) * (1 + tx_{marché}(t))^{(1/2)}$ <p>Avec tx_marché(t) =</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ rdt_hors_div(t) pour les actions pures, OPCVM actions distributifs ▪ rdt_div_inclus(t) pour les OPCVM actions de capitalisation ▪ tx_capital(t) pour les immeubles
VM 31/12	$VM_{31/12av}(t) = VM_{30/06ap}(t) * (1 + tx_{marché}(t))^{(1/2)}$ <p>Tx_marché même définition qu'au 30/06.</p>
VNC clôture	<ul style="list-style-type: none"> ▪ $VNC(t) = VNC(t-1) * (1 - tx_{amort}(t))$ <p>Avec tx_amort(t) = taux d'amortissement annuel (nul sauf éventuellement pour l'immobilier)</p>

Classes : Actions, OPCVM actions, Immobilier	
Revenu annuel	<ul style="list-style-type: none"> Revenu(t) = Dividende(t) ou Loyer(t)
Cessions / Investissements	<ul style="list-style-type: none"> Les cessions ou investissements du 30/06 ont lieu après le versement des dividendes de l'année, calculés sur la base de la VM au 30/06. Les investissements du 30/06 ne portent pas de dividendes pour leur année d'investissement. Lors d'une cession, la VNC diminue dans les mêmes proportions que la VM. Les plus-values réalisées se calculent par la formule : Plus-values réalisées : $\{VM_{\text{avant cession}} - VNC_{\text{avant cession}}\} - \{VM_{\text{après cession}} - VNC_{\text{après cession}}\}$ Lors d'un investissement, la VNC augmente du montant investi.

2.3.2.4 OPCVM Taux

Classes : OPCVM Taux	
Principes de modélisation	<p>Les OPCVM de taux sont semblables à des OPCVM actions classique à l'exception près que le support d'investissement est constitué d'actifs obligataires.</p> <p>Comment définir l'indice qui va permettre de mesurer l'évolution de la valeur de marché ? Supposons que l'OPCVM n'est constitué en (t) que d'un unique zéro-coupon de maturité 5 ans, et qu'en (t+1) ce ZC, devenu de maturité 4 ans, il est remplacé par un nouveau ZC de maturité 5 ans pour le même montant. Notons $B(N, t)$ le prix en t d'un ZC de maturité N. La valeur de l'OPCVM en (t+1) est donc $B(4, t+1)$, qui s'écrit aussi $B(5, t) * \{B(4, t+1) / B(5, t)\}$. Nous venons d'exprimer le prix de l'OPCVM en (t+1) en fonction du prix en t et d'un coefficient de sensibilité : $B(4, t+1) / B(5, t)$.</p> <p>Dans le modèle, cette sorte de duration moyenne de l'OPCVM (5 ans dans notre exemple) est déterminée en fonction de la maturité moyenne agrégée des OPCVM, calculée en faisant la moyenne pondérée par leur valeur de marché de la maturité toutes les lignes obligataires constituant les OPCVM. On suppose donc que la duration moyenne de l'OPCVM est constante dans le temps, c'est-à-dire que les lignes « tournent » régulièrement au sein du fonds.</p> <p>Notons que les OPCVM mixtes, constitués à la fois de produits obligataires et d'actions, sont modélisés pour leur part Taux en OPCVM Taux et pour leur part Action en OPCVM Action.</p>
Données nécessaires	<ul style="list-style-type: none"> VNC(0), VM(0) N = Duration moyenne pondérée de l'OPCVM agrégé Taux ZC nominaux du scénario
Cash flow	<p>$CF(t) = \text{coupon}(t) = VM_{30/06}(t) * tx_coup(t)$</p> <p>Avec : $tx_coup(t) = tx_coup(t-1) * (1 - 1/N) + Y(t, N) * 1/N$ pour les OPCVM distributifs</p> <p>$tx_coup(0) = Y(0, N)$ par approximation</p> <p>$tx_coup(t) = 0$ pour les OPCVM de capitalisation pour tout t</p> <p>$Y(t, N)$ est le taux ZC nominal de maturité N en t</p>

Classes : OPCVM Taux	
VM 30/06	$VM_{30/06}(t) = VM_{31/12}(t-1) \times \left(\frac{B_{NOM}^{N-1}(t)}{B_{NOM}^N(t-1)} \right)^{\frac{1}{2}} - coup(t)$ <p>où $B(N,t)$ est le prix zéro coupon nominal de maturité N lu en période t dans la table de scénario</p> <p>N duration moyenne pondérée</p> <p>$VM_{31/12}$ est la VM fin d'année (t-1)</p> <p>N.B : on considère que le taux d'évolution annuel est réparti sur deux semestres. Ainsi :</p> $1 + tx_{annuel} = \frac{B_{NOM}^{N-1}(t)}{B_{NOM}^N(t-1)} = (1 + tx_{semestriel})^2$
VM 31/12	$VM_{31/12}(t) = VM_{30/06}(t) \times \left(\frac{B_{NOM}^{N-1}(t)}{B_{NOM}^N(t-1)} \right)^{\frac{1}{2}}$
VNC 31/12	$VNC_{31/12}(t) = VNC_{31/12}(t-1)$
Revenu annuel	Revenu(t) = coup(t) (+ plus ou moins values réalisées(t))
Cessions / Investissements	Idem actions et OPCVM actions.

2.3.2.5 Trésorerie

Classes : Trésorerie	
Principes de modélisation	La trésorerie représente la liquidité disponible, en positif (comptes bancaires), ou en négatif (découvert, emprunt). Quel que soit le signe, on suppose que la trésorerie est rémunérée (respectivement financée) au taux zéro-coupon 1 an. Chaque milieu de période, la trésorerie est intégralement vidée et intégrée dans le compte de trésorerie de la société (on rappelle que par convention tous les cash flow tombent en une fois en milieu de période).
Données nécessaires	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Nominal(0) : montant de trésorerie ou de dette à l'origine ▪ Taux court terme = taux zéro coupon 1 an
Cash flow	<ul style="list-style-type: none"> ▪ $CF(t) = VM_{30/06}$ avant intégration aux CF société (t) * $Y(t,1)$ <p>N.B : La $VM_{30/06}$ est prise juste avant que la trésorerie soit vidée. Elle correspond donc au montant de la trésorerie au 31/12 (t-1).</p> <p>$Y(t,1)$ taux zéro coupon 1 an en période t</p>
VM 30/06	<ul style="list-style-type: none"> ▪ $VM_{30/06\text{avant}} = 0$

VM 31/12	<ul style="list-style-type: none"> ▪ $VM_{31/12\text{après}} = \text{Nominal}_{30/06\text{après}} = \text{Investissement}_{30/06}$
VNC	<ul style="list-style-type: none"> ▪ $VNC = \text{Nominal} = VM$
Revenu annuel	<ul style="list-style-type: none"> ▪ $\text{Revenu}(t) = CF(t)$ ▪ Pas de plus ou moins values
Investissement Cessions	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Chaque milieu de période, la trésorerie est vidée et intégrée dans le compte de trésorerie. Une fois tous les investissements ou désinvestissements effectués dans le cadre de l'algorithme de maintien de structure (c.f. §2.3.3), le solde positif ou négatif, est crédité en trésorerie.

Nous venons d'avoir un aperçu des différentes classes d'actifs et de leurs principes de modélisations. Naturellement, les propositions faites dans ces fiches induisent un certain nombre d'approximations qu'il est toujours possible de raffiner en fonction des besoins de l'utilisateur. Dans le cadre des besoins de notre modèle, le critère essentiel est un niveau d'agrégation important, afin de garantir une rapidité des calculs.

Après avoir étudié les classes d'actifs de manière élémentaire, nous pouvons maintenant présenter comment, et en fonction de quels paramètres le modèle détermine les investissements et les cessions dans ces différentes classes.

2.3.3 Algorithme de maintien de structure

L'algorithme de maintien de structure a deux rôles :

- Effectuer la réalisation d'une cible de plus-values, en fonction des contraintes de rémunération des assurés et d'un objectif de marge pour l'assureur tels que présentés dans le paragraphe 2.3.5 ;
- Assurer un maintien de structure, c'est-à-dire une répartition entre les différents actifs en pourcentage de l'actif total. La structure cible peut correspondre soit à la structure initiale, au début de la simulation, soit une structure cible indiquée par l'utilisateur (p.ex. 20% actions, 80% produits de taux). Elle est exprimée en valeur de marché.

Détaillons maintenant le fonctionnement de l'algorithme, et donnons quelques illustrations de son comportement dans différentes situations de marché.

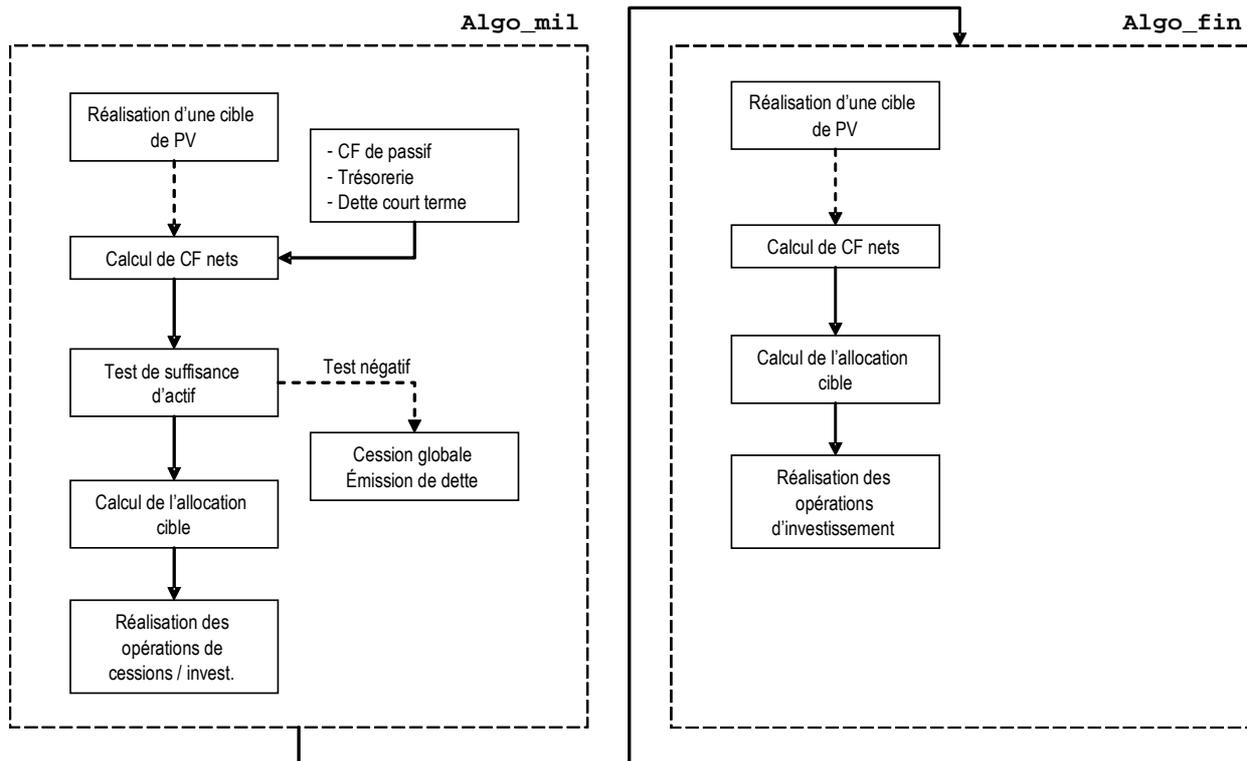


Figure 5 : fonctionnement de l'algorithme de maintien de structure

Remarquons dans un premier temps que l'algorithme est indépendant de la manière dont sont modélisés les actifs. Les seules données qui lui sont nécessaires sont :

- L'indication des classes d'actifs pour lesquelles on souhaite piloter la structure
- Les valeurs de marché et valeurs nettes comptables de tous ces actifs.

L'algorithme est décomposé en deux procédures principales : `algo_mil`, qui est exécutée en milieu de période (30/06) et `algo_fin`, exécutée en fin de période (31/12). Nous rappelons que par convention de modélisation, tous les flux de trésorerie sont supposés tomber en milieu de période.

La procédure `algo_mil` calcule dans un premier temps le flux de trésorerie net, en sommant les flux du passif (primes et prestations), les flux de l'actif (dividendes, coupons, remboursements) et le flux de société (dividende et impôt)¹. Elle réalise ensuite un test de suffisance d'actif : elle compare le flux net avec la valeur totale de l'actif. Si la valeur totale de l'actif disponible est insuffisante pour assurer le règlement de toutes les prestations, une cession de tous les actifs est effectuée et de la dette est souscrite pour le montant restant à payer. Cette situation, heureusement hautement improbable pour une compagnie d'assurance traditionnelle, peut néanmoins se produire en fin de simulation, lorsque presque tout l'actif a été consommé, ou bien lorsque les simulations sont effectuées sans fonds propres initiaux, par exemple lorsque l'on cherche à mesurer un capital sous risques.

Ensuite, la procédure calcule une allocation cible en multipliant le pourcentage de détention cible d'une catégorie d'actif par la valeur totale de l'actif, en valeur de marché.

Enfin, à partir de ces allocations calculées pour toutes les classes d'actif, l'algorithme distingue deux situations : une situation de flux de trésorerie nette positive, et une situation de flux de trésorerie nette négative.

¹ Un schéma détaillé de la composition des flux nets de trésorerie est disponible en Figure 9 page 47.

- Si le flux de trésorerie nette est positif, l'algorithme alloue l'argent disponible au prorata des écarts à la cible. Une classe d'actif sous pondérée se verra donc plus achetée qu'une classe d'actif dont le pourcentage de détention est très proche de la cible, tandis qu'aucun investissement ne sera effectué sur les actifs dont le pourcentage de détention est supérieur à la cible.
- Si le flux de trésorerie est négatif, la procédure cède et/ou investit sur les différentes classes de manière à atteindre directement la structure cible. Il s'agit certes d'un comportement quelque peu brutal. En effet, si la compagnie se trouve dans une situation d'insuffisance de liquidité, elle va céder ses actifs en tentant de limiter les impacts potentiels sur le résultat, par exemple en cédant prioritairement les actifs dont la plus ou moins value latente est la plus faible. Mais l'avantage est une grande rapidité de calcul, puisqu'aucun algorithme d'optimisation (Newton, etc...) n'est mis en œuvre.

Des illustrations détaillées du comportement de l'algorithme de maintien de structure dans plusieurs configurations de marché sont présentées en annexe 2.

Dans un premier temps, on ne pilote pas la durée de l'actif dans le cas des cessions. Par exemple, une cession sur la catégorie « taux fixes » sera effectuée en quote-part sur toutes les maturités, laissant ainsi inchangé le profil de durée de l'actif. En revanche, dans le cas des acquisitions, on s'autorise à choisir la ou les maturités d'investissement, ce qui permet d'effectuer simultanément à un maintien de structure un adossement de l'actif au passif avec ou sans contrainte de convexité.

D'un point de vue concret, dans nos simulations, nous verrons que nous utiliserons la structure d'actif réelle de la société étudiée (c.f. § 3.1.1.3.2). Nous pouvons donc raisonnablement supposer que l'adossement est satisfaisant pour les premières années, et nous nous contenterons de fixer conventionnellement la maturité d'investissement des obligations à taux fixes à 5 ans.

Intéressons-nous à présent au procédé de dynamisation des flux de passif.

2.3.4 Principe de la technique de déformation des flux de passif (« flexing ») : exemple du contrat d'épargne

Il n'est pas possible d'utiliser directement le modèle de passif élémentaire (c.f. § 2.2) dans le cadre de simulations stochastiques. En effet, le temps de simulation du modèle élémentaire est de l'ordre de 5 minutes, ce qui est tout à fait acceptable en fonctionnement individuel, mais ce qui est incompatible avec plusieurs milliers de simulations. Par exemple : 1000 simulations x 5 minutes = 83 heures !

D'autre part, l'utilisation du modèle de passif impliquerait de faire de nombreuses modifications dans le code pour l'alimentation des différents taux et rendements et pour la prise en compte de l'impact des conditions de marché sur les rachats, par exemple.

Par conséquent, une des solutions possibles est d'utiliser la technique du flexing : au lieu de recalculer à chaque période les prestations, provisions et autres données du passif, on déforme des flux pré-simulés, issus du modèle de passif détaillé, en fonction des conditions de marchés fournies par le modèle d'actif.

Nous présentons ci-dessous la méthodologie du flexing sur l'exemple concret d'un contrat d'épargne.

2.3.4.1 Principes et hypothèses

La méthode flexing consiste à appliquer un système de ratios à une chronique de flux obtenus selon une trajectoire centrale (que l'on qualifie également de "Best Estimate") afin de prendre en

compte un certain nombre de déformations générées par des comportements de l'assureur et des assurés.

Les seuls comportements qui seront pris en compte ici sont :

- pour l'assureur : l'incorporation dans les provisions mathématiques d'une participation aux bénéfices annuelle,
- pour l'assuré : des vagues de rachats totaux conjoncturels déclenchées par un décrochage du taux servi par rapport à une référence de marché.

Dans la suite de cette présentation, on supposera que la trajectoire "Best Estimate" correspond à un scénario dans lequel l'épargne acquise par les assurés est revalorisée au seul taux technique moyen et dans laquelle le taux de rachat total ne recouvre que les rachats structurels du portefeuille.

On considère un contrat d'épargne à primes périodiques. Le contrat prévoit le versement en cas de décès d'un montant égal à l'épargne acquise par l'assuré. L'assuré a également la possibilité de racheter, sans pénalité et à tout moment, son contrat ainsi que d'effectuer des retraits partiels.

Le contrat prévoit l'incorporation d'un montant de participation aux bénéfices dans les provisions mathématiques à chaque 31 décembre.

S'agissant de la chronologie des flux, on rappelle les hypothèses de modélisation retenues :

- les prestations tombent en milieu d'année,
- les primes tombent également en milieu d'année, immédiatement après le paiement des prestations.

On supposera que les lois de chute s'appliquant aux nombres de polices sont les mêmes que celles s'appliquant aux montants.

On supposera également que les sorties de l'année ne reçoivent pas de participation aux bénéfices.

Enfin, on ne modélise pas les frais d'acquisition reportés et l'écart de zillmérisation.

2.3.4.2 Définition des flux à ajuster et notations

Les flux à ajuster sont les suivants :

- Primes brutes de chargements ;
- Primes nettes de chargements ;
- Prestations décès : prestations versées en cas de décès de l'assuré ;
- Prestations rachats totaux : prestations liées aux chutes en nombre de contrats ;
- Prestations rachats partiels : prestations liées aux chutes en encours de provisions mathématiques ;
- Prestations maturités : prestations des contrats arrivés au terme ;
- Intérêts crédités au stock de contrats : intérêts techniques crédités au stock de provisions mathématiques ;
- Intérêts crédités aux sorties : intérêts techniques crédités aux prestations ;
- Provision mathématique de clôture
- Nombres de polices en fin d'année.

Les notations suivantes seront adoptées pour les **flux de passifs originaux** :

- $Primes_b^0(n)$: montant de primes brutes de chargements payées l'année n dans la trajectoire "Best Estimate",
- $Primes_n^0(n)$: montant de primes nettes de chargements payées l'année n dans la trajectoire "Best Estimate",
- $Prest_rach_t^0(n)$: montant de prestations rachats totaux de l'année n dans la trajectoire "Best Estimate",
- $Prest_rach_p^0(n)$: montant de prestations rachats partiels de l'année n dans la trajectoire "Best Estimate",
- $Prest_deces^0(n)$: montant de prestations décès de l'année n dans la trajectoire "Best Estimate",
- $Prest_mat^0(n)$: montant de prestations maturités de l'année n dans la trajectoire "Best Estimate",
- $IC_stock^0(n)$: montant d'intérêts techniques servis au cours de l'exercice n au stock de contrats présents entre le 1er janvier et le 31 décembre n dans la trajectoire "Best Estimate",
- $IC_sorties^0(n)$: montant d'intérêts techniques aux prestations (décès, rachats totaux et rachats partiels) de l'année n dans la trajectoire "Best Estimate",
- $PM^0(n)$: provision mathématique de clôture de l'exercice n dans la trajectoire "Best Estimate",
- $Nombres^0(n)$: nombre de contrats en vigueur au 31 décembre n dans la trajectoire "Best Estimate".

De même, on définira les grandeurs suivantes dans le **scénario incluant les comportements de l'assureur et des assurés** :

- $Primes_b^*(n)$: montant de primes brutes de chargements payées l'année n dans la trajectoire avec comportements,
- $Primes_n^*(n)$: montant de primes nettes de chargements payées l'année n dans la trajectoire avec comportements,
- $Prest_rach_t^*(n)$: montant de prestations rachats totaux de l'année n dans la trajectoire avec comportements,
- $Prest_rach_p^*(n)$: montant de prestations rachats partiels de l'année n dans la trajectoire avec comportements,
- $Prest_deces^*(n)$: montant de prestations maturités de l'année n dans la trajectoire avec comportements,
- $Prest_mat^*(n)$: montant de prestations décès de l'année n dans la trajectoire avec comportements,

- $IC_stock^*(n)$: montant d'intérêts techniques servis au cours de l'exercice n au stock de contrats présents entre le 1er janvier et le 31 décembre n dans la trajectoire avec comportements,
- $IC_sorties^*(n)$: montant d'intérêts techniques servis aux prestations (décès, rachats totaux et rachats partiels) de l'année n dans la trajectoire avec comportements,
- $PM^*(n)$: provision mathématique de clôture de l'exercice n dans la trajectoire avec comportements,
- $Nombres^*(n)$: nombre de contrats en vigueur au 31 décembre n dans la trajectoire avec comportements,
- $PB^*(n)$: montant de participation aux bénéfices incorporée dans les provisions mathématiques au 31 décembre n dans la trajectoire avec comportements. Cette variable est calculée par le module bilantiel, en fonction du résultat financier et des objectifs commerciaux de rémunération des assurés (cf. 2.3.5 Algorithme de pilotage du résultat : contraintes de rémunération pour l'assuré et prélèvement de marge pour l'assureur).
- $R^*(n)$: taux de rachats conjoncturels au-delà des rachats structurels pour l'année n . Ces rachats conjoncturels sont déclenchés lorsque l'on constate un écart entre l'objectif commercial de rémunération de l'assuré et le taux effectivement servi aux contrats. Lorsque le taux servi est trop faible, des clients sont susceptible de racheter leurs contrats. Ces rachats dits « conjoncturels » (car dépendants des conditions de marché) viennent s'ajouter aux rachats « structurels » (rachats indépendants des conditions de marchés – chaque année une proportion des assurés rachètent leur contrats, par exemple en fonction de leur ancienneté) qui sont déjà pris en compte dans les flux du modèle de passif (cf. 2.3.5 Algorithme de pilotage du résultat : contraintes de rémunération pour l'assuré et prélèvement de marge pour l'assureur).

Toutes ces notations sont reprises dans un tableau synthétique disponible en annexe 4.

Les notations suivantes seront adoptées pour le système de **ratios d'ajustement** :

- $R_primes_b(n)$: ratio d'ajustement des primes brutes de chargements
- $R_primes_n(n)$: ratio d'ajustement des primes nettes de chargements,
- $R_prest_deces(n)$: ratio d'ajustement des prestations décès,
- $R_prest_rach_t(n)$: ratio d'ajustement des prestations rachats totaux,
- $R_prest_rach_p(n)$: ratio d'ajustement des prestations rachats partiels,
- $R_prest_mat(n)$: ratio d'ajustement des prestations maturités,
- $R_IC_stock(n)$: ratio d'ajustement des intérêts techniques crédités au stock de contrats,
- $R_IC_prest(n)$: ratio d'ajustement des intérêts techniques crédités aux sorties,
- $R_PM(n)$: ratio d'ajustement des provisions mathématiques de clôture,
- $R_nombres(n)$: ratio d'ajustement des nombres de polices en fin d'année.

2.3.4.3 Formules de calcul des ratios d'ajustement

L'objectif est de définir les ratios nommés précédemment de telle manière que le flux déformé soit le produit du flux original par le ratio correspondant :

- $Primes_b^*(n) = Primes_b^0(n) \cdot R_primes_b(n)$,
- $Primes_n^*(n) = Primes_n^0(n) \cdot R_primes_n(n)$,
- $Prest_rach_t^*(n) = Prest_rach_t^0(n) \cdot R_prest_rach_t(n)$
- $Prest_rach_p^*(n) = Prest_rach_p^0(n) \cdot R_prest_rach_p(n)$
- $Prest_deces^*(n) = Prest_deces^0(n) \cdot R_prest_deces(n)$
- $Prest_mat^*(n) = Prest_mat^0(n) \cdot R_prest_mat(n)$
- $IC_stock^*(n) = IC_stock^0(n) \cdot R_IC_stock(n)$
- $IC_sorties^*(n) = IC_sorties^0(n) \cdot R_IC_prest(n)$
- $PM^*(n) = PM^0(n) \cdot R_PM(n)$
- $Nombres^*(n) = Nombres^0(n) \cdot R_nombres(n)$

On rappelle que PB^* et R^* ne sont pas flexés, car ils ne sont pas fournis par le modèle de passif mais calculés par l'algorithme bilantiel.

Tous les ratios définis dans la section précédente sont initialisés à 1 en début de projection ($n=0$).

A partir des flux obtenus dans la trajectoire "Best Estimate", il est possible de déduire un certain nombre d'hypothèses qui seront utilisées dans le calcul des ratios. Ces hypothèses sont :

- le taux technique moyen noté $TM(n)$,
- le taux de sorties définitives (décès, maturités et rachats totaux, hors rachats partiels) noté $Taux_sorties_def0(n)$,
- le taux de chute (décès, maturités, rachats totaux et partiels) noté $Taux_chutes0(n)$,
- le taux de rachats totaux noté $Taux_rach_t0(n)$.

Ces hypothèses sont déduites des flux de passif de la manière suivante :

$$\bullet \quad TM(n) : \frac{IC_stock^0(n)}{PM^0(n-1) - Tot_Prest^0(n) + IC_sorties^0(n) + \frac{Primes_n^0(n)}{2}}$$

Le taux technique est qualifié de « moyen » car nous verrons plus loin (§ 3.1.1.2 Caractéristiques du passif) qu'il n'est pas unique : pour un produit donné, il peut par exemple être calculé de manière agrégée sur toutes les générations de ce produit, dont les taux techniques peuvent varier légèrement.

$Tot_Prest0(n)$ désigne la somme des prestations décès, maturités, rachats totaux et rachats partiels.

<ul style="list-style-type: none"> • $Taux_chutes^0(n)$: $\frac{Tot_Prest^0(n) - IC_sorties^0(n)}{PM^0(n-1)}$ <ul style="list-style-type: none"> • $Taux_sorties_def^0(n)$: $\frac{Prest_deces^0(n) + Prest_mat^0(n) + Prest_rach_t^0(n) - IC_sorties^0(n) \cdot \alpha}{PM^0(n-1)}$ <p>avec $\alpha = \frac{Prest_deces^0(n) + Prest_mat^0(n) + Prest_rach_t^0(n)}{Tot_Prest^0(n)}$</p> <ul style="list-style-type: none"> • $Taux_rach_t^0(n)$: $\frac{Prest_rach_t^0(n) - IC_sorties^0(n) \cdot \beta}{PM^0(n-1)}$ <p>avec $\beta = \frac{Prest_rach_t^0(n)}{Tot_Prest^0(n)}$</p>
--

Les coefficients α et β permettent de ne retenir des flux sortis que la bonne quote-part des intérêts techniques.

Pour tenir compte de la déformation des flux due à la présence de rachats (structurels et conjoncturels), il est nécessaire de définir deux coefficients d'ajustement :

- $Ajust_n(n)$: cette grandeur représente l'ajustement des nombres de polices que l'on doit réaliser pour tenir compte des rachats totaux de l'année n,
- $Ajust_m(n)$: cette grandeur représente l'ajustement des montants que l'on doit réaliser pour tenir compte des rachats totaux de l'année n.

Les formules de calcul de ces grandeurs sont :

$Ajust_n(n) = \frac{1 - Taux_sorties_def^0(n) - R^*(n)}{1 - Taux_sorties_def^0(n)}$ $Ajust_m(n) = \frac{1 - Taux_chutes^0(n) - R^*(n)}{1 - Taux_chutes^0(n)}$

La différence entre ces deux ratios est simplement que le ratio d'ajustement en nombre n'est pas affecté par les rachats partiels.

Après ces calculs introductifs, nous pouvons à présent déterminer le calcul des ratios de déformation à proprement parler.

La formule de calcul du ratio d'ajustement des nombres de polices est la suivante :

$$R_nombres(n) = R_nombres(n-1) \cdot Ajust_n(n)$$

Les primes brutes et nettes sont ajustées en fonction des nombres :

$$R_primes_b(n) = R_nombres(n)$$

$$R_primes_n(n) = R_nombres(n)$$

Les prestations, d'une manière générale, sont ajustées en fonction de la PM de l'année précédente :

$$R_prest_deces(n) = R_PM(n-1)$$

$$R_prest_rach_p(n) = R_PM(n-1)$$

$$R_prest_mat(n) = R_PM(n-1)$$

La formule de calcul du ratio d'ajustement des prestations rachats totaux prend en compte en plus les rachats conjoncturels, représentés par la grandeur R^* :

$$R_prest_rach_t(n) = R_PM(n-1) \cdot \frac{Taux_rach_t^0(n) + R^*(n)}{Taux_rach_t^0(n)}$$

La formule de calcul du ratio d'ajustement des intérêts techniques crédités aux sorties est la suivante :

$$R_IC_sort(n) = \frac{Prest_deces^*(n) + Prest_rach_t^*(n) + Prest_rach_p^*(n) + Prest_mat^*(n)}{Prest_deces^0(n) + Prest_rach_t^0(n) + Prest_rach_p^0(n) + Prest_mat^0(n)}$$

Il s'agit d'une simple règle de proportionnalité.

La formule de calcul du ratio d'ajustement des intérêts crédités au stock est la suivante :

$$R_IC_stock(n) = \frac{PM^0(n-1) \cdot R_PM(n-1) \cdot (1 - Taux_chute^0(n) - R^*(n)) + \frac{Primes_n^0(n) \cdot R_primes_n(n)}{2}}{PM^0(n-1) \cdot (1 - Taux_chute^0(n)) + \frac{Primes_n^0(n)}{2}}$$

Le dénominateur représente le montant de provision mathématiques qui « reste » toute l'année dans les comptes : la PM chutée plus une demi année de primes. Le numérateur représente la même grandeur mais revalorisée des ratios de déformation et corrigée des rachats conjoncturels. Là encore, le calcul du ratio est basé sur une règle de proportionnalité.

Et enfin, la formule de calcul du ratio d'ajustement des provisions mathématiques de fin d'année est la suivante :

$$R_{PM}(n) = \frac{(PM^o(n) - Primes_n^o(n) \cdot v) \cdot R_{PM}(n-1) - Ajust_m(n) + Primes_n^o(n) \cdot R_primes_n(n) \cdot v + PB^*(n)}{PM^o(n)}$$

$$\text{avec } v = \left(1 + \frac{TM(n)}{2}\right)$$

Le ratio R_{PM} est en réalité un « faux » ratio, c'est-à-dire que l'on calcule par une sorte de récurrence d'abord la PM flexée fin d'année y compris incorporation (numérateur), et l'on en déduit le ratio, alors que normalement c'est l'inverse. Cependant on doit tout de même le calculer car il est utilisé pour déformer de nombreux flux (prestations, etc.) en période suivante.

Ainsi, à l'aide du calcul des coefficients de déformation, nous avons obtenu les flux de passif qui prennent en compte de manière dynamique l'option de participation au bénéficiaire et les rachats des assurés, en fonction des données statiques fournies par un modèle détaillé de passif et des variables calculées par l'algorithme de pilotage du résultat (cf. § 2.3.5).

Nous donnons en annexe 3 un exemple numérique de calcul de déformation des flux et une réconciliation avec un calcul classique.

Nous pouvons résumer ainsi la méthodologie de modélisation des passifs :

- On récupère les flux de passif dans une hypothèse de projection au taux technique (sans option de PB) du produit que l'on souhaite modéliser, à partir des résultats d'un modèle élémentaire développé par les actuaires de la société étudiée ;
- Le modèle bilantiel détermine en fonction des revenus de l'année et des conditions de marché le montant de PB incorporé aux contrats et déclenche les éventuels rachats conjoncturels (§ 2.3.5) ;
- Ces flux et ces montants bilantiels permettent de calculer les ratios d'ajustement ;
- On en déduit les flux de passifs déformés en multipliant les flux de passifs originaux par le ratio correspondant.
- Et on répète l'opération à chaque période de simulation.

Les avantages de la technique de déformation des flux de passif (« flexing ») sont donc très importants : on conserve à la fois la qualité de modélisation du passif, sans avoir besoin de re-développer un modèle complet avec des hypothèses plus grossières ; et l'on combine cette qualité de modélisation avec un temps de calcul très rapide, puisque l'essentiel des calculs est constitué d'opérations arithmétiques simples.

Nous pouvons maintenant présenter le module central de notre programme : l'algorithme de pilotage du résultat.

2.3.5 Algorithme de pilotage du résultat : contraintes de rémunération pour l'assuré et prélèvement de marge pour l'assureur

Dans le cadre d'un produit d'épargne classique, l'assuré voit son épargne créditée d'intérêts techniques, calculés au taux technique, et bénéficie également d'une participation aux bénéfices, conformément aux dispositions du code des Assurances. Le taux global servi au client (intérêts techniques plus participation) peut en outre faire l'objet d'une garantie contractuelle : on parle alors de taux minimum garanti¹ ou TMG.

