

Mémoire présenté devant l'Institut de Science Financière et d'Assurance
pour l'obtention du diplôme du Master Actuariat
et l'admission à l'Institut des Actuaire
le

Par : Clément Afoumado

Titre : Rentabilité et solvabilité d'un portefeuille d'assurance emprunteur dans le cadre d'un modèle déterministe.

Confidentialité : Non Oui (Durée : 1 an 2 ans)

Les signataires s'engagent à respecter la confidentialité ci-dessus

*Membre présent du jury de l'Institut
des Actuaire :*

Entreprise :
Nom : Axéria Prévoyance
Signature :

*Membre présent du Jury du Master
Actuariat de l'ISFA :*

Directeur de Mémoire en entreprise :
Nom : M. Jonathan Legros
Signature :

Autorisation de publication et de mise en ligne sur un site de diffusion de documents actuariels (après expiration de l'éventuel délai de confidentialité)

Secrétariat :

Signature du responsable entreprise

Bibliothèque :

Signature du candidat

Résumé

Mots-clés : Assurance Emprunteur, Garantie Décès, Garantie Incapacité, Modèle déterministe, Rentabilité, Solvabilité 2.

L'octroi d'un crédit est généralement obligatoirement accompagné par la souscription d'une assurance pour l'emprunteur, visant à protéger le prêteur d'un risque de défaut. L'assureur vient ainsi se substituer à l'emprunteur pour ses engagements de remboursement lorsque certaines conditions sont remplies. Le risque est majoritairement dû à deux causes qui amènent à créer deux garanties distinctes : la garantie Décès, obligatoire, et la garantie Arrêt de Travail (Incapacité/Invalidité).

Dans un contexte d'évolution réglementaire dans l'assurance emprunteur ces dernières années, il devient particulièrement important de pouvoir mesurer la rentabilité d'un portefeuille sous différentes hypothèses de choc. A ces fins, il est donc nécessaire de disposer d'un outil de projection de la rentabilité et de la solvabilité du portefeuille qui soit à la fois souple (afin de pouvoir tester différents scénarios facilement) et rapide d'exécution (afin de pouvoir effectuer un grand nombre de sensibilités).

L'objectif de ce mémoire est la construction d'un modèle de projection déterministe en assurance emprunteur permettant de fournir rapidement la rentabilité et la solvabilité d'un portefeuille emprunteur. Cet outil doit être capable de calculer les différents flux (primes, prestations, provisions ...), le capital réglementaire requis et des indicateurs de rentabilité sur un horizon de projection long.

Le développement de ce mémoire se déroulera donc en 6 parties distinctes.

Dans un premier temps, il convient de rappeler le fonctionnement de l'assurance emprunteur de manière générale. Seront abordés notamment les intervenants de l'assurance emprunteur, les types de crédit accordés, les garanties proposées, la réglementation en vigueur et quelques statistiques sur le marché de nos jours.

Dans un deuxième temps seront rappelés les éléments principaux concernant la réglementation solvabilité 2 et notamment les calculs relatifs au pilier I concernant les exigences quantitatives.

Nous traiterons dans une troisième partie des différents indicateurs de rentabilité permettant d'aider à la prise de décision dans le cadre de notre problématique.

Dans un quatrième temps, nous présenterons le modèle déterministe construit, ses principales hypothèses et ses différentes fonctions.

Enfin les deux dernières parties présenteront une application concrète du modèle développé sur un portefeuille réel, en proposant dans un premier temps des résultats projetés dans le cadre d'un scénario central et de scénarios choqués, puis en vérifiant l'impact des hypothèses simplificatrices retenues dans le modèle.

Abstract

Keywords: Loan insurance, Death risk, Disability risk, Deterministic model, Profitability, Solvency 2.

The granting of a loan goes almost always in pair with an insurance subscription for the borrower, which aims to protect the lender from a credit default. Thereby, the insurer substitutes for the borrower refund commitments under certain conditions. The risk is mainly caused by two events which lead to create two guarantees : a Death cover, compulsory, and a Disability cover.

In a context where regulatory changes, it becomes particularly important to study the profitability of a portfolio in different stress scenarios. In these purposes, it's necessary to have a portfolio projection tool which is flexible and efficient at the same time.

The purpose of this report is the development of a deterministic projection model on loan insurance able to provide quickly the profitability and the solvency requirements of a loan insurance product. It has to compute some flows (premiums, claims, reserves, ...), the solvency capital requirement and some profitability indicators.

This report is built in 6 parts.

Firstly, it is convenient to explicit some key elements of the loan insurance. Will be exposed the major players of the loan insurance, the types of credits, the guarantees, the current regulation and some market statistics.

Then, the main elements of the Solvency 2 regulation will be reminded and in particular the quantitative requirements from the first pillar.

In a third part, some indicators helping in the decision making of our problem will be exposed. the way the deterministic model was created will be presented, until we get the accounting result.

In the fourth part, the developed model will be exposed, and the main assumption on which it is built.

Finally, the two last parts will present a practical application of the developed model on a real portfolio, with a first part focusing on the results for a main scenario and some stressed scenarios and the second one focused on the impact of the main assumptions of the model.

Remerciements

Je souhaite remercier les personnes ayant contribué à l'avancement de ce mémoire.

Tout d'abord je remercie Jonathan Legros, mon tuteur pour ce mémoire, pour ses nombreux apports techniques et ses conseils lors de l'élaboration du modèle construit.

Je remercie aussi Rémi Astier, mon tuteur entreprise durant mon année d'alternance, pour m'avoir guidé sur le choix du sujet et m'avoir apporté son aide lorsque j'en avais besoin.

Je remercie Berthille, pour sa collaboration sur le développement du modèle et Rémi pour notre entraide mutuelle.

Je remercie également l'ensemble des collaborateurs d'Axeria Prévoyance pour leur accueil, et plus particulièrement l'équipe de la souscription dans laquelle j'ai réalisé mon alternance : Arnaud, Valérie, Alexandra, Mathias, Clément pour leur disponibilité lorsque j'avais des questions.

Enfin je remercie l'ensemble de l'équipe enseignante de l'ISFA pour son apport en connaissances qui s'est avéré indispensable lors de la réalisation de ce mémoire.

Sommaire

Résumé	3
Abstract	4
Remerciements	5
Introduction	8
1 L'assurance emprunteur	10
1.1 Les intervenants de l'assurance emprunteur	10
1.2 Les différents types de prêts	11
1.3 Les différents types de contrats	11
1.4 Les garanties proposées	12
1.5 Sélection médicale	15
1.6 La réglementation	16
1.7 Etude du marché	17
1.8 Présentation d'Axéria Prévoyance	19
1.9 Conclusion du chapitre	20
2 Rappels sur solvabilité 2	21
2.1 <i>Best Estimate</i> et Marge pour Risque	21
2.2 BSCR	21
2.3 Risque opérationnel	26
3 Indicateurs de rentabilité dans le cadre de solvabilité 2	28
3.1 Indicateurs techniques	28
3.2 Indicateurs de profitabilité	29
3.3 Indicateurs de rentabilité	30
4 Construction du modèle déterministe	31
4.1 Description du modèle	31
4.2 Modélisation du crédit	33
4.3 Les tables utilisées	37
4.4 Modélisation des états de l'assuré	39
4.5 Modélisation de la prime	45
4.6 Le commissionnement	46
4.7 Modélisation de la sinistralité	47

4.8	Modélisation des provisions	50
4.9	Réassurance	54
4.10	Calcul du résultat	56
4.11	Modélisation du capital réglementaire	58
4.12	Modélisation des indicateurs de rentabilité	60
4.13	Conclusion du chapitre	60
5	Application : Projection d'un portefeuille à l'aide du modèle développé	62
5.1	Présentation du produit	63
5.2	Projection du résultat	66
5.3	Projection de la solvabilité	75
5.4	Indicateurs de rentabilité	77
5.5	Etude de la sensibilité du portefeuille	78
5.6	Conclusion du chapitre	82
6	Sensibilités aux hypothèses du modèle	83
6.1	Décès en milieu d'année	83
6.2	Entrée en AT en milieu d'année	84
6.3	Projection SCR catastrophe en Vie	85
6.4	Projection SCR morbidité en Santé SLT	87
6.5	Projection SCR hausse cessation	89
6.6	Projection SCR cessation de masse	91
6.7	Comparaison globale - Projection des SCR	92
6.8	Conclusion du chapitre	93
	Conclusion générale	94
	Bibliographie	97
	Annexes	98
.1	Expression du capital restant dû pour un prêt à annuités constantes	98
.2	Impact du surprovisionnement sur la rentabilité du portefeuille	99
.3	Impact de la matrice de déformation des primes	100
	Table des figures	104

Introduction générale

Lors de l'obtention d'un crédit, l'organisme prêteur cherche à s'assurer qu'il sera bien remboursé du montant prêté. L'assurance emprunteur permet de garantir le remboursement du prêt au prêteur en cas de défaillance de l'emprunteur.

Les causes principales assurées sont le décès, l'incapacité/invalidité et la perte d'emploi. Si un assuré décède ou tombe en invalidité grave, l'organisme assureur rembourse le capital restant dû au prêteur. Si l'assuré tombe en incapacité/invalidité ou perd son emploi, l'organisme assureur rembourse les mensualités du prêt jusqu'à la fin de celui-ci ou jusqu'au retour à l'état valide (ou à l'emploi) de l'assuré.

En contrepartie de ces garanties, l'assureur va exiger de ses assurés une prime d'assurance, dont le montant est adossé soit au capital restant dû, soit au capital initial. Le travail de l'actuaire est alors dans un premier temps de prévoir la sinistralité sur le portefeuille à assurer afin de déterminer le tarif à exiger.

Mais le travail ne s'arrête pas là. En effet, l'assureur doit être capable d'assurer un suivi de la rentabilité de son portefeuille et surtout répondre à des exigences réglementaires qualitatives et quantitatives.

La principale exigence réglementaire en terme de contrainte est Solvabilité 2, mise en vigueur le 1^{er} janvier 2016, qui définit le capital dont doit disposer les assureurs pour faire face à des risques éventuels. Afin d'estimer ce besoin en capital, il est nécessaire de pouvoir prédire les risques futurs encourus sur le portefeuille et donc d'établir des modèles de projection dans le temps du portefeuille et de différents postes comptables (sinistralité, primes ...).

Les changements importants de réglementation ces dernières années dans le secteur de l'assurance emprunteur impliquent le besoin de suivre les risques sur le portefeuille dans le temps et donc de pouvoir disposer d'outils permettant de recalculer rapidement la rentabilité d'un portefeuille emprunteur sous différentes hypothèses de choc.

Axéria Prévoyance dispose déjà d'un outil de projection de ces flux, cependant ce modèle n'est pas adapté pour la construction de tarifs et les tests de sensibilités en raison du fait que ce modèle, qui est stochastique, présente des temps de calculs élevés.

L'objet de ce mémoire est la construction d'un modèle de projection déterministe à la fois suffisamment souple afin de s'adapter facilement aux différents portefeuilles et suffisamment rapide tester la solvabilité et la rentabilité de différents portefeuilles facilement dans différents scénarii ou avec différentes tarifications. Ceci doit notamment permettre d'aider à la prise de décision d'assurer ou non un portefeuille avec le tarif construit : sont mesurés les différents éléments modifiables par l'assureur (taux de commission, réassurance) mais aussi l'impact de certains paramètres sur la rentabilité et la solvabilité portefeuille et du risque sous-jacent à celui-ci.

Dans un premier temps des éléments clés concernant l'assurance emprunteur seront développés, la réglementation et les outils pour évaluer la rentabilité seront rappelés, puis nous expliciterons la construction du modèle de projection et les hypothèses retenues pour ce dernier. Nous passerons ensuite à l'application de l'outil développé sur un portefeuille réel dans la cinquième partie, dans un scénario central puis en effectuant diverses sensibilités. Enfin dans une dernière partie seront présentés les impacts d'hypothèses simplificatrices retenues pour le modèle.

Chapitre I

L'assurance emprunteur

Lors de la souscription d'un prêt, l'emprunteur est soumis au risque de ne pas pouvoir rembourser son prêt suite à la survenance de certains événements. La banque a donc besoin de garanties lui permettant de s'assurer que son prêt sera bien remboursé.

L'assurance emprunteur permet de garantir le remboursement au prêteur d'un emprunt contracté en cas d'un incident non prévu par le souscripteur du contrat le mettant en incapacité d'honorer ses engagements.

Des garanties sont proposées pour les risques décès, incapacité/invalidité ainsi que pour la perte d'emploi.

1.1 Les intervenants de l'assurance emprunteur

Les intervenants de l'assurance emprunteur sont :

- La banque ou l'établissement de crédit. C'est l'organisme prêteur, c'est lui qui cherche à se protéger du risque de défaut de ses emprunteurs.
- L'assureur. C'est celui qui supporte le risque (avec le réassureur le cas échéant) et règle les prestations. En contrepartie, il reçoit des cotisations de la part des souscripteurs. Il est courant que l'assureur et l'organisme prêteur ne fassent qu'un, dans le cas contraire on dit qu'il y a déléguation d'assurance.
- L'assuré. C'est obligatoirement une personne physique car c'est sur lui que porte le risque.
- Le souscripteur. C'est lui qui signe le contrat d'assurance et paye les cotisations. Il peut être différent de l'assuré lorsque c'est une personne morale qui souscrit le contrat (par exemple une entreprise qui souscrit un contrat pour assurer son dirigeant).
- Le bénéficiaire. C'est lui qui bénéficie des prestations garanties dans le contrat d'assurance. Dans le cadre de l'assurance emprunteur, il s'agit toujours de l'organisme prêteur.
- Le distributeur. C'est lui qui distribue le contrat. Il se charge de négocier les garanties du contrat, le taux de cotisation et le commissionnement avec l'assureur. L'assureur paie des commissions d'apport à son distributeur.
- Le gestionnaire. C'est lui qui se charge de la gestion des contrats et des sinistres. Il peut là aussi s'agir d'un organisme extérieur ou de l'assureur lui-même. S'il s'agit d'un prestataire, l'organisme assureur lui paie une commission de gestion.

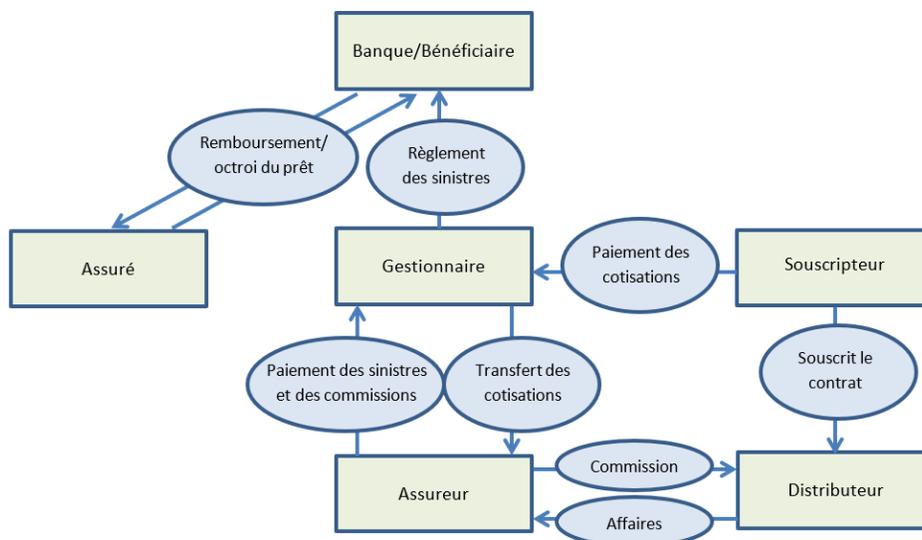


FIGURE 1.1 – Les différents acteurs d'un contrat d'assurance emprunteur dans le cadre de la délégation d'assurance

1.2 Les différents types de prêts

Il existe 3 grands types de prêts sur le marché :

- Les prêts immobiliers sont des crédits destinés au financement d'un bien immobilier (en partie ou dans sa totalité). La durée du prêt est le plus souvent comprise entre 5 et 30 ans.
- Les prêts à la consommation sont des prêts destinés au particulier souhaitant réaliser n'importe quel type de projet (hors immobilier). Ils sont strictement encadrés par la loi.
- Les prêts professionnels sont des prêts réservés aux professions libérales, artisans et commerçants, agriculteurs, associations, TPE-PME-PMI et auto-entrepreneurs. Ils sont destinés à financer des investissements professionnels.

Il existe différentes modalités de remboursement de ces prêts. Les plus courantes sont :

- Les prêts amortissables. Le remboursement se fait progressivement de manière périodique. A chaque échéance, une partie du capital ainsi que des intérêts sont remboursés. Il existe différents types de prêts amortissables : prêt à remboursement périodique constant, prêt à amortissement constant ...
- Le prêt *in fine*. Le capital n'est remboursé en intégralité que lors de la dernière échéance. Les intérêts sont en revanche remboursés progressivement à chaque échéance. On trouve notamment dans cette catégorie les prêts relais.

1.3 Les différents types de contrats

On distingue 2 types de contrats emprunteurs : les contrats individuels et les contrats groupe.

1.3.1 Contrat groupe

Une assurance est dite de groupe quand elle est souscrite auprès de la banque. Il sera proposé un tarif unique selon le principe de mutualisation : les assurés les moins à risque payent pour les assurés les plus à risque.

Ses formalités d'adhésion sont simples et ses coûts sont réduits puisqu'il s'agit d'un contrat assurant une population nombreuse.

Cependant, le tarif dépend alors des caractéristiques moyennes du groupe assuré. Ce type de contrat est donc désavantageux pour les personnes présentant le moins de risques, telles que les personnes jeunes et en bonne santé.

En raison de ses tarifs basés sur les caractéristiques d'une population moyenne, les hypothèses sur les caractéristiques de la future population assurée sont très importantes lors de la tarification dans ce type de contrat.

1.3.2 Contrat individuel

Toute offre de prêt immobilier doit mentionner la possibilité pour l'emprunteur de souscrire une assurance équivalente à celle proposée par le prêteur, auprès de l'assureur de son choix. Cette assurance de prêt souscrite en dehors de la banque est une assurance dite individuelle. Elle peut être souscrite par l'emprunteur à titre individuel (contrat individuel) ou par une association (contrat associatif). Dans les 2 cas, on dit qu'il y a délégation d'assurance. Le tarif est alors directement lié aux caractéristiques de cet assuré (âge, fumeur/non fumeur ...).

L'avantage de ce type de contrat est d'afficher souvent des tarifs compétitifs en comparaison avec les contrats groupe et notamment pour les personnes jeunes et en bonne santé, car elles n'auront pas à supporter le coût d'une mutualisation avec des assurés porteurs de davantage de risques.

1.4 Les garanties proposées

Il existe trois grands types de garanties proposées en assurance emprunteur :

- Les garanties décès qui constituent la garantie de base en assurance emprunteur
- Les garanties incapacité/invalidité
- Les garanties perte d'emploi

La plupart de ces garanties admettent des restrictions d'âge aussi bien à la souscription que pour la couverture d'un sinistre.

1.4.1 Garantie Décès

La garantie décès est la garantie de base d'un contrat d'assurance emprunteur, elle peut être vendue seule ou être accompagnée d'une garantie incapacité/invalidité. En cas de décès de l'assuré, l'assureur s'engage à rembourser au prêteur le capital restant dû (ou sa quotité c'est-à-dire le pourcentage de capital assuré) au jour de décès de l'assuré.

Il peut arriver qu'une garantie Décès Accidentel (DA) soit proposée seule. Est considéré comme décès accidentel un décès dont l'origine est extérieure (non provoquée par l'assuré ou le bénéficiaire), et qui est doté des caractères imprévisible, soudain et violent.

Certains risques sont exclus de la couverture d'assurance, par exemple les suicides, les guerres et les attentats.

1.4.2 Garantie Incapacité/Invalidité

La garantie Incapacité/Invalidité engage l'assureur à assurer le paiement des mensualités lorsque l'assuré tombe en arrêt de travail (Incapacité ou Invalidité) suite à un accident ou une maladie jusqu'à la reprise de son travail.

La prestation versée peut-être alors indemnitaire ou forfaitaire.

Le contrat est dit indemnitaire lorsque la somme versée à l'assuré est proportionnelle à la perte de revenu suite à son entrée en arrêt de travail. Elle tient en particulier compte des indemnités versées par la sécurité social et autres organismes complémentaires. Ainsi, il ne peut y avoir enrichissement de l'assuré à la suite de son arrêt de travail par rapport à sa situation antérieure. Ce type d'indemnités est souvent proposé dans les contrats groupe.

A l'inverse, le contrat est dit forfaitaire lorsque la prestation versée est définie à l'avance. L'assurance prend alors en charge le pourcentage des mensualités défini dans le contrat. Ce type d'offre est souvent proposé dans les contrats individuels.

Les garanties peuvent également prévoir des franchises. Le délai de franchise est la durée pendant laquelle l'assurance ne prend pas en charge le sinistre, cette période débutant à la date de déclaration du sinistre. Pour les assurances emprunteur, la période de franchise est le plus souvent comprise entre 30 et 180 jours.

Il existe différentes garanties :

ITT : Incapacité temporaire de travail

L'incapacité temporaire de travail correspond à une impossibilité totale ou partielle d'exercer l'activité professionnelle mentionnée dans le contrat d'assurance emprunteur.

L'organisme assureur prend alors en charge les mensualités après une période de franchise. La période de garantie ne peut pas excéder 1095 jours, ensuite l'assuré passe en invalidité.

PTIA : Perte totale et irréversible d'autonomie

La perte totale et irréversible d'autonomie (troisième catégorie de la Sécurité Sociale) met l'assuré dans l'incapacité définitive d'exercer toute activité rémunératrice et dans l'obligation d'avoir recours à l'assistance d'une tierce personne pour effectuer les actes courants de la vie.

La plupart du temps, cette garantie prévoit le versement du capital restant dû au prêteur sous forme d'un capital de la même façon que pour la garantie décès.

Par la suite elle sera donc assimilée à une garantie décès.

IPT : Invalidité permanente et totale

L'invalidité permanente totale (deuxième catégorie de la Sécurité Sociale) met l'assuré dans l'incapacité d'exercer toute activité rémunérée.

L'assureur prend en charge une partie ou la totalité des mensualités en fonction du taux d'invalidité (compris entre 66% et 99%).

Il est à noter que le taux d'invalidité peut être calculé par rapport à la capacité d'exercer sa profession ou bien par rapport à la capacité d'exercer toute profession.

IPP : Invalidité permanente et partielle

L'invalidité professionnelle ou fonctionnelle (première catégorie de la Sécurité Sociale) ne permet plus à l'emprunteur d'exercer l'activité rémunérée mentionnée sur le contrat d'assurance emprunteur. L'activité professionnelle reste cependant possible sur un poste adapté.

L'assureur prend en charge une partie ou la totalité des mensualité en fonction du taux d'invalidité (compris entre 33% et 66%).

MNO : Maladie Non-Objectivable

La garantie maladie non objectivable est une garantie complémentaire mise en place par l'assureur sur les déclarations de l'assuré.

Une maladie non objectivable est une souffrance que les médecins ne peuvent pas mesurer objectivement. Celle-ci vient affecter le quotidien de l'emprunteur et se manifeste de différentes manières selon les cas et les maladies. Elles peuvent être physiques (discales ou vertébrales) ou encore psychiques.

Sont considérées principalement :

- Fatigue chronique
- Burn-out (épuisement ou stress professionnel)
- Dépression ou pathologies psychiques
- Pathologies du dos

Les conditions de garantie varient d'une assurance à une autre. Les conditions permettant l'indemnisation sont souvent parmi les suivantes :

- Hospitalisation pour une période déterminée (de 3 à 30 jours)
- Opération chirurgicale
- Constat d'une maladie, justifié par l'utilisation d'équipements médicaux tel que le scanner, radiologie ...

IP : Invalidité Professionnelle

La garantie Invalidité Professionnelle est réservée au personnel des professions médicales (principalement chirurgiens, médecins, pharmaciens, dentistes, vétérinaires).

Elle couvre les professionnels de santé sur le risque d'invalidité selon la réalité de leurs métiers. En effet, si un chirurgien perd l'usage d'une main, il ne sera plus en capacité d'exercer sa profession qui a par ailleurs nécessité de longues années d'études. Aussi, certains assureurs ont développé un barème spécifique pour le corps médical.

1.4.3 Garantie perte d'emploi

L'assurance garantie perte d'emploi permet de couvrir les mensualités pendant la période de chômage de l'assuré. Notons cependant que cette offre reste assez peu courante et qu'elle est soumise à de nombreuses conditions (être en contrat à durée indéterminée au moment de l'adhésion, période de franchise de plusieurs mois avant l'indemnisation ...).

Le risque lié à ces contrats est extrêmement corrélé avec la situation économique et le contrat est très sujet au risque d'anti-sélection, ce qui implique que la garantie est souvent coûteuse.

Cette garantie ne sera pas traitée dans notre modélisation car elle ne fait pas partie des offres proposées par les produits étudiés

1.5 Sélection médicale

La sélection médicale correspond à l'ensemble des techniques permettant d'apprécier l'état de santé d'un candidat à une assurance prévoyance afin de permettre à l'assureur d'avoir connaissance du niveau de risque et de lui permettre d'accepter ou non de le couvrir.

Selon le montant emprunté, différents contrôles plus ou moins poussés permettent à l'assureur d'effectuer une sélection médicale.

1.5.1 Questionnaire de santé

La loi autorise les assureurs à soumettre des questionnaires de santé à l'assuré avant de mettre en place le contrat d'assurance. Ces questionnaires s'échelonnent en 4 niveaux :

- La déclaration de bonne santé, qui consiste généralement à spécifier que l'assuré ne reçoit aucun traitement particulier et n'est ni en arrêt de travail ni en situation d'invalidité
- Le questionnaire médical simplifié, qui consiste en une dizaine de questions sur l'état de santé actuel et sur les opérations antérieures
- Le questionnaire médical détaillé, qui est une version plus poussée du précédent questionnaire (questions plus nombreuses et plus précises)
- L'examen médical, qui consiste à une visite médicale pratiquée par un médecin certifié. Est généralement pratiquée une prise de sang et parfois certaines analyses complémentaires

Si l'assuré est couvert sur un montant important, atteint un certain âge ou présente des risques aggravés, les questionnaires se feront plus poussés.

En plus des déclarations sur l'état de santé, l'organisme assureur peut demander des information sur :

- La situation professionnelle de l'assuré, afin d'identifier les professions les plus à risques (par exemple pompier, militaire ...)
- Les pratiques sportives de l'assuré. Les sports extrêmes tels que par exemple l'alpinisme ou les courses automobiles augmentent les risques pour l'assureur.
- Le lieu de résidence ou de séjour de l'assuré, afin de se prémunir contre des risques sanitaires ou liés à la situation politique de pays autre que la France.

Ces informations peuvent amener l'assureur à appliquer soit des majorations, soit des exclusions.

Les questionnaires amènent l'assureur à prendre connaissance des risques encourus et donc appliquer un tarif en conséquence pour l'assuré dans le cadre de l'assurance individuelle, mais permettent aussi à l'assureur de sélectionner les risques qu'il souhaite assurer.

Ainsi cette sélection des risques amène l'assureur à voir la sinistralité de ses portefeuilles minorés durant les premières années de souscription avant de revenir à la normale au fur et à mesure que les effets de cette sélection s'amenuisent.

Il est à noter depuis quelques années, l'apparition de la télé-souscription, qui permet à l'issu d'un entretien avec l'assuré d'alimenter un logiciel de sélection des risques automatisé. Ce système permet d'obtenir une réponse rapide et adapté au profil de l'assuré.

1.5.2 Convention AERAS

La convention AERAS (S'Assurer et Emprunter avec un Risque Aggravé de Santé), mise en place en 2007, permet de faciliter l'accès à l'assurance emprunteur pour les personnes présentant un risque aggravé de santé.

Elle s'applique par exemple pour les emprunteurs ayant des antécédents médicaux impliquant un risque de rechute, ou encore pour des professions particulières à haut risque ou la pratique de sports extrêmes.

Cette convention permet d'informer les personnes concernées de leurs droits et facilite la souscription d'un contrat en limitant les surprimes grâce au principe de mutualisation.

1.6 La réglementation

Le marché de l'assurance emprunteur était quasi exclusivement détenu par les banques il y a quelques années. Cependant il subit un profond changement depuis les années 2010 en terme de réglementation, ce qui amène à une ouverture du marché.

1.6.1 Loi Lagarde

En 2010, la loi Lagarde vient faciliter la délégation d'assurance et permet l'ouverture à la concurrence du marché de l'assurance emprunteur.

En effet, avant la mise en place de cette loi, l'organisme prêteur pouvait imposer à l'emprunteur le choix de l'assurance de prêt. Cette loi permet à l'assuré de choisir librement son organisme assureur du moment qu'il propose au moins le même niveau de garantie que ce que propose l'organisme prêteur. Tout refus de l'organisme prêteur doit être motivé par une justification écrite.

La loi précise également qu'il est interdit pour l'organisme prêteur de modifier les conditions du prêt (taux, frais supplémentaires ...) selon le choix de l'assureur par l'emprunteur.

1.6.2 Loi Hamon

Applicable depuis le 1^{er} janvier 2015, la loi Hamon permet de faciliter la résiliation des contrats d'assurance. Elle autorise la résiliation n'importe quand dans les 12 premiers mois après la souscription. Elle permet donc durant cette première année de changer d'assureur pour son prêt.

Ceci n'est possible qu'à la condition que les garanties soient équivalentes entre l'ancien et le nouveau contrat, sans quoi la banque est dans son droit de refuser la résiliation.

