

**Mémoire présenté pour la validation de la Formation
« Certificat d'Expertise Actuarielle »
de l'Institut du Risk Management
et l'admission à l'Institut des actuaires
le**

Par : Papa Cheikh FALL

Titre : Intégration de facteurs liés à la température dans modélisation du risque de mortalité

Confidentialité : NON OUI (Durée : 1an 2 ans)

Les signataires s'engagent à respecter la confidentialité indiquée ci-dessus

Membres présents du jury de l'Institut des actuaires :

Membres présents du jury de l'Institut du Risk Management :

Secrétariat :

Bibliothèque :

Entreprise : GENERALI FRANCE _____

Nom : Sophie BEAUROPERT _____

Signature et Cachet :



Directeur de mémoire en entreprise :

Nom : Maria PERINI _____

Signature : 

Invité :

Nom : Mehul GHANSAM _____


Signature : 

Autorisation de publication et de mise en ligne sur un site de diffusion de documents actuariels

(après expiration de l'éventuel délai de confidentialité)

Signature du responsable entreprise

Signature(s) du candidat(s)



Intégration de facteurs liés à la température dans la modélisation du risque de mortalité

Papa Cheikh FALL

Directeur de mémoire : **Maria PERINI**
Generali France

Remerciements

Je ne remerciais jamais assez toutes les personnes qui de loin ou de près m'ont soutenu jusqu'à l'aboutissement du présent mémoire. Je donnerais une mention spéciale à Patrick VOUNZI pour avoir su me faire confiance quand j'ai entrepris de me lancer dans cette aventure, ainsi qu'à Maria PERINI pour son soutien, sa disponibilité, et ses conseils avisés tout au long du processus de rédaction de ce mémoire.

Je tiens aussi à exprimer ma sincère gratitude, à mon Directeur Scientifique, Christophe DUTANG, pour les échanges et ses conseils d'experts, ainsi qu'à Mehul GHANSAM pour son aide et ses sages recommandations.

De même, je tiens à remercier ceux qui, chacun à sa manière, m'ont apporté leur soutien et seront à jamais partie intégrante de ces travaux : Alima BADJI, Carine MIEDI et Khouloud MANDHOJJ.

Je profite aussi de cette occasion pour présenter mes remerciements les plus profonds à ma mère, mon père, et à mes sœurs et frères, pour avoir été toujours à proximité, malgré la distance, et tout simplement, pour tout ce que qu'ils ont fait qui aura marqué ce que je suis.

Je ne saurais finir sans remercier une personne qui m'aura inspiré l'esprit de sacrifice mais également d'abnégation nécessaire à ce travail : mon épouse. Enfin, je dédie ces travaux à mes enfants, et à leur avenir glorieux !

Résumé

La relation entre l'évolution de la température et la mortalité est en train de prendre une importance toute particulière dans le contexte du changement climatique. L'augmentation du nombre des vagues de chaleur mais aussi de grand froid ainsi que leur apparition de façon plus rapprochée contribue fortement à cette prise de conscience.

L'étude réalisée dans le cadre de ce mémoire se penche sur l'intégration de facteurs liés à la température dans le cadre de la modélisation du risque de mortalité. Dès lors, la question à laquelle on ne peut échapper, une fois ces facteurs définis et intégrés, est l'impact des fluctuations du climat sur la mortalité. Autrement dit, quel est le niveau de surmortalité annuel auquel on pourrait s'attendre dans un horizon de temps plus ou moins lointain tenant compte de l'évolution actuel des températures à la surface du globe ?

Le premier modèle de mortalité intégrant des facteurs liés à la température est présenté et analysé au regard des critères de satisfaction d'un modèle de mortalité stochastique. Par la suite, nous proposons une version dérivée de ce modèle visant à répondre à l'exercice de simulation de l'impact de l'évolution du climat sur la mortalité, tout en mettant en évidence les limitations rencontrées ainsi que les solutions envisagées pour y répondre.

Note de synthèse

Au cours des dernières années, la littérature sur la modélisation du risque de mortalité s'est fortement densifiée, avec l'introduction des modèles de mortalité stochastiques, au début des années 90. L'un des sujets qui a été le plus débattu est la question de l'allongement de l'espérance de vie, au regard des problèmes démographiques et économiques que cela soulève, avec comme enjeu principal le financement des dispositifs de retraites. Néanmoins les premiers impacts identifiés des températures extrêmes (vagues de chaleur et vagues de froid) sur la mortalité remettent en cause ce précepte d'allongement continu de l'espérance de vie.

Les estimations de la surmortalité liée au changement climatique et émises par l'Organisation Mondiale de la Santé (OMS) montrent clairement un impact non-négligeable sur la mortalité humaine. Dans le présent mémoire, nous allons essayer de répondre à la problématique de l'impact du changement climatique sur la mortalité de la population française, en simulant et évaluant l'impact de l'intégration de facteurs liés à la température dans la modélisation du risque de mortalité. C'est ainsi que nous allons, en premier, définir le risque de mortalité. Par la suite, nous allons décrire les différents types de modèles de mortalité dont le modèle de Lee Carter et de Plat. Une fois l'environnement lié au risque de mortalité clairement présenté, nous procéderons à l'analyse des impacts du changement climatique. Pour ce faire nous étudierons l'évolution des températures sur les dernières années ainsi que les caractéristiques de la relation température-mortalité. A travers ces précédents éléments, qui nous ont permis de situer précisément notre problématique, nous pouvons à présent représenter le premier modèle de mortalité intégrant des facteurs liés à la température. En outre, en s'appuyant sur les critères de satisfaction d'un modèle de mortalité stochastique, il nous sera possible d'étudier et d'analyser les résultats du modèle présenté, et de proposer une alternative à ce modèle afin de répondre à notre objectif d'estimation prudente de l'impact de différents scénarios d'évolution de la température sur la mortalité. Enfin, nous concluons par une évaluation des impacts sur un portefeuille d'assurance.

Le risque de mortalité est par définition, le risque lié à l'incertitude sur l'évolution des taux de mortalité avec des impacts à la hausse ou à la baisse sur les provisions techniques. Le risque de mortalité se structure en trois composantes que sont : le risque systématique, le risque de base, et le risque idiosyncratique. En particulier, pour ce qui est de la composante du risque idiosyncratique, les travaux du mémoire tentent de mettre en lumière l'une des causes, à savoir : le changement climatique.

La première génération de modèle de mortalité, dits des modèles statiques, a fortement été développée depuis l'introduction en 1725 du premier modèle de distribution uniforme des décès, d'**ABRAHAM DE MOIVRE**. La critique principale émise à l'égard de ces premiers modèles, qui décrivent la mortalité à un point fixe dans le temps, porte sur le fait que les paramètres doivent être ajustés périodiquement pour tenir compte des changements dans les modèles de mortalité. Par ailleurs, la nécessité d'utiliser des tables de mortalité prospective tenant compte de l'augmentation de l'espérance de vie a commencé à se faire sentir en toute fin des années 1900. La deuxième génération de modèle de mortalité, dit des modèles stochastiques, suppose que l'évolution des taux de mortalité, suit un processus stochastique. Grâce à cette hypothèse, il est possible de produire une distribution de prévisions, et non plus uniquement une valeur déterministe. Le modèle (ci-après dénommé le modèle LC) introduit par les auteurs **RONALD LEE ET LAWRENCE CARTER (1992)**, est le modèle stochastique de mortalité le plus connu, et le plus utilisé. Il s'écrit sous la forme :

$$\ln(\mathbf{m}_{x,t}) = \alpha_x + \beta_x^{(1)} k_t^{(1)} + \varepsilon_{x,t}$$

Le modèle décompose le logarithme du taux instantané de mortalité en deux composantes, dont l'une est propre à l'âge et l'autre tendancielle. A cela on ajoute un bruit blanc. Les points forts de ce modèle sont sa simplicité d'utilisation et la qualité des résultats d'ajustement. Néanmoins, il présente deux principaux aspects négatifs. Le premier est qu'il ne contient pas de facteur de cohorte, et le deuxième aspect négatif est qu'il ne tient pas compte de l'hétérogénéité des taux de mortalité à différents âges.

Par la suite, différents auteurs ont proposé des évolutions au modèle LC afin d'en améliorer la robustesse. En particulier, en 2009, **RICHARD PLAT** publie une nouvelle extension du modèle LC (ci-après dénommé le modèle PLAT), et y inclut entre autres un effet de cohorte, ainsi que d'autres processus stochastiques qui caractérisent l'indice temporel d'évolution de la mortalité dans l'espace-temps, selon différentes classes d'âge. Il s'écrit sous la forme suivante :

$$\ln(\mathbf{m}_{x,t}) = \alpha_x + k_t^{(1)} + (\bar{x} - x) k_t^{(2)} + (\bar{x} - x)^+ k_t^{(3)} + \gamma_{t-x} + \varepsilon_{x,t}$$

L'étude de ces modèles a été réalisée par l'intermédiaire de l'outil **R Core Team (2018)**, et du package nommé « *StMoMo*¹ » pour *Stochastic Mortality Modelling*. Publié par **ANDRES VILLEGAS**, ce dernier comprend par défaut les fonctions d'ajustement des principaux modèles stochastiques de mortalité, et offre la possibilité de définir des fonctions d'ajustements spécifiques, en se basant sur les contraintes permettant d'éviter les problèmes d'identification des modèles. Les données d'observations de la mortalité, utilisées dans le cadre de l'application de ces modèles et de l'identification des paramètres, proviennent de la base de données de la mortalité humaine par pays « *Human Mortality Database* ». Les résultats de l'estimation des paramètres des modèles (LC et PLAT) obtenues paraissent conformes aux résultats classiquement obtenus sur la période d'observation de 1950 à 2017 et pour la classe d'âge allant de 0 à 100 ans.

Plus globalement, la notation mathématique générale des modèles de mortalité stochastique se résume en l'équation suivante :

$$\ln(\mathbf{m}_{x,t}) = \alpha_x + \sum_{i=1}^N \beta_x^{(i)} k_t^{(i)} + \beta_x^{(0)} \gamma_{t-x} + \varepsilon_{x,t}$$

¹ L'acronyme StMoMo, prononcé Saint Momo, signifie "Stochastic Mortality Modeling". Momo est le roi des carnivals dans de nombreuses festivités latino-américaines.

Le changement climatique n'est pas un concept nouveau. Au contraire, c'est un domaine bien connu des experts et chercheurs scientifiques qui nourrit de plus en plus de débat. Néanmoins ce n'est que récemment que le secteur de l'assurance a commencé à prendre conscience des impacts importants et variés que peuvent avoir le changement climatique. En juin 2017, la *Task-Force on Climate-Related Financial Disclosures* (TCFD) définit les risques climat selon deux catégories, à savoir : les risques de transition qui sont les risques subis par les entreprises résultant des effets de la mise en place d'un modèle économique bas-carbone, et les risques physiques qui sont les risques liés aux impacts physiques du changement climatique. A cela s'ajoute une dernière catégorie, les risques de responsabilité. Ces derniers ont été considérés récemment comme faisant partie des risques induits par le changement climatique. Ils correspondent aux dommages et intérêts qu'une personne morale devrait être amenée à faire face si elle était jugée responsable du réchauffement climatique.

Les données d'observations utilisées, qui proviennent du *Goddard Institute for Space Studies - GISS*, et portent sur les observations de températures de différentes stations météorologiques, ont été agrégés pour disposer de l'évolution de la température moyenne de 1950 à 2017 au niveau de la France. Dès lors, nous avons évalué la corrélation entre l'évolution de la température (moyenne, minimale, maximale, et le nombre de mois où la température moyenne est supérieure à 20°C ou inférieure à 0°C) et l'évolution de la mortalité. L'évaluation des coefficients de corrélation de Pearson et Spearman mettent en évidence une corrélation négative entre ces deux facteurs. Cette étude est complétée par un test d'hypothèses, qui confirme qu'il existe une relation entre la température et la mortalité, particulièrement marquée quand l'on considère l'évolution de la température maximale par rapport à la mortalité des hommes ou des femmes.

L'augmentation du nombre des vagues de chaleur mais aussi de grand froid ainsi que leur apparition de façon plus rapprochée contribue fortement à la prise de conscience de l'importance du changement climatique. La nature de la dépendance entre la température et la mortalité est réputée pour avoir une allure générale sous la forme d'un U ou d'un Y avec des pics saillants aux deux extrémités représentant les températures basses (situation de grand froid) ou élevées (situation de forte chaleur). Entre ces deux extrêmes, la mortalité passe par un minimum que l'on peut qualifier d'optimum thermique. L'analyse des d'observations sur la température met en évidence le fait que si l'on s'en tient au rythme actuel d'évolution de la température, l'augmentation de celle-ci, sur l'horizon de temps 2016-2035, serait de +0,8°C, en comparaison des éléments que prévoient les experts du GIEC (Groupe d'Experts Intergouvernemental sur l'Évolution du Climat), à savoir une évolution sur la période de l'ordre de +0,7°C, dans le cadre du 5^{ème} rapport de synthèse du GIEC publié en 2014. Nous nous situons donc à un niveau supérieur à la trajectoire du RCP² (*Representative Concentration Pathway*). De ce fait et ce pour la suite de l'analyse nous avons alors proposé 3 trajectoires alternatifs d'évolution de la température, en considérant une hausse de +0,9°C, de +1,1°C et de +1,3°C.

² *Representative Concentration Pathway* : Les scénarios RCP (pour *Representative Concentration Pathway*) sont quatre scénarios de trajectoire en fonction du temps des concentrations de gaz à effet de serre dans l'atmosphère jusqu'à l'horizon 2300. Ces scénarios ont été établis dans le cadre du cinquième rapport du Groupe d'experts intergouvernemental sur l'évolution du climat (GIEC).

En 2015, **MALGORZATA SEKLECKA, ATHANASIOS A. PANTELOUS ET COLIN O'HARE** publient une nouvelle extension du modèle LC (ci-après dénommé le modèle SPO), qui s'appuie sur les extensions du modèle PLAT et inclut des paramètres supplémentaires. Il s'écrit sous la forme suivante :

$$\ln(m_{x,t}) = \alpha_x + k_t^{(1)} + (\bar{x} - x)k_t^{(2)} + (\bar{x} - x)^+ k_t^{(3)} + [(a - x)^+ + c_x(x - a)^+]^2 k_t^{(4)} + \gamma_{t-x} + \varepsilon_{x,t}$$

Trois nouveaux paramètres sont proposés par les auteurs du SPO. Il s'agit du paramètre c_x qui représente le niveau de corrélation existant entre l'évolution de la température et l'évolution de la mortalité. Le paramètre a qui capture la classe d'âge « seuil » à compter de laquelle on peut supposer un impact significatif des facteurs de la température sur la mortalité. En effet, selon les auteurs la fluctuation de la mortalité au regard de l'impact de la température s'avère significatif sur les populations âgées, d'où la contrainte introduite autour du paramètre a . Aussi la détermination de ce paramètre est discrétionnaire. Et enfin, le paramètre $k_t^{(4)}$ qui représente l'évolution du niveau de mortalité pour toute la classe d'âge considérée et en tenant compte du niveau de corrélation entre la température et la mortalité. Il reflète donc la dynamique d'évolution de la mortalité selon les évolutions des paramètres précédents de la température.

Au-delà de la relative satisfaction du modèle SPO, eu égard des critères de satisfaction d'un modèle de mortalité stochastique émis par **CAIRNS ET AL. (2008)**, on peut émettre une critique sur la prise en compte d'un seul et unique facteur c_x faisant le lien, selon les auteurs du SPO, à la température moyenne. En effet, la littérature sur la relation climat-mortalité met en évidence la relation de type U. Une surmortalité au niveau des températures froides et chaudes semble être biologiquement plus vraisemblable.

Sur la base de nos réflexions, nous avons proposé d'analyser le modèle suivant :

$$\ln(m_{x,t}) = \alpha_x + k_t^{(1)} + (\bar{x} - x)k_t^{(2)} + (\bar{x} - x)^+ k_t^{(3)} + \left[(c_{x(T^\circ\text{chaudes})}(x - a_{T^\circ\text{chaudes}})^+)^2 + (c_{x(T^\circ\text{froides})}(x - a_{T^\circ\text{froides}})^+)^2 \right] k_t^{(4)' * I_t * \theta + \gamma_{t-x} + \varepsilon_{x,t}$$

Nous avons pris le parti de nous différencier du modèle SPO en raison du fait que nous souhaitons, en lien avec l'objectif du présent mémoire, ne capturer que les effets de la température sur la mortalité. En cela nous limitons ainsi le modèle à ne tenir compte que des causes de décès faibles et spécifiques aux personnes âgées et ayant qui plus est une corrélation de type négative avec l'évolution de l'indice temporel. Par ailleurs, en réponse aux critiques émises nous avons intégré deux facteurs de corrélation, l'un au niveau des températures froides, l'autre au niveau des températures chaudes.

Enfin, nous avons intégré deux nouveaux paramètres, à savoir : le paramètre I_t , et le paramètre θ . Avant toute description des raisons qui nous ont poussés à tenir compte de ces paramètres, nous avons tout d'abord tenu à analyser le niveau de satisfaction dont nous disposons sur ce modèle proposé.

L'estimation des paramètres paraît robuste par rapport à la période de référence des données (de 1950 à 2017) ainsi que la fourchette d'âge retenue (0 à 100 ans). La qualité d'ajustement du modèle proposé est certes moindre en comparaison au modèle SPO (et ce point est en cohérence avec les limitations introduites dans le modèle proposé), mais il n'en reste pas moins que nous obtenons une qualité d'ajustement satisfaisante, avec un MAPE (*Mean Absolute Percentage Error*) au niveau de 5,67% sur les hommes et de 6,33% sur les femmes. Par ailleurs, bien que présentant un nombre supérieur de paramètres par rapport au modèle LC et PLAT, les études n'ont pas mis en évidence la sur-paramétrisation du modèle mais plutôt la bonne performance du modèle proposé compte tenu de sa simplicité de mise en œuvre. La dynamique à long-terme apparaît comme plus ou moins convaincante sur certaines tranches d'âges. En effet, on observe une tendance au ralentissement à la diminution des taux de mortalité en lien avec les observations biologiques, mais avec quelques interrogations sur la tendance d'évolution pour les âges de 45 ans sur la population féminine. Enfin, l'estimation des paramètres du modèle proposé ainsi que les prévisions du modèle semblent assez robustes.

Dès lors, si nous souhaitons simuler l'impact des évolutions de la température sur l'horizon de projection 2018-2038, il est nécessaire que le modèle puisse contenir un facteur exogène I_t qui représenterait la chronique d'évolution de la température. En particulier, nous faisons référence à la chronique d'évolution de la température issu des données récoltées à travers le GISS. Or, la première limitation à laquelle nous avons fait face réside dans le fait que le package *StMoMo* ne permet pas, à ce stade, de modéliser des modèles de mortalité stochastique présentant un facteur exogène et dépendant du temps. Nous avons donc dû considérer que les paramètres capturés par le modèle intégraient parfaitement cet indice I_t d'évolution de la température. En outre, la deuxième limitation du modèle proposé est qu'il capture différentes causes de décès ayant les mêmes impacts sur la mortalité que le changement climatique, et qui ne se limitent pas qu'aux causes de décès propre à l'évolution de la température. C'est en cela que nous avons introduit dans le modèle proposé le paramètre θ , qui représentent la part des décès propres au changement climatique (coup de chaleur, déshydratation, hyperthermie, ... etc.) au regard de l'ensemble des décès. La définition du paramètre θ n'est pas chose simple. A juste titre, **ROBERT BAROUKI (2015)** (spécialiste des effets des polluants de l'environnement sur la santé humaine à l'Institut National de la Santé et de la Recherche Médicale – INSERM), évoque la difficulté de mesurer la part exacte du réchauffement climatique dans les problèmes de mortalité alors que nous sommes encore dans une phase d'observation. Ainsi, dans la suite de l'étude nous nous appuyons sur les résultats d'une étude publiée par l'INSERM en 2003 qui évaluent les niveaux de 0,7% (pour les hommes) et 1,3% (pour les femmes) pour le paramètre θ tout en supposant constant l'évolution de ce paramètre dans le temps.

Aussi l'évaluation de l'impact des scénarios alternatifs +0,9°C, +1,1°C et 1,3°C peuvent être respectivement traduit par une évolution de +0,057%, +0,147% et +0,238% du niveau du paramètre $k_t^{(4)}$, pour ce qui est de la population masculine, et de +0,106%, +0,272% et +0,442% du niveau du paramètre $k_t^{(4)}$, pour ce qui est de la population féminine.

En résumé, selon le modèle proposé que nous avons défini, et en tenant compte des limitations précédemment évoquées, la fourchette d'impact du changement climatique en excédent du taux de mortalité serait comprise entre 0,0009% et 0,0037% pour un homme de 75 ans et compris entre 0,0005% et 0,0026% pour une femme de 75 ans, selon le scénario d'évolution du climat à horizon 2038. Il ressort ainsi que les femmes sont moins exposées aux variations des facteurs température. Ce qui est cohérent avec les observations sur le fait que la mortalité liée à la température de la femme est bien

inférieure à celles des hommes.

Par ailleurs, si l'on suppose constant l'exposition de la population française au niveau de 2017 à horizon 2038, alors le nombre de décès supplémentaire annuel s'établirait dans la fourchette allant de 158 à 659 décès supplémentaires pour les hommes et allant de 168 à 947 décès supplémentaires pour les femmes, selon le scénario d'évolution du climat. La plus forte exposition en nombre de décès supplémentaire des femmes s'explique majoritairement par le plus grand nombre de femmes dans la population d'exposition aux âges élevées, contrairement aux hommes (ayant une espérance de vie moindre). Rappelons, que la mortalité de la femme est inférieure à celles des hommes au regard du climat. En particulier, lors des périodes de forte chaleur la différence de mortalité se matérialise significativement au profit des femmes, en raison du fait que les hommes sont plus exposés à la déshydratation.

En sommes selon nos estimations, à prendre avec la plus extrême prudence (compte tenu des limitations du modèle proposé et des solutions envisagées pour les résoudre), nous nous attendons à observer tous sexes confondus, entre 326 et 1 606 décès annuels supplémentaires du fait du changement climatique. En comparaison aux estimations de l'OMS (rapporté au niveau de la population française), les estimations que nous avons réalisées semblent légèrement sous-estimer le nombre de décès annuels supplémentaires. En effet, selon l'OMS nous nous attendons à avoir 2 134 décès supplémentaires rapportés au niveau de la population française, dus à des facteurs tels que le stress thermique. Rappelons que les estimations réalisées ne tiennent pas compte d'une part de la tendance d'évolution de la population française d'exposition, aussi de l'évolution de la part des décès liés à la température et également en toute fin de la capacité humaine d'adaptation aux évolutions du climat.

Au niveau d'un portefeuille d'assurance retraite, ayant un âge moyen de 70 ans, l'inaction de l'homme face aux évolutions de la température et ses conséquences sur la mortalité humaine pourraient représenter un impact à la diminution de l'espérance de vie du portefeuille d'expérience de 0,8 années sur les 10 prochaines années, et de plus de 2 années sur les 20 prochaines années.

Ces évaluations ne reflètent peut-être qu'une situation transitoire, correspondant à la phase initiale d'un réchauffement, avant qu'un nouvel équilibre puisse être trouvé par l'action ou l'inaction de l'homme au regard des évolutions du climat.

En tout état de cause, les travaux sur l'intégration de facteurs liés à la température dans la modélisation du risque de mortalité représentent une nouveauté récente dans la littérature et suggère que cette analyse soit intensifiée dans le cadre d'études ultérieures. Une piste qui pourrait être étudiée serait l'application des approches d'apprentissage du big data basée sur la segmentation des causes de décès, en particulier celle issues du changement climatique. La disponibilité et l'accessibilité aux données sur la température mais également sur les causes de décès seront alors l'enjeu primordial de ces futures études.

Mots clés : Mortalité, Lee Carter, Renshaw Haberman, Age-Period-Cohort, Plat, O'Hare et Li, Cairns, Changement climatique, Risques physiques, Relation climat-mortalité, TCFD - *Task-Force on Climate-Related Financial Disclosures*, GIEC - Groupe d'Experts Intergouvernemental sur l'Evolution du Climat, StMoMo - *Stochastic Mortality Modelling*.

Synthesis note

In recent years, the literature on mortality risk modeling has become very dense, with the introduction of stochastic mortality models in the early 1990s. One of the main subjects that has been most debated is the increasing life expectancy phenomenon, with the main issue being the financing of pension schemes. Nevertheless, the first identified impacts of extreme temperatures (heat waves and cold waves) on mortality has challenged this assumption of continuous increasing life expectancy.

The estimations of climate change-related excess mortality issued by the World Health Organization (WHO) clearly show a non-negligible impact on human mortality. In this paper, we will attempt to address the issue of the impact of climate change on the French population mortality by simulating and assessing the impact of integrating temperature-related factors in mortality risk modelling. Therefore, we will first define what is mortality risk. Then, we will describe the different types of mortality models, including the Lee Carter and Plat models. Once the context related to the mortality risk is clearly presented, we will proceed with the analysis of the impacts of climate change. To do so, we will study the evolution of temperatures over the last few years as well as the characteristics of the relation between temperature and mortality. Through these previous elements, which allowed us to fully understand our problem, we can now present the first mortality model with temperature-related factors. Moreover, by relying on the satisfaction criteria of a stochastic mortality model, it will be possible for us to study and analyze the results of the previous model presented, and to propose an alternative in order to meet our objective: estimating the impact of different temperature scenarios on mortality. Finally, we will conclude with an evaluation of the impacts on an insurance portfolio.

Mortality risk is the risk related to the uncertainty of changes in mortality rates with upward or downward impacts on technical reserves. Mortality risk has three components: systematic risk, basic risk and idiosyncratic risk. In particular, the works in the present paper attempt to highlight one of the causes of the idiosyncratic risk component, namely: climate change.

The first generation of mortality models, known as static models, has been strongly developed since the introduction in 1725, by **ABRAHAM DE MOIVRE**, of the first model with uniform distribution of deaths. The main criticism of these early models, which describe mortality at a fixed point in time, is that the parameters must be adjusted periodically to take in account changes in mortality patterns. Moreover, with the increase in life expectancy, the need to use prospective life tables began to be considered at the very end of the 1900s. The second generation of mortality models, known as stochastic models, assumes that changes in mortality rates follow a stochastic process. With this assumption, it is possible to produce a forecast distribution. The model, introduced by the authors **RONALD LEE AND LAWRENCE CARTER (1992)** (hereafter referred to as the LC model), is the best known and most widely used stochastic mortality model. It is written in the form:

$$\ln (m_{x,t}) = \alpha_x + \beta_x^{(1)} k_t^{(1)} + \varepsilon_{x,t}$$

The model decomposes the logarithm of the instantaneous mortality rate into two components, one age-specific factor and a trend factor. Beyond these two factors, a white noise has been added. The strong points of this model are its simplicity of use and the quality of adjustment. Nevertheless, it has two main negative aspects. The first is that it does not contain a cohort factor. The second negative aspect is that

it does not consider the heterogeneity of mortality rates at different ages.

Various authors have proposed evolutions to the LC model in order to improve its robustness. In 2009, **RICHARD PLAT** published a new extension of the LC model (hereafter referred to as the PLAT model). A cohort effect has been added, as well as other stochastic processes that characterize the temporal fluctuations of mortality evolution in space-time, according to different age groups. The PLAT model is written in the following form:

$$\ln(\mathbf{m}_{x,t}) = \alpha_x + k_t^{(1)} + (\bar{x} - x) k_t^{(2)} + (\bar{x} - x)^+ k_t^{(3)} + \gamma_{t-x} + \varepsilon_{x,t}$$

The study of these models was carried out using the **R Core Team tool (2018)**, and the package named "*StMoMo*³" for Stochastic Mortality Modelling. Published by **ANDRES VILLEGAS**, the latter offers the possibility to fit data to the main stochastic mortality models. Besides, based on constraints to avoid model identification problems, it also offers the possibility to define specific adjustment functions. The observed mortality data used, in the application of these models, and in the identification of parameters, come from the Human Mortality Database. The results of the fitted parameters (LC and PLAT) appear to be consistent with the results classically obtained over the 1950-2017 observation period and for the 0-100 years age group.

The general mathematical notation of the stochastic mortality models is summarized in the following equation:

$$\ln(\mathbf{m}_{x,t}) = \alpha_x + \sum_{i=1}^N \beta_x^{(i)} k_t^{(i)} + \beta_x^{(0)} \gamma_{t-x} + \varepsilon_{x,t}$$

Climate change is not a new concept. It is an area that is now well known by experts and scientific researchers with increasing subjects to debate. Nevertheless, it is only recently that the insurance industry has begun to become aware of the important and varied impacts that climate change may have. In June 2017, the Task-Force on Climate-Related Financial Disclosures (TCFD) defines climate risks according to two categories, namely: transition risks, and physical risks. Transition risks represent the risks incurred by companies resulting from the effects of the implementation of a low-carbon economic model. While physical risks are the risks related to the physical impacts of climate change. In addition, there is liability risks. The latter have recently been considered as part of the risks induced by climate change. They correspond to the damages and interests that a legal entity would have to face if it were deemed responsible for global warming.

The data used to analyze temperature evolutions come from the Goddard Institute for Space Studies - GISS. They reflect temperature observations from different meteorological stations and have been aggregated to obtain the average evolution of the temperature from 1950 to 2017 in France. Then, we have assessed the correlation between the evolution of temperature (average, minimum, maximum, and

³ The acronym StMoMo, pronounced Saint Momo, stands for Stochastic Mortality Modeling. Momo is the king of Carnivals in numerous Latin American festivities.

the number of months where the average temperature is above 20°C or below 0°C) and the evolution of mortality. The assessment of the Pearson and Spearman correlation coefficients revealed a negative correlation between these two factors. This study has been complemented by a statistic hypothesis test, which confirms that there is a relationship between temperature and mortality, particularly marked when considering the evolution of maximum temperature in relation to the mortality of men or women.

The increase in the number of heat waves but also of extreme cold and their more frequent occurrence contributes strongly to the awareness of the importance of climate change. The nature of the dependence between temperature and mortality is known to have a general appearance in the form of a U or a Y with prominent peaks at both ends representing low (cold waves) or high (heat waves) temperatures. Between these two extremes, mortality passes through a minimum that can be described as a thermal optimum. The analysis of observations on temperature highlights the fact that if we stick to the current rate of temperature change, the increase in temperature, over the 2016-2035 time horizon, would be at least equal to +0.8°C. While a change over the same period of about +0.7°C has been forecasted by the IPCC experts (Intergovernmental Panel on Climate Change), as part of the 5th Assessment report of the IPCC published in 2014. We are therefore at a higher level than the RCP⁴ (Representative Concentration Pathway) trajectory. Therefore, for the rest of the study, we have proposed 3 alternative temperature trajectories, considering an increase of +0.9°C, +1.1°C and +1.3°C.

In 2015, **MALGORZATA SEKLECKA, ATHANASIOS A. PANTELOUS AND COLIN O'HARE** has published a new extension of the LC model (hereinafter referred to as the SPO model). This new extension has been built on the extensions of the PLAT model. Besides, it includes additional parameters and is written in the following form:

$$\ln(m_{x,t}) = \alpha_x + k_t^{(1)} + (\bar{x} - x)k_t^{(2)} + (\bar{x} - x)^+ k_t^{(3)} + [(a - x)^+ + c_x(x - a)^+]^2 k_t^{(4)} + \gamma_{t-x} + \varepsilon_{x,t}$$

Three new parameters are proposed by the authors of the SPO. The parameter c_x represents the level of correlation existing between the evolution of temperature and the evolution of mortality. The parameter a captures the age class from which a significant impact of temperature factors on mortality can be assumed. Indeed, according to the authors, the fluctuation of mortality with respect to the impact of temperature seems to be relevant on the elderly populations. The determination of this parameter is discretionary. Last but not least, the parameter $k_t^{(4)}$ represents the evolution of mortality fluctuation for all age group considered and taking into account the level of correlation between temperature and mortality. It reflects the dynamics of the evolution of mortality according to the evolution of the previous temperature parameters.

Beyond the relative satisfaction of the SPO model, with regard to the criteria of satisfaction of a stochastic mortality model issued by **CAIRNS ET AL. (2008)**, we can criticize the integration of a single

⁴ *Representative Concentration Pathway*: The Representative Concentration Pathway (RCP) scenarios are four time-dependent projections scenarios of atmospheric greenhouse gas concentrations to the 2300 horizon. These scenarios were developed as part of the fifth report of the Intergovernmental Panel on Climate Change (IPCC).

factor c_x which, according to the authors of the SPO, is related to the average temperature evolution. Indeed, the literature on the climate-mortality relationship highlights the U-type relationship. An excess mortality related to cold and hot temperatures seems to be biologically more likely.

Based on our findings, we propose to analyze the following model:

$$\begin{aligned} \ln(m_{x,t}) = & \alpha_x + k_t^{(1)} + (\bar{x} - x)k_t^{(2)} + (\bar{x} - x)^+ k_t^{(3)} \\ & + \left[(c_{x(T^\circ warm)}(x - a_{T^\circ warm})^+)^2 \right. \\ & \left. + (c_{x(T^\circ cold)}(x - a_{T^\circ cold})^+)^2 \right] k_t^{(4)'} * I_t * \theta + \gamma_{t-x} + \varepsilon_{x,t} \end{aligned}$$

In line with the objectives of this paper, we have defined a different version of the SPO model. Indeed, we only aim at capturing the effects of climate change on mortality. Therefore, we have limited the model, so that it will consider low and specific causes of death related only to elderly people. Moreover, those specific causes of death should have a negative correlation with the evolution of the temporal index. Last but not least, we have integrated two correlation factors to reflect our response to the U-type relationship between temperature and mortality. The first factor stands for cold temperatures, while the second one stands for warm temperatures.

Finally, we have also integrated two new parameters, namely: the parameter I_t , and the parameter θ . Before describing the reasons that led us to take these parameters into account, we, first, wanted to analyze the level of satisfaction we have with the proposed model. The estimation of the parameters appears robust accordingly with the reference period of the data (1950 to 2017) as well as the age range retained (0 to 100 years). The goodness of fit of the proposed model is lower in comparison with the SPO model. This point is consistent with the limitations introduced in the proposed model. However, it should be noted that that we obtain a satisfactory goodness of fit, with a MAPE (Mean Absolute Percentage Error) at the level of 5.67% for men and 6.33% for women. Moreover, although the number of parameters is higher than in the LC and PLAT models, the studies did not highlight the over-parameterization of the model but rather the good performance of the proposed model given its simplicity of implementation. The long-term dynamics appear to be more or less convincing for certain age groups. Indeed, a slowing down trend in mortality rates is observed in relation to the biological observations, but with some questioning of the evolutionary trend for the 45-year-old female age class. Finally, the estimation of the parameters of the proposed model as well as the predictions of the model seem quite robust.

To simulate the impact of temperature evolution on the 2018-2038 projection horizon, it is necessary that the model contain an exogenous factor, I_t , which should represent the temperature evolution chronicle. Particularly, we refer to the temperature evolution chronicle derived from the data collected through the GISS platform. However, the first limitation we faced is that the StMoMo package does not allow, at this stage, to define stochastic mortality models with exogenous and time-dependent factors. We therefore had to consider that the parameters captured by the model perfectly integrated this I_t index, related to the temperature evolution. In addition, the second limitation of the proposed model is that it captures different causes of death, that may have the same impacts on mortality as climate change. It is for this reason that we have introduced into the proposed model the parameter θ , which represents the share of

deaths due to climate change (heatstroke, dehydration, hyperthermia, ... etc.) in the total number of deaths. The definition of the parameter θ is not simple. **ROBERT BAROUKI (2015)** (specialist in the effects of environmental pollutants on human health at the French National Institute of Health and Medical Research - INSERM) rightly refers to the difficulty of measuring the exact share of global warming in mortality problems, while we still are in the observation phase. Thus, the study relies on the results of a study published by INSERM in 2003 which evaluates the levels of the parameter θ for men (0.7%) and women (1.3%). We have assumed a constant evolution of this parameter over time.

The assessment of the impact of the alternative scenarios +0.9°C, +1.1°C and 1.3°C can be respectively translated by an evolution of +0.057%, +0.147% and +0.238% of the level of the parameter $k_t^{(4)}$ for the male population, and by an evolution of +0.106%, +0.272% and +0.442% of the level of the parameter $k_t^{(4)}$ for the female population.

Based on the alternative scenarios upon 2038 horizon and the proposed model that we have previously defined, without omitting the limitations previously mentioned, the climate change impact range would be between 0.0009% and 0.0037% for the 75-year men age class, and between 0.0005% and 0.0026% for the 75-year women age class, in excess of the mortality rate. These results show that women are less exposed to temperature fluctuations. It is consistent with the fact that temperature-related mortality for women is lower than men.

Moreover, if we assume a constant exposure of the French population at the 2017 level, then the projected number of additional deaths per year upon the 2038 horizon would be in the range between 158 and 659 additional deaths for men, and in the range between 168 and 947 additional deaths for women, depending on the climate change scenario. Women higher exposure, in terms of additional deaths, is mostly explained by the higher number of women in elderlies age class, compared to men (who have a lower life expectancy). It should be remembered that the mortality of women in relation to the climate change is lower than men. Indeed, during periods of extreme heat the difference in mortality materializes significantly in favor of women, since men are more exposed to dehydration.

According to our estimations, that should be taken with extreme caution (given the limitations of the proposed model and the solutions considered to resolve them), we expect to observe between 326 and 1,606 additional annual deaths of all sexes as a result of climate change. Compared to WHO estimations (reported at the level of the French population), the estimations performed slightly underestimate the number of additional annual deaths. Indeed, according to the WHO we expect to have 2,134 additional deaths reported at the level of the French population, due to factors such as heat stress. It should be recalled that the estimations realized do not take into account the trend in the French population's exposure, the evolution of the proportion of deaths related to temperature and also, at the very end, the human capacity to adapt to climate change.

At the level of a pension insurance portfolio, with an average age of 70 years, man's inaction in response to temperature changes and its consequences on human mortality could have an impact on the life expectancy of the experience portfolio by -0.8 years over the next 10 years, and by more than -2 years over the next 20 years.