¹ La distinction taux technique / taux minimum garanti n'est pas une règle générale, mais le fonctionnement décrit dans ce mémoire correspond au fonctionnement réel des contrats du portefeuille de la société étudiée.

L'algorithme de pilotage du résultat aura le rôle suivant :

- Déterminer le montant de PB à doter au fonds, en fonction des conditions de marché, et en déduire un objectif de résultat financier, qui sera envoyé comme cible de plus-value à réaliser dans l'algorithme de rebalancement (cf. § 2.3.3) ;
- Déterminer le montant de PB à incorporer aux provisions mathématiques, en fonction des conditions de marché, du TMG et des objectifs commerciaux des contrats ;
- Calculer les dotations réglementaire et contractuelle et s'assurer que la dotation réelle leur est bien supérieure ;

Rappelons à l'aide du schéma suivant l'organisation du modèle :

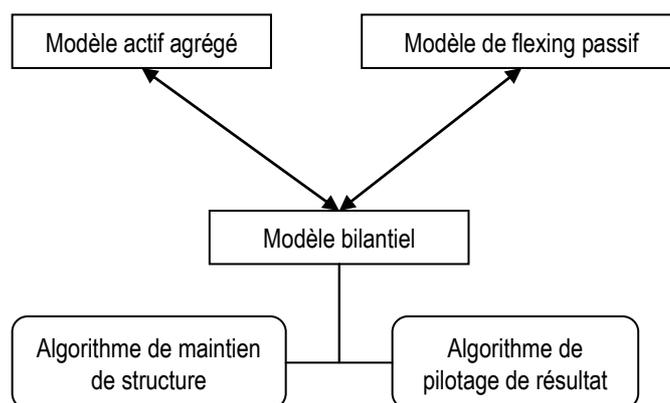


Figure 6 : modèle actif / passif

La présente partie propose de décrire pas à pas le fonctionnement du modèle bilantiel. En entrée, ce modèle reçoit les revenus financiers et le taux de rendement des actifs, tel que calculés par le modèle d'actif, et les éléments de passifs déformés de l'année, tels que calculés par le modèle de déformation du passif.

En sortie, l'algorithme détermine donc PB^* , le montant de PB incorporée aux contrats, ainsi que R^* , le taux de rachats conjoncturels. Ces deux variables sont à leur tour utilisées en entrée du modèle de déformation des flux de passif afin de déterminer les ratios et les flux déformés de l'année suivante.

2.3.5.1 Hypothèses

Dans le cadre de notre modèle, nous ferons les hypothèses suivantes :

- On considère un contrat d'épargne classique dont le taux technique est fixe (par exemple 2,5%).
- En fonction des clauses du produit, il peut également y avoir un taux minimum garanti (TMG), seul ou en plus d'un taux technique. En théorie, ce TMG n'est pas nécessairement fixe, et peut varier en fonction d'un référence (par exemple : taux du livret A) ;
- On suppose qu'il n'y a pas de participation bénéficiaire sur les prestations.
- On néglige les chargements sur primes (on n'a que des prélèvements sur encours) ;
- On suppose enfin qu'il n'y a pas de prélèvements sociaux (CSG/CRDS).

2.3.5.2 Détermination des objectifs à prendre en compte

2.3.5.2.1 Calcul du taux de rémunération cible

On cherche à déterminer un taux de rémunération des contrats, plus précisément le taux de calcul de la participation bénéficiaire incorporée au contrat. Ce taux prend en compte les éléments suivants :

- TMG : le taux de participation net servi ne pourra pas être inférieur au TMG net
- Taux commercial cible : en fonction des conditions de marché, l'assuré s'attend par exemple à un taux servi plus élevé lorsque le niveau général des taux est élevé. Le taux commercial cible traduit la prise en compte par l'assureur des attentes de rentabilité de l'assuré.

On peut écrire les formules suivantes :

$$\text{TMG brut} = (\text{TMG net} + 1) / (1 - \text{taux de chargement sur encours}) - 1$$

$$\text{Taux commercial cible brut} = (1 + \text{Taux de rémunération cible net}) / (1 - \text{taux de chargement sur encours}) - 1$$

Ces formules donnent la relation entre les taux nets du chargement sur encours et les taux bruts du chargement sur encours. En effet, un taux indiqué à l'assuré est toujours net de chargement, ce qui signifie que le taux devant être réellement servi par l'assureur doit intégrer le chargement. Autre façon de voir cette formule : si la PB (nette) servie est nulle, la PB réellement incorporée (brute) doit intégrer le chargement, sinon le taux net servi au client est négatif.

Le taux commercial cible net, qui tient compte des données de marché, peut être exprimé par exemple de la manière suivante :

$$\text{Taux commercial cible net} = Z \% * \text{Taux de rémunération de référence}$$

Avec Taux de rémunération de référence calculé par récurrence :

Si $\text{taux OAT } 10(t) > \text{Taux de rémunération de référence}(t - 1)$:

$$\text{Taux de rémunération de référence}(t) = \text{Taux de rémunération de référence}(t-1) - (\text{Taux de rémunération de référence}(t-1) - \text{taux OAT } 10) / x$$

Sinon :

$$\text{Taux de rémunération de référence } n = \text{Taux de rémunération de référence}(t-1) - (\text{Taux de rémunération de référence}(t-1) - \text{taux OAT } 10) / y$$

Z % est un pourcentage choisi par l'assureur

On rappelle que $\text{taux OAT } 10(t)$ est le taux des obligations du Trésor de maturité 10 ans en période t de simulation.

Le taux de rémunération de référence sera initialisé en $t = 0$ au taux effectivement servi au contrat en année de situation.

Cette formule consiste à supposer que dans un environnement de hausse des taux, la durée de rattrapage entre le taux de rémunération de référence et l'OAT 10 ans est de x années, tandis qu'à la baisse des taux, cette durée s'élève à y années. Par défaut, on peut par exemple prendre $x = 5$ et $y = 2$.

Enfin, nous pouvons donner le taux de rémunération cible qui sera simplement le maximum des deux taux calculés précédemment :

$$\text{Taux de rémunération cible brut} = \max(\text{TMG brut}, \text{taux commercial cible brut})$$

Cette formule signifie que même si les taux affichés par le marché sont très bas, la cible de rémunération est au moins égale au TMG.

2.3.5.2.2 Coût de la PB cible brute de chargement sur encours

Les taux définis précédemment nous permettent de calculer le montant de participation bénéficiaire cible.

Il est à remarquer que la rémunération globale de l'assuré est constituée de la participation bénéficiaire, dont l'incorporation aux provisions mathématiques est à la discrétion de l'assureur, dans les limites prévues par le code des Assurances, et des intérêts techniques, qui sont mécaniquement crédités aux provisions mathématiques.

Par conséquent, lorsque l'on considère un taux de rémunération cible brut de chargement sur encours, le montant de PB à incorporer se déduit en retirant les intérêts techniques crédités aux provisions mathématiques du produit du taux de rémunération cible par le montant de la provision mathématique de fin de période avant incorporation. La formule s'écrit :

$$\text{Incorporation de PB cible brute (noté PB cible)} = \max(\text{Taux de rémunération cible brut} * (\text{PM}(t-1) - \text{tot_prest}^*(t) + \text{IC_sorties}^*(t) + \text{primes_n}^*(t)/2) - \text{IC_stock}^*(t) ; \text{Chargement sur encours})$$

Détaillons les éléments qui composent cette formule :

- Taux de rémunération cible brut est le taux calculé au paragraphe 2.3.5.2.1
- $\text{PM}(t-1) - \text{tot_prest}^*(t) + \text{IC_sorties}^*(t) + \text{primes_n}^*(t) / 2$ est l'assiette qui représente la provision mathématique de fin de période après crédit des intérêts techniques mais avant incorporation de la PB (puisque c'est justement ce qu'on cherche à calculer). On ne prend que la moitié des primes pour tenir compte du fait qu'elles sont versées en milieu d'année.
- On retire les intérêts crédités aux provisions mathématiques ($\text{IC_stock}^*(t)$) car le taux de rémunération servi s'entend participation bénéficiaire et intérêts crédités. Par exemple, un contrat dont le taux technique est très élevé, disons 5%, et s'il se trouve que les conditions de marché amènent à un taux de rémunération cible de 4%, alors le montant de PB incorporée sera tout juste égal au chargement sur encours ; ce qui fait en d'autres termes que la PB nette servie sera nulle.
- Il est naturellement nécessaire d'incorporer dans tous les cas au moins le chargement sur encours afin de ne pas servir un taux net négatif.

Nota bene : pour faciliter la lecture, les noms et descriptions de toutes les variables utilisées dans les parties 2.3.4 et 2.3.5 sont disponibles dans un tableau synthétique en annexe 4.

2.3.5.3 Déroulé de l'algorithme bilantiel

2.3.5.3.1 Détermination de la marge assureur et de la dotation minimum au fonds de participation bénéficiaire (fonds de PB)

On définit pour l'assureur un objectif de marge, noté marge cible, exprimé en pourcentage de l'encours. Il s'agit du bénéfice que l'assureur souhaite prélever sur les revenus de l'année, sans présumer du fait que cet objectif de marge pourra ne pas être satisfait, par exemple dans le cas où la dotation au fonds de PB est inférieure à la dotation réglementaire.

L'encours correspond à un montant moyen de provisions techniques sur l'année. Une formule est suggérée ci-dessous, mais peut être facilement adaptée à d'autres hypothèses (date de tombée des flux, nature des provisions, etc.) :

$$\text{Marge cible} = \text{Taux de marge cible \%} * [\text{PM}(t-1) - \text{Tot_prest}^*(t) + \text{IC sorties}^*(t) + \text{Primes}^*(t)/2 + \text{fonds de PB}(t-1) + \text{RC}(t)] = \text{Taux de marge cible \%} * \text{encours}(t)$$

D'autre part, on définit le résultat brut comme suit :

$$\begin{aligned} \text{Résultat brut} &= \text{revenus courants} + \text{plus-values réalisées suite aux cessions d'actif} \\ &\text{(noté PVR cessions)} + \text{marge technique} + \text{variation de PRE} - \text{frais} - \text{IC_tot} \\ \text{Variation de PRE} &= + \text{dotation} - \text{reprise à la PRE} \end{aligned}$$

La marge technique et le calcul détaillé de la provision pour risque d'exigibilité (PRE) sont définis plus loin (§ 2.4).

On compare ensuite le résultat brut diminué de la marge cible et la dotation contractuelle, afin de savoir si l'assureur est en mesure de prélever sa marge. S'il n'y a pas de clause de dotation contractuelle, il suffit de prendre dotation contractuelle égale à 0 dans les formules suivantes.

$$\text{Si } (\text{dotation contractuelle} < (\text{résultat brut} - \text{marge cible}))$$

Dans cette situation, le résultat brut est suffisant pour servir la dotation contractuelle. L'assureur peut donc prélever sa marge.

$$\begin{aligned} \text{Marge assureur} &= \text{marge cible} \\ \text{Dotation au fonds de PB minimum (noté dotation PB min)} &= \text{Résultat brut} - \text{marge cible} \end{aligned}$$

$$\text{Si } (\text{dotation contractuelle} \geq (\text{résultat brut} - \text{marge cible}))$$

Dans cette situation, le résultat est insuffisant pour permettre à l'assureur de prélever son objectif de marge. Il prélève la marge, telle qu'elle ressort de l'application des clauses de dotation contractuelle, notée marge contractuelle.

$$\text{Marge contractuelle} = \text{revenus courants} + \text{plus values des cessions d'actifs} + \text{marge technique} + \text{Variation de PRE} - \text{frais} - \text{IC_tot} - \text{dotation PB contractuelle} = \text{Résultat brut} - \text{dotation PB contractuelle}$$

On a alors :

$$\begin{aligned} \text{Marge assureur} &= \text{marge contractuelle} \\ \text{Dotation PB min} &= \text{dotation PB contractuelle} \end{aligned}$$

Il est utile de rappeler que tous les calculs « bilantiels » présentés dans la section 2.3.5 interviennent en fin d'année. A ce stade, nous connaissons donc tous les produits financiers courants de l'année (dividendes, coupons), la plupart des flux de passifs déformés (primes, prestations, intérêts techniques, frais), les objectifs de marge de l'assureur et les contraintes minimum de participation à doter au fonds de PB. Nous cherchons donc à déterminer :

- Le montant qui sera réellement doté au fonds de PB et le montant incorporé aux provisions mathématiques (variable de flexing $\text{PB}^*(t)$), compte tenu des objectifs et des richesses latentes détenues par l'assureur ;

- L'utilisation éventuelle des richesses latentes de l'assureur (réalisation de plus-values latentes, utilisation du fonds de PB de l'année précédente) ;
- Les rachats conjoncturels éventuellement déclenchés par une PB servie aux assurés inférieure aux critères de marché (variable de flexing $R^*(t)$);
- La provision mathématique de fin de période (variable de flexing $PM^*(t)$) ;
- Enfin, la marge définitive de l'assureur.

Poursuivons le déroulement des calculs bilantiels.

2.3.5.3.2 Calcul des plus-values latentes maximum réalisables

$$\text{PVR max} = \text{Plus values maximum réalisables} = \max(\min(\text{PVL des actifs R332-20} ; \text{PVL des actifs mobilisables}) ; 0)$$

En d'autres termes, le montant des plus-values maximum réalisables est limité par la provision pour risque d'exigibilité (PRE, cf. glossaire et § 2.4.2) et par le montant des plus-values latentes (PVL) estimées sur chacune des classes d'actif pour lesquelles les plus values sont mobilisables : on ne peut réaliser des plus-values qu'à concurrence de l'annulation de la plus-value globale sur les actifs mentionnées à l'article R332-20 du code des Assurances. Si on constate une PRE avant réalisation des plus values, c'est-à-dire si le portefeuille R332-20 est en moins value globale, on ne réalise pas de plus values supplémentaires.

On qualifie de « mobilisables » les actifs suffisamment liquides pour être cédés sans délais importants (par exemple : l'immobilier peut en être exclu, de même que les titres des filiales et participations).

2.3.5.3.3 Comparaison des richesses totales de l'assureur et des charges à financer

On définit les deux grandeurs suivantes :

$$\text{Excédent} = \text{revenus courants} + \text{PVR cessions} + \text{marge technique} - \text{frais} - \text{IC} + \text{variation de PRE} - \text{marge assureur} - \text{PB cible}$$

Et :

$$\text{Potentiel} = \text{Fonds de PB (t-1)} + \text{revenus courants} + \text{PVR cessions} + \text{PVR max} + \text{marge technique} - \text{frais} - \text{IC} + \text{variation de PRE} - \text{marge assureur} - \text{PB cible} = \text{Fonds de PB (t-1)} + \text{PVR max} + \text{Excédent}$$

On peut donner une interprétation de l'**excédent** comme le surplus (ou défaut s'il est négatif) du revenu de l'année par rapport aux objectifs de rémunération des assurés. Quant au **potentiel**, il s'agit d'une mesure de la richesse totale à disposition de l'assureur pour accroître si nécessaire la rémunération des assurés ou bien de l'assureur : c'est la somme de l'excédent, du fonds de PB de la période (t-1) et du stock de plus-values réalisables.

Distinguons ensuite les différentes situations, et donnons les valeur prises dans chacune des ces situations par les variables :

- **PVR sup(t)** : montant des plus-values supplémentaires à réaliser en fin de période ; elles viennent s'ajouter au résultat financier de l'année et aux plus-values déjà réalisée en milieu de période.
- **Dotation PB provisoire(t)** : montant de dotation au fonds de PB. Elle est qualifiée de provisoire, car dans tous les cas, la dotation aux fonds de PB ne peut être inférieure à la

dotation réglementaire. Un test est donc effectué un peu plus tard pour vérifier cette contrainte.

- **PB servie provisoire(t)** : montant de participation bénéficiaire créditée aux contrats des assurés. Elle peut être supérieure à la dotation au fonds lorsque des richesses excédentaires sont disponibles (plus-values latentes et/ou fonds de PB de l'année précédente).
- **Fonds de PB(t) provisoire** : montant du fonds de PB après dotation et incorporation de la période t. A nouveau, ce montant est qualifié de provisoire car il peut être revu en cas de dotation réglementaire supérieure à la dotation provisoire.

Situation n°1 : excédent ≥ 0

On a donc suffisamment de résultat pour servir la PB cible. Il n'est pas nécessaire de dégager des plus-values supplémentaires.

$$\text{PVR sup}(t) = 0$$

$$\text{Dotation PB provisoire}(t) = \text{dotation PB min}(t)$$

$$\text{PB servie provisoire}(t) = \text{PB cible}(t)$$

$$\text{Fonds de PB}(t) \text{ provisoire} = \text{Fonds de PB}(t-1) + \text{dotation PB provisoire}(t) - \text{PB servie provisoire}(t)$$

Situation n°2 : excédent < 0 et potentiel ≥ 0

Dans cette situation, le seul résultat de l'année est insuffisant pour servir la cible de PB. En revanche, l'assureur a suffisamment de richesse en réserve pour atteindre quand même la cible de PB et la marge souhaitée. Le montant de richesse supplémentaire à dégager est tout simplement égal à (-Excédent), de telle manière que :

$$0 = \text{revenus courants} + \text{PVR cessions} + \text{marge technique} - \text{frais} - \text{IC} + \text{variation de PRE} - \text{marge assureur} - \text{PB cible} + \text{Richesse supplémentaire}$$

On est ramené à la situation n°1 et il devient donc possible de servir la PB cible.

Il reste à déterminer comment en pratique va être réalisée cette richesse supplémentaire : on peut soit puiser dans le fonds de PB(t-1), soit dans la réserve de plus-values latentes. Une proposition est de puiser dans les deux au prorata de leurs montants respectifs. Les équations s'écrivent alors :

$$\text{PVR sup}(t) = \max(\min(-\text{PVR max} * \text{excédent de résultat} / (\text{PVR max} + \text{fonds de PB}(t-1)); \text{PVR max}); \max(0; -(\text{excédent de résultat} + \text{fonds de PB}(t-1))))$$

$$\text{Dotation PB provisoire}(t) = \text{dotation PB min}(t) + \text{PVR sup}(t)$$

$$\text{PB servie provisoire}(t) = \text{PB cible}(t)$$

$$\text{Fonds de PB}(t) \text{ provisoire} = \text{Fonds de PB}(t-1) + \text{dotation provisoire}(t) - \text{PB servie provisoire}(t)$$

La formule de $PVR_{sup}(t)$ traduit le fait que la réalisation de plus-values ne peut en aucun cas conduire à constater un fonds de PB(t) négatif [contrôle $\max(0 ; -(\text{excédent de résultat} + \text{fonds de PB}(t-1))$], ni à réaliser plus de plus-values que les plus-values disponibles PVR_{max} [contrôle $\min(-PVR_{max} * \text{excédent de résultat} / (PVR_{max} + \text{fonds de PB}(t-1)) ; PVR_{max})$].

Situation n°3 : excédent < 0 et potentiel < 0

Dans cette situation, l'assureur ne dispose pas de suffisamment de richesse pour servir la PB cible. Le « mieux » qu'il puisse faire est de vider le fonds de PB et de réaliser l'intégralité des plus-values disponibles.

Cependant, pour un produit à taux minimum garanti, la PB incorporée devra obligatoirement être au moins égale à :

$$\text{PB incorporée minimum brute de chargement sur encours (noté PB incorporée min)} = \text{TMG brut} * (\text{PM}(t-1) - \text{tot_prest}^*(t) + \text{IC_sorties}^*(t) + \text{primes_n}^*(t)/2)$$

On rappelle que TMG brut est le taux minimum garanti brut de chargement sur encours, défini en 2.3.5.2.1, et le terme $\text{PM}(t-1) - \text{tot_prest}^*(t) + \text{IC_sorties}^*(t) + \text{primes_n}^*(t)/2$ est l'assiette qui représente la provision mathématique en fin de période, avant incorporation de la PB.

Toujours en utilisant les notations définies ci-dessus, la PB servie provisoire s'écrit :

$$\begin{aligned} \text{PVR}_{sup}(t) &= PVR_{max}(t) \\ \text{Dotation PB provisoire}(t) &= \text{Dotation PB min} + PVR_{sup} + \max(0 ; \text{PB incorporée minimum} - (\text{Fonds de PB}(t-1) + PVR_{sup} + \text{Dotation PB min})) \\ \text{PB servie provisoire}(t) &= \max(\text{Fonds de PB}(t-1) + \text{Dotation PB provisoire} ; \text{PB incorporée min}) \\ \text{Fonds de PB}(t) \text{ provisoire} &= 0 \end{aligned}$$

La formule $\max(0 ; \text{PB incorporée minimum} - (\text{Fonds de PB}(t-1) + PVR_{sup} + \text{Dotation PB min}))$ dans la dotation PB provisoire signifie que l'on complète la dotation PB min plus les plus values réalisées par le montant nécessaire pour atteindre l'incorporation minimum de PB cible, sachant que l'on a déjà doté au moins $\text{Fonds de PB}(t-1) + PVR_{sup} + \text{Dotation PB min}$.

2.3.5.3.4 Traitement de la dotation réglementaire

A ce stade, nous avons déterminé un montant de dotation provisoire au fonds de PB ainsi que le montant qui sera incorporé aux provisions mathématiques. Ce montant est qualifié de provisoire, car dans tous les cas, il ne peut être inférieur à la dotation réglementaire. Nous allons donc procéder au calcul de la dotation réglementaire et la comparer à la dotation provisoire.

La formule de calcul de la dotation réglementaire est définie par les arrêtés A331-3 à A331-5 du code des Assurances, ainsi exprimée à l'aide de nos variables :

$$\text{Dotation PB réglementaire} = \max(0 ; \text{si}((\text{marge technique}(t) - \text{frais}^*(t) + \text{variation de PRE}(t)) < 0 ; 100\% ; 90\%) * (\text{marge technique}(t) - \text{frais}^*(t) + \text{variation de PRE}(t)) + 85\% * \text{taux de rendement l'actif}(t) * ((\text{PM}^*(t-1) + \text{PM}^*(t))/2 + \text{fonds de PB}(t-1) + \text{RC}(t)) - \text{IC totaux}^*(t))$$

On constate que cette formule fait intervenir la $\text{PM}^*(t)$, inconnue à ce stade puisque le ratio de détermination des PM, $\text{R_PM}(t)$, nécessite la connaissance de $\text{PB}^*(t)$ dont on cherche justement la

valeur définitive. Il est possible de contourner cette difficulté en remplaçant la PM moyenne flexée $(PM^*(t-1) + PM^*(t))/2$ par une estimation : $PM(t-1) + \text{prime}_n^*(t) - \text{tot_prest}^*(t)$ hors IC + PB servie provisoire + $IC_stock^*(t)$. La formule devient :

$$\text{Dotation PB réglementaire} = \max(0 ; \text{si}((\text{marge technique}(t) - \text{frais}^*(t) + \text{variation de PRE}(t)) < 0 ; 100\% ; 90\%) * (\text{marge technique}(t) - \text{frais}^*(t) + \text{variation de PRE}(t)) + 85\% * \text{taux de rendement l'actif}(t) * ((PM(n-1) + (\text{prime}_n^*(t) + IC_prest^*(t) + IC_stock^*(t) + \text{PB servie provisoire}(t))/2 + \text{fonds de PB}(t-1) + \text{RC}(t)) - IC_tot^*(t))$$

Le taux de rendement de l'actif est également calculé selon la formule donnée par le code des Assurances :

$$\text{Taux de rendement de l'actif}(t) = 2 * \text{produits financiers}(t) / (\text{VNC_fn}(t-1) + \text{VNC_fn}(t))$$

On rappelle que les produits financiers sont les revenus courants plus les plus ou moins values de cession, calculée par le modèle d'actif (cf. § 2.3.2).

Une fois la dotation réglementaire calculée, distinguons deux cas :

Si dotation au fonds de PB provisoire \geq dotation réglementaire

Le modèle a bien doté au fonds plus que la dotation réglementaire. La dotation provisoire devient définitive.

$$\text{Dotation PB}(t) = \text{dotation PB}(t) \text{ provisoire}$$

$$\text{PB servie}(t) = \text{PB servie provisoire}(t)$$

$$\text{Fonds de PB}(t) = \text{Fonds de PB}(t) \text{ provisoire}$$

Si dotation au fonds de PB provisoire $<$ dotation réglementaire

Dans cette situation on est obligé de revenir sur la dotation provisoire, qui est insuffisante. Les formules définitives deviennent :

$$\text{Dotation PB}(t) = \text{dotation PB}(t) \text{ réglementaire}$$

$$\text{PB servie}(t) = \text{PB servie provisoire}(t) + \text{dotation réglementaire}(t) - \text{dotation provisoire}(t)$$

$$\text{Fonds de PB}(t) = \text{Fonds de PB}(t-1) + \text{dotation PB}(t) - \text{PB servie}(t)$$

Nous avons donc déterminé à ce stade de l'algorithme les valeurs définitives de la dotation aux fonds de PB et de la PB incorporée aux provisions mathématiques (variable de passif $PB^*(t)$), qui peut être communiquée au modèle de déformation des flux de passif afin de calculer le ratio de PM (R_PM , cf. formule au § 2.3.4.3).

2.3.5.3.5 Détermination d'une loi de rachats conjoncturels

Les rachats conjoncturels sont déclenchés lorsque la PB servie est inférieure à la PB cible.

Dans un premier temps, on définit un indicateur de rachat (IR), qui dépend pour moitié de l'écart relatif entre la PB servie et la PB cible de l'année précédente et pour l'autre moitié de $IR(t-1)$:

$$\text{Indicateur de rachat } IR(t) = IR(t-1) * 50\% - \text{Ecart_PB}(n-1) * 50\%$$

Avec :

$$\text{Ecart_PB}(n-1) = (\text{PB servie}(t-1) - \text{PB cible}(t-1)) / (\text{PM}(t-1) - \text{tot_prest}^*(t) + \text{IC_sorties}^*(t) + \text{primes_n}^*(t)/2)$$

On peut ensuite définir une loi de rachats conjoncturels, ou rachats réactifs. On appelle Taux de Rachats Réactifs ou $R^*(t)$ le taux de rachats supplémentaires appliqué l'année t . En l'absence de statistiques sur le comportement des assurés en cas de hausse des taux, nous modéliserons $R^*(t)$ comme une fonction simple (fonction linéaire par morceaux) de l'indicateur de rachat $IR(t)$.

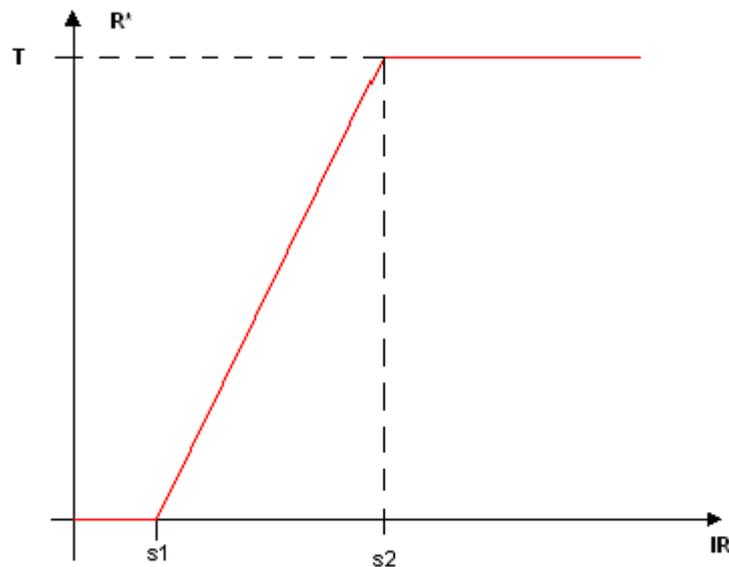


Figure 7 : loi de rachats conjoncturels

L'équation obtenue est :

$$\begin{aligned} IR \in [0, s1[&\Rightarrow R^*(t) = 0 \\ IR \in [s1, s2[&\Rightarrow R^*(t) = \frac{T}{s2 - s1} \cdot IR(t) - T * \frac{s1}{s2 - s1} \\ IR \in [s2, +\infty[&\Rightarrow R^*(t) = T \end{aligned}$$

2.4 Etablissement des postes du bilan et du compte de résultat

Nous proposons dans cette partie de détailler les formules utilisées pour calculer les différents postes du bilan et du compte de résultat.

2.4.1 Calcul de la marge technique

Il existe deux calculs possibles pour la marge technique. Le calcul le plus classique est le calcul indirect ou comptable, dont l'expression est donnée ci-dessous avec les notations utilisées dans le modèle de déformation des flux de passif :

$$\text{Marge technique comptable} = \text{Primes_b}^*(t) - \text{Tot_prest}^*(t) + \text{IC_sort}^*(t) - \{\text{PM}^*(t) - \text{PM}^*(t-1) - \text{IC_stock}^*(t) - \text{PB servie}(t)\}$$

Cette formule est dite indirecte car la marge technique est obtenue par différence entre les flux entrants et sortants et la variation des provisions mathématiques.

L'inconvénient de cette formule est qu'elle fait appel à la $PM^*(t)$, provision mathématique de fin de période. Or la marge technique est nécessaire à plusieurs reprises dans l'algorithme bilantiel, avant que les provisions mathématiques de clôture ne soient connues, ce qui rend cette formule impossible à utiliser avant la fin de l'algorithme. On utilisera donc le deuxième calcul, qualifié de « direct » ou « par composant » :

$$\text{Marge technique (par composants)} = \text{Chargement sur encours}(t)$$

Conformément aux hypothèses présentées au § 2.3.5.1, on néglige les chargements sur primes et autres types de chargements.

En fin de période, une fois la provision mathématique de clôture calculée, on peut bien évidemment vérifier que :

$$\text{Marge technique par composants} = \text{Marge technique comptable}$$

2.4.2 Calcul de la PRE

Le montant de provision pour risque d'exigibilité (PRE) est donné par la formule suivante :

$$\begin{aligned} &\text{Si } PMVL_R33220(t) < 0 \\ &\quad \mathbf{PRE}(t) = -\min(-PRE(t-1) - 1/3 * \min(0, PMVL_R33220(t)), PMVL_R33220(t)) \\ &\text{Sinon } \mathbf{PRE}(t) = 0 \end{aligned}$$

N.B : Dans cette formule la PRE est modélisée comme un montant négatif.

La variable $PMVL_R33220(t)$ représente les plus ou moins values latentes sur les actifs mentionnés à l'article R332-20 du code des Assurance, c'est-à-dire essentiellement les actions et OPCVM.

On rappelle que dans le cadre du calcul de la dotation au fonds de PB (§ 2.3.5.3.3, situation n°2), il est possible de générer des plus-values supplémentaires afin d'atteindre une incorporation cible. Un contrôle est effectué lors du calcul de ces plus values supplémentaires afin de ne pas se retrouver en situation de PRE.

On a par ailleurs :

$$\mathbf{Variation de PRE}(t) = PRE(t) - PRE(t-1)$$

2.4.3 Traitement de la réserve de capitalisation

Les dotations ou reprises à la réserve de capitalisation sont impactées par les plus ou moins values réalisées sur les actifs soumis à la réserve de capitalisation (actifs classés en R332-19). En pratique il s'agit essentiellement des titres obligataires.

Les formules qui régissent les reprises et dotations à la réserve de capitalisation sont les suivantes :

$$\begin{aligned} &\mathbf{Dotation à la RC}(t) = \text{si(Plus Values Réalisées}(t) \text{ sur titres soumis à la RC } > 0 ; \\ &\quad \text{PVR}(t) \text{ sur titres soumis à la RC } ; 0) \\ &\mathbf{Reprise à la RC}(t) = \text{si(PVR}(t) \text{ sur titres soumis à la RC } < 0 ; \min(- \text{PVR}(t) \text{ sur} \\ &\quad \text{titres soumis à la RC } ; RC(t-1) ; 0) \end{aligned}$$

$$\mathbf{RC(t)} = \mathbf{RC(t-1)} + \mathbf{dotation RC(t)} - \mathbf{Reprise RC(t)}$$

$$\mathbf{Plus\ valeurs\ réalisées\ nettes\ de\ dotation/reprise\ à\ la\ RC} = \mathbf{PVR(t)\ totales} - \mathbf{dotation\ RC(t)} + \mathbf{reprise\ RC(t)}$$

Les dotations ou reprises à la RC peuvent être calculées à partir des plus ou moins values réalisées sur les titres pris individuellement ou bien peut directement être calculée en net à partir des plus ou moins values réalisées globalement.

2.4.4 Calcul de la marge assureur finale

La marge assureur se calcule à la fin de l'algorithme, une fois le montant des provisions mathématiques de clôture déterminé. On rappelle qu'au début des calculs bilantiels, l'assureur se fixe un objectif de marge, exprimé en pourcentage des provisions techniques (c.f. formule de la marge cible au § 2.3.5.3.1). Lorsque l'assureur a doté la dotation contractuelle ou la dotation réglementaire, son objectif de marge ne pourra pas être tenu. La marge de l'assureur est alors déterminée en fonction du revenu restant après avoir effectué les dotations au fonds.

$$\mathbf{Marge\ assureur\ brute\ d'impôt\ sur\ les\ sociétés(t)} = \mathbf{marge\ technique(t)} - \mathbf{Frais^*(t)} - \mathbf{IC_tot^*(t)} + \mathbf{revenus\ courant(t)} + \mathbf{Plus\ ou\ moins\ values\ totales\ nette\ de\ variation\ de\ RC(t)} - \mathbf{dotation\ au\ fonds\ de\ PB(t)} + \mathbf{variation\ de\ PRE(t)}$$

$$\mathbf{Impôt\ sur\ les\ sociétés(t)} = \mathbf{IS(t)} = \mathbf{max(0 ; \text{taux d'IS} * \text{Marge brute(t)})}$$

$$\mathbf{Marge\ assureur\ nette\ d'IS(t)} = \mathbf{Marge\ brute(t)} - \mathbf{IS(t)}$$

Au final, la marge assureur nette d'impôt sur les sociétés est la mesure de la richesse générée par la société au cours de la période, qui sera remontée sous forme de dividende à l'actionnaire l'année suivante.