Cette évolution réglementaire augmente encore la concurrence sur le marché. Cette réforme vient également augmenter le taux de rachat des assurés pour les organisme bancaires.

1.6.3 Amendement Bourquin

L'amendement Bourquin, applicable au premier janvier 2018, élargit la loi Hamon. Elle permet à l'assuré de résilier son contrat d'assurance à toutes les dates d'anniversaire de ce dernier sous réserve du respect d'un préavis de 2 mois.

Comme dans la loi Hamon, cette résiliation est assortie d'une condition d'équivalence des garanties.

La conjonction de la loi Hamon et de l'amendement Bourquin permet donc à l'assuré de changer d'assureur à n'importe quel moment les 12 premiers mois, puis aux dates d'anniversaire en respectant un préavis de 2 mois les années suivantes.

Les impacts sur les taux de chute des lois Hamon, Lagarde et de l'amendement Bourquin sont pour le moment faibles, il faudra sûrement du temps avant que les effets sur les hypothèses comportementales ne soient visibles.

1.7 Etude du marché

Le contexte général de taux bas ces dernières années implique une forte activité et de fort taux de rachat dans les activités de prêts immobilier.

Nous allons présenter différents chiffres clés du marché de l'assurance de prêt (FFA (2018)).

1.7.1 Montant des cotisations

Le montant total des cotisations sur l'assurance emprunteur est de 9,1 milliards d'euros en 2017. Le montant des cotisations est en forte progression (4%) par rapport à l'année précédente.

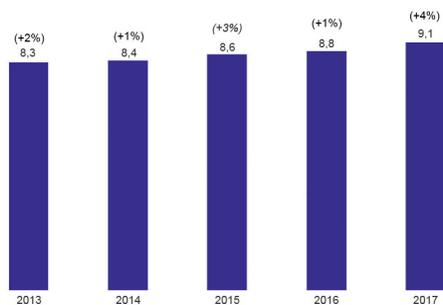


FIGURE 1.2 – Evolution des cotisations sur l'assurance emprunteur (en milliards €)

Le montant des encours des prêts étant de 1292 milliards d'euros fin 2017, les cotisations représentent 0,7% de ce montant.

1.7.2 Répartition en fonction du type de prêt

Les cotisations se répartissent selon les différents types de prêts en 2017 de cette façon :

- 74% pour les prêts immobiliers (soit 6,7 milliards d'euros)
- 20% pour les prêts à la consommation (soit 1,8 milliards d'euros)
- 6% pour les prêts professionnels (soit 0,5 milliards d'euros)

Répartition des cotisations en fonction du type de prêt

■ Prêts immobiliers ■ Prêts à la consommation ■ Prêts professionnels

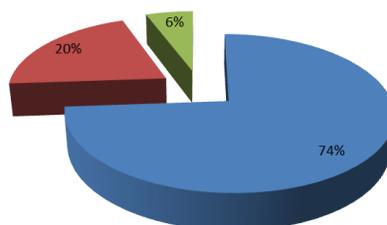


FIGURE 1.3 – Répartition des cotisations en fonction du type de prêt (2017)

Cette répartition est à peu près stable dans le temps.

1.7.3 Répartition en fonction du type de garantie

Concernant la répartition des cotisations en fonction des garanties :

- 71% pour les garanties décès (soit 6,4 milliards d'euros)
- 27% pour les garanties incapacité/invalidité (soit 2,4 milliards d'euros)
- 2% pour les garanties perte d'emploi (soit 0,2 milliards d'euros)

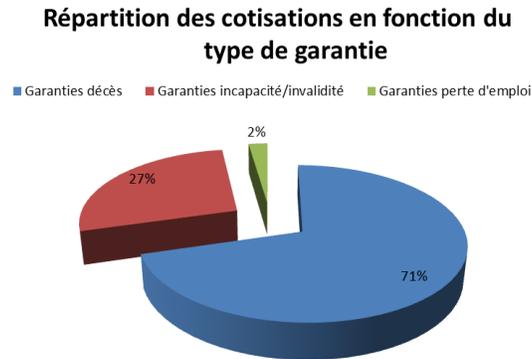


FIGURE 1.4 – Répartition des cotisations en fonction du type de garantie (2017)

1.7.4 Répartition en fonction du type de contrat

Notons que l'impact de la loi Lagarde (2010) facilitant la délégation d'assurance n'est pas encore déterminant. En effet en 2017, les délégations d'assurance ne représente que 15% des cotisations d'assurance de prêt immobilier contre encore 85% des cotisations correspondant à des contrats souscrits auprès de l'organisme de crédit. Notons de plus que ce chiffre est stable par rapport à 2016.

1.8 Présentation d'Axéria Prévoyance

Axéria Prévoyance est une compagnie d'assurance mixte, fondée en 1989, spécialisée en assurances de personnes exerçant majoritairement sur les marchés de l'assurance emprunteur, la prévoyance (individuelle et collective), et la santé. Elle assure le risque porté par ASP, courtier grossiste.

Le chiffre d'affaires d'Axéria Prévoyance s'élève à 343M€ au 31 décembre 2017, et son résultat avant impôt sur les sociétés à 12M€. Axéria Prévoyance dispose en outre d'un ratio de solvabilité de 301% au 31 décembre 2017.

L'assurance emprunteur est le produit phare d'Axéria qui s'est positionnée depuis plus de 15 ans comme spécialiste de l'assurance individuelle de prêts immobiliers. Porteur de risques historique du groupe APRIL, elle assure aussi

bien les risques standards (ADP standard) que les gros capitaux (ADP gros capitaux) ou les risques aggravés (ADP risque aggravé).

L'ADP gros capitaux concerne des assurés ayant emprunté des sommes élevées, les contrats souscrits sont soumis à des questionnaires médicaux avancés afin d'accentuer la sélection médicale et de ne garder que les faibles risques.

A l'inverse, le portefeuille ADP risque aggravé concerne les assurés ayant le risque le plus élevé. Elle permet de proposer des tarifs plus avantageux pour les personnes présentant des antécédants médicaux que pour un contrat ADP standard, qui serait alors soumis à une forte surprime.

Les contrats d'assurances sont majoritairement souscrits en France, mais certains produits sont à destination de pays étrangers (Portugal, Allemagne, Italie ...). Ces produits nécessitent une attention particulière en raison de la réglementation qui peut être différente de celle appliquée en France mais aussi pour des raisons culturelles : les habitudes des assurés sont différentes et impliquent de considérer des taux de rachats et des taux de sinistralité propres au pays.

Dans le cadre de ce mémoire, le produit étudié sera un produit d'assurance de prêt individuel ADP standard proposé en France.

1.9 Conclusion du chapitre

Dans un contexte de taux bas, l'assurance de prêt est un secteur à la croissance rapide. Le secteur fait face à une multiplication importante de la réglementation, avec un encadrement à la fois sur le niveau d'information pouvant être exigé à l'assuré pour la sélection médicale, mais surtout avec une ouverture importante du marché, historiquement détenu par les organismes prêteurs, à la concurrence. En effet, ces dix dernières années, les lois viennent à la fois faciliter la délégation d'assurance mais aussi la résiliation des contrats pour les assurés. Si l'effet n'est encore que peu visible à l'heure actuelle, ces points nécessitent la vigilance des organismes assureurs car ils peuvent potentiellement modifier les habitudes des assurés, en augmentant par exemple les taux de rachats, ce qui peut amener à modifier les hypothèses de tarification des produits et donc provoquer un déséquilibre tarifaire.

Dans ce contexte, il est d'autant plus important de disposer d'outils permettant de suivre la rentabilité des produits d'assurance emprunteur dans le temps, et notamment d'un outil permettant de facilement modéliser la résistance du produit à la déformation de différentes hypothèses. Cet outil doit être à la fois souple et rapide en exécution. C'est dans ce cadre que la création d'un modèle de projection déterministe s'inscrit.

Chapitre 2

Rappels sur solvabilité 2

L'objet de cette partie sera de rappeler les principaux éléments clés relatifs aux calculs de Solvabilité 2 s'appliquant au cadre de notre étude.

2.1 *Best Estimate* et Marge pour Risque

Le *Best Estimate* est la somme des flux actualisés au taux sans risque. Ce taux sans risque est fourni par l'EIOPA.

$$BE(p) = \sum_{k=p}^N \frac{F_k}{(1 + \text{taux_sans_risque})^{k-p}}$$

avec $F_k = Flux_sortant_k - Flux_entrant_k$ et N la date de dernière projection des flux.

Dans la modélisation de notre portefeuille, F_k correspondra aux flux de trésorerie (cotisations, prestations, commissions et frais) de l'année k .

La Marge pour Risque représente le coût d'immobilisation des fonds propres à détenir au titre des pertes imprévues.

$$Risk_Margin_p = CoC \times \sum_{k=p}^N \frac{SCR_k}{(1 + \text{taux_sans_risque})^{k-p}}$$

Avec CoC le coût en capital.

2.2 BSCR

Le SCR est le montant au capital que doit détenir l'assurance pour limiter sa probabilité de ruine à 0.5% à horizon un an.

Il est calculé dans la Formule Standard par agrégation de sous modules de risques de la façon suivante :

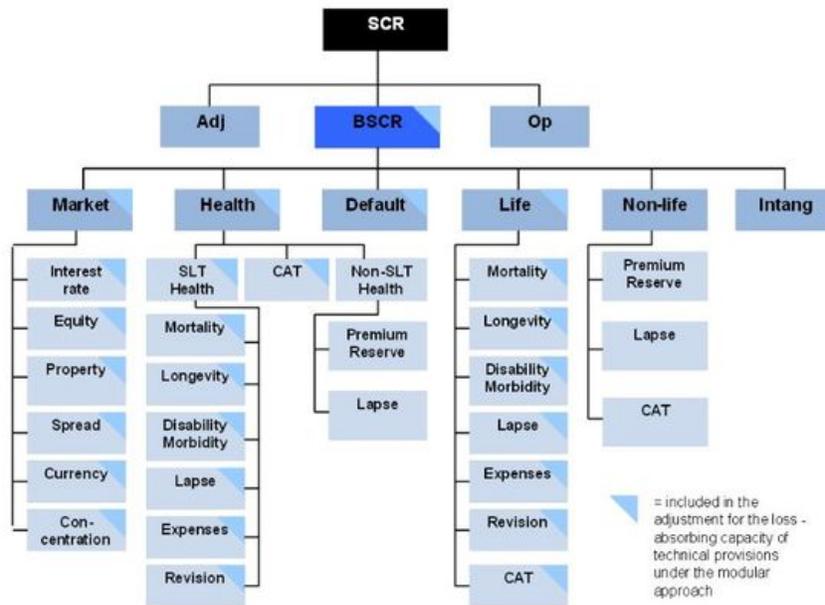


FIGURE 2.1 – Calcul du SCR en Formule Standard

Etant donné que nous ne modélisons pas la partie actif de notre portefeuille, nous ne calculerons pas de SCR marché ni de SCR contrepartie et nous intéresserons donc qu'à la partie correspondant au risque de souscription (souscription en vie et en santé SLT seulement).

Le calcul du SCR est le suivant :

$$SCR = BSCR + SCR_{op} - Adj$$

Nous ne tiendrons pas compte de la partie Ajustement (ajustement pour impôts différés et ajustement pour absorption des provisions techniques) car elle nécessiterait la modélisation du bilan prudentiel entier (y compris la partie actif) pour pouvoir être correctement modélisée.

2.2.1 BSCR

LE BSCR est calculé par agrégation des risques suivants :

- Risque de marché
- Risque de contrepartie
- Risque de souscription (en vie, non vie et santé)
- Risque pour actifs intangibles

Ces risques sont agrégés à l'aide d'une matrice de corrélation :

$$BSCR = \sqrt{\sum_{i,j} Corr_{i,j} \times SCR_i \times SCR_j} + SCR_{int}$$

$Corr_{i,j}$ est déterminé à partir de la matrice de corrélation suivante :

	1	2	3	4	5
1. Marché	100%	25%	25%	25%	25%
2. Contrepartie	25%	100%	25%	25%	50%
3. Souscription en vie	25%	25%	100%	25%	0%
4. Souscription en santé	25%	25%	25%	100%	0%
5. Souscription en non-vie	25%	50%	0%	0%	100%

FIGURE 2.2 – Matrice de corrélation pour le calcul du BSCR

Etant donné que les seuls SCR modélisés dans notre étude sont les SCR de souscription en vie et en santé, il vient donc :

$$BSCR = \sqrt{SCR_{vie}^2 + SCR_{santé}^2 + 2 \times 0,25 \times SCR_{vie} \times SCR_{santé}}$$

2.2.2 Risque de souscription en vie

Le risque de souscription en vie est composé des modules suivants :

- Risque de mortalité
- Risque de longévité
- Risque de cessation
- Risque de dépenses
- Risque de catastrophe
- Risque d'incapacité
- Risque de révision

Etant donné que le risque de révision ne s'applique qu'aux rentes et que le risque d'incapacité n'a pas d'effet sur la garantie vie (puisque le taux de décès en arrêt de travail est le même qu'à l'état valide dans notre modèle), ces 2 risques ne seront pas détaillés.

Les risques sont agrégés de la manière suivante :

$$SCR_{vie} = \sqrt{\sum_{i,j} Corr_{i,j} \times SCR_i \times SCR_j}$$

La matrice de corrélation suivante est utilisée :

	1	2	3	4	5	6	7
1. Mortalité	100%	-25%	25%	25%	0%	0%	25%
2. Longévité	-25%	100%	0%	25%	25%	25%	0%
3. Invalidité	25%	0%	100%	50%	0%	0%	25%
4. Dépenses en vie	25%	25%	50%	100%	50%	50%	25%
5. Révision	0%	25%	0%	50%	100%	0%	0%
6. Cessation	0%	25%	0%	50%	0%	100%	25%
7. Catastrophe en vie	25%	0%	25%	25%	0%	25%	100%

FIGURE 2.3 – Matrice de corrélation pour le calcul du SCR vie

Les SCR correspondant aux 7 risques décrits sont calculés par application de chocs de la manière suivante (sauf pour le SCR cessation qui est lui-même divisé en 3 sous-modules) :

$$SCR_i = \max(BE_{\text{après choc}} - BE_{\text{avant choc}}, 0)$$

Risque de mortalité

Le risque de mortalité sert à mesurer le risque dû à une hausse permanente de la mortalité.

Le choc est une augmentation permanente de 15% des taux de décès pour tout âge :

$$q_x^{\text{mortality}} = 1,15 \times q_x$$

Risque de longévité

Le risque de longévité correspond au risque d'une baisse permanente de la mortalité.

Le choc est une baisse permanente de 20% des taux de mortalités.

$$q_x^{\text{longevity}} = 0,8 \times q_x$$

Risque de cessation

Le risque de cessation est calculé comme le maximum de capital entre les 3 risques suivants :

- Hausse des rachats
- Baisse des rachats
- Rachat de masse

Le risque de hausse des rachats est le capital qu'il faut constituer pour faire face à une augmentation des rachats de 50% dans la limite d'un taux de rachat de 100% :

$$Tx_rachat_a^{\text{lapse_up}} = \min(1, 50 \times Tx_rachat_a, 1)$$

Le risque de baisse des rachats est le capital qu'il faut constituer pour faire face à une baisse des rachats de 50% dans la limite d'une baisse totale de 20% du taux :

$$Tx_rachat_a^{\text{lapse_down}} = \max(0, 50 \times Tx_rachat_a, Tx_rachat_a - 20\%)$$

Enfin le risque de rachat de masse est le capital qu'il faut constituer pour faire face à un rachat immédiat de 40% des contrats :

- $Tx_rachat_a^{mass.lapse} = 40\%$ la première année
- $Tx_rachat_a^{mass.lapse} = Tx_rachat_a$ les années suivantes

Risque de dépense

Le risque de dépense est le capital qu'il faut constituer pour faire face à une augmentation des frais permanente de 10% par rapport au scénario central, combiné à une inflation des frais +1% par rapport au scénario central.

Risque de catastrophe

Le risque de catastrophe est le capital qu'il faut constituer pour faire face à une augmentation de 1,5 pour mille des taux de mortalité la première année :

- $q_x^{catastrophe} = q_x + 0,15\%$ la première année
- $q_x^{catastrophe} = q_x$ les années suivantes

2.2.3 Risque de souscription en Santé

Le risque de souscription en santé est composé des risques suivants :

- Risque de souscription en Santé non similaire à la vie
- Risque de souscription en Santé similaire à la vie
- Risque de catastrophe en Santé

Dans le cadre de notre étude, la garantie arrêt de travail est catégorisé comme de la Santé similaire à la vie, ainsi nous ne détaillerons que le calcul de ce module ($SCR_{Santé} = SCR_{Santé\ SLT}$)

Le module de risque de souscription en Santé similiaire à la vie est constitué des sous-modules suivants :

- risque de mortalité
- risque de longévité
- risque de morbidité
- risque de cessation
- risque de dépenses
- risque de révision

Comme pour la garantie décès, la garantie AT n'est pas impacté par le risque de révision. Les risques de mortalité, longévité, cessation, et dépenses fonctionnent de manière analogue à ce qui a été vue en vie.

Les risques sont agrégés de la manière suivante :

$$SCR_{SantéSLT} = \sqrt{\sum_{i,j} Corr_{i,j} \times SCR_i \times SCR_j}$$

La matrice de corrélation suivante est utilisée :

Santé Vie	1	2	3	4	5	6
1. Mortalité en santé	100%	-25%	25%	25%	0%	0%
2. Longévité en santé	-25%	100%	0%	25%	25%	25%
3. Invalidité - Morbidité en santé	25%	0%	100%	50%	0%	0%
4. Dépense en santé	25%	25%	50%	100%	50%	50%
5. Révision en santé	0%	25%	0%	50%	100%	0%
6. Cessation en santé	0%	25%	0%	50%	0%	100%

FIGURE 2.4 – Matrice de corrélation pour le calcul du SCR Santé SLT

Risque de morbidité

Le risque de morbidité est le capital qu'il faut constituer pour faire face à une augmentation des taux d'entrée en arrêt de travail de 35% la première année et de 25% les années suivantes. Est également appliqué une diminution de 20% des taux de rétablissement :

- $T_x^{morbidity} = 1,35 \times T_x$ la première année
- $T_x^{morbidity} = 1,25 \times T_x$ les années suivantes
- $1 - L_{x,h}^{morbidity} = 0,80 \times (1 - L_{x,h})$

2.3 Risque opérationnel

Le risque opérationnel est le risque induit par les erreurs de personnels, les défaillances des systèmes internes ou des événements extérieurs.

Ce risque est pris en compte dans la Formule Standard de la manière suivante :

$$SCR_{op} = \min(0,3 \times BSCR; Op) + 0,25 \times Exp_{ul}$$

Exp_{ul} est le montant des dépenses versées au cours des 12 derniers mois au titre de l'assurance vie pour les contrats dont le risque d'investissement est supporté par les assurés, et n'est à ce titre pas pris en compte dans notre étude puisque aucun risque n'est supporté par les assurés (absence de contrats en unité de compte).

$$Op = \max(Op_{premiums}; Op_{provisions})$$

Avec $Op_{premiums}$ le capital requis pour les risques opérationnels basé sur les primes acquises et $Op_{provisions}$ le capital requis pour les risques opérationnels basé sur les provisions techniques.

$$\begin{aligned} Op_{premiums} &= 0,04 \times (Earn_{life} - Earn_{lifeul}) + 0,03 \times Earn_{nonlife} \\ &+ \max(0; 0,04 \times (Earn_{life} - 1,2 \times pEarn_{life} \times (Earn_{lifeul} - 1,2 \times pEarn_{lifeul}))) \\ &+ \max(0; 0,03 \times (Earn_{nonlife} - 1,2 \times pEarn_{nonlife})) \end{aligned}$$

Avec

- $Earn_{life}$ et $Earn_{nonlife}$ représentent respectivement les primes acquises durant les 12 derniers mois pour l'activité d'assurance vie et d'assurance non-vie.
- $pEarn_{life}$ et $pEarn_{nonlife}$ représentent respectivement les primes acquises durant les 12 derniers mois précédents les 12 derniers mois pour l'activité d'assurance vie et d'assurance non-vie.
- $Earn_{lifeul}$ et $pEarn_{lifeul}$ représentent respectivement les primes acquises les 12 derniers mois et les primes acquises les 12 mois précédents les 12 derniers mois lorsque le risque est supporté par les assurés.

Ainsi, dans notre cas où le risque n'est pas supporté par les assurés, il vient :

$$Op_{premiums} = 0,04 \times Earn_{life} + 0,03 \times Earn_{nonlife} + \max(0; 0,04 \times (Earn_{life} - 1,2 \times pEarn_{life})) \\ + \max(0; 0,03 \times (Earn_{nonlife} - 1,2 \times pEarn_{nonlife}))$$

D'autre part :

$$Op_{provisions} = 0,0045 \times \max(0; TP_{life} - TP_{lifeul}) + 0,03 \times \max(0; TP_{nonlife})$$

- TP_{life} et $TP_{nonlife}$ représentent respectivement le montant des provisions techniques pour l'activité d'assurance vie et d'assurance non-vie.
- TP_{lifeul} représente le montant des provisions techniques lorsque le risque est supporté par les assurés.

On simplifie de la même façon et on obtient :

$$Op_{provisions} = 0,0045 \times \max(0; PRC^{DC} + PSAP^{DC}) + 0,03 \times \max(0; PRC^{AT} + PSAP^{AT})$$

Chapitre 3

Indicateurs de rentabilité dans le cadre de solvabilité 2

La mise en place de la directive Solvabilité 2 demande la modélisation d'un capital conséquent pour les assureurs. Il devient alors important de se doter de moyens permettant d'évaluer la rentabilité d'un contrat par rapport au capital investi.

Il existe une dualité entre la profitabilité des contrats et le risque encouru pour l'obtenir : dans la plupart des cas, augmenter la profitabilité demandera d'immobiliser du capital supplémentaire pour couvrir le surplus de risque pris. Il est donc important de trouver une combinaison optimale entre ces 2 critères.

Cette combinaison optimale dépendra de l'indicateur retenu, aussi le choix d'un indicateur de rentabilité est loin d'être anodin, et doit donner une vision la plus juste possible de la dualité entre profitabilité et risque.

La difficulté supplémentaire dans le cadre de notre étude et qu'étant donné l'engagement tarifaire, le risque couvert est un risque long : les indicateurs devront mesurer la rentabilité sur une longue période et non pas seulement sur une seule année.

3.1 Indicateurs techniques

Avant de nous intéresser à la dualité entre profitabilité et risque, nous allons d'abord présenter des indicateurs techniques permettant d'indiquer l'équilibre technique d'un contrat. Ces indicateurs sont une première étape dans l'étude de la rentabilité d'un contrat.

3.1.1 S/P

L'indicateur le plus utilisé en assurance est sûrement le S/P. Il permet d'indiquer la proportion de prime utilisée au remboursement des sinistres.

$$S/P = \frac{\text{Sinistres} + \Delta \text{Prov}}{\text{Cotisations}}$$

Sont entendus par « *Sinistres* », « $\Delta Prov$ » et « *Cotisations* » respectivement la charge sinistre de l'année, la dotation en provisions pour sinistres de l'année et les cotisations nettes de commissions de l'année. A noter de l'on peut étudier ce ratio par année comptable ou par années de survenance.

3.1.2 Ratio combiné

Le ratio combiné est un S/P auquel on rajoute les frais. Le ratio doit être inférieur à 100% pour que le contrat puisse dégager un résultat technique positif.

$$RC = \frac{Sinistres + \Delta Prov + Frais}{Cotisations}$$

Dans le cadre de nos contrats d'assurance emprunteur, qui ont la particularité de porter un risque long, il sera intéressant de calculer un ratio combiné global sur la durée de vie totale du contrat :

$$RC = \frac{\sum_{p=0}^d (Sinistres_p + \Delta Prov_p + Frais_p) \times v^p}{\sum_{p=0}^d Cotisations_p \times v^p}$$

Avec v le facteur d'actualisation et d la durée de la projection du portefeuille.

3.2 Indicateurs de profitabilité

3.2.1 PVFP

La *Present Value of Future Profits* est la valeur actuelle des profits (ou pertes) probables futures nettes d'impôts.

La PVFP permet d'avoir une vision de la profitabilité à long terme, ce qui permet d'appréhender correctement les risques longs, ce qu'une simple vision comptable de la profitabilité ne permet pas.

Elle se calcule de la manière suivante :

$$PVFP = \sum_{p=0}^d Res_net_p \times v^p$$

Avec *Res_net* le résultat net d'impôts. Cet indicateur doit nécessairement être positif car dans le cas contraire, ceci signifie que le contrat sera globalement déficitaire.

3.2.2 CoC

Le *Cost of Capital* représente le coût d'immobilisation du capital. En effet le capital réglementaire exigé doit être détenu en Fond Propres qui ne peuvent rapporter que le taux sans risque alors qu'il rapporterait un montant supérieur s'il était placé.

Ainsi, le coût du capital est calculé comme le montant de capital requis auquel on multiplie la différence entre

le taux sans risque (ce que le capital rapporte) et le taux de rendement que l'on aurait attendu si le capital n'était pas immobilisé (pour simplifier nous prendrons le taux de rendements des produits financier utilisé pour le calcul des produits financier sur provisions), net d'impôts.

$$CoC = \sum_{p=0}^d SCR_p \times (Tx_sans_risque - rendement_fi) \times (1 - Tx_IS) \times v^p$$

Il est à noter que dans le cadre de Solvabilité 2, le coût du capital est de 6% des SCR.

3.2.3 VIF

La *Value of In Force* est la somme de la PVFP et du CoC (pour rappel le CoC est négatif d'après la formule de calcul explicite en amont). Elle représente la valeur actuelle des profits diminuée du coût du capital requis.

$$VIF = PVFP + CoC$$

La VIF doit être positive pour qu'il soit intéressant d'immobiliser du capital pour l'activité sous-jacente.

3.3 Indicateurs de rentabilité

3.3.1 RORAC

Le RORAC est un indicateur permettant de synthétiser les visions de profitabilité et de risque. Il est calculé de la façon suivante :

$$RORAC = \frac{Res_net}{Capital_immobilisé} = \frac{Res_net}{SCR}$$

La vision ci-dessus est cependant trop restrictive car limitée à une année, alors que le risque des contrats d'assurance emprunteur est long. Afin de palier à ceci, il est possible de calculer le RORAC de la manière suivante :

$$RORAC = \frac{\sum_{p=0}^d Res_net_p \times v^p}{\sum_{p=0}^d SCR_p \times v^p} = \frac{PVFP}{\sum_{p=0}^d SCR_p \times v^p}$$

Est obtenu alors une mesure de la profitabilité totale du contrat rapporté à son besoin en capital.

3.3.2 VIF/SCR

Afin de prendre en compte le coût du capital, il est intéressant de calculer le ratio VIF/SCR dans le temps. Nous calculons ainsi :

$$\frac{VIF}{\sum_{p=0}^d SCR_p \times v^p}$$

Cet indicateur sera l'indicateur que nous utiliserons en priorité, car il permet de confronter la profitabilité réelle du portefeuille au montant de capital immobilisé.

Chapitre 4

Construction du modèle déterministe

4.1 Description du modèle

L'objet de ce chapitre est de présenter les hypothèses de construction du modèle.

Le choix s'est porté sur un modèle de projection déterministe à pas annuel. En effet, bien qu'il existe un modèle stochastique à pas mensuel déjà développé, l'objectif est de créer un outil qui puisse fournir des résultats de manière plus rapide, ceci afin de pouvoir rapidement analyser la rentabilité de portefeuilles. Le développement de ce modèle demandera de faire un compromis entre justesse et rapidité. En effet, une modélisation exacte, en plus d'être très complexe, n'amènera qu'un gain de temps faible. L'avantage du modèle déterministe et qu'il est possible de procéder à certaines simplifications tout en gardant un modèle fournissant des résultats satisfaisants.

L'outil a l'avantage d'être souple : il s'adapte facilement à différents produits et portefeuilles. Il suffit de l'alimenter à l'aide d'une base assuré (contenant les caractéristiques des assurés), une base prêt (contenant les caractéristiques des prêts) et un fichier de tarification (contenant les hypothèses de tarification). Le modèle projette ensuite à partir de ces bases tout les flux décrits dans cette partie tête par tête.

Pour modélisation du portefeuille d'assurance de prêt, il faut au préalable disposer d'un certain nombre d'informations sur le portefeuille assuré :

- Les informations liées au crédit afin de connaître le montant assuré : capital souscrit, part du capital assuré, type de prêt, durée du prêt, taux d'intérêt
- Les caractéristiques de l'individu assuré qui servent à établir la prime pure : sexe, âge, catégories socio-professionnelles, fumeur/non fumeur, antécédents médicaux, IMC ...
- Les informations du contrat : périodicité de la prime, âge limite de couverture, taux de majoration, tables utilisées pour la tarification, tables utilisées pour le provisionnement
- Les paramètres assureur sur le contrat pour le calcul du compte de résultat/bilan : taux de frais, commissionnement, réassurance, participation aux bénéfices
- Les paramètres fondés sur le comportement du portefeuille au global : taux de mortalité, taux de passage/maintien en incapacité/invalidité, taux de rachat, répartition des paramètres individuels (âge, sexe ...), impact de la sélection médicale, politique de réassurance. Ce sont notamment ces paramètres que l'on fera varier pour l'étude de la sensibilité de la solvabilité et du rendement.

Nous verrons par la suite comment ces différents paramètres entrent dans la construction de notre modèle.

Le modèle permet de projeter résultat comptable, solvabilité et les indicateurs de rentabilité. Plusieurs étapes sont nécessaires pour arriver à la productions de ces éléments.