These assessments may only reflect a transitory situation, corresponding to the initial phase of a warming trend, before a new equilibrium can be found through human action or inaction with respect to

climate change.

In any case, works on the integration of temperature-related factors in mortality risk modelling represent a recent evolution in the literature and suggest that these analyses should be intensified in future studies. One solution that could be studied, is the application of big data approaches (machine learning) based on the segmentation of causes of death, in particular those arising from climate change. The availability and accessibility of data on temperature but also on the causes of death will then be the primary issue of these future studies.

Keywords: Mortality, Lee Carter, Renshaw Haberman, Age-Period-Cohort, Plat, O'Hare and Li, Cairns, Climate change, Physical risks, Temperature-mortality relationship, Task-Force on Climate-Related Financial Disclosures - TCFD, IPCC - Intergovernmental Panel on Climate Change, StMoMo - Stochastic Mortality Modelling.

Sommaire

Problématique : Intégration de facteurs liés à la température dans la modélisation du risque de mortalité

Table des matières

REMERCIEMENTS	5
RESUME	6
NOTE DE SYNTHÈSE	7
SYNTHESIS NOTE	13
SOMMAIRE	19
INTRODUCTION	22
1 LE RISQUE DE MORTALITÉ	23
1.1 DÉFINITION	23
1.2 LE CONTEXTE ASSURANTIELLE.....	24
1.2.1 <i>L'assurance en cas de vie</i>	25
1.2.2 <i>L'assurance en cas de décès</i>	25
1.3 LE CONTEXTE RÉGLEMENTAIRE	26
1.4 ANALYSE DE LA MORTALITÉ ET NOTIONS ACTUARIELLES	27
2 MODÉLISATION DE LA MORTALITÉ	29
2.1 MODÈLES DE MORTALITÉ	29
2.1.1 <i>L'histoire des premiers modèles de mortalité</i>	29
2.1.2 <i>La deuxième génération des modèles de mortalité : les modèles de mortalité stochastique</i>	32
2.1.3 <i>Le Modèle de Lee-Carter</i>	33
2.1.4 <i>Le Modèle de Renshaw et Harberman</i>	34
2.1.5 <i>Le Modèle Age-Period-Cohort</i>	35
2.1.6 <i>Le Modèle de Cairns, Blake et Dowd</i>	35
2.1.7 <i>Le Modèle de Plat</i>	36
2.1.8 <i>Le Modèle de O'Hare et Li</i>	36
2.2 CRITÈRE DE SATISFACTION D'UN MODÈLE DE MORTALITÉ STOCHASTIQUE	37
2.3 FORMULE GÉNÉRALE DES MODÈLES DE MORTALITÉ STOCHASTIQUE.....	38
2.4 APPLICATION DES MODÈLES ET ESTIMATION DES PARAMÈTRES	39
2.4.1 <i>La base de données de la mortalité humaine</i>	39
2.4.2 <i>L'approche des auteurs du LC</i>	41
2.4.3 <i>Estimation des paramètres du modèle APC</i>	42
2.4.4 <i>Estimation des paramètres du modèle PLAT</i>	43
2.4.5 <i>Estimation des paramètres du modèle OAL</i>	45
2.5 QUALITÉ DES AJUSTEMENTS RÉALISÉS.....	45
2.5.1 <i>Analyse des résidus</i>	46
2.5.2 <i>Mean Absolute Percentage Error</i>	47
2.5.3 <i>Le critère d'information Akaike</i>	48

2.5.4	Le critère d'information bayésien.....	48
2.6	PROJECTION DES RÉSULTATS.....	49
3	LE CHANGEMENT CLIMATIQUE.....	50
3.1	LES RISQUES LIÉS AUX CHANGEMENTS CLIMATIQUES.....	50
3.1.1	Les risques de transition.....	51
3.1.2	Les risques physiques.....	51
3.1.3	Les risques de responsabilité.....	52
3.2	LA RELATION CLIMAT-MORTALITÉ.....	52
3.2.1	Les grandes vagues de chaleur.....	52
3.2.2	Les principales vagues de grand froid.....	53
3.2.3	Evolution de la température entre 1950 et 2017.....	54
3.2.4	La dépendance entre température et mortalité.....	56
3.2.5	Evaluation de la corrélation entre température et mortalité.....	57
3.2.6	Implications dans la perspective de l'évolution du climat.....	61
3.2.7	Confrontations des scénarios du RCP aux données collectées.....	63
3.2.8	Intégration du changement climatique dans les principes de la gestion des risques.....	65
4	LE MODÈLE TEMPÉRATURE-MORTALITÉ.....	67
4.1	LE MODÈLE DE SEKLECKA-PANTELOUS-O'HARE.....	67
4.1.1	Définition des paramètres de température du modèle SPO.....	68
4.1.2	Ajustement et estimation des paramètres du modèle SPO.....	69
4.1.3	Qualité d'ajustement du modèle SPO.....	74
4.1.4	Projection des taux de mortalité du SPO.....	74
4.1.5	Analyse critique a posteriori du modèle SPO.....	76
4.2	LE MODÈLE PROPOSÉ.....	77
4.2.1	Analyse critique a priori du modèle proposé.....	77
4.2.2	Définition des paramètres de température du modèle proposé (\mathbf{cx} et \mathbf{a}).....	78
4.2.3	Ajustement et estimation des paramètres du modèle proposé.....	78
4.2.4	Qualité d'ajustement du modèle proposé.....	81
4.2.5	Projection des taux de mortalité du modèle proposé.....	82
4.2.6	Incertitude autour de l'estimation des paramètres du modèle proposé.....	83
4.2.7	Analyse critique a posteriori du modèle proposé.....	85
4.2.8	Sensibilité du modèle proposé au paramètre $\mathbf{kt(4)}$	86
5	APPLICATION À UN PORTEFEUILLE DE RENTIERS.....	92
5.1	POSITIONNEMENT DES DONNÉES D'EXPÉRIENCE PAR RAPPORT À UNE TABLE DE RÉFÉRENCE.....	92
5.2	IMPACT DU MODÈLE PROPOSÉ.....	93
	CONCLUSION.....	95
	ANNEXES.....	96
	BIBLIOGRAPHIE.....	103
	INDEX DES SCHEMAS.....	106
	INDEX DES TABLEAUX.....	108
	INDEX DES FORMULES.....	110

Introduction

L'intérêt porté au risque de mortalité est en constante augmentation. Au cours des dernières années, la littérature sur la modélisation s'est fortement densifiée, avec l'introduction des modèles de mortalité stochastiques, au début des années 90. L'un des sujets qui a été le plus débattu est la question de l'allongement de l'espérance de vie au regard des problèmes démographiques et économiques que cela soulève, avec comme enjeu principal le financement des dispositifs de retraites. Néanmoins les premiers impacts identifiés des températures extrêmes (vagues de chaleur et vagues de froid) sur la mortalité remettent en cause ce précepte d'allongement continu de l'espérance de vie. Le coût de l'inaction sur le changement climatique pourrait approcher, et probablement dépasser, un an de vie d'impact dans certains pays européens. Plus récemment encore, la crise du COVID-19 a aussi poussé les travaux de recherches à s'interroger sur l'impact de la pandémie sur la mortalité.

Les estimations de la surmortalité liée au changement climatique et émises par l'Organisation Mondiale de la Santé (OMS) montrent clairement un impact non-négligeable sur la mortalité humaine. L'OMS estime que le changement climatique entraînerait environ 250 000 décès supplémentaires chaque année entre 2030 et 2050 au niveau planétaire, dus à des facteurs tels que le paludisme, la malnutrition, la diarrhée, et le stress thermique. Dans le présent mémoire, nous allons essayer de répondre à la problématique de l'impact du changement climatique sur la mortalité de la population française, en simulant et évaluant l'impact de l'intégration de facteurs liés à la température dans la modélisation du risque de mortalité.

C'est ainsi que nous allons tout d'abord définir le risque de mortalité et l'introduire au regard du contexte assurantielle et réglementaire. Par la suite, nous allons porter une attention particulière à la description des différents types de modèles de mortalité dont le modèle de Lee Carter et de Plat. Une fois l'environnement lié au risque de mortalité clairement présenté, nous pourrons alors procéder à l'analyse des impacts du changement climatique. La *Task-Force on Climate-Related Financial Disclosures* définit le risque physique, comme étant l'un des sous-risques du changement climatique qui se compose entre autres des risques chroniques liés à des changements à plus long terme des modèles climatiques tel que la hausse des températures. Nous étudierons alors l'évolution des températures sur les dernières années ainsi que mettrons en évidence la relation température-mortalité.

A travers les précédents éléments qui nous ont permis de situer précisément notre problématique, nous pouvons à présent représenter le premier modèle de mortalité intégrant des facteurs liés à la température. En outre, en s'appuyant sur les critères de satisfaction d'un modèle de mortalité stochastique, il nous sera possible d'étudier et d'analyser les résultats du modèle présenté, et de proposer une alternative à ce modèle afin de répondre à notre objectif d'estimation prudente de l'impact direct de différents scénarios d'évolution de la température sur la mortalité. Enfin, nous concluons par une évaluation des impacts sur un portefeuille d'assurance.

1 Le risque de mortalité

Dans cette section du mémoire, nous allons en premier lieu chercher à définir le risque de mortalité et le contexte dans lequel nous nous plaçons, ainsi que présenter les notions clés à avoir au sujet du risque de mortalité.

1.1 DEFINITION

Le risque de mortalité est par définition, le risque lié à l'incertitude sur l'évolution des taux de mortalité dont l'augmentation pourrait entraîner une augmentation des provisions techniques. C'est le risque de voir un individu vivre moins longtemps que prévu, et donc pour ce qui est d'une compagnie d'assurance vie de devoir faire face à un plus grand nombre d'engagement que ce qui avait été estimé. Précisons que selon les normes d'évaluation de la Directive Solvabilité 2, l'augmentation de la mortalité pourrait entraîner soit une hausse, soit une baisse des provisions selon la nature des contrats : épargne ou retraite.

A contrario, le risque de longévité est lié à l'incertitude sur l'évolution à la baisse des taux de mortalité. C'est le risque de voir un individu vivre plus longtemps que prévu, et donc pour ce qui est d'une compagnie d'assurance vie de devoir verser des prestations sur une durée plus longue que celle qui avait été estimée. L'assureur s'expose ainsi au risque de ne pouvoir faire face à ses engagements sur le long terme.

Le risque de mortalité se structure en trois composantes principales que sont :

- Le risque systématique qui consiste en la tendance générale de la mortalité pour une population large. C'est la part la plus importante du risque de mortalité, aussi appelé risque de tendance.
- Le risque de base représente le décalage entre la mortalité de la population et celle du portefeuille de l'assureur, en raison de l'effet de sélection, aussi appelé le risque de niveau.
- Le risque idiosyncratique qui intègre l'ensemble des événements non prévisibles par le modèle, et ne peut par conséquent être anticipé, aussi appelé le risque de volatilité.

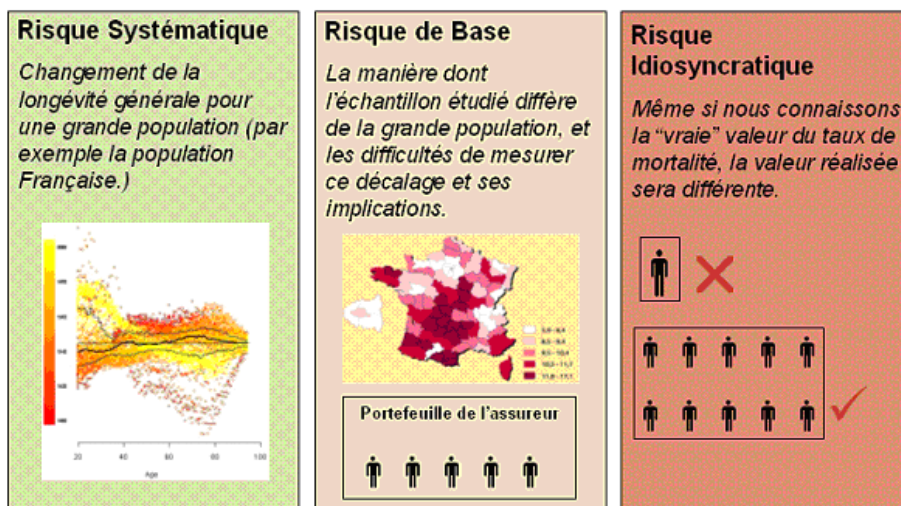


Figure 1 : Les trois composantes du risque de longévité

Ces composantes s'appliquent aussi de façon plus générale au risque de longévité.

L'évaluation du risque systématique sera traitée dans ce mémoire dans la section sur la modélisation de la mortalité (cf. section 2). Dans cette section nous chercherons ainsi à définir le niveau de la mortalité générale en se basant sur la population française. La composante du risque de base sera quant à elle évaluée à travers les modèles relationnels permettant d'établir un lien entre la longévité de la population française et celle de la population assurée (aussi appelée donnée d'expérience). Enfin, en ce qui concerne le risque idiosyncratique, nous allons tenter à travers ce mémoire d'en évaluer une des causes à savoir le changement climatique.

La littérature sur le risque de mortalité ainsi que le risque de longévité est dense. Le but à travers ce mémoire n'étant pas de revenir sur ces éléments qui sont fortement documentés et détaillés, nous prenons le parti d'être, dans cette section du présent mémoire, succinct. Le lecteur qui souhaite avoir plus de détails et d'informations sur les éléments de base de la mortalité et de la longévité pourra se référer à la documentation actuarielle existante riche en enseignement.

Néanmoins certains éléments clés et nécessaires à la bonne compréhension des résultats qui seront présentés par la suite, sont détaillés dans les paragraphes suivants.

1.2 LE CONTEXTE ASSURANTIELLE

L'assurance vie est une branche de l'assurance dans laquelle les risques sous-jacents à cette activité portent sur la vie de l'assuré à contrario de l'assurance non-vie. Le graphique ci-dessous présente les contrats d'assurance vie en cas de vie ainsi que les contrats d'assurance vie en cas de décès qui pèsent pour 80% des cotisations du secteur de l'assurance français en 2018 (soit 131 Mds€).

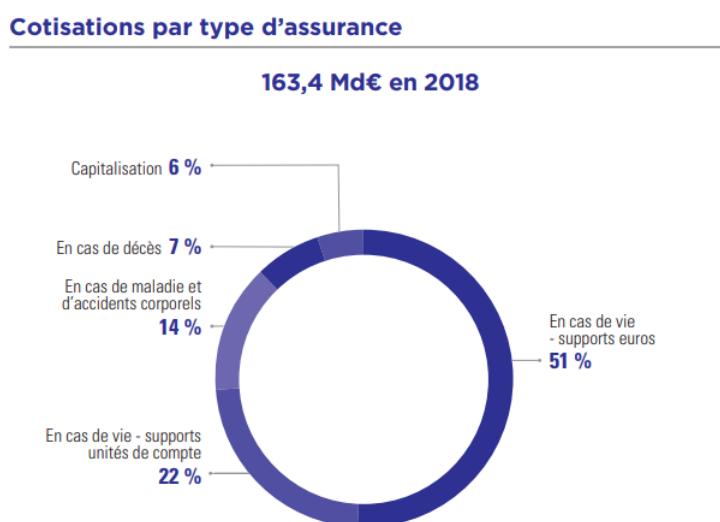


Figure 2 : Cotisations par type d'assurance en cas de vie et de décès en 2018 (source FFA)

1.2.1 L'assurance en cas de vie

Un contrat d'assurance en cas de vie permet au souscripteur d'épargner de l'argent dans l'objectif de pouvoir préparer sa retraite, se constituer un capital à terme ou anticiper des projets notamment de type immobilier, tout en bénéficiant des avantages de la fiscalité de l'assurance vie. La prise d'effet des garanties peut être immédiate ou différée d'une certaine durée t , à compter de la survenance du fait déclenchant la garantie. Le versement de la prestation induite peut se faire soit sous forme de capital (versement d'une somme en une fois) ou sous forme de rente dont la fréquence peut varier (annuelle, semestrielle, trimestrielle, mensuelle). Les droits acquis à travers ce type de contrats peuvent être assimilés à différents type de supports selon qu'ils soient investis en Euros, en Unité de Compte (UC) ou en Euro-croissance.

- Les contrats investis en Euro offrent aux assurés une revalorisation garantie et une revalorisation complémentaire à la discrétion de l'assureur. Le risque est intégralement porté par l'assureur car il s'engage sur une revalorisation minimale définie contractuellement. C'est le type de contrat le plus plébiscité en France, car sécuritaire du point de vue de l'assuré. Néanmoins, le contexte économique actuel avec, à date, des rendements significativement bas a notamment poussé un bon nombre d'assureurs à revoir leur politique de souscription vis-à-vis de ce type de support.
- Dans le cadre des contrats d'assurance vie en unité de compte (UC), les sommes investies sont converties en nombre de parts. L'assureur est ici engagé sur le nombre de parts, et non sur la valeur de ces dernières. Ce support a l'avantage pour l'assureur de significativement réduire son exposition aux risques financiers car le risque est transféré à l'assuré. Toutefois, il peut, si son contrat le permet, souscrire à une garantie plancher qui l'immunise contre une baisse des marchés financiers.
- Enfin, le dernier type de support, le support euro-croissance est un mixte des deux précédentes formules. Il offre une garantie en capital à l'assuré exprimée en euro uniquement au terme du contrat. A cela s'ajoute une espérance de rendement supérieur pour la part du capital placée sur des parts de diversification.

En 2018, au niveau du marché français, les UC (y compris les supports Euro-croissance) représentaient 22% des cotisations du secteur avec toutefois, une collecte nette positive enregistrée, contre 51% pour les contrats d'assurance en cas de vie investis en Euros. Bien souvent, une garantie en cas de vie peut être contre-assurée par une garantie en cas de décès pour éviter les contrats dit à « fonds perdus ».

1.2.2 L'assurance en cas de décès

Un contrat d'assurance en cas de décès permet au souscripteur de garantir le versement d'une prestation en cas de décès de l'assuré avant la fin du contrat. La prise d'effet des garanties est immédiate à compter de la survenance du fait déclenchant la garantie. Le versement de la prestation induite peut se faire soit sous forme de capital (versement d'une somme en une fois) ou sous forme de rente dont la fréquence peut varier (annuelle, semestrielle, trimestrielle, mensuelle). Ce type de contrat est fréquent dans la mesure où il vise notamment à lutter contre la fragilisation des structures familiales suite notamment à la survenance d'un décès. On peut y trouver des contrats de type obsèques ; temporaire décès ; vie entière ; ... etc.

Le risque de mortalité est particulièrement présent à travers ce type de produit.

1.3 LE CONTEXTE REGLEMENTAIRE

Depuis, le 1^{er} janvier 2016, la Directive Solvabilité II est entrée en vigueur. C'est le cadre réglementaire actuel du secteur de l'assurance couvrant l'activité des compagnies d'assurance mais aussi de réassurance. Son principal objectif est d'accroître le niveau d'harmonisation des règles d'évaluation, de gestion et de reporting de la solvabilité au niveau Européen et d'offrir une raisonnable assurance aux assurés et aux tiers du fait que les engagements de la compagnie d'assurance ou de réassurance seront effectués à échéance. La Directive s'articule en trois piliers. Le premier pilier détermine les exigences quantitatives à respecter, notamment sur l'harmonisation du calcul des provisions techniques et celui des exigences de fonds propres (SCR et MCR). Le deuxième pilier exige la mise en place de dispositifs de gouvernance des risques. Enfin, le dernier pilier, définit les éléments liés à la discipline de marché ainsi que la transparence des informations transmises aux autorités de contrôle, et au public.

Le premier pilier, de nouvelles normes de calcul sont introduites à travers ce cadre réglementaire notamment pour ce qui est de l'évaluation des actifs et des passifs en valeur de marché. Les provisions techniques sont évaluées comme la somme de la meilleure estimation des engagements de la compagnie (*Best Estimate Liabilities - BEL*), et de la marge pour risque (*Risk Margin – RM*). Le BEL est défini comme étant la valeur actuelle des flux futurs (y compris coûts des options et garanties offertes ainsi que les éventuels versements de la participation aux bénéfices discrétionnaire), actualisés au taux sans risque. La marge pour risque prend en compte les incertitudes du BEL. Par ailleurs, deux indicateurs clés sont définis, il s'agit d'une part du minimum de capital requis (*Minimum Capital Requirement - MCR*) qui représente le niveau minimum de fonds propres que doit détenir l'organisme d'assurance afin de ne pas menacer les intérêts des assurés, et d'autre part le capital de solvabilité requis (*Solvency Capital Requirement – SCR*) qui représente le capital minimum dont l'assureur doit disposer pour absorber des pertes potentielles à horizon un an avec une probabilité de 99,5%.

Le deuxième pilier porte sur la définition d'un cadre de gestion des risques adéquat à travers la formulation de la politique de gestion des risques, la mise en place d'un processus ORSA (*Own Risk and Solvency Assessment*) au sein de l'entreprise, le déploiement d'organes de direction et d'administration compétents et honorables, et la nomination des quatre fonctions clés de l'entité (Fonction de la Gestion des Risques, Fonction Actuarielle, Fonction de l'Audit Interne, et Fonction de la Conformité). L'ORSA est le processus qui permet à l'entreprise d'exprimer son opinion quant à l'évaluation de son besoin global de solvabilité, au respect permanent des obligations réglementaires de couverture du SCR et du MCR ainsi que des exigences concernant les provisions techniques, et au regard de l'évaluation de la mesure dans laquelle le profil de risque de l'entreprise s'écarte des hypothèses qui sous-tendent le calcul du SCR.

Enfin, le dernier pilier de la Directive concerne la communication d'informations au public et aux autorités de contrôle. Il vise à harmoniser au niveau européen les informations publiées par les organismes d'assurance ainsi que celles remises aux superviseurs.

Plus spécifiquement, s'agissant du SCR, ce dernier peut être calculé soit en utilisant un modèle interne (MI), qui est alors préalablement soumis à la validation de l'autorité de contrôle, soit en utilisant la formule standard (FS) de la Directive. Chaque risque porté par la compagnie (risques de souscription, risques de marché et crédit, risques opérationnels) est alors quantifié au moyen de facteurs de stress propres à l'entité (MI) ou standardisés (FS), puis agrégés à travers les sous-modules puis les modules de risques.

Le risque de mortalité fait partie des sous-modules de risques de souscription en vie. Le facteur de stress du risque de mortalité est destiné à refléter l'incertitude autour des paramètres du risque de mortalité à la suite d'une mauvaise estimation du niveau, de la tendance et de la volatilité des taux de mortalité. Le niveau du facteur de stress du risque de mortalité pour ce qui est de la FS se traduit par une augmentation du niveau de la mortalité de 15% par rapport aux tables « centrales » utilisées pour le calcul de la meilleure estimation des engagements. Ce choc est appliqué sur chaque année de projection des flux futurs et ainsi transcrit l'hypothèse que davantage d'assurés décèdent avant l'échéance du contrat.

1.4 ANALYSE DE LA MORTALITE ET NOTIONS ACTUARIELLES

Tout d'abord, définissons les variables suivantes :

- $L(x, t)$: le nombre d'individus ayant survécu à l'âge x au début de l'année t considérée,
- $D(x, t)$: le nombre d'individus décédés à l'âge x et ce dans l'année t considérée,
- $ER(x, t)$: l'exposition au risque, c'est-à-dire le nombre d'individus à l'âge x de la population observée dans l'année t considérée.

En considérant un individu d'âge x , et en supposant $F_x(t)$ qui représente la fonction de répartition de la loi de décès de ce même individu, alors on peut noter : ${}_t p_x$, la probabilité de survie, c'est-à-dire la probabilité qu'un individu ayant x années puisse vivre encore plus de t années. Par convention, on définira alors ${}_t q_x$ comme la probabilité de décès.

$${}_t p_x = 1 - F_x(t) = 1 - {}_t q_x$$

Le taux instantané de mortalité d'un individu d'âge x à un instant t est donné par la formulation suivante :

$${}_t \mu_x = \lim_{\Delta \rightarrow 0^+} \frac{F_x(t+\Delta) - F_x(t)}{\Delta(1 - F_x(t))}, \text{ qui peut être réécrit en s'appuyant sur la précédente notation, afin d'obtenir :}$$

$${}_t \mu_x = - \frac{d({}_t p_x)/dt}{{}_t p_x}.$$

En intégrant, on peut en déduire une relation fondamentale entre le taux instantané de mortalité et la probabilité de décès à savoir :

$${}_t q_x = 1 - \exp\left(- \int_0^t {}_s \mu_x ds\right)$$

Par ailleurs, notons, $e_x = \left(\int_0^\infty {}_t p_x dt\right)$, l'espérance de vie d'un individu d'âge x . Autrement dit il s'agit de la durée moyenne de vie futur résiduelle.

Enfin, définissons le taux central de mortalité qui est obtenu en rapportant le nombre de décès observés sur une période à l'effectif moyen de la population sur la période d'observation.

$${}_t m_x = \frac{{}_t d_x}{{}_t ER_x}$$

Une analyse pertinente de la mortalité se doit être fait selon les trois dimensions suivantes : l'effet âge, l'effet période, et l'effet cohorte.

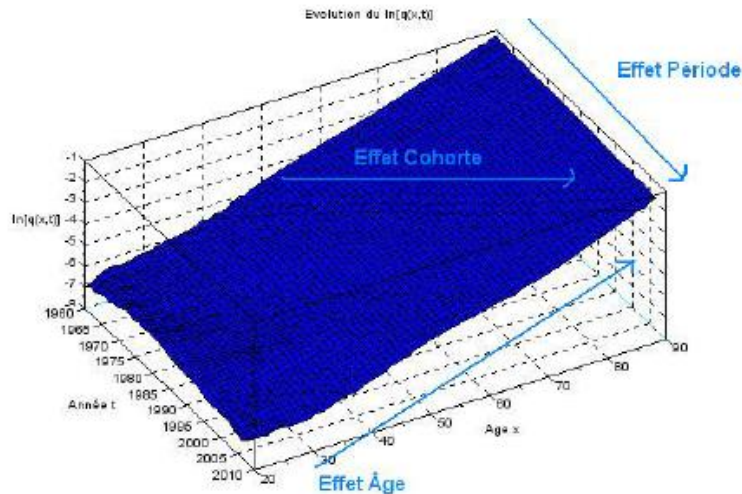


Figure 3 : Dimension d'analyse du risque de mortalité (représentation des effets Age – Période – Cohorte)

L'effet âge est l'axe de représentation de la mortalité qui est le plus regardé. Il s'agit de l'évolution des taux de mortalité en fonction de l'âge pour une année donnée. La représentation graphique de cette évolution se caractérise par une courbe légèrement plate sur les âges jeunes, et qui se relève assez fortement aux âges les plus élevés.

L'effet période constitue le deuxième axe de représentation de la mortalité. Il s'agit de l'évolution des taux de mortalité pour un même âge selon les années. C'est l'axe de représentation qui a fait couler le plus d'encre ces dernières années en raison du phénomène d'accroissement de la durée de vie. La représentation graphique de cette évolution se caractérise par une droite linéaire décroissante.

L'effet cohorte est le troisième et dernier axe de représentation de la mortalité. C'est l'axe qui est le moins appréhendable. Il s'agit de l'évolution des taux de mortalité selon l'année de naissance. La représentation graphique de cet effet n'est pas chose facile. A titre d'exemple, on peut se référer à la mortalité exceptionnellement forte des générations ayant vécues les guerres mondiales.

2 Modélisation de la mortalité

« Nous devons ... envisager l'état présent de l'Univers comme l'effet de son état antérieur et comme la cause de celui qui va suivre. Une intelligence qui, pour un instant donné, connaîtrait toutes les forces dont la nature est animée, et la situation respective des êtres qui la composent, si d'ailleurs elle était assez vaste pour soumettre ces données à l'Analyse, embrasserait dans la même formule les mouvements des plus grands corps de l'univers et ceux du plus léger atome : rien ne serait incertain pour elle et l'avenir, comme le passé serait présent à ses yeux. »

PIERRE SIMON DE LAPLACE (Essai philosophique sur les probabilités – 1825)

La section suivante présente par ordre chronologique les principaux modèles de mortalité de la littérature scientifique et actuarielle, et introduit les notions d'ajustement de modèle aux données d'expérience.

2.1 MODELES DE MORTALITE

2.1.1 L'histoire des premiers modèles de mortalité

La modélisation de la mortalité humaine a été un domaine de recherche important et actif pour les scientifiques, en particulier, les démographes, les actuaires et les chercheurs en médecine depuis que Graunt, ait examiné, en 1662, la mortalité à Londres. Ces travaux ont mené à la première publication qui s'intéressait aux statistiques de santé publique. Les recherches de Graunt ont montré que, si la durée de vie des individus était incertaine, il existait un schéma de mortalité plus prévisible dans les groupes et les causes de décès. Par la suite, en 1693, l'astronome anglais, Halley, a montré comment construire une table de mortalité à partir de données empiriques sur les naissances et les décès et a réussi à présenter une méthode permettant d'effectuer un calcul de rente viagère basé sur cette même table de mortalité. Cette première table de mortalité est considérée à ce jour comme la plus ancienne table de mortalité. Elle fut présentée à la *Royal Society* et publiée dans les *Philosophical Transactions*. Cette première table était empirique et le calcul prenait beaucoup de temps.

La modélisation théorique de la mortalité a commencé avec **ABRAHAM DE MOIVRE**, en 1725, qui a proposé un modèle de distribution uniforme des décès et a présenté des méthodes simplifiées de calcul des rentes. La loi de **DE MOIVRE** a un seul paramètre appelé l'âge ultime. Beaucoup de critiques ont été émises dans la littérature sur cette hypothèse, allant jusqu'à la qualifier « d'approximation grossière » dont l'objectif visait à simplifier le calcul des valeurs de rente viagère.

Adoptant une approche biologique de la modélisation mathématique, **BENJAMIN GOMPERTZ**, en 1825, a supposé dans son approche que la mortalité μ_x présente une augmentation de type exponentielle, où les deux paramètres du modèle sont positifs et varient selon le niveau de la mortalité et le taux d'augmentation de la mortalité avec l'âge. Le modèle de **GOMPERTZ** et sa version modifiée par **WILLIAM MAKEHAM**, en 1867, où une constante supplémentaire est ajoutée pour tenir compte des causes de décès non liées à l'âge. Ces deux modèles ont été largement utilisés comme modèles standards. Les premières découvertes importantes dans le domaine de la modélisation de la mortalité ont été apportées par les scientifiques Oppermann et Thiele, respectivement en 1870 et 1871. **THORVALD THIELE** a particulièrement introduit les concepts d'équations différentielles dans la modélisation de la mortalité.

Toutefois, la reconnaissance de leurs travaux n'est venue que bien des années plus tard.

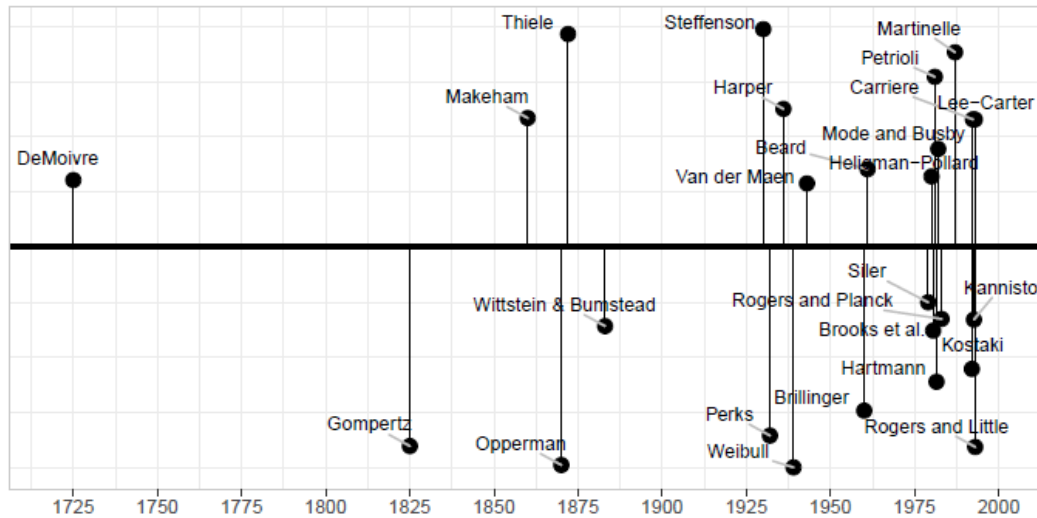


Figure 4 : Chronologie des premiers modèles de mortalité (Source : *Modelling and forecasting mortality – Marius D. Pascariu*)

Après un siècle de développements et d'évolutions, la structure des modèles est devenue de plus en plus complexe et capable de saisir avec précision tout le spectre de l'intensité de la mortalité. En 1980, **HELIGMAN** et **POLLARD** introduisent les débuts modernes des tentatives de paramétrisation des séries temporelles de mortalité. Leur approche se résumait à décomposer la vie d'une cohorte d'individus en des groupes distincts qui dépendent de leur âge. Les dynamiques de mortalité particulières à ces groupes d'âge sont par la suite modélisées en utilisant huit variables (qui prennent le nom de A, B, C, D, E, F, G, H) et qui représentent l'ensemble des causes de décès aux différents âges, à savoir : (i) la mortalité infantile, (ii) les risques de décès accidentels lors des années matures de l'âge adulte, et (iii) les décès attribuables au vieil âge. Le principal inconvénient de ce modèle est que, dans sa forme traditionnelle, il est difficile à adapter et il ne tient pas compte de l'incertitude. En 1998, **THATCHER** et ses collaborateurs ont réalisé des études visant à ajuster différents modèles mathématiques à différents ensembles de données fiables sur la mortalité des adultes et des personnes âgées (80 ans et plus). Ils ont par la suite établi le modèle logistique comme le meilleur modèle mathématique de la mortalité à l'âge adulte, remplaçant les modèles de **GOMPERTZ** et **MAKEHAM**, largement utilisés à ce stade. Le modèle logistique suppose que la mortalité μ_x est une fonction logistique de l'âge x .

Le tableau ci-dessous résume l'ensemble des principales publications des premiers modèles de mortalité.

Auteur	Année de publication	Modèle de mortalité
De Moivre	1725	$\mu_{(x)} = \frac{1}{(\omega - x)}$
Gompertz	1825	$\mu_{(x)} = A \exp^{Bx}$
Makeham	1867	$\mu_{(x)} = A \exp^{Bx} + C$
Opperman	1870	$\mu_{(x)} = Ax^{-\frac{1}{2}} + B + Cx^{\frac{1}{2}}$
Thiele	1871	$\mu_{(x)} = A_1 \exp^{-B_1x} + A_2 \exp^{-\frac{1}{2}B_2(x-C)^2} + A_3 \exp^{B_3x}$
Wittstein & Bumstead	1883	$q(x) = \frac{1}{B} A^{-(Bx)^N} + A^{-(M-x)^N}$
Steffenson	1930	$\log_{10}s(x) = 10^{-A\sqrt{x}-B} + C$
Perks	1932	$\mu_{(x)} = \frac{(A + BC^x)}{(BC^{-x} + 1 + DC^x)}$
Harper	1936	$\log_{10}s(x) = A + 10^{B\sqrt{x}+Cx+D}$
Van der Maen	1943	$\mu_{(x)} = A + Bx + Cx^2 + \frac{I}{N - x}$
Weibull	1951	$\mu_{(x)} = \frac{1}{\sigma} \left(\frac{x}{M}\right)^{\frac{M}{\sigma}-1}$
Beard	1971	$\mu_{(x)} = \frac{(K A \exp^{Bx})}{(1 + A \exp^{Bx})}$
Siler	1980	$\mu_{(x)} = A_1 \exp^{-B_1x} + A_2 + A_3 \exp^{B_3x}$
Heligman-Pollard	1983	$\frac{q(x)}{p(x)} = A^{(x+B)^C} + D \exp^{-E(\ln x - \ln F)^2} + GH^x$
Rogers Plank	1984	$q(x) = A_0 + A_1 \exp^{-Ax} + A_2 \exp^{\{B(x-U) - \exp^{-C(x-U)}\}} + A_3 \exp^{Dx}$
Martinelle	1987	$\mu_{(x)} = \frac{(A \exp^{Bx} + C)}{(1 + D \exp^{Bx})} + K \exp^{Bx}$
Carriere	1992	$S_{(x)} = \psi_1 S_{1(x)} + \psi_2 S_{2(x)} + \psi_3 S_{3(x)}$
Kostaki	1992	$\frac{q(x)}{p(x)} = A^{(x+B)^C} + D \exp^{-E_i(\ln x - \ln F)^2} + GH^x$
Kannisto	1998	$\mu_{(x)} = \frac{(A \exp^{Bx})}{(1 + A \exp^{Bx})}$

Tableau 1 : Premiers modèles de mortalité

A ce stade, la critique principale que l'on peut émettre à l'égard de ces modèles de mortalité dit statiques (non-stochastiques), qui décrivent la mortalité à un point fixe dans le temps, porte sur le fait que les paramètres doivent être ajustés périodiquement pour tenir compte des changements dans les modèles de mortalité. En effet, le caractère stochastique de la mortalité réelle n'est pas pris en compte d'autant que cette dernière – la mortalité – évolue continuellement en fonction de différents facteurs.

2.1.2 La deuxième génération des modèles de mortalité : les modèles de mortalité stochastique

Les démographes s'entendent pour dire que l'augmentation de l'espérance de vie a cru à un rythme fort depuis la fin de la seconde guerre mondiale, bien que ce rythme soit plus modéré sur les dernières années. La nécessité d'utiliser des tables de mortalité prospective intégrant ces phénomènes a commencé à se faire sentir en toute fin des années 1900.