Nous venons de parcourir l'ensemble des modules qui constituent le modèle actif passif développé dans le cadre de ce mémoire. Nous proposons maintenant d'exploiter ce modèle afin de mesurer les impacts d'une variation des paramètres de la loi de rachats conjoncturels présentée au paragraphe 2.3.5.3.5.

3 Application du modèle actif passif stochastique: étude de la sensibilité de la valeur d'un portefeuille de contrats d'épargne

Après avoir décrit le fonctionnement et les hypothèses du modèle, nous proposons de réaliser dans cette partie différentes simulations et études de sensibilité sur un produit d'une société vie du groupe Groupama (ci-après désignée comme la *société étudiée*).

3.1 Méthodologie du calcul de la valeur d'un portefeuille de contrats d'épargne

Présentons dans un premier temps la méthodologie et les hypothèses utilisées pour effectuer nos simulations, ainsi que la définition de notre indicateur de la mesure de la valeur d'un portefeuille de contrats d'épargne.

3.1.1 Hypothèses de simulation

3.1.1.1 Scénarios d'actif

Les scénarios d'actif utilisés sont livrés «clés en main» par un générateur de scénarios stochastiques dont les principes ont été présentés au paragraphe 2.1.

3.1.1.2 Caractéristiques du passif

Le passif utilisé provient du modèle actuariel de projection des passifs développé par la société étudiée. Il s'agit d'un modèle à pas mensuel, avec un niveau de modélisation très fin puisqu'il est essentiellement utilisé pour le plan stratégique et les prévisions de résultat. Par exemple, les frais sont modélisés de manière spécifique pour chaque produit, de même que l'incorporation de participation bénéficiaire. Comme nous l'avons vu au paragraphe 2.3.4, ce type de modèle est mal adapté aux simulations stochastiques, ce qui rend nécessaire l'utilisation de la technique de déformation des flux.

Le produit étudié, que nous nommerons GAN Avantages¹, est un produit d'épargne classique. Le tableau ci-dessous donne la chronique des flux telle qu'elle ressort du modèle élémentaire de passif, jusqu'à leur extinction (en €) :

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
p_fs_acq	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
p_fs_admi	-	1 149 568	777 644	617 615	521 985	464 221	393 503	322 552	260 476	206 545	163 543
p_fs_tot	-	1 149 568	777 644	617 615	521 985	464 221	393 503	322 552	260 476	206 545	163 543
p_ic_sort	-	446 213	260 140	210 446	176 698	160 169	137 539	114 446	95 015	78 886	65 497
p_ic_stoc	-	3 154 347	2 459 943	2 068 774	1 753 307	1 474 592	1 225 465	1 017 381	844 651	701 270	582 248
p_nombres	19 997	13 988	11 131	9 127	7 607	6 201	4 975	3 983	3 188	2 550	2 040
p_pen_ra	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
p_pm	120 083 426	85 110 413	69 528 378	57 970 960	49 350 676	41 522 869	34 481 929	28 604 853	23 725 470	19 677 185	16 320 293
p_pr_br	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
p_pr_n	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
p_pre_tot	-	38 573 573	18 302 117	13 836 639	10 550 289	9 462 569	8 403 944	7 008 903	5 819 050	4 828 441	4 004 637
p_pres_dc	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
p_pres_ma	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
p_pres_rp	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
p_pres_rt	-	38 573 573	18 302 117	13 836 639	10 550 289	9 462 569	8 403 944	7 008 903	5 819 050	4 828 441	4 004 637
tx_t_moy	0,00%	3,85%	3,67%	3,70%	3,68%	3,68%	3,68%	3,69%	3,69%	3,70%	3,70%
tx_chutes	0,00%	31,75%	21,20%	19,60%	17,89%	18,85%	19,91%	19,99%	20,01%	20,02%	20,02%
tx_sort	0,00%	31,75%	21,20%	19,60%	17,89%	18,85%	19,91%	19,99%	20,01%	20,02%	20,02%
tx_rach_t	0,00%	31,75%	21,20%	19,60%	17,89%	18,85%	19,91%	19,99%	20,01%	20,02%	20,02%
Marge technique	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

¹ Le nom du produit a été changé pour des raisons de confidentialité

	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
p_fs_acq	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
p_fs_admi	130 834	104 667	89 183	72 849	53 404	47 277	26 977	3 314	494	234	-
p_fs_tot	130 834	104 667	89 183	72 849	53 404	47 277	26 977	3 314	494	234	-
p_ic_sort	54 382	45 155	46 856	40 034	22 629	28 824	18 731	871	-	-	-
p_ic_stoc	483 443	401 418	307 520	210 387	137 086	53 455	4 004	473	-	-	-
p_nombres	1 632	1 306	990	698	471	206	26	5	2	-	-
p_pen_ra	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
p_pm	13 536 602	11 228 146	8 599 683	5 880 098	3 834 960	1 498 883	111 938	13 246	4 262	-	-
p_pr_br	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
p_pr_n	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
p_pre_tot	3 321 516	2 755 029	2 982 839	2 970 006	2 204 853	2 418 357	1 409 680	100 035	8 984	4 262	-
p_pres_dc	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
p_pres_ma	-	-	780 938	1 366 028	1 129 920	1 834 687	1 237 149	86 581	7 083	3 812	-
p_pres_rp	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
p_pres_rt	3 321 516	2 755 029	2 201 901	1 603 978	1 074 933	583 670	172 531	13 455	1 902	450	-
tx_t_moy	3,70%	3,71%	3,71%	3,71%	3,71%	3,70%	3,71%	3,70%	0,00%	0,00%	0,00%
tx_chutes	20,02%	20,02%	26,25%	34,26%	37,24%	62,88%	93,96%	89,30%	67,82%	100,00%	0,00%
tx_sort	20,02%	20,02%	26,25%	34,26%	37,24%	62,88%	93,96%	89,30%	67,82%	100,00%	0,00%
tx_rach_t	20,02%	20,02%	19,38%	18,50%	18,16%	15,18%	11,50%	12,01%	14,36%	10,56%	0,00%
Marge technique	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

Tableau 2 : flux de passif élémentaire GAN Avantage

Les intitulés des postes du passif sont explicités ci-dessous :

Libellé court	Libellé complet	Commentaires
p_fs_acq	Frais d'acquisition	Pas de frais d'acquisition, car pas de nouveaux contrats et pas d'écart de Zillmerisation
p_fs_admi	Frais d'administration	Comprennent tous les frais de gestion et d'administration
p_fs_tot	Frais totaux	
p_ic_sort	Intérêts crédités aux prestations	Intérêts au taux technique crédités dans les prestations
p_ic_stoc	Intérêts crédités aux PM	Intérêts au taux technique crédités aux PM
p_nombres	Nombres de contrats en portefeuille	
p_pen_ra	Pénalités de rachats	Supposées nulles
p_pm	Provisions mathématiques	
p_pr_br	Primes brutes	Le scénario de passif est sans production future, on n'a donc que le stock
p_pr_n	Primes nettes	
p_pre_tot	Prestations totales	
p_pres_dc	Prestations décès	Non modélisées (en cas de décès la prestation est égale au montant de l'épargne, pas de risque viager)
p_pres_ma	Prestations à maturité	Montant des PM arrivées à échéance
p_pres_rp	Prestations rachats partiels	Rachats partiels (diminution de la PM sans impact sur le nombre de contrats).
p_pres_rt	Prestations rachats totaux	Rachats totaux structurels
tx_t_moy	Taux technique moyen	Taux moyen de calcul des intérêts techniques
tx_chutes	Taux de chute	Taux annuel de chute sur les contrats en portefeuille
tx_sort	Taux de sorties définitives	Taux de chute restreint aux sorties définitives (dans notre scénario, égal au taux de chute)
tx_rach_t	Taux de rachats totaux	Taux de chutes restreint aux rachats totaux (hors prestations à maturité)

Tableau 3 : description des flux de passif élémentaire GAN Avantage

Le passif utilisé s'inscrit donc dans le cadre des hypothèses présentées au paragraphe 2.3.5.1 :

- On considère un contrat d'épargne classique dont le taux technique est fixe (ou quasiment fixe, c.f. ci-dessous).
- On suppose que pour ce produit il n'y a pas de Taux Minimum Garanti.
- On suppose qu'il n'y a pas de participation bénéficiaire sur les prestations.
- On considère que les frais supportés par l'assureur sont compensés uniquement par les chargements sur encours. On néglige donc les chargements sur primes.
- On suppose enfin qu'il n'y a pas de CSG/CRDS.

Nous remarquons qu'il n'y a pas de chargement sur encours dans les flux de passif, puisque ceux-ci sont calculés dans le modèle bilantiel.

Par ailleurs, on note que ces flux comportent uniquement les contrats du stock, et ne font pas apparaître de production nouvelle. Pourquoi ne pas faire apparaître de production nouvelle ? L'objectif de notre étude est de valoriser un portefeuille de contrats à une date donnée et d'étudier la sensibilité de cette valorisation à différents paramètres. Il n'est donc pas indispensable de faire apparaître une production nouvelle. En effet la production nouvelle est déterminée à partir des plans stratégiques et des études marketing, et est donc sujette à des variations et des incertitudes.

Nous remarquons également que ces flux ont un horizon de 20 ans. Au bout de 20 ans, le montant des provisions mathématiques est à 0, et il n'y a plus de contrats en portefeuille. 20 ans

sera donc également notre horizon de simulation. Nous verrons un peu plus loin comment traiter les richesses qui restent éventuellement en fin de simulation.

Enfin, nous notons que la marge technique du produit est nulle. En effet, s'agissant d'un produit d'épargne pure, il n'y a pas de risque viager : en cas de décès de l'assuré, le montant de prestations versées est égal au montant de la provision mathématique. D'autre part nous avons vu que les chargements sur encours sont calculés par le module bilantiel.

Nous pouvons représenter dans le graphique ci-dessous l'évolution du taux technique, sur lequel la valeur moyenne a été figurée en pointillé :

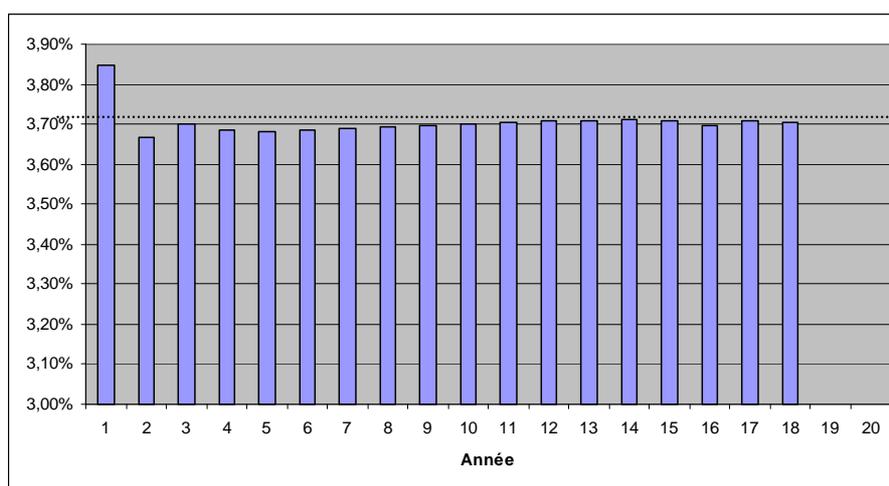


Figure 8 : Taux technique moyen¹

Nous constatons de légères fluctuations du taux technique autour d'une valeur moyenne (3,71%). Ceci est dû au fait que le produit étudié est en réalité une agrégation de plusieurs générations de contrats, dont les taux techniques peuvent être différents. Au fur et à mesure que les générations les plus anciennes chutent ou arrivent à maturité, la valeur moyenne du taux technique converge vers 3,70%.

Nous notons également que ce taux technique est plutôt élevé par rapport au niveau des taux au 31/12/2005, date à laquelle le taux OAT 10 ans vaut 3,33%.

Dans le cadre du modèle bilantiel actif passif, nous allons donc pouvoir dynamiser ce passif et valoriser l'option de participation bénéficiaire et l'introduction des rachats structurels.

3.1.1.3 Modèle bilantiel actif passif

Le modèle bilantiel actif passif correspond à celui décrit dans la partie 2, en particulier en ce qui concerne la déformation des flux de passif et les calculs bilantiels.

A ce stade, nous avons identifié les flux de passif qui vont être utilisés pour les simulations. Mais un certain nombre de questions restent en suspens : quel est la composition de l'actif de départ ? Quel est le fonds de participation aux bénéfices initial ? Quelle est la réserve de capitalisation initiale ?

3.1.1.3.1 Détermination du passif initial

Le passif est tout d'abord constitué des 120.083 K€ de provisions mathématiques du produit étudié au 31/12/2005. Ces provisions mathématiques représentent les engagements de l'assureur envers les assurés.

¹ Les montants d'intérêt étant non significatifs en périodes 19 et 20, le taux technique n'a pas été calculé.

Il est par ailleurs nécessaire de définir un montant de départ de provision pour participation aux bénéficiaires. Sauf dans certains cas spécifiques, la PPAB n'est pas associée à un unique produit, et réciproquement un produit ne possède pas sa propre PPAB, mais l'assureur dispose d'un montant global qu'il peut répartir à sa discrétion entre les différents contrats. On parle de « cantonnement » : les différents produits sont rassemblés dans un canton, et la PPAB est associée à un canton.

D'autre part, partir d'un montant de PPAB égal à 0 pour nos simulations serait à la fois faux, car l'assureur dispose bien de réserves de richesse appartenant aux assurés, et incohérent avec la modélisation du pilotage du fonds de participation aux bénéficiaires développée en 2.3.5.

La solution la plus naturelle est de récupérer une proportion de la PPAB totale de la société étudiée, cette proportion étant calculée en prenant le rapport de la provision mathématique de GAN Avantage sur le total des provisions mathématiques de la société. Le montant ainsi obtenu de fonds de PB initial est 8.826 K€, soit 7,35% des provisions mathématiques. On peut remarquer que le fonds ainsi déterminé est assez important.

Dès lors, il est naturel d'employer la même méthode pour déterminer les autres éléments du passif : réserve de capitalisation, marge nette, impôt sur les sociétés. Tous ces éléments sont donc pris en proportion des provisions mathématiques.

Enfin, il reste à déterminer s'il est souhaitable d'intégrer des fonds propres dans la simulation. Nous verrons dans la partie 3.1.2 que l'exploitation des sorties de la simulation se fait à l'aide d'un indicateur de la valeur des contrats. On se focalise donc uniquement sur la valeur des contrats, déterminée en fonction des marges dégagées par le portefeuille. Le fait de prendre en compte des fonds propres introduirait dans le modèle des revenus spécifiquement associés à ces fonds propres, qui ne feraient pas partie à proprement parler des marges dégagées par les contrats. Il y a aurait donc un travail de retraitement à effectuer.

D'autre part, dans la vie réelle d'une compagnie d'assurance, des fonds propres sont indispensables afin que l'assureur dispose d'une marge de sécurité pour régler les prestations en cas de sinistralité exceptionnellement forte ou de chute des marchés financiers. On parle de solvabilité de l'assureur. Or, dans le cadre de nos simulations, les prestations sont toujours payées, même dans les scénarios les plus défavorables, grâce à un recours à l'endettement. Ce qui nous intéresse en réalité, c'est le coût de financement pour l'assureur de ces scénarios défavorables. On comprend que la présence de fonds propres initiaux n'est pas indispensable.

Le tableau suivant résume la structure de passif obtenue :

<u>31/12/2005</u>	<u>€</u>	<u>%</u>
Provisions mathématiques	120 083 426	91,45%
Fonds de PB	8 825 969	6,72%
Réserve de capitalisation	1 294 986	0,99%
Marge nette	707 222	0,54%
Impôt sur les sociétés	398 793	0,30%
TOTAL PASSIF	131 310 397	100,00%

Tableau 4 : structure de passif initiale de GAN Avantage

Précisions pourquoi l'on immobilise la marge nette et l'impôt sur la société et quel est leur traitement.

Tout d'abord, rappelons que l'impôt sur les sociétés est calculé comme un pourcentage de la marge assureur brute (environ 40%). Dans le modèle, l'impôt de l'année (t), c'est-à-dire calculé

sur la base de la marge brute de l'année (t), est payé en année (t+1). Il est donc normal d'immobiliser au passif le montant de l'impôt, assimilé à une dette fiscale.

Pour la marge nette, le principe est similaire. Puisque dans notre modèle il n'y a pas de fonds propres, toutes les marges nettes générées par le produit, positives ou négatives, sortent du modèle sous forme de dividende l'année suivante. C'est pour cela que la marge nette est immobilisée au passif : elle est assimilée à une dette envers l'actionnaire.

Nous pouvons résumer ci-dessous les différentes composantes du flux net de trésorerie :

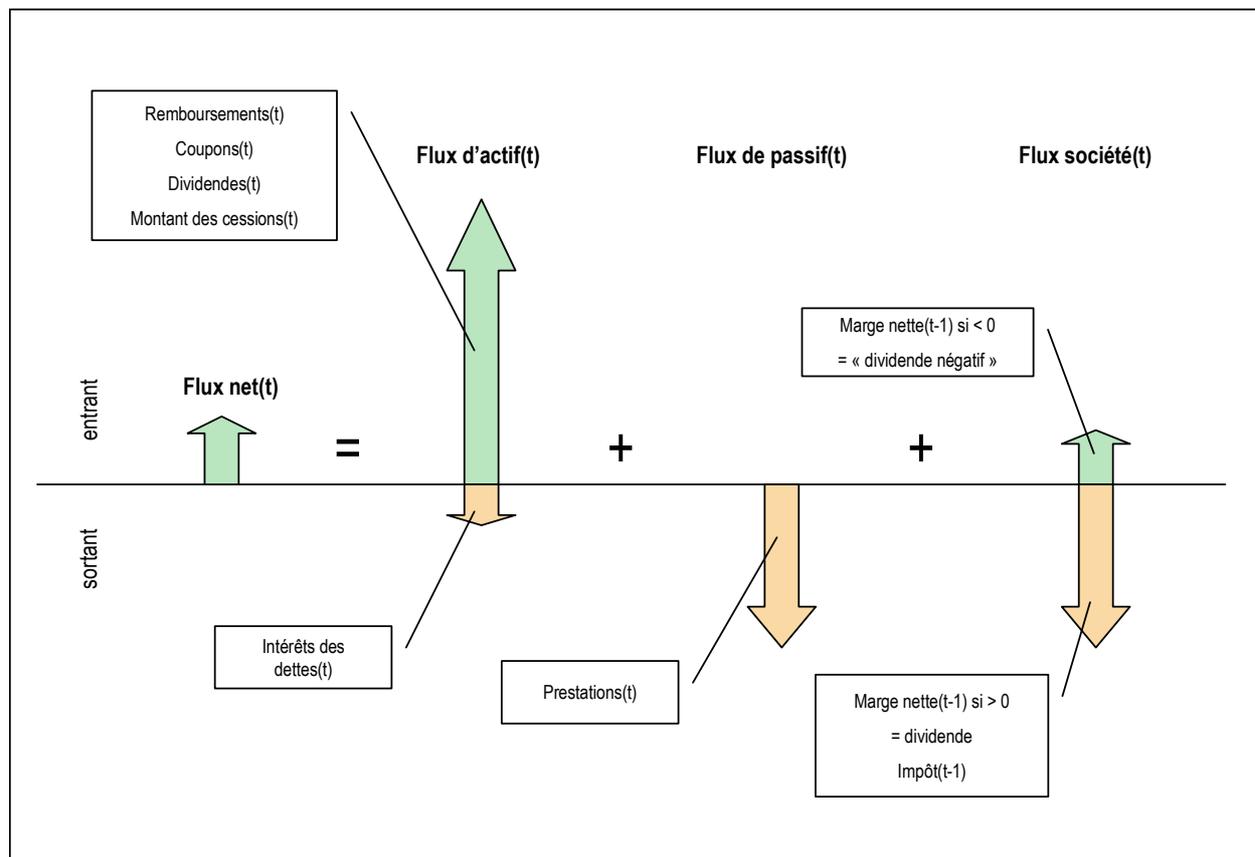


Figure 9 : résumé des différents flux de liquidité du modèle¹

3.1.1.3.2 Construction du portefeuille d'actif

Nous avons totalement déterminé notre passif de départ. A partir de quel portefeuille d'actif allons-nous effectuer nos simulations ? Deux possibilités s'offrent à nous.

Une première possibilité est de prendre l'actif complet de la société étudiée, et de le mettre à l'échelle de telle sorte que la valeur nette comptable des actifs de départ soit égale au passif de départ. Le problème d'employer cette technique est que les flux d'actif risquent de ne pas être adossés aux flux de notre produit GAN Avantages. En effet, l'ensemble des produits d'épargne de la société étudiée est adossé à un actif global (on parle d'*Actif Général*) ; par conséquent, les allocataires d'actifs ont déterminé une stratégie d'investissement (répartition entre les classes d'actif et duration) visant à adosser tous les flux de passif au niveau agrégé, qui peuvent différer sensiblement des flux de notre produit. L'avantage est toutefois de conserver une structure d'actif et un niveau de plus-values initiales « réalistes ».

¹ Ici le passif est sans production future, ce qui explique que le flux de passif est uniquement constitué de prestations.

La deuxième possibilité est de construire une allocation initiale spécifique en utilisant la technique du « cash flow matching », à partir de la courbe des taux en période 0 et des flux de passif (cf. [7]). Une proportion de cet actif est ensuite associée à un portefeuille d'actions dont la plus-value initiale est égale à la plus-value initiale constatée en effectuant la construction d'actif par la première méthode. L'avantage de cette méthode est que l'on obtient un relativement bon adossement des flux. Mais l'inconvénient majeur est que la structure d'actif obtenue est peu réaliste (seulement deux classes d'actif, pas de réserve de capitalisation initiale, pas de plus ou moins values latentes sur obligations).

Nous pensons qu'il est préférable d'utiliser la quote-part des actifs « historiques » de la société, quitte à accepter un risque d'adossement. Nous pouvons d'ailleurs évaluer ce risque en comparant les flux obligataires prévus aux flux de prestations prévus dans le scénario central de passif.

Tout d'abord, la Figure 10 nous donne le profil des flux obligataires (coupons et remboursement) de la quote-part d'actif du produit GAN Avantage dans le total d'actif de la société étudiée au 31/12/2005. Ensuite, nous pouvons construire le même type de graphique à partir des flux de prestations disponibles dans le Tableau 2 (Figure 11). En faisant le rapport des flux d'actif sur les flux de passif, nous obtenons le taux de couverture, en scénario central (Figure 12).

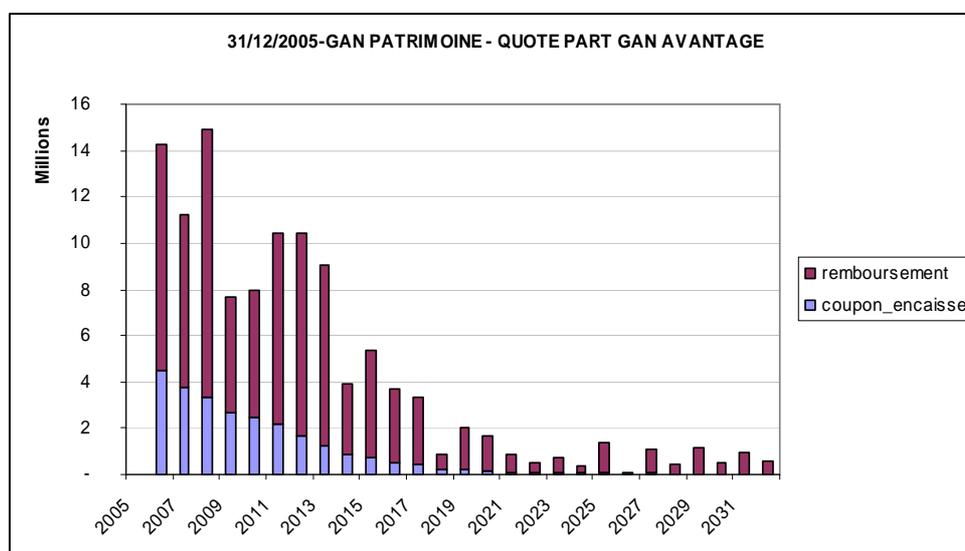


Figure 10 : profil des flux obligataires de la société étudiée au 31/12/2005

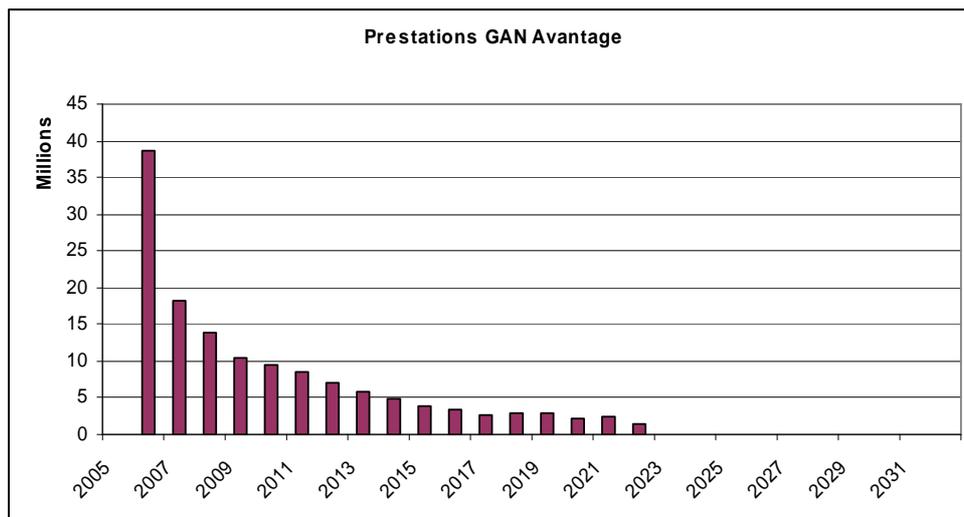


Figure 11 : profil des prestations GAN Avantage

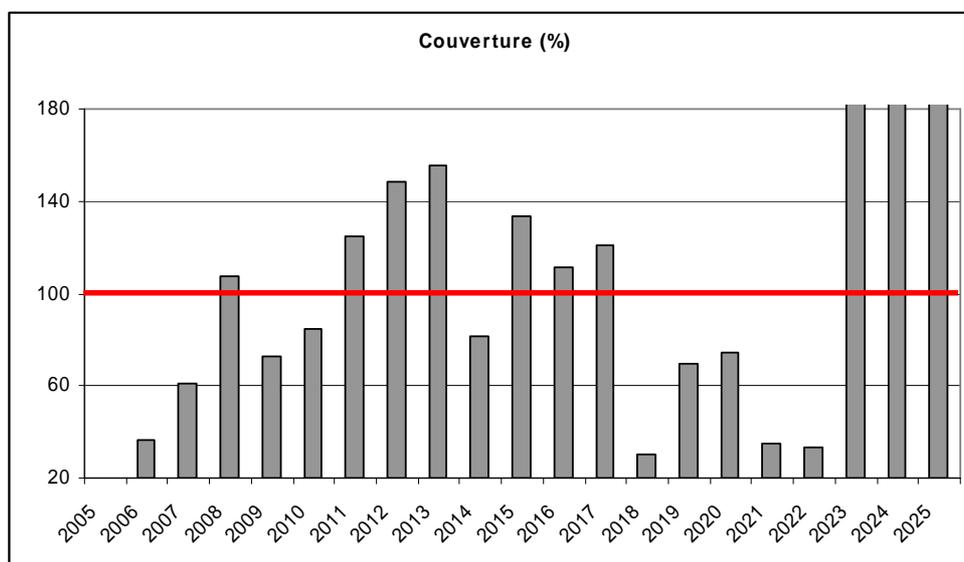


Figure 12 : évolution du taux de couverture

On retrouve le problème d'adossement évoqué précédemment. On constate que les premières années sont plutôt insuffisamment couvertes, tandis qu'on observe une sur-couverture en milieu de vie du produit (2011-2018). Cette observation s'explique par l'ancienneté du produit étudié. En effet la durée de GAN Avantage étant inférieure à la durée moyenne du portefeuille de passif de la société, sur laquelle est calibrée la durée de l'actif, on observe que les flux d'actifs sont insuffisants en début de simulation pour régler les prestations.

Le faible taux de couverture entre les années 2018 et 2023 est normal : en général, pour des raisons pratiques d'offre sur le marché, les investissements ne se font pas sur des obligations dont la maturité est supérieure à une quinzaine d'années. Ces déficits de flux seront donc corrigés au cours de cinq premières périodes de simulation.

A partir de 2023, le taux de couverture explose car les flux de passif deviennent non significatifs.

En conclusion, avec la méthode retenue de mettre à l'échelle de manière proportionnelle l'actif global de la société, on constate effectivement une imperfection d'adossement entre les flux prévus de l'actif et du passif. Mais étant donné que les flux de passif vont être déformés en fonction de l'évolution de l'actif, que l'on dispose également d'un matelas d'action et

d'immobilier pour le règlement des prestations, et que le taux de couverture évolue en moyenne dans des fourchettes acceptables, la solution retenue est satisfaisante.

Nous pouvons également effectuer une rapide analyse de la structure des actifs de la société étudiée. Le graphique ci-dessous donne la répartition entre les différentes catégories d'actif :

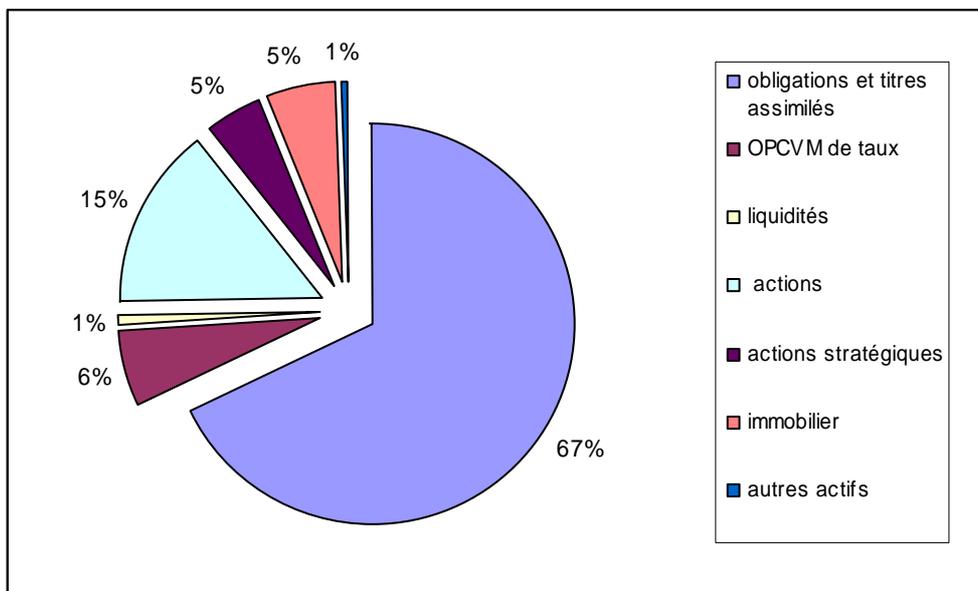


Figure 13 : répartition initiale (31/12/2005) des actifs de la société étudiée

On constate que l'actif de la société étudiée est essentiellement constitué de produits de taux (obligations et OPCVM de taux représentent 73% de l'actif) et d'actions (15% de l'actif). L'actif est très liquide, puisque seulement 6% de sa composition ne sont pas cessibles immédiatement (immobilier, autres actifs) ou pas cessibles du tout (actions stratégiques, c'est-à-dire participations dans les filiales).

Il ne nous reste plus qu'à déterminer les montants exacts des actifs qui seront utilisés dans les simulations, en valeur de marché et en valeur nette comptable. Le facteur de proportionnalité retenu sera calculé de telle sorte que la valeur nette comptable des actifs de la simulation soit égale au passif total, c'est-à-dire de telle sorte que le bilan soit équilibré. Par cette méthode, le taux de plus-value est conservé.

Le coefficient de proportionnalité se calcule à l'aide de la formule suivante :

$$\text{Coefficient de proportionnalité} = \frac{\text{Total du passif}}{\text{VNC totale des actifs de la société étudiée}}$$

Nous avons donc déterminé l'actif initial. A ce stade, nous connaissons tous les éléments servant à alimenter nos simulations : scénarios d'actif, structure d'actif et passif. Il nous reste encore à déterminer comment exploiter les résultats de nos simulations.

3.1.2 Proposition d'un indicateur de mesure de la valeur de portefeuille

Chaque simulation que nous allons lancer va nous fournir un certain nombre de données, depuis la période 1 jusqu'à l'horizon de simulation : marges nettes, chroniques des prestations, des frais, de l'impôt, etc... Comment déterminer en pratique une valeur de portefeuille, ou un indicateur de la richesse de l'assureur, à partir des résultats fournis ?