- Dans un premier temps, le modèle projette les probabilités de présence des assurés dans les différents états possibles : valide, décédé, en arrêt de travail et contrat racheté, ceci à partir de tables de sinistralité/chutes
- Dans un deuxième temps le modèle calcule les différents flux du compte de résultat (primes, prestations, résultat net, *Best Estimate* ...) à partir des états probabilisés des assurés calculés précédemment et des hypothèses de tarification
- Ensuite les 2 étapes précédentes sont recalculées pour chaque choc de la formule standard. Les BE sont récupérés pour chacun des chocs, ce qui permet par la suite de calculer le capital requis selon la Formule Standard
- Les SCR sont ensuite projetés selon différentes hypothèses de projection qui seront explicités dans cette partie
- Enfin, une fois capitaux et flux projeté sur la période de projection, les différents indicateurs de rentabilité peuvent être calculés.

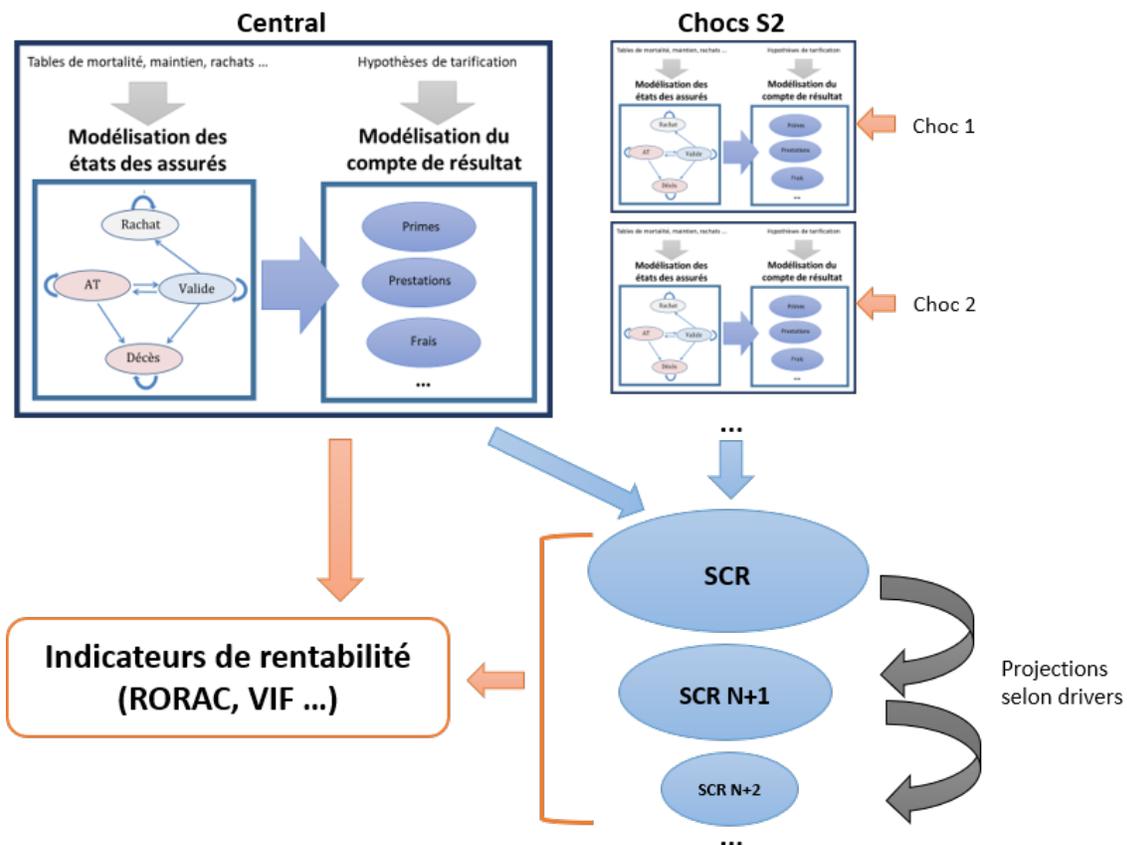


FIGURE 4.1 – Représentation schématique du modèle

Dans cette partie, les calculs sont d'abord présentés le plus souvent dans le cas général puis les calculs appliqués dans le modèle construit sont présentés.

4.2 Modélisation du crédit

Dans cette première partie, nous allons nous intéresser à la modélisation du crédit. Il existe différents types de prêts. Les prêts pris en compte dans le modèle sont :

- Les prêts *in fine*
- Les prêts à amortissement constant
- Le prêt à remboursement périodique constant

Il est à noter qu'il existe d'autres formes de prêts : prêt relais, prêt revolving, etc ... Ces prêts ne sont pas modélisés dans le modèle développé et ne seront donc pas détaillés. Seront traités également les cas de remboursement différé et de valeur résiduelle au sein d'un prêt à remboursement périodique constant.

Afin de déterminer le déroulement du remboursement d'un prêt, un tableau d'amortissement est édité. Ce tableau prend au minimum 4 entrées à savoir :

- Le montant emprunté ou capital initial (CI) (qui peut-être en fait le CRD dans le cadre d'un changement d'assurance suite à l'amendement Bourquin)
- Le taux d'intérêt annuel (i) (fixe dans les types de prêts traités)
- La durée du prêt (en nombre de périodes) (d)
- La périodicité des remboursements (on note *périodicité* = 1 si la périodicité est annuelle, *périodicité* = 2 si elle est semestrielle etc ...)

Chaque ligne k du tableau correspond à l'état du prêt à sa k -ème période (année ou mois le plus souvent), et comprend le plus souvent 4 composantes :

- Le capital restant dû à la période k qui représente le montant de capital restant à rembourser ($CRD(k) = CRD(k - 1) - A(k)$)
- Les intérêts payés en k ($I(k)$)
- Le montant de capital remboursé en k ou amortissement en k : $A(k)$
- Le remboursement périodique (mensualité ou annuité) qui correspond à la somme des intérêts et du montant de capital remboursé ($M(k) = A(k) + I(k)$)

Période k	CRD[k-1]	Intérêts I[k]	Amortissement A[k]	Remboursement M[k]
1	100 000,00 €	5 000,00 €	3 024,26 €	8 024,26 €
2	96 975,74 €	4 848,79 €	3 175,47 €	8 024,26 €
3	93 800,27 €	4 690,01 €	3 334,25 €	8 024,26 €
4	90 466,02 €	4 523,30 €	3 500,96 €	8 024,26 €
5	86 965,07 €	4 348,25 €	3 676,01 €	8 024,26 €
6	83 289,06 €	4 164,45 €	3 859,81 €	8 024,26 €
7	79 429,26 €	3 971,46 €	4 052,80 €	8 024,26 €
8	75 376,46 €	3 768,82 €	4 255,44 €	8 024,26 €
9	71 121,02 €	3 556,05 €	4 468,21 €	8 024,26 €
10	66 652,82 €	3 332,64 €	4 691,62 €	8 024,26 €
11	61 961,20 €	3 098,06 €	4 926,20 €	8 024,26 €
12	57 035,00 €	2 851,79 €	5 172,51 €	8 024,26 €
13	51 862,49 €	2 593,12 €	5 431,13 €	8 024,26 €
14	46 431,36 €	2 321,57 €	5 702,69 €	8 024,26 €
15	40 728,67 €	2 036,43 €	5 987,83 €	8 024,26 €
16	34 740,84 €	1 737,04 €	6 287,22 €	8 024,26 €
17	28 453,62 €	1 422,68 €	6 601,58 €	8 024,26 €
18	21 852,05 €	1 092,60 €	6 931,66 €	8 024,26 €
19	14 920,39 €	746,02 €	7 278,24 €	8 024,26 €
20	7 642,15 €	382,11 €	7 642,15 €	8 024,26 €

FIGURE 4.2 – Exemple d'un tableau d'amortissement

4.2.1 Prêt *in fine*

Dans ce type de prêt, le capital n'est remboursé que lors de la dernière échéance, les remboursements périodiques antérieurs étant alors seulement constitués des intérêts. On a alors pour $k < d$:

$$\begin{cases} I(k) = CI \times \frac{i}{\text{periodicité}} \\ A(k) = 0 \\ M(k) = I(k) \\ CRD(k) = CI \end{cases}$$

et pour $k = d$:

$$\begin{cases} I(d) = CI \times \frac{i}{\text{periodicité}} \\ A(d) = CI \\ M(d) = I(d) + A(d) \end{cases}$$

4.2.2 Prêt à amortissement constant

Comme son nom l'indique, le prêt à amortissement constant consiste à rembourser à chaque échéance un montant constant de capital. C'est alors le montant des remboursements périodiques qui varie (et les intérêts). Il vient alors :

$$\begin{cases} I(k) = CRD(k-1) \times \frac{i}{\text{périodicité}} \\ A(k) = \frac{CI}{d} \\ M(k) = I(k) + A(k) \\ CRD(k) = CI - k \times A(k) = CI \times \left(1 - \frac{k}{d}\right) \end{cases}$$

Nous pouvons alors conclure :

$$\begin{cases} I(k) = CI \times \left(1 - \frac{k-1}{d}\right) \times \frac{i}{\text{périodicité}} \\ M(k) = \frac{CI}{d} + CI \times \left(1 - \frac{k-1}{d}\right) \times \frac{i}{\text{périodicité}} = CI \times \left[\left(1 - \frac{k-1}{d}\right) \times \frac{i}{\text{périodicité}} + \frac{1}{d}\right] \end{cases}$$

4.2.3 Prêt amortissable à remboursement périodique constant

Le type de prêt le plus souvent utilisé est le prêt amortissable à remboursement périodique constant. Il consiste à fixer un remboursement périodique constant durant toute la durée du prêt, et d'en déduire la part de remboursement de capital et d'intérêt en fonction. De ce fait, la part de remboursement due aux intérêts diminue avec le temps tandis que la part de remboursement due au capital remboursé augmente avec le temps.

En reprenant les notations explicitées, sont calculés les différents éléments du prêt de la façon suivante :

Pour $k \geq 1$

$$\begin{cases} I(k) = CRD(k-1) \times \frac{i}{\text{périodicité}} \\ M(k) = I(k) + A(k) \\ CRD(k) = CRD(k-1) - A(k) \end{cases}$$

En utilisant le fait que M est constant, il est possible de montrer (voir annexe 1) que :

$$\begin{cases} M = CI \times \frac{\frac{i}{\text{périodicité}}}{\left(1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{i}{\text{périodicité}}\right)^d}\right)} \\ CRD(k) = CI \times \frac{\left(1 + \frac{i}{\text{périodicité}}\right)^d - \left(1 + \frac{i}{\text{périodicité}}\right)^k}{\left(1 + \frac{i}{\text{périodicité}}\right)^d - 1} \end{cases}$$

4.2.4 Remboursement différé et valeur résiduelle

Dans cette partie nous allons nous intéresser au cas où le prêt amortissable à périodicité constante présente un remboursement différé et/ou une valeur résiduelle.

Remboursement différé

Le remboursement différé consiste à ne commencer à rembourser le capital qu'après un certain nombre de périodicités m déterminé à l'avance. Le déroulement du prêt s'effectue donc en 2 étapes.

Dans un premier temps, l'emprunteur ne paie que les intérêts; dans un second temps l'emprunteur paie les intérêts ainsi que le remboursement du capital.

Il vient donc :

Pendant la première période ($k \leq m$), on a :

$$\begin{cases} A(k) = 0 \\ M_1 = I(k) = CI \times \frac{i}{\text{périodicité}} \end{cases}$$

Pendant la seconde période ($k > m$) :

$$\begin{cases} I(k) = CRD(k-1) \times \frac{i}{\text{périodicité}} \\ M_2 = CI \times \frac{\frac{i}{\text{périodicité}}}{(1 - (1 + \frac{i}{\text{périodicité}})^{-d+m})} \\ M_2 = I(k) + A(k) \end{cases}$$

Ce type de prêt permet de diminuer la mensualité sur la première partie du prêt mais cependant entraîne une augmentation de la mensualité sur la deuxième partie.

Valeur résiduelle

Un prêt comporte une valeur résiduelle X si sur la durée du prêt le montant $CI-X$ est remboursé de manière classique et le montant X est remboursé lors de la dernière échéance.

Il vient pour $k < d$:

$$\begin{cases} I(k) = CRD(k-1) \times \frac{i}{\text{périodicité}} \\ M = X \times \frac{i}{\text{périodicité}} + (CI - X) \times \frac{\frac{i}{\text{périodicité}}}{(1 - (1 + \frac{i}{\text{périodicité}})^{-d})} \\ M = I(k) + A(k) \end{cases}$$

Remboursement différé et valeur résiduelle

Il est possible de combiner les deux types de prêts précédents. Il vient alors avec un différé m et une valeur résiduelle X :

Pendant la première période ($k \leq m < d$) :

$$\begin{cases} A(k) = 0 \\ M_1 = I(k) = CI \times \frac{i}{\text{périodicité}} \end{cases}$$

Pendant la deuxième période ($m < k < d$) :

$$\begin{cases} I(k) = CRD(k-1) \times \frac{i}{\text{périodicité}} \\ M_2 = X \times \frac{i}{\text{périodicité}} + (CI - X) \times \frac{\frac{i}{\text{périodicité}}}{(1 - (1 + \frac{i}{\text{périodicité}})^{-d+m})} \\ M_2 = I(k) + A(k) \end{cases}$$

Cette formule peut être utilisée dans le cas général (la formule est encore juste si on considère qu'un prêt à remboursement périodique constant classique n'est qu'un cas particulier avec $X = 0$ et $m = 0$)

4.3 Les tables utilisées

Afin de modéliser les états des assurés de nos portefeuilles, un certain nombre de tables sont utilisées :

- Une table de mortalité
- Une table d'entrée en arrêt de travail
- Une table de maintien en arrêt de travail d'expérience utilisée pour la modélisation du maintien de la sinistralité en arrêt de travail
- Une table de maintien en arrêt de travail réglementaire utilisée pour le provisionnement en arrêt de travail
- Une table du taux de rachat en fonction de l'ancienneté du contrat

Table de mortalité

La table de mortalité présente en fonction de l'âge atteint x les probabilités de décès q_x entre les âges x et $x + 1$:

Age atteint (x)	Probabilité de décès dans l'année (q_x)
18	q_{18}
19	q_{19}
20	q_{20}

FIGURE 4.3 – Table de mortalité

Il est à noter que les taux de mortalité sont différents selon le sexe de l'assuré.

Table d'entrée en Arrêt de Travail

La table d'entrée en Arrêt de Travail présente en fonction de l'âge atteint x les probabilités d'entrer en arrêt de travail T_x entre les âges x et $x + 1$:

Age atteint (x)	Probabilité d'entrée en AT dans l'année (T_x)
18	T_{18}
19	T_{19}
20	T_{20}
21	T_{21}
22	T_{22}

FIGURE 4.4 – Table d'entrée en Arrêt de Travail

Il est à noter que les taux d'entrée en arrêt de travail sont différents selon le sexe de l'assuré.

Table de maintien en Arrêt de Travail Best Estimate

La table de maintien en Arrêt de Travail Best Estimate présente connaissant l'âge d'entrée en Arrêt de Travail x et l'ancienneté en Arrêt de travail en mois k la probabilité d'être encore maintenu $L_{x,k}$:

Age d'entrée (x)	Mois d'ancienneté en arrêt de travail			
	0	1	2	3
18	$L_{18,0}$	$L_{18,1}$	$L_{18,2}$	$L_{18,3}$
19	$L_{19,0}$	$L_{19,1}$	$L_{19,2}$	$L_{19,3}$
20	$L_{20,0}$	$L_{20,1}$	$L_{20,2}$	$L_{20,3}$
21	$L_{21,0}$	$L_{21,1}$	$L_{21,2}$	$L_{21,3}$
22	$L_{22,0}$	$L_{22,1}$	$L_{22,2}$	$L_{22,3}$

FIGURE 4.5 – Table de maintien en Arrêt de Travail

En particulier, pour tout x : $L_{x,0} = 1$

Table de maintien en Arrêt de Travail réglementaire

La table de maintien en Arrêt de Travail réglementaire est utilisé pour le provisionnement et présente connaissant l'âge d'entrée en Arrêt de Travail x et l'ancienneté en Arrêt de travail en mois k la probabilité d'être encore maintenu $L_{x,k}^{prov}$

Table de rachat

La table de rachat présente en fonction de l'ancienneté du contrat en année a la probabilité que le contrat soit racheté par l'assuré Tx_rachat_a entre les années d'ancienneté du contrat a et $a + 1$:

Ancienneté (a)	Probabilité de rachat dans l'année (Tx_rachat_a)
0	Tx_rachat_0
1	Tx_rachat_1
2	Tx_rachat_2
3	Tx_rachat_3
4	Tx_rachat_4

FIGURE 4.6 – Table de rachat

4.4 Modélisation des états de l'assuré

Afin de modéliser notre portefeuille, il est nécessaire de comprendre les différents états dans lesquels l'assuré peut se retrouver :

- Valide : c'est l'état de l'assuré au moment de sa souscription
- En incapacité
- En invalidité
- Décédé
- Contrat racheté : le contrat a pris fin par l'action de l'assuré
- Contrat résilié : le contrat a pris fin par l'action de l'assureur (par exemple si les cotisations ne sont plus payées ou si l'assuré a atteint l'âge limite de garantie)

Ces états sont liés entre eux par des probabilités de transitions que l'on peut représenter visuellement :

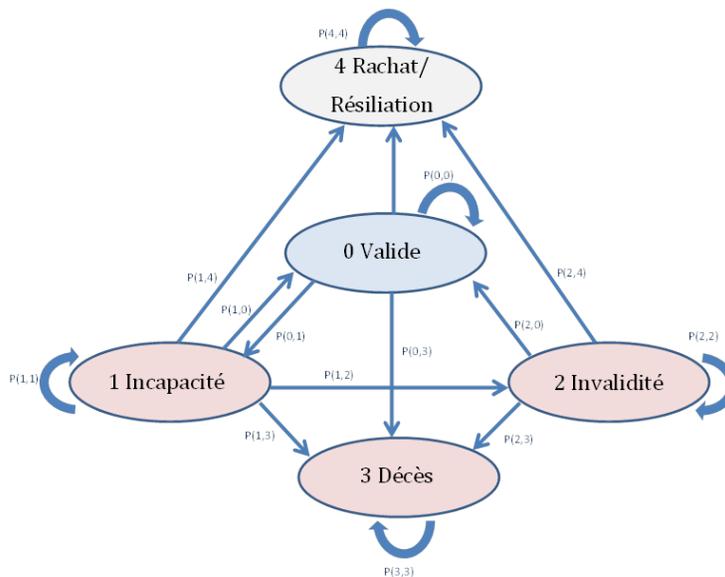


FIGURE 4.7 – Diagramme de transition des états

Notons que les états 3 (décès) et 4 (rachat/résiliation) sont des états absorbants, c'est-à-dire que la probabilité de rester dans ces états une fois qu'ils sont atteints est de 1.

Les probabilités de transition de 1 à 4 et de 2 à 4 sont dans les fait non modélisées car la partie due au rachat est quasi nulle (l'assuré ne va en théorie pas racheter son contrat lorsqu'il bénéficie de l'indemnisation sous forme de rente même si cela peut survenir dans les faits) et la partie due à la résiliation est déterministe (l'âge limite de garantie pour le contrat est connue).

Le passage de l'état 0 à 4 est appelé taux de chute et est modélisé à partir de tables d'expérience en fonction de l'ancienneté pour notre portefeuille.

Les autres probabilités sont à déterminer à partir des tables de mortalité pour valides et invalides, de maintien en incapacité et invalidité et de passage entre incapacité et invalidité, soit à partir de tables réglementaires soit à partir de tables d'expérience. Ces probabilités dépendent de l'âge de l'assuré ainsi que de son temps de présence dans les états d'incapacité et d'invalidité le cas échéant. Il est à noter qu'en théorie ces probabilités dépendent aussi des caractéristiques Fumeurs/Non fumeurs et des Catégories Socio-professionnelles (CSP) des assurés. Cependant, ces caractéristiques sont mutualisées et prises en compte directement dans les tables utilisées.

Dans le cadre de notre modèle

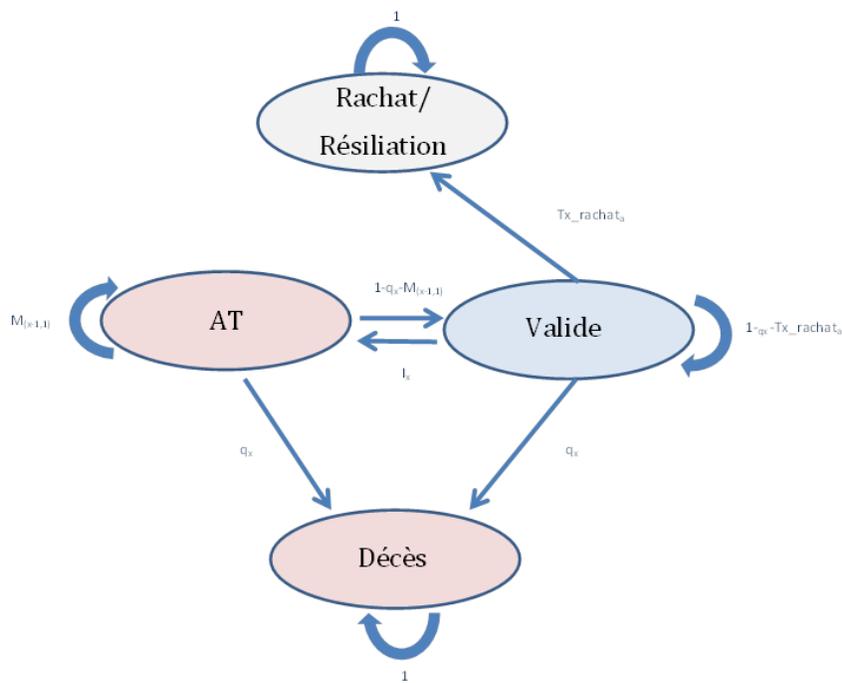


FIGURE 4.8 – Diagramme de transition des états annuels simplifié

Dans le cadre d'un modèle déterministe à pas annuel, il faut évaluer pour tout pas de la projection p la probabilité d'être dans chacun de ces états sachant que l'on commence à l'état valide.

Plusieurs hypothèses pour notre modèle sont émises :

- Les probabilités de chaque état sont les probabilités d'être dans ces états en fin d'année en cours (au 31 décembre). L'interaction entre les états n'a lieu qu'une fois par an en cette date.
- Les états incapacité et invalidité sont réunis en un seul état nommé « Arrêt de Travail » afin de simplifier la modélisation. Ceci est possible car l'indemnisation en incapacité et en invalidité est la même pour les produits étudiés. Par conséquent, des tables d'entrée et de maintien en arrêt de travail sont construites à partir des tables d'entrée et de maintien en incapacité et en invalidité.
- Le taux de décès en arrêt de travail est le même que celui en état valide par hypothèse.
- Le taux de chute en arrêt de travail est nul.
- La date d'anniversaire des assurés est le 1er janvier.

Ces hypothèses sont simplificatrices et peuvent avoir un impact.

- Le fait de n'avoir qu'une interaction annuelle entre les états viendra surestimer la sinistralité dans l'année. En effet, le calcul de la sinistralité dans l'année se basera sur le nombre de valides au 31/12 de l'année précédente alors que dans un cadre de projection mensuel, le fait que le nombre de valides diminue en cours d'année (du fait des chutes intra-annuelles) est pris en compte. Cet effet ayant un impact important, il faudra en tenir compte en appliquant un coefficient d'ajustement sur les entrées en AT et sur les décès.
- Supposer que le taux de décès en arrêt de travail est le même qu'à l'état valide devrait logiquement sous estimer la mortalité. En effet on peut supposer que la mortalité est strictement supérieure pour une personne en arrêt de travail que pour une personne valide. Cependant devant le faible nombre d'assurés en arrêt de travail par rapport au nombre d'assurés valides, cette hypothèse ne devrait pas avoir un grand impact.
- Il est logique de supposer le taux de chute en arrêt de travail nuls (un assuré n'a pas intérêt à résilier son contrat alors qu'il reçoit une prestation). Cependant, l'expérience montre que certains assurés résilient leur contrat en arrêt de travail. L'hypothèse de taux de chute nul en AT étant prudente, il a été décidé de la conserver.
- Le fait de ramener la date d'anniversaire des assurés au premier janvier amènera à légèrement surestimer les taux de décès et d'entrée en AT mais aussi les primes.

Notons $ETAT_p$ la matrice de probabilité de présence dans les états l'année p connaissant l'état en début de projection. La notation « $|0$ » sert à préciser que ces probabilités sont calculées connaissant l'état initial de l'assuré. Puisque l'assuré est initialement à l'état valide, ces notations seront par la suite supprimées

$$ETAT_p = (P(\text{Valide en } p|o) \quad P(\text{Arrêt de travail en } p|o) \quad P(\text{Décédé en } p|o) \quad P(\text{Chuté en } p|o))$$

On a $ETAT_0 = (1 \quad 0 \quad 0 \quad 0)$ si on suppose que l'ensemble des assurés est valide en début de projection.

Notons $PASSAGE_{p+1}$ la matrice de transition d'état de l'année p à l'année $p+1$.

$$PASSAGE_{p+1} = \begin{pmatrix} P(\text{Valide} \Rightarrow \text{Valide}) & P(\text{Valide} \Rightarrow \text{AT}) & P(\text{Valide} \Rightarrow \text{DC}) & P(\text{Valide} \Rightarrow \text{Chute}) \\ P(\text{AT} \Rightarrow \text{Valide}) & P(\text{AT} \Rightarrow \text{AT}) & P(\text{AT} \Rightarrow \text{DC}) & P(\text{AT} \Rightarrow \text{Chute}) \\ P(\text{DC} \Rightarrow \text{Valide}) & P(\text{DC} \Rightarrow \text{AT}) & P(\text{DC} \Rightarrow \text{DC}) & P(\text{DC} \Rightarrow \text{Chute}) \\ P(\text{Chute} \Rightarrow \text{Valide}) & P(\text{Chute} \Rightarrow \text{AT}) & P(\text{Chute} \Rightarrow \text{DC}) & P(\text{Chute} \Rightarrow \text{Chute}) \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 - P(\text{Valide} \Rightarrow \text{AT}) - P(\text{Valide} \Rightarrow \text{DC}) - P(\text{Valide} \Rightarrow \text{Chute}) & P(\text{Valide} \Rightarrow \text{AT}) & P(\text{Valide} \Rightarrow \text{DC}) & P(\text{Valide} \Rightarrow \text{Chute}) \\ 1 - P(\text{AT} \Rightarrow \text{AT}) - P(\text{AT} \Rightarrow \text{DC}) & P(\text{AT} \Rightarrow \text{AT}) & P(\text{AT} \Rightarrow \text{DC}) & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Ces probabilités dépendent de l'âge de l'assuré, de l'ancienneté de son contrat et des probabilités de tomber en arrêt de travail antérieures (car il est nécessaire de connaître l'ancienneté en arrêt de travail pour calculer le maintien en arrêt de travail).

On a $ETAT_{p+1} = ETAT_p \times PASSAGE_{p+1} = ETAT_0 \times \prod_{i=1}^{p+1} PASSAGE_i$.

Nous expliciterons plus clairement la matrice de passage.

Remarque 1

Il est à noter que lorsque le contrat arrive à terme ou que les conditions de limites d'âge ne sont plus respectées, la probabilité d'être en chute ou d'être décédé est de 1 (ceci est bien pris en compte dans le modèle mais pour des raisons de lisibilité ne sera pas pris en compte dans les formules de ce mémoire).

Remarque 2

$P(\text{Décédé en } p)$ est la probabilité d'être à l'état décédé en p connaissant l'état initial à ne pas confondre avec la probabilité de décéder dans l'année (qui est la probabilité d'être à l'état décédé l'année p sachant que l'on était pas à l'état décédé l'année $p-1$).

Détaillons le calcul de chacune des probabilités de transition.

Considérons par la suite un assuré d'âge x en début de projection (ainsi en début d'année de projection p , l'assuré a l'âge $x+p$).

4.4.1 Passage à l'état « décédé »

$$P(\text{Valide} \Rightarrow \text{DC}) = P(\text{AT} \Rightarrow \text{DC}) = q_{x+p} \times (1 + Major_p)$$

Avec

- q_{x+p} la probabilité de décès entre l'âge $x+p$ et $x+p+1$ obtenu à partir de la table de mortalité
- $Major_p$, un coefficient de majoration utilisé dans la tarification et supposé correspondre à une augmentation de la probabilité de mortalité due aux caractéristiques de l'assuré (suite au processus de sélection des risques).

D'où probabilité d'être dans l'état « décédé » en fin d'année p se calcule de la manière suivante :

$$P(\text{Décédé en } p) = q_{x+p} \times (1 + \text{Majo}_p) \times [P(\text{Valide en } p-1) + P(\text{Arrêt de travail en } p-1)] + P(\text{Décédé en } p-1)$$

Remarque

La probabilité de décéder dans l'année doit en réalité être ajustée d'un coefficient permettant de prendre en compte les chutes intra-annuelles. Ainsi il vient :

$$P(\text{Décédé en } p) = q_{x+p} \times (1 + \text{Majo}_p) \times [P(\text{Valide en milieu d'année } p) + P(\text{Arrêt de travail en } p-1)] + P(\text{Décédé en } p-1)$$

Avec

$$P(\text{Valide en milieu d'année } p) = P(\text{Valide en } p-1) \times (1 - 0.5 \times \text{Tx}_r\text{achat}_a)$$

$\text{Tx}_r\text{achat}_a$ étant le taux de chute tiré des tables connaissant l'ancienneté a du contrat.