Les modèles stochastiques de mortalité forment une famille de modèles d'un intérêt particulier dans un cadre de gestion du risque. Ils reposent sur l'hypothèse d'une continuité entre l'évolution passée de la mortalité et son évolution future. Dans le cadre de ces modèles, on suppose que l'évolution des taux de mortalité, suit un processus stochastique. Grâce à cette hypothèse, il est possible de produire une distribution de prévisions, et non plus uniquement une valeur déterministe. C'est ainsi que les modèles de mortalité stochastiques viennent répondre à la critique émise sur les modèles de mortalité statiques, dans la mesure où ils proposent de considérer que le taux de mortalité futur $\mu_{(x,t)}$ est aléatoire. Par conséquent, $\mu_{(x,t)}$ est un processus stochastique. Le taux de mortalité effectivement observé pour un âge et une année donnée est alors la réalisation d'une variable aléatoire.

Le schéma ci-dessous présente une vision globale des modèles stochastiques de mortalité en les groupant selon les deux principales familles de modèles, à savoir les modèles de type **LEE-CARTER** (1992), et les modèles de type **CAIRNS, BLAKE ET DOWD** (2006).

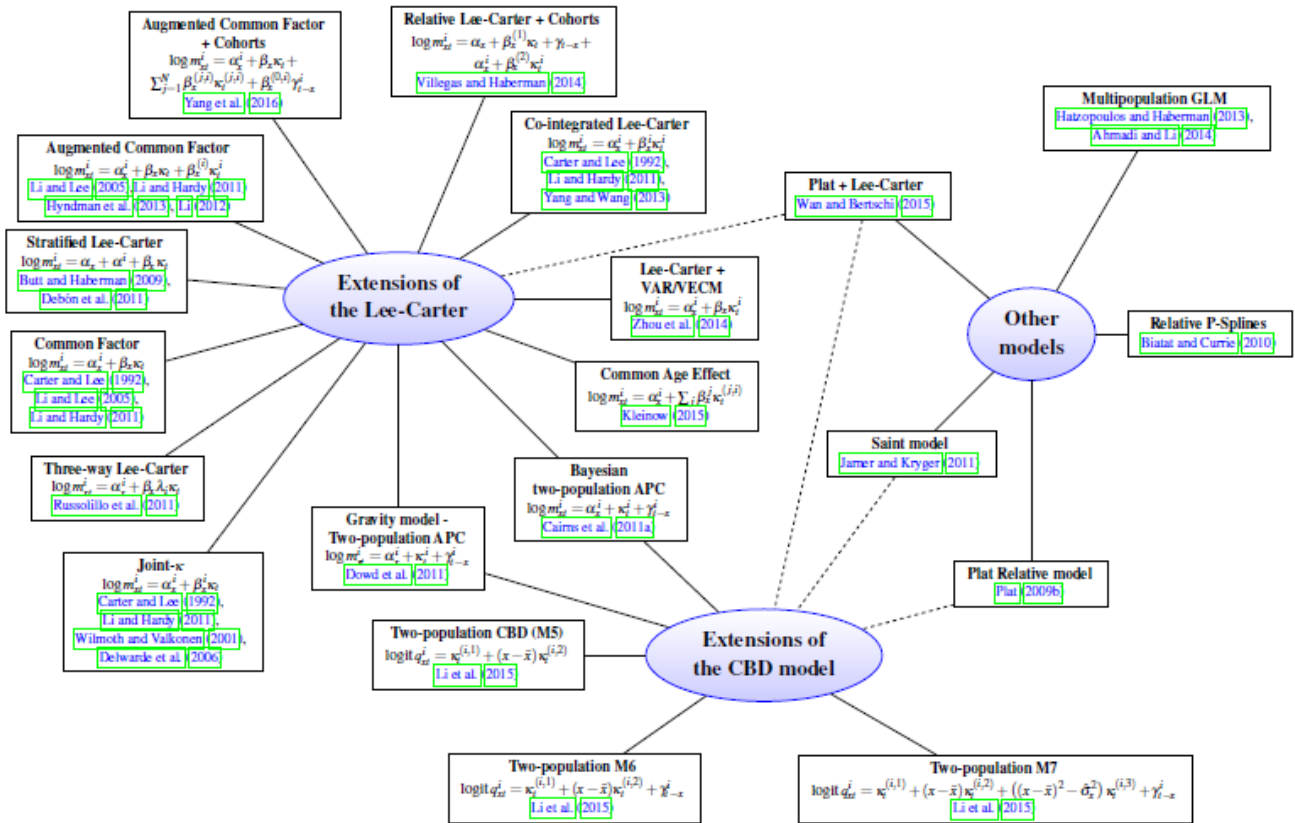


Figure 5 : Vue globale des modèles de mortalité stochastique (Source : A comparative study of two population models for the assessment of basis risk in longevity hedges - VILLEGAS Andres, HABERMAN Steven, KAISHEV Vladimir & MILLOSSOVICH Pietro)

Ces deux modèles seront présentés plus en détail dans les sections qui suivent.

2.1.3 Le Modèle de Lee-Carter

La complexité du modèle à 8 facteurs de **HELIGMAN-POLLARD** contraste grandement avec la relative simplicité du modèle de **LEE-CARTER** (ci-après dénommé le modèle LC). Le modèle LC, est le modèle stochastique de mortalité le plus connu, et le plus utilisé à ce stade de la littérature. Il a été introduit par **RONALD LEE ET LAWRENCE CARTER** en 1992 ("Modeling and Forecasting U.S. Mortality" - 1992, Journal of the American Statistical Association). En observant les taux de mortalité antérieurs, il utilise des séries chronologiques pour extrapoler la tendance temporelle à l'aide d'un modèle stochastique à un facteur. En raison de son mécanisme endogène de calcul des paramètres année après année, il parvient à saisir les changements de la tendance de la mortalité assez bien.

Le modèle LC décompose le logarithme du taux instantané de mortalité en deux composantes, dont l'une est propre à l'âge et l'autre tendancielle. A cela on ajoute en toute fin un bruit blanc. On écrit le modèle LC sous la forme suivante :

$$\ln (m_{x,t}) = \alpha_x + \beta_x^{(1)} k_t^{(1)} + \varepsilon_{x,t}$$

Équation 1 : Modèle de Lee et Carter

Où :

- $m_{x,t}$: est le taux de mortalité central des personnes ayant x ans au cours de l'année t . Il est calculé comme le rapport entre le nombre de personnes décédées et le nombre de personnes exposées au risque à la fois pour l'âge x et pour l'année t ;
- α_x : décrit le comportement moyen du taux de mortalité central pour chaque âge. En outre, il garantit que la forme de la courbe de mortalité est conforme à l'expérience. En utilisant les contraintes applicables à l'estimation des paramètres, ce terme non paramétrique représente la moyenne arithmétique du $m_{x,t}$ sur toute la période observée ;
- $\beta_x^{(1)}$: est le terme qui explique comment $\ln(m_{x,t})$ réagit au passage du temps. C'est un paramètre de sensibilité de la vitesse de réaction du taux de mortalité à kt pour chaque âge. Le modèle permet d'obtenir des valeurs positives et négatives. Une valeur négative montre que le taux de mortalité pour un âge spécifique augmente avec le temps ;
- $k_t^{(1)}$: représente l'indice temporel d'évolution de la mortalité dans l'espace-temps ;
- $\varepsilon_{x,t}$: fait référence aux termes d'erreurs, à savoir les effets non saisis par le modèle.

Les points forts du modèle LC sont sa simplicité d'utilisation et la qualité des résultats d'ajustement. Néanmoins, il présente deux principaux aspects négatifs. Le premier est qu'il ne contient pas de facteur de cohorte, bien que l'expérience confirme qu'il devrait être ajouté. Le deuxième aspect négatif est qu'il ne tient pas compte, selon la version des auteurs, de l'hétérogénéité des taux de mortalité à différents âges ; malgré le fait qu'il soit remarquable pour les plus jeunes âges.

2.1.4 Le Modèle de Renshaw et Harberman

En 2006, **ARTHUR RENSHAW ET PETER HABERMAN** proposent une revue du modèle LC (ci-après dénommé le modèle RH), permettant d'intégrer un facteur de cohorte au modèle. Le modèle RH s'écrit sous la forme suivante :

$$\ln (m_{x,t}) = \alpha_x + \beta_x^{(1)} k_t^{(1)} + \beta_x^{(0)} \gamma_{t-x} + \varepsilon_{x,t}$$

Équation 2 : Modèle de Renshaw et Haberman

Où l'on reconnaît les premiers paramètres du modèle LC, auxquels s'ajoutent les paramètres suivants :

- $\beta_x^{(0)}$: est le terme qui explique les interactions à l'âge, autrement dit ce paramètre transcrit la façon dont la mortalité évolue selon les effets du facteur de cohorte ;

- γ_{t-x} : représente l'effet de cohorte qui est fonction de l'année de naissance $t - x$.

Pour les populations où un effet de cohorte est observé dans les données historiques, le modèle RH offre une meilleure adéquation aux données historiques. Cependant, il est constaté par **CMI (2007)** et **CAIRNS ET AL (2008)** que le modèle RH souffre d'un manque de robustesse. En outre, bien que le modèle dispose d'un facteur stochastique supplémentaire pour l'effet de cohorte, pour la plupart des taux de mortalité simulés, la structure de corrélation est encore insignifiante. En particulier, lorsque l'on utilise une large gamme d'âge, les paramètres de la cohorte simulée ne sont pertinents que pour les âges les plus élevés dans la partie la plus éloignée de la projection.

2.1.5 Le Modèle Age-Period-Cohort

Le modèle Age-Period-Cohort (ci-après dénommé le modèle APC), est une sous-structure du modèle RH. Il simplifie dans sa forme le modèle de RH en consentant à définir la valeur des paramètres suivants : $\beta_x^{(1)} = 1$; $\beta_x^{(0)} = 1$. Le modèle APC s'écrit sous la forme suivante :

$$\ln(m_{x,t}) = \alpha_x + k_t^{(1)} + \gamma_{t-x} + \varepsilon_{x,t}$$

Équation 3 : Modèle Age-Period-Cohort

Cette variante du modèle de RH permet de résoudre certains problèmes d'instabilité du modèle de RH.

2.1.6 Le Modèle de Cairns, Blake et Dowd

Publié pour la première fois en 2006, le modèle stochastique qui sort de façon nette du paradigme des modèles de type LC est celui de **ANDREW CAIRNS, DAVID BLAKE, ET KEVIN DOWD** (ci-après dénommé le modèle CBD). Il part de l'hypothèse qu'il n'y a pas de comportement moyen du taux de mortalité, et qu'il n'y a pas d'effet de cohorte. Il y a cependant selon les auteurs une tendance dans l'âge de naissance des cohortes évaluées. Le modèle de CBD s'écrit sous la forme suivante :

$$\ln(m_{x,t}) = k_t^{(1)} + k_t^{(2)}(x - \bar{x}) + \varepsilon_{x,t}$$

Équation 4 : Modèle de Cairns, Blake et Dowd

Où :

- $k_t^{(1)}$ et $k_t^{(2)}$: représentent des processus stochastiques qui caractérisent l'indice temporel d'évolution de la mortalité dans l'espace-temps.

On peut résumer le modèle CBD par le fait qu'il présente un premier paramètre qui vise à capturer la tendance générale dans le temps de l'évolution des probabilités de décès, et un deuxième facteur qui permet d'observer les évolutions des probabilités de décès à travers le temps en fonction des tranches d'âge.

2.1.7 Le Modèle de Plat

En 2009, **RICHARD PLAT** publie une nouvelle extension du modèle LC (ci-après dénommé le modèle PLAT). Le modèle PLAT, inclut un effet de cohorte et s'écrit sous la forme suivante :

$$\ln(m_{x,t}) = \alpha_x + k_t^{(1)} + (\bar{x} - x) k_t^{(2)} + (\bar{x} - x)^+ k_t^{(3)} + \gamma_{t-x} + \varepsilon_{x,t}$$

Équation 5 : Modèle de Plat

Où l'on reconnaît les paramètres $m_{x,t}$ et α_x identiques à ceux du modèle LC et les paramètres suivants :

- \bar{x} : fait référence à la moyenne des âges considérés dans le cadre de la population étudiée ;
- $(\bar{x} - x)^+$: est égal au maximum entre $(\bar{x} - x)$ et zero ;
- $k_t^{(1)}$, $k_t^{(2)}$ et $k_t^{(3)}$: représentent des processus stochastiques qui caractérisent l'indice temporel d'évolution de la mortalité dans l'espace-temps, selon différentes classes d'âge. En particulier, le facteur $k_t^{(3)}$ reflète les observations pour les âges les jeunes uniquement ;
- γ_{t-x} : représente l'effet de cohorte qui est fonction de l'année de naissance $t - x$;
- $\varepsilon_{x,t}$: fait référence aux termes d'erreurs, à savoir les effets non saisis par le modèle.

A l'instar du LC, le paramètre $k_t^{(1)}$ représente l'évolution du niveau de mortalité pour tous les âges. Le paramètre $k_t^{(2)}$ permet ici de représenter l'évolution de la mortalité entre les âges, afin de refléter l'observation historique selon laquelle les taux d'amélioration qui peuvent différer selon les classes d'âge. Le paramètre $k_t^{(3)}$ est ajouté pour tenir compte du fait que les données historiques semblent indiquer que la dynamique des taux de mortalité aux âges jeunes peut être différente à certains moments (en prenant par exemple l'impact sur cette classe d'âge des évolutions comme le sida, l'abus de drogues et l'alcool, ainsi que les violences). Les paramètres $k_t^{(2)}$ et $k_t^{(3)}$ permettent au modèle PLAT d'avoir une structure de corrélations non triviale entre les âges.

Enfin, et ce en complément du modèle LC, l'effet de cohorte est pris en compte à travers le paramètre γ_{t-x} .

2.1.8 Le Modèle de O'Hare et Li

Le modèle **COLIN O'HARE ET YOUWEI LI** (ci-après dénommé le modèle OAL) est un dérivé du modèle PLAT. Il s'écrit sous la forme suivante :

$$\ln(m_{x,t}) = \alpha_x + k_t^{(1)} + (\bar{x} - x)k_t^{(2)} + \{ (\bar{x} - x)^+ + [(\bar{x} - x)^+]^2 \} k_t^{(3)} + \gamma_{t-x} + \varepsilon_{x,t}$$

Équation 6 : Modèle de O'Hare et Li

Où l'on reconnaît les premiers paramètres du modèle PLAT, auxquels le paramètre suivant :

- $k_t^{(3)}$: a été modifié afin de tenir compte pour les âges jeunes de l'hypothèse de non-linéarité de l'indice temporel d'évolution de la mortalité. La relation quadratique qui est retenue vient en réponse aux observations de nombre de décès plus faible et les causes spécifiques de décès pour cette classe d'âge.

L'importance d'affiner la modélisation des taux de mortalité pour les jeunes âges réside dans le fait qu'il permet d'améliorer l'ajustement de l'effet de cohorte pour les années de naissance récentes. Ce phénomène est un enjeu non-négligeable compte tenu de la nature cumulative de l'espérance de vie. En outre, l'analyse de l'amélioration la longévité est portée l'évolution de la mortalité des jeunes âges.

2.2 CRITERE DE SATISFACTION D'UN MODELE DE MORTALITE STOCHASTIQUE

Il est important de se demander si un modèle de mortalité stochastique défini est un modèle adéquat ou non. **CAIRNS ET AL. (2008)** ont défini la liste des critères suivants permettant d'évaluer a priori un modèle :

- Les taux de mortalité doivent être positifs.
- Le modèle doit être cohérent avec les données historiques.
- La dynamique à long terme du modèle doit être biologiquement raisonnable.
- L'estimation des paramètres doit être robuste par rapport à la période de référence des données ainsi que de de la fourchette d'âge retenue.
- Les prévisions du modèle doivent être robustes par rapport à la période de référence des données ainsi que de de la fourchette d'âge retenue.
- Les niveaux d'incertitude prévisionnels et les trajectoires centrales doivent être probables et cohérents avec les tendances historiques et la volatilité des données de mortalité.
- Le modèle doit être simple à mettre en œuvre en utilisant des méthodes analytiques ou des algorithmes numériques.
- Le modèle doit être relativement parcimonieux.
- Il doit être possible d'utiliser le modèle pour générer des chemins d'échantillonnage et calculer des prévisions par intervalles.
- La structure du modèle doit permettre d'intégrer l'incertitude des paramètres dans les simulations.
- Au moins pour certains pays, le modèle devrait intégrer un effet de cohorte stochastique.
- Le modèle doit avoir une structure de corrélations non triviale.

Un critère supplémentaire important est que le modèle puisse être applicable sur une tranche d'âge complète. Certains modèles sont conçus uniquement pour représenter la mortalité de certains âges, tels que les âges les plus élevés (au-delà de 60 ans). Néanmoins, on pourrait vouloir modéliser de manière cohérente les taux de mortalité sur l'ensemble des âges d'un portefeuille pouvant alors aller de 20 ans à 100 ans. Le modèle se doit donc d'être applicable à toute les tranches d'âge.

A ce stade de la littérature, les modèles existants répondent plus ou moins à la plupart des critères ci-dessus. Toutefois, aucun des modèles existants répond exactement à tous les critères ci-dessus.

Le tableau ci-après résume pour les principaux modèles stochastiques le degré de réponse à l'ensemble de ces critères.

Critères de satisfaction	LC	RH	CBD	PLAT	OAL
Positivité des taux de mortalité	+	+	+	+	+
Cohérence avec les données historiques	+/-	+	+	+	+
Dynamique à long-terme biologiquement raisonnable	+	+	+	+	+
Robustesse de l'estimation des paramètres	+	-	+	+	+
Robustesse des prévisions du modèle	+	-	+	+	+
Probabilité des niveaux d'incertitude prévisionnels et des trajectoires centrales	+/-	+	+	+	+
Mise en œuvre simple	+	+	+	+	+
Parcimonie du modèle	+	+/-	+	+/-	+/-
Possibilité de générer des échantillonnages	+	+	+	+	+
Prise en compte de l'incertitude des paramètres dans les projections	+	+	+	+	+
Effet de cohorte stochastique	-	+	+	+	+
Structure de corrélation non-triviale	-	+/-	+	+	+
Applicable sur toutes les classes d'âges	+/-	+/-	-	+	+

Tableau 2 : Critère de satisfaction d'un modèle de mortalité stochastique (Plat, H.J., Essays on valuation and risk management for insurers)

2.3 FORMULE GENERALE DES MODELES DE MORTALITE STOCHASTIQUE

En résumé de la littérature actuelle, la notation mathématique générale des modèles de mortalité stochastique se résume en l'équation suivante :

$$\ln(m_{x,t}) = \alpha_x + \sum_{i=1}^N \beta_x^{(i)} k_t^{(i)} + \beta_x^{(0)} \gamma_{t-x} + \varepsilon_{x,t}$$

Équation 7 : Formule générale des modèles de mortalité stochastique

2.4 APPLICATION DES MODELES ET ESTIMATION DES PARAMETRES

Tout d'abord, rappelons qu'un modèle est dit identifiable s'il est possible d'apprendre la vraie valeur des différents paramètres du modèle à partir des données d'observations disponibles. En effet, l'identification d'un système nécessite la résolution de deux problèmes correspondant d'une part au choix de la structure du modèle et d'autre part à l'estimation des paramètres de la structure choisie.

Pour la suite du mémoire, nous nous limitons à l'étude des modèles dits de la famille des modèles de type LC, à savoir les modèles LC, APC, PLAT, et OAL. Pour estimer les paramètres des modèles, nous utilisons l'outil **R Core Team (2018)**, et nous nous appuyons sur le package de l'appliquatif R nommé « *StMoMo*⁵ » pour *Stochastic Mortality Modelling*. Publié par **ANDRES VILLEGAS**, ce dernier comprend par défaut les fonctions d'ajustement des principaux modèles stochastique de mortalité (dont le modèle de LC, le CBD, l'APC et le RH). Par ailleurs, il offre la possibilité de définir des fonctions d'ajustements spécifiques (c'est ce que nous avons réalisé pour ce qui est des modèles PLAT et OAL) et d'estimer les paramètres des modèles en se basant sur les contraintes permettant d'éviter les problèmes d'identification des modèles.

2.4.1 La base de données de la mortalité humaine

La base de données de la mortalité humaine « *Human Mortality Database* » (accessible via le site internet www.mortality.org) est une base de données présentant des informations détaillées sur la mortalité de plusieurs pays. Grâce à cette source d'informations, nous disposons, en particulier pour ce qui est de la population française, de données suffisantes sur les décès observés, ainsi que des données d'exposition de la population sous risque, pour chaque année de la période allant des années 1816 à 2017 et pour chaque âge allant de 0 à 110 ans, ainsi que les âges au-delà de 110 ans (110+).

Plus spécifiquement, dans le cadre de l'étude, nous allons limiter nos observations aux données sur la période allant de 1950 à 2017. Ce choix a été fait afin de limiter l'impact dans l'analyse du traitement des cohortes ayant vécu la première ou la seconde guerre mondiale. En outre, nous nous limitons aux observations sur les âges allant de 0 à 100 ans, ce compte tenu de la forte volatilité des taux de mortalité aux âges très élevés.

Les graphiques ci-dessous montrent l'évolution des taux bruts de mortalité de 1950 à 2017.

⁵ L'acronyme StMoMo, prononcé Saint Momo, signifie " *Stochastic Mortality Modeling*". Momo est le roi des carnivals dans de nombreuses festivités latino-américaines.

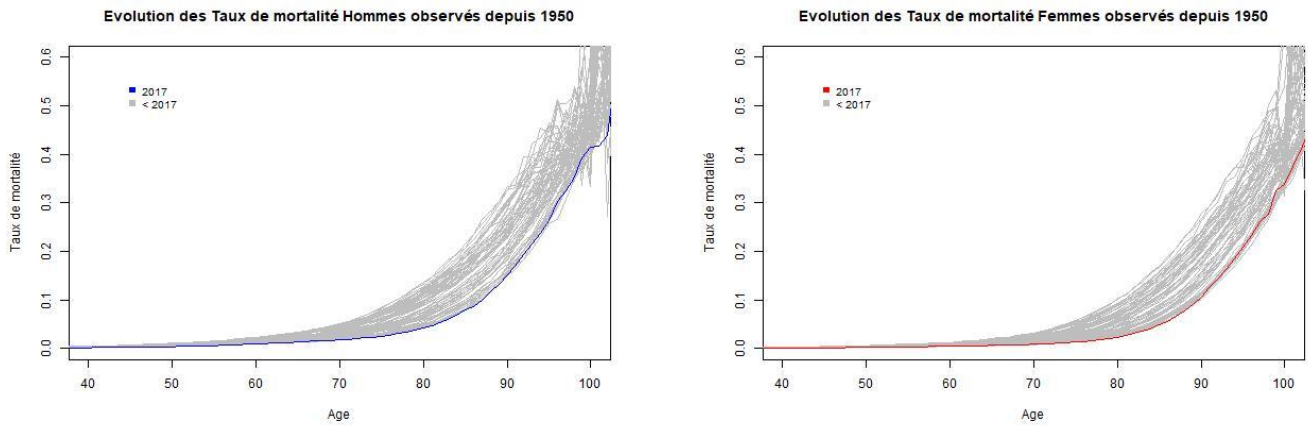


Figure 6 : Evolution des taux de mortalité observés de 1950 à 2017 sur la population française

Sur les deux populations, masculine et féminine, on constate la forte diminution des taux de mortalité sur tous les âges observés, et donc une augmentation de la longévité. Cette observation est confirmée par l'observation de l'évolution de l'espérance de vie à 65 ans.

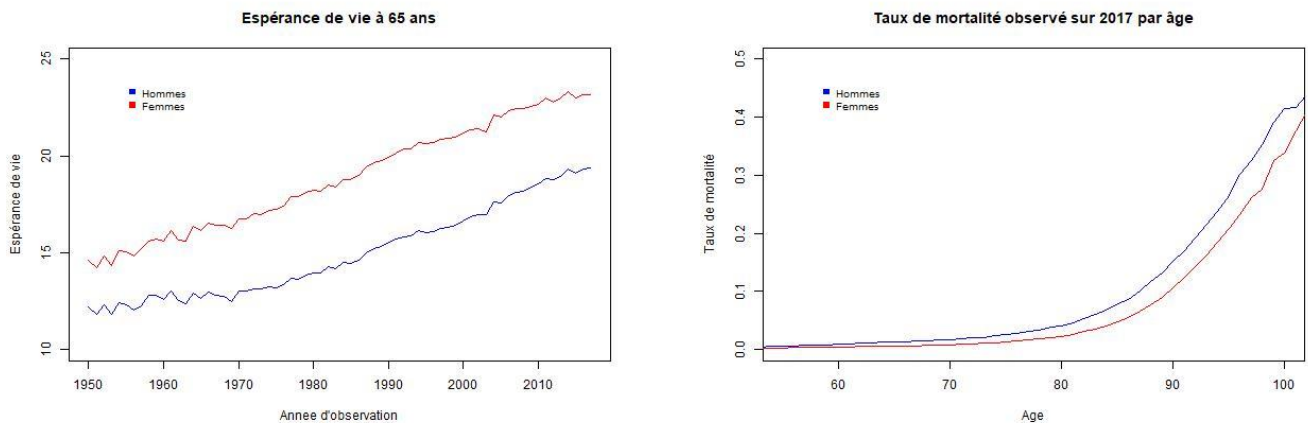


Figure 7 : Evolution de l'espérance de vie à 65 ans, et représentation des taux de mortalité observés sur 2017 par âge

Cette dernière métrique a augmenté sur la période de 1950 à 2017 de l'ordre de 7,13 ans sur les hommes et de 8,53 ans sur les femmes. Autrement, dit chaque année la diminution des taux de mortalité se traduit par le fait que nous avons gagné entre 5 et 7 semaines de vie. Enfin, le dernier graphique démontre la moindre exposition au risque de mortalité pour ce qui est des femmes par rapport aux hommes.

2.4.2 L'approche des auteurs du LC

L'estimation des paramètres du modèle de LC := $\ln(m_{x,t}) = \alpha_x + \beta_x^{(1)} k_t^{(1)} + \varepsilon_{x,t}$ (présenté en section 2.1.3) ne donne pas d'unique paramètre, de sorte qu'il est nécessaire d'effectuer certaines transformations et d'émettre des restrictions. En supposant, c_1 et $c_2 \neq 0$, on peut transformer les paramètres de l'équation du LC de la façon suivante :

$$(\alpha_x, \beta_x^{(1)}, k_t^{(1)}) \rightarrow (\alpha_x + c_1 \beta_x^{(1)}, \frac{1}{\phi_2} \beta_x^{(1)}, c_2 (k_t^{(1)} - c_1))$$

L'identification du modèle s'obtient alors en imposant les contraintes suivantes :

$$\sum_x \beta_x^{(1)} = 1; \sum_t k_t^{(1)} = 0$$

Par conséquent le paramètre $\beta_x^{(1)}$ peut être traduit comme étant la moyenne temporelle du logarithme des taux de mortalité centraux pour chaque classe d'âge.

$$\widehat{\beta}_x^{(1)} = \frac{1}{T} \sum_t \ln(m_{x,t})$$

Afin de calculer la solution optimale, les auteurs ont utilisé la décomposition en valeur singulière, qui est mathématiquement équivalente à la réalisation d'une analyse en composante principales (ACP) de la covariance des taux de mortalité logarithmique. Cependant, l'estimation des paramètres $\beta_x^{(1)}$, et $k_t^{(1)}$ ne garantissent pas que le nombre de décès estimés est identique à celui observé. Aussi, une deuxième estimation en procédure itérative se relève nécessaire. En fixant $\alpha_x = \beta_x^{(1)}$, cette procédure renvoie la valeur de $k_t^{(1)}$ qui remplit la condition $\widehat{D}_t = D_t$. Cette équation peut ne pas avoir de solution unique ou ne pas du tout présenter de solution. Le modèle devient alors incohérent.

Néanmoins, en utilisant l'approche proposée par **NATACHA BROUHNS ET MICHEL DENUIT (2002)**, les paramètres peuvent être déterminés en maximisant la fonction de log-vraisemblance.

En effet, le modèle LC suppose que les termes d'erreurs $\varepsilon_{x,t}$ sont homoscedastiques. Autrement dit, ils présentent la même variance quel que soit l'âge considéré. Or statistiquement, la classe d'âge des personnes âgées est caractérisée par une forte volatilité du nombre de décès. Le taux de mortalité observée est plus variable aux âges avancés, qu'aux âges jeunes en raison notamment du nombre de décès plus faible aux âges avancées. L'approche proposée s'appuie sur le fait que les morts sont distribués selon une loi de Poisson.

$$\ln(m_{x,t}) = \alpha_x + \beta_x^{(1)} k_t^{(1)}$$

$$D_{x,t} \sim \text{Poisson}(E_{x,t} \mu_{x,t})$$

Où, les paramètres $E_{x,t}$ et $\mu_{x,t}$ représentent respectivement le nombre de personnes exposées au risque de mortalité au regard de la population considérée, et le taux de mortalité central. La variation aléatoire confère ainsi le caractère d'hétéroscedasticité aux termes d'erreurs, et donne ainsi plus de réalisme au modèle LC.

Les graphiques suivants présentent les résultats de l'estimation des paramètres du modèle LC. Les courbes en bleu représentent les résultats de l'estimation des paramètres pour la population masculine, alors que celles en rouge représentent les résultats de l'estimation des paramètres pour la population féminine.

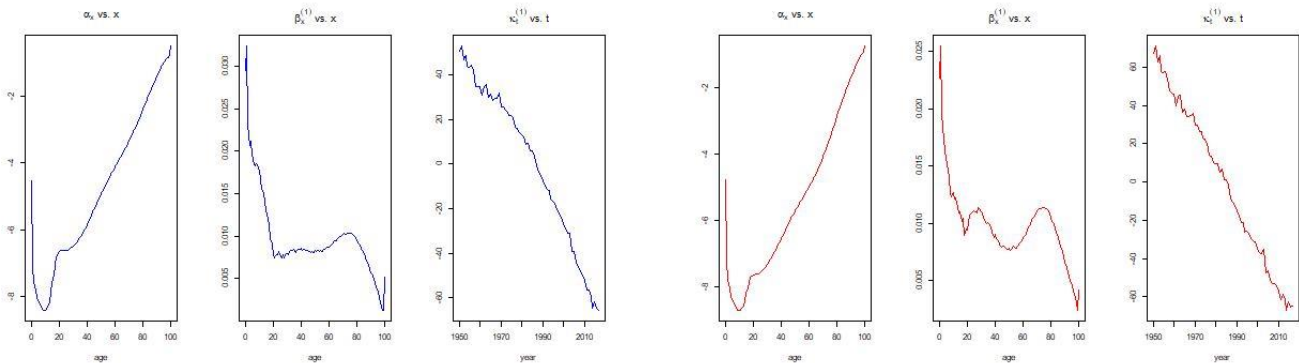


Figure 8 : Estimation des paramètres du modèle LC (homme et femme)

Les courbes obtenues paraissent conformes aux résultats classiquement obtenus sur cette population. La courbe du paramètre α_x a la forme d'une droite croissante, caractérisée par l'observation d'un pic de mortalité infantile, ainsi qu'au niveau des 18-25 ans (particulièrement marqué sur la population des hommes). La courbe du paramètre $k_t^{(1)}$ est quant à elle de la forme d'une droite décroissante en lien avec l'allongement de l'espérance de vie au fil du temps. Enfin, la courbe du paramètre $\beta_x^{(1)}$ met en évidence l'hétérogénéité de la sensibilité des âges à la décroissance de la mortalité. En effet, les âges jeunes sont plus sensibles au recul de la mortalité alors que la sensibilité des âges avancées est quasi nulle.

2.4.3 Estimation des paramètres du modèle APC

Le modèle APC := $\ln(m_{x,t}) = \alpha_x + k_t^{(1)} + \gamma_{t-x} + \varepsilon_{x,t}$ (présenté en section 0) est invariant en ce qui concerne les transformations suivantes :

$$(\alpha_x, k_t^{(1)}, \gamma_{t-x}) \rightarrow (\alpha_x + \phi_1 - \phi_2 x, k_t^{(1)} + \phi_2 t, \gamma_{t-x} - \phi_1 - \phi_2(t-x))$$

$$(\alpha_x, k_t^{(1)}, \gamma_{t-x}) \rightarrow (\alpha_x + c_1, k_t^{(1)} - c_1, \gamma_{t-x})$$

Où, c_1, ϕ_1, ϕ_2 sont des constantes. L'identification du modèle s'obtient alors en imposant les contraintes suivantes :

$$\sum_t k_t^{(1)} = 0; \sum_{c=t_1-x_k}^{t_n-x_1} \gamma_c = 0; \sum_{c=t_1-x_k}^{t_n-x_1} c \gamma_c = 0$$

La première contrainte permet d'assurer le fait que l'indice temporel d'évolution de la mortalité est centré en zéro. Les deux dernières contraintes impliquent que l'effet de cohorte fluctue autour de zéro sans

tendance linéaire. Les courbes des paramètres α_x , et $k_t^{(1)}$ sont identiques à celles déjà présentées en sortie du modèle LC (cf. section 0). Néanmoins, les graphiques suivants présentent les courbes du paramètre γ_{t-x} , pour la population masculine et féminine.

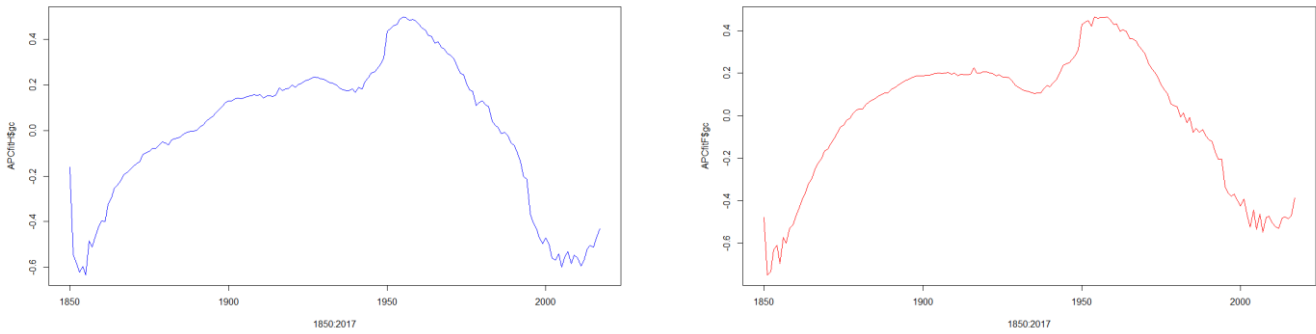


Figure 9 : Estimation du paramètre γ_{t-x} (effet cohorte) du modèle APC

L'analyse des courbes ci-dessus bien que relativement complexe, nous permet d'observer une structure en cloche marquée par une mortalité atypique sur la période allant de 1950 à 1970.

2.4.4 Estimation des paramètres du modèle PLAT

Le modèle PLAT := $\ln(\mathbf{m}_{x,t}) = \alpha_x + k_t^{(1)} + (\bar{x} - x) k_t^{(2)} + (\bar{x} - x)^+ k_t^{(3)} + \gamma_{t-x} + \varepsilon_{x,t}$ (détaillé en section 2.1.7) est invariant en ce qui concerne les transformations suivantes :

$$(\alpha_x, k_t^{(1)}, k_t^{(2)}, k_t^{(3)}, \gamma_{t-x}) \rightarrow$$

$$(\alpha_x + \phi_1 - \phi_2 x + \phi_3 x^2, k_t^{(1)} + \phi_2 t + \phi_3 (t^2 - 2\bar{x}t), k_t^{(2)} + 2\phi_3 t, k_t^{(3)}, \gamma_{t-x} - \phi_1 - \phi_2 (t - x) - \phi_3 (t - x)^2)$$

$$(\alpha_x, k_t^{(1)}, k_t^{(2)}, k_t^{(3)}, \gamma_{t-x}) \rightarrow$$

$$(\alpha_x + c_1 + c_2(\bar{x} - x) + c_3(\bar{x} - x)^+, k_t^{(1)} - c_1, k_t^{(2)} - c_2, k_t^{(3)} - c_3, \gamma_{t-x})$$

Où $c_1, c_2, c_3, \phi_1, \phi_2$ sont des constantes.

L'identification du modèle s'obtient alors en imposant les contraintes suivantes :

$$\sum_t k_t^{(1)} = 0$$

$$\sum_t k_t^{(2)} = 0$$

$$\sum_t k_t^{(3)} = 0$$

Ces trois premières contraintes garantissent que les indices temporels d'évolution de la mortalité dans le temps sont centrés autour de zéro. Selon l'auteur du modèle PLAT, l'ajustement d'un processus de type ARIMA non stationnaire pour les deux paramètres $k_t^{(2)}$ et $k_t^{(3)}$ pourraient aboutir à des scénarios projetés où la forme de la courbe de mortalité en fonction de l'âge n'est pas biologiquement raisonnable. Par conséquent, on supposera dans ces cas un processus de type stationnaire.

$$\sum_{c=t_1-x_k}^{t_n-x_1} \gamma_c = 0$$

$$\sum_{c=t_1-x_k}^{t_n-x_1} c \gamma_c = 0$$

$$\sum_{c=t_1-x_k}^{t_n-x_1} c^2 \gamma_c = 0$$

Enfin, les trois dernières contraintes garantissent que l'effet de cohorte fluctue autour de zéro et n'a pas de tendance linéaire ou quadratique.

Les graphiques suivants présentent les courbes des résultats de l'estimation des paramètres en sortie du modèle PLAT, sur la base des données HMD pour ce qui est d'une part de la population masculine et d'autre part pour ce qui est de ma population féminine.