La première composante de la valeur de portefeuille est bien évidemment la valeur actuelle des flux futurs de marge nette générés. Nous avons vu que dans la modélisation retenue, la marge nette de l'année (t) était remontée en dividende en année (t+1), quel que soit le signe de cette marge.

Quel taux d'actualisation retenir ? Deux méthodes sont possibles :

- ✓ Méthode A : actualisation suivant une courbe de taux donnée, indépendante des scénarios, et correspondant à la courbe des taux sans risque zéro coupon du 31/12/05 (date du bilan initial).
- ✓ Méthode B : actualisation suivant des taux propres à chacun des scénarios étudiés, les taux correspondant à la performance économique de l'actif à chaque période.

La méthode A permettrait de mesurer une sorte de valeur « intrinsèque » de portefeuille, indépendante des rendements réels des actifs dans le scénario utilisé. Cette méthode est-elle adaptée à une juste comparabilité de la valeur produite par les contrats ? Imaginons une compagnie d'assurance disposant d'une allocation à 100% action (c'est une situation purement théorique). Considérons les deux schémas suivants, représentant les marges issues de deux scénarios d'actif :

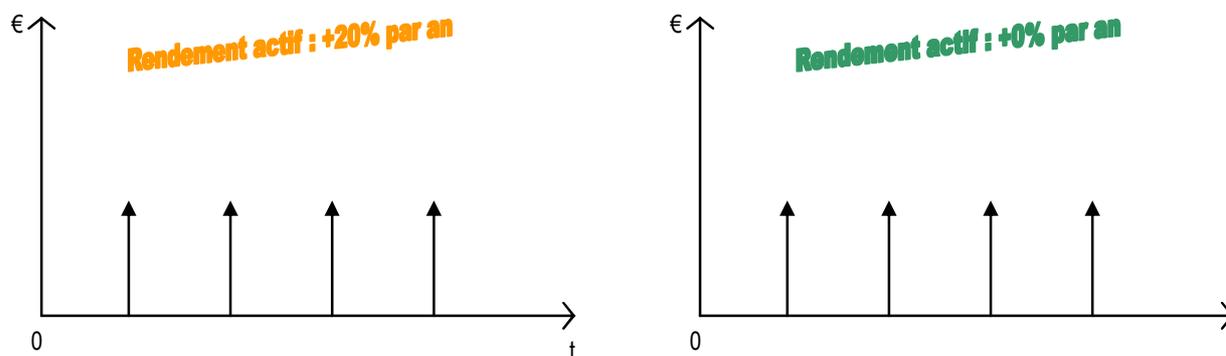


Figure 14 : exemples de marges nettes dans deux scénarios d'actif

La méthode A nous donnerait une même valeur de portefeuille pour les deux scénarios, or la richesse générée dans le cadre du deuxième scénario, relativement à la situation de marché, est plus importante : si la société ne disposait en période 0 que d'un actif constitué de 100% d'actions et d'un passif constitué de fonds propres, les marges dégagées seraient nulles ! Même si l'exemple présenté est irréaliste, cela nous permet tout de même de comprendre qu'une actualisation au taux de rendement économique permet de tenir compte de cet aspect.

Ainsi, en actualisant à l'aide du taux de rendement économique de l'actif, on mesure la part de valeur créée par le passif, et cela permet une meilleure comparabilité des scénarios.

La méthode A, quant à elle, aurait été pertinente dans le cas par exemple où l'on aurait souhaité comparer, du point de vue d'un investisseur, les revenus dégagés par un investissement dans une société d'assurance par rapport à un investissement dans un fonds obligataire (sorte de VAN classique).

Détermination des coefficients d'actualisation utilisés dans la méthode B

Les facteurs d'actualisation sont déterminés à partir des résultats du modèle d'actif. On calcule tout d'abord à chaque période le taux de rendement économique de l'actif. Ce rendement économique tient compte des revenus effectivement générés (revenus comptables), mais également des augmentations latentes de valeur. A titre d'exemple, considérons un portefeuille

constitué d'un fonds de capitalisation dont la part vaut 100 et dont le rendement est 7% l'an. D'un point de vue comptable, le revenu généré par ce fonds est nul (pas de dividende distribué). D'un point de vue économique, la valeur du fond passe de 100 à 107 et génère donc bien une richesse (latente) de 7, soit 7%.

$$tx_rdt_eco(t) = \frac{revenus_eco(t)}{VM(t-1)} = \underbrace{\frac{revenus_cmpt(t)}{VM(t-1)}}_{\substack{\text{Revenus comptable} \\ \text{Rendement « comptable »}}} + \underbrace{\frac{PVL(t) - PVL(t-1)}{VM(t-1)}}_{\substack{\text{Part de l'augmentation de} \\ \text{richesse latente (non} \\ \text{comptabilisée)}}$$

Équation 3 : calcul du rendement économique

Une fois le rendement économique déterminé, on calcule simplement les facteurs d'actualisation par la formule de récurrence :

$$\begin{aligned} facteur(0) &= 1 \\ facteur(t) &= facteur(t-1) \cdot \frac{1}{1 + tx_rdt_eco(t)} \end{aligned}$$

Équation 4 : calcul des facteurs d'actualisation

Les deuxièmes et troisièmes composantes de notre indicateur de valeur sont liées au bilan de clôture. En fin de simulation, il n'y a certes plus de provisions mathématiques, plus de contrats, mais il reste néanmoins des placements financiers à l'actif (qui peuvent être en plus-value), et au passif il reste en général une réserve de capitalisation, un fonds de PB, une marge nette, de l'impôt et, le cas échéant, une PRE. Quelles composantes de cette valeur peut-on inclure dans notre indicateur ?

La figure suivante donne une représentation du bilan en fin de simulation :

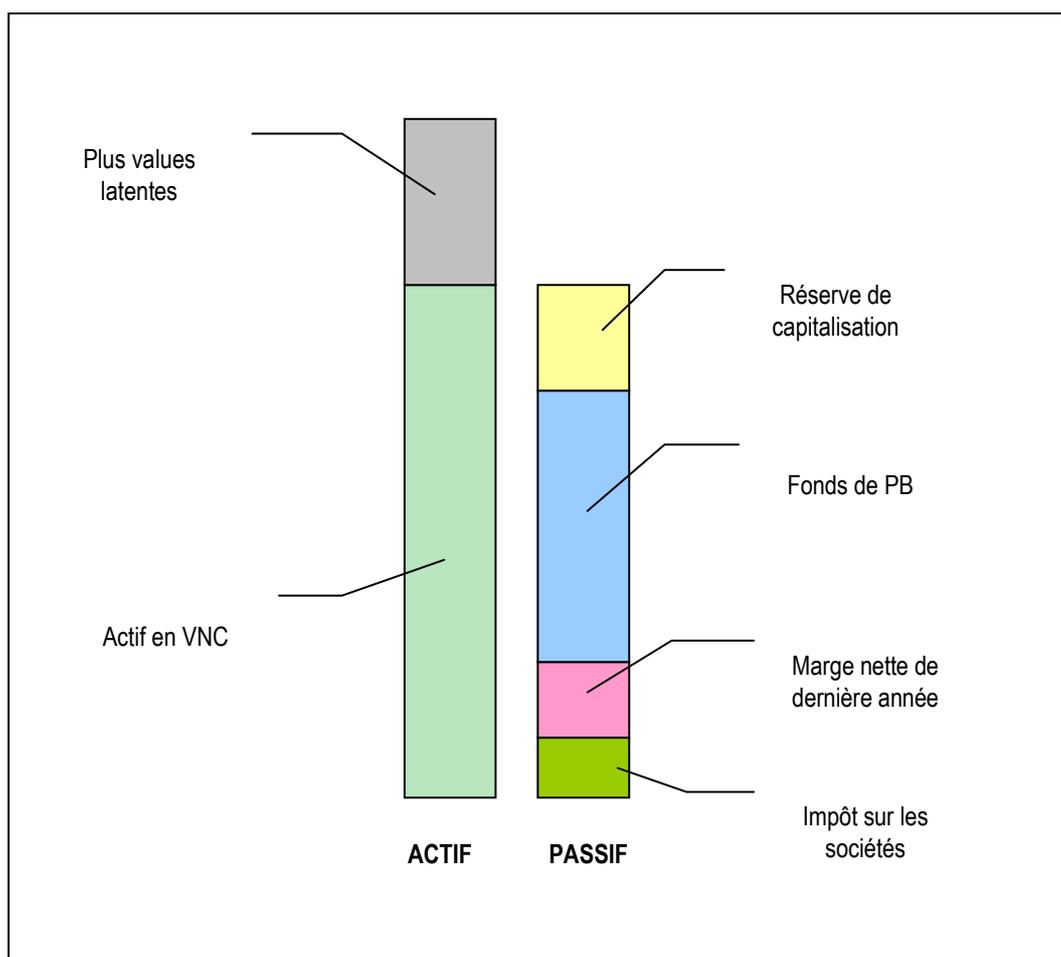


Figure 15 : bilan de fin de simulation

- Tout d'abord, la marge de dernière année est déjà intégrée au titre de la première composante de notre indicateur.
- Ensuite, l'impôt est naturellement à prendre en moins dans la valeur de clôture.
- Le fonds de PB appartient à l'assuré, même s'il n'y a plus de contrats dans la compagnie : on ne peut donc pas l'intégrer à notre richesse finale.
- En revanche, on peut considérer que la réserve de capitalisation est intégralement propriété de l'assureur.
- Enfin, pour ce qui concerne les plus-values latentes, on peut admettre qu'une certaine proportion revient à l'assureur. Cette proportion est difficile à déterminer, puisqu'il faudrait connaître exactement l'utilisation futures de ces plus-values (pour alimenter le fonds ? pour assurer la marge de l'assureur ? etc...), ce qui est impossible. Nous suggérons donc de prendre par convention 25% du stock de plus-values latentes finales¹.

En résumé, notre indicateur de valeur de portefeuille peut s'écrire, si l'on note T l'horizon de simulation :

¹ Le taux évoqué ici est à rapprocher du taux de « shadow PB » ou PB latente traité par la norme IFRS 4. Son calcul exact est difficile et fait intervenir de nombreuses estimations et hypothèses.

$$\begin{aligned}
 \text{Indicateur} = & \\
 & \sum_{t=1}^T Mge_nette(t) \cdot facteur(t) \\
 & + RC(T) \cdot facteur(T) \\
 & + 25\% \cdot PVL(T) \cdot facteur(T) \\
 & - IS(T) \cdot facteur(T)
 \end{aligned}$$

Équation 5 : définition de notre indicateur

Si les actifs sont en PRE, il suffit de remplacer les 25% de la PVL par 100% de la PRE.

Nous avons désormais défini l'ensemble des éléments nécessaires aux simulations et à l'exploitation des résultats.

3.2 Etude de la sensibilité de la valeur des contrats aux paramètres du passif

De nombreux travaux ont été effectués pour analyser la sensibilité de la valeur des contrats aux choix d'allocation d'actif ou à des scénarios « stress » sur l'actif. C'est en particulier la fonction des cellules actif/passif des compagnies d'assurance.

Grâce à la modélisation dynamique des passifs, l'intérêt du modèle développé dans le cadre de ce mémoire est de pouvoir mesurer la sensibilité de la valeur des contrats non pas uniquement aux paramètres d'actif, mais également aux paramètres de passif et aux caractéristiques des produits : taux minimum garanti et loi de rachats conjoncturels.

En effet, la plupart des directions techniques du groupe ont indiqué qu'ils avaient du mal à estimer la sensibilité de leur portefeuille à la politique de taux garantis, et également à estimer d'une manière statistique les rachats conjoncturels¹.

A défaut de proposer une étude statistique de l'impact de ces différents paramètres, il est possible d'estimer par des simulations de Monte-Carlo leur influence sur la valeur de portefeuille, et de déterminer si certaines plages de valeurs de ces paramètres risquent d'engendrer une dégradation de la valeur.

3.2.1 Hypothèses et paramètres

Rappelons brièvement dans ce paragraphe l'ensemble des paramètres et hypothèses utilisés dans nos simulations.

- Les scénarios d'actif sont ceux issus du générateur présenté en 2.1 ;
- Le bilan initial peut être représenté ainsi :

¹ Pour les rachats structurels (c'est-à-dire ne dépendant que de l'ancienneté du contrat), il est possible d'obtenir de bonnes estimations statistiques. Par contre, pour les rachats conjoncturels, il est beaucoup plus difficile d'estimer le comportement des assurés vis-à-vis de fluctuations de marché : les hypothèses financières classique de rationalité pure ne s'appliquent pas, les assurés ne réagissent pas instantanément aux manques de performance de leurs contrats.

Periode	0
VNC actif	130 603 174
ACTIF	130 603 174
Réserve de capitalisation	1 294 986
PRE	0
PM	120 083 426
Fonds de PB	8 825 969
Marge nette d'IS	0
Impôt société	398 793
PASSIF	130 603 174

Tableau 5 : bilan d'ouverture

- Le taux de chargement sur encours est 0,21% ;
- L'objectif de marge de l'assureur est fixé à 0,5% de l'encours ;
- Le taux technique est celui avec lequel ont été calculés les intérêts techniques (cf. Figure 8) ;
- Le taux de rémunération cible brut est calculé d'après la formule du paragraphe 2.3.5.2.1, avec le taux de rémunération cible net égal à 85% du taux de référence ($Z = 0.85$) ;
- La loi de rachats conjoncturels est une loi « par défaut », résultant des estimations des actuaires de la société étudiée. La forme théorique de la courbe est présentée au paragraphe 2.3.5.3.5. La forme de la courbe standard est la suivante :

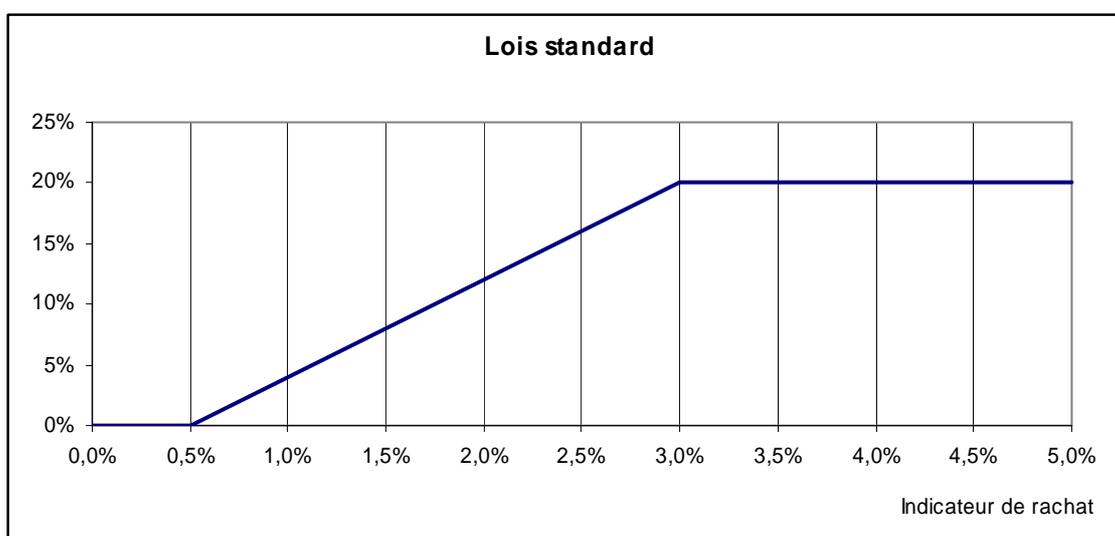


Figure 16 : Taux de rachats conjoncturels en hypothèse standard

3.2.2 Résultats des simulations

3.2.2.1 Valeur des contrats dans un scénario « standard »

Nous définirons le scénario « neutre » comme le scénario le plus proche de la situation réelle pour la société étudiée. En l'occurrence, dans ce scénario, nous partirons du montant de plus-values latentes et de fonds de participation bénéficiaire tels que définis dans la partie 3.1.1.3, d'un TMG nul et d'une loi de rachats conjoncturels « standard » telle que proposée par les actuaires de la société étudiée.

Nous avons effectué 1.000 itérations. Pour donner un ordre de grandeur de la performance, les 1.000 itérations sur notre modèle actif/passif sont effectuées en 6 minutes sur un ordinateur récent. Ces simulations englobent à la fois l'actif, le passif et le bilantiel. A titre de comparaison, le temps de simulation évoqué au paragraphe 2.2 pour le modèle détaillé de passif seul est de cinq minutes... pour une itération ! L'efficacité apportée par la modélisation agrégée des actifs et par la technique de déformation des flux de passif est donc très significative.

Donnons les résultats en hypothèse standard (chiffres en €) :

N = 1 000	Indicateur
Moyenne	3 274 705
Médiane	3 715 428
Ecart-type	2 639 313
Min	-24 688 865
Max	11 152 721

Donnons également les fonction de répartition F et densité f de l'indicateur :

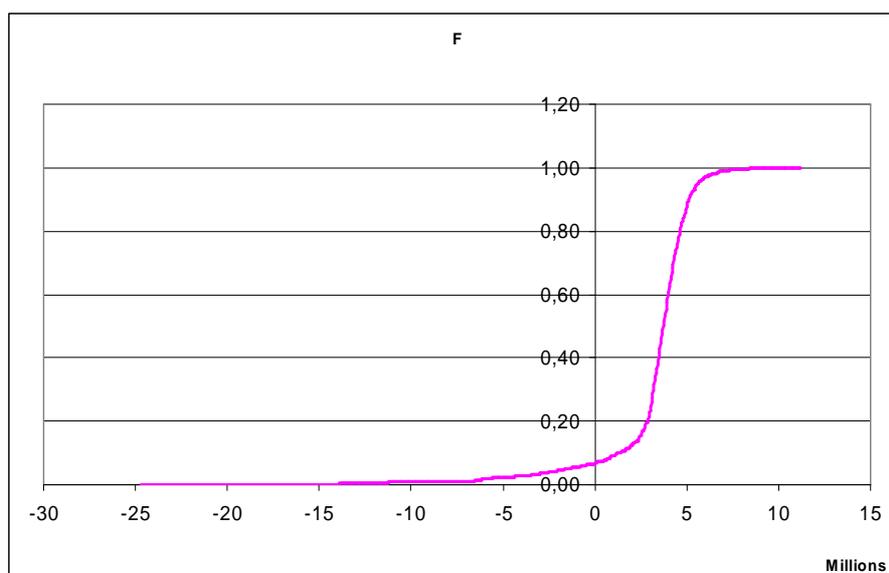


Figure 17 : fonction de répartition de l'indicateur de valeur de portefeuille en hypothèse standard

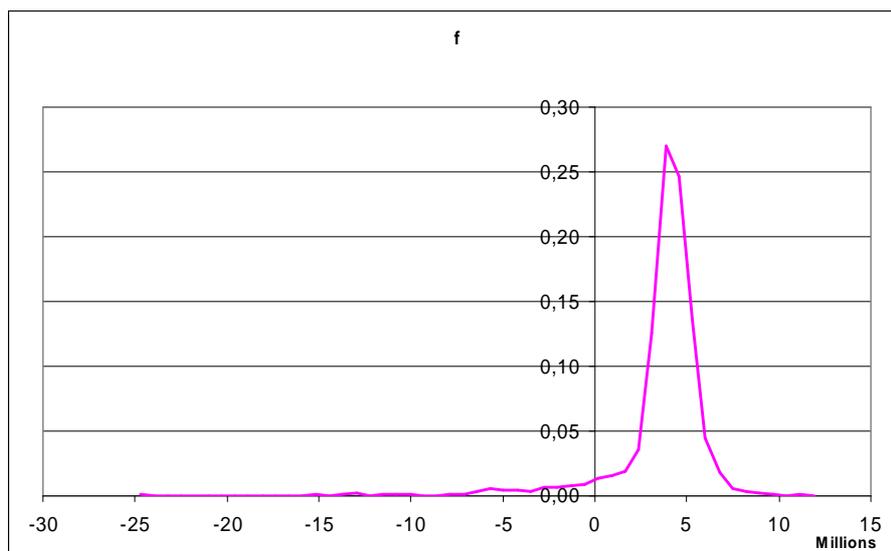


Figure 18 : densité de l'indicateur de valeur de portefeuille en hypothèse standard

La première remarque que nous pouvons faire sur la valorisation de ce portefeuille de contrats l'asymétrie de sa densité. La médiane se situe aux alentours de 3,7 M€, et seul 7,2% des valeurs sont négatives. En d'autres termes, au-dessus de la moyenne, les valeurs sont plutôt concentrées et on observe peu de valeurs extrêmes, tandis que pour les valeurs faibles du portefeuille, on a plus de dispersion et on observe plus de valeurs extrêmes. Par exemple, on a aucune valeur au-dessus de moyenne + 3σ , tandis qu'on a encore 2,3% de valeurs inférieures à moyenne - 3σ .

Nous pouvons également effectuer une rapide analyse de deux scénarios « extrêmes » afin d'illustrer le fonctionnement de l'algorithme.

Scénario défavorable

Le scénario n°491 fait apparaître une valeur négative de -10,7 M€. C'est le 8^{ème} « pire » scénario. Tentons d'expliquer cette valeur.

Regardons d'abord la marge technique :

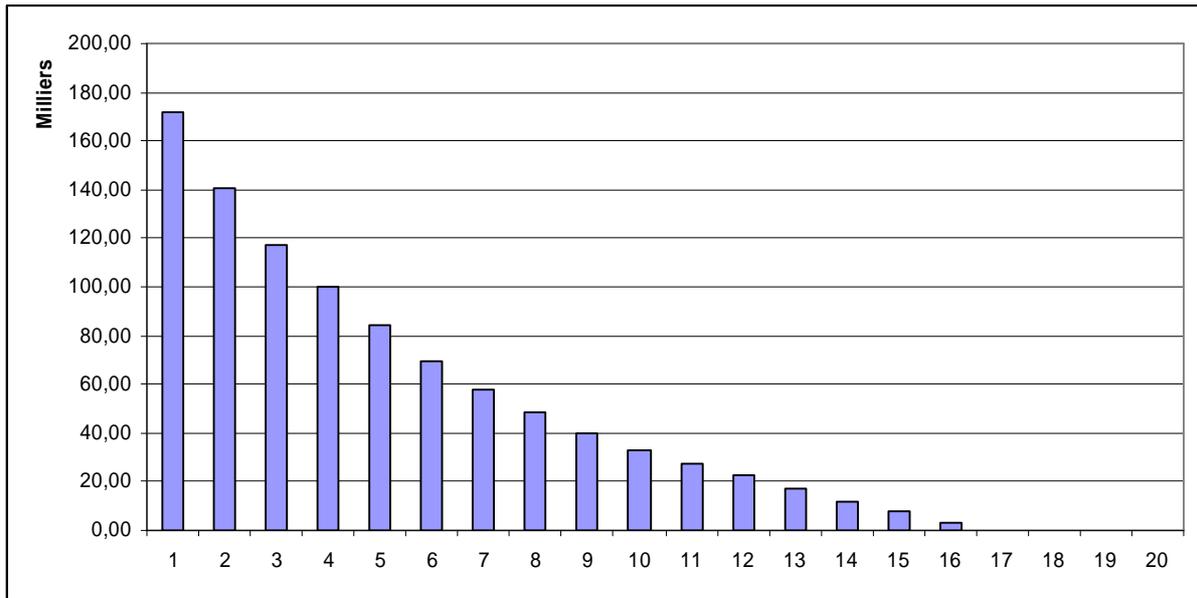


Figure 19 : marge technique

La marge technique est toujours positive et décroissante : c'est normal puisqu'elle est uniquement constituée d'un chargement sur encours calculée en fonction de l'encours de PM, qui décroît avec le temps.

L'explication est plutôt à aller chercher au niveau des actifs. Regardons l'évolution de la plus value latente sur actions et de la PRE :

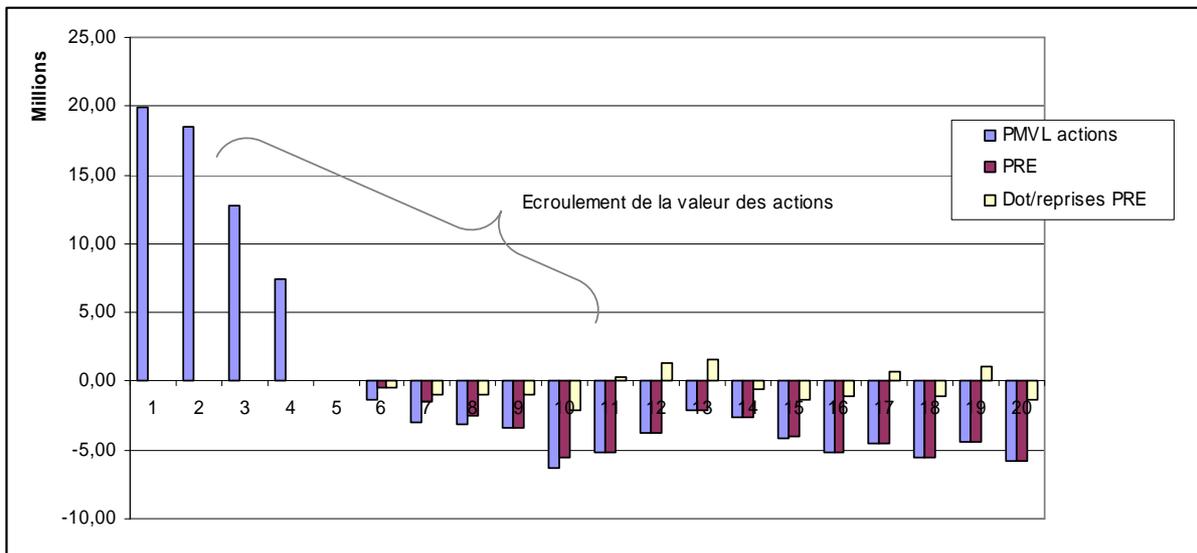


Figure 20

On constate une forte chute de la valeur de marché du portefeuille. Dans cette situation, et malgré un fonds de PB conséquent, ce sont les dotations importantes à la PRE qui creusent les marges. On voit en effet que la PB est servie par prélèvements sur le fonds, et la charge de dotation dans les années difficiles est très réduite, voire nulle :

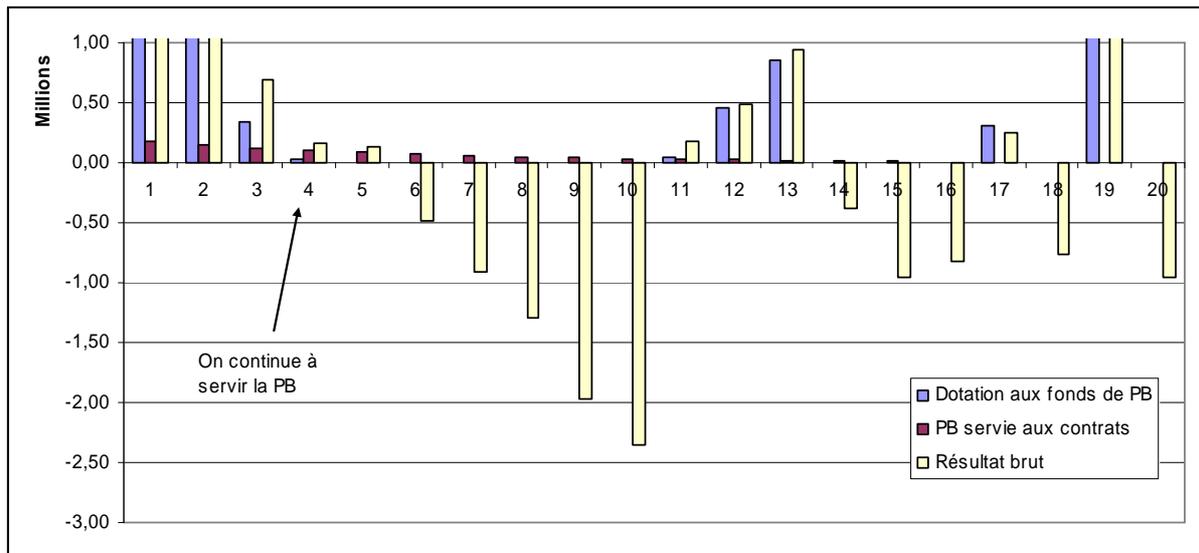


Figure 21

Scénario favorable

Regardons maintenant un scénario « favorable ». Le scénario n°74 fait apparaître une valeur de portefeuille de 6,2 M€.

Dans ce scénario l'évolution de la valeur de l'actif est très favorable comme le montre l'évolution de la richesse latente de l'assureur :

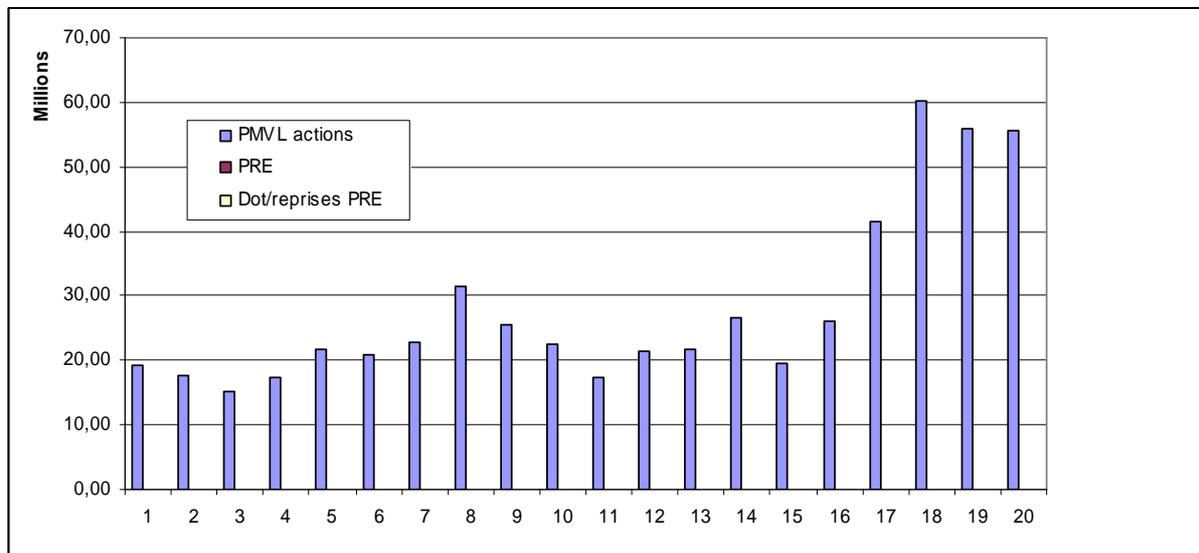


Figure 22

En fin de simulation, l'assureur peut récupérer près de 14 M€ (près de 3,5M€ en valeur actuelle) de plus values latentes et une généreuse réserve de capitalisation de 330 K€. Si l'on ajoute à cela un revenu brut toujours important, l'assureur n'a pas de difficultés pour prélever sa marge :

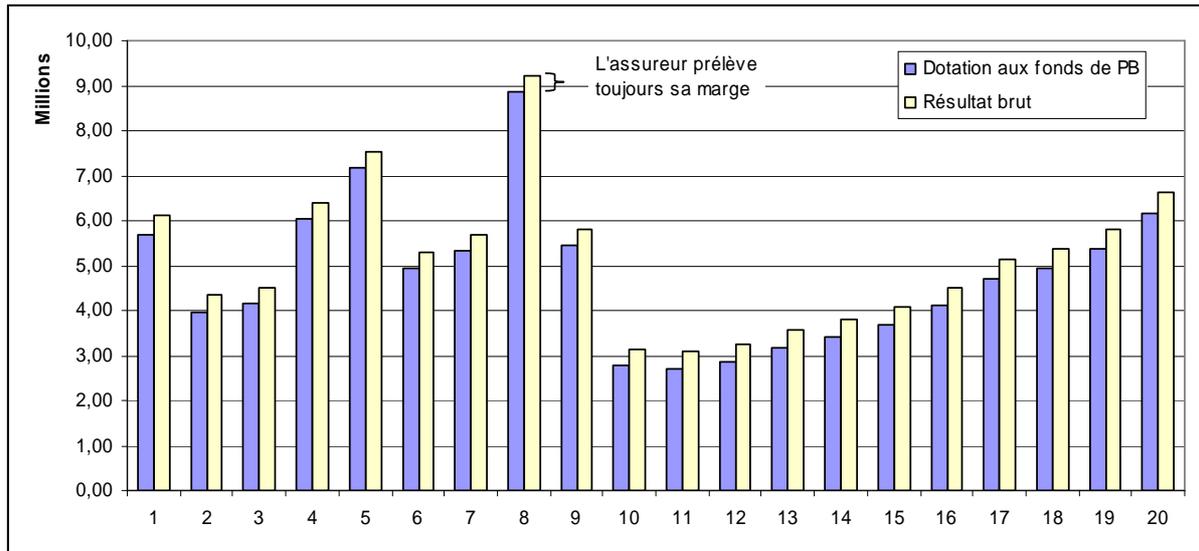


Figure 23

Après ces rapides analyses, intéressons-nous à présent à la sensibilité de la valeur de portefeuille lorsque l'on fait varier les hypothèses de passif.

3.2.2.2 Modulation de la loi de rachat à partir de la situation neutre

En partant du scénario « neutre », nous allons adoucir ou durcir les rachats conjoncturels et mesurer l'impact de ces changements sur la valeur de portefeuille.