4.4.2 Passage à l'état « arrêt de travail » (AT)

Nous allons déterminer les 2 probabilités de passage suivantes : $P(\text{Valide} \Rightarrow \text{AT})$ et $P(\text{AT} \Rightarrow \text{AT})$.

$$P(\text{Valide} \Rightarrow \text{AT}) = T_{x+p}$$

Avec T_x la probabilité d'entrer en AT entre l'âge x et x+1 obtenue à partir de la table d'entrée en AT. Il vient

$$P(\text{Entrée AT en } p) = T_{x+p} \times P(\text{Valide en } p-1)$$

Remarque

La probabilité d'entrer en AT dans l'année doit en réalité être ajustée d'un coefficient permettant de prendre en compte les chutes intra-annuelles. Ainsi il vient :

$$P(\text{Entrée AT en } p) = T_{x+p} \times P(\text{Valide en milieu d'année } p)$$

Avec

$$P(\text{Valide en milieu d'année } p) = P(\text{Valide en } p-1) \times (1 - 0.5 \times \text{Tx}_r\text{achat}_a)$$

Pour $P(\text{AT} \Rightarrow \text{AT})$, le calcul est plus complexe et n'est pas indépendant des états précédents. Calculons directement

la probabilité d'état $P(\text{Arrêt de travail en } p)$.

$$\begin{aligned} P(\text{Arrêt de travail en } p) &= P(\text{Entrée AT en } p) + P(\text{Maintien AT en } p) \\ &= T_{x+p} \times P(\text{Valide en milieu d'année } p) + \sum_{i=1}^p P(\text{Entrée AT en } i) \times M_{x+i}^p \end{aligned}$$

Avec M_{x+i}^p la probabilité d'être maintenu l'année p sachant une entrée en AT à l'âge $x+i$ l'année i . Cette probabilité est obtenue à partir d'une table de maintien en AT annuelle calculée à partir de la table de maintien en AT à pas mensuel. La probabilité moyenne de maintien en fin d'année p est déterminée considérant une entrée en milieu d'année. Ainsi M_{x+1}^1 , la probabilité d'être maintenu l'année 1 sachant une entrée cette même année est donc la probabilité d'être maintenu au moins 6 mois. De façon générale :

$$M_{x+i}^p = L_{x+i, 12 \times (p-i) + 6}$$

avec $L_{x,h}$ la probabilité de rester au moins h mois en AT sachant une entrée à l'âge x tirée de la table de maintien en AT mensuelle.

Remarque

Le fait de considérer une entrée en milieu d'année amène un biais dans l'estimation des maintiens en arrêt de travail, biais qui dépend de l'allure de la table de maintien mensuelle. En effet, considérer une entrée en milieu d'année revient à choisir sur une année la médiane du maintien alors qu'il faudrait en théorie considérer la moyenne du maintien sur l'année. Il est à noter donc que plus la loi de maintien mensuel est de forme convexe, plus le biais sera important.

La formule exacte serait la suivante en considérant tout les mois d'entrée possibles j dans l'année :

$$M_{x+i}^p = \sum_{j=1}^{12} \frac{L_{x+i, 12 \times (p-i) + j}}{12}$$

4.4.3 Passage à l'état « chuté »

$$P(\text{Valide} \Rightarrow \text{Chute}) = Tx_rachat_a$$

$$P(\text{Chuté en } p) = Tx_rachat_a \times P(\text{Valide en } p-1) + P(\text{Chuté en } p-1)$$

Avec Tx_rachat_a le taux de rachat pour un contrat d'ancienneté a l'année p , obtenu à partir de la table de taux de chute en fonction de l'ancienneté.

4.4.4 Etat « valide »

La probabilité d'être valide en p peut simplement être déterminée à partir des états précédents de la manière suivante :

$$P(\text{Valide en } p) = 1 - P(\text{Décédé en } p) - P(\text{Arrêt de travail en } p) - P(\text{Chuté en } p)$$

4.5 Modélisation de la prime

Pour déterminer la prime pure que l'assuré devra payer, est appliqué à l'assiette (soit au capital initial soit au capital restant dû) un certain taux. Ce taux est issu de tables de sinistralité déterminées lors de la tarification. Le processus de tarification ne sera pas traité dans ce mémoire. En effet pour modéliser notre portefeuille, nous considérons ces tables comme des données.

Les tables de mortalité et d'incapacité/invalidité calculées lors de la tarification permettent de proposer un tarif en fonction de l'âge et des garanties de l'assuré.

A ces taux peuvent être appliqués différents coefficients d'ajustement prenant en compte les caractéristiques de l'assuré. Ces ajustements peuvent être des minoration (par exemple une réduction de première année) ou des majorations (par exemple une majoration pour un assuré fumeur).

Il faut aussi prendre en compte le fait que la prime ne sera payée par l'assuré que si celui-ci se trouve dans l'état valide et que son contrat est toujours en cours, c'est-à-dire s'il ne remplit aucune des conditions suivantes à la date de calcul :

- Est décédé
- Est en incapacité ou en invalidité (c'est-à-dire en arrêt de travail) si il y a exonération dans la garantie
- Son contrat a été racheté
- Son contrat a été résilié (par exemple si l'assuré a atteint la limite d'âge)

Ainsi la prime pure pour une garantie g qu'un assuré d'âge x devra payer la période k s'écrit :

$$PP_{x,k}^g = \text{assiette}_k \times \text{Quotité} \times \text{Taux}_x^g \times (1 + \text{Majo}_k) \times \mathbb{1}_{\text{presence}}$$

avec :

- $\text{assiette}_k = CRD(k - 1)$ ou CI selon que l'on indexe la prime sur le capital restant dû ou sur le capital initial
- Quotité le pourcentage du capital étant couvert par l'assurance.
- Taux_x^g la lecture de la table de tarification pour la garantie g à un âge x.
- Majo_k le coefficient d'ajustement suivant les caractéristiques propres à l'assuré.
- $\mathbb{1}_{\text{presence}_k} = \mathbb{1}_{\text{assuré_valide}_k} \times (1 - \mathbb{1}_{\text{contrat_racheté}_k})(1 - \mathbb{1}_{\text{contrat_résilié}_k})$ l'indicatrice de présence à l'état valide dans le portefeuille.

Dans le cadre de notre modèle

Dans le cadre de notre modèle déterministe à pas annuel, les indicatrices sont remplacées par des probabilités d'être valide l'année p . En supposant que les changements d'état ont lieu en moyenne en milieu d'année (ceci est plutôt vrai pour les chutes et les décès mais plus discutable pour l'arrêt de travail), le calcul de la prime pure pour la garantie g l'année p pour un assuré d'âge x est le suivant :

$$PP_{x,p}^g = \text{assiette}_p \times \text{Quotité} \times \text{Taux}_x^g \times (1 + \text{Majo}_p) \times \frac{[P(\text{Valide en } p) + P(\text{Valide en } p-1)]}{2}$$

avec :

- $\text{assiette}_p = CRD(12 \times (p + \frac{1}{2}))$ ou CI . Le $\frac{1}{2}$ représente le fait que l'assiette retenue est l'assiette de milieu d'année.
- $\frac{P(\text{Valide en } p) + P(\text{Valide en } p-1)}{2}$ la probabilité d'être valide en milieu d'année p en considérant les sorties et les retours de l'état de validité uniformes dans l'année.

Cette prime pure est ensuite chargée pour obtenir la prime commerciale selon la formule suivante :

$$PC_{x,k}^g = \frac{PP_{x,k}^g}{1 - Tx_Frais} \times (1 + Tx_Taxes) \times (1 + \text{Chargement_Securite}) \times (1 + \text{Chargement_Marge})$$

A noter que les frais se décomposent en 3 parties :

- Frais d'acquisition considérés proportionnels aux primes émises
- Frais d'administration considérés proportionnels aux primes acquises
- Frais de gestion de sinistres considérés proportionnel aux montant des sinistres

Le chargement de sécurité correspond à une marge de prudence définie par l'assureur afin d'amortir la volatilité des sinistres. Le chargement de marge correspond au chargement appliqué à la prime permettant à l'assureur de réaliser une marge technique.

4.6 Le commissionnement

Notons que les commissions peuvent être escomptés, précomptées, surcommissionnées ou rétrocedées.

- Le précompte est une majoration de la commission l'année d'apport du contrat suivie d'une baisse les années suivantes. Elle sert à rémunérer le courtier pour son apport d'affaires nouvelles et est souvent accompagnée d'une condition de durée de contrat pour le courtier.
- L'escompte consiste à verser l'intégralité de la commission au courtier l'année d'apport du contrat.
- La surcommission consiste au versement d'une commission bonus au delà d'un certain montant de chiffre d'affaire établi. Il est à noter qu'avec l'arrivée de la réglementation DDA (directive sur la distribution d'assurance), ce phénomène est amené à disparaître.
- La rétrocession consiste à la participation du gestionnaire de fond aux frais du distributeur.

4.6.1 Commission d'apport

La commission d'apport sert à rémunérer le distributeur pour l'apport de nouveaux assurés et le maintien de ceux déjà présents. Elle est exprimée en pourcentage des cotisations. Le taux appliqué dépend dans le cas général de l'âge du contrat (notamment en cas d'escompte ou de précompte).

Ainsi pour une garantie g , un individu x de contrat d'ancienneté i , une période p , il vient :

$$com_app_{x,p}^g = \%com_app_i^g \times PC_{x,p}^g$$

4.6.2 Commission de gestion

La commission de gestion sert à rémunérer le gestionnaire pour son activité de gestion.

La commission de gestion est calculée de la manière suivante :

$$com_ges_{x,p}^g = \%com_ges_i^g \times PC_{x,p}^g$$

4.6.3 Prime nette de commission

Il est possible alors de calculer la prime nette de commission pour une garantie g , un assuré x , à la période p :

$$P_net_com_{x,p}^g = PC_{x,p}^g - com_{x,p}^g$$

avec $com_{x,p}^g = com_app_{x,p}^g + com_ges_{x,p}^g$

4.7 Modélisation de la sinistralité

Dans cette partie nous allons étudier comment projeter dans le temps la sinistralité.

L'approche la plus simple est d'étudier un ratio S/P historique global et ensuite de le supposer constant sur la durée de la projection. Cette méthode a l'avantage d'être très simple à mettre en oeuvre, et de relativement palier au manque de données. Cependant elle est très limitante car ne permet pas une projection fidèle et suppose que les montants de sinistres sont entièrement déterminés par les montants des primes. L'hypothèse sous jacente est alors que le produit ne présente pas de risque de sur-sinistralité lors de son vieillissement alors que l'un des principaux objectifs de la projection est justement d'étudier ce phénomène.

L'autre solution est d'étudier la sinistralité historique selon différents paramètres : âge de l'assuré, ancienneté dans le portefeuille ... Ceci a l'avantage de prendre en compte le vieillissement du portefeuille dans le temps et d'en partie décorrélérer la sinistralité projetée des primes projetées. Cependant ces méthodes nécessitent en général une quantité importante de données pour être fiables, quantité d'autant plus importante qu'il y a de paramètres d'influence à prendre en compte dans le modèle.

Pour appliquer ces modèles, il est possible de mettre en place des tables de sinistralité (mortalité ou invalidité/incapacité) dites d'expérience. De nombreux modèles existent afin de construire ces tables. Concernant notre modèle, nous disposons de tables d'expériences de taux de mortalité et d'entrée en AT par âge et d'une table d'expérience de maintien en AT par âge et ancienneté réalisées dans le cadre d'une étude antérieure sur le portefeuille ADP entier.

Il est possible de modéliser les sinistres stochastiquement ou de façon déterministe à partir des tables de sinistralité. En particulier, un modèle stochastique permettra de modéliser la réassurance non-proportionnelle. Un modèle déterministe ne pourra modéliser que les traités de réassurance proportionnelle.

4.7.1 Garantie décès

Dans un cadre stochastique à pas mensuel, la prestation est calculée de la manière suivante pour un assuré d'âge x et à la période k :

$$Prest_{x,k}^{DC} = CRD(k - 1) \times Quotité \times \mathbb{1}_{\text{Décès en } k}$$

La probabilité de décès étant issue d'une table annuelle, il faut calculer un taux de décès mensuel.

Dans le cadre de notre modèle

Dans le cadre du modèle déterministe à pas annuel, l'hypothèse que les décès ont en moyenne lieu en milieu d'année est retenue.

Dans le cadre déterministe, la prestation moyenne pour un assuré d'âge $x+p$ l'année p est calculée de la manière suivante :

$$Prest_{x+p,p}^{DC} = CRD(12 \times (p + 1/2)) \times Quotité \times (P(\text{Décédé en } p) - P(\text{Décédé en } p-1))$$

Notons que $P(\text{Décédé en } p)$ étant la probabilité d'être à l'état décédé en fin d'année p , la probabilité de décéder dans l'année p est bien égale à $P(\text{Décédé en } p) - P(\text{Décédé en } p-1)$

4.7.2 Garantie arrêt de travail

Dans un cadre stochastique à pas mensuel, pour un assuré d'âge x et à la période k la prestation est calculée de la manière suivante :

$$Prest_{x,k}^{AT} = Mensualité \times Quotité \times \mathbb{1}_{\text{Arrêt en } k}$$

Avec *Mensualité* le montant de la mensualité.

Dans le cadre de notre modèle

Dans le cadre d'un modèle déterministe à pas annuel, le calcul des prestations AT est bien plus compliqué et nécessite de prendre en compte différents éléments.

Il est nécessaire de calculer la durée moyenne de prestation dans l'année en fonction de l'année d'entrée et de l'âge d'entrée (on rappelle qu'on suppose que l'entrée se fait en milieu d'année).

L'objectif est de calculer pour chaque année de projection p , le nombre moyen de mois d'indemnisation que recevra l'assuré tombé en AT.

Considérons un calcul de durée moyenne de maintien sur l'année de projection p pour un assuré étant entré en AT l'année i .

Il y a 2 cas distincts à traiter :

- Soit $i = p$: l'assuré est tombé en AT en cours d'année.
- Soit $i < p$: l'assuré était déjà en AT au début de l'année p .

Premier cas : $i=p$

Traisons le premier cas (l'assuré tombe en AT en cours d'année). Dans ce cas, puisqu'on suppose que l'assuré tombe en AT en milieu d'année, son nombre de mois d'indemnisation dans l'année est de maximum 6 mois. En l'absence de franchise, le nombre moyen de mois indemnisés dans l'année sera le suivant :

$$Nbm_indemn = P[\text{Maintien exactement 1 mois}] \times 1 + P[\text{Maintien exactement 2 mois}] \times 2 + \dots + P[\text{Maintien exactement 5 mois}] \times 5 + P[\text{Maintien au moins 6 mois}] \times 6$$

D'après les tables de maintien en invalidité, pour un assuré étant entré en AT à l'âge $x+i$, il vient :

$$P[\text{Maintien exactement } k \text{ mois}] = L_{x+i,k} - L_{x+i,k+1}$$

et

$$P[\text{Maintien au moins } k \text{ mois}] = L_{x+i,k}$$

Le nombre de mois d'indemnisation moyen pour un assuré entrée à l'âge $x+i$ l'année de son entrée est donc en l'absence de franchise :

$$\sum_{k=1}^5 (L_{x+i,k} - L_{x+i,k+1}) \times k + L_{x+i,6} \times 6$$

En prenant en compte une franchise, les premiers mois ne sont pas indemnisés. Ainsi tant que la franchise n'est pas dépassée, le nombre de mois indemnisés est de 0 et une fois dépassée, le nombre de mois indemnisés au total est durée du maintien - franchise. En prenant compte ses éléments, il vient que le nombre de mois moyen indemnisés pour un assuré entré à l'âge $x+i$ l'année de son entrée est :

$$\sum_{k=1}^5 (L_{x+i,k} - L_{x+i,k+1}) \times \max(k - franchise, 0) + L_{x+i,6} \times \max(6 - franchise, 0)$$

Deuxième cas : $i < p$

Traisons le second cas (l'assuré est déjà en AT en début d'année p). Puisque l'assuré est tombé en arrêt de travail en milieu d'année i , en début d'année p il est en arrêt de travail depuis $12 \times (p - i) - 6 + 1$ mois. Le nombre de mois indemnisés moyen dans l'année p est le suivant :

$$Nbm_indemn = P[\text{Maintien exactement } 12x(p-i)-6+1 \text{ mois}] \times 1 + P[\text{Maintien exactement } 12x(p-i)-6+2 \text{ mois}] \times 2 + \dots + P[\text{Maintien exactement } 12x(p-i)-6+11 \text{ mois}] \times 11 + P[\text{Maintien au moins } 12x(p-i)-6+12 \text{ mois}] \times 12$$

Or, $P[\text{Maintien exactement } 12 \times (p-i) - 6 + k \text{ mois}] = L_{x+i, 12 \times (p-i) - 6 + k} - L_{x+i, 12 \times (p-i) - 6 + k + 1}$

Il vient donc que le nombre de mois indemnisés moyen dans l'année p pour un assuré entré en AT l'année i est le suivant :

$$Nbm_indemn_{x+i,p} = \sum_{k=1}^{11} (L_{x+i, 12 \times (p-i) - 6 + k} - L_{x+i, 12 \times (p-i) - 6 + k + 1}) \times k + L_{x+i, 12 \times (p-i) - 6 + 12} \times 12$$

Enfin pour calculer les prestations toute années d'entrée confondues de l'année comptable p , il ne reste plus qu'à pondérer par les probabilité d'entrées sur les années d'entrée possibles :

$$Prest_{x+p,p}^{AT} = Mensualite_p \times Quotité \times \sum_{i=1}^p Nbm_indemn_{x+i,p} \times P(\text{Entrée AT en } i)$$

4.8 Modélisation des provisions

Pour modéliser notre portefeuille emprunteur, il est nécessaire de présenter les principales provisions impactant le résultat de l'entreprise.

4.8.1 Les tables réglementaires

Pour la constitution des provisions, la réglementation impose une vision prudente en imposant des tables réglementaires pour les garanties décès et incapacité/invalidité.

Garantie décès

Pour la garantie décès les tables réglementaires sont les tables TF 00-02 et TH 00-02.

Garantie incapacité/invalidité

Pour les garanties incapacité/invalidité, les tables réglementaires sont les tables fournies par la BCAC.

4.8.2 Provision mathématique

Lorsqu'un sinistre incapacité/invalidité survient, il convient de constituer une provision correspondant aux flux actualisé des rentes futures que l'assureur devra verser à la banque.

Provision invalidité

Lorsqu'un assuré est en invalidité, il faut provisionner le montant des rentes futures à verser pondérées par la probabilité de maintien de l'assuré en invalidité.

Le calcul de cette provision se base sur les tables de Maintien en invalidité fournies par la BCAC. A une date k (pas mensuel), pour un assuré d'âge x et d'ancienneté de a mois en invalidité :

$$PM_{x,a,k}^{IV} = \sum_{i=k+1}^d v^{\frac{i-k}{12}} \times \text{rente}_i^{IV} \times \frac{t_{x,i-k+a}}{t_{x,a}}$$

avec :

- d la période de couverture de l'assuré en mois
- v le facteur d'actualisation annuel
- rente_i^{IV} le montant de la rente invalidité le mois i
- $t_{x,i}$ la lecture de la table de maintien en invalidité de la BCAC avec l'ancienneté i en étant rentré à l'âge x .
Autrement dit, $\frac{t_{x,i-k+a}}{t_{x,a}}$ représente la probabilité d'être toujours en invalidité le mois i en étant en invalidité depuis a mois à la date k et étant rentré à l'âge x .

Provision incapacité

Lorsqu'un assuré rentre en incapacité, il convient de constituer 2 provisions. Une provision pour l'état d'incapacité en cours et une provision pour invalidité en attente qui prend en compte le fait que l'assuré peut passer de l'état d'incapacité à l'état d'invalidité.

A une date k (pas mensuel), pour un assuré d'âge x et d'ancienneté de a mois en incapacité :

$$PM_{x,a,k}^{IC} = \sum_{i=k+1}^{\min(d,36)} v^{\frac{i-k}{12}} \times [\text{rente}_i^{IC} \times \frac{r_{x,i-k+a}}{r_{x,a}} + \text{rente}_i^{IV} \times \frac{s_{x,i-k+a}}{r_{x,a}} \times \sum_{p=1}^d \text{rente}_p^{IV} \times \frac{t_{x+(i-k+a)/12,p}}{t_{x+(i-k+a)/12,0}}]$$

avec :

- d la période de couverture de l'assuré en mois
- v le facteur d'actualisation annuel
- rente_i^{IV} le montant de la rente invalidité le mois i
- rente_i^{IC} le montant de la rente incapacité le mois i
- $r_{x,i}$ la lecture de la table de maintien en incapacité de la BCAC avec l'ancienneté i en étant rentré à l'âge x
- $s_{x,i}$ la lecture de la table de passage d'incapacité en invalidité de la BCAC avec l'ancienneté en incapacité i en étant rentré en incapacité à l'âge x

Dans le cadre de notre modèle

Dans notre modèle, il n'est considéré qu'une provision arrêt de travail. Pour constituer celle-ci dans le modèle déterministe à pas annuel, il convient de déterminer la probabilité d'être en arrêt de travail l'année du calcul à partir des tables de sinistralité. Puis il faut calculer les prestations futures probabilisés par le maintien en AT à partir des tables de provisionnement.

Encore une fois il faut tenir compte des années possibles d'entrée.

$$PM_{x+p,p}^{AT} = \sum_{i=1}^p L_{x+i,12 \times (p-i) + 6} \times P(\text{Entrée AT en } i) \times \sum_{k=1}^d v^k \times \text{Mensualite}_k \times \frac{L_{x+i,12 \times (p-i) + 6 + k}^{prov}}{L_{x+i,12 \times (p-i) + 6}^{prov}}$$

Avec :

- $\frac{L_{x+i,12 \times (p-i)+6+k}^{prov}}{L_{x+i,12 \times (p-i)+6}^{prov}}$ la probabilité qu'un assuré étant entré en AT à l'âge $x+i$ l'année i (donc depuis $12 \times (p - i) + 6$ mois) soit maintenu k mois de plus. Cette probabilité est tirée de la table de provisionnement de maintien en AT.
- d la durée restante du contrat en fin d'année p

4.8.3 Provision pour sinistres à payer

C'est la « valeur estimative des dépenses en principal et en frais, tant internes qu'externes, nécessaires au règlement de tous les sinistres survenus et non payés, y compris les capitaux constitutifs des rentes non encore mises à la charge de l'entreprise ».

Autrement dit, c'est la charge restante à payer pour les sinistres survenus et connus par l'assureur mais non encore entièrement réglés.

Dans le cadre de la garantie décès, cette provision est considérée nulle dans notre projection puisque l'on émet l'hypothèse que les sinistres sont réglés au moment de leur survenance.

$$PSAP_{x,p}^{DC} = 0$$

Dans le cadre de la garantie incapacité/invalidité, elle correspond à la provision mathématique à laquelle on ajoute les frais de gestion de sinistre correspondant :

$$PSAP_{x,p}^{AT} = PM_{x,p}^{AT} \times (1 + tx_FGS)$$

4.8.4 Provision pour risque croissant

Cette provision est constituée lorsque le risque sous jacent a un portefeuille vieillissant croit plus vite que les primes reçues. Cette provision est notamment très importante par exemple en mortalité lorsque le tarif est constant au cours du temps (alors que le risque de mortalité croit avec l'âge), ou lorsqu'il existe une matrice de déformation des primes. Elle est égale à la différence des valeurs actuelles des engagements entre assureur et assurés.

Elle est calculée tête par tête et n'est comptabilisée que si elle est positive (selon le principe de prudence on ne compense pas la provision par les têtes où la valeur actuelle des engagements assureur est inférieur à la valeur actuelle des engagements assuré).

Nous allons directement nous intéresser au calcul de la PRC dans le cadre de notre modèle déterministe à pas annuel.

Dans le cadre de notre modèle

La PRC à constituer pour la garantie décès à l'année p pour un assuré d'âge x s'écrit :

$$PRC_{x+p,p}^{DC} = \max(VAP_{assureur} - VAP_{assuré}, 0)$$

$$= \max(0, \sum_{i=p+1}^d v^{i-p} \times CRD(12 \times (i + 1/2)) \times Quotité \times q_x^{prov} \times P(\text{Valide en } i) \times (1 + Majo_i) - \sum_{i=p+1}^d v^{i-p} \times PP_{x+i,i}^{DC})$$

avec :

- q_x^{prov} le taux de mortalité annuel pour un assuré d'âge x issu des tables réglementaires pour provisionnement
- d la durée restante du prêt en années
- v le facteur d'actualisation annuel
- $PP_{x+i,i}^{DC} = assiette_i \times Quotité \times Taux_{x+i} \times (1 + Majo_i) \times \frac{[P(\text{Valide en } p) + P(\text{Valide en } p-1)]}{2}$ la prime pure moyenne payée l'année i dans le modèle déterministe comme vu précédemment

Remarque

Si les tables de sinistralités utilisées pour la projection Best Estimate et les tables utilisées pour le provisionnement sont les mêmes alors :

$$PRC_{x+p,p}^{DC} = \max(0, \sum_{i=p+1}^d v^{i-p} \times Prest_{x+i,i}^{DC} - \sum_{i=p+1}^d v^{i-p} \times PP_{x+i,i}^{DC})$$

Pour l'arrêt de travail, la PRC est nulle si l'assuré est en AT. En effet pour l'assuré en AT, le calcul de la PRC revient à calculer la provision mathématique des rentes. Afin de ne pas compter 2 fois une même provision, un assuré en AT doit donc avoir une PRC nulle. Si l'assuré n'est pas en AT, la PRC est calculé de la même manière que pour le décès : elle est égale à la différence des engagement assureur assuré.

La PRC à constituer pour la garantie AT l'année p pour un assuré d'âge x s'écrit :

$$\begin{aligned} PRC_{x+p,p}^{AT} &= \max(VAP_{assureur} - VAP_{assuré}, 0) \times P(\text{Valide en } p) \\ &= \max(0, \sum_{i=p+1}^d v^{i-p} \times Mensualite_i \times Quotité \times \sum_{k=1}^i Nbm_indemn_{x+k,i}^{prov} \times P(\text{Entrée AT en } k^{prov}) - \sum_{i=p+1}^d v^{i-p} \times PP_{x+i,i}^{AT}) \times P(\text{Valide en } p) \end{aligned}$$

avec

- $Nbm_indemn_{x+k,i}^{prov}$ la durée moyenne indemnisée l'année i , calculée exactement de la même manière que pour la prestation AT mais en utilisant la table de provisionnement.
- $P(\text{Entrée AT en } k^{prov})$ la probabilité d'être entré en AT en k en utilisant la table de provisionnement.

Remarque

Si les tables de sinistralités utilisées pour la projection de la sinistralité et les tables utilisées pour le provisionnement sont les mêmes alors :

$$PRC_{x+p,p}^{AT} = \max(0, \sum_{i=p+1}^d v^{i-p} \times Prest_{x+i,i}^{AT} - \sum_{i=p+1}^d v^{i-p} \times PP_{x+i,i}^{AT}) \times P(\text{Valide en } p)$$

4.8.5 Provision pour sinistres non connus

Aussi appelée IBNR (Incurred but not reported), cette provision comptabilise les sinistres rattachés à l'année de survenance de son calcul mais non encore connus par l'assureur (car non encore survenus ou non encore rapportés à l'assureur).

Lors de notre modélisation, il sera attribué un pourcentage (en fonction du mois de survenance) des sinistres survenus en IBNR. Ce pourcentage est déterminé en fonction du taux historique d'IBNR constatés selon le mois de survenance.

4.9 Réassurance

L'objet de cette section est de rappeler brièvement les principaux traités de réassurance.

4.9.1 Réassurance proportionnelle

La réassurance est dite proportionnelle si le ratio sinistralité cédée sur sinistralité totale est égal au ratio prime cédée sur prime totale. Le résultat de l'assureur et du réassureur sont alors sauf exception symétriques.

Quote-part

Le quote-part est la forme la plus simple de réassurance. Un QP X% consiste en la cession de X% des primes et de X% de la sinistralité au réassureur (y compris provisions). Le réassureur participe au frais de l'assureur en lui reversant une partie de la prime cédée : c'est la commission de réassurance.

Le principal avantage de ce traité pour la cédante est de réduire son SCR souscription et donc les capitaux à immobiliser lorsque son chiffre d'affaire est important. Cependant, ce type de traité ne protège pas des risques importants mais peu fréquents de type catastrophe.

Excédent de plein

Un excédent de plein est un traité de réassurance proportionnel aux capitaux sous risque. A la différence du quote-part qui implique que le pourcentage de primes et de sinistres cédés est le même pour tout les assurés, l'excédent de plein permet d'appliquer un pourcentage en fonction du capital sous risque de chaque assuré. Le réassureur intervient alors sur le pourcentage de capital dépassant un certain montant appelé plein de rétention et dans la limite d'un plafond (le plus souvent exprimé en nombre de pleins de rétention).

La formule pour calculer la part cédée est alors la suivante :

$$\frac{\min(\max(\text{capital} - \text{plein}, 0), \text{plafond})}{\text{capital}}$$

Exemple : Soit un excédent de plein avec un plein de rétention de 30 000€ et un plafond 3 pleins de rétention.