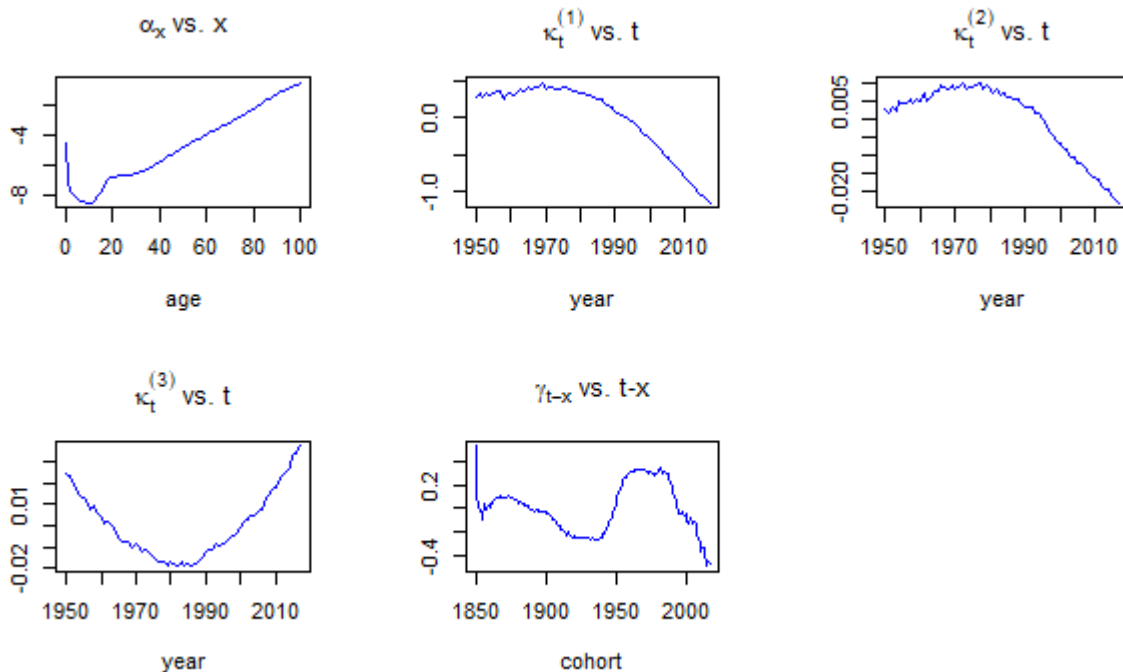


Figure 10 : Estimation des paramètres du modèle PLAT (population masculine)

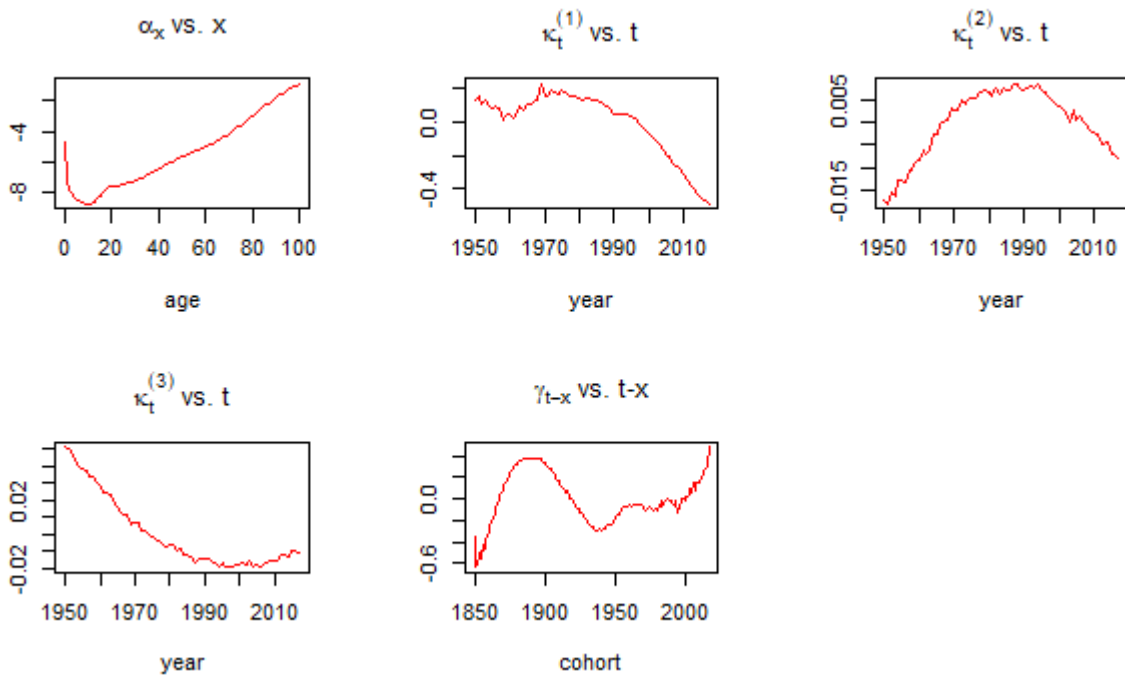


Figure 11 : Estimation des paramètres du modèle PLAT (population féminine)

L'analyse des résultats des paramètres α_x , et $k_t^{(1)}$ est similaire à celle proposée dans le cadre du modèle LC. Le paramètre $k_t^{(3)}$ qui reflète les observations pour les âges jeunes montre, pour ce qui est des femmes, la tendance baissière de la mortalité sur les jeunes âges jusqu'au début des années 90, avec par la suite une stabilisation de l'évolution de la mortalité. A contrario, les jeunes âges de la population masculine présentent aussi la tendance baissière jusqu'au début des années 90, mais cette dernière est combinée par la suite à une reprise de l'évolution de la mortalité à la hausse.

2.4.5 Estimation des paramètres du modèle OAL

Pour ce qui est du modèle OAL $:= \ln(m_{x,t}) = \alpha_x + k_t^{(1)} + (\bar{x} - x)k_t^{(2)} + \{(\bar{x} - x)^+ + [(\bar{x} - x)^+]^2\} k_t^{(3)} + \gamma_{t-x} + \varepsilon_{x,t}$, les contraintes sont les mêmes que celle du modèle PLAT. En effet, le modèle OAL, se différencie du modèle PLAT uniquement au niveau du terme $k_t^{(3)}$.

2.5 QUALITE DES AJUSTEMENTS REALISES

Dans un monde idéal, on souhaiterait que l'ajustement réalisé donne des taux de mortalité estimés qui ne diffèrent pas des données observées. Nous allons ici nous appuyer sur l'analyse des résidus, mais aussi sur l'évaluation des principaux indicateurs de qualité des ajustements.

2.5.1 Analyse des résidus

La qualité de l'ajustement d'un modèle est généralement analysée en inspectant les résidus du modèle ajusté. Pour se faire on peut définir $r_{x,t} = \text{sign}(d_{x,t} - \hat{d}_{x,t}) \sqrt{\frac{\text{dev}(x,t)}{\hat{\phi}}}$

Où : $\text{dev}(x,t) = 2 \left(d_{x,t} \ln\left(\frac{d_{x,t}}{\hat{d}_{x,t}}\right) - (d_{x,t} - \hat{d}_{x,t}) \right)$

$$\hat{\phi} = \frac{D(d_{x,t} - \hat{d}_{x,t})}{K - \nu}$$

$$D(d_{x,t} - \hat{d}_{x,t}) = \sum_{x,t} \text{dev}(x,t)$$

Avec D qui représente la déviance totale, ν le nombre de paramètres et K le nombre d'observations. L'analyse des résidus du modèle LC montre une bonne adéquation des résultats. Les graphiques ci-dessous représentent, les diagrammes de dispersion des résidus. Au niveau des diagramme par âge on constate que la volatilité des résidus augmente au niveau des âges avancés. Les résidus semblent aléatoires au cours des années civiles avec toutefois une plus forte volatilité sur les premières années et les dernières années. Enfin, les diagrammes de dispersion par année de naissance présentent des résidus assez aléatoires.

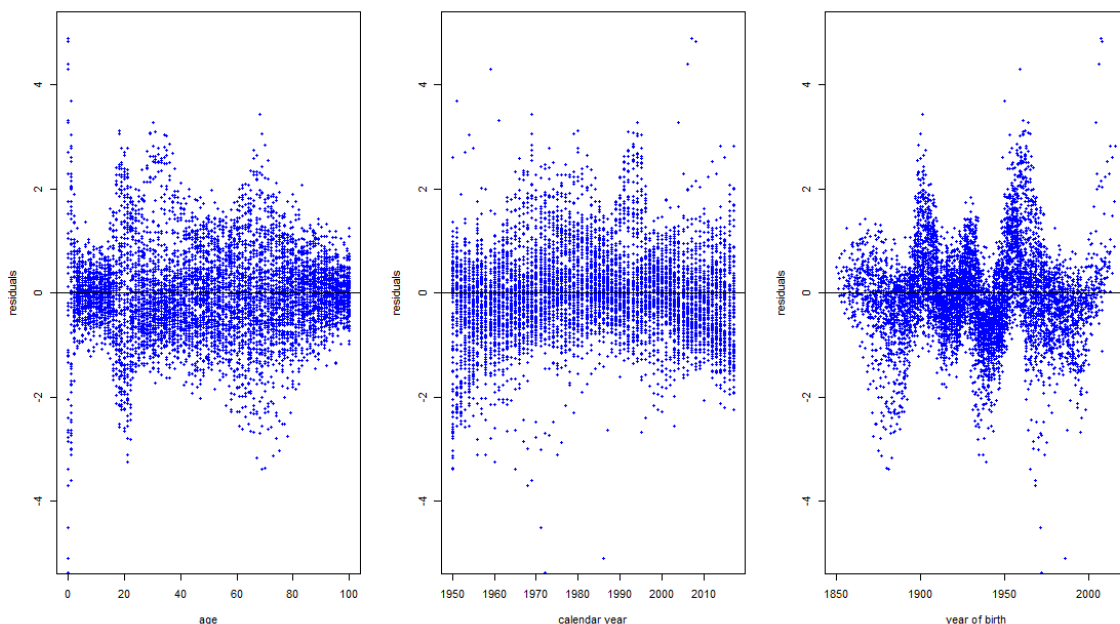


Figure 12 : Diagramme de dispersion des résidus du modèle LC (hommes)

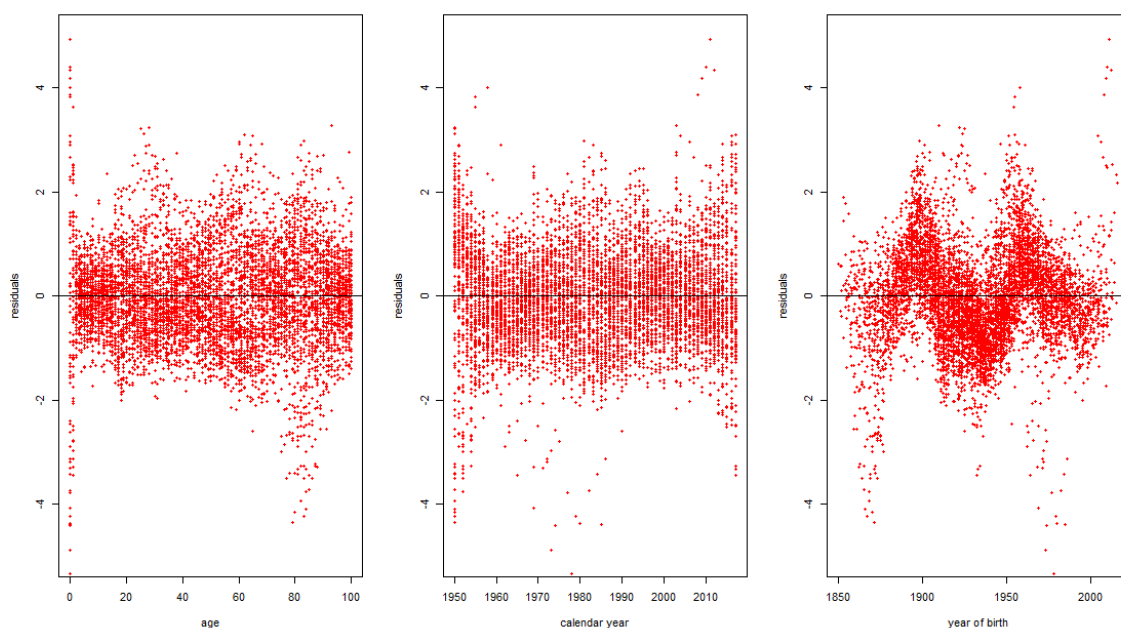


Figure 13 : Diagramme de dispersion des résidus du modèle LC (femmes)

2.5.2 Mean Absolute Percentage Error

L'exactitude des prévisions est en premier lieu estimée en utilisant un indicateur noté MAPE (Mean Absolute Percentage Error) et défini par : $MAPE = \frac{1}{n} \sum_t \frac{(y_t - \hat{y}_t)}{y_t}$

Le paramètre n représente l'horizon temporel de la prévision, y_t la valeur observée, et enfin \hat{y}_t la valeur estimée. L'évaluation de l'indicateur MAPE sur les ajustements réalisés donnent les résultats suivants :

Population	Indicateur	LC	APC	PLAT	OAL
Homme	MAPE	7,11% (3)	9,18% (4)	5,84% (2)	5,57% (1)
Femme	MAPE	7,01% (2)	9,47% (4)	6,85% (1)	7,51% (3)

Tableau 3 : Critère d'information MAPE en sortie des modèles LC, APC, PLAT et OAL

Des quatre modèles testés sur la population française, le modèle OAL est celui qui présente le MAPE le plus petit pour les hommes alors que le modèle de PLAT est celui qui présente le MAPE le plus petit pour les femmes.

2.5.3 Le critère d'information Akaike

Le critère d'information Akaike – *Akaike information criterion* (AIC) – s'applique aux modèles estimés par la méthode du maximum de vraisemblance. Il s'écrit comme ci-dessous, en tenant compte du fait que k est le nombre de paramètres à estimer et la fonction L est le maximum de la fonction de vraisemblance des paramètres à estimer.

$$AIC = 2k - 2L(\psi)$$

L'évaluation de l'indicateur AIC sur les ajustements réalisés donnent les résultats suivants :

Population	Indicateur	LC	APC	PLAT	OAL
	Nombre de paramètres	268	334	467	467
Homme	AIC	130 618 (3)	167 553 (4)	93 775 (2)	91 329 (1)
Femme	AIC	98 334 (3)	130 406 (4)	82 089 (1)	91 411 (2)

Tableau 4 : Critère d'information AIC en sortie des modèles LC, APC, PLAT et OAL

Bien qu'il paraisse difficile de départager le modèle PLAT et le modèle OAL, l'analyse des résultats obtenus montre une meilleure adéquation de ces deux modèles aux données observées par rapport au modèle LC.

2.5.4 Le critère d'information bayésien

Le critère d'information bayésien – *Bayesian information criterion* (BIC) – s'écrit comme ci-dessous, où la fonction L est le maximum de la fonction de vraisemblance des paramètres à estimer, L est le nombre d'observations, et k est le nombre de paramètres à estimer. Le nombre de paramètres est invariant selon que l'on étudie les hommes ou les femmes.

$$BIC = L(\psi) - \frac{1}{2} k \ln(P)$$

L'évaluation de l'indicateur BIC sur les ajustements réalisés donnent les résultats suivants :

Population	Indicateur	LC	APC	PLAT	OAL
	Nombre de paramètres	268	334	467	467
Homme	BIC	132 450 (3)	169 835 (4)	96 967 (2)	94 521 (1)
Femme	BIC	100 166 (3)	132 689 (4)	85 281 (1)	94 603 (2)

Tableau 5 : Critère d'information BIC en sortie des modèles LC, APC, PLAT et OAL

L'analyse des résultats de l'indicateur BIC confirme la précédente conclusion quant au meilleur ajustement des modèles PLAT et OAL.

En résumé, Les résultats des modèles multifactoriels PLAT et OAL, sont nettement meilleurs que ceux

des modèles LC et APC. Ce résultat n'est pas vraiment une surprise, à l'aune des paramètres supplémentaires qui sont retenus dans les modèles PLAT et OAL.

2.6 PROJECTION DES RESULTATS

Le paramètre $k_t^{(1)}$, et plus généralement les indices temporels d'évolution de la mortalité : $k_t^{(2)}$, et $k_t^{(3)}$ (selon que l'on soit sur le modèle LC ou les modèles de PLAT et OAL) sont les principaux paramètres des modèles qui nécessitent d'être prédits. En effet, les paramètres α_x , et $\beta_x^{(1)}$ sont des constantes dans le temps. A ces indices s'ajoutent aussi la projection de la composante modélisant l'effet cohorte γ_{t-x} pour ce qui est du modèle de APC, PLAT et OAL.

La composante temporelle $k_t^{(1)}$ du LC est modélisée et projetée selon un processus de série temporelle de type ARIMA (p, d, q) – *Auto-regressive Integrated Moving Average*, avec une tendance linéaire. Les paramètres p , d , et q du processus ARIMA représentant respectivement les composantes autorégressifs, d'intégration, et de moyenne mobile du processus. Pour déterminer les paramètres du processus ARIMA, nous nous basons sur la méthode « iarima » proposé via le package *StMoMo* qui s'appuie sur le package *Forecast* de l'appli R.

Pour ce qui est des hommes, le processus ARIMA retenu est de type : ARIMA (1,1,0) avec erreur, alors que pour les femmes il s'agit de : ARIMA (0,1,1) avec erreur.

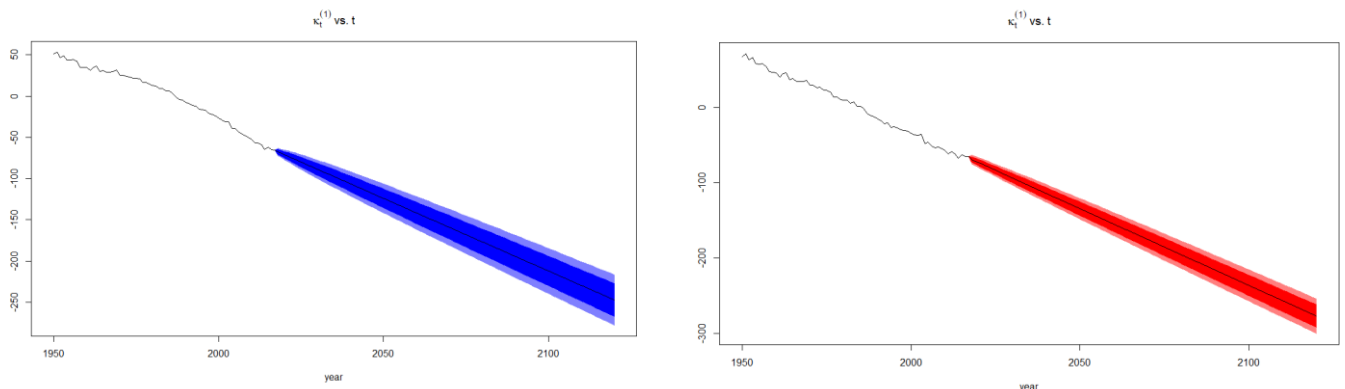


Figure 14 : Projection de l'indice temporel $k_t^{(1)}$ d'évolution de la mortalité pour le modèle LC

3 Le changement climatique

« Le Rapport de synthèse confirme que l'influence de l'homme sur le système climatique est manifeste et de plus en plus forte et que l'on observe ses incidences sur tous les continents et dans tous les océans... Le GIEC est désormais certain à 95 % que l'homme est la première cause du réchauffement planétaire actuel... Les activités humaines perturbent le climat » et vont accroître de plus en plus « plus les risques de conséquences graves, généralisées et irréversibles pour l'être humain et les écosystèmes. »

GROUPE D'EXPERTS INTERGOUVERNEMENTAL SUR L'EVOLUTION DU CLIMAT (Avant-propos du 5^{ème} rapport de synthèse du GIEC)

Dans cette section du mémoire, nous allons mettre en lumière les impacts du changement climatique sur la mortalité.

3.1 LES RISQUES LIES AUX CHANGEMENTS CLIMATIQUES

Les incidences d'événements climatiques extrêmes survenus récemment — vagues de chaleur, sécheresses, inondations, cyclones et feux incontrôlés — mettent en évidence la grande vulnérabilité et le degré élevé d'exposition de certains écosystèmes et de nombreux systèmes humains à la variabilité actuelle du climat.

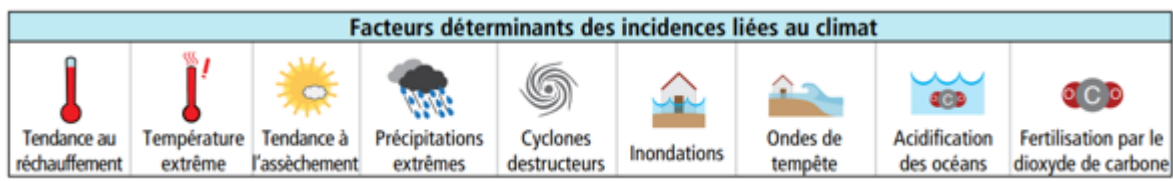


Figure 15 : Facteurs déterminants des incidences liées au climat (source : 5^{ème} rapport de synthèse du GIEC)

Le changement climatique n'est pas un concept nouveau. Au contraire, c'est un domaine bien connu des experts et chercheurs scientifiques qui nourrit de plus en plus de débat. Néanmoins ce n'est que récemment que les industries, et en particulier le secteur de l'assurance a commencé à prendre conscience des impacts importants et variés que peuvent avoir le changement climatique.

Les régulateurs commencent à élaborer des cadres et des réglementations visant à mieux surveiller, mesurer et gérer les risques du changement climatique. Au Royaume-Uni, l'autorité de contrôle, *Prudential Regulatory Authority*, ainsi que l'autorité de surveillances des marchés financiers, *Financial Conduct Authority*, ont été les premiers à publier des documents de consultation et sont de plus en plus actifs sur le domaine. En 2019, les assureurs anglais ont participé à leur premier exercice de simulation de test de résistance à l'aune du changement climatique. Toujours en 2019, l'Autorité Européenne des Assurances et des Pensions Professionnelles aussi connu sous l'acronyme EIOPA (*European Insurance and Occupational Pensions Authority*) a émis un questionnaire au niveau européen autour de la problématique de l'intégration des facteurs de durabilité au sein de la Directive Solvabilité 2. Enfin, en 2020, l'Autorité de Contrôle Prudentiel et de Résolution (ACPR) a lancé en France le premier exercice

de stress test sur les impacts du changement climatique.

Le changement climatique est majoritairement considéré comme un risque émergent en raison du fait que :

- son impact est perçu à ce stade comme étant systémique et potentiellement significatif, mais pas complètement maîtrisé
- son occurrence est difficilement estimable en termes d'horizon, de fréquence et de probabilité de survenance,
- ses conséquences sont diverses et variées avec, dans certains cas, une absence de lien clair avec le fait générateur.

Néanmoins, **BARACK OBAMA** (Ancien président des Etats-Unis d'Amérique), nous rappelle à juste titre que « *Le changement climatique n'est pas un problème lointain ; il se produit ici, il se produit maintenant.* »

En juin 2017, la *Task-Force on Climate-Related Financial Disclosures* (TCFD), mise en place sous l'égide du conseil de stabilité financière du G20, publiait ses recommandations finales. Elle définit les risques climat selon deux catégories, ci-après détaillés.

3.1.1 Les risques de transition

Les risques de transition sont les risques subis par les entreprises résultant des effets de la mise en place d'un modèle économique bas-carbone. Ils recouvrent les sous-catégories suivantes :

- les risques politiques et juridiques liés d'une part à un changement dans les politiques, par exemple avec la mise en place d'un prix du carbone ou de réglementations produits plus exigeantes, et d'autre part à une hausse des plaintes et litiges à mesure que la valeur des dommages découlant du changement climatique augmentera..
- les risques technologiques liés à des innovations et ruptures technologiques (nouvelles technologies d'énergie renouvelable, stockage de l'énergie, capture du carbone...)
- les risques de marché induit par la modification de l'offre et de la demande liés à la prise en compte croissante des risques climat, variation du prix des matières premières, etc.
- les risques de réputation recouvrant les modifications de perception des différents acteurs quant à la contribution d'une organisation à la transition vers une économie bas-carbone.

3.1.2 Les risques physiques

Les risques physiques sont les risques liés aux impacts physiques du changement climatique. La TCFD distingue dans cette catégorie les sous risques suivants :

- les risques aigus déclenchés par des évènements type catastrophe naturelle dont la fréquence et la sévérité pourraient augmenter : tempêtes, ouragans, inondations, etc.
- les risques chroniques liés à des changements à plus long terme des modèles climatiques : hausse des températures, élévation du niveau de la mer, vagues de chaleur chroniques, modification des régimes de précipitations et augmentation de leur variabilité, disparition de certaines ressources, etc.

3.1.3 Les risques de responsabilité

Les risques de responsabilité ont été considérés récemment comme faisant partie des risques induits par le changement climatique. Ils correspondent aux dommages et intérêts qu'une personne morale devrait être amenée à faire face si elle était jugée responsable du réchauffement climatique. A ce stade, ce risque est encore méconnu du grand public, mais le nombre croissant de recours observés au niveau international, font que les assureurs de par notamment leur rôle d'investisseur peuvent y être directement et fortement exposés, en particulier s'ils sont jugés responsables d'avoir contribué de façon directe ou indirecte aux conséquences du changement climatique.

3.2 LA RELATION CLIMAT-MORTALITE

La relation entre l'évolution de la température et la mortalité est en train de prendre une importance toute particulière dans le contexte du changement climatique. L'augmentation du nombre des vagues de chaleur mais aussi de grand froid ainsi que leur apparition de façon plus rapprochée contribue fortement à cette prise de conscience.

3.2.1 Les grandes vagues de chaleur

Avant tout, précisons que Météo France définit une vague de chaleur comme étant un phénomène où l'on observe une valeur quotidienne de l'indicateur thermique national qui atteint ou dépasse le niveau de 25°C et qui reste durable à ce même niveau pendant au moins 3 jours. A contrario, une canicule est un phénomène où l'on observe un épisode de température élevée de jour comme de nuit, avec des niveaux atteignant à titre d'exemple pour Paris un minimum de 31°C en journée et de 21°C en nuit, et qui reste durable sur au moins 3 jours.

En 1947, à la mi-juillet, une vague de chaleur extrême s'étend sur toute l'Europe à la suite d'un courant d'air en provenance du Sahara. Dans certains endroits de la région parisienne, des records absolus, à l'époque, sont observés : +40,4 °C. En juillet 1983, une nouvelle canicule affecte l'Europe, et touche particulièrement Marseille et sa région. Des températures records sont là aussi enregistrées avec un maximum de 40,6 °C. Cette canicule aura entraîné pas moins de 580 décès. Les spécialistes commencent alors à se préoccuper au taux de surmortalité. Plusieurs actions de prévention vont alors être mises en place dont un système d'alerte, basé sur des indices météorologiques, prenant en compte les températures diurnes et nocturnes.

En 2003, 56 ans après la canicule de 1947, l'Europe tout entière enregistre à nouveau des températures exceptionnelles. Des températures supérieures à 35 °C sont relevées dans les deux tiers des stations, et des températures supérieures à 40 °C sont relevées dans 15 % des villes. Le record absolu est atteint à 44,1 °C dans le Gard. En région parisienne, la température franchit les 39 °C, avec 9 jours de températures supérieures à 35 °C. Le bilan humain selon l'Institut de Veille Sanitaire serait évalué à un total de 11 435 décès supplémentaires. C'est en toute évidence à compter de cette canicule que la fréquence de ces dernières va croître de façon significative, s'en suit les canicules de 2006, de 2012, 2017, 2018 et 2020.

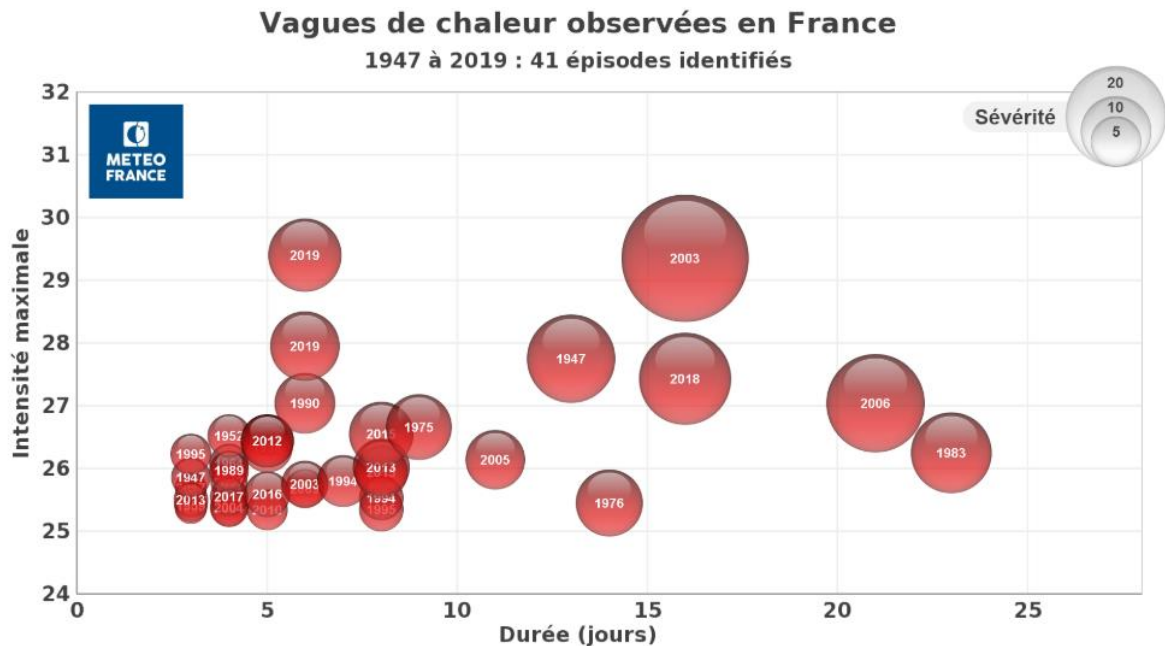


Figure 16 : Vagues de chaleur observées en France de 1947 à 2019 (source : Météo France)

3.2.2 Les principales vagues de grand froid

A l'instar des vagues de chaleur, les vagues de froid sont des épisodes de froid intense pendant plusieurs jours consécutifs.

Du 1^{er} au 27 février 1956, un froid glacial s'abat sur l'Europe. En France, des températures historiques sont alors enregistrées -15°C à Paris, -20°C à Aix-en-Provence et -25°C à Metz. Les mois de février 1956 devient ainsi le mois le plus froid jamais vécu depuis 1900. En 1963, durant l'hiver survient une nouvelle vague qui sera aussi intense que celle de 1956 du point de vue de la durée, mais qui sera réputée pour son caractère plus meurtrière.

En 1985, un nouvel épisode climatique s'étend sur la France entière. Celui-ci se caractérise non pas par la durée de l'évènement mais par les niveaux thermiques records qui sont enregistrés. Ces derniers sont comparables au niveau enregistrés lors de la vague de froid de 1956, avec -16°C à Bordeaux, -18°C à Orléans, -23°C à Troyes. La vague de froid qui touche l'Europe en 2012 est la dernière vague de grand froid la plus meurtrière. En termes d'intensité, il s'agit de la cinquième vague de froid la plus sévère observée depuis 1947 en France. Bien qu'elle ait duré treize jours, cette vague se caractérise par des pics de froid de niveau relativement modéré, comparé à ceux de la plupart des vagues de froid antérieures.

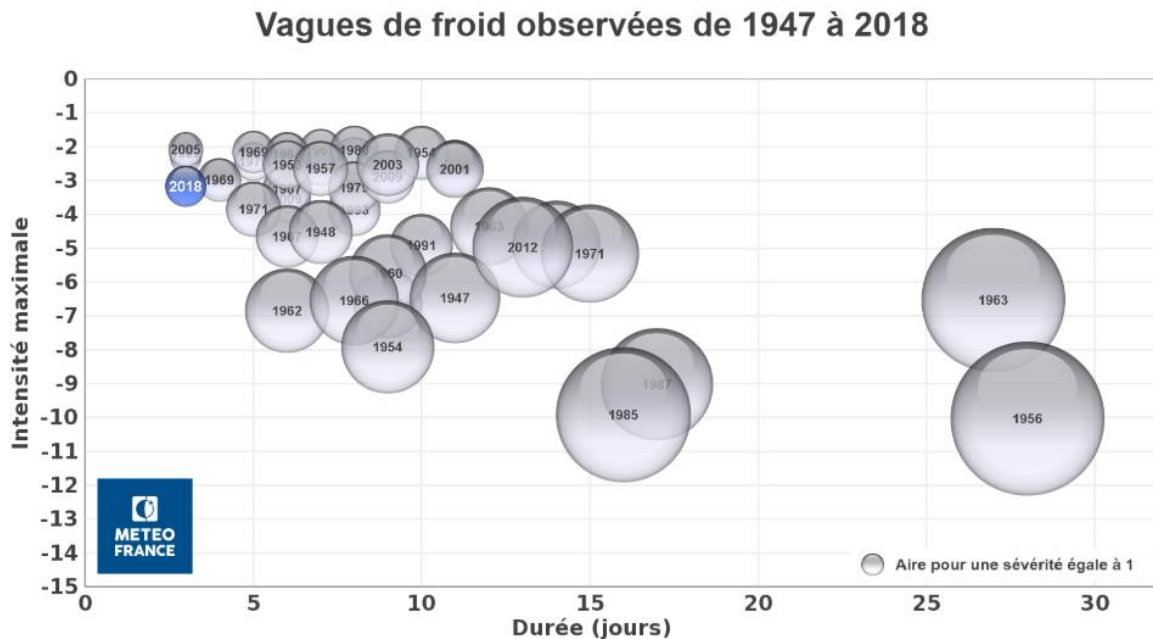


Figure 17 : Vagues de froid observées en France de 1947 à 2018 (source : Météo France)

3.2.3 Evolution de la température entre 1950 et 2017

La principale difficulté rencontrée lors de l'élaboration de ce mémoire a été la collecte des données portant sur l'observation de la température. En effet, la plupart des données météorologiques sont payantes, en particulier dès lors que l'on souhaite avoir un niveau de granularité assez fin de l'évolution thermique (par zone géographique, ou avec une fréquence quotidienne). Les données utilisées ici proviennent du *Goddard Institute for Space Studies* (<https://data.giss.nasa.gov/gistemp/stdata/>). Le GISS est un laboratoire de recherche américain spécialisé dans l'étude de l'atmosphère de la Terre et des exoplanètes. Il est à ce titre un des principaux acteurs des études menées sur le réchauffement climatique.

A travers la plateforme du GISS, nous disposons des mesures de température moyenne sur une base mensuelle, et sur une profondeur d'observation pouvant aller selon la station météorologique sélectionnée de 1950 à nos jours. Les problématiques rencontrées lors de l'extraction des données de cette plateforme résident dans l'exhaustivité de la donnée sur une même station météorologique. En effet, dans certains cas et ce sur certaines plages temporaires les données météorologiques sont inexistantes. En outre à travers cette plateforme nous ne disposons que de la température moyenne observée mensuellement sur une station météorologique. Sur la base de ces contraintes, nous représentons ici l'évolution des températures ci-dessous décrites, en se basant sur les observations de température effectuées au niveau de stations météorologiques des villes suivantes : Bordeaux, Brest, Lille, Lyon, Marseille, Nice, Strasbourg, Toulouse et Perpignan.

- Température minimale pour chaque année allant de 1950 à 2017 des moyennes mensuelles observées sur la période (aire graphique de couleur bleue),
- Température moyenne pour chaque année allant de 1950 à 2017 des moyennes mensuelles

observées sur la période (courbe noire),

- Température maximale pour chaque année allant de 1950 à 2017 des moyennes mensuelles observées sur la période (aire graphique de couleur rouge),

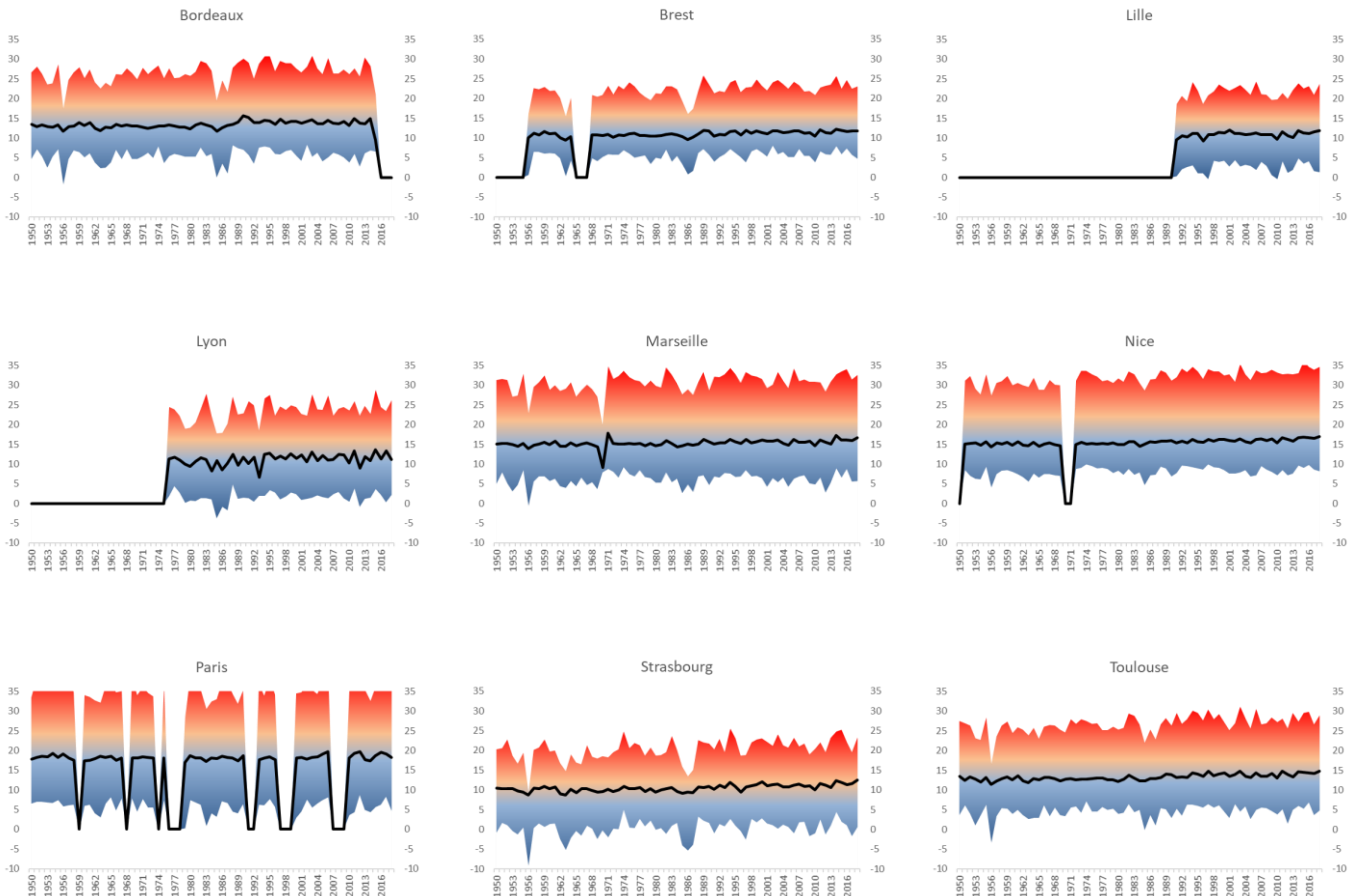


Figure 18 : Evolution de la température moyenne de 1950 à 2017 selon différentes stations météorologiques

En analysant avec attention les précédents graphiques, ci-dessus, l'on peut observer l'ensemble des pics de chaleur et de froid décrit dans les deux sections précédentes.