Nous définissons tout d'abord une famille de lois de rachat, linéaires par morceaux, présentées dans le tableau ci-dessous :

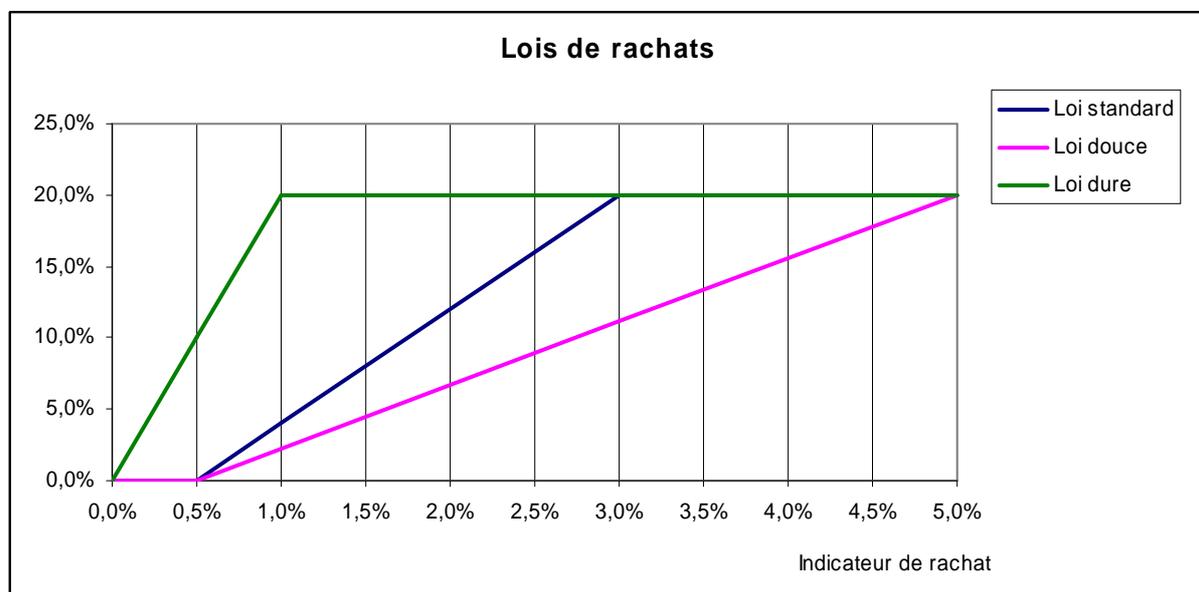


Figure 24 : famille de lois de rachats

Nous avons refait 1.000 simulations dans les mêmes conditions, à l'exception de la loi de rachats conjoncturels qui a été modifiée. On s'aperçoit que les fonctions de répartition et densités de la valeur de portefeuille dans les trois hypothèses de loi de rachat sont pratiquement identiques.

Ce résultat paraît surprenant, car intuitivement, on pourrait penser que :

- En cas de hausse des taux, la valeur de portefeuille diminue lorsque les rachats augmentent, puisque la marge assureur, proportionnelle à l'encours, se réduit.
- En cas de baisse des taux, la valeur de portefeuille diminue lorsque les rachats se réduisent, puisque l'assureur est confronté à une baisse de la rentabilité de ses actifs et à l'obligation de continuer à servir les taux garantis aux assurés.

En réalité, l'explication de cette situation est à chercher dans les caractéristiques du produit. Nous avons vu en Figure 8 un graphique d'évolution du taux technique moyen du produit GAN Avantages. Le graphique ci-dessous donne une comparaison du taux technique moyen avec le taux commercial cible brut calculé par le modèle :

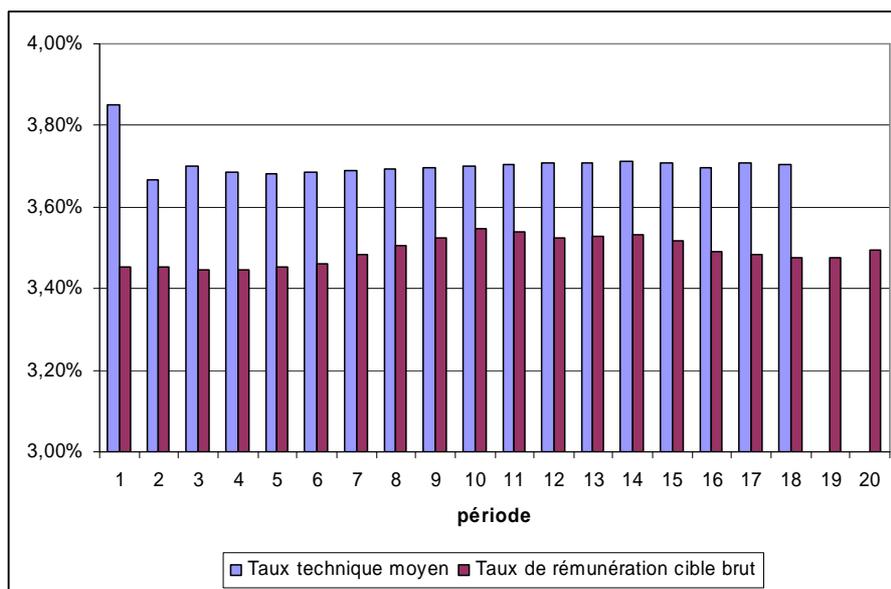


Figure 25 : comparaison du taux technique moyen avec le taux de rémunération cible brut (en moyenne)¹

Nous voyons clairement que le taux technique, en moyenne, est plus élevé que le taux de PB cible ! Cette situation provient du fait que GAN Avantage est un produit ancien, donc avec un taux technique plutôt élevé, alors qu'au 31/12/2005 l'environnement de taux est plutôt bas, ce qui fait que les taux de rémunération cible, exprimés comme un pourcentage du taux 10 ans (environ 85% dans notre cas) sont assez faible.

En d'autres termes, en moyenne, la PB cible nette est presque toujours nulle, le fonds de PB est régulièrement doté, mais n'est que très rarement prélevé puisque les intérêts techniques sont prélevés sur le résultat brut et pas sur le fond. C'est aussi cela qui explique que la PB servie soit si faible, en moyenne, et que lorsque l'on se trouve dans des scénarios d'actif défavorables, c'est la marge de l'assureur qui se dégrade tandis que le fonds est stable ou continue à croître.

Cela explique également la faiblesse ou l'absence de rachats conjoncturels : le taux servi au client est presque toujours supérieur à la référence de marché.

La première conclusion tout à fait naturelle que nous pouvons tirer de ces travaux est que les produits anciens avec un taux technique élevé sont insensibles aux rachats conjoncturels. De plus, ces produits sont risqués pour l'assureur car leur valeur se dégrade très vite lorsque les conditions de marché deviennent défavorables, du fait de l'impossibilité de puiser dans le fonds et parce que les intérêts techniques sont prélevés sur le résultat brut.

¹ Périodes 19 et 20 non significatives

Nous souhaiterions néanmoins voir les impacts des lois de rachats conjoncturels, qui se déclenchent, rappelons-le, lorsque les taux servis aux assurés sont inférieurs à une référence de marché. Pour cela nous avons plusieurs pistes :

- « Recalibrer » les scénarios d'actif afin d'obtenir un niveau de taux plus élevé et donc un taux cible plus élevé : étant donné la lourdeur de l'opération, nous rejetons cette voie ;
- Refaire tourner le modèle élémentaire de passif avec un taux technique plus faible : il s'agit d'une solution moyennement complexe à mettre en œuvre (il faut retravailler les données d'entrée du modèle de passif), mais qui permet de conserver une cohérence des données de passif dans les simulations ;
- Augmenter artificiellement le taux cible : c'est la solution la plus aisée à mettre en œuvre, mais l'inconvénient est qu'elle n'est pas très réaliste. En effet, comment un assureur pourrait justifier de vouloir servir un taux cible de 6% ou 7% sur des contrats dont le taux technique est déjà élevé, qui plus est lorsque le niveau des taux est redescendu à des niveaux faibles ?

Nous suggérons de combiner les deuxième et troisième solutions. Nous allons annuler complètement le taux technique et donc remplacer notre produit à taux technique élevé par un produit sans garantie de taux. De plus, nous allons augmenter notre coefficient Z à 100% (cf. 2.3.5.2.1).

Voici les nouveaux flux de passif générés, sans intérêts techniques :

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
p_fs_acq	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
p_fs_admi	-	1 149 568	777 644	617 615	521 985	464 221	393 503	322 552	260 476	206 545	163 543
p_fs_tot	-	1 149 568	777 644	617 615	521 985	464 221	393 503	322 552	260 476	206 545	163 543
p_ic_sort	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
p_ic_stoc	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
p_nombres	19 997	13 988	11 131	9 127	7 607	6 201	4 975	3 983	3 188	2 550	2 040
p_pen_ra	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
p_pm	120 083 426	82 034 792	64 633 674	51 945 243	42 670 843	34 646 061	27 757 335	22 214 086	17 773 547	14 218 878	11 375 134
p_pr_br	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
p_pr_n	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
p_pre_tot	-	38 048 634	17 401 118	12 688 431	9 274 400	8 024 782	6 888 726	5 543 249	4 440 539	3 554 669	2 843 744
p_pres_dc	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
p_pres_ma	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
p_pres_rp	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
p_pres_rt	-	38 048 634	17 401 118	12 688 431	9 274 400	8 024 782	6 888 726	5 543 249	4 440 539	3 554 669	2 843 744
tx_t_moy	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
tx_chutes	0,00%	31,51%	21,22%	19,63%	17,85%	18,81%	19,88%	19,97%	19,99%	20,00%	20,00%
tx_sort	0,00%	31,51%	21,22%	19,63%	17,85%	18,81%	19,88%	19,97%	19,99%	20,00%	20,00%
tx_rach_t	0,00%	31,51%	21,22%	19,63%	17,85%	18,81%	19,88%	19,97%	19,99%	20,00%	20,00%
Marge technique	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
p_fs_acq	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
p_fs_admi	130 834	104 667	89 183	72 849	53 404	47 277	26 977	3 314	494	234	-
p_fs_tot	130 834	104 667	89 183	72 849	53 404	47 277	26 977	3 314	494	234	-
p_ic_sort	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
p_ic_stoc	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
p_nombres	1 632	1 306	990	698	471	206	26	5	2	-	-
p_pen_ra	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
p_pm	9 100 133	7 280 127	5 421 208	3 662 045	2 363 332	929 003	73 233	12 876	4 113	-	-
p_pr_br	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
p_pr_n	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
p_pre_tot	2 275 001	1 820 006	1 858 919	1 759 163	1 298 713	1 434 329	855 770	60 358	8 762	4 113	-
p_pres_dc	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
p_pres_ma	-	-	450 566	754 678	633 222	1 075 260	749 146	51 118	6 919	3 680	-
p_pres_rp	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
p_pres_rt	2 275 001	1 820 006	1 408 353	1 004 484	665 491	359 069	106 625	9 240	1 843	434	-
tx_t_moy	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
tx_chutes	20,00%	20,00%	25,53%	32,45%	35,46%	60,71%	92,25%	82,61%	68,20%	100,25%	0,00%
tx_sort	20,00%	20,00%	25,53%	32,45%	35,46%	60,71%	92,25%	82,61%	68,20%	100,25%	0,00%
tx_rach_t	20,00%	20,00%	19,35%	18,53%	18,17%	15,19%	11,48%	12,62%	14,31%	10,54%	0,00%
Marge technique	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

Tableau 6 : flux de passif sans taux technique

3.2.2.3 Etude de la valeur de portefeuille et des rachats avec le nouveau passif

On a vu que l'impact d'une modulation de la loi de rachat est nul dans le cadre d'un produit à taux technique élevé. Que devient cette sensibilité avec notre nouveau passif sans taux technique ?

Donnons les résultats de la valeur de portefeuille :

N = 1 000	Indicateur	N = 1 000	Indicateur
Moyenne	3 274 705	Moyenne	3 610 947
Médiane	3 715 428	Médiane	3 845 928
Ecart-type	2 639 313	Ecart-type	2 223 030
Min	-24 688 865	Min	-24 348 072
Max	11 152 721	Max	11 225 217

Avec taux technique *Sans taux technique*

On constate que la valeur de portefeuille est légèrement supérieure dans notre nouveau produit, et que l'écart-type est également légèrement supérieur. On peut interpréter cette variation comme provenant d'une moindre pression sur les marges de l'assureur, qui peut s'autoriser à prélever sur le fonds de PB les montants devant être servis aux assurés.

Les fonctions de répartition et les densités sont très similaires :

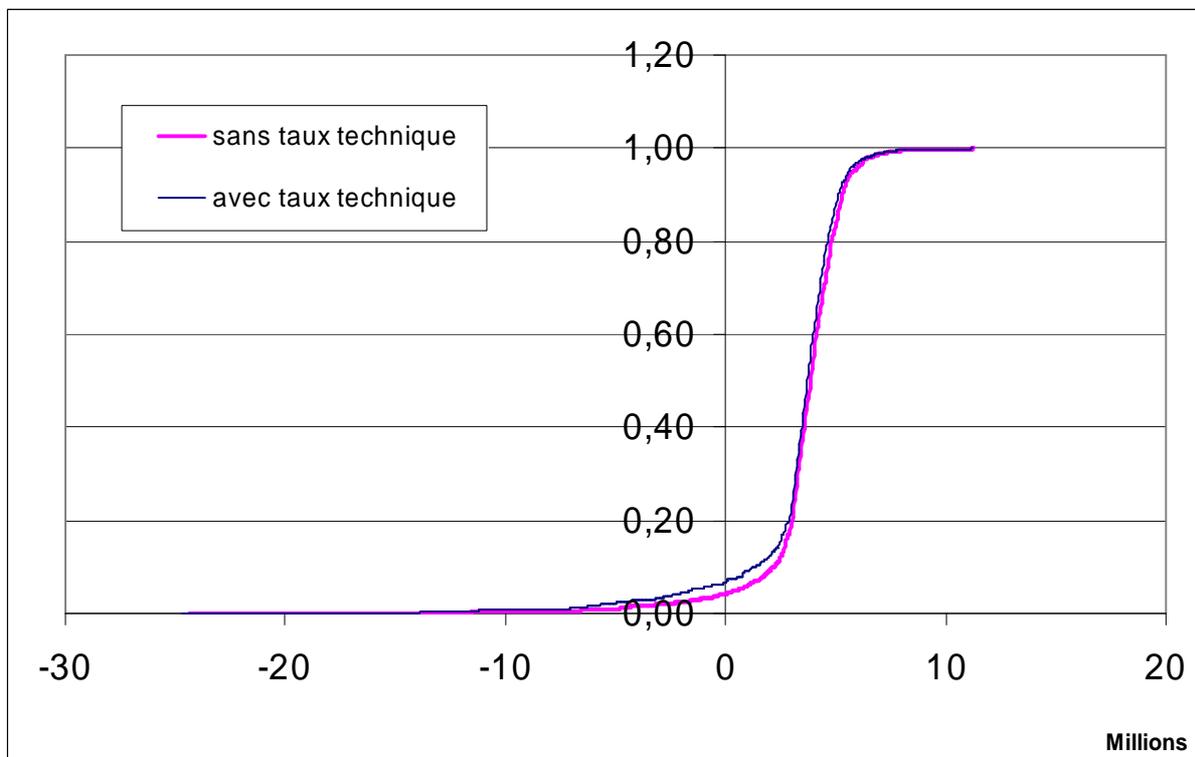


Figure 26 : comparaison des fonctions de répartition

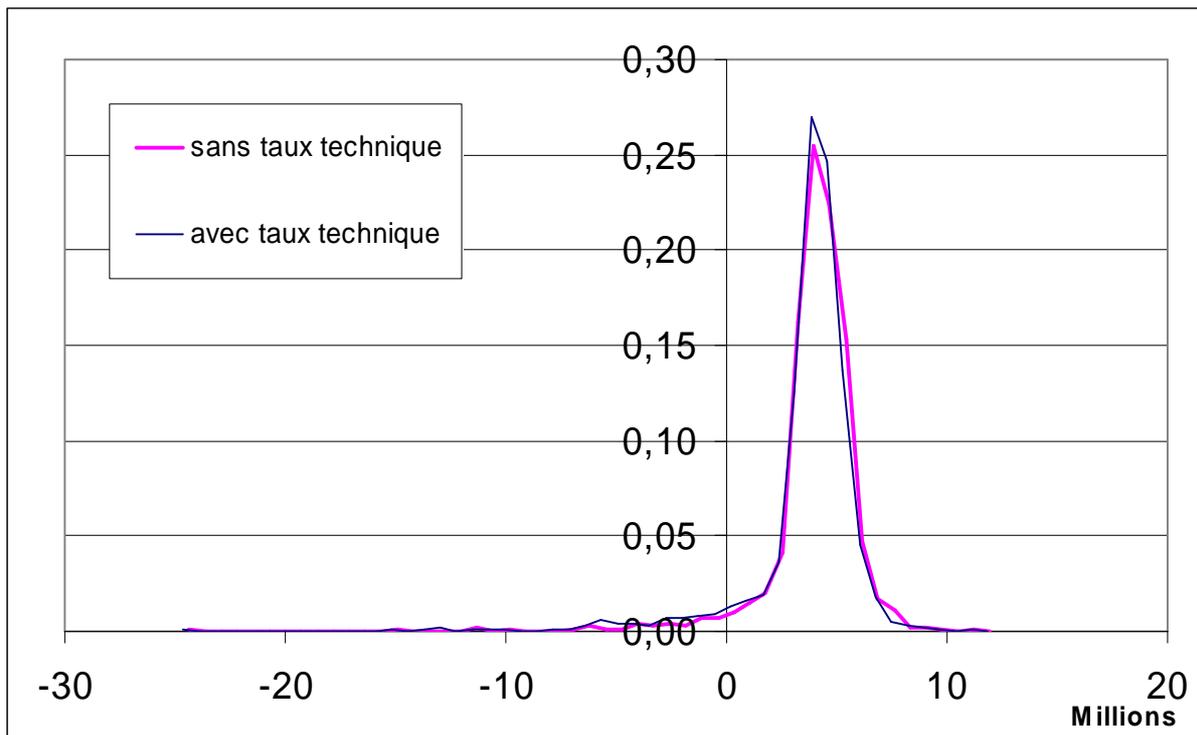


Figure 27 : comparaison des densités

Pourquoi trouve-t-on des résultats aussi similaires ? Normalement, on aurait pu s'attendre à ce que dans certains scénarios très défavorables, pour lesquels les taux cibles sont très élevés, l'assureur ne puisse plus servir le taux cible à l'assuré, et donc que des rachats conjoncturels se déclenchent. Or, il n'en est rien : les rachats conjoncturels sont quasiment nuls, ce qui signifie que l'assureur parvient presque toujours à servir la cible.

On peut expliquer ce phénomène par la forte richesse initiale de notre assureur. En effet, nous avons vu que le bilan initial faisait apparaître un fonds de PB de plus de 7% des provisions mathématiques et un stock de plus values initial de 15%, soit un excédent de richesse initial de près de 30M€, ce qui représente environ 25% des provisions mathématiques. Un rapide calcul d'ordre de grandeur nous montre qu'avec un taux cible en moyenne à 5% (ce qui est déjà significatif), une telle réserve permettrait de servir ce taux pendant 8 ans même en l'absence de tout revenu financier !

Le graphique ci-dessous présente une comparaison de la PB cible, de la PB servie et l'évolution du fonds de PB dans le scénario n°491, le 8^e « pire » :

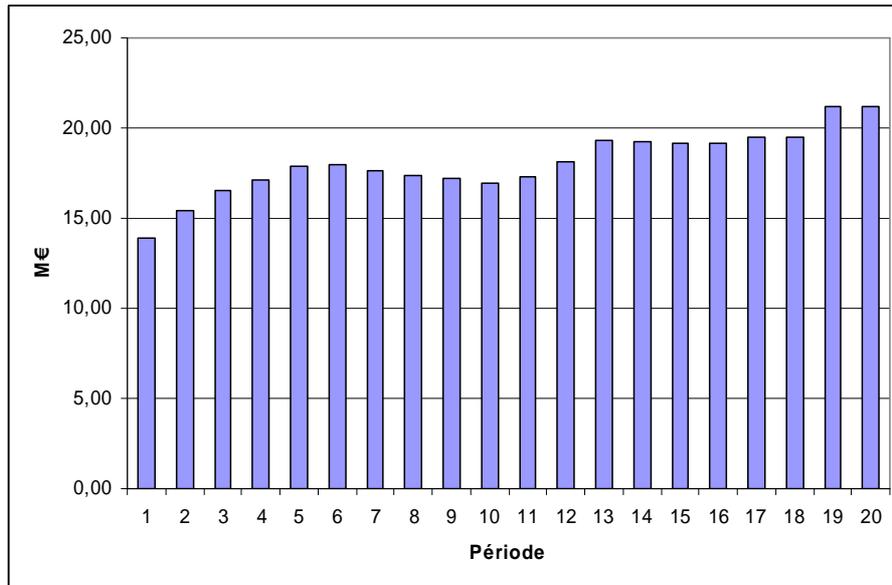


Figure 28 : évolution du fonds de PB (scénario n°491)

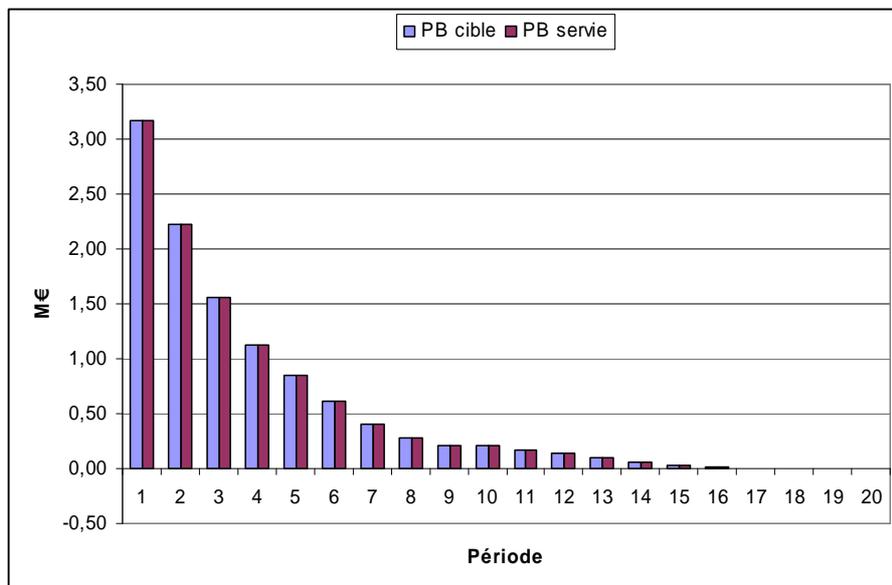


Figure 29 : PB cible vs PB servie

On voit qu'il n'y a aucun écart entre la PB cible et la PB servie. Il est donc normal de ne pas observer de rachats conjoncturels. En outre, le montant de PB cible représente au plus 25% du fonds (la première année) et ce ratio descend à un peu plus de 1% en période 10. Le fonds de PB important met à l'abri l'assureur contre tout décrochage du taux servi, à moins de forcer le taux cible à des valeurs irréalistes.

La deuxième conclusion que nous pouvons apporter à ce stade est qu'une compagnie initialement très riche¹ parviendra à servir le taux cible même dans les scénarios défavorables et même si le taux technique est nul.

¹ Il serait utile de préciser par une étude plus approfondie la notion de « très riche », c'est-à-dire l'appréciation du seuil de richesse initiale qui place la compagnie à l'abri de tout décrochage du taux servi. Cependant, les

Notre objectif initial, toutefois, est de mesurer l'impact des rachats. Nous aimerions donc trouver des paramètres raisonnables qui nous permettent de mesurer l'impact des rachats.

3.2.2.4 Etude de la valeur de portefeuille avec une société appauvrie

Nous avons vu que :

1°) un taux technique élevé implique une PB cible très faible et donc bloque le déclenchement des rachats conjoncturels ;

2°) lorsque la société est très riche (fonds de PB et plus values latentes importants), elle peut servir la cible de participation, même dans les scénarios extrêmes.

Nous allons donc reprendre notre passif sans intérêts techniques et appauvrir la société.

3.2.2.4.1 Description du nouveau bilan d'ouverture

Nous avons lancé nos simulations avec un actif disposant de 15% de plus values latentes et un fonds de PB représentant 7% des provisions mathématiques.

Nous allons observer les résultats lorsque nous ramenons ces deux seuils à 1%. Le bilan d'ouverture devient donc :

31/12/2005	€	%
VNC des actifs	123 685 262	100,00%
TOTAL ACTIF	123 685 262	100,00%
Provisions mathématiques	120 083 426	97,09%
Fonds de PB	1 200 834	0,97%
Réserve de capitalisation	1 294 986	1,05%
Marge nette	707 222	0,57%
Impôt sur les sociétés	398 793	0,32%
TOTAL PASSIF	123 685 262	100,00%
Plus values latentes	1 234 834	1,00%

Tableau 7 : nouveau bilan d'ouverture

Les autres hypothèses étant inchangées, nous pouvons faire tourner 1.000 simulations et observer les résultats obtenus dans le cas de notre loi de rachat « standard ».

N = 1 000	Indicateur
Moyenne	804 819
Médiane	1 450 169
Ecart-type	1 864 609
Min	-9 847 751
Max	5 705 309

Tableau 8 : valeur de portefeuille avec les hypothèses standard

développements importants que nécessiterait une telle étude dépassent le cadre de notre mémoire (c.f.§ 3.3 Limites du modèle et perspectives d'utilisation).

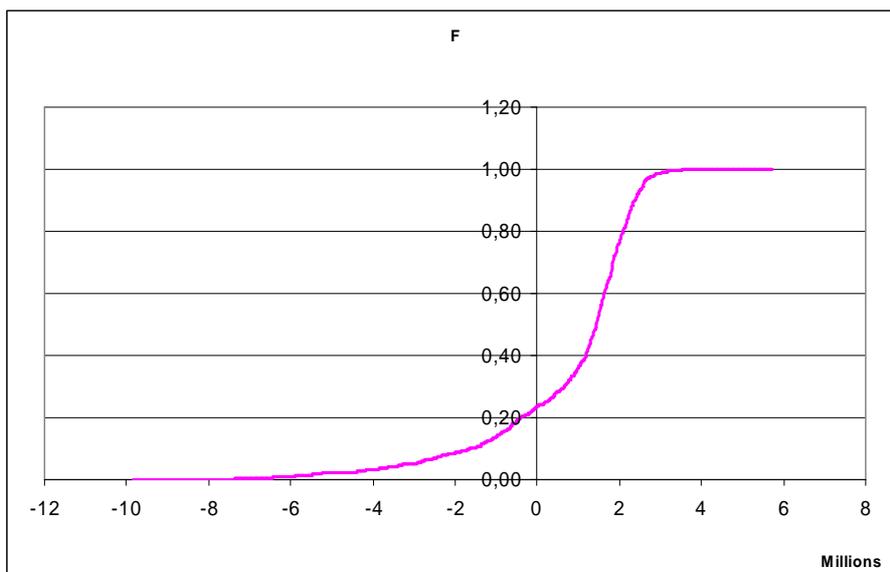


Figure 30 : Fonction de répartition de la valeur de portefeuille

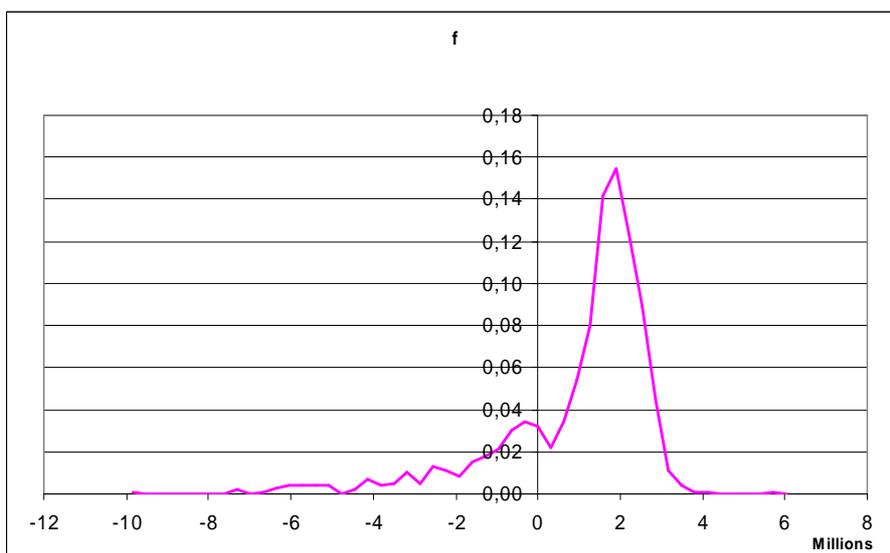


Figure 31 : densité de la valeur de portefeuille

Les résultats obtenus avec cette nouvelle configuration de bilan d'ouverture ne sont pas vraiment comparables avec les résultats issus des simulations avec la version précédente du bilan. La valeur de portefeuille diminue, mais cela n'est absolument pas surprenant. En revanche, on observe que la forme de la densité fait apparaître une plus forte concentration dans la partie gauche du pic ; cela se voit également sur la fonction de répartition, dont la croissance initiale est plus progressive. A nouveau, il est difficile de trouver une explication simple à cette observation.

En revanche, notre objectif de se placer dans une situation dans laquelle des rachats sont générés est bien atteint. Le graphique suivant compare, en moyenne, la PB servie avec la PB cible et le taux de rachat moyen :

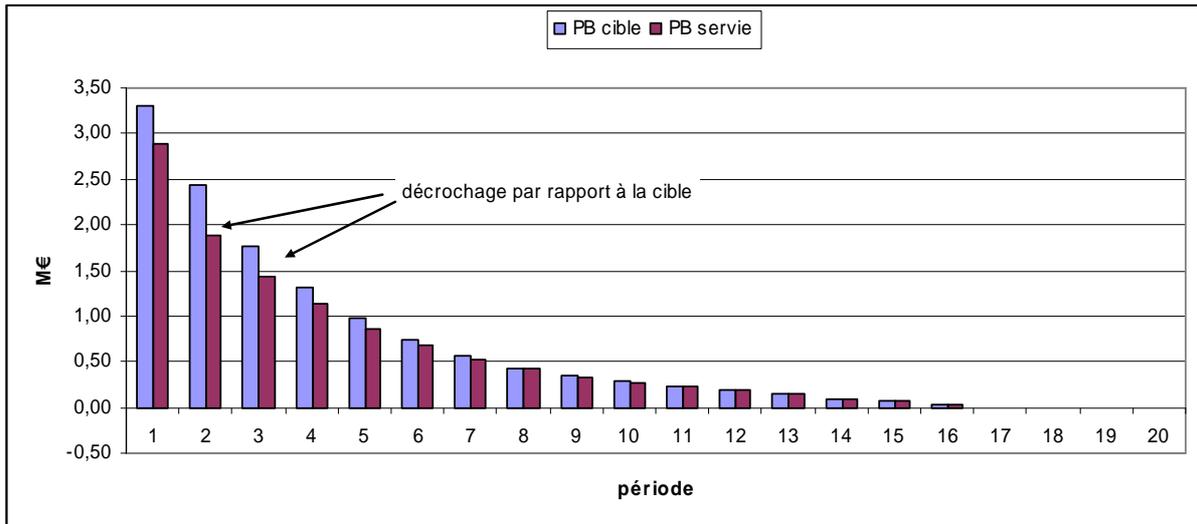


Figure 32 : PB cible vs PB servie

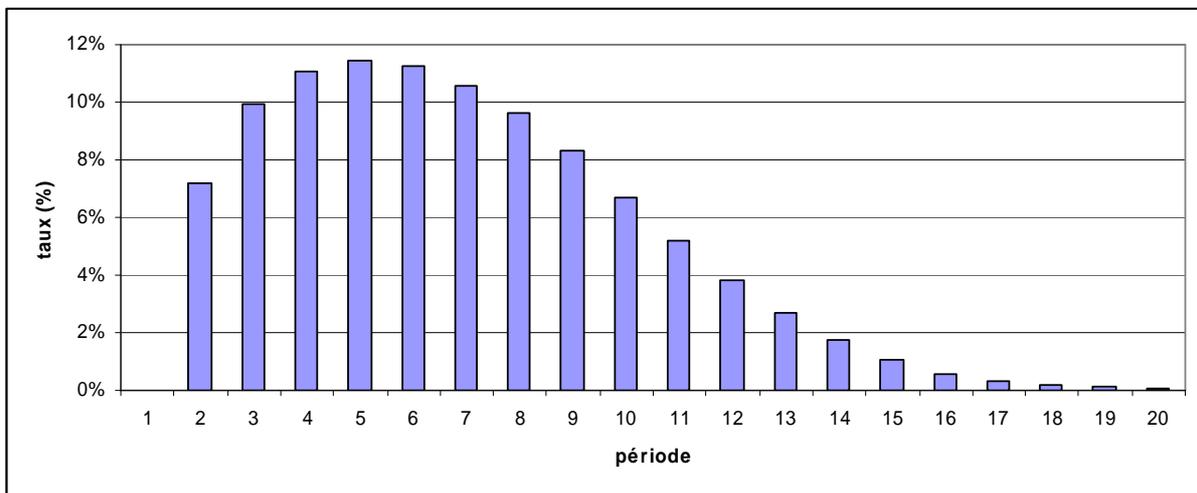


Figure 33 : taux moyen de rachats conjoncturels

On observe que des rachats conjoncturels interviennent dès la deuxième période. En effet, un écart constaté en période 1 aura un impact sur le taux de rachat de l'année 2. Cela explique pourquoi on ne constate aucun rachat conjoncturel la première année.