Considérons un capital sous risque de 80000€. Alors le pourcentage de prime cédée et de sinistres cédés sera de

$$\frac{\min(\max(\text{capital} - \text{plein}, 0), \text{plafond})}{\text{capital}} = \frac{\min(\max(80000 - 30000, 0), 90000)}{80000} = 62.5\%$$

4.9.2 Réassurance non proportionnelle

La réassurance est dite non proportionnelle lorsque le ratio sinistres cédés sur sinistres totaux n'est pas égal au ratio primes cédées sur primes totales. Ce type de réassurance est bien plus efficace que le précédent pour couvrir les risques de faible occurrence mais ayant des coûts importants. Ces traités permettent donc de limiter les risques de pointe.

Excédent de sinistre

Noté « Portée XS Priorité », l'excédent de sinistre couvre le sinistre pour le montant supérieur à la priorité et pour un maximum égal à la portée. Il existe deux types d'excédents de sinistres : l'XS tête qui se base sur le montant de sinistre par tête et l'XS cat qui se base sur le montant total de sinistre dû à un événement spécifique.

XS tête

L'excédent de sinistre par tête permet de se réassurer sur les montants dépassant la priorité et dans la limite d'une portée pour chaque assuré. Ainsi pour un assuré i avec une sinistralité S^i , le montant réassuré est le suivant :

$$S_{reass}^i = \min(\max(S^i - \text{Priorité}, 0), \text{Portée})$$

A noter qu'il peut aussi exister des franchises sur le montant total de sinistres à l'année (AAD = Annual Aggregate Deductible) et des plafonds sur le montant total de sinistres à l'année (AAL = Annual Aggregate Limit). On écrit alors :

$$S_{reass} = \min(\max(\sum_i S_{reass}^i - AAD, 0), AAL)$$

Remarque : Il existe une autre garantie qui est la reconstitution. Une reconstitution permet de rétablir la portée une fois que celle-ci a été atteinte. La plupart des contrats admettent une reconstitution gratuite (correspondant en fait à la garantie de base) mais souvent les reconstitutions supplémentaires ont un prix pour la cédante.

XS cat

L'excédent de sinistre par événement permet de se protéger contre une accumulation de sinistres survenus dans le cadre d'un événement. L'événement est souvent délimité à la fois dans le temps et dans une zone géographique.

Le principe est le même ensuite qu'un XS tête puisqu'il s'agit de se réassurer sur les montants dépassant la priorité et

dans la limite d'une portée pour chaque évènement. Ainsi pour un évènement i ayant une sinistralité S^i , le montant réassuré est le suivant :

$$S_{reass}^i = \min(\max(S^i - \text{Priorité}, 0), \text{Portée})$$

Ce type de traité est surtout utilisé dans le cadre de la Prévoyance collective.

Stop-loss

Noté « Portée (en %) SL Priorité (en %) », le SL prend en charge la part de sinistralité au dessus du ratio S/P correspondant à la priorité et pour un pourcentage S/P limité à la portée.

Exemple : 20% SL 120%. Considérons que le ratio S/P obtenu à l'année est de 135%. Alors il vient :

$$S_{reass} = \min(\max(135\% - 120\%, 0), 20\%) \times P = 15\% \times P$$

4.9.3 Résultat de réassurance

Le résultat de la réassurance pour l'assureur s'écrit :

$$Res_{reass} = Sinistres_{cédés} - Cotisations_{cédées} + Commission_{réass}$$

4.10 Calcul du résultat

4.10.1 Modélisation des frais

On scinde les frais en 3 types :

- Frais d'acquisition
- Frais d'administration
- Frais de gestion de sinistres

Frais d'acquisition

Les frais d'acquisition sont les frais relevant de la première année du contrat tels que les frais de mise en place du contrat, les frais d'étude techniques etc ...

Ils sont calculés en général en appliquant un taux de frais sur les primes émises.

Pour une garantie g , un assuré x l'année p on a :

$$Frais_{acq}_{x,p}^g = PE_{x,p}^g \times Tx_{frais_{acq}}^g$$

Frais d'administration

Ce sont tous les frais relatifs à la gestion du contrat. Il peut s'agir du suivi technique et commercial du contrat

par exemple.

Ils sont calculés en général en appliquant un taux de frais sur les primes acquises.

Pour une garantie g , un assuré x l'année p on a :

$$Frais_adm_{x,p}^g = PC_{x,p}^g \times Tx_frais_adm^g$$

Frais de gestion de sinistres

Ce sont les frais relatifs à la gestion des sinistres.

Ils sont calculés en général en appliquant un taux sur le montant des sinistres payés ou sur le montant des primes (à noter également que les frais de gestion de sinistres sont pris en compte dans les provisions en appliquant le taux sur le montant des provisions).

Pour une garantie g , un assuré x l'année p :

$$Frais_ges_sin_{x,p}^g = Sinistres_{x,p}^g \times Tx_frais_ges_sin^g$$

ou

$$Frais_ges_sin_{x,p}^g = PC_{x,p}^g \times Tx_frais_ges_sin^g$$

4.10.2 Modélisation des produits financiers

Le résultat financier est calculé sur le montant des provisions :

$$\begin{aligned} Res_fi_p &= Prod_fi_p - Frais_fi_p \\ &= \frac{Prov_{p-1} + Prov_p}{2} \times (1 + rendement_fi_p - Tx_technique) \times (1 - Tx_frais_ges_plac_p) \end{aligned}$$

avec :

- $Prov_p = PRC(p) + PM(p)$ le montant des provisions techniques en p
- $rendement_fi_p$ le rendement de l'actif financier en p
- $Tx_technique$ le taux d'intérêt technique annuel utilisé pour l'actualisation des provisions
- $Tx_frais_ges_plac_p$ le taux de frais de gestion des placements en p

4.10.3 Résultat technique

Le résultat technique est calculé de la manière suivante :

$$Res_tech^{vie} = Cotisations^{vie} - Com^{vie} - Sinistres^{vie} - \Delta Prov^{vie} - Frais^{vie} + Res_fi^{vie}$$

$$Res_tech^{nonvie} = Cotisations^{nonvie} - Com^{nonvie} - Sinistres^{nonvie} - \Delta Prov^{nonvie} - Frais^{nonvie} + Res_fi^{nonvie}$$

Le résultat technique net de réassurance s'écrit :

$$Res_tech_net_reass = Res_tech + Res_reass$$

4.10.4 Impôts

Est appliqué au résultat technique net de réassurance un taux d'imposition :

$$IS_p = \max(0, Res_tech_net_reass_p) \times Tx_IS$$

4.10.5 Résultat net

Le résultat net est le suivant :

$$Res_net = Res_tech_net_reass - IS$$

4.II Modélisation du capital réglementaire

Les états des assurés et les différents flux explicités dans cette partie sont recalculés pour chacun des chocs de la formule standard sur les risques de souscription en Vie et en Santé SLT afin de calculer le capital réglementaire en première année de projection. Les SCR sont ensuite projetés selon différents *drivers*.

4.II.1 Méthode de projection des SCR

Afin de calculer les différents indicateurs de rentabilité, il est nécessaire de projeter les SCR dans le temps. En raison des temps de calcul, il est impossible de projeter les SCR pour chaque année de projection de manière exacte. Par exemple le calcul d'un SCR catastrophe vie exact nécessiterait de projeter le portefeuille jusqu'à extinction avec le choc en 2018 pour calculer le SCR 2018, puis de projeter le portefeuille jusqu'à extinction avec le choc en 2019 pour calculer le SCR 2019 et ainsi de suite.

Il est donc nécessaire de réaliser des approximations en liant l'évolution des SCR à celle d'un autre montant. L'objectif étant de trouver une projection qui soit la plus cohérente possible. Des tests de sensibilités sur le choix de ces hypothèses sont réalisées dans le chapitre 6.

Risque de mortalité en Vie

Le risque de mortalité étant obtenu à partir d'un choc permanent sur les taux de mortalité, le SCR peut être obtenu directement en faisant la différence entre le BE choqué et le BE central de l'année considérée. L'erreur commise est la suivante :

Pour un calcul de SCR mortalité l'année 2020 par exemple, le SCR est impacté par le fait que 2 années de projection avec le choc de mortalité ont été appliqué en amont, alors que ces 2 années auraient dû être projetés avec des taux de mortalité non choqués. Cependant en raison des faibles taux de mortalité (donc impact faible sur le nombre d'assurés) et du fait que les flux (prestations, cotisations, ...) s'écoulent en moins de 2 ans, l'impact de l'approximation est faible.

Risque catastrophe en Vie

Etant donné que le risque catastrophe en vie est un choc s'appliquant seulement sur une année, le SCR est projeté de manière à suivre l'évolution de la charge sinistre (prestation + IBNR) du scénario central de l'année p considérée :

$$SCR_{cat_p} = SCR_{cat_0} \times \frac{Presta_p^{DC} + \Delta IBNR_p^{DC}}{Prest_0^{DC} + \Delta IBNR_0^{DC}}$$

Cette approche est possible en raison du fait que les prestations s'écoulent rapidement (les prestations de l'année p sont de survenance p). En revanche cette approche ne permet pas de capter le fait que l'impact d'une augmentation de 0,15% des taux de décès est décroissant en fonction de l'âge de l'assuré (car les taux de mortalité sont croissant avec l'âge alors que le choc est additif sur les taux de mortalité).

Risque de morbidité en Santé SLT

Le risque de morbidité en Santé SLT est difficilement approximable en raison du fait qu'il porte sur les taux d'entrée de manière différent la première année et les années suivantes mais aussi parce qu'il porte sur les taux de sortie de l'état d'arrêt de travail.

L'idéal serait de disposer des prestation par survenance pour pouvoir appliquer le choc. En l'absence de l'information concernant les prestations par survenance, il a été décidé de faire évoluer ce SCR selon les primes AT de l'année.

$$SCR_{dis_p} = SCR_{dis_0} \times \frac{Primes_p^{AT}}{Prime_0^{AT}}$$

En effet dans le cas d'un S/P constant par survenance, cette approche revient à travailler sur les prestations de survenance année p. Cependant, dans le cadre d'un produit utilisant une matrice de déformation des primes, le S/P par survenance n'est pas constant.

Risque de dépense

Les risques de dépenses en Vie et en Santé SLT suivent l'évolution de la somme des frais restants sur l'horizon de projection.

$$SCR_{exp_p} = SCR_{exp_0} \times \frac{\sum_{t=p}^d Frais_t}{\sum_{t=0}^d Frais_t}$$

avec d l'horizon de projection.

Risque de cessation

Les risques de cessations en Vie et en Santé SLT sont projetés de la manière suivante :

- Les risques de cessations à la hausse et à la baisse sont proportionnels aux Best Estimate de l'année considérée, ceci afin de refléter le fait que l'impact des rachats dépend de la rentabilité des portefeuilles sous-jacent.
- Le risque de cessation de masse est proportionnel aux flux de l'année considérée permettant de calculer le Best Estimate (flux entrants de l'année - flux sortants de l'année), ceci afin de représenter le fait que la cessation de masse a un impact qui dépend principalement de la rentabilité de l'année du choc.

Rappelons que $SCR_{lapse}^i = \max(BE_{\text{après choc } i} - BE_{\text{avant choc } i}, 0)$ avec i l'indicateur qui indique si le risque est un risque de cessation à la baisse, à la hausse ou de masse

Pour éviter que le SCR_{lapse}^i soit toujours égal à 0 s'il est égal à 0 en 2018, il faut récupérer le montant avant passage au maximum. Ainsi le SCR projeté l'année p est égal à :

$$SCR_{lapse}_p^i = (BE_{\text{après choc } i0} - BE_{\text{avant choc } i0}) \times \frac{BE_Vie_p}{BE_Vie_0}$$

Il est à noter que pour le risque de cessation de masse le BE de l'année est remplacé par le flux de l'année.

Le problème de cette approche est qu'elle ne permet pas de capter les asymétries entre impact du rachat sur les prestations et impact du rachat sur les cotisations. Or cette asymétrie est bien présente dans le cas d'un portefeuille présentant une matrice de déformation des primes par exemple.

Risque opérationnel

Tout les éléments nécessaires au calcul exact du SCR opérationnel sont projetés.

4.12 Modélisation des indicateurs de rentabilité

Tous les indicateurs mentionnés dans le chapitre 3 sont calculés par le modèle.

4.13 Conclusion du chapitre

Ce chapitre présentait la construction du modèle déterministe à pas annuel, et notamment les hypothèses sur lesquelles il repose. Le modèle permet à partir de portefeuilles d'assurés, d'hypothèses de tarification et d'hypothèses de sinistralité/rachat d'obtenir des indicateurs de rentabilité du portefeuille sur la projection. Le modèle projette dans un premier temps les états des assurés probabilisés, puis les différents flux du compte de résultat. Il recalcule ensuite ces éléments pour chacun des chocs de la formule standard pour renvoyer le SCR. Les SCR sont par la suite projetés dans le temps à l'aide de *drivers*. L'ensemble de ces éléments permet de fournir les résultats de rentabilité.

Les principales hypothèses du modèle portent sur la modélisation des états des assurés (hypothèses d'entrée en AT en milieu d'année, de chutes intra-annuelles, ...) et sur la projection des SCR dans le temps. Les simplifications présentées sont nécessaires pour permettre au modèle de garder sa caractéristique première qui est de rester rapide afin de pouvoir rapidement mesurer la rentabilité.

Ces hypothèses devront cependant être testées afin de mesurer leurs impacts dans le résultat final. Toutes les hypothèses ne pourront pas faire l'objet de sensibilités, mais il s'agit d'en présenter un maximum. Afin de procéder au test du modèle, celui-ci sera appliqué sur un portefeuille d'assurance emprunteur d'Axéria Prévoyance. Le modèle sera testé dans le cadre d'une projection centrale et de sensibilités.

Chapitre 5

Application : Projection d'un portefeuille à l'aide du modèle développé

Nous allons modéliser un portefeuille jusqu'à extinction à l'aide du modèle déterministe à pas annuel explicité dans ce mémoire selon un scénario central et des sensibilités et étudier l'évolution des différents postes évoqués dans le chapitre précédent.

Nous comparerons les éléments clés (prestations/cotisations) avec ces mêmes éléments obtenus avec un modèle stochastique à pas mensuel afin de vérifier la validité de notre modèle (le modèle stochastique faisant office de modèle de référence).

Les résultats obtenus pour le modèle stochastique ont été fait sur 1000 simulations. Pour notre portefeuille de plus de 80000 têtes, les résultats obtenus convergent pour ce nombre de simulations.

Dans le cadre de l'étude, ne seront projetés que les têtes non sinistrées en début de projection. Ainsi, les montants des provisions en début de projection sont nuls.

Dans un premier temps, nous présenterons le produit étudié : les garanties, des éléments de tarification ainsi que des statistiques sur le portefeuille.

Dans un deuxième temps, nous présenterons les résultats de la projection du compte de résultat par l'outil développé, nous comparerons certains éléments clés avec ceux obtenus avec le modèle stochastique.

Dans un troisième temps, nous présenterons les éléments relatifs à la solvabilité.

Dans un quatrième temps, nous présenterons les indicateurs de rentabilité obtenus.

Enfin, dans un cinquième temps, seront présentés des sensibilités du portefeuille à différents risques.

5.1 Présentation du produit

Nous étudions un produit d'assurance de prêt, nommé ADP qui est un produit commercialisé depuis 2015.

Le produit permet aux assurés de se couvrir avec une garantie décès/PTIA, une garantie IPT et une garantie IP (Invalidité Professionnelle). Il est à noter que la garantie IP fonctionne de manière similaire à la garantie IPT mais avec des tables d'hypothèses différentes, ainsi pour faciliter la lecture, nous nous concentrons sur la garantie décès seule et la garantie IPT que nous appellerons la garantie « arrêt de travail »(AT).

5.1.1 Présentation des garanties

Garantie décès

La garantie décès présente une tarification sur CRD, un âge maximum de garantie de 85 ans et une durée maximum de durée de prêt de 481 mois.

Le taux de cotisation sans majoration est fonction de l'âge et de la CSP (Catégorie socio-professionnelle).

Concernant les différentes majorations, il y a une majoration fumeur qui dépend de l'âge et une segmentation de la tarification par tranche de capital fonction de l'âge. A noter aussi qu'un rabais de 10% est offert pour les couples.

Garantie AT

La garantie arrêt de travail présente une tarification sur CRD, un âge maximum de garantie de 70 ans ainsi qu'une durée maximum de durée de prêt de 481 mois. Elle présente des franchises de 30, 60, 90 ou 180 jours. Le taux de cotisation sans majoration est fonction de l'âge et de la CSP (Catégorie socio-professionnelle).

Concernant les différentes majorations, cette garantie présente une segmentation par tranche de capitaux fonction de l'âge, par type de prêt souscrit, une majoration en fonction de la franchise par âge ainsi que des options « confort » et « confort + ».

Il existe également un matrice de déformation des primes avec une réduction la première année, une majoration en première partie de la durée du prêt et une réduction pour la deuxième partie du prêt.

Rappelons qu'augmenter peu les primes en début de prêt et les diminuer beaucoup en fin de prêt permet avec l'effet rachat de diminuer le coût total du prêt sans affecter l'équilibre technique global du portefeuille.

Paramètres du compte de résultat

Concernant les taux de commissions, ils sont fixés à 50% la première année et 8% les années suivantes pour les commissions d'apport, et sont variables en fonction de l'âge et du capital souscrit pour les commissions de gestion. En effet, les coûts de gestion sont les mêmes pour tout les assurés, la prime étant plus élevée pour les gros capitaux il faut alors mécaniquement un taux de commission plus faible. Le produit étant modélisé en run-off, le taux de commission global devrait tendre vers 8% pour l'apport.

Concernant les taux de frais et de produits financiers retenus (supposés constants sur la durée de projection) ils

sont les suivant :

Intitulé	Assiette	Taux
Frais d'administration	Primes	0,70%
Frais d'acquisition	Primes si contrat souscrit dans l'année	0,50%
Frais gestion sinistres	Prestations	0,60%
Frais gestion sinistres (provisions)	PM	1,00%
Frais de gestion des placements	Moyenne de (PM + PRC) année p et	0,30%
Produit des placements	(PM + PRC) année p-1	2,00%

FIGURE 5.1 – Taux des frais et des placements

Ces taux ont été obtenus à partir des taux observés pour l'année 2017 sur la consolidation des comptes d'Axeria Prévoyance. Il est donc considéré une répartition identique des frais pour le produit étudié que pour le compte consolidé.

5.1.2 Statistiques descriptives

Dans cette partie, nous donnerons quelques éléments statistiques sur le portefeuille étudié afin de décrire celui-ci.

Année	2015	2016	2017	total
Nombre de souscriptions	34011	37112	18143	89267
Moyenne capital souscrit	216 369	239 749	256 083	234 162
Age moyen à la souscription	42,13	42,88	44,25	42,87
Age moyen l'année considérée	42,13	43,00	44,05	/
Durée prêt moyen souscrit	186,28	191,85	193,65	190,09

FIGURE 5.2 – Présentation de quelques statistiques sur les assurés par année

Ce tableau nous montre que l'essentiel des contrats ont été souscrits en 2015 et 2016.

L'âge moyen à la souscription a augmenté par génération d'assurés. Il sera donc intéressant de tester la sensibilité du portefeuille à une augmentation d'âge des assurés. La durée moyenne des contrats a aussi légèrement augmenté.

Etant donné que la durée moyenne des contrats est entre 15 et 20 ans, ceci implique qu'une part importante des contrats va s'éteindre d'ici moins de 20 ans.

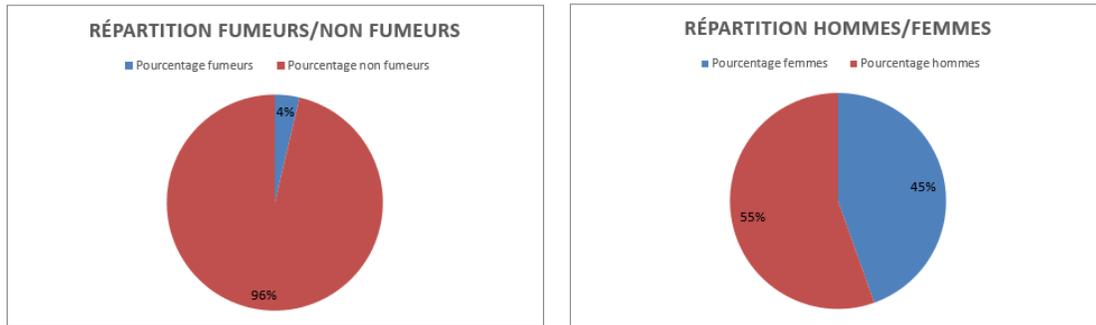


FIGURE 5.3 – Caractéristiques des assurés

Le portefeuille contient plus d'assurés hommes que d'assurés femmes. Ceci peut correspondre à un risque compte tenu du fait que le tarif est unique quelque soit le sexe mais que les hommes présentent une sinistralité moyenne plus importante que les femmes : si il y a une déformation du portefeuille par genre, la rentabilité du portefeuille n'est plus assurée.

Concernant le pourcentage de fumeurs, il n'y a en théorie pas de risque, les fumeurs faisant l'objet d'une surprime dans le cadre de la garantie décès.

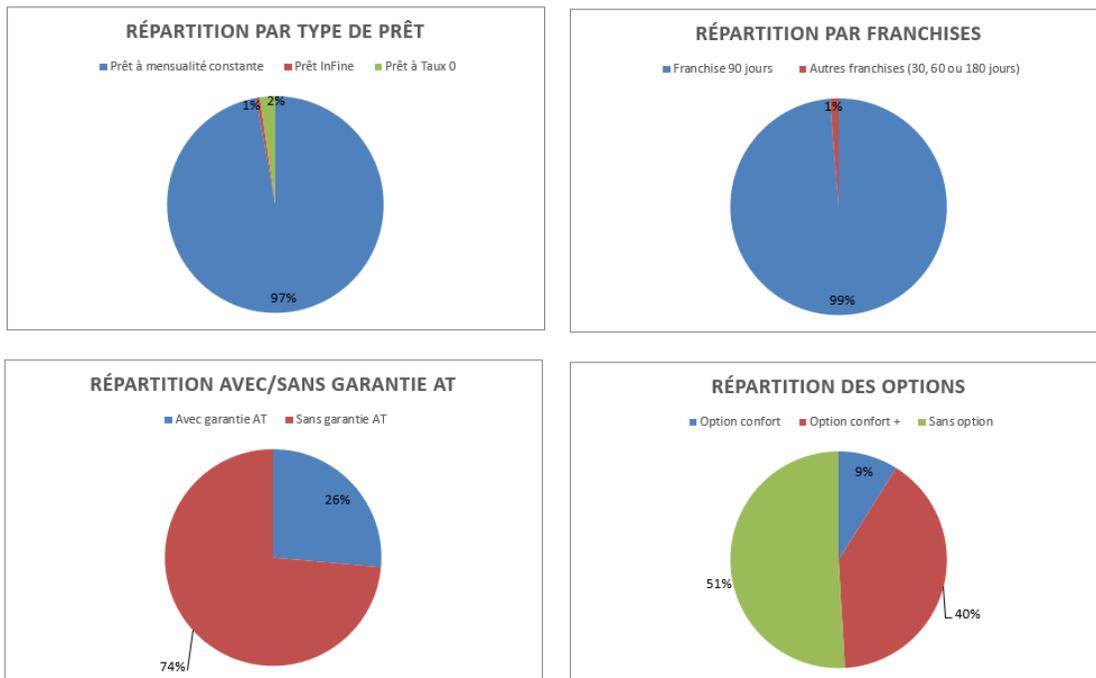


FIGURE 5.4 – Répartition du nombre d'assuré selon les caractéristiques de leurs contrats

Comme on peut le voir, une écrasante majorité d'assurés dispose d'une franchise de 90 jours pour la garantie AT. Ceci

implique que les prestations la première année de projection seront relativement faibles mais devraient nettement progresser dès l'année suivante en raison de l'impact des assurés entrés en première année et maintenu en deuxième année mais dont la franchise ne s'appliquera plus en deuxième année.

5.2 Projection du résultat

Les résultats pour le produit ADP ont été projetés sur une durée de 30 ans avec pour première année de projection 2018 (année N+1). Les résultats présentés correspondent à une clôture des comptes au 31/12 de l'année considérée.

5.2.1 Temps de calcul

Pour le portefeuille de 80000 assurés, les temps de calcul sont d'environ 25 minutes pour obtenir les indicateurs de rentabilité finaux. Il est à noter que les temps de calculs pourraient être grandement raccourcis si une parallélisation des calculs était effectuée. En effet, la projection d'un scénario prend moins de 5 minutes mais est répétée plusieurs fois pour chacun des calculs de la formule standard. Cependant, à la date du développement du modèle, l'outil utilisé ne permettait pas de paralléliser les calculs.

5.2.2 Primes et commissions

Garantie décès

Décès	N+1	N+2	N+3	N+4	N+5
Prime brute	25 812 804	21 988 707	17 957 282	14 101 755	10 749 360
Commission d'apport	3 123 386	2 416 727	1 971 026	1 548 043	1 180 402
Commission de gestion	6 838 255	5 668 380	4 500 930	3 431 993	2 540 414
Prime nette	15 851 163	13 903 600	11 485 326	9 121 719	7 028 544
Ratio Net/Brut	61,4%	63,2%	64,0%	64,7%	65,4%

FIGURE 5.5 – Evolution des cotisations et des commissions pour la garantie décès sur 5 ans

Le taux de commission diminue au cours du temps. Ceci est dû au fait que la commission d'apport est très forte en première année de contrat puis plus faible ensuite ainsi qu'au fait que la commission de gestion décroît en fonction de l'âge atteint par l'assuré.

Il est à noter que l'impact dû à la commission d'apport reste faible (le taux moyen d'apport du portefeuille passe de 12% en 2018 à 8% ensuite) malgré une commission d'apport de 50% en première année de contrat. Ceci du fait que sur un total de plus de 89000 contrats seulement 18000 ont été souscrits en 2017. Ce qui signifie qu'en début d'année 2018 seulement 20% des contrats ont une ancienneté inférieure à un an et sont donc soumis à une commission d'apport de 50%. En supposant que ces contrats ont été souscrit en moyenne en milieu d'année, on retrouve le taux

global de commission de 12% du portefeuille par un calcul approché :

$$18143 * 50\% * 0,5 + (89267 - 18143 * 0,5) * 8\% = 12,3\%$$

Graphiquement on obtient :

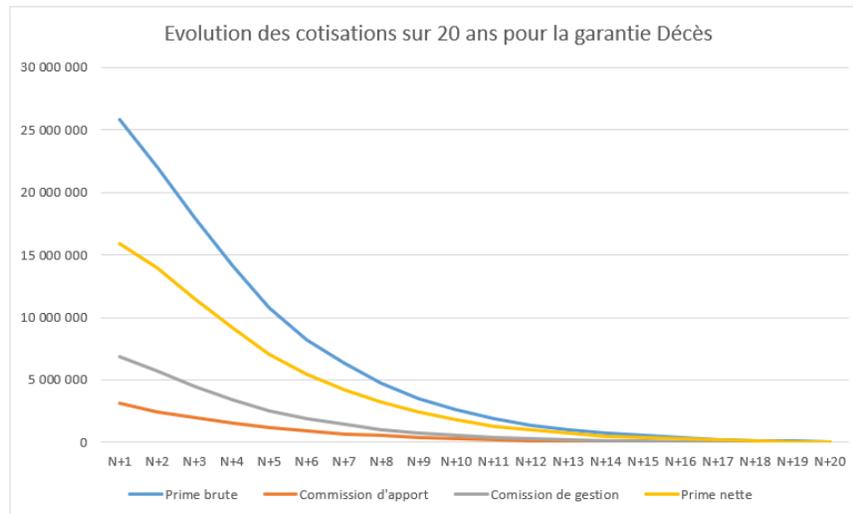


FIGURE 5.6 – Evolution des cotisations et des commissions pour la garantie décès sur 20 ans

Garantie AT

Arrêt de Travail	N+1	N+2	N+3	N+4	N+5
Prime brute	13 201 602	11 269 351	9 218 420	7 211 071	5 459 400
Commission d'apport	1 621 976	1 247 985	1 020 390	798 735	604 925
Comission de gestion	3 827 079	3 197 267	2 557 478	1 954 075	1 444 638
Prime nette	7 752 547	6 824 099	5 640 552	4 458 261	3 409 837
Ratio Net/Brut	58,7%	60,6%	61,2%	61,8%	62,5%

FIGURE 5.7 – Evolution des cotisations et des commissions pour la garantie AT sur 5 ans

Les observations sont similaires pour la garantie AT à celles de la garantie décès.

Il est à noter que le taux de commission est plus fort sur la garantie AT que sur la garantie Décès car le taux moyen de commission de gestion est plus fort en AT qu'en Décès. Ceci est dû au fait que les taux de commission de gestion diminuent avec l'âge, combiné au fait que l'âge moyen du portefeuille sous garantie AT est plus faible que l'âge moyen du portefeuille sous garantie Décès.