Pour schématiser l'évolution de la température moyenne, et le cas échéant infirmer/confirmer l'hypothèse d'augmentation de la température, nous décidons d'agréger l'ensemble des données récupérées afin de disposer non pas d'une température moyenne selon la station météorologique mais au niveau de la France. Les données extraites couvrent les villes suivantes : Bordeaux, Brest, Lille, Lyon, Marseille, Nice, Strasbourg, Toulouse et Perpignan.

Les graphiques ci-dessous représentent :

- Graphique de gauche : La température minimale, maximale et la moyenne des températures observées sur la période allant de 1950 à 2017,

- Graphique de droite : Le nombre de mois sur une année où la température moyenne observée est soit supérieure à 20°C, soit inférieure à 0°C sur la période allant de 1950 à 2017.

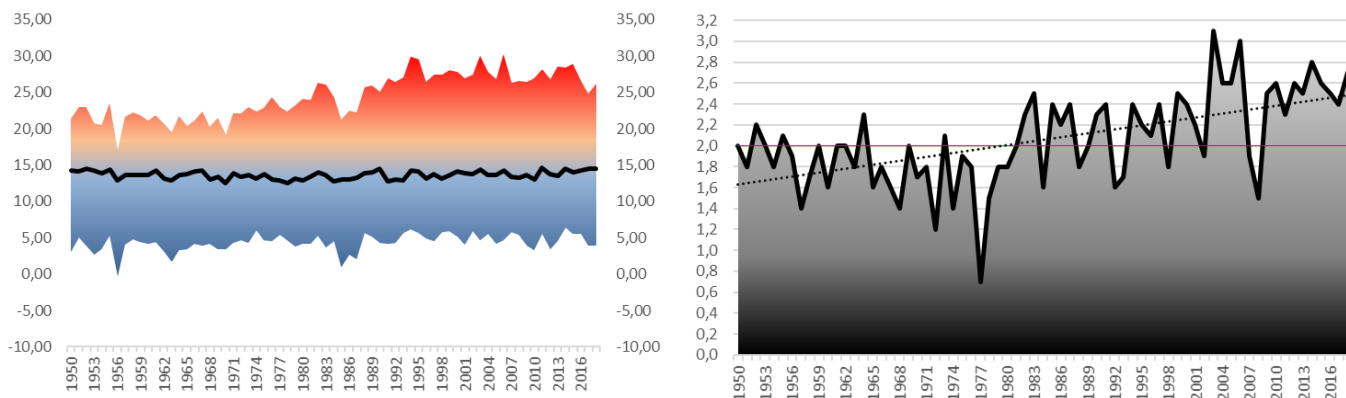


Figure 19 : Evolution de la température sur la France de 1950 à 2018

Le premier graphique de gauche confirme la tendance d'évolution de la température. Sur les 10 premières années d'observation (de 1950 à 1959) la température maximale s'élève en moyenne à 17,9°C et la température minimale est en moyenne de 3,6°C, alors que sur les 10 dernières années d'observation (de 2008 à 2017) la température maximale s'élève en moyenne à 22,6°C et la température minimale est en moyenne de 4,6°C.

En somme, selon les données à disposition, les températures maximales augmentent au rythme de +1°C tous les 15 ans. L'évolution des températures minimales est moins marquée, ne gagnant que +1°C sur la période d'observation. Cela vient confirmer la tendance d'évolution des données historiques des grandes vagues de chaleur et de froid. A ce titre, on peut aussi noter la moins forte présence de vagues de grand froid sur les récentes années à contrario, le nombre de vagues de chaleur tend à augmenter sur les dernières années. On peut facilement résumer les enseignements de ce graphique par un réchauffement modéré des périodes de froid, et à contrario un réchauffement plus marquée sur les périodes de chaleur

A travers le deuxième graphique, à droite, on observe assez simplement l'évolution aussi significative du nombre de mois en moyenne où l'on observe des températures supérieures à 20°C ou inférieure à 0°C. En effet, à partir des années 1980, on observe une plus forte représentation des années avec au moins 2 mois répondant au critère précédent.

3.2.4 La dépendance entre température et mortalité

La nature de la dépendance entre la température et la mortalité est réputée pour avoir une allure générale sous la forme d'un U ou d'un Y avec des pics saillants aux deux extrémités représentant les températures basses (situation de grand froid) ou élevées (situation de forte chaleur). Entre ces deux extrêmes, la mortalité passe par un minimum que l'on peut qualifier d'optimum thermique au regard de la tolérance de la population face à son environnement thermique.

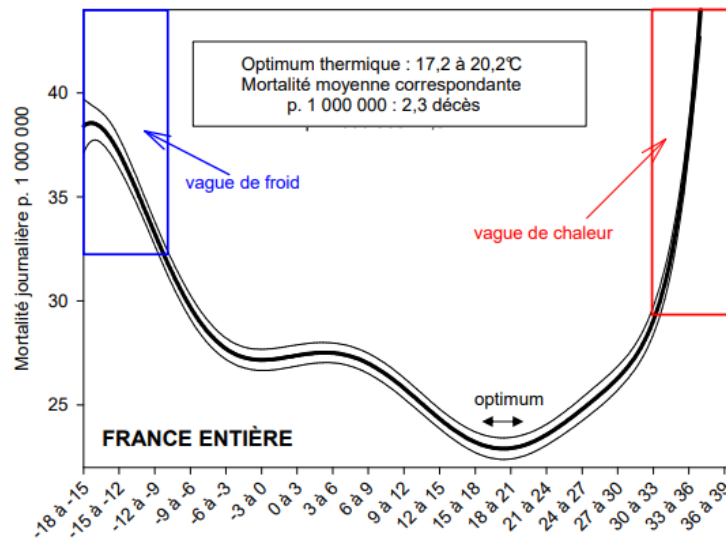


Figure 20 : Relation température-mortalité en France (source : La mortalité selon le contexte thermique – Jean-Pierre Besancenot)

Des études plus poussées mettent en évidence, l'hétérogénéité de la résilience de l'homme face à la température selon les profils.

Le premier paramètre est l'âge. En effet, pour les jeunes âges (notamment les moins d'un an) ce sont les basses températures qui se révèlent comme étant meurtrières alors que pour les âges âgés se sont plutôt les températures élevées qui sont les plus dévastatrices.

Le deuxième paramètre, est le sexe. De façon générale, la mortalité de la femme est bien inférieure à celles des hommes, néanmoins c'est particulièrement dans les périodes de forte chaleur que la différence de mortalité se matérialise significativement au profit des femmes. Certains scientifiques émettent alors l'hypothèse que ce phénomène s'explique en partie en raison du fait que les hommes sont plus exposés à la déshydratation.

Au regard des enseignements de l'analyse précédente sur les récentes vagues de chaleur et de froid, il apparaît intéressant de pouvoir disposer d'un indicateur supplémentaire, à savoir le nombre moyen annuel de période de canicule (en se basant sur la définition thermique d'une canicule). En effet, on pourrait s'attendre à une matérialisation plus forte de la corrélation entre la température et la mortalité sur la base de cet indicateur.

3.2.5 Evaluation de la corrélation entre température et mortalité

Dès lors, on peut s'interroger sur la corrélation entre la température et la mortalité. Un coefficient de corrélation permet de traduire dans quelle mesure deux variables évoluent de façon parallèle. En cas de coefficient de corrélation positif, les deux variables évoluent dans le même sens, alors qu'en cas de corrélation négative, les deux variables évoluent dans le sens opposé.

Les analyses menées précédemment démontrent que nous avons une tendance à la diminution de la mortalité, à contrario de la température qui elle a tendance à augmenter. A première vue, on pourrait alors s'attendre à une corrélation de type négative entre la température et la mortalité.

Ici nous proposons d'étudier les corrélations entre la température et la mortalité selon deux méthodes à savoir la méthode de Pearson, et la méthode de Spearman.

La corrélation de Pearson évalue la relation linéaire entre deux variables continues. Une relation est dite linéaire lorsqu'une modification de l'une des variables est associée à une modification proportionnelle de l'autre variable. Le coefficient de corrélation de Pearson pour deux variables X et Y s'écrit sous la forme :

$$r(X, Y) = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{\sigma_X * \sigma_Y}$$

Si $r(X, Y)$ est proche de 0, on dit qu'il n'y a pas de relation linéaire entre les deux variables. Si $r(X, Y)$ est proche de -1, il existe une relation linéaire négative entre les deux variables, autrement dit lorsque la variable X augmente la variable Y diminue proportionnellement. A contrario, Si $r(X, Y)$ est proche de 1, il existe une relation linéaire positive entre les deux variables, autrement dit lorsque la variable X augmente la variable Y augmente proportionnellement.

La corrélation de Spearman est un test de corrélation basé sur le rang. Elle examine s'il existe une relation entre le rang des observations pour deux variables X et Y, ce qui permet de détecter l'existence de relations dites monotones (c'est-à-dire de forme croissante ou décroissante), quelle que soit leur forme précise (linéaire, exponentiel, puissance, ou autre ...). Cette dernière corrélation permet donc d'analyser les relations non-linéaire monotone. Le coefficient de corrélation de Spearman est fondé sur les valeurs classées pour chaque variable plutôt que sur les données brutes. Il s'écrit sous la forme :

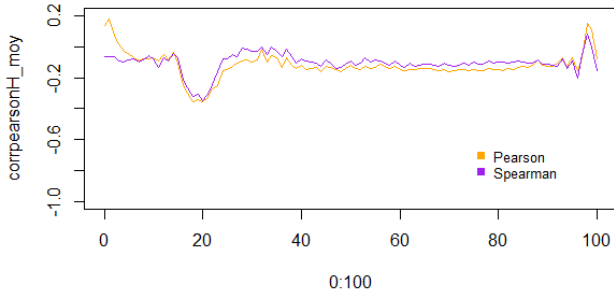
$$\rho(X, Y) = 1 - \frac{6 * \sum_{i=1}^N [r(X_i) - r(Y_i)]^2}{N^3 - N}$$

Où $r(X_i)$ et $r(Y_i)$ représentent respectivement les rangs de X_i et de Y_i dans leur distributions respectives X_1, \dots, X_N et Y_1, \dots, Y_N .

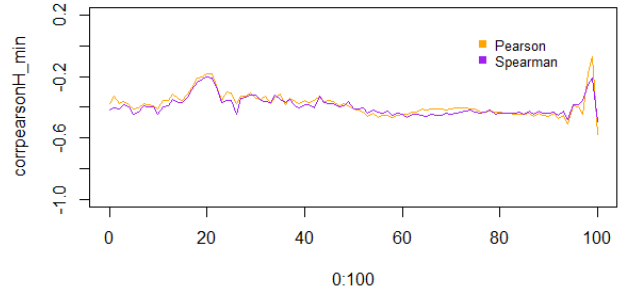
Le coefficient de Spearman évolue aussi dans la borne d'intervalle comprise entre -1 et 1. L'analyse du signe du coefficient et de la relation existante entre les deux variables est identique à celle du coefficient de Pearson.

Nous obtenons les résultats suivants, qui ont été schématisés pour chaque âge en se basant sur la mortalité observée de la population Française selon les données de la HMD (précédemment utilisées), ainsi que les données de température moyenne au niveau de la France de 1950 à 2017.

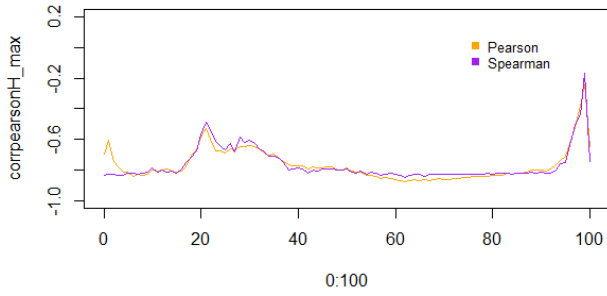
Coefficient de corrélation des hommes - Temperature Moyenne



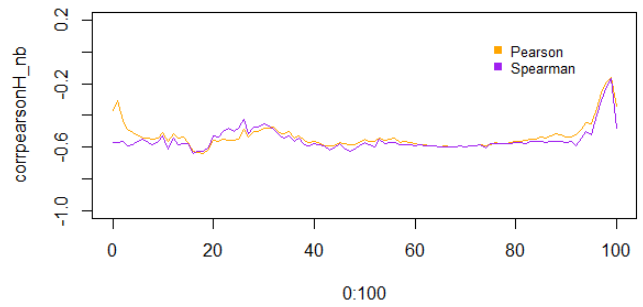
Coefficient de corrélation des hommes - Temperature Minimale



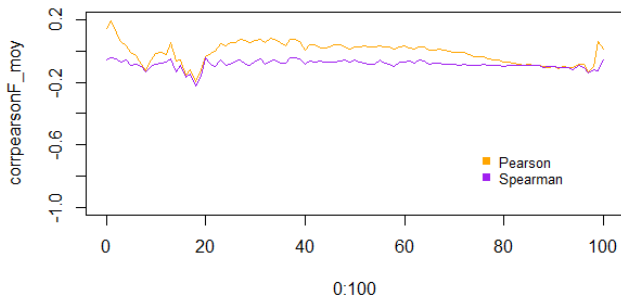
Coefficient de corrélation des hommes - Temperature Maximale



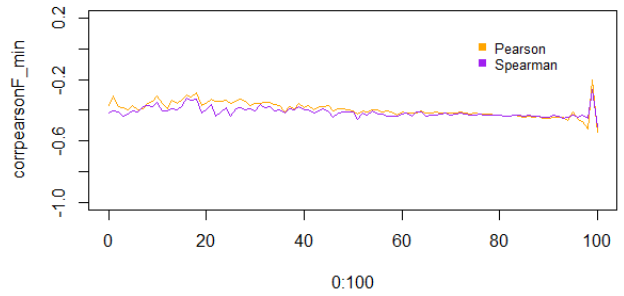
Coefficient de corrélation des hommes - Nb mois > 20 degrés



Coefficient de corrélation des femmes - Temperature Moyenne



Coefficient de corrélation des femmes - Temperature Minimale



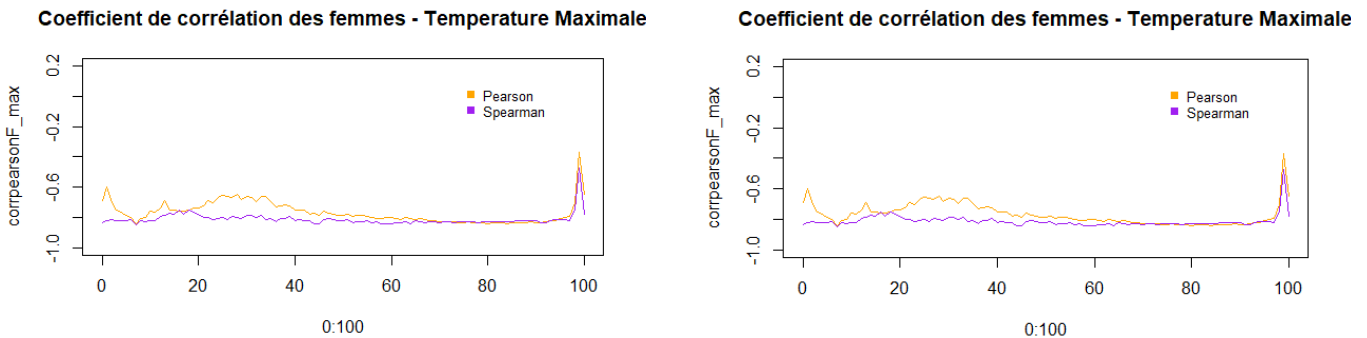


Figure 21 : Corrélation de Pearson et de Spearman sur les variables température et mortalité

En analysant les résultats, tout d'abord on peut noter la forte similitude entre les courbes représentant les coefficients de Pearson et celle représentant les coefficients de Spearman. Cela étant dit les coefficients de Spearman ont une meilleure stabilité que les coefficients de Pearson. En effet, globalement à compter de 30 ans, le niveau de corrélation est assez stable à travers Spearman contre 40 ans en moyenne pour ce qui est de Pearson.

Par ailleurs, il n'y a pas de forte différence entre les résultats observés sur la mortalité des hommes et celle des femmes d'un point de vue tendancielle. Cela n'étant pas vrai quand on regarde le niveau des corrélations obtenues.

En troisième constat, on remarque que l'ensemble des corrélations évaluées sont négatives, ce qui confirme notre première prédiction. La variable température maximale a une corrélation négative très forte avec la mortalité alors que la température moyenne semble avoir une corrélation négative plutôt faible. En effet, les niveaux de corrélation obtenus sur ces deux variables se distinguent fortement. La corrélation de la mortalité avec la variable température maximale est très proche de -1 alors que la corrélation de la mortalité avec la variable température moyenne est plus proche de 0.

Afin de définir le degré de significativité de la relation entre la température et la mortalité, nous procédons à un test d'hypothèses en posant :

- L'hypothèse : H_0 : « il n'y a pas de relation entre les deux variables ».
- L'hypothèse alternative H_1 étant : « il y a une relation entre les deux variables ».

Pour chaque âge, pour lequel nous déterminons un coefficient de corrélation, entre la température et la mortalité observée sur la période allant de 1950 à 2017, nous représentons à partir du tableau positionné en annexe les p-values des tests réalisés via la méthode de Pearson (cf. Tableau 23 : Résultats des tests significativité de la relation entre la température et la mortalité (p-value)).

De l'analyse des résultats, on conclut que pour la température moyenne nous ne pouvons pas rejeter l'hypothèse H_0 compte tenu du niveau des p-values. Ce point est valable tant pour la population des hommes que pour la population des femmes. A contrario, le rejet de l'hypothèse H_0 s'obtient pour les températures minimales, maximales ainsi qu'au regard du nombre de mois ayant une température

supérieure à 20°C ou inférieure à 0°C. En particulier, le niveau des p-value pour les deux derniers paramètres est très faible.

Ceci confirme donc qu'il existe une relation entre la température et la mortalité, qui est particulièrement marquée quand l'on considère l'évolution de la température maximale par rapport à la mortalité des hommes ou des femmes.

3.2.6 Implications dans la perspective de l'évolution du climat

Une fois déterminés les liens entre la température et la mortalité, il peut paraître relativement facile d'extrapoler à différents scénarios de réchauffement, les conséquences annoncées sur la mortalité de l'évolution thermique annoncée. Cette analyse comporte néanmoins une part importante d'incertitude. L'une des principales raisons de cette incertitude réside dans le fait que l'on est obligé, vis-à-vis des projections, de raisonner toutes choses égales par ailleurs, alors que le contexte a toutes les chances d'évoluer, dans des directions que l'on peut éventuellement pressentir, mais avec une ampleur que l'on ne saurait présentement être en capacité de quantifier. Ce sont les capacités d'adaptation de l'homme qui constituent sans doute le biais le plus important.

Dans ces conditions, on est obligé d'admettre un certain nombre d'hypothèses simplificatrices et de raisonner comme si cette adaptation n'existait pas ou du moins existait que de façon partielle, ou voire comme si elle n'intervenait qu'avec un certain effet retard de décalage dans le temps. Par conséquent, si tous les scénarios annoncent un réchauffement, celui-ci fait apparaître un impact plus intense car il correspond à une faible implication de l'homme au regard de sa capacité d'adaptation (à travers notamment la mise en place de politique de réduction des émissions carbonées).

Les premières orientations de recherche se basent sur l'éventualité d'un réchauffement uniforme, dans le temps comme dans l'espace. Cette hypothèse peut paraître réductrice quand on se réfère notamment au réchauffement modéré des périodes de froid, et à contrario au réchauffement plus marquée sur les périodes de chaleur (cf. section 3.2.3). Logiquement, de part et d'autre de l'optimum thermique, on aboutit alors à une diminution du nombre de jours situés au-dessous de l'optimum (donc à une réduction de la surmortalité due aux vagues de froid) et à une augmentation du nombre de jours situés au-dessus de ce même optimum (donc à un renforcement de la surmortalité liée aux vagues de chaleur). Par ailleurs, on ne peut négliger le fait que c'est surtout le réchauffement plus marqué des nuits que des jours qui est un facteur non-négligeable de l'observation des périodes de canicules et donc indirectement de l'observation d'une surmortalité. Il n'empêche que ces différents constats n'ont qu'un intérêt relatif ; c'est la résultante qui compte.

D'après les experts du GIEC, le changement de la température moyenne à la surface du globe pour la période allant de 2016 à 2035 par rapport à la période de référence 1986-2005 est semblable dans les quatre profils représentatifs d'évolution de concentration (aussi appelé RCP⁶ pour *Representative Concentration Pathway*) et sera probablement compris entre 0,3°C et 0,7°C (degré de confiance

⁶ *Representative Concentration Pathway* : Les scénarios RCP (pour *Representative Concentration Pathway*) sont quatre scénarios de trajectoire en fonction du temps des concentrations de gaz à effet de serre dans l'atmosphère jusqu'à l'horizon 2300. Ces scénarios ont été établis dans le cadre du cinquième rapport du Groupe d'experts intergouvernemental sur l'évolution du climat (GIEC).

moyen). En outre, il est quasiment certain que dans la plupart des régions continentales, les extrêmes chauds seront plus nombreux et les extrêmes froids moins nombreux, à mesure que la température moyenne à la surface du globe augmentera. Il est très probable que les vagues de chaleur seront plus fréquentes et dureront plus longtemps. Toutefois, des extrêmes froids pourront continuer de se produire occasionnellement en hiver.

Le tableau ci-après présente selon le GIEC, l'évolution projetée de la température moyenne à la surface du globe pour le milieu et la fin du XXIe siècle par rapport à la période de référence 1986-2005.

Scénario		2046 - 2065		2081 - 2100	
		Moyenne	Plage probable	Moyenne	Plage probable
Evolution de la température moyenne à la surface du globe (°C)	RCP 2,6	+1,0	Entre +0,4 et +1,6	+1,0	Entre +0,3 et +1,7
	RCP 4,5	+1,4	Entre +0,9 et +2,0	+1,8	Entre +1,1 et +2,6
	RCP 6,0	+1,3	Entre +0,8 et +1,8	+2,2	Entre +1,4 et +3,1
	RCP 8,5	+2,0	Entre +1,4 et +2,6	+3,7	Entre +2,6 et +4,8

Tableau 6 : Evolution projetée de la température moyenne à la surface du globe pour le milieu et la fin du XXIe siècle par rapport à la période de référence 1986-2005 (source : 5ème rapport de synthèse du GIEC)

Le graphique ci-dessous, présente les éléments du tableau ci-dessus selon les différents RCP.

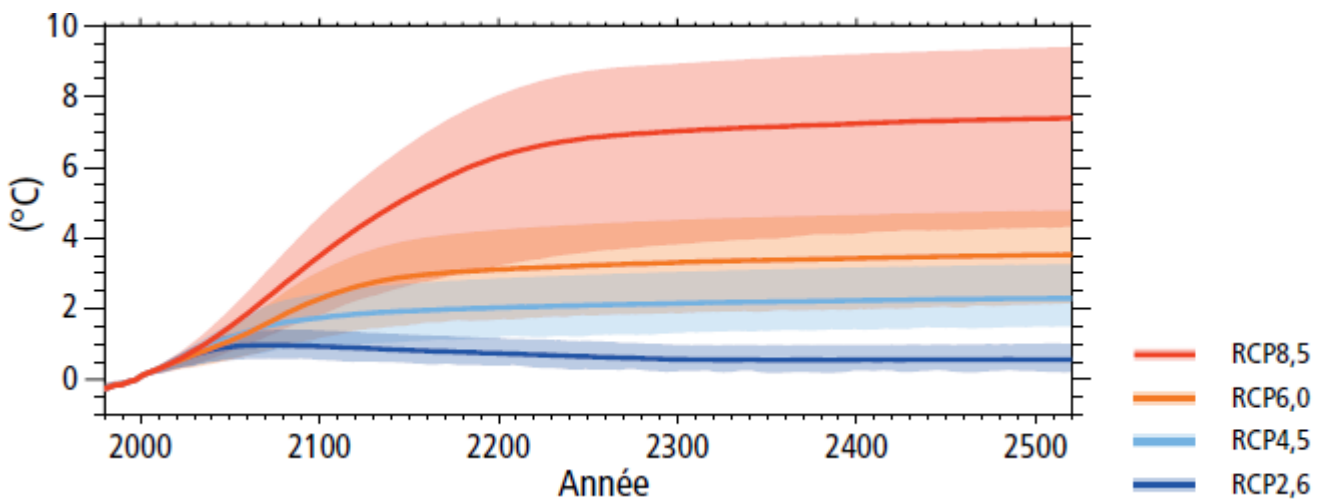


Figure 22 : Evolution projetée de la température moyenne à la surface du globe par rapport à la période de référence de 1986-2005 (source : 5ème rapport de synthèse du GIEC)

3.2.7 Confrontations des scénarios du RCP aux données collectées

Si l'on s'en tient aux déclarations récentes du groupe d'experts du GIEC et présenté dans le Rapport spécial du GIEC sur les conséquences d'un réchauffement planétaire de 1,5 °C, il est probable que le réchauffement planétaire atteindra 1,5°C entre 2030 et 2052 s'il continue d'augmenter au rythme actuel.

Sur la période de référence de 1986 à 2005, la température moyenne observée s'élève à 13,6°C, à travers les données à disposition (présentées en section 3.2.3). Par un simple procédé de régression linéaire, il est possible de projeter la température sur l'horizon de temps 2016-2035, en s'appuyant sur le rythme actuel d'évolution de la température. Les paramètres a et b de la régression linéaire appliqué sont les suivants : $a = 0,0245$; $b = -35,2572$.

Sur cette base nous obtenons une température moyenne qui s'élèverait au niveau de 14,4°C, soit une hausse de la température de 0,8°C. En comparaison des éléments que prévoyaient les experts du GIEC, à savoir une évolution sur la période de l'ordre de 0,7°C, nous nous situons effectivement bien à un niveau supérieur à la trajectoire du RCP. Dès lors, nous proposons des scénarios alternatifs au RCP correspondant respectivement à une hausse de la température sur la période de 2016 à 2035 de +0,9°C, +1,1°C, et +1,3°C par rapport à la période de référence de 1986 à 2005.

Le tableau ci-après résume les trajectoires d'évolution de la température.

Année	Trajectoire centrale d'évolution de la température	Trajectoire estimée d'évolution de la température selon RCP	Scénario alternatif 1 (+0,9°C)	Scénario alternatif 2 (+1,1°C)	Scénario alternatif 3 (+1,3°C)
2016	14,25	14,10	14,25	14,25	14,25
2017	14,50	14,13	14,50	14,50	14,50
2018	14,53	14,15	14,53	14,53	14,53
2019	14,22	14,18	14,37	14,60	14,84
2020	14,24	14,20	14,39	14,62	14,86
2021	14,27	14,23	14,42	14,65	14,89
2022	14,29	14,25	14,44	14,67	14,91
2023	14,32	14,28	14,46	14,70	14,94
2024	14,34	14,30	14,49	14,72	14,96
2025	14,36	14,33	14,51	14,75	14,99
2026	14,39	14,35	14,54	14,77	15,01
2027	14,41	14,37	14,56	14,80	15,03
2028	14,44	14,40	14,59	14,82	15,06
2029	14,46	14,42	14,61	14,85	15,08
2030	14,49	14,45	14,64	14,87	15,11
2031	14,51	14,47	14,66	14,90	15,13
2032	14,54	14,50	14,69	14,92	15,16
2033	14,56	14,52	14,71	14,94	15,18
2034	14,59	14,55	14,73	14,97	15,21
2035	14,61	14,57	14,76	14,99	15,23
2036	14,63	14,59	14,78	15,02	15,26
2037	14,66	14,62	14,81	15,04	15,28
2038	14,68	14,64	14,83	15,07	15,31

Tableau 7 : Trajectoire d'évolution de la température et scénarios alternatifs au RCP

3.2.8 Intégration du changement climatique dans les principes de la gestion des risques

Le changement climatique est de plus en plus intégré dans les démarches d'analyse des risques émergents des institutions financières et particulièrement d'assurance. En effet, le CRO Forum, ainsi que les baromètres d'ordre public des principales institutions d'assurance (Generali, AXA, et Allianz) intègrent tous un scénario de risque portant sur le changement climatique et ses impacts, qui est évalué et suivi annuellement. Certaines de ses institutions n'hésitent pas à créer des alliances externes, avec notamment des structures académiques de recherche, afin d'accroître leur acculturation des enjeux futurs du changement climatique.

A travers les paragraphes suivants, nous avons tenté de détailler les différents impacts que pourraient avoir le changement climatique à l'aune des principes clés de la gestion des risques.

Gouvernance de la gestion de risques : La gouvernance de l'entreprise se devra d'être réarticulée et pourrait se décliner dans la création d'une structure dédiée au pilotage des enjeux du changement climatique. Cette structure couvrira un large éventail d'aspects, en raison de la dimension multidisciplinaire du changement climatique, embarquant un bon nombre de collaborateurs en provenance des fonctions opérationnelles, mais aussi des fonctions support (gestion des risques, actuariat, investissement, juridique, responsabilité sociétale d'entreprise, et finance). La mise en place d'une culture du risque avec notamment un langage simple, approprié et commun dans toute l'entreprise est le facteur qui en simplifiera la communication et l'accessibilité. Bien entendu, ce cadre de gouvernance se doit d'être appropriée et proportionnée aux besoins de l'institution. Enfin et ce pour en faciliter la crédibilité, cette structure devra être rattachée à une instance forte et décisionnelle de l'Entreprise.

Politique de gestion des risques : La politique de gestion des risques devra être revue pour décrire la manière dont l'entreprise intègre le changement climatique au sein de sa cartographie des risques, décrire comment elle retranscrit opérationnellement les impacts du changement climatique sur l'identification, l'évaluation, la gestion, et le suivi des risques physiques et de transition du changement climatique. Compte tenu de l'incertitude quant aux évolutions du changement climatique, la politique se devra d'être dans un premier temps suffisamment souple et transverse pour intégrer les risques liés au changement climatique en fonction de la compréhension actuelle et de l'évolution de la réflexion de la société.

Cadre d'appétence aux risques : Le cadre d'appétence aux risques devra décliner de façon adéquate le changement climatique dans la déclaration d'appétence, ainsi qu'au niveau des préférence de risques. En tenant compte par exemple de son impact sur l'offre de produits en commercialisation, ainsi que sur la stratégie d'allocation des actifs. Les métriques de risques ainsi que les dimensions de risques pourraient être revus afin d'intégrer des nouveaux indicateurs plus pertinents quant aux implications du changement climatique l'institution

Processus ORSA (Own Risk and Solvency Assessment) : L'ORSA étant l'outil permettant notamment aux entreprises d'assurance d'évaluer l'adéquation de sa solvabilité au regard de ses objectifs stratégiques, l'autorité de contrôle pourrait s'attendre à ce que la compagnie tienne compte au sein de son processus ORSA de tous les éléments matériels pouvant découler du changement climatique.

- Pour cela les entreprises d'assurance devront alors relever un premier défi qui porte sur l'horizon temporel d'évaluation des besoins de solvabilité. En effet, selon la composition des compagnies, l'horizon de projection des évaluations ORSA ne couvre généralement qu'une période de 3 à 5 ans. Or certains risques liés au changement climatique peuvent prendre plus de temps à se concrétiser. C'est particulièrement le cas de la mortalité, dont l'impact engendré serait maximal sur un horizon plutôt long terme qu'un horizon court terme.
- Le deuxième défi porte sur l'adaptation des scénarios de stress aux impacts du changement climatique au regard du profil de risque propre aux compagnies d'assurance. En effet, le processus d'évaluation de stress test, qui permet à l'entreprise d'évaluer sa capacité à gérer ses risques et à satisfaire de façon continue les exigences réglementaires (de fonds propres notamment) selon une série de scénarios défavorables, devra intégrer une évaluation des risques physiques, de transition et de responsabilité.

En outre de ces impacts, la grille d'analyse suivante est un outil à titre illustratif qui permet d'analyser à l'aune des expositions de l'institution les impacts que peuvent avoir les risques de transition et les risques physique du changement climatique sur l'institution.

Catégorie de risques	Risques de transition	Risques physiques	Risques de responsabilité
Risques de marché	Impact matériel	Impact matériel	Impact matériel
Risque de crédit	Impact matériel	Impact matériel	Impact matériel
Défaut de contrepartie	Impact matériel	Impact matériel	Impact matériel
Longévité	Impact peu matériel	Impact matériel	Aucun
Mortalité	Impact peu matériel	Impact matériel	Aucun
Morbidité	Impact peu matériel	Impact matériel	Aucun
Rachat	Impact matériel	Impact peu matériel	Aucun
Santé	Impact peu matériel	Impact matériel	Aucun
Opérationnel	Impact matériel	Impact peu matériel	Aucun
Stratégique	Impact matériel	Impact matériel	Impact matériel
Réputationnel	Aucun	Impact matériel	Impact matériel
Liquidité	Impact matériel	Impact matériel	Impact matériel

Tableau 8 : Impact des risques de transition et physiques sur les principales catégories de risques

En particulier pour ce qui est du risque de mortalité, on s'attend à des impacts peu relevant pour ce qui est des risques de transition, des impacts d'ordre matériel vis-à-vis des risques physiques, et enfin pas d'impacts pour ce qui est des risques de responsabilité.

4 Le modèle température-mortalité

L'Organisation Mondiale de la Santé (2018) a estimé que le changement climatique entraînerait environ 250 000 décès supplémentaires chaque année entre 2030 et 2050 au niveau planétaire, dus à des facteurs tels que le paludisme, la malnutrition, la diarrhée, et le stress thermique. Une autre recherche effectuée par les chercheurs Centre commun de recherche de la Commission européenne (Lancet, 2017) estime que plus de 150 000 personnes pourraient mourir à la suite du changement climatique chaque année en Europe d'ici à la fin du siècle en raison des coups de chaleur, de problèmes respiratoires ou cardiaques, d'inondations soudaines, de pénuries alimentaires et de maladies infectieuses comme causes directes et indirectes. Par extrapolation à l'échelle de la France, on pourrait s'attendre à observer entre 2150 décès (selon l'OMS), et 2250 décès (selon Lancet).

De nombreuses études dans la littérature ont cherché à décrire la relation entre la température et la mortalité. Aussi, dans cette section nous allons étudier un modèle de mortalité intégrant des facteurs liés à la température, et proposer une formulation légèrement différente permettant autant que faire se peut d'évaluer l'impact des fluctuations de la température sur la mortalité.

4.1 LE MODELE DE SEKLECKA-PANTELOUS-O'HARE

En 2015, **MALGORZATA SEKLECKA, ATHANASIOS A. PANTELOUS ET COLIN O'HARE** publient une nouvelle extension du modèle LC (ci-après dénommé le modèle SPO). Par extension au modèle PLAT, qui pour rappel est lui-même une extension du modèle LC, le modèle SPO, inclut des paramètres supplémentaires et s'écrit sous la forme suivante :

$$\ln(m_{x,t}) = \alpha_x + k_t^{(1)} + (\bar{x} - x)k_t^{(2)} + (\bar{x} - x)^+ k_t^{(3)} + [(a - x)^+ + c_x(x - a)^+]^2 k_t^{(4)} + \gamma_{t-x} + \varepsilon_{x,t}$$

Équation 8 : Modèle de Seklecka, Pantelous, O'Hare

On reconnaît l'ensemble des paramètres du modèle de LC et du modèle de PLAT (y compris l'effet de cohorte), ainsi que les nouveaux paramètres ci-après propres au modèle SPO :

- $k_t^{(4)}$ représente le processus stochastique qui caractérise l'indice temporel d'évolution de la mortalité dans l'espace-temps et qui varie selon l'évolution de la température.
- c_x : correspond au coefficient de corrélation entre la température et la mortalité.
- a : fait référence selon les auteurs à l'âge à partir duquel l'on considère un impact de la température sur la mortalité.

Trois nouveaux paramètres sont proposés par les auteurs **SEKLECKA, PANTELOUS ET O'HARE**. Il s'agit du paramètre c_x qui représente le niveau de corrélation existant entre l'évolution de la température et l'évolution de la mortalité. Le paramètre a qui capture la classe d'âge « seuil » à compter de laquelle on peut supposer un impact significatif des facteurs de la température sur la mortalité. Et enfin, le paramètre $k_t^{(4)}$ qui représente l'évolution du niveau de mortalité pour toute la classe d'âge considérée et en tenant compte du niveau de corrélation entre la température et la mortalité. Il reflète donc la

dynamique d'évolution de la mortalité selon les évolutions des paramètres précédents de la température.

4.1.1 Définition des paramètres de température du modèle SPO

Le paramètre c_x du modèle SPO représente le facteur de corrélation entre les deux paramètres que sont la température et la mortalité. En section 3.2.4 nous avons particulièrement mis en évidence la relation de type U entre ces deux facteurs, puis nous avons, au sein de la section 3.2.5 du document, évalué le niveau du facteur corrélation selon deux approches et en s'appuyant sur les données à disposition à savoir l'évolution de la température en France selon différentes stations météorologiques et l'évolution de la mortalité française (HMD).