D'autre part, on constate que les rachats augmentent, atteignent un pic en période 5 et diminuent à nouveau. Or la Figure 32 laisse plutôt apparaître une décroissance, en valeur absolue, de l'écart entre la PB cible et la PB servie. Ce phénomène est du à un effet d'amortissement introduit dans la définition de l'indicateur de rachat (cf. § 2.3.5.3.5) : il est constitué, à la période t , de la moyenne entre l'écart relatif calculé en (t) et celui calculé en $(t-1)$. Le graphique suivant montre l'effet de ce lissage, qui a pour but de tenir compte de l'inertie des assurés du point de vue de leur décision de racheter ou non leur contrat :

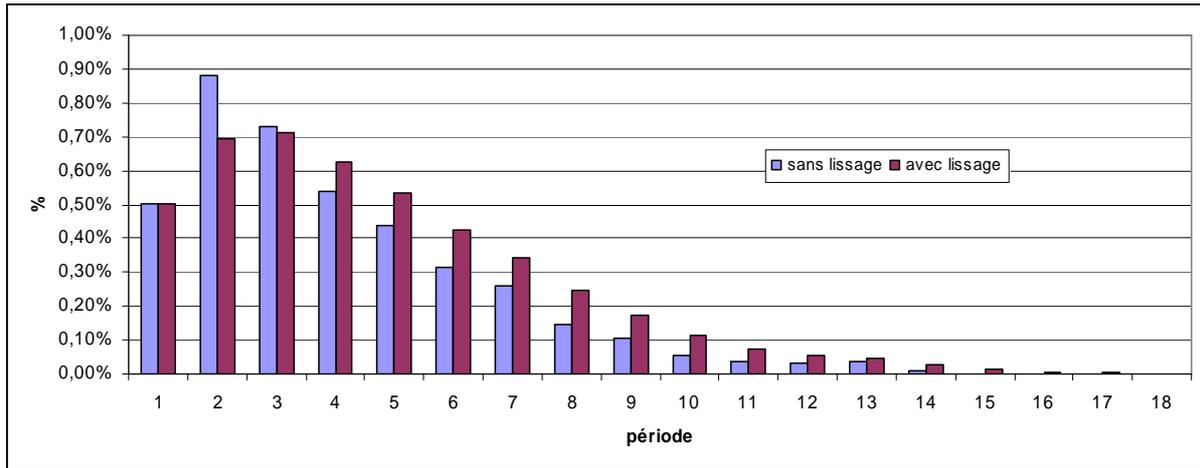


Figure 34 : évolution de l'écart relatif moyen PB cible – PB servie

Les analyses précédentes ont été effectuées avec la loi de rachat standard. Intéressons-nous à présent à la sensibilité de notre valeur de portefeuille lorsque l'on fait varier les paramètres de cette loi.

3.2.2.4.2 Analyse de la sensibilité aux rachats conjoncturels

Nous allons donc effectuer également les simulations avec les deux autres lois de rachat présentées sur la Figure 24, et tenter de déterminer si une variation de loi entraîne des modifications significatives de la valeur des contrats.

Nous introduisons en plus de trois lois présentées à la Figure 24 une loi qualifiée d'« extrême ». Il s'agit tout simplement d'un déclenchement binaire : 20% de rachats immédiats si la PB cible n'est pas servie :

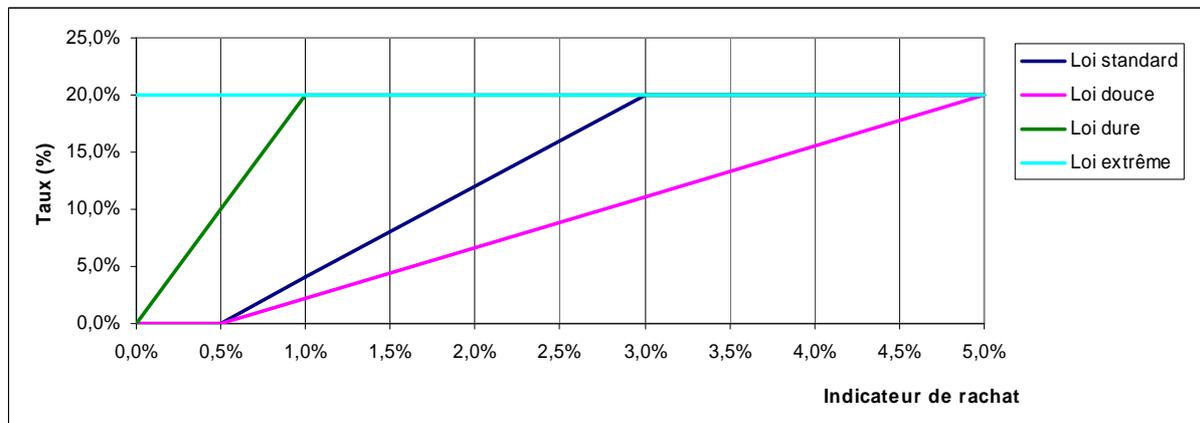


Figure 35 : lois de rachats conjoncturels

Les résultats de nos simulations sont présentés ci-dessous :

<i>Loi standard</i>			<i>Loi douce</i>		
N = 1 000	Indicateur	Var/STD	N = 1 000	Indicateur	Var/STD
	Moyenne	804 819		803 986	-0,10%
	Médiane	1 450 169		1 452 246	0,14%
	Ecart-type	1 864 609		1 870 716	0,33%
	Min	-9 847 751		-9 847 976	0,00%
	Max	5 705 309		5 705 309	0,00%

<i>Loi dure</i>			<i>Loi extrême</i>		
N = 1 000	Indicateur	Var/STD	N = 1 000	Indicateur	Var/STD
	Moyenne	809 972		812 139	0,91%
	Médiane	1 450 156		1 366 587	-5,76%
	Ecart-type	1 855 376		1 636 984	-12,21%
	Min	-9 874 818		-9 884 004	0,37%
	Max	5 705 309		4 113 002	-27,91%

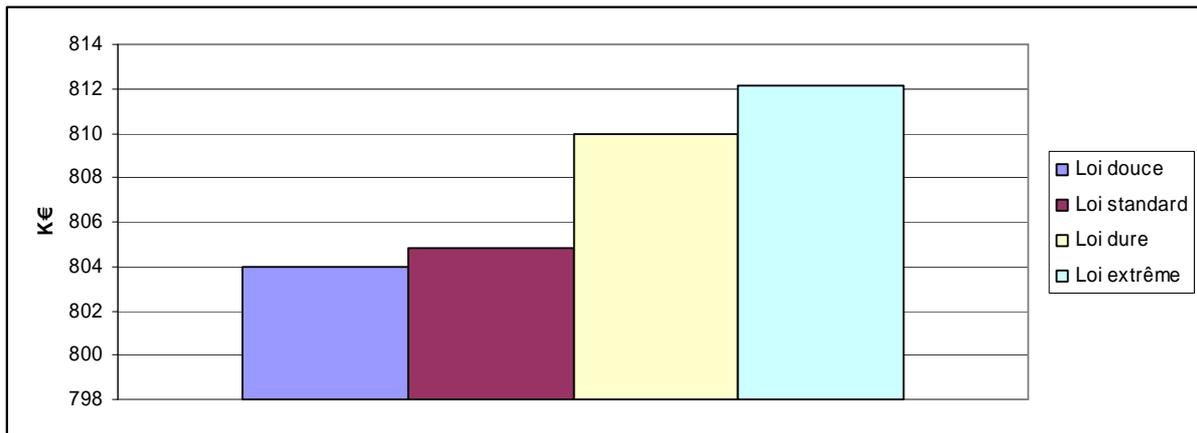


Figure 36 : comparaison des valeurs de portefeuille par loi

La première constatation est qu'en valeur absolue, l'impact d'un changement des paramètres est peu significatif. On n'observe presque aucune différence entre la valeur de portefeuille telle qu'obtenue avec la loi douce et celle obtenue avec la loi standard. Seules les lois dures et extrêmes ont un impact, mais qui ne dépasse pas 1% de la valeur totale.

Observons les distributions obtenues :

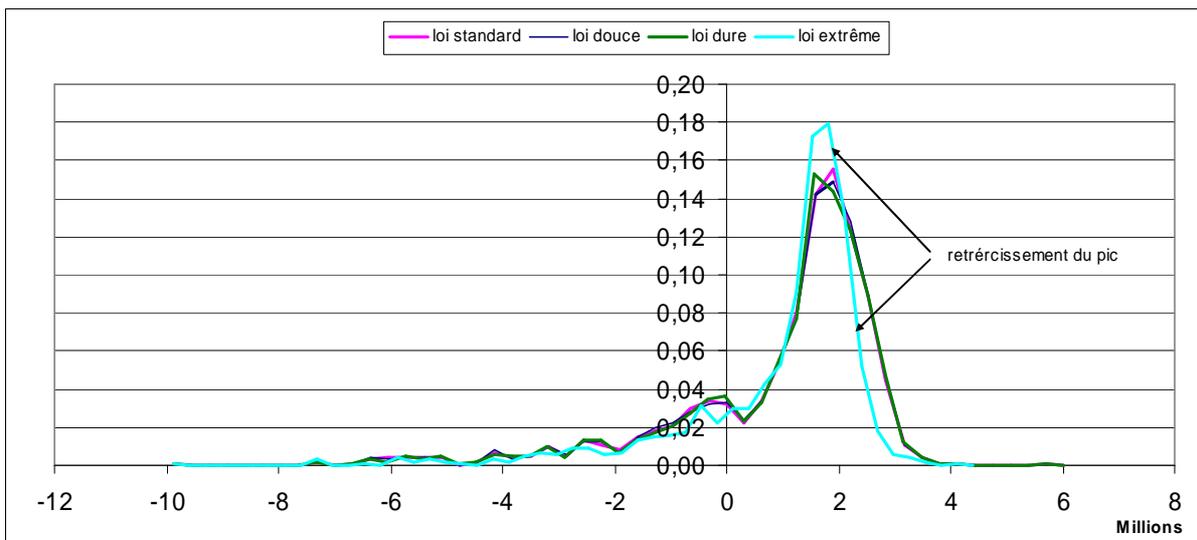


Figure 37 : comparaison des densités des valeurs de portefeuille avec les différentes lois

Il n'y a pas de différence significative entre les lois douce, standard et dure. Seule la loi extrême a pour conséquence un rétrécissement du pic sur sa partie droite : la proportions des valeurs

extrêmes diminue fortement, comme le montre également la baisse de près de 28% de la valeur maximale du portefeuille. Ce phénomène s'explique lorsque l'on observe le taux moyen de rachat :

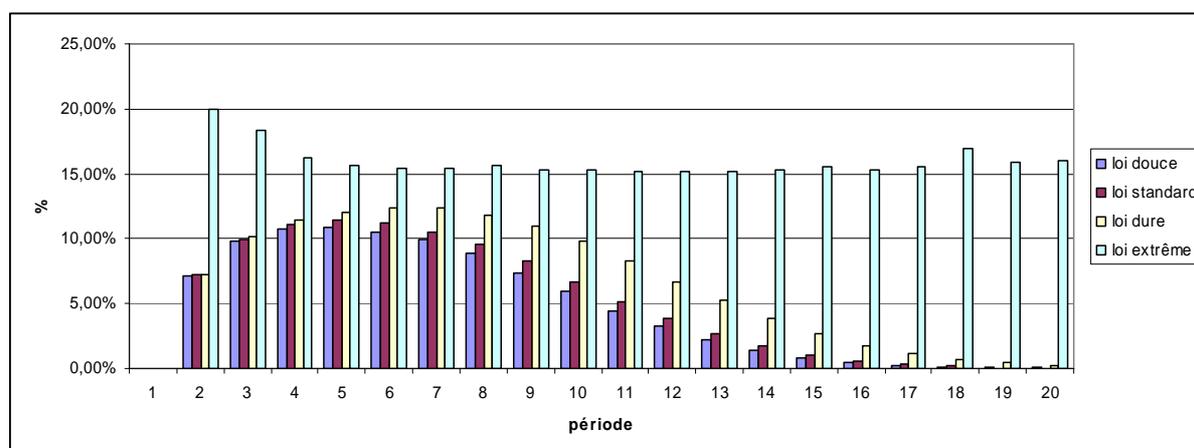


Figure 38 : évolution du taux moyen de rachats conjoncturels

Il apparaît clairement que la loi de rachats extrême ne tient pas compte de la valeur de l'écart relatif entre la PB cible et la PB servie : le taux de rachats ne dépend que de la présence ou non d'un écart, ce qui explique le fort taux moyen de rachats observé, relativement aux autres lois.

Nous pouvons également déduire de cette information le nombre moyen de scénarios sur lesquels apparaissent des écarts : sachant que le taux de rachats vaut soit 0% soit 20% et que nous avons 1.000 simulations, une moyenne de rachats à 15% nous donne 750 simulations sur 1000 pour lesquelles, en moyenne, on ne parvient pas à servir la cible.

Un effet cependant semble surprenant : lorsque l'on durcit la loi de rachat, on observe une augmentation de la valeur moyenne du portefeuille.

Qu'est-ce qui peut expliquer cet accroissement de valeur ? Si l'on raisonne en terme de nombres de contrats et d'encours de provisions mathématiques, la marge prélevée par l'assureur devrait être plus élevée dans le cas de la loi de rachat standard par rapport à la loi dure, puisque cette marge est proportionnelle à l'encours. Or c'est l'effet inverse qui est observé.

Une explication intuitive de ce phénomène est que dans les scénarios défavorables, lorsque l'assureur ne dispose pas d'un résultat suffisant pour servir le taux cible, le fait de déclencher plus de rachat permet de perdre moins de valeur lors des période suivantes. Tentons de comprendre ce phénomène en comparant le même scénario avec la loi standard et avec la loi dure.

Pour avoir plus de détails, prenons pour comparaison le scénario n°491. Nous avons vu qu'il s'agissait d'un scénario très défavorable pour l'assureur, puisque dans le cas de la loi standard, la valeur de portefeuille est -6,24M€, tandis que dans le cas de la loi dure elle n'est que de -5,15M€, soit une amélioration de +1,09M€.

Lorsque nous décomposons cet écart en fonction des différents constituants de la valeur de portefeuille, nous obtenons le résultat suivant (en €):

	Loi dure	Loi standard	Ecart	%
VA des marges	-6 323 451	-7 328 862	1 005 412	93%
VA des PVL	-638 767	-682 014	43 247	4%
VA de la RC	1 812 064	1 775 632	36 432	3%
TOTAL	-5 150 153	-6 235 244	1 085 091	100%

Tableau 9 : comparaison de la valeur de portefeuille pour le scénario N°491 (VA signifie valeur actuelle)

On voit que c'est essentiellement dans la marge que se fait la différence entre les deux scénarios. Observons la différence des marges par période (marges actualisées) :

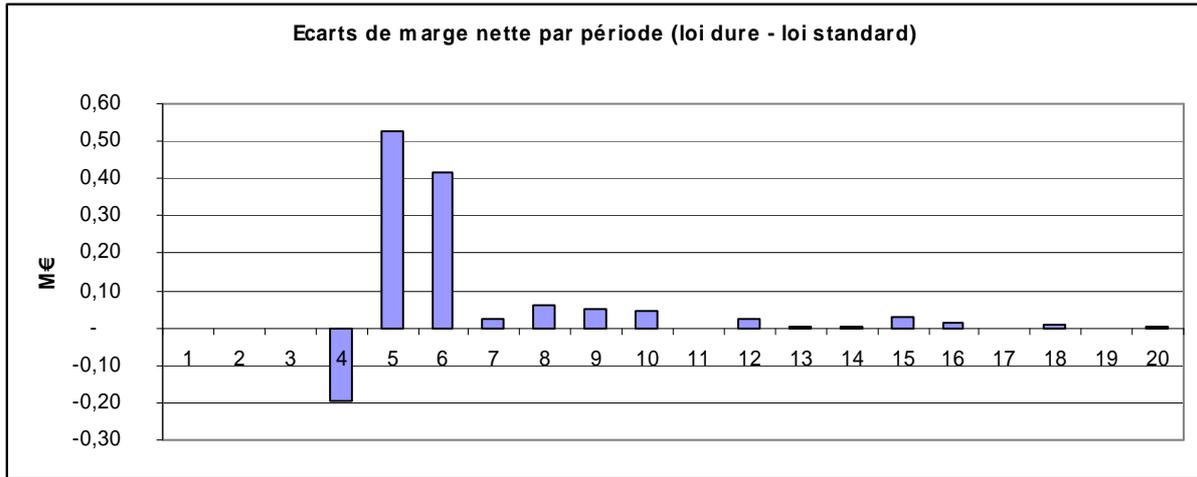


Figure 39

On voit que c'est essentiellement en périodes 5 et 6 que se fait le gain de valeur (environ 900K€), après une première perte de valeur de 200K€. Puis, pour les années successives, on observe à chaque fois de petits gains.

Si l'on reprend la Figure 20 et la Figure 21, on constate que la période 4 correspond à une année de forte baisse des marchés. Le rendement économique des actifs diminue fortement, de même que le résultat brut, et les actifs se retrouvent en moins value latente. Or les assurés attendent tout de même un taux de rémunération de 2,19%. Regardons l'évolution comparative du fonds de PB, ainsi que des plus-values latentes :

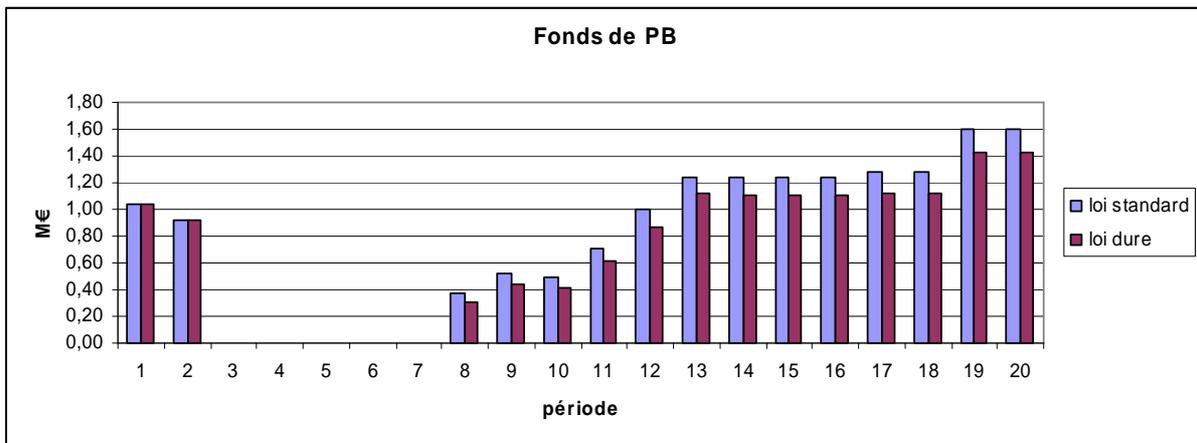


Figure 40

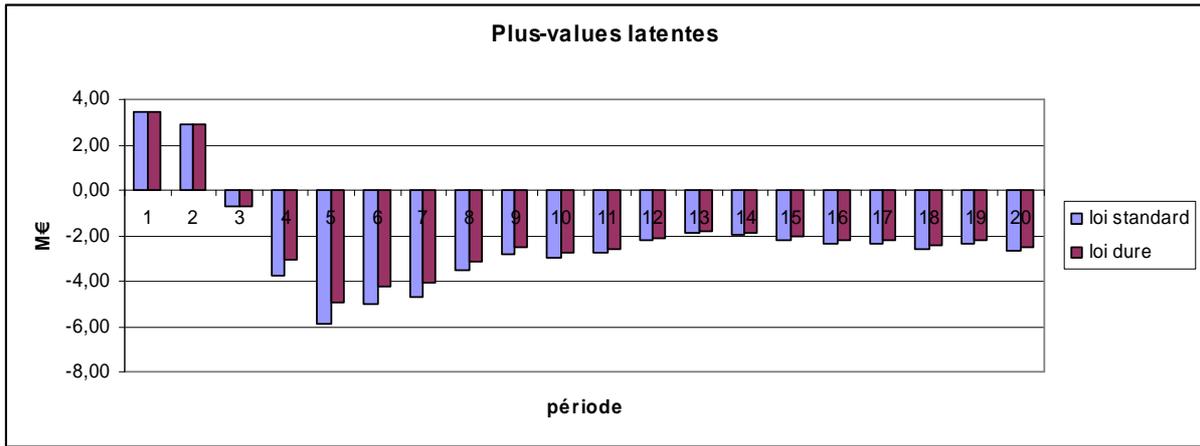


Figure 41

On voit que le fonds de PB a été épuisé dès la période 3, du fait simultané d'une diminution des plus-values latentes et d'un prélèvement sur le fonds supérieur à sa dotation :

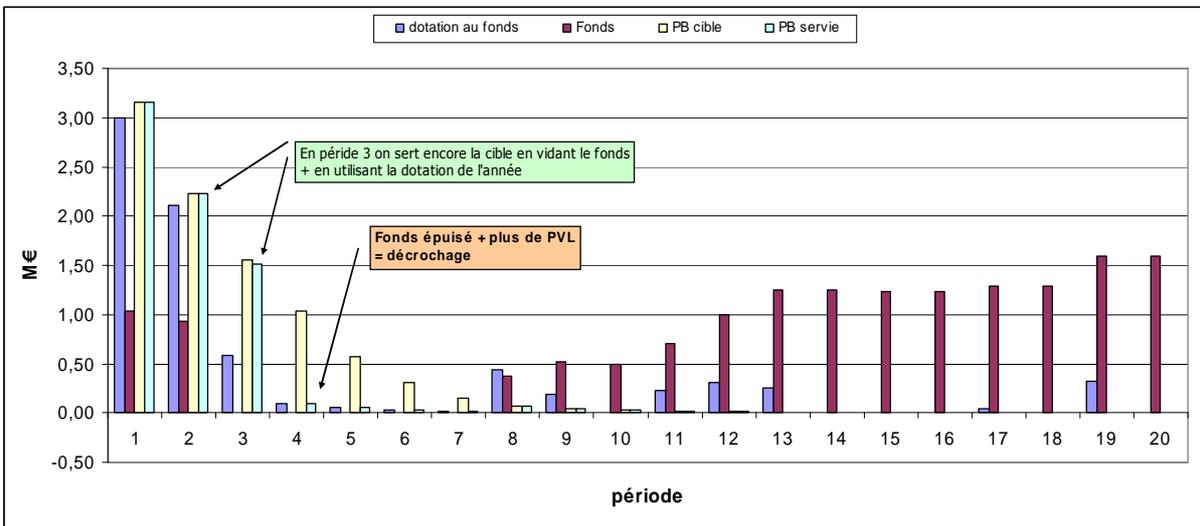


Figure 42 : cas de la loi standard

Pour la loi dure, le mécanisme est strictement identique :

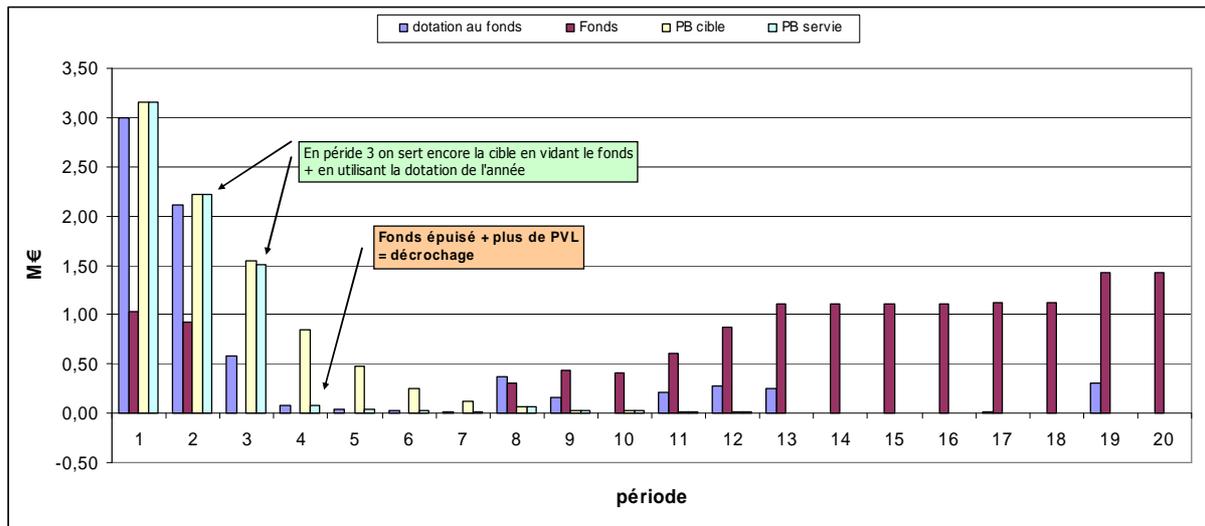


Figure 43 : cas de la loi dure

En revanche, ce qui est différent entre les deux lois en période 4, c'est le taux de rachats conjoncturels, comme le montre le schéma ci-dessous :

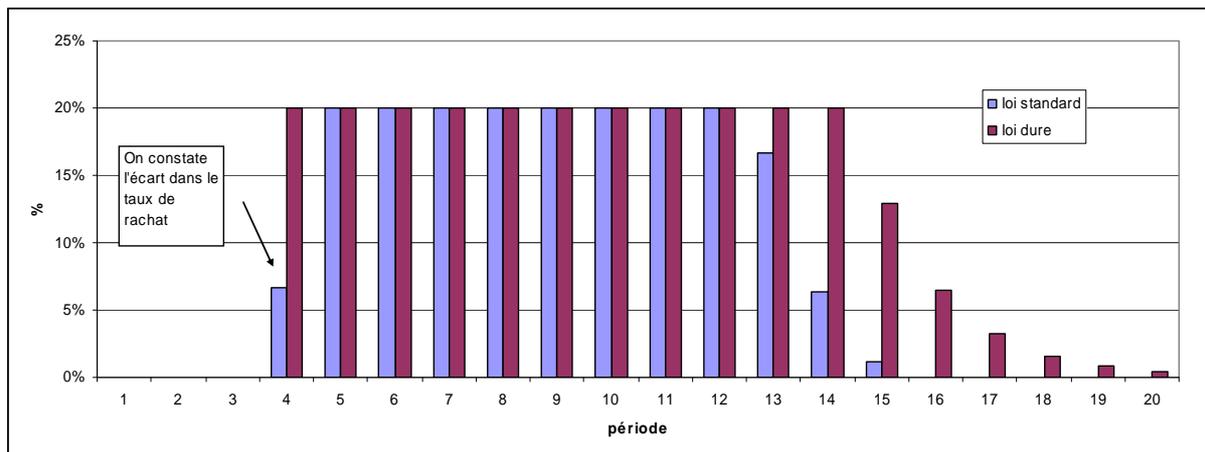


Figure 44 : évolution du taux de rachat

On voit clairement qu'en période 4, on génère plus de rachats avec la loi dure qu'avec la loi standard.

Dès lors, on comprend d'où provient la perte de valeur supplémentaire subie par le scénario avec la loi standard : en période 5 et en période 6, les marchés ne remontent pas, les actifs sont toujours en moins value ; l'assureur a plus de contrats en portefeuille, et donc doit payer plus de prestations. Pour payer ces prestations, il est obligé de céder plus d'actifs, et donc de réaliser plus de moins-values, qui viennent creuser la marge.

Nous avons effectué une décomposition comparative de la marge en période 4 et en période 5, qui nous confirme cette analyse :

Période 4 (€)	Loi dure	Loi standard	Ecart	Période 5 (€)	Loi dure	Loi standard	Ecart
Revenus courants	923 221	931 447	-8 226	Revenus courants	542 971	654 155	-111 184
Plus-values de cession	-279 488	224 514	-504 002	Plus-values de cession	-786 819	-1 042 767	255 948
Variation de PRE	-1 085 250	-1 308 600	223 350	Variation de PRE	-1 659 619	-1 962 883	303 264
Marge technique	74 263	90 147	-15 884	Marge technique	45 444	55 164	-9 720
Dot au fonds de PB*	-74 420	-90 337	15 917	Dot au fonds de PB*	-45 540	-55 280	9 740
Frais	-394 899	-479 360	84 461	Frais	-264 690	-321 302	56 612
Marge brute	-836 573	-632 190	-204 383	Marge brute	-2 168 253	-2 672 914	504 661
IS	0	0	0	IS	0	0	0
Marge nette	-836 573	-632 190	-204 383	Marge nette	-2 168 253	-2 672 914	504 661

*On rappelle que la dotation au fonds de PB est brute de chargements sur encours, qui constituent l'essentiel de la marge technique

Tableau 10 : analyse comparative des marges

En période 4, comme il y a des rachats plus forts et que les actifs sont en moins value, les prestations sont importantes et pour les payer on réalise des pertes de cession. En revanche, comme en fin de période il y a moins d'actif, la PRE est moins importante. Au final on a fait une perte de 200K€.

En période 5, comme avec la loi dure il y a eu plus de rachats, on a moins besoin de céder des actifs pour payer les prestations : la moins value de cession est donc moins importante, et on économise 256K€. Comme on continue d'avoir moins d'actif, la PRE est elle aussi moins élevée. Au final le « gain » se monte à 500K€. En période 6 le mécanisme est similaire.

A partir de la période 7, on retrouve une rentabilité comparable dans les deux situation, car l'actif a terminé son cycle baissier et les moins-values de cession supérieures réalisées dans le cas de loi standard sont compensées par une reprise sur la PRE. Simultanément, les provisions mathématiques, qui ont subies de fortes chutes dans les périodes précédentes, ne sont plus significatives et l'assureur parvient sans problèmes à servir la PB cible.

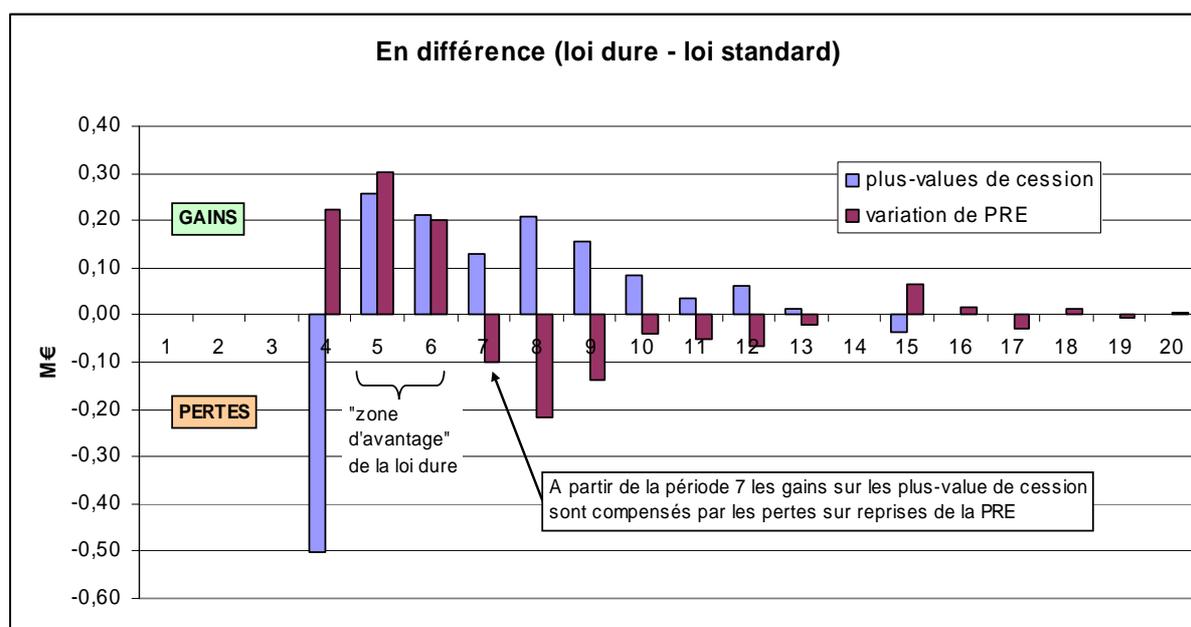


Figure 45

3.2.3 Conclusion sur les analyses effectuées

Nous avons vu d'abord qu'une modification des paramètres de la loi de rachats conjoncturels n'avait finalement que peu d'impact sur la valorisation globale d'un portefeuille de contrats d'épargne, ceci étant d'autant plus vrai que la société dispose de réserves latentes initiales importantes.

Nous avons également vu que, paradoxalement, un durcissement de la loi de rachats entraînait un accroissement de la valeur moyenne du portefeuille.

Ce résultat peut-il être généralisé à toutes les situations ? En l'occurrence, nous avons vu que l'essentiel des pertes générées par un nombre plus important de contrats en portefeuille provenait du fait que l'assureur était amené à céder des actifs en moins-value pour payer les prestations. Comme le montant d'actif à céder est directement lié au nombre de contrats, lorsqu'il y a plus de contrats, il y a également plus de moins-values réalisées qui viennent creuser la marge.

Or ce phénomène est spécifique à notre modèle : en effet, en situation de flux de trésorerie négatif, l'assureur cède tous les actifs en quote-part, sans tenir compte du niveau de plus ou moins value latente sur chacune des classes d'actif cédées. En d'autres termes, dans cette situation particulière, notre algorithme privilégie le maintien de structure au détriment de l'optimisation du résultat. Dans la réalité, un assureur confronté à ce genre de situation préférera vendre en priorité les actifs dont la moins value latente est minimale ou bien uniquement les actifs éligibles à la réserve de capitalisation, afin de ne pas affecter ses marges.