Graphiquement, il est obtenu :

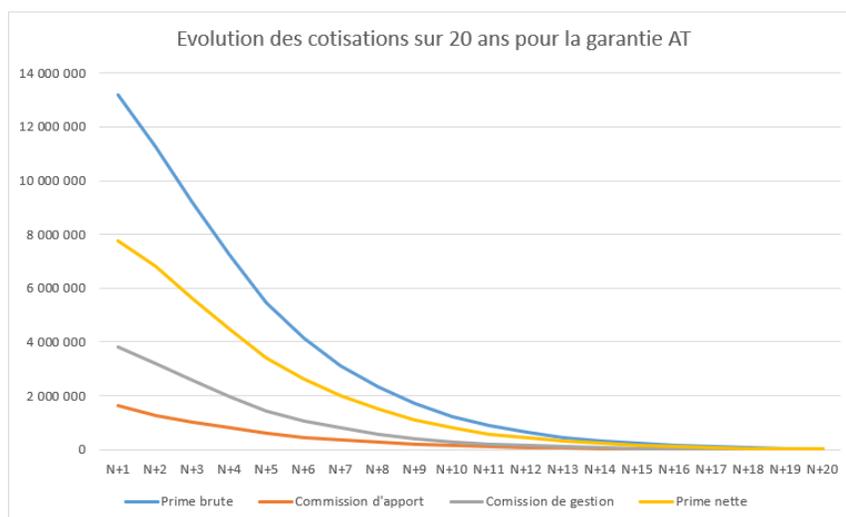


FIGURE 5.8 – Evolution des cotisations et des commissions pour la garantie AT sur 20 ans

Pour les deux garanties, l'évolution des cotisations d'une année sur l'autre est d'environ -15% la première année de projection et atteint progressivement -40% au bout de 20 ans. Notons que plusieurs paramètres entrent en jeu pour l'évolution des cotisations :

- Le plus impactant les premières années est le taux de rachat. Il est de 9 à 18% selon l'ancienneté.
- L'évolution du CRD. La diminution est plus forte en fin de prêt ce qui explique l'augmentation de la vitesse de baisse des cotisations. Ainsi, l'année 2 la baisse du total CRD du portefeuille est de 7% par rapport à la première année et de 29% entre l'année 20 et l'année 21.
- La mortalité et les arrêts de travail ont un impact faible sur la baisse des cotisation étant donné le faible taux d'entrée dans ces états relativement au taux de rachat.
- L'évolution des taux de cotisation en fonction de l'âge de l'assuré et de son ancienneté. D'un côté l'augmentation de l'âge implique une augmentation des taux (impact très variable en fonction de l'âge), de l'autre la déformation des primes a tendance à faire baisser le taux de cotisation lorsque le portefeuille vieillit.

Comparaison avec le modèle stochastique

Les écarts avec le modèle stochastique sont majoritairement inférieurs à 3%. Voici les résultats obtenus :

Prime Décès	N+1	N+2	N+3	N+4	N+5
Déterministe	25 812 804	21 988 707	17 957 282	14 101 755	10 749 360
Stochastique	25 836 847	22 313 018	18 336 305	14 443 753	11 053 645
Ecart	-0,09%	-1,45%	-2,07%	-2,37%	-2,75%

Primes AT	N+1	N+2	N+3	N+4	N+5
Déterministe	13 201 602	11 269 351	9 218 420	7 211 071	5 459 400
Stochastique	13 356 909	11 533 711	9 463 741	7 411 398	5 620 046
Ecart	-1,16%	-2,29%	-2,59%	-2,70%	-2,86%

FIGURE 5.9 – Comparaison des cotisations déterministe-stochastique

La différence constatée entre les 2 modèles vient en grande partie du passage d'un modèle à pas mensuel (stochastique) à un modèle à pas annuel (déterministe).

En effet dans le modèle à pas mensuel, on multiplie la cotisation par le coefficient $\frac{P(\text{Valide en } p) + P(\text{Valide en } p-1)}{2}$ qui permet d'approximer le fait que les sorties de l'état valide ont lieu en moyenne en milieu d'année. Or $P(\text{Valide en } p)$ est elle même calculée à partir des probabilité de décéder, de tomber en arrêt de travail et de chuter qui sont toutes approximées dans le modèle à pas annuel. Ceci implique donc les écarts constatés et explique l'augmentation de ses écarts dans le temps (puisque'il y a cumul des erreurs du fait que les probabilités en p dépendent des probabilités de l'année précédente).

5.2.3 Sinistralité et provisionnement

Garantie décès

La charge de prestation en décès est composée des règlements de sinistres et de la variation des IBNR. La PRC est aussi présenté même si elle est considérée comme une provision de prime.

Décès	N+1	N+2	N+3	N+4	N+5
Prime nette	15 851 163	13 903 600	11 485 326	9 121 719	7 028 544
Prestations	7 708 293	8 584 367	7 499 636	6 331 820	5 174 532
IBNR	1 740 074	1 545 034	1 344 195	1 125 909	913 938
PRC	1 048 515	927 866	834 817	758 593	681 088
S/P	63,8%	59,8%	63,0%	66,5%	69,8%

FIGURE 5.10 – Prestations décès sur 5 ans

L'évolution des prestations décès suit globalement l'évolution des cotisations. Le S/P a tendance à augmenter avec le temps. Ceci est dû en partie à la déformation du taux de cotisation en fonction de l'ancienneté (voir l'impact de la matrice de déformation sur la rentabilité du portefeuille en annexe 3). Comme nous l'avons vu précédemment, cette déformation impacte négativement les primes pour un portefeuille vieillissant mais en revanche n'a aucun impact sur l'évolution des prestations (notons à titre d'exemple que la déformation des primes est pour un contrat de 20 ans de +20% en 3ème année et de -70% en dernière année). D'autre part, le taux de décès augmente avec le temps mais notons que ceci se compense plus ou moins avec l'augmentation des taux de cotisations hors déformation. Enfin taux de chute et diminution du CRD ont en théorie le même impact sur les primes que sur les prestations.

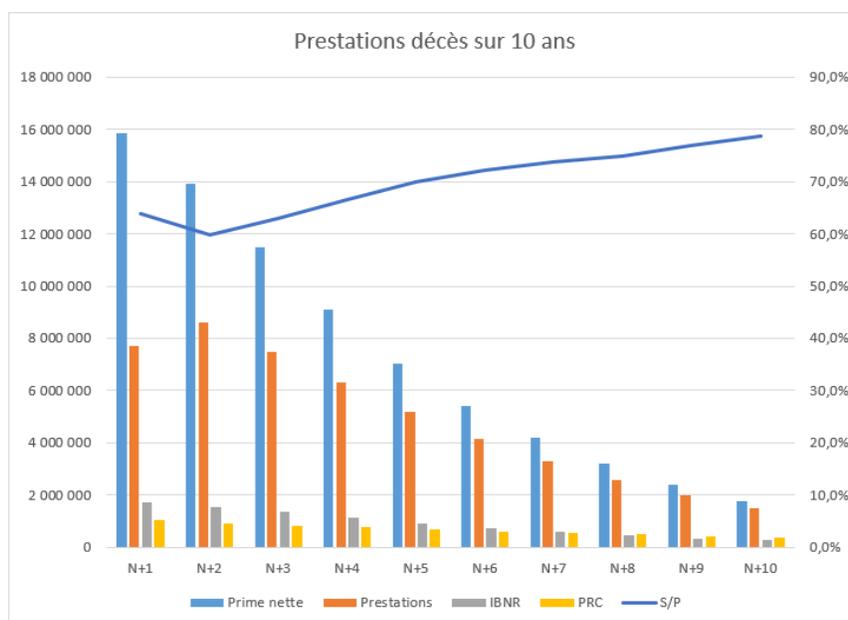


FIGURE 5.11 – Prestations décès sur 10 ans

Garantie AT

La charge de prestation en AT est composée des règlements de sinistres et de la variation de la PM. La PRC est présentée même si elle est dotée en tant que provision de primes.

Deux S/P ont été calculé : un en prenant en compte la dotation en PRC et un sans prendre en compte la dotation en PRC, ceci afin d'avoir un S/P reflétant mieux l'écoulement des prestations et dotation en provision mathématique.

AT	N+1	N+2	N+3	N+4	N+5
Prime nette	7 752 547	6 824 099	5 640 552	4 458 261	3 409 837
Prestations	1 545 917	2 865 307	3 308 706	3 426 890	3 354 694
PM	12 907 952	18 085 990	19 721 002	19 578 413	18 372 588
PRC	11 547 621	13 588 096	14 677 660	14 890 663	14 405 351
S/P	-380,9%	168,1%	108,6%	77,4%	55,2%
S/P sans PRC	186,4%	117,9%	87,6%	73,7%	63,0%

FIGURE 5.12 – Prestations AT sur 5 ans

Les résultats témoignent d'un surprovisionnement (voir l'impact du surprovisionnement en annexe 2), ce qui implique un S/P très élevé les premières années puis une diminution du S/P comptable par récupération du surplus en provision. Ce S/P devient même négatif lorsque la récupération des excédents de provision devient supérieure au prestations réglées dans l'année (au bout de 15 ans).

Afin d'avoir une vision de l'évolution des S/P par survenance, il faudrait considérer la somme des prestations par

survenance. Cependant, le modèle actuel ne garde pas en mémoire ces chiffres pour des raisons de lisibilité et d'optimisation de la durée d'exécution.

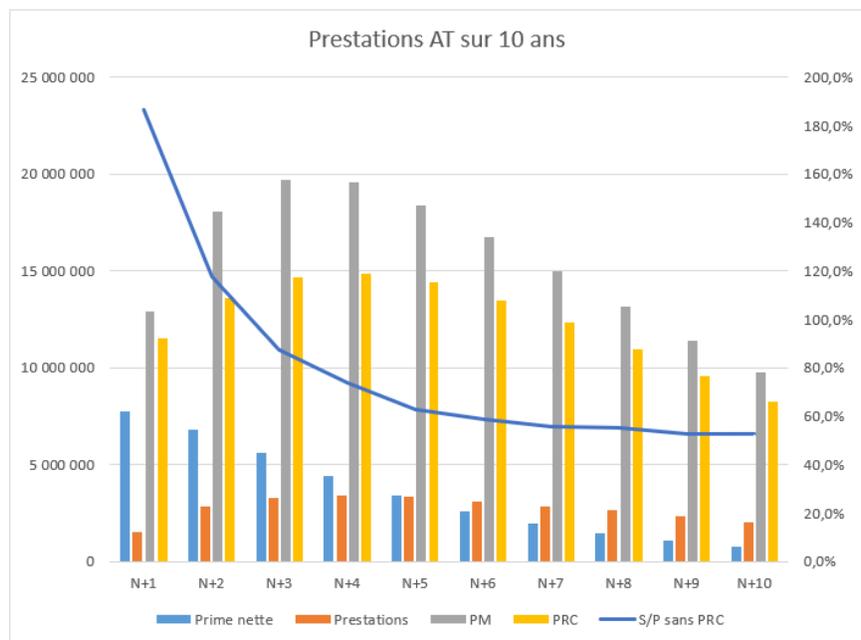


FIGURE 5.13 – Prestations AT sur 10 ans

Ce graphique permet de se rendre compte que la somme des prestations et des cotisations semblent à peu près égales (en réalité sur 30 ans la somme des prestations sur la somme des cotisations nettes vaut 99,2%). Il est à noter que pour un portefeuille venant de se constituer, ce S/P est en réalité plus faible puisque les cotisations sont indexées sur le CRD (qui est faible sur un portefeuille vieillissant) et les prestations sur la mensualité (qui est constante sur la durée du prêt). Ainsi les premières années sont les plus rentables.

Comparaison avec le modèle stochastique

Prestation Décès (sans effet IBNR)	N+1	N+2	N+3	N+4	N+5	Somme
Déterministe	9 448 368	8 389 327	7 298 796	6 113 535	4 962 561	36 212 586
Stochastique	9 022 065	8 164 470	7 099 242	5 995 834	4 888 464	35 170 075
Ecart	4,73%	2,75%	2,81%	1,96%	1,52%	2,96%

Prestations +delta PM AT	N+1	N+2	N+3	N+4	N+5	Somme
Déterministe	14 453 870	9 462 758	5 816 140	3 863 883	2 528 081	36 124 732
Stochastique	13 299 805	9 637 687	6 214 355	4 463 938	2 985 211	36 600 996
Ecart	8,68%	-1,82%	-6,41%	-13,44%	-15,31%	-1,30%

FIGURE 5.14 – Comparaison des prestations déterministe-stochastique

Ci-dessus une comparaison des modèles déterministes et stochastiques.

Les écarts sont assez importants et s'expliquent par les nombreuses simplifications mises en place dans le modèle déterministe à pas annuel développé.

A noter cependant que dans une première version, l'ajustement pour la probabilité de chute intra annuel n'était pas pris en compte et les écarts étaient alors bien supérieurs (de l'ordre de 15%).

Les écarts restants peuvent s'expliquer par les approximations faites :

- L'approximation sur la prise en compte des chutes intra-annuelles, et de façon globale les approximations sur la modélisation des états de l'assuré qui se cumulent dans le temps (puisque les probabilités des états l'année p dépendent des probabilités des états $p-1$).
- Pour la garantie décès, le fait que la prestation versée à l'assuré dans le modèle à pas annuel correspond au CRD du milieu d'année (et non pas à la moyenne des CRD sur l'année).
- Pour les prestations AT et les PM AT, le fait que l'on considère que les entrées et sorties de l'état AT se font en milieu d'année. Ceci implique le même problème que pour les CRD (on considère la médiane des tables de maintien mensuelles de l'année au lieu des moyennes de maintien), et implique des approximations également dans la prise en compte des franchises de 3 mois pour l'année d'entrée.

5.2.4 Evolution du résultat

Nous allons présenter les comptes de résultat simplifiés nets de réassurance pour les deux garanties (les résultats précédents étaient bruts de réassurance). La partie frais n'est pas détaillée et n'apparaîtra que la somme des frais. Le détail des frais est bien obtenu en sortie mais ne présente pas de réel intérêt puisque chaque poste de frais est proportionnel à un élément du compte de résultat.

Rappelons que le programme de réassurance est un traité XP de plein de conservation de 300 000€ et de capacité de 4 000 000€ appliqué sur l'année de survenance 2018.

La colonne « Somme » permet de visualiser la somme des éléments comptables sur la durée de vie totale du portefeuille (30 ans).

Garantie décès

Décès	N+1	N+2	N+3	N+4	N+5	Somme
Prime brute	23 847 873	21 988 707	17 957 282	14 101 755	10 749 360	120 438 610
Commissions	-9 203 337	-8 085 107	-6 471 956	-4 980 036	-3 720 817	-42 754 969
Prime nette	14 644 536	13 903 600	11 485 326	9 121 719	7 028 544	77 683 641
Charge sinistre	-8 729 136	-8 521 785	-7 298 796	-6 113 535	-4 962 561	-52 428 509
<i>Prestations</i>	-7 121 520	-8 584 367	-7 499 636	-6 331 820	-5 174 532	-52 428 507
<i>dotation provisions sinistres</i>	-1 607 616	62 581	200 839	218 286	211 971	0
Dotation provisions de primes	-968 699	40 833	93 049	76 225	77 504	0
Frais	-251 783	-220 877	-184 141	-147 962	-115 432	-1 279 995
<i>Ratio combiné</i>	67,9%	62,6%	64,3%	67,8%	71,1%	69,1%
Résultat financier affecté au compte technique	21 899	42 918	39 541	34 540	29 576	294 533
Résultat technique	4 716 817	5 244 688	4 134 979	2 970 987	2 057 631	24 269 670
<i>Résultat/Prime brute</i>	19,8%	23,9%	23,0%	21,1%	19,1%	20,2%

FIGURE 5.15 – Compte de résultat vie

L'activité liée à la garantie Décès apparaît comme très rentable (plus de 20% du chiffre d'affaire convertit en résultat technique au total).

Garantie AT

Arrêt de Travail	N+1	N+2	N+3	N+4	N+5	Somme
Prime brute	12 196 665	11 269 351	9 218 420	7 211 071	5 459 400	60 720 811
Commissions	-5 034 260	-4 445 252	-3 577 868	-2 752 810	-2 049 562	-23 310 156
Prime nette	7 162 405	6 824 099	5 640 552	4 458 261	3 409 837	37 410 654
Charge sinistre	-13 353 607	-9 025 928	-4 943 719	-3 284 301	-2 148 869	-37 577 575
Prestations	-1 428 239	-2 865 307	-3 308 706	-3 426 890	-3 354 694	-37 577 353
dotation provisions sinistres	-11 925 369	-6 160 621	-1 635 012	142 589	1 205 826	0
Dotation provisions de primes	-10 668 589	-2 919 507	-1 089 563	-213 004	485 312	0
Frais	-234 817	-276 937	-281 591	-266 823	-242 070	-2 566 301
Ratio combiné	338,7%	179,1%	112,0%	84,4%	55,9%	107,3%
Résultat financier affecté au compte technique	192 049	461 278	561 618	585 376	571 600	5 819 167
Résultat technique	-16 902 560	-4 936 995	-112 703	1 279 509	2 075 810	3 085 945
Résultat/Prime brute	-138,6%	-43,8%	-1,2%	17,7%	38,0%	5,1%

FIGURE 5.16 – Compte de résultat non vie

La première année de projection est une mauvaise année en raison de la dotation en provision (voir annexe 2 pour l'impact du provisionnement réglementaire). Le résultat s'améliore au fur et à mesure que le surplus de provisionnement effectué en début de projection est récupéré.

Il est à noter que la PRC est dans la réalité plus faible. En effet, il n'a pas été considéré pour cette projection le montant de la PRC doté les 3 années précédentes (rappelons que le produit est commercialisé depuis 2015). La dotation l'année N+1 présentée correspond donc au montant de la PRC l'année N+1 et non pas sa dotation réelle. De plus le calcul de la PRC est affecté par le fait que la sinistralité n'est pas différenciée selon la CSP de l'assuré et selon que l'assuré est fumeur ou non fumeur.

Le résultat financier affecté au compte technique est particulièrement fort en raison de la mobilisation importante de provisions techniques. Il est à noter que sans cette affectation de résultat financier, la garantie est légèrement déficitaire sur la durée totale de projection.

Ceci s'explique par le choix fait par Axéria Prévoyance d'être très compétitif sur la garantie Arrêt de Travail et d'être plus rentable sur la garantie Décès (rappelons que la garantie arrêt de travail est forcément accompagnée d'une garantie décès), ceci en raison d'une fiscalité qui était plus avantageuse sur la garantie Décès que sur la garantie AT.

Résultat net total

En sommant les 2 garanties on obtient :

TOTAL	N+1	N+2	N+3	N+4	N+5	Somme
Résultat technique	-12 185 743	307 693	4 022 276	4 250 496	4 133 441	27 355 614
Impôts	0	-95 385	-1 126 237	-1 126 381	-1 033 360	-12 234 423
Résultat net	-12 185 743	212 308	2 896 039	3 124 114	3 100 080	15 121 192
Résultat net/Prime brute	-33,8%	0,6%	10,7%	14,7%	19,1%	8,3%

FIGURE 5.17 – Résultat net

Il est à noter que l'impact du surprovisionnement est non négligeable (voir annexe 2) puisqu'il implique une augmentation du taux d'IS global sur la projection du fait du déséquilibre très fort entre les résultats des différentes années. Il est à noter que le taux d'IS est modélisé conformément à la loi Finance (qui implique une baisse du taux d'impôt jusqu'à un taux de 25%).

5.3 Projection de la solvabilité

5.3.1 Solvabilité

Best Estimate

Les Best Estimate nets de réassurance en début d'année 2018 (avant projection) des 2 garanties sont les suivants :

BE Décès	-23 092 970
BE AT	1 000 966

FIGURE 5.18 – Best Estimates

Solvabilité

Les SCR en début d'année 2018 sont les suivants :

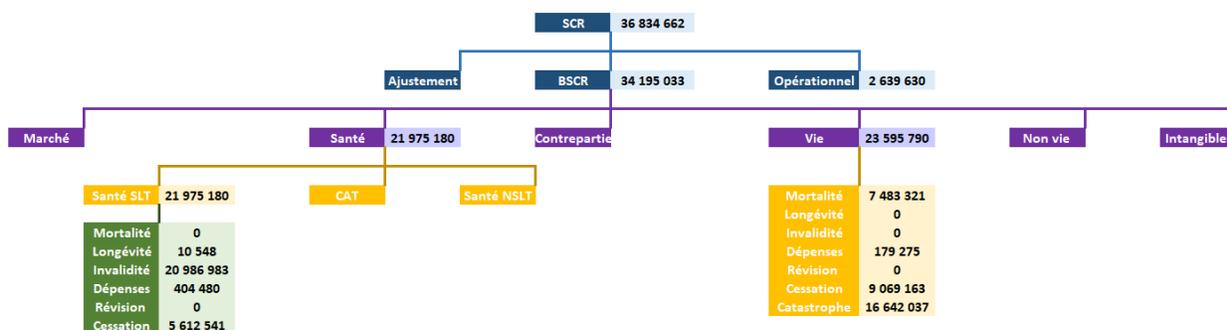


FIGURE 5.19 – Pieuvre SCR pour l'année 2018

Risque de souscription en Santé SLT

Les risques principaux en Santé SLT sont le risque d'invalidité/morbidité (78% du SCR Santé SLT brut) et le risque de cessation (21% du SCR Santé SLT brut).

Le risque de cessation est égal au risque de cessation à la baisse. En effet, les BE de primes en Santé SLT étant positifs, le risque est un risque d'augmentation de l'activité par rapport au scénario central. L'impact est d'autant plus important que le risque étant un risque long, il y a un déséquilibre de l'impact sur les cotisations et l'impact

sur les prestations.

En effet, le total des cotisations sur la projection augmente de 38% pour le risque de cessation à la baisse tandis que le total de prestations augmente de 54%. Si l'impact en début de projection est positif car l'augmentation des cotisations (dont le montant est important en début de projection) parvient à compenser la hausse des prestations (dont le montant est faible en début de projection en raison du risque long), la tendance s'inverse au bout de 7-8 ans en raison de l'impact de moins en moins fort des cotisations (montant faible en fin de projection) par rapport à l'impact des prestations (montant qui reste fort en fin de projection).

Une des raisons supplémentaire à ce déséquilibre est due à la manière dont la matrice de déformation est calculée (voir impact de la matrice de déformation en annexe 3). La matrice de déformation des primes est construite pour avoir un effet neutre pour un certain taux de chute. Avec un taux de chute plus faible, l'impact de la baisse des tarifs en fin de prêt est plus important et implique une augmentation du S/P global sur la projection.

Risque de souscription en Vie

Les risques principaux en vie sont le risque catastrophe (50% du SCR vie brut), suivi du risque de cessation (27% du SCR vie brut) puis du risque de mortalité (22% du SCR vie brut).

Le risque de cessation est égal au risque de cessation de masse. Ceci est dû au fait que l'activité vie est rentable et qu'elle est bien plus rentable en début de projection (à cause de la matrice de déformation des primes) qu'en fin de projection. Ainsi un choc instantané et très fort a plus d'impact sur la perte en résultat qu'un choc permanent sur les taux de rachat.

Risque opérationnel

Le risque opérationnel représente 7% du SCR total brut.

5.3.2 Projection des SCR

Voici une comparaison de la composition du SCR Vie entre le début de projection et la quinzième année de projection :

	N	% SCR Vie Brut	N+15	% SCR Vie Brut
SCR Mortalité	7 483 321	22%	104 104	19%
SCR Longévité	0	0%	0	0%
SCR Frais	179 275	1%	1 727	0%
SCR Catastrophe	16 642 037	50%	440 952	79%
SCR Cessation	9 069 163	27%	10 504	2%
<i>Hausse</i>	4 263 280	13%	0	0%
<i>Baisse</i>	0	0%	10 504	2%
<i>Masse</i>	9 069 163	27%	8 128	1%
SCR Vie	23 595 790		480 777	

FIGURE 5.20 – Projection du SCR Vie

Le SCR Catastrophe représente une part de plus en plus élevée du SCR Vie à l'inverse du SCR mortalité, ceci dû au fait que le poids des prestations de l'année en cours est de plus en plus fort dans le total des prestations restantes au fur et à mesure que l'on se rapproche de la fin de la projection.

Le SCR Cessation à la baisse devient strictement positif et le SCR de Cessation à la hausse devient nul en raison du fait que le *Best Estimate* change de signe en fin de projection, ceci étant dû à une baisse de la rentabilité en fin de projection en raison de la matrice de déformation des primes.

Voici une comparaison de la composition du SCR Santé entre la première année de projection et la quinzième année de projection :

	N	% SCR Santé Brut	N+15	% SCR Santé Brut
SCR Mortalité	0	0%	0	0%
SCR Longévité	10 548	0%	4 936	0%
SCR Morbidité	20 986 983	78%	229 694	5%
SCR Frais	404 480	1%	15 328	0%
SCR Cessation	5 612 541	21%	4 198 121	94%
<i>Hausse</i>	0	0%	0	0%
<i>Baisse</i>	5 612 541	21%	4 198 121	94%
<i>Masse</i>	0	0%	0	0%
SCR Santé SLT	21 975 180		4 213 728	

FIGURE 5.21 – Projection du SCR Santé SLT

Le SCR cessation de baisse devient de plus en plus conséquent à mesure que le portefeuille devient de moins en moins rentable en raison du poids des prestations de survenances antérieures.

5.4 Indicateurs de rentabilité

Sur l'ensemble de la projection, on obtient les indicateurs de rentabilité suivants :

Ratio Combiné	83,4%
PVFP	15 180 710
CoC	-1 141 731
VIF	14 038 979
RORAC	6,38%
VIF/SCR	5,90%

FIGURE 5.22 – Indicateurs de rentabilité

Le portefeuille présente une rentabilité technique importante avec un ratio combiné faible. Cependant l'activité nécessite une mobilisation importante en capital, et de ce fait le RORAC et le ratio VIF/SCR ne sont pas très élevés.

Ces indicateurs seront un point de comparaison par rapport aux mêmes indicateurs calculés pour les différentes sensibilités.

5.5 Etude de la sensibilité du portefeuille

5.5.1 Profil de risque

De l'étude de la solvabilité du portefeuille, plusieurs risques pris en compte par la formule standard ressortent.

Le portefeuille est particulièrement soumis à un risque d'augmentation de la sinistralité sur la garantie décès. En particulier, les risques mortalité et catastrophe représente à eux deux 77% du SCR Vie avant diversification.

Le portefeuille est soumis à un risque de dérive de la sinistralité sur la garantie AT. Le SCR morbidité représente 78% du SCR Santé avant diversification.

Dans une moindre mesure, les SCR de cessation représente environ 20% des SCR avant diversification. Cependant il est à noter que les SCR cessation sont opposés pour les deux garanties (SCR cessation à la hausse pour la vie et SCR cessation à la baisse pour la Santé), ce qui atténue en théorie l'impact des rachats.

Cependant les évolutions réglementaires récentes (Loi Lagarde, Loi Hamon et amendement Bourquin), même si elles n'ont encore que peu d'effet, vont sûrement amener des modifications comportementales chez les assurés. Le risque est principalement une hausse des taux de rachat (il est à noter la possibilité également d'une hausse des frais de gestion avec l'augmentation des rachats/souscriptions).

D'autre part, l'analyse du portefeuille par des statistiques descriptives montre une augmentation de l'âge à la souscription sur les trois années d'historique ainsi qu'un déséquilibre de la répartition Hommes/Femmes.

L'ensemble de ces constatations amènent à effectuer les sensibilités suivantes afin d'évaluer la résitance du portefeuille :

- 6 sensibilités sur la hausse/baisse des taux de mortalités
- 3 sensibilités sur la hausse des taux d'entrée en arrêt de travail
- 3 sensibilités sur la hausse des taux de chutes
- 1 sensibilité sur une hausse de l'âge du portefeuille

Ces sensibilités sont appliquées à partir de 2018 et sont permanentes (par exemple la hausse de la mortalité est appliquée jusqu'à la fin de la projection).

Ces sensibilités permettent donc de mesurer le risque de tarification et de provisionnement, c'est-à-dire le fait que les hypothèses de tarification et de provisionnement ne correspondent pas aux hypothèses réelles.

5.5.2 Taux de mortalité

Etant donné la forte exposition à un risque portant sur une dérive des taux de mortalité, les sensibilités suivantes sont réalisées :

- Hausse mortalité 1 : +5% sur les taux de mortalité
- Hausse mortalité 2 : +10% sur les taux de mortalité
- Hausse mortalité 3 : +20% sur les taux de mortalité
- Baisse mortalité 1 : -5% sur les taux de mortalité
- Baisse mortalité 2 : -10% sur les taux de mortalité
- Baisse mortalité 3 : -20% sur les taux de mortalité

Le résultat technique pour la garantie décès est fortement impacté par une hausse/baisse de la sinistralité :

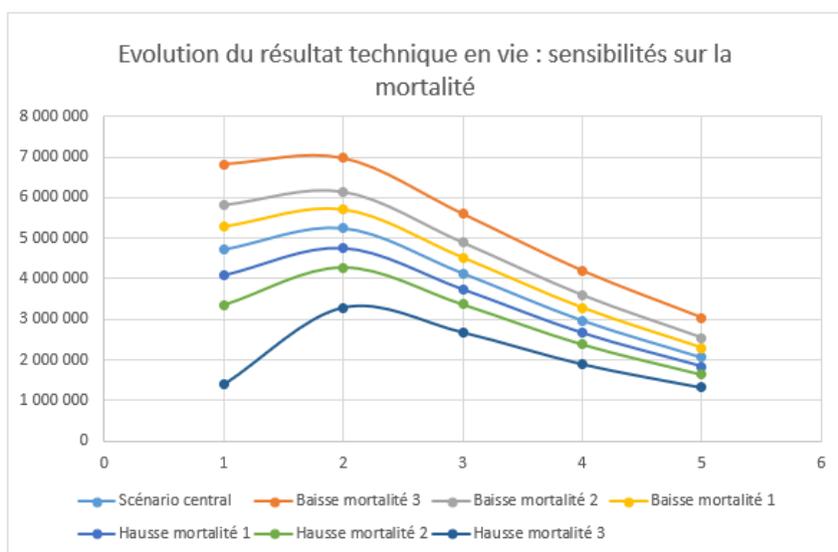


FIGURE 5.23 – Résultat technique Décès - Sensibilité aux taux de mortalité

Cependant le résultat technique reste positif même dans le scénario de +20% de sinistralité.