Selon les auteurs la fluctuation de la mortalité au regard de l'impact de la température s'avère significatif sur les populations âgées, d'où la contrainte introduite autour du paramètre a . Cette hypothèse certes forte va de lien avec le fait que les personnes âgées sont plus exposées au réchauffement climatique. Aussi la détermination de ce paramètre est discrétionnaire. Il peut être sélectionné en analysant les coefficients de corrélation de Pearson et Spearman c_x présentés précédemment en section 3.2.5. Ces derniers paraissent stables à compter de 40 ans. Notons que les auteurs dans leur étude initiale ont effectué leur analyse sur la base des coefficients de Pearson.

Sur cette base nous avons simulé différentes valeurs du paramètre a sur la fourchette allant de 40 ans à 60 ans, et retenu celui qui permettait d'accroître au maximum la qualité de l'ajustement réalisé en se basant sur les trois indicateurs précédemment définis à savoir le MAPE, l'AIC, et le BIC.

Ce processus itératif sur l'âge nous a permis de retenir les niveaux suivants :

Corrélation	Mortalité	Température moyenne	Température minimale	Température maximale	Nombre de mois > 20°C ou < 0°C
Pearson	Homme	$a = 50$ $c_x = -14,9\%$	$a = 49$ $c_x = -49,9\%$	$a = 48$ $c_x = -73,7\%$	$a = 49$ $c_x = -60,0\%$
	Femme	$a = 42$ $c_x = -11,4\%$	$a = 41$ $c_x = -43,6\%$	$a = 46$ $c_x = -76,0\%$	$a = 41$ $c_x = -45,0\%$
Spearman	Homme	$a = 50$ $c_x = -14,3\%$	$a = 50$ $c_x = -48,2\%$	$a = 48$ $c_x = -75,9\%$	$a = 50$ $c_x = -60,3\%$
	Femme	$a = 42$ $c_x = -12,1\%$	$a = 41$ $c_x = -43,8\%$	$a = 46$ $c_x = -81,1\%$	$a = 42$ $c_x = -53,1\%$

Tableau 9 : Détermination des paramètres a et c_x du modèle SPO

En analysant les résultats obtenus, l'on constate tout d'abord que les résultats selon la méthode de définition du taux corrélation de Pearson et de Spearman sont quasiment identiques. Pour la suite nous allons donc retenir les niveaux obtenus à travers la corrélation de Pearson, en fonction du paramètre de température retenu.

4.1.2 Ajustement et estimation des paramètres du modèle SPO

L'ajustement du modèle est fait sur les données de la HMD présenté en section 2.4.1 en se focalisant sur l'expérience entre 1950 et 2017.

A l'instar des autres modèles stochastiques de mortalité, en particulier le modèle de PLAT, et avec 6 processus stochastiques à définir, l'identification des paramètres du modèle SPO ne donne pas d'unique paramètre, de sorte qu'il est aussi nécessaire d'effectuer certaines transformations n'ayant aucun impact sur les résultats :

$$(\alpha_x, k_t^{(1)}, k_t^{(2)}, k_t^{(3)}, k_t^{(4)}, \gamma_{t-x}) \rightarrow$$

$$(\alpha_x + \phi_1 - \phi_2 x + \phi_3 x^2, k_t^{(1)} + \phi_2 t + \phi_3 (t^2 - 2\bar{x}t), k_t^{(2)} + 2\phi_3 t, k_t^{(3)}, k_t^{(4)}, \gamma_{t-x} - \phi_1 - \phi_2(t-x) - \phi_3(t-x)^2)$$

$$(\alpha_x, k_t^{(1)}, k_t^{(2)}, k_t^{(3)}, k_t^{(4)}, \gamma_{t-x}) \rightarrow$$

$$(\alpha_x + c_1 + c_2(\bar{x} - x) + c_3(\bar{x} - x)^+, k_t^{(1)} - c_1, k_t^{(2)} - c_2, k_t^{(3)} - c_3, k_t^{(4)} - c_4, \gamma_{t-x})$$

Où $c_1, c_2, c_3, \phi_1, \phi_2$ sont des constantes qui sont identifiés en posant les contraintes ci-après. En effet, l'identification du modèle SPO s'obtient en imposant les mêmes contraintes que le modèle de PLAT, défini en section 2.4.4. :

$$\sum_t k_t^{(1)} = 0$$

$$\sum_t k_t^{(2)} = 0$$

$$\sum_t k_t^{(3)} = 0$$

Ces trois premières contraintes garantissent que les indices temporels d'évolution de la mortalité dans le temps sont centrés autour de zéro.

Pour tenir compte du paramètre supplémentaire $k_t^{(4)}$, nous émettons la contrainte supplémentaire suivante :

$$\sum_t k_t^{(4)} = 0$$

Puis nous émettrons les contraintes suivantes :

$$\sum_{c=c_0}^{c_1} \gamma_c = \mathbf{0}$$

$$\sum_{c=c_0}^{c_1} c \gamma_c = \mathbf{0}$$

$$\sum_{c=c_0}^{c_1} c^2 \gamma_c = \mathbf{0}$$

Où $c = t - x$.

c_0, c_1 représentent respectivement la première et la dernière année de naissance sur laquelle s'applique un effet de cohorte selon les données retenues. Dans le cas pratique de la population HMD retenue il s'agit donc de 1850 et 2017.

La raison du choix de ces contraintes est que si la fonction $\phi_1 + \phi_2(t - x) + \phi_3(t - x)^2$ est ajusté à γ_{t-x} les contraintes assurent que $\widehat{\phi}_1 = \widehat{\phi}_2 = \mathbf{0}$. Il en résulte alors un processus ajusté pour qui γ_{t-x} variera autour de zéro, avec aucune évolution constante à la hausse où à la baisse.

La méthode utilisée pour ce qui est de l'ajustement s'appuie sur la méthodologie décrite par **BROUHNS ET AL. (2002)** dans le cadre de l'ajustement du modèle LC basée sur un modèle de type Poisson. Le principal avantage de ce modèle est qu'il tient compte de l'hétéroscédasticité de la mortalité aux différents âges. Par conséquent, le nombre de décès est modélisé à l'aide du modèle de Poisson :

$$\mathbf{D}_{x,t} \sim \text{Poisson}(\mathbf{E}_{x,t} \boldsymbol{\mu}_{x,t})$$

Où $\mathbf{D}_{x,t}$ est le nombre de décès, $\mathbf{E}_{x,t}$ est la population exposée et $\boldsymbol{\mu}_{x,t}$ est modélisé selon la définition du modèle SPO (cf. 4.1). Le paramètre $\boldsymbol{\psi}$ est alors estimé en maximisant la fonction de log-vraisemblance suivante :

$$L(\boldsymbol{\psi}; \mathbf{D}, \mathbf{E}) = \sum_{x,t} \{ \mathbf{D}_{x,t} \ln [\mathbf{E}_{x,t} \mathbf{m}_{x,t}(\boldsymbol{\psi})] - \mathbf{E}_{x,t} \mathbf{m}_{x,t}(\boldsymbol{\psi}) - \ln(\mathbf{D}_{x,t}!) \}$$

Nous obtenons les résultats présentés ci-dessous en utilisant le package *StMoMo*. La procédure alors définit nous permet d'estimer la série des paramètres du modèle SPO : $(\alpha_x, k_t^{(1)}, k_t^{(2)}, k_t^{(3)}, k_t^{(4)}, \gamma_{t-x})$. La représentation graphique du paramètre représentant le taux de mortalité central α_x mais aussi du paramètre représentant l'effet cohorte γ_{t-x} sont assez similaires à celles obtenues avec l'ajustement au modèle de PLAT.



Figure 23 : Identification des paramètres représentant le taux de mortalité central α_x et l'effet de cohorte γ_{t-x} sur les hommes



Figure 24 : Identification des paramètres représentant le taux de mortalité central α_x et l'effet de cohorte γ_{t-x} sur les femmes

Par la suite, les graphiques ci-après présentent quant à eux les résultats obtenus pour la série des indices temporels d'évolution de la mortalité $k_t^{(1)}$, $k_t^{(2)}$, $k_t^{(3)}$, $k_t^{(4)}$, selon le type de facteur de température retenu dans le cadre de la modélisation.

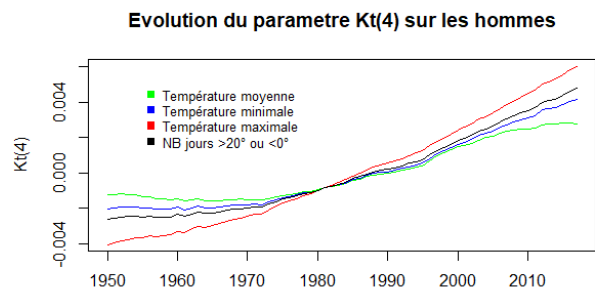
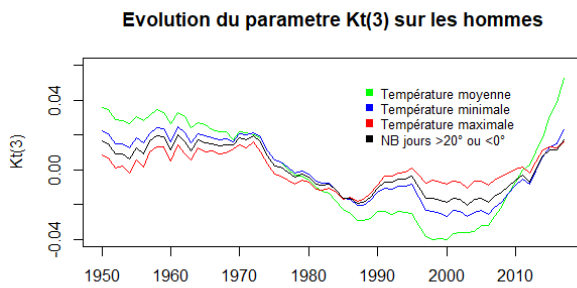
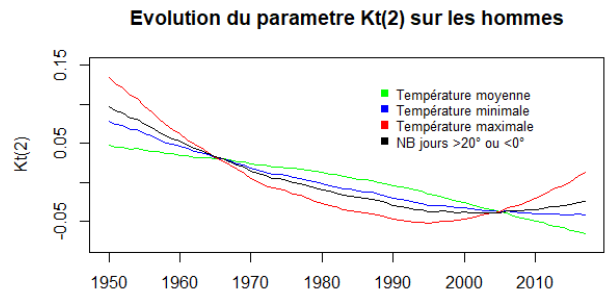
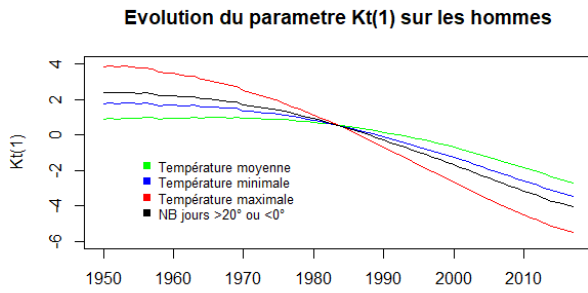


Figure 25 : Identification des indices temporel d'évolution de la mortalité dans l'espace-temps sur les hommes

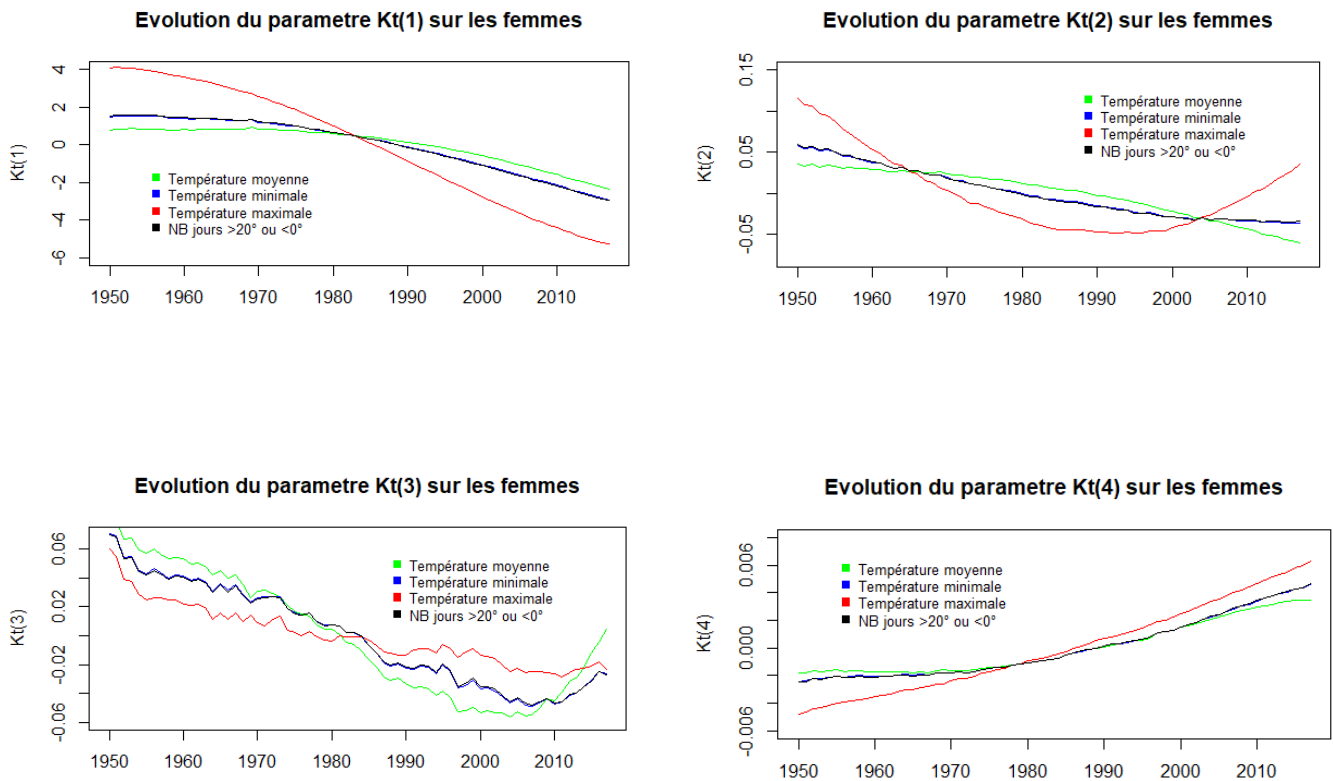


Figure 26 : Identification des indices temporel d'évolution de la mortalité dans l'espace-temps sur les femmes

De façon générale, la même tendance d'évolution est observable sur les paramètres, que l'on analyse les hommes ou les femmes.

En particulier, le paramètre $k_t^{(1)}$ présente une tendance d'évolution décroissante quel que soit le facteur de température retenu en cohérence avec l'attendu, s'agissant notamment de la tendance baissière d'évolution des taux de mortalité.

Le paramètre $k_t^{(2)}$ semble être le paramètre où l'on observe des tendances d'évolution assez différentes selon le facteur de température retenu. On observe une tendance baissière et quasi-linéaire du paramètre pour ce qui est des facteurs de température : « Température minimale » et « Nombre de jours > 20°C ou < 0°C ». Pour le facteur de température « Température moyenne » on constate aussi une tendance à la diminution avec une forme de parabole. A contrario, pour le dernier facteur « Température maximale », on voit une diminution au fil du temps jusqu'au début des années 1990 à partir desquels on observe une tendance à la remontée du niveau du paramètre.

Le paramètre $k_t^{(3)}$ a aussi une tendance baissière, mais augmente sur les 10 dernières années.

Alors que le paramètre $k_t^{(4)}$ se comporte de manière inverse en augmentant sur tout l'horizon d'analyse.

4.1.3 Qualité d'ajustement du modèle SPO

L'étude de la qualité des ajustements réalisés à travers les indicateurs MAPE, AIC, et BIC (méthodologie précédemment décrite en section 2.5), met en évidence de façon globale la meilleure adéquation du modèle SPO aux données observées. En particulier, les résultats ci-après montrent que l'utilisation des paramètres de température issus des données maximales semblent être d'un bon niveau de satisfaction.

Population	Indicateur	LC	APC	PLAT	OAL	SPO Température moyenne	SPO Température minimale	SPO Température maximale	SPO NB jours > 20°C où < 0°C
	Nombre de paramètres	268	334	467	467	534	534	534	534
Homme	MAPE	7,11% (7)	9,18% (8)	5,84% (6)	5,57% (5)	4,87% (1)	4,93% (2)	5,04% (4)	4,97% (3)
Femme	MAPE	7,01% (6)	9,47% (8)	6,85% (5)	7,51% (7)	4,99% (3)	5,03% (1)	5,40% (4)	5,03% (2)
Homme	AIC	130 618 (7)	167 553 (8)	93 775 (6)	91 329 (5)	82 142 (4)	80 882 (3)	80 368 (1)	80 515 (2)
Femme	AIC	98 334 (7)	130 406 (8)	82 089 (5)	91 411 (6)	76 428 (4)	74 753 (3)	75 593 (2)	74 740 (1)
Homme	BIC	132 450 (7)	169 835 (8)	96 967 (6)	94 521 (5)	85 792 (4)	84 532 (3)	84 018 (1)	84 165 (2)
Femme	BIC	100 166 (7)	132 689 (8)	85 281 (5)	94 603 (6)	80 078 (4)	78 403 (2)	79 243 (3)	78 390 (1)

Tableau 10 : Evaluation de la qualité d'ajustement du modèle SPO

Au-delà de la meilleure qualité d'ajustement du modèle SPO par rapport au modèle LC, APC, PLAT et OAL, on peut légitimement s'interroger sur l'amélioration du niveau des indicateurs MAPE, AIC et BIC en considérant notamment le fait que ce modèle présente plus de paramètres à estimer.

4.1.4 Projection des taux de mortalité du SPO

Avoir un modèle qui s'ajuste bien aux données historiques est un premier pas. Nous analysons ici la qualité des taux de mortalité projetés. A l'instar des auteurs, nous avons étudié les projections futures en se basant sur la définition des processus ARIMA appropriés aux différentes séries stochastiques. Le tableau ci-après résume la structure des processus retenus pour la série des $(k_t^{(1)}, k_t^{(2)}, k_t^{(3)}, k_t^{(4)})$.

Facteur température cx	Population	$k_t^{(1)}$	$k_t^{(2)}$	$k_t^{(3)}$	$k_t^{(4)}$
Moyenne	Homme	ARIMA (3 ; 2 ; 1)	ARIMA (2 ; 2 ; 2)	ARIMA (0 ; 2 ; 1)	ARIMA (0 ; 2 ; 1)
	Femme	ARIMA (3 ; 2 ; 0)	ARIMA (0 ; 2 ; 3)	ARIMA (2 ; 2 ; 1)	ARIMA (2 ; 2 ; 0)
Minimale	Homme	ARIMA (3 ; 2 ; 1)	ARIMA (0 ; 2 ; 3)	ARIMA (0 ; 2 ; 1)	ARIMA (0 ; 2 ; 1)
	Femme	ARIMA (2 ; 2 ; 1)	ARIMA (2 ; 2 ; 1)	ARIMA (0 ; 2 ; 2)	ARIMA (2 ; 2 ; 1)
Maximale	Homme	ARIMA (3 ; 2 ; 1)	ARIMA (0 ; 2 ; 2)	ARIMA (0 ; 1 ; 0)	ARIMA (0 ; 2 ; 2)
	Femme	ARIMA (1 ; 2 ; 2)	ARIMA (0 ; 2 ; 2)	ARIMA (0 ; 2 ; 1)	ARIMA (0 ; 2 ; 2)
Nb jours >20° ou <0°	Homme	ARIMA (3 ; 2 ; 1)	ARIMA (0 ; 2 ; 2)	ARIMA (0 ; 1 ; 0)	ARIMA (0 ; 2 ; 1)
	Femme	ARIMA (2 ; 2 ; 1)	ARIMA (2 ; 2 ; 1)	ARIMA (0 ; 2 ; 2)	ARIMA (0 ; 2 ; 2)

Tableau 11 : Structure des processus ARIMA pour la projection de la série stochastique des k_t du modèle SPO

Comme analyse supplémentaire, nous avons également estimé l'évolution future des différentes séries stochastiques en se basant sur la méthode de lissage exponentiel (HYNDMAN ET AL. 2008). Cela permet entre autres d'avoir un avis critique quant à la pertinence du choix de la méthode de projection.

Les graphiques suivants présentent les résultats obtenus selon la méthode de lissage, ainsi que le facteur de température sélectionné.

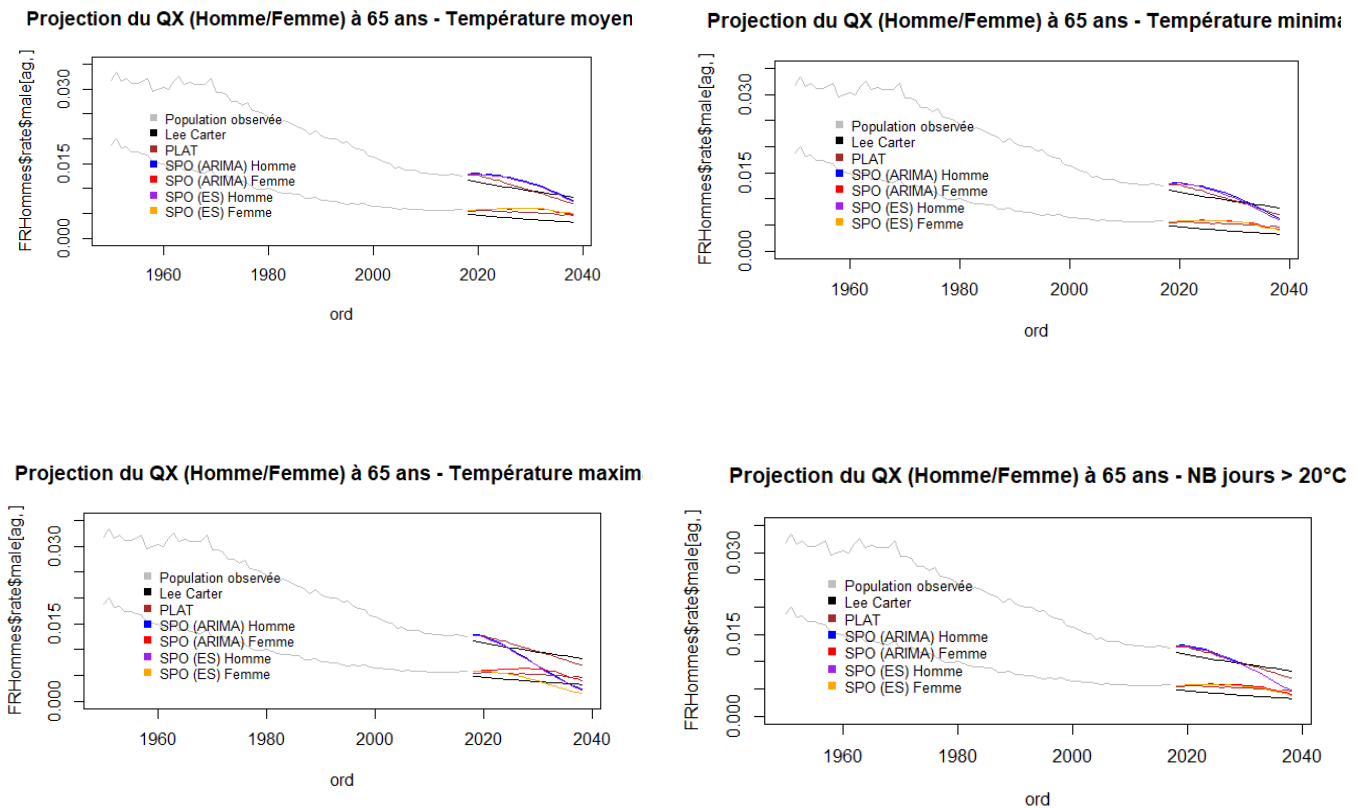


Figure 27 : Projections des taux de mortalité en sortie du modèle SPO

Les résultats de la projection du modèle SPO ne sont pas très robustes. Ils changent de façon significative selon le type de facteur de température retenu. On observe aussi des évolutions pouvant paraître illogique en particulier pour ce qui est de la projection des taux de mortalité des hommes. Nous avons aussi noté une relative stabilité des projections lorsque l'on modifie l'horizon de prévision.

4.1.5 Analyse critique a posteriori du modèle SPO

Quand on analyse avec minutie le modèle SPO suggéré, on peut émettre une première critique sur le choix de vouloir à travers ce modèle expliquer les taux de mortalité $m_{x,t}$ par une série de paramètres dans laquelle figure un paramètre c_x qui est lui-même fonction des taux de mortalité.

Au-delà du paramètre a , la prise en compte d'un seul facteur c_x faisant le lien, selon les auteurs du SPO, à la température moyenne, pourrait être aussi limitatif. La littérature sur la relation climat-mortalité, que nous avons présenté, met en évidence la relation de type U. Une surmortalité au niveau des températures froides et chaudes semble être biologiquement plus vraisemblable.

Par ailleurs, bien que les résultats de l'étude sur la qualité d'ajustement du modèle SPO soit satisfaisant, on ne peut occulter la non-robustesse des prévisions du modèle. En effet, l'instabilité des résultats prévisionnels suggèrent qu'il pourrait être plus approprié d'appliquer différemment les facteurs liés à la température. L'intégration alors d'un facteur dépendant du temps pour les températures les plus élevées

et basses permettraient de tenir compte des fluctuations futures du climat.

4.2 LE MODELE PROPOSE

Sur la base des réflexions précédentes, nous proposons d'analyser le modèle suivant :

$$\ln(\mathbf{m}_{x,t}) = \alpha_x + \mathbf{k}_t^{(1)} + (\bar{x} - x)\mathbf{k}_t^{(2)} + (\bar{x} - x)^+ \mathbf{k}_t^{(3)} + \left[(\mathbf{c}_{x(T^\circ\text{chaudes})}(\mathbf{x} - \mathbf{a}_{T^\circ\text{chaudes}})^+)^2 + (\mathbf{c}_{x(T^\circ\text{froides})}(\mathbf{x} - \mathbf{a}_{T^\circ\text{froides}})^+)^2 \right] \mathbf{k}_t^{(4)'} * I_t * \theta + \gamma_{t-x} + \varepsilon_{x,t}$$

Équation 9 : Modèle proposé

On reconnaît l'ensemble des paramètres du modèle de LC et du modèle de PLAT (y compris l'effet de cohorte), ainsi que les nouveaux paramètres ci-après propres au modèle proposé :

- $\mathbf{c}_{x(T^\circ\text{chaudes})}$: correspond au coefficient de corrélation entre l'évolution des températures maximales et la mortalité.
- $\mathbf{c}_{x(T^\circ\text{froides})}$: correspond au coefficient de corrélation entre l'évolution des températures minimales et la mortalité.
- $\mathbf{a}_{(T^\circ\text{chaudes})}$: fait référence à l'âge à partir duquel l'on considère un impact des températures chaudes sur la mortalité.
- $\mathbf{a}_{(T^\circ\text{froides})}$: fait référence à l'âge à partir duquel l'on considère un impact des températures froides sur la mortalité.
- $\mathbf{k}_t^{(4)'}$: représente le processus stochastique qui caractérise l'indice temporel d'évolution de la mortalité dans l'espace-temps et qui varie selon l'évolution de la température.
- I_t : est le facteur dépendant du temps, qui permettra d'intégrer l'évolution de la température moyenne ou tout autre indicateur tel que nombre de jours où les températures sont supérieures à 20°C ou inférieures à 0°C afin de tenir compte des fluctuations futur du climat dans le contexte du changement climatique.
- θ : est le poids des causes de décès propres au changement climatique (coup de chaleur, déshydratation, hyperthermie, ...) au regard de l'ensemble des autres causes de décès capturés par le modèle.

4.2.1 Analyse critique a priori du modèle proposé

Avant toute analyse de cohérence et de robustesse du modèle proposé, nous proposons en amont de procéder à une analyse critique, en particulier pour ce qui est du terme $\beta_x^{(4)} \mathbf{k}_t^{(4)}$ (cf. formule générale des modèles de mortalité stochastique : Équation 7 : Formule générale des modèles de mortalité stochastique)

Par rapport au modèle SPO, quatre nouveaux paramètres sont proposés. Il s'agit des paramètres suivants : $\mathbf{c}_{x(T^\circ\text{chaudes})}$ et $\mathbf{c}_{x(T^\circ\text{froides})}$ puis des paramètres $\mathbf{a}_{(T^\circ\text{chaudes})}$ et $\mathbf{a}_{(T^\circ\text{froides})}$.

Nous avons pris le parti de nous différencier du modèle SPO en raison du fait que nous souhaitons, en lien avec l'objectif du présent mémoire, ne capturer que les effets de la température sur la mortalité. C'est pour cela que nous n'avons volontairement pas tenu compte des causes spécifiques de décès pour les classes d'âges inférieure aux âges seuil des paramètres $a_{(T^{\circ}chaudes)}$ et $a_{(T^{\circ}froides)}$ et ayant une relation de type quadratique avec la mortalité. En cela nous limitons ainsi le modèle à ne tenir compte que des causes de décès faibles et spécifiques aux personnes âgées et ayant qui plus est une corrélation de type négative avec l'évolution de l'indice temporel. On pourrait ici s'attendre donc à une qualité de l'ajustement moindre du modèle proposé par rapport au modèle SPO. Cela étant dit il faut avoir en tête, en particulier lors de l'analyse des résultats, que le modèle proposé ne capture pas que les causes de décès propres au climat mais aussi les causes de décès qui se rapprocheraient des impacts qu'ont le climat, à titre d'exemple on pourrait citer les maladies cardiovasculaires.

En complément, nous avons intégré deux nouveaux paramètres à savoir : le paramètre I_t et le paramètre θ . Par soucis de clarté de l'approche retenue, nous proposons dans un premier temps de procéder à la transformation suivante du modèle proposé. Cela nous permettra dans un premier temps d'analyser la robustesse du modèle proposé au regard des critères de satisfaction d'un modèle de mortalité stochastique.

$$k_t^{(4)} = k_t^{(4)'} * I_t * \theta$$

Nous reviendrons par la suite en détail sur l'introduction de ces deux derniers paramètres et les raisons qui nous poussent à les considérer dans le modèle proposé, et ce dans la section 4.2.8 du présent mémoire.

4.2.2 Définition des paramètres de température du modèle proposé (c_x et a)

Pour la définition des paramètres c_x nous nous appuyons sur les travaux réalisés précédemment en section 4.1.1. Le tableau ci-après résume les valeurs retenues.

Corrélation	Mortalité	Température minimale	Température maximale
Pearson	Homme	$a_{(T^{\circ}froides)} = 49$ $c_x (T^{\circ}froides) = -49,9\%$	$a_{(T^{\circ}chaudes)} = 48$ $c_x (T^{\circ}chaudes) = -73,7\%$
	Femme	$a_{(T^{\circ}froides)} = 41$ $c_x (T^{\circ}froides) = -43,6\%$	$a_{(T^{\circ}chaudes)} = 46$ $c_x (T^{\circ}chaudes) = -76,0\%$

Tableau 12 : Valeurs des paramètres c_x et a retenues dans le cadre du modèle proposé

4.2.3 Ajustement et estimation des paramètres du modèle proposé

L'ajustement du modèle proposé est fait sur les données de la HMD présenté en section 2.4.1 en se focalisant sur l'expérience entre 1950 et 2017. A l'instar des autres modèles stochastiques de mortalité, il est nécessaire d'effectuer certaines transformations n'ayant aucun impact sur les résultats. Nous appliquons les mêmes transformations que celles décrites dans le cadre du modèle SPO en section

4.1.2.

La package *StMoMo* est alors utilisé pour estimer les paramètres du modèle proposé (α_x , $k_t^{(1)}$, $k_t^{(2)}$, $k_t^{(3)}$, $k_t^{(4)}$, γ_{t-x}).

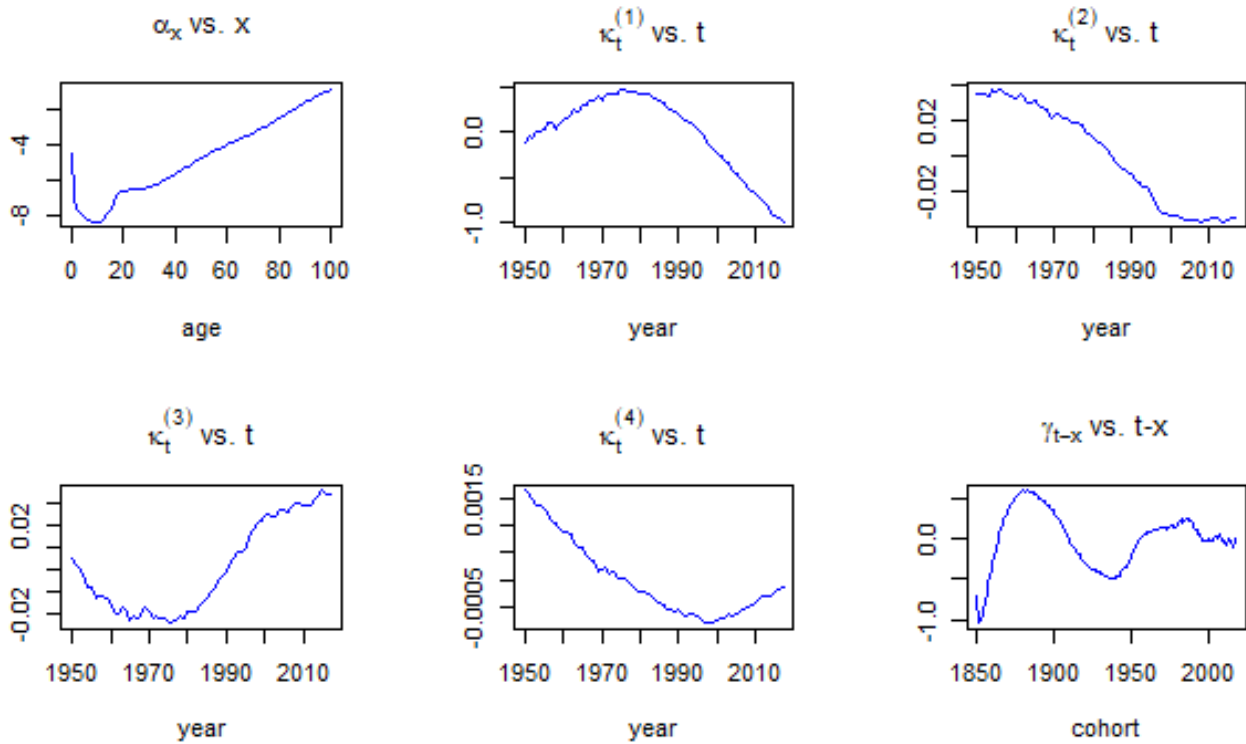


Figure 28 : Evaluation des paramètres du modèle proposé sur les hommes

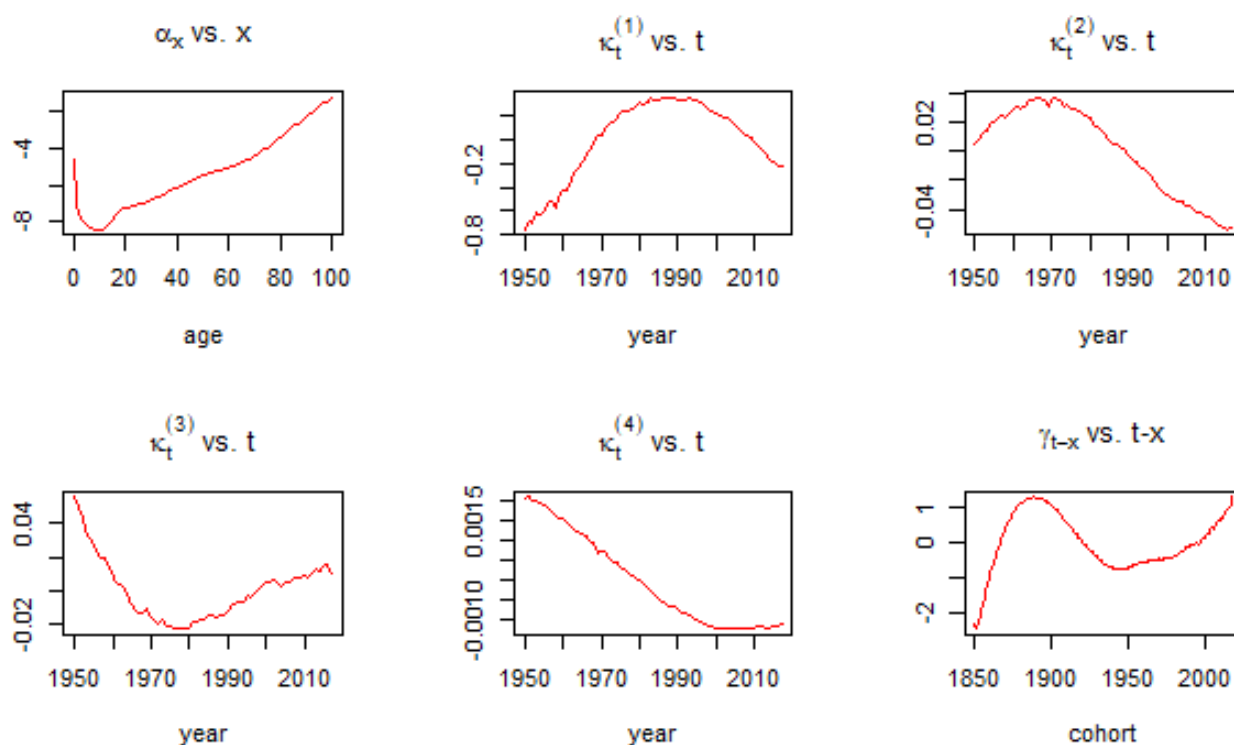


Figure 29 : Evaluation des paramètres du modèle proposé sur les femmes

L'analyse des résultats des paramètres α_x , $k_t^{(1)}$, $k_t^{(2)}$, $k_t^{(3)}$ est similaire à celle proposée dans le cadre du modèle PLAT (cf. section 2.4.4). L'identification des paramètres du modèle proposé est relativement stable par rapport au modèle PLAT.

Le paramètre $k_t^{(4)}$ reflète les observations pour les âges élevés des causes de décès faibles ayant une corrélation négative avec l'évolution de la mortalité. Pour ce qui est des femmes, on note la tendance baissière de la mortalité cette classe d'âge jusqu'au début des années 2000, avec par la suite une tendance à la stabilisation de l'évolution de la mortalité. Un léger rebond s'entrevoit à la fin des années 2010. Pour ce qui est des hommes nous observons également cette tendance baissière avec toutefois un rebond de la mortalité à compter des années 2000.