Nous avons donc pu mesurer ici, en plus de l'impact d'une variation des paramètres de la loi de rachats conjoncturels, l'impact de nos hypothèses de modélisation concernant le maintien de structure sur la valeur d'un portefeuille de contrats d'épargne.

Il serait intéressant de voir comment évoluerait l'impact des rachats conjoncturels après l'implémentation d'un module d'optimisation des cessions en cas de moins-values latentes sur actifs.

3.3 Limites du modèle et perspectives d'utilisation

Un certain nombre d'objectifs ont été fixés au début de cette étude. Au regard des travaux de développement et des analyses effectués, nous pouvons dresser un bilan des limites du modèle dans son état actuel et les problématiques associées, et évoquer simultanément ses perspectives d'utilisation futures.

	Limites du modèle	Améliorations à apporter
Fonctionnement multi-portefeuilles	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Le modèle fonctionne avec un seul portefeuille de passif. Il serait intéressant de pouvoir simuler simultanément un passif constitué de différents produits d'épargne dont les caractéristiques sont différentes (TMG, taux technique, taux de rémunération cible, lois de rachats). 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Un fonctionnement avec plusieurs contrats soulève le problème de la répartition de la PB entre les différents produits d'un même canton, en particulier lorsque le montant de PB est insuffisant pour servir le taux cible à tous les contrats. Il est nécessaire de développer un algorithme qui gère cette répartition.
Application à d'autres types de produits	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Le modèle ne fonctionne qu'avec des contrats d'épargne. Il serait intéressant, pour simuler une société au complet, de simuler également des contrats de prévoyance ou de retraite. 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ La technique de déformation des flux de passif peut également s'appliquer à des contrats de type prévoyance ou retraite, mais nécessite des adaptations et des développements spécifiques.

	Limites du modèle	Améliorations à apporter
Algorithme de maintien de structure	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Nous avons vu que nos hypothèses de modélisation privilégiaient le maintien de structure au détriment de l'optimisation du résultat en cas de forte moins-value latente sur actifs. ✓ Il n'y a pas de pilotage de la durée d'investissement 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Il serait souhaitable de développer un algorithme d'optimisation des cessions afin de limiter les impacts sur le résultat en situation de cash flows négatifs. Il peut par exemple effectuer avant chaque opération de cession un classement des lignes d'actif par valeur absolue des plus ou moins value latentes, et céder en priorité celles où cette valeur est la plus faible, limitant ainsi l'impact sur le résultat. ✓ Un choix de la durée d'investissement effectué dynamiquement à chaque période en fonction de la durée prévue des flux futurs de passif serait probablement très coûteuse en temps de calcul. En revanche, il est possible par exemple de déterminer un profil de durée « forward » à partir d'une simulation déterministe avec des hypothèses centrales, et d'alimenter le modèle avec ce profil de durée cible d'investissement. ✓ Ceci doit être fait avec des effets atténuants afin de conserver une bonne diversité dans les maturités détenues et une convexité satisfaisante.
Utilisation pour des analyses actif / passif détaillées	<ul style="list-style-type: none"> ✓ L'utilisation de scénarios stochastiques est utile afin de déterminer des espérances et des distributions d'indicateurs variés, mais ne permet pas de forcer une configuration donnée afin de tester la résistance de la compagnie à des scénarios stress. 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Il est nécessaire de développer un mode déterministe pour le test de scénarios stress paramétrables. ✓ L'analyse actif/passif nécessite également le développement de nombreux états de reporting et le calcul de nombreux indicateurs.
Utilisation pour la valorisation des options et garanties financières	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Dans le cadre de la publication de la MCEV (Market Consistent Embedded Value), il est nécessaire de fournir une valorisation des options et garanties financières implicites ou explicites dans les contrats d'assurance (option de PB, de rachat, de conversion en rente ou de versement libre à taux garanti, etc...). ✓ Cette valorisation peut se faire via des méthodes de Monte-Carlo à l'aide d'un modèle actif passif dynamique. 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Dans le cadre de notre travail, nous avons effectué l'une des étapes du calcul de la valeur d'une option financière : la valorisation d'un portefeuille de contrats qui prend en compte l'option de rachat et l'option de PB. ✓ Les autres types d'options peuvent être intégrés dans le modèle développé. ✓ La valeur de l'option sur un portefeuille de contrats se détermine alors en faisant la différence entre la valeur de portefeuille « déterministe » (c'est-à-dire sans option) et la valeur de portefeuille fournie par le modèle stochastique.
Utilisation pour le calcul du capital économique (solvency II)	<ul style="list-style-type: none"> ✓ La réglementation Solvency II imposera aux compagnies d'assurance de calculer un « solvency capital » ou capital économique : il s'agit d'un montant de fonds propres minimum pour faire face aux pertes générées dans une proportion déterminée de scénarios défavorables. ✓ Ce calcul nécessite la mise en place d'un modèle actif passif stochastique afin d'obtenir des distributions d'indicateurs dont on peut déduire le capital économique 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Dans le cadre de notre travail, nous avons déterminé des distributions d'un indicateur donné. ✓ Il est possible de définir d'autres indicateurs, en fonction des risques et /ou des richesses que l'on souhaite mesurer. ✓ Le modèle développé peut également être adapté afin de faire des simulations avec d'autres scénarios d'actif.

Tableau 11 : synthèse des limites et perspectives

Un certain nombre de points mériteraient également d'être approfondis :

- Nous avons vu que le passif d'une société suffisamment riche initialement est peu ou pas sensible aux rachats conjoncturels. Il serait intéressant d'étudier la sensibilité des rachats conjoncturels aux variations des richesses initiales de la société : plus-values latentes et fonds de PB. Cela nous permettrait de préciser la notion de société « riche » et de voir les montants de richesse initiale qui mettent à l'abri la compagnie d'un décrochage du taux servi aux assurés, même pour les scénarios les plus défavorables.
- La plupart des modèles actif passif permettent d'effectuer des études de sensibilité du passif aux variations des paramètres de l'actif (taux, rendements actions, allocation, etc...). Or la possibilité de recalculer dynamiquement le passif à chaque pas de simulation offre des perspectives très intéressantes du point de vue de l'étude de sa sensibilité aux variations des paramètres du passif : il est possible par exemple d'évaluer la sensibilité du passif à une variation de la politique commerciale sur les produits, en changeant le paramétrage de la participation aux bénéfices cible ; ou encore d'étudier l'impact, en terme de risques ou de valorisation, de l'introduction de différentes options complexes à valoriser a priori (versements libres à taux garanti, conversion en rente à taux garanti, etc...) ; dernier exemple –c'est l'un des sujets d'étude de ce mémoire : l'estimation des impacts d'une variation des paramètres de la loi de rachats conjoncturels.
- Nous avons proposé un choix de taux d'actualisation : le taux de rendement économique des actifs. Nous avons vu qu'il permettait de différencier la valeur de deux portefeuilles qui donnent les mêmes flux dans deux environnements de marché différents. D'un point de vue théorique, cela signifie également que les valeurs de portefeuille ne sont pas uniques : si l'on considère un passif statique, c'est-à-dire insensible aux fluctuations de l'actif, alors ce portefeuille à une valeur différente à chaque scénario ! C'est l'inconvénient de l'utilisation des facteurs d'actualisation dérivés du taux de rendement économique de l'actif. Il aurait été intéressant de comparer les résultats obtenus avec une actualisation des flux sur la base de la courbe des taux zéro-coupon, ou encore avec d'autres méthodologies : taux zéro-coupon plus une prime de risque, « déflateurs », etc...

4 Conclusion

Ce mémoire d'actuariat a permis dans une première partie de présenter un modèle actif passif stochastique et de mettre en œuvre des techniques de modélisation performantes : regroupement des actifs modélisés en un nombre réduit de catégories en fonction de leurs principes de modélisation, déformation de flux de passif pré-simulés en fonction du rendement des actifs et de critères déterminés par un algorithme de pilotage du résultat.

Le modèle développé constitue la base d'un modèle actif passif dont les perspectives d'utilisation sont importantes pour Groupama S.A.

La deuxième partie a permis de résoudre une question concrète concernant l'impact de la variation des paramètres de la loi de rachats conjoncturels sur la valeur d'un portefeuille de contrats d'assurance. Les résultats ont confirmé que le choix de la loi de rachats conjoncturels n'a que peu d'importance lorsque l'on considère des produits à taux technique élevé ou bien lorsque la société est initialement riche, c'est-à-dire lorsque les montants de ses plus-values latentes et de son fonds de participation aux bénéfices sont grands. Dans le cas d'une société appauvrie, nos résultats montrent que les variations des paramètres de la loi de rachats ont effectivement un impact sur la valeur de portefeuille, mais que celui-ci est peu significatif. Nous avons également mis en évidence qu'un durcissement de la loi de rachats entraînait une hausse de la valeur de portefeuille, ce résultat n'étant valable que dans certaines hypothèses de modélisation.

Les résultats ainsi obtenus ont apporté une information utile à la fois sur le paramétrage des lois de rachats conjoncturels et sur le comportement du modèle dans différentes configurations de richesse initiale et caractéristiques des produits de passif.

Glossaire

Cash flow matching (adossement des flux) : technique de dédication consistant à construire un portefeuille de placements obligataires tels que les flux qu'il génère soient égaux, à chaque date, aux flux (supposés fixes) générés par les engagements de la société à l'égard des assurés.

Chargement sur encours : dans le cadre d'un contrat d'épargne, il s'agit de prélèvement effectué sur la provision mathématique, exprimé en pourcentage de l'encours d'épargne, qui sert à couvrir les frais afférents au contrat (frais de gestion des sinistres, frais d'administration, etc...).

Coupon couru : Le coupon couru représente l'intérêt dû sur la période qui s'est écoulée depuis la date du dernier coupon versé ou, s'il n'y a pas encore eu de coupon versé, depuis la date de jouissance.

Dotation contractuelle : montant minimum à doter au fonds de participation bénéficiaire, tel que fixé par les clauses de participation du contrat d'assurance. Sa formule de calcul est librement choisie par l'assureur. La dotation réglementaire prime toujours sur la dotation contractuelle, si existante.

Dotation réglementaire : montant minimum à doter au fonds de participation bénéficiaire, tel que déterminé par les arrêtés A331-3 à A331-5 du code des Assurances. Il s'exprime en pourcentage du résultat technique et du résultat financier.

Duration (d'une série de flux financiers) : maturité moyenne d'une série de flux financiers pondérée par la valeur de ces flux. La duration d'un zéro-coupon correspond par exemple à sa maturité.

Fonds de participation bénéficiaire (Fonds de PB) ou **Provision pour Participation aux Excédents** (PPE) ou **Provision pour participation aux bénéfices** (PPAB) : provision mathématique mentionnée à l'article R331-3 du code des Assurances. Réserve de richesse, alimentée par les revenus techniques et financiers, lorsque ces richesses ne sont pas payables aux assurés immédiatement après la liquidation de l'exercice qui les a produites.

Flexing (ou *déformation des flux*) : technique de dynamisation des flux de passif (primes, prestations, intérêts techniques, provisions mathématiques, etc...) à partir de flux statiques de passif pré-calculés.

OPCVM (Organisme de Placement Commun en Valeurs Mobilières) : entité juridique dont le capital est divisé en parts et dont l'actif est investi dans différents supports en fonction d'une politique de gestion définie par le gérant à la création de l'OPCVM. Les principales OPCVM sont les SICAV (sociétés d'investissement à capital variable) et les FCP (fonds commun de placement).

Provision pour risque d'exigibilité (PRE) : provision destinée à faire face à une insuffisance de liquidité des placements, régie par l'article R331-5-1 du code des Assurances.

Provision pour Participation aux Excédents (PPE) : cf. Fonds de participation bénéficiaire.

Rachats conjoncturels : rachats partiels ou totaux dépendants de l'écart entre le taux espéré par les assurés et le taux effectivement servi. Ils se cumulent avec les rachats structurels.

Rachats structurels : rachats partiels ou totaux indépendants des taux servis aux assurés. Ils se cumulent avec les rachats conjoncturels. En général, les rachats structurels dépendent uniquement de l'ancienneté du contrat.

Réserve de capitalisation : réserve au passif d'une compagnie d'assurance sur laquelle sont réalisés des prélèvements ou versements en cas de cession d'un actif mentionné à l'article R332-19 du code des Assurances. Le montant de ces versements ou prélèvements doit être tel que le rendement actuariel des titres soit, après prélèvement ou versement, égal à celui qui en était attendu lors de l'acquisition de ces mêmes titres.

Simulations stochastiques : simulations numériques qui prennent en compte la volatilité des variables, par opposition aux simulations déterministes. Les résultats des simulations stochastiques permettent de calculer les moyennes et variances des variables calculées et de construire leur distribution empirique.

Spread obligataire : écart à l'émission de l'obligation entre le taux nominal et le taux couponant sans risque de même maturité. Cet écart représente la rémunération du risque de défaut de l'émetteur.

Surcote/décote : écart calculé à chaque arrêté entre le prix de revient réévalué, calculé avec le taux de rendement actuariel à l'achat, et le prix de revient à l'achat. Lorsque l'écart obtenu est positif, il s'agit d'une surcote, et dans le cas contraire il s'agit d'une décote. La variation entre deux arrêts du stock de surcote/décote est appelée amortissement de surcote/décote.

Taux Minimum Garanti (TMG) : dans le cadre d'un contrat d'épargne, il s'agit du taux minimum de participation bénéficiaire incorporée aux provisions mathématiques. A ne pas confondre avec le taux technique, qui est le taux de calcul des intérêts techniques.

Taux zéro coupon réel : taux de rendement d'un zéro coupon net de l'effet d'inflation. Il se déduit à partir du taux zéro coupon nominal et de l'inflation en raisonnant par absence d'opportunité d'arbitrage.

Bibliographie

- [1] M. Bresson, E. Lehmann. *Application de la Value at Risk pour le calcul des fonds propres en assurance vie*, Mémoire IAF, ENSAE 2000.
- [2] A. Tosetti. *Assurance : Comptabilité, Réglementation, Actuariat*, Economica 2000
- [3] N. Dujols. *Evaluation et couverture des produits dérivés*, polycopié de cours, Supaéro 2003.
- [4] *Code des Assurances*, édition 2006, L'Argus de l'Assurance
- [5] *Mémento Lefebvre comptable*, édition 2005
- [6] F. Pouget. *Analyse de la situation actif-passif d'une compagnie d'assurance non-vie*, Mémoire IAF, CEA 2006.
- [7] B. Serra. *Gestion actif/passif en assurance*, polycopié de cours, Université Paris Dauphine, 2006
- [8] D. Dupré, M. El Babsiri. *ALM, techniques pour la gestion actif-passif*, Editions ESKA, 1997
- [9] Le Vallois, Franck, Palsky, Patrice, Paris Bernard. *Gestion actif passif en assurance vie*. Paris : Economica, 2003.
- [10] Vincent, Isabelle. *La gestion actif passif pour une compagnie d'assurance*. DEA. 3e cycle : Monnaie, finance, banque : Paris 1 : 1995.
- [11] Berthon, Jean, Le Vallois, Franck, Palski, Patrice [et al.]. *Gestion actif passif en assurance vie : réglementation, outils, méthodes*. Paris : Economica, 2003
- [12] Planchet, Frédéric, Thérond, Pierre, Jacquemin, Julien. *Modèles financiers en assurance : analyse de risques dynamiques*. Paris : Economica, 2005
- [13] Hess, Christian. *Méthodes actuarielles de l'assurance vie*. Paris : Economica, 2000
- [14] P. Petauton. *Théorie et pratique de l'assurance vie*, Dunod, 1996

Annexes

1. Fonctionnement des obligations assimilables du Trésor (OATi)

Le document ci-dessous est extrait du site Internet de l'Agence France Trésor (AFT) : <http://www.aft.gouv.fr>

Caractéristiques des OATi

L'État a émis, pour la première fois le 15 septembre 1998, une OAT indexée sur l'indice des prix à la consommation en France (OATi). De la même façon, en octobre 2001, l'État a de nouveau émis une OAT indexée sur l'IPC, mais cette fois, sur l'indice des prix de la zone euro (OAT€i). Ces émissions, qui s'intègrent dans le cadre d'une gestion au moindre coût de la dette publique, visent à créer de nouvelles classes d'actifs au sein des valeurs du Trésor, et à établir la référence en euros pour ce type d'instruments.

Les obligations indexées constituent un élément de diversification de la politique d'émission de l'État. Elles bénéficient de l'engagement de régularité et de liquidité attaché à l'ensemble des valeurs du Trésor. Les OATi et OAT€i sont adjudgées régulièrement, les mêmes jours que les autres OAT, mais lors d'une séance d'adjudication dédiée (à 15h00 au lieu de 11h00).

Les OATi et OAT€i sont destinées à toutes les catégories d'investisseurs désirant protéger le pouvoir d'achat de leurs investissements, améliorer l'adossement de leur passif, ou diversifier la composition de leur portefeuille. Elles s'adressent tant aux investisseurs institutionnels - compagnies d'assurance-vie, caisses de retraite, caisses de prévoyance, OPCVM, etc... - résidents ou non-résidents, qu'aux particuliers.

Caractéristiques générales des OATi	
Nominal	1 €
Coupon réel	Pourcentage fixe du principal indexé, déterminé lors de l'émission et fixé pour la durée de vie du titre.
Coupon payé	Coupon annuel postdéterminé calculé selon la formule suivante : coupon réel x nominal x coefficient d'indexation.
Indice de référence	Indice des prix à la consommation (IPC) hors tabac, pour l'ensemble des ménages résidant en France, publié mensuellement par l'INSEE.
Référence quotidienne d'inflation	Référence quotidienne calculée par interpolation linéaire selon la formule suivante : - la référence applicable au premier jour du mois m est l'IPC du mois m-3. Par exemple, la référence applicable au 1er juin est l'IPC du mois de mars ; - la référence pour un autre jour j du mois m est calculée par interpolation linéaire entre l'IPC du mois m-3 et l'IPC du mois m-2, selon la formule suivante : $\text{Référence}_j = \text{IPC}_{m-3} + \frac{rj-1}{NJ_m} \times (\text{IPC}_{m-2} - \text{IPC}_{m-3})$ avec : NJ_m : nombre de jours du mois m ; IPC_{m-2} : indice des prix du mois m-2 ; rj : numéro du jour du mois, IPC_{m-3} : indice des prix du mois m-3.
Règles d'arrondis	Les références quotidiennes d'inflation, y compris la référence de base, sont arrondies au plus près à la cinquième décimale après avoir tronqué le résultat à la sixième décimale. La même règle est appliquée au coefficient d'indexation.
Référence de base	Référence quotidienne à partir de laquelle est calculée l'évolution de l'indice des prix.
Coefficient d'indexation	$Cl_j =$ référence quotidienne d'inflation du jour j / référence de base. Même règle d'arrondi que pour la référence quotidienne d'inflation.
Modalités de publication	La référence quotidienne d'inflation et le coefficient d'indexation sont calculés et publiés par l'Agence France Trésor par l'intermédiaire des principaux systèmes de rediffusion d'informations financières en temps réel (pages Reuters pour la référence quotidienne française d'inflation, et respectivement pour les coefficients d'indexation 10 ans et 30 ans des OATi, pour la référence quotidienne zone euro d'inflation et pour le coefficient d'indexation de la ligne 10 ans de l'OAT€i ; Bloomberg TRESOR , www.aft.gouv.fr).
Mode d'indexation	Tous les flux, coupon couru, coupon plein et principal sont payés en appliquant le coefficient d'indexation adéquat.
Remboursement	Nominal x coefficient d'indexation. Au cas où la référence quotidienne d'inflation à maturité serait inférieure à la référence de base, le remboursement est garanti égal au nominal.
Coupon couru	Coupon réel x (nombre de jours courus / nombre de jours exact de la période de coupon) x nominal x coefficient d'indexation.

2. Illustration du fonctionnement de l'algorithme de maintien de structure

Le schéma ci-dessous complète la Figure 5 en donnant une vision plus fonctionnelle de l'algorithme de rebalancement :

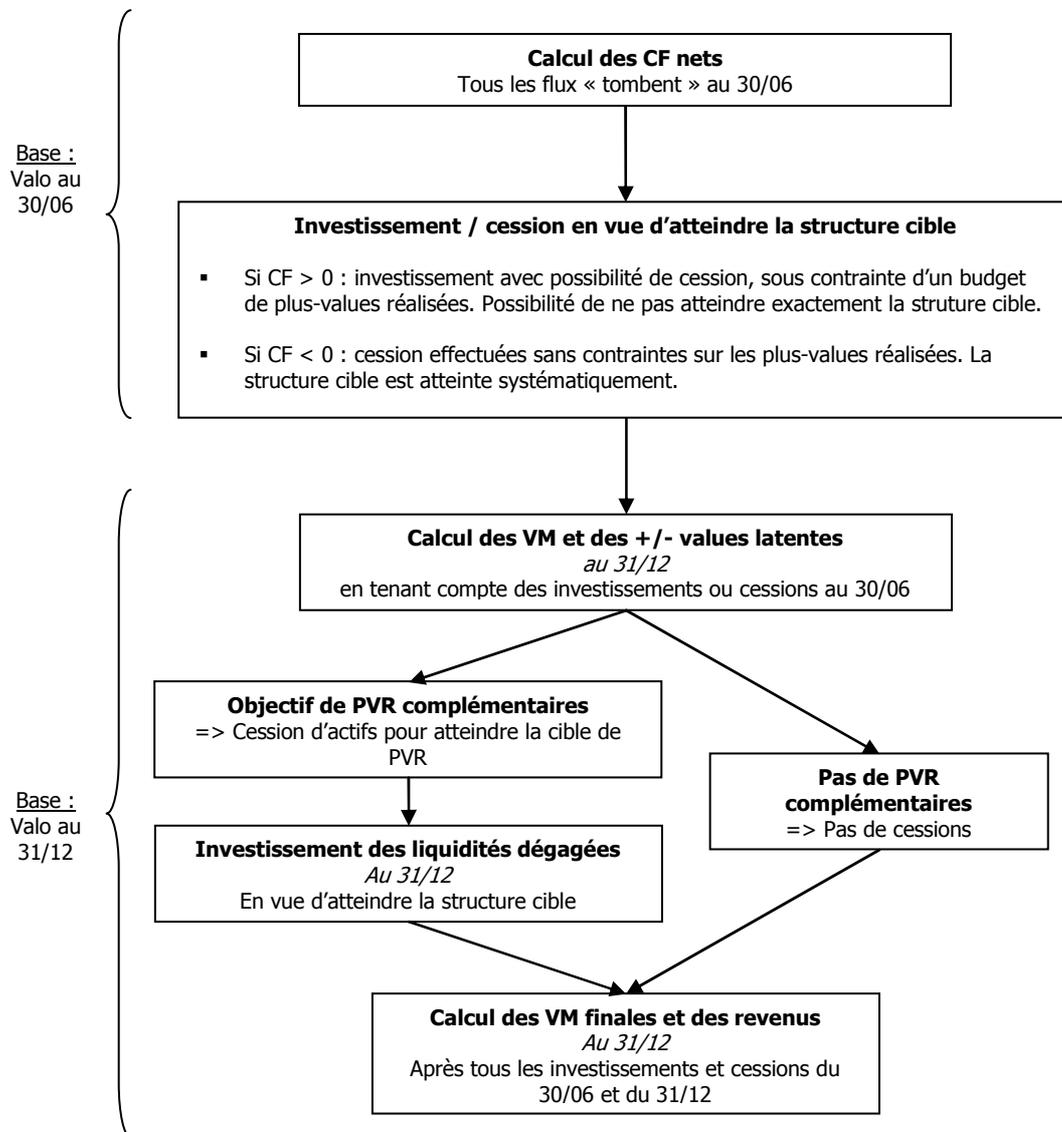


Figure 46 : schéma fonctionnel de l'algorithme de rebalancement

Il est indispensable de tester l'algorithme dans différentes configurations de marché afin de s'assurer que la structure cible ne va pas dévier fortement. Les hypothèses de test sont les suivantes :

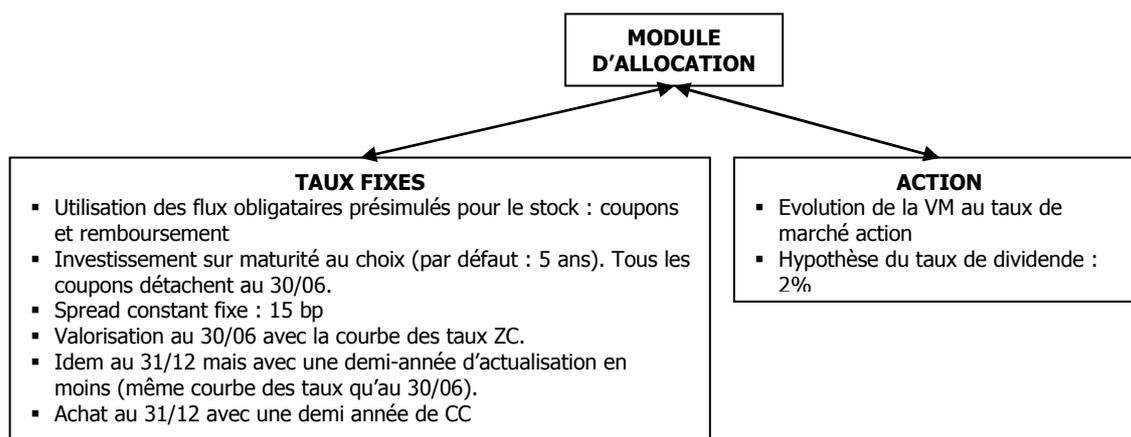


Figure 47 : hypothèses de test du module d'allocation

Décrivons ensuite les différents scénarios testés. Comme le montre la figure précédente, on teste l'algorithme sur la base de deux classes d'actif : une classe action et une classe taux. La classe action est sensible à l'évolution des marchés action, tandis que la classe taux est sensible à l'évolution de la courbe des taux.

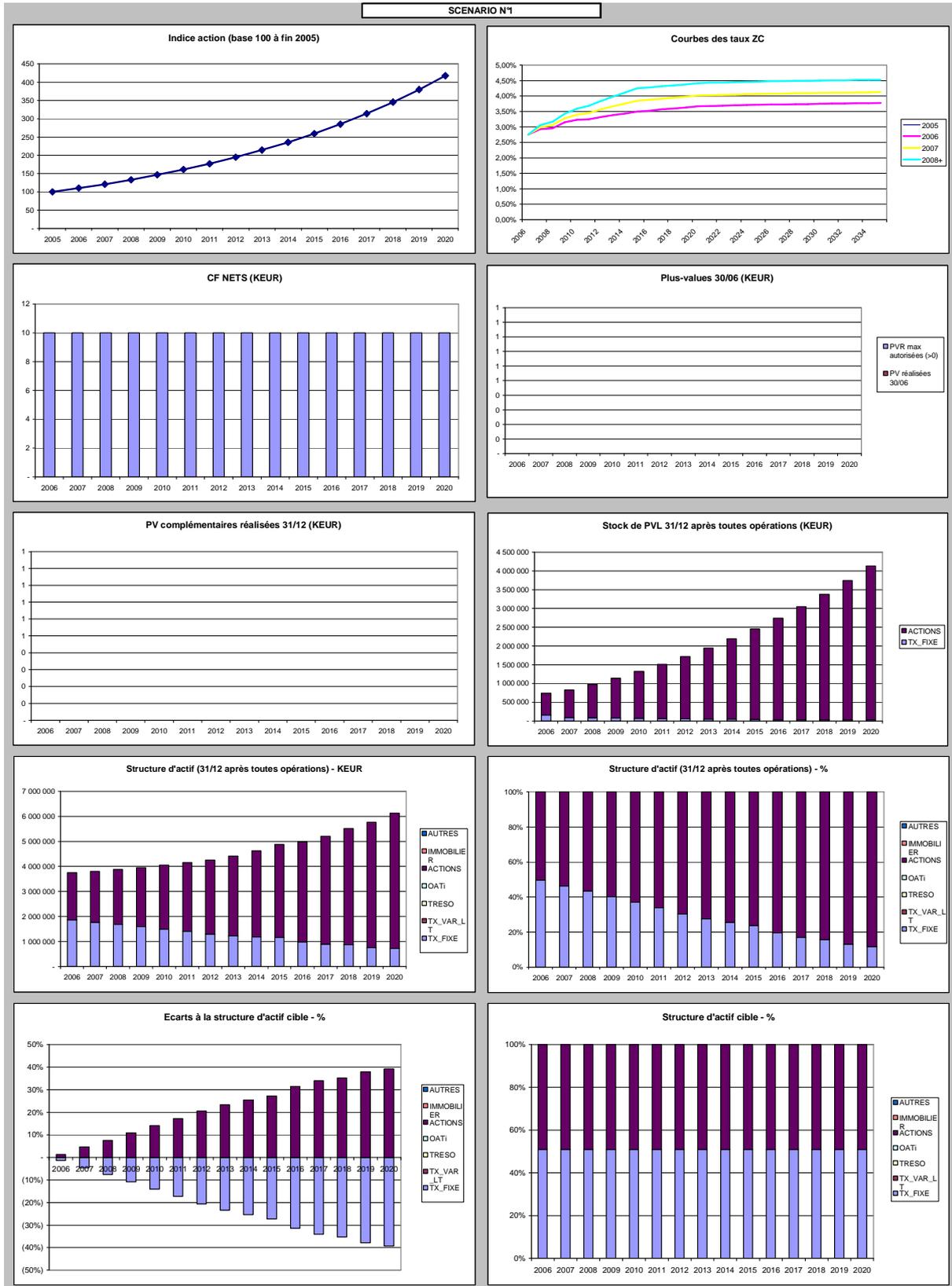
La première colonne du tableau ci-dessous identifie le numéro du scénario. La deuxième colonne indique les hypothèses retenues pour l'évolution de l'indice de marché action et l'évolution de la courbe des taux. Par exemple, la mention « Choc action Taux +50bp » signifie que l'indice de marché action subit une baisse brutale de 25% suivie d'une hausse régulière de 5%, tandis que la courbe des taux est translatée vers le haut de 0,5% par rapport au scénario central. La troisième colonne indique les flux nets de trésorerie injectés dans le modèle. La quatrième colonne indique la cible de plus-value en milieu de période, paramétrée par l'utilisateur, que le modèle cherchera à réaliser. La cinquième colonne est similaire à la quatrième, mais concerne la cible de plus-value en fin de période.

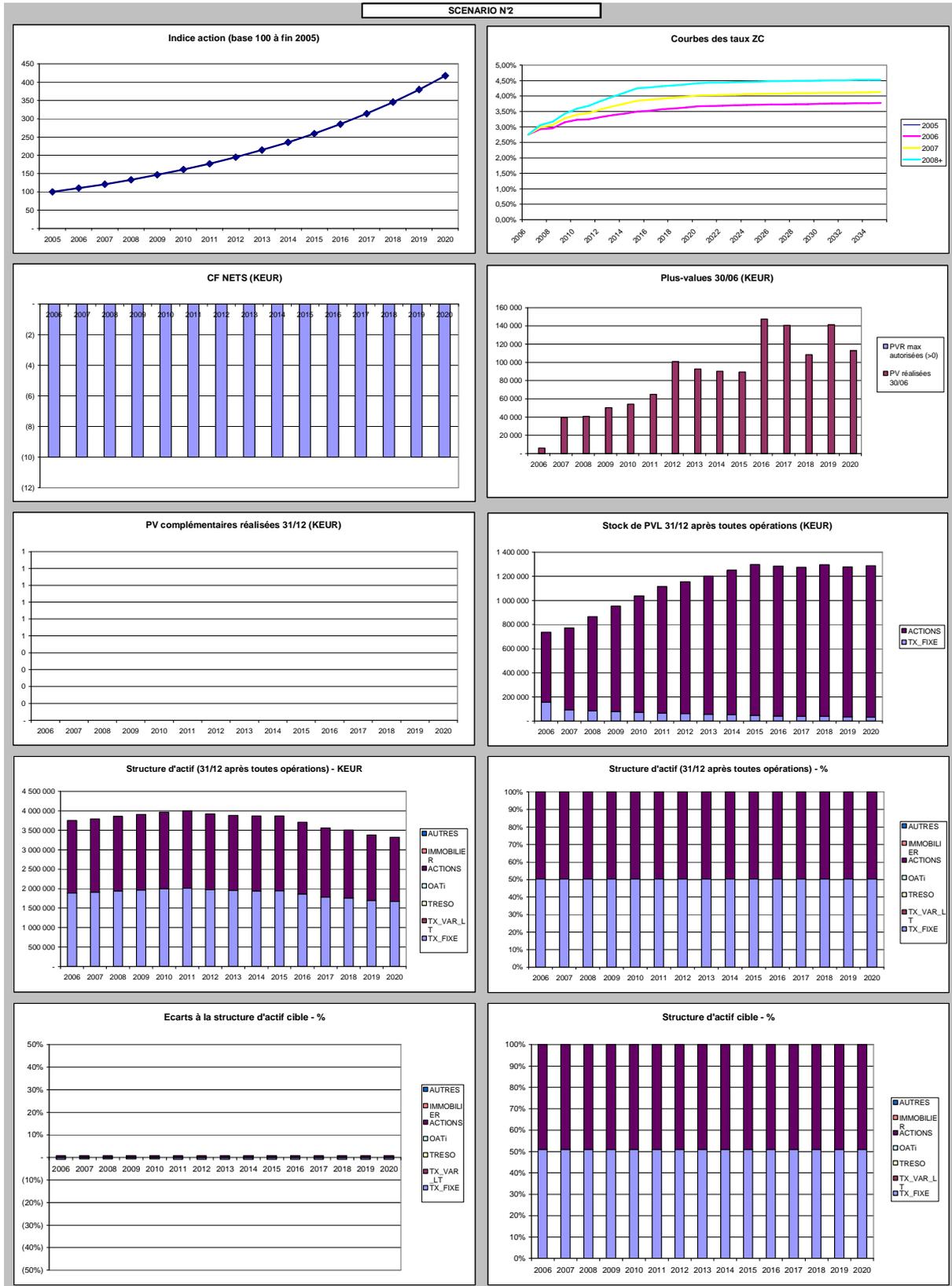
N°	MARCHE	CF NETS	BUDGET PV ACTION AU 30/06	OBJECTIFS DE REALISATION DE PV COMPLEMENTAIRES AU 31/12	COMMENTAIRES
1	Actions +10%	CF nets > 0 faibles (+10K€ /an)	-	-	La structure n'est pas maintenue. Aucune cession n'étant effectuée, les investissements ne sont pas suffisamment importants pour maintenir la structure.
2	Actions +10%	CF nets < 0 faibles (-10K€ /an)	-	-	L'actif est cédé sans contraintes à chaque période pour atteindre la structure cible. Pas de maîtrise des plus-values réalisées.
3	Actions +10%	CF nets > 0 forts (+10% de l'actif)	-	-	Les CF sont suffisamment importants pour que la structure cible soit atteinte sans cession.
4	Actions +20% Taux -50 bp	CF nets > 0 faibles (+10K€ /an)	10% du stock de PVL	-	La structure est maintenue jusqu'en 2011. Après la contrainte de PV est saturée et la structure diverge.
5	Actions +20% Taux -50 pb	CF nets > 0 faibles (+10K€ /an)	10% du stock de PVL	50% de l'augmentation des PVL de l'année	Les liquidités dégagées au 31/12 permettent de maintenir la structure.