Le portefeuille présente une forte résistance à une dérive de la mortalité :

	Résultat net N+1	BE N	SCR N	Ratio combiné global	VIF	VIF/SCR
Scénario central	-12 185 743	-18 778 204	36 834 662	83,4%	14 038 979	5,90%
Baisse mortalité 3	-10 094 404	-32 004 785	38 304 385	74,3%	22 033 346	9,03%
Baisse mortalité 2	-11 107 668	-27 045 207	37 505 468	78,8%	18 039 462	7,50%
Baisse mortalité 1	-11 631 811	-24 567 810	37 153 506	81,1%	16 040 758	6,71%
Hausse mortalité 1	-12 810 799	-19 617 787	36 549 958	85,7%	11 972 972	5,06%
Hausse mortalité 2	-13 550 707	-17 145 157	36 300 340	88,0%	9 783 309	4,14%
Hausse mortalité 3	-15 507 037	-12 204 646	35 909 668	92,6%	5 300 809	2,25%

FIGURE 5.24 – Sensibilité au taux de mortalité

En effet même dans le scénario d'une augmentation permanente de +20% des taux de mortalité par rapport aux hypothèses de tarification et de provisionnement, le portefeuille est encore rentable. Le ratio combiné est inférieur à 1 et la Value In Force est positive, ce qui signifie que le capital immobilisé pour le portefeuille a une rentabilité supérieure à celle qui serait obtenue par placement financier.

Notons que le SCR augmente lorsque les taux de mortalité baissent. Ceci est majoritairement dû au fait que le SCR rachat augmente dans ce cas (d'environ +50% la première année pour une baisse de la sinistralité de 20%) en raison du fait que le résultat technique augmente et que l'impact d'une augmentation des rachats est donc plus impactante. Le SCR mortalité baisse dans un même temps (d'environ 20% pour une baisse de la sinistralité de 20%) en raison de la baisse du montant des prestations.

5.5.3 Taux d'entrée en arrêt de travail

Etant donnée la forte exposition du portefeuille à une augmentation de la sinistralité en arrêt de travail, des sensibilités sur les taux d'entrée en arrêt de travail sont réalisées :

- Hausse entrée AT 1 : +5% sur les taux d'entrée en arrêt de travail
- Hausse entrée AT 2 : +10% sur les taux d'entrée en arrêt de travail
- Hausse entrée AT 3 : +20% sur les taux d'entrée en arrêt de travail

On remarque que pour les mêmes augmentations que pour les taux de mortalité, les augmentations d'entrée en arrêt de travail ont plus d'impacts sur la rentabilité du portefeuille :

	Résultat net N+1	BE N	SCR N	Ratio combiné global	VIF	VIF/SCR
Scénario central	-12 185 743	-18 778 204	36 834 662	83,4%	14 038 979	5,90%
Hausse entrée AT 1	-14 243 593	-20 198 448	37 781 721	85,3%	12 061 874	4,86%
Hausse entrée AT 2	-16 653 943	-18 022 239	38 923 422	87,5%	9 673 717	3,70%
Hausse entrée AT 3	-24 494 511	-11 218 636	42 759 902	94,5%	2 150 223	0,71%

FIGURE 5.25 – Sensibilité au taux d'entrée en arrêt de travail

Le portefeuille reste rentable même dans le scénario d'augmentation d'entrée en AT de +20%.

Notons que l'augmentation de la sinistralité en arrêt de travail augmente le capital requis contrairement à l'augmentation de la mortalité. Ceci est dû à l'augmentation du capital requis pour morbidité (d'environ 30% pour une augmentation de 20% des taux d'entrée), et de l'augmentation du risque de rachat à la baisse (d'environ 100% pour une augmentation de 20% des taux d'entrée).

L'augmentation du risque de morbidité est dû à l'augmentation de l'impact de la baisse des maintiens et de la hausse des taux d'entrée puisqu'il y respectivement plus d'assurés en arrêt et des taux d'entrées plus élevés. L'augmentation du risque de rachat à la baisse est dû à la diminution de la rentabilité de la garantie santé SLT. La garantie présentant des pertes importantes en cas d'augmentation des taux d'entrée en AT, une augmentation des contrats devient donc bien plus pénalisante pour l'assureur.

Notons aussi que l'impact sur les indicateurs de rentabilité est probablement légèrement sous-estimé en raison du proxy utilisé pour la projection des SCR morbidité qui a tendance à sous-estimer les projections (comme explicité

en partie 6.4)

5.5.4 Taux de chute

Etant donné l'impact potentiel de la nouvelle réglementation sur les taux de chute (loi Lagarde, Hamon, amendement Bourquin), 3 sensibilités sur les taux de chute sont effectuées :

- Hausse taux de chute 1 : +5% sur les taux de rachat
- Hausse taux de chute 2 : +10% sur les taux de rachat
- Hausse taux de chute 3 : +20% sur les taux de rachat

L'impact d'une hausse des taux de rachat sur le portefeuille est en fait très faible :

	Résultat net N+1	BE N	SCR N	Ratio combiné global	VIF	VIF/SCR
Scénario central	-12 185 743	-18 778 204	36 834 662	83,4%	14 038 979	5,90%
Hausse taux de chute 1	-11 722 068	-21 896 881	36 139 979	82,9%	13 996 707	6,06%
Hausse taux de chute 2	-11 292 348	-21 692 803	35 486 187	82,5%	13 939 702	6,22%
Hausse taux de chute 3	-10 522 212	-21 264 005	34 289 292	81,7%	13 789 210	6,51%

FIGURE 5.26 – Sensibilité au taux de rachat

En effet, la hausse des taux de chute permet une diminution du ratio combiné, ce qui permet de compenser au niveau de la PVFP la perte en volume d'affaire. Cette diminution du ratio combiné est dû au fait que le portefeuille est plus rentable en début de projection qu'en fin de projection (entendu par années de survenance). L'effet est encore une fois dû à la matrice de déformation des primes.

De plus la diminution de volume permet une réduction des exigences en capital, ce qui permet d'obtenir un indicateur de rentabilité plus élevé.

Ces effets combinés impliquent une augmentation du ratio VIF/SCR pour une augmentation des taux de rachat. Ce risque est donc maîtrisé sur ce portefeuille.

5.5.5 Age du portefeuille

Une sensibilité à une augmentation d'âge est réalisée. Est appliqué à l'ensemble du portefeuille une augmentation d'âge de +2ans. Les résultats obtenus sont les suivants :

	Résultat net N+1	BE N	SCR N	Ratio combiné global	VIF	VIF/SCR
Scénario central	-12 185 743	-18 778 204	36 834 662	83,4%	14 038 979	5,90%
Hausse âge	-14 279 772	-25 609 230	40 483 632	83,3%	16 360 852	6,40%

FIGURE 5.27 – Sensibilité au taux de rachat

L'augmentation d'âge à plusieurs effets :

- Une augmentation du volume de primes et de sinistres (car le taux de prime est croissant en fonction de l'âge tout comme la sinistralité)
- Une augmentation du ratio global sur la projection sinistres/primes brutes de commissionnement d'environ 1,3%
- Cependant le ratio combiné global reste quasiment le même. Ceci est dû au fait que le taux de commissionnement appliqué est décroissant en fonction de l'âge de l'assuré et compense l'augmentation du ratio sinistres/primes brutes de commissionnement.
- Une baisse du résultat net en première année de projection en raison d'un provisionnement plus fort en arrêt de travail.
- Une augmentation du besoin en capital
- Une augmentation de la VIF à la fois due à une augmentation des volumes de primes à ratio combiné constant, et une augmentation des produits financiers adossés au provisionnement.

En raison de ces différents effets, le portefeuille ne présente pas de risque à une augmentation de l'âge moyen d'entrée de 2 ans.

5.6 Conclusion du chapitre

Le modèle construit permet de rapidement obtenir les indicateurs clés pour l'étude de rentabilité d'un portefeuille d'assurance emprunteur, et permet de renvoyer des résultats avec une maille suffisamment fine pour permettre un certain nombre d'analyses.

Des améliorations peuvent être cependant apportées au modèle de ce côté, par exemple en permettant d'accéder aux prestations par survenance pour la garantie arrêt de travail, ce qui faciliterait l'analyse mais qui cependant, peut considérablement alourdir le temps de calcul du modèle.

Le modèle permet également de réaliser facilement des sensibilités sur les hypothèses de tarification ou de projection. Le modèle a notamment permis de se rendre compte que le portefeuille étudié résistait à de nombreux chocs appliqués, notamment à des chocs de hausse des rachats grâce à l'application d'une matrice de déformation. Les chocs portant sur une dérive de la sinistralité restent les chocs les plus impactant pour le portefeuille.

Les résultats ont également permis de se rendre compte d'un certain écart avec le modèle de référence (stochastique). De ce fait, la prochaine partie s'applique à tester un certain nombre d'hypothèses simplificatrices retenues dans le modèle, l'objectif étant d'en vérifier l'impact sur les résultats finaux renvoyés.

Chapitre 6

Sensibilités aux hypothèses du modèle

Afin de vérifier la robustesse du modèle, différents tests de sensibilité sur les hypothèses principales du modèle sont réalisées.

Les hypothèses les plus impactantes sont principalement de 2 types :

- Prise en compte des événements intra-annuel dans un modèle qui est à pas annuel. Notamment les hypothèses de date d'entrée en AT et de décès. Ces hypothèses sont clés car elles impactent l'état de l'assuré et donc l'ensemble de la projection (primes, prestations donc résultat ...).
- Projection des SCR. Les SCR ne pouvant pas être projetés de manière exacte en raison des temps de calcul, le choix des *drivers* est impactant sur la modélisation du capital réglementaire et donc sur la rentabilité du produit.

6.1 Décès en milieu d'année

Dans le modèle construit, l'hypothèse est faite que les décès ont lieu en milieu d'année et que de ce fait, le capital versé en cas de décès est le capital restant dû en milieu d'année. Une sensibilité sur cette hypothèse est réalisée : en cas de décès, est recalculé la moyenne pour chaque mois possible de décès des capitaux restant dû versés.

Pour rappel le calcul des prestations de l'année p pour un assuré d'âge $x+p$ dans le modèle est le suivant :

$$\text{Prest}_{x+p,p}^{DC} = CRD(12 \times (p + 1/2)) \times \text{Quotité} \times (P(\text{Décédé en } p) - P(\text{Décédé en } p-1))$$

Le recalcul sur cette hypothèse est le suivant :

$$\text{Prest}_{x+p,p}^{DC} = \frac{\sum_{i=0}^{11} CRD(12 \times p + i)}{12} \times \text{Quotité} \times (P(\text{Décédé en } p) - P(\text{Décédé en } p-1))$$

L'impact sur les prestations décès est le suivant :

	N+1	N+2	N+3	N+4	N+5	N+6	N+7	N+8	N+9	N+10	Somme
Prestation modèle	7 121 520	8 584 367	7 499 636	6 331 820	5 174 532	4 145 586	3 286 473	2 568 649	1 980 831	1 517 429	52 428 507
Prestations décès recalculées	7 144 826	8 614 618	7 527 904	6 358 259	5 198 304	4 166 301	3 304 197	2 583 934	1 993 306	1 527 545	52 674 589
Ecart	-0,3%	-0,4%	-0,4%	-0,4%	-0,5%	-0,5%	-0,5%	-0,6%	-0,6%	-0,7%	-0,5%

FIGURE 6.1 – Hypothèse de décès en milieu d'année - Impact sur les prestations

L'hypothèse de décès en milieu d'année amène à une légère sous-estimation des prestations décès. L'impact global sur les prestations est inférieur à 1%. L'impact sur les indicateurs de rentabilité sont les suivant :

	Résultat net N+1	BE N	SCR N	Ratio combiné global	VIF	VIF/SCR
Modèle	-12 185 743	-22 092 004	36 834 662	83,4%	14 038 979	5,90%
Recalculé	-11 731 387	-21 842 003	36 840 036	83,6%	13 950 887	5,86%
Ecart	3,9%	1,1%	0,0%	-0,2%	0,6%	0,04%

FIGURE 6.2 – Hypothèse de décès en milieu d'année - Impact sur les indicateurs de rentabilité

Avec un impact sur l'indicateur VIF/SCR de 0,04% cette hypothèse n'est pas considérée comme impactante.

6.2 Entrée en AT en milieu d'année

Dans le modèle construit, l'hypothèse est faite que les entrées en arrêt de travail se font en milieu d'année. Ainsi tout les calculs de maintien se basent sur cette hypothèse d'une entrée en milieu d'année. Une sensibilité sur cette hypothèse est réalisée : en cas d'entrée en arrêt de travail, on recalcule les probabilité de maintien en considérant tout les mois d'entrée possibles.

Pour rappel le calcul des prestations l'année p pour un individu d'âge x+p dans le modèle est le suivant :

$$Prest_{x+p,p}^{AT} = Mensualite_p \times Quotité \times \sum_{i=1}^p Nbm_indemn_{x+i,p} \times P(\text{Entrée AT en } i)$$

Avec $Nbm_indemn_{x+i,p}$ le nombre moyen de mois d'indemnisation de l'assuré l'année p sachant une entrée en arrêt de travail l'année i.

Par exemple, en cas d'une entrée l'année $i < p$ le modèle calcule :

$$Nbm_indemn_{x+i,p} = \sum_{k=1}^{11} (L_{x+i,12 \times (p-i) - 6 + k} - L_{x+i,12 \times (p-i) - 6 + k + 1}) \times k + L_{x+i,12 \times (p-i) - 6 + 12} \times 12$$

Pour le recalcul, nous considérons tout les mois d'entrée possibles j, ainsi ce même calcul devient :

$$Nbm_indemn_{x+i,p} = \frac{\sum_{j=0}^{11} \sum_{k=1}^{11} (L_{x+i,12 \times (p-i) - j + k} - L_{x+i,12 \times (p-i) - j + k + 1}) \times k + L_{x+i,12 \times (p-i) - j + 12} \times 12}{12}$$

L'impact sur les prestations est le suivant :

	N+1	N+2	N+3	N+4	N+5	N+6	N+7	N+8	N+9	N+10	Somme
Prestations AT central	1 428 239	2 865 307	3 308 706	3 426 890	3 354 694	3 130 086	2 876 341	2 649 581	2 341 708	2 060 278	37 577 353
Prestation AT recalcul	1 411 230	2 875 261	3 319 858	3 437 006	3 361 969	3 136 174	2 882 041	2 652 797	2 344 094	2 062 063	37 620 212
Ecart	1,2%	-0,3%	-0,3%	-0,3%	-0,2%	-0,2%	-0,2%	-0,1%	-0,1%	-0,1%	-0,1%

FIGURE 6.3 – Hypothèse d'entrée en AT en milieu d'année - Impact sur les prestations

L'hypothèse retenue surestime les prestations la première année puis les sous-estime les années suivantes. Ainsi bien que l'impact de l'hypothèse ne soit pas neutre, les effets se compensent au global.

L'impact sur les indicateurs de rentabilité sont les suivants :

	Résultat net N+1	BE N	SCR N	Ratio combiné global	VIF	VIF/SCR
Central	-12 185 743	-22 092 004	36 834 662	83,4%	14 038 979	5,90%
Recalculé	-11 680 026	-22 067 376	36 836 551	83,4%	14 134 473	5,94%
Ecart	4,3%	0,1%	0,0%	0,0%	-0,7%	-0,04%

FIGURE 6.4 – Hypothèse d'entrée en AT en milieu d'année - Impact sur les indicateurs de rentabilité

Avec un impact sur l'indicateur VIF/SCR de -0,04% cette hypothèse n'est pas considérée comme impactante.

6.3 Projection SCR catastrophe en Vie

Le SCR catastrophe représente 50% du SCR Vie avant diversification la première année. Aussi, les hypothèses de projection sont potentiellement impactantes.

Trois hypothèses de projection différentes sont présentées :

- Projection selon la somme des capitaux sous risque probabilisée
- Projection selon l'impact sur le taux de mortalité moyen du portefeuille
- Projection selon la charge sinistre de l'année

Projection selon la somme des capitaux sous risque probabilisée

Etant donné que le choc catastrophe correspond à une augmentation des taux de mortalité de 0,15%, il est possible de récupérer le montant du choc de la manière suivante :

$$Choc_{cat_p} = 0,15\% \times CaR_p^{probabilisé}$$

Avec $CaR_p^{probabilisé}$ la somme des capitaux sous risques probabilisée, c'est-à-dire en tenant compte de la probabilité de l'assuré d'être encore présent dans le portefeuille l'année p.

Cette approche a l'avantage d'être proche du calcul du choc réel. Cependant elle nécessite de récupérer pour chaque année de projection la somme des capitaux sous risque pondérée par la probabilité de présence de chaque assuré dans le portefeuille.

Projection selon l'impact sur le taux de mortalité moyen du portefeuille

L'idée est de récupérer le taux de mortalité moyen du portefeuille pour chaque année de projection et de calculer le quotient de 0,15% et de ce taux de mortalité afin d'obtenir l'augmentation de S/P correspondant au choc. Est appliqué alors cette augmentation de S/P aux prestations de l'année en cours pour récupérer le montant de prestations choqué :

$$Choc_cat_p = \frac{0,15\%}{q_{x+p}^{moyen}} \times Presta_p^{DC}$$

Cette approche a l'avantage de tenir compte du fait que l'impact d'une augmentation de 0,15% des taux de mortalité diminue lorsque le portefeuille vieillit. Cependant l'approximation réside dans le fait que le taux de mortalité moyen ne tient pas compte des capitaux sous risques (et suppose donc un capital sous risque moyen identique par âge atteint). Il est possible de calculer un taux moyen pondéré par les capitaux, mais dans le cas où l'information sur les capitaux sous risque est disponible, l'approche précédente est plus intéressante.

Projection selon la charge sinistre de l'année

L'idée est de prendre la charge sinistre de l'année (prestations+IBNR) comme *driver* du SCR catastrophe. L'idée est que le choc catastrophe est un choc sur une année, et que, pour la garantie décès, la somme des prestations + IBNR permet de récupérer le montant des sinistres soumis au choc.

$$SCR_cat_p = SCR_cat_0 \times \frac{Presta_p^{DC} + \Delta IBNR_p^{DC}}{Prest_0^{DC} + \Delta IBNR_0^{DC}}$$

Cette approche a l'avantage d'être très simple à mettre en oeuvre. Cependant elle suppose que l'impact du choc relativement à la charge sinistre est constant dans le temps. Ceci n'est pas exact puisque l'impact d'une augmentation additive des taux de mortalité diminue lorsque le portefeuille vieillit.

Cette méthode est la méthode retenue dans le modèle en raison de sa simplicité d'application.

Résultats de la sensibilité

	N	N+1	N+2	N+3	N+4	N+5	somme sur 15 ans	Ecart
Projection selon capitaux sous risque	16 642 037	15 403 660	12 675 470	10 099 726	7 843 669	5 980 365	84 481 466	0%
Projection impact sur les taux de mortalité	16 642 037	14 682 987	11 619 434	8 969 420	6 699 035	4 912 116	75 137 058	-11%
Projection selon charge sinistre de l'année	16 642 037	16 246 726	13 915 105	11 655 412	9 461 088	7 551 928	99 146 429	17%

FIGURE 6.5 – Projection des SCR catastrophe - sensibilité

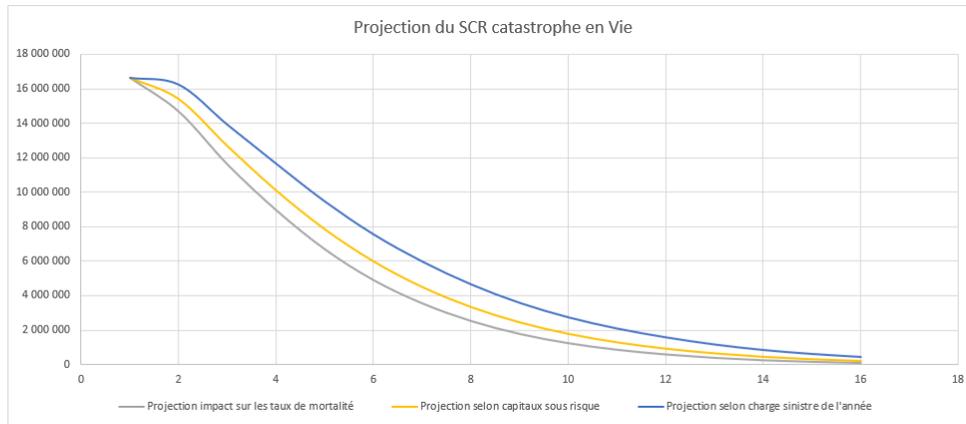


FIGURE 6.6 – Projection des SCR catastrophe - sensibilité

Comme attendu, le *driver* sur la charge sinistre surestime le SCR catastrophe sur la projection (puisqu'il ne permet pas de prendre en compte la diminution de l'impact de la hausse des taux de mortalité - qui est additif - lorsque le portefeuille vieillit). Cependant l'allure de la projection reste similaire aux deux autres hypothèses.

L'impact sur les indicateurs de rentabilité est le suivant :

	VIF	VIF/SCR
Projection selon capitaux sous risque	14 075 864	6,12%
Projection impact sur les taux de mortalité	14 098 287	6,25%
Projection selon charge sinistre de l'année	14 038 979	5,90%

FIGURE 6.7 – Projection des SCR catastrophe - impact sur la rentabilité

L'écart le plus important entre 2 méthodes de projection est de 0,35% sur l'indicateur VIF/SCR. Notons que l'approche retenue est la plus prudente des trois.

6.4 Projection SCR morbidité en Santé SLT

Le SCR morbidité représente 78% du SCR Santé SLT avant diversification la première année. Aussi, les hypothèses de projection sont potentiellement impactantes.

Trois hypothèses de projection différentes sont présentées :

- Projection recalculée à partir des prestations par survenance
- Projection selon la somme des prestations restantes
- Projection selon la prime brute

Projection recalculée à partir des prestations par survénance

Etant donnée que le choc morbidité correspond à une augmentation des entrées de 35% la première année et de 25% les années suivantes, ainsi qu'à une baisse de 20% des retours à l'état valide, en disposant des prestations par survénance et des taux de retours à l'état valide moyens, il est possible de recalculer pour chaque année une valeur approchée du SCR.

Cette approche a l'avantage d'être précise, mais nécessite de disposer des prestations par survénance, ce qui peut devenir lourd pour une projection sur 30 ans par tête. Dans le modèle construit, les montants de prestations par survénance ne sont pas disponibles, le recalcul a été effectué manuellement pour la sensibilité.

Projection selon somme des prestations restantes

L'idée est que l'impact du choc est proportionnel au montant des prestations restantes jusqu'à extinction. Bien que facile à appliquer, cette approche présente plusieurs inconvénients. Elle suppose que la répartition entre prestations de survénance l'année du choc, des prestations de survénances futures et prestations de survénances antérieures est constant sur la projection. Ceci n'est évidemment pas le cas.

L'approche va donc avoir tendance à majorer l'impact car elle ne prend pas en compte le poids des survénances antérieures dans le total prestation, sur lesquelles le choc appliqué devrait être moindre (choc appliqué seulement sur la baisse des retours à l'état valide).

Projection selon la prime brute

L'idée est de projeter le SCR morbidité selon la prime brute. En effet, la prime brute représente le montant de prestation de survénance de l'année considérée dans le cas où le S/P est supposé constant par année de survénance.

$$SCR_{dis_p} = SCR_{dis_0} \times \frac{Primes_p^{AT}}{Prime_0^{AT}}$$

Cette approche présente l'inconvénient de ne pas prendre en compte le montant de choc appliqué aux prestations de survénances antérieures, et de supposer une répartition entre prestations de survénance l'année considérée et prestations de survénances futures constant. De plus l'approche ne tient pas compte du fait que le S/P par survénance évolue, notamment dans le cas d'un produit présentant une matrice de déformation des primes.

Résultat de la sensibilité

	N	N+1	N+2	N+3	N+4	N+5	somme	Ecart
Recalcul à partir des prestations par survénance	20 986 983	18 800 258	16 193 776	13 487 794	10 978 808	8 760 782	116 051 562	0%
Projection selon somme prestation	20 986 983	20 189 311	18 589 034	16 741 119	14 827 198	12 953 599	161 077 573	39%
Projection selon primes brutes	20 986 983	17 915 226	14 654 800	11 463 656	8 678 972	6 553 369	97 770 162	-16%

FIGURE 6.8 – Projection des SCR morbidité - sensibilité

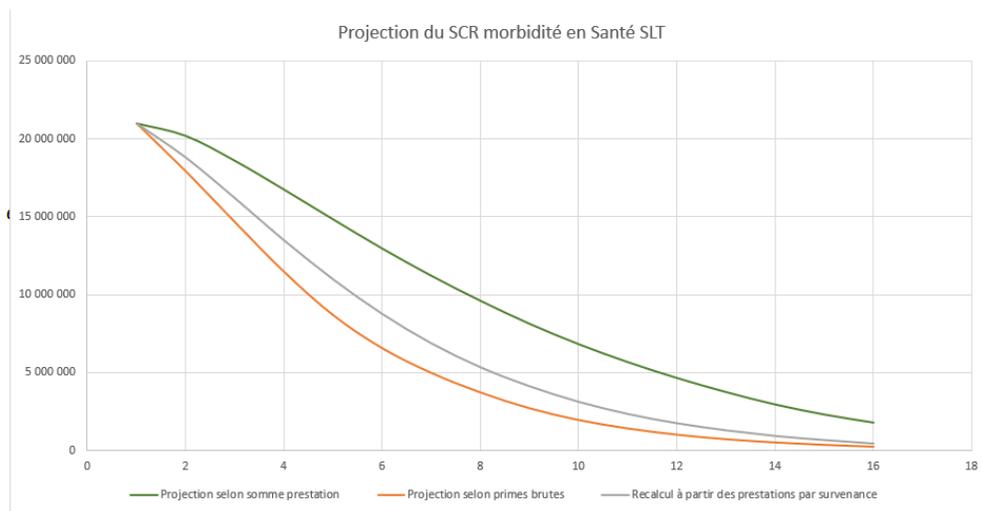


FIGURE 6.9 – Projection des SCR morbidité - sensibilité

L'approche par *driver* sur la somme des prestations restantes majore grandement le SCR morbidité. Cette approche ne peut être retenue. Rappelons que l'approche par prestations par survenance n'est pas possible dans notre modèle en raison de l'indisponibilité des montants de prestation par survenance. Par conséquent, l'approche par le *driver* sur les primes est retenu. Cependant, puisque cette approche sous estime le capital requis de 16%, il faudra être attentif à son impact sur les indicateurs de rentabilité

	VIF	VIF/SCR
Recalcul à partir des prestations par survenance	13 998 837	5,69%
Projection selon somme prestation	14 038 979	5,14%
Projection selon primes brutes	14 038 979	5,90%

FIGURE 6.10 – Projection des SCR morbidité - impact sur la rentabilité

L'approche retenue majore de 0,21% le ratio VIF/SCR.

6.5 Projection SCR hausse cessation

Le SCR cessation à la hausse représente 13% du SCR Vie avant diversification. Il n'a cependant pas d'impact sur le SCR Vie puisque le SCR cessation de masse reste supérieur. Pour ce SCR, deux hypothèses de projection sont testées :

- Projection selon le BE Vie
- Projection selon la prime

De plus une projection réelle à été recalculée manuellement (en effectuant le choc de la formule Standard pour chaque année de projection).

Projection selon le BE vie

Une approche possible pour modéliser un choc sur le taux de rachat est de le rendre proportionnel au BE de l'année considérée. Ceci suppose principalement que le ratio combiné reste inchangé suite à une augmentation/baisse des rachats.

$$SCR_{lapseup}_p^i = SCR_{lapseup}_p^i \times \frac{BE_{Vie_p}}{BE_{Vie_0}}$$

Cependant, dans le cas d'un produit présentant une matrice de déformation des primes, le taux de rachat impacte directement le ratio combiné. Notons aussi que le proxy ne permet pas de capter les « économies d'échelle » notamment sur les frais (le taux de frais baisse lorsque le volume de prime augmente). Néanmoins, les taux de frais étant faibles pour le produit, ceci est négligeable.

Projection selon les primes

Une projection avec les primes de l'année comme *driver* est réalisée. Ce proxy ne permet pas de prendre en compte l'évolution de la rentabilité du portefeuille en cours de projection.