De façon générale, ce phénomène de rebond semble biologiquement plausible et en lien avec les observations sur les causes de décès des âges élevées en particulier la mortalité cancéreuse, et la mortalité suite aux démences séniles (desquelles fait partie la maladie d'Alzheimer).

L'estimation des paramètres paraît robuste par rapport à la période de référence des données (de 1950 à 2017) ainsi que la fourchette d'âge retenue (0 à 100 ans).

4.2.4 Qualité d'ajustement du modèle proposé

Par la suite, nous proposons de procéder à l'étude de l'analyse des résidus dont les résultats graphiques sont présentés ci-dessous. Les résidus semblent aléatoires avec toutefois une plus forte volatilité au niveau des âges jeunes, ainsi qu'au cours des premières années civiles. Enfin, les diagrammes de dispersion par année de naissance présentent des résidus avec une forte volatilité sur la période de 1920 à 1950.

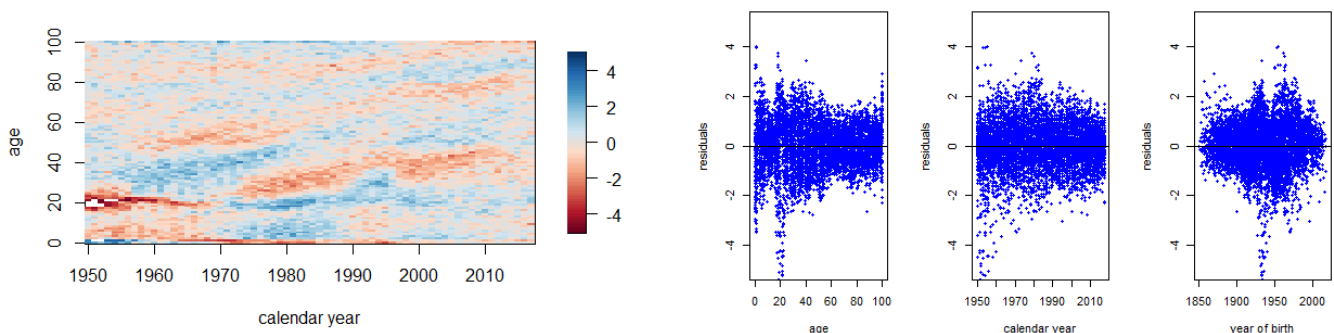


Figure 30 : Dispersion des résidus du modèle proposé sur les hommes

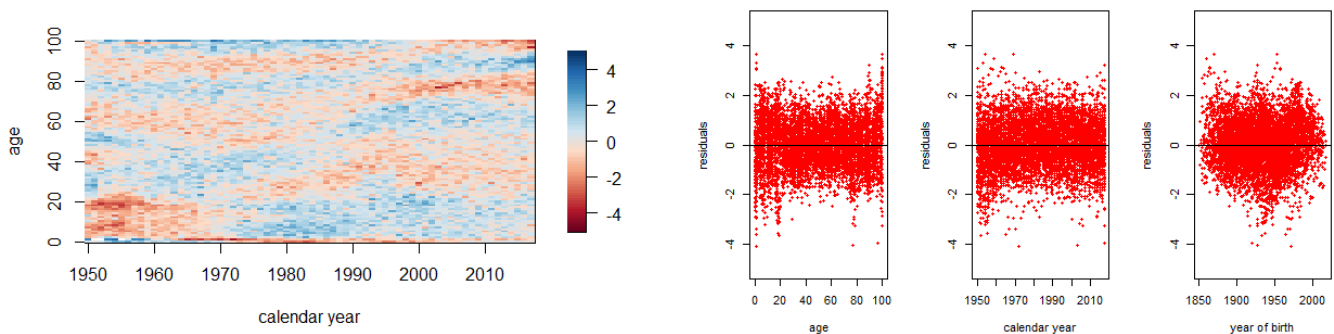


Figure 31 : Dispersion des résidus du modèle proposé sur les femmes

Il est vrai qu'on s'attend généralement à ce que les modèles comportant davantage de paramètres s'adaptent mieux aux données. Pour exclure la possibilité que le meilleur ajustement observé dans un modèle soit le résultat d'une sur-paramétrisation et analyser la performance du modèle proposé, nous proposons d'étudier les critères d'information AIC, BIC et MAPE.

L'étude de la qualité des ajustements réalisé à travers ces indicateurs (méthodologie précédemment décrite en section 2.5), met en évidence de façon globale la meilleure adéquation du modèle proposé aux données observées.

Population	Indicateur	LC	APC	PLAT	OAL	Modèle proposé
	Nombre de paramètres	268	334	467	467	534
Homme	MAPE	7,11% (4)	9,18% (5)	5,84% (3)	5,57% (1)	5,67% (2)
Femme	MAPE	7,01% (3)	9,47% (5)	6,85% (2)	7,51% (4)	6,33% (1)
Homme	AIC	130 618 (4)	167 553 (5)	93 775 (3)	91 329 (2)	87 122 (1)
Femme	AIC	98 334 (4)	130 406 (5)	82 089 (2)	91 411 (3)	77 864 (1)
Homme	BIC	132 450 (4)	169 835 (5)	96 967 (3)	94 521 (2)	90 772 (1)
Femme	BIC	100 166 (4)	132 689 (5)	85 281 (2)	94 603 (3)	81 514 (1)

Tableau 13 : Evaluation de la qualité d'ajustement du modèle proposé

Les résultats observés vont dans le sens de l'analyse critique a priori précédemment réalisé. En effet, le fait d'avoir volontairement tenu compte uniquement (i) des causes de décès faibles spécifiques aux populations âgées ayant une relation de type quadratique et (ii) qui plus est ayant une corrélation de type négative avec l'évolution de l'indice temporel se reflètent au niveau de la moindre qualité d'ajustement du modèle proposé par rapport au modèle SPO. Néanmoins, si l'on fait abstraction du modèle SPO, on note la qualité d'ajustement satisfaisante du modèle proposé par rapport au modèle LC, APC, PLAT et OAL.

4.2.5 Projection des taux de mortalité du modèle proposé

Pour la suite, nous avons analysé la qualité des taux de mortalité projetés. Pour ce faire, nous étudions ici les projections futures en se basant sur la définition des processus ARIMA appropriés aux différentes séries stochastiques du modèle proposé. Le tableau ci-après résume la structure des processus retenus pour la série des $(k_t^{(1)}, k_t^{(2)}, k_t^{(3)}, k_t^{(4)})$.

Modèle	Population	$k_t^{(1)}$	$k_t^{(2)}$	$k_t^{(3)}$	$k_t^{(4)}$
Modèle proposé	Homme	ARIMA (2 ; 2 ; 1)	ARIMA (1 ; 1 ; 1)	ARIMA (0 ; 2 ; 1)	ARIMA (0 ; 2 ; 2)
	Femme	ARIMA (3 ; 2 ; 0)	ARIMA (0 ; 2 ; 3)	ARIMA (0 ; 2 ; 1)	ARIMA (2 ; 2 ; 1)

Tableau 14 : Structure des processus ARIMA pour la projection de la série stochastique des k_t du modèle proposé

Les graphiques Figure 36 et Figure 37 (en annexe) présentent la projection de la série stochastique des k_t sur l'horizon 2018-2038. Nous observons une stabilité des résultats quel que soit l'horizon de projection retenu.

Par le fait que la bibliothèque *StMoMo* offre la possibilité de simuler une fonction selon les paramètres qu'on lui présente en entrée, nous proposons d'utiliser les résultats de la simulation de fonction pour produire des graphiques en éventail illustrant ainsi l'incertitude associée aux prévisions du modèle proposé. Pour rappel, selon les critères de satisfaction d'un modèle de mortalité de **CAIRNS ET AL. (2008)** figure l'analyse de la cohérence des projections d'un modèle.

La nuance de couleur au niveau des représentations graphiques ci-dessous représentent les niveaux d'incertitude selon trois niveaux d'intervalle de confiance à savoir : 50% ; 80% et 95%. Par ailleurs, les taux de mortalité projetés qui sont présentés le sont pour les âges de 45 ans, 55 ans, 65 ans et 75 ans pour la population masculine et féminine.

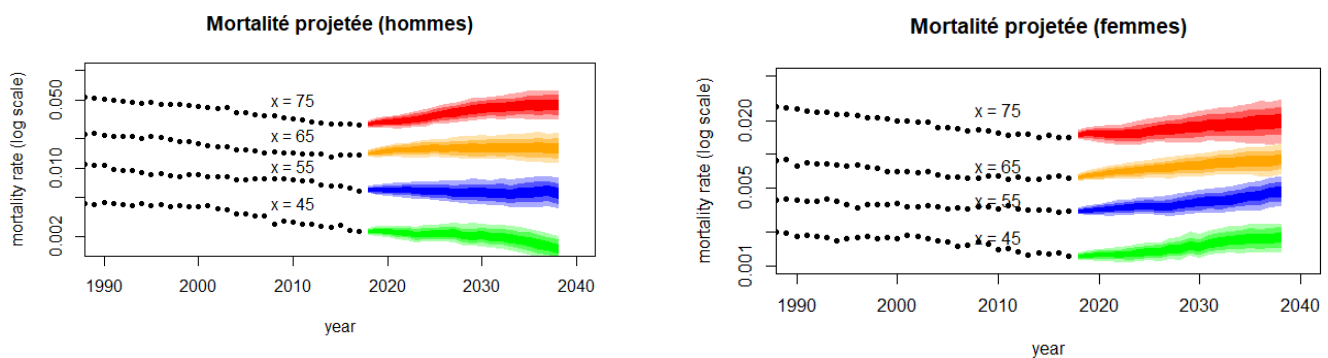


Figure 32 : Projection de la mortalité selon le modèle proposé

La projection de la mortalité à travers le modèle proposé mène à des conclusions homogènes sur le fait que l'on observe une tendance au ralentissement à la diminution des taux de mortalité. Ce point est particulièrement marqué pour les âges de 75 et 85 ans. De façon surprenante, nous observons aussi ce phénomène au niveau des femmes pour un âge de 45 ans. Alors que le modèle proposé à cet âge ne varie pas de la formulation du modèle de PLAT. Sur cette base, la cohérence des projections du modèle proposé semble plus ou moins convaincante.

4.2.6 Incertitude autour de l'estimation des paramètres du modèle proposé

Parmi les critères de satisfaction d'un modèle de mortalité de type stochastique (émis par **CAIRNS ET AL. (2008)** cf. section 2.2) figure aussi le fait d'avoir des niveaux d'incertitude des projections du modèle et des trajectoires centrales du modèle qui se doivent d'être probables et cohérents avec les tendances historiques et la volatilité des données de mortalité.

L'étude de l'incertitude des paramètres, permet d'évaluer le risque paramétrique induit par l'estimation de la valeur des paramètres du modèle. La réalisation de cette étude est plus que nécessaire avant même l'application des résultats à tout type de processus de type calcul de tarification, ou d'engagement d'assurance. Il s'agit de s'assurer que l'évolution prévue par le modèle est cohérente avec les données historiques déjà observées.

Pour ce faire, nous allons appliquer la méthode dite de "bootstrap semi-paramétrique" proposée par **BROUHNS ET AL. (2005)**. Les paramètres bootstrapés $\alpha_x^{(b)}$, $k_t^{(1,b)}$, $k_t^{(2,b)}$, $k_t^{(3,b)}$, $k_t^{(4,b)}$, et $\gamma_{t-x}^{(b)}$ avec ($b= 1, \dots, 5000$) sont obtenus en réestimant le modèle sur la base de chaque échantillon bootstrapé du nombre de décès $D_{x,t}^{(b)}$ généré par échantillonnage de la distribution de Poisson ayant comme moyenne $D_{x,t}$. De façon pratique, nous utilisons la fonction *Bootstrap* du package *StMoMo*. Notons que la procédure bootstrap est une procédure exigeante en termes de calculs. En particulier, pour les 5000 simulations que nous avons retenu sur le modèle proposé, il nous a fallu pas moins de 20 heures de temps d'exécution de la fonction sous R afin d'avoir des résultats et ce pour une seule population (homme/femme). Le graphique ci-dessous présente les résultats obtenus sur chacun des paramètres du modèle selon la population. Les nuances de couleur dans les représentations graphiques ci-dessous représentent les niveaux d'incertitude selon trois niveaux d'intervalle de confiance à savoir 50%, 80% et 95 %.

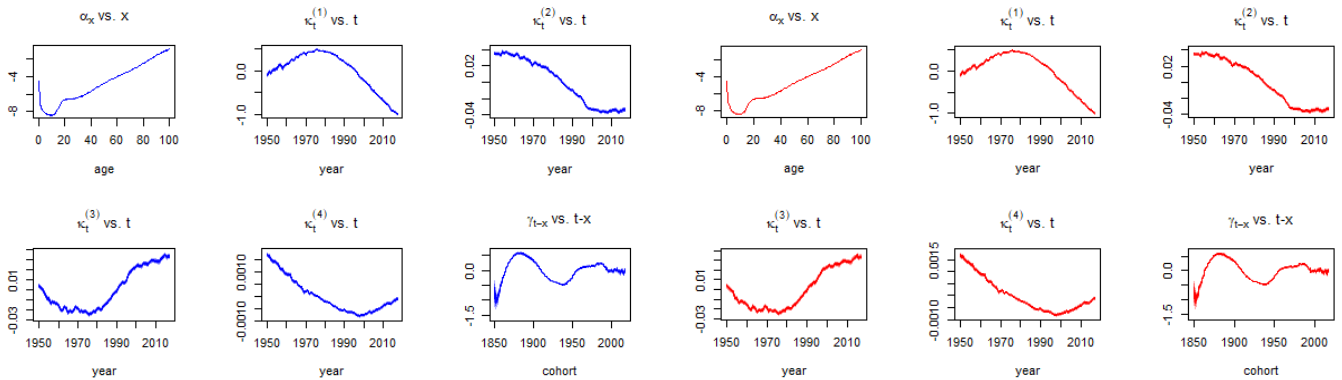


Figure 33 : Incertitude autour des paramètres du modèle proposé

Des graphiques précédents, on retient un faible niveau d'incertitude autour du taux de mortalité central $\alpha_x^{(b)}$. A contrario, les trajectoires des indices temporel $k_t^{(1,b)}$, $k_t^{(2,b)}$, $k_t^{(3,b)}$, $k_t^{(4,b)}$ et également de l'effet cohorte $\gamma_{t-x}^{(b)}$ paraissent plus épaisses. Ce phénomène traduit une incertitude plus importante autour de ces paramètres. Nous retrouvons cette même conclusion peu importe que l'on soit sur la population des hommes ou des femmes.

Par la suite, à travers la fonction *Simulate* du package *StMoMo*, nous pouvons simuler les taux de mortalité en sortie du modèle proposé afin d'obtenir des trajectoires simulées qui tiennent compte de l'erreur de prévision dans l'estimation des paramètres du modèle. Nous obtenons ainsi 5000 trajectoires simulées du modèle proposé sur les 20 prochaines années de projection.

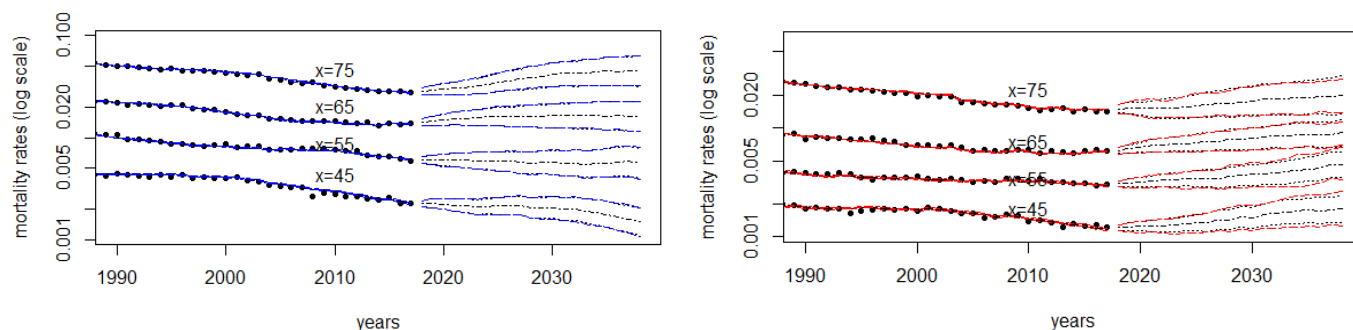


Figure 34 : Incertitude autour des trajectoires simulées du modèle proposé sur les 20 prochaines années

Dans les graphiques ci-dessus, les points en noirs représentent les données historiques sur la période de 1990 à 2017. Sur cette même période de temps, l'on voit des lignes noires pleines qui représentent les taux de mortalité ajustés obtenus avec le modèle proposé. Ces lignes noires se confondent avec les lignes bleues/rouges qui représentent sur la période de 1990 à 2017, l'incertitude avec un intervalle de confiance de 95% autour des données ajustées. Cela traduit le faible niveau d'incertitude vis-à-vis de l'ajustement réalisé sur les données observées.

Sur la période de projection allant de 2018 à 2038, on observe tout d'abord au milieu et en noir des pointillés qui représentent la trajectoire centrale de la prévision du modèle. Toujours en noir et en pointillé, nous avons représenté par ailleurs les intervalles de confiance à 95 % de la trajectoire centrale de la prévision (sans tenir compte à ce stade de l'incertitude autour des paramètres). Enfin, en bleu/rouge et en pointillé, nous avons représenté les intervalles de confiance à 95% en tenant compte de l'incertitude autour des paramètres.

La représentation graphique ci-dessus montre que l'incertitude autour de l'estimation et de la projection des paramètres semble ne pas avoir un impact fort sur les intervalles de confiance des trajectoires projetées et ce sur les deux populations (homme/femme).

4.2.7 Analyse critique a posteriori du modèle proposé

Les résultats obtenus à travers les études précédentes, nous permettent de produire le tableau récapitulatif suivant. Ce dernier présente de façon qualitative le niveau de satisfaction du modèle proposé aux critères de satisfaction d'un modèle de mortalité stochastique.

Critères de satisfaction	Modèle Proposé
Positivité des taux de mortalité	+
Cohérence avec les données historiques	+
Dynamique à long-terme biologiquement raisonnable	+/-
Robustesse de l'estimation des paramètres	+
Robustesse des prévisions du modèle	+/-
Probabilité des niveaux d'incertitude prévisionnels et des trajectoires centrales	+
Mise en œuvre simple	+
Parcimonie du modèle	+/-
Possibilité de générer des échantillonnages	+
Prise en compte de l'incertitude des paramètres dans les projections	+
Effet de cohorte stochastique	+
Structure de corrélation non-triviale	+
Applicable sur toutes les classes d'âges	+

Tableau 15 : Niveau de satisfaction du modèle proposé selon les critères de Cairns et al. (2008)

En synthèse, nous obtenons un niveau correct de satisfaction du modèle proposé quant à la positivité des taux de mortalité, ainsi que la cohérence avec les données historiques. La dynamique à long-terme paraît plus ou moins convaincante sur certaines tranches d'âges. En effet, on observe la tendance au ralentissement à la diminution des taux de mortalité en lien avec les observations biologiques, mais avec quelques interrogations sur la tendance d'évolution pour les âges de 45 ans sur la population féminine.

Bien que présentant un nombre supérieur de paramètres par rapport au modèle PLAT et LC, les études précédentes n'ont pas mis en évidence la sur-paramétrisation du modèle mais plutôt la bonne performance du modèle proposé compte tenu de sa simplicité de mise en œuvre. Enfin, l'estimation des paramètres du modèle proposé ainsi que les prévisions du modèle semblent assez robustes.

4.2.8 Sensibilité du modèle proposé au paramètre $k_t^{(4)}$

Avant tout développement de cette sous-section rappelons que nous avons procédé à la transformation suivante du modèle proposé :

$$k_t^{(4)} = k_t^{(4)'} * I_t * \theta$$

La relative satisfaction de la qualité d'ajustement du modèle proposé et de la robustesse des trajectoires proposées en sortie du modèle nous permet d'explorer à présent le sujet clé de ce mémoire, à savoir la quantification de l'impact du changement climatique sur la mortalité.

A travers la fonction *Simulate* de la bibliothèque *StMoMo* nous avons pu simuler aléatoirement 20 trajectoires d'évolution du paramètre $k_t^{(4)}$ et en avons déduit la trajectoire d'évolution des taux de mortalité en se basant pour les autres paramètres sur la trajectoire centrale de projection du modèle proposé. Le graphique ci-dessous présente les résultats obtenus pour l'âge de 65 ans (à gauche pour la population des hommes et à droite pour la population des femmes).

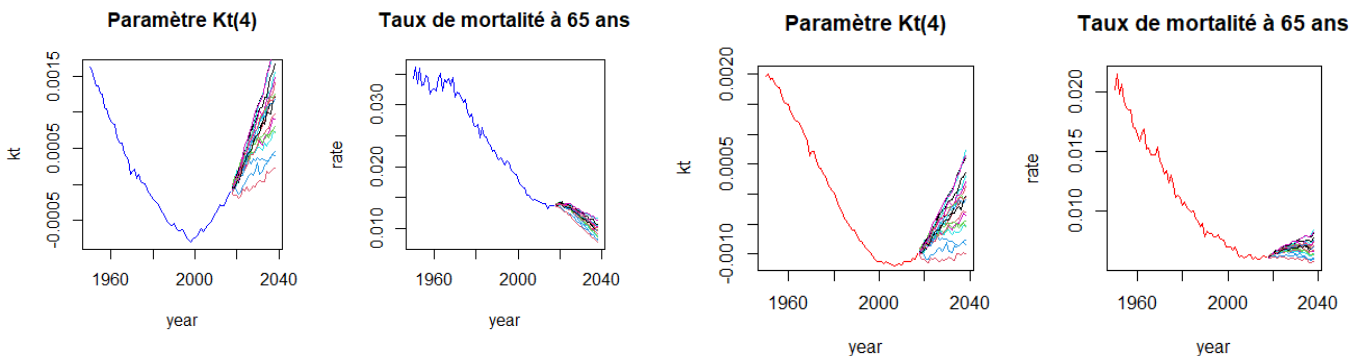


Figure 35 : Simulation aléatoire de 20 trajectoires d'évolution du paramètre $k_t^{(4)}$ et impact sur les trajectoires d'évolution des taux de mortalité (hommes et femmes)

L'impact du paramètre $k_t^{(4)}$ sur la mortalité n'est pas négligeable, mais n'est pas non plus des plus importants. La tendance d'évolution des taux de mortalité sur les hommes est globalement à la poursuite de la diminution des taux de mortalité, alors que pour les femmes en lien avec la tendance à la stabilisation des taux de mortalités observées sur les années récentes, on observe globalement une stabilisation des taux de mortalité. Néanmoins, l'analyse de la variance des taux de mortalité obtenus met en évidence la plus forte sensibilité des taux de mortalité des hommes aux évolutions du paramètre $k_t^{(4)}$.

A présent, et ce au regard de la transformation utilisée, on se rend compte que si nous souhaitons simuler l'impact des évolutions de la température sur l'horizon de projection 2018-2038, il est nécessaire que le modèle puisse contenir un facteur exogène I_t qui représenterait la chronique d'évolution de la température. En particulier, nous faisons référence à la chronique d'évolution de la température issu des données récoltées à travers le GISS sur la température moyenne observée. Ces données ont été présentés en section 3.2.3. Cependant, la première limitation à laquelle nous avons fait face réside dans le fait que le package *StMoMo* ne permet pas, à ce stade, de modéliser des modèles de mortalité stochastique présentant un facteur exogène et dépendant du temps. Nous avons donc dû considérer que les paramètres capturés par le modèle intégraient parfaitement cet indice I_t d'évolution de la température.

En outre, la deuxième limitation du modèle proposé est qu'il capture différentes causes de décès ayant les mêmes impacts sur la mortalité que le changement climatique, et qui ne se limitent pas qu'aux causes de décès propre à l'évolution de la température. C'est en cela que nous avons introduit dans le modèle proposé le paramètre θ , qui représentent la part des décès propres au changement climatique

(coup de chaleur, déshydratation, hyperthermie, ...) au regard de l'ensemble des décès. La définition du paramètre θ n'est pas chose simple car celle-ci requiert de disposer sur toute la population d'étude des causes de décès spécifiques à chacun des décès enregistrés. Dans la plupart des cas cette information relève du secret médical, et n'est pas accessible au grand public. Néanmoins, en 2003, l'Institut National de la Santé et de la Recherche Médicale (INSERM) a publié une étude sur la surmortalité liée à la canicule d'août 2003 en France. Cette étude présente entre autres les poids des différentes causes de décès en excès en 2003, mais également en 2000, à titre de comparaison. Le paramètre θ est évalué au niveau de 0,7% pour la population masculine et au niveau de 1,3% pour la population féminine pour ce qui est des décès survenus en 2000, alors que ces mêmes niveaux passent respectivement à 24,1% et 31,6% pour ce qui est de l'excès de mortalité survenu en 2003. A juste titre, **ROBERT BAROUKI (2015)** (spécialiste des effets des polluants de l'environnement sur la santé humaine à l'Institut National de la Santé et de la Recherche Médicale – INSERM), évoque la difficulté de mesurer la part exacte du réchauffement climatique dans les problèmes de mortalité alors que nous sommes encore dans une phase d'observation. Ainsi, dans la suite du document nous allons considérer les niveaux de 0,7% et 1,3% pour le paramètre θ tout en supposant constant l'évolution de ce paramètre dans le temps.

En résumé, la sensibilité de notre modèle au changement climatique, sur la base de sa formulation initiale (Équation 9 : Modèle proposé), revient à faire croître l'évolution de la série temporelle des $k_t^{(4)}$, de la tendance d'évolution de la température I_t (pour cela nous nous appuyons sur les travaux réalisés en section 3.2.7 et ayant permis de définir des trajectoires alternatives d'évolution de la température selon les données météorologiques collectées) pondérée de la part des décès propres à l'évolution de la température soit le paramètre θ . Par après, avant toute analyse des sensibilités, les limitations du modèle proposé et les solutions envisagées pour les résoudre sont les raisons pour lesquelles les chiffres présentés ci-après relatifs à l'évolution générale de la mortalité selon différents scénarios doivent être interprétés avec la plus extrême prudence.

Aussi l'évaluation de l'impact des scénarios alternatifs +0,9°C, +1,1°C et 1,3°C peuvent être respectivement traduit par une évolution de +0,057%, +0,147% et +0,238% du niveau du paramètre $k_t^{(4)}$, pour ce qui est de la population masculine, et de +0,106%, +0,272% et +0,442% du niveau du paramètre $k_t^{(4)}$, pour ce qui est de la population féminine.

Les résultats ci-dessous sont obtenus. Ils représentent d'une part l'impact de la variation du paramètre sur le taux de mortalité projetée en 2018, 2028, et 2038 en pourcentage et ce pour les âges de 45, 55, 65 et 75 ans. Par ailleurs, nous présentons également, pour en simplifier la visualisation, l'impact de cette sensibilité sur l'exposition de la population française telle qu'elle est observée en 2017. Autrement dit à travers la dernière colonne du tableau nous disposons du nombre de décès supplémentaire que nous pourrions observer par rapport à la population française sur chaque classe d'âge en considérant la sensibilité au paramètre $k_t^{(4)}$. La distribution complète des impacts sur les classes d'âges est présentée en annexe (cf. Tableau 24 : Distribution complète du niveau de surmortalité projetée sur la base de la population française d'exposition de 2017 et des impacts de la sensibilité du paramètre $k_t^{(4)}$, par classe d'âges).

Scénario alternatif 1 (+0,9°C)	Age	Surmortalité projetée en valeur par rapport au taux de mortalité central (%)			Surmortalité projetée sur la base de la population française d'exposition de 2017		
		2018	2028	2038	2018	2028	2038
Homme	45 ans	0,0000	0,0000	0,0000	0	0	0
	55 ans	0,0000	0,0000	0,0000	0	0	0
	65 ans	0,0000	+0,0001	+0,0001	0	0	0
	75 ans	0,0000	+0,0004	+0,0009	0	1	2
Femme	45 ans	0,0000	0,0000	0,0000	0	0	0
	55 ans	0,0000	0,0000	0,0000	0	0	0
	65 ans	0,0000	0,0000	+0,0001	0	0	0
	75 ans	0,0000	+0,0002	+0,0005	0	0	0

Tableau 16 : Sensibilité du modèle proposé à une variation du paramètre $k_t^{(4)}$ qui correspondrait au scénario alternatif d'évolution de la température de +0,9°C

La sensibilité du modèle au scénario alternatif +0,9°C mènerait à l'observation à horizon 2038 de 158 décès supplémentaires par an toutes classes d'âges confondus pour les hommes. Pour les femmes, on observerait alors 168 décès supplémentaires en 2038 par an toutes classes d'âges confondus.

Scénario alternatif 1 (+1,1°C)	Age	Surmortalité projetée en valeur par rapport au taux de mortalité central (%)			Surmortalité projetée sur la base de la population française d'exposition de 2017		
		2018	2028	2038	2018	2028	2038
Homme	45 ans	0,0000	0,0000	0,0000	0	0	0
	55 ans	0,0000	0,0000	0,0000	0	0	0
	65 ans	0,0000	+0,0002	+0,0002	0	1	1
	75 ans	0,0000	+0,0012	+0,0023	0	2	5
Femme	45 ans	0,0000	0,0000	0,0000	0	0	0
	55 ans	0,0000	0,0000	0,0000	0	0	0
	65 ans	0,0000	+0,0001	+0,0002	0	0	0
	75 ans	0,0000	+0,0007	+0,0015	0	1	2

Tableau 17 : Sensibilité du modèle proposé à une variation du paramètre $k_t^{(4)}$ qui correspondrait au scénario alternatif d'évolution de la température de +1,1°C

La sensibilité du modèle au scénario alternatif +1,1°C mènerait à l'observation à horizon 2038 de 406 décès supplémentaires par an toutes classes d'âges confondus pour les hommes. Pour les femmes, on observerait alors 553 décès supplémentaires en 2038 par an toutes classes d'âges confondus.

Scénario alternatif 1 (+1,3°C)	Age	Surmortalité projetée en valeur par rapport au taux de mortalité central (%)			Surmortalité projetée sur la base de la population française d'exposition de 2017		
		2018	2028	2038	2018	2028	2038
Homme	45 ans	0,0000	0,0000	0,0000	0	0	0
	55 ans	0,0000	0,0000	0,0000	0	0	0
	65 ans	0,0000	+0,0003	+0,0004	0	1	1
	75 ans	0,0000	+0,0019	+0,0037	0	4	7
Femme	45 ans	0,0000	0,0000	0,0000	0	0	0
	55 ans	0,0000	0,0000	0,0000	0	0	0
	65 ans	0,0000	+0,0002	+0,0003	0	0	1
	75 ans	0,0000	+0,0011	+0,0026	0	1	3

Tableau 18 : Sensibilité du modèle proposé à une variation du paramètre $k_t^{(4)}$ qui correspondrait au scénario alternatif d'évolution de la température de +1,3°C

La sensibilité du modèle au scénario alternatif +1,3°C mènerait à l'observation à horizon 2038 de 659 décès supplémentaires par an toutes classes d'âges confondus pour les hommes. Pour les femmes, on observerait alors 947 décès supplémentaires en 2038 par an toutes classes d'âges confondus.

En résumé, selon le modèle proposé que nous avons défini, et en tenant compte des limitations précédemment évoquées, la fourchette d'impact du changement climatique en excédent du taux de mortalité serait comprise entre 0,0009% et 0,0037% pour un homme de 75 ans et compris entre 0,0005% et 0,0026% pour une femme de 75 ans, selon le scénario d'évolution du climat à horizon 2038. Il ressort ainsi que les femmes sont moins exposées aux variations des facteurs température. Ce qui est cohérent avec les observations sur le fait que la mortalité liée à la température de la femme est bien inférieure à celles des hommes.

Par ailleurs, si l'on suppose constant l'exposition de la population française au niveau de 2017 à horizon 2038, alors le nombre de décès supplémentaires annuel s'établirait dans la fourchette allant de 158 à 659 décès supplémentaires pour les hommes et allant de 168 à 947 décès supplémentaires pour les femmes, selon le scénario d'évolution du climat. La plus forte exposition en nombre de décès supplémentaires des femmes s'explique majoritairement par le plus grand nombre de femmes dans la population d'exposition aux âges élevées, contrairement aux hommes (ayant une espérance de vie moindre). Rappelons, que la mortalité de la femme est inférieure à celles des hommes au regard du climat. En particulier, lors des périodes de forte chaleur la différence de mortalité se matérialise significativement au profit des femmes, en raison du fait que les hommes sont plus exposés à la déshydratation.

En sommes selon nos estimations, à prendre avec la plus extrême prudence, nous nous attendons à observer tous sexes confondus, entre 326 et 1 606 décès annuels supplémentaires du fait du changement climatique. En comparaison aux estimations de l'OMS (rapporté au niveau de la population française), les estimations que nous avons réalisées semblent légèrement sous-estimer le nombre de décès annuels supplémentaires. En effet, selon l'OMS nous nous attendons à avoir 2 134 décès supplémentaires rapportés au niveau de la population française, dus à des facteurs tels que le stress thermique. Rappelons que les estimations réalisées ne tiennent pas compte d'une part de la tendance d'évolution de la population française d'exposition, aussi de l'évolution de la part des décès liés à la température et également en toute fin de la capacité humaine d'adaptation aux évolutions du climat.

5 Application à un portefeuille de rentiers

La tarification des contrats de retraite dépend principalement de l'espérance de vie des assurés. Or nous avons pu voir précédemment, que l'intégration des facteurs de température, que nous avons réalisé, dans les modèles de mortalité impliquent des taux de mortalité plus élevés, et donc une réduction de l'espérance de vie des assurés. C'est en cela que nous allons dans cette section du mémoire chercher à évaluer l'impact des facteurs de température à la population d'un portefeuille de rentiers.

5.1 POSITIONNEMENT DES DONNEES D'EXPERIENCE PAR RAPPORT A UNE TABLE DE REFERENCE

La table d'expérience que nous avons produite est issue des données d'expérience que nous avons collectées. Nous avons observé, ici, les contrats présents dans un portefeuille de retraite et donc le nombre d'assurés survivants et le nombre de décès des assurés. Les statistiques descriptives des données d'expérience sont présentées via le tableau ci-après. La population d'observation est majoritairement masculine avec un âge moyen de 70 ans pour les hommes et 71 ans pour les femmes.

	2013	2014	2015	2016	2017	2018
Hommes						
Exposition	113 222	111 014	107 861	103 414	97 287	90 984
Age moyen de l'exposition	65,5	66,4	67,2	68,2	69,2	70,4
Décès observés	1 174	1 280	1 403	1 427	1 502	1 242
Age moyen au décès	79,0	78,7	78,5	78,7	79,3	79,1
Taux de décès bruts observés (%)	1,0369	1,1530	1,3007	1,3799	1,5439	1,3651
Femmes						
Exposition	56 328	55 315	53 888	51 747	48 523	44 702
Age moyen de l'exposition	65,7	66,6	67,5	68,5	69,6	71,0
Décès observés	533	514	606	629	650	530
Age moyen au décès	82,3	83,7	83,2	84,1	84,0	84,2
Taux de décès bruts observés (%)	0,94624	0,92922	1,12454	1,12551	1,33956	1,18561

Tableau 19 : Statistiques descriptive des données d'expérience

En complément, nous avons construit les taux bruts annuels de la population d'expérience (en s'appuyant sur l'estimateur paramétrique des moments de **HOEM**) sur la période d'observation allant de

2013 à 2018, et couvrant la fourchette d'âge allant de 62 ans à 95 ans.

Par la suite, nous avons cherché à établir un lien entre la table d'expérience et la table de référence (issu du modèle proposé). Il existe différents modèles à référence externe qui ont notamment été mis en évidence par **THOMAS ET PLANCHET (2014)**, dont le modèle de positionnement dit du *Standardized Mortality Ratio* (SMR). Cette relation consiste à appliquer un coefficient unique multiplicatif d'abattement ou de majoration des taux de mortalité de la table de référence pour obtenir une table d'expérience ajustée ne présentant aucune irrégularité du fait des données d'expérience.

Les taux de mortalité ajustés sont obtenus par la formulation suivante :

$${}_tq_x^{ajusté} = SMR * {}_tq_x^{référence}$$

Où SMR est défini par la formule suivante :

$$SMR = \frac{\sum_{x,t} D(x, t)}{\sum_{x,t} ER(x, t) * {}_tq_x^{référence}}$$

Le SMR est donc le ratio entre le nombre de décès observés via les données d'expérience et le nombre de décès de la table référence. Nous obtenons les résultats suivants pour le SMR selon le sexe de la population.

Standardized Mortality Ratio	Homme	Femme
Modèle proposé	59,55%	64,41%

Tableau 20 : Résultats obtenus du Standardized Mortality Ratio

Les résultats obtenus sont inférieurs à 1. On peut légitimement en conclure que la table de référence surestime le nombre de décès de notre portefeuille d'expérience. Cette conclusion est cohérente avec le fait que nous avons construit la table de référence en s'appuyant sur les données de la mortalité générale de la population française.

5.2 IMPACT DU MODELE PROPOSE

La valeur actuarielle de l'engagement d'un assureur qui doit verser à un assuré d'âge x un montant R tous les ans pendant n années se formule ainsi :

$$VAP = \sum_{k=1}^n R \times \underbrace{\frac{1}{(1+i)^k}}_{\text{actualisation financière}} \times \underbrace{\frac{l_{x+k}}{l_x}}_{\text{Proba de vie}} = R \sum_{k=1}^n \frac{D_{x+k}}{D_x} = R \sum_{k=1}^n {}_kE_x = R \times a_{x:\bar{n}}$$

Où :

- **R**: représente le montant de la rente versée annuellement.
- **i** : correspond au taux d'intérêt.