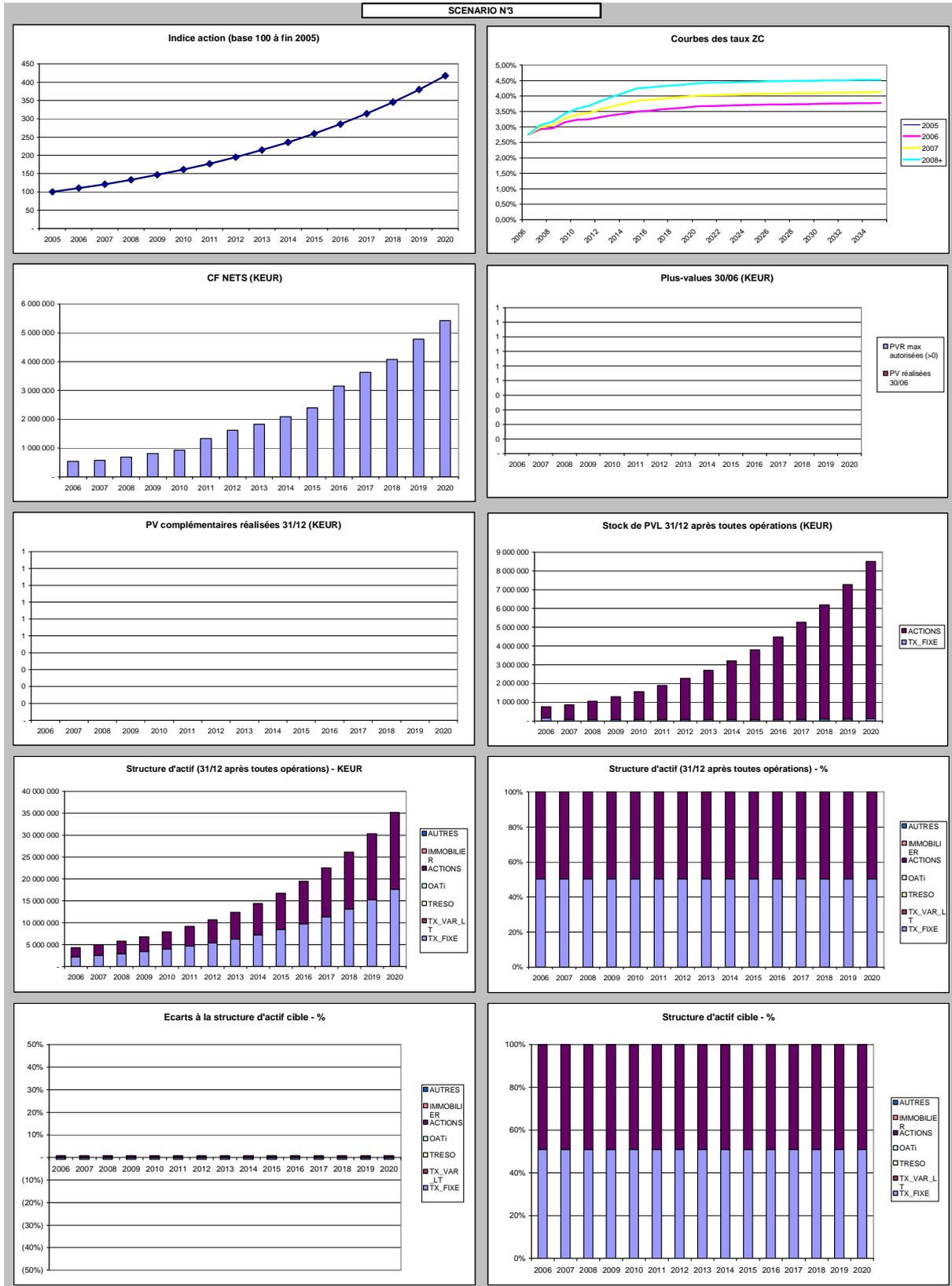
N°	MARCHE	CF NETS	BUDGET PV ACTION AU 30/06	OBJECTIFS DE REALISATION DE PV COMPLEMENTAIRES AU 31/12	COMMENTAIRES
6	Choc action Taux +50bp	CF nets < 0 faibles (-10K€ /an)	-	-	Les moins values sur actions sont réalisées pour atteindre la structure.
7	Choc action Taux +50bp	CF nets < 0 faibles (-10K€ /an)	10% du stock de PVL	50% de l'augmentation des PVL de l'année	Le maintien de la structure à long terme est assuré.

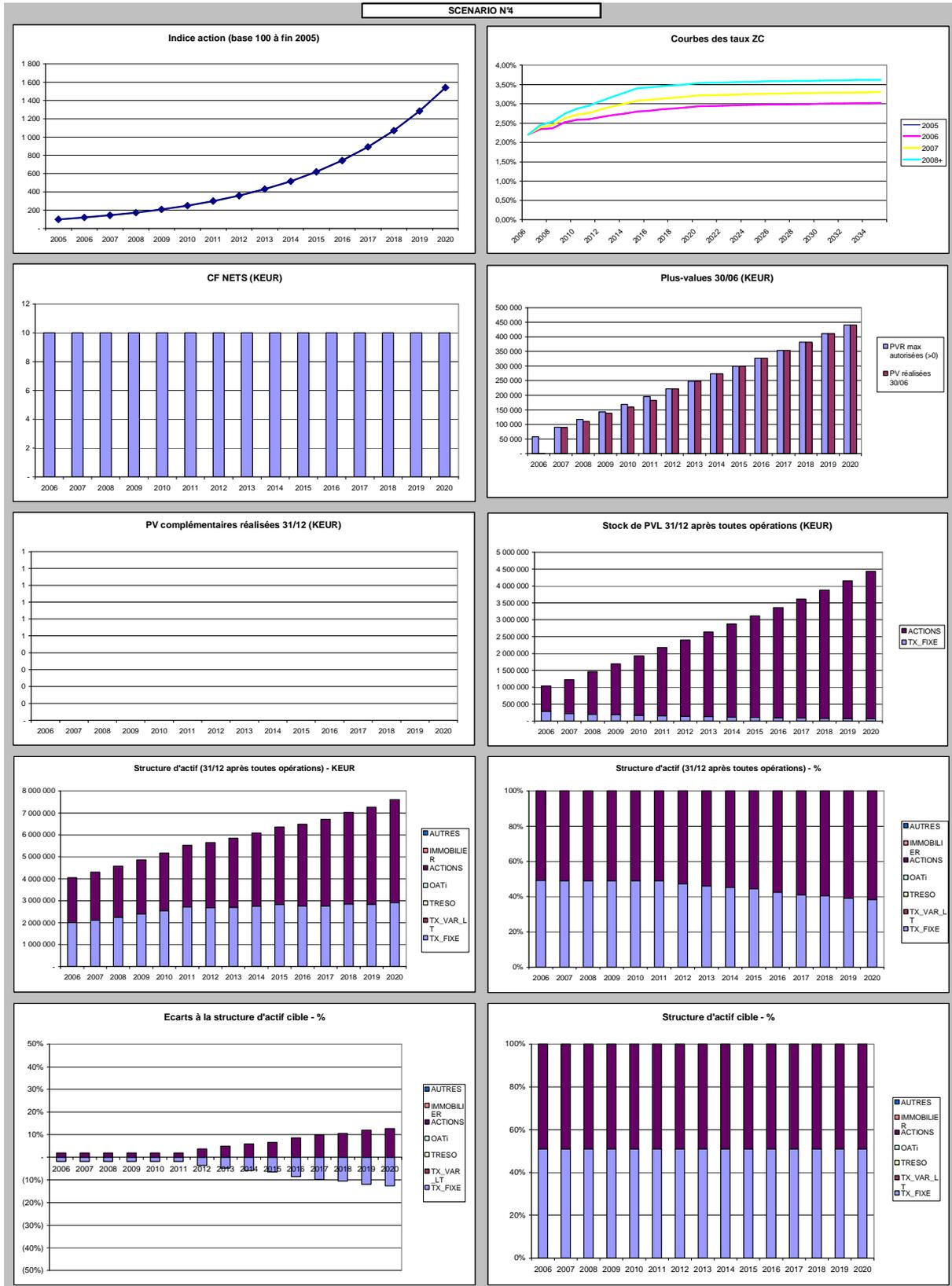
Tableau 12 : description des scénarios utilisés

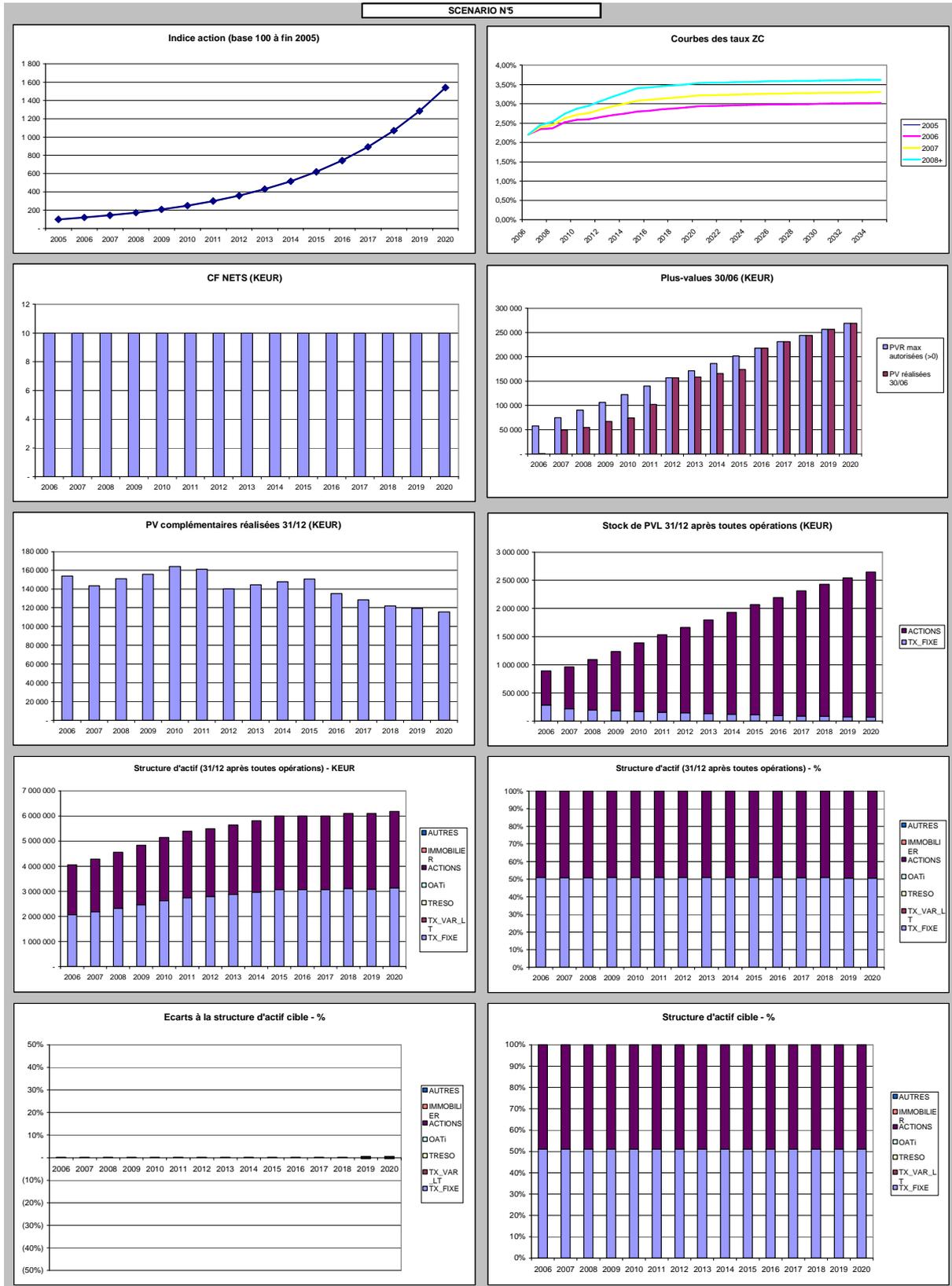
Nous pouvons enfin détailler les résultats pour chaque scénario :

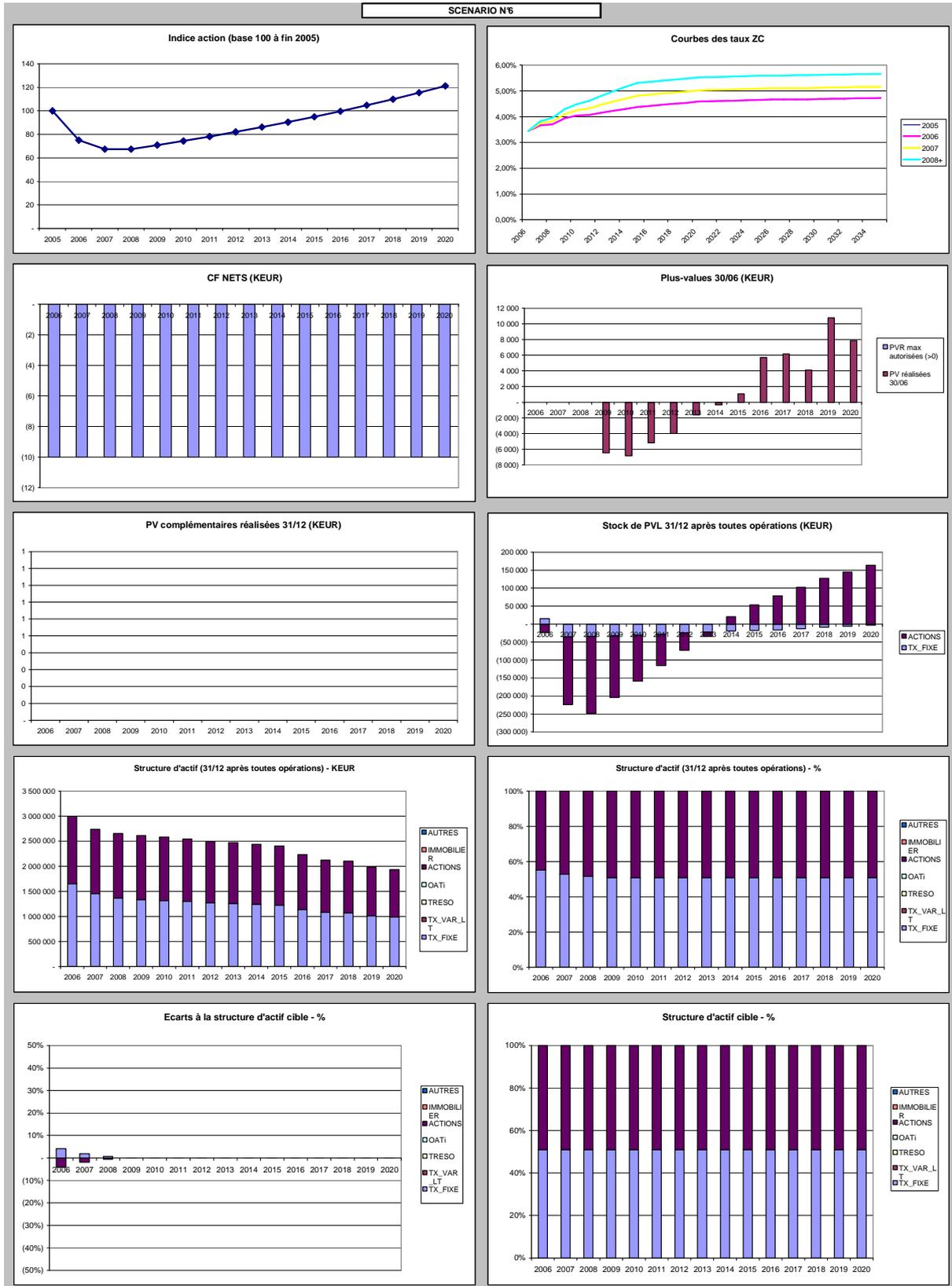














Conclusion sur le comportement de l'algorithme :

En cas de flux de trésorerie positifs sur une longue période, on voit que l'algorithme a du mal à maintenir une structure d'actif. En revanche, il suffit de forcer le dégagement de plus-values pour corriger ce comportement.

L'inconvénient majeur de l'algorithme est son comportement « brutal » en cas de flux de trésorerie négatifs, puisqu'il effectue les cessions et investissements de telle sorte à atteindre immédiatement la structure. Il n'y a donc pas de contrôle des plus ou moins values réalisées.

En conclusion, l'algorithme de rebalancement a un comportement acceptable dans le cadre d'un modèle stochastique, notamment du fait de sa grande rapidité : en effet son calcul n'est pas itératif (pas de mise en œuvre d'un algorithme de Newton pour l'optimisation de l'allocation, par exemple). Une amélioration utile consisterait en l'ajout d'un programme d'optimisation des plus ou moins values réalisées en cas de flux nets négatifs (piste possible : tri des lignes obligataires selon le montant de la plus ou moins values latente, et choix de lignes cédés en fonction d'une contrainte sur le niveau de plus ou moins value).

3. Exemple de calcul de flexing sur un contrat d'épargne classique

Nous proposons ici de donner un exemple concret de déformation des flux de passif sur un contrat d'épargne. Cet exemple a été implémenté sous Microsoft Excel, sur dix périodes.

Les hypothèses sont les suivantes :

Principe

- * les prestations tombent en **milieu d'année**
- * **en milieu d'année**, on peut constater une vague de rachat de 20% si le taux servi l'année précédente est inférieur à une référence de marché
- * attribution d'une PB au stock de contrats en fin d'année
- * pas de PB sur sorties
- * les primes tombent en milieu d'année après les prestations

Hypothèses

	Année 1	Année 2	Année 3	Année 4	Année 5	Année 6	Année 7	Année 8	Année 9	Année 10
Taux de décès	3,40%	3,60%	3,80%	4,00%	4,20%	4,40%	4,60%	4,80%	5,00%	5,20%
Taux de rachat	2,00%	2,00%	2,00%	2,00%	2,00%	2,00%	2,00%	2,00%	2,00%	2,00%
Taux de rachat partiel	4,00%	4,00%	4,00%	4,00%	4,00%	4,00%	4,00%	4,00%	4,00%	4,00%
Taux technique	3,50%	3,50%	3,50%	3,50%	3,50%	3,50%	3,50%	3,50%	3,50%	3,50%
Taux de marché de référence	5,00%	5,00%	5,00%	5,00%	5,00%	5,00%	5,00%	5,00%	5,00%	5,00%
Taux de PB	1,00%	0,80%	0,70%	0,90%	0,60%	0,90%	3,00%	2,50%	3,10%	2,50%

Prime annuelle	-
----------------	---

La prime annuelle est nulle, on ne considère donc que les contrats du stock.

Le tableau suivant fournit les flux de passif tels que calculés directement en faisant chuter les PM en fonction des taux de décès et de rachats donnés en hypothèse.

Calculs directs

Vague de rachat		20%	20%	20%	20%	20%	20%	0%	0%	0%	0%
-----------------	--	-----	-----	-----	-----	-----	-----	----	----	----	----

	Année 0	Année 1	Année 2	Année 3	Année 4	Année 5	Année 6	Année 7	Année 8	Année 9	Année 10
Provisions mathématiques de clôture	1 000,00	737,77	541,72	396,26	289,59	210,42	152,90	145,57	137,64	130,59	122,92
Primes payées		-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Prestations décès	-	34,60	27,02	20,95	16,13	12,38	9,42	7,16	7,11	7,00	6,91
Prestations rachats totaux	-	223,85	165,15	121,26	88,70	64,82	47,10	3,11	2,96	2,80	2,66
Prestations rachats partiels	-	40,70	30,03	22,05	16,13	11,79	8,56	6,22	5,92	5,60	5,31
Intérêts crédités sur sorties	-	5,15	3,82	2,83	2,08	1,53	1,12	0,28	0,28	0,26	0,26
Intérêts crédités sur stock	-	24,71	18,18	13,31	9,71	7,07	5,13	4,78	4,54	4,29	4,06
Participation aux bénéfices	-	7,06	4,16	2,66	2,50	1,21	1,32	4,10	3,25	3,80	2,90
Nombres de polices	1,00	0,75	0,56	0,41	0,30	0,22	0,17	0,15	0,14	0,13	0,12

Avant de procéder aux calculs de déformation des flux, il est nécessaire de générer ces flux dans une hypothèse centrale, en l'occurrence on génère les flux au taux technique sans PB :

Projections au taux technique sans PB

	Année 0	Année 1	Année 2	Année 3	Année 4	Année 5	Année 6	Année 7	Année 8	Année 9	Année 10
Provisions mathématiques de clôture	1 000,00	937,71	877,36	819,08	762,97	709,13	657,62	608,49	561,77	517,47	475,60
Primes payées		-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Prestations décès	-	34,60	34,35	33,92	33,34	32,61	31,75	30,78	29,72	28,58	27,38
Prestations rachats totaux	-	20,35	19,08	17,85	16,67	15,53	14,43	13,38	12,38	11,43	10,53
Prestations rachats partiels	-	40,70	38,16	35,71	33,34	31,05	28,86	26,76	24,77	22,86	21,06
Intérêts crédités sur sorties	-	1,65	1,58	1,50	1,43	1,36	1,29	1,22	1,15	1,08	1,01
Intérêts crédités sur stock	-	31,71	29,67	27,70	25,80	23,98	22,24	20,58	19,00	17,50	16,08
Nombres de polices	1,00	0,95	0,89	0,84	0,79	0,74	0,69	0,65	0,60	0,56	0,52

Dans le cadre de notre mémoire, ces calculs sont fournis par le modèle élémentaire de passif.

Nous pouvons ensuite récupérer le montant de PB calculé par la méthode directe, ainsi qu'évaluer les vagues de rachats conjoncturels en fonction de l'écart entre le taux servi et la référence de marché (on rappelle qu'il y a déclenchement de rachats supplémentaires lorsque le taux technique plus le taux de PB est inférieur à un taux référence). Dans le cadre de notre mémoire, la participation bénéficiaire ainsi que les rachats conjoncturels sont calculés par le modèle bilantiel (de même que le taux de PB donné en hypothèse).

Calcul de la PB et des vagues de rachats

	Année 0	Année 1	Année 2	Année 3	Année 4	Année 5	Année 6	Année 7	Année 8	Année 9	Année 10
Vague de rachat		20%	20%	20%	20%	20%	20%	0%	0%	0%	0%
Montant de PB attribuée		7,06	4,16	2,66	2,50	1,21	1,32	4,10	3,25	3,80	2,90

Nous pouvons ensuite calculer les hypothèses préliminaires et les ratios d'ajustement conformément aux formules données au paragraphe 2.3.4.3 :

Calcul des ratios d'ajustement

Hypothèses déduites des projections au taux technique

	Année 0	Année 1	Année 2	Année 3	Année 4	Année 5	Année 6	Année 7	Année 8	Année 9	Année 10
Taux de chute nombre initial		5,400%	5,600%	5,800%	6,000%	6,200%	6,400%	6,600%	6,800%	7,000%	7,200%
Taux de sorties totales		9,400%	9,600%	9,800%	10,000%	10,200%	10,400%	10,600%	10,800%	11,000%	11,200%
TMG		3,500%	3,500%	3,500%	3,500%	3,500%	3,500%	3,500%	3,500%	3,500%	3,500%
Taux de rachat initial		2,000%	2,000%	2,000%	2,000%	2,000%	2,000%	2,000%	2,000%	2,000%	2,000%

Calcul des ratios d'ajustement

	Année 0	Année 1	Année 2	Année 3	Année 4	Année 5	Année 6	Année 7	Année 8	Année 9	Année 10
Ratio d'ajustement des provisions mathématiques	100,0%	78,7%	61,7%	48,4%	38,0%	29,7%	23,3%	23,9%	24,5%	25,2%	25,8%
Ratio d'ajustement des primes	100,0%	78,9%	62,2%	49,0%	38,5%	30,3%	23,8%	23,8%	23,8%	23,8%	23,8%
Ratio d'ajustement des prestations décès	100,0%	100,0%	78,7%	61,7%	48,4%	38,0%	29,7%	23,3%	23,9%	24,5%	25,2%
Ratio d'ajustement des prestations rachats totaux	100,0%	1100,0%	865,5%	679,2%	532,2%	417,5%	326,4%	23,3%	23,9%	24,5%	25,2%
Ratio d'ajustement des prestations rachats partiels	100,0%	100,0%	78,7%	61,7%	48,4%	38,0%	29,7%	23,3%	23,9%	24,5%	25,2%
Ratio d'ajustement des intérêts crédités sur sorties	100,0%	312,8%	242,6%	187,8%	145,1%	112,4%	86,7%	23,3%	23,9%	24,5%	25,2%
Ratio d'ajustement des intérêts crédités sur stock	100,0%	77,9%	61,3%	48,1%	37,6%	29,5%	23,0%	23,3%	23,9%	24,5%	25,2%
Ajustement nombres (de l'année)		78,9%	78,8%	78,8%	78,7%	78,7%	78,6%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%
Ajustement des montants dus aux nombres		77,9%	77,9%	77,8%	77,8%	77,7%	77,7%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%
Ratio d'ajustement des nombres	100,0%	78,9%	62,2%	49,0%	38,5%	30,3%	23,8%	23,8%	23,8%	23,8%	23,8%

Les flux de passif déformés s'obtiennent aisément en multipliant le flux projeté en hypothèse centrale par le ratio correspondant :

Ajustement des flux de passif

	Année 0	Année 1	Année 2	Année 3	Année 4	Année 5	Année 6	Année 7	Année 8	Année 9	Année 10
Provisions mathématiques de clôture	1 000,00	737,77	541,72	396,26	289,59	210,42	152,90	145,57	137,64	130,59	122,92
Primes payées	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Prestations décès	-	34,60	27,02	20,95	16,13	12,38	9,42	7,16	7,11	7,00	6,91
Prestations rachats totaux	-	223,85	165,15	121,26	88,70	64,82	47,10	3,11	2,96	2,80	2,66
Prestations rachats partiels	-	40,70	30,03	22,05	16,13	11,79	8,56	6,22	5,92	5,60	5,31
Intérêts crédités sur sorties	-	5,15	3,82	2,83	2,08	1,53	1,12	0,28	0,28	0,26	0,26
Intérêts crédités sur stock	-	24,71	18,18	13,31	9,71	7,07	5,13	4,78	4,54	4,29	4,06
Nombres de polices	1,00	0,75	0,56	0,41	0,30	0,22	0,17	0,15	0,14	0,13	0,12

On constate que les résultats sont identiques au flux calculés par la méthode directe.

On peut donc résumer comme suit notre méthodologie de modélisation :

- On récupère les flux de passif dans une hypothèse de projection au taux technique (sans option de PB) du produit que l'on souhaite modéliser à partir des résultat d'un modèle élémentaire développé par les actuaires de la société étudiée ;
- Le modèle bilantiel détermine en fonction des revenus de l'année et des conditions de marché le montant de PB incorporé aux contrats et les éventuels rachats structurels (partie 2.3.5) ;
- Ces montants permettent de calculer les ratios d'ajustement ;
- On en déduit les flux de passifs déformés ;
- On recommence à la période suivante.

4. Tableau synthétique des variables utilisées

Le tableau suivant donne une liste des variables utilisées dans le cadre du modèle de déformation des flux de passif et du modèle bilantiel. On rappelle que ces variables sont suivies d'un « 0 » en exposant lorsqu'elles proviennent directement du modèle de passif détaillé, et suivies d'une « * » en exposant lorsqu'elles ont été recalculées par le modèle de déformation des flux de passif.

Nom de la variable	Description
<i>1. Variables des flux de passifs</i>	
PM(t)	Provision mathématique en fin de période t, incluant les intérêts techniques et l'incorporation de PB en période t. C'est la toute dernière variable calculée par le modèle.
Primes_b(t)	Primes brutes de t. Elles sont perçues en milieu d'année.
Primes_n(t)	Primes nettes de t. Il s'agit des primes brutes diminuées des chargements sur primes.
Tot_prest(t)	Total des prestations de t = Prest_rach_t(t) + Prest_rach_p(t) + Prest_deces(t) + Prest_mat(t)
Prest_rach_t(t)	Montant des prestations rachats totaux de l'année, payées en milieu d'année.
Prest_rach_p(t)	Montant des prestations rachats partiels de l'année, payées en milieu d'année. Un rachat est qualifié de partiel lorsque seule une partie de l'encours est rachetée. Par conséquent, un rachat partiel ne modifie pas la variable Nombre(t).
Prest_deces(t)	Montant des prestations décès de l'année, payées en milieu d'année.
Prest_mat(t)	Montant des prestations maturité de l'année, payées en milieu d'année.
Frais(t)	Montant des frais généraux à la charge de l'assureur (frais administratifs, frais de gestion des sinistres, etc...)
IC_tot(t)	IC_stock(t) + IC_sorties(t).
IC_stock(t)	Montant d'intérêts crédités au taux technique servis au cours de l'exercice t au stock de contrats présents entre le 1 ^{er} janvier et le 31 décembre t.
IC_sorties(t)	Montant d'intérêts crédités au taux technique servis aux prestations (décès, rachats totaux et rachats partiels) de l'année t.
Nombres(t)	Nombre des contrats en portefeuille pour le produit d'épargne modélisé.
PB*(t)	Montant de participation bénéficiaire incorporée aux provisions mathématiques en période t, telle qu'elle ressort du calcul de l'algorithme bilantiel. N.B : par hypothèse de modélisation, on suppose qu'il n'y a pas de PB incorporée aux prestations, et que la PB est incorporée au 1 ^{er} janvier pour tous les contrats. En réalité, les clauses d'incorporation de PB peuvent être très variées (1 ^{er} janvier, date anniversaire, 1 ^{er} juillet, etc...).

Nom de la variable	Description
$R^*(t)$	Taux de rachats conjoncturels, tels que calculé par l'algorithme bilantiel en cas d'insuffisance du taux servi. Ils s'ajoutent aux rachats structurels (indépendants des conditions de marché).
<i>2. Variables bilantielles</i>	
PB cible(t)	Montant cible de dotation au fonds de PB de l'année t. Il dépend du taux de rémunération cible.
PB incorporée min(t)	Montant minimum de PB incorporé aux provisions mathématiques en fin d'année t. Il vaut 0 dans les contrats sans TMG, sinon il est calculé à partir du TMG.
Dotation PB min(t)	Dotation minimum au fonds de PB en fin d'année t.
TMG	Taux minimum garanti : il s'agit du taux minimum servi aux assurés (différent du taux technique, taux avec lequel sont calculés les intérêts techniques).
Taux commercial cible	Référence de taux qui mesure les attentes des assurés en terme de taux servis. Par exemple, on peut l'exprimer comme un pourcentage du taux OAT 10 ans.
Taux de rémunération cible	Max(TM, Taux commercial cible). Taux utilisé pour calculer la PB cible.
Excédent(t)	Mesure de la richesse excédentaire générée par le résultat de l'année t.
Potentiel(t)	Mesure de la richesse totale (excédent de l'année + réserves : fonds de PB + plus-values latentes) à disposition de l'assureur
PVR sup(t)	Montant des plus-values latentes supplémentaires dégagées en fin de période dans le cas où excédent < 0.
Dotation PB(t)	Montant de PB dotée au fonds de PB en t. Elle peut être provisoire, contractuelle ou réglementaire (cf. glossaire)
PB servie(t)	Montant de PB incorporé aux provisions mathématique de t. Correspond à la variable $PB^*(t)$ du modèle de déformation des flux de passif.
Fonds de PB(t)	Montant du fonds de PB (ou Provision pour Participation aux Excédents) de t.
RC(t)	Montant de la réserve de capitalisation en période t.
Ecart_PB(t)	$PB\ servie(t) - PB\ cible(t)$: mesure l'écart entre la PB effectivement incorporée aux provisions mathématiques et la cible d'incorporation. Variable utilisée dans la vérification de la dotation réglementaire et dans le calcul des rachats structurels.