Résultat de la sensibilité

	N	N+1	N+2	N+3	N+4	N+5	Somme sur 15 ans	Ecart
Projection selon BE	4 263 280	2 966 468	1 996 887	1 322 265	878 418	577 169	12 824 663	-8%
Projection réelle	4 263 280	3 226 906	2 368 334	1 625 978	1 052 992	655 413	14 009 159	0%
Projection selon primes	4 263 280	3 930 917	3 210 220	2 520 968	1 921 661	1 465 421	21 420 812	53%

FIGURE 6.II – Projection des SCR cessation à la hausse - sensibilité

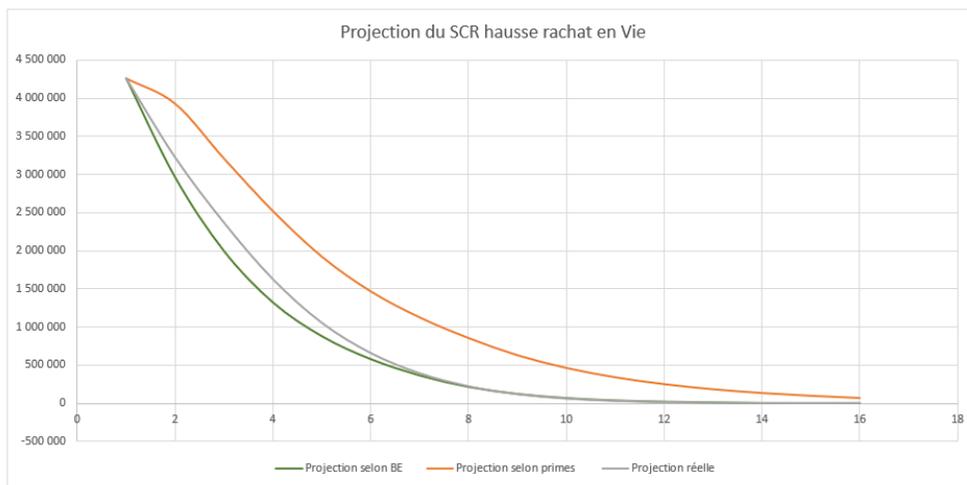


FIGURE 6.I2 – Projection des SCR cessation à la hausse - sensibilité

L'approche par les BE (approche retenue) sous-estime légèrement le capital requis mais reste assez proche de la projection réelle. L'impact sur les indicateurs de rentabilités ne sont pas présentés car ils sont nuls. En effet, le SCR cessation à la hausse est inférieur au SCR cessation de masse sur une grande partie de la projection.

6.6 Projection SCR cessation de masse

Le SCR cessation de masse représente 27% du SCR Vie avant diversification. Trois approches différentes sont testées pour la projection :

- Projection selon le résultat technique (hors provisions)
- Projection selon le BE
- Projection selon la prime

De plus une projection réelle à été recalculée manuellement.

Résultat de la sensibilité

	N	N+1	N+2	N+3	N+4	N+5	Somme sur 15 ans	Ecart
Projection selon résultat	9 069 163	6 359 006	4 741 544	3 295 198	2 168 472	1 470 678	29 937 241	18%
Projection réelle	9 069 163	5 842 567	3 923 322	2 448 714	1 523 515	983 696	25 297 415	0%
Projection selon primes	9 069 163	8 362 136	6 829 016	5 362 789	4 087 899	3 117 351	45 567 931	80%
Projection selon BE	9 069 163	6 310 490	4 247 926	2 812 820	1 868 635	1 227 797	27 281 568	8%

FIGURE 6.13 – Projection des SCR cessation de masse - sensibilité

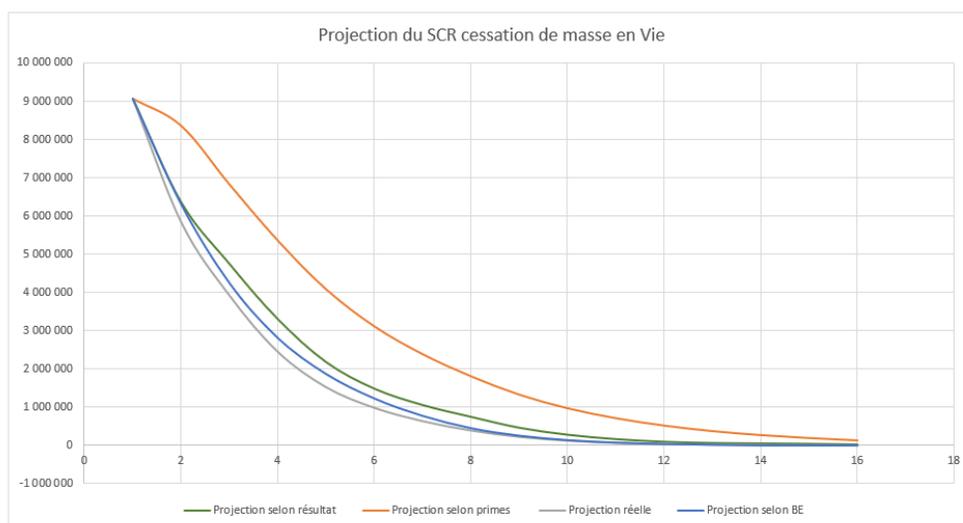


FIGURE 6.14 – Projection des SCR cessation de masse - sensibilité

L'approche par les BE est celle qui est la plus proche du réel. L'approche par le résultat (approche retenue) reste cependant assez proche du réel.

	VIF	VIF/SCR
Projection selon résultat	14 038 979	5,90%
Projection réelle	14 044 956	5,94%
Projection selon primes	14 016 057	5,78%
Projection selon BE	14 042 144	5,92%

FIGURE 6.15 – Projection des SCR cessation de masse - impact sur la rentabilité

L'approche retenue a un impact de 0,04% sur le ratio VIF/SCR.

6.7 Comparaison globale - Projection des SCR

En comparant le SCR total projeté par le modèle est celui que l'on aurait obtenu en prenant les SCR projetés réels - ou les proxys les plus proches du réel (approche par CRD probabilisé pour le SCR catastrophe et approche par prestations par survenance pour le SCR morbidité), il est obtenu :

	N	N+1	N+2	N+3	N+4	N+5	Somme sur 15 ans	Ecart
Projection modèle	36 834 662	31 533 905	26 513 197	22 082 612	18 329 102	15 579 017	237 986 440	0,05%
Projection réelle	36 834 662	31 363 421	26 434 359	22 119 826	18 547 133	15 766 861	237 856 000	0,00%

FIGURE 6.16 – Projection des SCR - sensibilité

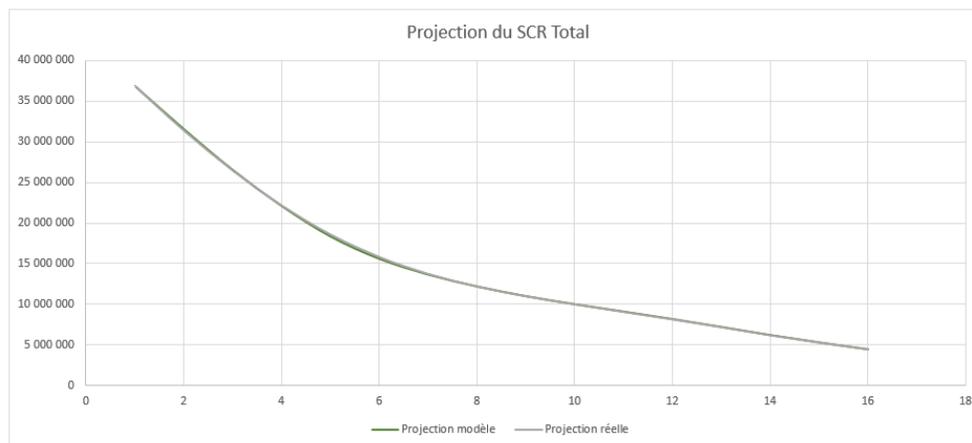


FIGURE 6.17 – Projection des SCR - sensibilité

Au global, les hypothèses de projection des SCR entraînent une sur-estimation du capital requis de 0.05%. Si l'impact au global est particulièrement faible, il convient de rester prudent car ceci est l'effet de la somme d'effets inverses. Les deux principaux impacts sont ceux du proxy sur le SCR catastrophe qui surestime le capital requis et celui sur le SCR morbidité qui le sous-estime. Ainsi dans le cadre de sensibilités, ou lors de l'application du modèle

sur des produits différents de celui présenté, il conviendra de rester vigilant sur les approximations faites. En effet, dans le cas où le poids du SCR morbidité et du SCR catastrophe serait amené à être radicalement différent des répartitions pour le produit présenté, les impacts des simplifications sur le total du capital requis pourraient être plus grands.

	VIF	VIF/SCR
Projection modèle	14 038 979	5,90%
Projection réelle	14 039 449	5,91%

FIGURE 6.18 – Projection des SCR - impact sur la rentabilité

L'impact sur le ratio VIF/SCR est de 0,01%.

6.8 Conclusion du chapitre

Les hypothèses testées dans ce chapitre s'avèrent assez précises et ne remettent pas en cause la validité du modèle. Cependant les hypothèses testées n'expliquent donc pas entièrement l'ensemble des écarts qu'il est possible d'observer avec le modèle stochastique. Ils s'expliquent donc sûrement par d'autres hypothèses. Par exemple, le passage d'un modèle de changement d'état de l'assuré mensuel (modèle stochastique de référence) à un modèle de changement d'état annuel (modèle construit), peut être une source de divergence sur les résultats. Cependant le test de d'une sensibilité sur cette hypothèse est compliqué à réaliser car elle nécessite une refonte totale du modèle (convertir le modèle à pas annuel en modèle à pas mensuel) pour pouvoir être mesuré.

Dans un souci d'amélioration du modèle, des analyses d'écart complémentaires pourront être menées afin de comprendre parfaitement les points causant une divergence entre modèles stochastique et déterministe.

Conclusion

Ce mémoire visait le développement d'un modèle déterministe qui soit en mesure de produire rapidement des résultats de rentabilité et de solvabilité sur un portefeuille d'assurance emprunteur afin de permettre d'effectuer des tests de sensibilités sur n'importe quel portefeuille d'assurance de prêt.

Une première partie s'est attachée à présenter les caractéristiques de l'assurance emprunteur et notamment de souligner les évolutions sur ce marché depuis 2010 à la suite des nombreuses réformes visant à l'ouvrir aux acteurs de l'assurance. Ceci a aussi permis d'identifier un risque portant sur l'augmentation du taux de rachat des assurés.

Les deuxième et troisième parties reprenaient les éléments relatifs à la réglementation Solvabilité 2 et les indicateurs à retenir pour mesurer la solvabilité du portefeuille étudié. Ceci nous a amené à conclure que les indicateurs RORAC et VIF/SCR étaient les plus à même de fournir une information complète sur la rentabilité du portefeuille : une vision sur le long terme et permettant de mesurer la profitabilité du portefeuille en comparaison avec le capital immobilisé pour l'activité.

La quatrième partie présentait la construction du modèle déterministe et les hypothèses principales sur lesquels il repose. Étaient notamment présentés la prise en compte des différents types de prêts, la modélisation des états de l'assuré, la modélisation des primes, des sinistres et des provisions. Cette phase montrait les choix qui ont été faits sur la construction du modèle, qui devait être à la fois rapide à l'exécution et donner des résultats fiables. Ainsi, un certain nombre d'hypothèses simplificatrices ont été retenues.

Dans une cinquième partie a été présentée une application du modèle sur un portefeuille réel. Après une description statistique du portefeuille qui a notamment révélé un risque d'augmentation de l'âge des assurés à la souscription et un risque de déformation de la répartition homme/femme, les résultats comptables de la projection déterministes ont été présentés. Les résultats révèlent une certaine divergence avec les résultats d'un modèle stochastique déjà développé. Afin de tester les applications du modèle développé, des sensibilités ont également été effectuées. Cette partie met en évidence que les risques portant sur une déformation de la sinistralité, en décès ou en arrêt de travail, restent les plus impactants pour le portefeuille étudié. En revanche, les sensibilités sur une augmentation de rachat et une augmentation de l'âge à la souscription permettent de souligner la résistance du portefeuille à ce type de risque. Cette résistance est notamment due au processus de tarification, qui permet une amélioration du ratio global sinistre sur primes en cas d'une augmentation du taux de chute et qui permet à la rentabilité d'être peu sensible à l'âge des assurés. L'étude a révélé l'importance de la matrice de déformation des primes, qui est une hypothèse de tarification très impactante pour le portefeuille. Par la déformation entre écoulement des primes et des sinistres qu'elle implique, elle rend important la prise en compte du taux de rachat dans les hypothèses de tarification.

Enfin, dans une dernière partie, ont été présentés l'impact des principales hypothèses simplificatrices du modèle. L'étude des impacts a révélé que le résultat final était peu impacté par les différentes hypothèses testées, notamment sur la projection des SCR. Cependant, la liste des hypothèses étudiées n'est pas exhaustive et ne permet pas d'expli-

quer totalement les divergences avec le modèle stochastique.

A l'étude des résultats apportés par ce mémoire, les limites principales du modèle sont les suivantes :

Le modèle ne permet pas d'accéder aux prestations par survenance pour la garantie arrêt de travail, ce qui limite l'analyse des résultats sur cette garantie. De plus, l'impact de la répartition par CSP et Fumeurs/Non fumeurs sur le portefeuille n'est pas pris en compte dans la modélisation sinistralité. La résistance du tarif à une dérive des profils des assurés à la souscription sur ces points ne peut donc pas être mesurée.

Du fait de sa caractéristique déterministe, le modèle ne permet pas d'étudier des produits avec de la réassurance non-proportionnelle. Cette limite est commune à tout les modèles déterministes. Seule une modélisation stochastique de la sinistralité permet de modéliser correctement un traité de réassurance non-proportionnel.

Enfin, il n'y a pas prise en compte des effets de diversification amenés par les autres produit que possède Axéria Prévoyance : le capital requis est calculé comme si le produit étudié était le seul existant. De plus, le modèle ne permet pas de modéliser la partie actifs du bilan, et les risques de marché sous-jacent.

A la vue de ces limites, et dans une approche nécessitant une étude préalable entre gains apportés et coût d'implémentation, plusieurs axes possibles d'amélioration du modèle peuvent être mentionnés :

Il pourrait être intéressant d'établir un modèle adaptant la sinistralité des assurés à leurs caractéristiques (CSP, Fumeur/Non Fumeur, ...). Pour rappel le modèle actuel prend en compte les paramètres moyens pour un portefeuille type dans les tables de sinistralité. Changer cette hypothèse impliquerait de reconstruire les tables de sinistralité par population, et permettrait d'effectuer des sensibilités sur une déformation des hypothèses de tarifications sur les CSP ou le pourcentage de fumeurs par exemple.

La projection des SCR dans le temps pourrait être plus fine, soit en effectuant un calcul exact pour toutes les années de projection (avec le risque de perdre en vitesse de calcul), soit en menant une analyse complémentaire à celle menée sur des *drivers* possibles pour la projection.

Bibliographie

AERAS (2018), 'Les points-clés de la convention aeras'. <http://www.aeras-infos.fr/cms/sites/aeras/accueil.html>.

ATTIAS, D. (2016), Assurance emprunteur : L'impact de solvabilité 2 sur le partage de la valeur, Master's thesis, Université Paris Dauphine.

AUER, E. (2007), Modélisation d'un contrat emprunteur : Impacts et résultats, Master's thesis, Université Louis Pasteur Strasbourg.

BEX, H. K. S. (2010), Analyse de la rentabilité des contrats emprunteurs et impact des nouvelles contraintes induites par la réforme solvabilité 2, Master's thesis, Centre d'études actuarielles.

CHAPUIS, C. (2013), Spécificités et enjeux de l'assurance emprunteur, Master's thesis.

ELBAZ, I. (2007), Construction d'une table d'expérience emprunteur, Master's thesis, Université Paris Dauphine.

Empruntis (n.d.), 'Assurance de prêt : extension de garanties pour les maladies non objectivables (mno)'. <https://www.empruntis.com/assurance-pret-immobilier/assurance-pret-couverture-mno.php>.

FFA (2018), 'Les chiffres du marché de l'assurance de prêt immobilier'. <https://www.ffa-assurance.fr/content/assurance-emprunteur?parent=74lastChecked=133>.

MACIF (2017), 'Rapport financier annuel de la macif'. <https://www.macif.fr/files/live/sites/maciffr/files/maciffr/LeGroupe/Panorama-financier-annuel-2017.pdf>.

meilleurtaux.com (2017), 'L'ouverture du marché de l'assurance-emprunteur, contestée par les banques'. <https://www.meilleurtaux.com/assurance-de-pret/actualites/2017-novembre/ouverture-du-marche-de-l-assurance-emprunteur-contestee-par-banques.html>.

MINASSIAN, D. (2013), Analyse de l'effet de la sélection des risques sur la garantie décès/p.t.i.a en assurance emprunteur, Master's thesis, Institut de Science Financière et d'Assurances.

As du Grand Lyon (n.d.), 'La définition d'une assurance emprunteur'. <http://www.asdugrandlyon.com/infos/definition-assurance-emprunteur.html>.

La Centrale de Financement (n.d.), 'Le guide de l'assurance emprunteur'. <http://www.lacentraledefinancement.fr/assurance-pret-immobilier/assurance-emprunteur/guide-assurance-emprunteur/>.

L'Argus de l'assurance (2017), 'Rémunération des intermédiaires : précompte, une fin annoncée?'. <https://www.argusdelassurance.com/juriscopes/decryptages/remuneration-des-intermediaires-precompte-une-fin-annoncee.115188>.

- SANCHEZ D'HONDT, S. (2012), Tarification, modélisation et rentabilité d'un contrat d'assurance emprunteur, Master's thesis, Institut de Science Financière et d'Assurances.
- PRIMEL, S. (2012), Tarification, rentabilité et impacts de solvabilité ii sur les contrats emprunteur - application aux garanties décès et incapacité, Master's thesis, Université Paris Dauphine.
- Réassurezmoi (2018), 'Les chiffres du marché de l'assurance de prêt immobilier'. <https://reassurez-moi.fr/guide/chiffres-marche-assurance-emprunteur>.
- Réassurezmoi (n.d.), 'Assurance emprunteur : principe forfaitaire ou indemnitaire?'. <https://reassurez-moi.fr/guide/assurance-emprunteur-forfaitaire-indemnitaire>.
- SmartOctave (n.d.), 'Garantie invalidité pour les professions médicales'. <https://www.smartoctave.fr/assurance-de-pret/assurance-deces-invalidite/garantie-invalidite-profession-medicale/>.
- TALOURD, F. (2003), La rentabilité des contrats collectifs d'assurance emprunteurs, Master's thesis, Centre d'études actuarielles.
- VERNE, G. (2015), Construction de tables de mortalité d'expérience sur de petits échantillons pour l'estimation de la sinistralité décès, Master's thesis, Université Paris Dauphine.

Annexes

.1 Expression du capital restant dû pour un prêt à annuités constantes

Supposons la périodicité des remboursements annuels ($periodicite = 1$) afin de simplifier les notations. On notera l'annuité a .

On rappelle que :

$$\begin{cases} a(k) = A(k) + I(k) \\ I(k) = CRD(k-1) \times i \\ CRD(k) = CRD(k-1) - A(k) \end{cases}$$

Etant donné que les annuités sont constantes on a pour tout k dans $[1, d]$:

$$\begin{aligned} a(k+1) &= a(k) \iff A(k+1) + I(k+1) = A(k) + I(k) \\ \iff A(k+1) &= A(k) + I(k) - I(k+1) \\ \iff \frac{A(k+1)}{A(k)} &= 1 + i \times \frac{CRD(k-1) - CRD(k)}{A(k)} \\ \iff \frac{A(k+1)}{A(k)} &= 1 + i \times \frac{CRD(k-1) - CRD(k)}{CRD(k-1) - CRD(k)} \\ \iff \frac{A(k+1)}{A(k)} &= 1 + i \end{aligned}$$

Ainsi $A(k)$ est une suite géométrique de raison $1+i$ et on a donc :

$$CI = A(1) \sum_{k=1}^d (1+i)^{k-1} = A(1) \times \frac{1 - (1+i)^d}{1 - (1+i)} = A(1) \times \frac{(1+i)^d - 1}{i}$$

On peut alors calculer l'annuité constante :

$$a = A(1) + I(1) = CI \times \left(\frac{i}{(1+i)^d - 1} + i \right) = CI \times i \times \frac{1}{(1+i)^d - 1}$$

Enfin on peut calculer le capital restant dû :

$$\begin{aligned} CRD(k) &= CI - \sum_{t=1}^k A(t) = CI - \sum_{t=1}^k A(1) \times (1+i)^{t-1} = CI - A(1) \times \frac{1 - (1+i)^k}{1 - (1+i)} \\ &= CI - CI \times \frac{i}{(1+i)^d - 1} \times \frac{(1+i)^k - 1}{i} \end{aligned}$$

$$= CI \times \frac{(1+i)^d - (1+i)^k}{(1+i)^d - 1}$$

.2 Impact du surprovisionnement sur la rentabilité du portefeuille

Le provisionnement en arrêt de travail est calculé à partir des tables de maintien BCAC tandis que la sinistralité est modélisée avec une table d'expérience. L'utilisation des tables BCAC amène à un surprovisionnement du portefeuille. L'impact de ce surprovisionnement est mesuré dans cette annexe. Une sensibilité est effectuée en utilisant les tables d'expérience pour le provisionnement en arrêt de travail.

	N+1	N+2	N+3	N+4	N+5	Somme
Provisions central	11 925 369	18 085 990	19 721 002	19 578 413	18 372 588	189 417 435
Provision recalcul	4 284 254	7 384 441	9 137 529	10 110 531	10 442 673	115 903 040
Ecart	-64,1%	-59,2%	-53,7%	-48,4%	-43,2%	-38,8%

	N+1	N+2	N+3	N+4	N+5	Somme
Résultat net central	-12 185 743	212 308	2 896 039	3 124 114	3 100 080	15 121 192
Résultat net recalcul	-4 096 543	2 290 424	2 709 262	2 193 346	1 842 777	18 722 479
Ecart	-66,4%	978,8%	-6,4%	-29,8%	-40,6%	23,8%

FIGURE 19 – Sensibilité sur le surprovisionnement

L'utilisation des tables d'expérience permet de réduire les provisions de 39%. Ceci a un impact non négligeable sur le résultat net en raison du gain d'impôt provoqué par la modification de la distribution des résultats par années (le résultat avant impôt total sur la projection n'est quasiment pas impacté par le provisionnement à l'exception des produits financiers). En effet le taux d'imposition sur le résultat technique de l'ensemble de la projection passe de 45% à 30%. Le premier chiffre est très élevé en raison du résultat particulièrement faible en projection centrale la première année dû au surprovisionnement, compensé par des résultats importants par la suite qui sont soumis à l'impôt. Le lissage des résultats permet la diminution du taux d'imposition global.

L'impact sur les indicateurs de rentabilité sont les suivants :

	Résultat net N+1	BE N	SCR N	Ratio combiné global	VIF	VIF/SCR
Central	-12 185 743	-22 092 004	36 834 662	83,4%	14 038 979	5,90%
Recalculé	-4 096 543	-22 789 265	36 449 141	82,1%	16 042 747	6,82%

FIGURE 20 – Sensibilité sur le surprovisionnement

L'impact est particulièrement important puisque l'utilisation de tables d'expérience permet d'améliorer le ratio VIF/SCR de quasiment un point. L'impact est quasi exclusivement dû à un impact sur le résultat étant donné que le capital requis n'est pas affecté par le provisionnement comptable.

.3 Impact de la matrice de déformation des primes

Une sensibilité est effectuée en projetant le portefeuille en l'absence de matrice de déformation des primes.

	N+1	N+2	N+3	N+4	N+5	N+6	N+7	N+8	N+9	N+10	Somme
Primes avec déformation	21 806 941	20 727 699	17 125 878	13 579 980	10 438 381	8 013 659	6 181 722	4 710 999	3 478 623	2 559 534	115 094 295
Primes sans déformation	19 313 126	18 690 261	16 157 668	13 471 677	10 865 529	8 613 703	6 777 481	5 262 245	4 018 783	3 054 964	114 575 955
Ecart	13%	11%	6%	1%	-4%	-7%	-9%	-10%	-13%	-16%	0%

S/P vie sans déformation	67%	67%	67%	67%	67%	68%	68%	68%	68%	68%	
---------------------------------	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	--

FIGURE 21 – Sensibilité sur la matrice de déformation

Comme attendu, l'impact au global sur les primes est quasi inexistant, la matrice changeant seulement la répartition par années, en entraînant une majoration les premières années suivi d'une minoration les années suivantes. Ceci est responsable de l'augmentation de S/P en vie au cours de la projection, puisque comme il est possible de le voir ci-dessus, le S/P vie est quasiment constant dans le temps en l'absence de matrice de déformation.

La présence de la matrice de déformation permet de ce fait au portefeuille de mieux résister au risque d'augmentation des taux de rachats, en raison de la baisse qu'elle implique sur les S/P les premières années de projection et la hausse des S/P en fin de projection.

SCR cessation à la hausse Vie avec matrice de déformation	4 263 280
SCR cessation à la hausse Vie sans matrice de déformation	5 863 576
Ecart	-27%

FIGURE 22 – Sensibilité sur la matrice de déformation : SCR cessation à la hausse

A l'inverse, la matrice de déformation augmente le risque de baisse des taux de rachats

SCR cessation à la baisse SLT avec matrice de déformation	5 612 541
SCR cessation à la baisse SLT sans matrice de déformation	4 240 704
Ecart	32%

FIGURE 23 – Sensibilité sur la matrice de déformation : SCR cessation à la baisse

	Résultat net N+1	BE N	SCR N	Ratio combiné global	VIF	VIF/SCR
Avec matrice de déformation	-12 185 743	-22 092 004	36 834 662	83,4%	14 038 979	5,90%
Sans matrice de déformation	-14 365 989	-25 214 174	36 458 610	83,9%	12 517 058	5,36%

FIGURE 24 – Sensibilité sur la matrice de déformation : indicateurs de rentabilité

Globalement, la matrice de déformation joue favorablement sur l'indicateur VIF/SCR, majoritairement du fait de l'impact de l'actualisation. En effet la matrice permet d'améliorer les résultats les premières années au détriment des

dernières années. Or du fait des taux d'actualisation, le poids des premières années de projection dans le calcul du VIF est plus important que le poids des dernières années de projection. C'est ce qui explique aussi la diminution du ratio combiné global (qui est aussi sujet à l'actualisation)

Table des figures

1.1	Les différents acteurs d'un contrat d'assurance emprunteur dans le cadre de la délégation d'assurance	11
1.2	Evolution des cotisation sur l'assurance emprunteur (en milliards €)	18
1.3	Répartition des cotisations en fonction du type de prêt (2017)	18
1.4	Répartition des cotisations en fonction du type de garantie (2017)	19
2.1	Calcul du SCR en Formule Standard	22
2.2	Matrice de corrélation pour le calcul du BSCR	23
2.3	Matrice de corrélation pour le calcul du SCR vie	24
2.4	Matrice de corrélation pour le calcul du SCR Santé SLT	26
4.1	Représentation schématique du modèle	32
4.2	Exemple d'un tableau d'amortissement	33
4.3	Table de mortalité	37
4.4	Table d'entrée en Arrêt de Travail	38
4.5	Table de maintien en Arrêt de Travail	38
4.6	Table de rachat	39
4.7	Diagramme de transition des états	39
4.8	Diagramme de transition des états annuels simplifié	40
5.1	Taux des frais et des placements	64
5.2	Présentation de quelques statistiques sur les assurés par année	64
5.3	Caractéristiques des assurés	65

5.4	Répartition du nombres d'assuré selon les caractéristiques de leurs contrats	65
5.5	Evolution des cotisations et des commissions pour la garantie décès sur 5 ans	66
5.6	Evolution des cotisations et des commissions pour la garantie décès sur 20 ans	67
5.7	Evolution des cotisations et des commissions pour la garantie AT sur 5 ans	67
5.8	Evolution des cotisations et des commissions pour la garantie AT sur 20 ans	68
5.9	Comparaison des cotisations déterministe-stochastique	68
5.10	Prestations décès sur 5 ans	69
5.11	Prestations décès sur 10 ans	70
5.12	Prestations AT sur 5 ans	70
5.13	Prestations AT sur 10 ans	71
5.14	Comparaison des prestations déterministe-stochastique	71
5.15	Compte de résultat vie	73
5.16	Compte de résultat non vie	74
5.17	Résultat net	74
5.18	Best Estimates	75
5.19	Pieuvre SCR pour l'année 2018	75
5.20	Projection du SCR Vie	76
5.21	Projection du SCR Santé SLT	77
5.22	Indicateurs de rentabilité	77
5.23	Résultat technique Décès - Sensibilité aux taux de mortalité	79
5.24	Sensibilité au taux de mortalité	79
5.25	Sensibilité au taux d'entrée en arrêt de travail	80
5.26	Sensibilité au taux de rachat	81
5.27	Sensibilité au taux de rachat	81
6.1	Hypothèse de décès en milieu d'année - Impact sur les prestations	84
6.2	Hypothèse de décès en milieu d'année - Impact sur les indicateurs de rentabilité	84

6.3	Hypothèse d'entrée en AT en milieu d'année - Impact sur les prestations	85
6.4	Hypothèse d'entrée en AT en milieu d'année - Impact sur les indicateurs de rentabilité	85
6.5	Projection des SCR catastrophe - sensibilité	86
6.6	Projection des SCR catastrophe - sensibilité	87
6.7	Projection des SCR catastrophe - impact sur la rentabilité	87
6.8	Projection des SCR morbidité - sensibilité	88
6.9	Projection des SCR morbidité - sensibilité	89
6.10	Projection des SCR morbidité - impact sur la rentabilité	89
6.11	Projection des SCR cessation à la hausse - sensibilité	90
6.12	Projection des SCR cessation à la hausse - sensibilité	90
6.13	Projection des SCR cessation de masse - sensibilité	91
6.14	Projection des SCR cessation de masse - sensibilité	91
6.15	Projection des SCR cessation de masse - impact sur la rentabilité	92
6.16	Projection des SCR - sensibilité	92
6.17	Projection des SCR - sensibilité	92
6.18	Projection des SCR - impact sur la rentabilité	93
19	Sensibilité sur le surprovisionnement	99
20	Sensibilité sur le surprovisionnement	99
21	Sensibilité sur la matrice de déformation	100
22	Sensibilité sur la matrice de déformation : SCR cessation à la hausse	100
23	Sensibilité sur la matrice de déformation : SCR cessation à la baisse	100
24	Sensibilité sur la matrice de déformation : indicateurs de rentabilité	100