En cas de rente viagère, c'est-à-dire en cas de rente versée tant que le bénéficiaire est en vie, la valeur actuarielle de l'engagement s'écrit ainsi :

$$VAP = R \sum_{k=1}^{\infty} {}_kE_x = R \times a_x$$

En supposant $i = 0\%$ dans les équations précédentes, nous retrouvons la formulation mathématique de l'espérance de vie.

Le tableau ci-après présente sur la population d'expérience l'espérance de vie à 70 ans pour les hommes et 71 ans pour les femmes à différentes années (2018, 2023, 2028, 2033 et 2038).

Espérance de vie des hommes	2018	2023	2028	2033	2038
Modèle proposé - Scénario central (+0,8°C)	19,354	19,090	18,523	17,793	17,071
Modèle proposé - Scénario alternatif 1 (+0,9°C)	19,354	19,089	18,521	17,791	17,068
Modèle proposé - Scénario alternatif 2 (+1,1°C)	19,354	19,088	18,519	17,787	17,063
Modèle proposé - Scénario alternatif 3 (+1,3°C)	19,354	19,086	18,516	17,783	17,058

Tableau 21 : Evolution de l'espérance de vie des hommes de la population d'expérience

Espérance de vie des femmes	2018	2023	2028	2033	2038
Modèle proposé - Scénario central (+0,8°C)	20,931	20,755	20,247	19,374	18,276
Modèle proposé - Scénario alternatif 1 (+0,9°C)	20,931	20,745	20,245	19,371	18,274
Modèle proposé - Scénario alternatif 2 (+1,1°C)	20,931	20,743	20,241	19,366	18,268
Modèle proposé - Scénario alternatif 3 (+1,3°C)	20,931	20,742	20,238	19,361	18,262

Tableau 22 : Evolution de l'espérance de vie des femmes de la population d'expérience

A priori, selon les estimations du modèle proposé, l'inaction de l'homme face aux évolutions de la température et ses conséquences sur la mortalité humaine pourraient représenter un impact à la diminution de l'espérance de vie du portefeuille d'expérience de 0,8 années sur les 10 prochaines années, et de plus de 2 années sur les 20 prochaines années.

Conclusion

A travers ce mémoire, nous avons tenté d'éclaircir le lecteur sur la relation de type U entre le climat et la mortalité. Puis nous avons présenté le modèle présenté par **SEKLECKA, PANTELOUS ET O'HARE** et avons proposé une version dérivée de ce modèle visant à améliorer la performance du modèle vis-à-vis de la problématique d'évaluation de la sensibilité de la mortalité aux évolutions de la température.

Les résultats de l'analyse critique du modèle proposé au regard des critères de satisfaction d'un modèle de mortalité stochastique (formulé par **CAIRNS ET AL. (2008)**) ont confirmé la formulation du modèle proposé et les paramètres complémentaires introduits, dans le but de limiter l'observation aux seules causes de décès faibles et spécifiques aux personnes âgées et ayant une corrélation de type négative avec l'évolution de l'indice temporel. Entre autres, le risque paramétrique n'était pas significatif lors de l'ajustement et de la prévision des processus stochastiques du modèle.

Néanmoins, au regard de l'exercice visant à évaluer selon différents scénarios l'impact des évolutions de la température sur la mortalité, le modèle proposé présente deux limitations phares. La première, d'ordre opérationnel, vient de la nécessité de disposer d'un facteur exogène et dépendant du temps, alors même que le package *StMoMo*, malgré ses nombreux atouts, ne permet pas de modéliser des modèles de mortalité stochastique présentant un tel facteur exogène. La deuxième limitation, d'ordre structurel, émane du fait que le modèle proposé capture différentes causes de décès ayant les mêmes impacts sur la mortalité que le changement climatique, et qui ne se limitent pas qu'aux causes de décès propre à l'évolution de la température.

Bien que nous ayons pu proposer des solutions face à ces contraintes, rappelons que les estimations réalisées ne tiennent pas compte de la tendance d'évolution de la population française d'exposition, de l'évolution de la part des décès liés à la température et également de la capacité humaine d'adaptation aux évolutions du climat. Ces trois éléments par soucis de simplification ont été jugés comme n'évoluant pas lors des projections. Selon nos estimations, à prendre avec la plus extrême prudence, nous nous attendons à observer tous sexes confondus, entre 326 et 1 606 décès annuels supplémentaires du fait du changement climatique sur les 20 prochaines années. Ces évaluations ne reflètent peut-être qu'une situation transitoire, correspondant à la phase initiale d'un réchauffement, avant qu'un nouvel équilibre puisse être trouvé par l'action ou l'inaction de l'homme au regard des évolutions du climat.

En tout état de cause, les travaux sur l'intégration de facteurs liés à la température dans la modélisation du risque de mortalité représentent une nouveauté récente dans la littérature et suggère que cette analyse soit intensifiée dans le cadre d'études ultérieures. Une piste qui pourrait être étudiée serait l'application des approches d'apprentissage du big data basée sur la segmentation des causes de décès, en particulier celle issues du changement climatique. La disponibilité et l'accessibilité aux données sur la température mais également sur les causes de décès seront alors l'enjeu primordial de ces futures études.

Annexes

Tableau 23 : Résultats des tests significativité de la relation entre la température et la mortalité (p-value)

Age	Mortalité Hommes				Mortalité Femmes			
	Température moyenne	Température minimale	Température maximale	Température Nb > 20°	Température moyenne	Température minimale	Température maximale	Température Nb > 20°
0	0,2662	0,0015	0,0000	0,0021	0,2444	0,0018	0,0000	0,0024
1	0,1430	0,0069	0,0000	0,0113	0,1141	0,0103	0,0000	0,0160
2	0,5261	0,0015	0,0000	0,0002	0,3454	0,0016	0,0000	0,0012
3	0,8918	0,0022	0,0000	0,0000	0,6167	0,0012	0,0000	0,0002
4	0,7983	0,0012	0,0000	0,0000	0,7822	0,0009	0,0000	0,0001
5	0,7508	0,0005	0,0000	0,0000	0,9479	0,0021	0,0000	0,0000
6	0,5684	0,0006	0,0000	0,0000	0,8225	0,0008	0,0000	0,0000
7	0,4703	0,0014	0,0000	0,0000	0,4799	0,0010	0,0000	0,0000
8	0,5337	0,0013	0,0000	0,0000	0,3059	0,0028	0,0000	0,0000
9	0,5486	0,0011	0,0000	0,0000	0,6522	0,0040	0,0000	0,0000
10	0,5782	0,0005	0,0000	0,0000	0,8857	0,0104	0,0000	0,0000
11	0,4583	0,0029	0,0000	0,0000	0,9664	0,0027	0,0000	0,0000
12	0,6720	0,0029	0,0000	0,0000	0,8557	0,0009	0,0000	0,0000
13	0,5122	0,0087	0,0000	0,0000	0,6567	0,0058	0,0000	0,0002
14	0,7526	0,0041	0,0000	0,0000	0,6109	0,0030	0,0000	0,0000
15	0,3864	0,0029	0,0000	0,0000	0,6495	0,0058	0,0000	0,0000
16	0,0428	0,0091	0,0000	0,0000	0,2152	0,0121	0,0000	0,0000
17	0,0124	0,0232	0,0000	0,0000	0,3474	0,0091	0,0000	0,0000
18	0,0027	0,0849	0,0000	0,0000	0,1130	0,0176	0,0000	0,0000
19	0,0044	0,0967	0,0000	0,0000	0,3453	0,0019	0,0000	0,0000
20	0,0032	0,1436	0,0000	0,0000	0,7861	0,0028	0,0000	0,0000
21	0,0060	0,1312	0,0000	0,0000	0,9179	0,0068	0,0000	0,0000
22	0,0234	0,0357	0,0000	0,0000	0,9857	0,0043	0,0000	0,0000
23	0,0365	0,0032	0,0000	0,0000	0,6909	0,0048	0,0000	0,0001
24	0,2028	0,0123	0,0000	0,0000	0,7908	0,0056	0,0000	0,0002
25	0,2216	0,0119	0,0000	0,0000	0,6469	0,0032	0,0000	0,0003
26	0,3056	0,0016	0,0000	0,0000	0,6536	0,0040	0,0000	0,0005
27	0,4031	0,0062	0,0000	0,0000	0,5436	0,0069	0,0000	0,0004
28	0,4583	0,0070	0,0000	0,0000	0,5715	0,0041	0,0000	0,0005
29	0,4957	0,0103	0,0000	0,0000	0,6483	0,0021	0,0000	0,0002
30	0,4357	0,0044	0,0000	0,0000	0,5885	0,0027	0,0000	0,0004

Age	Mortalité Hommes				Mortalité Femmes			
	Température moyenne	Température minimale	Température maximale	Température Nb > 20°	Température moyenne	Température minimale	Température maximale	Température Nb > 20°
31	0,5015	0,0034	0,0000	0,0000	0,5450	0,0031	0,0000	0,0006
32	0,9084	0,0066	0,0000	0,0000	0,6660	0,0038	0,0000	0,0002
33	0,4124	0,0015	0,0000	0,0000	0,5162	0,0032	0,0000	0,0005
34	0,6437	0,0055	0,0000	0,0000	0,5356	0,0024	0,0000	0,0005
35	0,5841	0,0089	0,0000	0,0000	0,6409	0,0019	0,0000	0,0003
36	0,2847	0,0012	0,0000	0,0000	0,8051	0,0005	0,0000	0,0001
37	0,5556	0,0043	0,0000	0,0000	0,5534	0,0017	0,0000	0,0002
38	0,3454	0,0022	0,0000	0,0000	0,5434	0,0010	0,0000	0,0002
39	0,2526	0,0015	0,0000	0,0000	0,6227	0,0031	0,0000	0,0001
40	0,3397	0,0029	0,0000	0,0000	0,9382	0,0012	0,0000	0,0001
41	0,2315	0,0020	0,0000	0,0000	0,7435	0,0019	0,0000	0,0001
42	0,2494	0,0028	0,0000	0,0000	0,7415	0,0007	0,0000	0,0002
43	0,2693	0,0068	0,0000	0,0000	0,8774	0,0016	0,0000	0,0000
44	0,1997	0,0024	0,0000	0,0000	0,8548	0,0016	0,0000	0,0000
45	0,3085	0,0032	0,0000	0,0000	0,8217	0,0018	0,0000	0,0000
46	0,2847	0,0026	0,0000	0,0000	0,7607	0,0007	0,0000	0,0001
47	0,2379	0,0010	0,0000	0,0000	0,7284	0,0010	0,0000	0,0000
48	0,1917	0,0015	0,0000	0,0000	0,8401	0,0010	0,0000	0,0000
49	0,2526	0,0011	0,0000	0,0000	0,9319	0,0008	0,0000	0,0000
50	0,3243	0,0005	0,0000	0,0000	0,8136	0,0006	0,0000	0,0001
51	0,2583	0,0004	0,0000	0,0000	0,8090	0,0003	0,0000	0,0001
52	0,2280	0,0002	0,0000	0,0000	0,8037	0,0007	0,0000	0,0001
53	0,3126	0,0001	0,0000	0,0000	0,8475	0,0005	0,0000	0,0001
54	0,2585	0,0002	0,0000	0,0000	0,8195	0,0007	0,0000	0,0001
55	0,2813	0,0001	0,0000	0,0000	0,7679	0,0007	0,0000	0,0000
56	0,3490	0,0001	0,0000	0,0000	0,8375	0,0005	0,0000	0,0000
57	0,2982	0,0001	0,0000	0,0000	0,8415	0,0006	0,0000	0,0000
58	0,2660	0,0001	0,0000	0,0000	0,9106	0,0005	0,0000	0,0000
59	0,3165	0,0001	0,0000	0,0000	0,8139	0,0003	0,0000	0,0001
60	0,2415	0,0001	0,0000	0,0000	0,7789	0,0004	0,0000	0,0001
61	0,2198	0,0001	0,0000	0,0000	0,8611	0,0004	0,0000	0,0000
62	0,2378	0,0002	0,0000	0,0000	0,9291	0,0004	0,0000	0,0000
63	0,2215	0,0002	0,0000	0,0000	0,8410	0,0004	0,0000	0,0001
64	0,2600	0,0005	0,0000	0,0000	0,8439	0,0006	0,0000	0,0000
65	0,2534	0,0004	0,0000	0,0000	0,9414	0,0004	0,0000	0,0000
66	0,2643	0,0004	0,0000	0,0000	0,9413	0,0004	0,0000	0,0000

Age	Mortalité Hommes				Mortalité Femmes			
	Température moyenne	Température minimale	Température maximale	Température Nb > 20°	Température moyenne	Température minimale	Température maximale	Température Nb > 20°
67	0,2243	0,0005	0,0000	0,0000	0,9147	0,0005	0,0000	0,0000
68	0,2171	0,0005	0,0000	0,0000	0,9711	0,0004	0,0000	0,0000
69	0,2370	0,0004	0,0000	0,0000	0,9982	0,0004	0,0000	0,0000
70	0,1998	0,0005	0,0000	0,0000	0,9408	0,0004	0,0000	0,0000
71	0,2106	0,0006	0,0000	0,0000	0,9463	0,0004	0,0000	0,0000
72	0,2338	0,0006	0,0000	0,0000	0,9505	0,0005	0,0000	0,0000
73	0,2400	0,0007	0,0000	0,0000	0,8647	0,0004	0,0000	0,0000
74	0,2084	0,0005	0,0000	0,0000	0,7877	0,0003	0,0000	0,0000
75	0,2395	0,0005	0,0000	0,0000	0,7529	0,0004	0,0000	0,0000
76	0,2187	0,0002	0,0000	0,0000	0,7583	0,0003	0,0000	0,0000
77	0,2070	0,0002	0,0000	0,0000	0,6986	0,0003	0,0000	0,0000
78	0,2440	0,0003	0,0000	0,0000	0,6513	0,0003	0,0000	0,0000
79	0,2296	0,0002	0,0000	0,0000	0,6386	0,0002	0,0000	0,0000
80	0,2227	0,0002	0,0000	0,0000	0,5774	0,0002	0,0000	0,0000
81	0,2167	0,0002	0,0000	0,0000	0,5543	0,0002	0,0000	0,0000
82	0,2523	0,0002	0,0000	0,0000	0,5414	0,0002	0,0000	0,0000
83	0,2414	0,0001	0,0000	0,0000	0,5038	0,0002	0,0000	0,0000
84	0,2797	0,0001	0,0000	0,0000	0,4558	0,0002	0,0000	0,0000
85	0,3115	0,0001	0,0000	0,0000	0,4796	0,0002	0,0000	0,0000
86	0,2883	0,0002	0,0000	0,0000	0,4649	0,0002	0,0000	0,0000
87	0,3202	0,0001	0,0000	0,0000	0,4476	0,0001	0,0000	0,0000
88	0,4865	0,0002	0,0000	0,0000	0,4195	0,0002	0,0000	0,0000
89	0,3429	0,0001	0,0000	0,0000	0,3965	0,0001	0,0000	0,0000
90	0,3145	0,0001	0,0000	0,0000	0,4113	0,0001	0,0000	0,0000
91	0,3058	0,0002	0,0000	0,0000	0,3559	0,0002	0,0000	0,0000
92	0,3814	0,0000	0,0000	0,0000	0,4115	0,0001	0,0000	0,0000
93	0,5554	0,0001	0,0000	0,0000	0,4022	0,0001	0,0000	0,0000
94	0,3118	0,0000	0,0000	0,0001	0,3825	0,0001	0,0000	0,0000
95	0,5617	0,0010	0,0000	0,0001	0,5017	0,0005	0,0000	0,0000
96	0,2182	0,0008	0,0000	0,0027	0,4810	0,0001	0,0000	0,0000
97	0,5667	0,0002	0,0000	0,0325	0,2699	0,0000	0,0000	0,0000
98	0,2192	0,1406	0,0012	0,1258	0,4260	0,0000	0,0000	0,0001
99	0,3663	0,5697	0,0525	0,1864	0,6020	0,0944	0,0018	0,0373
100	0,5363	0,0000	0,0000	0,0041	0,9302	0,0000	0,0000	0,0075

Figure 36 : Projection sur l'horizon de temps 2018-2038 des paramètres du modèle proposé pour les hommes

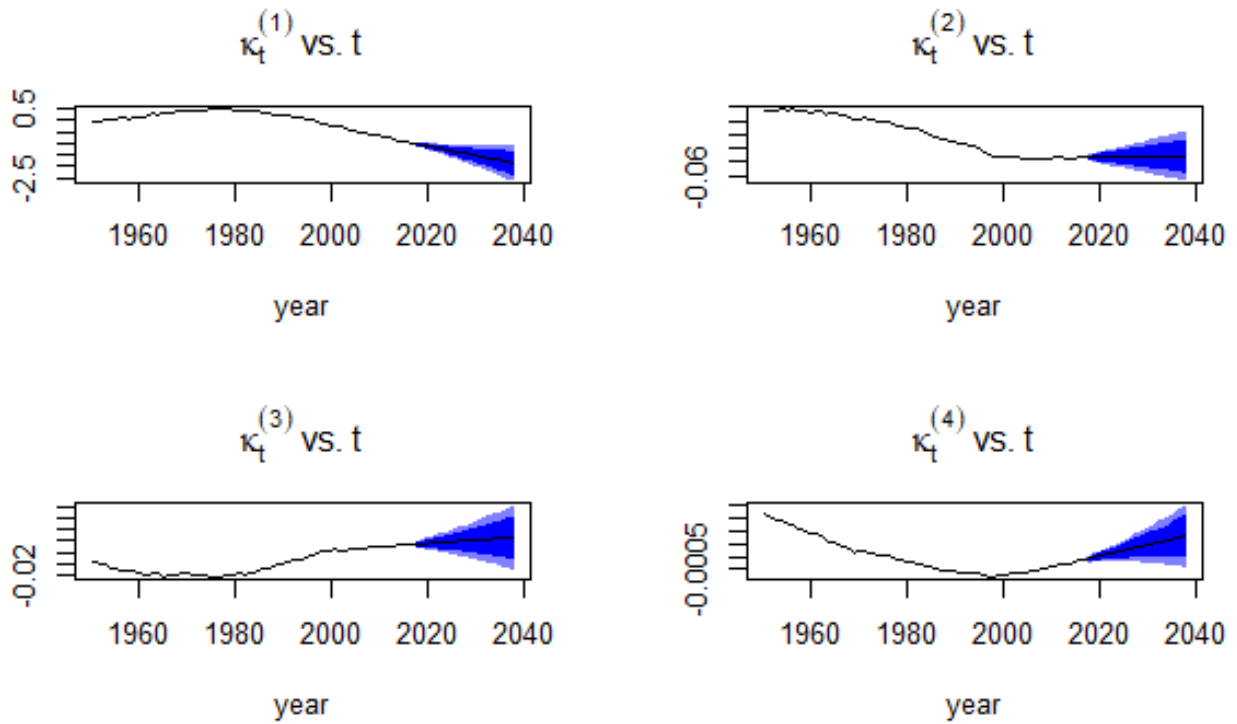


Figure 37 : Projection sur l'horizon de temps 2018-2038 des paramètres du modèle proposé pour les femmes

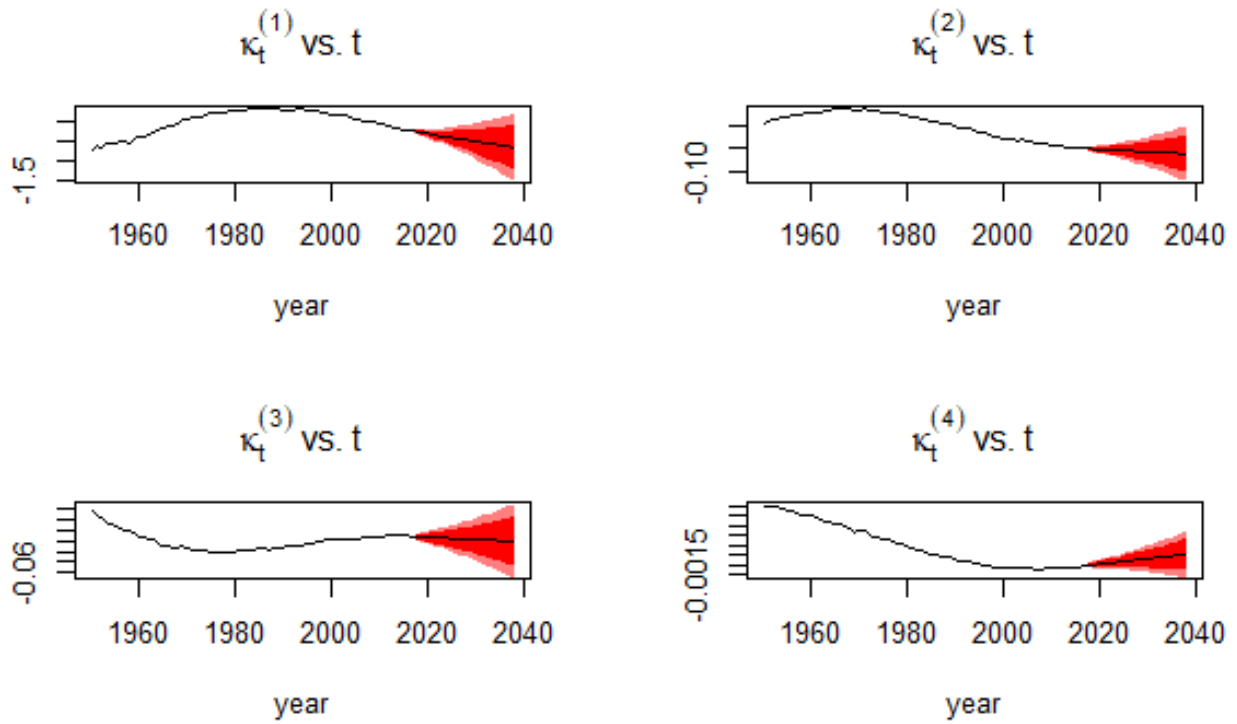


Tableau 24 : Distribution complète du niveau de surmortalité projetée sur la base de la population française d'exposition de 2017 et des impacts de la sensibilité du paramètre $k_t^{(4)}$ par classe d'âges et selon le scénario alternatif retenu

Age	Mortalité Hommes						Mortalité Femmes					
	Scénario alternatif 1 (+0,9°C)		Scénario alternatif 2 (+1,1°C)		Scénario alternatif 3 (+1,3°C)		Scénario alternatif 1 (+0,9°C)		Scénario alternatif 2 (+1,1°C)		Scénario alternatif 3 (+1,3°C)	
	2028	2038	2028	2038	2028	2038	2028	2038	2028	2038	2028	2038
45	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
46	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
47	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
48	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
49	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
50	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
51	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
52	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
53	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
54	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
55	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
56	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
57	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
58	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
59	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
60	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
61	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
62	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
63	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0
64	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0
65	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1
66	0	0	1	1	1	2	0	0	0	0	0	1
67	0	1	1	1	2	2	0	0	0	1	1	1
68	0	1	1	2	2	3	0	0	0	1	1	1
69	1	1	1	2	2	4	0	0	0	1	1	1
70	1	1	2	3	3	4	0	0	1	1	1	2
71	1	1	2	3	3	5	0	0	1	1	1	2
72	1	1	2	3	3	5	0	0	1	1	1	2
73	1	1	2	3	3	6	0	0	1	1	1	2
74	1	2	2	4	3	7	0	0	1	2	1	3
75	1	2	2	5	4	7	0	0	1	2	1	3
76	1	2	2	5	4	8	0	0	1	2	2	3
77	1	3	3	7	5	11	0	1	1	3	2	5

Age	Mortalité Hommes						Mortalité Femmes					
	Scénario alternatif 1 (+0,9°C)		Scénario alternatif 2 (+1,1°C)		Scénario alternatif 3 (+1,3°C)		Scénario alternatif 1 (+0,9°C)		Scénario alternatif 2 (+1,1°C)		Scénario alternatif 3 (+1,3°C)	
	2028	2038	2028	2038	2028	2038	2028	2038	2028	2038	2028	2038
78	1	3	3	8	6	13	0	1	1	3	2	6
79	1	4	4	9	6	15	1	1	2	4	3	7
80	2	4	4	11	7	18	1	1	2	5	3	8
81	2	5	5	13	8	21	1	1	2	6	4	10
82	2	6	5	15	9	24	1	1	3	7	5	12
83	2	7	6	17	10	27	1	2	3	8	6	14
84	3	7	7	19	11	31	1	2	4	9	7	17
85	3	8	7	21	12	34	2	2	4	11	8	19
86	3	9	8	23	12	37	2	3	5	12	9	22
87	3	9	8	23	13	38	2	3	6	13	9	24
88	3	9	8	24	13	38	2	3	6	14	10	26
89	3	9	8	23	13	38	2	3	6	15	11	27
90	3	9	8	23	13	38	2	3	7	16	11	28
91	3	9	8	23	13	37	2	3	7	16	12	30
92	3	8	8	22	12	35	2	4	7	17	12	31
93	3	8	7	20	11	33	2	4	7	17	12	31
94	3	7	7	19	11	30	2	4	7	17	12	31
95	2	7	6	17	10	27	2	3	7	16	12	29
96	2	5	5	14	8	23	2	3	7	15	11	27
97	1	4	3	10	6	16	2	2	5	11	9	20
98	1	2	2	5	3	8	1	1	3	6	5	11
99	0	1	1	3	2	5	1	1	2	5	4	9
100	0	1	1	2	1	4	1	1	2	4	3	7
Total	59	158	152	406	247	659	39	55	115	262	192	474

Bibliographie

Données :

Human Mortality Database. University of California, Berkeley (USA), and Max Planck Institute for Demographic Research (Germany). Available at www.mortality.org or www.humanmortality.de (data downloaded on 2020).

GISTEMP Team, 2020: GISS Surface Temperature Analysis (GISTEMP), version 4. NASA Goddard Institute for Space Studies. Dataset accessed 20YY-MM-DD at data.giss.nasa.gov/gistemp/.

Etudes, thèses et mémoires :

BARRIEU Pauline, BENSUSAN Harry, EI KAROUI Nicole, HILLAIRET Caroline, LOISEL Stéphane, RAVANELLI Claudia, SALHI Yahia (2010). *Understanding, Modelling and Managing Longevity Risk: Key Issues and Main Challenges*. Scandinavian Actuarial Journal, Taylor & Francis (Routledge), 2012, 2012 (3), pp.203-231. hal-00417800v2.

BESANCENOT Jean-Pierre (2000). La mortalité selon le contexte thermique Réalité présente et scénarios pour le XXIème siècle - Le cas de la France. Rapport final. Centre Universitaire d'Épidémiologie de Population - Faculté de Médecine – Dijon.

BESANCENOT Jean-Pierre (2003). Impact sanitaire de la vague de chaleur d'août 2003 : premiers résultats et travaux à mener. Ministère de la santé de la famille et des personnes handicapées - Institut de veille sanitaire – BEH N°45-46/2003.

FORD David, ASHTON Bradley, AUDLEY Kyle, QAZVINI Marjan, YUAN Yixuan and McLINTOCK Yvonne (2019). *A Practical Guide to Climate Change for Life Actuaries*. Institute and Faculty of Actuaries.

FRATONI Lorenzo (2018). *Temperature impact on stochastic mortality modelling in Italy*. Sapienza Università di Roma.

GIEC, (2014) : Changements climatiques 2014 : Rapport de synthèse. Contribution des Groupes de travail I, II et III au cinquième Rapport d'évaluation du Groupe d'experts intergouvernemental sur l'évolution du climat [Sous la direction de l'équipe de rédaction principale, R.K. Pachauri et L.A. Meyer]. GIEC, Genève, Suisse, 161 p.

HAUER Mathew E. & SANTOS Alexis R. (2019). *Inaction on climate change projected to reduce European life expectancy*. Department of Sociology, Florida State University and Human Development and Family Studies, Pennsylvania State University.

IAA - International Actuarial Association (2017). *Climate change on mortality*. Scientific Committee of the IAA.

IAIS - International Association of Insurance Supervisors (2020). *Application Paper on the Supervision of Climate-related Risks in the Insurance Sector*.

PASCARIU Marius D. (2018). *Modeling and forecasting mortality*. University of Southern Denmark - Faculty of Health Sciences.

PITACCO Ermanno (2003). *Survival models in actuarial mathematics: from Halley to longevity risk*. Dipartimento di Matematica Applicata "B. de Finetti", University of Trieste.

PLANCHET F. (2005). Tables de mortalité d'expérience pour des portefeuilles de rentiers. Note méthodologique de l'Institut des Actuaire.

PLANCHET F. (2006). Construction des tables de mortalité d'expérience pour les portefeuilles de rentiers – présentation de la méthode de construction. Note méthodologique de l'Institut des Actuaire.

PLAT, H.J. (2011). *Essays on valuation and risk management for insurers*. University of Amsterdam.

PRA – Prudential Regulation Authority (2019). *Life Insurance Stress Test 2019*, Scenario Specification, Guidelines and Instructions.

SEKLECKA Malgorzata, PANTELOUS Athanasios A. & O'HARE Colin (2015). *Financial consequences of temperature changes on mortality: International evidence*. University of Liverpool and Monash University.

SEKLECKA Malgorzata, PANTELOUS Athanasios A. & O'HARE Colin (2017). *Mortality Effects of Temperature Changes in the United Kingdom*. University of Liverpool and Monash University.

SEKLECKA Malgorzata, PANTELOUS Athanasios A. & O'HARE Colin (2018). *The Impact of Parameter Uncertainty in Insurance Pricing and Reserve with the Temperature-Related Mortality Model*. Monash University - Department of Econometrics and Business Statistics.

TCFD - Task force on Climate-related Financial Disclosures (2017). *Recommendations of the Task Force on Climate related Financial Disclosures*. Final Report.

VILLEGAS RAMIREZ Andres (2015). *Mortality: modelling, socio-economic differences and basis risk*. (Unpublished Doctoral thesis, City University London).

VILLEGAS RAMIREZ Andres, KAISHEV Vladimir, MILLOSOVICH Pietro (2015). *StMoMo: An R Package for Stochastic Mortality Modelling*. City University London.

VILLEGAS Andres, HABERMAN Steven, KAISHEV Vladimir & MILLOSOVICH Pietro (2017). *A comparative study of two population models for the assessment of basis risk in longevity hedges*. City University London.

Articles :

LE ROY LADURIE Emmanuel, ROUSSEAU Daniel (2009). Impact du climat sur la mortalité en France, de 1680 à l'époque actuelle. *La météorologie*, N° 64, page 43-53.

Langages :

R CORE TEAM (2018). R: A Language and Environment for Statistical Computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. Version 4.0.2.

VILLEGAS, A. M., KAISHEV, V., et MILLOSSOVICH, P. (2017). StMoMo: An R Package for Stochastic Mortality Modelling. R package version 0.4.1.

Index des schémas

Figure 1 : Les trois composantes du risque de longévité	23
Figure 2 : Cotisations par type d'assurance en cas de vie et de décès en 2018 (source FFA).....	24
Figure 3 : Dimension d'analyse du risque de mortalité (représentation des effets Age – Période – Cohorte)	28
Figure 4 : Chronologie des premiers modèles de mortalité (Source : Modelling and forecasting mortality – Marius D. Pascariu)	30
Figure 5 : Vue globale des modèles de mortalité stochastique (Source : A comparative study of two population models for the assessment of basis risk in longevity hedges - VILLEGAS Andres, HABERMAN Steven, KAISHEV Vladimir & MILLOSOVICH Pietro).....	33
Figure 6 : Evolution des taux de mortalité observés de 1950 à 2017 sur la population française	40
Figure 7 : Evolution de l'espérance de vie à 65 ans, et représentation des taux de mortalité observés sur 2017 par âge	40
Figure 8 : Estimation des paramètres du modèle LC (homme et femme)	42
Figure 9 : Estimation du paramètre $\gamma t - x$ (effet cohorte) du modèle APC	43
Figure 10 : Estimation des paramètres du modèle PLAT (population masculine)	44
Figure 11 : Estimation des paramètres du modèle PLAT (population féminine)	45
Figure 12 : Diagramme de dispersion des résidus du modèle LC (hommes)	46
Figure 13 : Diagramme de dispersion des résidus du modèle LC (femmes)	47
Figure 14 : Projection de l'indice temporel $kt(1)$ d'évolution de la mortalité pour le modèle LC.....	49
Figure 15 : Facteurs déterminants des incidences liées au climat (source : 5ème rapport de synthèse du GIEC)	50
Figure 16 : Vagues de chaleur observées en France de 1947 à 2019 (source : Météo France)	53
Figure 17 : Vagues de froid observées en France de 1947 à 2018 (source : Météo France)	54
Figure 18 : Evolution de la température moyenne de 1950 à 2017 selon différentes stations météorologiques.....	55
Figure 19 : Evolution de la température sur la France de 1950 à 2018.....	56
Figure 20 : Relation température-mortalité en France (source : La mortalité selon le contexte thermique – Jean-Pierre Besancenot)	57

Figure 21 : Corrélation de Pearson et de Spearman sur les variables température et mortalité	60
Figure 22 : Evolution projetée de la température moyenne à la surface du globe par rapport à la période de référence de 1986-2005 (source : 5ème rapport de synthèse du GIEC)	62
Figure 23 : Identification des paramètres représentant le taux de mortalité central αx et l'effet de cohorte $\gamma t - x$ sur les hommes	71
Figure 24 : Identification des paramètres représentant le taux de mortalité central αx et l'effet de cohorte $\gamma t - x$ sur les femmes	71
Figure 25 : Identification des indices temporel d'évolution de la mortalité dans l'espace-temps sur les hommes	72
Figure 26 : Identification des indices temporel d'évolution de la mortalité dans l'espace-temps sur les femmes	73
Figure 27 : Projections des taux de mortalité en sortie du modèle SPO	76
Figure 28 : Evaluation des paramètres du modèle proposé sur les hommes	79
Figure 29 : Evaluation des paramètres du modèle proposé sur les femmes	80
Figure 30 : Dispersion des résidus du modèle proposé sur les hommes	81
Figure 31 : Dispersion des résidus du modèle proposé sur les femmes	81
Figure 32 : Projection de la mortalité selon le modèle proposé.....	83
Figure 33 : Incertitude autour des paramètres du modèle proposé	84
Figure 34 : Incertitude autour des trajectoires simulées du modèle proposé sur les 20 prochaines années	85
Figure 35 : Simulation aléatoire de 20 trajectoires d'évolution du paramètre $kt(4)$ et impact sur les trajectoires d'évolution des taux de mortalité (hommes et femmes).....	87
Figure 36 : Projection sur l'horizon de temps 2018-2038 des paramètres du modèle proposé pour les hommes	99
Figure 37 : Projection sur l'horizon de temps 2018-2038 des paramètres du modèle proposé pour les femmes	100

Index des tableaux

Tableau 1 : Premiers modèles de mortalité	31
Tableau 2 : Critère de satisfaction d'un modèle de mortalité stochastique (Plat, H.J., Essays on valuation and risk management for insurers)	38
Tableau 3 : Critère d'information MAPE en sortie des modèles LC, APC, PLAT et OAL.....	47
Tableau 4 : Critère d'information AIC en sortie des modèles LC, APC, PLAT et OAL.....	48
Tableau 5 : Critère d'information BIC en sortie des modèles LC, APC, PLAT et OAL.....	48
Tableau 6 : Evolution projetée de la température moyenne à la surface du globe pour le milieu et la fin du XXIe siècle par rapport à la période de référence 1986-2005 (source : 5ème rapport de synthèse du GIEC)	62
Tableau 7 : Trajectoire d'évolution de la température et scénarios alternatifs au RCP.....	64
Tableau 8 : Impact des risques de transition et physiques sur les principales catégories de risques	66
Tableau 9 : Détermination des paramètres α et cx du modèle SPO	68
Tableau 10 : Evaluation de la qualité d'ajustement du modèle SPO	74
Tableau 11 : Structure des processus ARIMA pour la projection de la série stochastique des kt du modèle SPO.....	75
Tableau 12 : Valeurs des paramètres cx et α retenues dans le cadre du modèle proposé	78
Tableau 13 : Evaluation de la qualité d'ajustement du modèle proposé.....	82
Tableau 14 : Structure des processus ARIMA pour la projection de la série stochastique des kt du modèle proposé.....	82
Tableau 15 : Niveau de satisfaction du modèle proposé selon les critères de Cairns et al. (2008)	86
Tableau 16 : Sensibilité du modèle proposé à une variation du paramètre $kt(4)$ qui correspondrait au scénario alternatif d'évolution de la température de +0,9°C.....	89
Tableau 17 : Sensibilité du modèle proposé à une variation du paramètre $kt(4)$ qui correspondrait au scénario alternatif d'évolution de la température de +1,1°C.....	89
Tableau 18 : Sensibilité du modèle proposé à une variation du paramètre $kt(4)$ qui correspondrait au scénario alternatif d'évolution de la température de +1,3°C.....	90
Tableau 19 : Statistiques descriptive des données d'expérience	92
Tableau 20 : Résultats obtenus du Standardized Mortality Ratio.....	93

Tableau 21 : Evolution de l'espérance de vie des hommes de la population d'expérience	94
Tableau 22 : Evolution de l'espérance de vie des femmes de la population d'expérience	94
Tableau 23 : Résultats des tests significativité de la relation entre la température et la mortalité (p-value)	96
Tableau 24 : Distribution complète du niveau de surmortalité projetée sur la base de la population française d'exposition de 2017 et des impacts de la sensibilité du paramètre $kt(4)'$ par classe d'âges et selon le scénario alternatif retenu	101

Index des formules

Équation 1 : Modèle de Lee et Carter	34
Équation 2 : Modèle de Renshaw et Haberman.....	34
Équation 3 : Modèle Age-Period-Cohort	35
Équation 4 : Modèle de Cairns, Blake et Dowd.....	35
Équation 5 : Modèle de Plat.....	36
Équation 6 : Modèle de O'Hare et Li.....	36
Équation 7 : Formule générale des modèles de mortalité stochastique	38
Équation 8 : Modèle de Seklecka, Pantelous, O'Hare.....	67
Équation 9 : Modèle proposé.....	77